

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA - UnB
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE E
GESTÃO DE POLÍTICAS PÚBLICAS - FACE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

GABRIEL BELMINO FREITAS

O USO DE *MACHINE LEARNING* NA
MODELAGEM DA PREVISÃO DE INFLAÇÃO:
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

BRASÍLIA

2019

GABRIEL BELMINO FREITAS

O USO DE *MACHINE LEARNING* NA
MODELAGEM DA PREVISÃO DE INFLAÇÃO:
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade de Brasília – UnB – Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas (FACE) como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Economia.

Orientador (a): Prof. Dr. Daniel Oliveira Cajueiro

BRASÍLIA
2019

GABRIEL BELMINO FREITAS

USO DE *MACHINE LEARNING* NA MODELAGEM DA
PREVISÃO DE INFLAÇÃO: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Brasília, ___/___/_____

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Daniel Oliveira Cajueiro
Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de
Políticas Públicas- FACE - Universidade de Brasília-UnB
Orientador

Prof. Dr. José Guilherme de Lara Resende
Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de
Políticas Públicas - FACE - Universidade de Brasília - UnB

Dedicatória

Dedico esse trabalho aos meus falecidos avós Raimundo Belmino Chaves e Maria de Jesus Sousa Freitas

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos amigos e professores que me ajudaram durante a minha trajetória na graduação. Em especial, ao Professor doutor Daniel Oliveira Cajueiro, que me orientou na produção desse trabalho. Agradeço a meus pais, que desde criança despertaram em mim a curiosidade e me ensinaram a importância da Educação. Em especial agradeço a meu Pai Marcos e ao meu irmão Lucas, que me ajudaram na revisão desse trabalho.

"Intelligence is not only the ability to reason; it is also the ability to find relevant material in memory and to deploy attention when needed " Daniel Kahneman.

RESUMO

O trabalho faz uma revisão bibliográfica, envolvendo uma análise dos diferentes métodos e variáveis usadas na previsão de inflação. Aborda as motivações teóricas e as evidências empíricas das variáveis, como também analisa os métodos usados na literatura de previsão, em especial os que empregam as técnicas de *machine learning*.

Palavras-chave: inflação, previsão de inflação, machine learning.

ABSTRACT

The current work makes a literature review about the different methods and variables used in inflation forecasting. Firstly analyzing the theoretical motivations and empirical evidence of variables, secondly analyzing the different methods used in forecasting literature, especially analyzing the use of machine learning techniques in the economics literature.

Keywords: inflation, inflation forecasting, machine learning.

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 11 |
| 2. VARIÁVEIS USADAS NA PREVISÃO DE INFLAÇÃO | 13 |
| 2.1. Inflação Passada | 15 |
| 2.2. Atividade Econômica | 17 |
| 2.3 Variáveis de Expectativa | 19 |
| 2.4 Commodities | 21 |
| 2.5 Agregados Monetários | 23 |
| 2.6 Ativos Financeiros | 24 |
| 2.7 Taxa de Juros..... | 26 |
| 2.8 Câmbio | 26 |
| 2.9 Conclusão | 27 |
| 3. MODELOS DE PREVISÃO DE INFLAÇÃO USADOS NA LITERATURA. | 29 |
| 3.1 Introdução | 29 |
| 3.2 Modelos de Previsão de Inflação | 30 |
| 3.3 Avaliação dos Modelos | 35 |
| 4. CONCLUSÕES | 39 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 41 |

Introdução

Este trabalho tem por objetivo fazer a revisão bibliográfica sobre o uso de métodos lineares e não-lineares de aprendizado de máquinas na previsão de inflação, identificando quais são as motivações teóricas e empíricas para o uso de variáveis macroeconômicas pela literatura atual. Recentemente, com o crescimento exponencial dos dados, o uso de técnicas de *machine learning* tem se tornado temática relevante na ciência econômica (Varian, 2014; Mullainathan & Spiess, 2017; Wager & Athey, 2018; Chernozhukov et al., 2018).

A revisão de literatura é parte importante do processo de pesquisa. Aquela que localiza, analisa, sintetiza e interpreta os estudos anteriores relacionada a um campo de conhecimento. É, então, uma análise bibliográfica detalhada sobre os trabalhos publicados sobre o tema. A revisão da literatura é fundamental para definir um problema, como também para obter uma ideia precisa do estado atual dos conhecimentos sobre um dado tema (Bento, 2012).

O presente trabalho realiza uma revisão de literatura dos trabalhos mais recentes na literatura de previsão de inflação, no qual foram introduzidas modelos que usam técnicas de aprendizado de máquina (*machine learning*) para a previsão de inflação. Conforme Garcia et al. (2017) e Medeiros et al. (2019), as técnicas de

machine learning têm se demonstradas, mais eficientes que as da econometria tradicional.

O *machine learning* é uma técnica da ciência da computação desenvolvida recentemente, que vem sendo usada em diversas áreas do conhecimento, onde tem tido grande êxito em implementar soluções práticas melhores das que existiam anteriormente. O uso de *machine learning* é presente em diversas áreas do conhecimento como saúde, finanças, astronomia etc. O uso de técnicas de *machine learning* na economia é mais recente, já que grande parte dos algoritmos são usados para previsão e não para entendimento de causalidade como é em grande parte o trabalho na econometria tradicional. Os usos do *machine learning*, em geral, é feito por meio de aprendizado supervisionado ou para regressão ou classificação. Os últimos trabalhos têm sido empregados em novas metodologias para busca por causalidade, estimação de efeito de política pública, estimativas de mudança de comportamento do consumidor a partir de mudança de preços. (Athey & Imbens, 2019)

A inflação, que corresponde ao aumento do nível dos preços, é uma variável macroeconômica importante. A previsão dessa variável econômica é fundamental, uma vez que ela é utilizada para determinar, tanto ajustes de contratos para os investidores privados, como para avaliar rendimento de investimentos. Desse modo, quanto maior for a acurácia e a precisão da previsão da inflação, maior será o ganho financeiro do agente que detém essa informação. Além disso, a previsão da inflação auxilia, em termos da esfera pública, na condução da política monetária, especialmente em países que adotam sistema de metas de inflação. O regime de metas de inflação tem o objetivo seguir uma meta de inflação anual. Por isso, se faz

necessário a previsão de inflação, em especial de curto prazo, sendo primordial no processo decisório do Banco Central.

A partir dos anos 2000, conforme aponta Garcia et al. (2017), novos modelos passam a utilizar variáveis não consideradas em estudos anteriores, como o uso de preços de *commodities*, indicadores de atividade econômica, financeiras e de expectativa. Além da incorporação de novas variáveis, ocorre, também, um tratamento diferente dessas variáveis.

O ambiente atual de um aumento exponencial na quantidade de dados está provocando uma mudança em várias áreas do conhecimento, inclusive na Economia. As técnicas da econometria tradicional, segundo Einav (2017), que em geral, utilizam os modelos lineares, trabalham no sentido de controlar heterogeneidade e as variáveis omitidas e no sentido de estabelecer uma relação causal são relevantes para diversas áreas, como a avaliação de políticas públicas. No entanto, tais modelos mostram-se incipientes como uma ferramenta de previsão.

Variáveis usadas na previsão de inflação

Neste capítulo far-se-á uma revisão de literatura acerca de quais variáveis são usadas em modelos de alta dimensão (*high dimensional models*), bem como os motivos teóricos para escolha das variáveis e quais são as evidências empíricas da capacidade preditiva dessas variáveis.

A inflação é uma variável macroeconômica ocasionada por múltiplos fatores. As variáveis que causam a inflação superam o número de observações, além de haver

colineariedade entre essas variáveis. A busca por variáveis, que tenham uma capacidade preditiva da inflação pode se dar por meio do arcabouço teórico da macroeconomia e sua seleção pode ocorrer por meio de métodos de *machine learning*.

Inúmeros modelos de previsão de inflação são encontrados na literatura especializada (Stock & Watson, 1999; Tibishirani, 1996; Zou, 2005, entre outros). Esses modelos usam distintas formas para previsão de inflação, a depender da situação macroeconômica ou da qualidade dos dados. Diferentes variáveis e formas de modelos são, em geral, empregadas. Nos últimos anos, sobretudo, têm sido pesquisadas novas variáveis para servir de suporte à previsão da inflação, a exemplo de preços da internet (Cavallo, 2016), ativos financeiros (Forni, 2001), dentre outras. A literatura especializada apresenta diversos estudos comparativos de inúmeros métodos previsão de inflação, bem como estudos comparativos de métodos de previsão em distintos países. Usualmente, esses modelos utilizam variáveis semelhantes, que tenham séries temporais relativamente longas (cerca de 20 anos) e que sejam padrões em diferentes países.

A escolha de variáveis na Econometria é feita a partir de um *framework* teórico, com isso a escolha das variáveis necessita de uma explicação teórica para o seu uso. Os métodos *machine learning*, principalmente o grupo de métodos *shrinkage* têm uma abordagem de seleção de variáveis guiada por dados. Assim, em primeiro lugar, ocorre uma pré-seleção das variáveis com base no arcabouço teórico. Em seguida, é feita uma seleção de variáveis a serem empregadas na previsão, de fato. Há que se entender que são objetivos distintos: ter uma seleção de variáveis para uma boa

capacidade preditiva da inflação e a busca por um entendimento geral do fenômeno da inflação.

Os estudos de previsão de inflação utilizam uma grande quantidade de variáveis, que variam de país a país, mas, em geral, o grupo de variáveis utilizada não muda muito, mantendo-se relativamente parecido, já que se dispõem de poucas séries temporais macroeconômicas. Nos denominados modelos de alta dimensão (*high dimensional models*) são usados, na maioria dos casos, variáveis que medem o nível de atividade econômica (Stock & Watson, 2006; Atkeson & Ohanian, 2001), as expectativas de inflação e de atividade econômicas (Fuertes, 2018), agregados monetários (Altimari, 2001), preços de *commodities* (Furlong, 1995) e ativos financeiros. (Medeiros, 2017; Forni & Lippi, 2001).

Os próximos subcapítulos abordarão as diferentes variáveis, que normalmente compõem os modelos de alta dimensão, abordando um breve histórico, motivação teórica e as evidências empíricas acerca de sua capacidade preditiva.

Inflação Passada

Os trabalhos de previsão de inflação da década 1970 usavam modelos autoregressivos (AR) para previsão de inflação, porém, a partir da metade da década de 80, houve uma diminuição da acurácia das previsões usando somente inflação passada (Stock & Watson, 2005). A diminuição da volatilidade da inflação na maioria dos países, melhoraram a performance dos modelos univariados usando inflação passada, porém demonstraram uma perda de acurácia relativa à um *benchmark*

(Stock & Watson, 2006). O uso de inflação passada está presente em grande parte nos trabalhos sobre previsão, em parte, por ser uma forma de comparação com outros modelos de previsão, por outro lado o motivo deve-se por ser haver inércia inflacionária, que afeta principalmente a previsão de curto prazo.

Conforme descritos na literatura, os modelos autoregressivos são construídos usando somente a inflação dos períodos anteriores, usando, em alguns casos, o Critério de Akaike de Informação (AIC), que servem para definir a quantidade de períodos anteriores (*lags*), que contribuam para previsão.

A evidência empírica demonstra, que com uma diminuição da volatilidade da inflação, os modelos univariados e multivariados usando inflação passada tiveram sua capacidade preditiva diminuída, comparativamente aos modelos naïve (Stock & Watson, 2005). As variáveis de inflação passada, contudo continuam sendo uma base de informação relevante para a previsão de inflação, por isso são usados ainda na construção da maioria dos modelos de alta dimensão.

Na metade da década de 80, ocorreu uma mudança significativa na política monetária dos Estados Unidos, após a crítica de Lucas, em 1976, e a adoção da hipótese de expectativas racionais, mudando para condução da política monetária, sendo menos discricionária, passando a ser baseada em regras, como explica Stock & Watson (2008). Com essa mudança, houve uma diminuição da volatilidade da inflação.

Essa diminuição, segundo Stock & Watson (2006):

The rate of price inflation in the United States has become both harder and easier to forecast, depending on one's point of view. On the one hand, inflation (along with many other macroeconomic time series) is much less volatile than it was in the 1970s or early 1980s, and the root mean squared error of naïve inflation forecasts has declined sharply since the mid-1980s. In this sense, inflation has become easier to forecast: the risk of inflation forecasts, as measured by mean squared forecast errors (MSFE), has fallen. On the other hand, the improvement of standard multivariate forecasting models, such as the backward-looking Phillips curve, over a univariate benchmark has been less in percentage terms since the mid-1980s than before (Stock & Watson, 2006: pág. 1)

A mudança estrutural da inflação possibilitou uma maior facilidade na previsão da inflação. Isso vem sendo verificado pela diminuição significativa da média quadrada dos erros médios em todas as classes de modelos. No entanto, a diminuição da média dos erros médios, não refletiu em uma mudança da capacidade de modelos com multivariáveis, pelo contrário, a diferença entre os erros quadrados médios dos modelos multivariados em relação aos modelos naïve diminuiu. Com isso, a redução da diferença entre os modelos acarretou, a partir da metade da década de 80, um desafio maior para se prever os índices inflacionários. Convém lembrar que isso se deu, não somente nos Estados Unidos, mas também em outros países desenvolvidos, ou seja, houve uma queda na volatilidade da inflação.

A inflação passada segue sendo usada na construção da maioria dos modelos de previsão de inflação, apesar de não ter capacidade preditiva sozinha, contudo ela é essencial na construção de modelos de alta dimensão.

Atividade Econômica

Uma das primeiras discussões na literatura acerca de quais variáveis explicam e/ou ajudam a prever inflação é encontrado no trabalho empírico de Phillips, o qual documenta a relação entre o nível de salários e o nível de preços. A denominada curva de Phillips (1958) é uma medida que relaciona a atividade econômica à inflação.

Nesse contexto, ocorreram mudanças nos modelos de previsão de inflação no sentido de se buscar novas técnicas, ao longo das últimas décadas. Modelos baseados na curva de Phillips (1958), por exemplo, eram vistos como um método eficiente nos estudos de previsão da inflação, apesar de crítica feitas ao modelo desde os anos 60, como observou-se no trabalho de Friedman (1968). Friedman demonstrou haver um *trade-off* entre inflação e desemprego somente no curto prazo, que essa relação não se sustentava no longo prazo. A crítica ao uso de modelos baseados na curva de Phillips para a previsão de inflação foi intensificada, mais recentemente, com o trabalho dos pesquisadores Atkeson & Ohanian (2001). Segundo esses autores, ao demonstrar que em previsões inflacionárias realizadas nos Estados Unidos, os modelos baseados em curva de Phillips apresentavam um desempenho pior do que o modelo naïve. Assim, na conclusão dos trabalhos realizados os autores sugeriram o abandono dos modelos baseados na curva de Phillips.

A discussão da validade da efetividade do uso da curva de Phillips para previsão de inflação é mais recente, sendo testadas diversas variações de seu uso ao

longo de vários anos. A desconfiança de sua capacidade preditiva vem de um estudo de 2001, em que a curva de Phillips não tinha uma capacidade preditiva melhor do que um modelo naïve (Ahteson & Ohanian, 2001). Entretanto, esta avaliação é um tanto exagerada, como mostra Stock & Watson (2008), demonstrando que essa conclusão ainda é duvidosa, posto que depende do período estudado. Como sugere Stock & Watson (2008),

“The results here suggest that, if times are quiet – if the unemployment rate is close to the NAIRU – then in fact one is better off using a univariate forecast than introducing additional estimation error by making a multivariate forecast. But if the economy is near a turning point – if the unemployment rate is far from the NAIRU – then knowledge of that large unemployment gap would be useful for inflation forecasting” (Stock & Watson, 2008: pág. 32)

A capacidade preditiva do índice de desemprego vai depender que quão próximo o nível de desemprego se manter próximo do nível de desemprego não acelerador da inflação (NAIRU, 1970).

A utilização de variáveis de atividade econômica ainda é corriqueira, além de serem relevantes na construção de modelos de alta dimensão. As variáveis tais como o nível de desemprego demonstram uma capacidade preditiva, que melhora a previsão da inflação, mas isso se dar de maneira não linear (Medeiros, 2019).

Variáveis de Expectativa

A hipótese de expectativas racionais supõe que os agentes usam todas as informações disponíveis, incluindo as políticas econômicas e seus efeitos baseado em modelo vigente. Com base nessas informações e seus efeitos, os agentes fazem sua previsão em relação ao futuro (Mankiw, 2014). Nesse contexto, surge a necessidade de se avaliar as expectativas dos agentes em relação à economia.

A teoria das expectativas racionais dita que, ao receber nova informação que afete o comportamento futuro de uma variável econômica, o agente econômico deve revisar de imediato todas as suas expectativas quanto à variação futura desta variável, a fim de incorporar esta nova informação. Deste modo, quando não há barreiras à disseminação da informação, uma revisão das expectativas de inflação para cima deveria, necessariamente, estar associada à chegada de informação (negativa) nova, que ainda era desconhecida pelos agentes econômicos, quando a estimativa anterior foi feita (Kohlsheer, 2012).

Kohlsheer mostra que sobre a hipótese de expectativas racionais, os agentes absorvem novas informações e mudam suas expectativas em relação à uma inflação futura, o que demonstra em termos teóricos, que há uma absorção da informação e uma mudança na perspectiva de inflação futura, que pode ser importante para previsão de inflação.

As variáveis de expectativas são medidas em diversos trabalhos por meio de ativos financeiros, que expressam a expectativa de inflação. Os títulos públicos são

usados normalmente, pois a diferença no preço entre títulos públicos pré-fixados e indexados pela inflação, pode-se extrair a expectativa de inflação do mercado. As expectativas de inflação extraídas de instrumentos financeiros têm capacidade preditiva pior do que as pesquisas de expectativas de inflação, porém os dados de expectativas de inflação extraídas por instrumentos financeiros têm reação mais rápida ao choque exógenos, que possam alterar a inflação (Fuentes, 2018).

De acordo com (Cunningham et al., 2010),

“Inflation expectations play a critical role in the conduct of monetary policy, providing timely and useful information with respect to the central bank’s credibility. Inflation expectations are a key determinant of actual inflation and are thus a crucial part of the analysis used by many central banks to generate inflation forecasts” (Cunningham et al., 2010: pág. 1)

Como mostra Cunningham et al. (2010), a expectativa de inflação tem um papel importante na condução da política monetária, além de ter um papel determinante e crucial para previsão de inflação e análise da inflação.

As variáveis de expectativas de consumo, inflação e investimento mostram-se importantes no arcabouço teórico da Macroeconomia. A evidência empírica demonstra que há uma melhora na performance dos modelos, quando são incorporados dados

de pesquisas de expectativas, em especial, nos casos onde a inflação é mais volátil (Altug & Çakmaklı, 2016).

As pesquisas de expectativas de empresários demonstram ter capacidade preditiva para inflação, quando acrescentada em modelos construídos com dados de desemprego. Nesse sentido as expectativas de produção no setor de bens de consumo também demonstram uma melhora na capacidade preditiva de modelos construídos com dados de desemprego (Bruneau et al., 2007).

As variáveis de expectativas de inflação e variáveis de expectativa sobre atividade econômica mostram-se relevante por ter informação relevante e por ter uma reação em momentos de volatilidade maior que variáveis da economia real.

Commodities

A escolha das commodities como variáveis preditivas tem a vantagem, porque os preços ocorrem de maneira exógena, que em outras variáveis pode trazer um problema de simultaneidade. Os preços de commodities podem antecipar as escolhas de produção e as escolhas de consumo. Desta forma, a criação de um índice de preços de *commodity* contém informação valiosa para a previsão de inflação.

De acordo com Furlong (1996),

“Commodity prices generally are set in highly competitive auction markets and consequently tend to be more flexible than prices overall.

As a result, movements in commodity prices would be expected to lead and be positively related to changes in aggregate price inflation in response to aggregate demand shocks”

Conforme Furlong (1996), os preços de commodities são mais flexíveis, que outros preços da economia. Com isso os preços têm uma expectativa de reagir de forma mais rápida a choques de demanda, o que seria uma característica do caráter preditivo dos preços de commodities.

Principalmente em países exportadores de commodities, o impacto da commodities na inflação se dar de duas formas distintas. A primeira, mais direta, afetando os custos de produção de vários produtos, que leva a um aumento da inflação. E uma forma indireta, que é por meio do câmbio, em que a variação dos preços das commodities afetam a balança comercial, conseqüentemente o câmbio. (Furlong, 1996).

A base teórica para uso de commodities não é clara, e, muitas vezes, a simultaneidade se confunde e torna-se difícil estabelecer uma causalidade. A evidência empírica mostra que uma conexão entre preços de commodity e previsão de inflação ocorre em situações episódicas (Chen, 2014).

Os países exportadores de commodities, o preço das commodities tem uma influência no índice de inflação de forma constante, e em evidências empíricas em diversos países, mostra uma variável importante para previsão de inflação,

principalmente, com a desagregação dos diferentes tipos de commodities, já que os choques são causados por diferentes motivos dependendo do setor de commodity (Chen, 2014).

Os preços das commodities têm se demonstrado variáveis importantes para previsão de inflação, por ter um caráter exógeno, o que evita um problema de simultaneidade, que tem outras variáveis importantes, além de ser importante para as decisões de consumo e de formas de produção (Medeiros, Forni et al., 2003). O uso de preços de commodities para previsão de inflação, especialmente os preços do setor de energia têm uma capacidade preditiva melhor, que outros preços de commodities de outros setores (Chen, 2014).

Agregados Monetários

Os agregados monetários são indicadores da quantidade ofertada de dinheiro em suas diversas formas, em que os indicadores medem a quantidade ofertada agregada de ativos mais líquidos para um agregado monetário menos líquido. Os agregados monetários são uma medida da base monetária, ou seja, da quantidade de dinheiro presente na Economia. Os economistas clássicos viam a oferta de moeda como principal causadora da inflação, até economistas mais modernos como Friedman, viam como o processo inflacionário como processo apenas monetário. A afirmação apesar de ser controversa demonstra uma importância dos agregados monetários para o entendimento do processo inflacionário e potencialmente uma capacidade preditiva desses indicadores (Furlong, 2015).

Os agregados monetários mostram, em parte, o nível de atividade. O impacto do aumento dos agregados monetários demonstra ter um impacto de médio-longo prazo, e teoricamente demonstra valioso teria uma importância, porém existe muitas críticas quanto a efetividade dos agregados monetários para previsão da inflação.

O aumento dos agregados monetários, apesar de ser altamente correlacionado no longo prazo, o uso de agregados monetários para previsão de inflação no estado atual de política monetária dos países desenvolvidos não demonstra efetividade (Azevedo & Pereira, 2010).

Ativos Financeiros

Os preços ativos financeiros dos ativos financeiros são sintomas da atividade econômica de um país. Os ativos financeiros têm seu preço por um cálculo de seus ganhos no futuro, que a variação dos preços dos ativos financeiros poderia demonstrar uma expectativa de atividade econômica futura e conseqüentemente uma mudança da inflação (Stock & Watson, 2003). Porém, como vimos em outras variáveis, isso nem sempre acontece. A capacidade preditiva dos ativos financeiros é específica de alguns ativos, como cambio e ouro e preço de imóveis, demonstrando uma capacidade preditiva, em especial, em um curto e médio prazo (Gupta & Hartley, 2013).

Um dos exemplos de ativo financeiro, que tem demonstrado especial importância são os preços de imóveis. A bolha imobiliária de 2008 nos EUA levou à uma diminuição da atividade econômica com conseqüências na inflação de forma não-linear (Garcia et al,2019).

Taxa de juros

A taxa de juros é usada como variável de controle para política monetária. Em um contexto de regime de metas de inflação, ela é a principal variável para controle de inflação. O efeito da taxa de juros na inflação pode ser sentido por meio do efeito de Fisher(1930), em que a taxa de juros nominal é dada pela taxa de juros real mais a inflação esperada. Isso em conjunto com o seu efeito na atividade econômica faz com que a taxa de juros seja usada para prever inflação.

A evidência empírica não mostra uma casualidade direta entre taxa de juros e inflação esperada. (Mishkin,1991; Mishkin & Simon,1995). Os efeitos da taxa de juros podem acontecer de outras formas, como por exemplo na atividade econômica, que faz com que possa haver uma possível capacidade preditiva da taxa de juros. O uso de taxa de juros base dos países é usado na construção dos modelos de alta dimensão, além de outras variáveis que são *proxies* da taxa de juros. (Garcia et al,2017, Medeiros et al,2019)

Câmbio

A taxa de câmbio é o preço da moeda do país em relação à uma outra moeda. O câmbio influencia uma grande quantidade de preços, já que muitos preços de uma Economia têm seu valor dado alguma moeda estrangeira. O efeito de *passing through*, que é uma mudança de preços, que são repassadas por alguma mudança de câmbio. Esse efeito pode-se se dar de maneira direta ou de forma indireta através de

mudanças no custo de produção, que afetam diferentes estágios da produção de bens domésticos finais e intermediários (Hahn, 2003). Os efeitos de *passing-through* são diferentes nos países desenvolvidos, onde o efeito de choques externos na inflação é modesto, já em países em desenvolvimento as mudanças no câmbio têm um impacto maior na inflação.

No caso do Brasil, o efeito de choques cambiais depende do número de defasagens (*lags*) e alguns casos não é estatisticamente significativo para explicar a inflação de curto prazo (Sachsida, 2014).

Conclusão

O crescimento na quantidade de dados coletados das atividades econômicas tem tido um grande impacto na pesquisa econômica, em vários sentidos, desde uma melhor avaliação dos dados macroeconômicos, até um monitoramento de situações quasi-experimentais das variáveis macroeconômicas. Algumas variáveis, como por exemplo, os agregados monetários apesar de sua importância teórica para previsão de inflação, que vem desde os autores clássicos da economia, em geral, só há uma melhora na capacidade preditiva, em casos episódicos. Outras variáveis, como preços de commodities tem uma importância preditiva, em casos episódicos, na maioria dos países, porém tem grande importância em países exportadores de commodities, como é caso do Brasil e da Turquia. As variáveis de atividade econômica e a inflação passada, que são tradicionalmente usadas continuam tendo sua importância para previsão estão presentes em grande parte das bases de dados, contudo sua

capacidade preditiva sozinha, em geral não superam significativamente os *benchmarks*.

Nesse contexto rico em dados, em que o número de variáveis é maior do que o número de observações, os métodos de *shrinkage* tem um papel importante na seleção de variáveis importantes ao criar uma escolha guiada pelos dados, que ajudam a selecionar variáveis com melhor capacidade preditiva e a também selecionar variáveis, caso ocorram mudanças episódicas de algumas variáveis (Athey,2017).

Modelos de previsão de inflação usados na literatura

Introdução

As metodologias de previsão de inflação mudaram muito ao longo da segunda metade do século XX e do começo de século XXI. Os primeiros modelos de previsão de inflação eram univariados e eram modelos baseados na curva de Phillips (1958). Até recentemente, a inflação foi uma vista com uma variável macroeconômica muito complexa para ser prevista (Stock & Watson, 2007; Atkeson & Ohanian, 2001). Predominava nas publicações do começo do século XXI, um certo ceticismo em relação à capacidade de previsão da inflação, de maneira sistematicamente melhor que um modelo simples. No entanto, no contexto atual, em que existe um maior volume de quantidade, além de superior capacidade computacional, emergiram modelos que selecionam variáveis e modelos não-lineares, essas duas metodologias

permitem analisar os dados de modo sistematicamente melhor que os modelos *benchmark* e outros modelos tradicionais (Medeiros et al., 2018).

A primeira seção do capítulo trataremos dos modelos, as suas diferenças, suas vantagens e desvantagens, a segunda seção trataremos da avaliação dos modelos, testes e cálculo dos erros e formas de avaliar os modelos entre eles.

Modelos de Previsão de Inflação

A literatura de previsão de inflação tem se desenvolvido nos últimos anos, principalmente os modelos de previsão e as metodologias de avaliação desses modelos. As metodologias vão desde avaliações por meio de simulação, até avaliação de previsões em “out-of-sample”, ou seja, usando somente dados disponíveis no tempo anterior à divulgação dos dados. Nesse ambiente atual rico em dados, o número de potenciais preditores é grande, muitas vezes maiores que a amostra. Nesse contexto, surge a necessidade de se utilizar modelos que visam limitar e selecionar as variáveis como forma de diminuição da complexidade.

Um importante aspecto para um bom modelo de previsão de inflação é um balanço entre a precisão da previsão da amostra e a capacidade de generalização da amostra. Esse equilíbrio entre precisão da amostra e capacidade de generalização é difícil de ser alcançado. Um modelo muito preciso, que consegue prever muito bem a amostra, irá ter uma capacidade preditiva baixa, devido ao viés da amostra. Esse efeito é chamado de *overfitting*. Do mesmo modo, quando um modelo apresenta uma grande capacidade de generalização, esse modelo vai ignorar tendências gerais e

tende a assumir com um ruído. Esse processo é chamado de *underfitting* (Vasconcelos, 2017).

Em variáveis em que há uma grande quantidade de possíveis preditores, como é o caso da inflação. O uso de métodos que utilizam como base MQO (mínimos quadrados ordinários) apresentam um aumento significativo da variância e problemas de multicolineariedade. Nesse contexto, a implementação de modelos que atribuem alguma penalidade para variáveis menos importantes, em geral, esses diminuem os erros de previsão (Medeiros, 2016).

Os modelos de *shrinkage* têm como objetivo a seleção de variáveis e faz isso por meio de uma ideia simples: diminuir ou zerar a importância de possíveis preditores, por meio de uma restrição no processo de minimização dos erros. Assim, a seleção de variáveis vai depender de como é feita a restrição ou as restrições. Os possíveis preditores são selecionados ou lhe são atribuídos níveis de importância. Por isso, há a utilização dessa classe modelos para a previsão da inflação, uma variável macroeconômica que tem consequências multifatoriais e que possui número pequeno de amostra. O uso dessa classe de métodos atribui penalidades as variáveis explicativas, ou seja, diminui a importância de variáveis.

O primeiro método introduzido dessa classe foi *ridge regression* (1976), que utiliza uma restrição quadrada para reduzir o valor de preditores menos importante, com intuito de diminuir problemas de multicolinearidades e de complexidade. Esse modelo é usualmente pouco afetado por variações mínimas nos dados, quando

comparado ao método MQO, que pode ser altamente instável em situações de variáveis independentes com alta multicolinearidade. O *ridge regression* não exclui nenhuma variável, por isso tende a ficar um modelo complexo (Vasconcelos, 2017).

Os modelos de *shrinkage* emergem a partir do modelo Lasso (*least absolute shrinkage and selection operator*) desenvolvido por Tibshirani (1996). A partir dos anos 2000, surgem novos modelos, como elastic-net (Zou & Hastie, 2005), e *ada-lasso* (Zou, 2006). Os modelos de *shrinkage* têm um diferencial de obter a diminuição a importância de coeficientes irrelevantes. Isso é feito adicionando uma função de perda, que penaliza diretamente os parâmetros estimados. Segundo Medeiros (2016), essa família de modelos tenta selecionar as variáveis relevantes, fazendo com que se reduza. Significativamente, os erros e a variância das previsões *out-of-sample*. Segundo Vasconcelos (2017), o modelo Lasso tende a ignorar o problema de multicolinearidade, e os novos modelos como *elastic-net* e *adaptive lasso* tentam resolver esse problema.

O modelo Lasso (*least absolute shrinkage selection operator*), de 1996, tem muita semelhança com a *ridge regression*, no sentido de reduzir a importância de variáveis, por intermédio de um problema de minimização com restrição, porém tem uma diferença na configuração da restrição que é dada por uma norma e isso faz com que variáveis com coeficientes menores sejam zeradas. Em outras palavras, há uma seleção de variáveis, ao invés do caso da *ridge regression*, em que há somente a diminuição da relevância das variáveis. Isso faz com que seja melhorado o trade-off entre bias e variância e em algumas condições é possível usar mais preditores do que a amostra, que é uma situação muito comum na previsão de inflação (Medeiros, 2016).

O modelo LASSO tem problemas em alcançar uma consistência na seleção de variáveis, por isso muitas vezes não têm *oracle properties*. Para escapar dessas deficiências foi proposto o modelo ada-LASSO, que é um modelo de dois passos. O primeiro passo é uma estimação por meio do LASSO, para atribuir uma relativa importância para os regressores, e uma segunda etapa que visa controlar o *bias*, do modelo LASSO previamente estimado, por meio de relativamente alta penalização para coeficientes zerados e menor penalidades para os outros coeficientes. O ada-LASSO espera reduzir o *bias* e ter melhor acurácia na seleção de variáveis.

O modelo ada-Lasso é essencialmente um problema otimização convexo, com uma restrição, por isso o adaptative LASSO pode ser resolvido de forma tão eficiente quanto LASSO. O ada-LASSO demonstra uma consistente escolha de variáveis relevantes e tem *oracle properties*, mesmo quando os erros não são gaussianos e são condicionalmente heterocedásticos (Medeiros, 2016).

Uma mudança desenvolvida para diminuir possíveis erros no peso de entre dispersão e foi o modelo ada-flex-Lasso, que usa critério bayesiano de informação (BIC) com uma forma de escolher o *tau*, que em outras palavras é a importância da regularização feita por LASSO e parte feita por *ridge regression* e da parte LASSO do modelo ada-LASSO (Medeiros, 2016).

Os modelos da família Lasso, em determinadas situações, podem ser insatisfatórios, já que são assumidas variância zero para componentes estimados que tem coeficiente zero. Os resultados teóricos em distribuições de amostras finitas e nos

conjuntos de confiança tem apontado para esse problema no grupo de modelos LASSO (Elliott et al., 2013).

O modelo *Complete Subset Regression* (CSR) foi desenvolvido de forma a selecionar subconjuntos ótimos para prever um determinada variável, e assim são testadas todas as combinações de subconjunto possível. Isso faz com que o cálculo demande muito processamento computacional, fazendo com que algumas vezes seja inviável o uso desse modelo (Garcia et al, 2017).

A abordagem de combinação de previsões médias com o mesmo número de variáveis preditores em um subconjunto de regressões completas, tem o mesmo número de variáveis preditoras e no mesmo grau de complexidade. Essa perspectiva busca ajustar o trade-off entre complexidade do modelo e bias, os subconjuntos de variáveis têm uma boa performance e com relativo pequeno número de preditores. Além disso, as combinações de subconjuntos frequentemente conseguem encontrar um subconjunto que é melhor que combinações, na qual são ponderadas de forma igual, no modelo CSR, ao contrário de outros modelos de *shrinkage*, em que a redução acontece coeficiente por coeficiente, o ajuste é feito ajustando todas as estimativas e em função das estimações e dos coeficientes (Elliott et al., 2013).

Como as variáveis macroeconômicas possuem relações não-lineares entre elas, os modelos não-lineares podem ter uma capacidade de previsão significativa. Um exemplo é o modelo é o *random forest* (Breiman, 2001), que é um modelo altamente não-linear, que é baseado em árvore de decisão, onde o objetivo é diminuir

a variância dos outputs das árvores, sua não-linearidade e alta complexidade faz com que tenha uma importante capacidade de prever a inflação (Garcia et al, 2017).

Avaliação dos Modelos

A avaliação da qualidade dos modelos pode ser feita por meio de simulações para analisar certas características do modelo, como também podem ser avaliadas por meio da análise dos erros de previsão. Os erros das previsões são uma das principais ferramentas de avaliação de performance dos modelos e uma forma de comparar as diferentes metodologias em contextos iguais. Em geral, a avaliação se dá por meio diferentes métricas, como a avaliação do erro, que pode ser feita pela média do erro, pela raiz quadrada da média do erro e, também, pelo somatório dos erros acumulados em diferentes períodos previstos. A avaliação do erro médio (MAE), da raiz do erro quadrado médio (RMSE) e do erro mediano (MAD) apresentam resultados para um determinado horizonte, mas não possuem uma avaliação de significância estatística (Amisano & Giacomini, 2007).

Um dos testes utilizado pela literatura para avaliar o grau de significância estatística é o *White-Giacomini Test* (Giacomini, 2006), que avalia um p-valor comparativo entre o melhor modelo e os outros modelos, por meio dos seus erros em cada previsão. Para comparar as densidades nos diferentes horizontes de previsão, a qual probabilidade de as diferentes metodologias tenham, a mesma capacidade de previsão, esse teste avalia a performance entre os modelos. O *Model Confidence Set* (MCS) tem como objetivo identificar quais modelos são significativamente superiores.

Outra maneira de comparar os modelos é por meio do MCS, que ajuda avaliar uma grande quantidade de modelos simultaneamente. O MCS pode utilizar uma variável que mostre os erros de previsão, como MAE ou RMSE, gerando um rank por p-valor em que o melhor modelo tem um p-valor de 1 por definição. Assim, pode-se avaliar, dado um nível de confiança, se os modelos são estatisticamente iguais ou não.

A avaliação dos modelos MCS avalia os modelos em diferentes horizontes independentemente, o que pode levar a conclusões incoerentes, porque se um modelo tiver alguma diferença significativa em um horizonte não deve ser motivo de desqualificar esse modelo (Quaedvilig, 2019). A falta de coerência, períodos em que o modelo são melhores ou piores, que não fazem sentido em termos de horizonte, pode ser explicada por um simples erro de amostra, que pode fazer que um modelo seja pior mesmo em modelos com toda a população (Quaedvilig, 2019).

Em Quaedvilig (2019) foi introduzida uma avaliação de forma geral de múltiplos horizontes de previsão. Há uma avaliação de maneira geral, construindo um teste em que o MCS tem uma avaliação por meio do p-valor, mas que tem uma avaliação ponderada dos diferentes horizontes, assim abrangendo de maneira sistemática uma análise dos modelos em múltiplos horizontes.

Os trabalhos mais recentes mostram que os modelos de *shrinkage* têm um desempenho melhor que outros modelos em períodos mais curtos de previsão. Medeiros (2016) demonstrou que, em previsões de inflação no Brasil, o modelo *ada-Lasso* teve melhor desempenho para previsões de um mês até quatro meses para frente. Garcia et al. (2017) faz previsões para o caso brasileiro, demonstrando que

modelos da família Lasso têm um desempenho superior para previsões de um e dois meses para frente. Já, em Medeiros et al. (2018), onde também foram avaliadas diversas técnicas de previsão, para inflação americana, houve uma performance significativamente melhor da técnica *random forest*. Segundo Medeiros et al. (2018), o *random forest* não somente foi o melhor método na amostragem geral, como também em períodos de expansão e períodos recessão econômica, assim como em períodos de baixa e alta incerteza, demonstrando, deste modo, uma superioridade em relação aos outros modelos. Ainda, conforme Medeiros et al. (2018), faz-se necessário avaliar outros métodos não-lineares a exemplo do *deep learning* e outros modelos semi-paramétricos.

Para concluir, tanto os modelos da classe shrinkage, random forest, quanto o CSR têm demonstrado uma melhor capacidade de previsão do que os modelos de *benchmark*, por meio de avaliações em diversos horizontes de tempo e por diversos métodos (Medeiros, 2018). O modelo *random forest* tem se apresentado como melhor, especialmente em períodos de grande incerteza, não só por sua não-linearidade, mas também por sua capacidade de seleção de variáveis (Vasconcelos, 2018)

Conclusões

A literatura de previsão de inflação é vasta e o seu desenvolvimento tem acontecido, em especial, nos anos recentes nesse ambiente rico em dados e com a implementação de novas metodologias de previsão de inflação. O emprego dessas novas metodologias tem um ganho na condução da política monetária, principalmente no contexto atual em que grande parte dos países adotam um regime de metas de inflação. A política monetária usando metas de inflação tem em um dos seus pontos fundamentais a previsão de inflação, porque é importante para entender o efeito da política monetária e ter maior precisão se a meta vai atingida em médio prazo. A pesquisa de previsão de inflação colabora para o melhor entendimento dos problemas de rigidez de preços e de como ocorre a dinâmica de preços. A dinâmica dos preços é um ponto importante estudado, em especial, pela escola novo-keynesiana. A análise da inflação utilizando uma grande base de dados tem potencial de ajudar no

entendimento da rigidez de preços e de como os processos de variáveis microeconômicas afetam a macroeconomia.

O uso de técnicas de *machine learning*, que foi negligenciado por algum tempo pelos pesquisadores da economia tem grande importância não somente no campo da previsão de variáveis macroeconômicas, como também no entendimento da macroeconomia.

O ambiente rico em dados traz vantagens para uso de técnicas de *machine learning*, conforme argumenta Varian (2013). Segundo esse autor, um economista pode se valer do uso técnicas de aprendizado de máquinas para a análise de um grande volume de dados. O avanço na capacidade de previsão de variáveis macroeconômicas tem ocorrido em várias instâncias. Em primeiro lugar, vale mencionar o crescimento da quantidade de indicadores, que do ponto de vista da hipótese de expectativas racionais são importantes para entender o comportamento das variáveis macroeconômicas. É também relevante a introdução de novas técnicas, como exemplo, os métodos não-lineares de *machine learning*, como o *random forest*, empregados por Medeiros et al. (2019) e Garcia et al. (2017), assim como a implementação de outros métodos como o *deep learning*, sugerido em Medeiros et al. (2019). Além do emprego de diferentes bases de dados, como o uso de preços de internet (Cavallo, 2016), de forma que haja uma previsão mais acurada e em espaços temporais menores. A literatura de *machine learning* tem muito a agregar aos pesquisadores empíricos da economia, segundo Athey & Imbens (2019) é importante inclusão dessa literatura nas matérias de graduação de economia, para que permita um trabalho empírico mais sofisticado e que comunique com os pesquisadores de outras áreas.

Referências bibliográficas

Altug, S., & Çakmaklı, C.: **Forecasting inflation using survey expectations and target inflation: Evidence for Brazil and Turkey**. International Journal of Forecasting, 32(1), 138–153, 2016.

Amisano, G. & Giacomini, R.: **Comparing Density Forecasts via Weighted Likelihood Ratio Tests**. Journal of Business & Economic Statistics. 25. 177-190, 2007.

Arruda, E., Ferreira, R. & Castelar, I, **Modelos lineares e não lineares da curva de Phillips para previsão da taxa de inflação no Brasil**, Revista Brasileira de Economia 65, 237–252, 2011.

Athey, S., Imbens, G. **Machine learning methods Economist should know about**. Annual Review of Economics, 2019.

Atkeson, A. & Ohanian, L. E.: **Are Phillips Curves Useful for Forecasting Inflation?**, *Quartely Review*, vol. 25, nº1, 2-11, 2001.

Azevedo, J. V. & Pereira, A.: **Forecasting Inflation with Monetary Aggregates**, *Economic Bulletin*, Banco de Portugal, 2010.

Bento, A. **Como fazer uma revisão da literatura: Considerações teóricas e práticas**. *Revista JA (Associação Académica da Universidade da Madeira)*, nº 65, ano VII (pp. 42-44), 2012.

Briscoe, E. & Feldman, J.: **Conceptual complexity and bias/variance tradeoff**, *Cognition*, 118, 2-16, 2011.

Bruneau, C., De Bandt, O., Flageollet, A., Michaux, E.: **Forecasting Inflation Using Economic Indicators: The Case of France**, *Journal of Forecasting*, volume 26, Issue 1, 1-22, 2007.

Cavallo, A., Rigobon, R.: **The Billion Prices Project: Using Online Prices for Measurement and Research**, NBER Working Paper Series, 2016.

Chen, Y., Turnovsky, S. J., & Zivot, E. **Forecasting inflation using commodity price aggregates**. *Journal of Econometrics*, 183 (1), 117-134, 2014.

Chernozhukov, V., Chetverikov, D., Demirer, M., Duflo, E., Hansen, C., Newey, W. and Robins, J.: **Double/debiased machine learning for treatment and structural parameters**, *Econometrics Journal* (2018), vol. 21, pp. C1–C68, 2018.

Forni, M., Hallin, M., Lippi, M. & Reichilin, L.: **Do financial variables help forecasting inflation and real activity in the euro area?**, *Journal of Monetary Economics*, vol. 50, issue 6, 1243-1255, 2003.

Forni, M. & Lippi, M.: **The Generalized Dynamic Factor Model: Representation Theory**, *Econometric Theory*, vol. 17, issue 06, 1113-1141, 2001.

Friedman, M. **The role of monetary policy**, *The American Economic Review*, vol. 58, n. 1, 1968.

Fuertes, Alberto and Gimeno, Ricardo and Marqués, J. Manuel, **Extraction of Inflation Expectations from Financial Instruments in Latin America** (July 3, 2018). Banco de Espana Working Paper No. 1819,2018

Frederick Furlong and Robert Ingenito, **Commodity prices and inflation**, *Economic Review*, 27-47, 1996.

Garcia, M. G.P.; Medeiros, M. C.; Vasconcelos, G. F.R.: **Real-time inflation forecasting with high-dimensional models: The case of Brazil**. *International Journal of Forecasting*, v. 33, p. 679-693, 2017.

Cunha Medeiros, Marcelo and Vasconcelos, Gabriel and Veiga, Alvaro and Zilberman, Eduardo. **Forecasting Inflation in a Data-Rich Environment: The Benefits of Machine Learning Methods**, 2019.

Groen, J., Paap, R. & Ravazzolo, F. **Real-time inflation forecasting in a changing world**, *Journal of Business and Economic Statistics* 31, 29–44, 2013.

Gupta, R., & Hartley, F.: **The Role of Asset Prices in Forecasting Inflation and Output in South Africa**. *Journal of Emerging Market Finance*, 12(3), 239–291, 2013.

Huang, J., Shuangge, M. A. & Zhang, Cun-Hui.: **Adaptive LASSO for sparse high-dimensional regression**. *Statistica Sinica*. 18, 2006.

Hahn, Elke, **Pass-Through of External Shocks to Euro Area Inflation** (July 2003).
ECB Working Paper No. 243.2003.

Mankiw NG. **A Quick Refresher Course in Macroeconomics**. *Journal of Economic Literature*. 1990;28 (Dec) :1645-1660.1990.

Medeiros, M., Vasconcelos, G., Freitas, E. : **Forecasting Brazilian Inflation with High Dimensional Models**. *Brazilian Review of Econometrics* v. 36, n. 2, pp. 223–254
November (2016), 2016.

Medeiros, M. & Mendes, E. **Regularization of high-dimensional time-series models with flexible innovations**, *Journal of Econometrics* 191, 255–271,2016.

Monteforte, L. & Moretti, G. (2013), **Real-time forecasts of inflation: The role of financial variables**, *Journal of Forecasting* 32, 51–61, 2013.

Mullainathan, S. and Spiess, J.: *Journal of Economic Perspectives—Volume 31, Number 2—Spring 2017—Pages 87–106*,2017.

Phillips, A. W.: **The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957**, *Economica*, vol. 25,100, 283-299, 1958.

Cunningham, R., Desroches, B. & Santor, E.: **Inflation Expectations and the Conduct of Monetary Policy: A Review of Recent Evidence and Experience**, *Bank of Canada Review*, Bank of Canada, vol. 2010 (Spring), pages 13-2, 2010.

Quaedvlieg, R. **Multi-Horizon Forecast Comparison**. Journal of Business and Economic Statistics, Forthcoming, 2019.

Sachsida, Adolfo. **Inflação, desemprego e choques cambiais: uma revisão da literatura sobre a curva de phillips no Brasil**. *Rev. Bras. Econ.* [online]. 2013, vol.67, n.4, pp.549-559. ISSN 0034-7140. 2013.

Siklos, P. L., & Barton, A. G. **Monetary aggregates as indicators of economic activity in Canada: empirical evidence**. *Canadian Journal of Economics/Revue Canadienne d'Économie*, 34(1), 1–17, 2001.

James H. Stock & Mark W. Watson. **Phillips curve inflation forecasts**, Conference Series ; [Proceedings], Federal Reserve Bank of Boston, vol. 53. 2008

Stock, J. H. and M. W. Watson 2007. **Why Has U.S. Inflation Become Harder to Forecast?** *Journal of Money, Credit and Banking* 39 (02), 3.34. 10.1111/j.1538-4616.2007.00014.x. 2007.

Tibshirani, R.: **Regression shrinkage and selection via the lasso**, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 267–288, 1996.

Vasconcelos, B. F. Boynad de.: **Poder preditivo de métodos de Machine Learning com processos de seleção de variáveis: uma aplicação às projeções de produto de países**. 2017. [90] f., il. Dissertação (Mestrado em Economia - Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

Zou, H.: **The adaptive LASSO ad its oracle properties**. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 101, nº 476, 2006. doi 10.1111/j.1418-1429.10.1198/016214506000000735,2006

Zou, H. and Hastie, T.: **Regularization and Variable Selection via the Elastic Net.** **Journal of the Royal Statistical Society**, Series B, 67, Part 2, pp. 301-320. 2005.

Wager, S. and Athey, S.: **Estimation and inference of heterogeneous treatment effects using random forests** - *Journal of the American Statistical Association*, vol. 113, 523, 1228-1242, 2018.