



Universidade de Brasília

Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas

Departamento de Economia

DANIEL VICTOR DE ARAÚJO SIMÕES

O ÍNDICE VIX APLICADO AO MERCADO BRASILEIRO

**Brasília
2019**

DANIEL VICTOR DE ARAÚJO SIMÕES

O ÍNDICE VIX APLICADO AO MERCADO BRASILEIRO

Monografia apresentada ao Departamento de Economia como um dos requisitos necessários à conclusão do curso de Graduação em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. José Guilherme de Lara Resende

**Brasília
2019**

DANIEL VICTOR DE ARAÚJO SIMÕES

O ÍNDICE VIX APLICADO AO MERCADO BRASILEIRO

Monografia apresentada e defendida em ____/____/2019 perante Banca Examinadora do Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas da Universidade de Brasília.

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Guilherme de Lara Resende
Orientador

Prof. Dr. Daniel Oliveira Cajueiro
Examinador

**Brasília
2019**

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo aplicar a metodologia de cálculo do índice VIX ao Brasil utilizando as opções sobre o índice IBOVESPA. Foi discutido o conceito de volatilidade, com destaque para a volatilidade implícita. A metodologia VIX foi apresentada e discutida. Foram descritas as adaptações feitas na metodologia VIX e apresentados os valores calculados, que foram analisados adotando como parâmetro a relação entre o índice VIX e o índice S&P 500. As conclusões obtidas indicam que, com as adaptações metodológicas adotadas, não foi possível encontrar relação entre o VIX calculado e o IBOVESPA semelhante à existente entre o VIX e o S&P 500. Além disso, há indícios de que o pequeno mercado de opções de IBOVESPA prejudica a aplicação da metodologia VIX.

ABSTRACT

This study aims to apply the VIX index methodology to Brazil using IBOVESPA index options. The concept of volatility was discussed, highlighting implied volatility. Then the VIX methodology was presented and discussed. The adaptations made in the VIX methodology were described and the calculated values were presented. Furthermore, the calculated values were analyzed adopting as benchmark the relation between the VIX index and the S&P 500 index. The conclusions obtained indicate that the adopted methodological adaptations were not capable to deliver a relationship between calculated VIX and IBOVESPA similar to that existing between VIX and S&P 500. In addition, there were indications that the small market of IBOVESPA options have a negative effect on the application of the VIX methodology.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	6
2 VOLATILIDADE	7
2.1 Volatilidade histórica	9
2.2 Volatilidade estatística.....	10
2.3 Volatilidade implícita.....	12
3 ÍNDICE DE VOLATILIDADE.....	17
3.1 O índice VIX	19
3.2 Metodologia de cálculo do VIX.....	21
3.3 VIX aplicado ao Brasil.....	23
4 CÁLCULO DO VIX.....	26
4.1 Resultados	30
4.2 Discussão dos resultados	35
5 CONCLUSÃO	45
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46

1 INTRODUÇÃO

No presente trabalho analisamos a aplicação da metodologia do índice VIX ao Brasil utilizando dados sobre opções do índice IBOVESPA.

O Capítulo 2 realiza uma exposição sobre a volatilidade. Apresentam-se, resumidamente, seus três enfoques: histórico, estatístico e implícito. A exposição concentra-se no enfoque implícito com uma breve discussão sobre a capacidade preditiva da volatilidade implícita e a apresentação de estudos que se dedicaram a responder essa questão.

O Capítulo 3 apresenta o índice VIX, expondo brevemente sua história, sua utilização e sua metodologia de cálculo. Também é apresentada uma tentativa de adaptação do índice VIX ao Brasil.

O Capítulo 4 dedica-se ao cálculo do índice. Apresentam-se as adaptações feitas na metodologia VIX que permitiram o cálculo e também os resultados obtidos. Também é feita uma discussão dos resultados tendo como parâmetro a relação entre o índice VIX e o índice S&P 500.

Por fim, o Capítulo 5 contém as conclusões. Ele discute se a aplicação da metodologia VIX utilizando as opções sobre o índice IBOVESPA foi satisfatória.

2 VOLATILIDADE

Em 1952, Markowitz publicou seu trabalho seminal que revolucionou a teoria das finanças. Iquiapaza et. al. (2016, p. 4) resumem bem a inovação:

Pressupondo que risco é a quantificação da probabilidade de que algo diferente do esperado aconteça e que retorno é a recompensa pelo risco de um dado ativo, Markowitz (1952) sugeriu uma nova regra de investimento chamada diversificação. Na hipótese, o investidor escolhe vários ativos e cria uma carteira que busca reduzir o risco dos ativos escolhidos. As carteiras criadas seguindo a teoria de diversificação de Markowitz são chamadas de carteiras de média-variância (MV).¹

Antes de Markowitz, diversificar não estava no centro das preocupações dos investidores. Em suas palavras (1952, p. 89):

Anteriormente rejeitamos a regra do retorno esperado porque ela nunca implicou a superioridade da diversificação. [...]

A hipótese MV [Média-Variância] não só implica diversificação, como implica a diversificação “correta” pela “razão correta”. A adequação da diversificação não é vista pelos investidores como dependente apenas do número de ativos em carteira. [...]

Da mesma forma, ao tentar reduzir a variância não basta investir em muitos ativos. É necessário evitar o investimento em ativos com altas covariâncias entre si. Devemos diversificar entre setores porque firmas de diferentes setores, especialmente setores com características econômicas diferentes, possuem menores covariâncias do que firmas do mesmo setor.²

¹ Tradução livre de: “Assuming that risk is the quantification of the chance of happening something differently from the expected and return is the expected payoff on the risk of a chosen asset, Markowitz (1952) suggested a new rule of investment called diversification. In this case, the investor chooses several assets, creating a portfolio that tries to reduce the risk among the chosen assets. Those portfolios created following the Markowitz’s diversification theory are called Mean-Variance (MV).”

² Tradução livre de: “Earlier we rejected the expected returns rule on the grounds that it never implied the superiority of diversification. [...] §Not only does the E-V hypothesis imply diversification, it implies the “right kind” of diversification for the “right reason.” The adequacy of diversification is not thought by investors to depend solely on the number of different securities held. [...] §Similarly in trying to make variance small it is not enough to invest in many securities. It is necessary to avoid investing in securities with high covariances among themselves. We

Após Markowitz e a nova teoria de carteiras, uma nova compreensão do que era o risco e de como evitá-lo surgiu. O risco relevante para precificação de ativos financeiros passa a ser compreendido como o risco de mercado – que é sistêmico e afeta todos os ativos indistintamente – e o risco diversificável – que é próprio de cada ativo (BRIGHAM e EHRHARDT, 2016, p. 215). A teoria de Markowitz ofereceu uma ferramenta para minimizar o risco diversificável.

Para os ativos financeiros, um dos riscos é justamente a variação dos preços. Nesse contexto, a volatilidade ganha importância. Sandrini (2007, p. 158), define bem o conceito:

[...] A volatilidade está relacionada às oscilações de preço dos ativos. A estimação de uma alta volatilidade é a estimação de alta variação nos retornos, ou seja, o alto potencial de movimento dos preços.

Um ativo com alta volatilidade é um ativo com grande variação no preço. Essas mudanças podem ser positivas ou negativas. É no intuito de compreender e minimizar as mudanças negativas que o estudo da volatilidade se concentra.

Um dos modelos mais populares de mensuração do risco, o Value at Risk (VaR), utiliza medidas de volatilidade para funcionar. Conforme Maia et. al. (2016, p. 25): no “Value at Risk, a única variável não observada é a volatilidade da carteira ou do ativo. É então necessária sua estimação usando modelos econométricos”.

Medidas de volatilidade também são usadas para a escolha de carteiras. A fronteira de média-variância de Markowitz, por exemplo, utiliza a variância – que é uma medida da volatilidade – nos cálculos. Iquiapaza et. al. (2016, p. 8-9) apresentam a carteira de timing de volatilidade, originalmente proposta por Kirby e Ostdiek (2012, *apud* IQUIPAZA et. al., 2016), e que também considera medidas de volatilidade no seu cálculo.

should diversify across industries because firms in different industries, especially industries with different economic characteristics, have lower covariances than firms within an industry”.

Dada a necessidade de mensurar a volatilidade, a questão, portanto, é encontrar o método mais adequado. Existem três enfoques principais: o histórico, o estatístico e o implícito (PINHO et. al. 2007, p. 11).

2.1 Volatilidade histórica

De acordo com Pinho et. al. (2007, p. 13), temos dois modelos de mensuração da volatilidade histórica: o desvio padrão e a média móvel.

Sobre o desvio padrão, Sandrini (2007, p. 160) registra:

[...]o cálculo do desvio padrão histórico é simples, basta que para isso, tenha-se uma amostra histórica de cotações dos retornos dos ativos. A idéia é utilizar a própria distribuição empírica dos retornos passados ou carteira de ativos, para que a mesma reproduza a verdadeira distribuição.

O método é robusto a distribuições de cauda pesadas, mas baseia-se em uma única realização do processo gerador dos dados (uma única trajetória de preços é observada na prática). Necessita-se, então, da hipótese de que os retornos são independentes e identicamente distribuídos, exigindo-se, portanto, que a distribuição permaneça estável ao longo do tempo. É uma alternativa à não normalidade do retorno de uma determinada série financeira.

O principal problema do uso do desvio padrão é a igualdade de peso entre todas as observações da amostra, o que pode gerar uma memória persistente do risco e superestimá-lo em certas situações (PINHO et. al., 2007, p. 13). Para superar este problema utiliza-se a média móvel simples que consiste em utilizar *“médias móveis com pesos fixos para todas as observações utilizadas em determinada janela”* (PINHO et al., 2007, p. 13). Mas a utilização da média móvel não resolve totalmente os problemas:

[...] Devido à fixação da janela de dados os efeitos dos choques são registrados com defasagens e ainda, permanecem por um período de tempo mais longo que o seu fim. Em consequência disto, obtêm-se estimações menos realistas da volatilidade atual. [PINHO et. al., 2007, p. 13]

2.2 Volatilidade estatística

Os métodos de cálculo da volatilidade pelo enfoque estatístico compreendem modelos paramétricos mais sofisticados que os históricos e desenvolvidos para enfrentar problemas dos dois métodos de mensuração da volatilidade histórica.

Pinho et. al. (2007, p. 13) arrolam como primeiro método do enfoque estatístico a média móvel exponencial ponderada, desenvolvida para superar os problemas do uso de médias móveis simples. Segundo os autores:

[...] A diferença entre estes modelos é que o primeiro considera pesos iguais para as observações dentro de uma mesma janela, já no segundo, esta restrição é quebrada. Isto possibilita captar as características dinâmicas da volatilidade. [2007, p. 13]

O segundo método do enfoque estatístico engloba todos os modelos da chamada família ARCH (heterocedasticidade condicional autoregressiva). Segundo Sandrini (2007, p. 160):

Engle (1982) desenvolveu o modelo ARCH (*autoregressive conditional Heteroskedacity*), para prever a volatilidade. Existem algumas situações em que a variância do termo do erro não é uma função de uma variável explicativa, mas varia ao longo do tempo, de forma que essa depende da magnitude dos erros no passado. Nessas situações, muitas vezes há evidência de uma aglomeração de erros grandes e pequenos. Ao se modelar séries financeiras, por exemplo, é possível que se encontrem períodos de grande volatilidade (erros elevados) e períodos de baixa volatilidade. Portanto, há um tipo de heterocedasticidade, presente nestas situações, que faz com que a variância do erro da regressão se torne dependente da volatilidade dos erros do passado (PINDYCK e RUBINFELD, 2004).

O modelo ARCH é caracterizado por uma segunda equação de regressão que relaciona a variância do termo de erro à volatilidade. A segunda equação *“possui dois componentes: a constante e as inovações do último período com respeito a volatilidade, a qual é modelada com o resíduo quadrado do último período (o termo ARCH)”* (SANDRINI, 2007, p. 160). O modelo resolve

alguns problemas dos enfoques históricos, como a atribuição de pesos idênticos para todas as observações.

A partir do modelo ARCH diversas variações foram elaboradas. Uma generalização do modelo, chamada GARCH (heterocedasticidade condicional autoregressiva generalizada), foi elaborada por Bolleslev (1986, *apud* SANDRINI, 2007, p. 161). Sandrini (2007, p. 161) registra que:

No caso do modelo GARCH, a variância do termo de erro tem três componentes: uma constante, a volatilidade do último período (o termo ARCH) e a variância do último período (o termo GARCH). Pode-se ter qualquer número de termo ARCH e GARCH.

ARCH e GARCH não consideram a assimetria dos retornos positivos e negativos na volatilidade (MAIA et. al., 2016, p. 26). Para resolver essa situação a variante EGARCH (GARCH exponencial) foi desenvolvida:

[...] o modelo EGARCH captura a assimetria inerente à volatilidade dos retornos de ativos financeiros, isto é, choques negativos geram efeitos diferentes e maiores do que choques positivos. [MAIA et. al., 2016, p. 26]

Esses três modelos podem ser considerados os principais da família ARCH, mas existem diversos outros desenvolvidos para enfrentar problemas específicos. Pinho et. al. (2007, p. 15-16) citam vários. Dignos de nota são o IGARCH (GARCH integrado), similar à média móvel exponencial; o GJR-GARCH (GARCH de Glosten, Jagannathan e Runkle), similar ao EGARCH mas que utiliza dummies para modelar as diferenças entre choques negativos e positivos; e o FI-GARCH (GARCH com integração fracionária), que captura a persistência da volatilidade.

Além dos modelos da família ARCH, existem os modelos de volatilidade estocástica (MVE):

O modelo de volatilidade estocástica (MVE), proposto por Taylor (1980) é mais flexível para modelar séries temporais no sentido de quebrar esta hipótese [que a equação da variância está condicionada por um conjunto de informações passadas e não por uma variável aleatória

ou uma nova distribuição de probabilidade] e assumir dois processos para os ruídos: um para as observações e outra variável aleatória para modelar as variâncias latentes. [PINHO et. al., 2007, p. 17]

2.3 Volatilidade implícita

A volatilidade implícita é a obtida a partir das opções de um ativo. Ela é calculada utilizando o modelo de apreçamento de opções de Black & Scholes. A volatilidade implícita é o valor que permite que o preço teórico do modelo seja igual ao preço de mercado.

A volatilidade implícita não possui um lastro de observações passadas. Pfützenreuter (2008, p. 110) afirma que a “*volatilidade implícita é a volatilidade futura que o mercado estima*”. Já Gabe e Portugal (2004, p. 48) afirmam que:

[...] A volatilidade implícita contém a crença dos participantes do mercado sobre futuros eventos e incorpora informações que não são estritamente históricas, tal como a publicação, num futuro próximo de novos indicadores de política econômica.

Vicente e Guedes (2010, pp. 51-52) resumizam a forma de obtenção da volatilidade implícita:

Uma forma alternativa aos métodos econométricos para se obter informações sobre a volatilidade de um ativo consiste em analisar o mercado de opções. O prêmio de uma opção é função direta da volatilidade do ativo. Como o prêmio é observável, podemos, a partir deste, extrair a volatilidade.

Para tal é necessário o uso de algum modelo de apreçamento. O mais famoso deles é sem dúvida o modelo de Black & Scholes (BS) (1973). O modelo de apreçamento de opções de BS consiste em equações que visam obter o preço justo das opções via argumentos de não-arbitragem. O prêmio em t para uma opção europeia vencendo em T , é calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$C_t = S_t N(d_1) - K e^{-r_f T} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

Onde C_t é valor teórico de uma opção de compra, S_t é preço do ativo-objeto, K é preço de exercício da opção, $\tau = T - t$ é o tempo até o vencimento, σ é a volatilidade, r_f é a taxa livre de risco e N é a função cumulativa normal padrão. A volatilidade implícita (VI) em τ é simplesmente o valor da constante σ que faz o preço teórico da *call* igual ao preço de mercado.

[...]

Entretanto, embora o modelo de apreçamento tenha uma forma analítica, não temos uma solução fechada expressando a volatilidade em função do preço do ativo. Para solucionar este problema, foi utilizado o método numérico de Newton.

A Hipótese dos Mercados Eficientes (HME) prescreve que o preço contém toda a informação relevante de um dado ativo. A busca de provas empíricas da HME gerou diferentes testes que subdividem a hipótese em três formas. Segundo Fama (1970, p. 414):

[...] Testes da *Forma Forte* investigam se investidores individuais ou grupos de investidores possuem acesso monopolístico a qualquer informação relevante para a formação de preços. Não se deve esperar que tal modelo extremo seja a descrição exata da realidade. Ele deve ser compreendido como um referencial contra o qual os desvios da eficiência de mercado podem ser avaliados. Nos testes da menos restritiva *Forma Semi Forte*, o conjunto informacional de interesse inclui toda a informação de domínio público disponível; já nos testes da *Forma Fraca*, o conjunto informacional é apenas a série histórica de preços ou retornos³.

Aceitando ao menos das formas da HME e entendendo que a volatilidade implícita é formada pelos participantes do mercado e reflete suas

³ Tradução livre de: “[...] *Strong-form* tests are concerned with whether individual investors or groups have monopolistic access to any information relevant for price formation. One would not expect such an extreme model to be an exact description of the world, and it is probably best viewed as a benchmark against which the importance of deviations from market efficiency can be judged. In the less restrictive *semi-strong-form* tests the information subset of interest includes all obviously publicly available information, while in the *weak form* tests the information subset is just historical price or return sequences”.

expectativas para o futuro, poder-se-ia concluir que a volatilidade implícita seria a melhor estimativa para a volatilidade. Essa possível conclusão foi objeto de diversas pesquisas.

Em estudo sobre o mercado de opções do índice S&P 100 dos Estados Unidos, Canina e Figlewski (1993, p. 659) afirmaram que *“para opções do índice S&P 100, o contrato mais negociado nos Estados Unidos, nós concluímos que a volatilidade implícita é um previsor pobre da subsequente volatilidade realizada”*⁴. Christensen e Prabhala (1998, p. 148), estudando o mesmo mercado, porém com abordagem diferente, concluíram que *“a volatilidade implícita prevê a volatilidade realizada futura isoladamente e em conjunto com o histórico da volatilidade realizada passada”*⁵. Já Fleming (1998, p. 341), por seu turno, afirmou que *“apesar do viés da volatilidade implícita, um modelo linear utilizando apenas ela aparenta entregar uma previsão de qualidade da volatilidade ex post. A volatilidade implícita é eficiente em relação aos seus erros de previsão passados [...]”*⁶.

Aguilar (1999, p. 18), analisando o mercado sueco de opções de câmbio, concluiu que a volatilidade implícita tinha melhor poder preditivo que modelos GARCH para dois pares de moedas e pior para outros dois.

Claessen e Mitnick (2002, p. 16), em estudo de opções do índice DAX da Alemanha, constataram que a *“[...] volatilidade implícita é um estimador viesado, porém altamente informador, da volatilidade futura. Além disso, volatilidades implícitas são informacionalmente eficientes em relação a outras fontes de informação sobre volatilidade histórica”*⁷.

⁴ Tradução livre de: “[...] for S&P 100 index options, the most actively traded contract in the United States, we find implied volatility to be a poor forecast of subsequent realized volatility”.

⁵ Tradução livre de: “[...] implied volatility does predict future realized volatility in isolation as well as in conjunction with the history of past realized volatility”.

⁶ Tradução livre de: “Despite the implied volatility’s bias, a linear model using only the implied volatility appears to deliver a quality forecast of ex post volatility. The implied volatility is efficient with respect to its past forecast errors [...]”

⁷ Tradução livre de: “[...] implied volatility is a biased but highly informative predictor for future volatility. Moreover, implied volatilities are informationally efficient relative to other historic volatility information sources”.

Shu e Zhang (2003, p. 1) analisaram as opções do índice S&P 500 e concluíram que *“quando a volatilidade implícita e a histórica são utilizadas para prever a volatilidade realizada, encontramos que a volatilidade implícita tem melhor desempenho que a volatilidade histórica e até mesmo resume a informação da volatilidade histórica”*⁸.

Birkelund et. al. (2015, p. 294) estudaram o mercado de energia nórdico e concluíram que *“o índice de volatilidade é um estimador viesado da volatilidade realizada observada”*⁹.

Para o caso brasileiro, Andrade e Tabak (2001, p. 19), estudando o mercado de opções dólar/real, concluíram que *“[...] é válido acompanhar a volatilidade implícita dólar-real para inferir a volatilidade futura já que as previsões que usam apenas os retornos passados não são ótimas no sentido de que não incorporam toda a informação pública disponível”*¹⁰.

Gabe e Portugal (2004, p. 71), analisando opções da antiga Telemar, registraram:

Os resultados das regressões do poder de previsão refutam a hipótese da volatilidade implícita, apurada através da fórmula de *Black-Scholes*, ser o melhor previsor da volatilidade futura, pois seus coeficientes não são estatisticamente significantes. Entretanto, os modelos da família GARCH explicam em torno de 55% da volatilidade realizada ao longo do tempo de vida da opção. Aliado a isto, o modelo FIGARCH é eficiente e não viesado.

Por seu turno, Vicente e Guedes (2010, p. 63), estudando opções da Petrobrás, concluíram que *“o uso da volatilidade implícita das opções OTM [fora do dinheiro] mostrou possuir maior correlação com a volatilidade futura do*

⁸ Tradução livre de: “When both implied volatility and historical volatility are used to forecast realized volatility, we find implied volatility outperforms historical volatility and even subsumes information of historical volatility”.

⁹ Tradução livre de: “The volatility index is a biased predictor of the observed realized volatility”.

¹⁰ Tradução livre de: “[...] it is worth tracking dollar-real implied volatility in order to infer about future volatility, since forecasts that only use past returns are non-optimal, in the sense that they do not incorporate all public information available”.

que a volatilidade histórica". Os autores concluíram que o uso da volatilidade implícita seria melhor que o uso de dados passados para previsão (2010, p. 64).

Em estudo sobre o mercado de opções de boi gordo, Souza et. al. (2012, p. 46) concluíram que *"[...] a volatilidade implícita era um previsor da volatilidade realizada dos preços futuros de curto prazo não-robusto e ineficiente, com viés sistemático"*. Utilizando o mercado de opções de soja, Souza et. al. (2013, p. 272) verificaram que *"a avaliação das previsões demonstra que a volatilidade implícita tem maior grau de eficiência para estimar a volatilidade realizada de curto prazo. A estimativa simples (naïve) é mais eficiente para prever a de longo prazo"*.

Cerqueira et. al. (2014) analisaram o cone de volatilidade de opções da Petrobrás e da Vale. O cone de volatilidade se origina das distribuições da volatilidade para diversos períodos de tempo e recebe esse nome pelo fato de o gráfico resultante ter o formato de cone em razão de a volatilidade implícita apresentar maior amplitude no curto prazo (CERQUEIRA et. al., 2014, p. 76). A conclusão foi que *"nos momentos em que a volatilidade implícita esteve negociada em níveis muito altos ou muito baixos, foi evidenciado que a volatilidade implícita é um previsor da volatilidade realizada e que nestes casos, o mercado de opções não é inteiramente eficiente"* (CERQUEIRA et. al., 2014, p. 90).

Percebe-se que não há uma unanimidade entre os estudos. A depender da metodologia, da época e do mercado analisado as conclusões podem variar. A questão sobre o poder preditivo da volatilidade implícita ainda se mantém atual.

3 ÍNDICE DE VOLATILIDADE

A superioridade da capacidade preditiva da volatilidade implícita não é uma unanimidade. Isso fica evidente pelos estudos citados no capítulo anterior. Entretanto, como os mesmos estudos evidenciam, há situações em que ela é um bom preditor da volatilidade futura.

Em um mercado altamente competitivo como o financeiro, qualquer pequena vantagem pode fazer grande diferença. Portanto, há interesse pelo acompanhamento da volatilidade implícita. Como afirma Whaley (1993, p. 71): *“a volatilidade esperada do mercado é um elemento de informação crítico para muitas decisões de investimento”*¹¹.

Brenner e Galai (1989, p. 61) sugeriram a criação de um índice que acompanhasse a volatilidade do mercado:

Enquanto existem ferramentas eficientes para proteção contra mudanças na direção do mercado, até o momento não existem ferramentas efetivas para proteção contra mudanças na volatilidade. Nós, portanto, propomos a construção de três índices de volatilidade com os quais opções e contratos futuros, resolvidos apenas em dinheiro, possam ser comercializados. Um índice retrataria a volatilidade do mercado acionário, o segundo a volatilidade do mercado de títulos de dívida e o terceiro a volatilidade do mercado de câmbio. [...]

Nosso índice de volatilidade, que será chamado de Sigma Index (SI), seria atualizado frequentemente e utilizado como ativo base para contratos futuros e opções. Há muitos modos de se construir um índice como esse. Ele poderia ser baseado no desvio padrão de observações históricas (com maior peso para as observações recentes). Ele poderia ser baseado na volatilidade implícita de opções recém comercializadas. Ou poderíamos usar uma combinação de volatilidade histórica e implícita para um equilíbrio entre as tendências de longo e curto prazos.

É fato que nenhum índice de volatilidade pode representar a exposição à volatilidade de todos os participantes do mercado. Logo, nenhuma opção ou contrato futuro de volatilidade pode oferecer a proteção perfeita para todos. Mas, como várias medidas de

¹¹ Tradução livre de: “Expected market volatility is a critical piece of information to many investment decisions”

volatilidade são altamente correlacionadas, acreditamos que a maioria dos usuários potenciais encontraria utilidade em derivativos de um índice de volatilidade, mesmo que o índice não se encaixe perfeitamente em suas necessidades.¹²

Os mesmos autores, em trabalho sobre a mesma temática de 1993, se convenceram de que o melhor índice seria o construído a partir da volatilidade implícita (p. 55):

Um índice de volatilidade deve ser atualizado frequentemente, então, a volatilidade histórica não é uma boa candidata para nosso índice. As mudanças produzidas na continuidade da volatilidade histórica pela adição ou retirada de uma observação diária ou até mesmo horária são bem pequenas¹³.

Para atender o interesse do mercado, em 1993 a Chicago Board Options Exchange (CBOE) passou a divulgar o Volatility Index (VIX), calculado a partir da volatilidade implícita de opções OEX sobre o índice S&P 100 (CBOE, 2019, p. 3).

¹² Tradução livre de: “While there are efficient tools for hedging against general changes in overall market directions, so far there are no effective tools available for hedging against *changes* in volatility. [...] We therefore propose the construction of three volatility indexes on which cash-settled options and futures can be traded. One index would depict volatility in the equity market, the second volatility in the bond market and the third volatility in the foreign exchange market. [...] §Our volatility index, to be named Sigma Index (SI), would be updated frequently and used as the underlying asset for futures and options. There are many ways to construct such an index. It could be based on the standard deviation obtained from historical observations (with more weight given to recent observations). It could be based on implied volatilities from options that have just traded. Or we could use a combination of historical and implied volatilities to provide some balance between long and short-run trends. §Admittedly, no volatility index can represent the volatility exposures of all market participants. Therefore, no volatility option or futures can provide a perfect hedge for all. But, because various volatility measures are highly correlated, we believe that most potential users would find the instruments on a volatility index useful, even if the index does not perfectly match their needs”.

¹³ Tradução livre de: “A volatility index must be updated frequently, so historical volatility is not a good candidate for our index. The changes in rolling historical volatility produced by adding and deleting one observation per day, or even hourly, are quite small”.

3.1 O índice VIX

De acordo com Whaley (1993, p. 72), a primeira versão do VIX é baseada na volatilidade implícita de oito opções no dinheiro dos vencimentos próximo (dia de exercício mais próximo do dia corrente) e seguinte (dia de exercício imediatamente posterior ao próximo). O índice é construído de maneira a representar, em qualquer momento, a volatilidade implícita de uma opção hipotética no dinheiro com trinta dias para o vencimento.

A importância de a opção ser no dinheiro reside em duas razões:

[...] Primeiro, significa que o índice é baseado nas séries de opções OEX mais negociadas, que são as no dinheiro. Segundo, significa que o índice de volatilidade se move de modo quase linear em relação aos movimentos induzidos pela volatilidade dos preços das opções OEX¹⁴ [WHALEY, 1993, p. 72].

Além disso, a manutenção constante dos trinta dias visa minimizar os efeitos da diferença de volatilidade implícita entre as opções mais próximas e mais distantes do vencimento (WHALEY, 1993, p. 72).

Whaley (1993, p. 73) destacou a correlação inversa entre o VIX e o mercado:

Surpresas políticas e econômicas fazem com que os investidores esperem maior volatilidade no futuro e pressionem para cima os preços das opções OEX em relação ao valor do índice no qual a opção OEX é baseada. O VIX está apenas refletindo a atual expectativa do mercado sobre a volatilidade esperada. [...] VIX e OEX tendem a se mover em direções opostas. Há razão para isso. Se a volatilidade esperada pelo mercado aumenta, os investidores demandarão retorno maior nas ações e, logo, os preços das ações irão cair.¹⁵

¹⁴ Tradução livre de: “[...] First, it means that the index is based on the most actively traded OEX option series, which are the at-the-money series. Second, it means that the volatility index moves approximately linearly with volatility-induced movements in the underlying OEX option prices”.

¹⁵ Tradução livre de: “Unexpected economic and political news causes investors to expect increased future volatility, and to bid up the prices of OEX options relative to the value of the underlying OEX index. VIX is merely reflecting the market’s current thinking about expected volatility. §[...] VIX and OEX tend to move in opposite directions. This stands to reason. If

Como registram Obayashi et. al. (2017, p. 2), essa relação ainda é identificada:

Ainda que não exista condição matemática obrigando a volatilidade a ser direcionalmente correlacionada com retornos positivos ou negativos, períodos de perdas expressivas são, historicamente, associados com alta volatilidade nos dados¹⁶.

Edwards e Lazzara (2014, pp. 1-3) também registram essa correlação negativa e destacam que ela se acentua nos momentos extremos. É bem provável que essa correlação tenha contribuído para que o VIX ficasse conhecido como o “indicador de medo” (*fear gauge*) de Wall Street (EDWARDS e PRESTON, 2017, p. 1).

Em 2003 a metodologia do VIX foi modificada para melhor refletir as condições presentes do mercado. O índice passou a estimar a volatilidade implícita do índice S&P 500 – no lugar do índice S&P 100 – para um período de 30 dias. Para tanto, são utilizadas opções SPX de compra e venda dos exercícios próximo e seguinte com não menos de 23 e não mais de 37 dias até seu vencimento (CBOE, 2019, p. 5).

Em 2014 uma nova modificação foi introduzida. Opções com vencimento semanal também foram incluídas na fórmula de cálculo do índice. O objetivo foi melhorar o ajuste do VIX ao intervalo de trinta dias que ele busca representar (CBOE, 2019, p. 3).

A CBOE calcula o VIX em tempo real no período que compreende o horário de negociação e o horário de negociação estendido, quando os negócios são feitos fora do pregão da bolsa de valores. O VIX obteve tamanha

expected market volatility increases, investors will demand a higher rate of return on stocks, and hence stock prices will fall.

¹⁶ Tradução livre de: “While there is no mathematical condition forcing volatility to be directionally correlated with positive or negative security returns, periods of pronounced losses have historically been associated with elevated volatility in the data.

importância que, tendo ele como ativo subjacente, em 2004 foram lançados contratos futuros e em 2006 contratos de opção (CBOE, 2019, p. 3).

Hoje a metodologia do VIX é utilizada para acompanhar a volatilidade de diversos ativos (CBOE, 2019, p. 3), como fora sugerido no artigo de Brenner e Galai de 1989 discutido acima.

3.2 Metodologia de cálculo do VIX

A fórmula geral do índice é (CBOE, 2019, p. 5):

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2, \quad (01)$$

onde T é o tempo para expiração; F é o preço futuro do ativo objeto derivado de opções; K_0 é o primeiro preço *strike* abaixo de F ; K_i é o preço *strike* da i -ésima opção fora do dinheiro (*call* se $K_i > K_0$ e *put* se $K_i < K_0$; ambas se $K_i = K_0$); R é a taxa de juros livre de risco; e $Q(K_i)$ é o ponto médio do spread de compra e venda para cada opção com *strike* K_i .

Para a correta aplicação da fórmula (01) é preciso calcular o valor de F , que é o valor futuro do índice subjacente obtido a partir do preço das opções (CBOE, 2019, p. 6) utilizando a seguinte fórmula:

$$F = SP + e^{RT} \times (CP - PP), \quad (02)$$

onde SP é o preço de exercício da opção na qual identificou-se a menor diferença entre o preço de uma *call* e de uma *put* de mesmo *strike*; CP é o preço dessa *call*; PP é o preço dessa *put*; e R e T são os mesmos da fórmula geral.

Também é preciso determinar o valor de ΔK_i da fórmula (01). Utiliza-se a seguinte fórmula (CBOE, 2019, p. 4):

$$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}, \quad (03)$$

onde, K_{i+1} e K_{i-1} são as opções com preços de exercício imediatamente superior e inferior, respectivamente, da opção K_i em uso.

O procedimento para cálculo do índice começa pela conversão do tempo para minutos (CBOE, 2019, p. 5). Em seguida o valor de T é calculado dividindo-se os minutos até o vencimento do exercício pelo total de minutos disponível no ano (CBOE, 2019, p. 5).

O passo seguinte é a seleção das opções. Calcula-se F pela fórmula (02) e, a partir de seu valor, seleciona-se a primeira opção existente com preço de exercício abaixo do valor de F . A partir dessa opção, que é K_0 , serão selecionadas as demais *calls* e *puts* para cálculo do índice (CBOE, 2019, p. 6).

A seleção de *calls* e *puts* deve ser feita considerando as ofertas de compra. Todas as *calls* com preço de exercício acima de K_0 com ofertas de compra maiores que zero são selecionadas até que se chegue a um ponto em que existam duas *calls* consecutivas com ofertas de compra igual a zero. O mesmo procedimento é feito com as *puts*, mas são selecionadas as que possuem preço de exercício abaixo de K_0 . Os preços de exercício de todas as *calls* e *puts* selecionadas serão os valores de K_i da fórmula (01) (CBOE, 2019, p. 6-7).

Para obtenção do $Q(K_i)$ da fórmula (01), coleta-se o ponto médio dos *spreads* de compra e venda de cada opção K_i . No caso de K_0 devem ser consideradas a *call* e a *put*, calculando-se o ponto médio de cada uma e, em seguida, calculando-se a média do resultado obtido (CBOE, 2019, p. 7).

Com todas essas informações é possível calcular σ^2 pela fórmula (01). O valor do índice é dado pela fórmula (CBOE, 2019, p. 3):

$$VIX = \sigma \times 100 \quad (04)$$

O VIX considera opções de vencimento próximo (o dia de exercício mais perto) e seguinte (o dia de exercício imediatamente após o mais perto), então são calculados dois σ^2 : um para o vencimento próximo e outro para o vencimento seguinte. Além disso, o índice busca medir a volatilidade esperada para um intervalo de 30 dias (CBOE, 2019, p. 5), portanto, para obtenção do valor do índice, os dois σ^2 são ponderados pela seguinte fórmula (CBOE, 2019, p. 9):

$$VIX = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \left[\frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2 \sigma_2^2 \left[\frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right\} \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}, \quad (05)$$

onde T_1 e T_2 representam o tempo para expiração dos exercícios próximo e seguinte respectivamente; σ_1^2 e σ_2^2 são os valores da fórmula (01) para os exercícios próximo e seguinte respectivamente; N_{T_1} e N_{T_2} são os minutos até os exercícios próximo e seguinte respectivamente; N_{30} e N_{365} são o número de minutos disponível em um mês e um ano respectivamente.

Com essa metodologia o índice é calculado e divulgado continuamente pela CBOE.

3.3 VIX aplicado ao Brasil

Não existe um índice calculado usando a metodologia do VIX para o mercado brasileiro. O mais próximo que temos é o índice VXEZ, calculado e fornecido pela CBOE, e que acompanha a volatilidade de um ETF de ações brasileiras (CBOE, 2011). O ETF acompanhado é o iShares MSCI Brazil ETF, mantido pela gestora de investimentos BlackRock. Esse ETF não busca replicar o índice IBOVESPA, ele replica um índice da própria BlackRock, o MSCI Brazil 25/50 index (BLACKROCK, 2018, p. S-2).

A alternativa, então, seria tentar aplicar a metodologia VIX utilizando as opções sobre o índice IBOVESPA. As opções sobre o IBOVESPA são opções do tipo europeu (só podem ser exercidas no dia do vencimento), negociadas na B3 e com vencimento sempre na quarta-feira mais próxima do dia quinze do mês. Os contratos são definidos por pontos que são multiplicados pelo valor do IBOVESPA com cada ponto tendo o valor de um real (B3, 2019).

Uma dificuldade para a utilização das opções de IBOVESPA é o fato de o mercado possuir *“relativamente baixa liquidez nas opções sobre o principal índice acionário brasileiro (Ibovespa) e, conseqüentemente, um*

*pequeno número de preços de exercício de opções*¹⁷ (ASTORINO et. al., 2017, p. 5).

Astorino et. al. (2017) propuseram uma adaptação à metodologia VIX, nomeada IVol-Br, para enfrentar os problemas de liquidez e tamanho do mercado de opções sobre o IBOVESPA (2017, pp. 7-8):

1) Nós introduzimos o fator de ajuste j na equação (1) [a fórmula (06) abaixo] para considerar o seguinte: (i) há dias em que apenas uma call ou uma put em K_0 é negociada – Carr & Wu (2006) sempre possuem uma call e uma put –; mais ainda, (ii) nós temos que definir K_0 como a opção com valor de strike mais próximo de $F(t, T_k)$ e, por essa razão, nós temos ou $K_0 > F(t, T_k)$ ou $K_0 < F(t, T_k)$ – Carr & Wu (2006) definem K_0 como a opção com valor de strike imediatamente abaixo de $F(t, T_k)$. [...]

2) Nós expandimos a janela temporal dos preços das opções para o intervalo (15:00, 18:00). Para cada strike, nós utilizamos o último negócio nesse intervalo para sincronizar o preço da opção com o preço de fechamento dos futuros do Ibovespa.

3) Nós apenas calculamos $\sigma_1^2(t)$ e $\sigma_2^2(t)$ se, para cada vértice, há pelo menos 2 negócios envolvendo calls OTM com strikes diferentes e 2 negócios envolvendo puts OTM também com strikes diferentes – isso é feito para evitar erros relacionados à falta de liquidez no mercado de opções. Se em um dado dia apenas um vértice de volatilidade pode ser calculado, supomos que a superfície da volatilidade é plana e o IVol-Br é igual ao vértice calculado. Se ambas volatilidades, próxima e seguinte, não podem ser calculadas, registramos o índice para o dia como ausente¹⁸.

¹⁷ Tradução livre de: “[...] relatively low liquidity in the options over the Brazilian main stock index (Ibovespa) and, consequentially, a low number of option strikes”.

¹⁸ Tradução livre de: “1) We introduce the adjustment factor j in equation (1) to account for the following: (i) there are days when only a call or a put at K_0 is traded – Carr & Wu (2006) have always both a call and a put –; moreover, (ii) we have to define K_0 as the option strike value which is closest to $F(t, T_k)$ and, because of that, we may have either $K_0 > F(t, T_k)$ or $K_0 < F(t, T_k)$ – Carr & Wu (2006) define K_0 as the option strike value immediately below $F(t, T_k)$. [...] §2) We widen the time frame of options prices to the interval [3 pm, 6 pm]. For each strike, we use the last deal in this interval to synchronize the option price with the settlement price of the Ibovespa futures; §3) We only calculate $\sigma_1^2(t)$ and $\sigma_2^2(t)$ if, for each vertex, there are at least 2 trades involving OTM call options at different strikes and 2 trades involving OTM put options also at different strikes – this is done in order to avoid errors associated with lack of liquidity in the options market. If on a given day only one volatility vertex can be calculated, we suppose that the volatility surface is flat and the IVol-Br is set equal to the computed vertex. If both near- and next-term volatilities cannot be calculated, we report the index for that day as missing”.

A fórmula modificada é a seguinte (ASTORINO et. al., 2017, p. 6):

$$\sigma_k^2(t) = \frac{2}{T_k-t} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{r_t(T_k-t)} O_t(K_i) - \frac{j}{T_k-t} \left[\frac{F(t, T_k)}{K_0} - 1 \right]^2, \quad (06)$$

na qual $k = 1$ para o vencimento próximo e $k = 2$ para o vencimento seguinte; $F(t, T_k)$ é o preço futuro do índice IBOVESPA no dia t ; K_0 é a opção com preço de exercício mais próximo de $F(t, T_k)$; K_i é o preço de exercício da i -ésima opção fora do dinheiro (*call* se $K_i > K_0$ e *put* se $K_i < K_0$; ambas se $K_i = K_0$); $\Delta K_i = \frac{1}{2}(K_{i+1} - K_{i-1})$; r_t é a taxa livre de risco do dia t ao dia T_k obtida do fechamento diário dos contratos de futuro de DI; $O_t(K_i)$ é o preço de mercado no dia t da opção com preço de exercício K_i ; e j é o fator de ajuste que pode assumir valores de 0, 1 ou 2.

Além das adaptações já citadas – específicas para o problema do tamanho do mercado –, é preciso registrar que o IVol-Br calculado por Astorino et. al. não segue exatamente a metodologia VIX divulgada pela CBOE. Ele segue a metodologia do “novo” VIX, proposta por Carr & Wu (2009, *apud* ASTORINO et. al., 2017, p. 6). O índice calculado é constantemente divulgado no site do Brazilian Center for Research in Financial Economics (NEFIN/USP).

4 CÁLCULO DO VIX

O nosso cálculo de um índice VIX do índice IBOVESPA utilizou os dados diários de fechamento de pregão divulgados pela B3 no relatório PriceReport e também a relação diária de contratos de opção abertos disponível no sítio eletrônico da B3. O índice foi calculado para os meses de agosto e setembro de 2019.

Foi utilizada, na medida do possível, a metodologia VIX descrita no item 3.2. Em razão dos dados disponíveis e do escopo do presente trabalho, adaptações foram realizadas.

A primeira adaptação foi a contagem do tempo em dias úteis ao invés de minutos. O presente trabalho não objetiva criar uma ferramenta para apoio às negociações no mercado, busca apenas verificar a viabilidade da utilização da metodologia VIX. Portanto, entende-se que não há perda no cálculo de um índice diário. Além disso, os dados utilizados são diários.

A segunda adaptação foi a utilização dos preços do último negócio no lugar dos preços de compra e do ponto médio do *spread* do livro de ofertas. Essa adaptação foi necessária porque o relatório PriceReport da B3 não apresenta os preços de compra e venda do livro de ofertas para as opções do IBOVESPA.

Para demonstrar como aplicamos a metodologia, vamos descrever o cálculo do VIX para o dia 05/08/19. Nesse dia, para o vencimento próximo foram consideradas as *calls* da série H e as *puts* da série T, ambas com vencimento em 14/08/19. A Tabela 1 contém as opções existentes, seus preços de exercício, o número de negócios do dia e o último preço.

Tabela 1

Calls				Puts			
Ticker	Negócios	Último Preço	Strike	Ticker	Negócios	Último Preço	Strike
IBOVH120			120000	IBOVT55			55000
IBOVH116			116000	IBOVT75			75000
IBOVH115			115000	IBOVT7			77000
IBOVH114			114000	IBOVT78			78000
IBOVH113			113000	IBOVT79			79000
IBOVH112			112000	IBOVT800	1	10	80000
IBOVH111	1	26	111000	IBOVT81	1	45	81000
IBOVH110	2	7	110000	IBOVT82			82000
IBOVH109	1	35	109000	IBOVT83			83000
IBOVH108	4	25	108000	IBOVT84			84000
IBOVH107			107000	IBOVT85			85000
IBOVH106	2	128	106000	IBOVT86			86000
IBOVH105	14	226	105000	IBOVT87			87000
IBOVH104	14	300	104000	IBOVT88			88000
IBOVH103	12	653	103000	IBOVT89			89000
IBOVH102	4	853	102000	IBOVT90			90000
IBOVH101	8	1318	101000	IBOVT91			91000
IBOVH100	2	1766	100000	IBOVT92			92000
IBOVH99	12	2380	99000	IBOVT93			93000
IBOVH98			98000	IBOVT94	5	249	94000
IBOVH97			97000	IBOVT95	11	325	95000
IBOVH96			96000	IBOVT96	20	450	96000
IBOVH95	1	5400	95000	IBOVT97	27	700	97000
IBOVH94			94000	IBOVT98	18	866	98000
IBOVH93			93000	IBOVT99	34	1225	99000
IBOVH92			92000	IBOVT100	33	1696	100000
IBOVH91			91000	IBOVT101	10	1900	101000
IBOVH90			90000	IBOVT102	8	2907	102000
IBOVH89			89000	IBOVT103	3	3518	103000
IBOVH88			88000	IBOVT104	4	4500	104000
IBOVH85			85000	IBOVT105	7	5029	105000
IBOVH800			80000	IBOVT106			106000
IBOVH55			55000	IBOVT107			107000
				IBOVT109			109000
				IBOVT120			120000

Fonte: elaboração própria a partir do relatório PriceReport divulgado pela B3.

A partir das opções negociadas no dia, foi selecionado o preço de exercício com a menor diferença, em valor absoluto, entre o preço de fechamento da *call* e da *put*. No dia foi o preço de exercício de 100.000.

A partir desse preço de exercício foi calculado o valor de F pela fórmula (02). Para o cálculo de F , foi utilizada como taxa de juros livre de risco, R , a taxa DI pré divulgada pela B3¹⁹. A taxa é divulgada em base anual, portanto, foi convertida para base diária considerando os dias até o vencimento da opção. O tempo T foi calculado como a razão entre os dias até o vencimento e os dias do ano. Temos então que:

$$F = 100000 + e^{0,001591 \times 0,027778} \times (1766 - 1696)$$

$$F = 100070,0031$$

O preço de exercício logo abaixo do valor de F , que é K_0 , foi 100.000. Em seguida, foram selecionadas todas as *puts* negociadas no dia com preço de exercício abaixo de 100.000 e todas as *calls* com preço de exercício acima de 100.000. A seleção prosseguiu até surgirem dois preços de exercício consecutivos sem negócio no dia. As opções selecionadas estão na Tabela 2.

Tabela 2

Calls			Puts		
Ticker	Último Preço	Strike	Ticker	Último Preço	Strike
IBOVH111	26	111000	IBOVT94	249	94000
IBOVH110	7	110000	IBOVT95	325	95000
IBOVH109	35	109000	IBOVT96	450	96000
IBOVH108	25	108000	IBOVT97	700	97000
IBOVH106	128	106000	IBOVT98	866	98000
IBOVH105	226	105000	IBOVT99	1225	99000
IBOVH104	300	104000			
IBOVH103	653	103000			
IBOVH102	853	102000			
IBOVH101	1318	101000			

Fonte: elaboração própria a partir do relatório PriceReport divulgado pela B3.

¹⁹ A calculadora da taxa está disponível em: http://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/precos-referenciais/taxas-referenciais-bm-fbovespa/

As opções selecionadas são as K_i opções da fórmula geral do VIX, a fórmula (01). E para cada uma delas foi necessário calcular:

$$\frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) ,$$

em que $Q(K_i)$, na ausência do livro de ofertas, foi o preço do último negócio da opção. ΔK_i é a diferença dos preços de exercício das opções imediatamente acima e abaixo de K_i dividido por dois. Para as últimas opções selecionadas, em que só há uma outra opção acima ou abaixo, ΔK_i é apenas a diferença entre os dois últimos preços de exercício. Já e^{RT} foi o mesmo utilizado no cálculo de F . O valor obtido para cada opção está na tabela 3.

Tabela 3

Strike	Resultado
94000	2,81814E-05
95000	3,60127E-05
96000	4,88303E-05
97000	7,44001E-05
98000	9,01747E-05
99000	0,000124993
100000	0,000173108
101000	0,000129209
102000	8,19913E-05
103000	6,15542E-05
104000	2,77379E-05
105000	2,04998E-05
106000	1,70887E-05
108000	3,21516E-06
109000	2,94601E-06
110000	5,78538E-07
111000	2,11031E-06

Fonte: elaboração própria a partir do relatório PriceReport divulgado pela B3.

Os valores da Tabela 3 representam a contribuição de cada opção no cálculo de σ^2 . Eles são somados e utilizados na fórmula (01):

$$\sigma_1^2 = \frac{2}{0,027778} \times 0,00092263 - \frac{1}{0,027778} \times \left[\frac{100070,0031}{100000} - 1 \right]^2$$

$$\sigma_1^2 = 0,06641174$$

O mesmo procedimento foi feito com as opções do exercício seguinte, as *calls* da série I e as *puts* da série U, ambas com vencimento em 18/09/19. O resultado foi $\sigma_2^2 = 0,04245961$.

Com σ_1^2 e σ_2^2 calculados, fizemos a ponderação aplicando a fórmula (05). Como foram considerados dias úteis, a fórmula foi modificada de acordo e o resultado representará a volatilidade esperada do intervalo de 21 dias úteis, não de 30 dias como é o padrão do VIX.

$$VIX = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \left[\frac{N_{T_2} - N_{21}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2 \sigma_2^2 \left[\frac{N_{21} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right\} \times \frac{N_{252}}{N_{21}}} \quad (07)$$

Utilizando os valores obtidos temos que:

$$VIX = 100 \times \sqrt{\left\{ 0,027778 \times 0,06641174 \left[\frac{32 - 21}{32 - 7} \right] + 0,126984 \times 0,04245961 \left[\frac{21 - 7}{32 - 7} \right] \right\} \times \frac{252}{21}}$$

$$VIX = 366,0879$$

Logo, o valor do VIX calculado a partir das opções sobre o IBOVESA no dia 05/08/19, utilizando a metodologia exposta acima, foi de 366,0879.

4.1 Resultados

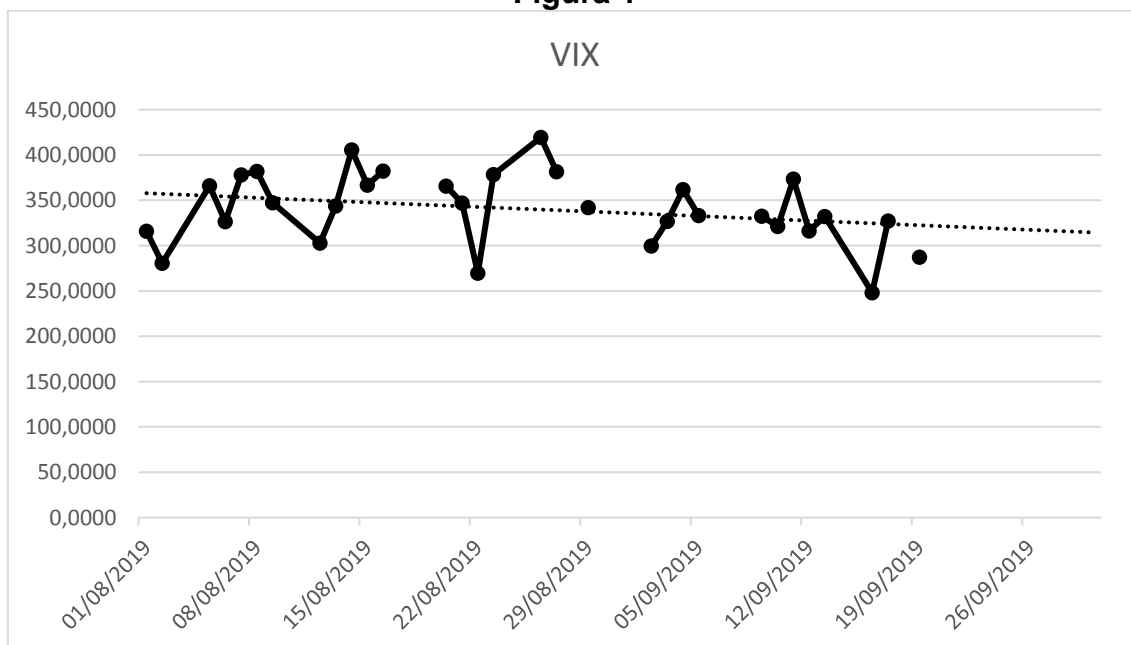
A Tabela 4 e a Figura 1 apresentam os valores do VIX calculados nos meses de agosto e setembro de 2019. Os dias vazios são os dias em que não foi possível calcular o índice em razão da inexistência de negócios com opções do vencimento seguinte. Nesses dias não foi possível calcular σ_2^2 e, portanto, não foi possível calcular o índice pela metodologia adotada.

Tabela 4

VIX			
Dia	VIX	Dia	VIX
01/08/2019	316,0166	30/08/2019	
02/08/2019	280,7081	02/09/2019	299,6767
05/08/2019	366,0879	03/09/2019	326,7933
06/08/2019	326,3519	04/09/2019	361,8415
07/08/2019	378,1564	05/09/2019	333,2695
08/08/2019	381,8061	06/09/2019	
09/08/2019	347,1779	09/09/2019	332,3750
12/08/2019	302,8434	10/09/2019	321,3757
13/08/2019	343,6549	11/09/2019	373,3825
14/08/2019	405,6135	12/09/2019	316,1087
15/08/2019	366,7894	13/09/2019	332,0056
16/08/2019	382,1466	16/09/2019	248,2932
19/08/2019		17/09/2019	327,1058
20/08/2019	365,6350	18/09/2019	
21/08/2019	346,9035	19/09/2019	287,2327
22/08/2019	269,5574	20/09/2019	
23/08/2019	378,3654	23/09/2019	
26/08/2019	419,3883	24/09/2019	
27/08/2019	381,5073	25/09/2019	
28/08/2019		26/09/2019	
29/08/2019	342,1928	27/09/2019	
		30/09/2019	

Fonte: elaboração própria.

Figura 1



Fonte: elaboração própria.

Durante todo o período de cálculo foi verificado que o mercado de opções de IBOVESPA é pequeno. Poucos negócios são feitos por dia e o volume financeiro é reduzido. Isso reduz a gama de opções com as quais se trabalha no cálculo do índice. E após o vencimento de setembro a situação piorou, com as séries K e W com ainda menos negócios, o que impossibilitou o cálculo de σ_2^2 em vários dias.

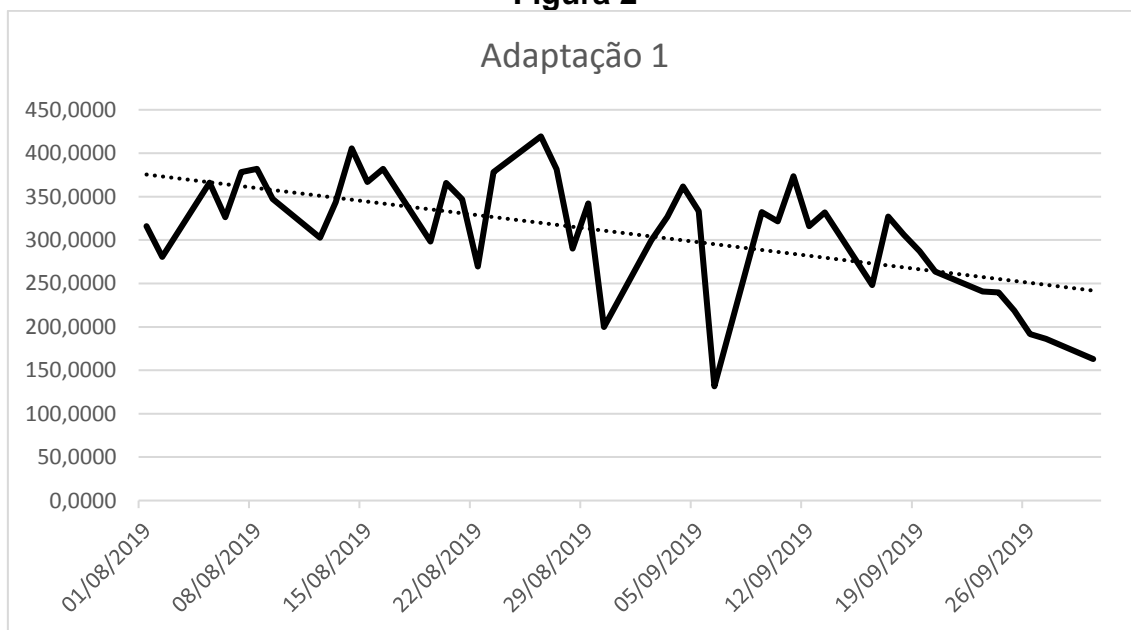
Para ilustrar o quão pequeno é o mercado de opções de IBOVESPA, analisamos os dados do relatório PriceReport do dia 12/08/19. Constatamos que, nesse dia, as quatro séries de opções de IBOVESPA usadas no cálculo do VIX (H, T, I, e U) tiveram 141 negócios, já as mesmas séries de opções de PETR4 tiveram 45.699 negócios.

Como em todos os dias foi possível calcular σ_1^2 , duas adaptações foram testadas. A primeira adaptação consistiu em calcular o índice pela mesma metodologia, mas considerando $\sigma_2^2 = 0$ nos dias em que não foi possível calcular σ_2^2 . Os resultados estão na Tabela 5 e Figura 2.

Tabela 5

Adaptação 1			
Dia	VIX	Dia	VIX
01/08/2019	316,0166	30/08/2019	199,8555
02/08/2019	280,7081	02/09/2019	299,6767
05/08/2019	366,0879	03/09/2019	326,7933
06/08/2019	326,3519	04/09/2019	361,8415
07/08/2019	378,1564	05/09/2019	333,2695
08/08/2019	381,8061	06/09/2019	131,5375
09/08/2019	347,1779	09/09/2019	332,3750
12/08/2019	302,8434	10/09/2019	321,3757
13/08/2019	343,6549	11/09/2019	373,3825
14/08/2019	405,6135	12/09/2019	316,1087
15/08/2019	366,7894	13/09/2019	332,0056
16/08/2019	382,1466	16/09/2019	248,2932
19/08/2019	298,3148	17/09/2019	327,1058
20/08/2019	365,6350	18/09/2019	306,1073
21/08/2019	346,9035	19/09/2019	287,2327
22/08/2019	269,5574	20/09/2019	263,6320
23/08/2019	378,3654	23/09/2019	240,7326
26/08/2019	419,3883	24/09/2019	239,6945
27/08/2019	381,5073	25/09/2019	218,7952
28/08/2019	290,2136	26/09/2019	191,7712
29/08/2019	342,1928	27/09/2019	186,2487
		30/09/2019	163,0258

Fonte: elaboração própria.

Figura 2

Fonte: elaboração própria.

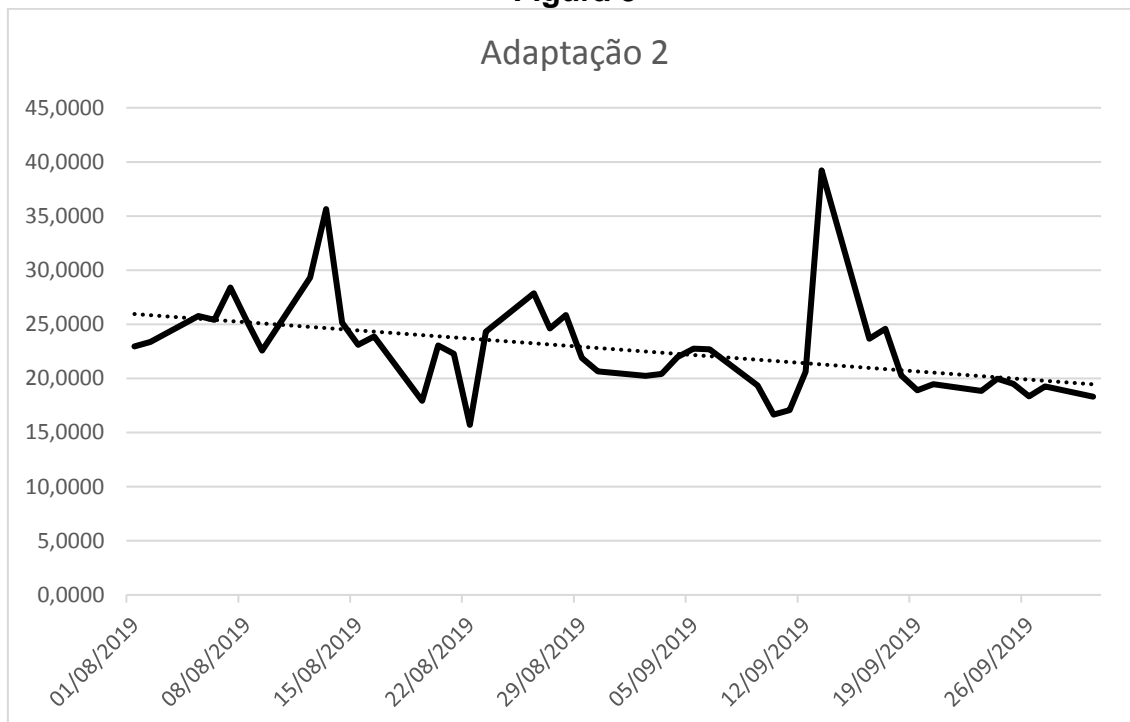
A segunda adaptação consistiu em calcular o índice apenas com σ_1^2 , utilizando a fórmula (04), mais básica, no lugar da fórmula (01). Com essa adaptação, o índice não estará ponderado para representar a volatilidade esperada de 21 dias úteis, ele representará a volatilidade esperada entre o dia do cálculo e o dia de vencimento da série de opções.

Os resultados são apresentados na Tabela 6 e na Figura 3.

Tabela 6

Adaptação 2			
Dia	VIX	Dia	VIX
01/08/2019	22,9633	30/08/2019	20,6575
02/08/2019	23,3629	02/09/2019	20,2355
05/08/2019	25,7705	03/09/2019	20,4000
06/08/2019	25,4139	04/09/2019	21,9713
07/08/2019	28,4047	05/09/2019	22,7392
08/08/2019	25,3892	06/09/2019	22,6924
09/08/2019	22,5764	09/09/2019	19,3446
12/08/2019	29,3114	10/09/2019	16,6565
13/08/2019	35,6432	11/09/2019	17,0614
14/08/2019	25,1431	12/09/2019	20,6322
15/08/2019	23,1003	13/09/2019	39,2169
16/08/2019	23,8644	16/09/2019	23,6625
19/08/2019	17,9175	17/09/2019	24,5804
20/08/2019	23,0328	18/09/2019	20,2725
21/08/2019	22,2654	19/09/2019	18,8912
22/08/2019	15,7094	20/09/2019	19,4564
23/08/2019	24,3229	23/09/2019	18,8441
26/08/2019	27,8767	24/09/2019	19,9745
27/08/2019	24,5970	25/09/2019	19,4918
28/08/2019	25,8543	26/09/2019	18,3515
29/08/2019	21,8942	27/09/2019	19,2511
		30/09/2019	18,3187

Fonte: elaboração própria.

Figura 3

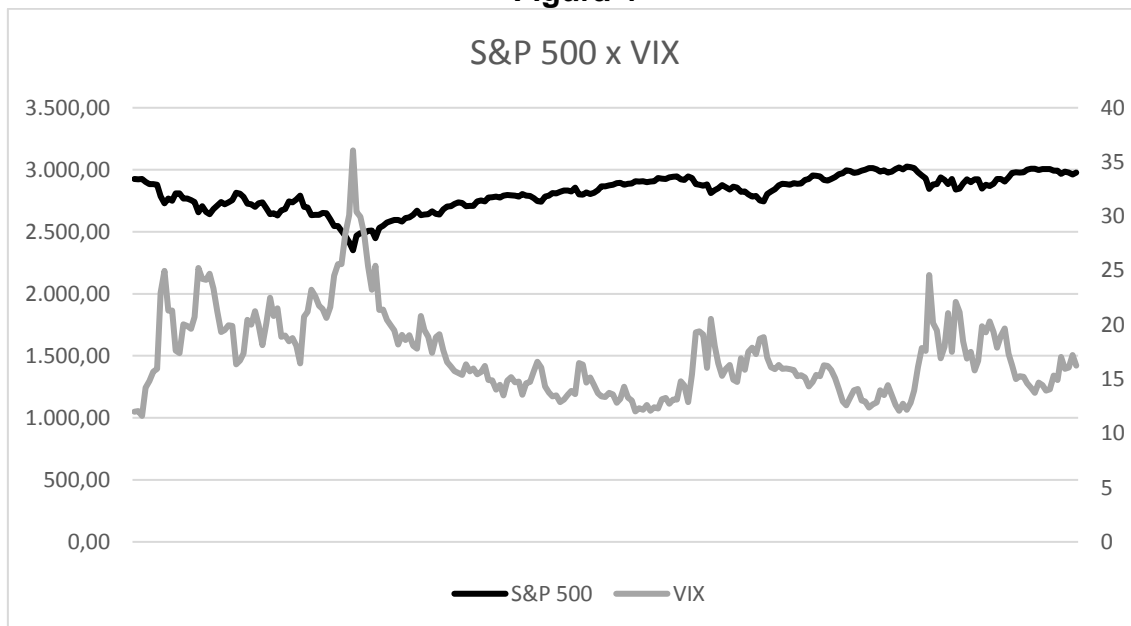
Fonte: elaboração própria.

É possível perceber que a não ponderação pela fórmula (01) gerou picos de volatilidade próximos dos vencimentos das séries de opções, que foram em 14/08/19 e 18/09/19. O trabalho de Whaley (1993), discutido no item 3.1, já alertava para isso.

4.2 Discussão dos resultados

Como registrado no item 3.1, há uma correlação negativa entre o VIX e o índice que ele monitora. Utilizando os dados de 01/10/18 a 30/09/19 dos índices S&P 500 e VIX, podemos encontrar algum indício dessa correlação. A dinâmica dos dois indicadores é ilustrada na Figura 4.

Figura 4



Fonte: elaboração própria a partir de dados do site investing.com.

É possível identificar visualmente alguma correlação negativa, especialmente nos picos do VIX que parecem ocorrer em momentos de queda do S&P 500, entretanto, ela não aparenta ser forte. A correlação dos dados foi de -0,7665.

Optamos por executar regressões com os dados. Entretanto, como o S&P 500 é um índice de ações, possui uma tendência de alta comum aos índices de ações (PFÜTZENREUTER, 2008, p. 81). Para evitar os problemas decorrentes da tendência de uma série temporal que podem surgir na inferência estatística, as regressões foram feitas utilizando a variação dos dados. A regressão foi feita no R e os resultados são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7

S&P 500 x VIX				
	Estimativa	Erro padrão	t	p-valor
Intercepto	0,0006106	0,0003790	1,611	0,108
Varição VIX	-0,0985118	0,0042570	-23,141	<2e-16

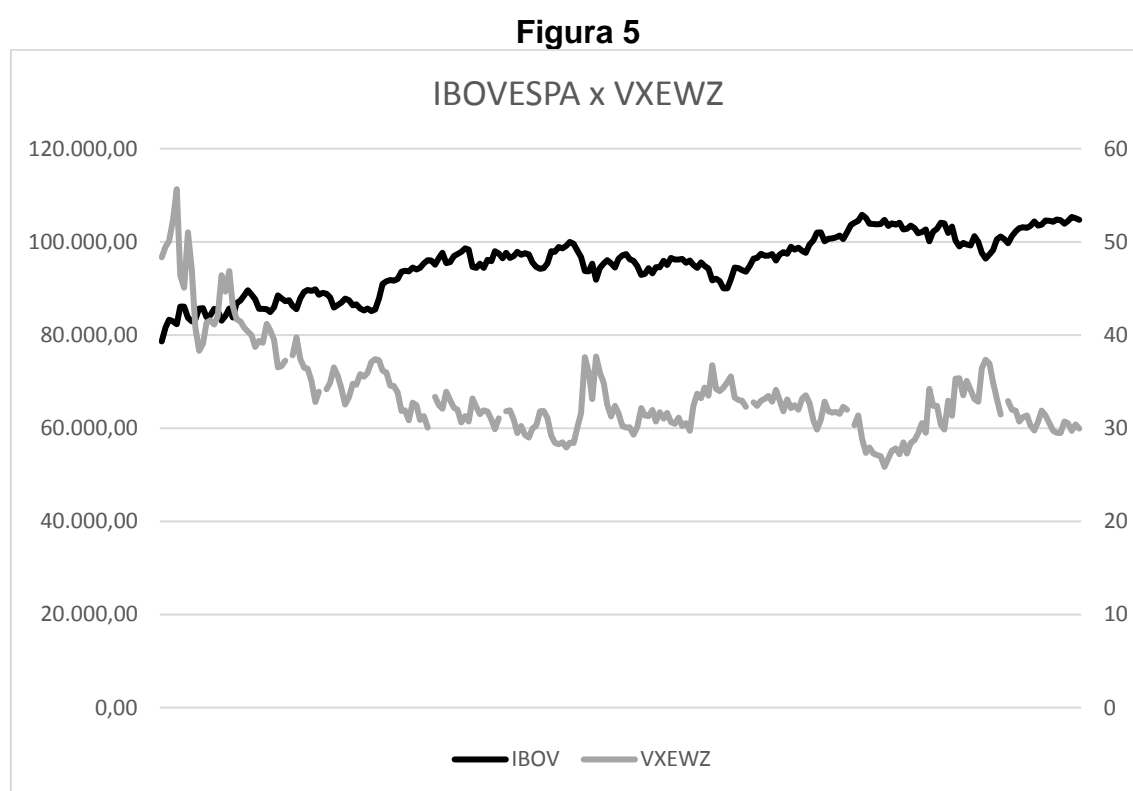
R ²	0,687
----------------	-------

	BP	p-valor	Durbin Watson	DW
Breusch-Pagan	0,044391	0,8331	Durbin Watson	1,9911

Fonte: elaboração própria.

O coeficiente foi estatisticamente significativo, o R2 foi razoavelmente elevado e não há sinais de heterocedasticidade ou autocorrelação. A correlação das variações foi de -0,8292, bem superior ao coeficiente encontrado na regressão, que indicou uma correlação negativa mais fraca. Entretanto, ainda que não muito forte, a correlação negativa entre o S&P 500 e o VIX foi observada.

Como o trabalho calculou o VIX para o IBOVESPA, também analisamos a relação entre o referido índice e o índice VXEWS, apresentado no item 3.3. A dinâmica dos indicadores é ilustrada na Figura 5.



Fonte: elaboração própria a partir de dados do site investing.com (lacunas são feriados dos EUA).

A correlação dos dados foi de -0,8021. Os resultados da regressão das variações são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8

IBOVESPA x VXEWS				
	Estimativa	Erro padrão	t	p-valor
Intercepto	0,0010182	0,0006552	1,554	0,122
Varição VXEWS	-0,1926841	0,0149027	-12,930	<2e-16

R ²	0,4136
----------------	--------

	BP	p-valor		DW
Breusch-Pagan	1,512	0,2188	Durbin Watson	1,9833

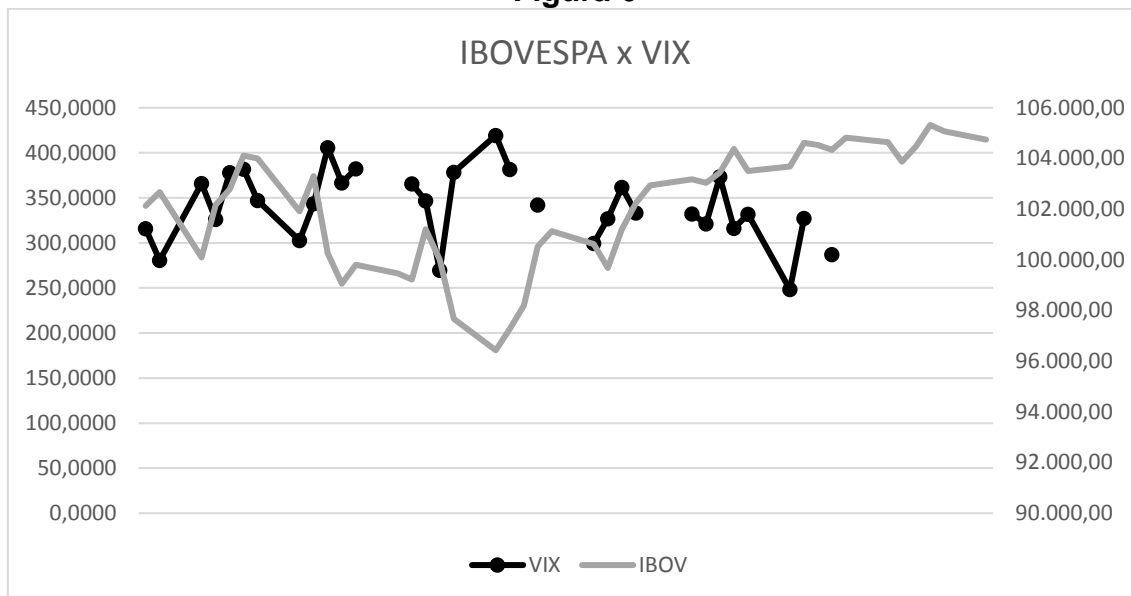
Fonte: elaboração própria.

A regressão identificou uma correlação negativa superior à existente entre o S&P 500 e o VIX, contudo, o R² foi significativamente menor. A correlação das variações foi de -0,6431, também significativamente menor do que a correlação das variações do S&P 500 e do VIX. Esses números significativamente menores não são surpreendentes porque, como discutido no início deste capítulo, o VXEWS não acompanha diretamente o IBOVESPA. Além disso, deve ser considerado o fato de que ele é computado a partir de dados do mercado americano. O fato de os mercados serem diferentes pode ser significativo para os agentes de mercado em função da diferença informacional, institucional, cambial e de diversos outros fatores.

Os mesmos testes feitos comparando o S&P 500 com o VIX e o IBOVESPA com o VXEWS foram feitos com o VIX do IBOVESPA e suas duas adaptações calculadas no item 4.1 deste trabalho.

Apresentamos primeiro os testes do VIX do IBOVESPA calculado. A dinâmica do VIX calculado e do IBOVESPA é ilustrada na Figura 6:

Figura 6



Fonte: elaboração própria com dados deste trabalho e de investing.com.

A ausência de dados do VIX calculado, decorrente dos problemas descritos no item 4.1, torna difícil a identificação de uma correlação negativa visual. A correlação dos dados foi de -0,4794, bem inferior às encontradas nas comparações do S&P 500 com o VIX e do IBOVESPA com o VXEWZ.

Quando as variações foram regredidas, o resultado não foi estatisticamente significativo. Provavelmente em razão do pequeno número de dados do VIX calculado – a variação precisa de duas observações consecutivas para ser gerada. Optamos então por regredir a variação do IBOVESPA contra o VIX calculado e, novamente, o resultado não foi estatisticamente significativo. A terceira tentativa foi a regressão do IBOVESPA contra o VIX calculado.

Tabela 9

IBOVESPA x VIX				
	Estimativa	Erro padrão	t	p-valor
Intercepto	110681,744	3119,069	35,486	<2e-16
VIX	-26,760	9,096	-2,942	0,00635

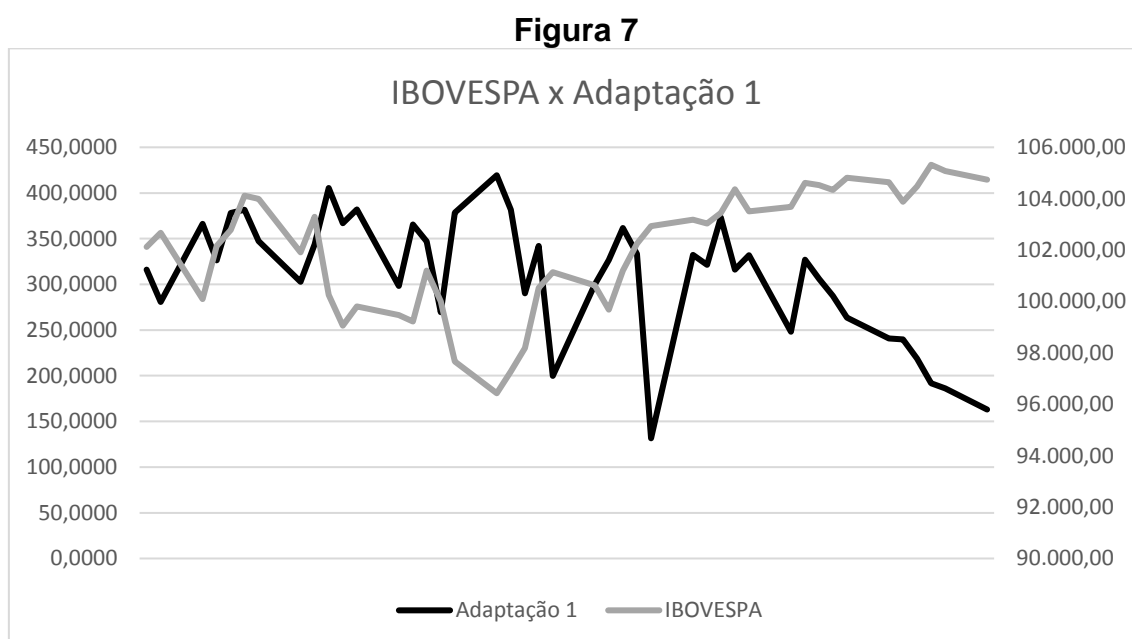
R2	0,2298
----	--------

	BP	p-valor	Durbin Watson	DW
Breusch-Pagan	2,0475	0,1525	Durbin Watson	0,70323

Fonte: elaboração própria.

O coeficiente foi estatisticamente significativo a 99%, entretanto, o R2 foi baixo e a estatística Durbin Watson indica autocorrelação. É bem provável que a tendência do índice IBOVESPA tenha prejudicado a regressão. Conclui-se, portanto, que a ausência de dados decorrente da dificuldade de cálculo do índice prejudica a análise.

Utilizando a Adaptação 1 encontramos a dinâmica ilustrada na Figura 7:



Fonte: elaboração própria com dados deste trabalho e de investing.com.

A correlação dos dados foi de -0,5215, semelhante à encontrada no VIX calculado e também inferior às encontradas nas comparações do S&P 500 com o VIX e do IBOVESPA com o VXEWZ.

Regredindo as variações, os resultados foram semelhantes ao do VIX calculado. A regressão com as variações e a regressão da variação do IBOVESPA contra a Adaptação 1 não foram estatisticamente significantes. A regressão sem a utilização de variações foi estatisticamente significativa, mas o teste Durbin Watson indicou a presença de autocorrelação.

Tabela 10

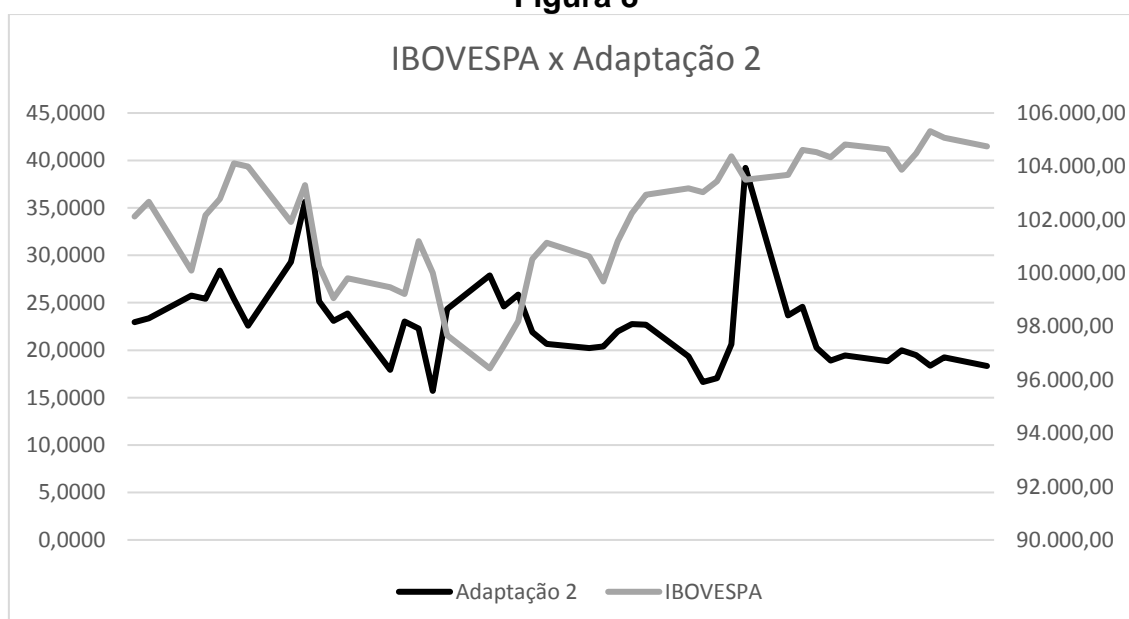
IBOVESPA x Adaptação 1				
	Estimativa	Erro padrão	t	p-valor
Intercepto	107678,360	1473,620	73,071	<2e-16
Adaptação 1	-18,240	4,660	-3,914	0,000335

R2	0,2720
----	--------

	BP	p-valor	Durbin Watson	DW
Breusch-Pagan	1,8851	0,1698	Durbin Watson	0,59492

Fonte: elaboração própria.

Os últimos testes foram com a Adaptação 2. A dinâmica está representada na Figura 8.

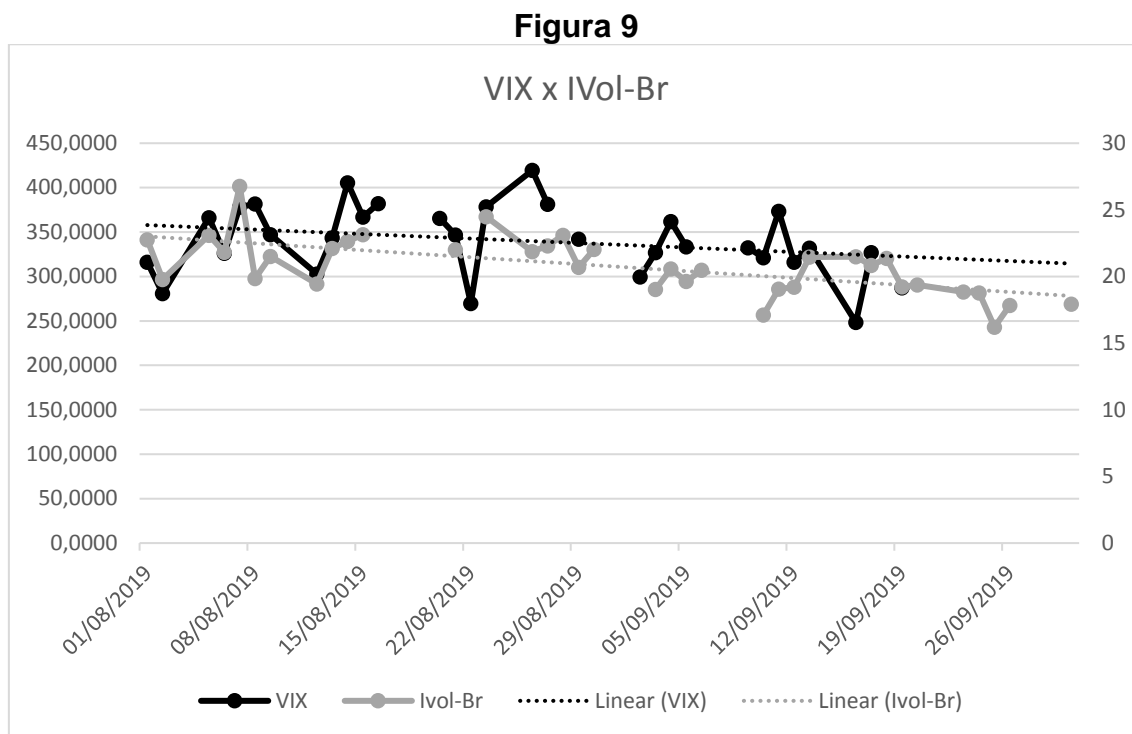
Figura 8

Fonte: elaboração própria com dados deste trabalho e de investing.com.

A análise visual não indica a existência de correlação negativa. A correlação dos dados foi de -0,1809, a menor encontrada. As regressões confirmam a ausência de correlação negativa porque as três utilizadas nas outras comparações não foram estatisticamente significantes neste caso.

O IVol-Br, apresentado no item 3.3, foi desenvolvido para tentar contornar os problemas de baixa liquidez e reduzido tamanho do mercado de

opções de IBOVESPA. A Figura 9 ilustra a dinâmica do IVol-Br no período em que o índice VIX foi calculado neste trabalho.

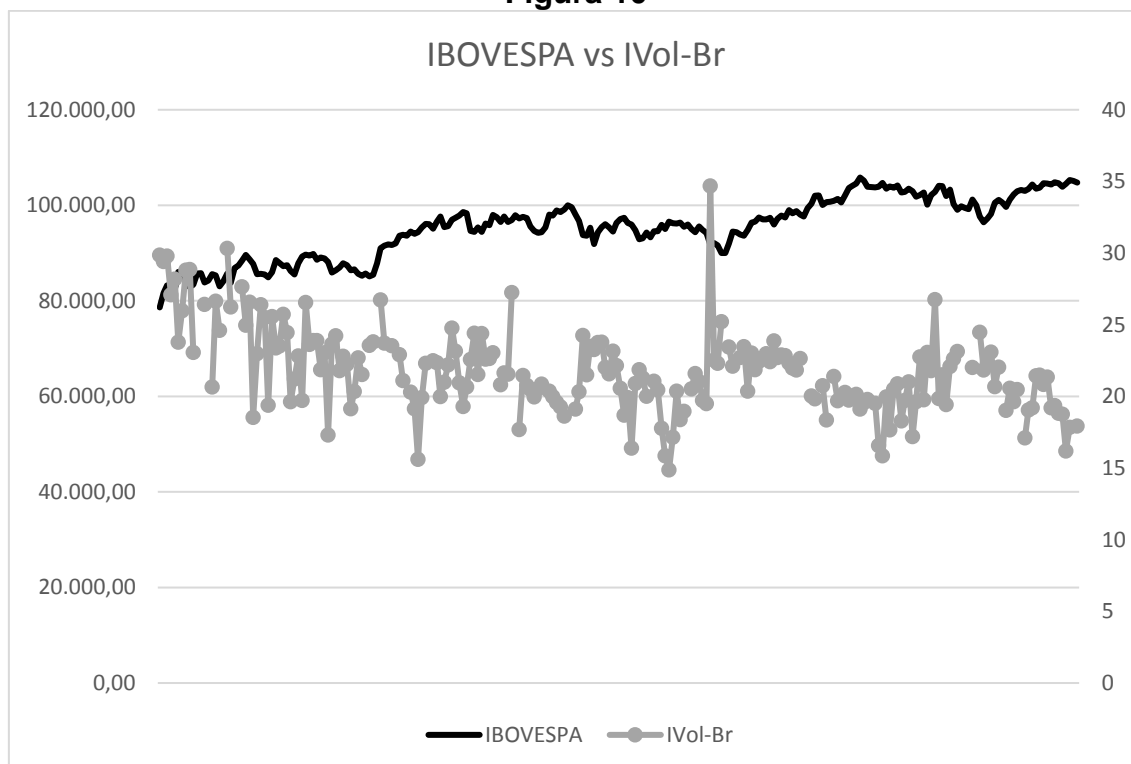


Fonte: elaboração própria com dados deste trabalho e do NEFIN/USP.

Percebe-se que, apesar dos ajustes metodológicos, o IVol-Br ainda contém lacunas decorrentes de dias em que não foi possível calcular o índice. Também merece destaque o fato de que o comportamento dos índices foi parecido, especialmente na primeira quinzena de agosto. A correlação entre os índices foi de 0,4299.

Como existem dados do IVol-Br para um longo período, é possível compará-lo com o IBOVESPA. O período considerado foi de 01/10/18 a 30/09/19, o mesmo utilizado para comparar o S&P 500 com o VIX e o IBOVESPA com o VXEZ.

Figura 10



Fonte: elaboração própria com dados de investing.com e do NEFIN/USP.

A análise visual não indica claramente uma correlação negativa entre os índices. A correlação da amostra foi de -0,5871, um pouco superior à encontrada na comparação entre o VIX calculado neste trabalho e o IBOVESPA, mas ainda inferior à encontrada na comparação entre o VIX e o S&P 500. Os resultados da regressão das variações são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11

IBOVESPA x IVol-Br				
	Estimativa	Erro padrão	t	p-valor
Intercepto	0,0005744	0,0009585	0,599	5,50E-01
Varição IVol-Br	-0,0218866	0,0076896	-2,846	0,004940

R2	0,0433
----	--------

	BP	p-valor	DW
Breusch-Pagan	0,010815	0,9172	1,8866
Durbin Watson			

Fonte: elaboração própria.

A regressão foi estatisticamente significativa e não há problemas de heterocedasticidade ou autocorrelação. Mas o R2 foi pequeno e o coeficiente,

apesar de negativo, também foi pequeno. Não há indicativo de uma correlação negativa que se assemelhe à existente entre o VIX e o S&P 500. Há indícios de que, apesar das adaptações, o IVol-Br também sofre em razão do pequeno mercado de opções de IBOVESPA.

Tendo como parâmetro os resultados encontrados na comparação entre o VIX e o S&P 500, a partir dos testes implementados para comparar o VIX calculado neste trabalho e suas duas adaptações é possível concluir que não há evidência de correlação negativa com o índice IBOVESPA. Como as regressões das variações não foram estatisticamente significantes, também há indícios de que a ausência de dados para o cálculo do índice prejudicou a obtenção de resultados para aferição de sua efetividade.

5 CONCLUSÃO

No presente trabalho analisamos a aplicação da metodologia do índice VIX ao Brasil.

Inicialmente fizemos uma breve exposição sobre o conceito de volatilidade e modos de calculá-lo. Concentramo-nos no enfoque implícito e concluímos que não há evidência conclusiva sobre a capacidade preditiva da volatilidade implícita. Em seguida, apresentamos o índice VIX calculado pela CBOE, destacando, principalmente, a existência de uma correlação negativa entre ele e o índice de ações por ele monitorado.

Apresentamos uma metodologia de cálculo do índice VIX para o mercado brasileiro utilizando opções sobre o índice IBOVESPA. Nossa metodologia buscou seguir a metodologia da CBOE dentro do possível, mas adaptações tiveram que ser feitas. Os resultados do cálculo do VIX a partir das opções do IBOVESPA foram avaliados na busca de uma correlação negativa semelhante à existente entre o VIX e o S&P 500. Dos índices calculados nenhum obteve uma correlação negativa semelhante. Também foi avaliado o índice IVol-Br, criado com adaptações para contornar a baixa liquidez do mercado de opções de IBOVESPA. Mas, apesar de suas adaptações, o IVol-Br também não apresentou uma correlação negativa semelhante à existente entre o VIX e o S&P 500. Há indícios de que os resultados tenham sido afetados pela baixa liquidez e reduzido tamanho do mercado de opções do IBOVESPA.

Podemos, portanto, concluir que a adaptação da metodologia VIX utilizada neste trabalho não obteve a mesma correlação negativa existente entre o índice VIX e o índice S&P 500. Também é possível concluir que a baixa liquidez e o reduzido tamanho do mercado de opções de IBOVESPA prejudicam a aplicação da metodologia VIX ao Brasil.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUILAR, Javiera. GARCH, implied volatilities and implied distributions: an evaluation for forecasting purposes. **Sveriges Riksbank Working Paper Series**, n. 88, 1999. Disponível em: <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/82454/1/wp_088.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2019.

ANDRADE, Sandro Canesso de; TABAK, Benjamin Miranda. Is it Worth Tracking Dollar/Real Implied Volatility? **Banco Central do Brasil - Working Paper Series**, n. 15, mar. 2001. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/4906338_Is_it_Worth_Tracking_DollarReal_Implied_Volatility>. Acesso em: 19 jul. 2019.

ASTORINO, Eduardo Sanchez; CHAGUE, Fernando; GIOVANNETTI, Bruno; SILVA, Marcos Eugênio da. Variance premium and implied volatility in a low-liquidity option market. **Revista Brasileira de Economia**, v. 71, n. 1, p. 03-28, jan./mar. 2017. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbe/v71n1/0034-7140-rbe-71-01-0003.pdf>>. Acesso em: 01 set. 2019.

B3. **Opções sobre Ibovespa.** Disponível em: <http://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/opcoes-sobre-ibovespa.htm>. Acesso em: 03 set. 2019.

BIRKELUND, Ole Henrik; HAUGOM, Erik; MOLNÁR, Peter; OPDAL, Martin; WESTGAARD, Sjur. A comparison of implied and realized volatility in the nordic power forward market. **Energy Economics**, 48, p. 288-294, 2015. Disponível em: <https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/41900387/A_Comparison_of_Implied_and_Realized_Vol20160202-7598-iwz4jf.pdf?response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DA_comparison_of_implied_and_realized_vol.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20191013%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4_request&X-Amz-Date=20191013T030907Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=011231c92333f09037a36037db65000b1683f33f9da1a0cec709610ee67c5c6c>. Acesso em: 19 jul. 2019.

BLACKROCK. **Prospectus: iShares MSCI Brazil ETF | EWZ | NYSE ARCA.** 28 dez. 2018. Disponível em: <<https://www.ishares.com/us/library/stream-document?stream=req&product=WEBXBRZ&shareClass=NA&documentId=925972%7E925966%7E1696398%7E1180063%7E1242905&iframeUrlOverride=%2Fus%2Fliterature%2Fprospectus%2Fp-ishares-msci-brazil-capped-etf-8-31.pdf>>. Acesso em: 03 set. 2019.

BRENNER, Menachem; GALAI, Dan. New financial instruments for hedging changes in volatility. **Financial Analysts Journal**, p. 61-65, jul./ago. 1989. Disponível em: <http://people.stern.nyu.edu/mbrenner/research/FAJ_articleon_Volatility_Der.pdf>. Acesso em: 01 set. 2019.

BRENNER, Menachem; GALAI, Dan. Hedging volatility in foreign currencies. **The Journal of Derivatives**, v. 1, n. 1, p. 53-58, fall 1993. Disponível em: <http://people.stern.nyu.edu/mbrenner/research/JOD_article_of_Vol_Index_Co_mputation.pdf>. Acesso em: 01 set. 2019.

BRIGHAM, Eugene F.; EHRHARDT, Michael C. **Administração financeira: teoria e prática**. 3ª edição. Tradução Noveritis do Brasil, Pólen Editorial e Solange Aparecida Visconti. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

CANINA, Linda; FIGLEWSKI, Stephen. The informational content of implied volatility. **The Review of Financial Studies**, v. 6, n. 3, p. 659-681, 1993. Disponível em: <<http://www.personal.psu.edu/qxc2/fin597/CaninaFiglewski1993.pdf>>. Acesso em: 19 jul. 2019.

CBOE. **White paper CBOE volatility index**. 2019. Disponível em: <http://www.cboe.com/framed/pdf/framed?content=/micro/vix/vixwhite.pdf§ion=SEC_OPTIONS_PRODUCTS&title=VIX+White+Paper>. Acesso em: 28 abr. 2019.

CBOE. CBOE extends its volatility franchise: applies VIX methodology to six active ETFs. **Press Release**. 16 mar. 2011. Disponível em: <<http://ir.cboe.com/press-releases/2011/16-mar-2011b.aspx>>. Acesso em: 03 set. 2019.

CERQUEIRA, R. J.; PINTO, A. C. F.; KLOTZLE, M. C. O cone de volatilidade no mercado de opções brasileiro. **Revista Pensamento Contemporâneo em Administração**, v. 8, n. 2, p. 75-91, 2014. Disponível em: <<http://www.spell.org.br/documentos/ver/31937/o-cone-de-volatilidade-no-mercado-de-opcoes-brasileiro/i/pt-br>>. Acesso em: 18 jul. 2019.

CHRISTENSEN, B. J.; PRABHALA, N. R.. The relation between implied and realized volatility. **Journal of Financial Economics**, 50, p. 125-150, 1998. Disponível em: <<http://www.finance.martinsewell.com/stylized-facts/volatility/ChristensenPrabhala1998.pdf>>. Acesso em: 19 jul. 2019.

CLAESSEN, Holger; MITTNICK, Stefan. Forecasting stock market volatility and the informational efficiency of the DAX index options market. **Center for Financial Studies an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Working Paper**, n. 04, 2002. Disponível em: <https://www.ifk-cfs.de/fileadmin/downloads/publications/wp/02_04.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2019.

EDWARDS, Tim; LAZZARA, Craig J. The landscape of risk. **S&P Dow Jones Indices**, dez. 2014. Disponível em: <https://us.spindices.com/documents/research/research-the-landscape-of-risk.pdf?force_download=true>. Acesso em: 28 abr. 2019.

EDWARDS, Tim; PRESTON, Hamish. A practitioner's guide to Reading VIX. **S&P Dow Jones Indices Education Strategy 201**, dez. 2017. Disponível em: <https://us.spindices.com/documents/education/education-a-practitioners-guide-to-reading-vix.pdf?force_download=true>. Acesso em: 28 abr. 2019.

FAMA, Eugene F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association New York, N.Y. December, 28-30, 1969, p. 383-417, mai. 1970. Disponível em: <<http://efinance.org.cn/cn/fm/Efficient%20Capital%20Markets%20A%20Review%20of%20Theory%20and%20Empirical%20Work.pdf>>. Acesso em: 1 jul. 2019.

FLEMING, Jeff. The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices. **Journal of Empirical Finance**, 5, p. 317-345, 1998. Disponível em: <<http://www.ruf.rice.edu/~jefleming/pub/jef9810.pdf>>. Acesso em: 19 jul. 2019.

GABE, J.; PORTUGAL, M. S. Volatilidade implícita versus volatilidade estatística: um exercício utilizando opções e ações da Telemar S.A.. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 2, n. 1, p. 47-73, 2004. Disponível em: <<http://www.spell.org.br/documentos/ver/23414/volatilidade-implicita-versus-volatilidade-estatistica--um-exercicio-utilizando-opcoes-e-acoes-da-telemar-s-a-i/pt-br>>. Acesso em: 28 abr. 2019.

IQUIAPAZA, R. A.; VAZ, G. F. C.; BORGES, S. L. Portfolio evaluation of volatility timing and reward to risk timing investment strategies: the brazilian case. **Revista de Finanças Aplicadas**, v. 7, n. 2, p. 1-19, 2016. Disponível em: <<http://www.spell.org.br/documentos/ver/42424/avaliacao-de-portfolio-das-estrategias-de-investimento-de-timing-de-volatilidade-e-timing-de-recompensao-risco--o-caso-brasileiro>>. Acesso em: 28 abr. 2019.

MAIA, V. M.; MONTEIRO, I. S.; PINTO, A. C. F.; KLOTZLE, M. C. Modelo de Previsão de Value at Risk Utilizando Volatilidade de Longo Prazo. **Revista Catarinense da Ciência Contábil**, v. 15, n. 45, p. 23-33, 2016. Disponível em: <<http://www.spell.org.br/documentos/ver/42113/modelo-de-previsao-de-value-at-risk-utilizando-volatilidade-de-longo-prazo/i/pt-br>>. Acesso em: 28 abr. 2019.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952. Disponível em: <https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf>. Acesso em: 1 jul. 2019.

OBAYASHI, Yoshiki; MELE, Antonio; DHINGRA, Kshitji. Market timing with implied volatility indices. **S&P Dow Jones Indices Applied Academics**, ago. 2017. Disponível em: <https://us.spindices.com/documents/research/research-market-timing-with-implied-volatility-indices.pdf?force_download=true>. Acesso em: 28 abr. 2019.

PFÜTZENREUTER, Elvis. **Investindo no mercado de opções: aprenda a operar na bolsa de valores com segurança e controle dos riscos**. 1ª edição. São Paulo: Novatec, 2008.

PINHO, F. M.; CAMARGOS, M. A.; FIGUEIREDO, J. M. Uma Revisão da Literatura sobre Modelos de Volatilidade em Estudos Brasileiros. **Revista de Administração FACES Journal**, v. 16, n. 1, p. 9-28, 2017. Disponível em: <<http://www.spell.org.br/documentos/ver/44970/uma-revisao-da-literatura-sobre-modelos-de-volatilidade-em-estudos-brasileiros/i/pt-br>>. Acesso em: 28 abr. 2019.

SANDRINI, G. B. D. Estudo comparativo da capacidade preditiva dos diferentes métodos de estimação da volatilidade. **Revista Ciências Administrativas**, v. 13, n. 1, p. 158-168, 2007. Disponível em: <<http://www.spell.org.br/documentos/ver/38581/estudo-comparativo-da-capacidade-preditiva-dos-diferentes-metodos-de-estimacao-da-volatilidade/i/pt-br>>. Acesso em: 28 abr. 2019.

SHU, Jinghong; ZHANG, Jin E.. **The relation between implied and realized volatility of S&P 500 index**. 2003. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.200.4870&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 19 jul. 2019.

SOUZA, Waldemar Antônio da Rocha de; CARMO FILHO, Manoel Martins do; SANTIAGO, Sandro Breval; ALBUQUERQUE, Eliza Maria Nascimento; MARQUES, Pedro Valentim. Avaliação da eficiência preditiva de volatilidade implícita e de média móvel para os preços futuros de boi gordo do Brasil. **Revista ADM.MADE**, v. 16, n. 2, p. 32-50, 2012. Disponível em: <<http://www.spell.org.br/documentos/ver/9455/avaliacao-da-eficiencia-preditiva-de-volatilidade-implicita-e-de-media-movel-para-os-precos-futuros-de-boi-gordo-do-brasil/i/pt-br>>. Acesso em: 18 jul. 2019.

SOUZA, Waldemar Antônio da Rocha de; MARTINES-FILHO, João Gomes; MARQUES, Pedro Valentim. Uso da estrutura a termo das volatilidades implícitas das opções de soja do CME group para previsões em Mato Grosso. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 51, n. 2, p. 255-274, abr./jun. 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-20032013000200003&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 19 jul. 2019.

VICENTE, J. V. M.; GUEDES, T. S. A Volatilidade implícita contém informações sobre a volatilidade futura? Evidências do mercado de opções de ações da Petrobras. **Brazilian Business Review**, v. 7, n. 1, p. 48-65, 2010. Disponível em: < <http://www.spell.org.br/documentos/ver/7802/a-volatilidade-implicita-contem-informacoes-sobre-a-volatilidade-futura-evidencias-do-mercado-de-opcoes-de-acoes-da-petrobras/i/pt-br>>. Acesso em: 28 abr. 2019.

WHALEY, Robert E. Derivatives on Market Volatility: hedging tools long overdue. **The Journal of Derivatives**, v. 1, n. 1, p. 71-84, fall 1993. Disponível em:

<<https://rewconsulting.files.wordpress.com/2012/09/jd93.pdf>>. Acesso em: 01 set. 2019.