



**ANÁLISE DA RUPTURA DE CABOS DE PROTENSÃO EM
VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO PROTENDIDAS**

ALBERTO VINÍCIUS SILVA LARANJEIRA

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL 2 EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE DA RUPTURA DE CABOS DE PROTENSÃO
EM VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO
PROTENDIDAS**

ALBERTO VINÍCIUS SILVA LARANJEIRA

ORIENTADOR: PROF. LUCIANO MENDES BEZERRA

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL 2 EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

BRASÍLIA – DF, 12 DE FEVEREIRO DE 2019

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ANÁLISE DA RUPTURA DE CABOS DE PROTENSÃO
EM VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO
PROTENDIDAS

ALBERTO VINÍCIUS SILVA LARANJEIRA

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL II SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (UnB)
(Orientador)

Prof. Vladimir Villaverde Barbán, DSc. (UnB)
(Examinador Interno)

Eng. Ramon Saleno Yure Costa Silva, DSc. (UnB)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 12 de fevereiro de 2019.

FICHA CATALOGRÁFICA

LARANJEIRA, ALBERTO VINÍCIUS SILVA

ANÁLISE DA RUPTURA DE CABOS DE PROTENSÃO EM VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO PROTENDIDAS

[Distrito Federal] 2019.

ix, 23 p., 210 x 279 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2019)

Monografia de Projeto Final. Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Ruptura cabos

2. Viga mista aço e concreto

3. Protensão

I ENC/FT/UnB

II Título (Bacharel)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LARANJEIRA, Alberto V. S. **Análise da ruptura de cabos de protensão em vigas mistas de aço e concreto protendidas**. 119p. Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, 2019

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: ALBERTO VINÍCIUS SILVA LARANJEIRA

TÍTULO DA MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL: ANÁLISE DA RUPTURA DE CABOS DE PROTENSÃO EM VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO PROTENDIDAS

GRAU / ANO: Bacharel em Engenharia Civil / 2019.

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Alberto Vinícius Silva Laranjeira

Condomínio RK Conjunto Centauros, Quadra L, nº 15, Região dos Lagos.

73.252-200 – Brasília/DF - Brasil

albertovinis@gmail.com

Resumo

Grande parte das estruturas na América Latina faz uso do concreto armado e protendido. O aço, entretanto, mostra-se como uma alternativa de utilização, seja isoladamente, seja em associação com estruturas de concreto, configurando as estruturas mistas de aço e concreto. O uso de estruturas de aço apresenta diversas vantagens, como redução do tempo da obra, redução ou eliminação da necessidade de escoramento, diminuição da altura da seção transversal e redução no peso-próprio. Para maior otimização pode-se recorrer ao expediente da protensão, que possibilita redução da altura dos perfis. A protensão também pode prover reforço para estruturas antigas. Deve-se ressaltar que no caso de vigas metálicas, a protensão deve, necessariamente ser externa. Portanto, deve-se tomar cuidado com relação a problemas de acidentes contra os cabos, podendo ocasionar sua ruptura e conseqüente ruína da estrutura. Este estudo objetiva analisar a ruptura dos cabos de protensão para o perfil I anti-simétrico (mesa inferior menor que mesa superior). A análise foi realizada por meio de formulação analítica do fenômeno com base na Transformada de Laplace e Funções de Heaviside, posteriormente validadas com modelagem numérica no programa ANSYS. Os resultados mostraram boa concordância entre os modelos analítico e numérico.

Palavras-chave: protensão; vigas mistas de aço e concreto; ruptura cabos; cabos de protensão.

Abstract

A substantial portion of structures in Latin America uses either reinforced concrete or prestressed concrete. Steel, however, appears as an alternative, alone, or in association with concrete, the so-called composite concrete-steel structures. A few advantages of the use of concrete-steel structures are: reduction in construction time, reduction or even elimination the need for propping, a decrease in the cross section height, and reduction in overall self-weight. For better optimization, prestress appears as an option that allows a greater decrease in the height of the section. It can also provide reinforcement for old structures. It should be emphasized that in the case of steel beams, prestress must be applied externally. Therefore, caution has to be taken with respect to accidents against the tendons, which can cause rupture of the cables and consequent failure of the structure. This study aims to analyse the rupture of prestressing tendons for assymetrical I section, with superior flange wider than inferior flange. The analysis will be carried out by means of analytical formulation through the use of Laplace Transforms and Heaviside functions, and then validated with numerical modeling in the ANSYS simulation software. The results showed concordance between both models.

Key-words: prestress; composite concrete-steel beams; rupture of tendons ; prestressing tendons.

Lista de Figuras

Figura 3.1 – Interação completa (a) e interação parcial (b) (Pfeil, 2015)	6
Figura 3.2 LNP corta a laje (Queiróz et al, 2012)	7
Figura 3.3 LNP corta a mesa superior (a) e LNP corta a alma (b) (Queiróz et al, 2012).....	8
Figura 3.4 Caso de interação parcial (Queiróz et al, 2012).....	8
Figura 3.5 Alternativas de seções transversais (Nelsen et al,2013).	9
Figura 3.6 Diagramas de Tensão Deformação para Aço de Protensão e Determinação da Tensão de Escoamento (Naaman, 2004)	17
Figura 3.7 – Algumas funções e suas transformadas (Kreyszig, 2006)	19
Figura 3.8 – Funções degrau unitário $u(t)$ e $u(t-a)$ (Kreyszig, 2006)	20
Figura 3.9 Translação de uma função dada. (a) $y = f(t)$; (b) $y = u(t-c)f(t-c)$ (Boyce, 2012) ...	21
Figura 3.10 Sistema massa-mola amortecido (Paz & Leigh, 2004).....	23
Figura 3.11 Características do elemento LINK180 Fonte: < https://ansyshelp.ansys.com/ > ...	24
Figura 3.12 Características do elemento SHELL181 Fonte: < https://ansyshelp.ansys.com/ >	25
Figura 3.13 Características do elemento SOLID65 Fonte: < https://ansyshelp.ansys.com/ > ...	26
Figura 3.14 Relação entre α e β Fonte: < https://ansyshelp.ansys.com/ >	27
Figura 5.1 Sistema massa-mola amortecido (Ferreira, 2007)	33
Figura 5.2 Representação genérica das seções no apoio e a meio-vão (Autoria própria).....	33
Figura 6.1 Força atuante no sistema massa-mola.....	34
Figura 8.1 Viga indeformada (a) Viga deformada (b) Posição original e final do cabo (c)	48
Figura 8.2 Excentricidade	51
Figura 9.1 Tabuleiro ponte (medidas em mm).....	53
Figura 9.2 Dimensões do perfil metálico (medidas em mm)	53
Figura 9.3 Disposição das cargas estáticas (Fonte: ABNT NBR 7188:2013)	54
Figura 9.4Fuso limite	59
Figura 9.5 Perda por cravação da ancoragem	60
Figura 9.6 Movimento não amortecido – modelo analítico	64
Figura 9.7 Modelo de elementos finitos (ANSYS 19.0 Academic).....	65
Figura 9.8 Detalhe da extremidade da viga (ANSYS 19.0 Academic).....	66
Figura 9.9 Detalhes de acoplamento (ANSYS 19.0 Academic)	66
Figura 9.10 Região de rigidez aumentada na extremidade da viga (ANSYS 19.0 Academic) 67	
Figura 9.11 Movimento não amortecido – modelo numérico (ANSYS 19.0 Academic).....	68
Figura 9.12 Comparação Analítico x Numérico	68
Figura 9.13 Movimento sub-amortecido – modelo analítico	69
Figura 9.14 Movimento amortecido (ANSYS 19.0 Academic).....	70
Figura 9.15 Comparação entre os modelos analítico e numérico – Movimento Sub- Amortecido.....	71
Figura 9.16 Seção transversal da viga (Ferreira, 2007).....	72
Figura 9.17 Fuso limite	75
Figura 9.18 Perda por cravação da ancoragem	76
Figura 9.19 Movimento não amortecido (Analítico).....	81
Figura 9.20 Malha do modelo numérico (ANSYS 19.0 Academic)	81
Figura 9.21 Detalhe da extremidade da viga (ANSYS 19.0 Academic).....	82
Figura 9.22 Movimento não amortecido (ANSYS 19.0 Academic).....	83
Figura 9.23 Comparação entre modelos analítico e numérico	83
Figura 9.24 Movimento sub-amortecido (Analítico)	84
Figura 9.25 Movimento sub-amortecido (ANSYS 19.0 Academic).....	85
Figura 9.26 Comparação entre os modelos analítico e numérico	86

Lista de símbolos

Letras Maiúsculas

A	área da seção transversal do perfil
A_p	área do aço de protensão
B	largura da mesa superior
E_{cs}	módulo de elasticidade secante do concreto
E_s	módulo de elasticidade do aço da viga
E_p	módulo de elasticidade do aço de protensão
F_0	força aplicada no modelo reológico devido à protensão
F_v	força vertical na viga
F_w	força aplicada no modelo reológico devido ao peso próprio
H	altura do perfil soldado
I	momento de inércia
I_g	momento de inércia com relação ao eixo que passa pelo centróide
L	comprimento da viga
L_0	comprimento inicial da viga
$\mathcal{L}\{f(t)\}$	Transformada de Laplace da função $f(t)$
$\mathcal{L}^{-1}\{f(t)\}$	Transformada de Laplace Inversa da função $f(t)$
P_0	força de protensão inicial
P	força de protensão após as perdas
ΔP_{anc}	diminuição na força de protensão devido à cravação da ancoragem
T	temperatura
W_i	módulo resistente inferior
W_s	módulo resistente superior

Letras minúsculas

b	largura da mesa inferior
b_f	largura da mesa
e	excentricidade da força de protensão
e_0	posição limite inferior do CP
e_1	posição limite superior do CP
f_{ck}	resistência característica a compressão do concreto

f_{ptk}	resistência característica
$f_{ctk,inf}$	resistência característica à tração, inferior
f_y	tensão de escoamento
h_w	altura da alma
k	rigidez
m	massa
n	razão modular
s	variável auxiliar da transformada
t	tempo
t_w	largura da alma
t_f	largura da mesa
t_c	espessura da laje
w	peso por unidade comprimento
$x(t)$	deslocamento
y_i	distância da linha neutra ao bordo inferior
y_s	distância da linha neutra ao bordo superior
z	flecha

Letras Gregas

α	coeficiente de dilatação térmica; ângulo
β	coeficiente que leva em conta as perdas totais de protensão
γ_p	coeficiente de majoração da força de protensão
γ_g	coeficiente de majoração das cargas permanentes
γ_a	coeficiente de majoração das cargas acidentais
δ_p	deslocamento vertical devido à força de protensão
δ_w	deslocamento vertical devido ao peso-próprio
ζ	coeficiente de amortecimento ou razão de amortecimento
θ	ângulo
λ	índice de esbeltez
λ_p	parâmetro de esbeltez limite para seções compactas
λ_r	parâmetro de esbeltez limite para seções semicompactas
μ	coeficiente de atrito
ρ	raio de giração

σ_i	tensão no bordo inferior
σ_m	tensão de compressão axial
σ_{pi}	tensão de protensão inicial
σ_s	tensão no bordo superior
φ	coeficiente de fluência
ω_0	frequência natural
ω_1	frequência natural associada ao primeiro modo de vibração
ω_d	frequência circular natural amortecida

Lista de siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CP	Centro de Pressão
LNE	Linha neutra elástica
LNP	Linha neutra plástica
NBR	Norma Brasileira

Sumário

FICHA CATALOGRÁFICA	iv
Resumo.....	v
Abstract	vi
Lista de símbolos.....	viii
Lista de siglas	x
Sumário	xi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	1
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	2
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	5
3.1 ESTRUTURAS MISTAS	5
3.2 A PROTENSÃO EM VIGAS METÁLICAS	9
3.3 AÇO DE PROTENSÃO.....	16
3.4 A TRANSFORMADA DE LAPLACE.....	18
3.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE DINÂMICA ESTRUTURAL	21
3.6 FUNDAMENTOS DO PROGRAMA ANSYS	23
3.6.1 TIPOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL	23
3.6.2 ELEMENTOS A SEREM UTILIZADOS NA MODELAGEM	24
3.6.3 AMORTECIMENTO.....	26
3.6.4 “MORTE” DE ELEMENTOS	27
4. METODOLOGIA	28
4.1 FORMULAÇÃO ANALÍTICA	28
4.1.1 ANÁLISE MODAL	28
4.2 MODELAGEM NUMÉRICA.....	29
4.2.1 UMA BREVE DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA.....	29
4.2.2 APLICAÇÃO DA PROTENSÃO PELO MÉTODO DO RESFRIAMENTO	30
4.2.3 APLICAÇÃO DA CARGA.	30
4.2.4 MODELAGEM DA VIGA:	31
4.2.5 MÉTODO DE SOLUÇÃO:	31
5. DESCRIÇÃO DO MODELO REOLÓGICO	32
6. FORMULAÇÃO ANALÍTICA	34
6.1 RUPTURA NÃO-SIMULTÂNEA DOS CABOS DE PROTENSÃO	34
6.2 CASO SEM AMORTECIMENTO	34
6.3 CASO COM AMORTECIMENTO	37

7	PROCEDIMENTO DA MODELAGEM ANALÍTICA.....	45
8	ANÁLISE QUALITATIVA DO INTERVALO ENTRE A RUPTURA DE UM CABO E OUTRO.....	47
8.1	ANÁLISE DA RESISTÊNCIA DO SEGUNDO CABO APÓS A RUPTURA DO PRIMEIRO CABO.....	47
8.2	MOVIMENTO HORIZONTAL DO CABO:	50
9.	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	52
9.1	EXEMPLO 1	52
9.1.1	ANÁLISE DINÂMICA VIA FORMULAÇÃO ANALÍTICA:	63
9.1.2	DESLOCAMENTO NÃO AMORTECIDO	64
9.1.3	DESLOCAMENTO AMORTECIDO.....	69
9.2	EXEMPLO 2:	71
9.2.1	ANÁLISE DINÂMICA VIA FORMULAÇÃO ANALÍTICA:	79
9.2.2	DESLOCAMENTO NÃO AMORTECIDO	80
9.2.3	DESLOCAMENTO AMORTECIDO.....	84
	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	87
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
	APÊNDICE	90

1. INTRODUÇÃO

O mercado da construção exige soluções mais efetivas e econômicas a cada dia. Estruturas mistas protendidas apresentam-se como uma alternativa capaz de alcançar ambos os objetivos. Estes tipos de estruturas apresentam geralmente protensão externa, portanto, há maior facilidade para colocação dos cabos e execução de manutenção.

A integridade dos cabos de protensão é fundamental para o funcionamento adequado das estruturas protendidas. Em caso de acidentes, os cabos podem sofrer ruptura brusca. O conhecimento da dinâmica de ruptura de cabos de protensão pode auxiliar no desenvolvimento de novas tecnologias voltadas à manutenção da integridade dos cabos.

Um dos fatores que podem gerar ruptura dos cabos de protensão está a falha no processo construtivo. A operação de protensão envolve diversas etapas e materiais, cada uma tão importante quanto as outras para que o resultado final seja atingido. Na prática, os cabos ficam sujeitos a tensões diferentes, portanto deve-se procurar protender os cabos da forma mais uniforme possível, para minimizar a possibilidade de um cabo com esforço muito superior a outro.

Outro fator é a falta de manutenção. Os cabos de protensão, quando sujeitos à corrosão, sofrem de forma acelerada, devido à altas trações a que estão submetidos.

1.1 MOTIVAÇÃO

No Brasil, foram poucos os estudos realizados abordando os temas de protensão em vigas mistas de aço e concreto e ruptura brusca de cabos de protensão. Este estudo pretende contribuir para o tema com uma formulação que permita obter facilmente os deslocamentos verticais da viga em caso de ruptura dos cabos de protensão.

A vantagem da obtenção de uma formulação analítica é que ela permite uma análise mais rápida do problema sem a necessidade de uma análise numérica ou até mesmo testes em laboratório, dando ao analista do problema uma visão do comportamento do fenômeno.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é a análise da ruptura não simultânea dos cabos de protensão em vigas mistas protendidas por meio de formulação analítica e modelagem numérica, dando

continuidade ao estudo de ruptura (de apenas um dos cabos) desenvolvido por Ferreira (2007).

Este estudo tem como objetivo específico apresentar uma formulação simples da dinâmica da ruptura dos cabos por meio da Transformada de Laplace e Funções Heaviside, para determinar o deslocamento vertical da viga.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é composto por oito capítulos, sucintamente descritos a seguir.

O capítulo 2 traz a revisão bibliográfica utilizada, apresentando brevemente os trabalhos de cada autor.

O capítulo 3 trata dos fundamentos teóricos necessários para compreensão das análises que serão executadas. São descritos os princípios relativos a vigas mistas de aço e concreto, protensão em vigas metálicas em vigas mistas e as principais características dos aços de protensão. O capítulo trata também da base matemática relativa à Transformadas de Laplace e Funções Heaviside. Por fim faz-se uma breve descrição do programa ANSYS e dos elementos a serem utilizados neste trabalho.

O capítulo 4 apresenta a metodologia a ser seguida nas análises analítica e numérica.

O capítulo 5 descreve o modelo reológico utilizado para a formulação analítica.

O capítulo 6 mostra o desenvolvimento da formulação analítica desenvolvida.

O capítulo 7 apresenta o procedimento de obtenção dos valores a serem utilizados na modelagem analítica.

O capítulo 8 apresenta dois exemplos de aplicação onde se comparam os resultados obtidos com a formulação analítica e numérica.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ferreira (2007) realizou um estudo sobre vigas metálicas protendidas (VMP) e análise da ruptura brusca de cabos de protensão. Neste estudo, foram analisados aspectos teóricos de vigas metálicas isostáticas e hiperestáticas. O trabalho apresenta as verificações à flexocompressão. Como parte do estudo, foi desenvolvido um aplicativo para cálculo de vigas metálicas protendidas isostáticas, com perfil I, que permite verificar se o perfil escolhido suporta as solicitações indicadas pelo usuário. Foi feito também um estudo das VMP com elementos finitos (via simulação no programa ANSYS) e por meio de métodos analíticos (via equações de dinâmica e transformadas de Laplace). O trabalho realizou também um estudo de frequências naturais, modos de vibração e efeito da ruptura brusca de um dos cabos de protensão. A partir de dois exemplos de VMP, foi possível concluir, tanto pelo aplicativo, quanto pelo software, que sem a protensão, as vigas analisadas não suportariam as cargas impostas. Concluiu também que as frequências naturais sofreram redução com a atuação da força de protensão. A análise da ruptura da viga do primeiro exemplo, com traçado poligonal, mostrou que a viga sofreu perda de estabilidade e em ambas as vigas as tensões limites foram ultrapassadas.

Erwin Kreysig (2006) e Boyce (2012), apresentam a base para os aspectos teóricos relativos à transformada de Laplace e Funções Heaviside.

Nunziata (1999), em sua obra *Strutture in Acciaio Precompresso* faz um estudo detalhado sobre estruturas em aço protendidas, com foco na análise do perfil I assimétrico, o mais efetivo com relação às particularidades do efeito da protensão, permitindo aproveitar ao máximo a capacidade resistente do perfil e dos cabos. Discute aspectos relativos à perdas de protensão, disposições construtivas, materiais, etc. Trata de verificações com relação efeito da flexão e do cortante. O autor analisa tanto vigas isostáticas (bi-apoiadas) quanto vigas hiperestáticas (vigas contínuas). São tratados também aspectos de projeto, tais como prédimensionamento de uma seção de viga de aço protendida.

Pfeil (2015) e Queiróz (2012), apresentam os critérios básicos de dimensionamento de vigas mistas e as verificações necessárias de acordo com a ABNT NBR 8800:2008. Explicitam as principais propriedades de vigas mistas em regiões de momento fletor positivo e negativo de vigas biapoiadas.

Nelsen e al (2013), realizou um estudo no qual apresenta uma metodologia para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente, fundamentada nas prescrições da ABNT NBR 8800:2008 para vigas convencionais. Realizou um estudo paramétrico com objetivo de analisar a influência da variação do nível de protensão, e da excentricidade dos cabos. O estudo paramétrico confirmou que maiores excentricidades resultam em maior capacidade resistente para a viga. Também demonstrou que, no caso de pré-tração, quando os cabos estão posicionados acima da mesa inferior, o mecanismo de colapso predominante é o esgotamento da capacidade resistente do perfil de aço a flexo-compressão.

Paz & Leigh (2004) e Kurdila & Craig (2006) apresentam os fundamentos de dinâmica das estruturas para sistemas com apenas um grau de liberdade (SDOF – *Single-Degree-Of-Freedom*) e com múltiplos graus de liberdade (MDOF – *Multiple-Degrees-Of-Freedom*).

Os catálogos da ArcelorMittal, um dos principais produtores de aço no Brasil, foram consultados a respeito dos fios e cordoalhas de protensão, os tipos de produtos disponíveis no mercado, bem como suas características técnicas.

O catálogo da Rudloff, de especificações para concreto protendido foi consultado a respeito das especificações de cordoalhas e ancoragens.

Por fim, a documentação do ANSYS 19.0 e de versões anteriores apresenta os diversos elementos disponíveis para análise, bem com suas características e recomendações para análises de modelagem numérica.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 ESTRUTURAS MISTAS

As vigas mistas são constituídas de perfis de aço (laminados, soldados ou formados a frio) associados a estruturas de concreto. Em geral, aproveita-se um trecho da laje sobre o perfil metálico, vinculando-o ao perfil por meio de conectores de cisalhamento. As vigas mistas apresentam diversas vantagens, como aumento da resistência e rigidez da viga e diminuição do peso próprio e do volume da estrutura, conduzindo a soluções econômicas.

Os conectores de cisalhamento destinam-se a garantir o trabalho conjunto da seção de aço e concreto. Podem ser classificados em dúcteis e não-dúcteis.

Nas regiões de momento positivo podem ocorrer duas situações. A primeira é de interação completa, caso os conectores de cisalhamento possuam resistência de cálculo igual ou superior à resistência de cálculo do perfil ou da laje. É também denominada situação de ligação total. (Pfeil, 2015). Nesta situação, a viga se comporta sem deslizamento entre o aço e o concreto, e a flexão ocorre em torno do eixo que passa pela linha neutra composta. Em caso contrário, tem-se a situação de interação parcial ou ligação parcial. Neste caso, ocorre deslizamento, reduzindo a eficiência da seção mista à flexão, que acontece em torno de duas linhas neutras, passando pelos centros geométricos das seções de cada material (Figura 3.1).

Dado que existem três elementos em associação – laje, viga e conectores – a ruptura pode ocorrer em qualquer deles. No caso de conectores dúcteis, caso não ocorra previamente flambagem local ou flambagem lateral, a resistência de uma viga mista pode ser determinada pela plastificação de um de seus componentes: concreto sob compressão, aço sob tração ou compressão ou conector sob cisalhamento horizontal (Pfeil, 2015).

A construção pode ser feita com ou sem escoramento provisório, ambas atingindo o mesmo momento fletor resistente. Entretanto, quando não há escoramento provisório, a seção de aço começa a trabalhar antes da seção de concreto, suportando inicialmente o peso de ambos os materiais, o que pode resultar em deslocamentos excessivos.

De acordo com Queiróz et al (2013), nas regiões de momento negativo, a laje fica sujeita a tração, o que pode levar a fissuração do concreto. Além disso, pode ocorrer flambagem lateral da viga e flambagem local na mesa comprimida, que não possui o travamento provido pela laje de concreto, como ocorre em regiões de momento positivo. Neste trabalho, propõe-se

analisar vigas mistas protendidas biapoiadas, e portanto, somente com regiões de momento fletor positivo.

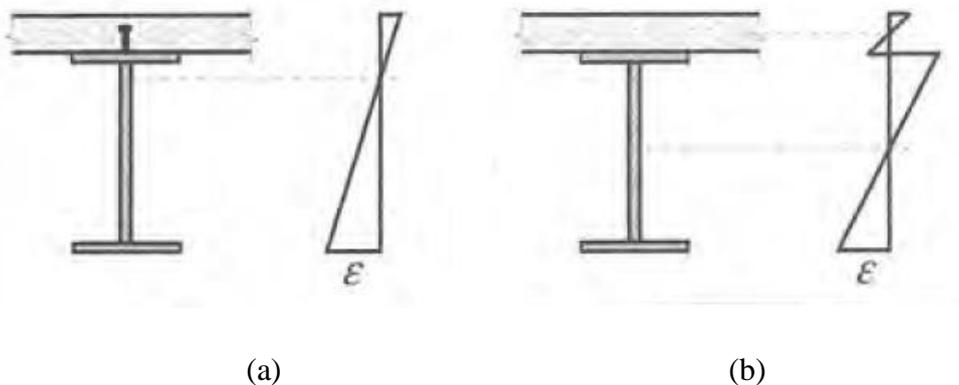


Figura 3.1 – Interação completa (a) e interação parcial (b) (Pfeil, 2015)

Segundo Pfeil (2015) distinguem-se dois casos quanto à flambagem local. O primeiro é o de seção compacta, onde ocorre plastificação total e portanto, a seção é calculada em regime plástico. Por um lado, pode ocorrer plastificação do aço ou do concreto (interação completa), e por outro, dos conectores (interação parcial).

O cálculo da resistência à flexão leva em conta a largura da laje que efetivamente contribui para a resistência da viga, a chamada largura efetiva. De acordo com a ABNT NBR 8800:2008, deve-se considerar, para vigas mistas biapoiadas:

- 1/8 do vão da viga mista (vão considerado até o centro dos apoios)
- metade da distância entre a linha de centro da viga analisada e da viga adjacente
- distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.

Para o cálculo em regime elástico, utiliza-se da seção homogeneizada, na qual tranforma-se a área de concreto comprimido (contida na largura efetiva) em uma área equivalente de aço. Há que se distinguir entre os casos de carga de curta e longa duração, pois esta última atua concomitantemente ao efeito de fluência no concreto, alterando o módulo de elasticidade. Para a homogeneização, utiliza-se de um coeficiente que relaciona os módulos de elasticidade dos dois materiais:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (\text{cargas de curta duração}) \quad (3.1)$$

$$n_\infty = 3 \frac{E_s}{E_c} \quad (\text{cargas de longa duração}) \quad (3.2)$$

A posição da linha neutra elástica (LNE) da seção homogeneizada pode ser determinada da forma usual, pois coincidirá com o centro geométrico da seção.

A posição da linha neutra plástica (LNP) depende da resistência de cada um dos elementos componentes. Observe-se que ela estará situada na região de maior resistência. Podem ocorrer os seguintes casos (Queiróz et al, 2012):

- 1) Interação completa e resistência à compressão da laje superior à resistência à tração do perfil: LNP corta a laje (Figura 3.2).
- 2) Interação completa e resistência à compressão da laje inferior à resistência à tração do perfil. Neste caso, a LNP cortará o perfil:
 - a. Caso a resistência dos flanges somada à resistência da laje seja superior à resistência da alma, a LNP corta a mesa superior do perfil (Figura 3.3a).
 - b. Caso a resistência da alma seja superior, a LNP corta a alma (Figura 3.3b)
- 3) Interação parcial. Neste caso, a laje e o perfil não funcionam perfeitamente como apenas um elemento e há duas LNP's (Figura 3.4).

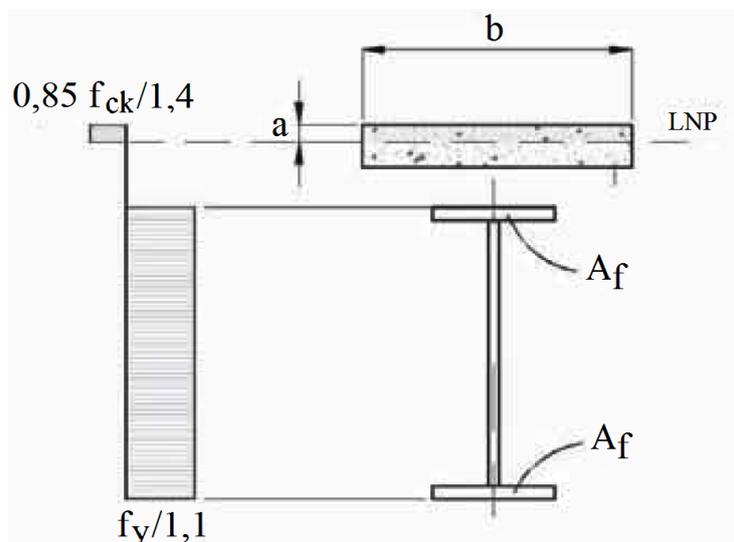


Figura 3.2 LNP corta a laje (Queiróz et al, 2012)

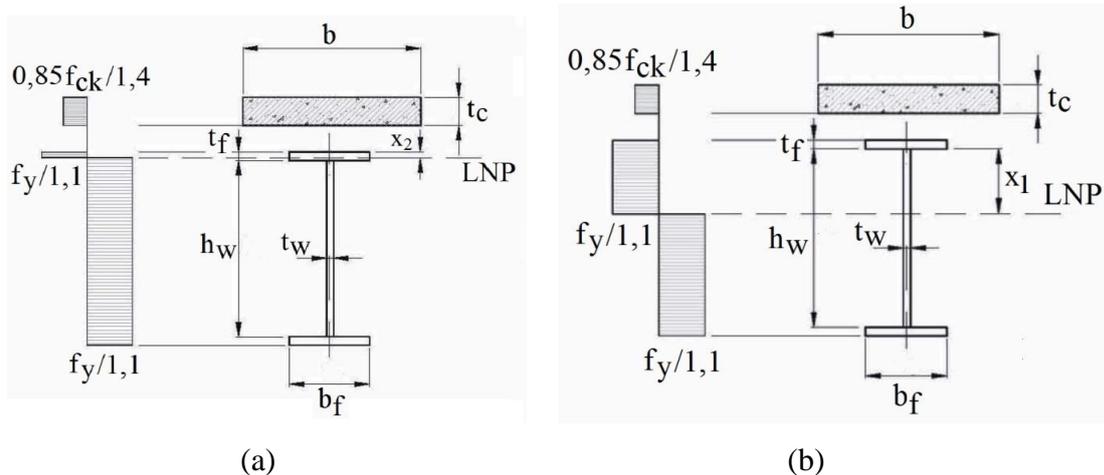


Figura 3.3 LNP corta a mesa superior (a) e LNP corta a alma (b) (Queiróz et al, 2012)

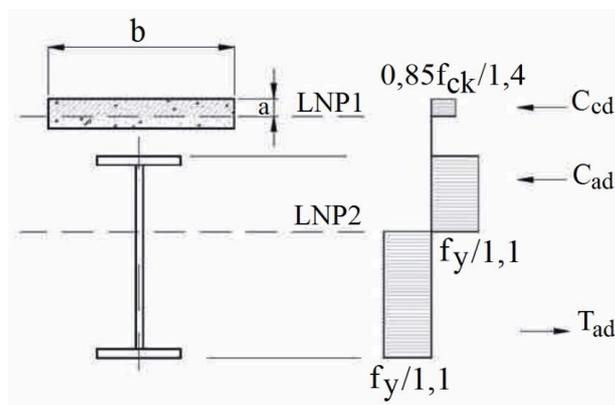


Figura 3.4 Caso de interação parcial (Queiróz et al, 2012)

A aplicação da protensão permite maior redução da altura dos perfis de aço, bem como possibilita maiores vãos. A viga mista protendida possui a vantagem do travamento, diminuído a possibilidade de flambagem local da mesa (FLM) e flambagem lateral por torção (FLT). Os pinos/desviadores dos cabos de protensão, destinados a dar ao cabo um traçado específico, pode, no caso da viga metálica, ser substituída por elementos enrijecedores, aumentando ainda mais a resitência do perfil. A FIGURA 3.5 apresenta os componentes de uma viga mista protendida e algumas alternativas de seções transversais (Nelsen et al, 2013):

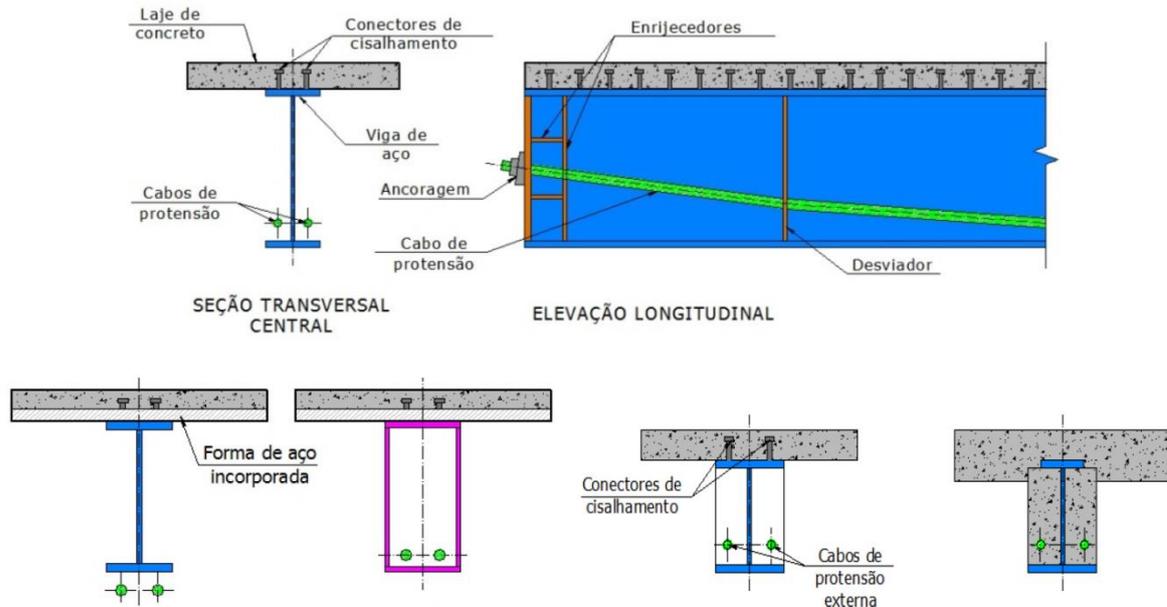


Figura 3.5 Alternativas de seções transversais (Nelsen et al,2013).

3.2 A PROTENSÃO EM VIGAS METÁLICAS

De acordo com Nunziata, o princípio da protensão é explicado de forma simples:

“No sistema de protensão sujeita-se uma estrutura a uma carga (força de protensão) que produz efeito oposto àquele que ocorre em serviço”.

No caso de vigas metálicas, a protensão é, na maioria dos casos, aplicada por meio de cabos externos à seção transversal. Pode ocorrer, entretanto, protensão dentro do perfil metálico, por exemplo no caso de um perfil caixão.

Dentre as vantagens do uso de vigas metálicas protendidas:

- A protensão pode ser aplicada em uma operação apenas, pois a viga de aço resiste bem à tração nas fibras superiores. No caso do concreto, faz-se necessário esperar que o mesmo atinja valores satisfatórios de resistência para que se possa aplicar a força total nos cabos, tanto pela resistência a compressão (nas fibras inferiores) quanto pela resistência a tração (nas fibras superiores). Em alguns casos, no concreto, recorre-se ao procedimento de protensão em etapas, o que não ocorre no caso das vigas de aço.
- A protensão pode ser aplicada para reforço de estruturas metálicas antigas ou ainda para aumento da capacidade resistente de vigas (novas ou antigas).

- As vigas metálicas protendidas, quando comparadas às não protendidas, possuem seção transversal substancialmente menores, o que permite grande otimização de espaço e atendimento a condições geométricas restritivas.

A soma do efeito da protensão com o efeito das cargas permanentes e de serviço provoca tensões máximas (nos bordos inferior e superior) menores que aquelas produzidas sem o efeito da protensão.

De acordo com Nunziata (1999), diferentes traçados de cabos geram efeitos mais ou menos favoráveis. Considere-se uma viga biapoiada sujeita a um carregamento uniformemente distribuído. É sabido que o diagrama de momentos fletores tem a forma de uma parábola. O momento devido às cargas atuantes é máximo na seção a meio vão e nulo nas extremidades. Um traçado retilíneo produz um momento constante ao longo de toda a viga, enquanto o momento atuante varia longitudinalmente. Supondo-se uma força constante aplicada nos cabos, pode-se variar o efeito do momento provocado pelos mesmos variando-se suas excentricidades. É possível, desta forma, contrabalancear o efeito dos momentos atuantes com efeitos resistentes proporcionais. A meio-vão, portanto, é necessário máxima excentricidade dos cabos, e nas extremidades, a posição da resultante pode coincidir com a posição da linha neutra. Tal resultado é atingido quando os cabos são dispostos seguindo a forma do diagrama de momentos fletores. Na prática, utiliza-se desviadores para obter o traçado desejado.

Os desviadores são elementos destinados a manter os cabos posicionados corretamente ao longo da viga. São geralmente soldados ao perfil metálico. Caso se opte por usar pinos desviadores (mais comum), não fica prático colocar protensão externa com forma precisamente parabólica pois seria necessário o uso de demasiados desviadores. Desta forma, trabalha-se com traçados de formas poligonais que se aproximem da forma do diagrama de momentos fletores. Entretanto, este problema pode ser contornado com a utilização de chapas calandradas, com o intuito de prover suporte contínuo para o cabo, de tal forma a obter um traçado parabólico, assim como o diagrama de momentos fletores. Entretanto, com esta solução, haverá maior contato do cabo com o apoio (chapa) quando comparado com os contatos pontuais do cabo com os desviadores (pinos), e portanto, maior perda por atrito, neste caso se assemelhando à perda por atrito de vigas de concreto protendido. Esta solução seria mais simples de executar em vigas novas, pois no caso de reforço de vigas antigas, a soldagem da chapa calandrada na viga, dependendo da posição desta, poderia ser de difícil acesso.

Segundo Nunziata (1999), o que tornou possível o desenvolvimento da técnica de protensão foi certamente a invenção dos aços de alta resistência. Este aumento pode ser obtido através de sucessivos processos. Primeiro, os processos químicos, que baseiam-se no aumento do percentual de carbono juntamente com adição de elementos de liga (manganês, silício, etc). Em seguida, os processos mecânicos, que se resumem a laminação e trefilação. Há então os processos termo-mecânicos, nos quais os fios são submetidos a “estabilização”, um processo de envelhecimento dinâmico nos quais os produtos (fios e cordoalhas) são alongados plasticamente a uma temperatura de 350 a 400°C. Este processo aumenta o limite de proporcionalidade e as características de longo prazo, tais como a baixa relaxação.

A operação de protensão em estruturas de aço se faz nas seguintes etapas, aqui resumidamente descritas:

- 1) Preparação da viga, isto é, colocação dos desviadores ao longo da viga para obtenção do traçado poligonal.
- 2) Formação dos cabos. Nesta etapa as cordoalhas ou barras são agrupadas em número conveniente (de acordo com o projeto) e colocadas dentro de uma bainha cuja finalidade é proteger os cabos contra corrosão, principalmente. Em geral, é preferível um menor número de cabos formados por um número maior de cordoalhas.
- 3) Colocação dos cabos e dispositivos de ancoragem. Em geral, pode-se utilizar a mesma tecnologia utilizada em estruturas de concreto protendido. No caso das vigas metálicas protendidas é necessário o uso de enrijecedores junto à placa de ancoragem. Do contrário, não haverá suporte suficiente para a força exercida pelos cabos.
- 4) Operação da protensão por meio de macacos e colocação das cunhas. Os cabos podem ser puxados um a um ou todos de uma única vez. O equipamento utilizado no primeiro caso é entretanto mais fácil de ser utilizado, pois é mais leve e apenas um operador é suficiente para manipulá-lo. Os cabos são estirados com uso de macaco hidráulico. Uma vez atingida a força requerida, são colocadas as cunhas de ancoragem. Quando o cabo é liberado, tende a encurtar naturalmente. Este encurtamento é impedido pela cunha, e esta configuração é o que garante a adequada fixação dos cabos nas extremidades, pois quanto mais a cunha penetra, mais ela pressiona os cabos. Ressalte-se que esta operação requer grande cuidado e proteção atrás do martelo, pois em caso de ruptura do cabo o martelo pode ser violentamente projetado para trás.

Deve-se sempre medir o alongamento dos cabos e a força aplicada durante a operação de protensão e comparar com as de projeto.

- 5) Injeção de pasta de cimento na bainha, que possui a finalidade de proteção contra corrosão. Nesta fase é importante assegurar que a bainha seja completamente preenchida. (Nunziata, 1999).

As características do aço e da operação de protensão sujeitam a estrutura a sofrer perdas de protensão, tanto no instante da protensão ao longo do cabo (perdas imediatas) quanto no tempo (perdas diferidas). As perdas de protensão imediatas devem-se a quatro causas:

- a) atrito gerado entre o cabo e os desviadores ou entre cabo e bainha;
- b) cravação da ancoragem;
- c) perdas no macaco de protensão;
- d) deformação elástica do cabo devido à protensão sucessiva de outros cabos, configurando um afrouxamento dos cabos.

As perdas diferidas devem-se ao relaxamento dos cabos de protensão. Relaxamento é o aumento do comprimento dos cabos devido a estarem submetidos a um esforço constante de tração ao longo de sua vida útil. As perdas por relaxação são desprezíveis para tensões menores que 50% da tensão de ruptura (Naaman, 2004). Entretanto, os aços em geral são submetidos a tensões superiores a este valor.

Devido às variações na força de protensão e nos carregamentos a viga fica submetida a diferentes solicitações ao longo de sua vida útil. Procura-se então, verificar as condições de máxima tensão nos flanges superior e inferior da seção. Em geral, pode-se trabalhar com duas situações limites (considerações para viga bi-apoiada):

- 1) Situação inicial: considera apenas a protensão inicial e o peso próprio. Ocorre no início da vida útil da viga, quando ainda não estão presentes as cargas de serviço. As perdas diferidas ainda não se manifestaram (somente as perdas imediatas), e portanto, tem-se a máxima força de compressão. Nesta situação, a viga fica sujeita a um encurvamento para cima (caso de viga bi-apoiada) com máxima compressão na mesa inferior.
- 2) Situação de serviço: considera a protensão final (após as perdas imediatas e diferidas, e portanto com mínimo valor possível), o peso próprio e todas as cargas de serviço. A

situação de tensões nos bordos se inverte: máxima compressão na mesa superior e máxima tração na mesa inferior.

A análise estática da seção mais solicitada pode ser feita considerando-se que a força de protensão não varia ao longo do cabo e que, devido à diminuta magnitude do ângulo de inclinação dos cabos, a força horizontal atuante na viga é considerada igual a força de protensão (Nunziata, 1999).

Tensão máxima para situação inicial (representado pelo índice 0):

$$\sigma_i^0 = \gamma_p \left(-\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 e}{W_i} \right) + \frac{M_{mín}}{W_i} \leq f_{yd} \quad (3.3)$$

Tensões máximas para situação de serviço (representado pelo índice ∞):

$$\sigma_i^\infty = \gamma_p \left(-\frac{P_\infty}{A} - \frac{P_\infty e}{W_i} \right) + \frac{M_{máx}}{W_i} \leq f_{yd} \quad (3.4)$$

$$\sigma_s^\infty = \gamma_p \left(-\frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty e}{W_s} \right) - \frac{M_{máx}}{W_s} \leq f_{yd} \quad (3.5)$$

onde: σ_i é a tensão no bordo inferior, σ_s é a tensão no bordo superior, P é a força de protensão, A é a área da seção transversal do perfil, γ_p é o coeficiente de segurança aplicado à força de protensão, e é a excentricidade da força de protensão, W_i é o módulo resistente inferior e W_s é o módulo resistente superior, $M_{mín}$ é o momento gerado apenas pelo peso próprio, $M_{máx}$ é o momento gerado pelas cargas permanentes e acidentais.

A análise da viga metálica protendida requer o conhecimento do conceito de centro de pressão (CP). Este é o ponto no qual a força de protensão, se aplicada isoladamente, provocaria o mesmo efeito que todos os carregamentos provocam na viga. Consequentemente, a aplicação de um momento externo provoca variação na posição do CP. Portanto, pode-se resumir o comportamento dos carregamentos gerados na viga usando-se o CP.

- O peso próprio gera um deslocamento δ_0 no CP:

$$\delta_0 = \frac{M_{mín}}{\gamma_p P_0} \quad (3.6)$$

- A sobrecargas geram um deslocamento δ_1 no CP:

$$\delta_1 = \frac{M_{m\acute{a}x}}{\gamma_p P_\infty} \quad (3.7)$$

Dado que o CP leva em conta apenas a força de protensão P, para encontrar suas posições limites basta igualar as tensões nos bordos inferior e superior à tensão limite.

- Situação de protensão:

$$\sigma_i^0 = -\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 e_0}{W_i} = f_{yd} \quad (3.8)$$

$$e_0 = \frac{\rho^2}{y_i} \left(\frac{f_{yd}}{\sigma_m^0} - 1 \right) \quad (3.9)$$

- Situação em serviço:

$$\sigma_i^\infty = \gamma_p \left(-\frac{P_\infty}{A} - \frac{P_\infty e}{W_i} \right) + \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_i} \leq f_{yd} \quad (3.10)$$

$$\sigma_s^\infty = \gamma_p \left(-\frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty e}{W_s} \right) - \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_s} \leq f_{yd} \quad (3.11)$$

$$e_1' = \frac{\rho^2}{y_s} \left(\frac{f_{yd}}{\sigma_m^1} - 1 \right) \quad (3.12)$$

$$e_1'' = \frac{\rho^2}{y_i} \left(\frac{f_{yd}}{\sigma_m^1} + 1 \right) \quad (3.13)$$

O ponto correspondente a e_1 é o menor dos dois valores.

$$\rho^2 = \frac{I_g}{A} \quad ; \quad \sigma_m^0 = \frac{\beta \gamma_p P}{A} \quad ; \quad \sigma_m^1 = \frac{\gamma_p P}{A} \quad (3.14a,b,c)$$

onde: e_0 é a posição limite inferior do CP, e_1 é a posição limite superior do CP, ρ é o raio de giração, y_i é a distância da linha neutra ao bordo inferior, y_s é a distância da linha neutra ao bordo superior, I_g é o momento de inércia com relação ao eixo que passa pelo centróide, σ_m é a tensão de compressão axial

Após obter os valores máximos permitidos para o CP de pressão, resta saber as posições limite do cabo resultante tal que o CP fique dentro dos limites. Para tanto, basta deslocar para baixo os o limites inferior e superior do CP das quantidades:

$$\delta_0 = \frac{M_{\min}}{\beta \gamma_p P} \quad e \quad \delta_1 = \frac{M_{\max}}{\gamma_p P} \quad (3.15a,b)$$

O intervalo encontrado é chamado de fuso limite e representa as posições limite do cabo resultante de protensão. Vale ressaltar que na prática podem haver cabos fora do fuso limite, desde que o cabo resultante se encontre dentro dos limites.

Desta forma, o fuso limite é calculado a partir das parábolas $\frac{M_g}{\beta \gamma_p P}$ e $\frac{M_g + M_a}{\gamma_p P}$, que devem ser “penduradas” nos extremos da viga nas coordenadas dos limites do CP. Esta parábola pode ser calculada pela substituição dos valores abaixo na equação da parábola.

Coordenadas fuso inferior: $(0, y_i - e_0)$; $(\frac{L}{2}, y_i - e_0 - \delta_0)$; $(L, y_i - e_0)$

Coordenadas fuso superior: $(0, y_i + e_1)$; $(\frac{L}{2}, y_i + e_1 - \delta_1)$; $(L, y_i + e_1)$

Dimensionamento da viga metálica protendida

Apresenta-se aqui, de forma breve, o procedimento a ser adotado para o dimensionamento de vigas metálicas protendidas, de acordo com Nunziata (1999).

- 1) Escolha da seção transversal. Nunziata apresenta valores de pre-dimensionamento que podem ser utilizados.
- 2) Cálculo das características geométricas da seção transversal.
- 3) Cálculo da força de protensão a partir da situação do ato de protensão. Desta forma, basta igualar as tensões no bordo inferior à tensão limite na equação 3.3 e resolver para P_0 ou P_∞ :

$$P_{\infty \text{ estimado}} = \frac{\left(\frac{M_{\min}}{W_i} - f_{yd}\right)}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e}{W_i}\right) (\gamma_p \beta)} \quad (3.16)$$

Ademais, podemos relacionar P_0 e P_∞ através de um coeficiente β :

$$P_0 = \beta P_\infty \quad (3.17)$$

- 4) Cálculo do número de cordoalhas a serem utilizadas e correção na força de protensão.
- 5) Verificação das tensões limites no bordo inferior na situação do ato de protensão, e nos bordos superior e inferior na situação de serviço, usando as equações 3.3 a 3.5.
- 6) Cálculo dos pontos limites para o centro de pressão.
- 7) Cálculo do fuso limite e escolha do traçado dos cabos.

Cabe mencionar, ainda, que o momento gerado pelas cargas acidentais causa uma sobretensão, isto é, um pequeno acréscimo na força de protensão. Sua consideração não é obrigatória, mas pode levar a um dimensionamento mais otimizado.

3.3 AÇO DE PROTENSÃO

Os aços de protensão possuem características distintas do aço utilizado em elementos de concreto armado.

Os cabos de protensão podem ser formados por fios ou cordoalhas. Podem também ser utilizadas barras de aço para a protensão. Segundo Naaman, idealmente, o fio ou cordoalha deve possuir as seguintes características:

- alta resistência
- capacidade de permanecer elástico mesmo quando submetido a tensões relativamente altas
- boa capacidade de aderência (para o caso de concreto protendido)
- baixa relaxação
- alta resistência à corrosão e à fadiga
- econômico e fácil de manipular

Os aços para protensão não possuem um ponto de escoamento bem-definido, no diagrama tensão-deformação (Figura 3.6). Desta forma, a tensão de escoamento é definida com base em um critério de deformação, isto é, corresponde a uma deformação de 1%. A ABNT NBR 7483:2008 especifica os valores de carga mínima a 1% de alongamento para diversos tipos de cordoalha.

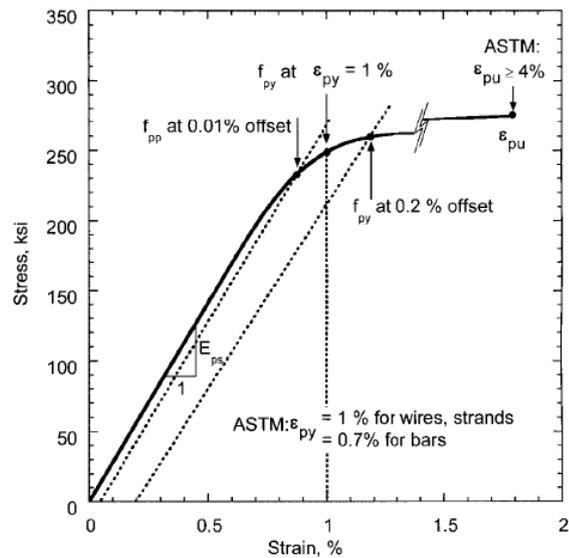


Figura 3.6 Diagramas de Tensão Deformação para Aço de Protensão e Determinação da Tensão de Escoamento (Naaman, 2004)

Os aços para concreto protendido são submetidos a diversos testes e inspeções para reduzir ao máximo a probabilidade de defeitos. A fim de melhorar a qualidade e trabalhabilidade, estes aços podem ser submetidos a diversos tipos de tratamentos (ArcelorMittal, 2015):

Aliviamento: processo de aquecimento a aproximadamente 500 graus, para melhorar principalmente a ductilidade. Pode contribuir para menor relaxação.(Naaman, 2004)

Estabilização: processo de aquecimento sob alta tensão de tração que termina por produzir alongamentos permanentes. Melhora as características mecânicas e leva à baixa relaxação. (Naaman, 2004)

As cordoalhas são constituídas por fios. Usualmente, no mercado brasileiro, encontra-se cordoalhas de 3 e 7 fios, e, neste caso, são sempre produzidas na condição de relaxação baixa.

A Norma ANBT NBR 7483:2008, por escopo, “fixa os requisitos exigíveis para fabricação, encomenda, fornecimento e recebimento de cordoalhas de aço de alta resistência de 3 e 7 fios, destinadas a armaduras de protensão”.

Esta norma classifica as cordoalhas, quanto a resistência à tração, em duas categorias: CP-190 e CP-210. Os valores correspondem ao limites mínimos de resistência à tração, isto é, às tensões (em kgf/mm²) correspondentes às cargas mínimas de ruptura. As designações CP-190 RB 3 x 5,0 e CP-210 RB 15,2, por exemplo, correspondem à cordoalha de relaxação baixa,

para concreto protendido, com 3 fios de diâmetro 5 mm e à cordoalha de relaxação baixa, para concreto protendido, com 7 fios de diâmetro 15,2 mm, respectivamente.

3.4 A TRANSFORMADA DE LAPLACE

A Transformada de Laplace faz parte de um grupo de funções chamadas transformadas integrais e é especialmente importante na resolução de problemas envolvendo forças descontínuas ou de impulsos. Segundo Kreyszig (2006), uma transformada integral é uma função da forma

$$F(s) = \int_0^{\infty} k(s, t)f(t)dt \quad (3.17)$$

onde $k(s, t)$ é o chamado núcleo da transformada. $k(s, t)$ é uma função em dois espaços e é ela quem define a transformada. A operação acima é dita transformar a função $f(t)$ na função $F(s)$, chamada de transformada de $f(t)$.

Dentre as diversas transformadas integrais, a Transformada de Laplace é uma função tal que seu núcleo é $k(s, t) = e^{-st}$, representada pela integral

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st}f(t)dt \quad (3.18)$$

onde $f(t)$ é uma função definida para valores positivos de t . Observe-se que a transformada é uma função de s .

A vantagem de se utilizar a transformada de Laplace é que ela transforma uma equação diferencial em $f(t)$ em uma função algébrica em $F(s)$. Esta equação algébrica é geralmente mais simples de ser resolvida. Em seguida, recupera-se a função original por meio da Transformada de Laplace Inversa

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} \quad , \quad \text{pois } \mathcal{L}^{-1}\{\mathcal{L}\{f(t)\}\} = f(t) \quad (3.19)$$

A expressão da transformada pode ser aplicada a diversas funções e os resultados podem ser compilados em uma tabela (Figura 4.4),

	$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$		$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$
1	1	$1/s$	7	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
2	t	$1/s^2$	8	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
3	t^2	$2!/s^3$	9	$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$
4	t^n ($n = 0, 1, \dots$)	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	10	$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$
5	t^a (a positive)	$\frac{\Gamma(a + 1)}{s^{a+1}}$	11	$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$
6	e^{at}	$\frac{1}{s - a}$	12	$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$

Figura 3.7 – Algumas funções e suas transformadas (Kreyszig, 2006)

As propriedades e características da transformada de Laplace são:

1) Linearidade:

A Transformada de Laplace é uma operação linear, isto é, para duas funções $f(t)$ e $g(t)$ cuja transformada exista, e duas constantes a e b quaisquer:

$$\mathcal{L}\{af(t) + bg(t)\} = a\mathcal{L}\{f(t)\} + b\mathcal{L}\{g(t)\} \quad (3.20)$$

2) Translação no espaço:

Ao se conhecer a transformada de uma função $f(t)$, pode-se facilmente obter a transformada da função $e^{at}f(t)$, por meio da aplicação do seguinte teorema:

Se a função $f(t)$ possui transformada $F(s)$ (onde $s > k$, para algum k)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} &= F(s - a) \\ e^{at}f(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{F(s - a)\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

onde $s - a > k$.

3) Restrição de Crescimento:

Uma função $f(t)$ possui Transformada de Laplace se satisfaz:

$$|f(t)| \leq Me^{ct} \quad (3.22)$$

para todo $t \geq 0$ e constantes M e c .

Transformada da Derivada

A operação de diferenciação de uma função $f(t)$ reflete uma operação de multiplicação na transformada de $f(t)$ por s .

Dada uma função $f(t)$, contínua para todo $t \geq 0$, que satisfaz a restrição de crescimento

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(0) \quad (3.23)$$

desde que $f'(t)$ seja contínua, pelo menos, em intervalos finitos.

$$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2\mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0) \quad (3.24)$$

desde que $f''(t)$ seja contínua, pelo menos, em intervalos finitos.

Função Degrau Unitário (Heaviside)

$$u(t - a) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } t < a \\ 1 & , \text{ se } t > a \end{cases} \quad (3.25)$$

A função degrau unitário ou Função Heaviside é uma função constante descontínua com um “salto” unitário em $t = a$ (Figura 3.8). Sua transformada é:

$$\mathcal{L}\{u(t - a)\} = \frac{e^{-as}}{s} \quad (3.26)$$

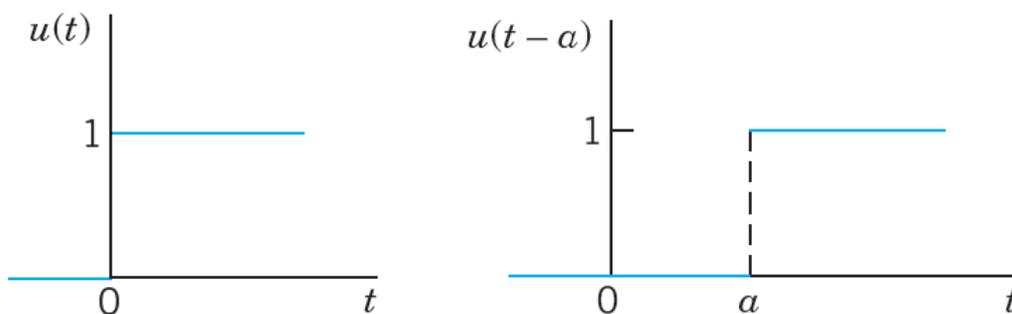


Figura 3.8 – Funções degrau unitário $u(t)$ e $u(t-a)$ (Kreyszig, 2006)

A Função Heaviside possui diversas aplicações em engenharia, dado que pode representar funções que se anulam subitamente ou que possuem saltos, isto é, mudanças bruscas de comportamento. Ao se multiplicar a função degrau unitário por uma função qualquer $f(t)$, pode-se obter a útil propriedade de translação no tempo.

Dada uma função $f(t)$ nula para valores de t negativos, a multiplicação de $f(t-a)$ por $u(t-a)$ provoca uma translação de quantidade a para a direita.

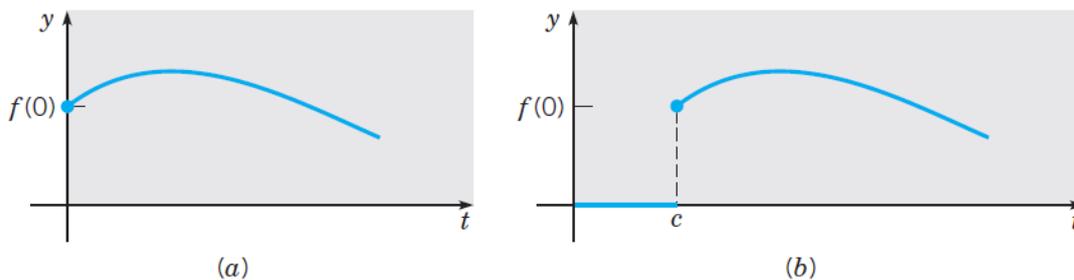


Figura 3.9 Translação de uma função dada. (a) $y = f(t)$; (b) $y = u(t-c)f(t-c)$ (Boyce, 2012)

Esta propriedade permite que uma função permaneça “desligada” (nula) por um período de tempo a , quando então é “ligada” e começa a atuar; e leva ao teorema de translação no tempo (Figura 3.9):

Seja $f(t)$ uma função com transformada $F(s)$, então a função transladada

$$f(t-a)u(t-a) = \begin{cases} 0 & , \quad \text{se } t < a \\ f(t-a) & , \quad \text{se } t > a \end{cases} \quad (3.27)$$

possui transformada

$$\mathcal{L}\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as}F(s)$$

De forma prática, conhecendo a transformada $F(s)$ de uma função $f(t)$, a transformada da função transladada é obtida pela simples multiplicação por e^{-as} .

Neste trabalho, a função Heaviside terá grande utilidade na análise da ruptura dos cabos de protensão, uma vez que a força de protensão irá desaparecer subitamente.

3.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE DINÂMICA ESTRUTURAL

Os modelos matemáticos utilizados para análise de estruturas baseiam-se em simplificações e idealizações que conservam as características fundamentais do problema. Estas idealizações

ou simplificações podem ser divididas em 3 classes. Suposições das características dos materiais através de considerações a respeito da homogeneidade, isotropia, linearidade e elasticidade. Suposições das características de carregamentos: através das hipóteses de forças serem aplicadas de forma constante ou periódica, ou de forças concentradas serem aplicadas em um único ponto. Por fim, há suposições na geometria do problema. Elementos de barra (vigas, barras de treliça, pilares) podem ser tratados como elementos unidimensionais, elementos de placa e casca podem ser tratados como elementos bidimensionais. Outra consideração importante relativa à geometria é a representação de estruturas contínuas por estruturas discretas, através da especificação de nós e deslocamentos nodais (Paz & Leigh, 2004).

O número de graus de liberdade de um sistema, isto é, coordenadas independentes necessárias à resolução do problema permite classificá-los em: sistemas de um grau de liberdade (SDOF - *Single-Degree-Of-Freedom*) ou sistemas de múltiplos graus de liberdade (MDOF - *Multiple-Degrees-Of-Freedom*).

A análise do deslocamento de uma viga biapoiada sob aplicação de uma carga pode ser tratado como um sistema SDOF. Tais sistemas podem ser descritos a partir de modelos analíticos com apenas 4 elementos (Figura 3.10), cada um representando uma única característica do sistema. Esta suposição certamente não transparece a realidade, mas permite a obtenção de resultados suficientemente precisos para o entendimento do problema real. O primeiro é o elemento de massa m , que representa as características inerciais do sistema. Em segundo lugar, tem-se um elemento de força restauradora k , geralmente representado através de uma mola. O terceiro elemento, c , representa as forças friccionais, de viscosidade e dissipação de energia, trata-se do elemento de amortecimento. Por fim, há a força de excitação $F(t)$ que atua no sistema, que pode ou não ser função do tempo.

Na ausência de uma força de excitação diz-se que o sistema está sujeito a uma vibração livre e a presença ou ausência do elemento de amortecimento configura o sistema em amortecido ou não amortecido. A configuração mais geral, é a de um sistema sujeito a vibrações forçadas amortecidas, que leva em conta todos os 4 elementos e pode ser representado pela relação:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (3.28)$$

onde $x(t)$ representa o deslocamento da massa m .

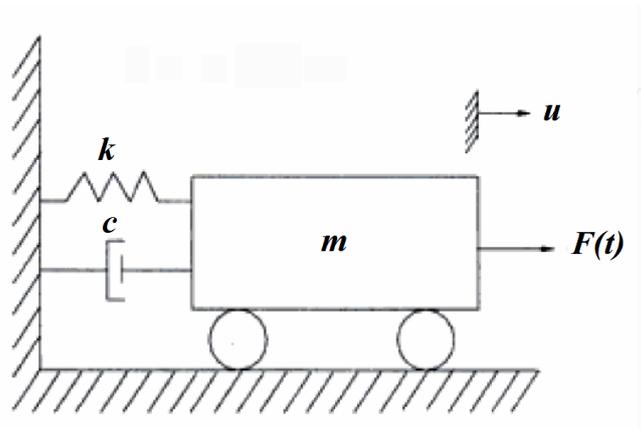


Figura 3.10 Sistema massa-mola amortecido (Paz & Leigh, 2004)

3.6 FUNDAMENTOS DO PROGRAMA ANSYS

ANSYS é programa composto por uma família de produtos de simulação que se utiliza de elementos finitos para criação e análise de modelos em diversos campos da engenharia. Possui capacidade de realizar análise estrutural, térmica, eletromagnética e análise de fluidos. O presente trabalho se utilizará dos recursos de análise estrutural.

Análise estrutural engloba não somente estruturas de engenharia civil, como pontes e edifícios, mas também estruturas mecânicas (diversos tipos de máquinas), aeronáuticas (elementos componentes de aeronaves), navais (casco de navios), dentre outras.

3.6.1 TIPOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL

O programa permite a execução de 7 tipos de análise estrutural:

Análise Estática: pode ser linear ou não linear (plasticidade, grandes deflexões, etc). Este tipo de análise é usado para cálculo de deslocamentos, tensões, etc. sob carregamentos estáticos.

Análise Modal: usado para determinação de características de vibração tais como frequências naturais e modos de vibração. O ANSYS permite apenas análise modal linear.

Análise Harmônica: usada para determinar a resposta de uma estrutura submetida a carregamentos cíclicos possibilitando verificação de sucesso ou falha contra efeitos de vibrações forçadas, tais como ressonância e fadiga.

Análise Dinâmica Transiente: também chamada de análise de histórico temporal (*time-history analysis*) é usada para determinar a resposta dinâmica de uma estrutura submetida a qualquer

tipo de carregamento que varia em função do tempo. Efeitos de inércia (peso-próprio, por exemplo) e amortecimento são levados em consideração. Pode-se determinar deslocamentos e tensões em função do tempo. Pode ser linear ou não linear.

Análise de Espectro: é uma extensão da análise modal que utiliza um espectro conhecido para o cálculo de deslocamentos e tensões. Usado para determinação da resposta de estruturas submetidas a carregamentos aleatórios tais como terremotos, vento, ondas do mar, etc.

Análise de Flambagem: usado para cálculo de cargas críticas, que geram flambagem, e a forma da estrutura. Permite análise linear e não linear.

Análise Dinâmica Explícita: usado para soluções rápidas de problemas de grandes deformações e problemas de contato.

3.6.2 ELEMENTOS A SEREM UTILIZADOS NA MODELAGEM

Foram pesquisados na biblioteca do ANSYS 19.0 diversos elementos com possibilidade de utilização para a modelagem dos cabos e das vigas mistas protendidas. A seguir, estão descritas algumas propriedades dos 3 elementos a serem utilizados.

Elemento De Barra – LINK180

Os cabos de protensão serão modelados com o elemento LINK180 (Barra 3-D ou Barra de Treliça). Este elemento é equivalente ao elemento LINK10, utilizado em versões anteriores do programa ANSYS. Este é um elemento de tração-compressão uniaxial com 3 graus de liberdade em cada nó: translação nas direções nodais x, y e z (Figura 3.11). A possibilidade de funcionamento como elemento de apenas tração o torna adequado para a modelagem de cabos. A flexão do elemento não é considerada. Estão incluídos os efeitos de plasticidade, fadiga, rotação, grande deflexão e grande deformação.

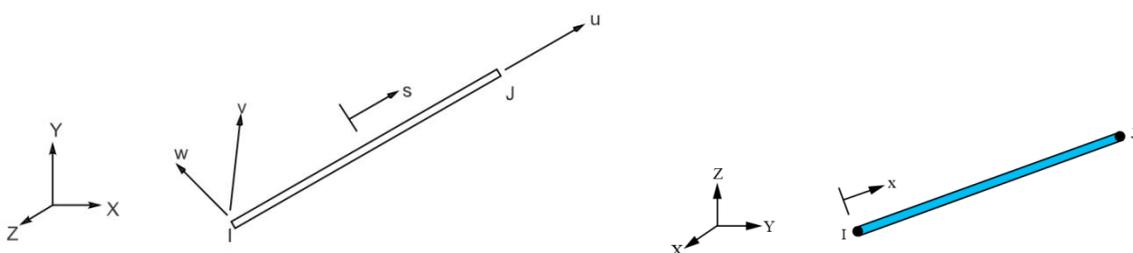


Figura 3.11 Características do elemento LINK180 Fonte: <<https://ansyshelp.ansys.com/>>

Este elemento possui a funcionalidade de “nascimento” e “morte”, outra característica que o habilita a ser utilizado no modelo. Possui também a capacidade de variar a área da seção transversal para preservar o volume, em caso de alongamento. O elemento é definido por dois nós, área transversal, massa por unidade de comprimento e propriedades materiais tais como módulo de elasticidade e coeficiente de poisson.

O tipo de seção e área transversal são definidos através dos comandos SECTYPE e SECDATA, respectivamente.

Elemento De Casca – SHELL181

O elemento SHELL181 é adequado para análise de estruturas de cascas moderadas ou espessas. O elemento é definido por 4 nós, e possui uma forma degenerada triangular que pode ser utilizada para ajustes na malha de elementos finitos. Cada nó possui 6 graus de liberdade: translação nas direções x, y,z e rotação em torno dos eixos x, y, z (Figura 3.12)

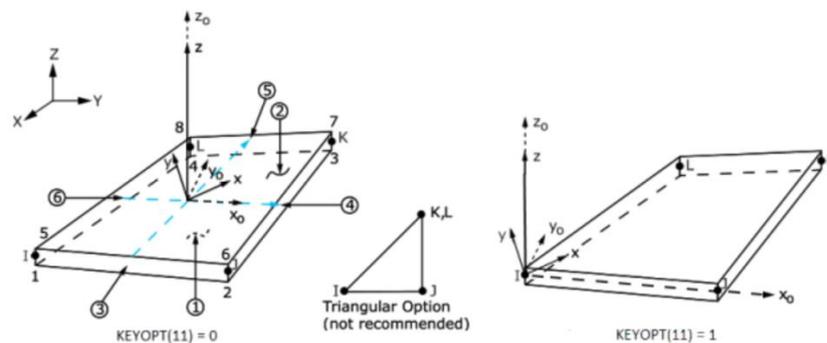


Figura 3.12 Características do elemento SHELL181 Fonte: <<https://ansyshelp.ansys.com/>>

O programa permite definir o número de pontos de integração na camada, que por default possui valor 3. Pode-se também utilizar 1, 3, 7 ou 9 pontos. A integração é feita de acordo com a Regra de Simpson.

Deve-se fornecer a espessura e o material de cada camada (se houver mais de uma).

Elemento Sólido (Concreto Armado) – SOLID65

A laje de concreto armado da viga mista será modelada com o elemento SOLID65. Este elemento é usado para modelagens tridimensionais de sólidos com ou sem armadura passiva. Possui a capacidade de representar propriedades não lineares. Pode fissurar quando sob tensão e de sofrer esmagamento, quando sob compressão. Permite deformação plástica e fluência.

O elemento é definido por 8 nós, com três graus de liberdade translacionais em cada nó (Figura 3.13). O uso de formas degeneradas (com menos de 8 nós) não é recomendado.

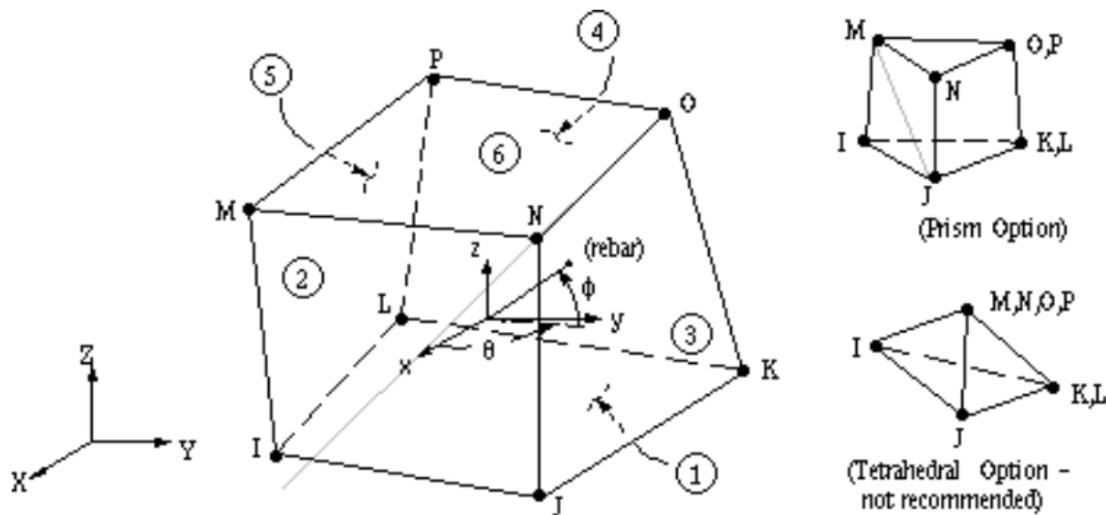


Figura 3.13 Características do elemento SOLID65 Fonte: <<https://ansyshelp.ansys.com/>>

Este elemento possui a funcionalidade de “nascimento” e “morte”, outra característica que o habilita a ser utilizado no modelo. Possui também a capacidade de variar a área da seção transversal para preservar o volume, em caso de alongamento. O elemento é definido por dois nós, área transversal, massa por unidade de comprimento e propriedades materiais tais como módulo de elasticidade e coeficiente de poisson.

Para o perfil da viga, foram pesquisados alguns elementos que poderão ser utilizados. A melhor adequação de um ou outro elemento será verificada quando da modelagem.

3.6.3 AMORTECIMENTO

O software ANSYS possibilita a inserção de coeficientes de amortecimento. Estes coeficientes são representados pelas constantes ALPHAD, BETAD e DMPRAT.

ALPHAD e BETAD definem o multiplicador α da matriz de massa, e o multiplicador β da matriz de rigidez, respectivamente, usados para formar a matriz de amortecimento viscoso.

DMPRAT define a razão de amortecimento, que pode ser utilizado nos modos harmônico, transiente e de espectro.

Neste trabalho, serão utilizados apenas os coeficientes α e β de Rayleigh. Estes coeficientes podem ser obtidos a partir da razão de amortecimento. Se esta for considerada constante, tem-se a seguinte relação (Figura 3.14):

$$\zeta = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (3.29)$$

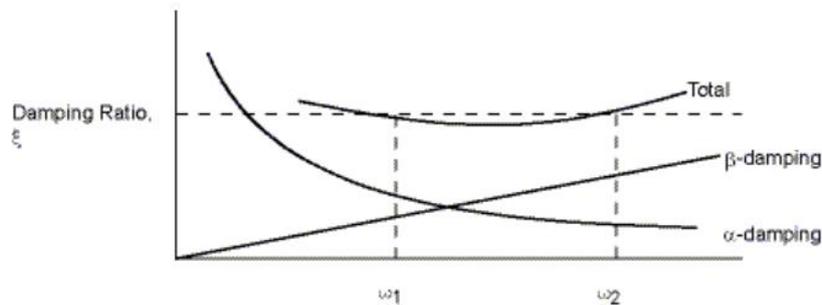


Figura 3.14 Relação entre α e β Fonte: <<https://ansyshelp.ansys.com/>>

Conhecidas as frequências naturais para os dois primeiros modos de vibração, pode-se obter os valores de α e β :

$$\alpha = \frac{2\zeta(\omega_1\omega_2)}{\omega_1 + \omega_2} \quad (3.30)$$

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega_1 + \omega_2} \quad (3.31)$$

Alternativamente, pode-se modelar o amortecimento utilizando-se apenas o valor de β , neste caso considerando o valor de α igual a zero.

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega} \quad (3.32)$$

3.6.4 “MORTE” DE ELEMENTOS

Esta propriedade é de grande interesse na análise de ruptura dos cabos de protensão, pois será usada para representar a “morte” do elemento de cabo. É acionada com a função EKILL. O efeito de “morte” de um elemento é obtida a partir da multiplicação de sua rigidez (ou outras quantidades análogas) por um fator de redução severo. Por definição, seu valor $1e-6$, mas pode ser modificado pelo usuário. Os carregamentos, massa, amortecimento, e deformações associados a estes elementos são anulados (atribuídos valor 0). O elemento pode ser, posteriormente, reativado, a partir do efeito de “nascimento” do elemento, caso necessário.

4. METODOLOGIA

Este estudo será realizado com 2 enfoques: formulação analítica e modelagem numérica de vigas baseadas nos modelos realizados por Ferreira (2007), com foco na situação de ruptura não simultânea dos cabos de protensão.

4.1 FORMULAÇÃO ANALÍTICA

Dado que a ruptura do cabo ocasiona um desaparecimento da força de protensão, será utilizada a função Degrau Unitário (Heaviside), para representar o súbito anulamento da força. O problema será resolvido através da Transformada de Laplace, dado que trata-se de função descontínua.

O sistema será modelado como um sistema massa-mola devido à similaridade de seu comportamento com a situação de tração e compressão a que uma seção da viga fica submetida durante um movimento oscilatório. A análise do movimento será feita considerando-se que o movimento da viga pode ser decomposto em componentes verticais e horizontais.

A formulação analítica será validada com auxílio de modelagem numérica realizada no programa ANSYS.

4.1.1 ANÁLISE MODAL

A aplicação de forças axiais em um elemento linear altera sua frequência natural. De acordo com Blevins (apud Ferreira, 2007), tracionando-se ou comprimindo-se o elemento, aumenta-se ou diminui-se sua frequência natural de vibração, respectivamente.

$$f_i = \frac{(i\pi)^2}{2\pi L^2} \left(1 + \frac{PL^2}{EI(i\pi)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (3.33)$$

onde f_i é a frequência natural de vibração para o i -ésimo modo de vibração, L é o comprimento da viga, P é a força axial (positiva, se de tração, e negativa, se de compressão), EI é a rigidez a flexão da viga, m é a massa por unidade comprimento, i é modo de vibração

A ruptura dos cabos de protensão altera a frequência de vibração da viga devido à pequena diminuição na rigidez, e na massa. De acordo com a equação 3.33, ocorrerá diminuição na frequência de vibração.

4.2 MODELAGEM NUMÉRICA

A modelagem numérica realizada neste trabalho se utilizará de Análise Dinâmica Transiente, citada na Seção 3.6.1.

Será utilizado o módulo *Mechanical APDL (ANSYS Parametric Design Language)*, que permite programação de funções e automatização de tarefas, conforme foi feito no trabalho de Ferreira (2007), utilizando o ANSYS 5.4. O presente trabalho utilizará a versão 19.0 do programa. A análise será desenvolvida utilizando-se os chamados *load steps*, que definem diferentes configurações de carga em função do tempo. Em uma análise transiente, múltiplos *load steps* são utilizados para diferentes segmentos da curva do histórico temporal (*time history*). A operação de “morte” de dois elementos em momentos diferentes pode ser realizada com a utilização de dois ou mais *load steps*.

No presente trabalho, serão utilizados 3 *load steps*, representando a situação de carregamento da protensão, a situação após a ruptura de um dos cabos e por fim a ruptura de ambos os cabos.

4.2.1 UMA BREVE DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA

O programa permite a modelagem via comandos de clique, com o mouse, ou via comandos escritos (por exemplo, MP para Material Properties) em um arquivo de texto editável. A modelagem via comando escrito torna possível a alteração de dados já inseridos.

No início da modelagem, é necessário definir o tipo de análise. Há 7 tipos disponíveis conforme foi explicado na seção 3.6.1.

Neste trabalho, será utilizada a opção de Análise Estrutural (usada para análise estática ou dinâmica). Após definir o tipo de análise, passa-se para a etapa de pré-processamento: *Preprocessor*. Deve-se então definir o tipo de elemento (*Element Type*) que será utilizado na

análise. Constantes reais (*Real Constants*) podem estar ou não disponíveis dependendo do tipo de elemento utilizado.

Em seguida, passa-se para a definição de propriedades materiais (*Material Props*). Em *Material Models* pode-se definir diversas propriedades como o módulo de elasticidade, coeficiente de poisson, densidade, etc. O modelo pode ser desenhado com as ferramentas do tópico *Modeling*. Pode-se criar pontos, linhas, áreas, volumes, etc..

Após a criação do modelo, deve-se proceder à discretização da malha de elementos finitos (*Meshing*). A malha dependerá do tipo de elemento utilizado e do refinamento desejado.

Em seguida, devem ser dadas as configurações de carregamentos a serem aplicados. Esta etapa é feita em *Solution*. Podem ser definidos carregamentos de forças, momentos, deslocamentos estruturais, gradientes de temperatura, pressão, etc.

Por fim, passa-se para a etapa de análise de resultados. Há dois pós-processadores, dependendo do tipo de análise. O primeiro deles, identificado por *General Postprocessor POST1* é utilizado para resultados de análises estáticas. O segundo, *Time-history Postprocessor POST26* é utilizado para análises dinâmicas.

4.2.2 APLICAÇÃO DA PROTENSÃO PELO MÉTODO DO RESFRIAMENTO

A protensão foi aplicada à viga a partir do resfriamento dos elementos de cabo (LINK180). Para tanto, foi necessário calcular a diferença de temperatura correspondente à força requerida.

Entretanto, ao aplicar a diferença de temperatura, a força de protensão pode ficar um pouco abaixo da procurada. Desta forma, pode ser necessário ajustar a temperatura manualmente para o valor adequado da protensão.

4.2.3 APLICAÇÃO DA CARGA.

Em todos os modelos realizados neste trabalho, a diferença de temperatura correspondente à força de protensão foi aplicada de forma gradual, de forma a não gerar efeitos dinâmicos. O programa ANSYS permite tanto a aplicação gradual de carga quanto a aplicação imediata de toda a carga, através do comando KBC.

4.2.4 MODELAGEM DA VIGA:

A alma e mesa da viga foram modeladas com o elemento SHELL181. Os cabos foram modelados com o elemento LINK180. A laje foi modelada com o elemento SOLID65. A transmissão de esforços entre um elemento e outro foi feita através do acoplamento (*coupling*) de elementos. Não foram modelados os desviadores, a fim de simplificação da análise. A região da alma perto dos apoios foi modelada com elemento de maior rigidez.

4.2.5 MÉTODO DE SOLUÇÃO:

Devido a retirada dos elementos de cabo com o comando EKILL, o problema é tratado pelo programa como não linear e utiliza o método de Newton-Raphson. Desta forma, deve-se ativar a não linearidade geométrica através do comando NLGEOM.

5. DESCRIÇÃO DO MODELO REOLÓGICO

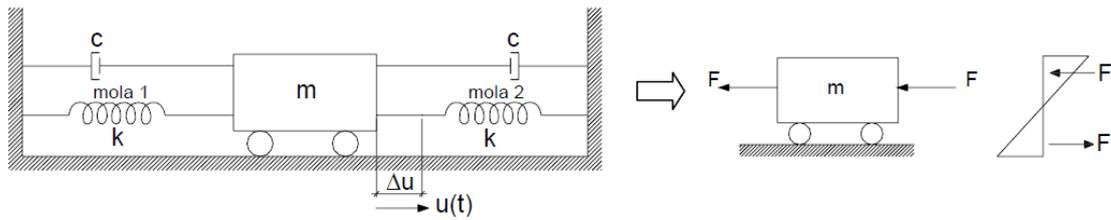
O estudo dinâmico das estruturas será analisado a partir de um modelo massa-mola.

As seções transversais da viga metálica, quando submetida à oscilação gerada pela ruptura de um ou mais cabos de protensão ficam sujeitas a esforços que oscilam de acordo com a posição relativa em relação à posição de equilíbrio na vibração. Este estado de alternância entre trações e compressões nas regiões acima e abaixo da linha neutra pode ser representado por um sistema massa-mola, conforme explicado abaixo.

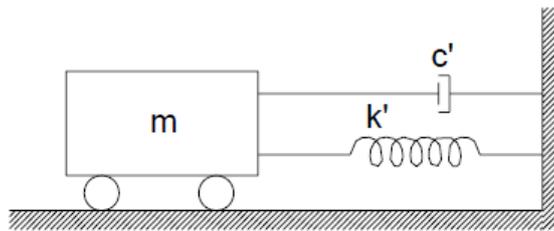
Considere-se a seção a meio vão de uma viga I, biapoiada, sujeita a oscilação vertical em torno do eixo de maior inércia. Seja $y = 0$ a posição vertical da linha neutra da seção. Quando $y < 0$ (viga abaixo da posição de equilíbrio) as fibras acima e abaixo da linha neutra ficam sujeitas a compressão e tração, respectivamente. Após um intervalo de tempo no máximo igual à metade do período de oscilação, tem-se $y > 0$ (viga acima da posição de equilíbrio) e as tensões nas fibras acima e abaixo da linha neutra estão sujeitas a tração e compressão, respectivamente, isto é, situação oposta à anterior. Desta forma, qualquer fibra da seção transversal fica sujeita ora a compressão, ora a tração. Esta situação pode ser modelada com uma massa m ligada a duas molas, conforme mostra a figura 5.1. Para uma modelagem mais precisa, considera-se também um sistema de amortecimento atuando em conjunto com cada mola.

Suponha-se que as molas 1 e 2 representam, respectivamente, uma fibra qualquer acima e abaixo da linha neutra. Analisando o caso de um deslocamento Δu para a direita, a mola 1 fica sujeita à tração enquanto a mola 2 fica sujeita à compressão. Esta situação assemelha-se ao caso em que $y > 0$, isto é as fibras acima da LN estão tracionadas, enquanto as fibras abaixo estão comprimidas. Da mesma forma, um deslocamento para esquerda assemelha-se à configuração de tensões quando $y < 0$. Portanto, a vibração da mola em torno de sua posição de equilíbrio é capaz de representar a alternância de sentido que ocorre no binário de forças na seção transversal.

De forma a simplificar a análise, pode-se trabalhar com um sistema equivalente no qual há apenas uma mola e um amortecedor equivalentes, conforme ilustra a Figura 5.1.



(a) Sistema com amortecimento nos dois sentidos



(b) Sistema com amortecimento equivalente

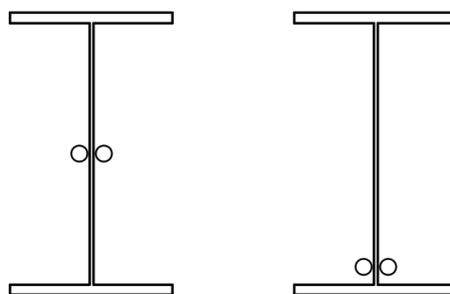
Figura 5.1 Sistema massa-mola amortecido (Ferreira, 2007)

Considere-se massa m , rigidez equivalente das molas k' e coeficiente de amortecimento c' . Os parâmetros equivalentes serão, a partir de agora, indicados sem o apóstrofo (m , k e c). O movimento oscilatório da viga em torno do eixo de maior inércia pode então ser descrito pelo modelo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (5.1)$$

A ruptura não simultânea dos cabos de protensão irá gerar um movimento oscilatório de natureza complexa. A fim de simplificar a análise, o movimento será analisado a partir de sua componente vertical.

A Figura 5.2 mostra as seções transversais da viga



(a) Apoio

(b) Meio do vão

Figura 5.2 Representação genérica das seções no apoio e a meio-vão (Autoria própria)

6. FORMULAÇÃO ANALÍTICA

6.1 RUPTURA NÃO-SIMULTÂNEA DOS CABOS DE PROTENSÃO

Considera-se que a força de protensão atuante na viga possui valor constante, e, portanto, também é constante a força do binário, representada no modelo massa-mola por um força proporcional a F_0 . Esta constante representa a força total atuante, provocada pelos dois cabos. Com a ruptura do primeiro cabo, a força é reduzida para a metade de seu valor, $F_0/2$. Em seguida, com a ruptura do segundo cabo, a força se anula. É necessário considerar também a força peso. Esta força é representada, no modelo massa-mola, por F_w .

A ruptura de cada cabo (extinção da força) pode ser modelada com auxílio de Funções Heaviside.

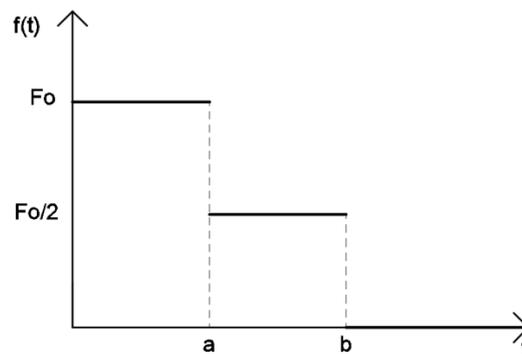


Figura 6.1 Força atuante no sistema massa-mola

As formulações a seguir foram desenvolvidas pelo autor, com base no trabalho de Ferreira (2007). Uma diferença com relação ao trabalho de Ferreira (2007), é que esta formulação considera a presença do termo F_w , que representa a força gerada pelo peso-próprio da estrutura.

6.2 CASO SEM AMORTECIMENTO

A equação geral que rege o movimento vertical da viga, é, neste caso:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 - \frac{F_0}{2}u(t - a) - \frac{F_0}{2}u(t - b) - F_w \quad (6.1)$$

Onde $t = a$ e $t = b$ são os momentos das rupturas dos cabos 1 e 2, respectivamente, tais que $b > a$, isto é, considera-se que o cabo 2 rompe depois do cabo 1.

Considera-se aqui que valores de deslocamento abaixo da posição de equilíbrio são positivos.

Inicialmente, analisa-se o caso de oscilação sem amortecimento:

$$m\ddot{x} + kx = F_0 - \frac{F_0}{2}u(t-a) - \frac{F_0}{2}u(t-b) - F_w \quad (6.2)$$

Dividindo ambos os lados por m:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{1}{m}\left(F_0 - \frac{F_0}{2}u(t-a) - \frac{F_0}{2}u(t-b)\right) - \frac{F_w}{m} \quad (6.3)$$

Substituindo a relação entre k e m pelo quadrado da frequência natural ω_0

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (6.4)$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2x = \frac{F_0}{m}\left(1 - \frac{1}{2}u(t-a) - \frac{1}{2}u(t-b)\right) - \frac{F_w}{m} \quad (6.5)$$

Aplica-se a Transformada de Laplace a ambos os lados da equação:

$$\mathcal{L}\{\ddot{x} + \omega_0^2x\} = \mathcal{L}\left\{\frac{F_0}{m}\left(1 - \frac{1}{2}u(t-a) - \frac{1}{2}u(t-b)\right) - \frac{F_w}{m}\right\} \quad (6.6)$$

A Transformada da função $x(t)$ será identificada como $X(s)$, ou simplesmente X .

$$s^2X - sx(0) - x'(0) + \omega_0^2X = \frac{F_0}{m}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2}\frac{e^{-as}}{s} - \frac{1}{2}\frac{e^{-bs}}{s}\right) - \frac{F_w}{m} \frac{1}{s} \quad (6.7)$$

As condições iniciais para a posição e velocidade são $x(0) = x_0$ e $x'(0) = x'_0$.

$$s^2X - sx_0 - x'_0 + \omega_0^2X = \frac{F_0 - F_w}{m} \frac{1}{s} + \frac{F_0}{m}\left(-\frac{1}{2}\frac{e^{-as}}{s} - \frac{1}{2}\frac{e^{-bs}}{s}\right) \quad (6.8)$$

É possível isolar X no membro esquerdo:

$$X = \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} \left[\frac{F_0 - F_w}{m} \frac{1}{s} + \frac{F_0}{m} \left(-\frac{1}{2}\frac{e^{-as}}{s} - \frac{1}{2}\frac{e^{-bs}}{s} \right) \right] + \frac{sx_0 + x'_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad (6.9)$$

Colocando o termo $1/s$ em evidência e reorganizando termos:

$$X = \frac{1}{s} \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} \left[\frac{F_0 - F_w}{m} + \frac{F_0}{m} \left(-\frac{1}{2}e^{-as} - \frac{1}{2}e^{-bs} \right) \right] + \frac{sx_0 + x'_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad (6.10)$$

Por frações parciais:

$$\frac{1}{s} \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} = \frac{1}{\omega_0^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \right) \quad (6.11)$$

E, portanto,

$$X = \frac{1}{\omega_0^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \right) \left[\frac{F_0 - F_w}{m} + \frac{F_0}{m} \left(-\frac{1}{2} e^{-as} - \frac{1}{2} e^{-bs} \right) \right] + \frac{sx_0 + x'_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad (6.12)$$

É possível, então, aplicar a Transformada de Laplace Inversa em ambos os lados da equação:

$$\mathcal{L}^{-1}\{X\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega_0^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \right) \left[\frac{F_0 - F_w}{m} + \frac{F_0}{m} \left(-\frac{1}{2} e^{-as} - \frac{1}{2} e^{-bs} \right) \right] + \frac{sx_0 + x'_0}{s^2 + \omega_0^2} \right\} \quad (6.13)$$

Reorganizando termos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\{X\} = \mathcal{L}^{-1} & \left\{ \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \right) \right. \\ & + \frac{F_0}{m\omega_0^2} \left[-\frac{1}{2} e^{-as} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \right) - \frac{1}{2} e^{-bs} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \right) \right] \\ & \left. + x_0 \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} + x'_0 \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} \right\} \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} x(t) = \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2} + \left(x_0 - \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2} \right) \cos(\omega_0 t) + \frac{x'_0}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t) \\ + \frac{F_0}{m\omega_0^2} \left[-\frac{1}{2} (1 - \cos\omega_0(t - a)) u(t - a) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (1 - \cos\omega_0(t - b)) u(t - b) \right] \end{aligned} \quad (6.15)$$

De forma mais simples, pode-se escrever:

se $0 < t \leq a$:

$$x(t) = \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2} + \left(x_0 - \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2} \right) \cos(\omega_0 t) + \frac{x'_0}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t) \quad (6.16)$$

se $a < t \leq b$:

$$x(t) = \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2} + \left(x_0 - \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2}\right) \cos(\omega_0 t) + \frac{x'_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + \frac{F_0}{m\omega_0^2} \left[-\frac{1}{2}(1 - \cos\omega_0(t - a))\right] \quad (6.17)$$

se $t \geq b$:

$$x(t) = \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2} + \left(x_0 - \frac{F_0 - F_w}{m\omega_0^2}\right) \cos(\omega_0 t) + \frac{x'_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + \frac{F_0}{m\omega_0^2} \left[-\frac{1}{2}(1 - \cos\omega_0(t - a)) - \frac{1}{2}(1 - \cos\omega_0(t - b))\right] \quad (6.18)$$

6.3 CASO COM AMORTECIMENTO

Onde $t = a$ e $t = b$ são os momentos das rupturas dos cabos 1 e 2, respectivamente, tais que $b > a$, isto é, considera-se que o cabo 2 rompe depois do cabo 1.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 - \frac{F_0}{2}u(t - a) - \frac{F_0}{2}u(t - b) - F_w \quad (6.19)$$

Divide-se ambos os lados por m:

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{1}{m}\left(F_0 - \frac{F_0}{2}u(t - a) - \frac{F_0}{2}u(t - b)\right) - \frac{F_w}{m} \quad (6.20)$$

Pode-se substituir, no lado esquerdo, a relação entre k e m pelo quadrado da frequência natural ω_0

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad , \quad c_{cr} = 2m\omega_0 \quad , \quad \zeta = \frac{c}{c_{cr}} \quad , \quad 2\omega_0\zeta = \frac{c}{m} \quad (6.21)$$

$$\ddot{x} + 2\omega_0\zeta\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{F_0}{m}\left(1 - \frac{1}{2}u(t - a) - \frac{1}{2}u(t - b)\right) - \frac{F_w}{m} \quad (6.22)$$

Aplica-se a Transformada de Laplace a ambos os lados da equação:

$$\mathcal{L}\{\ddot{x} + 2\omega_0\zeta\dot{x} + \omega_0^2x\} = \mathcal{L}\left\{\frac{F_0}{m}\left(1 - \frac{1}{2}u(t - a) - \frac{1}{2}u(t - b)\right) - \frac{F_w}{m}\right\} \quad (6.23)$$

A Transformada da função $x(t)$ será identificada como $X(s)$, ou simplesmente U.

$$\begin{aligned} [s^2X - sx(0) - x'(0)] + 2\omega_0\zeta[sX - x(0)] + \omega_0^2X \\ = \frac{F_0}{m}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2}\frac{e^{-as}}{s} - \frac{1}{2}\frac{e^{-bs}}{s}\right) - \frac{F_w}{m}\frac{1}{s} \end{aligned} \quad (6.24)$$

As condições iniciais para a posição e velocidade são $x(0) = x_0$ e $x'(0) = x'_0$.

$$\begin{aligned} s^2 X + 2\omega_0 \zeta s X + \omega_0^2 X - s x_0 - x'_0 - 2\omega_0 \zeta x_0 \\ = \frac{F_0}{m} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2} \frac{e^{-as}}{s} - \frac{1}{2} \frac{e^{-bs}}{s} \right) - \frac{F_w}{m} \frac{1}{s} \end{aligned} \quad (6.25)$$

É possível isolar X no membro esquerdo:

$$\begin{aligned} X = \frac{1}{s^2 + 2\omega_0 \zeta s + \omega_0^2} \left[\frac{F_0}{m} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2} \frac{e^{-as}}{s} - \frac{1}{2} \frac{e^{-bs}}{s} \right) - \frac{F_w}{m} \frac{1}{s} + s x_0 + x'_0 \right. \\ \left. + 2\omega_0 \zeta x_0 \right] \end{aligned} \quad (6.26)$$

Coloca-se o termo $1/s$ em evidência:

$$\begin{aligned} X = \frac{1}{s^2 + 2\omega_0 \zeta s + \omega_0^2} \frac{1}{s} \left[\frac{F_0}{m} \left(1 - \frac{1}{2} e^{-as} - \frac{1}{2} e^{-bs} \right) - \frac{F_w}{m} \right] \\ + \frac{1}{s^2 + 2\omega_0 \zeta s + \omega_0^2} (s x_0 + x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0) \end{aligned} \quad (6.27)$$

Observa-se, entretanto, que o termo

$$s^2 + 2\omega_0 \zeta s + \omega_0^2 \quad (6.28)$$

possui soluções da forma

$$-\omega_0 \zeta \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (6.29)$$

Dependendo do valor de ζ (razão de amortecimento), podem ocorrer três casos:

- 1) Movimento Subamortecido: $0 < \zeta < 1$
- 2) Movimento Criticamente Amortecido: $\zeta = 1$
- 3) Movimento Superamortecido $\zeta > 1$

Será analisado aqui o movimento sub-amortecido.

Pode-se reescrever a solução (6.27), como:

$$-\omega_0 \zeta \pm \omega_0 \sqrt{-(1 - \zeta^2)} = -\omega_0 \zeta \pm i \omega_0 \sqrt{(1 - \zeta^2)} \quad (6.30)$$

onde utilizou-se que $\sqrt{-1} = i$.

Dado que $0 < \zeta < 1$ o discriminante $\zeta^2 - 1 < 1$ e portanto $1 - \zeta^2 > 1$.

Definindo-se a frequência natural circular amortecida:

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{(1 - \zeta^2)} \quad (6.31)$$

As soluções de (6.26) tomam a forma

$$-\omega_0\zeta \pm i\omega_d \quad (6.32)$$

Desta forma:

$$\frac{1}{s^2 + 2\omega_0\zeta s + \omega_0^2} = \frac{1}{[s - (-\omega_0\zeta + i\omega_d)][s - (-\omega_0\zeta - i\omega_d)]} \quad (6.33)$$

A fração acima pode ser decomposta por frações parciais. Para simplificação dos cálculos, seja

$$s_1 = -\omega_0\zeta + i\omega_d \quad e \quad s_2 = -\omega_0\zeta - i\omega_d \quad (6.34)$$

$$\frac{1}{s^2 + 2\omega_0\zeta s + \omega_0^2} = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} \quad (6.35)$$

Por frações parciais:

$$\frac{1}{s^2 + 2\omega_0\zeta s + \omega_0^2} = \frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} = \frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} + \frac{1}{s_2(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \quad (6.36)$$

$$\frac{1}{s^2 + 2\omega_0\zeta s + \omega_0^2} = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{1}{s - s_1} - \frac{1}{s - s_2} \right) \quad (6.37)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} X = & \left[\frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} \right. \\ & \left. + \frac{1}{s_2(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \right] \left[\frac{F_0}{m} \left(1 - \frac{1}{2} e^{-as} - \frac{1}{2} e^{-bs} \right) - \frac{F_w}{m} \right] \\ & + \frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{1}{s - s_1} - \frac{1}{s - s_2} \right) (s x_0 + x'_0 + 2\omega_0\zeta x_0) \end{aligned} \quad (6.38)$$

$$\begin{aligned} X = & \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} + \frac{1}{s_2(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \right] \\ & + \frac{F_0}{m} \left\{ -\frac{1}{2} e^{-as} \left[\frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} + \frac{1}{s_2(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \right] \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} e^{-bs} \left[\frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} + \frac{1}{s_2(s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \right] \right\} \\ & + \frac{x_0}{s_2 - s_1} \left(\frac{s}{s - s_2} - \frac{s}{s - s_1} \right) + \frac{x'_0 + 2\omega_0\zeta x_0}{s_2 - s_1} \left(\frac{1}{s - s_2} - \frac{1}{s - s_1} \right) \end{aligned} \quad (6.39)$$

$$\begin{aligned}
X = & \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1 (s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} + \frac{1}{s_2 (s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \right] \\
& + \frac{F_0}{m} \left\{ -\frac{1}{2} e^{-as} \left[\frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1 (s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{s_2 (s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \right] \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} e^{-bs} \left[\frac{1}{s_1 s_2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1 (s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_1)} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{s_2 (s_2 - s_1)} \frac{1}{(s - s_2)} \right] \right\} \\
& + \frac{x_0}{s_2 - s_1} \left(1 + \frac{s_2}{s - s_2} - 1 - \frac{s_1}{s - s_1} \right) \\
& + \frac{x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0}{s_2 - s_1} \left(\frac{1}{s - s_2} - \frac{1}{s - s_1} \right)
\end{aligned} \tag{6.40}$$

Aplicando-se a Transformada Inversa de Laplace em ambos os lados da equação:

$$\begin{aligned}
x(t) = & \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1 t}}{s_1 (s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2 (s_2 - s_1)} \right] \\
& + \frac{F_0}{m} \left\{ -\frac{1}{2} u(t - a) \left[\frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1 (t-a)}}{s_1 (s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2 (t-a)}}{s_2 (s_2 - s_1)} \right] \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} u(t - b) \left[\frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1 (t-b)}}{s_1 (s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2 (t-b)}}{s_2 (s_2 - s_1)} \right] \right\} \\
& + \frac{x_0}{s_2 - s_1} (s_2 e^{s_2 t} - s_1 e^{s_1 t}) + \frac{x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0}{s_2 - s_1} (e^{s_2 t} - e^{s_1 t})
\end{aligned} \tag{6.41}$$

Abaixo, segue o processo de simplificação da expressão acima:

$$s_1 = -\omega_0 \zeta + i\omega_d \quad e \quad s_2 = -\omega_0 \zeta - i\omega_d \tag{6.42}$$

$$\frac{1}{s_1 s_2} = \frac{1}{(-\omega_0 \zeta + i\omega_d)(-\omega_0 \zeta - i\omega_d)} = \frac{1}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \tag{6.43}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{s_1 (s_2 - s_1)} &= \frac{1}{(-\omega_0 \zeta + i\omega_d)(-\omega_0 \zeta - i\omega_d - (-\omega_0 \zeta + i\omega_d))} \\
&= \frac{1}{(-\omega_0 \zeta + i\omega_d)(-2i\omega_d)} = \frac{1}{(2i\omega_d \omega_0 \zeta + 2\omega_d^2)}
\end{aligned} \tag{6.44}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{s_2(s_2 - s_1)} &= \frac{1}{(-\omega_0\zeta - i\omega_d)(-\omega_0\zeta - i\omega_d - (-\omega_0\zeta + i\omega_d))} \\ &= \frac{1}{(-\omega_0\zeta - i\omega_d)(-2i\omega_d)} = \frac{1}{(2i\omega_d\omega_0\zeta - 2\omega_d^2)} \end{aligned} \quad (6.45)$$

Seja

$$w = 2i\omega_d\omega_0\zeta \quad e \quad v = 2\omega_d^2 \quad (6.46)$$

$$\begin{aligned} &-\frac{e^{s_1 t}}{s_1(s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2(s_2 - s_1)} = \\ &-\frac{e^{(-\omega_0\zeta + i\omega_d)t}}{w + v} + \frac{e^{(-\omega_0\zeta - i\omega_d)t}}{w - v} = -\frac{e^{-\omega_0\zeta t} e^{i\omega_d t}}{w + v} + \frac{e^{-\omega_0\zeta t} e^{-i\omega_d t}}{w - v} \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(-\frac{e^{i\omega_d t}}{w + v} + \frac{e^{-i\omega_d t}}{w - v} \right) \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(-\frac{\cos(\omega_d t) + i\text{sen}(\omega_d t)}{w + v} + \frac{\cos(\omega_d t) - i\text{sen}(\omega_d t)}{w - v} \right) \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(\frac{-w\cos(\omega_d t) - w\text{isen}(\omega_d t) + v\cos(\omega_d t) + v\text{isen}(\omega_d t)}{w^2 - v^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{w\cos(\omega_d t) - w\text{isen}(\omega_d t) + v\cos(\omega_d t) - v\text{isen}(\omega_d t)}{w^2 - v^2} \right) \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(\frac{-2w\text{isen}(\omega_d t) + 2v\cos(\omega_d t)}{w^2 - v^2} \right) \end{aligned} \quad (6.47)$$

Onde utilizou-se a fórmula de Euler:

$$e^{i\mu t} = \cos \mu t + i \text{sen} \mu t \quad (6.48)$$

Substituindo-se w e v :

$$\begin{aligned} &e^{-\omega_0\zeta t} \left(\frac{4\omega_d\omega_0\zeta\text{sen}(\omega_d t) + 4\omega_d^2\cos(\omega_d t)}{(2i\omega_d\omega_0\zeta)^2 - (2\omega_d^2)^2} \right) \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(\frac{4\omega_d\omega_0\zeta\text{sen}(\omega_d t) + 4\omega_d^2\cos(\omega_d t)}{(2i\omega_d\omega_0\zeta)^2 - (2\omega_d^2)^2} \right) \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(\frac{4\omega_d\omega_0\zeta\text{sen}(\omega_d t) + 4\omega_d^2\cos(\omega_d t)}{(2i\omega_d\omega_0\zeta)^2 - (2\omega_d^2)^2} \right) \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(\frac{\omega_d\omega_0\zeta\text{sen}(\omega_d t) + \omega_d^2\cos(\omega_d t)}{-\omega_d^2\omega_0^2\zeta^2 - \omega_d^4} \right) = \\ &= e^{-\omega_0\zeta t} \left(\frac{\left(\frac{\omega_0}{\omega_d}\right)\zeta\text{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t)}{-\omega_0^2\zeta^2 - \omega_d^2} \right) \end{aligned} \quad (6.49)$$

Portanto:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1 t}}{s_1(s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2(s_2 - s_1)} \\
&= \frac{1}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} + e^{-\omega_0 \zeta t} \left(\frac{\left(\frac{\omega_0}{\omega_d}\right) \zeta \text{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t)}{-\omega_0^2 \zeta^2 - \omega_d^2} \right) \\
&= \frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d}\right) \zeta \text{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2}
\end{aligned} \tag{6.50}$$

De forma análoga:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1(t-a)}}{s_1(s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2(t-a)}}{s_2(s_2 - s_1)} \\
&= \frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta(t-a)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d}\right) \zeta \text{sen}(\omega_d(t-a)) + \cos(\omega_d(t-a)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2}
\end{aligned} \tag{6.51}$$

e

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1(t-b)}}{s_1(s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2(t-b)}}{s_2(s_2 - s_1)} \\
&= \frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta(t-b)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d}\right) \zeta \text{sen}(\omega_d(t-b)) + \cos(\omega_d(t-b)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2}
\end{aligned} \tag{6.52}$$

$$s_2 e^{s_2 t} = (-\omega_0 \zeta - i\omega_d) e^{-\omega_0 \zeta t} e^{-i\omega_d t} \tag{6.53}$$

$$s_1 e^{s_1 t} = (-\omega_0 \zeta + i\omega_d) e^{-\omega_0 \zeta t} e^{i\omega_d t} \tag{6.54}$$

$$\begin{aligned}
& (s_2 e^{s_2 t} - s_1 e^{s_1 t}) \\
&= e^{-\omega_0 \zeta t} [-\omega_0 \zeta (e^{-i\omega_d t} - e^{i\omega_d t}) \\
&\quad - i\omega_d (e^{-i\omega_d t} + e^{i\omega_d t})] \\
&= e^{-\omega_0 \zeta t} [-\omega_0 \zeta (\cos(\omega_d t) - \text{isen}(\omega_d t) - \cos(\omega_d t) \\
&\quad - \text{isen}(\omega_d t)) \\
&\quad - i\omega_d (\cos(\omega_d t) - \text{isen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \\
&\quad + \text{isen}(\omega_d t))] \\
&= e^{-\omega_0 \zeta t} [-\omega_0 \zeta (-2\text{isen}(\omega_d t)) - i\omega_d (2\cos(\omega_d t))]
\end{aligned} \tag{6.55}$$

$$\begin{aligned}
(e^{s_2 t} - e^{s_1 t}) &= (e^{-\omega_0 \zeta t} e^{-i\omega_d t} - e^{-\omega_0 \zeta t} e^{i\omega_d t}) \\
&= e^{-\omega_0 \zeta t} (e^{-i\omega_d t} - e^{i\omega_d t}) \\
&= e^{-\omega_0 \zeta t} (\cos(\omega_d t) - i \operatorname{sen}(\omega_d t) - \cos(\omega_d t) \\
&\quad - i \operatorname{sen}(\omega_d t)) = e^{-\omega_0 \zeta t} (-2i \operatorname{sen}(\omega_d t))
\end{aligned} \tag{6.56}$$

Portanto a solução da equação com amortecimento é:

$$\begin{aligned}
x(t) &= \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \\
&\quad + \frac{F_0}{m} \left\{ -\frac{1}{2} u(t) \right. \\
&\quad - a \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta (t-a)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d (t-a)) + \cos(\omega_d (t-a)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} u(t-b) \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta (t-b)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d (t-b)) + \cos(\omega_d (t-b)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \right\} \\
&\quad + \frac{x_0}{-2i\omega_d} e^{-\omega_0 \zeta t} [-\omega_0 \zeta (-2i \operatorname{sen}(\omega_d t)) - i\omega_d (2\cos(\omega_d t))] \\
&\quad + \frac{x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0}{-2i\omega_d} e^{-\omega_0 \zeta t} (-2i \operatorname{sen}(\omega_d t))
\end{aligned} \tag{6.57}$$

$$\begin{aligned}
x(t) &= \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \\
&\quad + \frac{F_0}{m} \left\{ -\frac{1}{2} u(t) \right. \\
&\quad - a \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta (t-a)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d (t-a)) + \cos(\omega_d (t-a)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} u(t-b) \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta (t-b)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d (t-b)) + \cos(\omega_d (t-b)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \right\} \\
&\quad + x_0 e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\cos(\omega_d t) - \left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) \right] + \frac{x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0}{\omega_d} e^{-\omega_0 \zeta t} \operatorname{sen}(\omega_d t)
\end{aligned} \tag{6.58}$$

De forma mais simples, pode-se escrever:

se $0 < t \leq a$:

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \\
 & + x_0 e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\cos(\omega_d t) - \left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) \right] \\
 & + \frac{x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0}{\omega_d} e^{-\omega_0 \zeta t} \operatorname{sen}(\omega_d t)
 \end{aligned} \tag{6.59}$$

se $a < t \leq b$:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \\
 &+ \frac{F_0}{m} \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta (t-a)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d (t-a)) + \cos(\omega_d (t-a)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \right\} \\
 &+ x_0 e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\cos(\omega_d t) - \left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) \right] + \frac{x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0}{\omega_d} e^{-\omega_0 \zeta t} \operatorname{sen}(\omega_d t)
 \end{aligned} \tag{6.60}$$

se $t \geq b$:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \left(\frac{F_0 - F_w}{m} \right) \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \\
 &+ \frac{F_0}{m} \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta (t-a)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d (t-a)) + \cos(\omega_d (t-a)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[\frac{1 - e^{-\omega_0 \zeta (t-b)} \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d (t-b)) + \cos(\omega_d (t-b)) \right]}{\omega_0^2 \zeta^2 + \omega_d^2} \right] \right\} \\
 &+ x_0 e^{-\omega_0 \zeta t} \left[\cos(\omega_d t) - \left(\frac{\omega_0}{\omega_d} \right) \zeta \operatorname{sen}(\omega_d t) \right] + \frac{x'_0 + 2\omega_0 \zeta x_0}{\omega_d} e^{-\omega_0 \zeta t} \operatorname{sen}(\omega_d t)
 \end{aligned} \tag{6.61}$$

7 PROCEDIMENTO DA MODELAGEM ANALÍTICA

Cálculo da frequência do primeiro modo de vibração para então obter a rigidez equivalente do sistema massa mola. Este cálculo foi feito pela formulação analítica de Blevins e pelo ANSYS. Modo 1: f1

$$\omega_1 = 2\pi f \quad (7.1)$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_1 \quad (7.2)$$

$$k = 4m(\pi f)^2 \quad (7.3)$$

onde: ω_1 é a frequência angular circular para o primeiro modo de vibração, f é a frequência angular, k é a rigidez, m é a massa

Na modelagem numérica, o cálculo da força de protensão é feito a partir da aplicação de uma diferença de temperatura:

$$P = A_p \times \alpha \times E \times \Delta T \quad (7.4)$$

onde, P é a força de protensão, A_p é a Área do cabo, α é o coeficiente de dilatação térmica E é o módulo de elasticidade do material, ΔT é a diferença de temperatura

Cálculo da força vertical atuante na viga:

Dada a força de protensão P (em cada cabo), que atua na direção do cabo, pode-se obter a componente vertical. Para o traçado com apenas um desviador, tem-se que a força vertical nos 2 cabos é:

$$F_v = 2P \sin \theta \quad (7.5)$$

onde, F_v é a Força vertical na viga

Das fórmulas de Resistência dos Materiais, os deslocamentos provocados por uma força aplicada no centro de uma viga biapoiada e por uma carga uniformemente distribuída são, respectivamente:

$$\delta_p = \frac{F_v L^3}{48EI} \quad (7.6)$$

$$\delta_w = \frac{5wL^4}{384EI} \quad (7.7)$$

onde, δ_p é o deslocamento vertical devido à força de protensão, δ_w é o deslocamento vertical devido ao peso-próprio, L é o comprimento da viga, w é o peso por unidade comprimento

Portanto as forças que representam a protensão e o peso próprio no modelo massa-mola são, respectivamente:

$$F_0 = k \times \delta_p \quad (7.8)$$

$$F_w = k \times \delta_w \quad (7.9)$$

Deve-se observar que após a ruptura do primeiro cabo, ocorre variação na frequência natural, pois diminui a força de compressão atuante na viga. Utilizou-se a frequência natural do primeiro modo de vibração da formulação de Blevins.

8 ANÁLISE QUALITATIVA DO INTERVALO ENTRE A RUPTURA DE UM CABO E OUTRO

O rompimento de um cabo não significa, necessariamente, que o outro irá romper. Diversos fenômenos podem ocorrer no período compreendido entre a ruptura do primeiro e do segundo cabo, caso este venha a romper.

- 1) **Perda de estabilidade global e local da viga.** Após a ruptura do primeiro cabo, a viga será submetida a deslocamentos que poderão causar tensões acima das tensões limites. Desta forma, poderá ocorrer flambagem local da alma (FLA) , flambagem local da mesa (FLM) (superior ou inferior), flambagem lateral com torção (FLT), caso não haja travamento horizontal suficiente.
- 2) **Redistribuição de tensões na viga, causando arqueamento lateral e diminuição das deformações no cabo remanescente.** Desta forma, haverá um alívio da força axial atuante no segundo cabo. Esta situação seria possível somente caso não haja travamento lateral para a viga.
- 3) **Ruptura da viga metálica.** O efeito dinâmico provocado poderia gerar a ruptura de algum dos elementos componentes da viga. No caso de viga soldada, uma região de possível falha na solda favoreceria tal fenômeno.
- 4) **A explosão da ruptura do cabo poderia danificar a mesa do perfil.** O cabo vai chicotear violentamente após a ruptura. Se danificar a mesa do perfil, pode criar um ponto de fraqueza. E nesse momento a viga metálica estará sujeita à esforços acima daqueles estipulados para situações de serviço, podendo ter até mesmo ter entrado no regime elástico. Assim, devido a esse região crítica, a viga poderia vir a romper.
- 5) **Ruptura da laje acima desta longarina.** Os deslocamentos gerados pela ruptura do primeiro cabo poderiam gerar esmagamento do concreto da laje conectada à viga.
- 6) **Danificação dos conectores de cisalhamento.** Dependendo do caso de interação total ou parcial, poderia ocorrer plastificação excessiva nos conectores de cisalhamento, prejudicando a ligação entre viga e laje.

8.1 ANÁLISE DA RESISTÊNCIA DO SEGUNDO CABO APÓS A RUPTURA DO PRIMEIRO CABO

Após a ruptura do primeiro cabo (C1), o cabo restante (C2) ficará submetido a uma força de natureza oscilatória, que depende da posição da viga com relação à posição de equilíbrio.

Quando a viga oscila acima da posição de equilíbrio, a força atuante no C2 é menor que a força usual. Para fins de simplificação da análise, considerar-se-á que a força é nula. Quando a viga oscila abaixo da posição de equilíbrio, a força atuante em C2 aumenta até que atinge um valor máximo (na posição mais baixa que a viga atinge), e portanto, C2 fica submetido a um máximo alongamento.

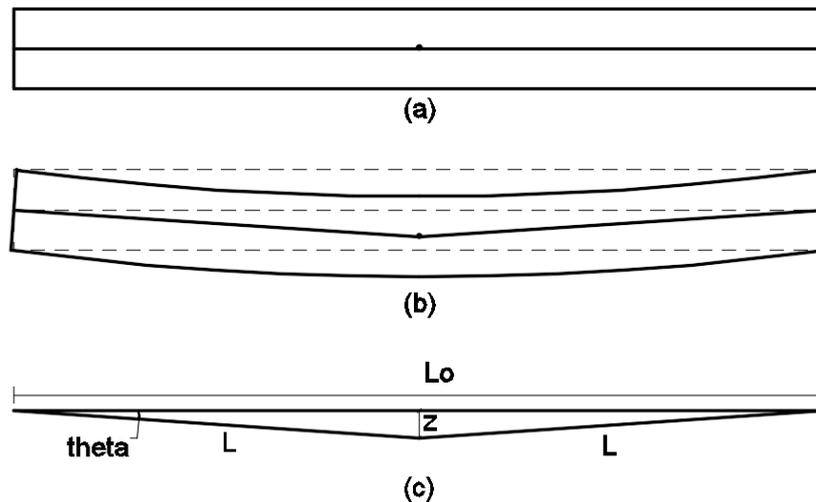


Figura 8.1 Viga indeformada (a) Viga deformada (b) Posição original e final do cabo (c)

Considere-se o caso de uma viga metálica protendida com traçado de cabo reto e apenas um desviador, localizado no centro da viga, conforme pode ser visto na Figura 8.1a. Para o traçado reto, este desviador não é necessário, mas será utilizado para se chegar à formulação mais geral de traçado poligonal.

Considere-se que o cabo passa por baixo do desviador e não está conectado a ele, simplesmente em contato. Seja L_0 o comprimento inicial do cabo. Quando a viga oscila para baixo e atinge o valor máximo de deslocamento, o cabo toma a forma poligonal mostrada na Figura 8.1 b, correspondente aos catetos de um triângulo isóceles de lados L e altura z . Seja θ o ângulo indicado na Figura 8.1c.

$$\tan \theta = \frac{z}{L_0/2} = \frac{2z}{L_0} \quad (8.1)$$

Desta forma:

$$L = \sqrt{z^2 + (L_0/2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4z^2 + (L_0)^2} \quad (8.2)$$

O novo comprimento do cabo corresponde a $2L$:

$$2L = \sqrt{4z^2 + (L_0)^2} \quad (8.3)$$

Portanto o alongamento é, em termos de L_0 e A é:

$$\Delta L = 2L - L_0 = \sqrt{4z^2 + (L_0)^2} - L_0 = L_0 \sqrt{\frac{4z^2}{L_0^2} + 1} - L_0 \quad (8.4)$$

Pode-se substituir o valor da tangente:

$$\Delta L = L_0 \sqrt{\tan^2 \theta + 1} - L_0 \quad (8.5)$$

Utilizando-se da relação trigonométrica:

$$\sec^2(\theta) = \tan^2 \theta + 1 \quad (8.6)$$

Obtém-se o valor do alongamento em termo de L_0 e θ :

$$\Delta L = L_0(\sec \theta - 1) \quad (8.7)$$

O alongamento no cabo, pode ser relacionado com a força de protensão, a partir da relação de Hooke (considere-se todos os parâmetros relativos ao cabo):

$$\sigma = \varepsilon E \quad (8.8)$$

$$\frac{F}{A} = \frac{\Delta L}{L_0} E \quad (8.9)$$

Portanto, a força atuante no cabo é:

$$F = \frac{AE}{L_0} \Delta L \quad (8.10)$$

Considera-se que as cordoalhas de cada cabo estejam, inicialmente, submetidas à máxima tensão permitida, conforme disposto na ABNT NBR 6118:2014.

Se o cabo for submetido a valores superiores aos de norma, mas ainda assim, abaixo da tensão de ruptura f_{ptk} , possivelmente, não irá romper. Considerar-se-á aqui que o cabo irá romper se a tensão que atua em si superar a tensão de ruptura f_{ptk} . Por simplificação, considera-se que a seção transversal do cabo se mantém constante ao longo do processo.

No ponto mais baixo da oscilação, a força atuante no cabo será a soma da força de protensão P com a força adicional gerada pelo deslocamento:

$$F_{TOTAL} = P + F = P + \frac{AE}{L_0} \Delta L = P + \frac{AE}{L_0} \left(L_0 \sqrt{\frac{4z^2}{L_0^2} + 1} - L_0 \right) \quad (8.11)$$

O procedimento aqui sugerido para determinar se o cabo rompe ou não pode ser resumido da seguinte forma:

Primeiro obtém-se o deslocamento máximo da seção a meio vão devido à ruptura do cabo, a partir da formulação analítica. Em seguida, calcula-se a força total atuante no cabo. Por fim, compara-se este valor à tensão de ruptura. Caso a força seja menor que a tensão de ruptura, C2 não irá romper.

Caso não ocorra ruptura do cabo de protensão, a viga continuará oscilando com apenas um dos cabos. Após obtida a força máxima atuante no cabo de protensão, deve-se corrigir o modelo obtido a partir da formulação analítica, pois, dado que a força no cabo é variável, será também variável a força atuante na viga. No intervalo de tempo em que a viga oscila abaixo da posição de equilíbrio, a força na viga cresce até um valor máximo e em seguida decresce, até se tornar nula (conforme considerado no início desta seção), durante o intervalo de oscilação acima da posição de equilíbrio.

8.2 MOVIMENTO HORIZONTAL DO CABO:

Analisa-se agora, o movimento horizontal gerado pela ruptura do C1.

Com a ruptura do C1, surge na viga um esforço assimétrico devido a C2. Devido à excentricidade horizontal do cabo (com relação ao eixo de menor inércia)

$$e_h = \frac{t_w + \phi}{2} \quad (6.45)$$

surge um momento de magnitude:

$$M = F \cdot e_h = F \left(\frac{t_w + \phi}{2} \right) \quad (6.45)$$

onde e_h = excentricidade horizontal, t_w = espessura da alma da viga e ϕ = diâmetro interno da bainha metálica (Figura 8.2), considerando-se que a resultante da força no cabo atua no centro da seção transversal do mesmo.

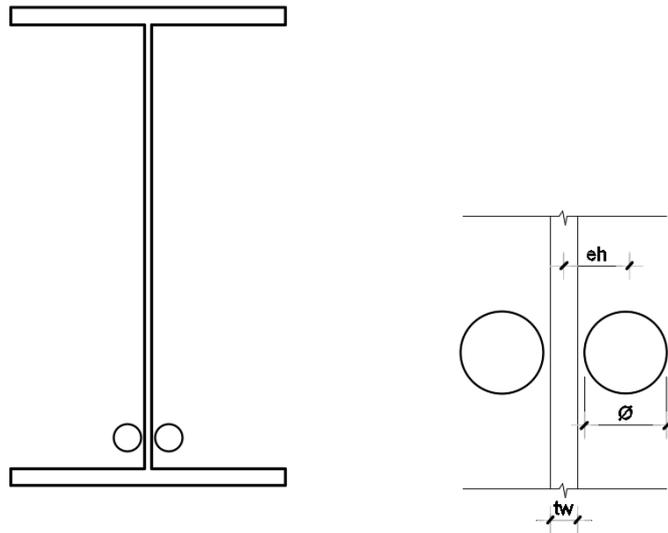


Figura 8.2 Excentricidade

De forma geral, a altura das seções transversais de C2 varia ao longo do eixo longitudinal da viga, pois o traçado é geralmente poligonal. Esta variação na altura do cabo faz com que haja momento em torno dos dois eixos principais da viga, em qualquer seção que não a do apoio. Desta forma, a viga fica sujeita à flexão oblíqua, que pode ocasionar rotação da seção transversal, juntamente com o movimento de translação.

9. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Serão desenvolvidos dois exemplos de aplicação com o cálculo de vigas de perfil I assimétrico. O primeiro deles trata de uma longarina de ponte e o segundo trata de uma viga genérica, que poderia ser utilizada em um edifício.

9.1 EXEMPLO 1

Dimensionamento de longarina para ponte mista. Viga mista composta por perfil soldado e laje de espessura 15 cm, conectados por “stud bolts”, com interação completa. Portanto, a mesa superior possui travamento contínuo, não havendo comprimento sem contenção lateral. Considera-se o uso de escoramento temporário, até o momento da protensão. O carregamento no ato protensão corresponde ao peso próprio da viga mista (viga metálica e trecho da largura efetiva da laje). Considera-se que a viga é protendida após a cura do concreto da laje.

Considera-se os seguintes coeficientes de segurança (ABNT NBR 8681:2003):

Fase inicial (ato da protensão):

$$\gamma_g = 1,15 \quad (p.p. \text{ de estruturas metálicas})$$

$$\gamma_g = 1,25 \quad (p.p. \text{ de estruturas moldadas no local})$$

$$\gamma_a = 1,3 \quad (\text{ações variáveis em geral})$$

$$\gamma_{prot} = 1,2 \quad (\text{ação permanente indireta})$$

Fase final (Serviço):

$$\gamma_g = 1,25 \quad (p.p. \text{ de estruturas metálicas})$$

$$\gamma_g = 1,35 \quad (p.p. \text{ de estruturas moldadas no local})$$

$$\gamma_a = 1,5 \quad (\text{ações decorrentes de uso e ocupação})$$

$$\gamma_{prot} = 1,2 \quad (\text{ação permanente indireta})$$

Características da Ponte:

Vão a vencer: 30 m

Pista Simples Plana (de acordo com o Manual de obras de arte especiais).

Largura da faixa de rolamento = 3,60 m

Largura do acostamento externo = 2,50 m

Largura adicional para guarda roda: 0,40 m de cada lado

Largura total = $2 \times (3,60 + 2,50 + 0,40) = 13\text{m}$

Opta –se por utilizar seção transversal com 5 vigas metálicas (Figura 8.1):

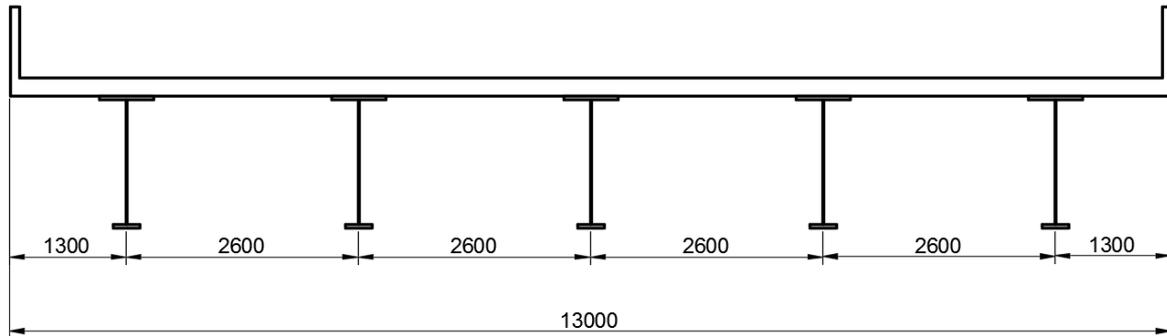


Figura 9.1 Tabuleiro ponte (medidas em mm)

Uso de perfil soldado com a seguintes características:

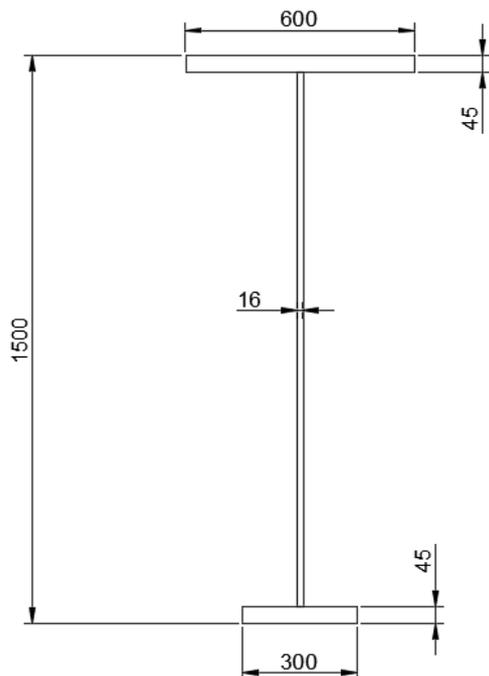


Tabela 1 Características do perfil de aço

Características geométricas do perfil de aço	
A (cm ²) =	630,6
Ys (cm) =	59,4
Yi (cm) =	90,6
I (cm ⁴) =	2364973,5
Wi (cm ³) =	26110,8
Ws (cm ³) =	39797,3
ρ (cm) =	61,2
e (cm) =	80,6

Figura 9.2 Dimensões do perfil metálico (medidas em mm)

Carregamentos:

Peso-próprio (P.P.):

De acordo com a Figura 9.1, cada viga recebe carga de aproximadamente 2,6 m de largura da ponte.

P.P. do perfil: $0,063 \times 78,5 = 4,95 \text{ kN/m}$

P.P. da laje: $2,6 \times 0,15 \times 25,0 = 9,75 \text{ kN/m}$

Pavimento + Regularização (CBUQ): $0,12 \times 2,6 \times 18,5 = 5,78 \text{ kN/m}$

Recapeamento (2 kN/m^2): $2,6 \times 2 = 5,20 \text{ kN/m}^2$

Cargas acidentais:

Trem-tipo TB45 (Figura 9.2)

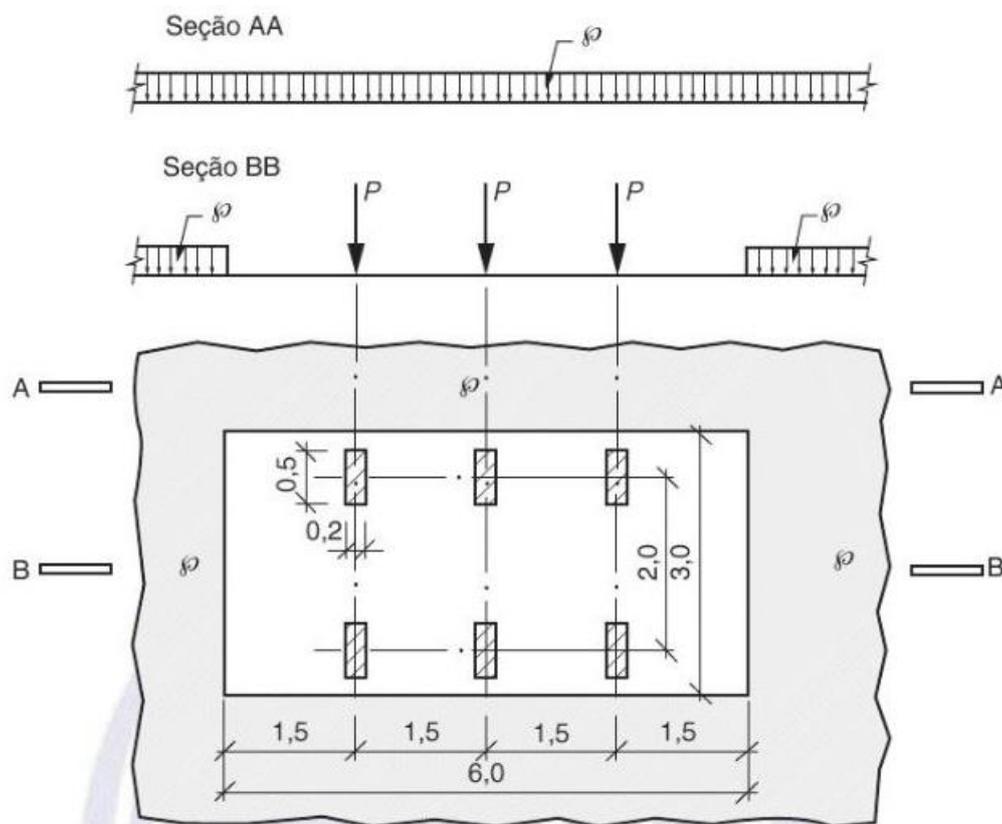


Figura 9.3 Disposição das cargas estáticas (Fonte: ABNT NBR 7188:2013)

Considerando o trem tipo sobre a largura efetiva do perfil em questão:

3 cargas concentradas de 150 kN

Carregamento distribuído de 5 kN/m^2 , portanto: $2,6 \times 5 = 13 \text{ kN/m}$

Coefficientes de ponderação das cargas verticais (ABNT NBR 7188:2013):

$$\text{Coeficiente de impacto vertical CIV} = 1 + 1,06 \times \left(\frac{20}{30 + 50} \right) = 1,27$$

$$\text{Coeficiente de número de faixas CNF} = 1 - 0,05 \times (2 - 2) = 1$$

$$\text{Coeficiente de impacto adicional CIA} = 1,25 \text{ (obra mista)}$$

O produto destes coeficientes resulta em $1,27 \times 1 \times 1,25 = 1,59$

Solicitações:

Momento mínimo (devido ao peso-próprio da viga de aço e da laje de concreto) – situação de construção:

$$M_{\text{mín}} = M_g = \frac{1,15 \cdot 4,95 \cdot 30^2}{8} + \frac{1,25 \cdot 20,73 \cdot 30^2}{8} = 3556 \text{ kNm}$$

Momento devido às cargas acidentais (considerando as 3 cargas concentradas na porção central da viga e o carregamento distribuído) – situação normal:

$$M_q = \frac{1,5 \cdot 13 \cdot 30^2}{8} + \frac{1,5 \cdot 1,59 \cdot 150 \cdot 30}{4} + 2 \cdot \frac{15}{16,5} \cdot \frac{1,5 \cdot 1,59 \cdot 150 \cdot 13,5 \cdot 16,5}{30} = 9707 \text{ kNm}$$

Momento máximo – situação normal:

$$M_{\text{máx}} = \frac{1,25 \cdot 4,95 \cdot 30^2}{8} + \frac{1,35 \cdot 20,73 \cdot 30^2}{8} + 9707 = 13552 \text{ kNm}$$

Materiais:

Aço A572 Gr50

Tabela 2 - Propriedades do aço

f_{yk} (MPa) =	345
γ_s =	1,1
f_d = f_{yd} (MPa) =	314
E_s (MPa) =	200000

Concreto

Tabela 3 - Propriedades do concreto

f_{ck} (Mpa) =	40
f_{ctk,inf} (Mpa) =	2,46
γ_c =	1,4
f_{cd} (Mpa) =	24,3
E_{cs} (Mpa) =	30105

Armadura Ativa:

Dados (Rudloff): Cordoalhas de 7 fios - CP – 190 RB

Tabela 4 - Propriedades do aço de protensão

ϕ nominal cord (mm) =	15,2
Acord (mm²) =	143,4
Massa Nominal (kg/m) =	1,126
f_{ptk} (MPa) =	1853
f_{pyk} (MPa) =	1668
σ_{pi} (MPa) =	1367,76
ρ_{1000} (%) =	3,5
E_p (MPa) =	202000

Cálculo das Características Geométricas

Tabela 5 - Dimensões do perfil

H (m) =	1,500
tw (m) =	0,016
B (m) =	0,600
b (m) =	0,300
tf (m) =	0,045

Por se tratar de seção mista, calcula-se as características da seção transformada. A razão modular é dada por:

$$n = \frac{E_c}{E_s} = 0,151$$

Tabela 6- Características geométricas da seção transformada

Características geométricas da seção transformada	
A (cm²) =	1217,6
Y_s (cm) =	42,2
Y_i (cm) =	122,8
I (cm⁴) =	3737703,1
W_i (cm³) =	30427,3
W_s (cm³) =	88655,8
ρ (cm) =	55,4
e (cm) =	112,8

Momentos de cálculo na seção a meio vão:

Tabela 7 - Momentos de cálculo

M_{mín} (kNm) =	3556
M_q (kNm) =	9707
M_{máx} (kNm) =	13552

Dados relativos às perdas

Imediatas:

Coefficiente de atrito (μ): 0,2 (entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica– Item 9.6.3.3.2.1 NBR 6118:2014)

Cravação da ancoragem e macaco (δ): 6 mm (Catálogo Rudloff)

Encurtamento elástico devido à protensão não simultânea de cabos: 0 (considerar-se-á protensão simultânea).

Diferidas:

Relaxação do aço:

Relaxação máxima após 1000h: 3,5 %

Tempo inicial: 0 dias

Tempo final : 10950 dias (30 anos)

Perda total estimada: 16 %

Cálculo da Força de Protensão:

Igualando, na situação de ato da protensão, a tensão no bordo inferior com a tensão limite, obtemos a máxima força de protensão que pode ser aplicada:

$$P_{\infty \text{ estimado}} = \frac{\left(\frac{M_{\min} y_{\inf}}{I_{tr}} - f_{yd} \right)}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e y_{\inf}}{I_{tr}} \right) (\gamma_p \beta)} = 6652,7 \text{ kN}$$

Força em cada cordoalha: $1367,76 \cdot 143,4 \cdot 10^{-3} = 196,1 \text{ kN}^a$

Número de cordoalhas: $\frac{6652,7}{191,1} = 33,93 \text{ cordoalhas}$

Adota-se 34 cordoalhas (17 + 17). Portanto, a força de protensão corrigida é:

$$P_{\text{corrigido}} = P = 196,1 \cdot 34 = 6668,7 \text{ kN}$$

Verificações no ato da protensão:

Tensão no aço:

^a Valor utilizado apenas de forma didática. Deve-se, na prática, considerar a perda também no valor da força de protensão inicial em cada cordoalha, isto é: $196,1 \text{ kN} \cdot 0,84 = 164,7 \text{ kN}$.

$$\sigma_i^{aço} = 1,2 \left(-\frac{1,19 \cdot 6668,7 \cdot 10^3}{121760} - \frac{1,19 \cdot 6668,7 \cdot 1128 \cdot 10^3 \cdot 1228}{37377030617} \right) + \frac{3556 \cdot 10^6 \cdot 1228}{37377030617} = -314 \text{ MPa} = f_{yd}$$

Tensão no concreto:

$$\sigma_s^{conc} = 1,2 \left(-\frac{1,19 \cdot 6668,7 \cdot 10^3}{121760} + \frac{1,19 \cdot 6668,7 \cdot 1128 \cdot 10^3 \cdot 422 \cdot 0,151}{37377030617} \right) - \frac{3556 \cdot 10^6 \cdot 422 \cdot 0,151}{37377030617} = 0,4 \text{ MPa} < 1,2 f_{ctk, inf}$$

Verificação em serviço:

Tensão no aço:

$$\sigma_s^{aço} = 1,2 \left(-\frac{6668,7 \cdot 10^3}{121760} + \frac{6668,7 \cdot 1128 \cdot 10^3 \cdot 272}{37377030617} \right) - \frac{13552 \cdot 10^6 \cdot 272}{37377030617} = -98,6 < f_{yd}$$

$$\sigma_i^{aço} = 1,2 \left(-\frac{6668,7 \cdot 10^3}{121760} - \frac{6668,7 \cdot 1128 \cdot 10^3 \cdot 1228}{37377030617} \right) + \frac{13552 \cdot 10^6 \cdot 1228}{37377030617} = 82,9 < f_{yd}$$

Tensão no concreto:

$$\sigma_s^{conc} = \left(-\frac{6668,7 \cdot 10^3}{121760} + \frac{6668,7 \cdot 1128 \cdot 10^3 \cdot 272}{37377030617} \right) - \frac{13552 \cdot 10^6 \cdot 272}{37377030617} = -17,6 < 0,5 f_{ck}$$

Cálculo dos pontos limites para o centro de pressão:

$$\begin{aligned} \rho^2 &= 554^2 \text{ mm}^2 ; \sigma_m^0 = \frac{1,19 \cdot 1,2 \cdot 6668,7 \cdot 10^3}{121760} 78,2 = \text{MPa} ; \sigma_m^1 \\ &= \frac{1,2 \cdot 6668,7 \cdot 10^3}{121760} = 54,8 \text{ MPa} \\ e_0 &= \frac{554^2}{1228} \left(\frac{314}{78,2} - 1 \right) = 751,8 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$e_1' = \frac{554^2}{422} \left(\frac{314}{54,8} - 1 \right) = 2746 \text{ mm} \quad e_1'' = \frac{554^2}{1228} \left(\frac{314}{54,8} + 1 \right) = 1442 \text{ mm}$$

Portanto $e_1 = 1442 \text{ mm}$

Fuso limite

Coordenadas fuso inferior: (0 , 47.6) ; (15 , 10.3) ; (30 , 47.6)

Coordenadas fuso superior: (0 , 267) ; (15 , 97.7) ; (30 , 267)

Desta forma, opta-se por um traçado poligonal com 1 desviador central.

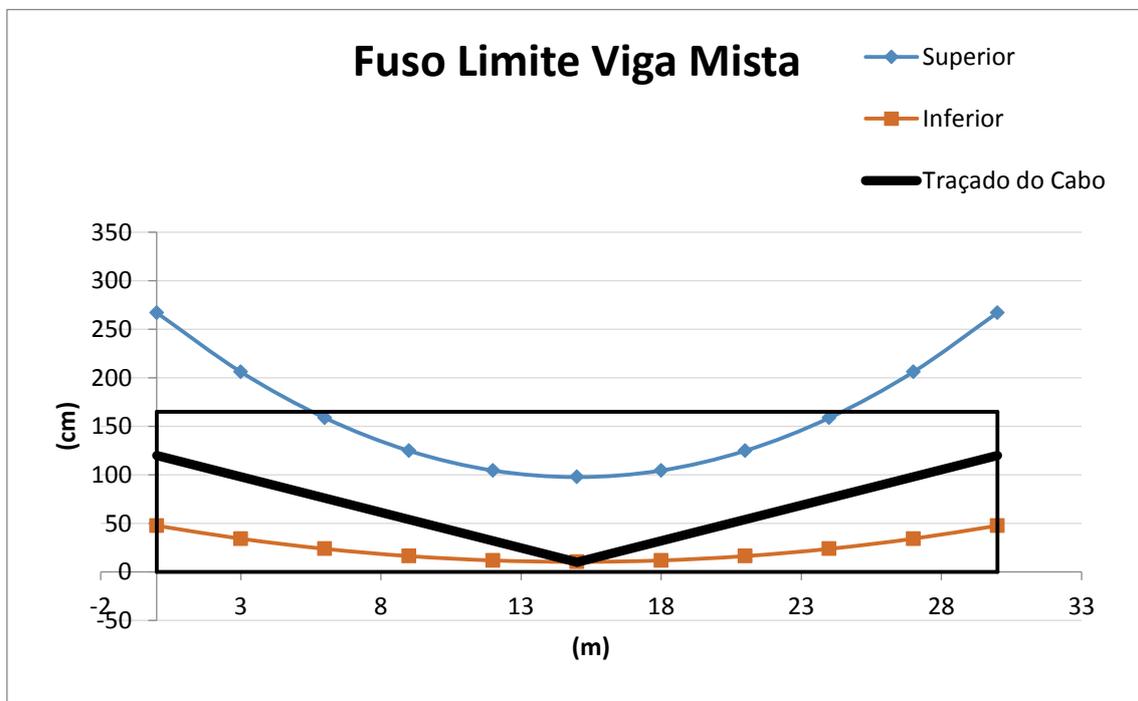


Figura 9.4 Fuso limite

Cálculo das perdas:

Imediatas

1) Perda por atrito:

Para o traçado poligonal com 1 desviador:

$$\alpha = \arctg \left(\frac{2e}{L} \right) = \arctg \left(\frac{2 \cdot 1128}{30000} \right) = 0,0751 \text{ rad} = 4,3^\circ$$

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = 1 - e^{-\mu\alpha} = 1 - e^{-0,2 \cdot (2 \cdot 0,0751)} = 0,0 = 2,96\%$$

2) Perda por cravação da ancoragem:

$$\delta = 6\text{mm}$$

$$\text{Área} = \delta \cdot A_p \cdot E_p = 6 \cdot 4876 \cdot 202 = 5909712 \text{ kN mm}$$

Após a perda por atrito, o trecho do cabo entre a ancoragem ativa e o desviador sofrerá perda de tensão devido à cravação da ancoragem. O trecho do cabo após o desviador pode ser influenciado ou não, a depender da magnitude da perda por cravação. Dada a área, podemos encontrar o valor da perda no primeiro e segundo trecho, se houver. A primeira hipótese é de que a área corresponda ao valor calculado considerando apenas ao primeiro trecho:

$$\Delta P_{anc} = \frac{5909712}{15000} = 394\text{kN}$$

Este valor é menor que o dobro da perda por atrito (2 x 235 kN), portanto, a perda devido à cravação da ancoragem não afeta o segundo trecho (Figura 9.5).

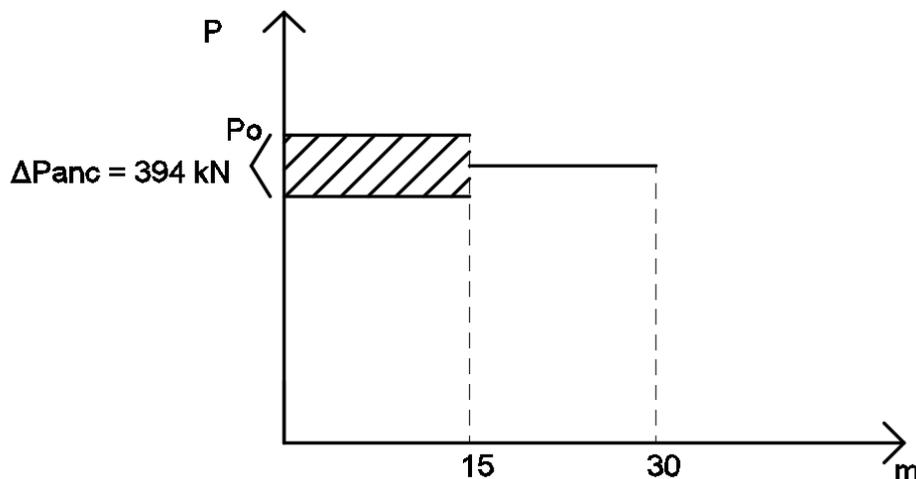


Figura 9.5 Perda por cravação da ancoragem

Finalmente, a perda por cravação da ancoragem é

$$\frac{\Delta P_{anc}}{P_0} = \frac{394}{7939} = 0,0496 = 4,96 \%$$

Diferida

1) Relaxação do aço de protensão:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15}$$

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} = 0,035 \left(\frac{10950 - 0}{41,67} \right)^{0,15} = 0,081 = 8,1\%$$

Portanto, o total de perdas é :

$$2,96\% + 4,96\% + 8,1\% = 16,02\%$$

Este valor está de acordo com o que foi estimado (16%).

Verificações de estabilidade local (de acordo com ABNT NBR 8800:2008 – Anexo G)

1) Situação de momento positivo (serviço)

Flambagem Local da Alma

Tabela 8 Parâmetros FLA (momento positivo)

$\lambda =$	68,66
$\lambda_p =$	119,61
$\lambda_r =$	137,24
Mpl (MNm) =	11,93
Mr (MNm) =	9,01

Flambagem Local da Mesa

Tabela 9 Parâmetros FLM (momento positivo)

$\lambda =$	6,67
$\lambda_p =$	9,15
$\lambda_r =$	27,34
Mcr (MNm) =	68,68
Mr(MNm) =	9,61

Portanto, a seção comporta-se como compacta, quando solicitada por momentos positivos.

2) Situação de momento negativo (ato da protensão)

Flambagem Local da Alma

Tabela 10 Parâmetros FLA (Momento negativo)

$\lambda =$	107,59
$\lambda_p =$	47,09
$\lambda_r =$	137,24
Mpl (MNm) =	11,93
Mr = (MNm)	9,01

Flambagem Local da Mesa

Tabela 11 Parâmetros FLM (momento negativo)

$\lambda =$	3,33
$\lambda_p =$	9,15
$\lambda_r =$	27,34
Mcr (MNm) =	180,24
Mr (MNm) =	6,31

Portanto, a seção comporta-se como semicompacta, quando solicitada por momentos negativos.

Verificação ao esforço combinado de Normal e Momento Fletor (de acordo com ABNT NBR 8800:2008 – Item 5.5.1.2):

Tabela 12 Cálculo de Qa

Alma	
(b/t)lim	35,875
b/t	88,125
bef	0,671
Aef	0,051
Qa	0,812

Tabela 13 Cálculo de Qs

Flanges	
kc	0,426
(b/t)lim	10,059
b/t	6,667
Qs	1,000

Tabela 14 Cálculo de Nc,rd

Q	0,812
Ne (MN)	51,870
λ_0	0,584
X	0,867
Nc,rd (MN)	13,933

Tabela 15 Verificação esforço axial e momento fletor

NSd	6,650
NRd	13,933
MxSd	3,556
MxRd	10,842
Verif:	0,769

9.1.1 ANÁLISE DINÂMICA VIA FORMULAÇÃO ANALÍTICA:

Cálculo da frequência natural para o primeiro harmônico

A análise será feita considerando-se a massa da viga e os dois cabos:

$$m = 7850 \cdot (63060 + 2 \cdot 2438) \cdot 10^{-6} + 2500 \cdot 0,15 \cdot 2,6 = 1508,4 \frac{kg}{m}$$

$$massa\ total = 1503,9 \cdot 30 = 45252\ kg$$

$$f_i = \frac{(i\pi)^2}{2\pi L^2} \left(1 + \frac{PL^2}{EI(i\pi)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_1 = \frac{(\pi)^2}{2\pi 30^2} \left(1 + \frac{6668,7 \cdot 10^3 \cdot \cos(0,0751) \cdot 30^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 36,9 \cdot 10^{-3} (\pi)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 36,9 \cdot 10^{-3}}{1503,9} \right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= 3,70\ Hz$$

$$\omega_0^1 = 2\pi \cdot 3,70 = 23,24\ rad/s$$

$$\omega_d = \omega_0^1 \sqrt{1 - \zeta^2} = 23,27 \sqrt{1 - 0,04^2} = 23,22\ rad/s$$

onde assumiu-se razão de amortecimento igual a 0,04.

- 1) A rigidez foi calculada a partir de sua relação com a frequência angular.

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_1$$

$$k = 4 \cdot 45252 \cdot (\pi \cdot 3,70)^2 = 24437,1\ kN/m$$

- 2) Cálculo da componente vertical da força de protensão:

$$F_v = 2 \cdot 6668,7 \cdot \text{sen}(0,0751) = 1000,1\ kN$$

- 3) Cálculo dos deslocamentos gerados pela componente vertical da força de protensão e pela força peso:

$$\delta_p = \frac{F_v L^3}{48EI} = \frac{1000,1 \cdot 30^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 36,9 \cdot 10^{-3}} = 0,0762\ m = 7,62\ cm$$

$$\delta_w = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5 \cdot 15084 \cdot 30^3}{384 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 36,9 \cdot 10^{-3}} = 0,0216\ m = 2,16\ cm$$

4) A partir dos deslocamentos, obtém-se a posição inicial de oscilação:

$$x_0 = \delta_p - \delta_w = 7,62 - 2,16 = 5,46 \text{ cm}$$

5) Forças a serem aplicadas no modelo massa-mola:

$$F_0 = 24437,1 \cdot 0,0762 = 1862,9 \text{ kN}$$

$$F_w = 24437,1 \cdot 0,0216 = 526,8 \text{ kN}$$

9.1.2 DESLOCAMENTO NÃO AMORTECIDO

Modelo analítico

Analisando o caso de movimento não amortecido (Equação 6.15), os dados utilizados encontram-se resumidos a seguir:

$$F_0 = 1862,9 \text{ kN} , \quad m = 45252 \text{ kg} , \quad k = 244,37 \text{ kN/cm}$$

$$\omega_0 = 23,24 \text{ Hz} \quad \zeta = 0,04^b$$

A partir dos dados acima obteve-se o gráfico de $x(t)$ (Equações 6.16 a 6.18) , onde arbitrou-se que a ruptura do primeiro cabo ocorre em $t = 0,2$ e a do segundo cabo em $t = 0,8$ s.

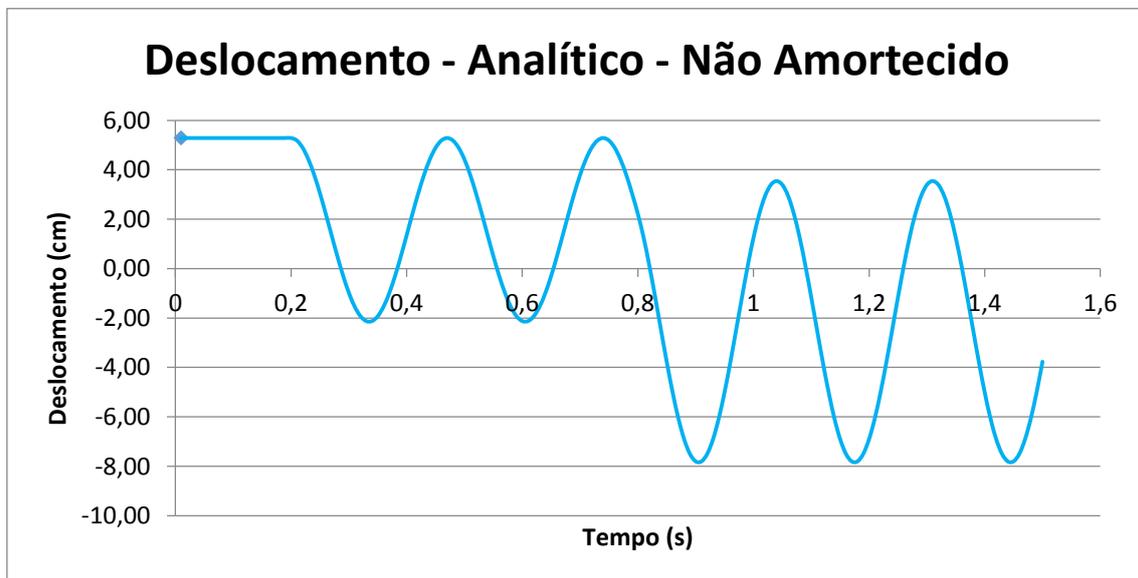


Figura 9.6 Movimento não amortecido – modelo analítico

A partir da figura acima (Figura 9.6), pode-se observar que antes da ruptura, o centro da viga encontra-se na posição inicial. A viga inicia o movimento descendo, o que era de

^b Valor arbitrado de acordo com intervalo de valores sugerido na literatura. Ver Paz & Leigh (2004)

se esperar pois a extinção do primeiro cabo cria um desequilíbrio das forças verticais, com nova resultante direcionada para baixo. Após a ruptura do segundo cabo observa-se aumento na amplitude de oscilação.

Modelo numérico

A figura 9.7 mostra a malha utilizada na modelagem numérica. Os cabos foram modelados utilizando-se apenas um elemento em cada trecho. Devido a limitações na versão acadêmica do programa (limite de 32000 nós), a malha da laje foi feita de forma simplificada, com apenas uma camada de elementos (Figura 9.8). Na Figura 9.9 pode-se observar o acoplamento realizado entre a viga e a laje e entre a viga e os cabos.

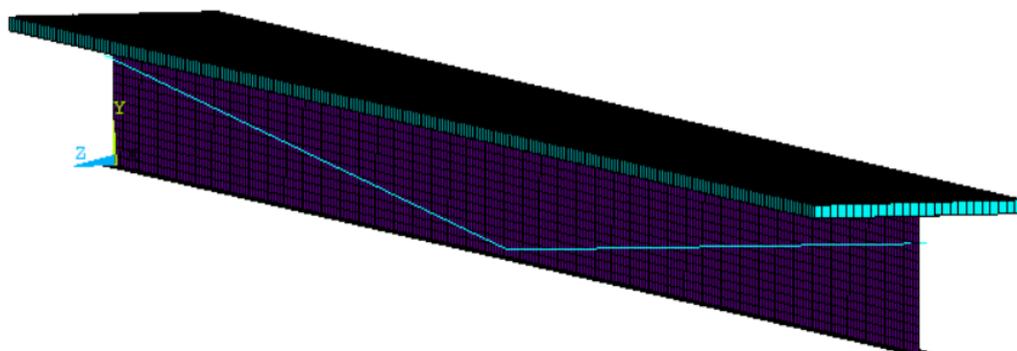


Figura 9.7 Modelo de elementos finitos (ANSYS 19.0 Academic)

Nas extremidades da viga, a transmissão dos esforços do cabo para a viga foi feita por meio do acoplamento dos nós. Entretanto, esta configuração, gera, no modelo numérico tensões elevadas nos elementos de placa próximos da região do nó, causando deslocamentos excessivos e impossibilitando a convergência da solução numérica. Tal problema foi resolvido com aumento de 10000 vezes na rigidez dos elementos localizados até 1 metro, contados a partir da extremidade. Esta alteração na rigidez causa uma ínfima alteração na frequência de vibração da viga, mas não produz efeitos significativos. A Figura 9.10 mostra as tensões de von mises nesta região no momento em que a força de protensão termina de ser aplicada, isto é, imediatamente antes da ruptura do primeiro cabo.

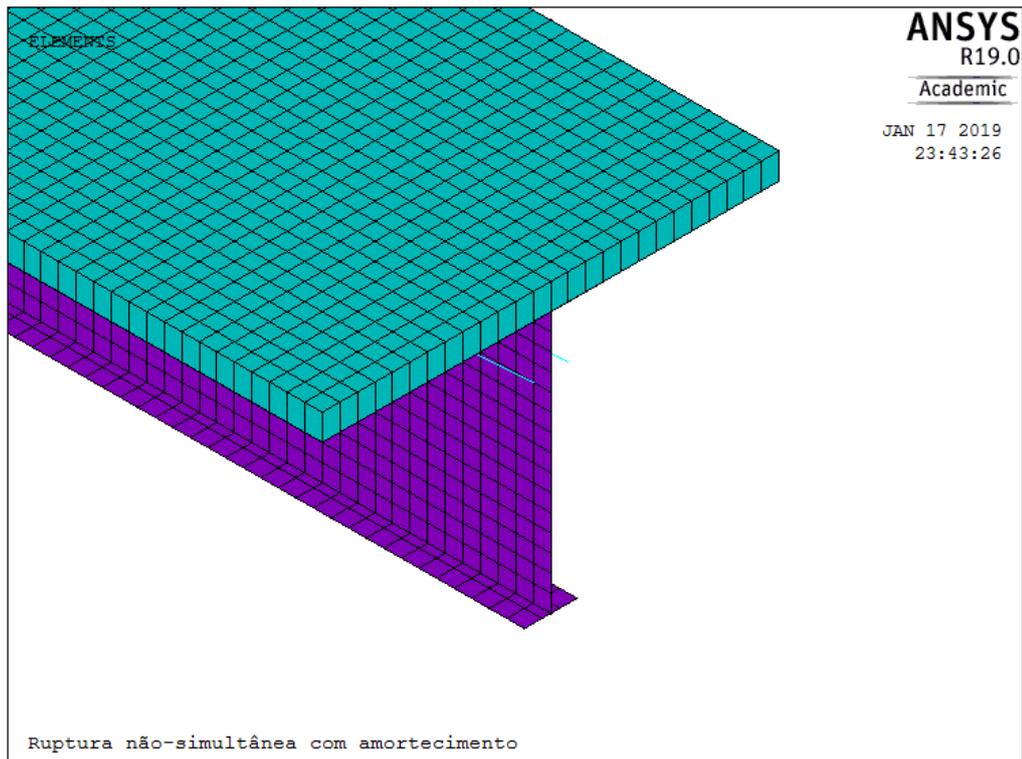


Figura 9.8 Detalhe da extremidade da viga (ANSYS 19.0 Academic)

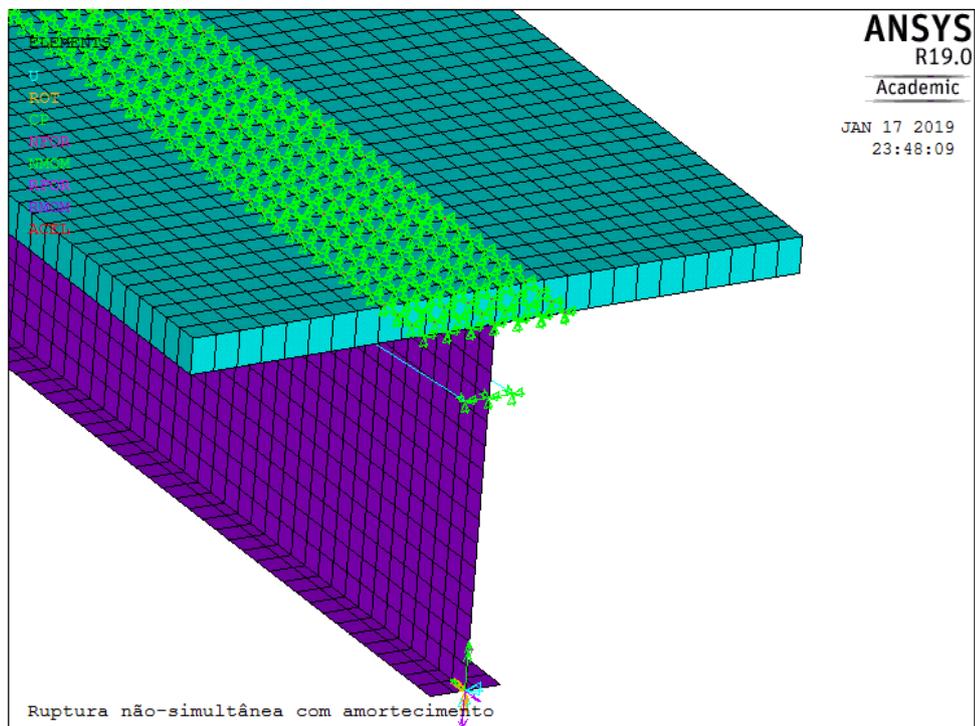


Figura 9.9 Detalhes de acoplamento (ANSYS 19.0 Academic)

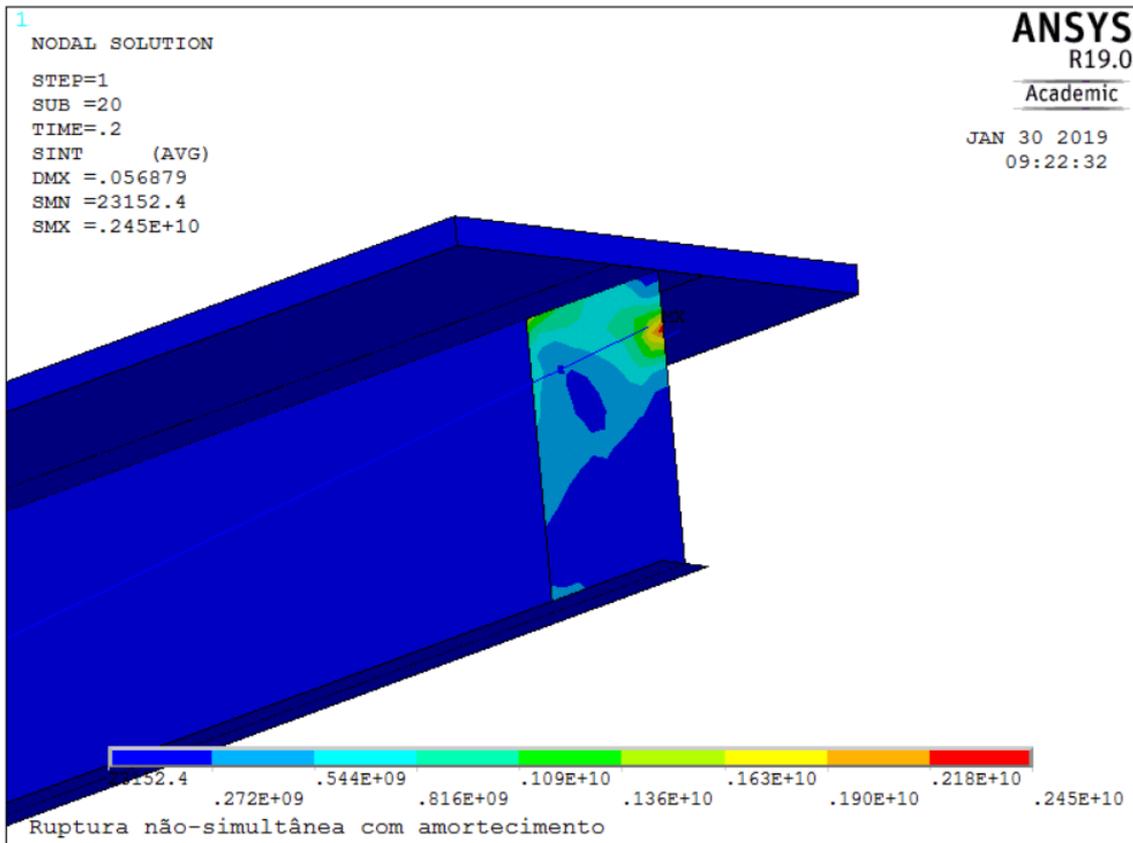


Figura 9.10 Região de rigidez aumentada na extremidade da viga (ANSYS 19.0 Academic)

De forma similar foi feito o acoplamento da laje com a viga. A malha da laje, embora não esteja em contato com a malha da viga (há uma distância de 1mm entre elas) foi feita de forma a posição de seus nós coincidissem verticalmente com a posição dos nós da mesa superior da viga. Não foram modelados os conectores “stud bolt”, uma vez que o acoplamento já foi capaz de solidarizar os deslocamentos na região de “contato” entre a viga e a laje.

Os deslocamentos obtidos a partir do modelo numérico podem ser vistos na Figura 9.11.

O valor de ΔT calculado foi 570 graus. O trecho inicial, antes de 0,2 segundos, corresponde ao carregamento da protensão no modelo, através da diferença de temperatura, conforme já foi explicado. Pode-se observar a gradual evolução do deslocamento para cima, conforme esperado.

A Figura 9.12 mostra a sobreposição dos gráficos resultantes dos modelos analítico e numérico. A diferença observada no trecho antes de 0,2 s justifica-se pela gradual aplicação da protensão no modelo numérico, isto é, até chegar na posição inicial. Esta

posição coincide com a do modelo analítico. A partir daí inicia-se a análise dinâmica, com a rutpura do primeiro cabo.

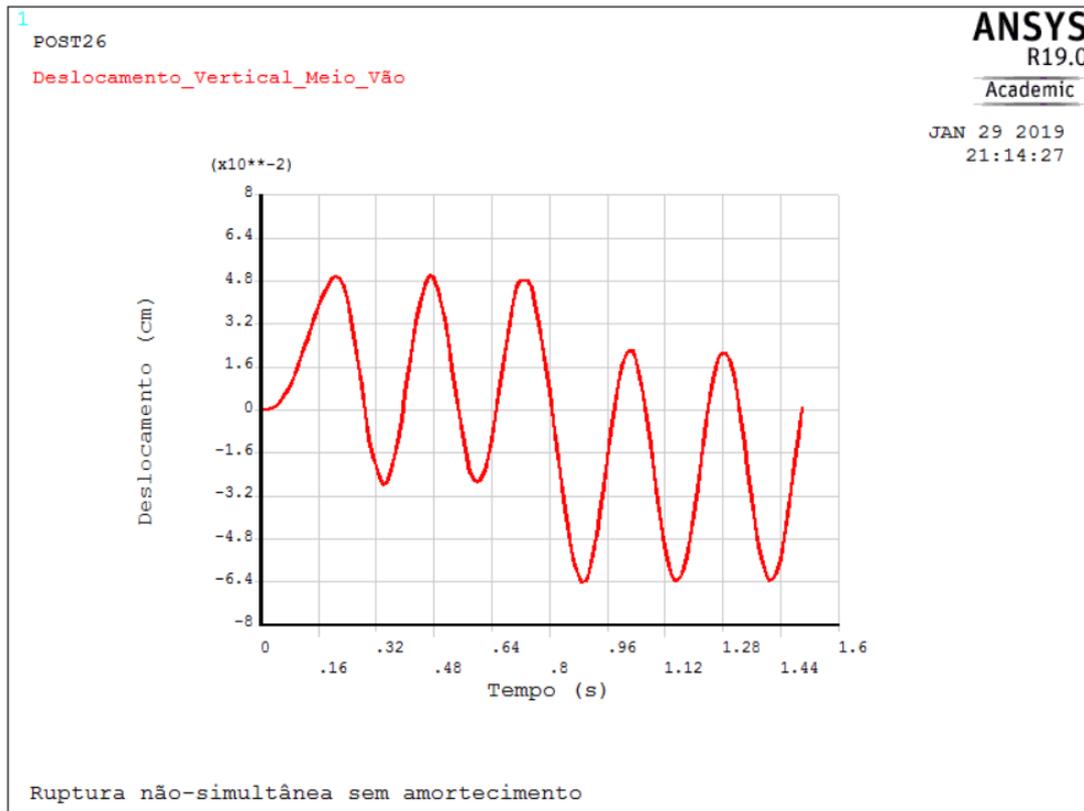


Figura 9.11 Movimento não amortecido – modelo numérico (ANSYS 19.0 Academic)

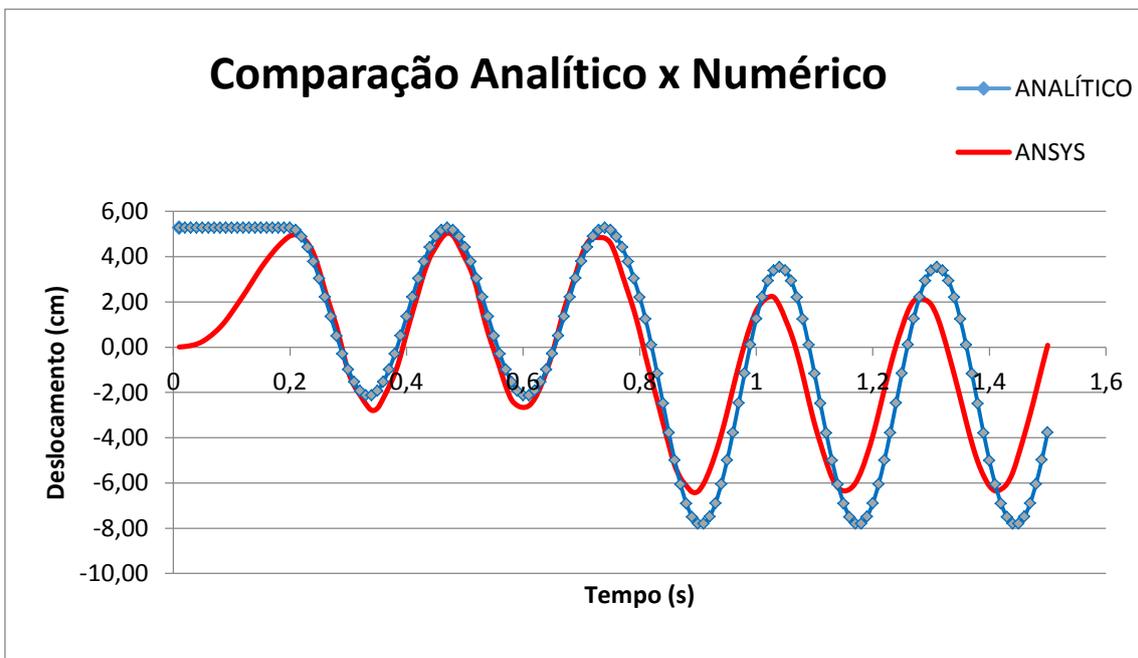


Figura 9.12 Comparação Analítico x Numérico

A diferença observada no trecho após a ruptura da segundo cabo possui, dentre suas causas, a pequena diferença da frequência natural da viga devido à ruptura dos cabos e consequente diminuição da força axial.

9.1.3 DESLOCAMENTO AMORTECIDO

Analisa-se agora o modelo sub-amortecido.

1) Modelo analítico

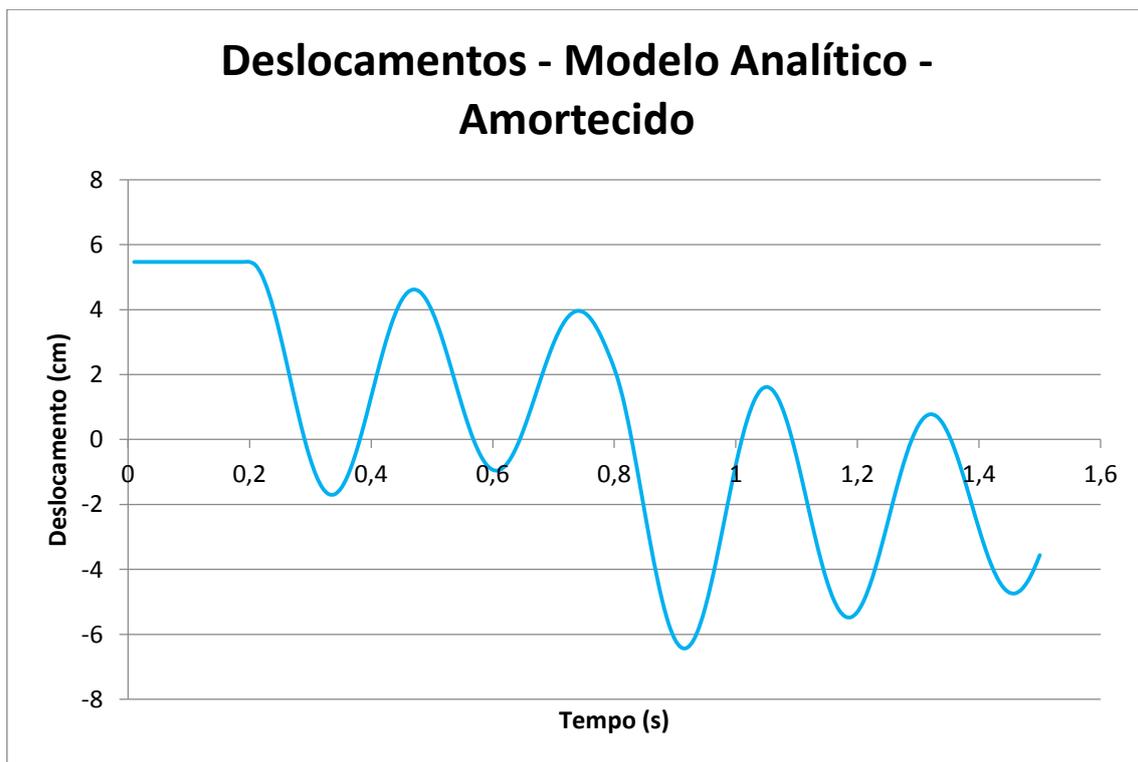


Figura 9.13 Movimento sub-amortecido – modelo analítico

Analisando o caso de movimento sub-amortecido, os dados utilizados nas Equações 6.59 a 6.61 encontram-se resumidos a seguir:

$$F_0 = 1862,9 \text{ kN} \quad , \quad m = 45252 \text{ kg} \quad , \quad k = 244,37 \text{ kN/cm}$$

$$\omega_0 = 23,24 \text{ Hz} \quad \omega_d = 23,22 \text{ Hz} \quad \zeta = 0,04$$

A Figura 9.13 mostra os deslocamentos resultantes do modelo analítico. Arbitrou-se que a ruptura do primeiro cabo acontece em $t = 0,2$ e a ruptura do segundo cabo em $t = 0,8$ s. Pode-se observar a gradual redução nas amplitudes, devido ao amortecimento.

2) Modelo numérico

A mesma malha (Figura 9.8) foi utilizada para a modelagem sub-amortecida. A diferença de temperatura encontrada para a representação da força de protensão foi de 570°C. A temperatura de referência foi arbitrada como sendo 0°C. Foi utilizada a constante de amortecimento β de Rayleigh, admitindo-se que α é nulo. O valor de β correspondente à razão de amortecimento $\zeta = 0,04$ é:

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega_0} = 0,00344$$

Os deslocamentos obtidos para a modelagem numérica podem ser vistos na Figura 9.14. O trecho inicial, antes de 0,2 segundos, corresponde ao carregamento da protensão no modelo, através da diferença de temperatura, conforme já foi explicado. Pode-se observar a gradual evolução do deslocamento para cima, conforme esperado.

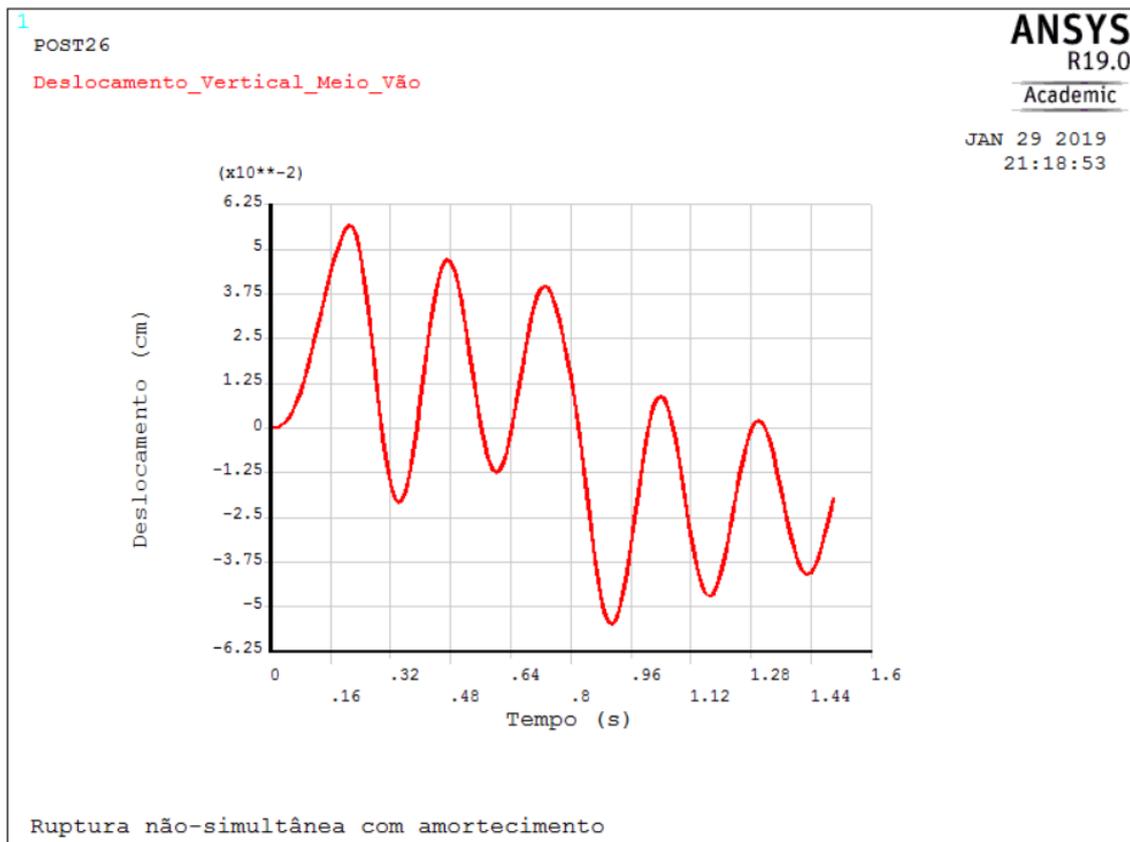


Figura 9.14 Movimento amortecido (ANSYS 19.0 Academic)

A sobreposição de ambos os gráficos pode ser vista na figura 9.15. Podemos observar que ambos os modelos geraram deslocamentos muito próximos entre si. Observa-se que as maiores diferenças encontram-se no trecho após a ruptura da segundo cabo. Isto se deve a pequenas diferenças entre os modelos. Quando o cabo se rompe, devido a diminuição da força axial, ocorre uma ligeira mudança na frequência natural da viga. Esta variação não é levada em conta no modelo analítico.

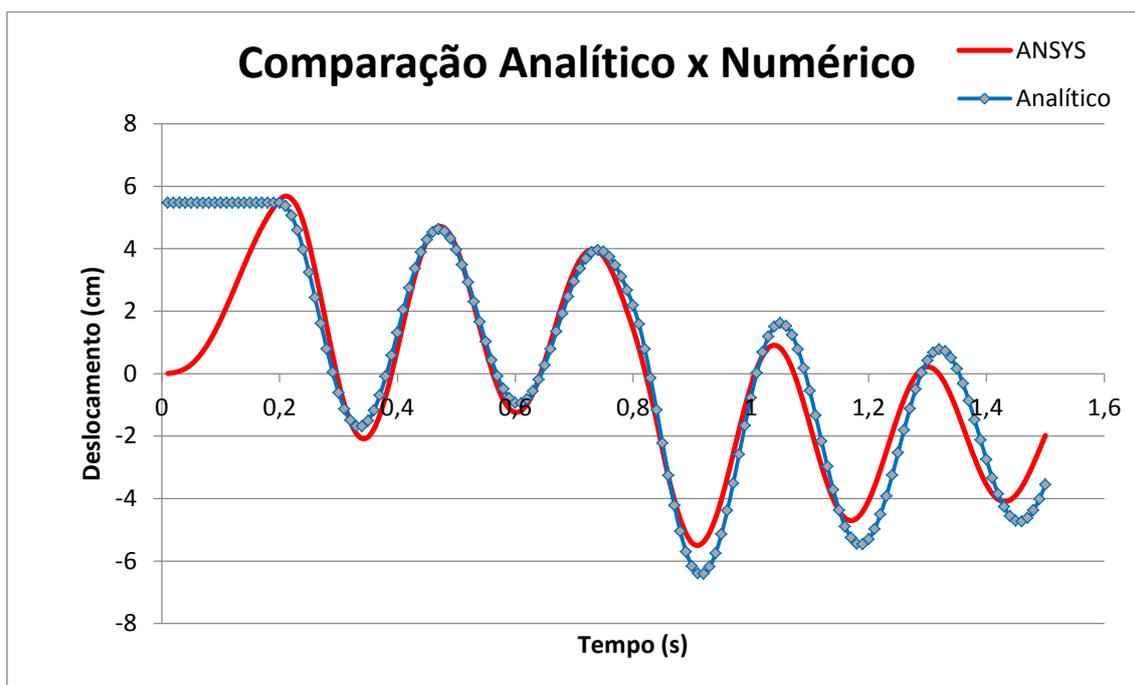


Figura 9.15 Comparação entre os modelos analítico e numérico – Movimento Sub-Amortecido

9.2 EXEMPLO 2:

Viga de perfil de aço soldado, travada lateralmente com laje de espessura 12 cm. (Figura 9.16). Portanto, a viga encontra-se travada lateralmente, não havendo comprimento sem contenção lateral. O carregamento no ato protensão corresponde apenas ao peso próprio da viga metálica. Considera-se que a viga é protendida antes da construção da laje. O comprimento efetivo considerado é de 3 m^c.

Considera-se os seguintes coeficientes de segurança (ABNT NBR 8681:2003):

Fase inicial (ato da protensão):

^c Valor utilizado com propósito didático. A ABNT NBR 8800:2008 recomenda, para este caso, o valor de 1/8 do vão.

$$\gamma_g = 1,15 \quad (\text{p.p. de estruturas metálicas})$$

$$\gamma_g = 1,25 \quad (\text{p.p. de estruturas moldadas no local})$$

$$\gamma_a = 1,3 \quad (\text{ações variáveis em geral})$$

$$\gamma_p = 1,2 \quad (\text{ação permanente indireta})$$

Fase final (Serviço):

$$\gamma_g = 1,25 \quad (\text{p.p. de estruturas metálicas})$$

$$\gamma_g = 1,35 \quad (\text{p.p. de estruturas moldadas no local})$$

$$\gamma_a = 1,5 \quad (\text{ações decorrentes de uso e ocupação})$$

$$\gamma_p = 1,2 \quad (\text{ação permanente indireta})$$

Desta forma:

Carga permanente final (serviço):

$$PP_{\text{viga}} = 0,0243\text{m}^2 \cdot 78,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 1,91 \text{ kN/m}$$

$$PP_{\text{laje}} = 0,12\text{m} \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 3\text{m} = 9,9 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga Permanente } CP = PP_{\text{viga}} + PP_{\text{laje}} = 1,91 \frac{\text{kN}}{\text{m}} + 9,9 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 11,81 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Sobrecarga final (serviço)

Admite-se que atua na estrutura uma carga acidental de 5kN/m².

$$\text{Sobrecarga } SB = 5\text{kN/m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 15 \text{ kN/m}$$

Comprimento (L) = 20 m

Carregamentos:

Ato da Protensão: Peso próprio, PP = 1,91kN/m

Serviço: Carga Permanente, CP = 11,81 kN/m

Sobrecarga, SB = 16,5 kN/m

Aço A36

$f_y = 250 \text{ MPa}$ e $f_u = 400 \text{ MPa}$

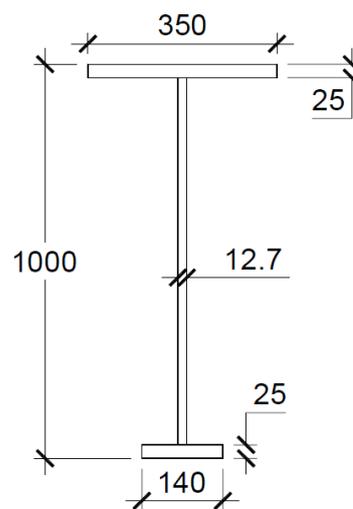


Figura 9.16 Seção transversal da viga (Ferreira, 2007)

O cálculo da viga metálica protendida será feito seguindo procedimento exposto por Nunziata

Cálculo das Características Geométricas

Tabela 16 Características geométricas

A (mm²) =	24315
Yi (mm) =	605
Ys (mm) =	395
I (mm⁴) =	3549918118
Wi (mm³) =	5865121
Ws (mm³) =	8993033
ρ (mm) =	382
e (mm) =	555

Momentos de cálculo na seção a meio vão:

Tabela 17 Carregamentos

w_{pp} (kN/m) =	1,91
w_{pp+laje} (kN/m) =	9
q (kN/m) =	15

Tabela 18 Momentos de Cálculo

M_{mín} (kNm) =	133,7
M_{mín} + M_{laje} (kNm)=	630
M_{máx} (kNm) =	1888,7

Dados relativos às perdas

Imediatas:

Coefficiente de atrito (μ): 0,2 (entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica – Item 9.6.3.3.2.1 NBR 6118:2014)

Cravação da ancoragem e macaco (δ): 6 mm (Catálogo Rudloff)

Encurtamento elástico devido à protensão não simultânea de cabos: 0 (considerar-se-á protensão simultânea).

Diferidas:

Relaxação do aço:

Relaxação máxima após 1000h: 3,5 %

Tempo inicial: 0 dias

Tempo final : 10950 dias (30 anos)

Perda total estimada: 16 %

Cálculo da Força de Protensão:

Igualando, na situação de ato da protensão, a tensão no bordo inferior com a tensão limite, obtemos a máxima força de protensão que pode ser aplicada:

$$P_{estimado} = \frac{\left(\frac{M_{min}}{W_i} - f_{yd}\right)}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e}{W_i}\right) (\gamma_p \beta)} = \frac{\left(\frac{95,5 \cdot 10^6}{5865121} - (-217)\right)}{\left(\frac{1}{24315} + \frac{555}{5865121}\right) (1,2 \cdot 1,19)} = 1204,5 \text{ kN}$$

Armadura Ativa:

Dados (Rudloff): Cordoalhas de 7 fios - CP - 190 RB

Tabela 19 Características da Cordoalha

φ nominal cord (mm) =	15,2
Acord (mm²) =	143,4
Massa Nominal (kg/m) =	1,126
fptk (MPa) =	1853
fpvk (MPa) =	1668
σpi (MPa) =	1367,76
ρ1000 (%) =	3,5
Ep (MPa) =	202000

Força em cada cordoalha: $1367,76 \cdot 143,4 \cdot 10^{-3} = 196,1 \text{ kN}$

Número de cordoalhas: $\frac{1204,5}{196,1} = 6,14 \text{ cordoalhas}$

Adota-se 6 cordoalhas (3 + 3). Portanto, a força de protensão corrigida é:

$$P_{corrigido} = P = 196,1 \cdot 6 = 1176,7 \text{ kN}$$

Verificações no ato da protensão e em serviço

$$\sigma_i^0 = 1,2 \left(-\frac{1,19 \cdot 1177 \cdot 10^3}{24315} - \frac{1,19 \cdot 1177 \cdot 555 \cdot 10^3}{5865121} \right) + \frac{95,5 \cdot 10^6}{5865121} = -212,0$$
$$< f_{yd}$$

$$\sigma_i^\infty = 1,2 \left(-\frac{1177 \cdot 0^3}{24315} - \frac{1177 \cdot 555 \cdot 10^3}{5865121} \right) + \frac{1888,7 \cdot 10^6}{5865121} = 130,3 < f_{yd}$$

$$\sigma_s^\infty = 1,2 \left(-\frac{1177 \cdot 0^3}{24315} + \frac{1177 \cdot 555 \cdot 10^3}{8993033} \right) - \frac{1888,7 \cdot 10^6}{8993033} = -180,9 < f_{yd}$$

Cálculo dos pontos limites para o centro de pressão:

$$\rho^2 = 382^2 \text{ mm}^2 ; \sigma_m^0 = \frac{1,19,1,2 \cdot 1177 \cdot 10^6}{24315} = 69,1 \text{ MPa} ; \sigma_m^1 = \frac{1,2 \cdot 1177 \cdot 10^3}{24315} = 58,1 \text{ MPa}$$

$$e_0 = \frac{382^2}{605} \left(\frac{217}{69,1} - 1 \right) = 517 \text{ mm}$$

$$e_1' = \frac{382^2}{395} \left(\frac{217}{58,1} - 1 \right) = 1015 \text{ mm} \quad e_1'' = \frac{382^2}{605} \left(\frac{217}{58,1} + 1 \right) = 1144 \text{ mm}$$

Portanto $e_1 = 1015 \text{ mm}$

Fuso limite

Coordenadas fuso inferior: (0, 8.8) ; (10, 0.8) ; (20, 8.8)

Coordenadas fuso superior: (0, 162) ; (10, 28.3) ; (20, 162)

O fuso limite pode ser observado na figura 9.17. Desta forma, opta-se por um traçado poligonal com 1 desviador.

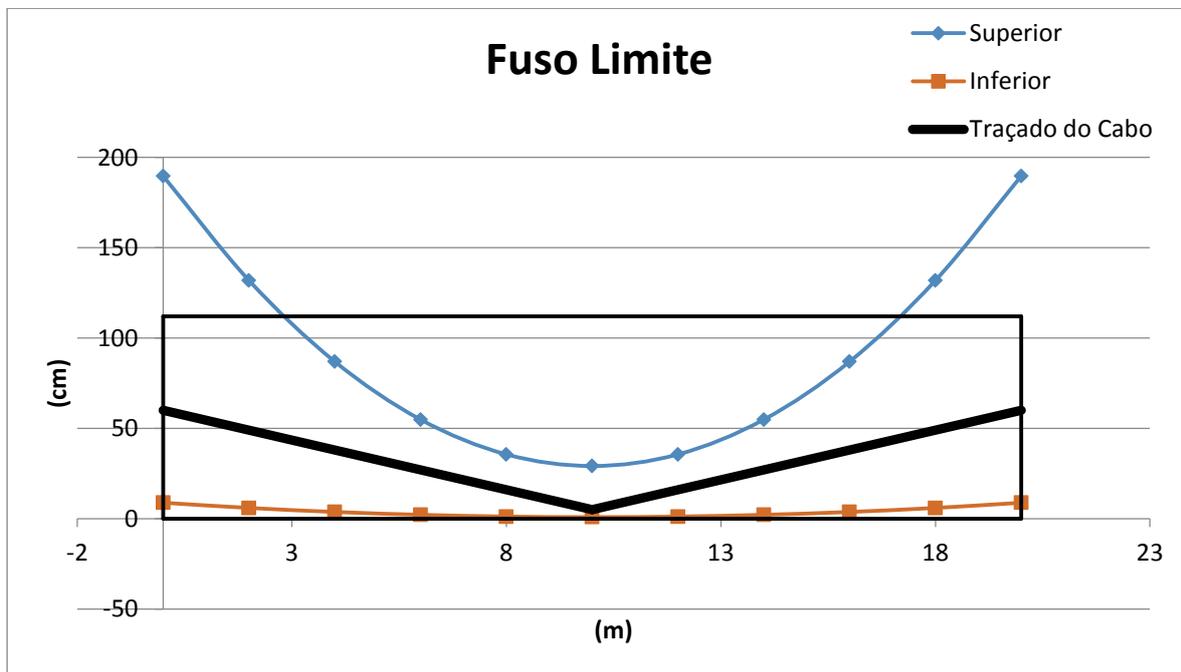


Figura 9.17 Fuso limite

Cálculo das perdas:

Imediatas

- 1) Perda por atrito:

Para o traçado poligonal com 1 desviador:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{2e}{L}\right) = \arctg\left(\frac{2 \cdot 555}{20000}\right) = 0,0554 \text{ rad} = 3,18^\circ$$

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = 1 - e^{-\mu\alpha} = 1 - e^{-0,2 \cdot (2 \cdot 0,0554)} = 0,0219 = 2,19\%$$

2) Perda por cravação da ancoragem:

$$\delta = 6 \text{ mm}$$

$$\text{Área} = \delta \cdot A_p \cdot E_p = 6 \cdot 860,4 \cdot 202 = 1042805$$

Podemos observar (Figura 9.18) que após a perda por atrito, o trecho do cabo entre a ancoragem ativa e o desviador sofrerá perda de tensão devido à cravação da ancoragem. O trecho do cabo após o desviador pode ser influenciado ou não, a depender da magnitude da perda por cravação. Dada a área, podemos encontrar o valor da perda no primeiro e segundo trecho, se houver.

Dado que cada trecho possui 10000mm, a soma das alturas dos retângulos é:

$$\Delta P_{anc} + \Delta P_{desv} = \frac{1042805}{10000} = 104,3 \text{ kN}$$

Dado que a figura formada pelos retângulos possui simetria com relação à horizontal, podemos obter a segunda equação:

$$\Delta P_{anc} - \Delta P_{desv} = 2 \cdot 1401 \cdot 0,0219 = 61,4$$

Resolvendo simultaneamente, obtém-se:

$$\Delta P_{anc} = 82,85 \text{ kN} \quad e \quad \Delta P_{desv} = 21,45 \text{ kN}$$

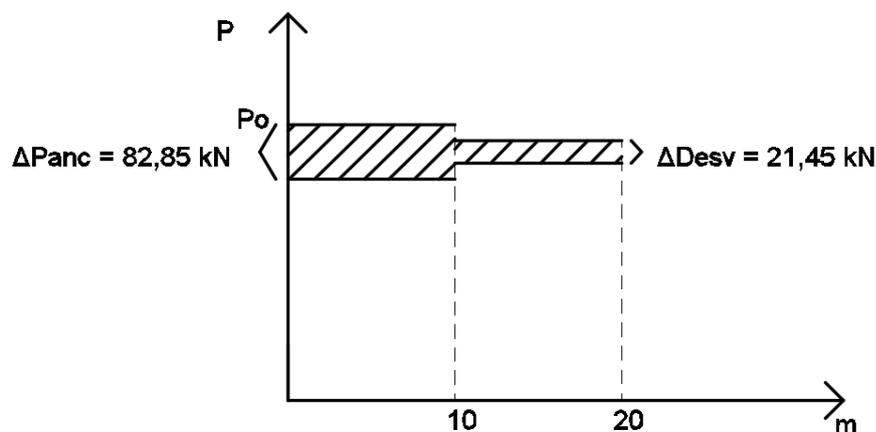


Figura 9.18 Perda por cravação da ancoragem

Finalmente, a perda por cravação da ancoragem é

$$\frac{\Delta P_{anc}}{P_0} = \frac{82,85}{1401} = 0,059 = 5,9 \%$$

Diferida

3) Relaxação do aço de protensão:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15}$$

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} = 0,035 \left(\frac{10950 - 0}{41,67} \right)^{0,15} = 0,081 = 8,1\%$$

Portanto, o total de perdas é :

$$2,19\% + 5,9\% + 8,1\% = 16,2\%$$

Este valor está de acordo com o que foi estimado (16%).

Verificações de estabilidade local (de acordo com ABNT NBR 8800:2008 – Anexo G)

1) Situação de momento positivo (serviço)

Flambagem Local da Alma

Tabela 20 Parâmetros relativos a FLA (momento positivo)

$\lambda =$	58,23
$\lambda_p =$	85,88
$\lambda_r =$	161,22
Mpl (MN) =	2,07
Mr = (MN)	1,47

Flambagem Local da Mesa

Tabela 21 Parâmetros relativos a FLM (momento positivo)

$\lambda =$	7,00
$\lambda_p =$	10,75
$\lambda_r =$	32,12
Mcr =	15,28
Mr =	1,57

Portanto, a seção comporta-se como compacta, quando solicitada por momentos positivos.

2) Situação de momento negativo (ato da protensão)

Flambagem Local da Alma

Tabela 22 Parâmetros Relativos a FLA (momento negativo)

$\lambda =$	91,38
$\lambda_p =$	53,05

$\lambda_r =$	161,22
Mpl (MN) =	2,07
Mr = (MN)	1,47

Flambagem Local da Mesa

Tabela 23 Parâmetros relativos a FLM (momento negativo)

$\lambda =$	2,80
$\lambda_p =$	10,75
$\lambda_r =$	32,12
Mcr (MN) =	62,28
Mr (MN) =	1,03

Portanto, a seção comporta-se como semicompacta, quando solicitada por momentos negativos.

Verificação ao esforço combinado de Normal e Momento Fletor (de acordo com ABNT NBR 8800:2008 – Item 5.5.1.2):

Tabela 24 Cálculo de Qa

Alma	
(b/t)lim	42,144
b/t	74,803
bef	0,601
Aef	0,020
Qa	0,818

Tabela 25 Cálculo de Qs

Flanges	
kc	0,462
(b/t)lim	12,310
b/t	7,000
Qs	1,000

Tabela 26 Cálculo de Nc,rd

Q	0,818
Ne (MN)	7,786
λ_0	0,799
X	0,766
Nc,rd (MN)	3,459

Tabela 27 Verificação a esforço axial e momento fletor

NSd	1,175
NRd	3,459
MxSd	0,134
MxRd	1,885
Verif:	0,403

9.2.1 ANÁLISE DINÂMICA VIA FORMULAÇÃO ANALÍTICA:

Cálculo da frequência natural para o primeiro harmônico

A análise será feita considerando-se a massa da viga e dos dois cabos:

$$m = 7850 \cdot (24315 + 2 \cdot 431) \cdot 10^{-6} = 197,65 \frac{kg}{m}$$

$$massa\ total = 195,65 \cdot 20 = 3953\ kg$$

$$f_i = \frac{(i\pi)^2}{2\pi L^2} \left(1 + \frac{PL^2}{EI(i\pi)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_1 = \frac{(\pi)^2}{2\pi 20^2} \left(1 + \frac{1177 \cdot 10^3 \cdot \cos(0.0554) \cdot 20^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,55 \cdot 10^{-3} (\pi)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,55 \cdot 10^{-3}}{197,65} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 7,19\ Hz$$

$$\omega_0^1 = 2\pi \cdot 7,19 = 45,17\ rad/s$$

$$\omega_d = \omega_0^1 \sqrt{1 - \zeta^2} = 45,17 \sqrt{1 - 0,03^2} = 45,15\ rad/s$$

onde assumiu-se razão de amortecimento igual a 0,03.

A rigidez foi calculada a partir de sua relação com a frequência angular.

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_1$$

$$k = 4 \cdot 3953 \cdot (\pi \cdot 7,19)^2 = 8065,1\ kN/m$$

Cálculo da componente vertical da força de protensão:

$$F_v = 2 \cdot 1177 \cdot \text{sen}(0,0554) = 130,5 \text{ kN}$$

Cálculo dos deslocamentos gerados pela componente vertical da força de protensão e pela força peso:

$$\delta_p = \frac{F_v L^3}{48EI} = \frac{130,5 \cdot 20^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 3,55 \cdot 10^{-3}} = 0,0306 \text{ m} = 3,06 \text{ cm}$$

$$\delta_w = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5 \cdot 197,65 \cdot 20^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 3,55 \cdot 10^{-3}} = 0,0058 \text{ m} = 0,58 \text{ cm}$$

A partir dos deslocamentos, obtém-se a posição inicial de oscilação:

$$x_0 = \delta_p - \delta_w = 3,06 - 0,58 = 2,48 \text{ cm}$$

Forças a serem aplicadas no modelo massa-mola:

$$F_0 = 8065,1 \cdot 0,0306 = 246,96 \text{ kN}$$

$$F_w = 8065,1 \cdot 0,0058 = 46,8 \text{ kN}$$

9.2.2 DESLOCAMENTO NÃO AMORTECIDO

Modelo analítico

Os dados utilizados no modelo analítico para o deslocamento não amortecido encontram-se resumidos a seguir:

$$F_0 = 246,96 \text{ kN} \quad , \quad m = 3953 \text{ kg} \quad , \quad k = 88,65 \text{ kN/cm}$$

$$\omega_0 = 45,17 \text{ Hz} \quad \zeta = 0,03$$

A partir dos dados acima obteve-se o gráfico de $x(t)$ (Equações 6.16 a 6.18), onde arbitrou-se que a ruptura do primeiro cabo ocorre em $t = 0,2$ e a do segundo cabo em $t = 0,65$ s.

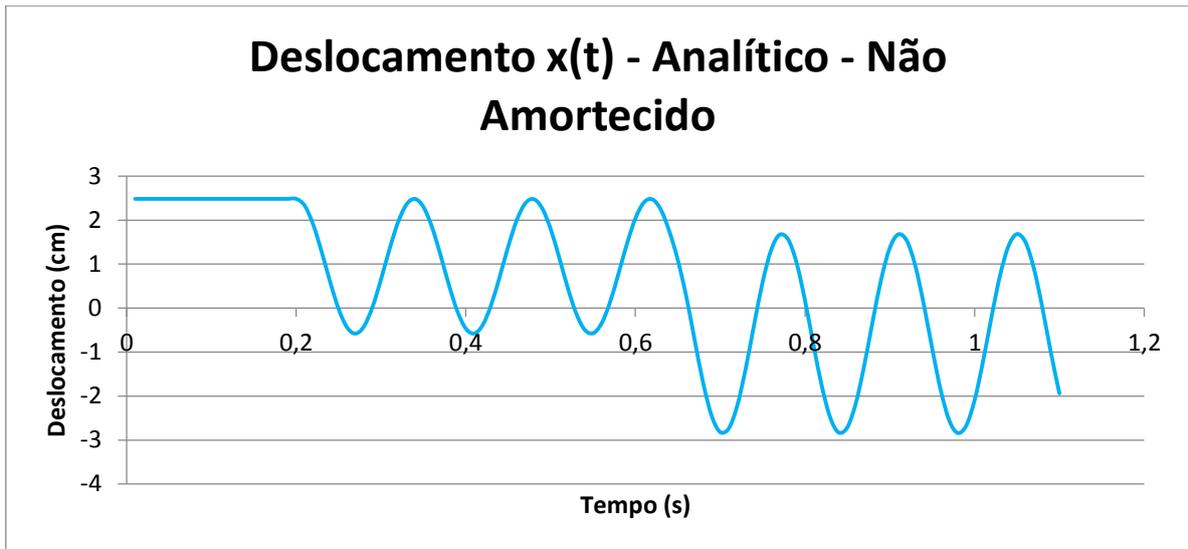
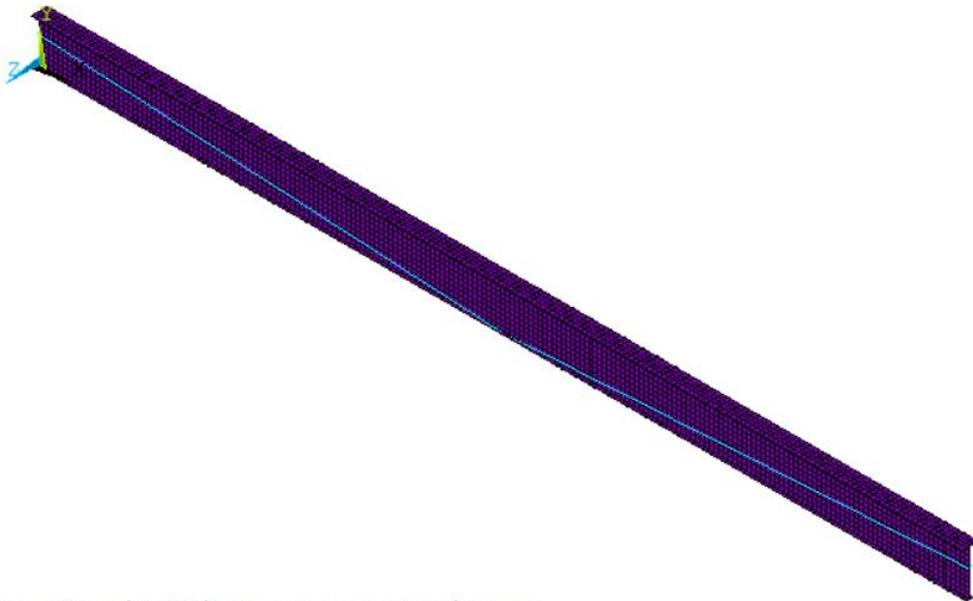


Figura 9.19 Movimento não amortecido (Analítico)

A partir da figura acima (Figura 9.19), pode-se observar que antes da ruptura, o centro da viga encontra-se na posição inicial, e a viga encontra-se estática. A viga inicia o movimento descendo, o que era de se esperar pois a extinção do primeiro cabo cria um desequilíbrio das forças verticais, com nova resultante direcionada para baixo.

Modelo numérico



Ruptura não-simultânea sem amortecimento

Figura 9.20 Malha do modelo numérico (ANSYS 19.0 Academic)

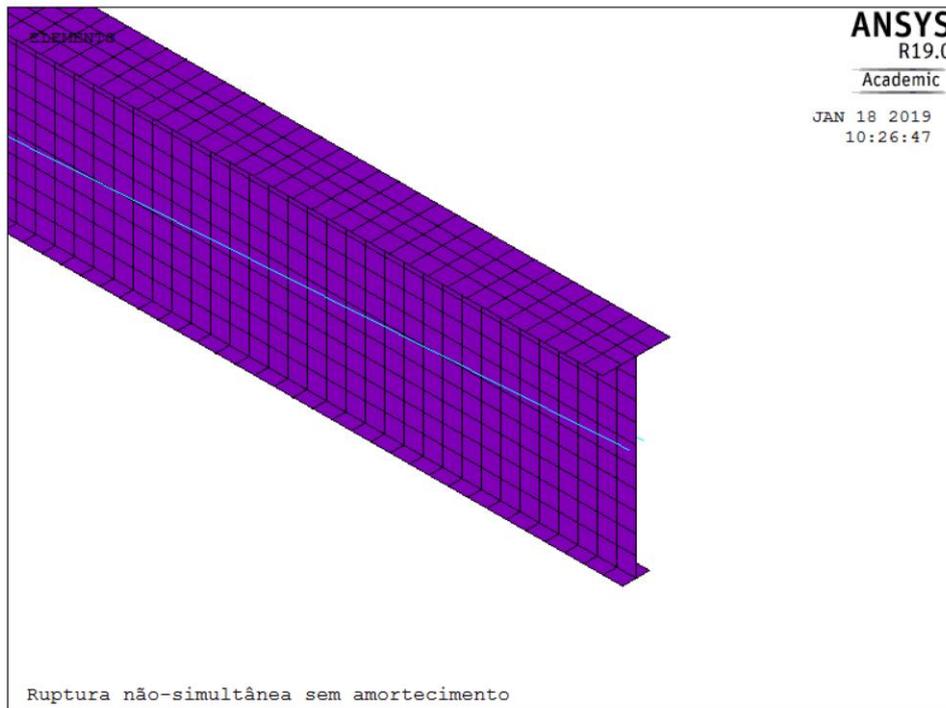


Figura 9.21 Detalhe da extremidade da viga (ANSYS 19.0 Academic)

O modelo numérico feito no programa Ansys pode ser visto na figura 9.20. A figura 9.21 mostra em maior detalhe a discretização da malha.

A conexão à viga foi feita através das extremidades e do centro da viga, por meio do acoplamento. Desta forma, não foram modelados os desviadores. Foi necessário dar maior enrijecimento a elementos nas extremidades da viga devido a distorção excessiva gerada pela força de protensão concentrada no nó. Este enrijecimento aproxima melhor o comportamento do bloco de ancoragem na extremidade da viga.

A partir da modelagem numérica, obteve-se os deslocamentos para o nó na região central da viga (Figura 9.22).

O valor de ΔT calculado foi 570 graus.

O trecho inicial, antes de 0,2 segundos, corresponde ao carregamento da protensão no modelo, através da diferença de temperatura, conforme já foi explicado. Pode-se observar a gradual evolução do deslocamento para cima, conforme esperado.

A sobreposição de ambos os gráficos pode ser vista na Figura 9.23.

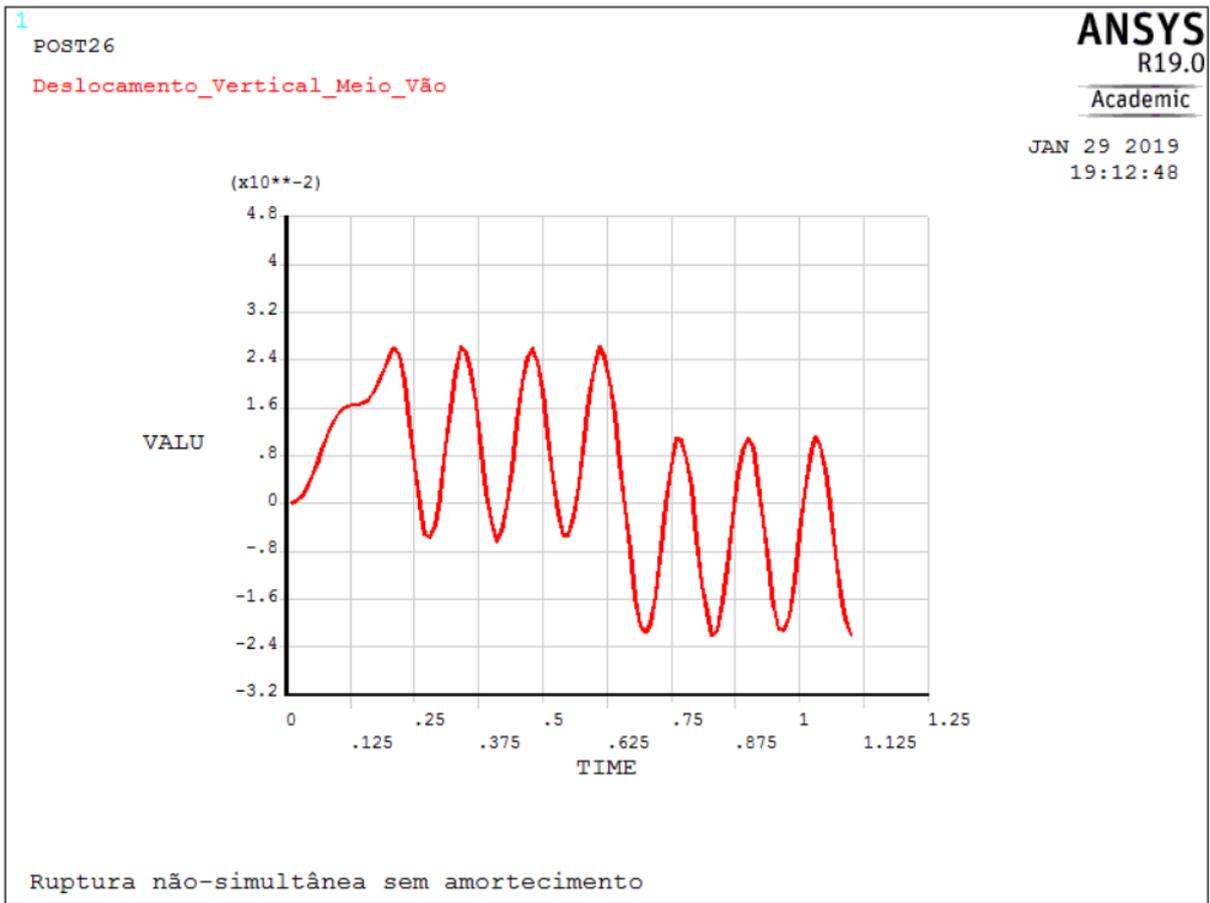


Figura 9.22 Movimento não amortecido (ANSYS 19.0 Academic)

Pode-se observar que ambos os modelos geraram deslocamentos próximos. Entretanto, o modelo analítico gera valores de amplitude um pouco maiores após a rutpura do segundo cabo.

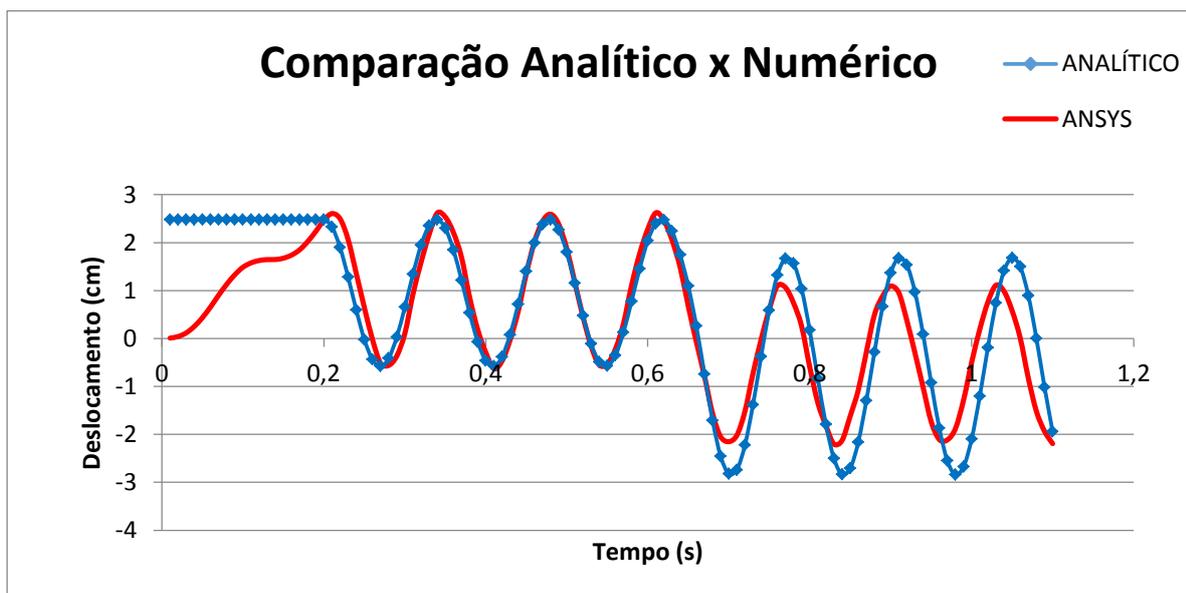


Figura 9.23 Comparação entre modelos analítico e numérico

9.2.3 DESLOCAMENTO AMORTECIDO

Modelo analítico

Para o deslocamento sub-amortecido além dos valores utilizados para o não amortecido, precisou-se também da frequência circular amortecida. Em resumo:

$$F_0 = 246,96 \text{ kN} , \quad m = 3953 \text{ kg} , \quad k = 88,65 \text{ kN/cm}$$
$$\omega_0 = 45,17 \text{ Hz} \quad \omega_d = 45,15 \text{ Hz} \quad \zeta = 0,03^4$$

A partir destes dados foi construído o gráfico da figura 9.24 (Equações 6.59 a 6.61).

Novamente, pode-se observar que a viga encontra-se estática na posição inicial antes da ruptura. Com a ruptura do primeiro cabo, inicia-se o movimento oscilatório, desta vez com redução na amplitude, dada a presença do amortecimento. Foram utilizados os mesmos instantes de ruptura do caso anterior ($a = 0,2\text{s}$ e $b = 0,65\text{s}$). Com a ruptura do segundo cabo a amplitude aumenta ligeiramente devido à pequena diminuição da rigidez .

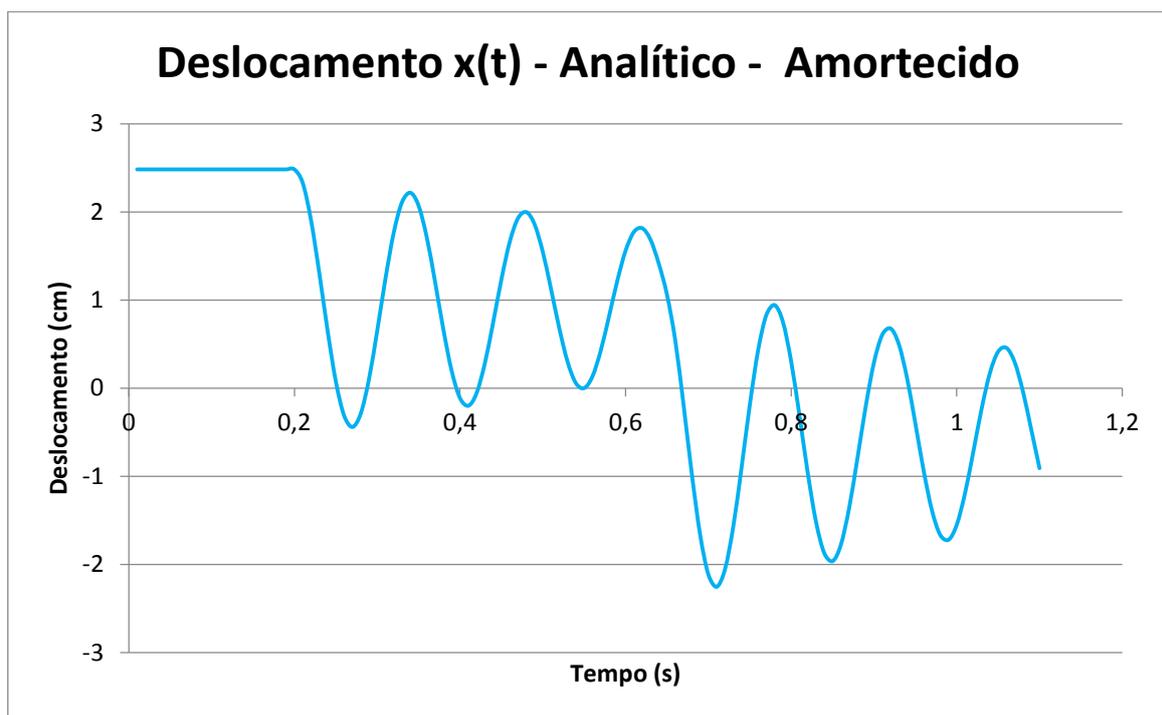


Figura 9.24 Movimento sub-amortecido (Analítico)

1) Modelo numérico

⁴ Valor arbitrado de acordo com intervalo de valores sugeridos na literatura. Ver Paz & Leigh (2004)

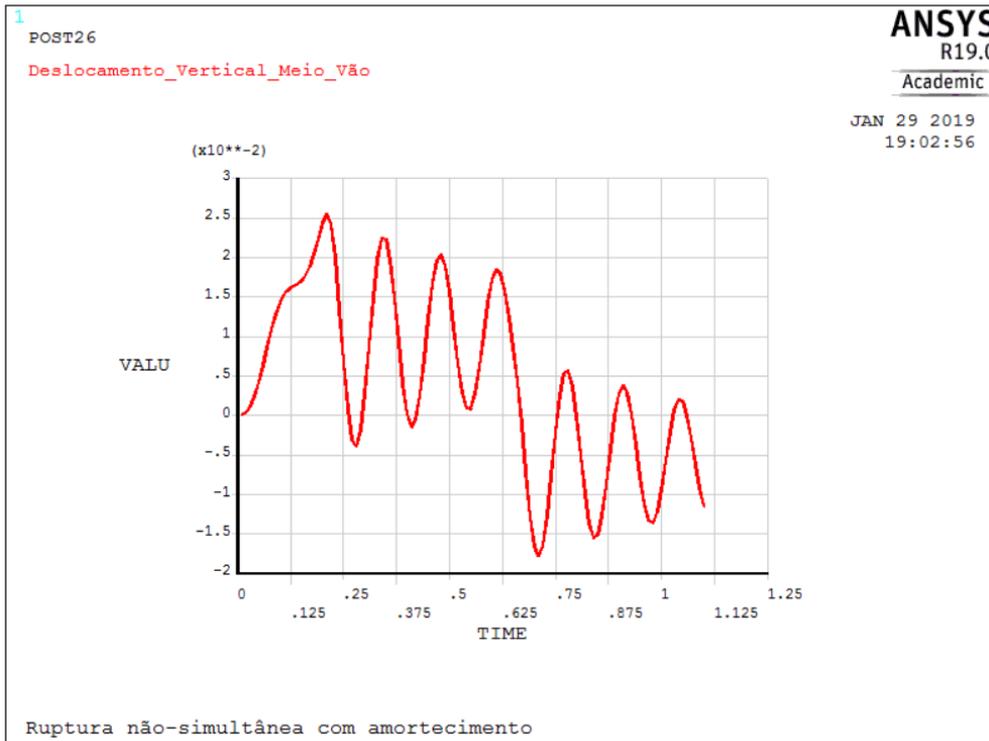


Figura 9.25 Movimento sub-amortecido (ANSYS 19.0 Academic)

Foi utilizada a mesma malha do modelo não amortecido (Figura 9.20), mas desta vez com a inserção do comando BETAD, responsável pelo amortecimento. O valor de β correspondente à razão de amortecimento $\zeta = 0,03$ é:

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega_0} = 0,00133$$

O valor de ΔT calculado foi 570 graus.

O trecho inicial, antes de 0,2 segundos, corresponde ao carregamento da protensão no modelo, através da diferença de temperatura, conforme já foi explicado. Pode-se observar a gradual evolução do deslocamento para cima, conforme esperado.

Vejamos agora a sobreposição de ambos os gráficos (Figura 9.26):

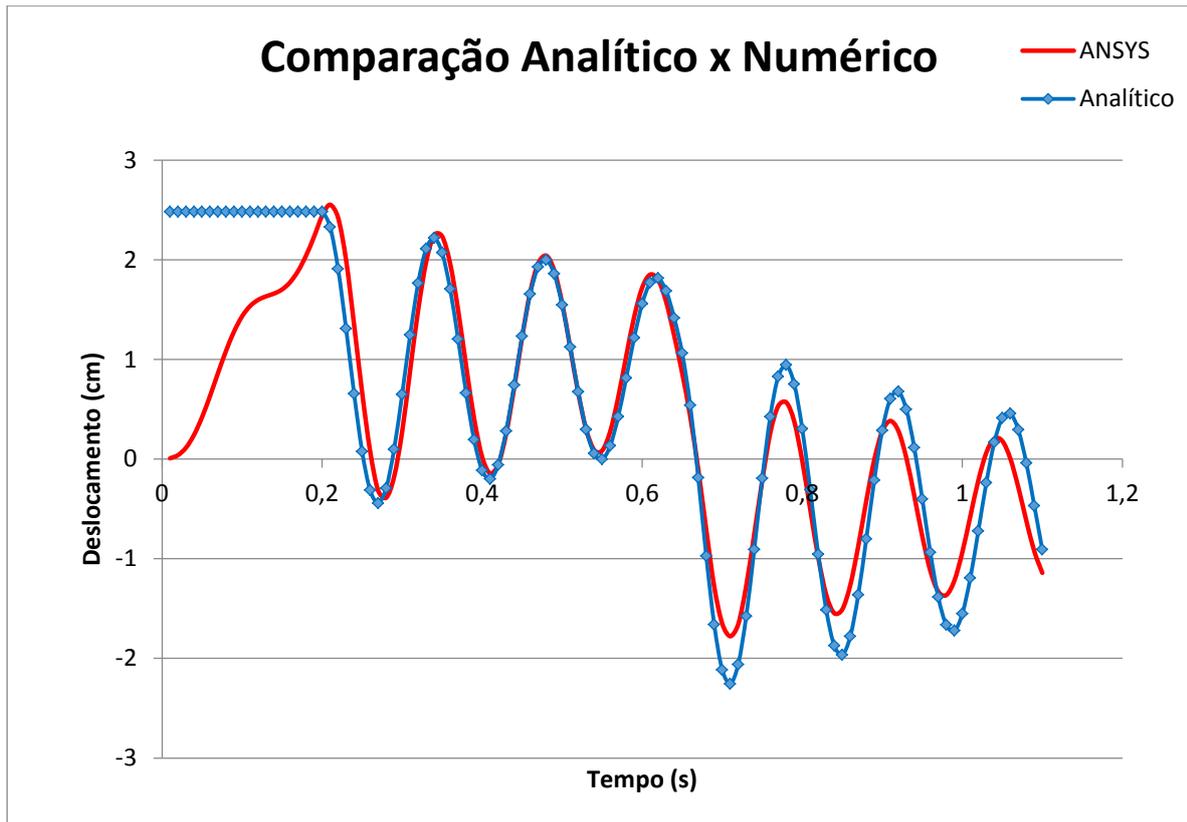


Figura 9.26 Comparação entre os modelos analítico e numérico

Mais uma vez, houve maior concordância no trecho, antes da ruptura do segundo cabo. Após a ruptura do segundo cabo o modelo analítico gera deslocamentos de maior amplitude.

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os modelos apresentaram boa concordância. O modelo analítico apresentou amplitudes ligeiramente maiores que o modelo numérico, principalmente após a ruptura do segundo cabo de protensão. Foi possível observar que o modelo analítico se aproximou mais quando a modelagem foi feita com a laje de concreto. Isto se deve ao fato de algumas características diferentes de vigas metálicas e vigas mistas, tais como momento de inércia e módulo de elasticidade. Também se observou melhor concordância nos modelos com movimento sub-amortecido, caso mais próximo do comportamento real da estrutura. Vale ressaltar que as análises foram feitas considerando-se apenas o peso próprio e a força de protensão. Não foram levadas em conta as cargas de serviço para obtenção dos gráficos de deslocamento. A diferença observada no trecho após a ruptura da segundo cabo se deve a alguns fatores, dentre eles: diferença na frequência natural de vibração da viga gerada pela extinção da força axial, quando da ruptura dos cabos.

Este estudo pode ser ainda mais desenvolvido. A seguir, sugestões para estudos futuros:

- Estender a modelagem para outros tipos de perfis, tais como seção caixão, T duplo, vigas alveolares, etc.;
- Desenvolvimento de um modelo que compreenda também os movimentos horizontais gerados pela oscilação;
- Análise experimental do fenômeno;
- Análise das tensões desenvolvidas;
- Análise mais aprofundada das frequências naturais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCELORMITTAL. **Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido**, 2015

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188 Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas – Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7483 Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681 Ações e segurança nas estruturas - Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800 Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008

BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.; **Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems**, 10th ed – John Wiley & Sons, Inc, 2012.

DNER/IPR – 698 – 1996 – Manual de Obras de Arte Especiais

FERREIRA, Aline .C. **Vigas metálicas protendidas: análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos**. 2007. 276 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, 2007

GALAMBOS, Theodore V.; LIN, F. J.; JOHNSTON, Bruce G. **Basic steel design with LRFD**. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1996

KURDILA, Andrew; CRAIG, Roy R.; **Fundamentals of structural dynamics**. 2nd ed – John Wiley & Sons, Inc, 2006

KREYSZIG, Erwin. **Advanced Engineering Mathematics**. 9th ed – John Wiley & Sons, Inc, 2006.

MARTINS, Paulo C. R. **Estrutura de Concreto Protendido – Notas de Aula**. Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2018

NELSEN; Anna C. H.; SOUZA, Alex S. C; MAIA, Wanderson F.; NARDIN, Silvana de. **Estudo Paramétrico do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas**. Revista da Estrutura do Aço. Vol.2 Número3 - Centro Brasileiro De Construção Em Aço (dezembro/2013) p. 186-205

NELSEN, Anna C. H. **Comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa**. 2013. 148f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, 2013

NAAMAN, Antoine E.; **Prestressed concrete analysis and design: fundamentals**. 2nd ed – TechnoPress3000, 2004

NUNZIATA, Vincenzo. **Strutture in Acciaio Precompresso**. Palermo: D. Flaccovio, 1999.

PAZ, Mario; LEIGH, William. **Structural Dynamics: Theory and Computation** 5th ed. Kluwer Academic Publishers, 2004

PFEIL, Walter; PFEIL, Michèle. **Estruturas de Aço: dimensionamento prático**. 8 ed – Rio de Janeiro: LTC, 2015

QUEIROZ, Gilson; PIMENTA, Roberval J.; MARTINS, Alexander G. **Estruturas Mistas**. Vol.2 2 ed Instituto Aço Brasil - Centro Brasileiro de Construção em Aço. Rio de Janeiro, 2012

RUDLOFF. **Concreto Protendido**, 2012

Websites:

<http://www.ansys.stuba.sk/html/guide_55/> Acesso em 15/06/2018

ANSYS 19.0 Help Disponível em: <<https://ansyshelp.ansys.com/>> acesso em 11/06/2016

SOFTWARE:

ANSYS Student – ANSYS 19.0 Academic Version

APÊNDICE

Código utilizado para modelagem do exemplo 1 – Caso Amortecido

/UNITS, SI	TREF,0	E,4,5,21,20
/PREP7		EGEN,300,16,901
ET, 1, SHELL181	C*** NÓS E ELEMENTOS	E,5,6,22,21
ET, 2, LINK180	TYPE,1	EGEN,300,16,1201
ET, 3, SOLID65	MAT,1	E,6,7,23,22
MP, EX, 1, 2E11	SECN,1	EGEN,300,16,1501
MP, PRXY, 1, 0.3		E,7,8,24,23
MP, ALPX, 1, 1.2E-5	N,1,,,	EGEN,300,16,1801
MP, DENS, 1, 7850	N,16,,1.5,,	E,8,9,25,24
MP, EX, 2, 2E11	FILL,1,16,14,2,1	EGEN,300,16,2101
MP, PRXY, 2, 0.3	N,4801,30,,	E,9,10,26,25
MP, ALPX, 2, 1.2E-5	FILL,1,4801,299,17,16	EGEN,300,16,2401
MP, DENS, 2, 7850	N,4816,30,1.5,,	E,10,11,27,26
MP, EX, 3, 2E15	FILL,4801,4816,14,4802,1	EGEN,300,16,2701
MP, PRXY, 3, 0.3	FILL,2,4802,299,18,16	E,11,12,28,27
MP, ALPX, 3, 1.2E-5	FILL,3,4803,299,19,16	EGEN,300,16,3001
MP, DENS, 3, 7850	FILL,4,4804,299,20,16	E,12,13,29,28
MP, EX, 4, 2.81E10	FILL,5,4805,299,21,16	EGEN,300,16,3301
MP, PRXY, 4, 0.3	FILL,6,4806,299,22,16	E,13,14,30,29
MP, ALPX, 4, 1.2E-5	FILL,7,4807,299,23,16	EGEN,300,16,3601
MP, DENS, 4, 2500	FILL,8,4808,299,24,16	E,14,15,31,30
	FILL,9,4809,299,25,16	EGEN,300,16,3901
SECN,1	FILL,10,4810,299,26,16	E,15,16,32,31
SECTYPE, 1, SHELL	FILL,11,4811,299,27,16	EGEN,300,16,4201
SECDATA, 0.016	FILL,12,4812,299,28,16	
SECN,2	FILL,13,4813,299,29,16	C*** AUMENTO DA
SECTYPE, 2, SHELL	FILL,14,4814,299,30,16	RIGIDEZ NAS
SECDATA, 0.045, 1	FILL,15,4815,299,31,16	EXTREMIDADES DA VIGA
SECN,3	FILL,16,4816,299,32,16	
SECTYPE, 3, LINK	E,1,2,18,17	ESEL, S, ELEM, , 1, 4201, 300
SECDATA, 0.002438	EGEN,300,16,1	ESEL, A, ELEM, , 2, 4202,
SECN, 4	E,2,3,19,18	300
SECTYPE, 4, SHELL	EGEN,300,16,301	ESEL, A, ELEM, , 3, 4203,
SECDATA, 0.1,3	E,3,4,20,19	300
	EGEN,300,16,601	

ESEL, A, ELEM, , 4, 4204, 300	TYPE, 1 MAT,1	FILL,7225,7825,299,7227,2 N,7826,30,0,-0.15,
ESEL, A, ELEM, , 5, 4205, 300	SECN,2 N,4817,0,1.5,0.3,	FILL,7226,7826,299,7228,2 E,7225,7226,7228,7227
ESEL, A, ELEM, , 6, 4206, 300	N,4819,0,1.5,0.1, FILL,4817,4819,1,4818,1	EGEN,300,2,6001 E,16,32,4822,4819
ESEL, A, ELEM, , 7, 4207, 300	N,5717,30,1.5,0.3, FILL,4817,5717,299,4820,3	E,32,48,4825,4822 E,48,64,4828,4825
ESEL, A, ELEM, , 8, 4208, 300	N,5719,30,1.5,0.1, FILL,5717,5719,1,5718,1	E,64,80,4831,4828 E,80,96,4834,4831
ESEL, A, ELEM, , 9, 4209, 300	FILL,4818,5718,299,4821,3 FILL,4819,5719,299,4822,3	E,96,112,4837,4834 E,112,128,4840,4837
ESEL, A, ELEM, , 10, 4210, 300	E,4817,4818,4821,4820 EGEN,300,3,4501	E,128,144,4843,4840 E,144,160,4846,4843
ESEL, A, ELEM, , 291, 4491, 300	E,4818,4819,4822,4821 EGEN,300,3,4801	E,160,176,4849,4846 E,176,192,4852,4849
ESEL, A, ELEM, , 292, 4492, 300	N,5720,0,1.5,-0.1, N,5722,0,1.5,-0.3,	E,192,208,4855,4852 E,208,224,4858,4855
ESEL, A, ELEM, , 293, 4493, 300	FILL,5720,5722,1,5721,1 N,6620,30,1.5,-0.1,	E,224,240,4861,4858 E,240,256,4864,4861
ESEL, A, ELEM, , 294, 4494, 300	FILL,5720,6620,299,5723,3 N,6622,30,1.5,-0.3,	E,256,272,4867,4864 E,272,288,4870,4867
ESEL, A, ELEM, , 295, 4495, 300	FILL,6620,6622,1,6621,1 FILL,5721,6621,299,5724,3	E,288,304,4873,4870 E,304,320,4876,4873
ESEL, A, ELEM, , 296, 4496, 300	FILL,5722,6622,299,5725,3 E,5720,5721,5724,5723	E,320,336,4879,4876 E,336,352,4882,4879
ESEL, A, ELEM, , 297, 4497, 300	EGEN,300,3,5101 E,5721,5722,5725,5724	E,352,368,4885,4882 E,368,384,4888,4885
ESEL, A, ELEM, , 298, 4498, 300	EGEN,300,3,5401 N,6623,0,0,0.15,	E,384,400,4891,4888 E,400,416,4894,4891
ESEL, A, ELEM, , 299, 4499, 300	N,6624,0,0,0.05, N,7223,30,0,0.15,	E,416,432,4897,4894 E,432,448,4900,4897
ESEL, A, ELEM, , 300, 4500, 300	FILL,6623,7223,299,6625,2 N,7224,30,0,0.05,	E,448,464,4903,4900 E,464,480,4906,4903
EMODIF, ALL, MAT, 3 ESEL, ALL	FILL,6624,7224,299,6626,2 E,6623,6624,6626,6625 EGEN,300,2,5701	E,480,496,4909,4906 E,496,512,4912,4909 E,512,528,4915,4912
C*** FLANGES NODES AND ELEMENTS	N,7225,0,0,-0.05, N,7226,0,0,-0.15, N,7825,30,0,-0.05,	E,528,544,4918,4915 E,544,560,4921,4918 E,560,576,4924,4921

E,576,592,4927,4924	E,1216,1232,5047,5044	E,1856,1872,5167,5164
E,592,608,4930,4927	E,1232,1248,5050,5047	E,1872,1888,5170,5167
E,608,624,4933,4930	E,1248,1264,5053,5050	E,1888,1904,5173,5170
E,624,640,4936,4933	E,1264,1280,5056,5053	E,1904,1920,5176,5173
E,640,656,4939,4936	E,1280,1296,5059,5056	E,1920,1936,5179,5176
E,656,672,4942,4939	E,1296,1312,5062,5059	E,1936,1952,5182,5179
E,672,688,4945,4942	E,1312,1328,5065,5062	E,1952,1968,5185,5182
E,688,704,4948,4945	E,1328,1344,5068,5065	E,1968,1984,5188,5185
E,704,720,4951,4948	E,1344,1360,5071,5068	E,1984,2000,5191,5188
E,720,736,4954,4951	E,1360,1376,5074,5071	E,2000,2016,5194,5191
E,736,752,4957,4954	E,1376,1392,5077,5074	E,2016,2032,5197,5194
E,752,768,4960,4957	E,1392,1408,5080,5077	E,2032,2048,5200,5197
E,768,784,4963,4960	E,1408,1424,5083,5080	E,2048,2064,5203,5200
E,784,800,4966,4963	E,1424,1440,5086,5083	E,2064,2080,5206,5203
E,800,816,4969,4966	E,1440,1456,5089,5086	E,2080,2096,5209,5206
E,816,832,4972,4969	E,1456,1472,5092,5089	E,2096,2112,5212,5209
E,832,848,4975,4972	E,1472,1488,5095,5092	E,2112,2128,5215,5212
E,848,864,4978,4975	E,1488,1504,5098,5095	E,2128,2144,5218,5215
E,864,880,4981,4978	E,1504,1520,5101,5098	E,2144,2160,5221,5218
E,880,896,4984,4981	E,1520,1536,5104,5101	E,2160,2176,5224,5221
E,896,912,4987,4984	E,1536,1552,5107,5104	E,2176,2192,5227,5224
E,912,928,4990,4987	E,1552,1568,5110,5107	E,2192,2208,5230,5227
E,928,944,4993,4990	E,1568,1584,5113,5110	E,2208,2224,5233,5230
E,944,960,4996,4993	E,1584,1600,5116,5113	E,2224,2240,5236,5233
E,960,976,4999,4996	E,1600,1616,5119,5116	E,2240,2256,5239,5236
E,976,992,5002,4999	E,1616,1632,5122,5119	E,2256,2272,5242,5239
E,992,1008,5005,5002	E,1632,1648,5125,5122	E,2272,2288,5245,5242
E,1008,1024,5008,5005	E,1648,1664,5128,5125	E,2288,2304,5248,5245
E,1024,1040,5011,5008	E,1664,1680,5131,5128	E,2304,2320,5251,5248
E,1040,1056,5014,5011	E,1680,1696,5134,5131	E,2320,2336,5254,5251
E,1056,1072,5017,5014	E,1696,1712,5137,5134	E,2336,2352,5257,5254
E,1072,1088,5020,5017	E,1712,1728,5140,5137	E,2352,2368,5260,5257
E,1088,1104,5023,5020	E,1728,1744,5143,5140	E,2368,2384,5263,5260
E,1104,1120,5026,5023	E,1744,1760,5146,5143	E,2384,2400,5266,5263
E,1120,1136,5029,5026	E,1760,1776,5149,5146	E,2400,2416,5269,5266
E,1136,1152,5032,5029	E,1776,1792,5152,5149	E,2416,2432,5272,5269
E,1152,1168,5035,5032	E,1792,1808,5155,5152	E,2432,2448,5275,5272
E,1168,1184,5038,5035	E,1808,1824,5158,5155	E,2448,2464,5278,5275
E,1184,1200,5041,5038	E,1824,1840,5161,5158	E,2464,2480,5281,5278
E,1200,1216,5044,5041	E,1840,1856,5164,5161	E,2480,2496,5284,5281

E,2496,2512,5287,5284	E,3136,3152,5407,5404	E,3776,3792,5527,5524
E,2512,2528,5290,5287	E,3152,3168,5410,5407	E,3792,3808,5530,5527
E,2528,2544,5293,5290	E,3168,3184,5413,5410	E,3808,3824,5533,5530
E,2544,2560,5296,5293	E,3184,3200,5416,5413	E,3824,3840,5536,5533
E,2560,2576,5299,5296	E,3200,3216,5419,5416	E,3840,3856,5539,5536
E,2576,2592,5302,5299	E,3216,3232,5422,5419	E,3856,3872,5542,5539
E,2592,2608,5305,5302	E,3232,3248,5425,5422	E,3872,3888,5545,5542
E,2608,2624,5308,5305	E,3248,3264,5428,5425	E,3888,3904,5548,5545
E,2624,2640,5311,5308	E,3264,3280,5431,5428	E,3904,3920,5551,5548
E,2640,2656,5314,5311	E,3280,3296,5434,5431	E,3920,3936,5554,5551
E,2656,2672,5317,5314	E,3296,3312,5437,5434	E,3936,3952,5557,5554
E,2672,2688,5320,5317	E,3312,3328,5440,5437	E,3952,3968,5560,5557
E,2688,2704,5323,5320	E,3328,3344,5443,5440	E,3968,3984,5563,5560
E,2704,2720,5326,5323	E,3344,3360,5446,5443	E,3984,4000,5566,5563
E,2720,2736,5329,5326	E,3360,3376,5449,5446	E,4000,4016,5569,5566
E,2736,2752,5332,5329	E,3376,3392,5452,5449	E,4016,4032,5572,5569
E,2752,2768,5335,5332	E,3392,3408,5455,5452	E,4032,4048,5575,5572
E,2768,2784,5338,5335	E,3408,3424,5458,5455	E,4048,4064,5578,5575
E,2784,2800,5341,5338	E,3424,3440,5461,5458	E,4064,4080,5581,5578
E,2800,2816,5344,5341	E,3440,3456,5464,5461	E,4080,4096,5584,5581
E,2816,2832,5347,5344	E,3456,3472,5467,5464	E,4096,4112,5587,5584
E,2832,2848,5350,5347	E,3472,3488,5470,5467	E,4112,4128,5590,5587
E,2848,2864,5353,5350	E,3488,3504,5473,5470	E,4128,4144,5593,5590
E,2864,2880,5356,5353	E,3504,3520,5476,5473	E,4144,4160,5596,5593
E,2880,2896,5359,5356	E,3520,3536,5479,5476	E,4160,4176,5599,5596
E,2896,2912,5362,5359	E,3536,3552,5482,5479	E,4176,4192,5602,5599
E,2912,2928,5365,5362	E,3552,3568,5485,5482	E,4192,4208,5605,5602
E,2928,2944,5368,5365	E,3568,3584,5488,5485	E,4208,4224,5608,5605
E,2944,2960,5371,5368	E,3584,3600,5491,5488	E,4224,4240,5611,5608
E,2960,2976,5374,5371	E,3600,3616,5494,5491	E,4240,4256,5614,5611
E,2976,2992,5377,5374	E,3616,3632,5497,5494	E,4256,4272,5617,5614
E,2992,3008,5380,5377	E,3632,3648,5500,5497	E,4272,4288,5620,5617
E,3008,3024,5383,5380	E,3648,3664,5503,5500	E,4288,4304,5623,5620
E,3024,3040,5386,5383	E,3664,3680,5506,5503	E,4304,4320,5626,5623
E,3040,3056,5389,5386	E,3680,3696,5509,5506	E,4320,4336,5629,5626
E,3056,3072,5392,5389	E,3696,3712,5512,5509	E,4336,4352,5632,5629
E,3072,3088,5395,5392	E,3712,3728,5515,5512	E,4352,4368,5635,5632
E,3088,3104,5398,5395	E,3728,3744,5518,5515	E,4368,4384,5638,5635
E,3104,3120,5401,5398	E,3744,3760,5521,5518	E,4384,4400,5641,5638
E,3120,3136,5404,5401	E,3760,3776,5524,5521	E,4400,4416,5644,5641

E,4416,4432,5647,5644	E,5765,5768,272,256	E,5885,5888,912,896
E,4432,4448,5650,5647	E,5768,5771,288,272	E,5888,5891,928,912
E,4448,4464,5653,5650	E,5771,5774,304,288	E,5891,5894,944,928
E,4464,4480,5656,5653	E,5774,5777,320,304	E,5894,5897,960,944
E,4480,4496,5659,5656	E,5777,5780,336,320	E,5897,5900,976,960
E,4496,4512,5662,5659	E,5780,5783,352,336	E,5900,5903,992,976
E,4512,4528,5665,5662	E,5783,5786,368,352	E,5903,5906,1008,992
E,4528,4544,5668,5665	E,5786,5789,384,368	E,5906,5909,1024,1008
E,4544,4560,5671,5668	E,5789,5792,400,384	E,5909,5912,1040,1024
E,4560,4576,5674,5671	E,5792,5795,416,400	E,5912,5915,1056,1040
E,4576,4592,5677,5674	E,5795,5798,432,416	E,5915,5918,1072,1056
E,4592,4608,5680,5677	E,5798,5801,448,432	E,5918,5921,1088,1072
E,4608,4624,5683,5680	E,5801,5804,464,448	E,5921,5924,1104,1088
E,4624,4640,5686,5683	E,5804,5807,480,464	E,5924,5927,1120,1104
E,4640,4656,5689,5686	E,5807,5810,496,480	E,5927,5930,1136,1120
E,4656,4672,5692,5689	E,5810,5813,512,496	E,5930,5933,1152,1136
E,4672,4688,5695,5692	E,5813,5816,528,512	E,5933,5936,1168,1152
E,4688,4704,5698,5695	E,5816,5819,544,528	E,5936,5939,1184,1168
E,4704,4720,5701,5698	E,5819,5822,560,544	E,5939,5942,1200,1184
E,4720,4736,5704,5701	E,5822,5825,576,560	E,5942,5945,1216,1200
E,4736,4752,5707,5704	E,5825,5828,592,576	E,5945,5948,1232,1216
E,4752,4768,5710,5707	E,5828,5831,608,592	E,5948,5951,1248,1232
E,4768,4784,5713,5710	E,5831,5834,624,608	E,5951,5954,1264,1248
E,4784,4800,5716,5713	E,5834,5837,640,624	E,5954,5957,1280,1264
E,4800,4816,5719,5716	E,5837,5840,656,640	E,5957,5960,1296,1280
E,5720,5723,32,16	E,5840,5843,672,656	E,5960,5963,1312,1296
E,5723,5726,48,32	E,5843,5846,688,672	E,5963,5966,1328,1312
E,5726,5729,64,48	E,5846,5849,704,688	E,5966,5969,1344,1328
E,5729,5732,80,64	E,5849,5852,720,704	E,5969,5972,1360,1344
E,5732,5735,96,80	E,5852,5855,736,720	E,5972,5975,1376,1360
E,5735,5738,112,96	E,5855,5858,752,736	E,5975,5978,1392,1376
E,5738,5741,128,112	E,5858,5861,768,752	E,5978,5981,1408,1392
E,5741,5744,144,128	E,5861,5864,784,768	E,5981,5984,1424,1408
E,5744,5747,160,144	E,5864,5867,800,784	E,5984,5987,1440,1424
E,5747,5750,176,160	E,5867,5870,816,800	E,5987,5990,1456,1440
E,5750,5753,192,176	E,5870,5873,832,816	E,5990,5993,1472,1456
E,5753,5756,208,192	E,5873,5876,848,832	E,5993,5996,1488,1472
E,5756,5759,224,208	E,5876,5879,864,848	E,5996,5999,1504,1488
E,5759,5762,240,224	E,5879,5882,880,864	E,5999,6002,1520,1504
E,5762,5765,256,240	E,5882,5885,896,880	E,6002,6005,1536,1520

E,6005,6008,1552,1536	E,6125,6128,2192,2176	E,6245,6248,2832,2816
E,6008,6011,1568,1552	E,6128,6131,2208,2192	E,6248,6251,2848,2832
E,6011,6014,1584,1568	E,6131,6134,2224,2208	E,6251,6254,2864,2848
E,6014,6017,1600,1584	E,6134,6137,2240,2224	E,6254,6257,2880,2864
E,6017,6020,1616,1600	E,6137,6140,2256,2240	E,6257,6260,2896,2880
E,6020,6023,1632,1616	E,6140,6143,2272,2256	E,6260,6263,2912,2896
E,6023,6026,1648,1632	E,6143,6146,2288,2272	E,6263,6266,2928,2912
E,6026,6029,1664,1648	E,6146,6149,2304,2288	E,6266,6269,2944,2928
E,6029,6032,1680,1664	E,6149,6152,2320,2304	E,6269,6272,2960,2944
E,6032,6035,1696,1680	E,6152,6155,2336,2320	E,6272,6275,2976,2960
E,6035,6038,1712,1696	E,6155,6158,2352,2336	E,6275,6278,2992,2976
E,6038,6041,1728,1712	E,6158,6161,2368,2352	E,6278,6281,3008,2992
E,6041,6044,1744,1728	E,6161,6164,2384,2368	E,6281,6284,3024,3008
E,6044,6047,1760,1744	E,6164,6167,2400,2384	E,6284,6287,3040,3024
E,6047,6050,1776,1760	E,6167,6170,2416,2400	E,6287,6290,3056,3040
E,6050,6053,1792,1776	E,6170,6173,2432,2416	E,6290,6293,3072,3056
E,6053,6056,1808,1792	E,6173,6176,2448,2432	E,6293,6296,3088,3072
E,6056,6059,1824,1808	E,6176,6179,2464,2448	E,6296,6299,3104,3088
E,6059,6062,1840,1824	E,6179,6182,2480,2464	E,6299,6302,3120,3104
E,6062,6065,1856,1840	E,6182,6185,2496,2480	E,6302,6305,3136,3120
E,6065,6068,1872,1856	E,6185,6188,2512,2496	E,6305,6308,3152,3136
E,6068,6071,1888,1872	E,6188,6191,2528,2512	E,6308,6311,3168,3152
E,6071,6074,1904,1888	E,6191,6194,2544,2528	E,6311,6314,3184,3168
E,6074,6077,1920,1904	E,6194,6197,2560,2544	E,6314,6317,3200,3184
E,6077,6080,1936,1920	E,6197,6200,2576,2560	E,6317,6320,3216,3200
E,6080,6083,1952,1936	E,6200,6203,2592,2576	E,6320,6323,3232,3216
E,6083,6086,1968,1952	E,6203,6206,2608,2592	E,6323,6326,3248,3232
E,6086,6089,1984,1968	E,6206,6209,2624,2608	E,6326,6329,3264,3248
E,6089,6092,2000,1984	E,6209,6212,2640,2624	E,6329,6332,3280,3264
E,6092,6095,2016,2000	E,6212,6215,2656,2640	E,6332,6335,3296,3280
E,6095,6098,2032,2016	E,6215,6218,2672,2656	E,6335,6338,3312,3296
E,6098,6101,2048,2032	E,6218,6221,2688,2672	E,6338,6341,3328,3312
E,6101,6104,2064,2048	E,6221,6224,2704,2688	E,6341,6344,3344,3328
E,6104,6107,2080,2064	E,6224,6227,2720,2704	E,6344,6347,3360,3344
E,6107,6110,2096,2080	E,6227,6230,2736,2720	E,6347,6350,3376,3360
E,6110,6113,2112,2096	E,6230,6233,2752,2736	E,6350,6353,3392,3376
E,6113,6116,2128,2112	E,6233,6236,2768,2752	E,6353,6356,3408,3392
E,6116,6119,2144,2128	E,6236,6239,2784,2768	E,6356,6359,3424,3408
E,6119,6122,2160,2144	E,6239,6242,2800,2784	E,6359,6362,3440,3424
E,6122,6125,2176,2160	E,6242,6245,2816,2800	E,6362,6365,3456,3440

E,6365,6368,3472,3456	E,6485,6488,4112,4096	E,6605,6608,4752,4736
E,6368,6371,3488,3472	E,6488,6491,4128,4112	E,6608,6611,4768,4752
E,6371,6374,3504,3488	E,6491,6494,4144,4128	E,6611,6614,4784,4768
E,6374,6377,3520,3504	E,6494,6497,4160,4144	E,6614,6617,4800,4784
E,6377,6380,3536,3520	E,6497,6500,4176,4160	E,6617,6620,4816,4800
E,6380,6383,3552,3536	E,6500,6503,4192,4176	E,1,17,6626,6624
E,6383,6386,3568,3552	E,6503,6506,4208,4192	E,17,33,6628,6626
E,6386,6389,3584,3568	E,6506,6509,4224,4208	E,33,49,6630,6628
E,6389,6392,3600,3584	E,6509,6512,4240,4224	E,49,65,6632,6630
E,6392,6395,3616,3600	E,6512,6515,4256,4240	E,65,81,6634,6632
E,6395,6398,3632,3616	E,6515,6518,4272,4256	E,81,97,6636,6634
E,6398,6401,3648,3632	E,6518,6521,4288,4272	E,97,113,6638,6636
E,6401,6404,3664,3648	E,6521,6524,4304,4288	E,113,129,6640,6638
E,6404,6407,3680,3664	E,6524,6527,4320,4304	E,129,145,6642,6640
E,6407,6410,3696,3680	E,6527,6530,4336,4320	E,145,161,6644,6642
E,6410,6413,3712,3696	E,6530,6533,4352,4336	E,161,177,6646,6644
E,6413,6416,3728,3712	E,6533,6536,4368,4352	E,177,193,6648,6646
E,6416,6419,3744,3728	E,6536,6539,4384,4368	E,193,209,6650,6648
E,6419,6422,3760,3744	E,6539,6542,4400,4384	E,209,225,6652,6650
E,6422,6425,3776,3760	E,6542,6545,4416,4400	E,225,241,6654,6652
E,6425,6428,3792,3776	E,6545,6548,4432,4416	E,241,257,6656,6654
E,6428,6431,3808,3792	E,6548,6551,4448,4432	E,257,273,6658,6656
E,6431,6434,3824,3808	E,6551,6554,4464,4448	E,273,289,6660,6658
E,6434,6437,3840,3824	E,6554,6557,4480,4464	E,289,305,6662,6660
E,6437,6440,3856,3840	E,6557,6560,4496,4480	E,305,321,6664,6662
E,6440,6443,3872,3856	E,6560,6563,4512,4496	E,321,337,6666,6664
E,6443,6446,3888,3872	E,6563,6566,4528,4512	E,337,353,6668,6666
E,6446,6449,3904,3888	E,6566,6569,4544,4528	E,353,369,6670,6668
E,6449,6452,3920,3904	E,6569,6572,4560,4544	E,369,385,6672,6670
E,6452,6455,3936,3920	E,6572,6575,4576,4560	E,385,401,6674,6672
E,6455,6458,3952,3936	E,6575,6578,4592,4576	E,401,417,6676,6674
E,6458,6461,3968,3952	E,6578,6581,4608,4592	E,417,433,6678,6676
E,6461,6464,3984,3968	E,6581,6584,4624,4608	E,433,449,6680,6678
E,6464,6467,4000,3984	E,6584,6587,4640,4624	E,449,465,6682,6680
E,6467,6470,4016,4000	E,6587,6590,4656,4640	E,465,481,6684,6682
E,6470,6473,4032,4016	E,6590,6593,4672,4656	E,481,497,6686,6684
E,6473,6476,4048,4032	E,6593,6596,4688,4672	E,497,513,6688,6686
E,6476,6479,4064,4048	E,6596,6599,4704,4688	E,513,529,6690,6688
E,6479,6482,4080,4064	E,6599,6602,4720,4704	E,529,545,6692,6690
E,6482,6485,4096,4080	E,6602,6605,4736,4720	E,545,561,6694,6692

E,561,577,6696,6694	E,1201,1217,6776,6774	E,1841,1857,6856,6854
E,577,593,6698,6696	E,1217,1233,6778,6776	E,1857,1873,6858,6856
E,593,609,6700,6698	E,1233,1249,6780,6778	E,1873,1889,6860,6858
E,609,625,6702,6700	E,1249,1265,6782,6780	E,1889,1905,6862,6860
E,625,641,6704,6702	E,1265,1281,6784,6782	E,1905,1921,6864,6862
E,641,657,6706,6704	E,1281,1297,6786,6784	E,1921,1937,6866,6864
E,657,673,6708,6706	E,1297,1313,6788,6786	E,1937,1953,6868,6866
E,673,689,6710,6708	E,1313,1329,6790,6788	E,1953,1969,6870,6868
E,689,705,6712,6710	E,1329,1345,6792,6790	E,1969,1985,6872,6870
E,705,721,6714,6712	E,1345,1361,6794,6792	E,1985,2001,6874,6872
E,721,737,6716,6714	E,1361,1377,6796,6794	E,2001,2017,6876,6874
E,737,753,6718,6716	E,1377,1393,6798,6796	E,2017,2033,6878,6876
E,753,769,6720,6718	E,1393,1409,6800,6798	E,2033,2049,6880,6878
E,769,785,6722,6720	E,1409,1425,6802,6800	E,2049,2065,6882,6880
E,785,801,6724,6722	E,1425,1441,6804,6802	E,2065,2081,6884,6882
E,801,817,6726,6724	E,1441,1457,6806,6804	E,2081,2097,6886,6884
E,817,833,6728,6726	E,1457,1473,6808,6806	E,2097,2113,6888,6886
E,833,849,6730,6728	E,1473,1489,6810,6808	E,2113,2129,6890,6888
E,849,865,6732,6730	E,1489,1505,6812,6810	E,2129,2145,6892,6890
E,865,881,6734,6732	E,1505,1521,6814,6812	E,2145,2161,6894,6892
E,881,897,6736,6734	E,1521,1537,6816,6814	E,2161,2177,6896,6894
E,897,913,6738,6736	E,1537,1553,6818,6816	E,2177,2193,6898,6896
E,913,929,6740,6738	E,1553,1569,6820,6818	E,2193,2209,6900,6898
E,929,945,6742,6740	E,1569,1585,6822,6820	E,2209,2225,6902,6900
E,945,961,6744,6742	E,1585,1601,6824,6822	E,2225,2241,6904,6902
E,961,977,6746,6744	E,1601,1617,6826,6824	E,2241,2257,6906,6904
E,977,993,6748,6746	E,1617,1633,6828,6826	E,2257,2273,6908,6906
E,993,1009,6750,6748	E,1633,1649,6830,6828	E,2273,2289,6910,6908
E,1009,1025,6752,6750	E,1649,1665,6832,6830	E,2289,2305,6912,6910
E,1025,1041,6754,6752	E,1665,1681,6834,6832	E,2305,2321,6914,6912
E,1041,1057,6756,6754	E,1681,1697,6836,6834	E,2321,2337,6916,6914
E,1057,1073,6758,6756	E,1697,1713,6838,6836	E,2337,2353,6918,6916
E,1073,1089,6760,6758	E,1713,1729,6840,6838	E,2353,2369,6920,6918
E,1089,1105,6762,6760	E,1729,1745,6842,6840	E,2369,2385,6922,6920
E,1105,1121,6764,6762	E,1745,1761,6844,6842	E,2385,2401,6924,6922
E,1121,1137,6766,6764	E,1761,1777,6846,6844	E,2401,2417,6926,6924
E,1137,1153,6768,6766	E,1777,1793,6848,6846	E,2417,2433,6928,6926
E,1153,1169,6770,6768	E,1793,1809,6850,6848	E,2433,2449,6930,6928
E,1169,1185,6772,6770	E,1809,1825,6852,6850	E,2449,2465,6932,6930
E,1185,1201,6774,6772	E,1825,1841,6854,6852	E,2465,2481,6934,6932

E,2481,2497,6936,6934	E,3121,3137,7016,7014	E,3761,3777,7096,7094
E,2497,2513,6938,6936	E,3137,3153,7018,7016	E,3777,3793,7098,7096
E,2513,2529,6940,6938	E,3153,3169,7020,7018	E,3793,3809,7100,7098
E,2529,2545,6942,6940	E,3169,3185,7022,7020	E,3809,3825,7102,7100
E,2545,2561,6944,6942	E,3185,3201,7024,7022	E,3825,3841,7104,7102
E,2561,2577,6946,6944	E,3201,3217,7026,7024	E,3841,3857,7106,7104
E,2577,2593,6948,6946	E,3217,3233,7028,7026	E,3857,3873,7108,7106
E,2593,2609,6950,6948	E,3233,3249,7030,7028	E,3873,3889,7110,7108
E,2609,2625,6952,6950	E,3249,3265,7032,7030	E,3889,3905,7112,7110
E,2625,2641,6954,6952	E,3265,3281,7034,7032	E,3905,3921,7114,7112
E,2641,2657,6956,6954	E,3281,3297,7036,7034	E,3921,3937,7116,7114
E,2657,2673,6958,6956	E,3297,3313,7038,7036	E,3937,3953,7118,7116
E,2673,2689,6960,6958	E,3313,3329,7040,7038	E,3953,3969,7120,7118
E,2689,2705,6962,6960	E,3329,3345,7042,7040	E,3969,3985,7122,7120
E,2705,2721,6964,6962	E,3345,3361,7044,7042	E,3985,4001,7124,7122
E,2721,2737,6966,6964	E,3361,3377,7046,7044	E,4001,4017,7126,7124
E,2737,2753,6968,6966	E,3377,3393,7048,7046	E,4017,4033,7128,7126
E,2753,2769,6970,6968	E,3393,3409,7050,7048	E,4033,4049,7130,7128
E,2769,2785,6972,6970	E,3409,3425,7052,7050	E,4049,4065,7132,7130
E,2785,2801,6974,6972	E,3425,3441,7054,7052	E,4065,4081,7134,7132
E,2801,2817,6976,6974	E,3441,3457,7056,7054	E,4081,4097,7136,7134
E,2817,2833,6978,6976	E,3457,3473,7058,7056	E,4097,4113,7138,7136
E,2833,2849,6980,6978	E,3473,3489,7060,7058	E,4113,4129,7140,7138
E,2849,2865,6982,6980	E,3489,3505,7062,7060	E,4129,4145,7142,7140
E,2865,2881,6984,6982	E,3505,3521,7064,7062	E,4145,4161,7144,7142
E,2881,2897,6986,6984	E,3521,3537,7066,7064	E,4161,4177,7146,7144
E,2897,2913,6988,6986	E,3537,3553,7068,7066	E,4177,4193,7148,7146
E,2913,2929,6990,6988	E,3553,3569,7070,7068	E,4193,4209,7150,7148
E,2929,2945,6992,6990	E,3569,3585,7072,7070	E,4209,4225,7152,7150
E,2945,2961,6994,6992	E,3585,3601,7074,7072	E,4225,4241,7154,7152
E,2961,2977,6996,6994	E,3601,3617,7076,7074	E,4241,4257,7156,7154
E,2977,2993,6998,6996	E,3617,3633,7078,7076	E,4257,4273,7158,7156
E,2993,3009,7000,6998	E,3633,3649,7080,7078	E,4273,4289,7160,7158
E,3009,3025,7002,7000	E,3649,3665,7082,7080	E,4289,4305,7162,7160
E,3025,3041,7004,7002	E,3665,3681,7084,7082	E,4305,4321,7164,7162
E,3041,3057,7006,7004	E,3681,3697,7086,7084	E,4321,4337,7166,7164
E,3057,3073,7008,7006	E,3697,3713,7088,7086	E,4337,4353,7168,7166
E,3073,3089,7010,7008	E,3713,3729,7090,7088	E,4353,4369,7170,7168
E,3089,3105,7012,7010	E,3729,3745,7092,7090	E,4369,4385,7172,7170
E,3105,3121,7014,7012	E,3745,3761,7094,7092	E,4385,4401,7174,7172

E,4401,4417,7176,7174	E,7255,7257,257,241	E,7335,7337,897,881
E,4417,4433,7178,7176	E,7257,7259,273,257	E,7337,7339,913,897
E,4433,4449,7180,7178	E,7259,7261,289,273	E,7339,7341,929,913
E,4449,4465,7182,7180	E,7261,7263,305,289	E,7341,7343,945,929
E,4465,4481,7184,7182	E,7263,7265,321,305	E,7343,7345,961,945
E,4481,4497,7186,7184	E,7265,7267,337,321	E,7345,7347,977,961
E,4497,4513,7188,7186	E,7267,7269,353,337	E,7347,7349,993,977
E,4513,4529,7190,7188	E,7269,7271,369,353	E,7349,7351,1009,993
E,4529,4545,7192,7190	E,7271,7273,385,369	E,7351,7353,1025,1009
E,4545,4561,7194,7192	E,7273,7275,401,385	E,7353,7355,1041,1025
E,4561,4577,7196,7194	E,7275,7277,417,401	E,7355,7357,1057,1041
E,4577,4593,7198,7196	E,7277,7279,433,417	E,7357,7359,1073,1057
E,4593,4609,7200,7198	E,7279,7281,449,433	E,7359,7361,1089,1073
E,4609,4625,7202,7200	E,7281,7283,465,449	E,7361,7363,1105,1089
E,4625,4641,7204,7202	E,7283,7285,481,465	E,7363,7365,1121,1105
E,4641,4657,7206,7204	E,7285,7287,497,481	E,7365,7367,1137,1121
E,4657,4673,7208,7206	E,7287,7289,513,497	E,7367,7369,1153,1137
E,4673,4689,7210,7208	E,7289,7291,529,513	E,7369,7371,1169,1153
E,4689,4705,7212,7210	E,7291,7293,545,529	E,7371,7373,1185,1169
E,4705,4721,7214,7212	E,7293,7295,561,545	E,7373,7375,1201,1185
E,4721,4737,7216,7214	E,7295,7297,577,561	E,7375,7377,1217,1201
E,4737,4753,7218,7216	E,7297,7299,593,577	E,7377,7379,1233,1217
E,4753,4769,7220,7218	E,7299,7301,609,593	E,7379,7381,1249,1233
E,4769,4785,7222,7220	E,7301,7303,625,609	E,7381,7383,1265,1249
E,4785,4801,7224,7222	E,7303,7305,641,625	E,7383,7385,1281,1265
E,7225,7227,17,1	E,7305,7307,657,641	E,7385,7387,1297,1281
E,7227,7229,33,17	E,7307,7309,673,657	E,7387,7389,1313,1297
E,7229,7231,49,33	E,7309,7311,689,673	E,7389,7391,1329,1313
E,7231,7233,65,49	E,7311,7313,705,689	E,7391,7393,1345,1329
E,7233,7235,81,65	E,7313,7315,721,705	E,7393,7395,1361,1345
E,7235,7237,97,81	E,7315,7317,737,721	E,7395,7397,1377,1361
E,7237,7239,113,97	E,7317,7319,753,737	E,7397,7399,1393,1377
E,7239,7241,129,113	E,7319,7321,769,753	E,7399,7401,1409,1393
E,7241,7243,145,129	E,7321,7323,785,769	E,7401,7403,1425,1409
E,7243,7245,161,145	E,7323,7325,801,785	E,7403,7405,1441,1425
E,7245,7247,177,161	E,7325,7327,817,801	E,7405,7407,1457,1441
E,7247,7249,193,177	E,7327,7329,833,817	E,7407,7409,1473,1457
E,7249,7251,209,193	E,7329,7331,849,833	E,7409,7411,1489,1473
E,7251,7253,225,209	E,7331,7333,865,849	E,7411,7413,1505,1489
E,7253,7255,241,225	E,7333,7335,881,865	E,7413,7415,1521,1505

E,7415,7417,1537,1521	E,7495,7497,2177,2161	E,7575,7577,2817,2801
E,7417,7419,1553,1537	E,7497,7499,2193,2177	E,7577,7579,2833,2817
E,7419,7421,1569,1553	E,7499,7501,2209,2193	E,7579,7581,2849,2833
E,7421,7423,1585,1569	E,7501,7503,2225,2209	E,7581,7583,2865,2849
E,7423,7425,1601,1585	E,7503,7505,2241,2225	E,7583,7585,2881,2865
E,7425,7427,1617,1601	E,7505,7507,2257,2241	E,7585,7587,2897,2881
E,7427,7429,1633,1617	E,7507,7509,2273,2257	E,7587,7589,2913,2897
E,7429,7431,1649,1633	E,7509,7511,2289,2273	E,7589,7591,2929,2913
E,7431,7433,1665,1649	E,7511,7513,2305,2289	E,7591,7593,2945,2929
E,7433,7435,1681,1665	E,7513,7515,2321,2305	E,7593,7595,2961,2945
E,7435,7437,1697,1681	E,7515,7517,2337,2321	E,7595,7597,2977,2961
E,7437,7439,1713,1697	E,7517,7519,2353,2337	E,7597,7599,2993,2977
E,7439,7441,1729,1713	E,7519,7521,2369,2353	E,7599,7601,3009,2993
E,7441,7443,1745,1729	E,7521,7523,2385,2369	E,7601,7603,3025,3009
E,7443,7445,1761,1745	E,7523,7525,2401,2385	E,7603,7605,3041,3025
E,7445,7447,1777,1761	E,7525,7527,2417,2401	E,7605,7607,3057,3041
E,7447,7449,1793,1777	E,7527,7529,2433,2417	E,7607,7609,3073,3057
E,7449,7451,1809,1793	E,7529,7531,2449,2433	E,7609,7611,3089,3073
E,7451,7453,1825,1809	E,7531,7533,2465,2449	E,7611,7613,3105,3089
E,7453,7455,1841,1825	E,7533,7535,2481,2465	E,7613,7615,3121,3105
E,7455,7457,1857,1841	E,7535,7537,2497,2481	E,7615,7617,3137,3121
E,7457,7459,1873,1857	E,7537,7539,2513,2497	E,7617,7619,3153,3137
E,7459,7461,1889,1873	E,7539,7541,2529,2513	E,7619,7621,3169,3153
E,7461,7463,1905,1889	E,7541,7543,2545,2529	E,7621,7623,3185,3169
E,7463,7465,1921,1905	E,7543,7545,2561,2545	E,7623,7625,3201,3185
E,7465,7467,1937,1921	E,7545,7547,2577,2561	E,7625,7627,3217,3201
E,7467,7469,1953,1937	E,7547,7549,2593,2577	E,7627,7629,3233,3217
E,7469,7471,1969,1953	E,7549,7551,2609,2593	E,7629,7631,3249,3233
E,7471,7473,1985,1969	E,7551,7553,2625,2609	E,7631,7633,3265,3249
E,7473,7475,2001,1985	E,7553,7555,2641,2625	E,7633,7635,3281,3265
E,7475,7477,2017,2001	E,7555,7557,2657,2641	E,7635,7637,3297,3281
E,7477,7479,2033,2017	E,7557,7559,2673,2657	E,7637,7639,3313,3297
E,7479,7481,2049,2033	E,7559,7561,2689,2673	E,7639,7641,3329,3313
E,7481,7483,2065,2049	E,7561,7563,2705,2689	E,7641,7643,3345,3329
E,7483,7485,2081,2065	E,7563,7565,2721,2705	E,7643,7645,3361,3345
E,7485,7487,2097,2081	E,7565,7567,2737,2721	E,7645,7647,3377,3361
E,7487,7489,2113,2097	E,7567,7569,2753,2737	E,7647,7649,3393,3377
E,7489,7491,2129,2113	E,7569,7571,2769,2753	E,7649,7651,3409,3393
E,7491,7493,2145,2129	E,7571,7573,2785,2769	E,7651,7653,3425,3409
E,7493,7495,2161,2145	E,7573,7575,2801,2785	E,7653,7655,3441,3425

E,7655,7657,3457,3441	E,7735,7737,4097,4081	E,7815,7817,4737,4721
E,7657,7659,3473,3457	E,7737,7739,4113,4097	E,7817,7819,4753,4737
E,7659,7661,3489,3473	E,7739,7741,4129,4113	E,7819,7821,4769,4753
E,7661,7663,3505,3489	E,7741,7743,4145,4129	E,7821,7823,4785,4769
E,7663,7665,3521,3505	E,7743,7745,4161,4145	E,7823,7825,4801,4785
E,7665,7667,3537,3521	E,7745,7747,4177,4161	
E,7667,7669,3553,3537	E,7747,7749,4193,4177	C*** NÓS CABO 1
E,7669,7671,3569,3553	E,7749,7751,4209,4193	
E,7671,7673,3585,3569	E,7751,7753,4225,4209	N,8000,0,1.2,0.1
E,7673,7675,3601,3585	E,7753,7755,4241,4225	N,8001,15,0.1,0.1
E,7675,7677,3617,3601	E,7755,7757,4257,4241	N,8002,30,1.2,0.1
E,7677,7679,3633,3617	E,7757,7759,4273,4257	
E,7679,7681,3649,3633	E,7759,7761,4289,4273	C*** ELEM CABO 1
E,7681,7683,3665,3649	E,7761,7763,4305,4289	
E,7683,7685,3681,3665	E,7763,7765,4321,4305	TYPE,2
E,7685,7687,3697,3681	E,7765,7767,4337,4321	MAT,2
E,7687,7689,3713,3697	E,7767,7769,4353,4337	SECN,3
E,7689,7691,3729,3713	E,7769,7771,4369,4353	
E,7691,7693,3745,3729	E,7771,7773,4385,4369	E,8000,8001
E,7693,7695,3761,3745	E,7773,7775,4401,4385	E,8001,8002
E,7695,7697,3777,3761	E,7775,7777,4417,4401	
E,7697,7699,3793,3777	E,7777,7779,4433,4417	C*** NÓS CABO 2
E,7699,7701,3809,3793	E,7779,7781,4449,4433	
E,7701,7703,3825,3809	E,7781,7783,4465,4449	N,8500,0,1.2,-0.1
E,7703,7705,3841,3825	E,7783,7785,4481,4465	N,8501,15,0.1,-0.1
E,7705,7707,3857,3841	E,7785,7787,4497,4481	N,8502,30,1.2,-0.1
E,7707,7709,3873,3857	E,7787,7789,4513,4497	
E,7709,7711,3889,3873	E,7789,7791,4529,4513	C*** ELEM CABO 2
E,7711,7713,3905,3889	E,7791,7793,4545,4529	
E,7713,7715,3921,3905	E,7793,7795,4561,4545	TYPE,2
E,7715,7717,3937,3921	E,7795,7797,4577,4561	MAT,2
E,7717,7719,3953,3937	E,7797,7799,4593,4577	SECN,3
E,7719,7721,3969,3953	E,7799,7801,4609,4593	
E,7721,7723,3985,3969	E,7801,7803,4625,4609	E,8500,8501
E,7723,7725,4001,3985	E,7803,7805,4641,4625	E,8501,8502
E,7725,7727,4017,4001	E,7805,7807,4657,4641	
E,7727,7729,4033,4017	E,7807,7809,4673,4657	C*** ACOPLAMENTO
E,7729,7731,4049,4033	E,7809,7811,4689,4673	CABOS
E,7731,7733,4065,4049	E,7811,7813,4705,4689	
E,7733,7735,4081,4065	E,7813,7815,4721,4705	CP,,ALL,8000, 8500, 13

CP,,ALL,8002, 8502, 4813	N,17153,0,1.651,-1.3,	FILL,17144,25244,299,17171,
CP,13, UY, 8001,8501, 2402	FILL,17127,17153,25,17128,1	27
CP,14, UZ, 8001,8501, 2402	N,25227,30,1.651,1.3,	FILL,17145,25245,299,17172,
	FILL,17127,25227,299,17154,	27
C*** LAJE	27	FILL,17146,25246,299,17173,
	N,25253,30,1.651,-1.3,	27
N,9000,0,1.501,1.3,	FILL,25227,25253,25,25228,1	FILL,17147,25247,299,17174,
N,9026,0,1.501,-1.3,	FILL,17128,25228,299,17155,	27
FILL,9000,9026,25,9001,1	27	FILL,17148,25248,299,17175,
N,17100,30,1.501,1.3,	FILL,17129,25229,299,17156,	27
FILL,9000,17100,299,9027,27	27	FILL,17149,25249,299,17176,
N,17126,30,1.501,-1.3,	FILL,17130,25230,299,17157,	27
FILL,17100,17126,25,17101,1	27	FILL,17150,25250,299,17177,
FILL,9001,17101,299,9028,27	FILL,17131,25231,299,17158,	27
FILL,9002,17102,299,9029,27	27	FILL,17151,25251,299,17178,
FILL,9003,17103,299,9030,27	FILL,17132,25232,299,17159,	27
FILL,9004,17104,299,9031,27	27	FILL,17152,25252,299,17179,
FILL,9005,17105,299,9032,27	FILL,17133,25233,299,17160,	27
FILL,9006,17106,299,9033,27	27	FILL,17153,25253,299,17180,
FILL,9007,17107,299,9034,27	FILL,17134,25234,299,17161,	27
FILL,9008,17108,299,9035,27	27	
FILL,9009,17109,299,9036,27	FILL,17135,25235,299,17162,	
FILL,9010,17110,299,9037,27	27	
FILL,9011,17111,299,9038,27	FILL,17136,25236,299,17163,	TYPE,3
FILL,9012,17112,299,9039,27	27	MAT,4
FILL,9013,17113,299,9040,27	FILL,17137,25237,299,17164,	
FILL,9014,17114,299,9041,27	27	
FILL,9015,17115,299,9042,27	FILL,17138,25238,299,17165,	E,9000,9001,17128,17127,902
FILL,9016,17116,299,9043,27	27	7,9028,17155,17154
FILL,9017,17117,299,9044,27	FILL,17139,25239,299,17166,	EGEN,26,1,7505
FILL,9018,17118,299,9045,27	27	E,9027,9028,17155,17154,905
FILL,9019,17119,299,9046,27	FILL,17140,25240,299,17167,	4,9055,17182,17181
FILL,9020,17120,299,9047,27	27	EGEN,26,1,7531
FILL,9021,17121,299,9048,27	FILL,17141,25241,299,17168,	E,9054,9055,17182,17181,908
FILL,9022,17122,299,9049,27	27	1,9082,17209,17208
FILL,9023,17123,299,9050,27	FILL,17142,25242,299,17169,	EGEN,26,1,7557
FILL,9024,17124,299,9051,27	27	E,9081,9082,17209,17208,910
FILL,9025,17125,299,9052,27	FILL,17143,25243,299,17170,	8,9109,17236,17235
FILL,9026,17126,299,9053,27	27	EGEN,26,1,7583
N,17127,0,1.651,1.3,		

E,9108,9109,17236,17235,913 5,9136,17263,17262 EGEN,26,1,7609	E,9459,9460,17587,17586,948 6,9487,17614,17613 EGEN,26,1,7947	E,9810,9811,17938,17937,983 7,9838,17965,17964 EGEN,26,1,8285
E,9135,9136,17263,17262,916 2,9163,17290,17289 EGEN,26,1,7635	E,9486,9487,17614,17613,951 3,9514,17641,17640 EGEN,26,1,7973	E,9837,9838,17965,17964,986 4,9865,17992,17991 EGEN,26,1,8311
E,9162,9163,17290,17289,918 9,9190,17317,17316 EGEN,26,1,7661	E,9513,9514,17641,17640,954 0,9541,17668,17667 EGEN,26,1,7999	E,9864,9865,17992,17991,989 1,9892,18019,18018 EGEN,26,1,8337
E,9189,9190,17317,17316,921 6,9217,17344,17343 EGEN,26,1,7687	E,9540,9541,17668,17667,956 7,9568,17695,17694 EGEN,26,1,8025	E,9891,9892,18019,18018,991 8,9919,18046,18045 EGEN,26,1,8363
E,9216,9217,17344,17343,924 3,9244,17371,17370 EGEN,26,1,7713	E,9567,9568,17695,17694,959 4,9595,17722,17721 EGEN,26,1,8051	E,9918,9919,18046,18045,994 5,9946,18073,18072 EGEN,26,1,8389
E,9243,9244,17371,17370,927 0,9271,17398,17397 EGEN,26,1,7739	E,9594,9595,17722,17721,962 1,9622,17749,17748 EGEN,26,1,8077	E,9945,9946,18073,18072,997 2,9973,18100,18099 EGEN,26,1,8415
E,9270,9271,17398,17397,929 7,9298,17425,17424 EGEN,26,1,7765	E,9621,9622,17749,17748,964 8,9649,17776,17775 EGEN,26,1,8103	E,9972,9973,18100,18099,999 9,10000,18127,18126 EGEN,26,1,8441
E,9297,9298,17425,17424,932 4,9325,17452,17451 EGEN,26,1,7791	E,9648,9649,17776,17775,967 5,9676,17803,17802 EGEN,26,1,8129	E,9999,10000,18127,18126,10 026,10027,18154,18153 EGEN,26,1,8467
E,9324,9325,17452,17451,935 1,9352,17479,17478 EGEN,26,1,7817	E,9675,9676,17803,17802,970 2,9703,17830,17829 EGEN,26,1,8155	E,10026,10027,18154,18153,1 0053,10054,18181,18180 EGEN,26,1,8493
E,9351,9352,17479,17478,937 8,9379,17506,17505 EGEN,26,1,7843	E,9702,9703,17830,17829,972 9,9730,17857,17856 EGEN,26,1,8181	E,10053,10054,18181,18180,1 0080,10081,18208,18207 EGEN,26,1,8519
E,9378,9379,17506,17505,940 5,9406,17533,17532 EGEN,26,1,7869	E,9729,9730,17857,17856,975 6,9757,17884,17883 EGEN,26,1,8207	E,10080,10081,18208,18207,1 0107,10108,18235,18234 EGEN,26,1,8545
E,9405,9406,17533,17532,943 2,9433,17560,17559 EGEN,26,1,7895	E,9756,9757,17884,17883,978 3,9784,17911,17910 EGEN,26,1,8233	E,10107,10108,18235,18234,1 0134,10135,18262,18261 EGEN,26,1,8571
E,9432,9433,17560,17559,945 9,9460,17587,17586 EGEN,26,1,7921	E,9783,9784,17911,17910,981 0,9811,17938,17937 EGEN,26,1,8259	E,10134,10135,18262,18261,1 0161,10162,18289,18288 EGEN,26,1,8597

E,10161,10162,18289,18288,1 0188,10189,18316,18315 EGEN,26,1,8623	E,10512,10513,18640,18639,1 0539,10540,18667,18666 EGEN,26,1,8961	E,10863,10864,18991,18990,1 0890,10891,19018,19017 EGEN,26,1,9299
E,10188,10189,18316,18315,1 0215,10216,18343,18342 EGEN,26,1,8649	E,10539,10540,18667,18666,1 0566,10567,18694,18693 EGEN,26,1,8987	E,10890,10891,19018,19017,1 0917,10918,19045,19044 EGEN,26,1,9325
E,10215,10216,18343,18342,1 0242,10243,18370,18369 EGEN,26,1,8675	E,10566,10567,18694,18693,1 0593,10594,18721,18720 EGEN,26,1,9013	E,10917,10918,19045,19044,1 0944,10945,19072,19071 EGEN,26,1,9351
E,10242,10243,18370,18369,1 0269,10270,18397,18396 EGEN,26,1,8701	E,10593,10594,18721,18720,1 0620,10621,18748,18747 EGEN,26,1,9039	E,10944,10945,19072,19071,1 0971,10972,19099,19098 EGEN,26,1,9377
E,10269,10270,18397,18396,1 0296,10297,18424,18423 EGEN,26,1,8727	E,10620,10621,18748,18747,1 0647,10648,18775,18774 EGEN,26,1,9065	E,10971,10972,19099,19098,1 0998,10999,19126,19125 EGEN,26,1,9403
E,10296,10297,18424,18423,1 0323,10324,18451,18450 EGEN,26,1,8753	E,10647,10648,18775,18774,1 0674,10675,18802,18801 EGEN,26,1,9091	E,10998,10999,19126,19125,1 1025,11026,19153,19152 EGEN,26,1,9429
E,10323,10324,18451,18450,1 0350,10351,18478,18477 EGEN,26,1,8779	E,10674,10675,18802,18801,1 0701,10702,18829,18828 EGEN,26,1,9117	E,11025,11026,19153,19152,1 1052,11053,19180,19179 EGEN,26,1,9455
E,10350,10351,18478,18477,1 0377,10378,18505,18504 EGEN,26,1,8805	E,10701,10702,18829,18828,1 0728,10729,18856,18855 EGEN,26,1,9143	E,11052,11053,19180,19179,1 1079,11080,19207,19206 EGEN,26,1,9481
E,10377,10378,18505,18504,1 0404,10405,18532,18531 EGEN,26,1,8831	E,10728,10729,18856,18855,1 0755,10756,18883,18882 EGEN,26,1,9169	E,11079,11080,19207,19206,1 1106,11107,19234,19233 EGEN,26,1,9507
E,10404,10405,18532,18531,1 0431,10432,18559,18558 EGEN,26,1,8857	E,10755,10756,18883,18882,1 0782,10783,18910,18909 EGEN,26,1,9195	E,11106,11107,19234,19233,1 1133,11134,19261,19260 EGEN,26,1,9533
E,10431,10432,18559,18558,1 0458,10459,18586,18585 EGEN,26,1,8883	E,10782,10783,18910,18909,1 0809,10810,18937,18936 EGEN,26,1,9221	E,11133,11134,19261,19260,1 1160,11161,19288,19287 EGEN,26,1,9559
E,10458,10459,18586,18585,1 0485,10486,18613,18612 EGEN,26,1,8909	E,10809,10810,18937,18936,1 0836,10837,18964,18963 EGEN,26,1,9247	E,11160,11161,19288,19287,1 1187,11188,19315,19314 EGEN,26,1,9585
E,10485,10486,18613,18612,1 0512,10513,18640,18639 EGEN,26,1,8935	E,10836,10837,18964,18963,1 0863,10864,18991,18990 EGEN,26,1,9273	E,11187,11188,19315,19314,1 1214,11215,19342,19341 EGEN,26,1,9611

E,11214,11215,19342,19341,1 1241,11242,19369,19368 EGEN,26,1,9637	E,11565,11566,19693,19692,1 1592,11593,19720,19719 EGEN,26,1,9975	E,11916,11917,20044,20043,1 1943,11944,20071,20070 EGEN,26,1,10313
E,11241,11242,19369,19368,1 1268,11269,19396,19395 EGEN,26,1,9663	E,11592,11593,19720,19719,1 1619,11620,19747,19746 EGEN,26,1,10001	E,11943,11944,20071,20070,1 1970,11971,20098,20097 EGEN,26,1,10339
E,11268,11269,19396,19395,1 1295,11296,19423,19422 EGEN,26,1,9689	E,11619,11620,19747,19746,1 1646,11647,19774,19773 EGEN,26,1,10027	E,11970,11971,20098,20097,1 1997,11998,20125,20124 EGEN,26,1,10365
E,11295,11296,19423,19422,1 1322,11323,19450,19449 EGEN,26,1,9715	E,11646,11647,19774,19773,1 1673,11674,19801,19800 EGEN,26,1,10053	E,11997,11998,20125,20124,1 2024,12025,20152,20151 EGEN,26,1,10391
E,11322,11323,19450,19449,1 1349,11350,19477,19476 EGEN,26,1,9741	E,11673,11674,19801,19800,1 1700,11701,19828,19827 EGEN,26,1,10079	E,12024,12025,20152,20151,1 2051,12052,20179,20178 EGEN,26,1,10417
E,11349,11350,19477,19476,1 1376,11377,19504,19503 EGEN,26,1,9767	E,11700,11701,19828,19827,1 1727,11728,19855,19854 EGEN,26,1,10105	E,12051,12052,20179,20178,1 2078,12079,20206,20205 EGEN,26,1,10443
E,11376,11377,19504,19503,1 1403,11404,19531,19530 EGEN,26,1,9793	E,11727,11728,19855,19854,1 1754,11755,19882,19881 EGEN,26,1,10131	E,12078,12079,20206,20205,1 2105,12106,20233,20232 EGEN,26,1,10469
E,11403,11404,19531,19530,1 1430,11431,19558,19557 EGEN,26,1,9819	E,11754,11755,19882,19881,1 1781,11782,19909,19908 EGEN,26,1,10157	E,12105,12106,20233,20232,1 2132,12133,20260,20259 EGEN,26,1,10495
E,11430,11431,19558,19557,1 1457,11458,19585,19584 EGEN,26,1,9845	E,11781,11782,19909,19908,1 1808,11809,19936,19935 EGEN,26,1,10183	E,12132,12133,20260,20259,1 2159,12160,20287,20286 EGEN,26,1,10521
E,11457,11458,19585,19584,1 1484,11485,19612,19611 EGEN,26,1,9871	E,11808,11809,19936,19935,1 1835,11836,19963,19962 EGEN,26,1,10209	E,12159,12160,20287,20286,1 2186,12187,20314,20313 EGEN,26,1,10547
E,11484,11485,19612,19611,1 1511,11512,19639,19638 EGEN,26,1,9897	E,11835,11836,19963,19962,1 1862,11863,19990,19989 EGEN,26,1,10235	E,12186,12187,20314,20313,1 2213,12214,20341,20340 EGEN,26,1,10573
E,11511,11512,19639,19638,1 1538,11539,19666,19665 EGEN,26,1,9923	E,11862,11863,19990,19989,1 1889,11890,20017,20016 EGEN,26,1,10261	E,12213,12214,20341,20340,1 2240,12241,20368,20367 EGEN,26,1,10599
E,11538,11539,19666,19665,1 1565,11566,19693,19692 EGEN,26,1,9949	E,11889,11890,20017,20016,1 1916,11917,20044,20043 EGEN,26,1,10287	E,12240,12241,20368,20367,1 2267,12268,20395,20394 EGEN,26,1,10625

E,12267,12268,20395,20394,1 2294,12295,20422,20421 EGEN,26,1,10651	E,12618,12619,20746,20745,1 2645,12646,20773,20772 EGEN,26,1,10989	E,12969,12970,21097,21096,1 2996,12997,21124,21123 EGEN,26,1,11327
E,12294,12295,20422,20421,1 2321,12322,20449,20448 EGEN,26,1,10677	E,12645,12646,20773,20772,1 2672,12673,20800,20799 EGEN,26,1,11015	E,12996,12997,21124,21123,1 3023,13024,21151,21150 EGEN,26,1,11353
E,12321,12322,20449,20448,1 2348,12349,20476,20475 EGEN,26,1,10703	E,12672,12673,20800,20799,1 2699,12700,20827,20826 EGEN,26,1,11041	E,13023,13024,21151,21150,1 3050,13051,21178,21177 EGEN,26,1,11379
E,12348,12349,20476,20475,1 2375,12376,20503,20502 EGEN,26,1,10729	E,12699,12700,20827,20826,1 2726,12727,20854,20853 EGEN,26,1,11067	E,13050,13051,21178,21177,1 3077,13078,21205,21204 EGEN,26,1,11405
E,12375,12376,20503,20502,1 2402,12403,20530,20529 EGEN,26,1,10755	E,12726,12727,20854,20853,1 2753,12754,20881,20880 EGEN,26,1,11093	E,13077,13078,21205,21204,1 3104,13105,21232,21231 EGEN,26,1,11431
E,12402,12403,20530,20529,1 2429,12430,20557,20556 EGEN,26,1,10781	E,12753,12754,20881,20880,1 2780,12781,20908,20907 EGEN,26,1,11119	E,13104,13105,21232,21231,1 3131,13132,21259,21258 EGEN,26,1,11457
E,12429,12430,20557,20556,1 2456,12457,20584,20583 EGEN,26,1,10807	E,12780,12781,20908,20907,1 2807,12808,20935,20934 EGEN,26,1,11145	E,13131,13132,21259,21258,1 3158,13159,21286,21285 EGEN,26,1,11483
E,12456,12457,20584,20583,1 2483,12484,20611,20610 EGEN,26,1,10833	E,12807,12808,20935,20934,1 2834,12835,20962,20961 EGEN,26,1,11171	E,13158,13159,21286,21285,1 3185,13186,21313,21312 EGEN,26,1,11509
E,12483,12484,20611,20610,1 2510,12511,20638,20637 EGEN,26,1,10859	E,12834,12835,20962,20961,1 2861,12862,20989,20988 EGEN,26,1,11197	E,13185,13186,21313,21312,1 3212,13213,21340,21339 EGEN,26,1,11535
E,12510,12511,20638,20637,1 2537,12538,20665,20664 EGEN,26,1,10885	E,12861,12862,20989,20988,1 2888,12889,21016,21015 EGEN,26,1,11223	E,13212,13213,21340,21339,1 3239,13240,21367,21366 EGEN,26,1,11561
E,12537,12538,20665,20664,1 2564,12565,20692,20691 EGEN,26,1,10911	E,12888,12889,21016,21015,1 2915,12916,21043,21042 EGEN,26,1,11249	E,13239,13240,21367,21366,1 3266,13267,21394,21393 EGEN,26,1,11587
E,12564,12565,20692,20691,1 2591,12592,20719,20718 EGEN,26,1,10937	E,12915,12916,21043,21042,1 2942,12943,21070,21069 EGEN,26,1,11275	E,13266,13267,21394,21393,1 3293,13294,21421,21420 EGEN,26,1,11613
E,12591,12592,20719,20718,1 2618,12619,20746,20745 EGEN,26,1,10963	E,12942,12943,21070,21069,1 2969,12970,21097,21096 EGEN,26,1,11301	E,13293,13294,21421,21420,1 3320,13321,21448,21447 EGEN,26,1,11639

E,13320,13321,21448,21447,1 3347,13348,21475,21474 EGEN,26,1,11665	E,13671,13672,21799,21798,1 3698,13699,21826,21825 EGEN,26,1,12003	E,14022,14023,22150,22149,1 4049,14050,22177,22176 EGEN,26,1,12341
E,13347,13348,21475,21474,1 3374,13375,21502,21501 EGEN,26,1,11691	E,13698,13699,21826,21825,1 3725,13726,21853,21852 EGEN,26,1,12029	E,14049,14050,22177,22176,1 4076,14077,22204,22203 EGEN,26,1,12367
E,13374,13375,21502,21501,1 3401,13402,21529,21528 EGEN,26,1,11717	E,13725,13726,21853,21852,1 3752,13753,21880,21879 EGEN,26,1,12055	E,14076,14077,22204,22203,1 4103,14104,22231,22230 EGEN,26,1,12393
E,13401,13402,21529,21528,1 3428,13429,21556,21555 EGEN,26,1,11743	E,13752,13753,21880,21879,1 3779,13780,21907,21906 EGEN,26,1,12081	E,14103,14104,22231,22230,1 4130,14131,22258,22257 EGEN,26,1,12419
E,13428,13429,21556,21555,1 3455,13456,21583,21582 EGEN,26,1,11769	E,13779,13780,21907,21906,1 3806,13807,21934,21933 EGEN,26,1,12107	E,14130,14131,22258,22257,1 4157,14158,22285,22284 EGEN,26,1,12445
E,13455,13456,21583,21582,1 3482,13483,21610,21609 EGEN,26,1,11795	E,13806,13807,21934,21933,1 3833,13834,21961,21960 EGEN,26,1,12133	E,14157,14158,22285,22284,1 4184,14185,22312,22311 EGEN,26,1,12471
E,13482,13483,21610,21609,1 3509,13510,21637,21636 EGEN,26,1,11821	E,13833,13834,21961,21960,1 3860,13861,21988,21987 EGEN,26,1,12159	E,14184,14185,22312,22311,1 4211,14212,22339,22338 EGEN,26,1,12497
E,13509,13510,21637,21636,1 3536,13537,21664,21663 EGEN,26,1,11847	E,13860,13861,21988,21987,1 3887,13888,22015,22014 EGEN,26,1,12185	E,14211,14212,22339,22338,1 4238,14239,22366,22365 EGEN,26,1,12523
E,13536,13537,21664,21663,1 3563,13564,21691,21690 EGEN,26,1,11873	E,13887,13888,22015,22014,1 3914,13915,22042,22041 EGEN,26,1,12211	E,14238,14239,22366,22365,1 4265,14266,22393,22392 EGEN,26,1,12549
E,13563,13564,21691,21690,1 3590,13591,21718,21717 EGEN,26,1,11899	E,13914,13915,22042,22041,1 3941,13942,22069,22068 EGEN,26,1,12237	E,14265,14266,22393,22392,1 4292,14293,22420,22419 EGEN,26,1,12575
E,13590,13591,21718,21717,1 3617,13618,21745,21744 EGEN,26,1,11925	E,13941,13942,22069,22068,1 3968,13969,22096,22095 EGEN,26,1,12263	E,14292,14293,22420,22419,1 4319,14320,22447,22446 EGEN,26,1,12601
E,13617,13618,21745,21744,1 3644,13645,21772,21771 EGEN,26,1,11951	E,13968,13969,22096,22095,1 3995,13996,22123,22122 EGEN,26,1,12289	E,14319,14320,22447,22446,1 4346,14347,22474,22473 EGEN,26,1,12627
E,13644,13645,21772,21771,1 3671,13672,21799,21798 EGEN,26,1,11977	E,13995,13996,22123,22122,1 4022,14023,22150,22149 EGEN,26,1,12315	E,14346,14347,22474,22473,1 4373,14374,22501,22500 EGEN,26,1,12653

E,14373,14374,22501,22500,1 4400,14401,22528,22527 EGEN,26,1,12679	E,14724,14725,22852,22851,1 4751,14752,22879,22878 EGEN,26,1,13017	E,15075,15076,23203,23202,1 5102,15103,23230,23229 EGEN,26,1,13355
E,14400,14401,22528,22527,1 4427,14428,22555,22554 EGEN,26,1,12705	E,14751,14752,22879,22878,1 4778,14779,22906,22905 EGEN,26,1,13043	E,15102,15103,23230,23229,1 5129,15130,23257,23256 EGEN,26,1,13381
E,14427,14428,22555,22554,1 4454,14455,22582,22581 EGEN,26,1,12731	E,14778,14779,22906,22905,1 4805,14806,22933,22932 EGEN,26,1,13069	E,15129,15130,23257,23256,1 5156,15157,23284,23283 EGEN,26,1,13407
E,14454,14455,22582,22581,1 4481,14482,22609,22608 EGEN,26,1,12757	E,14805,14806,22933,22932,1 4832,14833,22960,22959 EGEN,26,1,13095	E,15156,15157,23284,23283,1 5183,15184,23311,23310 EGEN,26,1,13433
E,14481,14482,22609,22608,1 4508,14509,22636,22635 EGEN,26,1,12783	E,14832,14833,22960,22959,1 4859,14860,22987,22986 EGEN,26,1,13121	E,15183,15184,23311,23310,1 5210,15211,23338,23337 EGEN,26,1,13459
E,14508,14509,22636,22635,1 4535,14536,22663,22662 EGEN,26,1,12809	E,14859,14860,22987,22986,1 4886,14887,23014,23013 EGEN,26,1,13147	E,15210,15211,23338,23337,1 5237,15238,23365,23364 EGEN,26,1,13485
E,14535,14536,22663,22662,1 4562,14563,22690,22689 EGEN,26,1,12835	E,14886,14887,23014,23013,1 4913,14914,23041,23040 EGEN,26,1,13173	E,15237,15238,23365,23364,1 5264,15265,23392,23391 EGEN,26,1,13511
E,14562,14563,22690,22689,1 4589,14590,22717,22716 EGEN,26,1,12861	E,14913,14914,23041,23040,1 4940,14941,23068,23067 EGEN,26,1,13199	E,15264,15265,23392,23391,1 5291,15292,23419,23418 EGEN,26,1,13537
E,14589,14590,22717,22716,1 4616,14617,22744,22743 EGEN,26,1,12887	E,14940,14941,23068,23067,1 4967,14968,23095,23094 EGEN,26,1,13225	E,15291,15292,23419,23418,1 5318,15319,23446,23445 EGEN,26,1,13563
E,14616,14617,22744,22743,1 4643,14644,22771,22770 EGEN,26,1,12913	E,14967,14968,23095,23094,1 4994,14995,23122,23121 EGEN,26,1,13251	E,15318,15319,23446,23445,1 5345,15346,23473,23472 EGEN,26,1,13589
E,14643,14644,22771,22770,1 4670,14671,22798,22797 EGEN,26,1,12939	E,14994,14995,23122,23121,1 5021,15022,23149,23148 EGEN,26,1,13277	E,15345,15346,23473,23472,1 5372,15373,23500,23499 EGEN,26,1,13615
E,14670,14671,22798,22797,1 4697,14698,22825,22824 EGEN,26,1,12965	E,15021,15022,23149,23148,1 5048,15049,23176,23175 EGEN,26,1,13303	E,15372,15373,23500,23499,1 5399,15400,23527,23526 EGEN,26,1,13641
E,14697,14698,22825,22824,1 4724,14725,22852,22851 EGEN,26,1,12991	E,15048,15049,23176,23175,1 5075,15076,23203,23202 EGEN,26,1,13329	E,15399,15400,23527,23526,1 5426,15427,23554,23553 EGEN,26,1,13667

E,15426,15427,23554,23553,1 5453,15454,23581,23580 EGEN,26,1,13693	E,15777,15778,23905,23904,1 5804,15805,23932,23931 EGEN,26,1,14031	E,16128,16129,24256,24255,1 6155,16156,24283,24282 EGEN,26,1,14369
E,15453,15454,23581,23580,1 5480,15481,23608,23607 EGEN,26,1,13719	E,15804,15805,23932,23931,1 5831,15832,23959,23958 EGEN,26,1,14057	E,16155,16156,24283,24282,1 6182,16183,24310,24309 EGEN,26,1,14395
E,15480,15481,23608,23607,1 5507,15508,23635,23634 EGEN,26,1,13745	E,15831,15832,23959,23958,1 5858,15859,23986,23985 EGEN,26,1,14083	E,16182,16183,24310,24309,1 6209,16210,24337,24336 EGEN,26,1,14421
E,15507,15508,23635,23634,1 5534,15535,23662,23661 EGEN,26,1,13771	E,15858,15859,23986,23985,1 5885,15886,24013,24012 EGEN,26,1,14109	E,16209,16210,24337,24336,1 6236,16237,24364,24363 EGEN,26,1,14447
E,15534,15535,23662,23661,1 5561,15562,23689,23688 EGEN,26,1,13797	E,15885,15886,24013,24012,1 5912,15913,24040,24039 EGEN,26,1,14135	E,16236,16237,24364,24363,1 6263,16264,24391,24390 EGEN,26,1,14473
E,15561,15562,23689,23688,1 5588,15589,23716,23715 EGEN,26,1,13823	E,15912,15913,24040,24039,1 5939,15940,24067,24066 EGEN,26,1,14161	E,16263,16264,24391,24390,1 6290,16291,24418,24417 EGEN,26,1,14499
E,15588,15589,23716,23715,1 5615,15616,23743,23742 EGEN,26,1,13849	E,15939,15940,24067,24066,1 5966,15967,24094,24093 EGEN,26,1,14187	E,16290,16291,24418,24417,1 6317,16318,24445,24444 EGEN,26,1,14525
E,15615,15616,23743,23742,1 5642,15643,23770,23769 EGEN,26,1,13875	E,15966,15967,24094,24093,1 5993,15994,24121,24120 EGEN,26,1,14213	E,16317,16318,24445,24444,1 6344,16345,24472,24471 EGEN,26,1,14551
E,15642,15643,23770,23769,1 5669,15670,23797,23796 EGEN,26,1,13901	E,15993,15994,24121,24120,1 6020,16021,24148,24147 EGEN,26,1,14239	E,16344,16345,24472,24471,1 6371,16372,24499,24498 EGEN,26,1,14577
E,15669,15670,23797,23796,1 5696,15697,23824,23823 EGEN,26,1,13927	E,16020,16021,24148,24147,1 6047,16048,24175,24174 EGEN,26,1,14265	E,16371,16372,24499,24498,1 6398,16399,24526,24525 EGEN,26,1,14603
E,15696,15697,23824,23823,1 5723,15724,23851,23850 EGEN,26,1,13953	E,16047,16048,24175,24174,1 6074,16075,24202,24201 EGEN,26,1,14291	E,16398,16399,24526,24525,1 6425,16426,24553,24552 EGEN,26,1,14629
E,15723,15724,23851,23850,1 5750,15751,23878,23877 EGEN,26,1,13979	E,16074,16075,24202,24201,1 6101,16102,24229,24228 EGEN,26,1,14317	E,16425,16426,24553,24552,1 6452,16453,24580,24579 EGEN,26,1,14655
E,15750,15751,23878,23877,1 5777,15778,23905,23904 EGEN,26,1,14005	E,16101,16102,24229,24228,1 6128,16129,24256,24255 EGEN,26,1,14343	E,16452,16453,24580,24579,1 6479,16480,24607,24606 EGEN,26,1,14681

E,16479,16480,24607,24606,1 6506,16507,24634,24633 EGEN,26,1,14707	E,16830,16831,24958,24957,1 6857,16858,24985,24984 EGEN,26,1,15045	D,4801,uy, 0, , , , uz, rotx, roty !UX AND MZ FREE
E,16506,16507,24634,24633,1 6533,16534,24661,24660 EGEN,26,1,14733	E,16857,16858,24985,24984,1 6884,16885,25012,25011 EGEN,26,1,15071	C*** GRAVIDADE ACEL, 0, 10, 0
E,16533,16534,24661,24660,1 6560,16561,24688,24687 EGEN,26,1,14759	E,16884,16885,25012,25011,1 6911,16912,25039,25038 EGEN,26,1,15097	/SOLU ANTYPE, TRANS TIME, 0.2
E,16560,16561,24688,24687,1 6587,16588,24715,24714 EGEN,26,1,14785	E,16911,16912,25039,25038,1 6938,16939,25066,25065 EGEN,26,1,15123	DELTIM, 0.01 BETAD, 0.00344 NLGEOM,ON
E,16587,16588,24715,24714,1 6614,16615,24742,24741 EGEN,26,1,14811	E,16938,16939,25066,25065,1 6965,16966,25093,25092 EGEN,26,1,15149	NROPT,FULL ESEL, S, ELEM, , 7501,7504,1 BFE, ALL, TEMP,,-570
E,16614,16615,24742,24741,1 6641,16642,24769,24768 EGEN,26,1,14837	E,16965,16966,25093,25092,1 6992,16993,25120,25119 EGEN,26,1,15175	KBC,0 ESEL,ALL OUTPR,ALL,ALL
E,16641,16642,24769,24768,1 6668,16669,24796,24795 EGEN,26,1,14863	E,16992,16993,25120,25119,1 7019,17020,25147,25146 EGEN,26,1,15201	OUTRES,ALL,ALL SOLVE TIME, 0.8
E,16668,16669,24796,24795,1 6695,16696,24823,24822 EGEN,26,1,14889	E,17019,17020,25147,25146,1 7046,17047,25174,25173 EGEN,26,1,15227	DELTIM, 0.01 EKILL, 7501
E,16695,16696,24823,24822,1 6722,16723,24850,24849 EGEN,26,1,14915	E,17046,17047,25174,25173,1 7073,17074,25201,25200 EGEN,26,1,15253	EKILL, 7502 OUTPR,ALL,ALL OUTRES,ALL,ALL
E,16722,16723,24850,24849,1 6749,16750,24877,24876 EGEN,26,1,14941	E,17073,17074,25201,25200,1 7100,17101,25228,25227 EGEN,26,1,15279	SOLVE TIME, 1.5 DELTIM,0.01
E,16749,16750,24877,24876,1 6776,16777,24904,24903 EGEN,26,1,14967	CPINTF, UX, 0.001 CPINTF, UY, 0.001 CPINTF, UZ, 0.001	EKILL, 7501 EKILL, 7502 EKILL, 7503
E,16776,16777,24904,24903,1 6803,16804,24931,24930 EGEN,26,1,14993	C*** CONDIÇÕES DE CONTORNO	EKILL, 7504 OUTPR,ALL,ALL OUTRES,ALL,ALL
E,16803,16804,24931,24930,1 6830,16831,24958,24957 EGEN,26,1,15019	D,1,ux, 0, , , , uy, uz, rotx, roty !MZ FREE	SOLVE FINISH

Código utilizado para modelagem do exemplo 2 – Caso Amortecido

/UNITS, SI	N,11,,1,,	C*** AUMENTO DA
/PREP7	FILL,1,11,9,2,1	RIGIDEZ NAS
	N,2201,20,,	EXTREMIDADES DA VIGA
ET, 1, SHELL181	FILL,1,2201,199,12,11	
ET, 2, LINK180	N,2211,20,1,,	ESEL, S, ELEM, , 1, 1801, 200
MP, EX, 1, 2E11	FILL,2201,2211,9,2202,1	ESEL, A, ELEM, , 2, 1802,
MP, PRXY, 1, 0.3	FILL,2,2202,199,13,11	200
MP, ALPX, 1, 1.2E-5	FILL,3,2203,199,14,11	ESEL, A, ELEM, , 3, 1803,
MP, DENS, 1, 7850	FILL,4,2204,199,15,11	200
MP, EX, 2, 2E11	FILL,5,2205,199,16,11	ESEL, A, ELEM, , 4, 1804,
MP, PRXY, 2, 0.3	FILL,6,2206,199,17,11	200
MP, ALPX, 2, 1.2E-5	FILL,7,2207,199,18,11	ESEL, A, ELEM, , 5, 1805,
MP, DENS, 2, 7850	FILL,8,2208,199,19,11	200
MP, EX, 3, 2E15	FILL,9,2209,199,20,11	ESEL, A, ELEM, , 6, 1806,
MP, PRXY, 3, 0.3	FILL,10,2210,199,21,11	200
MP, ALPX, 3, 1.2E-5	FILL,11,2211,199,22,11	ESEL, A, ELEM, , 7, 1807,
MP, DENS, 3, 7850		200
SECN,1	E,1,2,13,12	ESEL, A, ELEM, , 8, 1808,
SECTYPE, 1, SHELL	EGEN,200,11,1	200
SECDATA, 0.0127,	E,2,3,14,13	ESEL, A, ELEM, , 9, 1809,
SECN,2	EGEN,200,11,201	200
SECTYPE, 2, SHELL	E,3,4,15,14	ESEL, A, ELEM, , 10, 1810,
SECDATA, 0.025,	EGEN,200,11,401	200
SECN,3	E,4,5,16,15	
SECTYPE, 3, LINK	EGEN,200,11,601	ESEL, A, ELEM, , 191, 1991,
SECDATA, 0.000431	E,5,6,17,16	200
SECN, 4	EGEN,200,11,801	ESEL, A, ELEM, , 192, 1992,
SECTYPE, 4, SHELL	E,6,7,18,17	200
SECDATA, 0.03,3	EGEN,200,11,1001	ESEL, A, ELEM, , 193, 1993,
TREF,0	E,7,8,19,18	200
	EGEN,200,11,1201	ESEL, A, ELEM, , 194, 1994,
C*** NÓS E ELEMENTOS	E,8,9,20,19	200
DA ALMA	EGEN,200,11,1401	ESEL, A, ELEM, , 195, 1995,
	E,9,10,21,20	200
TYPE,1	EGEN,200,11,1601	ESEL, A, ELEM, , 196, 1996,
MAT,1	E,10,11,22,21	200
SECN,1	EGEN,200,11,1801	ESEL, A, ELEM, , 197, 1997,
		200
N,1,,,		

ESEL, A, ELEM, , 198, 1998, 200	N,3217,0,0,-0.07, N,3417,20,0,-0.07,	E,407,418,2287,2285 E,418,429,2289,2287
ESEL, A, ELEM, , 199, 1999, 200	FILL,3217,3417,199,3218,1	E,429,440,2291,2289 E,440,451,2293,2291
ESEL, A, ELEM, , 200, 2000, 200	E,11,22,2215,2213 E,22,33,2217,2215 E,33,44,2219,2217	E,451,462,2295,2293 E,462,473,2297,2295 E,473,484,2299,2297
EMODIF, ALL, MAT, 3	E,44,55,2221,2219 E,55,66,2223,2221	E,484,495,2301,2299 E,495,506,2303,2301
ESEL, ALL	E,66,77,2225,2223 E,77,88,2227,2225	E,506,517,2305,2303 E,517,528,2307,2305
C*** NÓS E ELEMENTOS DOS FLANGES	E,88,99,2229,2227 E,99,110,2231,2229 E,110,121,2233,2231	E,528,539,2309,2307 E,539,550,2311,2309 E,550,561,2313,2311
TYPE, 1	E,121,132,2235,2233	E,561,572,2315,2313
MAT,1	E,132,143,2237,2235	E,572,583,2317,2315
SECN,2	E,143,154,2239,2237 E,154,165,2241,2239	E,583,594,2319,2317 E,594,605,2321,2319
N,2212,0,1,0.175, N,2213,0,1,0.075, N,2612,20,1,0.175, FILL,2212,2612,199,2214,2 N,2613,20,1,0.075, FILL,2213,2613,199,2215,2 E,2212,2213,2215,2214 EGEN,200,2,2001	E,165,176,2243,2241 E,176,187,2245,2243 E,187,198,2247,2245 E,198,209,2249,2247 E,209,220,2251,2249 E,220,231,2253,2251 E,231,242,2255,2253 E,242,253,2257,2255 E,253,264,2259,2257	E,605,616,2323,2321 E,616,627,2325,2323 E,627,638,2327,2325 E,638,649,2329,2327 E,649,660,2331,2329 E,660,671,2333,2331 E,671,682,2335,2333 E,682,693,2337,2335 E,693,704,2339,2337
N,2614,0,1,-0.075, N,2615,0,1,-0.175, N,3014,20,1,-0.075, FILL,2614,3014,199,2616,2 N,3015,20,1,-0.175, FILL,2615,3015,199,2617,2 E,2614,2615,2617,2616 EGEN,200,2,2201	E,264,275,2261,2259 E,275,286,2263,2261 E,286,297,2265,2263 E,297,308,2267,2265 E,308,319,2269,2267 E,319,330,2271,2269 E,330,341,2273,2271 E,341,352,2275,2273 E,352,363,2277,2275	E,704,715,2341,2339 E,715,726,2343,2341 E,726,737,2345,2343 E,737,748,2347,2345 E,748,759,2349,2347 E,759,770,2351,2349 E,770,781,2353,2351 E,781,792,2355,2353 E,792,803,2357,2355
N,3016,0,0,0.07, N,3216,20,0,0.07, FILL,3016,3216,199,3017,1	E,363,374,2279,2277 E,374,385,2281,2279 E,385,396,2283,2281 E,396,407,2285,2283	E,803,814,2359,2357 E,814,825,2361,2359 E,825,836,2363,2361 E,836,847,2365,2363

E,847,858,2367,2365	E,1287,1298,2447,2445	E,1727,1738,2527,2525
E,858,869,2369,2367	E,1298,1309,2449,2447	E,1738,1749,2529,2527
E,869,880,2371,2369	E,1309,1320,2451,2449	E,1749,1760,2531,2529
E,880,891,2373,2371	E,1320,1331,2453,2451	E,1760,1771,2533,2531
E,891,902,2375,2373	E,1331,1342,2455,2453	E,1771,1782,2535,2533
E,902,913,2377,2375	E,1342,1353,2457,2455	E,1782,1793,2537,2535
E,913,924,2379,2377	E,1353,1364,2459,2457	E,1793,1804,2539,2537
E,924,935,2381,2379	E,1364,1375,2461,2459	E,1804,1815,2541,2539
E,935,946,2383,2381	E,1375,1386,2463,2461	E,1815,1826,2543,2541
E,946,957,2385,2383	E,1386,1397,2465,2463	E,1826,1837,2545,2543
E,957,968,2387,2385	E,1397,1408,2467,2465	E,1837,1848,2547,2545
E,968,979,2389,2387	E,1408,1419,2469,2467	E,1848,1859,2549,2547
E,979,990,2391,2389	E,1419,1430,2471,2469	E,1859,1870,2551,2549
E,990,1001,2393,2391	E,1430,1441,2473,2471	E,1870,1881,2553,2551
E,1001,1012,2395,2393	E,1441,1452,2475,2473	E,1881,1892,2555,2553
E,1012,1023,2397,2395	E,1452,1463,2477,2475	E,1892,1903,2557,2555
E,1023,1034,2399,2397	E,1463,1474,2479,2477	E,1903,1914,2559,2557
E,1034,1045,2401,2399	E,1474,1485,2481,2479	E,1914,1925,2561,2559
E,1045,1056,2403,2401	E,1485,1496,2483,2481	E,1925,1936,2563,2561
E,1056,1067,2405,2403	E,1496,1507,2485,2483	E,1936,1947,2565,2563
E,1067,1078,2407,2405	E,1507,1518,2487,2485	E,1947,1958,2567,2565
E,1078,1089,2409,2407	E,1518,1529,2489,2487	E,1958,1969,2569,2567
E,1089,1100,2411,2409	E,1529,1540,2491,2489	E,1969,1980,2571,2569
E,1100,1111,2413,2411	E,1540,1551,2493,2491	E,1980,1991,2573,2571
E,1111,1122,2415,2413	E,1551,1562,2495,2493	E,1991,2002,2575,2573
E,1122,1133,2417,2415	E,1562,1573,2497,2495	E,2002,2013,2577,2575
E,1133,1144,2419,2417	E,1573,1584,2499,2497	E,2013,2024,2579,2577
E,1144,1155,2421,2419	E,1584,1595,2501,2499	E,2024,2035,2581,2579
E,1155,1166,2423,2421	E,1595,1606,2503,2501	E,2035,2046,2583,2581
E,1166,1177,2425,2423	E,1606,1617,2505,2503	E,2046,2057,2585,2583
E,1177,1188,2427,2425	E,1617,1628,2507,2505	E,2057,2068,2587,2585
E,1188,1199,2429,2427	E,1628,1639,2509,2507	E,2068,2079,2589,2587
E,1199,1210,2431,2429	E,1639,1650,2511,2509	E,2079,2090,2591,2589
E,1210,1221,2433,2431	E,1650,1661,2513,2511	E,2090,2101,2593,2591
E,1221,1232,2435,2433	E,1661,1672,2515,2513	E,2101,2112,2595,2593
E,1232,1243,2437,2435	E,1672,1683,2517,2515	E,2112,2123,2597,2595
E,1243,1254,2439,2437	E,1683,1694,2519,2517	E,2123,2134,2599,2597
E,1254,1265,2441,2439	E,1694,1705,2521,2519	E,2134,2145,2601,2599
E,1265,1276,2443,2441	E,1705,1716,2523,2521	E,2145,2156,2603,2601
E,1276,1287,2445,2443	E,1716,1727,2525,2523	E,2156,2167,2605,2603

E,2167,2178,2607,2605	E,2686,2688,418,407	E,2766,2768,858,847
E,2178,2189,2609,2607	E,2688,2690,429,418	E,2768,2770,869,858
E,2189,2200,2611,2609	E,2690,2692,440,429	E,2770,2772,880,869
E,2200,2211,2613,2611	E,2692,2694,451,440	E,2772,2774,891,880
E,2614,2616,22,11	E,2694,2696,462,451	E,2774,2776,902,891
E,2616,2618,33,22	E,2696,2698,473,462	E,2776,2778,913,902
E,2618,2620,44,33	E,2698,2700,484,473	E,2778,2780,924,913
E,2620,2622,55,44	E,2700,2702,495,484	E,2780,2782,935,924
E,2622,2624,66,55	E,2702,2704,506,495	E,2782,2784,946,935
E,2624,2626,77,66	E,2704,2706,517,506	E,2784,2786,957,946
E,2626,2628,88,77	E,2706,2708,528,517	E,2786,2788,968,957
E,2628,2630,99,88	E,2708,2710,539,528	E,2788,2790,979,968
E,2630,2632,110,99	E,2710,2712,550,539	E,2790,2792,990,979
E,2632,2634,121,110	E,2712,2714,561,550	E,2792,2794,1001,990
E,2634,2636,132,121	E,2714,2716,572,561	E,2794,2796,1012,1001
E,2636,2638,143,132	E,2716,2718,583,572	E,2796,2798,1023,1012
E,2638,2640,154,143	E,2718,2720,594,583	E,2798,2800,1034,1023
E,2640,2642,165,154	E,2720,2722,605,594	E,2800,2802,1045,1034
E,2642,2644,176,165	E,2722,2724,616,605	E,2802,2804,1056,1045
E,2644,2646,187,176	E,2724,2726,627,616	E,2804,2806,1067,1056
E,2646,2648,198,187	E,2726,2728,638,627	E,2806,2808,1078,1067
E,2648,2650,209,198	E,2728,2730,649,638	E,2808,2810,1089,1078
E,2650,2652,220,209	E,2730,2732,660,649	E,2810,2812,1100,1089
E,2652,2654,231,220	E,2732,2734,671,660	E,2812,2814,1111,1100
E,2654,2656,242,231	E,2734,2736,682,671	E,2814,2816,1122,1111
E,2656,2658,253,242	E,2736,2738,693,682	E,2816,2818,1133,1122
E,2658,2660,264,253	E,2738,2740,704,693	E,2818,2820,1144,1133
E,2660,2662,275,264	E,2740,2742,715,704	E,2820,2822,1155,1144
E,2662,2664,286,275	E,2742,2744,726,715	E,2822,2824,1166,1155
E,2664,2666,297,286	E,2744,2746,737,726	E,2824,2826,1177,1166
E,2666,2668,308,297	E,2746,2748,748,737	E,2826,2828,1188,1177
E,2668,2670,319,308	E,2748,2750,759,748	E,2828,2830,1199,1188
E,2670,2672,330,319	E,2750,2752,770,759	E,2830,2832,1210,1199
E,2672,2674,341,330	E,2752,2754,781,770	E,2832,2834,1221,1210
E,2674,2676,352,341	E,2754,2756,792,781	E,2834,2836,1232,1221
E,2676,2678,363,352	E,2756,2758,803,792	E,2836,2838,1243,1232
E,2678,2680,374,363	E,2758,2760,814,803	E,2838,2840,1254,1243
E,2680,2682,385,374	E,2760,2762,825,814	E,2840,2842,1265,1254
E,2682,2684,396,385	E,2762,2764,836,825	E,2842,2844,1276,1265
E,2684,2686,407,396	E,2764,2766,847,836	E,2844,2846,1287,1276

E,2846,2848,1298,1287	E,2926,2928,1738,1727	E,3006,3008,2178,2167
E,2848,2850,1309,1298	E,2928,2930,1749,1738	E,3008,3010,2189,2178
E,2850,2852,1320,1309	E,2930,2932,1760,1749	E,3010,3012,2200,2189
E,2852,2854,1331,1320	E,2932,2934,1771,1760	E,3012,3014,2211,2200
E,2854,2856,1342,1331	E,2934,2936,1782,1771	E,1,12,3017,3016
E,2856,2858,1353,1342	E,2936,2938,1793,1782	E,12,23,3018,3017
E,2858,2860,1364,1353	E,2938,2940,1804,1793	E,23,34,3019,3018
E,2860,2862,1375,1364	E,2940,2942,1815,1804	E,34,45,3020,3019
E,2862,2864,1386,1375	E,2942,2944,1826,1815	E,45,56,3021,3020
E,2864,2866,1397,1386	E,2944,2946,1837,1826	E,56,67,3022,3021
E,2866,2868,1408,1397	E,2946,2948,1848,1837	E,67,78,3023,3022
E,2868,2870,1419,1408	E,2948,2950,1859,1848	E,78,89,3024,3023
E,2870,2872,1430,1419	E,2950,2952,1870,1859	E,89,100,3025,3024
E,2872,2874,1441,1430	E,2952,2954,1881,1870	E,100,111,3026,3025
E,2874,2876,1452,1441	E,2954,2956,1892,1881	E,111,122,3027,3026
E,2876,2878,1463,1452	E,2956,2958,1903,1892	E,122,133,3028,3027
E,2878,2880,1474,1463	E,2958,2960,1914,1903	E,133,144,3029,3028
E,2880,2882,1485,1474	E,2960,2962,1925,1914	E,144,155,3030,3029
E,2882,2884,1496,1485	E,2962,2964,1936,1925	E,155,166,3031,3030
E,2884,2886,1507,1496	E,2964,2966,1947,1936	E,166,177,3032,3031
E,2886,2888,1518,1507	E,2966,2968,1958,1947	E,177,188,3033,3032
E,2888,2890,1529,1518	E,2968,2970,1969,1958	E,188,199,3034,3033
E,2890,2892,1540,1529	E,2970,2972,1980,1969	E,199,210,3035,3034
E,2892,2894,1551,1540	E,2972,2974,1991,1980	E,210,221,3036,3035
E,2894,2896,1562,1551	E,2974,2976,2002,1991	E,221,232,3037,3036
E,2896,2898,1573,1562	E,2976,2978,2013,2002	E,232,243,3038,3037
E,2898,2900,1584,1573	E,2978,2980,2024,2013	E,243,254,3039,3038
E,2900,2902,1595,1584	E,2980,2982,2035,2024	E,254,265,3040,3039
E,2902,2904,1606,1595	E,2982,2984,2046,2035	E,265,276,3041,3040
E,2904,2906,1617,1606	E,2984,2986,2057,2046	E,276,287,3042,3041
E,2906,2908,1628,1617	E,2986,2988,2068,2057	E,287,298,3043,3042
E,2908,2910,1639,1628	E,2988,2990,2079,2068	E,298,309,3044,3043
E,2910,2912,1650,1639	E,2990,2992,2090,2079	E,309,320,3045,3044
E,2912,2914,1661,1650	E,2992,2994,2101,2090	E,320,331,3046,3045
E,2914,2916,1672,1661	E,2994,2996,2112,2101	E,331,342,3047,3046
E,2916,2918,1683,1672	E,2996,2998,2123,2112	E,342,353,3048,3047
E,2918,2920,1694,1683	E,2998,3000,2134,2123	E,353,364,3049,3048
E,2920,2922,1705,1694	E,3000,3002,2145,2134	E,364,375,3050,3049
E,2922,2924,1716,1705	E,3002,3004,2156,2145	E,375,386,3051,3050
E,2924,2926,1727,1716	E,3004,3006,2167,2156	E,386,397,3052,3051

E,397,408,3053,3052	E,837,848,3093,3092	E,1277,1288,3133,3132
E,408,419,3054,3053	E,848,859,3094,3093	E,1288,1299,3134,3133
E,419,430,3055,3054	E,859,870,3095,3094	E,1299,1310,3135,3134
E,430,441,3056,3055	E,870,881,3096,3095	E,1310,1321,3136,3135
E,441,452,3057,3056	E,881,892,3097,3096	E,1321,1332,3137,3136
E,452,463,3058,3057	E,892,903,3098,3097	E,1332,1343,3138,3137
E,463,474,3059,3058	E,903,914,3099,3098	E,1343,1354,3139,3138
E,474,485,3060,3059	E,914,925,3100,3099	E,1354,1365,3140,3139
E,485,496,3061,3060	E,925,936,3101,3100	E,1365,1376,3141,3140
E,496,507,3062,3061	E,936,947,3102,3101	E,1376,1387,3142,3141
E,507,518,3063,3062	E,947,958,3103,3102	E,1387,1398,3143,3142
E,518,529,3064,3063	E,958,969,3104,3103	E,1398,1409,3144,3143
E,529,540,3065,3064	E,969,980,3105,3104	E,1409,1420,3145,3144
E,540,551,3066,3065	E,980,991,3106,3105	E,1420,1431,3146,3145
E,551,562,3067,3066	E,991,1002,3107,3106	E,1431,1442,3147,3146
E,562,573,3068,3067	E,1002,1013,3108,3107	E,1442,1453,3148,3147
E,573,584,3069,3068	E,1013,1024,3109,3108	E,1453,1464,3149,3148
E,584,595,3070,3069	E,1024,1035,3110,3109	E,1464,1475,3150,3149
E,595,606,3071,3070	E,1035,1046,3111,3110	E,1475,1486,3151,3150
E,606,617,3072,3071	E,1046,1057,3112,3111	E,1486,1497,3152,3151
E,617,628,3073,3072	E,1057,1068,3113,3112	E,1497,1508,3153,3152
E,628,639,3074,3073	E,1068,1079,3114,3113	E,1508,1519,3154,3153
E,639,650,3075,3074	E,1079,1090,3115,3114	E,1519,1530,3155,3154
E,650,661,3076,3075	E,1090,1101,3116,3115	E,1530,1541,3156,3155
E,661,672,3077,3076	E,1101,1112,3117,3116	E,1541,1552,3157,3156
E,672,683,3078,3077	E,1112,1123,3118,3117	E,1552,1563,3158,3157
E,683,694,3079,3078	E,1123,1134,3119,3118	E,1563,1574,3159,3158
E,694,705,3080,3079	E,1134,1145,3120,3119	E,1574,1585,3160,3159
E,705,716,3081,3080	E,1145,1156,3121,3120	E,1585,1596,3161,3160
E,716,727,3082,3081	E,1156,1167,3122,3121	E,1596,1607,3162,3161
E,727,738,3083,3082	E,1167,1178,3123,3122	E,1607,1618,3163,3162
E,738,749,3084,3083	E,1178,1189,3124,3123	E,1618,1629,3164,3163
E,749,760,3085,3084	E,1189,1200,3125,3124	E,1629,1640,3165,3164
E,760,771,3086,3085	E,1200,1211,3126,3125	E,1640,1651,3166,3165
E,771,782,3087,3086	E,1211,1222,3127,3126	E,1651,1662,3167,3166
E,782,793,3088,3087	E,1222,1233,3128,3127	E,1662,1673,3168,3167
E,793,804,3089,3088	E,1233,1244,3129,3128	E,1673,1684,3169,3168
E,804,815,3090,3089	E,1244,1255,3130,3129	E,1684,1695,3170,3169
E,815,826,3091,3090	E,1255,1266,3131,3130	E,1695,1706,3171,3170
E,826,837,3092,3091	E,1266,1277,3132,3131	E,1706,1717,3172,3171

E,1717,1728,3173,3172	E,2157,2168,3213,3212	E,3253,3254,408,397
E,1728,1739,3174,3173	E,2168,2179,3214,3213	E,3254,3255,419,408
E,1739,1750,3175,3174	E,2179,2190,3215,3214	E,3255,3256,430,419
E,1750,1761,3176,3175	E,2190,2201,3216,3215	E,3256,3257,441,430
E,1761,1772,3177,3176	E,3217,3218,12,1	E,3257,3258,452,441
E,1772,1783,3178,3177	E,3218,3219,23,12	E,3258,3259,463,452
E,1783,1794,3179,3178	E,3219,3220,34,23	E,3259,3260,474,463
E,1794,1805,3180,3179	E,3220,3221,45,34	E,3260,3261,485,474
E,1805,1816,3181,3180	E,3221,3222,56,45	E,3261,3262,496,485
E,1816,1827,3182,3181	E,3222,3223,67,56	E,3262,3263,507,496
E,1827,1838,3183,3182	E,3223,3224,78,67	E,3263,3264,518,507
E,1838,1849,3184,3183	E,3224,3225,89,78	E,3264,3265,529,518
E,1849,1860,3185,3184	E,3225,3226,100,89	E,3265,3266,540,529
E,1860,1871,3186,3185	E,3226,3227,111,100	E,3266,3267,551,540
E,1871,1882,3187,3186	E,3227,3228,122,111	E,3267,3268,562,551
E,1882,1893,3188,3187	E,3228,3229,133,122	E,3268,3269,573,562
E,1893,1904,3189,3188	E,3229,3230,144,133	E,3269,3270,584,573
E,1904,1915,3190,3189	E,3230,3231,155,144	E,3270,3271,595,584
E,1915,1926,3191,3190	E,3231,3232,166,155	E,3271,3272,606,595
E,1926,1937,3192,3191	E,3232,3233,177,166	E,3272,3273,617,606
E,1937,1948,3193,3192	E,3233,3234,188,177	E,3273,3274,628,617
E,1948,1959,3194,3193	E,3234,3235,199,188	E,3274,3275,639,628
E,1959,1970,3195,3194	E,3235,3236,210,199	E,3275,3276,650,639
E,1970,1981,3196,3195	E,3236,3237,221,210	E,3276,3277,661,650
E,1981,1992,3197,3196	E,3237,3238,232,221	E,3277,3278,672,661
E,1992,2003,3198,3197	E,3238,3239,243,232	E,3278,3279,683,672
E,2003,2014,3199,3198	E,3239,3240,254,243	E,3279,3280,694,683
E,2014,2025,3200,3199	E,3240,3241,265,254	E,3280,3281,705,694
E,2025,2036,3201,3200	E,3241,3242,276,265	E,3281,3282,716,705
E,2036,2047,3202,3201	E,3242,3243,287,276	E,3282,3283,727,716
E,2047,2058,3203,3202	E,3243,3244,298,287	E,3283,3284,738,727
E,2058,2069,3204,3203	E,3244,3245,309,298	E,3284,3285,749,738
E,2069,2080,3205,3204	E,3245,3246,320,309	E,3285,3286,760,749
E,2080,2091,3206,3205	E,3246,3247,331,320	E,3286,3287,771,760
E,2091,2102,3207,3206	E,3247,3248,342,331	E,3287,3288,782,771
E,2102,2113,3208,3207	E,3248,3249,353,342	E,3288,3289,793,782
E,2113,2124,3209,3208	E,3249,3250,364,353	E,3289,3290,804,793
E,2124,2135,3210,3209	E,3250,3251,375,364	E,3290,3291,815,804
E,2135,2146,3211,3210	E,3251,3252,386,375	E,3291,3292,826,815
E,2146,2157,3212,3211	E,3252,3253,397,386	E,3292,3293,837,826

E,3293,3294,848,837	E,3333,3334,1288,1277	E,3373,3374,1728,1717
E,3294,3295,859,848	E,3334,3335,1299,1288	E,3374,3375,1739,1728
E,3295,3296,870,859	E,3335,3336,1310,1299	E,3375,3376,1750,1739
E,3296,3297,881,870	E,3336,3337,1321,1310	E,3376,3377,1761,1750
E,3297,3298,892,881	E,3337,3338,1332,1321	E,3377,3378,1772,1761
E,3298,3299,903,892	E,3338,3339,1343,1332	E,3378,3379,1783,1772
E,3299,3300,914,903	E,3339,3340,1354,1343	E,3379,3380,1794,1783
E,3300,3301,925,914	E,3340,3341,1365,1354	E,3380,3381,1805,1794
E,3301,3302,936,925	E,3341,3342,1376,1365	E,3381,3382,1816,1805
E,3302,3303,947,936	E,3342,3343,1387,1376	E,3382,3383,1827,1816
E,3303,3304,958,947	E,3343,3344,1398,1387	E,3383,3384,1838,1827
E,3304,3305,969,958	E,3344,3345,1409,1398	E,3384,3385,1849,1838
E,3305,3306,980,969	E,3345,3346,1420,1409	E,3385,3386,1860,1849
E,3306,3307,991,980	E,3346,3347,1431,1420	E,3386,3387,1871,1860
E,3307,3308,1002,991	E,3347,3348,1442,1431	E,3387,3388,1882,1871
E,3308,3309,1013,1002	E,3348,3349,1453,1442	E,3388,3389,1893,1882
E,3309,3310,1024,1013	E,3349,3350,1464,1453	E,3389,3390,1904,1893
E,3310,3311,1035,1024	E,3350,3351,1475,1464	E,3390,3391,1915,1904
E,3311,3312,1046,1035	E,3351,3352,1486,1475	E,3391,3392,1926,1915
E,3312,3313,1057,1046	E,3352,3353,1497,1486	E,3392,3393,1937,1926
E,3313,3314,1068,1057	E,3353,3354,1508,1497	E,3393,3394,1948,1937
E,3314,3315,1079,1068	E,3354,3355,1519,1508	E,3394,3395,1959,1948
E,3315,3316,1090,1079	E,3355,3356,1530,1519	E,3395,3396,1970,1959
E,3316,3317,1101,1090	E,3356,3357,1541,1530	E,3396,3397,1981,1970
E,3317,3318,1112,1101	E,3357,3358,1552,1541	E,3397,3398,1992,1981
E,3318,3319,1123,1112	E,3358,3359,1563,1552	E,3398,3399,2003,1992
E,3319,3320,1134,1123	E,3359,3360,1574,1563	E,3399,3400,2014,2003
E,3320,3321,1145,1134	E,3360,3361,1585,1574	E,3400,3401,2025,2014
E,3321,3322,1156,1145	E,3361,3362,1596,1585	E,3401,3402,2036,2025
E,3322,3323,1167,1156	E,3362,3363,1607,1596	E,3402,3403,2047,2036
E,3323,3324,1178,1167	E,3363,3364,1618,1607	E,3403,3404,2058,2047
E,3324,3325,1189,1178	E,3364,3365,1629,1618	E,3404,3405,2069,2058
E,3325,3326,1200,1189	E,3365,3366,1640,1629	E,3405,3406,2080,2069
E,3326,3327,1211,1200	E,3366,3367,1651,1640	E,3406,3407,2091,2080
E,3327,3328,1222,1211	E,3367,3368,1662,1651	E,3407,3408,2102,2091
E,3328,3329,1233,1222	E,3368,3369,1673,1662	E,3408,3409,2113,2102
E,3329,3330,1244,1233	E,3369,3370,1684,1673	E,3409,3410,2124,2113
E,3330,3331,1255,1244	E,3370,3371,1695,1684	E,3410,3411,2135,2124
E,3331,3332,1266,1255	E,3371,3372,1706,1695	E,3411,3412,2146,2135
E,3332,3333,1277,1266	E,3372,3373,1717,1706	E,3412,3413,2157,2146

E,3413,3414,2168,2157		DELTIM, 0.01
E,3414,3415,2179,2168	E,15000,15001	NLGEOM,ON
E,3415,3416,2190,2179	E,15001,15002	NROPT,FULL
E,3416,3417,2201,2190	C*** ACOPLAMENTO	ESEL, S, ELEM, , 3201, 3204,1
C*** NÓS CABO 1	CP,,ALL,14000, 15000, 7	BFE, ALL, TEMP,,-570
	CP,,ALL,14002, 15002, 2207	KBC,0
N,14000,0,0.6,0.04	CP,13, UY, 1101, 14001,15001	ESEL,ALL
N,14001,10,0.0,0.04	CP,14, UZ, 1101, 14001,15001	OUTPR,ALL,ALL
N,14002,20,0.6,0.04		OUTRES,ALL,ALL
C*** ELEMENTOS CABO 1	C*** C.CONTORNO	SOLVE
	D,1,ux, 0, , , , uy, uz, rotx, roty	TIME, 0.65
TYPE,2	D,2201,uy, 0, , , , uz, rotx, roty	DELTIM, 0.01
MAT,2	D, 1111, uz, 0	EKILL, 3201
SECN,3	D, 11, UZ, 0	EKILL, 3202
	D, 2211, UZ, 0	OUTPR,ALL,ALL
E,14000,14001	D, 551, UZ, 0	OUTRES,ALL,ALL
E,14001,14002	D, 561, UZ, 0	SOLVE
	D, 1651, UZ, 0	
C*** NÓS CABO 2	D, 1651, UZ, 0	TIME, 1.1
		DELTIM,0.01
N,15000,0,0.6,-0.04	C*** ACELERAÇÃO DA	EKILL, 3201
N,15001,10,0.0,-0.04	GRAVIDADE	EKILL, 3202
N,15002,20,0.6,-0.04		EKILL, 3203
	ACEL, 0, 10, 0	EKILL, 3204
C*** ELEMENTOS CABO 2		OUTPR,ALL,ALL
	/SOLU	OUTRES,ALL,ALL
TYPE,2	ANTYPE, TRANS	SOLVE
MAT,2		
SECN,3	TIME, 0.2	