



**QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA DO POTENCIAL DE  
FRATURAMENTO NO TEMPO DE BARRAGENS DE CONCRETO A  
GRAVIDADE**

**MARIANA DE ALVARENGA SILVA**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL II EM ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA DO POTENCIAL DE  
FRATURAMENTO NO TEMPO DE BARRAGENS DE CONCRETO A  
GRAVIDADE**

**MARIANA DE ALVARENGA SILVA**

**ORIENTADOR: FRANCISCO EVANGELISTA JÚNIOR**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL II EM ENGENHARIA CIVIL**

**BRASÍLIA/DF: JULHO/2019**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA DO POTENCIAL DE  
FRATURAMENTO NO TEMPO DE BARRAGENS DE CONCRETO A  
GRAVIDADE**

**MARIANA DE ALVARENGA SILVA**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Francisco Evangelista Júnior, Ph.D (UnB)**

(Orientador)

---

**Prof. William Taylor Matias Silva, D. Ing (UnB)**

(Examinador interno)

---

**Carlos Valbson dos Santos Araújo, M.Sc (UnB)**

(Examinador externo)

**BRASÍLIA/DF: 11 DE JULHO DE 2019**

## FICHA CATALOGRÁFICA

SILVA, MARIANA DE ALVARENGA

Quantificação da incerteza do potencial de faturamento no tempo de barragens de concreto a gravidade.

xiv, 60 p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2019)

Monografia de Projeto Final – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Quantificação de incerteza

2. Mecânica da fratura

3. Viscoelasticidade

4. Barragem de concreto

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Silva, M. A. (2019). Quantificação da incerteza do potencial de faturamento no tempo de barragens de concreto a gravidade. Monografia de Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 60 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Mariana de Alvarenga Silva

TÍTULO: Quantificação da incerteza do potencial de faturamento no tempo de barragens de concreto a gravidade.

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil

ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Mariana de Alvarenga Silva  
CSB 05, Lote 02, Apartamento 707, Taguatinga Sul  
72015-555 Brasília – DF – Brasil.  
mari.alvarenga96@gmail.com

## **AGRADECIMENTOS**

Início agradecendo a Deus pela minha vida, pela minha saúde, por todo amor e bênçãos derramados sobre mim em todos esses anos, em que mesmo em momentos difíceis Ele sempre se fez presente para me guiar pelo melhor caminho.

Aos meus pais, Elvira e Artur, por tudo que fizeram por mim para que eu me tornasse a pessoa que sou hoje, pela luta constante em sempre ter o melhor a oferecer a todos os filhos, e por sempre estarem ao meu lado, apoiando minhas escolhas e decisões. Aos meus irmãos, Marina, Artur e Ana Luiza por todo apoio e momentos vividos, e, especialmente à Wanessa, por ter sido minha segunda mãe desde que cheguei à Brasília, pelas risadas, broncas e por toda tentativa de me ajudar com minhas dificuldades.

Aos meus amigos de Guanhães, Jéssica, Jenifer, Nério, Ludmila, e, principalmente, Roberta por toda risada, conselho, desabafo... e que mesmo distantes conseguiram me fazê-los sentir perto de mim.

Aos meus amigos da faculdade, Vasques, Cássio, Clara, Thália, Cadu, Luís, Ana Paula, Renan, Amanda, Vitor, em especial, Matheus e Callebe por terem sido fundamentais durante essa caminhada, sem vocês não teria sido possível. E a todas as amigadas que não estão citadas aqui.

Ao meu orientador, Evangelista, agradeço por todo conhecimento compartilhado e por toda disposição em tentar me ajudar e me ensinar algo. Me sinto honrada em ter tido a oportunidade de trabalhar ao seu lado. E a todos os professores que fizeram parte da minha formação.

## RESUMO

### QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA DO POTENCIAL DE FRATURAMENTO NO TEMPO DE BARRAGENS DE CONCRETO A GRAVIDADE

Autor: Mariana de Alvarenga Silva

Orientador: Francisco Evangelista Júnior

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

Brasília, 11 de julho de 2019

As incertezas estão sempre presentes nos projetos de engenharia, sejam incertezas referentes aos materiais, aos modelos ou às imprecisões construtivas. Essas incertezas são consideradas nos projetos através de coeficientes de segurança, mas podem não ser suficientes para considerar toda a variabilidade do sistema. Além disso, quando se consideram fenômenos de ordem temporal, como a fluência, as variabilidades podem ser aumentadas pela inserção de outros parâmetros influentes no comportamento estrutural. Assim, este trabalho teve como objetivo quantificar as incertezas da função fluência regredida com base em dados experimentais considerando a correlação e não correlação entre as variáveis aleatórias consideradas. Bem como comparar Monte Carlo com aproximação de Série de Taylor para validar a utilização dessa simplificação para representar a média e o desvio da função. Apresentar, também, uma metodologia de análise de um estudo de caso de mecânica da fratura em barragem de concreto a gravidade considerando a elasticidade e viscoelasticidade dos materiais, sendo esse último para investigar o comportamento das variáveis ao longo do tempo. Para isso foram implementadas equações baseadas na LEFM existentes na literatura que caracterizam a zona da interface da barragem de concreto com a rocha de fundação e por meio do Método de Monte Carlo foram feitas as devidas simulações para prever o comportamento da trinca. Os resultados para quantificação de incerteza mostraram maiores desvios para as variáveis na consideração da não correlação entre elas. Enquanto, os resultados para a barragem mostraram o crescimento da taxa de liberação de energia com o aumento do comprimento da trinca, bem como o crescimento no tempo. Além disso, foi verificado que a consideração de subpressão constante atuante na trinca e a existência de *overtopping* resulta em falha da estrutura para qualquer comprimento de trinca analisado.

**Palavras chave:** Quantificação de Incerteza, Mecânica da Fratura, Viscoelasticidade, Barragem de concreto

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO INICIAL .....	1
1.2	MOTIVAÇÃO.....	2
1.3	OBJETIVOS.....	4
1.3.1	Objetivo geral .....	4
1.3.2	Objetivos específicos .....	4
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>5</b>
2.1	TEORIA DA VISCOELASTICIDADE.....	5
2.1.1	Modelos mecânicos .....	5
2.1.2	Fluência e relaxação .....	7
2.1.3	Relações constitutivas .....	9
2.1.4	Séries de Prony .....	11
2.1.5	Interconversão entre o módulo de relaxação e a função fluência.....	12
2.2	MECÂNICA DA FRATURA.....	13
2.2.1	Mecânica da Fratura Linear Elástica .....	14
2.2.2	Relação entre $K$ e $\mathcal{G}$ .....	15
2.2.3	Mecânica da fratura aplicada a barragens.....	17
2.3	CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	18
2.3.1	Método de Monte Carlo (MMC) .....	20
2.3.2	Aproximação da média e variância por Série de Taylor .....	21
2.3.3	Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM).....	22
2.3.4	Quantificação de incertezas em modelos viscoelásticos .....	23
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA PARA APLICAÇÃO DE MONTE CARLO .....</b>	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>FUNÇÃO FLUÊNCIA .....</b>	<b>26</b>
4.1	METODOLOGIA .....	26
4.2	COMPARAÇÃO ENTRE TAYLOR E MONTE CARLO.....	27
4.2.1	$J_i$ 's correlacionados.....	28
4.2.2	$J_i$ 's e $\tau_i$ 's correlacionados .....	30
4.3	QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS CONSIDERANDO CORRELAÇÃO E NÃO CORRELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS .....	32

4.4	QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS PARA $J(t' = 100)$ .....	33
5	BARRAGEM .....	36
5.1	DEFINIÇÃO.....	36
5.2	METODOLOGIA .....	39
5.3	DETERMINAÇÃO DAS VARIÁVEIS .....	40
5.4	CASO ELÁSTICO.....	41
5.5	CASO VISCOELÁSTICO .....	47
6	CONCLUSÕES.....	53
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	55
	APÊNDICE A – $\mathcal{G}$ viscoelástico.....	58
	APÊNDICE B – Média e desvio de $J$ por série de Taylor .....	59

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Problemas ocultos em barragens de concreto a gravidade .....	2
Tabela 3.1 – Número de simulações utilizado para cada análise realizada.....	25
Tabela 4.1 – Composição e propriedades da mistura de alta resistência (BAŽANT, 2013)....	26
Tabela 4.2 – Variáveis determinísticas para $JCorJi(t' = 1000 \text{ dias})$ .....	28
Tabela 4.3 – Variáveis aleatórias para $JCorJi(t' = 1000 \text{ dias})$ .....	28
Tabela 4.4 – Matriz de correlação entre $Ji's$ para $JCorJi (t' = 1000 \text{ dias})$ .....	28
Tabela 4.5 – Variáveis aleatórias para $JCorJi, \tau_i(t' = 1000 \text{ dias})$ .....	30
Tabela 4.6 – Matriz de correlação entre $Ji's$ e $\tau_1$ para $JCorJi, \tau_i(t' = 1000 \text{ dias})$ .....	31
Tabela 4.7 – Variáveis determinísticas para $JCorJi(t' = 100 \text{ dias})$ .....	33
Tabela 4.8 – Variáveis aleatórias para $JCorJi(t' = 100 \text{ dias})$ .....	33
Tabela 4.9 – Matriz de correlação entre $Ji's$ para $JCorJi (t' = 100 \text{ dias})$ .....	33
Tabela 5.1 - Variáveis determinísticas do estudo de caso da barragem .....	40
Tabela 5.2 – Variáveis aleatórias do estudo de caso da barragem .....	40

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Barragens de concreto no Brasil: (a) UHE Mauá (TNEPETROLEO, 2019) e (b) Barragem de Umari (NOVONOTICIAS, 2019).....	4
Figura 2.1 – Modelos Mecânicos: (a) Maxwell e (b) Kelvin. Adaptado de Araújo (2018) .....	6
Figura 2.2 – Modelo generalizado de Maxwell. Adaptado de Mase e Mase (1999).....	7
Figura 2.3 – Modelo generalizado de Kelvin. Adaptado de Mase e Mase (1999) .....	7
Figura 2.4 – Ensaio de fluência: (a) Histórico de tensão aplicado e (b) Deformação do material. Adaptado de Lakes (2009).....	8
Figura 2.5 – (a) Histórico de deformação aplicado e (b) Tensão desenvolvida no material. Adaptado de Lakes (2009).....	9
Figura 2.6 – Histórico de tensões formado por funções degrau. Adaptado de Mase e Mase (1999) .....	10
Figura 2.7 – Modelos generalizados com elasticidade instantânea de (a) Maxwell e (b) Kelvin .....	11
Figura 2.8 – Modos de falha: (a) Modo I: , (b) Modo II e (c) Modo III. Adaptado de Anderson (2005) .....	13
Figura 2.9 – Trinca situada em uma placa infinita submetida a uma tensão de tração. Adaptado de Anderson (2005). .....	15
Figura 2.10 – Falha em interface .....	16
Figura 2.11 – Análise de falha da barragem: (a) Seção i e (b) Modos de falha .....	18
Figura 2.12 – Representação dos domínios gerados pela função de desempenho e das funções de densidade de probabilidade de $A$ , $R$ e $\gamma$ . Adaptado de Melchers (1999, <i>apud</i> Borges, 2016) .....	19
Figura 2.13 – Método Inverso para geração de números aleatórios. Fonte: Borges (2016).....	21
Figura 2.14 – Ponto de projeto e índice de confiabilidade. Adaptado de Beck (2012).....	22
Figura 3.1 – Metodologia para quantificação das incertezas e confiabilidade .....	24
Figura 3.2 – Algoritmo proposto para execução das análises .....	25
Figura 4.1 – Módulo de relaxação para mistura de alta resistência de Bažant (2013): (a) $t' = 10$ dias, (b) $t' = 100$ dias e (c) $t' = 1000$ dias .....	26
Figura 4.2 – Histogramas de $Ji$ 's ( $t'=1000$ dias): (a) $J0$ , (b) $J1$ , (c) $J2$ , (d) $J3$ e (e) $J4$ .....	29

Figura 4.3 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 1ª Ordem e Monte Carlo: (a) $\mu JCorJi(t' = 1000)$ e (b) $\sigma JCorJi(t' = 1000)$ .....	29
Figura 4.4 – Erro relativo para Taylor de 1ª e 2ª ordem: (a) $\mu JCorJi(t' = 1000)$ e (b) $\sigma JCorJi(t' = 1000)$ .....	30
Figura 4.5 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 1ª Ordem e Monte Carlo: (a) $\mu JCorJi, \tau i(t' = 1000)$ e (b) $\sigma JCorJi, \tau i(t' = 1000)$ .....	31
Figura 4.6 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 2ª Ordem e Monte Carlo: (a) $\mu JCorJi, \tau i(t' = 1000)$ e (b) $\sigma JCorJi, \tau i(t' = 1000)$ .....	32
Figura 4.7 – Erro relativo para Taylor de 1ª e 2ª ordem: (a) $\mu JCorJi, \tau i(t' = 1000)$ e (b) $\sigma JCorJi, \tau i(t' = 1000)$ .....	32
Figura 4.8 – Comparação entre os momentos estatísticos normalizados considerando correlação e não correlação entre as variáveis: (a) $\mu J(t' = 1000)$ e (b) $\sigma J(t' = 1000)$ .....	33
Figura 4.9 – Histogramas de $Ji$ 's ( $t'=100$ dias): (a) $J0$ , (b) $J1$ , (c) $J2$ , (d) $J3$ e (e) $J4$ .....	34
Figura 4.10 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 1ª Ordem e Monte Carlo: (a) $\mu JCorJi(t' = 100)$ e (b) $\sigma JCorJi(t' = 100)$ .....	34
Figura 4.11 – Erro relativo para Taylor de 1ª e 2ª ordem: (a) $\mu JCorJi(t' = 100)$ e (b) $\sigma JCorJi(t' = 100)$ .....	35
Figura 4.12 – Comparação entre os momentos estatísticos normalizados considerando correlação e não correlação entre as variáveis: (a) $\mu J(t' = 100)$ e (b) $\sigma J(t' = 100)$ .....	35
Figura 5.1 – Esquematização da barragem .....	37
Figura 5.2 – Solicitações atuantes na barragem: (a) Peso próprio; (b) Pressão devido ao reservatório cheio; (c) Pressão devido ao galgamento; (d) Subpressão constante e (e) Pressão triangular. Adaptado de Plizzari (1998) .....	37
Figura 5.3 – Funções de forma para $m = 0,75$ : (a) Modo I (b) Modo II .....	38
Figura 5.4 – Variação do nível de água na barragem .....	39
Figura 5.5 – Fator intensidade de tensão crítico para interface concreto-rocha: (a) Modo I e (b) Modo II.....	41
Figura 5.6 – Parâmetros estatísticos para $K$ solicitante: (a) $\mu K$ (Modo I), (b) $VK$ (Modo I), (c) $\mu K$ (Modo II) e (d) $VK$ (Modo II) .....	42
Figura 5.7 – Parâmetros estatísticos para $G$ solicitante: (a) $\mu G$ (Modo I), (b) $VG$ (Modo I), (c) $\mu G$ (Modo II) e (d) $VG$ (Modo II) .....	43

Figura 5.8 – Parâmetros estatísticos para $G$ solicitante, considerando modo misto: (a) $\mu G$ e (b) $VG$ .....	44
Figura 5.9 – Parâmetros estatísticos para variáveis resistentes: (a) $\mu Kc$ , (b) $VKc$ , (c) $\mu Gc$ e (d) $VGc$ .....	45
Figura 5.10 – Parâmetros estatísticos para função de desempenho: (a) $\mu \gamma$ e (b) $V \gamma$ .....	46
Figura 5.11 – Parâmetros de confiabilidade: (a) $Pf$ e (b) FS .....	46
Figura 5.12 – Histogramas para: (a) $H/D = 1$ , subpressão triangular e $\alpha = 0,06$ , (b) $H/D = 1$ , subpressão constante e $\alpha = 0,1$ e (c) $H/D = 1,015$ , subpressão constante e $\alpha = 0,2$ .....	47
Figura 5.13 – Parâmetros estatísticos para $G$ solicitante no tempo: (a) $\mu G$ (Modo I), (b) $VG$ (Modo I), (c) $\mu G$ (Modo II) e (d) $VG$ (Modo II).....	48
Figura 5.14 – Parâmetros estatísticos para $G$ solicitante para o modo misto no tempo: (a) $\mu G$ e (b) $VG$ .....	49
Figura 5.15 – Parâmetros estatísticos para $G$ crítico para o modo misto no tempo: (a) $\mu Gc$ e (b) $VGc$ .....	50
Figura 5.16 – Parâmetros estatísticos para função de desempenho no tempo (a) $\mu \gamma$ e (b) $\sigma \gamma$ .	50
Figura 5.17 – Parâmetros de confiabilidade no tempo: (a) $Pf$ e (b) FS .....	51
Figura 5.18 – Histogramas para $G_s$ e $G_c$ para subpressão triangular: (a) Antes do <i>overtopping</i> e (b) Após início do <i>overtopping</i> .....	51
Figura 5.19 – Histogramas para $G_s$ e $G_c$ para subpressão constante: (a) Antes do <i>overtopping</i> e (b) Após início do <i>overtopping</i> .....	52

## LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURAS

### Símbolos do Alfabeto Grego

$\alpha$	Comprimento normalizado da trinca
$\beta$	Índice de Confiabilidade
$\varepsilon$	Deformação
$\epsilon$	Erro relativo
$\phi$	Ângulo do modo misto
$\gamma$	Função de desempenho
$\gamma_w$	Peso específico da água
$\gamma_c$	Peso específico do concreto
$\sigma$	Desvio padrão de uma função
$\sigma_{xy}^2$	Covariância
$\mu_f$	Média de uma função
$\eta_i$	Coefficiente de viscosidade
$\rho_i$	Tempo de relaxação do material
$\rho_{xy}$	Correlação entre duas variáveis
$\tau_i$	Tempo de retardação do material
$\nu$	Coefficiente de Poisson

### Símbolos do Alfabeto Latino

$B$	Largura da barragem
$C$	Matriz de covariância
$d(\alpha)$	Função de forma
$E$	Módulo de elasticidade
$E(t)$	Módulo de relaxação
$E_i$	Termos de Prony para o módulo de relaxação
$f(x)$	Função Densidade de Probabilidade
$F(x)$	Densidade de Probabilidade Acumulada
$f_c$	Resistência à compressão uniaxial do concreto
$FS$	Fator de Segurança

$G$	Módulo de cisalhamento
$G_f$	Taxa de liberação de energia
$G_I$	Taxa de liberação de energia para o Modo I
$G_{II}$	Taxa de liberação de energia para o Modo II
$G_c$	Energia de fratura crítica
$\mathbf{g}$	Vetor Gradiente
$\mathbf{H}$	Matriz Hessiana
$D$	Altura da barragem
$H$	Nível de água
$J(t)$	Função fluência
$J_i$	Termos de Prony para função fluência
$J_{NCor}^{J_i}$	Função fluência com $J_i$ 's variáveis aleatórias e não correlacionadas
$J_{Cor}^{J_i}$	Função fluência com $J_i$ 's variáveis aleatórias e correlacionadas
$J_{NCor}^{J_i, \tau_i}$	Função fluência com $J_i$ 's e $\tau_i$ 's variáveis aleatórias e não correlacionadas
$J_{Cor}^{J_i, \tau_i}$	Função fluência com $J_i$ 's e $\tau_i$ 's variáveis aleatórias e correlacionadas
$K$	Fator de intensidade de tensão à fratura
$K_I$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo I
$K_I^{sw}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo I devido ao peso próprio
$K_{II}^{sw}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo II devido ao peso próprio
$K_I^{fr}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo I devido ao reservatório cheio
$K_{II}^{fr}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo II devido ao reservatório cheio
$K_I^{ot}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo I devido ao galgamento
$K_{II}^{ot}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo II devido ao galgamento
$K_I^{ul}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo I devido à subpressão
$K_{II}^{ul}$	Fator de intensidade de tensão à fratura para o Modo II devido à subpressão
$m$	Inclinação de montante
$N$	Número de simulações por Monte Carlo
$P_f$	Probabilidade de falha
$s$	Variável do espaço de Laplace

$S$	Tensão
$S_N$	Tensão nominal de resistência à fratura
$t$	Tempo de análise
$t'$	Idade em que há incremento de tensão/deformação
$U(t)$	Função degrau
$V$	Coefficiente de variação
$z$	Número aleatório que segue uma distribuição Normal Padrão

### **Nomenclatura**

FORM	Método de Confiabilidade de Primeira Ordem
FOSM	Método de Primeira Ordem e Segundo Momento
LEFM	Mecânica da Fratura Linear Elástica
EPFM	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
MEF	Método dos Elementos Finitos
MMC	Método de Monte Carlo
SORM	Método de Confiabilidade de Segunda Ordem

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO INICIAL

As incertezas são inerentes aos projetos de engenharia, devido à aleatoriedade das variáveis que compõem o sistema, as quais são relacionadas aos materiais, às características geométricas, às ações, entre outras. Apesar dos métodos probabilísticos serem mais precisos e determinarem um valor real da probabilidade de falha, não são muito utilizados devido à complexidade de análise e pela dificuldade na identificação das funções densidade de probabilidade que regem o comportamento das variáveis. Todavia, devido ao desenvolvimento científico e tecnológico, com o aperfeiçoamento dos computadores, têm-se viabilizado a utilização dessas técnicas mais robustas para prever os possíveis comportamentos estruturais.

Quando as análises se expandem para a ordem temporal, as incertezas são aumentadas com a introdução de fenômenos que podem tornar crítico ou reduzir o desempenho de uma estrutura, como a fluência e a retração. Apesar da NBR 6118:2014 especificar uma forma de cálculo para prever o comportamento estrutural no tempo devido à fluência, esse fenômeno é muito complexo e pode sofrer variações devido a condições externas e a variações do próprio material. Dessa forma, o comportamento projetado pode não corresponder ao desempenho real da estrutura. Como exemplos de colapso de estruturas já existentes devido à fluência, podem-se citar o Royal Plaza Hotel estudado por Nukulchai (1995) e a ponte pretendida Koror-Babeldaob estudada por Bažant *et al.* (2012a, b). Apesar do colapso do primeiro não ter sido exclusivamente devido a fluência, as deflexões diferidas no tempo devido à sobrecarga causaram o encurtamento excessivo de algumas colunas, o que favoreceu a ruptura do prédio.

A fluência, além de ser um fenômeno não totalmente compreendido, ainda possui as incertezas relacionadas à variabilidade do material, aos dados utilizados para geração dos modelos que predizem o fenômeno e às incertezas do próprio modelo de ajuste. Dessa forma, abordar as variações nas quais o fenômeno está suscetível é uma maneira de reduzir a discrepância existente entre o comportamento real e o projetado. A investigação das incertezas e a análise de confiabilidade em efeitos dependentes do tempo é observada em Li e Melchers (1992), Yang (2007), Keitel e Dimmig-Osburg (2010), entre outros.

Como visto, a consideração da viscoelasticidade do concreto é relevante e aplicável em diversas situações, sendo as mais comuns, a determinação do aumento dos deslocamentos ao longo do

tempo de uma estrutura e a avaliação das perdas de protensão que um elemento protendido irá sofrer devido ao encurtamento da peça. Ademais, encontram-se estudos sobre a influência da fluência na propagação de trincas, como visto em Bažant (1995) e Bažant *et al.* (1997). Esse fenômeno estudado pela Mecânica da Fratura tem grande significância pelo fato de que o colapso devido à propagação de fraturas é brusco e inesperado.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

A manutenção e segurança de barragens tem se expandido com a sanção de leis que determinam a obrigatoriedade no controle de operação, questão intensificada ainda mais com os recentes rompimentos de barragens no Brasil. Isto é justificado pois a falha de um barramento está associada a altos riscos, sendo contemplados tanto impactos econômicos, ambientais e sociais quanto patrimoniais. Visto isso, as análises de confiabilidade e de predição da vida útil são ferramentas importantes para o auxílio de ações de manutenção e para ter conhecimento sobre quais modos de falha limitam a operação da barragem.

Em barragens de concreto a gravidade, a falha está associada, essencialmente, a problemas na fundação, apresentando deslizamento sobre a interface concreto-rocha, trincas de tração no calcanhar e trincas de compressão no pé do barramento. Além disso, essas barragens possuem problemas relacionados ao galgamento, ou *overtopping*, devido ao baixo controle de inundações, como relatado por Su (2013), sendo incidente em 39,6% das barragens estudadas na China. Na Tabela 1.1 estão relatados alguns problemas que acometem algumas barragens na China. Já no Brasil, alguns casos nos quais houve transbordamentos do reservatório estão citados em Silva *et al.* (2007).

Tabela 1.1 – Problemas ocultos em barragens de concreto a gravidade

Tipo	Porcentagem dos casos
<i>Overtopping</i>	39,6%
Fundação frágil	14,6 %
Trincas locais de tração e compressão, coalescência de trincas, erosão interna	72,9%
Altas tensões de subpressão e infiltração	33,3%
Desing inadequado: resistência insuficiente e baixo fator de segurança	15,7%
Baixa manutenção	80%

Fonte: Su (2013)

O caso de enfoque desse estudo assemelha-se a um problema proposto pelo *International Commission for Large Damns* (ICOLD, 1999), em que consiste na propagação da trinca localizada na interface barragem-fundação devido à abertura e deslizamento na junta, o que caracteriza o início do mecanismo de ruptura da estrutura. Apesar dessa falha local não causar a falha global da estrutura, pode ser a principal razão da ruptura global por modificar a atuação da subpressão na região (SU, 2013).

Encontram-se na literatura estudos sobre esse tema e que são respaldados nos princípios da mecânica da fratura, como pode ser visto em Manfredini et al. (1999), Bolzon (2003) e Barpi e Valente (2010). Adicionalmente, anterior à publicação do ICOLD já existiam estudos considerando a interface barragem-fundação como em Plizzari (1998) e Plizzari (1997).

Portanto, esse trabalho tem como objetivo não só utilizar a mecânica da fratura para verificar a propagação da fratura, mas também considerar a aleatoriedade dos parâmetros para analisar a variabilidade que o sistema pode sofrer e considerar o concreto como sendo um material viscoelástico com envelhecimento. A Figura 1.1 é um exemplo de barragem de concreto a gravidade localizada nos Estados Unidos.



(a)



(b)

Figura 1.1 – Barragens de concreto no Brasil: (a) UHE Mauá (TNEPETROLEO, 2019) e (b) Barragem de Umari (NOVONOTICIAS, 2019)

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo geral

Este estudo objetiva implementar os conceitos da análise probabilística e confiabilidade estrutural na quantificação da incerteza e da probabilidade em uma barragem de concreto a gravidade em que a falha está associada ao fraturamento e influenciada pelos efeitos viscoelásticos do concreto.

### 1.3.2 Objetivos específicos

Mediante as análises que serão realizadas nesta pesquisa, visa-se atingir os seguintes objetivos específicos:

- Aproximar o comportamento da função fluência por série de Taylor devido à variabilidade (média e matriz de covariância) de seus parâmetros oriundos diretamente da regressão de resultados experimentais;
- Realizar a quantificação da incerteza da função fluência regredida considerando a correlação e não correlação entre as variáveis;
- Realizar um estudo de caso em uma barragem utilizando os conceitos da Mecânica da Fratura, considerando a viscoelasticidade do concreto e a aleatoriedade das variáveis;
- Analisar a influência das variáveis envolvidas na problemática da barragem e na mensuração da taxa de liberação de energia durante a fratura;
- Verificar a probabilidade de falha da barragem de acordo com o modo de falha proposto

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo refere-se ao embasamento teórico acerca dos principais temas que serão abordados neste trabalho. Logo, são expostas noções da Teoria da Viscoelasticidade, princípios da Mecânica da Fratura e seguidos pela simulação de Monte Carlo e Confiabilidade.

### 2.1 TEORIA DA VISCOELASTICIDADE

Os materiais tanto fluidos como sólidos têm seu comportamento descrito por algumas propriedades. Os sólidos, dentre as inúmeras classificações existentes, podem ser categorizados de elásticos a plásticos, sendo que essa propriedade está relacionada a capacidade do objeto voltar a sua conformação inicial quando retirada a perturbação externa a qual estava submetido. Ademais, a resposta desses materiais à tensão aplicada pode ser linear, obedecendo, portanto, à Lei de Hooke, ou pode não ser linear. Os fluidos, no entanto, possuem uma propriedade física que descreve a resistência ao fluxo devido aos esforços cisalhantes entre as camadas, chamada de viscosidade. A depender de como as tensões se relacionam com a taxa de deformação, os fluidos são classificados como Newtonianos e não-Newtonianos.

Para materiais que apresentam comportamento tanto como sólidos elásticos quanto como fluidos viscosos, existe uma propriedade que descreve esse fenômeno, chamada de Viscoelasticidade, implicando que para esses materiais a relação entre tensão e deformação seja dependente do tempo. Devido à grande abrangência dessa ciência, os conceitos que se seguirão fazem referência a parte da Teoria da Viscoelasticidade que trata da união do comportamento de sólidos elásticos lineares e de fluidos Newtonianos.

#### 2.1.1 Modelos mecânicos

O comportamento dos materiais viscoelásticos lineares pode ser descrito de forma satisfatória por modelos mecânicos. Tais modelos consistem no agrupamento de elementos em que cada um representa um tipo de deformação do material. Por conseguinte, a descrição dos materiais viscoelásticos é feita por dois elementos básicos: uma “mola” sem massa e caracterizada por uma constante de proporcionalidade  $E$ , a qual representa o sólido elástico que obedece à Lei de Hooke, exposta pela Equação (2.1) e um “amortecedor” que representa o comportamento de um fluido viscoso:

$$S = E\varepsilon \tag{2.1}$$

em que  $S$  é a tensão uniaxial gerada devido a uma deformação  $\varepsilon$  no material com módulo de elasticidade  $E$ .

Assim como os sólidos elásticos, os fluidos viscosos Newtonianos são regidos por uma equação também linear, em que as tensões são diretamente proporcionais à taxa de deformação, expressa pela Equação (2.2).

$$S = \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (2.2)$$

A combinação desses elementos em série caracteriza o modelo mecânico de Maxwell, representado pela Figura 2.1 (a), em que a deformação para esse sistema é composta por uma parcela elástica e outra viscosa, isto é,

$$\varepsilon(t) = \frac{S}{E} + \frac{St}{\eta_0} \quad (2.3)$$

em que as deformações  $\varepsilon(t)$  são dependentes do tempo  $t$ .

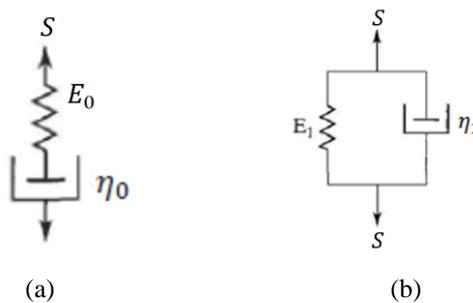


Figura 2.1 – Modelos Mecânicos: (a) Maxwell e (b) Kelvin. Adaptado de Araújo (2018)

No modelo de Kelvin retratado na Figura 2.1 (b), ambas as partes do sistema possuem a mesma deformação, fazendo com que a tensão seja a soma das duas parcelas:

$$S(t) = E_1 \varepsilon + \eta_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (2.4)$$

A fim de se conseguir representar materiais de ordem superior, esses modelos podem ser agrupados ou até mesmo podem ser adicionados mais elementos a cada um deles, de forma a se atingir um comportamento mais real do material em estudo. Exemplos para essas combinações são os modelos generalizados de Maxwell e Kelvin.

O modelo generalizado de Maxwell, como pode ser visto na Figura 2.2, é composto por  $n$  unidades de Maxwell em paralelo, sendo que a deformação é a mesma para cada unidade do modelo e a tensão é a soma das tensões em cada unidade.

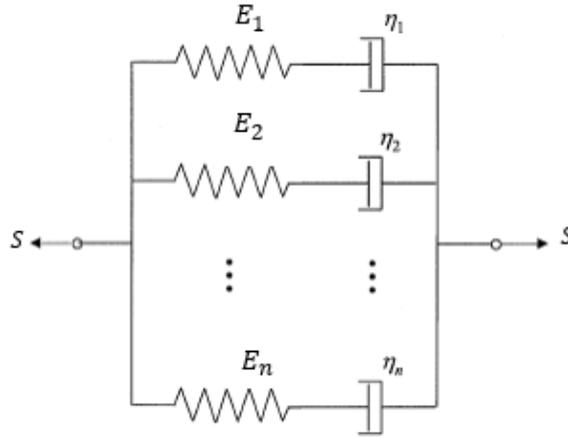


Figura 2.2 – Modelo generalizado de Maxwell. Adaptado de Mase e Mase (1999)

O modelo generalizado de Kelvin, ilustrado na Figura 2.3, consiste em  $n$  unidades de Kelvin em série, em que a tensão é a mesma para cada unidade e a deformação é a soma das deformações locais.

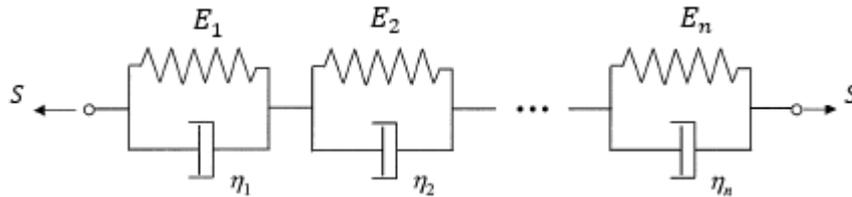


Figura 2.3 – Modelo generalizado de Kelvin. Adaptado de Mase e Mase (1999)

### 2.1.2 Fluência e relaxação

A fluência é uma deformação lenta e progressiva dos materiais submetidos a uma tensão constante. Considera-se que o histórico de tensão  $S$  dependente do tempo  $t$ , dado pela Equação (2.5), obedeça a uma função degrau descrita pela Equação (2.6).

$$S(t) = S_0 U(t) \tag{2.5}$$

$$U(t - t_1) = \begin{cases} 1 & t > t_1 \\ 0 & t \leq t_1 \end{cases} \tag{2.6}$$

A deformação do material viscoelástico aumentará com o tempo, sendo que a razão entre a deformação no tempo e a tensão aplicada é chamada de função fluência ou compliância  $J(t)$ , dada pela Equação (2.7). Como nos materiais viscoelásticos lineares a resposta é proporcional à tensão aplicada, a função fluência é independente desse nível de tensão aplicado (LAKES, 2009).

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{S_0} \quad (2.7)$$

A Figura 2.4 mostra o desenvolvimento das deformações com a aplicação e retirada do carregamento. O material apresenta a deformação elástica instantânea e com o desenvolvimento do tempo, há um aumento da deformação devido à viscoelasticidade. Ressalta-se que a deformação poder-se-á recuperar para zero ou não, a depender do material, nível do carregamento e da temperatura (LAKES, 2009).

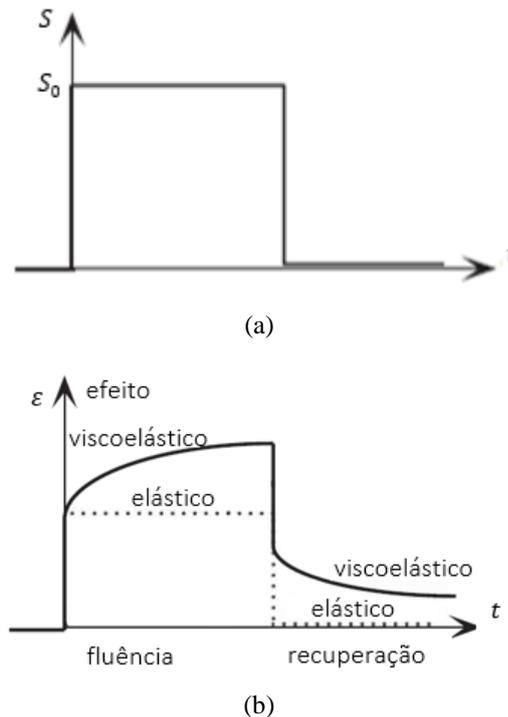


Figura 2.4 – Ensaio de fluência: (a) Histórico de tensão aplicado e (b) Deformação do material. Adaptado de Lakes (2009)

Semelhante à fluência, a relaxação é o decréscimo das tensões quando o material está submetido a uma deformação constante. Supondo que o histórico de deformações também obedeça a uma função degrau descrito pela Equação (2.8) e ilustrado na Figura 2.5, nota-se que a tensão no

material é reduzida com o tempo e é recuperada de forma gradual quando a perturbação é retirada.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 U(t) \quad (2.8)$$

A razão entre a tensão desenvolvida e a deformação é chamada de módulo de relaxação e, assim como para a função fluência, esse parâmetro também é independente do nível de deformação aplicado, apresentado na Equação (2.9).

$$E(t) = \frac{S(t)}{\varepsilon_0} \quad (2.9)$$

De forma semelhante, como visto anteriormente para um histórico de deformações aplicados, tem-se a resposta do material para as tensões como visto na Figura 2.5.

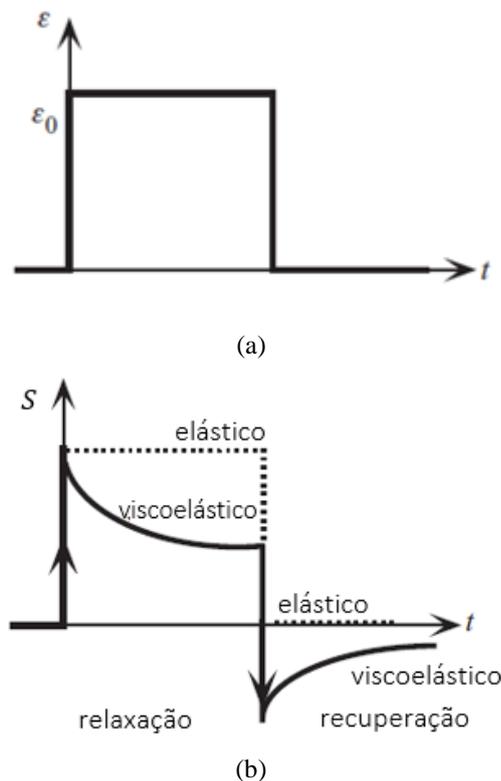


Figura 2.5 – (a) Histórico de deformação aplicado e (b) Tensão desenvolvida no material. Adaptado de Lakes (2009)

### 2.1.3 Relações constitutivas

As relações constitutivas para a fluência e para relaxação são a descrição matemática do comportamento dos materiais, perante o tempo, no desenvolvimento dos deslocamentos ou

esforços quando submetidos a um histórico de tensões ou deformações. Essas formulações são baseadas no Princípio da Superposição de Boltzmann que é aplicável para a viscoelasticidade linear.

O Princípio da Superposição, característico de comportamentos lineares, afirma que o efeito total gerado por ações externas é igual à soma dos efeitos gerados por cada uma das ações. A Figura 2.6 representa um histórico de tensões composto por finitas funções degrau.

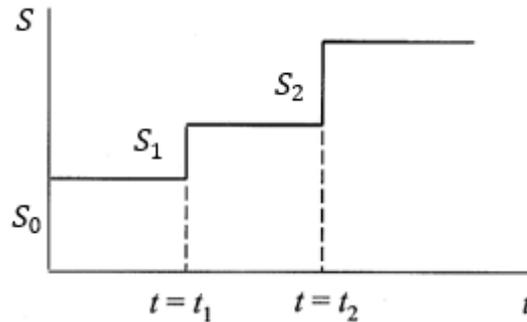


Figura 2.6 – Histórico de tensões formado por funções degrau. Adaptado de Mase e Mase (1999)

A deformação para esse tipo de histórico aplicado é dada pela Equação (2.10).

$$\varepsilon(t) = S_0 J(t) + S_1 J(t - t_1) + S_2 J(t - t_2) = \sum_{i=0}^2 S_i J(t - t_i) \quad (2.10)$$

Quando o histórico de tensões for dado por alguma função genérica, ele pode ser aproximado por infinitas funções degrau e, por conseguinte, a deformação é dada pela equação abaixo,

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t - t') \frac{\partial S(t')}{\partial t'} dt' \quad (2.11)$$

em que  $t'$  é a idade em que há incremento de tensão. Essa equação é chamada de integral hereditária ou de convolução, pelo fato de a deformação estar relacionada a todo histórico de tensões a partir do tempo  $t = 0$  (MASE e MASE, 1999). De maneira semelhante, pode-se deduzir a relação da tensão com o histórico de deformações, a qual é dada por:

$$S(t) = \int_0^t E(t - t') \frac{\partial \varepsilon(t')}{\partial t'} dt'. \quad (2.12)$$

### 2.1.4 Séries de Prony

Os ensaios de fluência e relaxação fornecem como resultados as curvas da função fluência e do módulo de relaxação, respectivamente, em função do tempo ensaiado. Através desses resultados experimentais é possível realizar a regressão das curvas para uma série temporal.

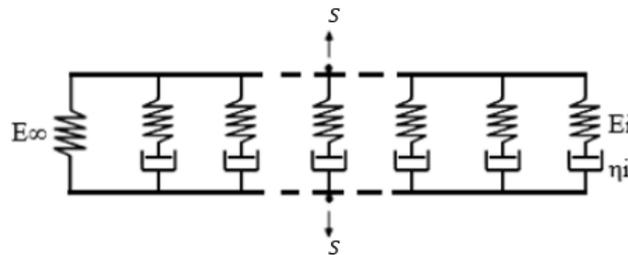
As funções de regressão são designadas pelos modelos generalizados de Maxwell e Kelvin, os quais possibilitam uma melhor eficiência computacional (PARK e SCHAPERY, 1999). Todavia, para garantir o comportamento de sólido, é inserida uma mola isolada (MARQUES e CREUS, 2012), em paralelo com as unidades de Maxwell e em série com as unidades de Kelvin. A função do módulo de relaxação é deduzida a partir do sistema representado na Figura (a), obtendo-se

$$E(t) = E_{\infty} + \sum_{i=1}^M E_i e^{-\left(\frac{t}{\rho_i}\right)}, \quad (2.13)$$

em que  $\rho_i = \eta_i/E_i$  é o tempo de relaxação do material e  $E_{\infty}$  representa o módulo do material amplamente relaxado ( $t \rightarrow \infty$ ). Essa série é conhecida como série de Prony ou Dirichlet (PARK e SCHAPERY, 1999). No entanto, a função fluência é melhor caracterizada pelo modelo de Kelvin da Figura (b), inferindo-se, portanto, a série de Prony relacionada,

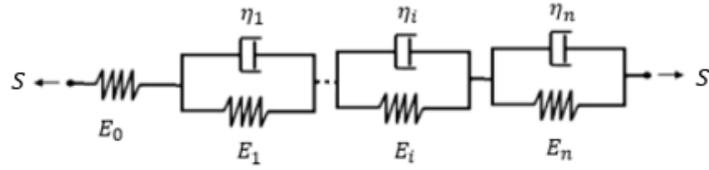
$$J(t) = J_0 + \sum_{i=1}^M J_i \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_i}\right)} \right), \quad (2.14)$$

em que  $\tau_i = \eta_i/E_i$  é o tempo de retardação e, consoante com a Figura ,  $J_i = 1/E_i$ .



(a)

Figura 2.7 – Modelos generalizados com elasticidade instantânea de (a) Maxwell e (b) Kelvin



(b)

Figura 2.7 (Continuação) – Modelos generalizados com elasticidade instantânea de (a) Maxwell e (b) Kelvin

### 2.1.5 Interconversão entre o módulo de relaxação e a função fluência

As propriedades transientes dos materiais viscoelásticos, fluência e relaxação, podem ser caracterizadas pelos seus respectivos ensaios. Contudo, ensaios de relaxação são menos comuns devido ao seu maior custo e complexidade. Visto isso, é relevante que haja métodos que relacionem as funções  $E(t)$  e  $J(t)$  para que seja possível, a partir do ensaio de fluência estático que é mais simples de ser realizado, obter o módulo de relaxação. Nesse ensaio é aplicada uma tensão constante em que, hipoteticamente, é representada por uma função degrau e, portanto, a curva experimental da fluência é obtida pela Equação (2.7).

As duas relações constitutivas do material dadas por (2.11) e (2.12) podem ser manipuladas no espaço de Laplace, obtendo-se as seguintes relações, sendo  $s$  a variável de transformação:

$$S(s) = sE(s)\varepsilon(s) \quad (2.15)$$

$$S(s) = \frac{1}{sJ(s)}\varepsilon(s). \quad (2.16)$$

Isolando os termos iguais e igualando as expressões, obtém-se a relação entre  $E$  e  $J$  no espaço de Laplace (2.17).

$$E(s)J(s) = \frac{1}{s^2} \quad (2.17)$$

Realizando a inversa da transformada desta relação obtém-se as correlações apresentadas nas equações (2.18) e (2.19).

$$\int_0^t E(t-t') \frac{\partial J(t')}{\partial t'} dt' = 1. \quad (2.18)$$

$$\int_0^t J(t-t')E(t')dt' = \int_0^t E(t-t')J(t')dt' = t \quad (2.19)$$

Existem na literatura outros métodos de interconversão entre as funções, como por exemplo Park e Schapery (1999), em que desenvolveram um método capaz de calcular os coeficientes da Série de Prony da função desejada a partir da Série de Prony de uma das funções.

## 2.2 MECÂNICA DA FRATURA

A Mecânica da Fratura refere-se ao campo da mecânica que estuda o comportamento dos materiais quanto à presença de descontinuidades internas ou superficiais, o que não é considerado na teoria clássica da resistência dos materiais. Dessa forma, essa ciência é responsável pela quantificação da resistência à propagação de trincas, as quais podem ser advindas de processos de fabricação, solicitações dinâmicas ou serem inerentes ao próprio material. Simplificadamente, essa quantificação é baseada na combinação do tamanho da trinca, da tenacidade à fratura e da tensão aplicada.

O modo de propagação na trinca pode ocorrer de três formas principais, como demonstrado na Figura 2.8, sendo que as outras formas são combinações dessas três básicas. No Modo I, os esforços atuam perpendicularmente ao plano da trinca, ocorrendo a abertura da descontinuidade. Já no Modo II, as forças atuam paralelamente ao plano da trinca, desenvolvendo cisalhamento no plano da fratura. Por fim, o Modo III ocorre cisalhamento fora do plano da trinca, caracterizando um rasgamento na fratura.

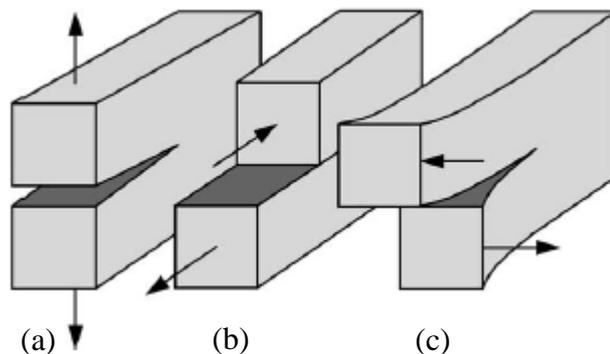


Figura 2.8 – Modos de falha: (a) Modo I, (b) Modo II e (c) Modo III. Adaptado de Anderson (2005)

A depender do comportamento do material, há dois tipos de vertentes na Mecânica da Fratura, sendo elas a Mecânica da Fratura Linear Elástica (LEFM) e a Mecânica da Fratura Elasto-

Plástica (EPFM). A LEFM avalia os mecanismos de fratura de materiais que seguem o comportamento frágil ou quase-frágil e é válida apenas quando a deformação não linear é restringida a uma pequena região na ponta da trinca. Assim, o LEFM não é aplicável a muitos materiais, sendo a segunda vertente requerida para representar esse tipo de comportamento. A EPFM, portanto, abrange os materiais que apresentam comportamento não linear, isto é, deformação plástica. Todavia, nesse trabalho serão contemplados os conceitos apenas sobre a LEFM.

### 2.2.1 Mecânica da Fratura Linear Elástica

A análise do comportamento do material com comportamento global linear elástico pode ser feita através de duas metodologias: balanço de energia e fator de intensidade de tensão. O método do balanço de energia foi proposto, primeiramente, por Griffith (1921) em que baseado na termodinâmica, relacionou a propagação da trinca com a variação total da energia no corpo. Dessa forma, Griffith determinou a tensão de falha, isto é, para tensões superiores à de falha, a trinca se propagaria. Porém, em 1956, Irwin (1956) propôs uma abordagem semelhante à de Griffith, definindo a taxa de liberação de energia  $\mathcal{G}$ . Nesse caso, o aumento da falha ocorre quando  $\mathcal{G}$  atinge um valor crítico, sendo ele  $\mathcal{G}_c$  que é uma medida da tenacidade à fratura do material (ANDERSON, 2005).

Cada modo de carregamento já supracitado produz uma singularidade  $1/\sqrt{r}$  na ponta da trinca, sendo  $r$  a distância do local de análise até a ponta da trinca (ANDERSON, 2005). Dessa forma, é introduzida a abordagem do fator de intensidade de tensão  $K$ , o qual descreve as tensões, deformações e deslocamentos próximos a ponta da trinca do material linear elástico e depende do modo de carregamento atuante.

Considera-se o cenário ilustrado na Figura 2.9, em que uma placa de largura demasiadamente maior que o comprimento  $2a$ , com uma descontinuidade é submetida a tensão de tração. O fator de intensidade de tensão do Modo I em questão é dado por:

$$K_I = S\sqrt{\pi a} \quad (2.20)$$

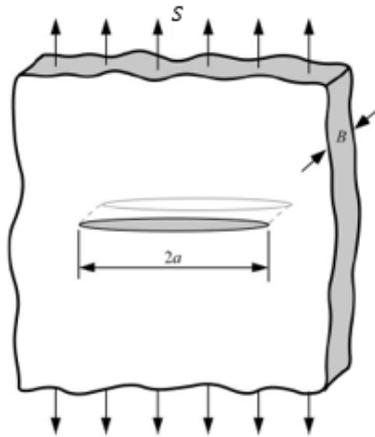


Figura 2.9 – Trinca situada em uma placa infinita submetida a uma tensão de tração. Adaptado de Anderson (2005).

No que concerne a casos gerais, este fator é caracterizado pela Equação (2.21), em que  $S_N$  é a tensão nominal,  $D$  é uma dimensão característica da estrutura e  $d(\alpha)$  é uma função de forma geométrica adimensional determinada experimentalmente, sendo  $\alpha$  o comprimento normalizado da abertura.

$$K_I = S_N \sqrt{D} d(\alpha) \quad (2.21)$$

### 2.2.2 Relação entre $K$ e $\mathcal{G}$

Nos materiais lineares elásticos, os parâmetros  $K$ , fator local, e  $\mathcal{G}$ , que descreve o comportamento global, podem ser relacionados (ANDERSON, 2005). Para o estado plano de deformações e o estado plano de tensões, a relação é dada por:

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{\bar{E}} \quad (2.22)$$

em que  $K_j$  ( $j = I, II$ ) é o fator de intensidade de tensão para o Modo I e Modo II e  $\bar{E}$  é definido conforme estado plano de tensão ou deformação, ou seja:

$$\bar{E} = \begin{cases} \frac{E}{1 - \nu^2} & \text{Estado plano de deformação} \\ E & \text{Estado plano de tensão} \end{cases} \quad (2.23)$$

em que  $E$  e  $\nu$  são propriedades do material, sendo o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, respectivamente.

**Falha em interface entre dois materiais**

Quando a falha se situa na interface entre dois materiais, ilustrada pela Figura 2.10, a relação entre  $K$  e  $\mathcal{G}$  é modificada para considerar as propriedades dos dois materiais.

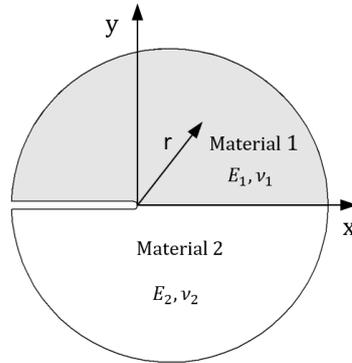


Figura 2.10 – Falha em interface

Conforme Bank-Sills (2015), a formulação para a taxa de liberação de energia para o modo misto considerando Modo I e II é definida por:

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{H_1} \quad (2.24)$$

em que  $H_1$  é dado por:

$$\frac{1}{H_1} = \frac{1}{2 \cosh^2 \pi \varepsilon} \left( \frac{1}{\bar{E}_1} + \frac{1}{\bar{E}_2} \right) \quad (2.25)$$

A rigidez  $\bar{E}_j$  ( $j = 1,2$ ), sendo os subscritos referindo-se ao material superior e ao inferior, respectivamente, é definida também pela Equação (2.23). Enquanto  $\varepsilon$  é definido pela equação abaixo:

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{\kappa_1 G_2 + G_1}{\kappa_2 G_1 + G_2} \right) \quad (2.26)$$

em que  $G_j$  é o módulo de cisalhamento de cada material e  $\kappa_j$  ( $j = 1,2$ ), também varia de acordo com o estado de tensões:

$$\kappa_j = \begin{cases} 3 - 4\nu_j & \text{Estado plano de deformação} \\ (3 - \nu_j)/(1 + \nu_j) & \text{Estado plano de tensão} \end{cases} \quad (2.27)$$

### 2.2.3 Mecânica da fratura aplicada a barragens

Fissuras em barragens de concreto podem surgir ao longo da interface da fundação, a qual normalmente é a região mais frágil da estrutura, devido a diferenças nas propriedades dos materiais, variações de temperatura, concentração de tensões, entre outras. Além disso, essas fissuras podem se desenvolver devido à pressão hidrostática, tanto a que atua na parede da barragem, quanto a que atua na abertura. Isso é de grande importância, pois o desenvolvimento dessas trincas afeta diretamente a resistência à falha da estrutura, devendo, portanto, ser um objeto de estudo detalhado.

Na literatura encontram-se alguns estudos que abordam a propagação da trinca na interface como um problema de mecânica da fratura, como Plizzari (1998). Em seu estudo foi investigada a influência do tipo de subpressão atuante na trinca no  $K$  e no ângulo de propagação da trinca, baseando seus estudos na LEFM. Além disso, foram variados outros parâmetros como a inclinação do espaldar de jusante, o comprimento normalizado da trinca, altura da barragem e nível de *overtopping*. Bolzon (2003) utilizou as funções de forma descritas por Plizzari (1998) para estudar a aplicabilidade do efeito escala em barragens de concreto.

Além dos estudos analíticos existentes, investigações experimentais também são realizadas objetivando determinar a resistência da interface entre o concreto e a rocha como em Yang *et al.* (2008) e Zhong *et al.* (2014), em que se determinou o fator de intensidade de tensão crítico para interface considerando modo misto de fratura.

A análise da região da interface por meio da mecânica da fratura é relevante, pois a propagação instável da trinca nessa zona pode configurar um modo de falha do sistema da barragem, como pode ser visto na Figura 2.11. Além desse tipo de falha, ainda verificam-se o tombamento, deslizamento na interface e deslizamento no maciço rochoso.

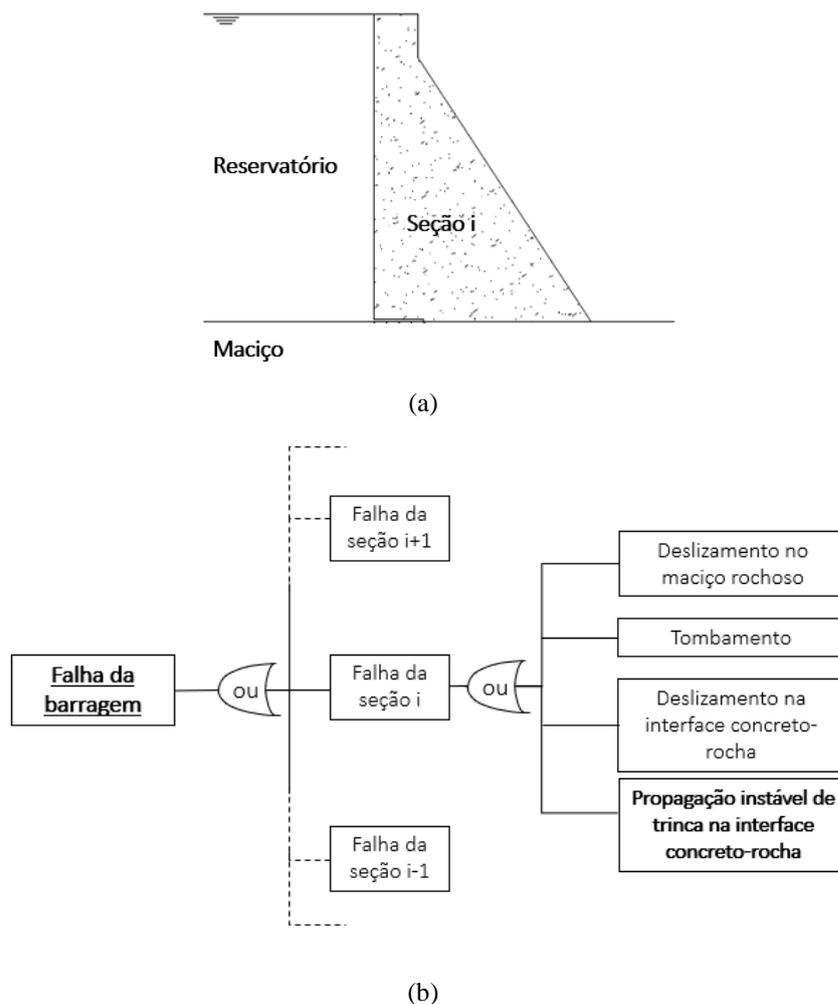


Figura 2.11 – Análise de falha da barragem: (a) Seção i e (b) Modos de falha

### 2.3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Devido à natureza aleatória dos parâmetros envolvidos em uma análise estrutural, o que implica em incertezas nas considerações de projeto, as estruturas são suscetíveis à falha. Nesse sentido, a palavra “falha” não está remetida apenas ao colapso, mas também à perda da funcionalidade para a qual a estrutura foi projetada. Assim, pode-se definir confiabilidade como o grau de confiança de que um sistema não falhe dentro de um período especificado e respeitadas as condições de operação.

Deste modo, a partir desse princípio de aleatoriedade das variáveis envolvidas, a confiabilidade estrutural permite a quantificação da probabilidade da falha estrutural. Ademais, permite avaliar as variáveis mais relevantes para determinação dessa probabilidade caso o problema contenha muitas variáveis, o que viabiliza a tomada de decisões mais assertivas com relação a manutenção da segurança estrutural.

O cálculo da probabilidade de falha da estrutura pode ser feito através das equações de estados limites. Os estados limites dizem respeito aos modos de falha, podendo ser últimos, os quais estão relacionados ao colapso ou a um dano grave, ou de serviço, que dizem respeito a limites que não podem ser atingidos durante a utilização normal da estrutura. O equacionamento simplificado que normalmente é utilizado é dado pela equação abaixo,

$$\gamma(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x}_r) - A(\mathbf{x}_a) \quad (2.28)$$

isto é, a função de desempenho  $\gamma(\mathbf{x})$  de um elemento qualquer é a subtração entre a resistência apresentada por ele em função das suas variáveis de resistência  $R(\mathbf{x}_r)$  e a solicitação em que esse elemento está submetido em função das variáveis solicitantes  $A(\mathbf{x}_a)$ . Essa equação define dois domínios: quando  $\gamma(\mathbf{x}) > 0$ , a resistência é maior que a solicitação e, conseqüentemente, a estrutura é segura e quando  $\gamma(\mathbf{x}) < 0$ , a solicitação é maior que a resistência caracterizando, portanto, a falha. O estado limite é representado pela superfície formada quando  $\gamma(\mathbf{x}) = 0$ . A Figura 2.12 ilustra as regiões delimitadas pelo estado limite da função de desempenho.

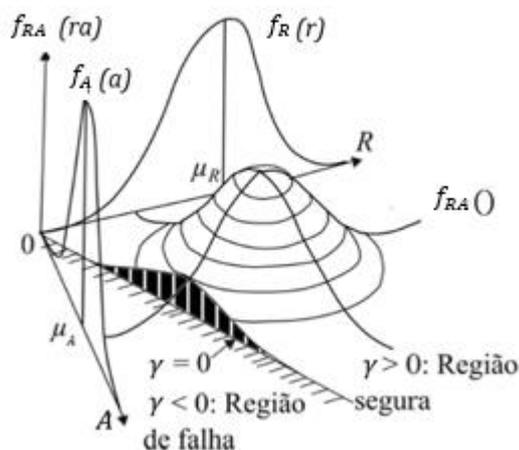


Figura 2.12 – Representação dos domínios gerados pela função de desempenho e das funções de densidade de probabilidade de  $A$ ,  $R$  e  $\gamma$ . Adaptado de Melchers (1999, *apud* Borges, 2016)

Dentre as técnicas existentes para análise da confiabilidade estrutural existem os métodos de primeira ordem FOSM (Método de Primeira Ordem e Segundo Momento) e FORM (Método de Confiabilidade de Primeira Ordem), os métodos de segunda ordem, como por exemplo o SORM (Método de Confiabilidade de Segunda Ordem), e o Método de Monte Carlo, o qual é uma técnica de simulação. Nesse trabalho serão desenvolvidos apenas os conceitos sobre o Método de Monte Carlo e o FORM.

### 2.3.1 Método de Monte Carlo (MMC)

A simulação computacional se baseia na utilização de técnicas matemáticas com a finalidade de reproduzir o funcionamento de sistemas, processos ou operações do mundo real (FREITAS FILHO, 2008 *apud* NETO *et al.*, 2016). Nessa perspectiva, o Método de Monte Carlo é uma simulação numérica que utiliza a geração de números aleatórios para solução de modelos matemáticos. Apesar desse método ser simples na sua idealização, demanda grande capacidade computacional, pelo fato da sua precisão aumentar à medida que o número de simulações é aumentado.

Através do conhecimento do comportamento das variáveis da função alvo, em se tratando de função densidade de probabilidade, ao final das simulações é possível determinar a média e a variância dessa função com base nas equações abaixo:

$$\mu_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i(x) \quad (2.29)$$

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f_i(x) - \mu_f)^2 \quad (2.30)$$

em que  $N$  é o número de simulações de Monte Carlo.

#### Geração de número aleatórios

O MMC é respaldado na geração de amostras, em que cada amostra contém números aleatórios, os quais são gerados com base em uma função densidade de probabilidade (BECK, 2012). O método a ser utilizado para geração desses números é denominado Método Inverso e é válido apenas para variáveis independentes (não correlacionadas), sendo necessário utilizar um processo de transformação dessas variáveis previamente, caso forem correlacionadas.

O Método Inverso é ilustrado na Figura 2.13. Ele se baseia na geração de números pertencentes a uma distribuição uniforme  $U$  em  $[0,1]$ , sendo que associado a cada número gerado tem-se a probabilidade acumulada  $F_U$ . A probabilidade acumulada de  $U$ , por conseguinte, tem valor idêntico à probabilidade acumulada de  $X$  ( $F_X$ ) que segue uma determinada distribuição aleatória. Pela inversa de  $F_X$  determina-se o valor de  $X$ . Em suma:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i) \quad (2.31)$$

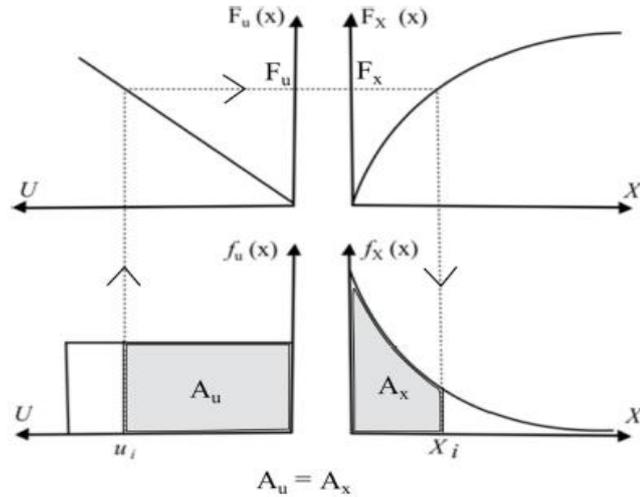


Figura 2.13 – Método Inverso para geração de números aleatórios. Fonte: Borges (2016)

### **Transformação composta utilizando o modelo de Nataf**

Como supracitado, quando as variáveis forem correlacionadas, deve haver uma transformação para que haja influência dessa interdependência das variáveis na geração das amostras aleatórias. Essa transformação é baseada no modelo de Nataf e engloba três passos principais: transformação das distribuições marginais originais em distribuições normais equivalentes; determinação de coeficientes de correlação equivalentes para as distribuições marginais normais e eliminação da correlação através da fatoração de Cholesky da matriz de correlação (BECK, 2012).

A correlação entre duas variáveis,  $\rho_{xy}$ , é dada em função da covariância ( $\sigma_{xy}^2$ ) entre elas e os respectivos desvios.

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2.32)$$

### **2.3.2 Aproximação da média e variância por Série de Taylor**

Dada uma função  $y(\mathbf{x})$ , em que  $\mathbf{x}$  é um vetor de variáveis aleatórias, com média  $\boldsymbol{\mu}$  e variância  $\boldsymbol{\sigma}^2$ , a média e a variância de  $y(\mathbf{x})$  podem ser aproximadas pela Série de Taylor, em que para uma aproximação de primeira ordem são determinadas por:

$$\mu_y = y_0 \quad (2.33)$$

$$\sigma_y^2 = \mathbf{g}_0^T \mathbf{C} \mathbf{g}_0 \quad (2.34)$$

Já a aproximação de segunda ordem é dada por:

$$\mu_y = y_0 + \frac{1}{2} \text{tr}\{\mathbf{H}_0 \mathbf{C}\} \quad (2.35)$$

$$\sigma_y^2 = \mathbf{g}_0^T \mathbf{C} \mathbf{g}_0 + \frac{1}{2} \text{tr}\{\mathbf{H}_0 \mathbf{C} \mathbf{H}_0 \mathbf{C}\} \quad (2.36)$$

Nas equações acima,  $\mathbf{H}_0$  é a matriz das segundas derivadas de  $y$ , conhecida como Hessiana, aplicada na média,  $\mathbf{C}$  é a matriz de covariância,  $\mathbf{g}_0$  é o vetor gradiente aplicado na média das variáveis e  $\text{tr}$  é uma operação matricial, denominada traço, a qual é a soma dos elementos da diagonal de uma matriz.

### 2.3.3 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)

A solução de análises de confiabilidade estrutural através do FORM se baseia na formulação da equação de desempenho, como mostrada pela Equação (2.28) e a construção da função conjunta de densidades com base na média e desvio padrão. Isto implica na consideração das variáveis como sendo distribuições normais. Dessa forma, diferente do FOSM, em que as variáveis são Gaussianas e independentes, para utilização do FORM deve ser feito o processo de transformação das variáveis do problema como dito anteriormente.

Nessa metodologia há a definição de um parâmetro denominado índice de confiabilidade  $\beta$  que é a mínima distância entre a origem e a equação de estado limite, caracterizando o ponto de projeto (*design point*), o qual é indicado por um asterisco (\*). A Figura 2.14 ilustra graficamente as definições apresentadas.

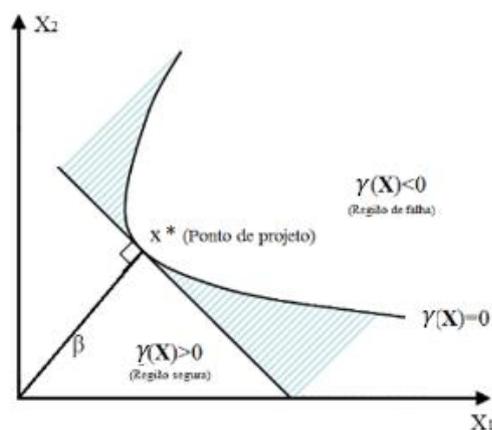


Figura 2.14 – Ponto de projeto e índice de confiabilidade. Adaptado de Beck (2012)

A probabilidade de falha do sistema é dada pela Equação (2.37), em que  $\Phi$  representa a função distribuição acumulada da Normal Padrão.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2.37)$$

#### 2.3.4 Quantificação de incertezas em modelos viscoelásticos

Pelo fato de a fluência ser um fenômeno que possui muitas incertezas, que são devidas desde às variações do próprio material, até as gerações dos modelos utilizados para predizê-lo, há muitas discrepâncias entre o comportamento esperado e o comportamento real. Assim, a utilização da quantificação de incerteza e da confiabilidade em problemas dependentes do tempo auxiliam na redução dessa incompatibilidade entre modelo-realidade, bem como definir uma zona de falha para qual a estrutura estará submetida.

Yang (2007) realizou um estudo de quantificação de incertezas em efeitos dependentes do tempo em estruturas de concreto, em que foram considerados os modelos do ACI209 e CEB-FIP Model Code 90. As incertezas consideradas provêm da incerteza do modelo de fluência e retração, da variabilidade do material e da variabilidade das condições ambientais que afetam a estrutura. Para se realizar as análises foi utilizado o método *Latin Hypercube Sampling*, um método de simulação semelhante ao Método de Monte Carlo. Semelhante a essa investigação, Keitel e Dimmig-Osburg (2010) realizaram uma análise da influência da correlação e não correlação nos parâmetros de entrada em quatro modelos de fluência existentes, além da determinação da sensibilidade do modelo com relação a cada parâmetro. Os modelos verificados foram o modelo B3, o CEB-FIP Model Code 90, o ACI209 e o GL2000. Os coeficientes de variação das variáveis foram adotados conforme outros estudos na literatura e a amostragem foi feita utilizando também o *Latin Hypercube Sampling*. Dessa forma, foi possível mostrar a aplicabilidade do estudo apresentando um exemplo de uma viga protendida em que se determinou a variação das perdas de protensão e do encurtamento da peça ao longo do tempo, a qual, para os dois casos foi em torno de 10-25%.

### 3 METODOLOGIA PARA APLICAÇÃO DE MONTE CARLO

As análises se fundamentam em dados de entrada (*inputs*), os quais inseridos no modelo proposto geram dados de saída (*outputs*). Os resultados são dependentes do tipo do modelo definido, isto é, se o objetivo é apenas quantificação das incertezas, as variáveis são caracterizadas pelos seus respectivos momentos estatísticos. Enquanto na análise de confiabilidade, além dos momentos característicos, o sistema será descrito pelo índice de confiabilidade e/ou probabilidade de falha. A Figura 3.1 ilustra o que foi supracitado.

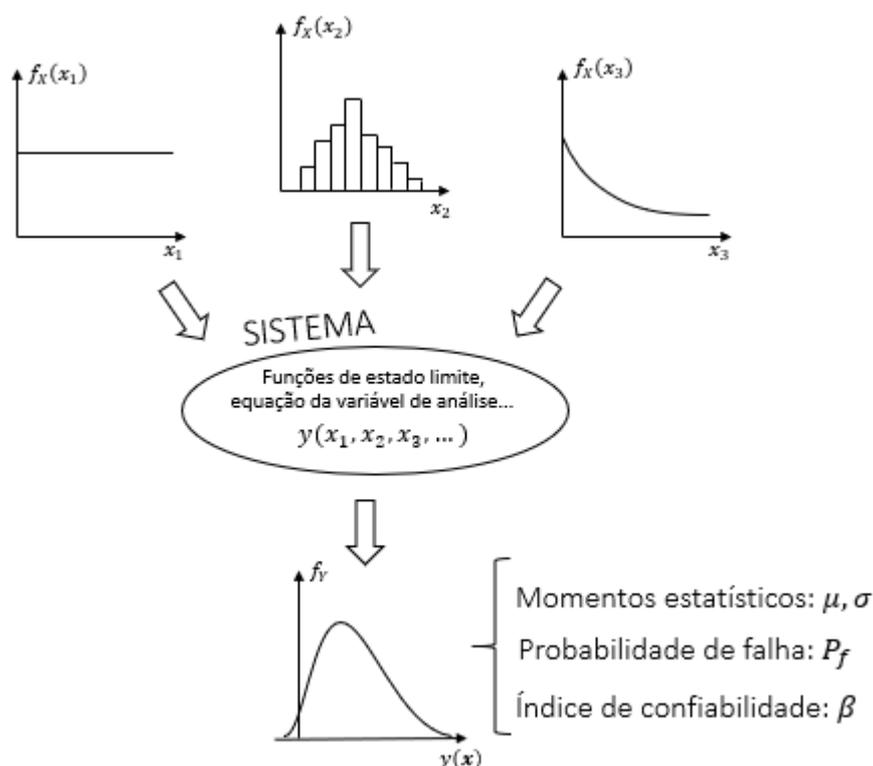


Figura 3.1 – Metodologia para quantificação das incertezas e confiabilidade

Para utilização do Método de Monte Carlo nas análises, foram seguidos os passos demonstrados no fluxograma da Figura 3.2. Inicialmente, define-se a função a ser analisada e em seguida, definem-se as variáveis aleatórias que pertencem ao problema. Após isto, inicia-se um processo iterativo em que se adota um número de simulações, geram-se as amostras e realizam-se as simulações no modelo proposto. A curva de convergência dos parâmetros de saída com relação ao número de simulações determina o número de simulações para o qual se tem uma precisão satisfatória sem que requeira grande capacidade computacional. Finalmente, é possível determinar os momentos estatísticos da função e outros parâmetros de saída, bem como geração

de histogramas e determinação de funções densidade de probabilidade que mais se ajustam a eles.

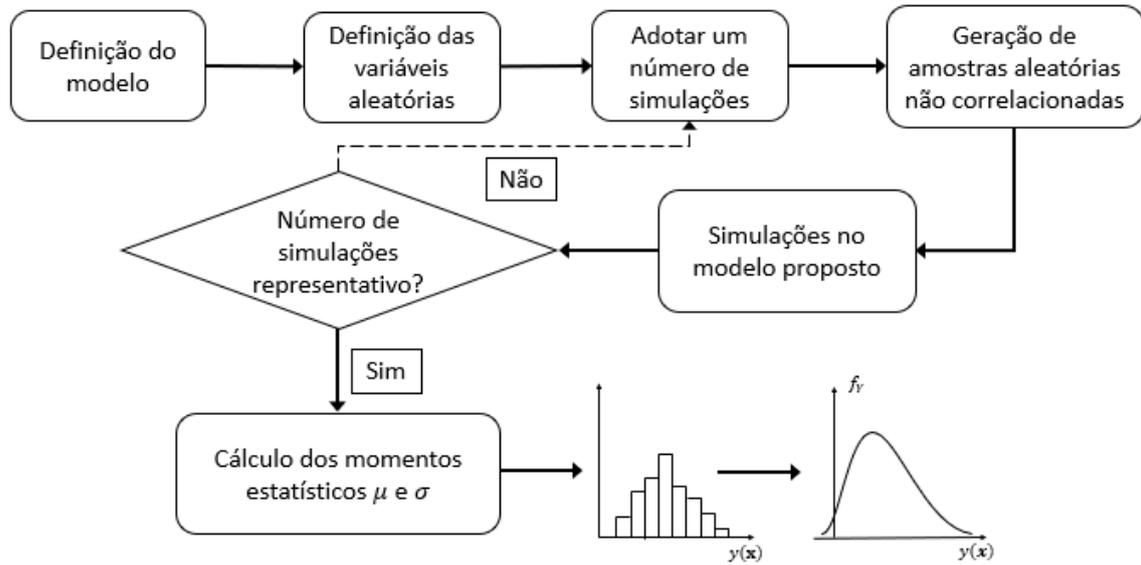


Figura 3.2 – Algoritmo proposto para execução das análises

Na tabela a seguir estão mostrados os números de simulações utilizados para cada caso estudado.

Tabela 3.1 – Número de simulações utilizado para cada análise realizada

Análise	Número de simulações
Função fluência	500.000
Barragem	500.000

## 4 FUNÇÃO FLUÊNCIA

Nesta seção estão apresentados a metodologia e os resultados obtidos para a quantificação de incerteza da função fluência obtida através da interconversão de dados experimentais para o módulo de relaxação.

### 4.1 METODOLOGIA

As propriedades do concreto necessárias para as análises foram obtidas da mistura de alta resistência em Bažant (2013), em que estão expostas na Tabela 4.1. Além disso, a função do módulo de relaxação experimental está ilustrada na Figura 4.1.

Tabela 4.1 – Composição e propriedades da mistura de alta resistência (BAŽANT, 2013)

Consumo de cimento	443,7 kg/m <sup>3</sup>
Relação agregado/cimento	3,7
(a/c) <sub>básica</sub>	0,38
Resistência a 28 dias	53 MPa

Através dos dados, o módulo de relaxação experimental foi interconvertido para a função fluência. A curva para a função fluência, portanto, foi determinada com base na regressão realizada no *Matlab*, em que a curva de ajuste é dada em termos da Série de Prony. Isto faz com que a cada dia ( $t-t'$ ) a função fluência tenha associada uma média e um desvio padrão.

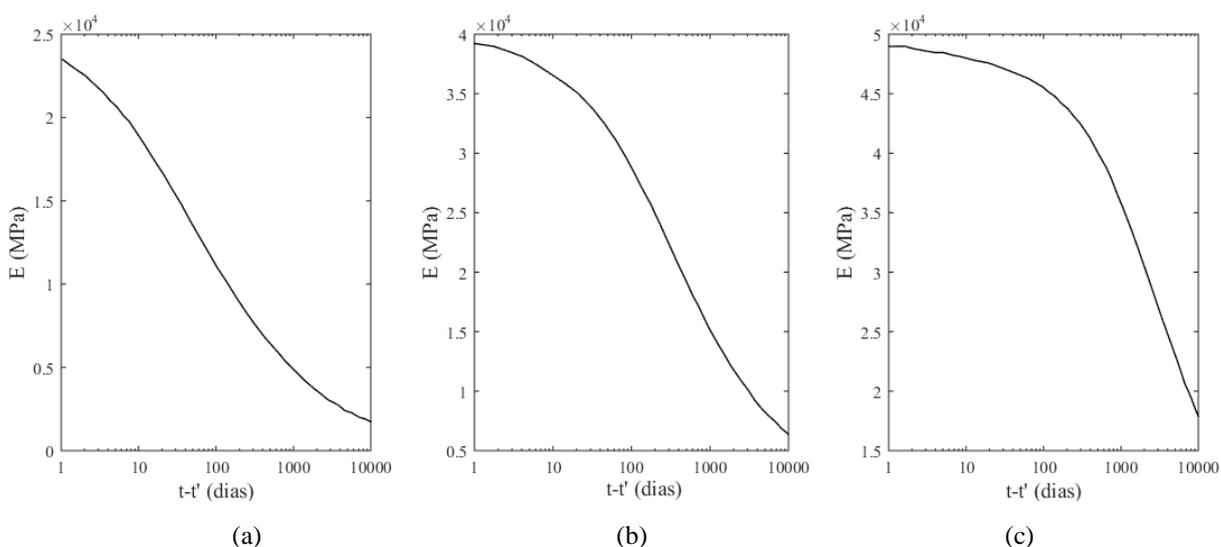


Figura 4.1 – Módulo de relaxação para mistura de alta resistência de Bažant (2013): (a)  $t' = 10$  dias, (b)  $t' = 100$  dias e (c)  $t' = 1000$  dias

A determinação da série de Prony foi feita de forma com que a determinação do número de termos e o  $\tau_1$  (os outros tempos de retardação foram utilizados como sendo dez vezes o anterior) minimizassem o parâmetro de ajuste *SSE* (Soma dos quadrados dos resíduos) e maximizasse o parâmetro *R*<sup>2</sup>. Além disso, não é o intuito desse trabalho realizar a avaliação das incertezas dos parâmetros de uma regressão. Isto posto, os resultados apresentados em sequência para médias e desvios dos parâmetros para a Série de Prony foram obtidos por Evangelista Júnior (2019), basando-se na metodologia utilizada por Hu *et al.* (2015).

Por meio da regressão geram-se amostras para cada parâmetro da Série de Prony, possibilitando a utilização de Monte Carlo para determinação da função fluência. Além disso, a média e o desvio da função fluência foram determinados através da aproximação por Série de Taylor, a fim de validá-la com Monte Carlo, visto que é mais viável computacionalmente utilizar aquele em detrimento deste. No Apêndice B é apresentada a equação explícita desenvolvida para a função da Série de Prony utilizando aproximação de 2<sup>a</sup> ordem para a média e 1<sup>a</sup> ordem para o desvio. O erro relativo entre os dois métodos é dado a seguir:

$$\epsilon = \frac{|x_{Taylor} - x_{MC}|}{x_{MC}} \quad (4.1)$$

em que  $x$  representa a variável de análise para Taylor ( $x_{Taylor}$ ) e Monte Carlo ( $x_{MC}$ ).

A quantificação de incerteza se fundamentará em quatro casos considerados: apenas  $J_i$ 's aleatórios não correlacionados, apenas  $J_i$ 's aleatórios e correlacionados,  $J_i$ 's e  $\tau_i$ 's aleatórios e não correlacionados e  $J_i$ 's e  $\tau_i$ 's aleatórios e correlacionados. Dessa forma, serão utilizados subscritos e sobrescritos para diferenciá-los, em que os sobrescritos indicam os parâmetros considerados como aleatórios e o subscrito indica se as variáveis aleatórias são correlacionadas ou não. Por exemplo,  $J_{Cor}^{i,\tau_i}$  é a função fluência regredida considerando  $J_i$ 's e  $\tau_i$ 's aleatórios correlacionados.

## 4.2 COMPARAÇÃO ENTRE TAYLOR E MONTE CARLO

A comparação entre Taylor e Monte Carlo a ser apresentada foi feita apenas considerando as variáveis correlacionadas, sendo exposto primeiro os resultados para  $J_i$ 's correlacionados e em seguida  $J_i$ 's e  $\tau_i$ 's correlacionados.

#### 4.2.1 $J_i$ 's correlacionados

A fim de se verificar a acurácia da equação desenvolvida pela aproximação de Taylor para a função fluência (Apêndice B), ela foi comparada com a simulação de Monte Carlo utilizando as distribuições para os coeficientes regredidos. Na Tabela 4.2 e Tabela 4.3 estão expostos os parâmetros regredidos da Série de Prony para  $J$  e na Tabela 4.4 é apresentada a matriz de correlação para os  $J_i$ 's. Nesse caso apenas os  $J_i$ 's foram considerados aleatórios.

Tabela 4.2 – Variáveis determinísticas para  $J_{Cor}^{J_i}(t' = 1000 \text{ dias})$

$\tau_1$	10,35 dias
$\tau_2$	103,5 dias
$\tau_3$	1035 dias
$\tau_4$	10350 dias

Tabela 4.3 – Variáveis aleatórias para  $J_{Cor}^{J_i}(t' = 1000 \text{ dias})$

Parâmetro	$\mu$ (1/MPa)	$\sigma$ (1/MPa)
$J_0$	$2,043 \cdot 10^{-5}$	$1,333 \cdot 10^{-7}$
$J_1$	$2,214 \cdot 10^{-7}$	$2,493 \cdot 10^{-7}$
$J_2$	$1,429 \cdot 10^{-6}$	$2,807 \cdot 10^{-7}$
$J_3$	$6,002 \cdot 10^{-7}$	$2,994 \cdot 10^{-7}$
$J_4$	$5,508 \cdot 10^{-5}$	$4,121 \cdot 10^{-7}$

Tabela 4.4 – Matriz de correlação entre  $J_i$ 's para  $J_{Cor}^{J_i}(t' = 1000 \text{ dias})$

$\rho$	$J_0$	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$J_0$	1	-0,660	0,127	-0,102	0,048
$J_1$	-0,660	1	-0,713	0,287	-0,099
$J_2$	0,127	-0,713	1	-0,660	0,221
$J_3$	-0,102	0,287	-0,660	1	-0,683
$J_4$	0,048	-0,099	0,221	-0,683	1

Na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** são mostrados os histogramas para cada  $J_i$  e percebe-se que  $J_0, J_2$  e  $J_4$  se comportam quase como variáveis determinísticas, visto que há uma frequência muito elevada para uma pequena faixa de valores, o que explica os pequenos desvios da Tabela 4.3.

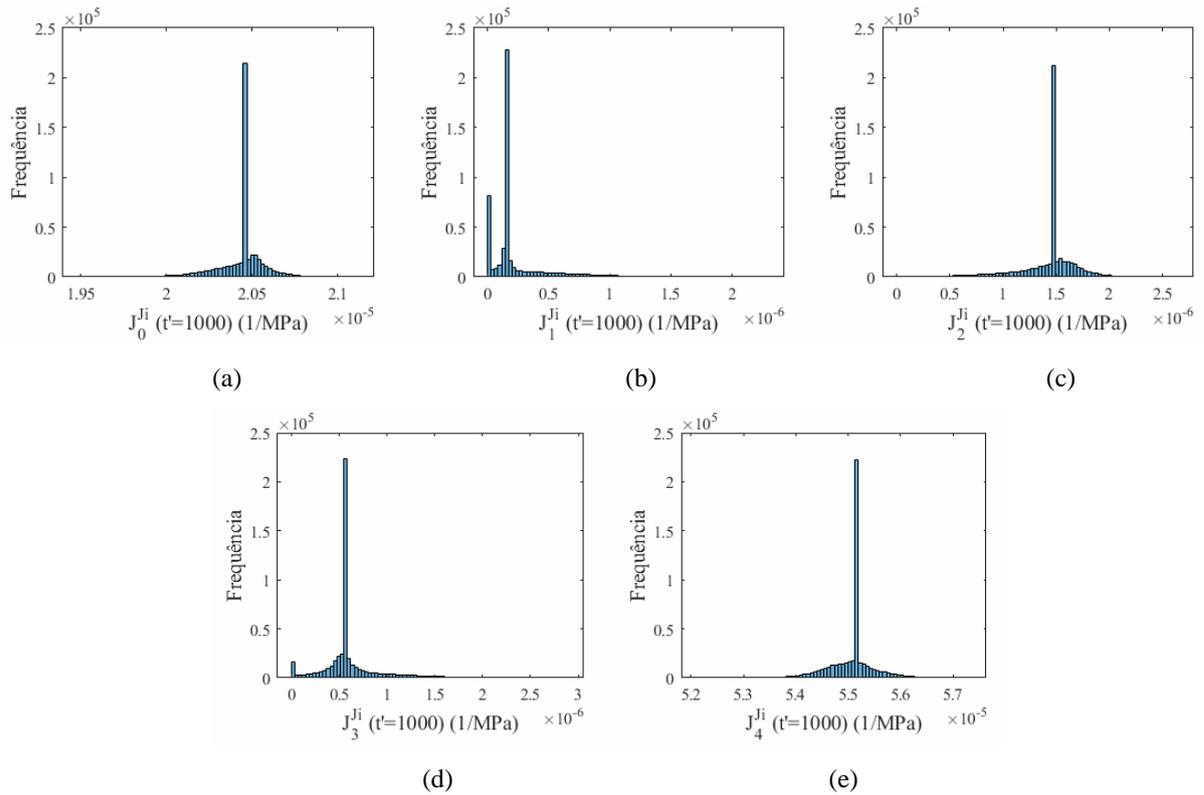


Figura 4.2 – Histogramas de  $J_i$ 's ( $t'=1000$  dias): (a)  $J_0$ , (b)  $J_1$ , (c)  $J_2$ , (d)  $J_3$  e (e)  $J_4$

Na Figura 4.3 é feita a comparação entre Taylor e Monte Carlo para a média e o desvio normalizados, enquanto na Figura 4.4 é apresentado o erro relativo das aproximações de 1ª e 2ª ordem com relação a Monte Carlo.

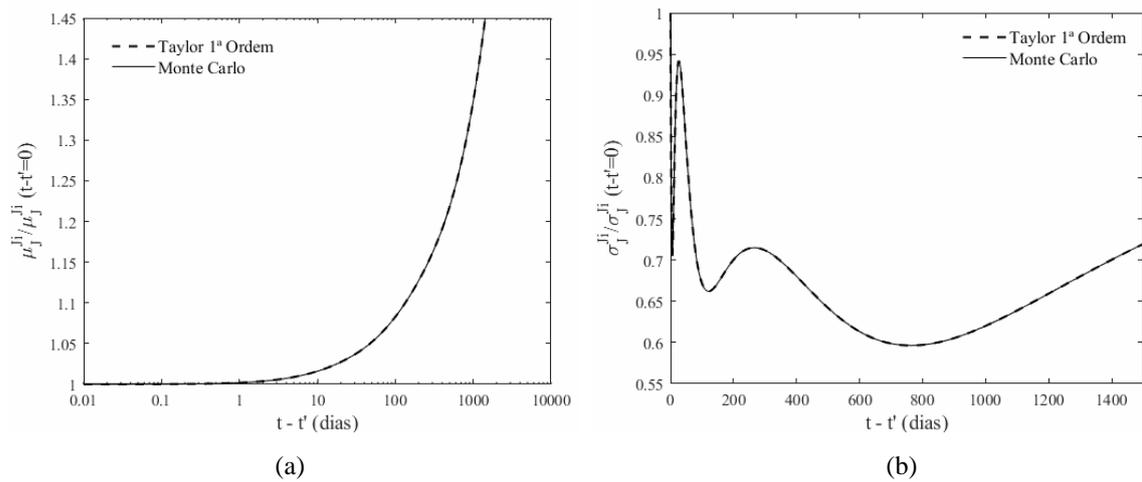


Figura 4.3 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 1ª Ordem e Monte Carlo: (a)  $\mu_{J_{Cor}^{Ji}} (t' = 1000)$   
e (b)  $\sigma_{J_{Cor}^{Ji}} (t' = 1000)$

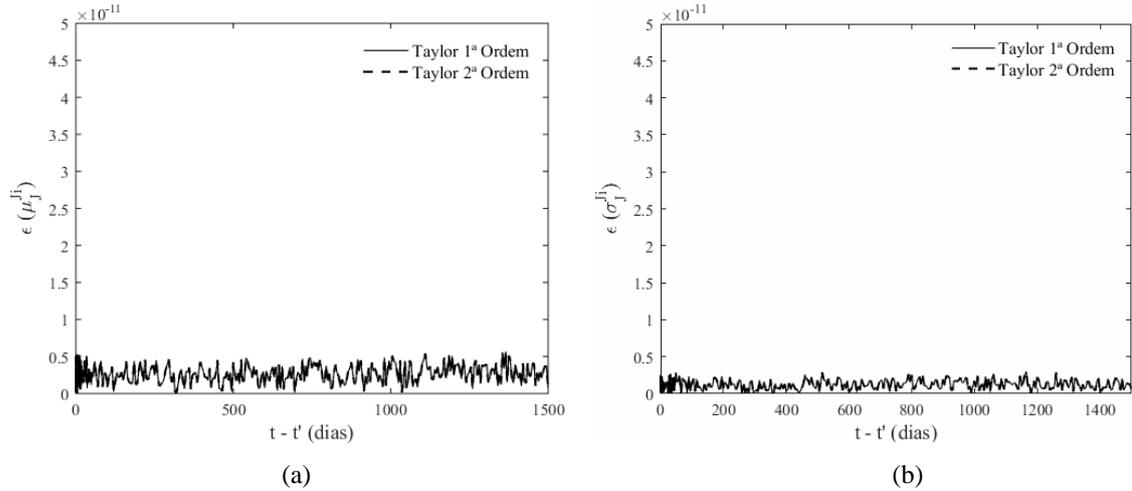


Figura 4.4 – Erro relativo para Taylor de 1ª e 2ª ordem: (a)  $\mu_{J_{Cor}^{J_i}} (t' = 1000)$  e (b)  $\sigma_{J_{Cor}^{J_i}} (t' = 1000)$

Por se considerar apenas os coeficientes  $J_i$ 's variáveis aleatórias e como  $J(t)$  é uma função linear deles, a aproximação de 1ª ordem é satisfatória para representar a média e o desvio. Isso fica claro pelo erro relativo, em que foi aproximadamente zero tanto para a média quanto para o desvio. Através da Figura 4.3 (b) pode-se concluir que o desvio apresenta influência dos tempos de retardação. À medida que a relação  $t/\tau_i$  aumenta, a influência de  $\sigma_{J_i J_j}$  (Apêndice B) no desvio de  $J$  aumenta. Assim, o desvio é resultante da combinação entre o aumento da influência dos  $\sigma_{J_i J_j}$ . Além disso, ele é oscilante pois algumas correlações possuem valor negativo, como visto na Tabela 4.4, de forma que quando a covariância mais influente for negativa, há uma redução no desvio de  $J$ . Nota-se também, que o erro relativo para as aproximações de 1ª e 2ª ordem é o mesmo, o que é esperado, já que  $J$  é função linear dos  $J_i$ 's o que faz com que a matriz das segundas derivadas seja zero, e, portanto, as aproximações sejam iguais.

#### 4.2.2 $J_i$ 's e $\tau_i$ 's correlacionados

Na Tabela 4.5 e Tabela 4.6 estão expostos os parâmetros e a matriz de correlação, respectivamente para a regressão de  $J$  considerando  $J_i$ 's e  $\tau_i$ 's aleatório. Ressalta-se que apenas um tempo de retardação foi regredido ( $\tau_1$ ), sendo os outros adotados como 10 vezes o anterior, por isso que na Tabela 4.5 e Tabela 4.6 apresentam-se apenas valores para  $\tau_1$ .

Tabela 4.5 – Variáveis aleatórias para  $J_{Cor}^{J_i, \tau_i} (t' = 1000 \text{ dias})$

Parâmetro	$\mu$ (1/MPa)	$\sigma$ (1/MPa)
$J_0$	$2,040 \cdot 10^{-5}$	$1,844 \cdot 10^{-7}$
$J_1$	$3,358 \cdot 10^{-7}$	$4,307 \cdot 10^{-7}$

Parâmetro	$\mu$ (1/MPa)	$\sigma$ (1/MPa)
$J_2$	$9,631 \cdot 10^{-6}$	$6,560 \cdot 10^{-7}$
$J_3$	$2,177 \cdot 10^{-7}$	$1,823 \cdot 10^{-7}$
$J_4$	$5,692 \cdot 10^{-5}$	$2,055 \cdot 10^{-7}$
$\tau_1$	11,69 dias	1,44 dias

Tabela 4.6 – Matriz de correlação entre  $J_i$ 's e  $\tau_1$  para  $J_{Cor}^{J_i \tau_i}(t' = 1000 \text{ dias})$

$\rho$	$J_0$	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$\tau_1$
$J_0$	1	-0,718	0,340	-0,271	-0,211	-0,249
$J_1$	-0,718	1	-0,809	0,628	0,547	0,605
$J_2$	0,340	-0,809	1	-0,883	-0,662	-0,783
$J_3$	-0,271	0,628	-0,883	1	0,831	0,953
$J_4$	-0,211	0,547	-0,662	0,831	1	0,954
$\tau_1$	-0,249	0,605	-0,783	0,953	0,954	1

Nas figuras seguintes estão apresentados a média e o desvio normalizados de  $J$  considerando os  $J_i$ 's e  $\tau_1$  aleatórios, além da correlação entre eles. Pelo gráfico dos erros, nota-se que a aproximação de 2ª ordem é mais acurada que a de 1ª, o que é esperado, já que  $J$  não é função linear de  $\tau_i$ , e, portanto, a matriz das segundas derivadas é diferente de zero. Já para o desvio, a aproximação de 2ª ordem não se apresentou mais acurada que a de 1ª, exceto em certos pontos. Isso mostra que a aproximação de 1ª ordem é satisfatória para representar a média e o desvio de  $J$ , quando a função também não é linear, gerando erros que podem ser desprezados, principalmente para a média.

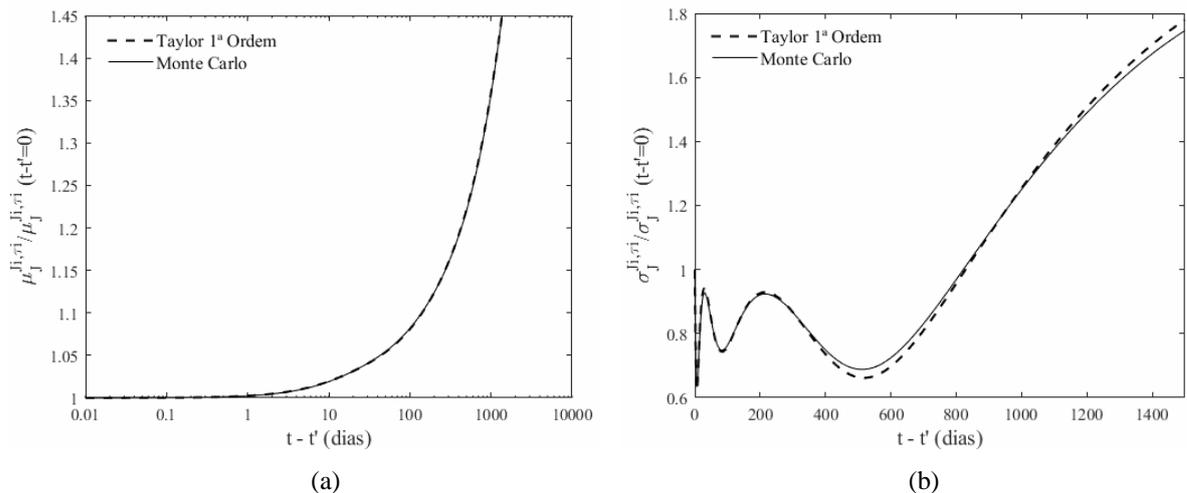


Figura 4.5 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 1ª Ordem e Monte Carlo: (a)  $\mu_{J_{Cor}^{J_i \tau_i}}(t' = 1000)$

e (b)  $\sigma_{J_{Cor}^{J_i \tau_i}}(t' = 1000)$

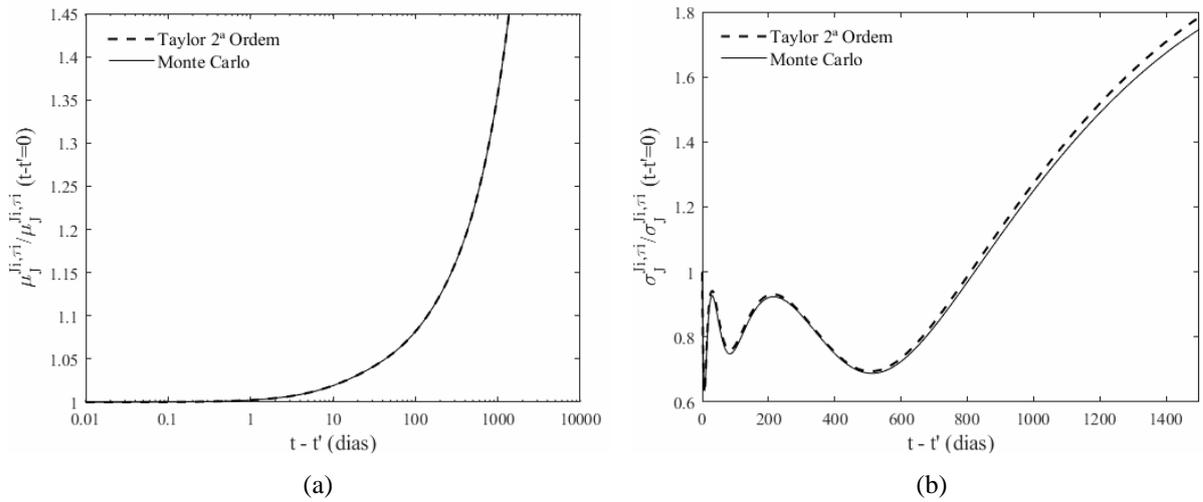


Figura 4.6 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 2ª Ordem e Monte Carlo: (a)  $\mu_{J_{Cor}^{J_i, \tau_i}}(t' = 1000)$  e (b)  $\sigma_{J_{Cor}^{J_i, \tau_i}}(t' = 1000)$

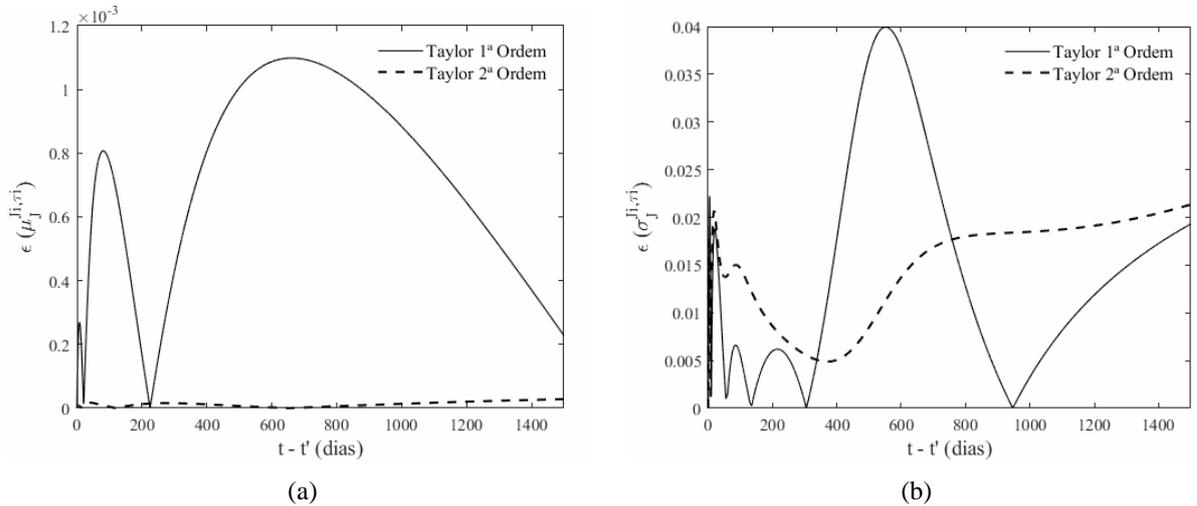


Figura 4.7 – Erro relativo para Taylor de 1ª e 2ª ordem: (a)  $\mu_{J_{Cor}^{J_i, \tau_i}}(t' = 1000)$  e (b)  $\sigma_{J_{Cor}^{J_i, \tau_i}}(t' = 1000)$

### 4.3 QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA CONSIDERANDO CORRELAÇÃO E NÃO CORRELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS

Na figura abaixo está representado um comparativo para a média e o desvio normalizados de  $J$  considerando a correlação e não correlação entre as variáveis. Observa-se que a média não sofre influência se as variáveis são correlacionadas ou não e nem das variáveis aleatórias consideradas. Enquanto que o desvio é afetado pela correlação entre as variáveis e também pela consideração de quais são as variáveis aleatórias. Além disso, percebe-se que usar as variáveis não correlacionadas, apesar de se mostrar uma hipótese a favor da segurança, pode ser uma medida muito conservadora já que o máximo desvio calculado mostrou ser 10 vezes superior ao desvio das variáveis correlacionadas.

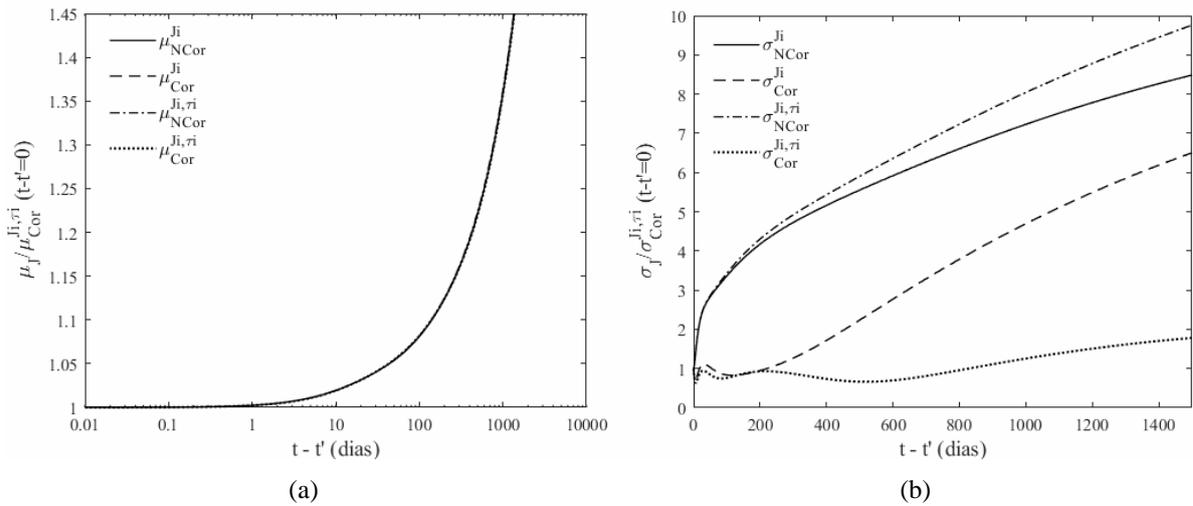


Figura 4.8 – Comparação entre os momentos estatísticos normalizados considerando correlação e não correlação entre as variáveis: (a)  $\mu_j(t' = 1000)$  e (b)  $\sigma_j(t' = 1000)$

#### 4.4 QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS PARA $J(t' = 100)$

Nas análises que se seguirão para a barragem será utilizada também a função fluência para  $t'=100$  dias. Portanto, nas tabelas e figuras a seguir serão apresentadas as mesmas análises feitas para a regressão de  $t'=1000$  dias.

Tabela 4.7 – Variáveis determinísticas para  $J_{Cor}^{J_i}(t' = 100 \text{ dias})$

$\tau_1$	550 dias
$\tau_2$	5500 dias
$\tau_3$	55000 dias
$\tau_4$	550000 dias

Tabela 4.8 – Variáveis aleatórias para  $J_{Cor}^{J_i}(t' = 100 \text{ dias})$

Parâmetro	$\mu$ (1/MPa)	$\sigma$ (1/MPa)
$J_0$	$4,044 \cdot 10^{-5}$	$1,709 \cdot 10^{-6}$
$J_1$	$1,269 \cdot 10^{-5}$	$2,903 \cdot 10^{-6}$
$J_2$	$9,874 \cdot 10^{-5}$	$3,606 \cdot 10^{-5}$
$J_3$	$4,5722 \cdot 10^{-5}$	$3,606 \cdot 10^{-5}$
$J_4$	$5,056 \cdot 10^{-4}$	$2,553 \cdot 10^{-4}$

Tabela 4.9 – Matriz de correlação entre  $J_i$ 's para  $J_{Cor}^{J_i}(t' = 100 \text{ dias})$

$\rho$	$J_0$	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$J_0$	1	-0,496	0,671	-0,519	-0,287
$J_1$	-0,496	1	-0,498	0,265	0,261
$J_2$	0,671	-0,498	1	-0,617	-0,209
$J_3$	-0,519	0,265	-0,617	1	-0,532
$J_4$	-0,287	0,261	-0,2089	-0,532	1

Na figura a seguir estão apresentados os histogramas para os termos de Prony para a função fluência de  $t'=100$  dias. Nota-se um comportamento semelhante ao verificado para a regressão de 1000 dias, em que se verifica frequências elevadas para uma pequena faixa de valores, com exceção de  $J_1$  e  $J_2$ .

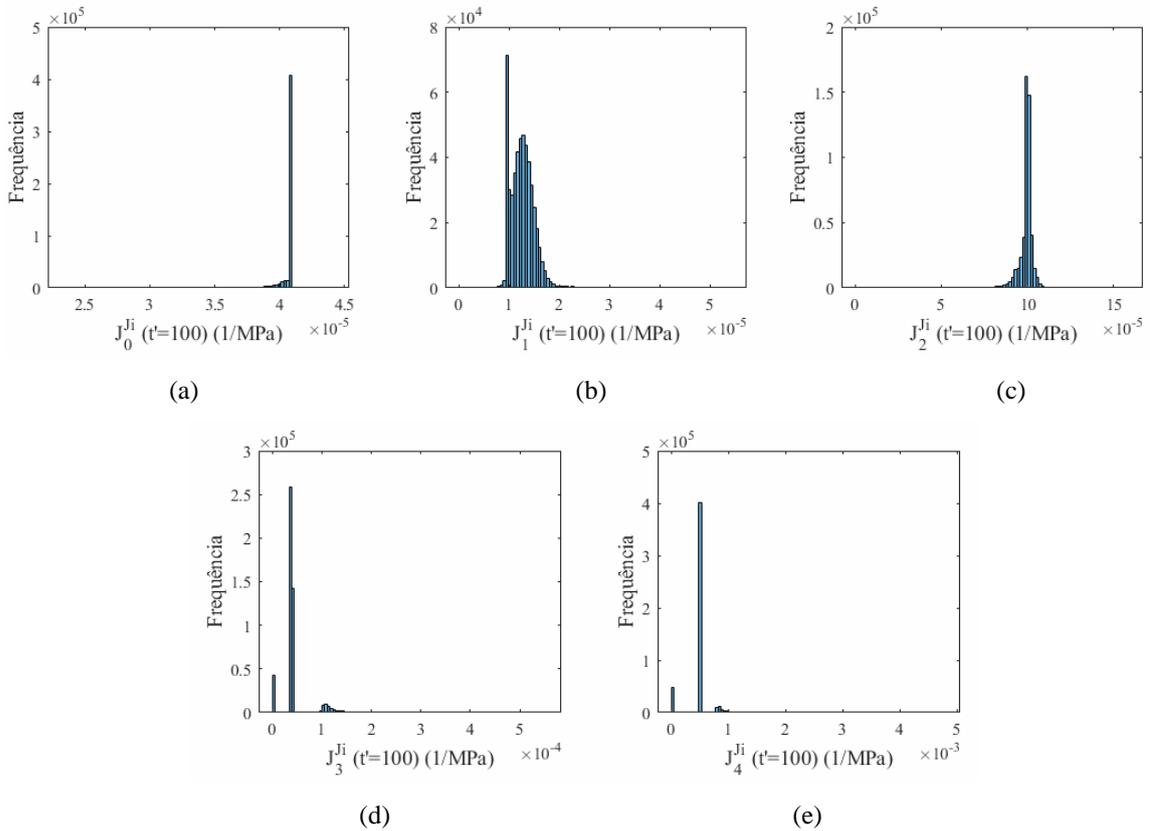


Figura 4.9 – Histogramas de  $J_i$ 's ( $t'=100$  dias): (a)  $J_0$ , (b)  $J_1$ , (c)  $J_2$ , (d)  $J_3$  e (e)  $J_4$

Na Figura 4.10 e Figura 4.11 estão apresentados os momentos estatísticos normalizados para  $J$  ( $t' = 100$ ) e o erro referente a aproximação por Série de Taylor, respectivamente.

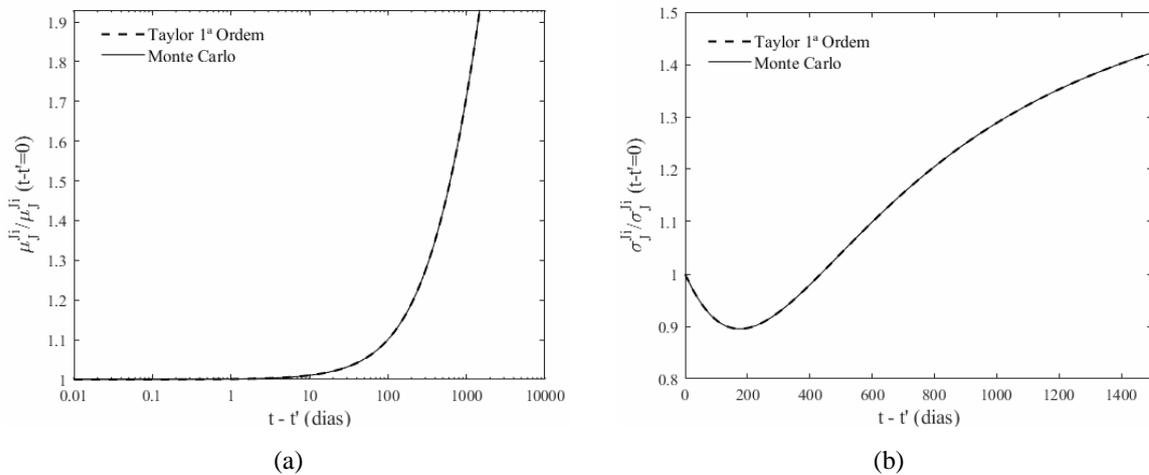


Figura 4.10 – Momentos estatísticos normalizados para Taylor de 1ª Ordem e Monte Carlo: (a)  $\mu_{J_{Cor}^{J_i}}(t' = 100)$  e

(b)  $\sigma_{J_{Cor}^{J_i}}(t' = 100)$

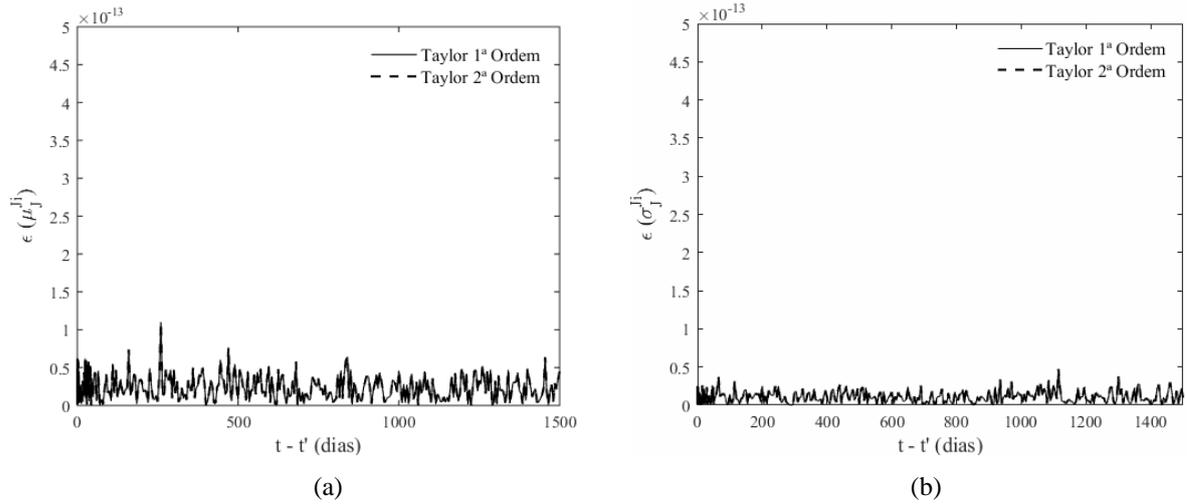


Figura 4.11 – Erro relativo para Taylor de 1ª e 2ª ordem: (a)  $\mu_{J_{Cor}}^{J_i} (t' = 100)$  e (b)  $\sigma_{J_{Cor}}^{J_i} (t' = 100)$

A Figura 4.12 apresenta o mesmo comportamento que a Figura 4.8, em que o desvio de  $J$  considerando não correlação das variáveis é superior ao desvio quando se considera correlação entre as variáveis.

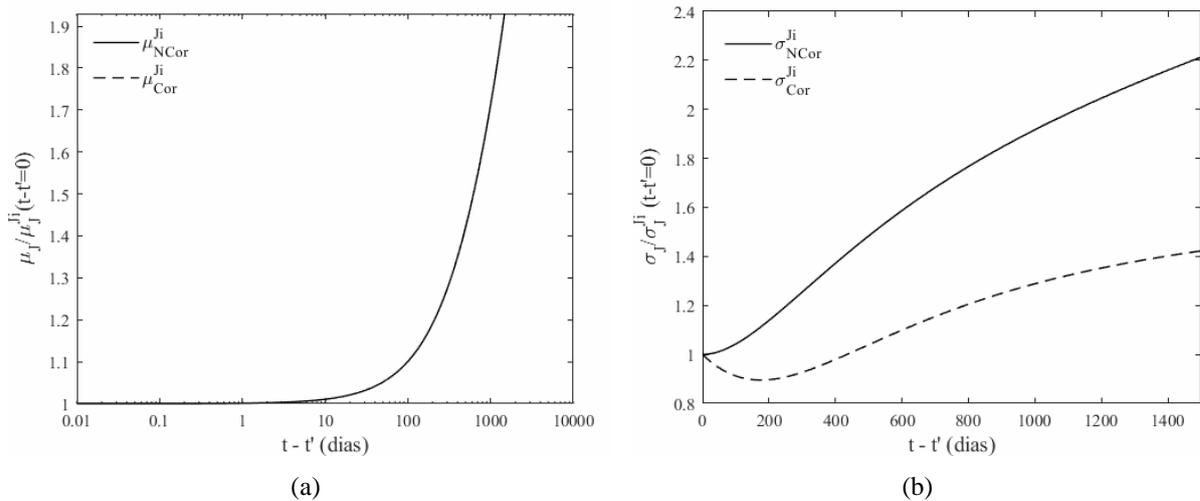


Figura 4.12 – Comparação entre os momentos estatísticos normalizados considerando correlação e não correlação entre as variáveis: (a)  $\mu_J(t' = 100)$  e (b)  $\sigma_J(t' = 100)$

## 5 BARRAGEM DE GRAVIDADE

### 5.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O problema se baseia em uma barragem de concreto a gravidade, na qual devido às solicitações aparecerá na região mais frágil uma falha que poderá se propagar e causar a instabilidade da estrutura. Essa região de fragilidade, na maioria dos casos, se constitui como sendo a interface entre a barragem e a fundação. Em grandes estruturas, devido à restrita extensão da zona de fratura na ponta da trica em comparação ao tamanho da estrutura, a LEFM pode ser aplicada sem gerar erros muito grosseiros (PLIZZARI, 1998).

O problema ilustrado na Figura 5.1 pode ser formulado como:

$$K_I = K_I^{SW} + K_I^{fr} + K_I^{ot} + K_I^{ul} \quad (5.1)$$

$$K_{II} = K_{II}^{SW} + K_{II}^{fr} + K_{II}^{ot} + K_{II}^{ul} \quad (5.2)$$

em que  $K_j^{SW}$  ( $j = I, II$ ) é o fator de intensidade de tensão devido ao peso próprio da barragem,  $K_j^{fr}$  é devido à pressão hidrostática promovida pelo reservatório cheio,  $K_j^{ot}$  está relacionado ao *overtopping* e  $K_j^{ul}$  está relacionado à subpressão atuante na fissura. Além disso, a subpressão considerada atuará apenas na região fraturada, visto que a atuação na região aderente não possui influência expressiva na análise de LEFM.

Abordando o caso em questão e a definição do fator de intensidade dada pela Equação (2.21), a Equação (5.1) pode ser expandida em função dos parâmetros da barragem representados na Figura 5.1 e na Figura 5.2. Enfatiza-se que as representações (d) e (e) na Figura 5.2 são excludentes, isto é, não ocorrem simultaneamente, sendo que será analisada a influência da consideração de cada um dos tipos de carregamento na equação apresentada. Tanto para o Modo I quanto para o Modo II, o fator de intensidade é calculado como:

$$K_j = \gamma_c D^{3/2} d_j^{SW}(\alpha) + \gamma_w D^{3/2} d_j^{fr}(\alpha) + \gamma_w (H - D) D^{1/2} d_j^{ot}(\alpha) + \gamma_w H D^{1/2} d_j^{ul}(\alpha) \quad (5.3)$$

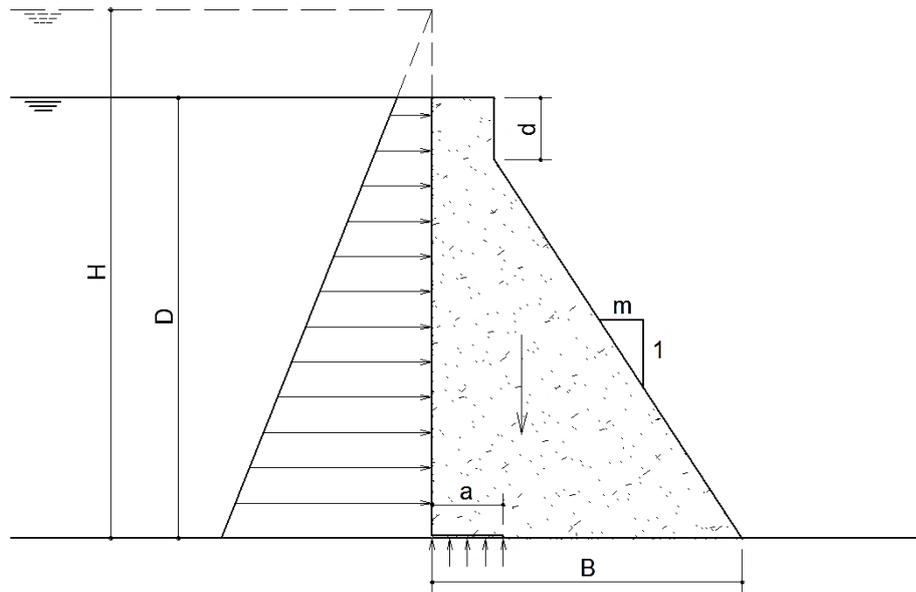


Figura 5.1 – Esquemática da barragem

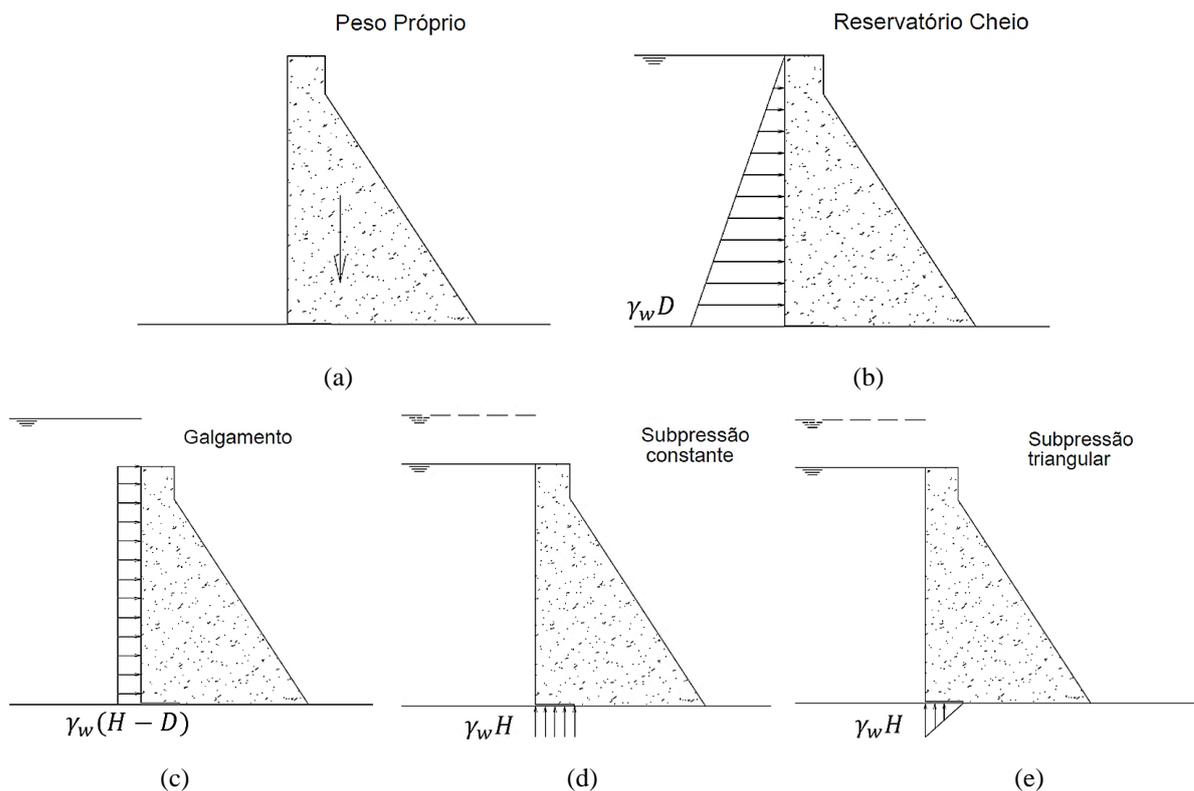


Figura 5.2 – Solicitações atuantes na barragem: (a) Peso próprio; (b) Pressão devido ao reservatório cheio; (c) Pressão devido ao galgamento; (d) Subpressão constante e (e) Pressão triangular. Adaptado de Plizzari (1998)

As funções de forma são dependentes do comprimento corrigido da trinca ( $\alpha = a/B$ ) e da inclinação do espaldar de jusante. As equações desenvolvidas por Plizzari (1998) para esses parâmetros são apresentadas na Figura 5.3. Nessa figura, as curvas para  $d_{ulf}$  e  $d_{ult}$  são para a subpressão constante e triangular, respectivamente.

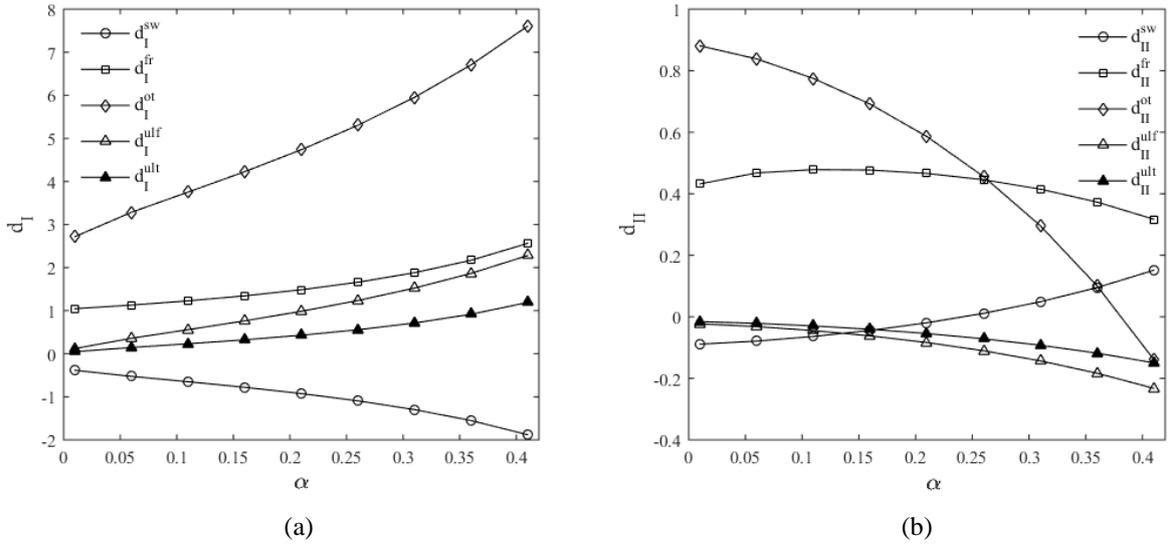


Figura 5.3 – Funções de forma para  $m = 0,75$ : (a) Modo I (b) Modo II

Referente à interface fundação-barragem, a taxa de liberação de energia, obtida das equações (2.24) a (2.27), considerando modo misto para o caso elástico é:

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{2 \cosh^2 \pi \varepsilon} \left( \frac{1}{\bar{E}_C} + \frac{1}{\bar{E}_R} \right) \quad (5.4)$$

em que os subscritos  $C$  e  $R$  referem-se ao concreto e a rocha, respectivamente, de forma que  $\bar{E}$  deve ser calculado considerando as correspondentes propriedades de cada material. Além disso, esse parâmetro e  $\kappa$  (Equação (2.27)) devem ser obtidos pelas formulações de estado plano de deformação.

Na consideração do caso viscoelástico a taxa de liberação de energia é tomada como:

$$\mathcal{G} = \int_0^t J(t - t') \frac{\partial (K_I^2 + K_{II}^2)}{\partial t'} dt' \quad (5.5)$$

Como  $K_j$  é dependente das tensões aplicadas, vide Equação (2.21), e as tensões relacionadas ao nível de água estarem ligadas ao tempo, o cálculo de  $\mathcal{G}$  se torna uma integral de convolução no tempo em função do histórico do nível de água, ilustrado na Figura 5.4, e da função fluência do material viscoelástico. A Figura 5.4 representa que o reservatório alcança o nível máximo a partir de uma idade  $t'$  e a partir de  $t_i^{ot}$  o nível sobe de tal forma que acontece *overtopping* sobre o barramento.

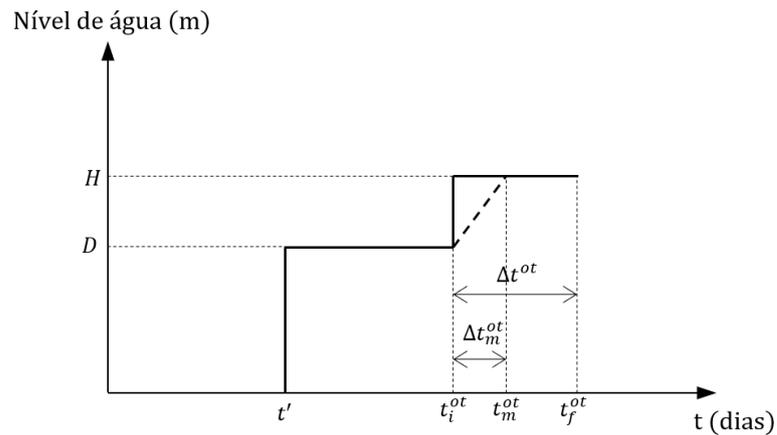


Figura 5.4 – Variação do nível de água na barragem

O desenvolvimento da Equação (5.5) é encontrado no Apêndice A.

## 5.2 METODOLOGIA

Assim como feito na quantificação de incertezas para a função fluência, no estudo de caso da barragem as amostras para as variáveis são geradas conforme suas funções densidade de probabilidade e momentos estatísticos e em seguida simuladas no modelo proposto de forma a produzir os resultados necessários. Além da determinação das médias e coeficientes de variação das variáveis de saída, também será feita análise de confiabilidade considerando o risco de propagação da fissura na interface. O coeficiente de variação para as variáveis aleatórias é definido como a relação entre o desvio e a média:

$$V = \frac{\sigma}{\mu} \quad (5.6)$$

Para a análise de confiabilidade define-se uma função de desempenho em que a resistência é dada pela taxa de liberação de energia crítica e a solicitação é calculada conforme a Equação (5.4) ou Equação (5.5), a depender do caso analisado, isto é,

$$\gamma = \mathcal{G}_c - \mathcal{G} \quad (5.7)$$

Ressalta-se ainda que, para o caso viscoelástico o  $\mathcal{G}_c$  foi calculado utilizando a função fluência de  $t'=100$  dias, por considerar que a barragem já havia sido solicitada anteriormente. A equação acima delimita duas zonas, a de segurança, em que a resistência é superior a solicitação e não há propagação da fissura e a de falha, em que a solicitação ultrapassa a resistência configurando a propagação da trinca. Adicionalmente, por meio das simulações define-se a probabilidade de

falha, sendo a divisão entre o número de vezes que a função de desempenho é menor que zero e o número de simulações total e o fator de segurança.

$$Pf = \frac{n(\gamma < 0)}{N} \cdot 100 \quad (5.8)$$

$$FS = \frac{G_c}{G} \quad (5.9)$$

### 5.3 DETERMINAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Na Tabela 5.1 estão descritas as variáveis consideradas como determinísticas na barragem, enquanto que na Tabela 5.2 estão descritas as variáveis aleatórias.

Tabela 5.1 - Variáveis determinísticas do estudo de caso da barragem

Altura da barragem ( $D$ )	35 m
Inclinação jusante (m)	0,75
Largura ( $B$ )	26,3 m
Peso específico do concreto ( $\gamma_c$ )	24 kN/m <sup>3</sup>
Peso esp. água ( $\gamma_w$ )	10 kN/m <sup>3</sup>
Coefficiente de Poisson do concreto ( $\nu_c$ )	0,2
Coefficiente de Poisson da rocha ( $\nu_r$ )	0,3

Tabela 5.2 – Variáveis aleatórias do estudo de caso da barragem

Variável	Média ( $\mu$ )	V ( $\sigma/\mu$ )	Distribuição
Comp. trinca ( $a$ ) (Caso Viscoelástico)	0,05B	0,2	Lognormal
Nível de água ( $H$ )	1,015D	0,1	Valor Extremo Tipo I
$E_{rocha}$	30 GPa	0,1	Normal
$E_{concreto}$ (Caso Elástico)	40,8 GPa	0,1	Normal

Para a análise de confiabilidade para consideração do  $K$  crítico ( $K_{ic}$ ), foram utilizados os dados experimentais de Zhong *et al.* (2014), expostos na Figura 5.5. Os valores negativos para  $K_{IIc}$  são apenas devido a convenção e  $K_{ic}$  é dado por:

$$K_c = \sqrt{K_{1c}^2 + K_{2c}^2} \quad (5.10)$$

Além disso, os fatores de intensidade de tensão são expressos com base no ângulo do modo misto ( $\phi$ ) descrito pela equação abaixo:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{K_{II}}{K_I} \right) \quad (5.11)$$

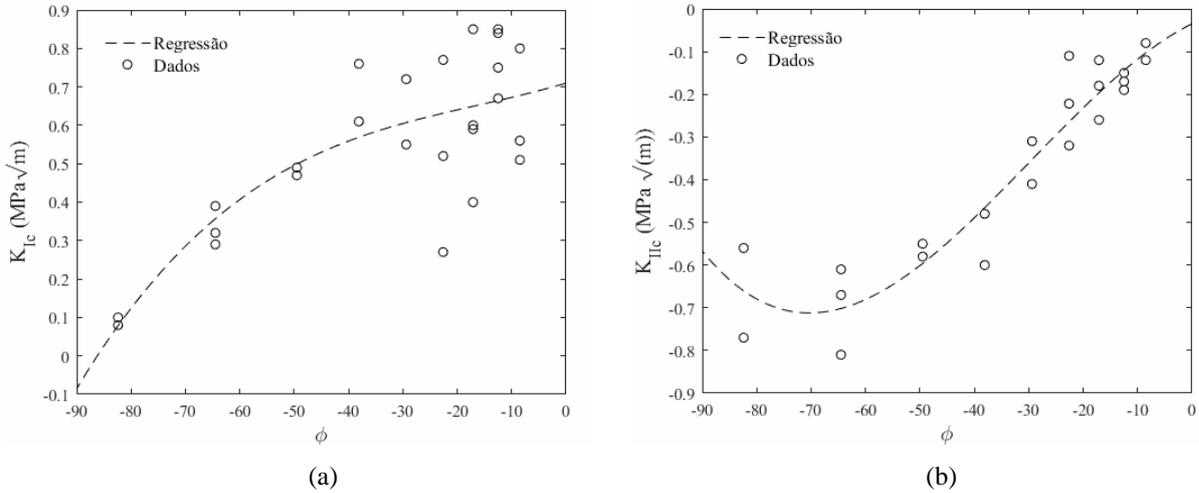


Figura 5.5 – Fator intensidade de tensão crítico para interface concreto-rocha: (a) Modo I e (b) Modo II

Na análise da barragem, através do cálculo de  $\phi$  determina-se o valor de  $K_{Ic}^{exp}$ , e o valor utilizado pelo algoritmo é dado pela seguinte expressão:

$$K_c = K_c^{exp} (1 + zV) \quad (5.12)$$

em que  $z$  é um número aleatório que segue uma distribuição normal padrão e  $V$  é o coeficiente de variação adotado de 0,3.

## 5.4 CASO ELÁSTICO LINEAR

Na análise elástica foi verificada a influência do comprimento da trinca, da variação do nível de água e do tipo de carregamento de subpressão atuante na trinca, podendo ele ser constante ou triangular. Na Figura 5.6 são indicadas as evoluções da média e do coeficiente de variação para o fator de intensidade de tensão de acordo com o crescimento do comprimento normalizado da trinca. Verifica-se que para subpressão do tipo triangular, ocorre a redução de  $K_I$  com o aumento da trinca, chegando a valores negativos, sendo que esses resultados significam que há estabilização da fissura. Devido a essa alternância de valores positivos para negativos da média de  $K_I$  há uma descontinuidade no coeficiente de variação, visto que ele aumenta consideravelmente à medida que a média se aproxima de zero. Com relação ao  $K_{II}$  verifica-se o crescimento tanto da média quanto do coeficiente de variação com o aumento do comprimento da trinca.

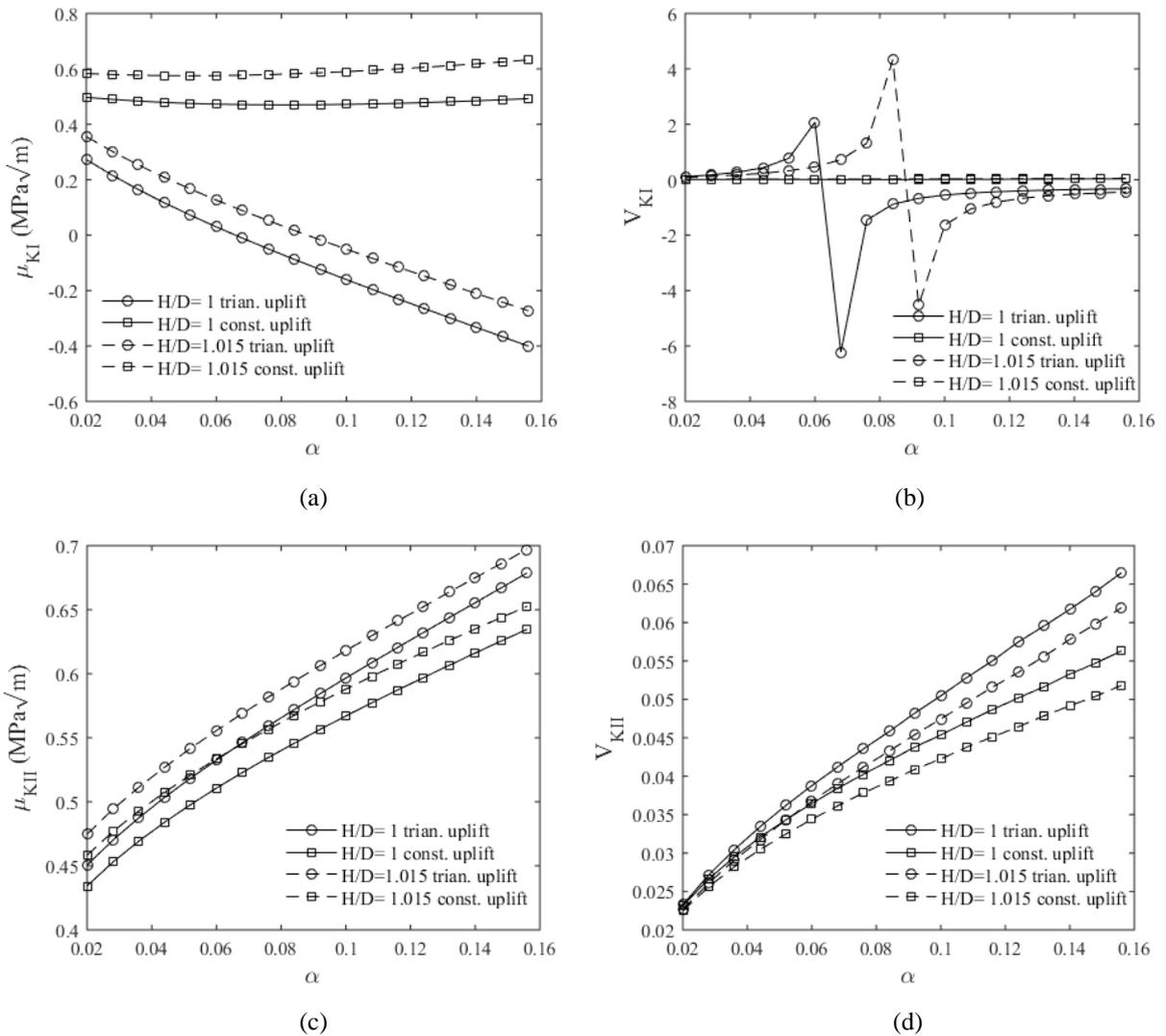


Figura 5.6 – Parâmetros estatísticos para  $K$  solicitante: (a)  $\mu_K$  (Modo I), (b)  $V_K$  (Modo I), (c)  $\mu_K$  (Modo II) e (d)  $V_K$  (Modo II)

Na Figura 5.7 estão representados a média e o coeficiente de variação para a taxa de liberação de energia tanto para o Modo I quanto para o Modo II. Como os valores de  $K_I$  negativos encontrados anteriormente representarem apenas o fechamento da trinca, os valores para os respectivos  $G_I$ 's foram adotados como sendo zero, o que é mostrado na Figura 5.7 (a). Do mesmo modo como discutido anteriormente, o coeficiente de variação para  $G_I$  cresce muito à medida que a média de  $G_I$  tende a zero. Para se evitar valores exagerados, foi definido no algoritmo uma tolerância para o valor da média de  $G_I$ , em que caso a média fosse menor que essa tolerância, o coeficiente de variação era adotado como sendo zero. Para o Modo II, o comportamento atende ao esperado, visto que o  $K_{II}$  observado anteriormente também possui comportamento crescente.

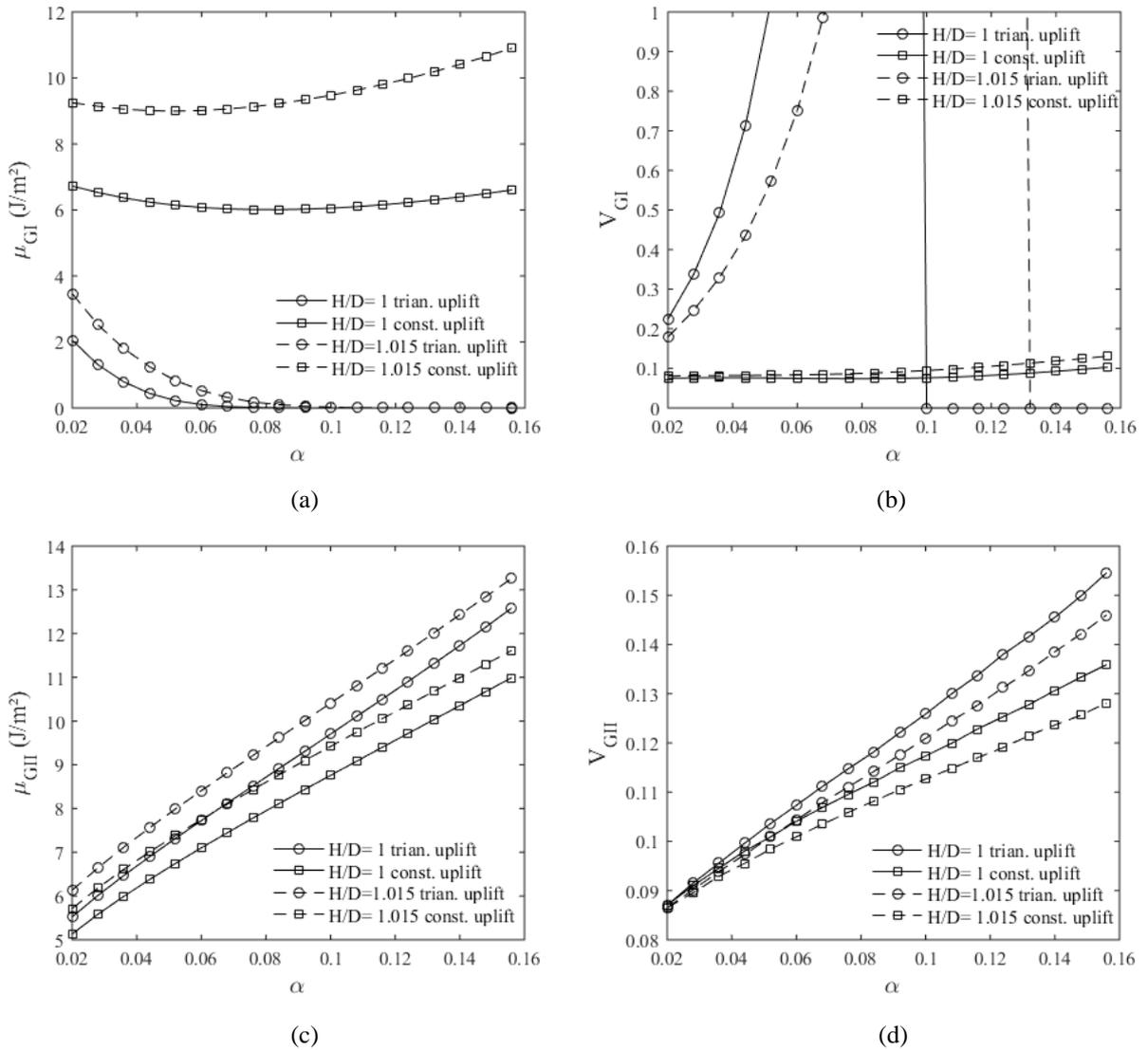


Figura 5.7 – Parâmetros estatísticos para  $\mathcal{G}$  solicitante: (a)  $\mu_{\mathcal{G}}$  (Modo I), (b)  $V_{\mathcal{G}}$  (Modo I), (c)  $\mu_{\mathcal{G}}$  (Modo II) e (d)  $V_{\mathcal{G}}$  (Modo II)

A Figura 5.8 demonstra as características para  $\mathcal{G}$  considerando o modo misto de fratura. Nas curvas para o carregamento triangular, o  $\mathcal{G}$  decresce até certo comprimento de trinca devido às curvas para o Modo I ( $\mathcal{G}_I$ ) e depois volta a crescer passando a ser influenciado apenas pelo Modo II, devido aos valores negativos encontrados anteriormente para  $K_I$ . Isso se verifica tanto para a média quanto para o coeficiente de variação.

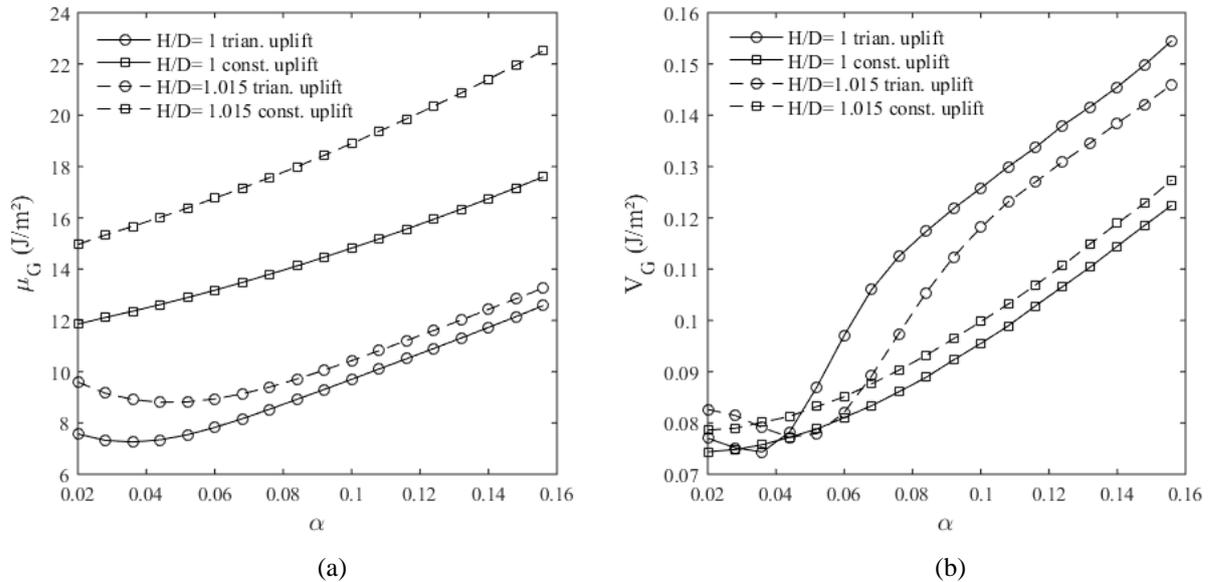


Figura 5.8 – Parâmetros estatísticos para  $G$  solicitante, considerando modo misto: (a)  $\mu_G$  e (b)  $V_G$

Nas figuras seguintes estão representadas as variáveis resistentes ( $K_c$  e  $G_c$ ). Devido a forma de determinação de  $K_c$ , isto é, determinação de  $\phi$  com base nos  $K_I$  e  $K_{II}$  solicitantes e, em seguida, cálculo de  $K_{Ic}$  e  $K_{IIc}$  com o ângulo encontrado através da equação de regressão dos dados experimentais é possível explicar a forma das curvas para subpressão triangular. Como  $K_{II}$  aumenta com a trinca e  $K_I$  reduz, o ângulo do modo misto aumenta em termos absolutos e observando os dados na Figura 5.5, verifica-se que para ângulos maiores, normalmente, o  $K$  resistente é menor. Adicionalmente, as curvas para subpressão triangular estabilizam em determinado valor, devido a influência apenas do Modo II para resistência da estrutura, já que para esses comprimentos de trinca o modo de fratura é apenas o II como visto anteriormente.

O coeficiente de variação para os parâmetros resistentes considerando a subpressão triangular cresce até determinado valor e depois decresce. Como a determinação de  $K_c$  está diretamente ligado aos valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  e a variabilidade de  $K_I$  para a subpressão triangular é elevada quando a sua média está próxima de zero, a mesma tendência é verificada para o fator de intensidade de tensão crítico. Ou seja, a variabilidade aumenta até o determinado comprimento de trinca em que a média de  $K_I$  é zero e depois passa a decrescer à medida que se afasta dessa zona de singularidade.

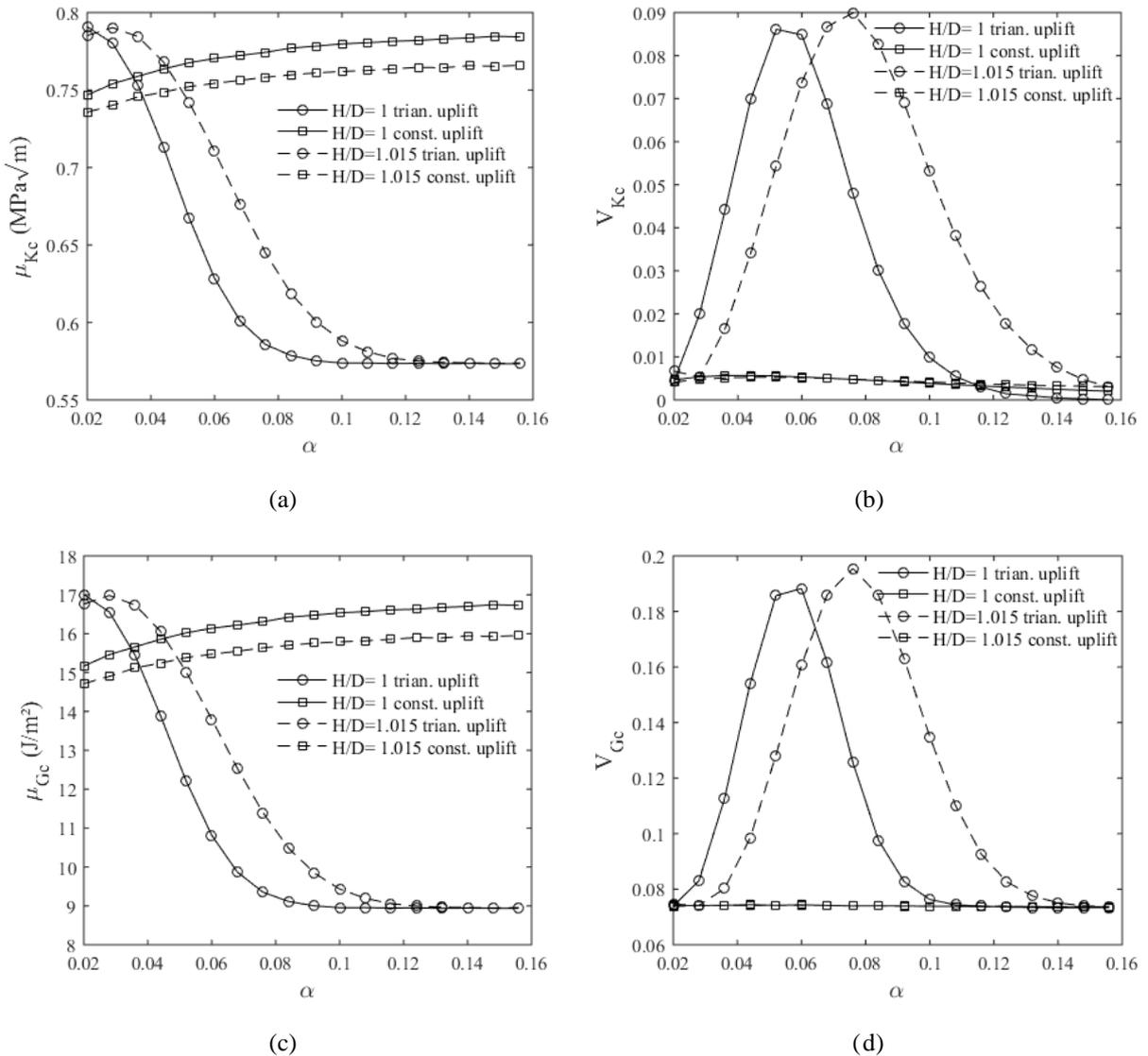


Figura 5.9 – Parâmetros estatísticos para variáveis resistentes: (a)  $\mu_{Kc}$ , (b)  $V_{Kc}$ , (c)  $\mu_{Gc}$  e (d)  $V_{Gc}$

Na Figura 5.10 são apresentados a média e coeficiente de variação para função de desempenho. Devido ao crescimento mais acentuado de  $\mathcal{G}$  com o crescimento da trinca quando comparado ao crescimento de  $\mathcal{G}_c$ , a média da função de desempenho reduz com o aumento da trinca, o que é esperado mecanicamente. Adicionalmente, verifica-se o comportamento identificado anteriormente para a subpressão triangular, em que o  $\mathcal{G}$  decresce até certo valor de  $\alpha$  fazendo com que a função de desempenho aumente nesse intervalo. Nota-se ainda que considerando subpressão constante, a barragem não suporta *overtopping* para qualquer valor de  $\alpha$  analisado.

O coeficiente de variação aumenta à proporção que a média se aproxima de zero pelos motivos já supracitados.

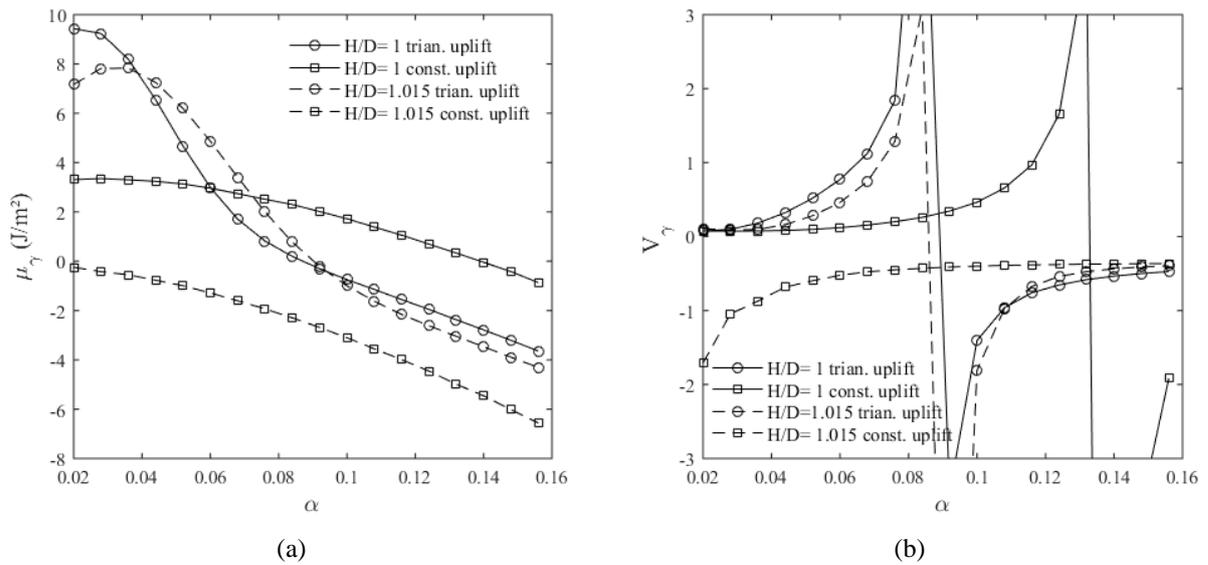


Figura 5.10 – Parâmetros estatísticos para função de desempenho: (a)  $\mu_\gamma$  e (b)  $V_\gamma$

A Figura 5.11 apresenta os parâmetros de confiabilidade para o modelo da barragem, isto é, a probabilidade de falha e o fator de segurança associado. Como concluído anteriormente, com a consideração de subpressão constante, ocorre a falha do barramento quando ocorre *overtopping*. Para esse mesmo tipo de subpressão, quando o reservatório está apenas cheio, apesar do baixo fator de segurança, a probabilidade de falha fica abaixo de 5% até  $\alpha = 0,1$  o que demonstra pouca variabilidade das variáveis. Porém, a consideração de carregamento triangular na trinca apresenta ser mais crítica que esse último caso, visto que a resistência da interface para o modo II puro, o qual é o modo de fratura principal a partir de determinado  $\alpha$ , é inferior quando ocorre modo misto, dessa forma, ocorre falha da barragem para  $\alpha$  inferior a 0,1.

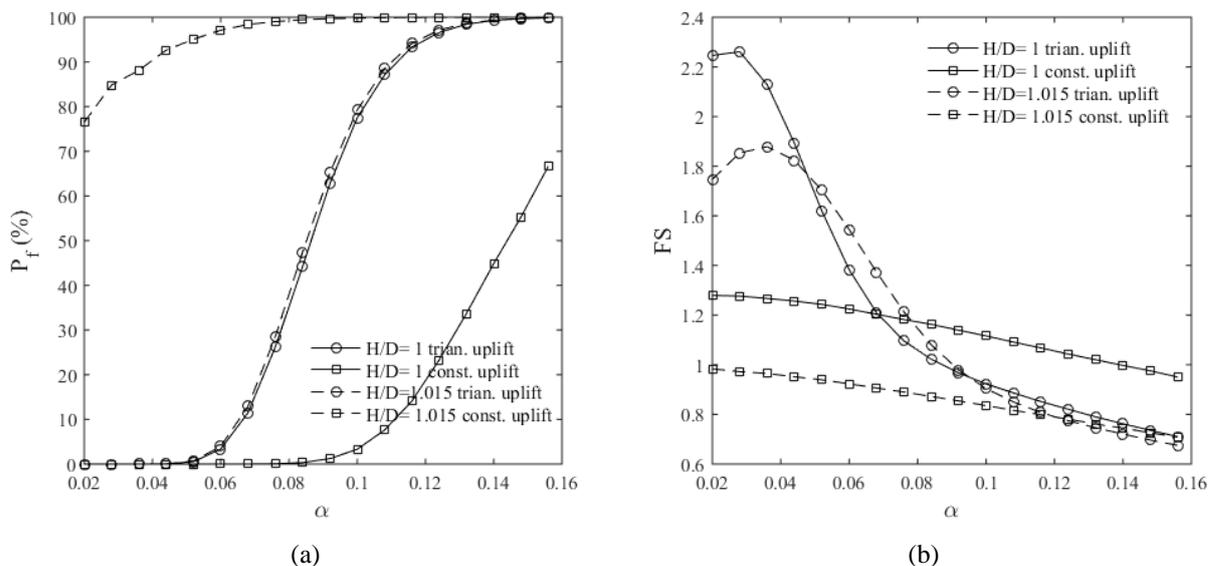


Figura 5.11 – Parâmetros de confiabilidade: (a)  $P_f$  e (b) FS

Nas figuras a seguir estão mostrados os histogramas para o  $G_c$  e o  $G$  solicitante, nomeado como  $G_s$ , para alguns casos estudados. A área de sobreposição dos histogramas representa qualitativamente a falha da estrutura.

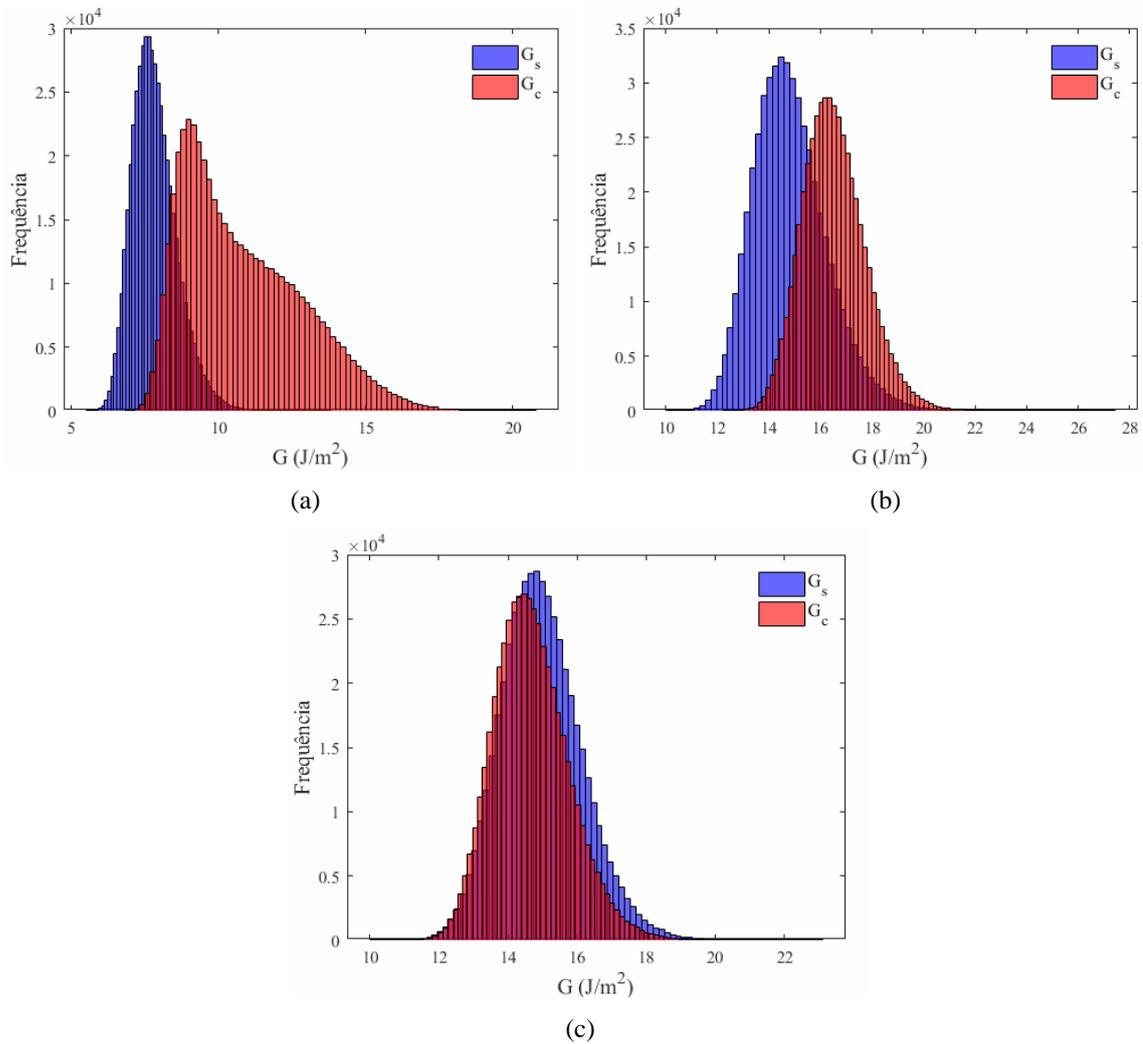


Figura 5.12 – Histogramas para: (a)  $H/D = 1$ , subpressão triangular e  $\alpha = 0,06$ , (b)  $H/D = 1$ , subpressão constante e  $\alpha = 0,1$  e (c)  $H/D = 1,015$ , subpressão constante e  $\alpha = 0,2$

## 5.5 CASO VISCOELÁSTICO

A análise da barragem considerando a viscoelasticidade do concreto se justifica devido às suas propriedades dependentes do tempo, sendo necessário o conhecimento da sua função fluência ou módulo de relaxação para verificação estrutural em idades avançadas, visto que a consideração de elasticidade não é satisfatória com relação a esse tipo de análise.

Nos resultados que se seguirão não serão apresentados os valores para  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_C$ , uma vez que esses parâmetros apresentarão os mesmos valores apresentados no caso elástico por

dependerem apenas da geometria e condições de contorno do sistema. Além disso, as análises foram feitas considerando  $\alpha = 0,05$ .

Considerou-se que o reservatório esteja cheio após 1000 dias de operação e que após 8 dias com seu nível máximo de armazenamento, o nível se eleva gerando *overtopping* sobre a estrutura. Assim, na Figura é apresentado o comportamento de  $\mathcal{G}$  para os modos I e II. Pela consideração do tempo de análise ser limitado, as curvas apresentam um crescimento sutil devido à fluência. A grande diferença existente entre os  $G_I$ 's para subpressão constante e subpressão triangular é justamente devido a diferença entre os  $K_I$ 's para  $\alpha = 0,05$  na Figura 5.6. Além disso, a redução do coeficiente de variação para  $G_I$ , subpressão triangular é devido que o coeficiente de variação para  $K_I$  para esse tipo de carregamento e  $\frac{H}{D} = 1$  é superior ao coeficiente de variação para  $K_I$  em que  $\frac{H}{D} = 1,015$  (vide Figura 5.6). O mesmo se verifica para a variação de  $G_{II}$ .

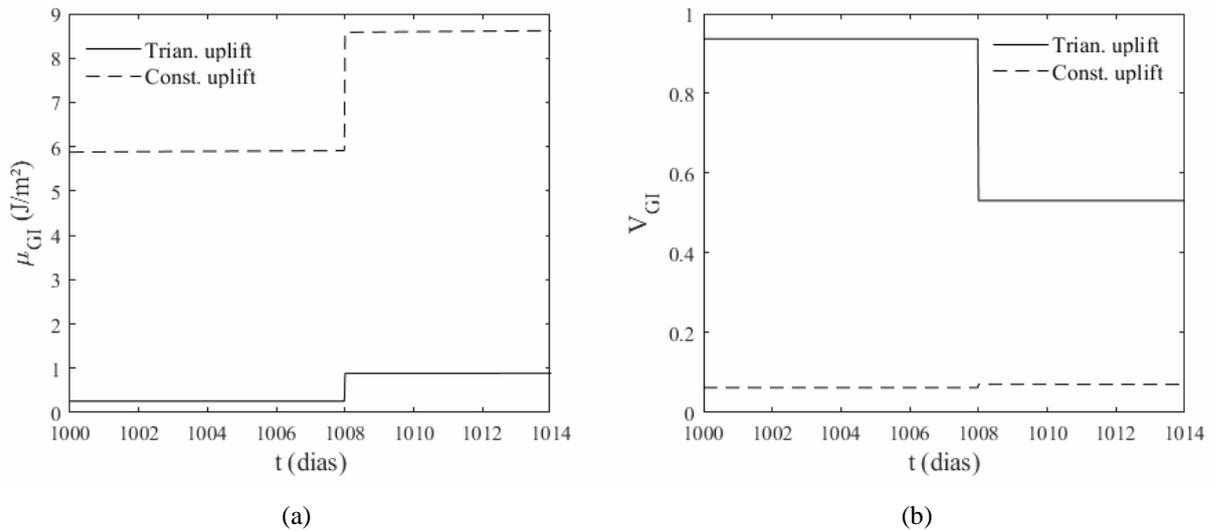
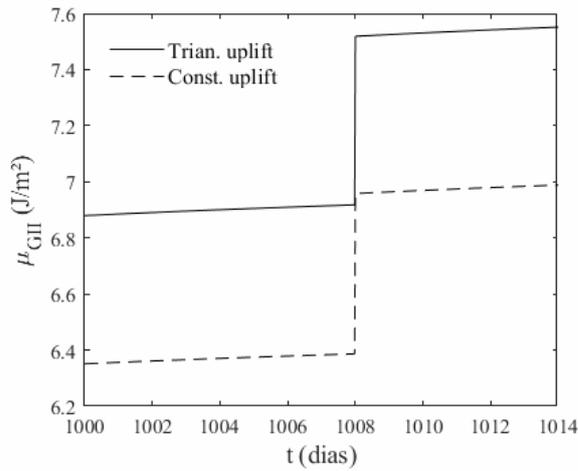
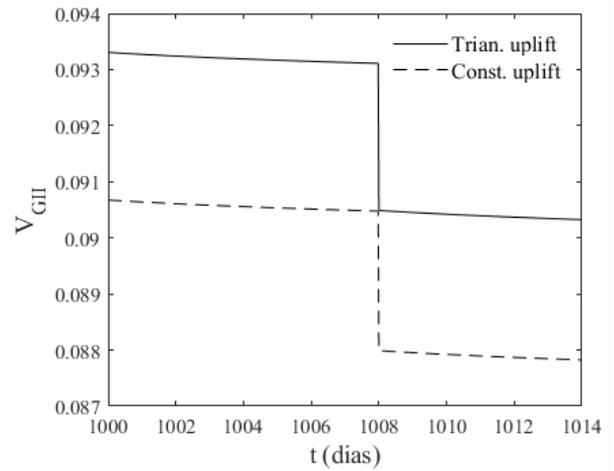


Figura 5.13 – Parâmetros estatísticos para  $\mathcal{G}$  solicitante no tempo: (a)  $\mu_G$  (Modo I), (b)  $V_G$  (Modo I), (c)  $\mu_G$  (Modo II) e (d)  $V_G$  (Modo II)



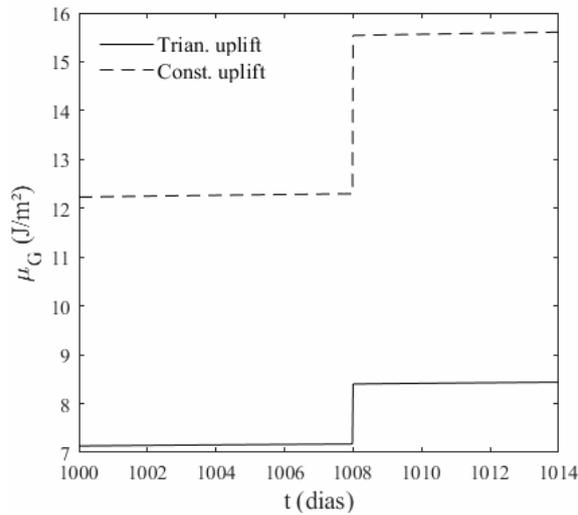
(c)



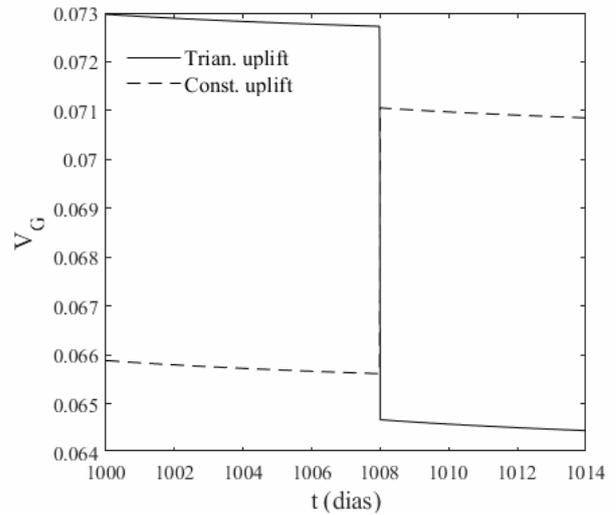
(d)

Figura 5.15 (Continuação) – Parâmetros estatísticos para  $\mathcal{G}$  solicitante no tempo: (a)  $\mu_{\mathcal{G}}$  (Modo I), (b)  $V_{\mathcal{G}}$  (Modo I), (c)  $\mu_{\mathcal{G}}$  (Modo II) e (d)  $V_{\mathcal{G}}$  (Modo II)

A Figura 5.14 mostra os resultados para a taxa de liberação de energia para o modo misto, a qual é a combinação dos modos I e II anteriores.



(a)



(b)

Figura 5.14 – Parâmetros estatísticos para  $\mathcal{G}$  solicitante para o modo misto no tempo: (a)  $\mu_{\mathcal{G}}$  e (b)  $V_{\mathcal{G}}$

A Figura 5.15 apresenta o comportamento da taxa de liberação de energia crítica para o modo misto. A redução da média de  $\mathcal{G}_c$  para o carregamento constante é explicado pela transição entre as curvas de  $\frac{H}{D} = 1$  e  $\frac{H}{D} = 1,015$  na Figura 5.9 o que explica também o aumento de  $\mathcal{G}_c$  para carregamento triangular. Após o *overtopping* os valores de  $\mathcal{G}_c$  se igualam para os dois tipos de carregamento, que é o ponto em que os  $K_c$ 's para  $\frac{H}{D} = 1,015$ , subpressão constante e subpressão triangular se encontram (vide Figura 5.9).

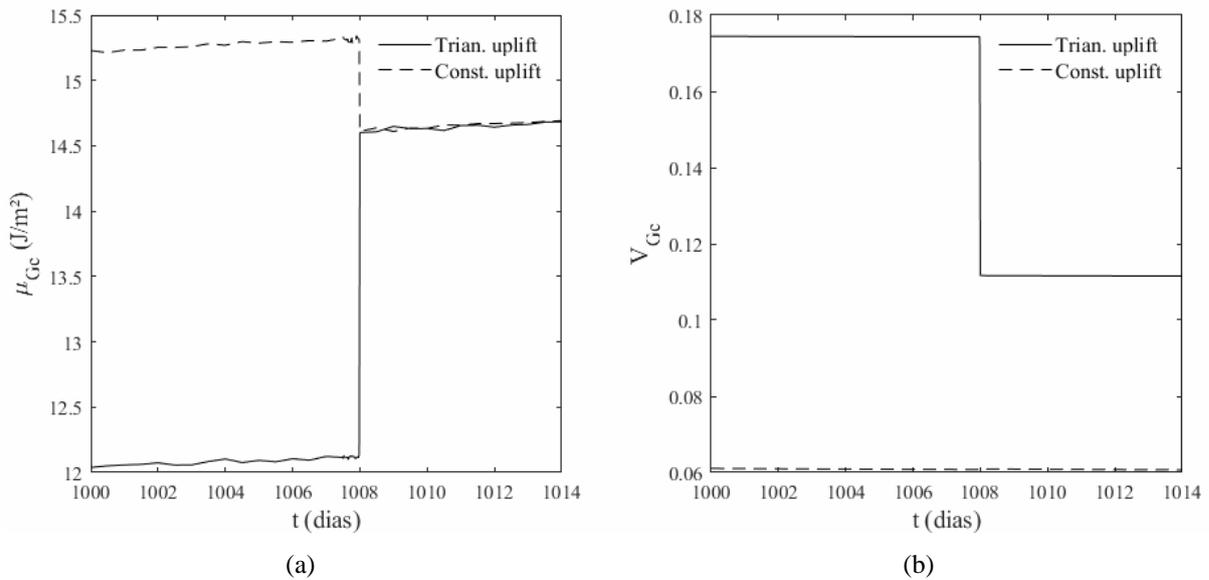


Figura 5.15 – Parâmetros estatísticos para  $G$  crítico para o modo misto no tempo: (a)  $\mu_{Gc}$  e (b)  $V_{Gc}$

A Figura 5.16 demonstra que para a subpressão constante, quando há *overtopping* ocorre a falha da estrutura, enquanto que o *overtopping* para o carregamento triangular aumenta a resistência da estrutura pelo fato de modificar as tensões na trinca gerando redução do ângulo do modo misto, o que gera maior resistência à fratura.

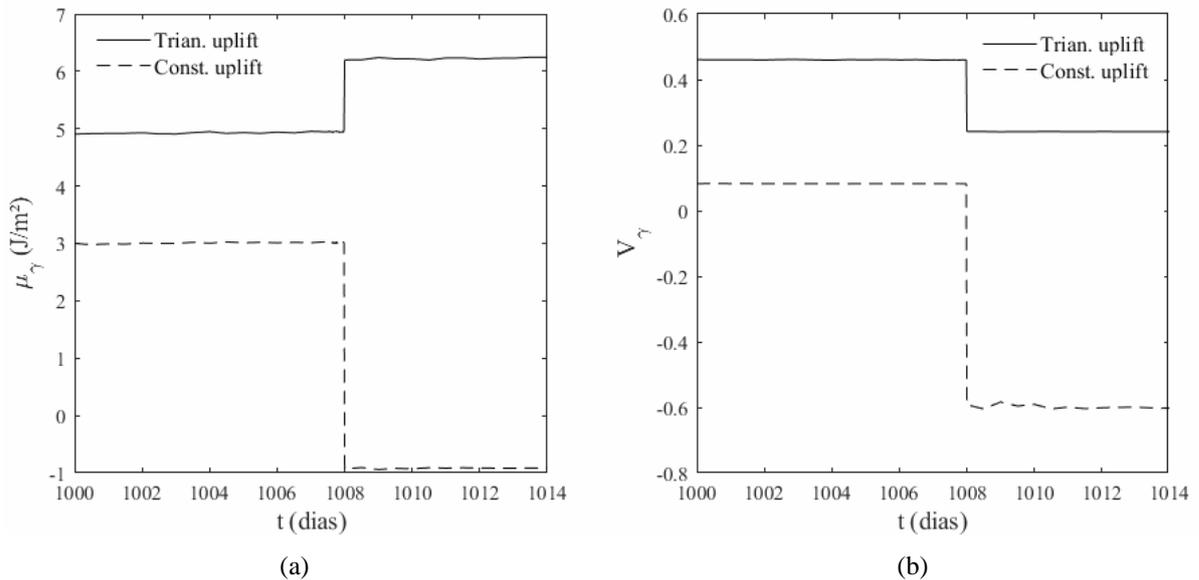


Figura 5.16 – Parâmetros estatísticos para função de desempenho no tempo (a)  $\mu_\gamma$  e (b)  $\sigma_\gamma$

Na Figura 5.17 fica evidenciada a falha da estrutura considerando subpressão constante atuante na trinca.

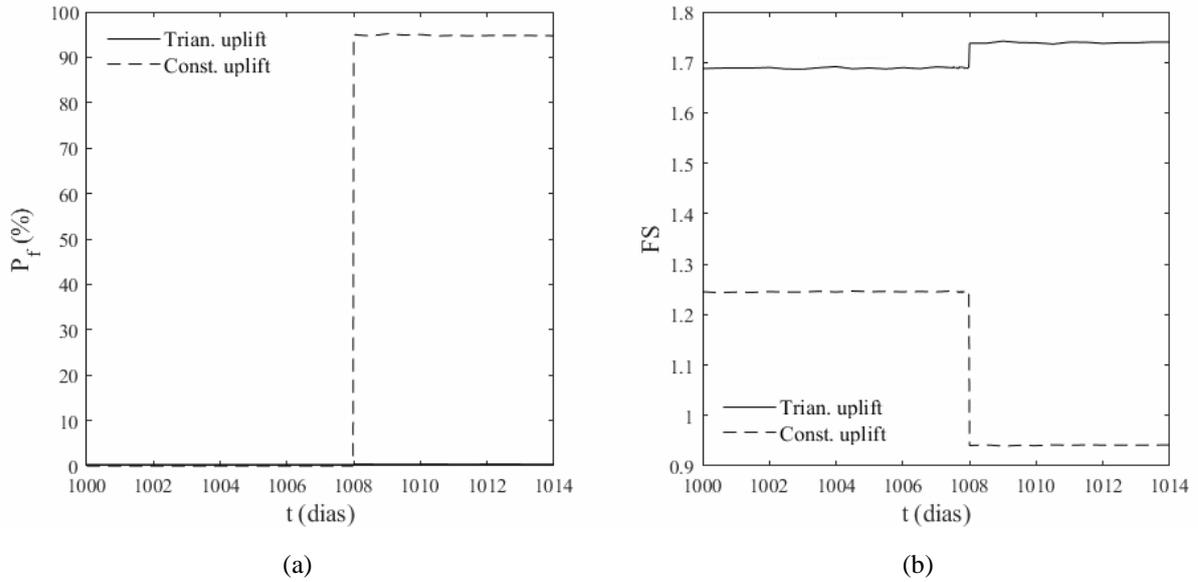


Figura 5.17 – Parâmetros de confiabilidade no tempo: (a)  $P_f$  e (b) FS

Na Figura 5.18 e na Figura 5.19 estão apresentados os histogramas de  $G_s$  e  $G_c$  para o modo misto, para subpressão triangular e subpressão constante, respectivamente. Da mesma forma como visto no estudo elástico, a zona de intersecção entre os histogramas representa a falha do barramento.

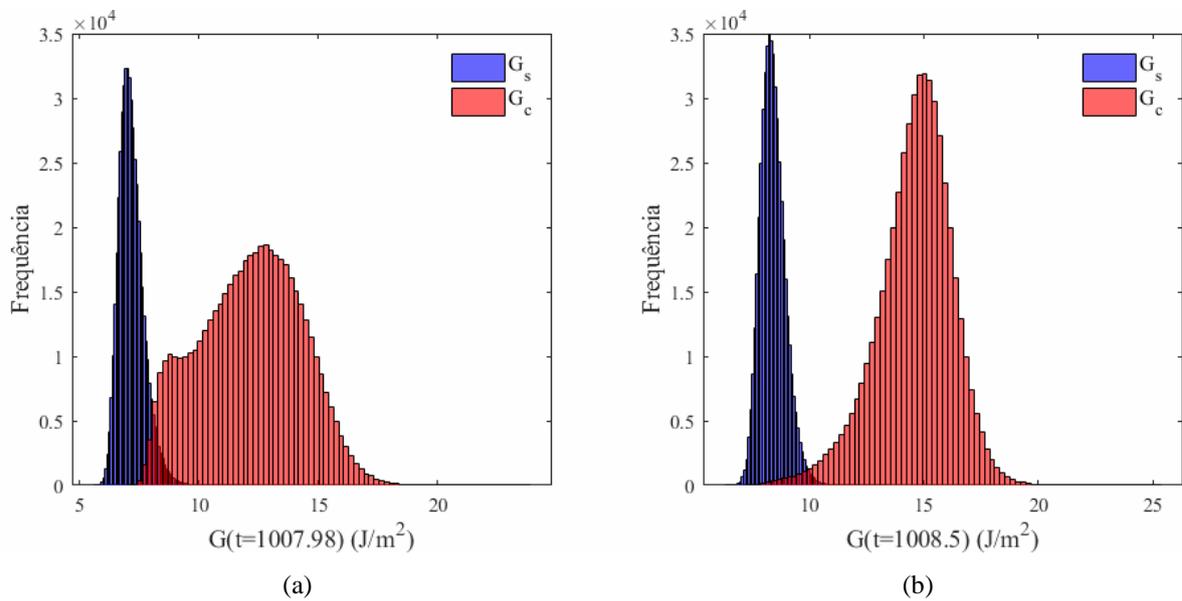


Figura 5.18 – Histogramas para  $G_s$  e  $G_c$  para subpressão triangular: (a) Antes do *overtopping* e (b) Após início do *overtopping*

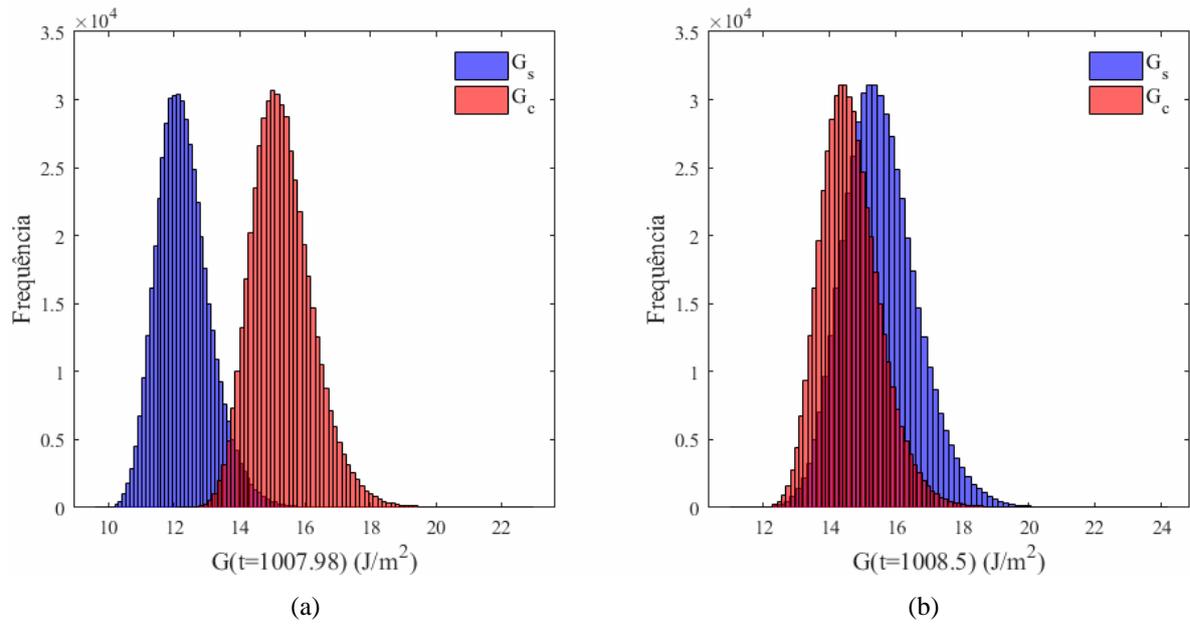


Figura 5.19 – Histogramas para  $G_s$  e  $G_c$  para subpressão constante: (a) Antes do *overtopping* e (b) Após início do *overtopping*

## 6 CONCLUSÕES

Através dos resultados obtidos foi possível atingir satisfatoriamente os objetivos propostos para essa pesquisa. A variabilidade da Série de Prony para função fluência, mostrou-se influenciada pelos tempos de retardação do material, de forma que as covariâncias dos parâmetros eram combinadas de acordo com o aumento ou redução da sua influência devido ao termo exponencial.

A comparação realizada entre Monte Carlo e aproximação por Série de Taylor mostrou que a média e o desvio da função fluência podem ser aproximados pela expressão sem que se gere erros significativos. Isso é relevante devido à praticidade da utilização da Série de Taylor, visto que as equações podem ser resolvidas tanto computacionalmente quanto manualmente. Além disso, a aproximação de 2ª Ordem não se demonstrou ser muito mais acurada que aproximação de 1ª Ordem, podendo essa última ser utilizada satisfatoriamente.

Normalmente, as análises de quantificação de incertezas e confiabilidade encontradas não consideram a correlação entre os parâmetros, porém essa medida pode resultar em resultados muito conservadores, devido que, como verificado, o desvio chegou a ser dez vezes superior ao desvio em que se considera a correlação entre as variáveis.

No estudo de caso da barragem, verificou-se que o aumento do comprimento inicial da trinca na interface ocasiona maiores probabilidades de falha para o sistema. Para a geometria estudada, a consideração de pressão constante atuante na trinca faz com que a barragem não suporte as pressões adicionais devido ao *overtopping*, o que caracteriza propagação na trinca da interface e, conseqüentemente falha da estrutura. Para consideração da subpressão triangular verificou-se que para a partir de um determinado comprimento de trinca, o modo de fratura da interface é puramente devido ao Modo II, o qual apresenta resistência inferior, o que representou o segundo modo de falha para o qual a trinca é mais provável de se propagar.

Devido à função para  $K_I$  para subpressão triangular alguns coeficientes de variação foram afetados, apresentando valores elevados. Isso ocorreu devido à aproximação da função para zero, o que gerou o aumento do coeficiente de variação, e como uma variável é dependente da outra, os valores se propagaram. Conseqüência disso pode ser notada no gráfico do fator de segurança em que as curvas para subpressão triangular apresentaram fatores de segurança

maiores quando comparadas a subpressão constante sem *overtopping*, enquanto a probabilidade de falha também era superior à dessa outra curva.

A vantagem de se realizar a análise viscoelástica, além de ser teoricamente mais concisa, devido à consideração da mudança das propriedades do material ao longo do tempo, é poder realizar e verificar a evolução da função de desempenho projetada ao longo do tempo. Devido ao limitado intervalo de tempo utilizado na análise, não se pode observar significativa variação nas variáveis de análise. Todavia, a metodologia abordada se justifica pelo embasamento teórico. Foi constatada a dependência da evolução dos valores da média e coeficiente de variação dessa análise com os valores encontrados para os  $K$ 's apresentados na seção de consideração da elasticidade dos materiais.

De maneira geral, pode-se concluir que os objetivos deste trabalho foram atendidos obtendo resultados satisfatórios e compatíveis com cada situação investigada, desde à quantificação das incertezas da função fluência até a realização do estudo de caso de confiabilidade na barragem de concreto a gravidade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118 - Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento*. 2014.
- ACI 209R-92. “Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures.” ACI Manual of Concrete Practice, Part 1, Detroit, 1992.
- Anderson, T. L. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. 3<sup>a</sup> ed. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- Araújo, C. V. S. “Implementação de um modelo constitutivo viscoelástico com envelhecimento do concreto no software ABAQUS.” Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2018, 56 p.
- Banks-Sills, L. “Interface fracture mechanics - Theory and experiment.” *International Journal of Fracture*, 2015: 131-146.
- Barpi, F., Valente, S. “The cohesive frictional crack model applied to the analysis of the dam-foundation joint.” *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 77 (2010): pp. 2182-2191.
- Bažant, Z. P. “Creep and damage in concrete.” *Materials Science of Concrete IV*, 1995: pp. 355-389.
- Bažant, Z. P., Fellow, ASCE, Xiang, Y. “Crack growth and lifetime of concrete under long time loading.” *Journal of Engineering Mechanics*, 1997: pp. 350-358.
- Bažant, Z. P., Hubler, M. H., Jirásek, M. “Improved estimation of long-term relaxation function from compliance function of aging concrete.” *Journal of engineering mechanics*, Fevereiro de 2013: pp. 146-152.
- Bažant, Z. P., Yu, Q., Li, G. H. “Excessive Long-Time Deflections of Prestressed Box Girders. II: Numerical Analysis and Lessons Learned.” *Journal of Structural Engineering*, 2012b: pp. 687-696.
- Bažant, Z. P., Yu, Q., Li, G.-H. “Excessive Long-Time Deflections of Prestressed Box Girders. I: Record-Span Bridge in Palau and Other Paradigms.” *Journal of Structural Engineering*, 2012a: pp. 676-686.
- Beck, A. T. *Confiabilidade Estrutural*. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2012.
- Bolzon, G. “Size effects in concrete gravity dams: a comparative study.” *Engineering Fracture Mechanics*, 2003: pp. 1891-1906.
- Borges, J. F. *Confiabilidade e quantificação da incerteza da resistência à fratura considerando efeito de escala em vigas de concreto*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília: , 2016, 105 p.

- Comité Euro-International du Béton (CEB). “CEB-FIP model code for concrete structures .” Lausanne, 1990.
- Evangelista Júnior, F. *Regressão para função fluência utilizando a Série de Prony*. Universidade de Brasília, 2019. (Comunicação Pessoal).
- Freitas Filho, P. J. *Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas com Aplicações em Arena*. 2ª Ed. São Paulo, SP: Editora Visual Books, 2008.
- Griffith, A. A. “The Phenomena of Rupture and Flow in Solids.” *Philosophical Transactions, Series A*, 1921: 163-198.
- Hu, W., Xie, J., Chau, H. W., Si, B. C. “Evaluation of parameter uncertainties in nonlinear regression using Microsoft Excel Spreadsheet.” *Environmental Systems Research*, 2015: pp. .
- ICOLD. “Theme A2: Imminent failure flood for a concrete gravity dam.” *Fifth International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*. Denver, CO, 1999. pp. 147-228.
- Irwin, G.R. “Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys.” *Sagamore Research Conference Proceedings*, 1956: 289-395.
- Keitel, H., Dimmin-Osberg, A. “Uncertainty and sensitivity analysis of creep models for uncorrelated and correlated input parameters.” *Engineering Structures*, 2010: pp. 3758-3767.
- Lakes, R. *Viscoelastic Materials* . Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- Lcvalley. 2018. <https://lcvalley.dailyfly.com/Home/ArtMID/1352/ArticleID/46128/Dworshak-Dam-Discharge-Flows-Will-Fluctuate-to-Maintain-Flood-Risk-Reduction> (acesso em 2 de Dezembro de 2018).
- Li, C. Q., Melchers, R. E. “Reliability analysis of creep and shrinkage effects.” *Journal of Structural Engineers*, 1992: pp. 2323-2337.
- Manfredini, P., Chillé F. and Maghella, M. “Fracture mechanics analysis of a gravity dam.” *Fifth International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*. Denver, CO, 1999. pp. 183-195.
- Marques, S. P. C., Creus, G. J. *Computational Viscoelasticity*. Springer, 2012.
- Mase, G. T., Mase, G. E. *Continuum Mechanics for Engineers*. CRC Press, 1999.
- Melchers, R. E. *Structural Reliability: Analysis and Prediction*. 2ª Ed. New York: Wiley, 1999.
- Neto, A. R. S., Tavares, E. R., Rangel, J. J. A., Peixoto, T. A., Matias, I. O. “Modelagem e simulação para análise de operações em sistemas de telecomunicações.” *Iberoamerican Journal of Industrial Engineering*, 2016: pp. 176-191.

- Nukulchai, W. K. "Collapse of the Royal Plaza Hotel, Thailand." *Journal Structural Engineering International*, 1995: pp. 55-57.
- Park, S. W., Schapery, R. A. "Methods of interconversion between linear viscoelastic materials functions. Part I - A numerical method based on Prony series." *International Journal of Solids and Structures*, 1999: 1653-1675.
- Plizzari, G. A. "On the influence of uplift pressure in concrete gravity dams." *Engineering Fracture Mechanics*, 1998: pp. 253-267.
- Plizzari, G. A. "LEFM applications to concrete gravity dams." *Journal of Engineering Mechanics*, 1997: pp. 808-815.
- Silva, R. C., Cavalcante, D. M. P., Pedroso, L. J. e Albuquerque, A. L. "Estudo do comportamento de barragens gravidade de concreto sob ação do galgamento: Análise de tensões e estabilidade." *Comitê Brasileiro de Barragens (CBDB), XXVII Seminário Nacional de Grandes Barragens*. Belém - PA, 2007.
- Su, H., Hu, J. and Wen, Z. "Service life predicting of dam systems with correlated failure modes." *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2013: pp. 252-269.
- Yang, I. H. "Uncertainty and sensitivity analysis of time-dependent effects in concrete structures." *Engineering Structures*, 2007: pp. 1366-1374.
- Yang, S., Li, S., Zhe, Li. e SongMei, H. "Experimental investigation on fracture toughness of interface crack for rock/concrete." *International Journal of Modern Physics B*, 2008: pp. 6141-6148.
- Zhong, H., Ooi, E. T., Song, C., Ding, T., Lin, G., Li, H. "Experimental and numerical study of the dependency of interface fracture in concrete-rock specimens on mode mixity." *Engineering Fracture Mechanics*, 2014: pp. 287-309.

## APÊNDICE A – $\mathcal{G}$ viscoelástico

Devido a consideração da viscoelasticidade do concreto, a taxa de liberação de energia é descrita por:

$$\mathcal{G} = \int_0^t J(t - \tau) \frac{\partial(K_I^2 + K_{II}^2)}{\partial \tau} d\tau$$

Com as definições para  $K_I$  e  $K_{II}$  em (5.1), (5.2) e (5.3) e manipulando as equações, chega-se a:

$$\begin{aligned} \mathcal{G} = & C_1 \int_0^t J(t - t') \frac{\partial H(t)}{\partial t'} dt' + C_2 \int_0^t J(t - t') \frac{\partial H^2(t)}{\partial \tau} dt' \\ & + C_3 \int_0^t J(t - t') \frac{\partial H(t)}{\partial t'} dt' + C_4 \int_0^t J(t - t') \frac{\partial H^2(t)}{\partial t'} dt' \end{aligned}$$

em que os coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$  estão definidos abaixo:

$$C_1 = 2\gamma_c D^2 d_I^{sw} d_I^{ot} + 2\gamma_c D^2 d_I^{sw} d_I^{ul} + 2\gamma_w D^2 d_I^{fr} d_I^{ot} + 2\gamma_w D^2 d_I^{fr} d_I^{ul} - 2\gamma_w D^2 d_I^{ot^2} - 2\gamma_w D^2 d_I^{ot} d_I^{ul}$$

$$C_2 = D d_I^{ot^2} + 2D d_I^{ot} d_I^{ul} + D d_I^{ul^2}$$

$$C_3 = 2\gamma_c D^2 d_{II}^{sw} d_{II}^{ot} + 2\gamma_c D^2 d_{II}^{sw} d_{II}^{ul} + 2\gamma_w D^2 d_{II}^{fr} d_{II}^{ot} + 2\gamma_w D^2 d_{II}^{fr} d_{II}^{ul} - 2\gamma_w D^2 d_{II}^{ot^2} - 2\gamma_w D^2 d_{II}^{ot} d_{II}^{ul}$$

$$C_4 = D d_{II}^{ot^2} + 2D d_{II}^{ot} d_{II}^{ul} + D d_{II}^{ul^2}$$

## APÊNDICE B – Média e desvio de $J$ por série de Taylor

A média e o desvio por aproximação de Taylor desenvolvidos com base nas equações (2.14), (2.34) e (2.35) para a função fluência são dados a seguir. Considerando todos os termos aleatórios, a aproximação de segunda ordem para a média é definida como:

$$\begin{aligned} \mu_J &= \mu_{J_0} + \sum_{i=1}^M \mu_{J_i} \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_i}}\right)} \right) + \left( -e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_i}}\right)} \left( \frac{t}{\mu_{\tau_i}^2} \right) \right) \sigma_{J_i \tau_i} + \\ &\frac{1}{2} \left( \mu_{J_i} t e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_i}}\right)} \left( + \frac{2}{\mu_{\tau_i}^3} - \frac{t}{\mu_{\tau_i}^4} \right) \right) \sigma_{\tau_i}^2 \end{aligned}$$

O desvio de primeira ordem considerando todos os termos aleatórios é dado por:

$$\begin{aligned} \sigma_J^2 &= \sigma_{J_0}^2 + \sum_{j=1}^N \left[ 2 \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_j}}\right)} \right) \sigma_{J_j J_0} - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_j}}\right)} \left( \frac{\mu_{J_j} t}{\mu_{\tau_j}^2} \right) \sigma_{\tau_j J_0} \right) \right. \\ &\quad + \sum_{i=1}^M \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_j}}\right)} \right) \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_i}}\right)} \right) \sigma_{J_i J_j} - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_i}}\right)} \left( \frac{\mu_{J_i} t}{\mu_{\tau_i}^2} \right) \sigma_{\tau_i J_j} \right) \right. \\ &\quad \left. \left. - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_j}}\right)} \left( \frac{\mu_{J_j} t}{\mu_{\tau_j}^2} \right) \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_i}}\right)} \right) \sigma_{J_i \tau_j} - e^{-\left(\frac{t}{\mu_{\tau_i}}\right)} \left( \frac{\mu_{J_i} t}{\mu_{\tau_i}^2} \right) \sigma_{\tau_i \tau_j} \right) \right) \right] \end{aligned}$$

Caso a regressão seja realizada considerando apenas um tempo de retardação e os outros seguintes adotados como sendo o anterior multiplicado por um certo coeficiente, a média de segunda ordem e o desvio de primeira ordem são dados:

$$\begin{aligned} \mu_J &= \mu_{J_0} + \sum_{i=1}^M \mu_{J_i} \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}}\right)} \right) + \left( -e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}}\right)} \left( \frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}^2} \right) \right) \sigma_{J_i \tau_1} + \\ &\frac{1}{2} \left( \frac{\mu_{J_i} t}{\alpha_i} e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}}\right)} \left( + \frac{2}{\mu_{\tau_1}^3} - \frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}^4} \right) \right) \sigma_{\tau_1}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_j^2 = \sigma_{j_0}^2 + \sum_{j=1}^N & \left[ 2 \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_j \mu_{\tau_1}}\right)} \right) \sigma_{j|j_0} - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_j \mu_{\tau_1}}\right)} \left( \frac{\mu_j t}{\alpha_j \mu_{\tau_1}^2} \right) \sigma_{\tau_1|j_0} \right) \right. \\
& + \sum_{i=1}^M \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_j \mu_{\tau_1}}\right)} \right) \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}}\right)} \right) \sigma_{j|i|j} - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}}\right)} \left( \frac{\mu_j t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}^2} \right) \sigma_{\tau_1|j} \right) \right. \\
& \left. \left. + -e^{-\left(\frac{t}{\alpha_j \mu_{\tau_1}}\right)} \left( \frac{\mu_j t}{\alpha_j \mu_{\tau_1}^2} \right) \left( \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}}\right)} \right) \sigma_{j|i\tau_1} - e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}}\right)} \left( \frac{\mu_j t}{\alpha_i \mu_{\tau_1}^2} \right) \sigma_{\tau_1}^2 \right) \right) \right]
\end{aligned}$$