



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DE INCERTEZA EM VIGAS COM
RESSONADORES PERIODICAMENTE
DISTRIBUÍDOS**

Por,
André Martins de Paula Oliveira

Brasília, 22 de Junho de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DE INCERTEZA EM VIGAS COM
RESSONADORES PERIODICAMENTE
DISTRIBUÍDOS**

Por,

André Martins de Paula Oliveira

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Adriano T. Fabro, UnB/ ENM (Orientador)

Prof. Marcus V. G. de Moraes, UnB/ ENM

Prof. Sergio H. da S. Carneiro, UnB/ FGA

Brasília, 22 de Junho de 2018

Agradecimentos

Agradeço à minha família por todo o suporte dado incondicionalmente e aos meus avós falecidos cujo orgulho certamente estaria presente e serve de inspiração.

Agradeço ao professor e orientador Adriano Todorovic Fabro pelo vasto conhecimento, pela disponibilidade e atenção em todos os momentos e a todos os outros professores e colegas do Grupo de Dinâmica de Sistemas (GDS). Aos professores Marcus Vinícius Girão de Moraes e Sergio Henrique da Silva Carneiro também expresse meu agradecimento pelo interesse e pelas orientações.

Também é fundamental agradecer ao CTI Renato Archer pela fabricação das amostras de vigas utilizadas neste trabalho em suas instalações de manufatura aditiva, através do programa ProEXP.

Por fim, agradeço a todos os amigos e professores por essa jornada inesquecível.

RESUMO

Devido à complexidade da estrutura de metamateriais, a manufatura aditiva é de grande valia na sua análise e fabricação, sendo cabível um estudo de incerteza em peças produzidas dessa forma. Tal estudo será realizado com um metamaterial estrutural, mais especificamente uma viga com seção em I e ressonadores periodicamente distribuídos, produzida em poliamida pela tecnologia de Sinterização Laser Seletiva (SLS). Outra viga simples será utilizada para efeitos de comparação. A função resposta em frequência de ambas as vigas será obtida pela análise harmônica de um modelo numérico, e também em laboratório com as vigas reais, para que seja observado na prática o efeito de *Band gap*. Será realizada uma análise de incerteza através da inserção de variabilidades espacialmente correlacionadas no modelo numérico, com o intuito de distinguir como e com qual intensidade elas afetam o comportamento do *Band gap*. Procura-se concluir se, apesar das variabilidades inerentes ao processo, a manufatura aditiva é um método viável de fabricação de metamateriais.

Palavras Chaves: *metamaterial, Band gap, ressonância local, análise de incerteza, manufatura aditiva, variabilidade, correlação espacial.*

ABSTRACT

Due to the complex structure of metamaterials, additive manufacturing is of great value in its study and fabrication, and it's suitable to carry out an uncertainty analysis of a material produced that way. This analysis will be performed with a structural metamaterial, specifically an I-beam with periodically distributed resonators, made out of polyamide through the Selective Laser Sintering (SLS) method. Another regular beam will be used for comparison purposes. The frequency response function of both beams will be obtained through the harmonic analysis of a numerical model, and also experimentally using the real beams, so the Band gap effect can be witnessed. An uncertainty analysis will be performed by adding spatially correlated variabilities in the numerical model, with the aim of distinguishing how and with which intensity they affect the Band gap behavior. The intention is to conclude if, despite the inherent variabilities of the process, additive manufacture is a viable method when it comes to metamaterial fabrication.

Keywords: *metamaterial, Band gap, local resonance, uncertainty analysis, additive manufacturing, variability, spatial correlation.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	2
1.2 METODOLOGIA.....	3
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	3
2 METAMATERIAIS.....	5
2.1 METAMATERIAIS ELETROMAGNÉTICOS.....	6
2.1.1 EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	9
2.2 METAMATERIAIS ACÚSTICOS.....	9
2.2.1 PRINCÍPIOS DE ACÚSTICA E PARÂMETROS DE MATERIAL.....	11
2.2.2 TEORIA DO MEIO EFETIVO.....	14
2.2.3 ADVENTO DO METAMATERIAL ACÚSTICO.....	16
2.3 METAMATERIAIS ESTRUTURAIS.....	20
2.3.1 A RESSONÂNCIA LOCAL E PARÂMETROS DE MATERIAL.....	21
2.4 METAMATERIAIS E MANUFATURA ADITIVA.....	26
2.5 COMENTÁRIOS FINAIS.....	27
3 ANÁLISE NUMÉRICA.....	29
3.1 ELABORAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS.....	30
3.2 ANÁLISE HARMÔNICA.....	32
3.3 COMENTÁRIOS FINAIS.....	36
4 ANÁLISE EXPERIMENTAL.....	38
4.1 DEFINIÇÃO DOS MODELOS.....	39
4.2 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.....	39
4.3 OBTENÇÃO DA FRF E RESULTADOS PRELIMINARES.....	40
4.4 COMENTÁRIOS FINAIS.....	44
5 ANÁLISE DE INCERTEZA.....	45
5.1 FUNÇÕES DE CORRELAÇÃO.....	47
5.2 DETALHES DE IMPLEMENTAÇÃO.....	48
5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	49
5.4 COMENTÁRIOS FINAIS.....	53
6 CONCLUSÕES.....	54
6.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	56
ANEXOS.....	59

LISTA DE FIGURAS

2.1	Ilustração da disposição a nível atômico de um metamaterial.	5
2.2	Orientação dos vetores E , H , K e do vetor de Poynting S	6
2.3	Exemplificação de refração em um meio com índice n menor que zero.....	7
2.4	Imagem simulada retirada de Dolling et al., optics express 2006.	8
2.5	Ilustração do metamaterial utilizado por Shelby et al. (2001)	8
2.6	Possível aplicação do metamaterial como manto de invisibilidade.	9
2.7	Ondas transversais (acima) e longitudinais (abaixo).	10
2.8	Exemplificação de estruturas para diferentes K e ρ	14
2.9	Importância do tamanho das partículas em relação a λ	15
2.10	Estruturas do material sônico localmente ressonante.	16
2.11	Coeficiente de transmissão de amplitude vs frequência.	17
2.12	Densidade mássica e módulo volumétrico efetivos para certas esferas	18
2.13	Índice de refração negativo apresentado por esferas em água.	19
2.14	Estrutura compósita com furos e membranas	20
2.15	Modelos de 2-GDL utilizados.	21
2.16	Sistema massa-mola com forçamento harmônico	23
2.17	Transmissibilidade e número de frequências naturais n_{ω} vs frequência de excitação Ω normalizada pela frequência fundamental ω_1 da estrutura.	25
2.18	Frequências em que não houve ressonância, para diferentes valores de σ	26
2.19	Funcionamento da SLS	27
3.20	Dimensões básicas das vigas com (direita) e sem (esquerda) ressonadores .	29
3.21	Dimensões teóricas das células unitárias e ressonadores.	30
3.22	Representação do elemento BEAM188	31
3.23	Representação em mm de uma célula periódica.	31
3.24	Modelo da viga com ressonadores.	32
3.25	1º Modo de vibração vertical, frequência de 464 Hz.....	33
3.26	1o modo de vibração horizontal, frequência de 363,75 Hz	33
3.27	Viga estática com subunidades ressonando em seu modo de torção, frequência de 853,13 Hz..	34
3.28	Viga estática, subunidades ressonando em seu modo de flexão horizontal, frequência 889 Hz..	34
3.29	Viga estática, subunidades ressonando em seu modo de flexão vertical, frequência 1213,8 Hz..	34
3.30	Função resposta em frequência das vigas	35
3.31	Resultados numéricos preliminares obtidos por Beli & Arruda (2016).	35
3.32	Função resposta em frequência obtida por Silva (2016).	36
4.33	Viga em I produzida em poliamida com ressonadores periódicos.	38
4.34	Esquema experimental para condição de contorno livre-livre.	41
4.35	Função resposta em frequência experimental da viga com ressonadores.	42
4.36	Função de coerência relativa à viga com ressonadores.....	43
4.37	Funções resposta em frequência obtidas experimentalmente por Beli & Arruda (2016)..	44
4.38	Funções resposta em frequência obtidas experimentalmente por Silva (2016).43	
5.39	FRF com variabilidades na viga (esquerda) e nos ressonadores (direita).....	46
5.40	Funções de correlação utilizadas.....	47
5.41	Campos aleatórios criados a partir de C1, C2 e C3.....	48
5.42	Esquema de integração Ansys-Matlab para análise de incerteza.....	49
5.43	FRF's obtidas a partir de C1, com média em preto e percentis em azul.....	50
5.44	FRF's obtidas a partir de C2, com média em preto e percentis em azul.....	50
5.45	FRF's obtidas a partir de C3, com média em preto e percentis em azul.....	50
5.46	Médias e percentis dos modelos com variabilidade.....	51

LISTA DE TABELAS

3.1	Propriedades médias da poliamida introduzidas no modelo numérico	30
3.2	Frequências de ressonância dos ressonadores para diferentes modos de vibração	33
4.3	Especificações técnicas dos equipamentos utilizados em laboratório.	41
5.4	Pontos de destaque dos gráficos obtidos	30
5.5	Largura de banda de atenuação em $\gamma = 3,5 \times 10^{-6}$ e $\gamma = 8,0 \times 10^{-8}$	33

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

b	Comprimento de correlação	[m]
B	Vetor Campo Magnético	[T]
E	Vetor Campo Elétrico	[N/c]
E	Módulo de Elasticidade	[Pa]
G	Módulo de Cisalhamento	[Pa]
k	Rigidez	[N/m]
K	Módulo Volumétrico	[Pa]
L	Comprimento da viga	[m]
m	Massa	[kg]
P	Pressão	[Pa]
r	Raio	[m]
t	Tempo	[s]
u	Deslocamento	[m]
v	Velocidade	[m/s]
Z	Impedância Acústica	[Pa.s/m ³]
V	Volume	[m ³]

Símbolos Gregos

ϵ	Permissividade Elétrica	[F/m]
μ	Permeabilidade Magnética	[H/m]
ρ	Densidade	[kg/ m ³]
λ	Comprimento de Onda	[m]
Ω	Frequência de Excitação	[Hz]
τ	Distância entre 2 ressonadores	[m]

Grupos Adimensionais

n	Índice de refração
p	Fração de enchimento

Subscritos

eff	efetivo
g	guiado

Siglas

APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
FRF	<i>Função Resposta em Frequência</i>
GDL	<i>Grau de Liberdade</i>
GUI	<i>Graphical User Interface</i>
LHM	<i>Left-handed media</i>
RHM	<i>Right-handed media</i>
SHF	<i>Super High Frequency</i>
SLS	<i>Sinterização Laser Seletiva</i>

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta considerações gerais preliminares relacionadas a metamateriais eletromagnéticos e acústicos, assim como os objetivos desse projeto de graduação e a metodologia utilizada para alcançá-los.

Define-se vibração como um movimento oscilatório observado e medido em um corpo. É um fenômeno inevitável e em grande parte indesejável por causar fadiga ou interferir na performance, tornando-se uma vasta e complexa área de estudo. Procura-se eliminar, atenuar ou controlar seus efeitos de diversas formas, e a busca por materiais com tais habilidades deu origem aos metamateriais.

A estrutura micro e macroscópica de um metamaterial é criada artificialmente, não sendo encontrada em nenhum outro material convencional ou na natureza. Sua concepção tem recebido muita atenção por sua capacidade não só de manipulação de ondas, mas também de isolamento acústico e de vibração em certas faixas ajustáveis de frequência. Essas propriedades têm origem em sua estrutura projetada com minúsculas subunidades propositalmente não homogêneas.

Tais propriedades têm um imenso escopo de aplicação, que inclui a criação de superlentes que vão além do limite de refração, blindagem e até camuflagem por cancelamento das ondas eletromagnéticas produzidas ou emitidas por um objeto. Na área de acústica, existem aplicações como isolamento de vibração, barreiras vibroacústicas e *wave tunneling* (Hussein, Leamy and Ruzzene, 2014).

Apesar de já possuir um vasto campo de aplicações, o metamaterial possui uma origem relativamente recente. Em 1968, Victor Veselago teorizou materiais que possuíam um índice de refração (n) negativo, devido à combinação de uma permissividade elétrica negativa ($\epsilon < 0$) e uma permeabilidade magnética também negativa ($\mu < 0$). Em um material desse tipo, as ondas se propagariam para trás. Devido ao fato de não haver materiais naturais com propriedades semelhantes e à tecnologia da época não permitir a fabricação de estruturas do tipo, a pesquisa não causou impacto significativo.

Os primeiros passos no sentido de comprovar a teoria proposta por Veselago foram dados por Pendry et al. (1999) ao criar estruturas magnéticas com permeabilidade magnética diferente da unidade. Posteriormente, o índice de refração efetivo foi finalmente comprovado experimentalmente por Shelby et al. (2001) em Frequência Super-Alta¹. Com a criação dos metamateriais eletromagnéticos, rapidamente foi identificada a aplicabilidade dos metamateriais em ondas acústicas, transição facilitada pela analogia matemática entre as duas áreas apontada pelo trabalho de Zhang et al. (2010).

¹ Frequência Super-Alta ou *Super High Frequency* (SHF) é o termo utilizado para designar frequências localizadas entre 3 e 30 GHz. Também são conhecidas como banda de centímetro ou onda de centímetro por seu comprimento de onda variar entre 1 e 10 cm.

Para ondas elásticas, com comprimento de onda muito maior que a distância entre átomos, um material é tratado como contínuo e descrito por suas propriedades mecânicas médias locais de módulo de elasticidade E e densidade ρ . Liu et al. (2000) foi o primeiro a idealizar um metamaterial para ondas acústicas, chamado de material sônico localmente ressonante, demonstrando as propriedades efetivas negativas de densidade (ρ_{eff}) e módulo volumétrico (K_{eff}).

De forma análoga, os metamateriais acústicos podem ser criados adicionando-se subunidades mecânicas em uma estrutura, que irão ressonar com a propagação de ondas elásticas. Essa ressonância local caracteriza metamateriais estruturais com massa efetiva (m_{eff}) e rigidez efetiva (k_{eff}) ambas negativas (Cheng et al., 2008; Yao et al., 2008). Em suas pesquisas, Cheng e Yao experimentaram a adição dessas subunidades, ou ressonadores, ao longo de uma viga, comprovando as propriedades negativas de massa e rigidez efetivas. Concluiu-se que é possível projetar estruturas periódicas com comportamento do tipo *Band gap*² elástico, ou seja, atenuação de vibração em certas bandas de frequência. Isso pode ser feito variando-se propriedades de material e geométricas (cristais fônicos) ou por ressonadores periodicamente distribuídos (metamateriais acústicos), com diversas aplicações em controle passivo de ruído e vibrações.

A produção de tais estruturas complexas tem sido viabilizada a baixo custo por meio da manufatura aditiva, ou impressão em 3D. Essa técnica facilita a implementação de diferentes materiais e, juntamente com a utilização da Sinterização Laser Seletiva³ (SLS), apresenta a versatilidade necessária para testes aprofundados sobre o tema. A SLS é um recurso recente e obviamente não produz componentes perfeitos, podendo haver variabilidades geométricas ou de densidade, por exemplo. Ainda há, portanto, espaço para o estudo das incertezas inerentes a este e qualquer processo experimental.

Apesar de afetar significativamente o desempenho do *Band gap* devido à variabilidade de fabricação, tem-se mostrado que o uso de impressoras 3D é viável, e a influência da variabilidade pode na verdade gerar resultados interessantes.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo desse projeto de graduação é realizar um estudo numérico e experimental de caracterização da influência da variabilidade devido à manufatura aditiva no desempenho de atenuação de vibração de um metamaterial acústico estrutural. Para tal será utilizada uma viga de poliamida fabricada via Sinterização Laser Seletiva (SLS) com ressonadores periodicamente

² Pode-se imaginar o *Band gap* como uma banda de frequência quase “proibida”, na qual a onda não desloca a estrutura principal. Na prática, observa-se forte atenuação de vibração e um *gap* na função resposta em frequência quando a frequência de excitação pertence a tal banda.

³ A Sinterização Laser Seletiva ou *Selective Laser Sintering* (SLS) é uma técnica de manufatura aditiva que faz uso de um laser para sinterizar materiais em pó (e.g nylon ou poliamida), fundindo o material de forma seletiva e criando uma estrutura sólida coerente.

distribuídos, além de uma viga de mesmas dimensões e material, porém sem ressonadores, com finalidade comparativa.

1.2 METODOLOGIA

Inicialmente, esse projeto caminhará em duas direções diferentes, partindo de dois tipos de abordagem diferentes, para então adentrar em uma terceira fase em que os resultados e modelos obtidos serão utilizados para análises mais profundas.

Assim, primeiramente é realizada uma modelagem numérica das vigas em I com e sem ressonadores, por meio do software de elementos finitos *Ansys® Mechanical APDL* com complementos da plataforma *Workbench*. Esse modelo é construído de forma que os aspectos geométricos e de constituição de material possam ser facilmente modificados para cada um dos 30 ressonadores e 15 células periódicas que compõem uma das vigas.

Essa alteração de propriedades não será utilizada no início, introduzindo-se apenas os valores nominais de geometria e material em cada componente para que a função resposta em frequência⁴ (FRF) do modelo seja comparada aos resultados obtidos nos ensaios iniciais de Beli & Arruda (2016). Posteriormente, serão inseridas variabilidades no modelo numérico.

Em um segundo momento, são realizados diversos ensaios experimentais com as vigas reais construídas com a tecnologia SLS. O intuito é obter a sua FRF, que será comparada com os resultados obtidos com na análise numérica.

Como terceira etapa, é realizado um estudo de incerteza utilizando-se diferentes funções de correlação espacial, introduzindo-se no modelo numérico os valores de módulo de elasticidade gerados. Faz-se isso com o objetivo de analisar a incerteza intrínseca a peças produzidas pela manufatura aditiva, e como essa incerteza afeta a performance dos metamateriais estruturais na atenuação de vibração em certas bandas de frequência.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esse projeto é estruturado da seguinte forma:

- Capítulo 1 – Introdução

Nesse capítulo é demonstrada a motivação por trás da escolha do tema, dando-se um breve relato sobre o desenvolvimento dos metamateriais e a utilização da manufatura aditiva, seguido pelos objetivos e a metodologia do trabalho.

- Capítulo 2 – Metamateriais

⁴ A FRF é uma representação matemática da relação entre o *output* e o *input* de um sistema, assumindo-se movimento harmônico, dada pela razão entre os dois.

Contém um desenvolvimento teórico sobre o funcionamento de alguns tipos de metamateriais.

- Capítulo 3 – Análise Numérica

Nesse capítulo é esclarecido o desenvolvimento do modelo numérico das vigas estudadas, utilizando-se software de elementos finitos.

- Capítulo 4 – Análise Experimental

Esse capítulo relata os trabalhos realizados com a viga real, que envolvem a obtenção da função resposta em frequência das vigas com e sem ressonadores no laboratório de vibrações da Universidade de Brasília (UnB).

- Capítulo 5 – Análise de Incerteza

Esse capítulo apresenta a criação de um script dinâmico com comandos do APDL, a ser utilizado em loop juntamente com o software Matlab® para introduzir, no modelo numérico, valores espacialmente correlacionados de módulo de elasticidade em cada uma das centenas de iterações. Serão utilizadas diferentes funções de correlação para se observar, ao final, a influência de variabilidades no comportamento do *Band gap*.

- Capítulo 6 - Conclusão

Esse capítulo apresenta uma síntese das conclusões e resultados obtidos ao final do projeto de graduação, destacando-se os principais pontos.

2 METAMATERIAIS

Este capítulo apresenta considerações históricas e teóricas acerca dos metamateriais eletromagnéticos, acústicos e estruturais.

No século XX foram idealizados materiais capazes de manipular e absorver ondas de maneira nunca antes vista, agindo de forma exatamente oposta a estruturas comumente encontradas na natureza. Foram denominados metamateriais devido ao significado grego da palavra *meta*, que remete ao sentido de “além”, apropriado para uma classe de materiais que aparentemente possui a habilidade de ir além do que já havia sido concebido pelo ser humano ou pela natureza.

O que inicialmente foi visto com ceticismo é hoje estudado e pesquisado fervorosamente por diversas áreas da ciência, devido ao vasto campo de aplicações e às inúmeras portas que foram abertas. As áreas científicas que trabalham com o tema têm como intuito o controle, por exemplo, de ondas eletromagnéticas, acústicas e elásticas.

Ainda não existe uma definição única para metamateriais. Porém, alguns pontos coincidentes podem ser distinguidos nas discussões em andamento nas comunidades de pesquisa e acadêmica, assim como em algumas definições formais sugeridas na literatura. De maneira geral, são materiais não encontrados em forma natural, sendo estruturados artificialmente e projetados para terem propriedades controladoras de ondas.

Eles são projetados a nível atômico para que seus componentes sejam arranjados de forma a possibilitar o aparecimento das propriedades acima citadas (Fig.1). O detalhe está não nas propriedades individuais de cada componente, mas sim na sua disposição geral e periodicidade, como será detalhado mais adiante. O objetivo é a criação de uma propriedade macroscópica, que será aparente quando o metamaterial for visto como um objeto uniforme.

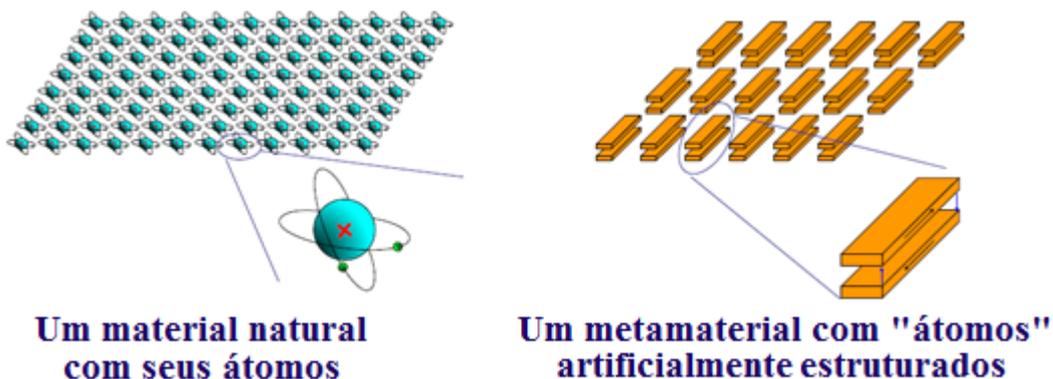


Figura 1- Ilustração da disposição a nível atômico de um metamaterial (<http://cobweb.ecn.purdue.edu> – adaptado)

2.1 METAMATERIAIS ELETROMAGNÉTICOS

De forma geral, os metamateriais tratados nesta seção são estruturas artificiais com propriedades eletromagnéticas incomuns. Pode-se definir o metamaterial eletromagnético como um material estruturado artificialmente de forma periódica, no qual a periodicidade é muito menor que o comprimento de onda da onda eletromagnética com a qual irá interagir. Alguns autores não impõem limitações ao tamanho dessas células unitárias constituintes, possibilitando que outras estruturas, como cristais fotônicos⁵, possam ser incluídas na definição de metamaterial.

As características dessas pequenas adições periódicas permitem que elas funcionem como “moléculas artificiais” que dispersam os campos eletromagnéticos de maneira prescrita (Eleftheriades & Balmain, 2005). Em seu trabalho, Eleftheriades & Balmain denotam que esse processo pode ser caracterizado macroscopicamente através de parâmetros efetivos de material, como permissividade, permeabilidade e índice de refração.

Nos anos 60, Victor Veselago estudou a hipótese da criação de uma estrutura que possuísse permissividade (ϵ) e permeabilidade (μ) negativas. Em seguida, concluiu que ondas planas⁶ se propagando em um meio desse tipo poderiam ser representadas por um vetor de intensidade de campo elétrico \mathbf{E} , um vetor de intensidade de campo magnético \mathbf{H} e um vetor de onda \mathbf{k} , que juntos formam um *left-handed triplet*, em oposição a materiais comuns em que esses três vetores formam um *right-handed triplet* (Fig. 2). Esses materiais foram apelidados de *left-handed media* (LHM), ou meio duplo-negativo, e *right-handed media* (RHM), respectivamente.

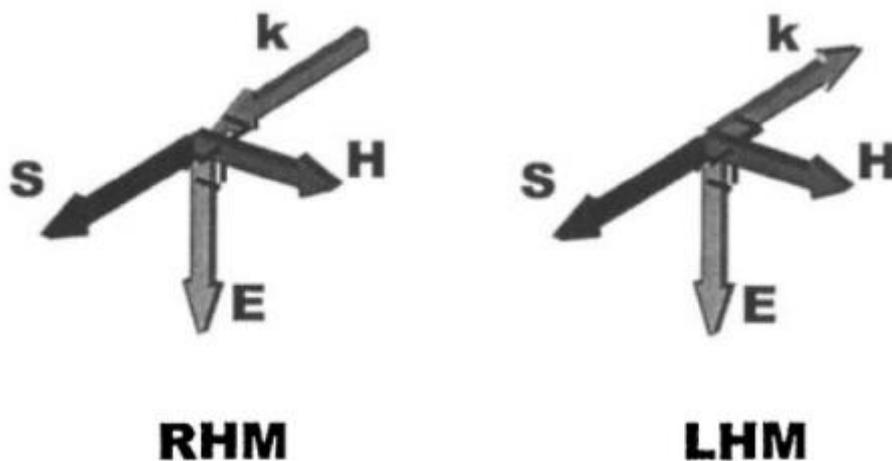


Figura 2 - Orientação dos vetores \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{K} e do vetor de Poynting \mathbf{S} para materiais do tipo LHM e RHM.

Fonte: Eleftheriades & Balmain (2005).

⁵ Nanoestruturas dielétricas periódicas que possuem efeito de *Band gap*, impossibilitando a propagação da luz visível e outras formas de radiação eletromagnética em certa banda de frequência.

⁶ Ondas planas são aquelas cujas frentes de onda são infinitos planos paralelos. Uma onda eletromagnética, por exemplo, pode ser considerada plana quando vem do infinito ou de uma longa distância.

Na Figura 2, o vetor de Poynting \mathbf{S} indica a densidade direcional do fluxo de energia, dada pelo produto vetorial entre \mathbf{E} e \mathbf{H} , enquanto o vetor de onda \mathbf{k} representa a direção de propagação da onda.

O destaque no trabalho de Veselago foi a extensão do conceito de um vetor \mathbf{k} antiparalelo ao vetor \mathbf{S} (onda oposta ou para trás) para materiais isotrópicos e homogêneos de 2 ou 3 dimensões, que poderiam ser caracterizados por um índice de refração negativo, obtido pela seguinte equação.

$$n = \pm\sqrt{\varepsilon\mu} \quad (1)$$

Um meio com índice n menor que zero causa uma refração negativa de uma onda eletromagnética plana, fenômeno ilustrado pelo Caso 2 da Fig. (3) a seguir, em que o quadrante inferior de M_2 seria um meio com as características acima citadas, e pela simulação presente na Fig. (4).

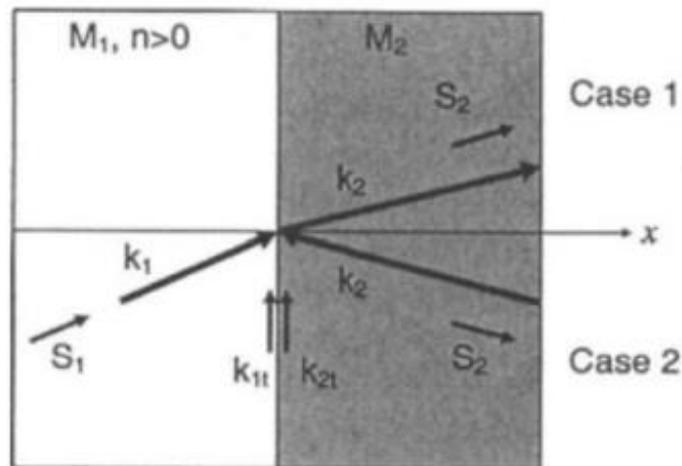


Figura 3 - Exemplificação de refração (Caso 2) em um meio com índice n menor que zero (Eleftheriades & Balmain, 2005).

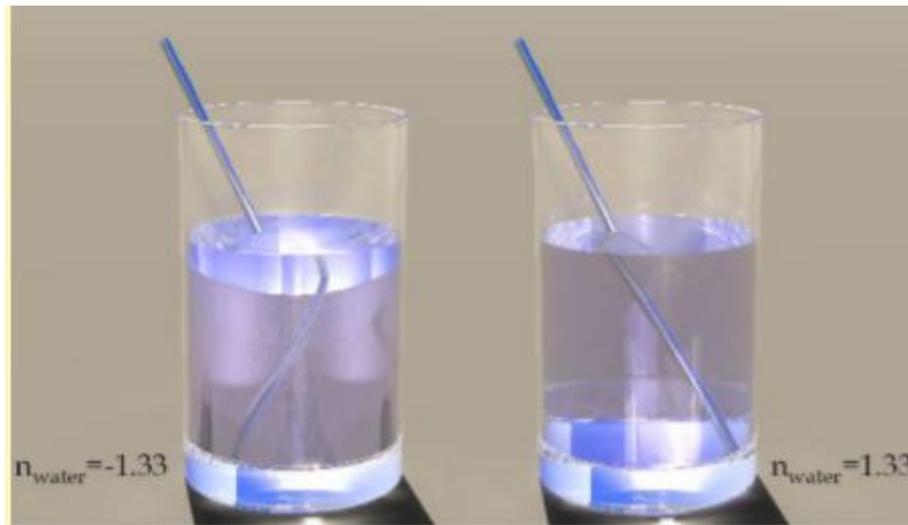


Figura 4 – Imagem simulada de um meio com n negativo (Dolling et al., 2006).

O primeiro LHM foi baseado no trabalho de Pendry et al. (1999), que criou duas estruturas, uma com permeabilidade magnética efetiva negativa ($\mu_{eff} < 0$) e a outra com permissividade elétrica efetiva negativa ($\epsilon_{eff} < 0$). Portanto, as duas formam um par ($\mu_{eff}, \epsilon_{eff}$) com configuração (-,+) e (+,-), respectivamente. Em seu trabalho, Smith et al. tomou a iniciativa de formar uma estrutura compósita a partir das descobertas encontradas no trabalho de Pendry et al., demonstrando ser possível criar um meio que apresenta permissividade e permeabilidade efetivas simultaneamente negativas, característica de um LHM.

Bastava, portanto, realizar experimentos com o meio compósito citado para comprovar se havia ou não um índice de refração negativo, como hipotetizado por Veselago. A confirmação veio com o trabalho de Shelby et al. (2001), no qual foi utilizada a forma quadrada de uma das estruturas criadas por Pendry impressas em um lado de um substrato de fibra de vidro, que possuía fios metálicos do outro lado. Várias placas desse tipo foram agrupadas de forma periódica em uma estrutura prismática ilustrada na Fig. (5).

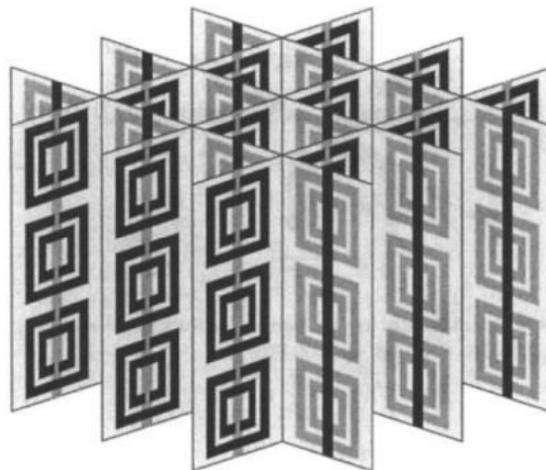


Figura 5 – Ilustração do metamaterial utilizado por Shelby et al. (2001) para verificar a refração negativa (Eleftheriades & Balmain, 2005).

Os quadrados possuíam uma frequência de ressonância de projeto de 10,5 GHz, mesma frequência do feixe de micro-ondas irradiado sobre a estrutura com ângulo de incidência de 18,43°. Mediu-se um ângulo de saída do feixe igual a -61°, resultando em um índice de refração efetivo negativo igual a -2,7. A partir desse momento, foi criada a primeira estrutura com comportamento de um metamaterial, fazendo com que a comunidade científica visse com novos e curiosos olhos as ideias de Veselago.

2.1.1 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Um exemplo clássico de aplicação de metamateriais eletromagnéticos é o de um potencial manto de invisibilidade. Quando uma onda luminosa que se propaga no ar se depara com um material comum, ela é refletida e refratada de maneira positiva. Na Figura 6, à esquerda, pode-se observar um objeto comum interagindo com essas ondas eletromagnéticas. Nota-se que tal objeto impede que a onda continue seu caminho, ou seja, a luz está refletindo no corpo, tornando-o visível. Já na imagem à direita, observa-se que o corpo apresenta uma blindagem contra as ondas incidentes, que são redirecionadas ao redor do objeto. Esse fenômeno torna o objeto virtualmente indetectável, ou invisível, caso as ondas incidentes sejam ondas luminosas.

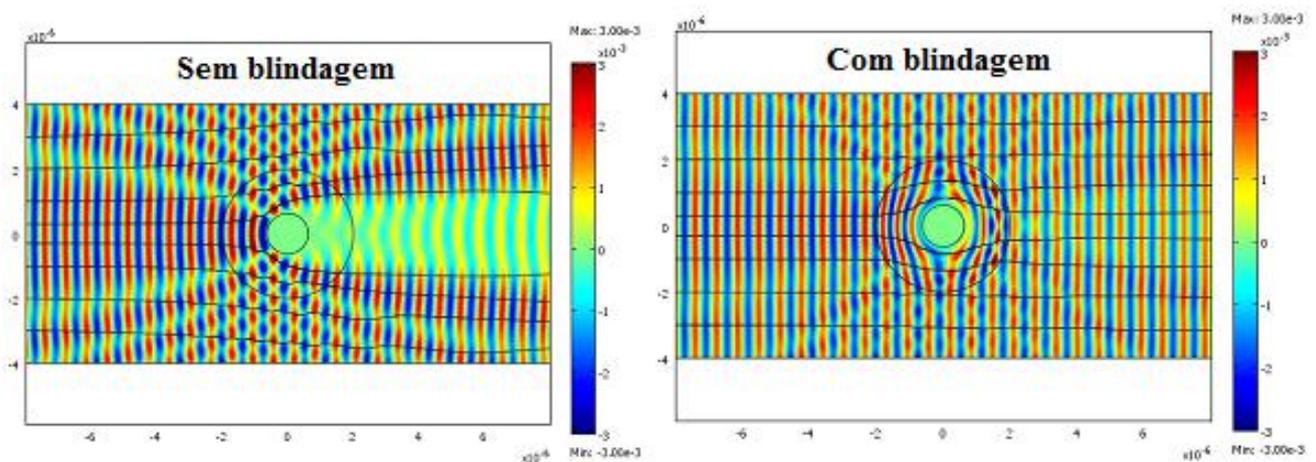


Figura 6 - Possível aplicação do metamaterial como manto de invisibilidade. Fonte:

http://cobweb.ecn.purdue.edu/~ece695s/Lectures/Lecture_16.pdf

2.2 METAMATERIAIS ACÚSTICOS

Em um intervalo de tempo de aproximadamente 15 anos, os metamateriais acústicos, antes uma mera curiosidade acadêmica, tiveram o seu potencial reconhecido e passaram a ser uma área repleta de empolgantes descobertas científicas com um vasto leque de aplicações (Ma & Sheng, 2016). Diferentemente dos eletromagnéticos, os metamateriais acústicos são materiais compósitos artificialmente estruturados que permitem a manipulação das propriedades dispersivas de ondas (mecânicas) vibratórias (Deymier, 2013). Essa manipulação será resultado

não das propriedades microscópicas do material, mas sim das propriedades efetivas resultantes do arranjo, forma geométrica e dimensões da estrutura.

As ondas acústicas diferem das eletromagnéticas. Estas são resultado de um campo magnético e um campo elétrico e não necessitam de um meio para se propagar, enquanto as primeiras necessitam de um meio e se originam em um distúrbio aplicado a esse meio.

Outras importantes diferenças entre os dois tipos são a natureza da onda e a grandeza do comprimento de onda com que se irá trabalhar. As ondas acústicas são longitudinais, portanto a direção em que as partículas oscilam é a mesma em que a onda se propaga. Já as ondas eletromagnéticas são transversais, ou seja, a oscilação dos campos elétricos e magnéticos ocorre de forma perpendicular entre si e também em relação à direção em que a onda se propaga. Em relação ao comprimento de onda, o trabalho com ondas eletromagnéticas envolve lidar com comprimentos de onda reduzidos.

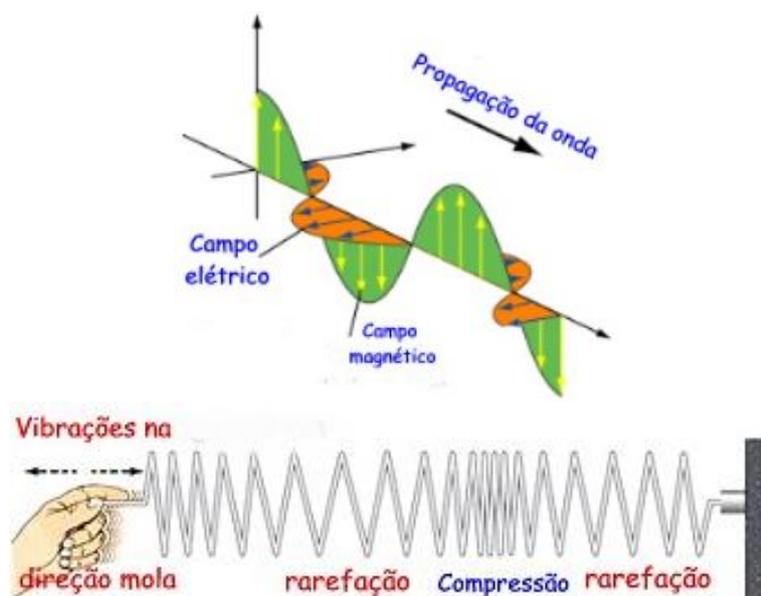


Figura 7 – Ondas transversais (acima) e longitudinais (abaixo). Fonte: <http://www.rc.unesp.br/>

Portanto, da analogia entre ondas mecânicas e eletromagnéticas nasceu o estímulo para o desenvolvimento de um metamaterial que pudesse lidar com ondas acústicas. Em acústica ocorre a mesma busca por um índice de refração negativo, porém a abordagem deve ser diferenciada. Para ondas eletromagnéticas que possuem comprimento de onda muito maior que a distância entre átomos, um material pode ser bem descrito por suas propriedades eletromagnéticas locais médias de permissividade ϵ e permeabilidade μ . De forma similar, para ondas elásticas que possuem comprimento com essa mesma grandeza, o material pode ser considerado como um meio contínuo e é bem descrito por suas propriedades mecânicas locais de módulo de Young (E) e densidade mássica (ρ).

Assim, se as propriedades de um metamaterial eletromagnético são resultado da ressonância óptica entre uma onda eletromagnética e as subunidades artificiais, pode-se projetar um metamaterial acústico ao inserir-se subunidades que irão ressonar com as ondas mecânicas em

propagação, criando uma ressonância mecânica local e um metamaterial com propriedades efetivas simultaneamente negativas de massa (m_{eff}) e rigidez (k_{eff}) (Cheng et al., 2008; Yao et al., 2008).

A maioria dos designs de metamateriais envolve arranjos periódicos bi- ou tridimensionais similares aos arranjos presentes em tecnologias de cristais fonônicos⁷. Porém, enquanto cristais fonônicos podem ser criados por contraste de material ou geométrico, os materiais acústicos necessitam de uma inclusão artificial que funciona como um ressonador ajustado para uma banda de frequência específica (Liu & Hussein, 2012). Esses ressonadores podem ser sistemas massa-mola, pilares, subunidades leves e pesadas, entre outros (Hussein & Frazier, 2013).

Os cristais fonônicos são projetados para controlar a dispersão através do espalhamento de Bragg (*Bragg scattering*⁸). Para que ocorra o efeito desejado, as dimensões de suas células periódicas devem ser similares ao comprimento de onda guiado (λ_g). Devido ao grande comprimento de onda das ondas acústicas na faixa audível, que pode ir de centímetros a metros, os cristais fonônicos foram mais estudados no regime ultrassônico, pois frequências reduzidas iriam exigir modelos volumosos (Martínez-Sala et al., 1995). Além disso, erros em sua periodicidade afetam diretamente sua resposta em frequência.

Em comparação, o metamaterial trabalha através da manifestação coletiva das suas unidades constituintes localmente ressonantes. Como a frequência de ressonância de cada unidade depende apenas da sua inércia (e.g., da massa) e da força restauradora (e.g., a de uma mola), o comprimento de onda guiado na frequência de ressonância pode ser ordens de magnitude maior do que a dimensão física da unidade ressonante (Ma & Sheng, 2016). Indo além, por atuar através de ressonância local, não há dependência sobre a periodicidade, sendo possível obter o efeito do *Band Gap* utilizando-se apenas um ressonador.

Fica clara, portanto, a superioridade imposta pelo metamaterial acústico, que solucionou as questões referentes à dimensão dos modelos e à precisão dos arranjos periódicos, que podem ser utilizados, porém não obrigatoriamente.

Mais adiante, será possível utilizar como parâmetros de estudo suas propriedades efetivas negativas de densidade (ρ_{eff}) e módulo volumétrico (K_{eff}), pré-requisitos para que se tenha uma impedância acústica efetiva (Z_{eff}) negativa na faixa de frequência em que se presencia o efeito do *Band Gap*.

2.2.1 PRINCÍPIOS DE ACÚSTICA E PARÂMETROS DE MATERIAL

Para a melhor compreensão do trabalho e entendimento dos requisitos necessários para o controle de propagação do som por meio de metamateriais acústicos, é essencial o estudo das equações e dos parâmetros de material que controlam a propagação de ondas.

⁷ Cristais fonônicos são o análogo a cristais fotônicos para acústica, possuindo a mesma capacidade de manipulação de ondas acústicas e elásticas que os cristais fotônicos possuem para a luz.

⁸ O *Bragg Scattering* permite a criação de um *Band gap* pois ocorre uma interferência destrutiva das ondas espalhadas causada pela adição das subestruturas periódicas.

Acústica é um importante ramo da ciência que estuda a propagação do som e de ondas vibratórias em fluidos como ar ou água, incluindo as familiares ondas em frequências audíveis no ar que nós reconhecemos como som (Cummer, Christensen & Alù, 2016). Essas ondas acústicas audíveis estão obviamente presentes em nossa rotina e são a base da comunicação verbal humana, além de ser possível organizá-las em tons e ritmos para transformá-las em música. Para além do espectro de frequências audíveis, a presença dessas ondas é visível na medicina e na indústria em dispositivos para captura de imagens de ultrassom.

Os metamateriais acústicos são úteis para a manipulação de ondas governadas por algumas equações fundamentais da acústica, a primeira delas proveniente da Segunda Lei de Newton e que relaciona a velocidade da perturbação v da partícula com a pressão acústica P :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla P = 0 \quad (2)$$

Seguindo a linha de raciocínio presente no trabalho de Cummer et al. (2016), para relacionar o deslocamento compressivo e expansivo e o movimento de um fluido não viscoso e estacionário, a equação da continuidade é utilizada para se expressar a conservação de massa. Dessa forma, assumindo que a propagação da onda acústica pode ser considerada isentrópica (adiabática e de entropia constante, sendo possível negligenciar processos térmicos), obtém-se a equação de continuidade na seguinte forma:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + K \nabla \cdot v = 0 \quad (3)$$

Enquanto na Equação (2) a constante escalar é a densidade mássica do fluido ρ , na Eq. (3) essa constante é o módulo volumétrico K que caracteriza a resistência à compressão do fluido. Ambas são importantes constantes no estudo da propagação de ondas.

A junção das Equações (2) e (3) dá origem à equação de onda acústica em termos da pressão para um meio homogêneo em que há a ausência de uma fonte:

$$\nabla^2 P - \frac{\rho}{K} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

Na equação acima, ∇^2 representa o Laplaciano e a combinação de ρ e K resulta num importante parâmetro, a velocidade do meio c que controla mudanças de direção da onda nas interfaces, sendo dada por $c = \sqrt{K/\rho}$. Em se tratando de metamateriais, esses dois parâmetros constitutivos podem possuir valores simultaneamente negativos, modificando a Eq. (4) de uma forma que não condiz com a propagação em compósitos comuns. Esses valores ocorrem quando se leva em conta a teoria do meio efetivo, a ser esclarecida na seção 2.2.2. Ainda levando em conta essa mesma hipótese e os dois parâmetros citados, é possível definir a impedância da onda Z . Essa impedância controla a mudança de direção de uma frente de onda interagindo com uma interface e também a amplitude de transmissão, e pode ser dada pela razão entre P e v ou pela combinação das propriedades efetivas K_{eff} e ρ_{eff} da seguinte forma:

$$Z_{eff} = \sqrt{K_{eff} \rho_{eff}} \quad (5)$$

A densidade mássica e o módulo volumétrico são, portanto, os dois parâmetros sobre os quais deseja-se ter controle ao projetar-se uma estrutura que deve se comportar como um metamaterial.

Embora as ondas acústicas e eletromagnéticas possuam algumas diferenças de natureza, origem e grandeza do comprimento de onda, como citado anteriormente, aqui é possível verificar a analogia que pode ser feita entre os parâmetros constituintes apresentados para a acústica e os vistos anteriormente que controlam a propagação de ondas eletromagnéticas. Essa semelhança entre os parâmetros acústicos e a permissividade elétrica (ϵ) e a permeabilidade magnética (μ) para o caso do eletromagnetismo facilitou o rápido avanço do desenvolvimento de metamateriais acústicos através do uso de conceitos já utilizados em metamateriais eletromagnéticos.

A Figura 8 foi escolhida para ilustrar como é possível modificar o sinal desses parâmetros utilizando-se diferentes tipos de estrutura, algo que por vezes pode ser não intuitivo. Em todos os materiais conhecidos encontrados na natureza, as ondas se propagam como já conhecemos (Fig. 8.a) a partir de uma perturbação no meio, com $K > 0$ e $\rho > 0$. É possível obter um valor de K negativo, por exemplo, com ressonadores de cavidade aberta e fechada, como ilustrado na Fig. (8.b). Para se obter um parâmetro ρ negativo, pode-se acrescentar membranas nos aros de um tubo ou também uma matriz de furos (Fig. 8.c). Modificações na ressonância ao longo de uma faixa espectral estendida ainda podem ser feitas modificando-se a membrana ou adicionando a ela uma massa.

Porém, o objetivo é criar um material no qual a energia se propague com um índice de refração negativo. Quando apenas um dos parâmetros é negativo, é criada uma banda em que a energia é atenuada. Se ambos são negativos, a energia ainda será propagada, porém na direção contrária à de propagação da onda. Essa situação descreve um material que controla as ondas que nele se propagam, e cuja estrutura força a onda a refratar de maneira completamente oposta ao que estamos acostumados a ver em materiais comuns.

Pode-se construir metamateriais com esse comportamento misturando ressonadores de cavidade (ressonador de Helmholtz) aberta e membranas (Fig. 8.d), ou com estruturas em labirinto, ambas originando um metamaterial acústico.

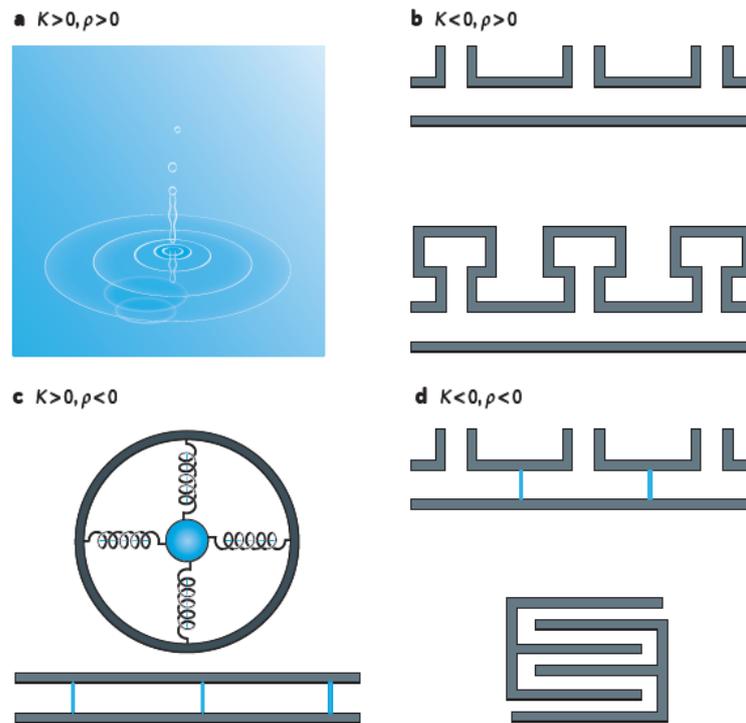


Figura 8 – Exemplificação de estruturas que resultam em combinações dos parâmetros K e ρ com diferentes sinais (Cummer et al., 2016).

2.2.2 TEORIA DO MEIO EFETIVO

Os parâmetros efetivos de um material já foram citados diversas vezes no corpo desse trabalho e devem ser explanados mais detalhadamente, devido à sua importância e constante utilização na temática de metamateriais.

O efeito da adição de subunidades em materiais homogêneos é importante no processo de compreensão dos metamateriais e conseqüentemente no projeto dos mesmos. Ao se adicionar partículas em um material “hospedeiro”, cria-se um problema de enorme complexidade se cada partícula ou subunidade for considerada individualmente. A alternativa é expandir a visão para realizar uma análise macroscópica dos parâmetros do compósito, procurando descrever a interação do sistema como um todo com as ondas incidentes. Para isso foram criadas diversas teorias do meio efetivo, que propõem a utilização de parâmetros efetivos de um material.

A primeira observação a ser feita leva em conta o tamanho das partículas adicionadas. A Figura 9 retrata partículas exemplificativas em formato de disco com raio r . Se o tamanho das partículas não for bem menor que o comprimento de onda guiado (λ_g), ou seja, se $\lambda_g \gg r$ não for verdadeiro, a onda incidente não irá interagir com as partículas da forma como se espera e efeitos de espalhamento terão que ser levados em conta.

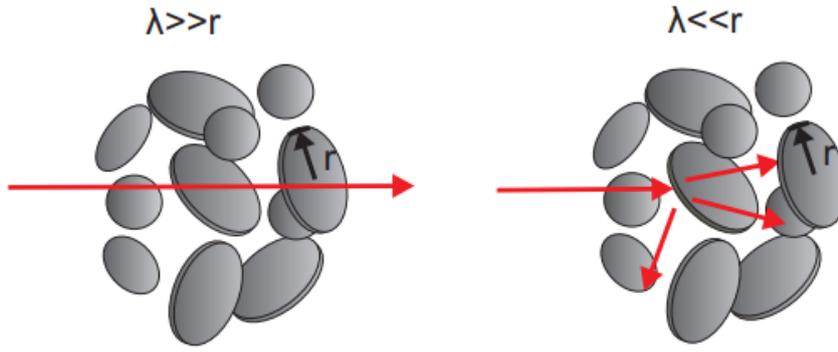


Figura 9 – Importância do tamanho das partículas em relação ao comprimento de onda. Fonte: Scheller et al (2010).

Diversas teorias de meio efetivo já foram desenvolvidas e podem ser utilizadas como exemplo. Wu *et al.* (2007) apresentam uma teoria de meio efetivo que tem como intuito caracterizar as propriedades efetivas de um metamaterial elástico de 2 dimensões ao redor da frequência de ressonância. Foram relacionados os parâmetros efetivos de módulo volumétrico K_{eff} , módulo de cisalhamento G_{eff} e densidade mássica ρ_{eff} com as propriedades do restante da estrutura.

Portanto, as equações a seguir relacionam as propriedades das inclusões cilíndricas de raio r_s e ρ_s , G_s , K_s imersas em uma matriz homogênea com ρ_0 , G_0 , K_0 , com as propriedades efetivas do material. Para longos comprimentos de onda, as equações de meio efetivo encontradas para o metamaterial elástico foram as seguintes:

$$\frac{(K_0 - K_{eff})}{(G_{K_0} + K_{eff})} = p \frac{(K_0 - K_s)}{(G_0 + K_s)} \quad (6)$$

$$(\rho_0 - \rho_{eff}) = p(\rho_0 - \rho_s) \quad (7)$$

$$\frac{(G_0 - G_{eff})}{(K_0 G_0 + (K_0 + 2G_0)G_{eff})} = p \frac{(G_0 - G_s)}{(K_0 G_0 + (K_0 + 2G_0)G_s)} \quad (8)$$

Nas Equações (6), (7) e (8), p representa a fração de enchimento do sistema, ou *filling fraction*, dada pela razão entre o volume total das subunidades e o volume da matriz. Destaca-se que a teoria desenvolvida não poderia ser aplicada na acústica apenas zerando-se os valores do módulo de cisalhamento, devido ao fato das condições de contorno referente às duas ondas serem diferentes.

Não se pode encontrar na natureza materiais com valores de ρ , G e K negativos, tais como os encontrados em metamateriais. Se em uma banda de frequência apenas ρ_{eff} for negativo, já é possível observar o efeito de *Band gap* tanto para ondas longitudinais quanto para transversais, dado que as velocidades de fase efetivas para as duas ondas citadas são dadas por $c_{l,eff} =$

$\sqrt{(K_{\text{eff}} + G_{\text{eff}})/\rho_{\text{eff}}}$ e $c_{t,\text{eff}} = \sqrt{G_{\text{eff}}/\rho_{\text{eff}}}$, respectivamente, e serão imaginárias. Se K_{eff} também for negativo, observa-se o índice de refração negativo mencionado anteriormente.

2.2.3 ADVENTO DO METAMATERIAL ACÚSTICO

A temática relativa a estruturas periódicas, metamateriais acústicos e metamateriais em geral é relativamente nova e a maior parte do seu desenvolvimento ocorreu de forma acelerada no século XXI, tomando diversas vertentes. A revisão bibliográfica, portanto, é uma tarefa delicada que deve ser realizada com cuidado por se tratar de um tema ainda muito ativo e dinâmico, cujas fronteiras são movidas com frequência por novas descobertas que alteram continuamente a definição de metamaterial, que pode se desprender da definição utilizada na literatura do passado.

O primeiro rastro de um metamaterial acústico está presente no trabalho de Kock & Harvey (1949), no qual uma analogia entre eletromagnetismo e acústica foi utilizada na criação de um aparato capaz de controlar as frentes de onda incidentes, por meio de um arranjo de obstáculos esféricos considerados pequenos se comparados com o comprimento de onda (λ_g).

Os trabalhos posteriores mantiveram a analogia e utilizaram a ressonância local na tentativa de projetar um material com índice n negativo. O primeiro metamaterial acústico, também chamado de material sônico localmente ressonante, foi demonstrado por Liu et al. (2000). Neste trabalho, foi utilizado um arranjo em 3D cúbico de inclusões esféricas em uma matriz de epóxi. Essas esferas com núcleo de alta densidade (metálico) eram revestidas com uma camada de material mais elástico, uma borracha de silicone de 2,5 mm. Essas estruturas estão presentes na Fig. (10), na qual se tem à esquerda uma vista em corte da célula esférica e à direita a amostra criada utilizando a matriz de epóxi.

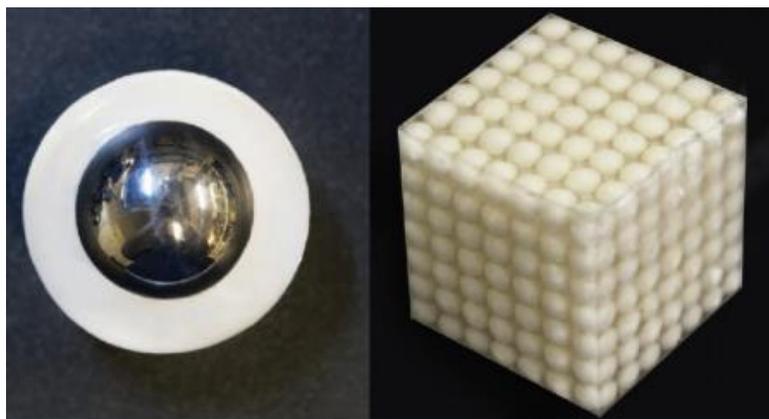


Figura 10 – Estruturas do material sônico localmente ressonante. Fonte: Ma et al (2016).

Ao ser excitado por ondas acústicas, o material apresentou o efeito de *Band gap* em um comprimento de onda bem menor do que é usualmente utilizado para observar efeitos de *Band gap* provenientes do *Bragg Scattering*. Em outras palavras, ele possui baixas frequências de ressonância, caracterizadas pelo movimento relativo entre os materiais que compõem a esfera. A

mais baixa, de aproximadamente 400 Hz, está ligada ao deslocamento da parte metálica, enquanto a mais alta (aproximadamente 1350 Hz) está ligada à parte emborrachada, com o núcleo da esfera permanecendo quase estacionário.

O coeficiente de transmissão de amplitude, calculado com a ajuda de um detector localizado no centro do cubo, é representado pelos pontos negros na Fig. (11). A linha sólida representa a previsão teórica dos resultados. Ao redor das frequências citadas observa-se atenuação das ondas acústicas. O trabalho demonstrou com sucesso uma densidade mássica efetiva com valor negativo.

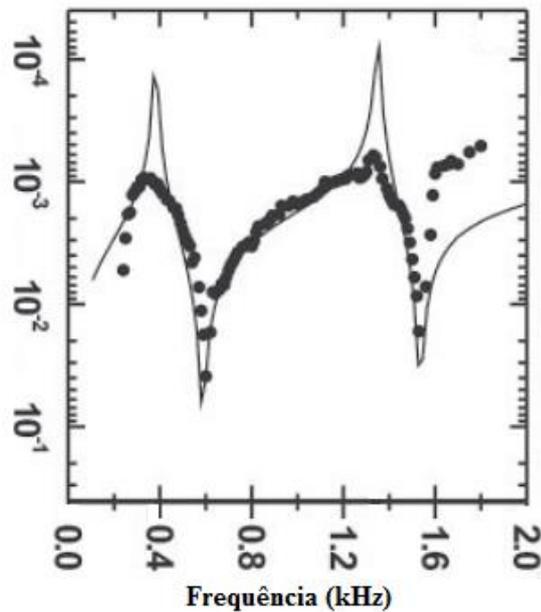


Figura 11 – Coeficiente de transmissão de amplitude vs frequência (Liu et al., 2000 - Adaptado).

A demonstração teórica de um metamaterial acústico com parâmetros efetivos simultaneamente negativos de densidade e módulo volumétrico, e consequentemente um $n < 0$ e vetor de Poynting com sentido contrário do vetor de onda, foi publicada por Li & Chan (2004). Para a construção de um meio propício foram utilizadas inclusões esféricas de borracha com 1 cm de raio suspensas em água.

A escolha desses materiais é explicada pelo fato da velocidade de propagação do som na borracha ser bem menor do que na água. Essa diferença é necessária pois os parâmetros efetivos negativos têm origem na ressonância monopolar e dipolar⁹ de uma mesma estrutura, sendo a coexistência desses dois tipos de ressonância a causa de um meio duplo negativo.

As Equações (9) e (10) foram utilizadas para se obter os parâmetros efetivos K_{eff} e ρ_{eff} da mesma forma como foi exemplificado na seção 2.2.2, sendo os subscritos “s” e “0” referentes a propriedades das esferas e dos fluidos, respectivamente.

⁹ A ressonância pode ser caracterizada por sua simetria espacial de oscilação (Jing et al. 2015). A ressonância monopolar tem simetria rotacional que se traduz em mudanças dinâmicas de volume. Já a dipolar tem simetria polarizante, e no caso em que há oscilação fora de fase em uma banda de frequência acima da ressonância, ρ_{eff} será negativo pois o centro de massa acelera no sentido contrário da força aplicada.

$$\frac{1}{K_{eff}} = \frac{f}{K_s} + \frac{1-p}{K_0} \quad (9)$$

$$\frac{(\rho_{eff} - \rho_0)}{(2\rho_{eff} + \rho_0)} = p \frac{(\rho_s - \rho_0)}{(2\rho_s + \rho_0)} \quad (10)$$

Através dessas equações e considerando $p = 0,1$, foi calculado o resultado do comportamento do meio efetivo estudado, apresentado na Fig. (12).

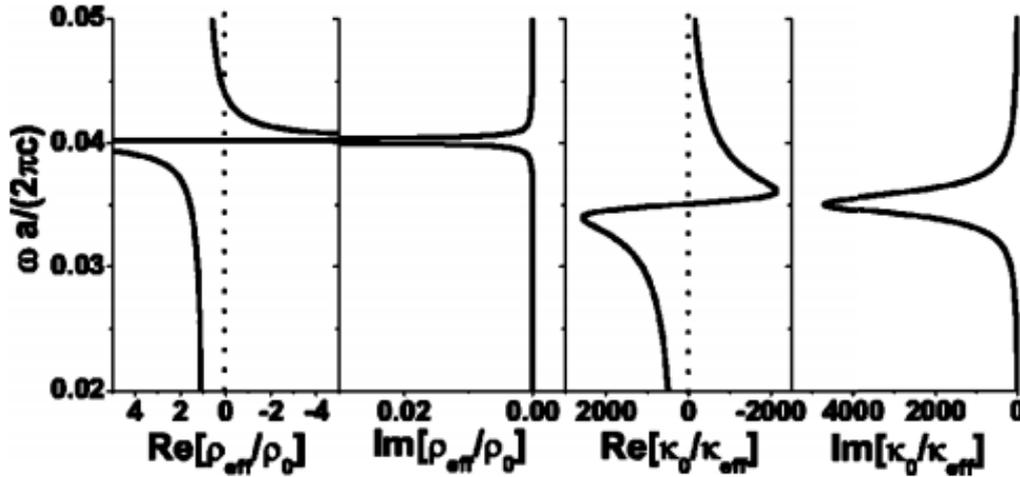


Figura 12 – Densidade mássica e módulo volumétrico efetivos para esferas de borracha em água (Li & Chan, 2004).

Observa-se que a ressonância dipolar é responsável por um ρ_{eff} negativo para frequências normalizadas maiores que aproximadamente 0,04, enquanto a ressonância monopolar origina um K_{eff} negativo aproximadamente acima de 0,035. Há, portanto, um pequeno intervalo de frequência em que ambos são negativos.

Os modos de vibração relacionados à ressonância monopolar, ou seja, com simetria rotacional, geram um movimento predominantemente de expansão/compressão, relacionado diretamente ao módulo volumétrico (Ma et al., 2016). A resposta negativa ocorre pois essa dilatação volumétrica de cada partícula não está em fase com o campo de pressão hidrostático.

Já os modos com simetria polarizada contribuem para a resposta inercial, e no caso da situação negativa ($\rho_{eff} < 0$), o movimento do centro da massa da partícula está fora de fase em relação ao campo direcional de pressão incidente (Li & Chan, 2004). Li & Chan concluem que é possível obter um módulo volumétrico e uma densidade mássica efetivos simultaneamente negativos se essas respostas negativas forem poderosas o bastante para compensar a presença o fluido de imersão.

Mais adiante no trabalho referenciado, foram extraídos dados no caso em que $p = 0,4$ para demonstrar, em maiores frações de enchimento (p), o mesmo efeito visto anteriormente. O aumento na concentração de partículas resulta em maior ressonância, alargando a faixa de frequência com índice de refração negativo, que pode ser observada abaixo dos 2,65 kHz na Fig.

(13.d). Na mesma figura, (a) apresenta as curvas de dispersão, (b) e (c) a transmitância através de 8 camadas de esferas com diferentes incidências.

O resultado de um meio duplo negativo com impedância efetiva (Z_{eff}) negativa foi interpretado como uma tendência do sistema de se expandir quando nele é aplicado um campo compressivo (associado ao módulo volumétrico negativo) e de se movimentar no sentido contrário ao da pressão aplicada (associado à densidade mássica negativa).

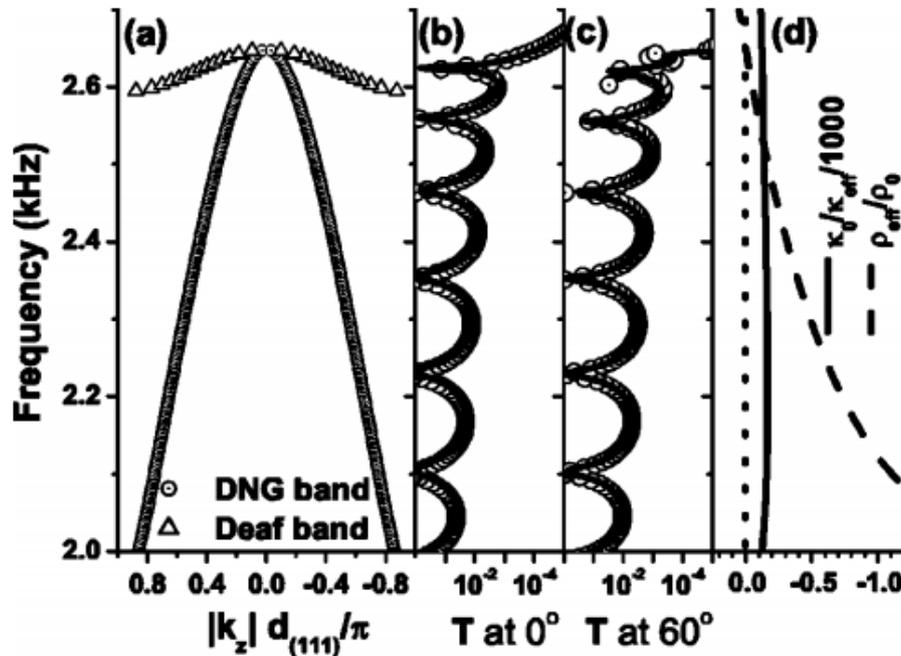


Figura 13 – Índice de refração negativo apresentado por esferas em água, $p = 0,4$ (Li & Chan, 2004).

Contudo, foi apenas em 2010 que ocorreu a primeira demonstração experimental do metamaterial acústico com índice de refração negativo. Iniciando em 2009, Lee et al. publicou dois estudos experimentais acerca de massa e módulo volumétrico negativos, seguidos por um terceiro trabalho em que essas duas propriedades foram obtidas para uma mesma estrutura compósita experimental (Fig. 14).

Para o experimento foi utilizado um guia de onda circular perfurado com diversos furos, que possuía membranas fixadas em seu aro interno localizadas entre dois furos consecutivos, semelhante ao que foi apresentado na Fig. (8.d). Como foi abordado nessa mesma figura, o arranjo de membranas induz um valor negativo de densidade mássica, enquanto a série de furos dá origem a um módulo volumétrico negativo. A superposição das faixas de frequência em que isso ocorre resulta em um índice de refração negativo.

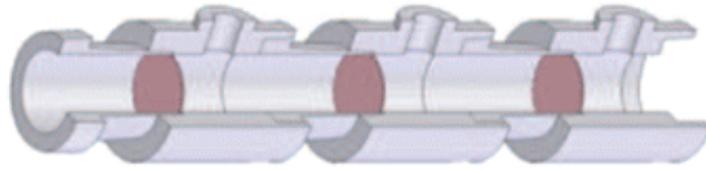


Figura 14 – Estrutura compósita com furos e membranas (Esfahlani, 2017).

As diversas descobertas e experimentos realizados desde 2000 foram de suma importância para a formação da base teórica e experimental referente a metamateriais acústicos, com alguns interessados tendendo a ir em busca do meio de refração negativo para a acústica e outros mais interessados em propor aplicações para o que até então já havia sido descoberto. O uso da ressonância local a partir da introdução de subunidades em um material homogêneo proporcionou um grande salto no controle de ondas acústicas, com diversas aplicações.

A absorção acústica é importante, por exemplo, para atenuação de ruído e otimização acústica de interiores, e a manipulação de ondas pode ser aplicada à blindagem acústica de um corpo. Porém uma das vertentes criadas seguiu com um foco voltado à absorção de vibração para a onda acústica se propagando em meio sólido, com o objetivo de atenuar a vibração de uma estrutura excitada em certas bandas de frequência, ou *Band gaps*.

Denominados metamateriais estruturais, esta será a classe de materiais a ser estudada numérica e experimentalmente nesse projeto de graduação, sendo seu conceito introduzido na seção 2.3, a seguir.

2.3 METAMATERIAIS ESTRUTURAIS

Em se tratando de estruturas com adição de subunidades periódicas menores que o comprimento de onda incidente, nas quais é criado um efeito de *Band gap*, as aplicações evidentes são de isolamento acústico e de vibração. Na prática, pode ocorrer isolamento sonoro de prédios/salas, atenuação de choque em equipamento militar e em veículos/equipamentos domésticos e industriais, entre outros.

Tal aplicabilidade é ainda mais interessante se puder ser feita de maneira ajustável e ao longo de uma faixa de frequência considerável, o que não se verifica, por exemplo, com um absorvedor dinâmico de vibração comum.

A riqueza de funções e a capacidade de remediar com reduzida adição de massa inúmeros transtornos causados ao ser humano por fenômenos vibratórios geraram a motivação necessária para a elaboração e estudo dos metamateriais estruturais. Sua principal característica é a presença de subunidades de ressonadores mecânicos denominados absorvedores de vibração, distribuídos ao longo da estrutura.

O princípio de funcionamento das subunidades é similar ao de absorvedores mecânicos de vibração comuns. A onda acústica, sendo agora considerada com propagação em meio sólido, irá excitar os diversos absorvedores espalhados. Em frequências próximas à frequência de

ressonância local, a elevada amplitude de vibração de cada subunidade irá criar forças de cisalhamento e momentos fletores grandes o bastante para ajustar a estrutura principal e impedir a propagação de ondas na mesma.

Esse fenômeno também está relacionado ao aparecimento de parâmetros efetivos negativos de massa (m_{eff}) e rigidez (k_{eff}), como esclarecido na subsecção 2.3.1 a seguir.

2.3.1 A RESSONÂNCIA LOCAL E PARÂMETROS DE MATERIAL

Foi suficiente, até o momento, utilizar a teoria do meio efetivo para caracterizar materiais por meio de suas propriedades de densidade mássica (ρ_{eff}) e modulo volumétrico (K_{eff}) efetivos, para os casos em que se tem ondas acústicas se propagando em meio fluido e com comprimento de onda consideravelmente maior que o tamanho da célula estrutural. Contudo, para o caso em que a propagação ocorre em meio sólido, com as mesmas considerações acerca do comprimento de onda, o material poderá ser bem definido por suas propriedades de massa (m_{eff}) e rigidez (k_{eff}) efetivos. Assim como ocorre em metamateriais acústicos e eletromagnéticos, será possível criar faixas de frequência em que ambos os parâmetros efetivos citados são negativos, dando origem ao fenômeno de *Band gap* de isolamento de vibração.

Para esse fim, faz-se uso da ressonância local com o intuito de provocar forças de inércia que estarão fora de fase em relação ao movimento da estrutura principal. Para demonstrar a manifestação de parâmetros negativos devido à ressonância local, serão utilizados dois modelos de dois graus de liberdade (2-GDL) retirados do trabalho de Sun et al. (2011), apresentados na Fig. (15).

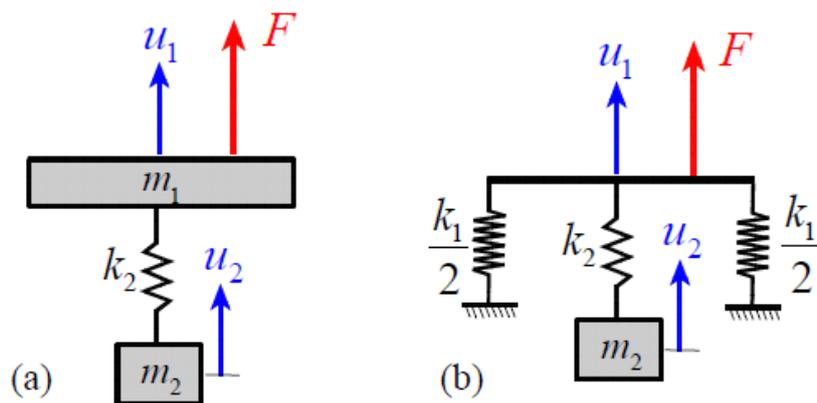


Figura 15 – Modelos de 2-GDL utilizados: a) massa-massa, e b) massa-mola (Sun et al., 2011).

Para demonstrar a origem e o significado físico de uma massa efetiva negativa será utilizado o sistema massa-massa da Fig. (15.a), submetido a um forçamento harmônico. Serão consideradas as equações a seguir para a análise do sistema, sendo (11) a equação do movimento do sistema, (12) as funções resposta em frequência $H_{i1}(\Omega)$ que relacionam as respostas $u_i(t)$ e a força harmônica aplicada $F(t)$ na massa m_1 para $i = 1,2$, e (13) a massa efetiva $m_{eff1}(\Omega)$ em função da frequência de excitação Ω , em Hz.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix}, F \equiv F_0 e^{j\Omega t}, \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} e^{j\Omega t} \quad (11)$$

$$H_{11} \equiv \frac{a_1}{F_0} = \frac{k_2 - m_2 \Omega^2}{(k_2 - m_1 \Omega^2)(k_2 - m_2 \Omega^2) - k^2} \quad (12)$$

$$H_{21} \equiv \frac{a_2}{F_0} = \frac{k_2}{(k_2 - m_1 \Omega^2)(k_2 - m_2 \Omega^2) - k^2}$$

$$m_{eff1} \equiv \frac{F}{\ddot{u}_1} = \frac{F_0}{-\Omega^2 a_1} = m_1 + \frac{m_2}{1 - \Omega^2/\omega_2^2}, \omega_2 \equiv \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (13)$$

Nas equações acima, $\dot{u}_1 = du_1/dt$, a unidade imaginária é representada por $j \equiv \sqrt{-1}$ e ω_2 é a frequência de ressonância local do subsistema massa-mola formado por m_2 e k_2 . O comportamento do sistema excitado pode ser dividido em 3 situações:

- Se $\Omega < \omega_2$

Pela Equação (13) conclui-se que m_{eff1} é maior que zero, e como $H_{21} \equiv a_2/F_0$ e $H_{11} \equiv a_1/F_0$ são ambas negativas tem-se que as respostas $u_1(t)$ e $u_2(t)$ estão em fase. Ao padrão de vibração criado dá-se o nome de modo acústico¹⁰.

- Se $\Omega = \omega_2$

Pela Equação (13) observa-se que, nesse caso, o módulo da massa efetiva tenderá ao infinito ($|m_{eff1}| \rightarrow \infty$) e a massa 1 não apresentará deslocamento ($H_{11} = u_1 = 0$). Essa é a situação usual de absorvedores dinâmicos de vibração, na qual a força aplicada $F(t) = -k_2 u_2 = m_2 \ddot{u}_2$ será contrabalanceada pela força de inércia $-m_2 \ddot{u}_2$ da mola, mantendo a massa estática.

- Se $\Omega > \omega_2$

Nesse caso, se a condição $m_1 < m_2(\omega_2^2 - 1)/\Omega^2$ for atendida, a massa efetiva será negativa, e as funções resposta em frequência serão iguais a $a_1/F_0 = -1/(m_{eff1}\Omega^2) > 0$ e $a_2/F_0 = (\omega_2^2 - 1)/(m_{eff1}\Omega^4) < 0$, indicando que as respostas $u_1(t)$ e $u_2(t)$ estão 180° fora de fase. Ao padrão de vibração criado dá-se o nome de modo óptico (*optical mode*). Nessa situação, a força que puxa a massa m_1 para baixo é dada por $k_2(a_1 - a_2) = F_0(m_{eff1} - m_1)/m_{eff1}$, que será maior que a força F_0 aplicada na direção oposta, dando origem à chamada massa efetiva negativa.

Considerando agora o modelo massa-mola com 2-GDL apresentado na Fig.15.b, submetido a um forçamento idêntico ao do modelo anterior, teremos as Eqs. (14), (15) e (16) como as três equações que regem o movimento do sistema seguindo a mesma ordem de apresentação do modelo anterior, porém sendo a Eq. (16) relativa à rigidez efetiva $k_{eff1}(\Omega)$.

¹⁰ Em se tratando de estruturas com ressonadores adicionados periodicamente, o modo acústico retrata a situação em que a estrutura e os ressonadores vibram em fase, enquanto no modo óptico ambas vibram fora de fase.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix}, F \equiv F_0 e^{j\Omega t}, \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} e^{j\Omega t} \quad (14)$$

$$H_{11} \equiv \frac{a_1}{F_0} = \frac{k_2 - m_2 \Omega^2}{(k_1 + k_2)(k_2 - m_2 \Omega^2) - k_2^2}, \quad (15)$$

$$H_{21} \equiv \frac{a_2}{F_0} = \frac{k_2}{(k_1 + k_2)(k_2 - m_2 \Omega^2) - k_2^2} \quad (15)$$

$$k_{eff1} \equiv \frac{F}{u_1} = \frac{F_0}{a_1} = k_1 + \frac{k_2}{1 - \omega_2^2/\Omega^2}, \omega_2 \equiv \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (16)$$

Assim como no modelo anterior, a análise é similar e a resposta do sistema dividida em três situações:

- Se $\Omega < \omega_2$

Nesse caso, se $k_{eff1} > 0$ as respostas $u_1(t)$ e $u_2(t)$ estarão em fase já que $a_1/F_0 = 1/k_{eff1}$ e $a_2/F_0 = \omega_2^2/(k_{eff1}(1 - \Omega^2))$ serão ambas positivas e mais uma vez será proeminente o modo acústico. Se $k_{eff1} < 0$, as razões entre a_1, a_2 e F_0 serão ambas negativas o que também resultará em um modo acústico.

- Se $\Omega = \omega_2$

Analogamente ao modelo anterior, nesse caso o módulo da rigidez efetiva tenderá ao infinito ($|k_{eff1}| \rightarrow \infty$) e a massa 1 não apresentará deslocamento ($H_{11} = u_1 = 0$), devido ao mesmo equilíbrio de forças do modelo prévio.

- Se $\Omega > \omega_2$

Nesse caso, já que $k_{eff1} > 0$, a razão a_1/F_0 será positiva e a razão a_2/F_0 negativa, resultando em movimentos $u_1(t)$ e $u_2(t)$ ocorrendo 180° fora de fase e apresentando um modo óptico.

É interessante ressaltar que a descrição dos efeitos dinâmicos de um ressonador utilizando-se a terminologia “massa negativa” não está rigorosamente correta. Mace (2014) afirma que o uso da massa física do ressonador para descrição de tais efeitos deve ser substituído pelo uso da massa dinâmica do ressonador, que pode assumir valores positivos, negativos ou complexos. Na Figura 16.b abaixo, a relação entre a força F e o deslocamento u do absorvedor de vibração com massa m_R é dada pela Eq. (17).

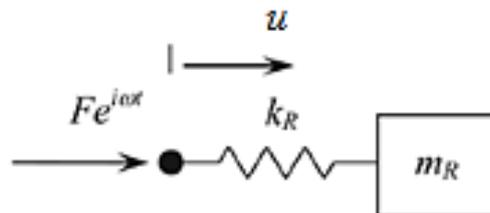


Figura 16 – Sistema massa-mola com forçamento harmônico. (Mace, 2014)

$$F = \left(\frac{-m_R \Omega^2}{1 - r^2} \right) u \quad (17)$$

Nesse caso, a razão entre a frequência de excitação e a frequência de ressonância do absorvedor é dada por $r = \Omega/\omega_R$. Se Ω estiver bem abaixo da frequência de ressonância, é observado o aspecto de uma massa m_R , enquanto um valor de Ω consideravelmente acima de ω_R faz F ser aproximadamente igual a $k_R u$ e causar efeitos de rigidez. Portanto, ao invés de considerar esses efeitos como uma massa negativa, seria melhor descrevê-los de forma que enfatize um domínio da rigidez.

2.3.1 PERIODICIDADE E VARIABILIDADE DE FABRICAÇÃO

Outro importante ponto levantado por Mace (2014) é relativo à periodicidade. Em seu trabalho, é mencionado que o efeito de *Band gap* pode ser criado com apenas um ressonador, i.e. o absorvedor de vibrações comum, que irá apresentar impedância infinita quando excitado em sua frequência natural. A introdução de subestruturas periódicas é interessante para alargar a banda de frequência em que há atenuação de vibração.

O igual espaçamento entre os ressonadores adicionados a uma estrutura também não é necessário, visto que o *Band gap* não será criado por fenômenos de espalhamento. O único requisito é que os ressonadores sejam projetados de forma a possuir frequências de ressonância coincidentes, o que nunca pode ser garantido devido à variabilidade na fabricação.

Tais afirmações podem ser comprovadas por um estudo numérico e experimental realizado por Sugino et al. (2017), no qual foi simulada uma viga com ressonadores de mesma massa e rigidez, distribuídos de forma não uniforme. O intuito é verificar os efeitos do espaçamento não uniforme sobre o *Band gap*, proveniente da ressonância local. A simulação foi realizada com 200 diferentes amostras aleatórias ($n_{\text{trials}} = 200$) de 20 ressonadores, sendo os resultados sobrepostos no gráfico superior da Fig. (17).

O gráfico inferior representa um histograma do número de frequências naturais n de todos os arranjos aleatórios, normalizado pelo número de amostras. Se as barras azuis estão concentradas em torno de certa frequência de excitação, significa que grande parte das amostras apresentou ressonância perto dessa frequência. O gráfico superior pode ser dividido em três partes pelas linhas tracejadas, que representam os limites esperados para o *Band gap*. Mais à esquerda se encontra a região na qual a transmissibilidade menos varia de acordo com o arranjo dos ressonadores, pois há grande proximidade das curvas em relação à média (curva preta).

Já mais à direita, a discrepância dos resultados é visível, havendo grande variação nas transmissibilidades e um espalhamento das frequências de ressonância no gráfico inferior, em contraste com a banda mais à esquerda na qual tais frequências encontram-se concentradas em torno de certos valores. No entanto, observando-se a curva de transmissibilidade média, conclui-se pela seção central do gráfico superior que a atenuação de vibração existe e ocorre sempre na

mesma faixa de frequência, independente da posição dos ressonadores e o espalhamento das frequências de ressonância (gráfico inferior).

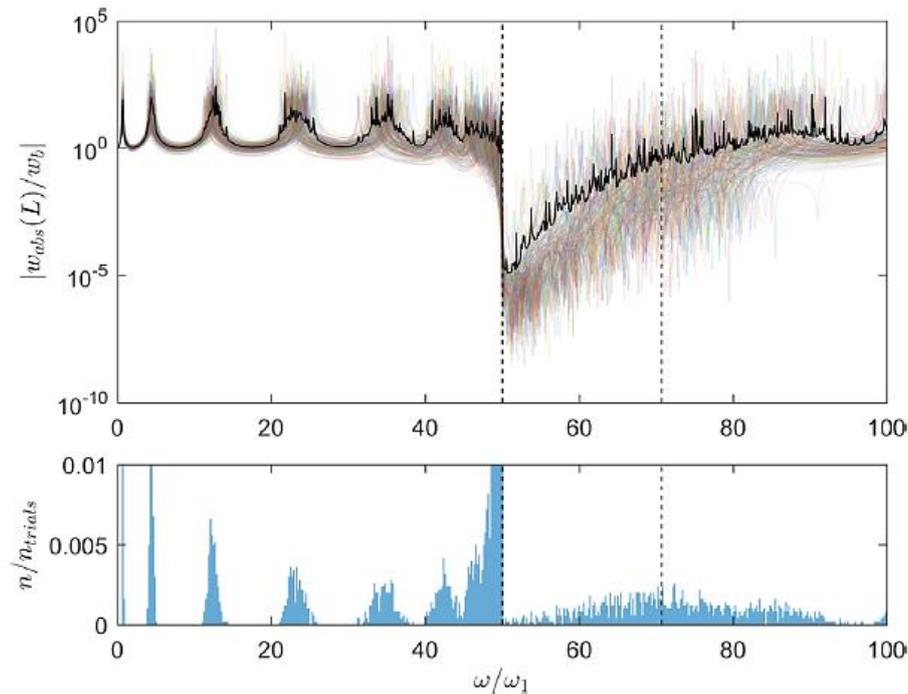


Figura 17– Transmissibilidade de 200 amostras vs frequência de excitação normalizada pela frequência fundamental ω_1 da estrutura (superior) e histograma do número de frequências de ressonância de todos os arranjos aleatórios, normalizado pelo número de amostras (inferior) (Sugino et al., 2017).

Os resultados, comparados ainda aos gráficos experimentais obtidos posteriormente por Sugino et al. (2017), mostram que para garantir o efeito de *Band gap* é prudente fazer uso da periodicidade, porém existe certa flexibilidade para o projetista em relação ao posicionamento dos ressonadores em metamateriais localmente ressonantes.

Em relação à presença de variabilidade nas frequências naturais dos ressonadores, um dos principais focos deste projeto de graduação, Sugino et al. (2017) realizaram outro estudo numérico. Como ressonadores manufaturados nunca terão exatamente as mesmas frequências naturais, o estudo foi feito com 20 ressonadores adicionados uniformemente em uma estrutura, com uma distribuição normal aleatória de frequências naturais com média $\omega_t = 50\omega_1$ e desvio padrão σ . Foram realizadas 500 iterações, variando-se o desvio padrão em cada uma, resultando em um histograma que evidencia, em verde, apenas as frequências em que não houve ressonância de acordo com os valores de desvio padrão utilizados (Fig. 18).

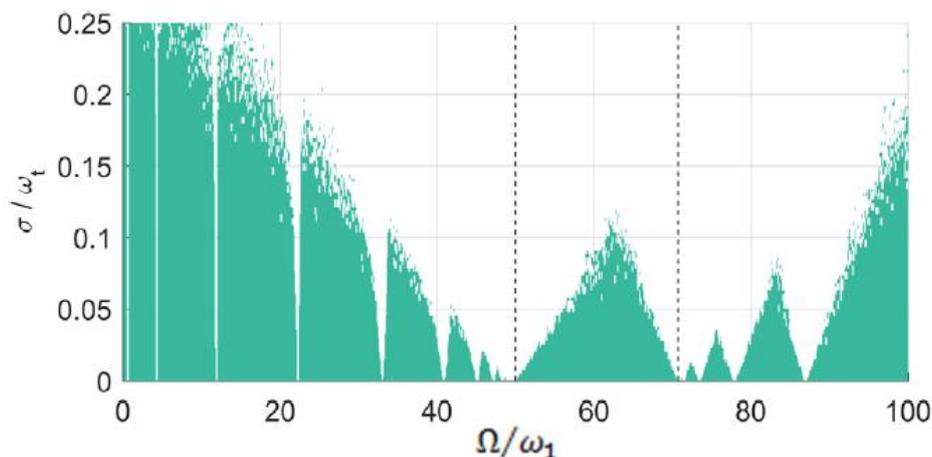


Figura 18 – Histograma evidenciando, para 500 amostras, frequências em que não houve ressonância, para diferentes valores de σ . Linhas tracejadas marcam os limites esperados do *Band gap* (Sugino et al., 2017).

Observa-se que, para um valor de desvio padrão nulo, a faixa do *Band gap* está totalmente colorida, o que significa que não há ressonância em nenhuma frequência, como é esperado. Porém, à medida que se aumenta o valor de σ , a área verde se estreita até desaparecer aproximadamente em $\sigma/\omega_t = 0,11$, mostrando que a largura do *Band gap* diminui conforme aumenta a variação entre as frequências de ressonância dos ressonadores.

2.4 METAMATERIAIS E MANUFATURA ADITIVA

No capítulo de Introdução, foi mencionado que o trabalho de Veselago (1968) não ganhou de imediato a merecida atenção devido não só a ceticismo mas também pela tecnologia disponível na época não ser capaz de fabricar a estrutura teorizada.

A manufatura aditiva surgiu em um passado recente e, assim como os metamateriais, revolucionou diferentes áreas, permitindo que a geometria de peças e estruturas gradativamente não seja mais um fator limitante. Essa técnica, como definida por Hagen et al. (2003), se baseia na produção de objetos sem uso de moldes ou ferramentas a partir de um design tridimensional criado em software CAD. A fabricação se dá pela discretização do modelo 3D em camadas bidimensionais, que são sobrepostas através, por exemplo, da deposição de material ou sinterização de pó.

A Sinterização Laser Seletiva (SLS) é a tecnologia utilizada na fabricação das vigas estudadas nesse projeto de graduação. Ela se baseia na fundição a laser de pequenas partículas de pó para formar um objeto sólido, possuindo vantagens como rapidez, acabamento, baixo custo de prototipagem e, é claro, um alto grau de complexidade do projeto. Na Figura (19), pode-se observar a adição periódica de pó pelo rolo de nivelamento na câmara de impressão, onde um feixe de laser sinteriza o pó de forma seletiva para formar a peça projetada.

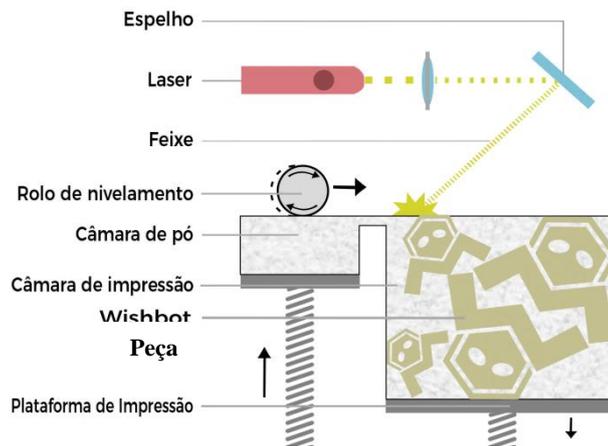


Figura 19 – Funcionamento da SLS. Fonte: <http://blog.wishbox.net.br/2017/02/23/o-que-e-impressao-3d/>

A complexidade permitida é especialmente importante em se tratando dos metamateriais acústicos e estruturais introduzidos ao longo deste capítulo, que possivelmente possuem entradas e reentradas ao longo de sua estrutura. Como visto, a necessidade de adicionar subunidades seria um desafio de fabricação se não fosse a manufatura aditiva. Portanto, ela tornou possível a validação e experimentação de diferentes propriedades e aplicações dos metamateriais, através da rápida manufatura de modelos físicos.

Contudo, principalmente por ainda ser uma tecnologia relativamente nova, ela possui as suas deficiências e limitações que, segundo Hu & Mahadevan (2017), estão presentes em todos os processos de manufatura aditiva e trazem problemas de acuracidade geométrica e variabilidade de material. Tal situação torna as estruturas tipicamente não confiáveis mecanicamente e geometricamente (Celi & Gonella, 2015), o que afeta diretamente a propagação de ondas em seu interior e pode inviabilizar a utilização dessa tecnologia para a fabricação de metamateriais nos quais se espera observar o *Band gap*.

2.5 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo, percorreu-se a história relativamente recente dos metamateriais, sendo demonstrado como um conceito erguido em 1968 passou pelas áreas de eletromagnetismo, acústica e dinâmica de estruturas. Com o objetivo de atenuar ou redirecionar ondas acústicas ou eletromagnéticas, foi visto que os metamateriais trouxeram aplicabilidades e possibilidades nunca antes vistas e instigaram a comunidade acadêmica e científica.

Foi esclarecido o comportamento de um meio com índice de refração negativo e como os metamateriais podem ser caracterizados utilizando-se a hipótese do meio efetivo. Por meio dessa hipótese, a análise de um metamaterial eletromagnético é simplificada utilizando-se os conceitos de permeabilidade magnética e permissividade elétrica efetivas (μ_{eff} e ϵ_{eff} , respectivamente). O mesmo se aplica na área de acústica com a densidade mássica (ρ_{eff}) e

módulo volumétrico (K_{eff}) efetivos, que resultam em uma impedância acústica efetiva (Z_{eff}) negativa na faixa de frequência em que se presencia o efeito do *Band Gap*.

Para os metamateriais estruturais, foco desse projeto de graduação, massa (m_{eff}) e rigidez (k_{eff}) são opções de parâmetros efetivos, havendo discordâncias quando à utilização do termo massa negativa em detrimento do conceito de massa dinâmica negativa. Foi esclarecida a não necessidade de periodização dos ressonadores mecânicos, que apenas devem possuir a mesma frequência de ressonância. Se esta for variável, irá afetar de alguma forma a largura e a intensidade do *Band gap*.

Quanto à relação entre metamateriais e manufatura aditiva, foi citado que esse processo é de grande valia no estudo e fabricação de uma estrutura com subunidades, porém é uma tecnologia recente e suscetível à variabilidade geométrica e de material. É cabível, portanto, realizar um estudo de incerteza em metamateriais produzidos dessa forma, que terá como primeiro passo o desenvolvimento de um modelo numérico, tema do Capítulo 3 a seguir.

3 ANÁLISE NUMÉRICA

Este capítulo apresenta as vigas em estudo através de um modelo numérico desenvolvido em software comercial, que utilizará o método dos elementos finitos para as análises pertinentes.

Para alcançar os objetivos propostos neste projeto de graduação, é necessário o desenvolvimento de um modelo numérico confiável e que seja capaz de produzir resultados semelhantes aos obtidos por Beli & Arruda (2016). Esse modelo será utilizado mais adiante para o estudo de incerteza relativo a metamateriais fabricados por meio da manufatura aditiva.

O modelo criado foi baseado nas dimensões teóricas das vigas fornecidas por Beli & Arruda no contexto do *Round-Robin*, assim como nas propriedades teóricas de material e densidade da poliamida para cada parte da viga Tab. (1). Cada viga possui as dimensões básicas de altura, largura e comprimento ilustradas na Fig. (20).

Ambas as vigas podem ser divididas em 15 células unitárias nominalmente idênticas, cujas dimensões estão explícitas na Fig. (21). Nesta figura também estão presentes as dimensões dos ressonadores, que estão distribuídos uniformemente ao longo de uma das vigas, sendo dois simétricos por célula.



Figura 20 – Dimensões básicas das vigas com (direita) e sem (esquerda) ressonadores (Silva, 2016).

Para a confecção do modelo numérico, será utilizado um software de análise por elementos finitos, nomeadamente o *Ansys® Mechanical APDL, Versão 16.0*, utilizando-se também a plataforma *Workbench* para uma melhor visualização dos modos de vibração da viga com ressonadores.

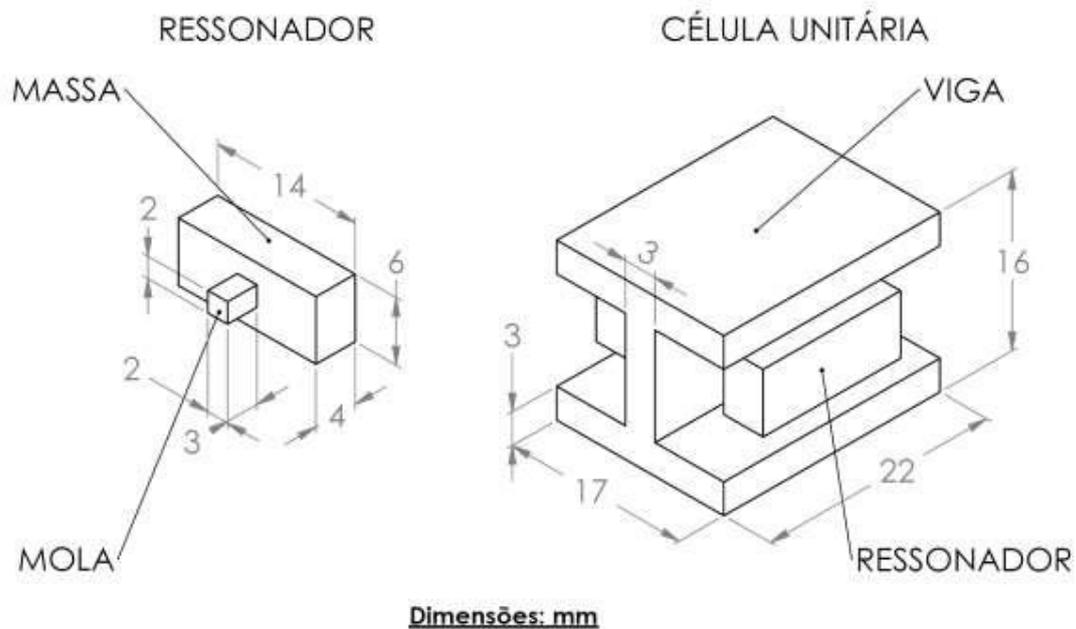


Figura 21 - Dimensões teóricas das células unitárias e ressonadores (Silva, 2016).

Tabela 1 – Propriedades médias da poliamida introduzidas no modelo numérico (Beli & Arruda, 2016).

Propriedade	Viga em I	Massa do Ressonador	Mola do Ressonador
Módulo de Elasticidade E [GPa]	0,86	0,86	0,72
Densidade ρ [kg/m ³]	700	1000	700
Coefficiente de Poisson ν	0,39	0,39	0,39
Razão de Amortecimento Estrutural	0,03	0,03	0,03

3.1 ELABORAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

Para efeitos de comparação, foram criados dois modelos no software *Ansys® Mechanical APDL*, referentes às vigas com e sem ressonadores. Para a construção dos modelos foi escolhido o elemento do tipo BEAM188 em detrimento do SOLID45, pois o primeiro garante uma análise rápida e confiável das estruturas. O segundo exige uma grande capacidade computacional e longo tempo de simulação para pequenas malhas, como relatado na seção Dificuldades do Projeto de Silva (2016).

Dessa forma, para garantir precisão e agilidade nas análises, o BEAM188 (Fig. 22) foi o escolhido. Tal elemento é linear (uma dimensão), possuindo dois nós com seis graus de liberdade cada, referentes à translação nas direções x , y e z e à rotação em torno dessas mesmas direções.

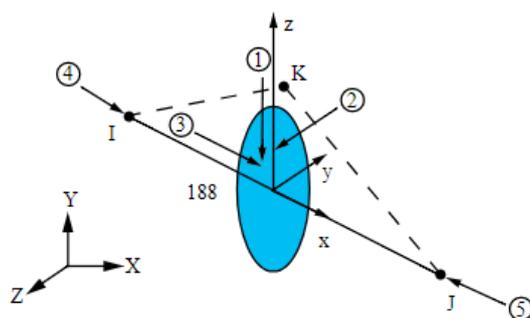


Figura 22 – Representação do elemento BEAM188. Fonte: www.sharcnet.ca

Por ser uma simplificação de um modelo 3D, é necessário definir para cada elemento uma seção transversal e suas propriedades de material, que podem ser modificadas futuramente em cada elemento da viga para uma análise de incerteza.

Cada célula da viga com ressonadores foi discretizada como mostrado na Fig. (23). Seu comprimento foi dividido em elementos de 2,75 mm posicionados ao longo da linha neutra da viga, que descreverá seu movimento. A mola do ressonador possui dois elementos de 1,5 mm e a massa apenas um de 4 mm, totalizando 14 elementos e 15 nós por célula. A cada elemento foi atribuído um tipo de material e as dimensões adequadas, apresentados respectivamente na Tab. (1) e Fig. (21). A viga sem ressonadores teve suas células modeladas da mesma forma, o que resulta em 9 nós e 8 elementos por célula. Ressalta-se que a mola do ressonador (dois elementos com 1,5 mm) foi ligada diretamente à linha neutra da viga, sem utilizar elemento de transição com resistência infinita. O movimento da viga será bem descrito pela linha neutra e, como a análise passará apenas pelos primeiros modos de vibração, a falta do elemento de transição resultará em erros ínfimos. Entende-se isso como apenas uma aproximação do caso real, que será validada mais adiante.

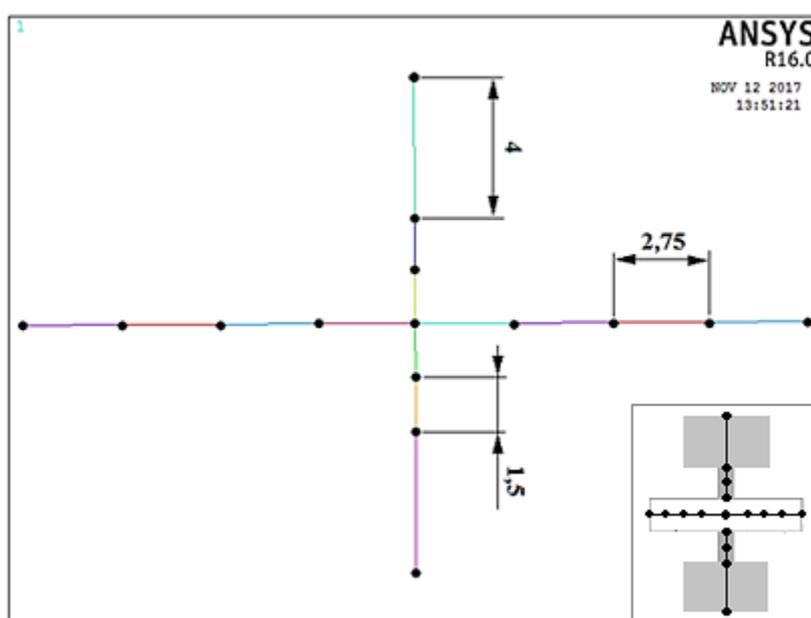


Figura 23 – Representação em mm de uma célula periódica com 15 nós e 14 elementos (coloridos). No canto inferior direito, vista superior em corte da célula unitária, com a forma com que foi discretizada.

O modelo resultante pode ser visto na Fig. (24), na qual a viga com ressonadores foi plotada com as seções transversais de cada elemento, e as células periódicas estão separadas por cores. A imagem contém a divisão de cada célula em elementos de tamanho já mencionado, sendo cada segmento customizável em relação à sua geometria e material, o que também ocorre para cada ressonador.

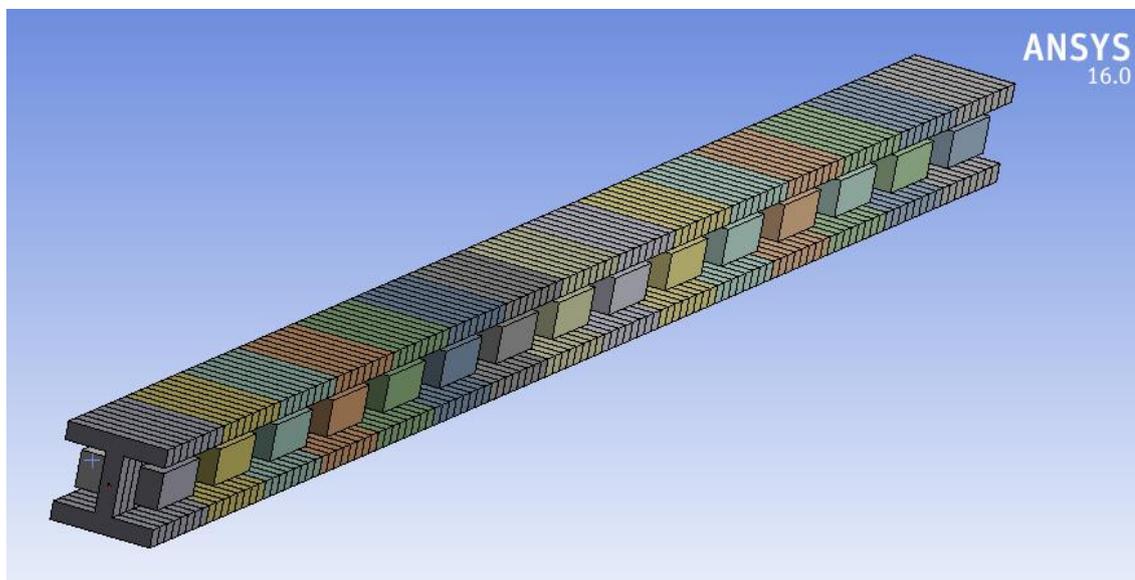


Figura 24 – Modelo da viga no qual estão visíveis as seções transversais atribuídas à cada elemento.

3.2 ANÁLISE HARMÔNICA

Para observar como se comporta a viga com ressonadores perante um forçamento harmônico, será realizada uma simulação que fornecerá a sua FRF, que será comparada com a da viga sem ressonadores. O intuito é verificar a ocorrência do *Band gap* e validar o modelo.

Anteriormente a uma análise harmônica, é necessária a realização de uma análise modal da estrutura. Primeiramente, foram obtidos os modos de vibração apenas dos ressonadores mecânicos, em uma tentativa de se antecipar em qual faixa de frequência o efeito de *Band gap* provavelmente ocorrerá, dado que o fenômeno é resultado da ressonância local.

Os resultados obtidos estão distribuídos na Tab. (2), que relaciona o modo de vibração dos ressonadores, imagens retiradas da simulação e as frequências de ressonância obtidas utilizando-se diferentes elementos, cuja diferença percentual é apresentada na última coluna.

A análise modal da viga com ressonadores fornece resultados semelhantes. Observa-se que, posteriormente a uma frequência de 800 Hz, os modos de vibração traduzem exclusivamente movimentos de flexão ou torção da viga como um todo, como mostrado nas Figs. (25) e (26). Nestas imagens, a estrutura inicial sem deformações está representada em tonalidade levemente transparente.

Tabela 2 – Frequências de ressonância dos ressonadores para diferentes modos de vibração.

Modo	Frequência [Hz]		Variação (%)
	BEAM188	SOLID187	
Torção	875,94	848,77	3,20
Flexão horizontal	886,86	873,07	1,57
Flexão vertical	1156,5	1155,9	0,05

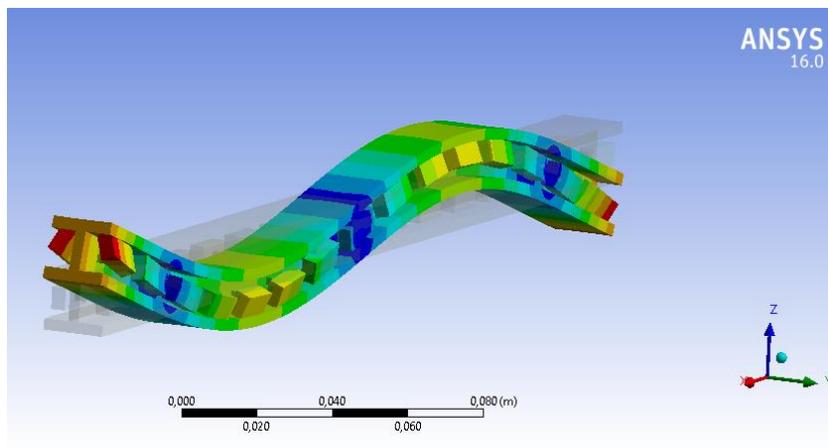


Figura 25 – 1º Modo de vibração vertical, frequência de 464 Hz.

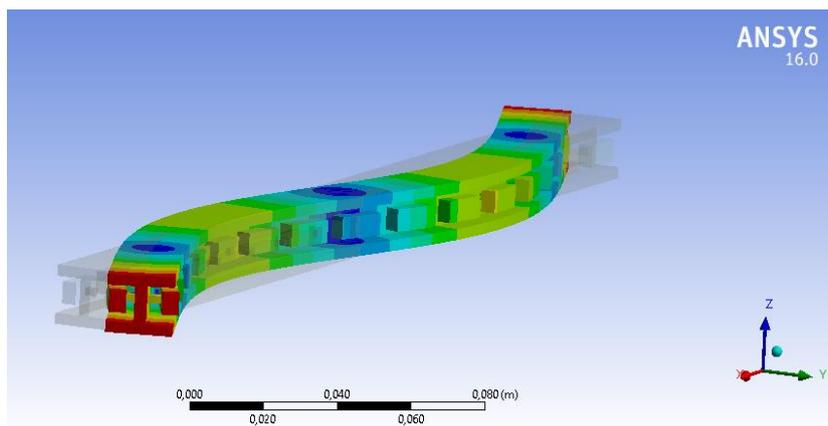


Figura 26 – 1º modo de vibração horizontal, frequência de 363,75 Hz.

Porém, nas imediações das frequências de ressonância dos ressonadores, observa-se que eles vibram nos modos de vibração mencionados na Tab. (2), enquanto a viga permanece estática ou com deslocamentos negligenciáveis, como observado nas Figs. 27 a 29. Esse comportamento de atenuação de vibração já era esperado nas imediações das frequências apresentadas na coluna do BEAM188 na Tab. (2).

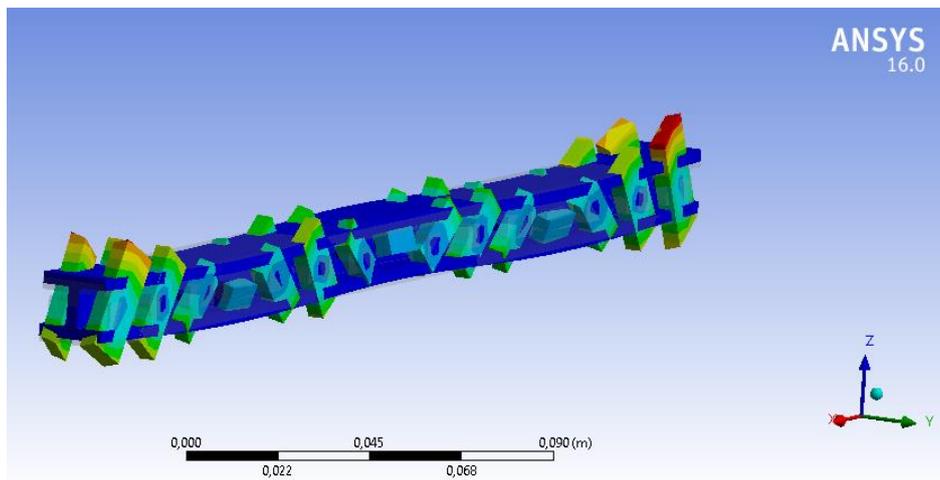


Figura 27 – Viga estática com subunidades ressonando em seu modo de torção, frequência de 853,13 Hz.

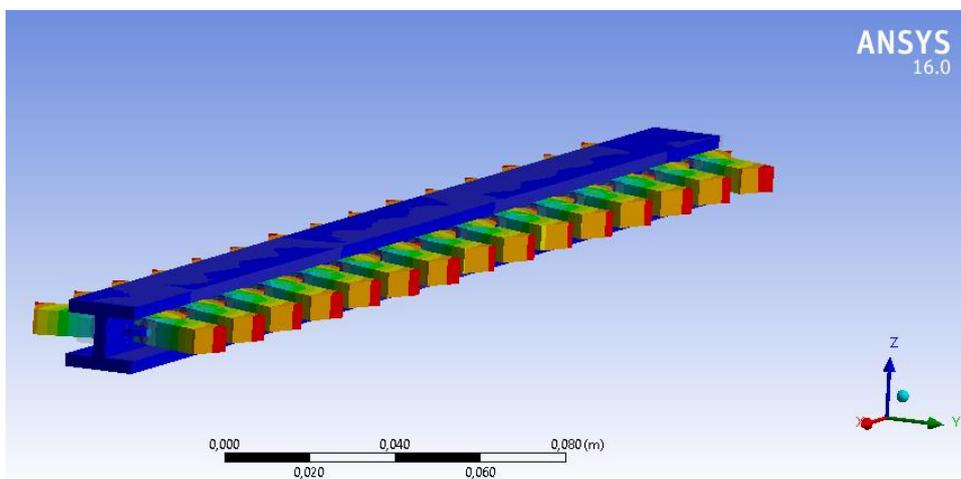


Figura 28 – Viga estática, subunidades ressonando em seu modo de flexão horizontal, frequência 889 Hz.

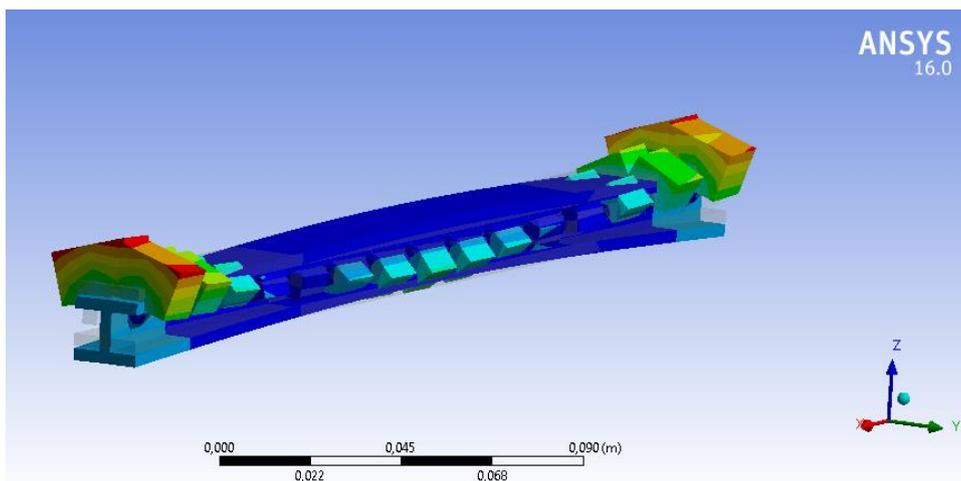


Figura 29 – Viga estática, subunidades ressonando em seu modo de flexão vertical, frequência 1213,8 Hz.

Os resultados da análise modal indicam a presença de atenuação de vibração da viga por meio da ressonância local. Pode-se até mesmo esperar que o fenômeno de *Band gap* ocorra em uma faixa que englobe tais frequências de ressonância. Para realizar a confirmação de tal suposição, a viga com ressonadores é submetida à análise harmônica por inversão direta, em que

um forçamento harmônico de 5 N e frequência de excitação variando de 0 a 2500 Hz é aplicado no centro da primeira célula periódica da viga, na direção transversal. A varredura é feita com 1500 *substeps*, portanto evoluirá com saltos de aproximadamente 1,67 Hz.

Foi realizada a leitura do deslocamento (u) no centro da última célula periódica da viga, na mesma direção em que foi aplicado o forçamento. As FRF's obtidas para as vigas com e sem ressonadores podem ser analisadas na Fig. (30).

As Figuras (31) e (32) apresentam, respectivamente, os resultados obtidos nos trabalhos de Beli & Arruda (2016) e Silva (2016) utilizando-se o SOLID45 e as mesmas vigas em análise neste projeto de graduação.

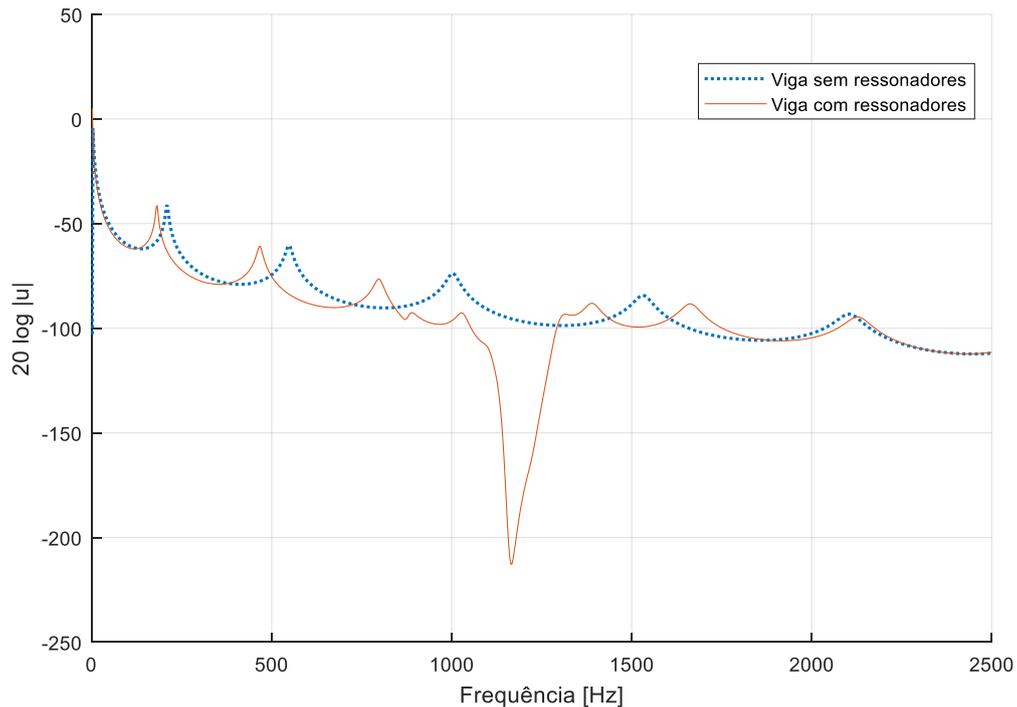


Figura 30 – Função resposta em frequência das vigas com (pontilhado) e sem (sólido) ressonadores.

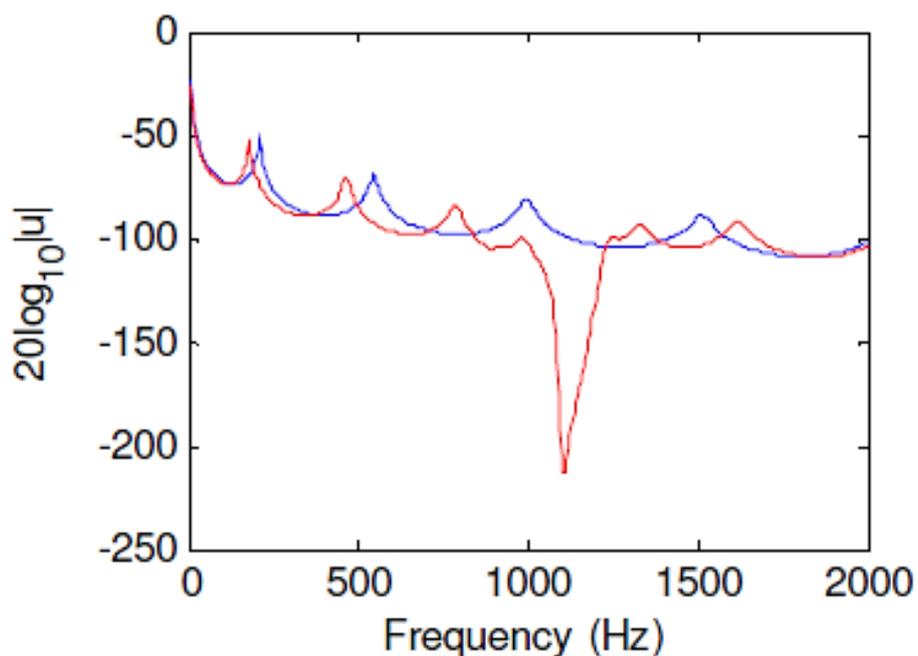


Figura 31 – Resultados numéricos preliminares obtidos por Beli & Arruda (2016).

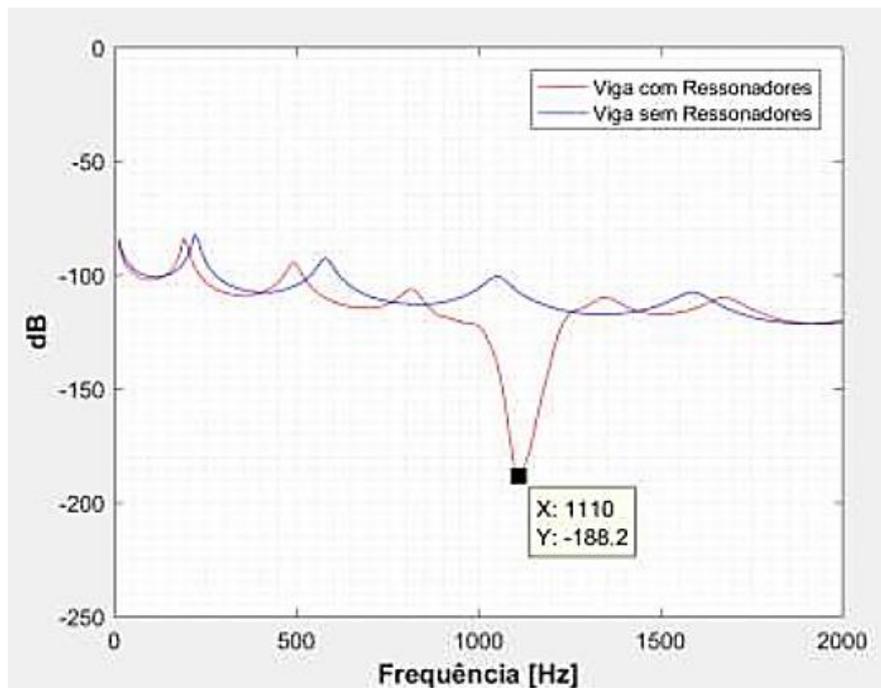


Figura 32 – Função resposta em frequência obtida por Silva (2016).

Na Figura (30), observa-se em azul a resposta usual da viga a um forçamento harmônico, com os picos de ressonância esperados. Contudo, com a adição de ressonadores mecânicos (curva laranja), ocorre a presença de um *Band gap* que ocupa a faixa de frequência de 1025 Hz até aproximadamente 1300 Hz, sugerindo que sua ocorrência se deve predominantemente à vibração dos ressonadores em seu modo de flexão vertical (Tab. 2). O máximo de atenuação foi encontrado a uma frequência de 1165 Hz, com um valor de -212,8 m/N.

Comparando os resultados obtidos com os dos trabalhos mencionados, constata-se grande semelhança em relação à localização da faixa de frequência em que há atenuação de vibração da viga, e também ao atraso das frequências de ressonância da viga com ressonadores em relação às da que não os possui. Devido à grande proximidade entre as magnitudes de atenuação e a faixa do *Band gap* encontradas por Beli & Arruda (2016) e as encontradas neste trabalho, foi possível validar o modelo numérico construído. Exalta-se, portanto, a simplicidade à que se chegou utilizando apenas elementos do tipo BEAM188 e uma malha um tanto grosseira, porém funcional e extremamente leve em termos computacionais, o que diminuirá o tempo necessário para realizar as centenas de simulações a serem iniciadas no capítulo 5. Também foi possível validar a aproximação feita ao não se inserir um elemento de transição entre a linha neutra da viga e a mola do ressonador, o que simplificou ainda mais o modelo.

3.3 COMENTÁRIOS FINAIS

A análise numérica apresentada neste capítulo utilizou o software *Ansys® Mechanical APDL, Versão 16.0*, para modelar as vigas em estudo e obter análises do seu comportamento por meio do método dos elementos finitos. Utilizando-se elementos do tipo BEAM188, foram

realizadas simulações computacionais das vigas para verificar a influência dos ressonadores mecânicos na função resposta em frequência.

Os resultados da análise harmônica com condições de contorno livre-livre foram comparados com dois estudos previamente realizados com as mesmas vigas, e as semelhanças observadas foram satisfatórias a ponto de validar o modelo.

A modelagem foi feita pensando-se no estudo de incerteza a ser realizado, pois foi introduzida grande versatilidade em relação às propriedades geométricas e de material de cada elemento da malha, além de se ter em mãos um modelo leve que tornará as simulações mais rápidas. Dessa forma, discrepâncias provenientes da variabilidade na construção poderão ser introduzidas em alguns dos elementos que compõem a viga.

4 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta uma abordagem experimental das vigas estudadas, na qual a função resposta em frequência foi obtida em ensaios de laboratório.

A abordagem experimental é realizada, em um primeiro momento, com o intuito de se obter a função resposta em frequência das vigas com e sem ressonadores e observar na prática a presença do *Band gap* oriundo da ressonância local.

É importante ressaltar que, diferentemente da forma como se trabalhou na análise numérica, nesse capítulo se trabalha com a estrutura real, fabricada por impressão 3D (Fig. 33). Como qualquer outro processo de fabricação, a manufatura aditiva irá indubitavelmente incorporar variabilidade geométrica e de material em cada célula das estruturas estudadas, modificando suas propriedades mecânicas e a forma como as ondas nela se propagam. Consequentemente, também haverá alteração no comportamento do *Band gap*.

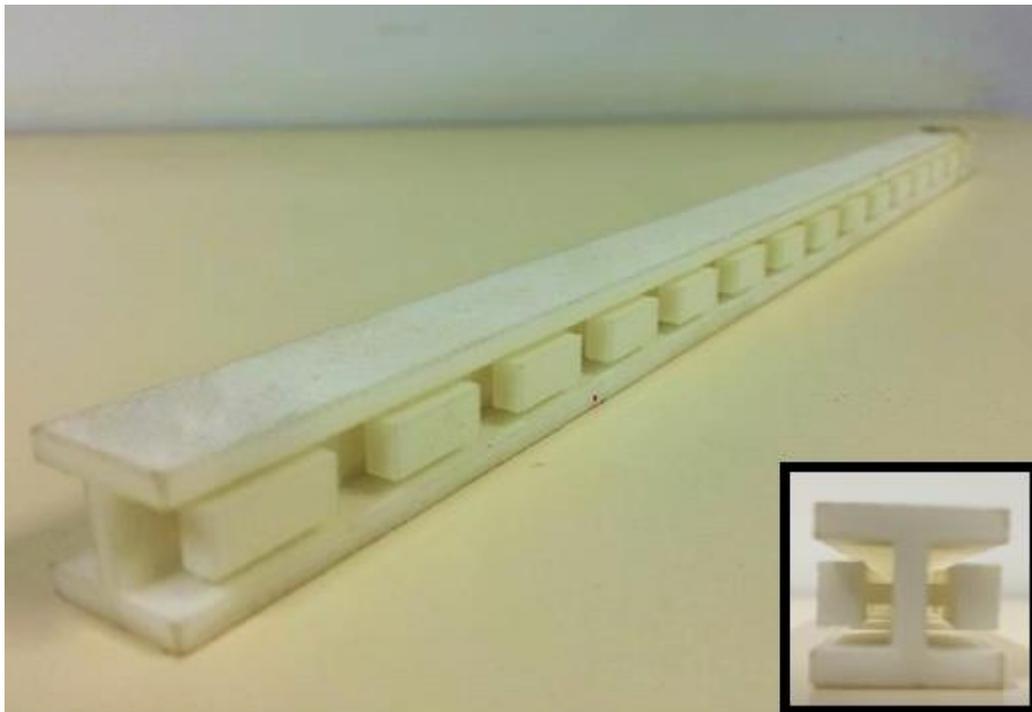


Figura 33 – Viga em I produzida em poliamida com ressonadores espalhados periodicamente.

Um dos propósitos deste projeto de graduação é demonstrar que os metamateriais estruturais fabricados por manufatura aditiva são capazes de apresentar atenuação de vibração em certa faixa de frequência mesmo com a presença de imperfeições causadas pelo processo de fabricação.

Apesar dessa variabilidade afetar a performance do *Band gap*, deseja-se confirmar que a atenuação de vibração é expressiva o bastante a ponto de tornar a impressão 3D uma opção viável. Por conseguinte, se faz necessário comparar a função resposta em frequência da viga sem ressonadores com a da viga que possui ressonadores.

4.1 DEFINIÇÃO DOS MODELOS

As vigas utilizadas são fabricadas em poliamida pelo processo de manufatura aditiva, mais especificamente o método de Sinterização Laser Seletiva (SLS). Ambas possuem seção transversal em “I”. Uma delas se destaca por possuir, ao longo do seu comprimento, 15 ressonadores mecânicos em cada lado, todos distribuídos uniformemente, enquanto a outra é apenas uma viga simples (Fig. 20). A viga com ressonadores pode, portanto, ser dividida em 15 células periódicas, teoricamente idênticas. A massa adicional devido aos ressonadores representa aproximadamente 33,8% da massa total da viga.

4.2 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

A função resposta em frequência representa a relação entre a entrada e a saída de um sistema no domínio da frequência.

Considerando um sistema de tempo contínuo linear e invariante no tempo (LTI), com entrada $x(t)$ e saída $y(t)$, tem-se que o sinal de saída pode ser dado pela convolução do sinal de entrada com a resposta ao impulso $h(t)$ do sistema. Caso o sinal de entrada seja um excitação harmônica $x(t) = e^{j2\pi ft}$, tem-se:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau = e^{j2\pi ft} \int_0^{\infty} h(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \quad (18)$$

Aplicando-se a Transformada de Fourier no sinal de entrada, tem-se que uma operação nada amigável como a convolução no domínio do tempo se torna uma simples multiplicação no domínio da frequência:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau dt = H(f)X(f) \quad (19)$$

Na Equação (19), $H(f)$ representa a FRF do sistema, dada pela razão entre a resposta do sistema e o sinal de entrada no domínio da frequência. Ao obter-se o gráfico da FRF, que relaciona a amplitude e fase com a frequência, é possível identificar, por exemplo, as frequências de ressonância e o amortecimento. No caso do presente projeto de graduação, será possível observar a resposta da estrutura a uma excitação harmônica criada por um *Shaker* eletrodinâmico ao longo de uma larga faixa de frequência, de 0 a aproximadamente 2000 Hz.

Por meio dessa resposta espera-se observar uma banda de frequência em que há uma expressiva queda na amplitude de vibração da estrutura com ressonadores, característica de um metamaterial estrutural.

A função de coerência é uma estatística que mede o grau de relação linear entre dois sinais ou conjunto de dados, e é tipicamente utilizada para relacionar um sinal de entrada com o de saída de um sistema linear.

A coerência entre dois sinais é uma função de valor real calculada da seguinte forma:

$$\gamma_{xy}^2 = \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_{xx}(f)S_{yy}(f)} \quad (20)$$

Na Equação (20), S_{xx} e S_{yy} são as funções densidade espectral de potência (PSD) do processo. Elas decompõem a potência média do processo no domínio da frequência e são relacionadas com a autocorrelação no domínio do tempo, que mede quão similar um sinal é em relação a ele mesmo quando avaliado em um tempo t_1 e outro t_2 .

Se a autocorrelação compara um sinal com ele mesmo, a correlação cruzada mede a associação ou relação linear entre o sinal $x(t)$ no tempo t_1 e o sinal $y(t)$ no tempo t_2 . S_{xy} é a função densidade espectral de potência cruzada, podendo ser vista como o análogo da função de correlação cruzada no domínio da frequência.

A função de coerência está definida no intervalo $0 \leq \gamma_{xy}^2 \leq 1$, sendo que $\gamma_{xy} = 1$, caso os sinais $x(t)$ e $y(t)$ sejam linearmente relacionados, situação observada para sinais de entrada e saída de um sistema LTI, ou ainda, $\gamma_{xy} = 0$ caso os dois sinais não sejam correlacionados. Se o valor da função estiver em algum outro ponto no interior do intervalo conclui-se que os sinais são linearmente relacionados de modo parcial. Essa situação pode ocorrer caso $x(t)$ e $y(t)$ realmente não sejam linearmente relacionados, devido à alguma não-linearidade no sistema, se houver outras entradas concomitantes a $x(t)$ gerando o sinal de saída ou ainda se houver a presença de ruído de medição, o que é inevitável.

A presença de ruído pode ocorrer na entrada, na saída ou em ambas. Consequentemente, o sistema identificado não será o sinal verdadeiro, e a FRF será apenas uma estimativa. Para se realizar essa estimativa, se torna necessário utilizar um estimador não enviesado com respeito à presença de ruído somente na entrada, somente na saída ou em ambas. A escolha inadequada do estimador introduz um erro, cujo efeito pode ser a superestimação ou subestimação de $H(f)$.

4.3 OBTENÇÃO DA FRF E RESULTADOS PRELIMINARES

Os experimentos conduzidos por Matos (2018) com o intuito de se obter a função resposta em frequência das vigas com e sem ressonadores ocorreram com o apoio do Grupo de Dinâmica de Sistemas (GDS) da Universidade de Brasília (UnB), cujo laboratório se encontra nas imediações do Campus Universitário Darcy Ribeiro.

O objetivo do experimento é aplicar uma excitação na viga ao longo de uma larga faixa de frequência a ser medida entre 0 a aproximadamente 2000 Hz. O experimento se assemelha, portanto, à análise harmônica realizada pelo software *Ansys® Mechanical APDL* na seção

referente à análise numérica, na qual a viga é excitada harmonicamente em um ponto e a resposta é medida em outro, enquanto a estrutura se encontra com condições de contorno livre-livre.

Para reproduzir essa configuração em laboratório, é usual posicionar a viga em estudo sobre uma estrutura de espuma. Considerou-se realizar a excitação da viga utilizando-se um *Shaker* eletrodinâmico. Porém, a sua utilização se torna problemática devido à interferência causada pela interação com a espuma. A solução encontrada foi utilizar um martelo piezoelétrico, cujas pequenas dimensões e peso são adequados para excitar uma estrutura pequena e leve como a viga em poliamida. Alguns detalhes técnicos do experimento estão na Tab. (3).

Para finalizar, a aceleração na última célula periódica da viga foi medida utilizando-se um mini-acelerômetro. A excitação ocorre aproximadamente no centro da terceira célula, diferentemente de como foi feito na análise numérica. Uma imagem do experimento montado está apresentada na Fig. (34).



Figura 34 – Esquema experimental para condição de contorno livre-livre (Matos, 2018).

Tabela 3 – Especificações técnicas dos equipamentos utilizados em laboratório (Matos, 2018).

Componente	Dados Técnicos
Martelo piezoelétrico	Modelo: PCB 086E80 Ponteira: Aço Sensitividade: 22,5 mV/N Banda de frequência excitada: 10 ² a 10 ⁴ Hz
Acelerômetro	Modelo: PCB 352A21 Sensitividade: 1,0 mV/(m/s ²) Banda de frequência: 1 a 10 ⁴ Hz
Placa de aquisição de dados (DAQ)	Modelo: Polytec VIB-E-220
Software de Aquisição de Dados	Modelo: Vibsoft 5.5

Na Figura 35, observa-se claramente a ocorrência do fenômeno do *Band gap* em uma faixa de frequência entre 1500 Hz e 1800 Hz, apesar de se estar trabalhando com uma viga produzida por meio do método de manufatura aditiva. Ao se plotar o resultado numérico no mesmo gráfico fica claro que o experimento demonstrou uma magnitude de atenuação menor. Contudo, a largura de banda foi de 300 Hz contra aproximadamente 275 Hz da simulação.

Como esclarecido na seção 4.2, um valor ótimo de coerência é 1 ou próximo disso, o que estabeleceria grande relação linear entre os sinais de entrada e saída e a ausência de influências externas. Na Figura 36, observa-se que o valor da função se mantém próximo da unidade quando não está nas imediações do *Band gap* ou do pico de antirressonância observado. Curiosamente, ela também se afasta da unidade onde houve o pico de atenuação na simulação numérica. Propõe-se que o distanciamento do valor ótimo seja resultado da presença de ruído na medição.

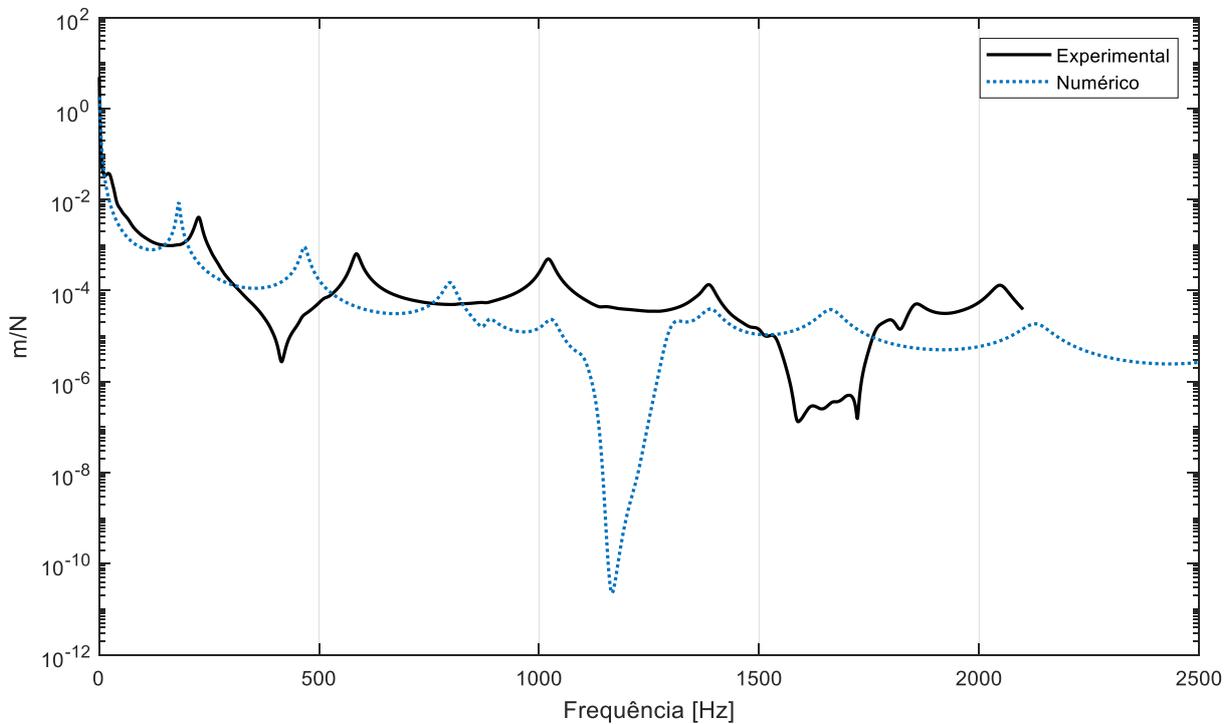


Figura 35 – Função resposta em frequência experimental em linha sólida (Matos, 2018) e numérica em linha pontilhada.

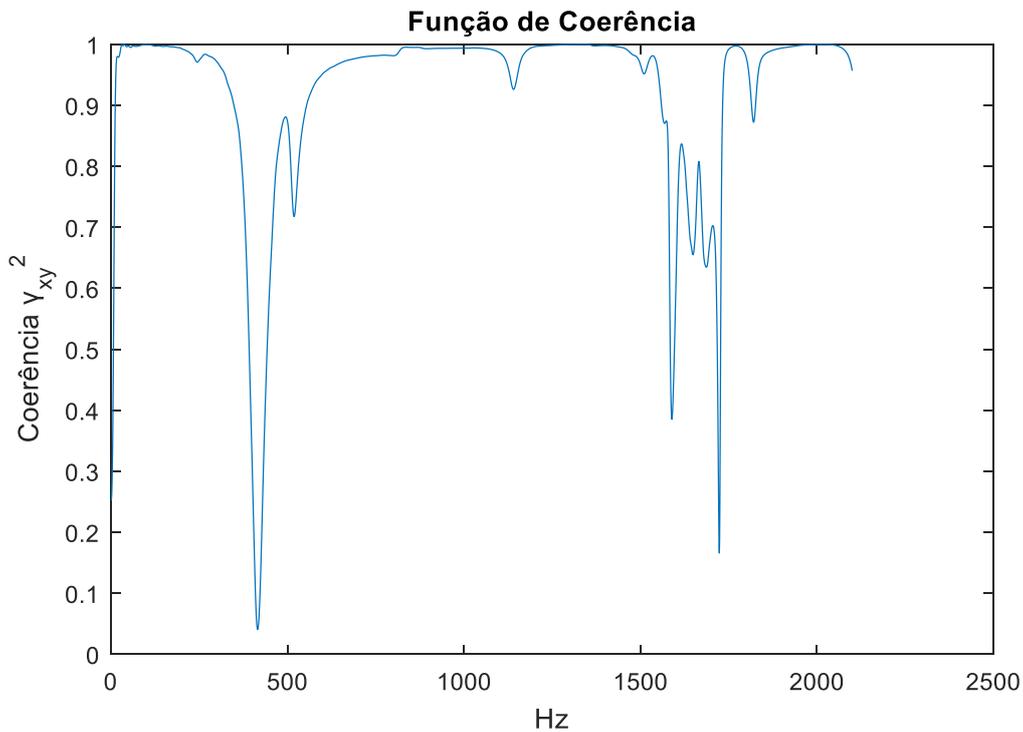


Figura 36 – Função de coerência relativa à viga com ressonadores (Matos, 2018).

Comparando os resultados com os obtidos (Fig. 37) por Beli & Arruda (2016), observa-se certa semelhança no fenômeno de atenuação e também no deslocamento do *Band gap* para a direita em relação à FRF obtida na análise numérica (Fig. 30).

Esse deslocamento ocorre, provavelmente, devido à presença de variabilidade de fabricação dos ressonadores da viga. A presença de variabilidade nesse caso modifica o desempenho do *Band gap*, no sentido em que diminui a máxima atenuação quando comparado ao resultado numérico, porém tem o efeito de alargar a banda de isolamento ainda mais do que o efeito produzido pela adição de vários ressonadores em uma estrutura que inicialmente possui apenas um ressonador. Isso indica não apenas que a utilização da manufatura aditiva para a confecção de metamateriais estruturais é viável, mas também pode trazer um efeito positivo para o desempenho do *Band gap*.

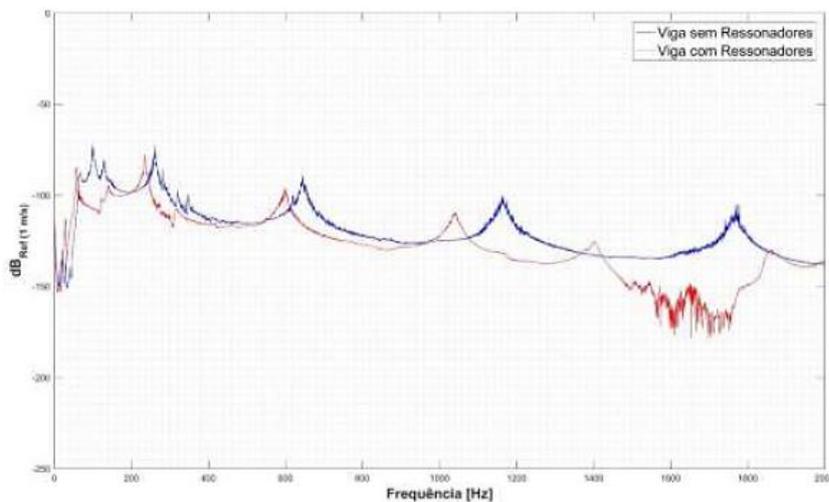


Figura 38 - Funções resposta em frequência obtidas experimentalmente por Silva (2016).

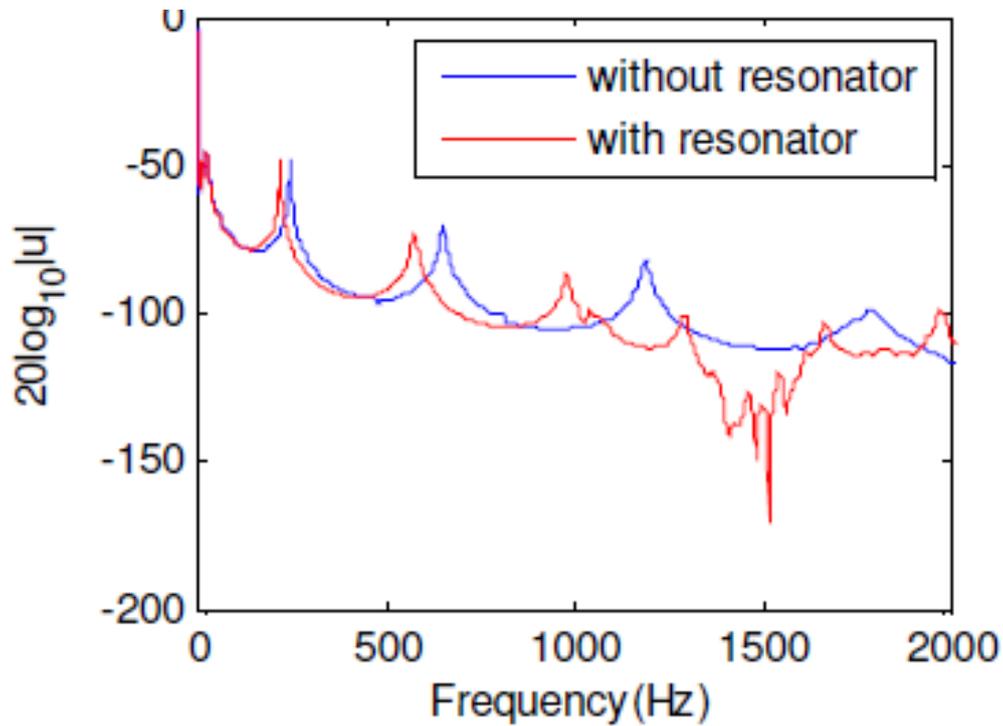


Figura 37 – Funções resposta em frequência obtidas experimentalmente por Beli & Arruda (2016).

4.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Com os resultados experimentais obtidos nesse capítulo, foi finalmente possível observar o fenômeno do *Band gap* ocorrendo na viga e atenuando a amplitude de vibração da mesma por meio da ressonância de ressonadores mecânicos.

Os resultados do experimento foram semelhantes aos obtidos em estudos realizados previamente, porém diferiram dos resultados numéricos. Essa discrepância pode ser consequência da variabilidade geométrica e de material inerentes à SLS, porém ela não foi impactante o bastante para impossibilitar o aparecimento do *Band gap*, confirmando que a manufatura aditiva é um método viável para a fabricação de metamateriais estruturais. Ajustes no método experimental e no modelo numérico ainda precisariam ser feitos para aprofundar mais a relação entre o modelo teórico e a realidade.

A função de coerência distanciou-se da unidade em ambas as bandas em que ocorreu atenuação de vibração na análise numérica e experimental, o que pode ser resultado de ruído presente na medição.

5 ANÁLISE DE INCERTEZA

Este capítulo apresenta um estudo da influência de variabilidades espacialmente correlacionadas na performance do Band gap

Até esse ponto já foi possível demonstrar, pela comparação da FRF do modelo numérico desenvolvido no Capítulo 3 e a FRF experimental do Capítulo 4, que as variabilidades estão presentes na viga com ressonadores produzida por manufatura aditiva, distanciando seu comportamento em relação ao modelo teórico. Essas variabilidades deslocaram a banda em que ocorre o *Band gap* para a direita e diminuíram a atenuação de vibração. Contudo, ainda é possível observar uma banda de frequência em que tal atenuação ocorre, o que mantém a manufatura aditiva como potencial candidata na produção dessas estruturas. Se uma produção comercial desse tipo de fato ocorrer no futuro, será imprescindível quantificar como cada parâmetro geométrico ou de material influencia a performance do *Band gap*, o que pode ser resolvido através da quantificação e gestão de incertezas.

Diversos estudos já foram realizados na área, alguns voltados diretamente para quantificação de incertezas na manufatura aditiva, outros especificamente para metamateriais fabricados dessa forma. Um exemplo do primeiro caso é o artigo publicado por Hu & Mahadevan (2017), que identifica fontes de incerteza presentes em todas as etapas de impressão 3D em que se utiliza algum metal como matéria prima. Segundo os autores, a quantificação de incertezas na manufatura aditiva ainda é escassa, além de ser baseada em experimentos, o que resulta em grande desperdício de material e aumento dos custos de produção. Portanto é importante compreender as causas de incerteza e desenvolver modelos para entender como cada tipo de variabilidade afeta o produto final.

Outros estudos aplicam variabilidades diretamente a um modelo, como o de Sugino et al. (2017) exposto na seção 2.3.1. Ao variar a frequência de ressonância entre os ressonadores, foi possível ter uma ideia do desvio padrão admissível para ainda ser possível observar uma atenuação de vibração.

Seguindo a mesma linha, porém trabalhando com vigas semelhantes às utilizadas neste projeto de graduação (possui 21 ressonadores e um maior comprimento), Beli & Arruda (2016) utilizam um método de propagação de onda (*Spectral Element Method - SEM*) para compreender como as incertezas afetam o comportamento dinâmico do metamaterial. Para isso, inseriram variabilidade tanto no módulo de Young como na densidade em seu modelo, tendo as incertezas em ambos uma distribuição gama com média retirada da Tab. (1) da seção 3 e desvio padrão de 10%.

Primeiramente, modificaram as propriedades apenas da viga principal, o que culminou em uma FRF em que se observa discrepância predominantemente após a ocorrência de atenuação (Fig. 39, esquerda). A largura e a profundidade do *Band gap* não foram afetados.

Ao se modificar as propriedades dos ressonadores (Fig. 39, direita), o efeito foi outro, sendo a variação observada predominantemente e fortemente na faixa do *Band gap* e arredores. A amplitude de atenuação caiu dos 100 dB nominais para 45 dB, e a largura de atenuação aumentou de 220 Hz para aproximadamente 280 Hz.

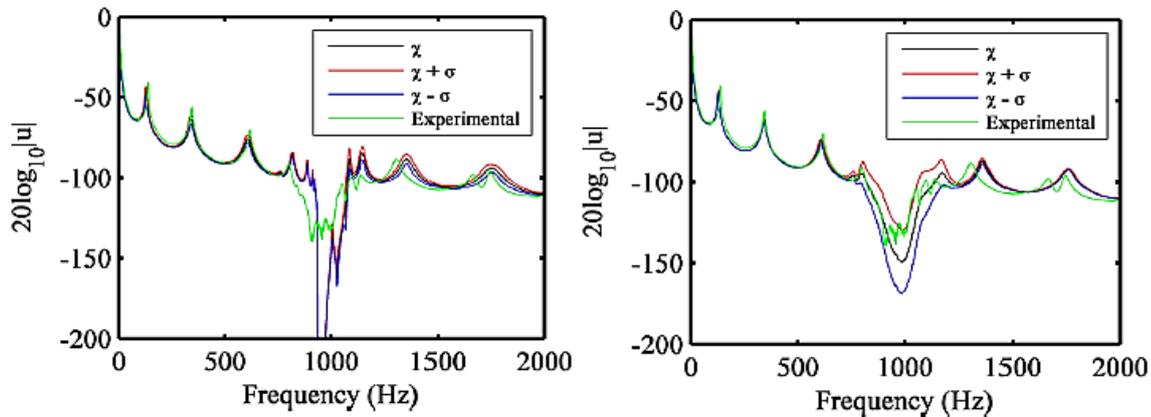


Figura 39 – FRF com variabilidades na viga (esquerda) e ressonadores (direita) Beli & Arruda (2016)

Na tentativa de se obter uma estimativa de qual é a tolerância máxima de fabricação para que ainda ocorra *Band gap*, foram testados valores de 5% a 30% de desvio padrão para os ressonadores. Observou-se que, quanto maior a variabilidade, mais largo é o *Band gap*, porém menor é a amplitude de atenuação. Nesse caso é possível obter atenuação até aproximadamente 15%, o que limita a folga com que a manufatura aditiva pode operar.

No trabalho de Silva (2016), a abordagem foi outra. As dimensões da viga foram medidas na prática, e parâmetros como módulo de Young, densidade e razão de amortecimento estrutural foram estimados. Os valores encontrados foram inseridos separadamente em um modelo numérico, com o intuito de se observar a influencia de cada um separadamente. Concluiu-se que a variabilidade nas dimensões dos ressonadores é o fator mais impactante, pois diminui muito a amplitude de atenuação e expõe o quão pequenas as tolerâncias de fabricação têm que ser para os ressonadores.

O presente trabalho tem uma abordagem diferente das demais já utilizadas. Será conduzida uma investigação do efeito de variabilidades espacialmente correlacionadas no fenômeno de *Band gap*. São utilizadas diferentes famílias ou funções de correlação, mantendo-se constante o comprimento de correlação, sendo o módulo de elasticidade da mola do ressonador o parâmetro a ser variado. A intenção é observar, através dos resultados estatísticos obtidos após diversas iterações, como cada família de correlação afeta a amplitude e a largura de banda da atenuação de vibração.

A abordagem citada é relevante devido aos resultados obtidos por Machado et al. (2018) em sua pesquisa utilizando uma viga em poliamida com seção retangular produzida por SLS. Tais resultados mostram significativa similaridade entre o campo aleatório estimado do módulo de elasticidade e da massa por unidade de comprimento da viga e as medições experimentais desses dois parâmetros, indicando que eles são de fato espacialmente correlacionados.

5.1 FUNÇÕES DE CORRELAÇÃO

Segundo Fabro (2010), é comum utilizar campos aleatórios para representar propriedades aleatórias com variação espacial quando se está introduzindo incertezas na modelagem de uma estrutura. Para se introduzir 15 valores de módulo de elasticidade espacialmente correlacionados no modelo da viga, será usada uma abordagem desse tipo, utilizando-se três diferentes funções de correlação contínuas dadas por

$$C_1(\tau) = e^{-|\tau|/b} \quad (21)$$

$$C_2(\tau) = e^{-|\tau|^2/b} \quad (22)$$

$$C_3(\tau) = 1 - b|\tau| \quad (23)$$

em que τ e b correspondem, respectivamente, à distância entre dois pontos e ao comprimento de correlação. No presente caso, τ terá um valor de no mínimo 0,022 m e máximo de 0,308 m, equivalentes, respectivamente, à distância mínima e máxima entre dois pontos correlacionados, i.e., dois ressonadores. O valor de b foi arbitrado como $L/2$, ou seja, metade do comprimento total L da viga. As três funções de correlação foram plotadas em um mesmo gráfico (Fig. 40), em que o eixo das abscissas foi normalizado pelo comprimento L da viga. Observa-se que o comprimento de correlação irá determinar a escala de decaimento das funções exponenciais. Quanto maior o seu valor, mais lento será o decaimento, resultando em valores mais elevados de correlação para um mesmo valor τ . O contrário ocorre para a Eq. (23), em que o aumento de b torna a reta mais inclinada.

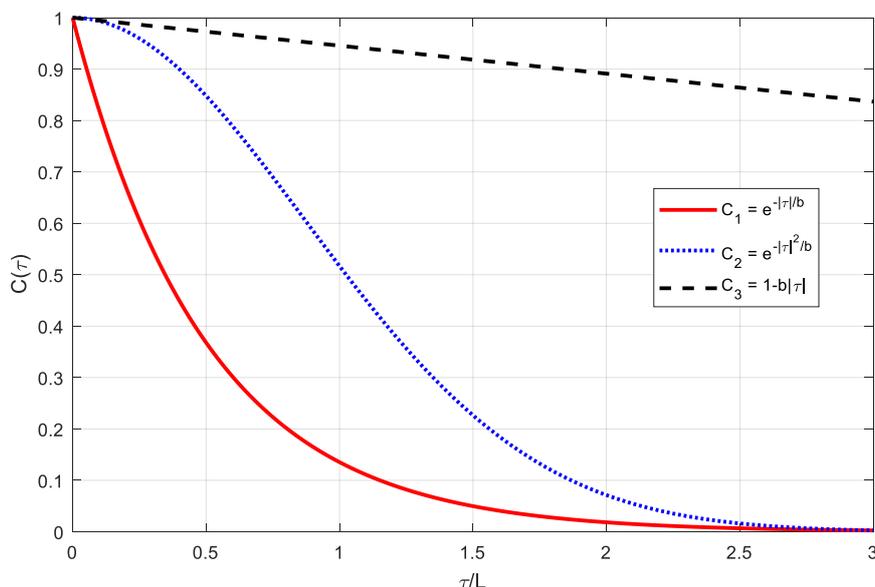


Figura 40 – Funções de correlação utilizadas, com o valor de τ normalizado pelo comprimento da viga.

Um script de Matlab® (Anexo II) foi utilizado para gerar os 15 valores de módulo de elasticidade e salvá-los em um arquivo nomeado *tabela_dados.txt*. Como explanado no trabalho de Travi & Fabro (2016), primeiramente é criado um vetor aleatório \mathbf{m} com 15 elementos, que é

posteriormente correlacionado por uma matriz de correlação \mathbf{C} . Esta é uma matriz 15x15 em que cada elemento C_{ij} correlaciona o ressonador i ao j através da variação do valor de τ de uma das funções de correlação mencionadas. Assim, todos os elementos de sua diagonal terão $\tau = 0$, o que gera uma diagonal unitária. Já o elemento C_{14} , por exemplo, define a correlação entre o primeiro e o quarto ressonadores, resultando em um $\tau = 3 \times 0,022$, que é a distância entre eles.

A matriz de correlação é simétrica e positiva-definida, tornando viável uma decomposição de Cholesky da forma $\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$, em que \mathbf{A} é uma matriz triangular inferior e \mathbf{A}^T sua transposta. O campo aleatório é então definido por $\mathbf{H} = \mathbf{m}\mathbf{A}$. Os 15 valores de módulo de elasticidade são gerados em torno de um valor nominal $E' = 0,72 \text{ GPa}$, de forma que $E_n = E'(1 + 0,1H_n)$, em que n representa n-ésimo valor do vetor, coincidente com a posição das células periódicas.

A Figura 41 apresenta três exemplos de campos aleatórios criados, cada um com origem em uma das funções de correlação.

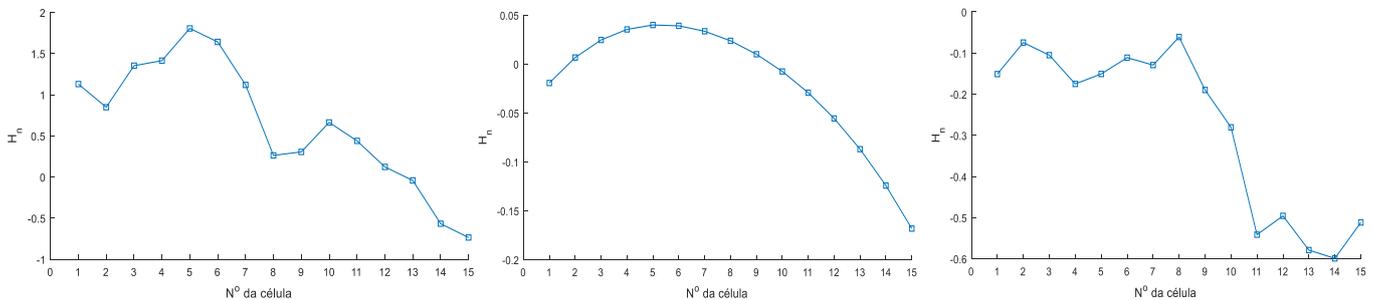


Figura 41 – Campos aleatórios criados a partir de C_1 , C_2 e C_3 , respectivamente da esquerda para direita.

5.2 DETALHES DE IMPLEMENTAÇÃO

Para alcançar os objetivos mencionados, será necessário estabelecer uma interação em *loop* entre os softwares Ansys® e Matlab®, devido à necessidade de se realizar centenas de iterações para que se conquiste uma relevância estatística. Para tal, uma mudança crucial foi necessária. Até o momento, utilizou-se a interface GUI para se trabalhar no software de elementos finitos. Contudo, para os dois softwares trabalharem juntos, foi necessário criar um script que realizará toda a análise harmônica descrita na seção 3.2 através de comandos da linguagem APDL. Esse script, disponível no anexo I, dá rápido acesso a qualquer parâmetro do modelo e da análise e pode ser utilizado como input para que o Ansys® realize toda a análise de forma automática e salve os resultados desejados.

Assim, para cada função de correlação, foi implementado um processo esquematizado na Fig. (42). Um código em Matlab® gera um arquivo denominado *tabela_dados.txt* contendo 15 valores E_1, E_2, \dots, E_{15} espacialmente correlacionados de módulo de elasticidade. Em seguida, o próprio Matlab® aciona o outro software mencionado, que irá utilizar os dados do arquivo *.txt* como parâmetros de entrada e guardará os resultados de deslocamento do nó central da última célula da viga em um arquivo *displacement.csv*. Este é lido após cada iteração e armazenado em uma matriz.

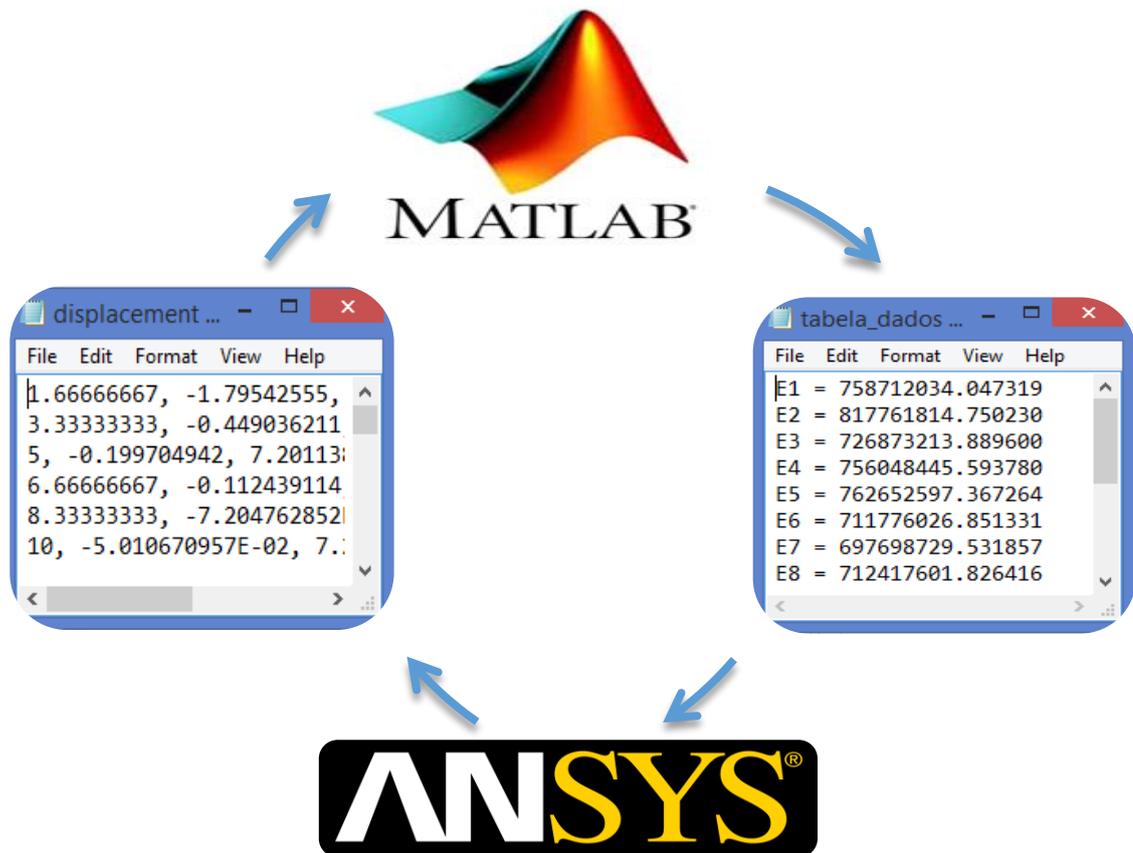


Figura 42 – Esquema de integração Ansys-Matlab para análise de incerteza.

Para cada função de correlação foram gerados 500 arquivos *tabela_dados.txt*, resultando em 1500 análises harmônicas a serem apresentadas na seção a seguir.

5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As 500 FRF's obtidas utilizando-se parâmetros de entrada correlacionados a partir da Eq. (21) foram plotadas em cinza no gráfico da Fig. (43), com o eixo das ordenadas em escala logarítmica e o título apresentando a função de correlação utilizada. A média dos valores está representada em preto, e entre as curvas azuis encontram-se 90% dos valores obtidos. O mesmo foi feito com os dados obtidos a partir das outras duas funções de correlação (Figs. 44 e 45).

Além da comparação visual, uma melhor comparação dos valores encontrados nos gráficos pode ser feita a partir dos pontos mais importantes, distribuídos na Tab. (4). Nela estão: o valor de menor amplitude encontrado na curva da média, assim como os valores de menor amplitude encontrados para o percentil superior (95%) e inferior (5%) dentro do *Band gap*. Cada valor está acompanhado pela frequência em que foi encontrado.

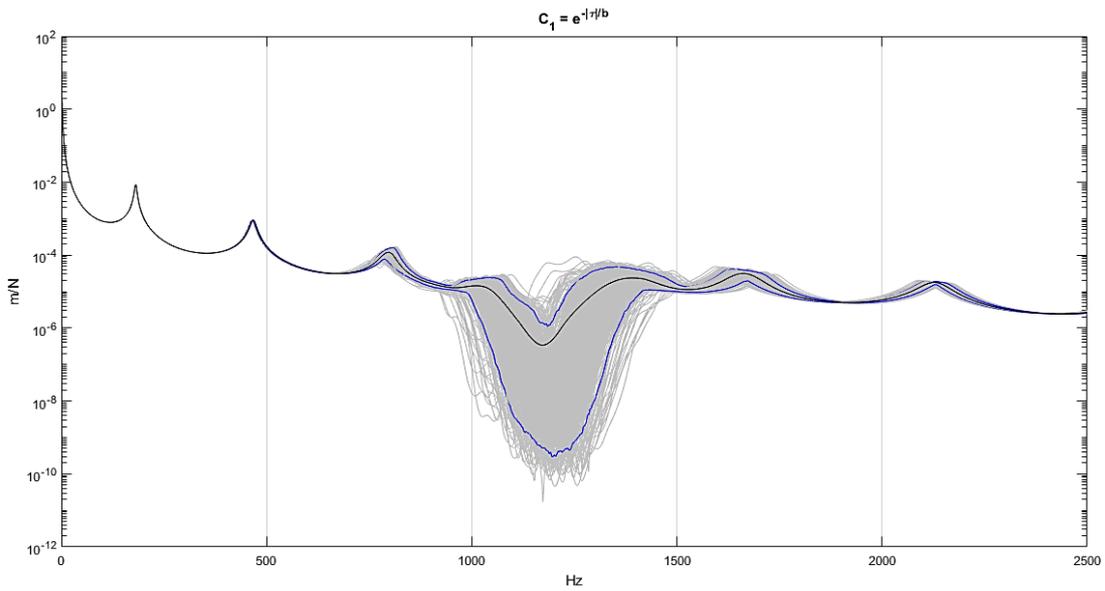


Figura 43 – 500 FRF's obtidas (cinza) a partir de C_1 , com média (preto) e 5° e 95° percentis (azul).

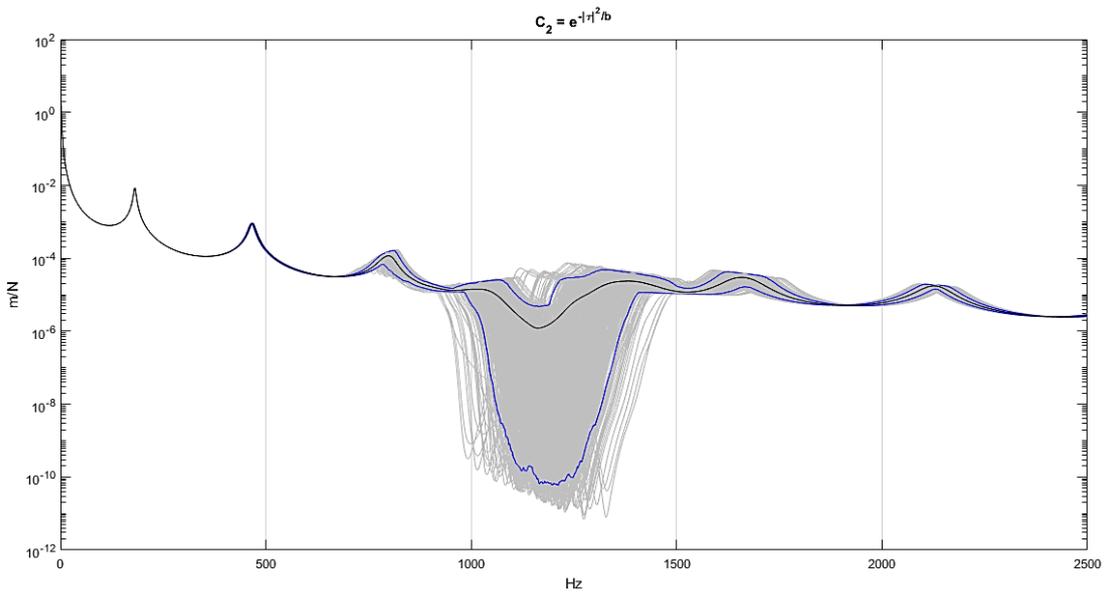


Figura 44 - 500 FRF's obtidas (cinza) a partir de C_2 , com média (preto) e 5° e 95° percentis (azul).

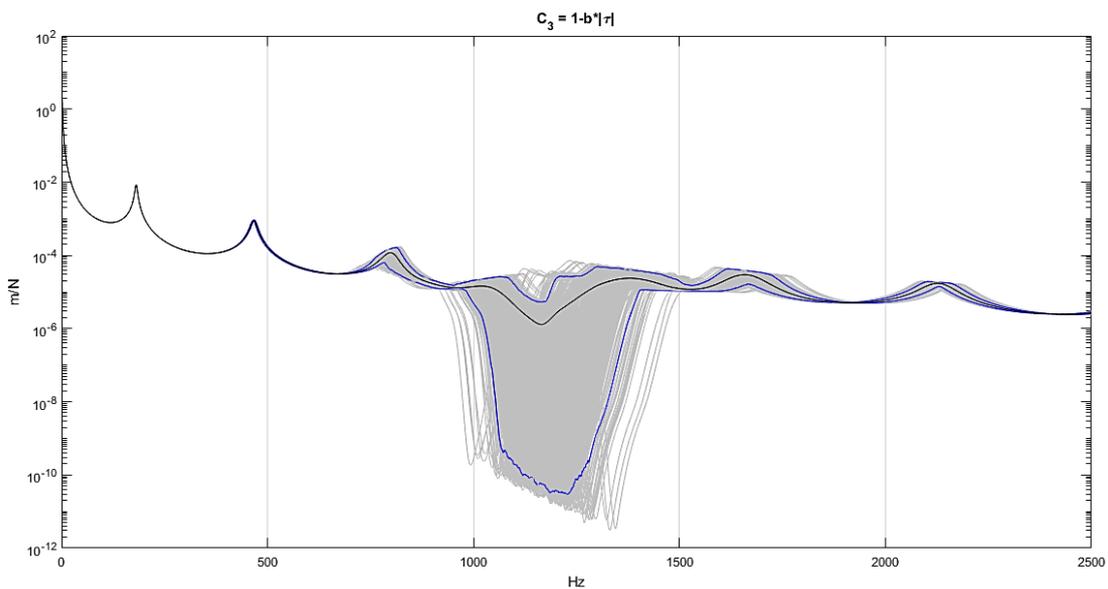


Figura 45 - 500 FRF's obtidas (cinza) a partir de C_3 , com média (preto) e 5° e 95° percentis (azul).

Tabela 4 – Pontos de destaque dos gráficos obtidos.

	Mínimo da média		Mínimo do percentil superior		Mínimo do percentil inferior	
	Valor [m/N]	Freq. [Hz]	Valor [m/N]	Freq. [Hz]	Valor [m/N]	Freq. [Hz]
C ₁	3,3793e-07	1172	1,0915e-06	1185	2,9935e-10	1197
C ₂	1,2068e-06	1163	4,729e-06	1167	5,9157e-11	1210
C ₃	1,2921e-06	1165	5,293e-06	1168	2,9023e-11	1228

De uma forma geral, as funções de correlação com o comprimento de correlação b escolhido tiveram efeito significativo sobre a performance do *Band gap*. Também é importante ressaltar que cada família de correlação influencia o resultado de uma forma, dado que foram observados comportamentos diferentes para cada função utilizada. Na Fig. (46) foram plotadas as médias e os percentis superior e inferior de cada resultado, utilizando-se uma mesma cor para curvas relacionadas a uma mesma função de correlação. Em verde, observa-se a FRF na ausência de variabilidades, cujo valor mínimo é de 2,293e-11 m/N em 1167 Hz. As linhas vermelhas horizontais indicam as alturas, referenciadas na Tab. (5), em que foi comparada a largura do *Band gap* das diferentes curvas, sendo a maior largura encontrada evidenciada pelas linhas vermelhas verticais.

Analisando-se as médias, a redução na atenuação de vibração foi realmente considerável, principalmente para as funções C₃ e C₂, cujo valor mínimo da média foi similar. O gráfico com a função C₁ de fato se destacou positivamente quando comparado aos outros nesse quesito, sendo o deslocamento mínimo observado na média aproximadamente 3,57 vezes menor que o de C₂. Destaca-se que as variabilidades inseridas não moveram o *Band gap* para a direita, como ocorrido experimentalmente na Seção 4.3.

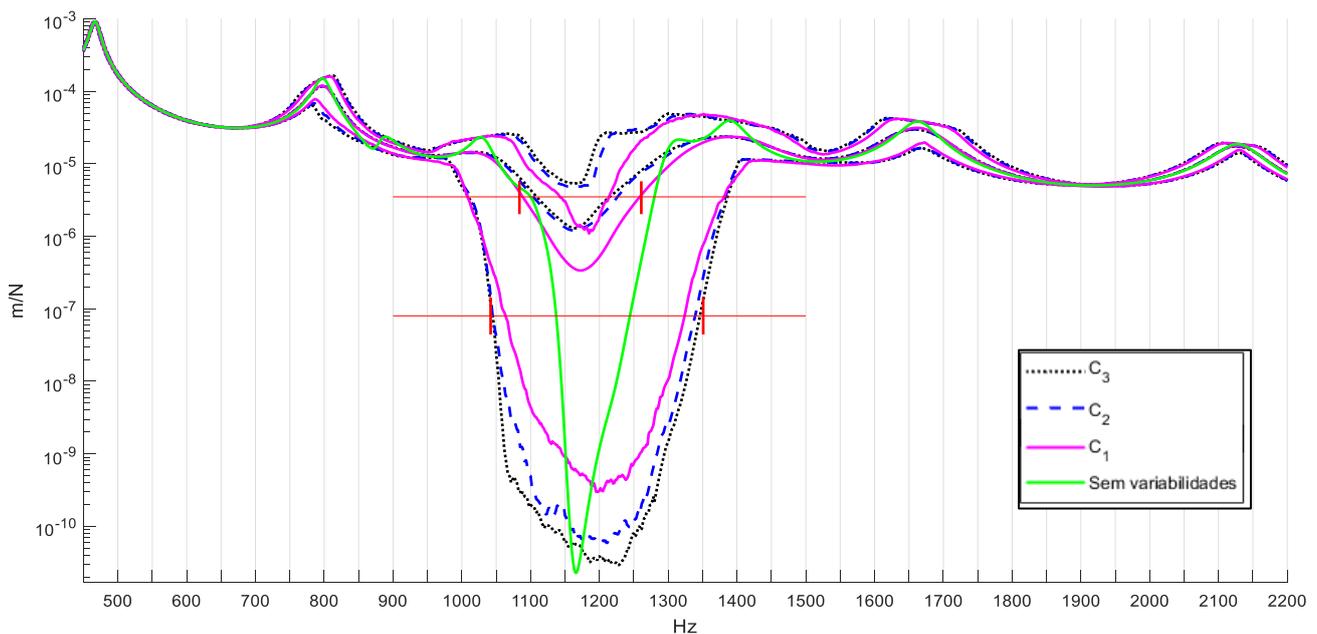


Figura 46 – Médias e percentis dos modelos com variabilidade, e a FRF (verde) do modelo sem variabilidade.

A partir da Tab. (4) também é possível observar que o ponto mais baixo do percentil superior do primeiro gráfico é menor que o dos outros dois, porém estes obtiveram um valor mínimo de percentil inferior uma ordem de grandeza menor que o do primeiro gráfico, com C_3 se destacando em relação a C_2 .

Portanto, deve-se ter em mente que a média talvez não seja o melhor indicador do que realmente aconteceu, dado que os percentis fornecem um intervalo de confiança e abrigam 90% dos resultados, oferecendo uma visão melhor do conjunto. Assim, enquanto C_1 se destaca positivamente na média, seu percentil inferior está bem acima dos outros, indicando que indivíduos dessa população que apresentam atenuação tão boa quanto as melhores de C_2 e C_3 estão fora do intervalo de confiança.

Já a análise dos percentis superiores conta uma história diferente dado que, dentre as 1500 vigas disponíveis para análise, é mais provável encontrar uma viga com péssima atenuação de vibração (deslocamento mínimo maior que $1,0915e-06$) relacionada a C_2 ou C_3 do que uma relacionada a C_1 .

É também de grande interesse para a análise de resultados verificar como a largura de banda do *Band gap* foi afetada em cada curva de média e no percentil inferior. Devido à dificuldade de identificar exatamente onde a atenuação se inicia e termina em cada gráfico, foi traçada uma linha em $y = 3,5 \times 10^{-6}$, estando na Tab. (5) os pontos em que tal linha interceptou cada curva de média. Para o percentil inferior foi utilizado o valor em $y = 8,0 \times 10^{-8}$. A coluna contendo o símbolo Δ mostra a largura de banda encontrada.

Tabela 5– Largura de banda de atenuação em $y = 3,5 \times 10^{-6}$ e $y = 8,0 \times 10^{-8}$.

	Média (em $y = 3,5 \times 10^{-6}$)			Percentil inferior (em $y = 8,0 \times 10^{-8}$)		
	Frequência de início [Hz]	Frequência de término [Hz]	Δ [Hz]	Frequência de início [Hz]	Frequência de término [Hz]	Δ [Hz]
Modelo sem variabilidade	1100	1280	180	-	-	-
C_1	1088	1258	170	1063	1324	261
C_2	1103	1227	124	1045	1339	294
C_3	1108	1215	107	1045	1346	301

Houve uma redução na largura de banda de atenuação em todos os casos. Mais uma vez, observando-se a média tem-se uma redução mais amena no gráfico que tem como origem a função C_1 . Já a análise do percentil inferior novamente indica que os indivíduos com origem na função C_3 tiveram uma performance melhor em relação aos demais.

Assim, de uma forma geral, a função exponencial de correlação dada pela Eq. (21) foi a que afetou de forma menos negativa o *Band gap* quando se considera uma análise da média, pois apresentou valores mais promissores que as outras. Contudo, tais valores ainda foram ruins,

mostrando que a presença de variabilidades espacialmente correlacionadas com comprimento de correlação b têm grande efeito negativo, mesmo testando-se 3 diferentes funções de correlação. Já uma análise com ênfase no percentil inferior indica que parâmetros correlacionados espacialmente a partir da Eq. (23) produziram um maior número de indivíduos melhores nos quesitos largura de banda de atenuação e valor mínimo de deslocamento.

Para se ter uma ideia melhor de qual das funções de correlação apresentadas deve ser usada na modelagem de um metamaterial produzido por manufatura aditiva, alguns grupos de pesquisa testam experimentalmente centenas de vigas diferentes para obter uma estimativa do aspecto dessa função e o comprimento de correlação associado.

Enquanto ainda não existem resultados divulgados, resta apenas conjecturar que o ideal seria que as variabilidades na mola do ressonador fossem correlacionadas espacialmente de acordo com a Eq. (21), caso um parâmetro de desempenho fosse baseado em uma média de resultados com atenuação menos prejudicada. Ou de acordo com a Eq. (23), se o parâmetro de desempenho fosse uma média não tão boa, mas a existência de um número maior de indivíduos que apresentam ótima atenuação e *Band gap* mais largo.

5.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo, foi realizada a transição de todo o modelo numérico e a análise harmônica para um arquivo de input com comandos da linguagem APDL, a fim de se integrar os softwares Ansys® e Matlab® em uma análise de incerteza. Nesta, três diferentes famílias de correlação foram utilizadas para gerar centenas de valores espacialmente correlacionados de módulo de elasticidade para as molas no ressonador. Com os gráficos obtidos, que evidenciam a média das FRF's e o 5° e 95° percentis de cada uma, constatou-se que a adição de variabilidades com certo nível de correlação espacial prejudicou fortemente a performance do *Band gap* em todos os casos, e que a função que se utiliza para correlacionar os pontos tem influência nos resultados.

As vigas com origem na função da Eq. (21) foram as que se destacaram na média, e aquelas com origem na Eq. (23) se destacam se o foco estiver no percentil inferior. Apenas a realização de experimentos indicará se alguma das três funções utilizadas realmente correlacionam espacialmente os parâmetros da viga.

6 CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta uma sinopse das conclusões obtidas após a execução de todos os passos e análises deste projeto de graduação.

Neste projeto final de graduação, uma nova classe de materiais, que abrange os metamateriais, foi estudada e teve suas origens traçadas. As características e propriedades do metamaterial foram investigadas e observou-se como o seu desenvolvimento e principalmente a sua fabricação são desafiadores.

Para analisar os efeitos da variabilidade oriunda da manufatura aditiva, mais precisamente a tecnologia de Sinterização Laser Seletiva (SLS), foi realizado um estudo numérico e experimental em um metamaterial estrutural, seguido de uma análise de incerteza.

O estudo foi fundamentado na obtenção das funções resposta em frequência de duas vigas, utilizando-se o modelo teórico numérico desenvolvido e também as vigas reais em laboratório. Os resultados de cada abordagem serão listados a seguir.

- Análise Numérica

Nesta etapa foi desenvolvido um modelo numérico das vigas estudadas utilizando-se o software *Ansys® Mechanical APDL, Versão 16.0*, com complementos da plataforma *Workbench*. Foram obtidas as frequências de ressonância dos ressonadores e foi observado como a grande impedância por eles apresentada nos arredores dessas frequências mantém a viga praticamente estática. Para constatar o efeito do *Band gap*, as propriedades geométricas e de material nominais da viga foram inseridas no modelo, e a FRF apresentou uma banda de frequência com grande atenuação de vibração para a viga com ressonadores, semelhante à de outros trabalhos que serviram de referência. Através de tal semelhança foi possível validar o modelo numérico construído, exaltando-se a simplicidade e leveza a que se chegou utilizando-se apenas elementos de viga do tipo BEAM188 e conectando-se a mola do ressonador diretamente à linha neutra da viga, sem a presença de um elemento de transição.

- Análise Experimental

Nesta etapa, a viga com ressonadores foi excitada por um mini-martelo, com condições de contorno livre-livre, e por meio da medição da aceleração da última célula periódica obteve-se um primeiro contato experimental com o fenômeno de *Band gap*. Este, aparente na FRF, exibiu comportamento disperso e distanciou-se do modelo numérico no sentido de ter ocorrido em uma banda de frequência distinta e com menor amplitude de atenuação de vibração. Essa discrepância indica a presença de variabilidade na fabricação da viga. Contudo, houve atenuação mesmo com a presença de variabilidades, o que confirma a manufatura aditiva como apta para a produção de metamateriais estruturais.

- Análise de Incerteza

Através da integração dos softwares Ansys® e Matlab®, foi possível simular centenas de casos diferentes em que o módulo de elasticidade das molas dos ressonadores eram espacialmente correlacionados através de três diferentes funções de correlação. Com os dados estatísticos obtidos, foi possível observar que esse tipo de variabilidade afetou consideravelmente a atenuação de vibração, além de ter diminuído a largura de banda em que tal fenômeno é observado.

A família de correlação é importante, já que uma das funções de correlação gerou resultados superiores aos das demais na média, pois a FRF média apresentou maior atenuação, assim como o seu percentil superior. Além disso, a sua largura de banda de atenuação média foi maior que a observada nos outros gráficos em uma certa altura arbitrária do eixo das ordenadas. Já outra função gerou vigas superiores quando se leva em conta o percentil inferior, que apresentou largura e intensidade de atenuação melhores que os demais.

Sem a realização de experimentos com um número de vigas grande o bastante a ponto de se obter relevância estatística não é possível saber qual função de correlação realmente descreve os parâmetros das vigas produzidas por meio de manufatura aditiva.

6.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Este projeto de graduação apresenta alguns caminhos para trabalhos futuros. Um deles seria realizar uma análise de incerteza semelhante, porém variando-se o comprimento de correlação entre alguns valores arbitrários, com o intuito de observar como esse parâmetro influencia a performance do *Band gap*.

Outra possibilidade seria a verificação experimental com várias amostras produzidas por manufatura aditiva na tentativa de se obter uma aproximação da função que correlaciona espacialmente o módulo de elasticidade da mola dos ressonadores, e também qual comprimento de correlação realmente define essa função.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beli, D. and Arruda, J.R.F., 2016, "Influence of Additive Manufacturing Variability in Elastic Band Gaps of Beams With Periodic Distributed Resonators", 3rd International Symposium on Uncertainty Qualification and Stochastic Modeling, Brazil.
- Celi, P. and Gonella, S., 2015, "Manipulating Waves with Legor Briks: a Versatile Experimental Platform for Metamaterial Architectures", ARXIV Preprint:1505.04456.
- Cheng, Y., Xu, J.Y. and Liu, X.J. 2008. "One-dimensional Structured Ultrasonic Metamaterials With Simultaneously Negative Dynamic Density and Modulus," *Physical Review B*, 77:045134.
- Cummer, S., Christensen, J. and Alù, A. (2016). Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*, 1(3), p.16001.
- Deymier, P. (2013). "Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals", Berlin: Springer Berlin.
- Dolling, G. (2006). Simultaneous Negative Phase and Group Velocity of Light in a Metamaterial. *Science*, 312(5775), pp.892-894.
- Eleftheriades, G. V., Balmain, K. G., 2005, "Negative-refraction metamaterials: fundamental properties and applications", Hoboken, NJ: J. Wiley.
- Esfahlani, S. (2017). *Electromagnetic Inspired Acoustic Metamaterials: Studying the Applications of Sound-Metastructures Interactions Based on Different Wave Phenomena*. EPFL, Lausanne.
- Fabro, A.T., (2010), "Análise Estocástica do Comportamento Dinâmico de Estruturas via Métodos Probabilísticos". Dissertação de Mestrado, Universidade de Campinas.
- Hague, R., Campbell, I. and Dickens, P., 2003, "Implications on Design of Rapid Manufacturing", Part C: *Journal of Mechanical Engineering Science* 217.
- Hu, Z. and Mahadevan, S. (2017). Uncertainty quantification and management in additive manufacturing: current status, needs, and opportunities. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 93(5-8), pp.2855-2874.
- Hussein, M. and Frazier, M. (2013). Metadamping: An emergent phenomenon in dissipative metamaterials. *Journal of Sound and Vibration*, 332(20), pp.4767-4774.
- Hussein, M., Leamy, M. and Ruzzene, M. (2014). Dynamics of Phononic Materials and Structures: Historical Origins, Recent Progress, and Future Outlook. *Applied Mechanics Reviews*, 66(4), p.040802.
- Jing, X., Meng, Y., & Sun, X. (2015). Soft resonator of omnidirectional resonance for acoustic metamaterials with a negative bulk modulus. *Scientific Reports*, 5, 16110.
- Kock, W. and Harvey, F. (1949). Refracting Sound Waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 21(1).
- Lee, S., Park, C., Seo, Y., Wang, Z. and Kim, C. (2010). Composite Acoustic Medium with Simultaneously Negative Density and Modulus. *Physical Review Letters*, 104(5).
- Levy, G.N., Schindel, R. and Kruth, J.P, 2003, "Rapid Manufacturing and Rapid Tooling with Layer Manufacturing (LM) Technologies", *CIRP Annals – Manufacturing Technology* 52.
- Li, J. and Chan, C. (2004). Double-negative acoustic metamaterial. *Physical Review E*, 70(5).

- Liu, L. and Hussein, M. (2012). Wave Motion in Periodic Flexural Beams and Characterization of the Transition Between Bragg Scattering and Local Resonance. *Journal of Applied Mechanics*, 79(1), p.011003.
- Liu, Z., Zhang, X., Mao, Y., Zhu, Y. Y., Yang, Z., Chan, C. T., Sheng, P. (2000). Locally Resonant Sonic Materials. *Science*, 289(5485), pp.1734-1736.
- Ma, G. and Sheng, P. (2016). Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons. *Science Advances*, 2(2), pp.e1501595-e1501595.
- Mace, B. (2014). Discussion of “Dynamics of Phononic Materials and Structures: Historical Origins, Recent Progress and Future Outlook” (Hussein, M. I., Leamy, M. J., and Ruzzene, M., 2014). *ASME. Appl. Mech. Rev.* 2014;66(4):045502-045502-5.
- Machado, M.R., Adhikari, S., Dos Santos, J.M.C. et al. (2018). Estimation of beam material random field properties via sensitivity-based model updating using experimental frequency response functions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 102, p. 180-197.
- Martínez-Sala, R., Sancho, J., Sánchez, J., Gómez, V., Llinares, J. and Meseguer, F. (1995). Sound attenuation by sculpture. *Nature*, 378(6554).
- Matos, P.H.M.C., 2018, “Caracterização Experimental do Número de Onda em Metamateriais Estruturais”. Trabalho de conclusão de curso, Universidade de Brasília.
- Pendry, J.B, Holdem, A.J., Robbins, D.J., Stewart, W.J., 1999, Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* 47.
- Scheller, M., Jansen, C., and Koch, M. (2010). Applications of Effective Medium Theories in the Terahertz Regime, *Recent Optical and Photonic Technologies*, Ki Young Kim (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/6915
- Shelby, R.A, Smith, D.R and Schultz, S., 2001, “Experimental Verification of a Negative Index of Refraction”, *Science* 292.
- Silva, T.A.L., 2016, “Investigação Experimental dos Efeitos da Variabilidade de Fabricação em Metamateriais Acústicos”. Trabalho de conclusão de curso, Universidade de Brasília.
- Smith, D.R, Pendry, J.B and Wiltshire, M.C.K, 2004, “Metamaterials and Negative Refractive Index”, *Science* 305.
- Sugino, C., Xia, Y., Leadenham, S., Ruzzene, M. and Erturk, A. (2017). A general theory for bandgap estimation in locally resonant metastructures. *Journal of Sound and Vibration*, 406.
- Sun, H., Du, X., Pai, P. (2011). Metamaterial Broadband Vibration Absorbers by Local Resonance. . 10.2514/6.2011-1781.
- Travi, M.S., Fabro, A.T. Experimental Study Of The Dynamic Behavior Of A Beam With Spatially Correlated Masses For Different Random Field Models. In: *Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, 38, 2016, Brasília.
- Veselago, V.G., 1968, “The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ ”, *Soviet Physics USP* EKHI 10.
- Wu, Y., Lai, Y. and Zhang, Z. (2007). Effective medium theory for elastic metamaterials in two dimensions. *Physical Review B*.

- Yao, S., Zhou, X. and Hu, G. 2008. “Experimental Study on Negative Effective Mass in a 1D Mass-Spring System”, *New Journal of Physics*, 10:043020.
- Zhang, S., Fang, N., Fang, N., Jin, J., Gioia, G. and Johnson, H. (2010). “Acoustic metamaterial design and applications”, Urbana, IL.: University of Illinois.

ANEXOS

		Pág.
Anexo I	Script para input em APDL	60
Anexo II	Script para Matlab	63

ANEXO I: Script para input em APDL

```
! This template creates a metamaterial beam model and
! performs a harmonic analysis using different Young's
! modulus values from input file

FINISH
/CLEAR

/CLEAR,START
/COM,ANSYS RELEASE Release 16.0      BUILD 16.0      UP20141203      23:01:28
/input,start160,ans,'C:\Program Files\ANSYS Inc\v160\ANSYS\apdl\'

! SAVE
! SAVE,'TESTE_abrirtxt','','D:\andre\congresso\'

! /TITLE, Metamaterial beam
/PREP7

! Enter KEYPOINTS
/INPUT,'keypointsviga','txt','D:\andre\congresso\','',' 0
/INPUT,'keypointsress','txt','D:\andre\congresso\','',' 0

! Enter beam LINES
/INPUT,'Lines_beam','txt','D:\andre\congresso\','',' 0

!Enter spring LINES (ordered by symmetry)
/INPUT,'Lines_springs','txt','D:\andre\congresso\','',' 0

!Enter mass LINES (ordered by symmetry)
/INPUT,'Lines_masses','txt','D:\andre\congresso\','',' 0

K,212,0.165,0,330      ! Orientation keypoint

ET,1,BEAM188          ! Element type

/INPUT,'tabela_dados','txt','D:\andre\congresso\','',' 0      ! Input of E1,E2,...,E15

! Set MATERIAL 1 - Beam
MP,EX,1,0.86e9          ! Young's modulus [Pa]
MP,PRXY,1,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,1,700          ! Density [kg/m3]

! Set MATERIAL 2 - Masses
MP,EX,2,0.86e9          ! Young's modulus
MP,PRXY,2,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,2,1000          ! Density

! Set MATERIALs 3-17 - Springs

MP,EX,3,E1              ! Young's modulus
MP,PRXY,3,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,3,700          ! Density

MP,EX,4,E2              ! Young's modulus
MP,PRXY,4,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,4,700          ! Density

MP,EX,5,E3              ! Young's modulus
MP,PRXY,5,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,5,700          ! Density

MP,EX,6,E4              ! Young's modulus
MP,PRXY,6,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,6,700          ! Density

MP,EX,7,E5              ! Young's modulus
MP,PRXY,7,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,7,700          ! Density

MP,EX,8,E6              ! Young's modulus
MP,PRXY,8,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,8,700          ! Density

MP,EX,9,E7              ! Young's modulus
MP,PRXY,9,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,9,700          ! Density

MP,EX,10,E8              ! Young's modulus
MP,PRXY,10,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,10,700          ! Density

MP,EX,11,E9              ! Young's modulus
MP,PRXY,11,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,11,700          ! Density

MP,EX,12,E10              ! Young's modulus
MP,PRXY,12,0.39          ! Poisson's ratio
MP,DENS,12,700          ! Density
```

```

MP,EX,13,E11                ! Young's modulus
MP,PRXY,13,0.39            ! Poisson's ratio
MP,DENS,13,700             ! Density

MP,EX,14,E12                ! Young's modulus
MP,PRXY,14,0.39            ! Poisson's ratio
MP,DENS,14,700             ! Density

MP,EX,15,E13                ! Young's modulus
MP,PRXY,15,0.39            ! Poisson's ratio
MP,DENS,15,700             ! Density

MP,EX,16,E14                ! Young's modulus
MP,PRXY,16,0.39            ! Poisson's ratio
MP,DENS,16,700             ! Density

MP,EX,17,E15                ! Young's modulus
MP,PRXY,17,0.39            ! Poisson's ratio
MP,DENS,17,700             ! Density

!Set SECTIONS

SECTYPE, 1, BEAM, I, , 0    ! Beam
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.017,0.017,0.016,0.003,0.003,0.003,0,0,0,0,0,0
SECTYPE, 2, BEAM, RECT, , 0 ! Spring
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.002,0.002,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
SECTYPE, 3, BEAM, RECT, , 0 ! Mass
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.014,0.006,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

! MESHING

!beam
MAT,1                        !Turn on material
SECNUM, 1                    !Turn on section number?
!LATT,1,,1,,212,212,1      !LATT, MAT, REAL, TYPE, --, KB, KE, SECNUM
LESIZE,ALL,,1              ! Select all the lines with 1 element
LMESH,1,120                 ! Mesh line

!masses
MAT,2                        !Turn on material
SECNUM, 3
!LATT,2,,1,,,,2
LESIZE,ALL,,1              ! Select all the lines with 1 element
LMESH,181,210              ! Mesh line

!springs
MAT,3
SECNUM, 2
!LATT,3,,1,,,,3
LESIZE,ALL,,1
LMESH,121,124

MAT,4
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,125,128

MAT,5
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,129,132

MAT,6
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,133,136

MAT,7
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,137,140

MAT,8
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,141,144

MAT,9
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,145,148

MAT,10
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1

```

```

LMESH,149,152

MAT,11
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,153,156

MAT,12
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,157,160

MAT,13
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,161,164

MAT,14
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,165,168

MAT,15
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,169,172

MAT,16
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,173,176

MAT,17
SECNUM, 2
LESIZE,ALL,,1
LMESH,177,180

FINISH
/SOLU

ANTYPE,3      ! Harmonic analysis
!*
!*
HROPT,FULL
HROUT,ON
LUMPM,0
!*
EQSLV, ,0,
PSTRES,0
!*

FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,5
!*
/GO
F,P51X,FZ,-5,      ! 5 N downforce applied on Node 5

HARFRQ,0,2500,      ! Frequency range: 0-2500
NSUBST,1500,      ! Number of substeps
KBC,1      ! Stepped, not ramped

ALPHAD,0,
BETAD,0,
DMPSTR,0.03,      ! Structural damping coef = 0.03

! SOLVE
/STATUS,SOLU
SOLVE

FINISH

/POST26
NUMVAR,200
NSOL,2,117,U,Z
STORE,MERGE      ! Store UZ at node 117

! Save time history variables to file D:/andre/congresso/displacement.csv
*CREATE,scratch,gui
*DEL, _P26_EXPORT
*DIM, _P26_EXPORT, TABLE,1500,2
VGET, _P26_EXPORT(1,0),1
VGET, _P26_EXPORT(1,1),2,,0
VGET, _P26_EXPORT(1,2),2,,1
/OUTPUT,'displacement','csv','D:\andre\congresso'
*VWRITE, _P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1),_P26_EXPORT(1,2)
%G, %G, %G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
! End of time history save

FINISH

```

ANEXO II: Script para Matlab

```
%André Martins de Paula Oliveira
%
% Loop:
% Matlab -> Gerar 15 valores de módulo de elasticidade espacialmente
correlacionados a partir da função de correlação  $C_1 = \exp(-tal/b)$ 
% Ansys -> Análise harmônica
% Matlab -> importar e armazenar resultados.

clear all; close all; clc;

D = zeros (500,1500);
tic
for bb=1:1

x=randn(1,15);
L=0.33;
tal=L/15;
b=L/2;

a1 = exp(-tal/b); % Demonstração do cálculo de cada componente da matriz de
correlação
a2 = exp(-2*tal/b);
a3 = exp(-3*tal/b);
a4 = exp(-4*tal/b);
a5 = exp(-5*tal/b);
a6 = exp(-6*tal/b);
a7 = exp(-7*tal/b);
a8 = exp(-8*tal/b);
a9 = exp(-9*tal/b);
a10 = exp(-10*tal/b);
a11 = exp(-11*tal/b);
a12 = exp(-12*tal/b);
a13 = exp(-13*tal/b);
a14 = exp(-14*tal/b);

C = [1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10 a11 a12 a13 a14
a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10 a11 a12 a13
a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10 a11 a12
a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10 a11
a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10
a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9
a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8
a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7
a8 a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5 a6
a9 a8 a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4 a5
a10 a9 a8 a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3 a4
a11 a10 a9 a8 a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2 a3
a12 a11 a10 a9 a8 a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1 a2
a13 a12 a11 a10 a9 a8 a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1 a1
a14 a13 a12 a11 a10 a9 a8 a7 a6 a5 a4 a3 a2 a1 1];

R=chol(C);
y=x*R;
E=0.72e9;

yy=E+0.1*E*y;

fid=fopen(['tabela_dados','.txt'],'w');

fprintf(fid, 'E1 = %f \r\n', yy(1));
fprintf(fid, 'E2 = %f \r\n', yy(2));
fprintf(fid, 'E3 = %f \r\n', yy(3));
fprintf(fid, 'E4 = %f \r\n', yy(4));
fprintf(fid, 'E5 = %f \r\n', yy(5));
fprintf(fid, 'E6 = %f \r\n', yy(6));
fprintf(fid, 'E7 = %f \r\n', yy(7));
fprintf(fid, 'E8 = %f \r\n', yy(8));
fprintf(fid, 'E9 = %f \r\n', yy(9));
fprintf(fid, 'E10 = %f \r\n', yy(10));
```

```

fprintf(fid, 'E11 = %f \r\n', yy(11));
fprintf(fid, 'E12 = %f \r\n', yy(12));
fprintf(fid, 'E13 = %f \r\n', yy(13));
fprintf(fid, 'E14 = %f \r\n', yy(14));
fprintf(fid, 'E15 = %f \r\n', yy(15));

fclose(fid);

system('SET KMP_STACKSIZE=2048k & "C:\Program Files\ANSYS
Inc\v160\ansys\bin\winx64\ANSYS160" -b -i "D:\andre\congresso\VIGA_RESmat.txt"
-o "D:\andre\congresso\saida.txt" ', '-echo' )

load displacement.csv;

k=1:1:1500;
freq =displacement(k,1);
r = displacement(k,2);
im =displacement(k,3);

for i=1:1:1500

u(i)=sqrt(r(i)^2+ im(i)^2);
D (bb,i)=u(i);

end
bb
end
toc

for i=1:1:500
    semilogy(freq,D(i,:));
    hold on
end
hold off

%%
% Importar os dados provenientes das simulações e plotar 500 gráficos para
% cada função de correlação, calculando-se média e percentis

load displacement.csv;

k=1:1:1500;
freq =displacement(k,1);
prc = 95;

grid on
%% Correll:  $R = \exp(-|\tau|/b)$ 

VAR = 'D';
D1 = load('Dcorrell',VAR); % Function output form of LOAD
D1 = D1.(VAR);

M1 = mean(D1, 1); % cálculo da média
D1_upp = prctile(D1,prc); % percentis
D1_low = prctile(D1,100-prc);

figure(1)
for i=1:1:500
    semilogy (freq,D1_upp,'b');
    semilogy (freq,D1_low,'b');
    semilogy(freq,D1(i,:), 'Color',[0 0 0]+0.75);
    semilogy (freq, M1,'k');
    ax = gca;
    ax.XGrid = 'on';
    ax.YGrid = 'off';
    title('C_{1} = e^{-|\tau|/b}');
    hold on
end
hold off

```