

# **PROJETO DE GRADUAÇÃO**

## **Desenvolvimento de Simulador de Tempo de Volta para Carros de Corrida**

Por,

**Pedro Henrique Brasil Santos**

Brasília, 9 de dezembro de 2018

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Mecânica

## PROJETO DE GRADUAÇÃO

# Desenvolvimento de Simulador de Tempo de Volta para Carros de Corrida

Por,

**Pedro Henrique Brasil Santos**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro Mecânico

### **Banca Examinadora**

(Alberto C. G. C. Diniz) \_\_\_\_\_

Titulação e Nome do Professor Convidado 01 \_\_\_\_\_

Titulação e Nome do Professor Convidado 02 \_\_\_\_\_

Brasília 9 de dezembro de 2018



# Resumo

Neste Projeto de Graduação foi desenvolvido um simulador de tempo de volta para carros de corrida, usando um modelo de estado quasi-estático do tipo Massa Pontual. Seu algoritmo se baseia na geração e interpolação de diagramas de aceleração para determinação dos estados dinâmicos do veículo ao longo de uma trajetória pré-determinada. Os parâmetros do veículo e da trajetória são determinados em programas auxiliares, bem como a modelagem dos pneus.

O programa de modelagem de pneus se baseia na regressão dos coeficientes da *Pacejka's Magic Formula 5.2* (MF 5.2) sobre os dados do FSAE TTC (*Tire Test Consortium*). Dada a complexidade do modelo, a regressão é feita em etapas, enquanto o programa gera gráficos para conferência da qualidade da modelagem pelo usuário.

Com relação à modelagem da trajetória, foram criados dois programas. O primeiro e principal, consiste no desenho de uma trajetória baseada em spline cúbica através da entrada pelo usuário dos pontos de interpolação desta. O usuário tem como referência contornos criados com base na distância mínima entre o centro de massa do veículo e as bordas da pista. Já o segundo, utilizado apenas para a validação devido à limitação do software de referência, consiste na geração de trajetórias baseadas em segmentos de reta e arcos de raio constante.

A validação tomou como referência os comportamentos dos resultados dos programas com relação a valores de referência, nos quesitos exatidão de valores e tendências de influência.

Os valores de referência para validação do programa de modelagem de pneus são os próprios dados experimentais utilizados na determinação dos coeficientes da modelagem. Já os valores do programa de simulação de tempo de volta vieram de simulações feitas no software Optimum Lap, da empresa OptimumG.

**Palavras-chaves:** simulação. tempo. corrida. volta. FSAE. formula. LTS. SAE. pneu. trajetória. Apuama. modelo. massa-pontual.



# Abstract

In this Graduation Project a lap time simulator for race cars was developed, which uses a Quasi-Steady State model of the Point-Mass type. Its algorithm is based on the interpolation of a GGK diagram for determination of the dynamic states of the vehicle as it runs through a given path. The vehicle and path parameters are determined in auxiliary programs, as is the tire modelling.

The tire modelling program is based in the fitting of the Pacejka's Magic Formula 5.2 (MF 5.2) coefficients over the FSAE TTC (Tire Test Consortium) data. Given the complexity of the model, the fitting is done in steps, while the program generates charts for quality check of the modelling by the user.

As to the path modelling, two programs have been created. The first and main, consists on the drawing of a cubic spline based path by the input of its interpolation points. The user has contours created based on the minimum distance between the vehicle's center of mass and the track contours. As to the second, used only for validation purposes due to the limitations of the reference software, consists on the generation of paths based on straight segments and constant radius arc sections.

The validation took as reference the programs results behaviours against reference values, in the categories accuracy of values and trends of influence.

The reference values of the tire modelling program's validation are the data for which the modelling coefficients fitting was done. As to the values of the lap time simulation program, they came from simulations done with the software Optimum Lap, from the OptimumG company.

**Key-words:** simulation. time. racing. lap. FSAE. formula. LTS. SAE. tire. path. Apuama. model. point-mass





# Agradecimentos

Primeiramente, agradeço à minha família por me prover condições de chegar ao ponto de realizar este trabalho. Aqui, o conceito de família não se restringe aos meus pais, que com certeza foram os protagonistas na minha criação e crescimento, sempre buscando fazer o melhor que podiam. Sou muito grato por todo o carinho e incentivo que me deram ao longo dos anos. Nunca se esqueçam que aprendi muito com os exemplos de vocês. Tudo o que fizeram me tornaram esse cara doido o suficiente para fazer um trabalho desses ao final da graduação.

Quando digo família, abranjo também outros familiares e meus amigos mais próximos, que estiveram comigo nos tempos de choro e loucura, como também nos tempo de alegria e sobriedade. Que me aconselharam quando precisei e assim contribuíram para o crescimento que me levou a ser quem eu sou hoje. Sem vocês, minha cabeça seria outra. Por último, mas de maneira alguma menos importante, agradeço à Apuama, que me provocou todas as emoções possíveis nos cinco anos em que fiz parte dela. Como formando, eu finalmente posso dizer com certeza que minha verdadeira graduação aconteceu na Apuama.

Ao professor Alberto C. G. Diniz, muito obrigado por me orientar nesta jornada que durou mais de um ano. Apesar de não entender muito bem do tema por ser algo muito específico, o senhor conseguiu me ajudar muito na concepção desse relatório. Sempre considerarei o senhor um bom professor e uma boa pessoa. Fiquei feliz de poder confirmar isso sendo seu orientando nesses últimos tempos.

*Also, I want to thank the guys from OptimumG, especially the engineers Bruno Finco and Claude Rouelle. Thank you guys, for the conversations we had, for the study material you shared and for bringing the seminars to Brazil. All of these things helped me a lot, especially the seminars. I had no idea that it was possible to grow so much in four days. Definetively, they had a very strong impact in me as an engineer.*

Por fim, saibam que a todos vocês eu sou eternamente grato pelo bem que me fizeram e por me incentivarem a querer e buscar sempre mais. Este Projeto de Graduação é um dos resultados mais significativos que já alcancei minha vida, já que marca o final da minha graduação conseguindo fazer o que gosto, o que espero manter no decorrer da minha vida profissional.

# Lista de Figuras

Figura 1 – Resultados da análise de conceitos de FSAE através de LTS da equipe AMZ Racing. (AMZ RACING E MATHWORKS, 2016) . . . . .	2
Figura 2 – Carro da equipe AMZ. (AMZ RACING E MATHWORKS, 2016) . . . . .	3
Figura 3 – Sistema de Coordenadas Local de um Veículo - ISO 8855. (JAZAR, 2008)	10
Figura 4 – Sistema de Coordenadas Local de um Veículo - SAE J670. (DIXON, 1996) . . . . .	10
Figura 5 – Componentes de Aceleração do Veículo. (DIXON, 1996) . . . . .	11
Figura 6 – Parâmetros de Posição de um Veículo. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)	12
Figura 7 – Forças e Momentos Resultantes num Veículo. (JAZAR, 2008) . . . . .	13
Figura 8 – Principais Dimensões Relevantes de um Veículo. . . . .	14
Figura 9 – Impressão do Pneu. (SMITH, 1978) . . . . .	16
Figura 10 – Definições de Parâmetros de Pneus 1. (JAZAR, 2008) . . . . .	16
Figura 11 – Analogia da Caminhada para o Ângulo de Deriva. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994) . . . . .	17
Figura 12 – Convenções de Sinal de Ângulo de Camber e Ângulo de Inclinação. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994) . . . . .	18
Figura 13 – Representação didática de metade de um Círculo de Atrito. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994) . . . . .	19
Figura 14 – Diagrama Comparativo entre Modelos de Pneu. (PACEJKA; BESSELINK, 2012) (tradução nossa) . . . . .	20
Figura 15 – Superfície determinada pela função $\text{sen}(x \cdot \text{atan}(y))$ . (WOLFRAM, 2014)	21
Figura 16 – Superfície determinada pela função $\text{cos}(x \cdot \text{atan}(y))$ . (WOLFRAM, 2014)	21
Figura 17 – Diagrama GG. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994) . . . . .	23
Figura 18 – Diagrama GGv. (adaptado de (DAROYNI, 2008)) . . . . .	24
Figura 19 – Forças e Momentos Aerodinâmicos Atuantes num Veículo. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994) . . . . .	25
Figura 20 – Curvas de Torque, Potência e Consumo Típicas de um Motor a Combustão Interna. (METAFILTER, 2015) . . . . .	27
Figura 21 – Modelo de Dinâmica Vertical do Modelo Massa Pontual (Vista Lateral).	32

Figura 22 – Modelo de Dinâmica do Modelo Massa Pontual no Plano xy (Vista Superior). . . . .	33
Figura 23 – Spline cúbica. (MATHWORLD–A WOLFRAM WEB RESOURCE, 2018) . . . . .	36
Figura 24 – Algoritmo Geral do Modelador de Pneu desenvolvido. . . . .	38
Figura 25 – Algoritmo Geral do Modelador de Trajetória desenvolvido. . . . .	40
Figura 26 – Algoritmo Geral do Simulador de Tempo de Volta desenvolvido. . . . .	43
Figura 27 – Formatação padrão de arquivo de Mapa Aerodinâmico. . . . .	47
Figura 28 – Algoritmo da função de cálculo das características de aceleração longitudinal positiva do veículo. . . . .	48
Figura 29 – Algoritmo da função de geração do diagrama GGv. . . . .	49
Figura 30 – Algoritmo da função de cálculo das máximas velocidades possíveis ao longo da trajetória. . . . .	51
Figura 31 – Algoritmo da função de cálculo das velocidades definitivas ao longo da trajetória. . . . .	52
Figura 32 – Algoritmos dos <i>loops</i> de frenagem e aceleração. . . . .	53
Figura 33 – Máquina de Teste de Pneus da TIRF. (CALSPAN, 2015) . . . . .	57
Figura 34 – Deformação de pneu com $\alpha = 0$ e $\kappa > 0$ . (U/KIYIKO, 2013) . . . . .	65
Figura 35 – Pneu sendo Testado com $\alpha = \kappa = 0$ . (CORPORATION, 2013) . . . . .	65
Figura 36 – Pneu sendo testado com $\alpha > 0$ e $\kappa = 0$ .(CORPORATION, 2013) . . . . .	65
Figura 37 – Pneu sendo testado com $\alpha < 0$ e $\kappa = 0$ . (CORPORATION, 2013) . . . . .	66
Figura 38 – Tipos de disposição de tiras internas de pneus. (LEMMY, 2014) . . . . .	67
Figura 39 – Força Longitudinal x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\alpha = 0^\circ$ ). . . . .	70
Figura 40 – Força Longitudinal x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$ e $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\alpha = 0^\circ$ ). . . . .	71
Figura 41 – Força Longitudinal x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$ e $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\gamma = 0^\circ$ ). . . . .	73
Figura 42 – Força Lateral x Ângulo de Deriva para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 445N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\kappa = 0$ ). . . . .	75
Figura 43 – Força Lateral x Ângulo de Deriva para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$ e $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\kappa = 0$ ). . . . .	76
Figura 44 – Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\alpha = 0^\circ$ ). . . . .	79
Figura 45 – Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\alpha = -3^\circ$ ). . . . .	80
Figura 46 – Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$ e $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\alpha = 0^\circ$ ). . . . .	82
Figura 47 – Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$ e $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\gamma = 0^\circ$ ). . . . .	83

Figura 48 – Momento de Giro x Ângulo de Deriva para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 445N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\kappa = 0$ ).	86
Figura 49 – Momento de Giro x Ângulo de Deriva para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$ e $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\kappa = 0$ ).	87
Figura 50 – Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\alpha = 0^\circ$ ).	90
Figura 51 – Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\alpha = -3^\circ$ ).	91
Figura 52 – Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$ e $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\alpha = 0^\circ$ ).	92
Figura 53 – Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$ e $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\gamma = 0^\circ$ ).	93
Figura 54 – Qualidade da regressão para o Momento de Rolagem.	95
Figura 55 – Momento de Alinhamento x Ângulo de Deriva para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 445N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\kappa = 0$ ).	97
Figura 56 – Momento de Alinhamento x Ângulo de Deriva para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$ e $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\kappa = 0$ ).	98
Figura 57 – Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\alpha = 0^\circ$ ).	101
Figura 58 – Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$ e $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$ e $\alpha = -3^\circ$ ).	102
Figura 59 – Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$ e $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\alpha = 0^\circ$ ).	104
Figura 60 – Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$ e $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$ e $\gamma = 0^\circ$ ).	105
Figura 61 – Veículo AF17 da Equipe de FSAE Combustão Apuama Racing. (RAW, 2017)	108
Figura 62 – Curva para Determinação do Coeficiente de Atrito de Aceleração da Modelagem de Pneus.	111
Figura 63 – Curva para Determinação do Coeficiente de Atrito de Frenagem da Modelagem de Pneus.	112
Figura 64 – Curva para Determinação do Coeficiente de Atrito Lateral da Modelagem de Pneus.	112
Figura 65 – Curva de Comparação Entre as Modelagens da Força de Resistência à Rolagem.	113
Figura 66 – Características do Circuito de <i>Skid-Pad</i> . (SAE-INTERNATIONAL, 2016)	116

Figura 67 – Circuito de <i>Autocross</i> . . . . .	116
Figura 68 – Circuito de Enduro. . . . .	117
Figura 69 – Trajetória do Circuito de Aceleração. . . . .	118
Figura 70 – Trajetória do Circuito de <i>SkidPad</i> . . . . .	119
Figura 71 – Trajetória do Circuito de <i>Autocross</i> . . . . .	120
Figura 72 – Trajetória do Circuito de Enduro. . . . .	121
Figura 73 – Velocidades no Circuito de Aceleração. . . . .	123
Figura 74 – Velocidades no Circuito de <i>SkidPad</i> . . . . .	124
Figura 75 – Velocidades no Circuito de <i>Autocross</i> . . . . .	127
Figura 76 – Velocidades no Circuito de Enduro. . . . .	128
Figura 77 – Vista Amplificada de Região de Interesse dos Perfis de Aceleração Longitudinal no Circuito de <i>SkidPad</i> . . . . .	129
Figura 78 – Acelerações Longitudinais no Circuito de Aceleração. . . . .	130
Figura 79 – Acelerações Longitudinais no Circuito de <i>SkidPad</i> . . . . .	131
Figura 80 – Acelerações Longitudinais no Circuito de <i>Autocross</i> . . . . .	133
Figura 81 – Acelerações Longitudinais no Circuito de Enduro. . . . .	134
Figura 82 – Acelerações Centrípetas no Circuito de Aceleração. . . . .	136
Figura 83 – Acelerações Centrípetas no Circuito de <i>SkidPad</i> . . . . .	137
Figura 84 – Acelerações Centrípetas no Circuito de <i>Autocross</i> . . . . .	138
Figura 85 – Acelerações Centrípetas no Circuito de Enduro. . . . .	139
Figura 86 – Tempo Decorrido no Circuito de Aceleração. . . . .	141
Figura 87 – Tempo Decorrido no Circuito de <i>SkidPad</i> . . . . .	142
Figura 88 – Tempo Decorrido no Circuito de <i>Autocross</i> . . . . .	143
Figura 89 – Tempo Decorrido no Circuito de Enduro. . . . .	144
Figura 90 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Médio da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	153
Figura 91 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	154
Figura 92 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Máximo da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	154
Figura 93 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	155
Figura 94 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	155
Figura 95 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	155
Figura 96 – Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	156
Figura 97 – Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). . . . .	156

Figura 98 – Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).	156
Figura 99 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).	157
Figura 100 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).	157
Figura 101 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).	158
Figura 102 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).	158
Figura 103 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).	158
Figura 104 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).	159
Figura 105 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	159
Figura 106 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	159
Figura 107 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	160
Figura 108 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	160
Figura 109 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	160
Figura 110 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	161
Figura 111 – Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	161
Figura 112 – Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	161
Figura 113 – Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.	162
Figura 114 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).	162
Figura 115 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).	163
Figura 116 – Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).	163
Figura 117 – Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).	163

Figura 118–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ). . . . .	164
Figura 119–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ). . . . .	164
Figura 120–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	164
Figura 121–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	165
Figura 122–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	165
Figura 123–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	165
Figura 124–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	166
Figura 125–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	166
Figura 126–Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	166
Figura 127–Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	167
Figura 128–Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	167
Figura 129–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). . . . .	168
Figura 130–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). . . . .	168
Figura 131–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). . . . .	169
Figura 132–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). . . . .	169
Figura 133–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). . . . .	169
Figura 134–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). . . . .	170
Figura 135–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	170
Figura 136–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado. . . . .	170

Figura 137–Influência da Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$ no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.	171
Figura 138–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.	171
Figura 139–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.	171
Figura 140–Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.	172
Figura 141–Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.	172
Figura 142–Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.	172
Figura 143–Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.	174
Figura 144–Legenda dos ícones utilizados nas representações dos modelos.	176
Figura 145–Representação do Modelo de Massa Pontual.	177
Figura 146–Representação do Modelo de Bicicleta.	177
Figura 147–Representação do Modelo Completo.	178
Figura 148–Dianteira do Veículo AF17.	183
Figura 149–Nomenclatura dos Componentes do Conjunto Suspensão Direção.	184
Figura 150–Pontos de Interesse do Conjunto Suspensão Direção.	184
Figura 151–Modelo de Dinâmica Vertical do Modelo Massa Pontual (Vista Lateral).	193
Figura 152–Modelo de Dinâmica do Modelo Massa Pontual no Plano xy (Vista Superior).	193
Figura 153–Modelo de Dinâmica Vertical do Modelo Bicicleta (Vista Lateral).	198
Figura 154–Modelo de Dinâmica no Plano xy do Modelo Bicicleta (Vista Superior).	198
Figura 155–Modelo de Cinemática no Plano xy do Modelo Bicicleta (Vista Superior).	199
Figura 156–Modelo de Dinâmica no Plano xz do Modelo Completo (Vista Lateral).	206
Figura 157–Modelo de Dinâmica no Plano yz do Modelo Completo (Vista Frontal).	207
Figura 158–Dimensões no Plano xy do Modelo Completo (Vista Superior).	207
Figura 159–Modelo de Dinâmica no Plano xy do Modelo Completo (Vista Superior).	208
Figura 160–Modelo de Cinemática no Plano xy do Modelo Completo (Vista Superior).	208



# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Parâmetros de Erro da Modelagem de $F_{xP}$ . . . . .	69
Tabela 2 – Resumo da Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ) . . . . .	69
Tabela 3 – Parâmetros de Erro da Modelagem de $F_{yP}$ para $\kappa = 0$ . . . . .	74
Tabela 4 – Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) para $\kappa = 0$ . . . . .	74
Tabela 5 – Parâmetros de Erro da Modelagem de $F_{yP}$ em Operação Combinada. . . . .	78
Tabela 6 – Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Operação Combinada. . . . .	78
Tabela 7 – Parâmetros de Erro da Modelagem de $M_{xP}$ para $\kappa = 0$ . . . . .	85
Tabela 8 – Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ). . . . .	85
Tabela 9 – Parâmetros de Erro da Modelagem de $M_{xP}$ para $\alpha$ constante. . . . .	89
Tabela 10 – Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Operação Combinada. . . . .	89
Tabela 11 – Parâmetros de Erro da Modelagem de $M_{zP}$ para $\kappa = 0$ . . . . .	96
Tabela 12 – Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). . . . .	96
Tabela 13 – Parâmetros de Erro da Modelagem de $M_{zP}$ para $\alpha$ constante. . . . .	100
Tabela 14 – Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Operação Combinada. . . . .	100
Tabela 15 – Parâmetros do Veículo AF17 para Simulação. . . . .	108
Tabela 16 – Parâmetros do Motor do AF17. . . . .	109
Tabela 17 – Coeficientes Obtidos para a Modelagem de Pneu do Optimum Lap®. . . . .	111
Tabela 18 – Resumo das Modelagens dos Subsistemas dos Modelos de Veículos . . . . .	176
Tabela 19 – Componentes Associados aos Pontos de Interesse . . . . .	185
Tabela 20 – Métodos de Cálculo dos Pontos de Interesse . . . . .	186
Tabela 21 – Condições de Contorno para a Dinâmica Vertical do Modelo . . . . .	211

# Lista de abreviaturas e siglas

LTS	Simulação de Tempo de Volta ( <i>Lap Time Simulation</i> )
QSS	<i>Quasi-Steady State</i>
FSAE	<i>Formula SAE</i>
FSAE TTC	<i>Formula SAE Tire Test Consortium</i>
MF	<i>Magic Formula</i>
SI	Sistema Internacional de Unidades
TIRF	<i>Calspan Tire Research Facility</i>

# Lista de símbolos

$x$	Eixo Longitudinal, Coordenada em x	
$y$	Eixo Longitudinal, Coordenada em y	
$z$	Eixo Longitudinal, Coordenada em z	
$u$	Velocidade Longitudinal do Veículo	$[m/s]$
$v$	Velocidade Lateral do Veículo	$[m/s]$
$w$	Velocidade Vertical do Veículo	$[m/s]$
$\phi$	Ângulo de Rolagem	$[rad]$
$\theta$	Ângulo de Guinada	$[rad]$
$\psi$	Ângulo de Arfagem, Ângulo de Apontamento	$[rad], [rad]$
$p$	Velocidade Angular de Rolagem	$[rad/s]$
$q$	Velocidade Angular de Guinada	$[rad/s]$
$r$	Velocidade Angular de Arfagem	$[rad/s]$
$\dot{p}$	Aceleração Angular de Rolagem	$[rad/s^2]$
$\dot{q}$	Aceleração Angular de Guinada	$[rad/s^2]$
$\dot{r}$	Aceleração Angular de Arfagem	$[rad/s^2]$
$a_x$	Aceleração Longitudinal	$[m/s^2]$
$a_y$	Aceleração Lateral	$[m/s^2]$
$a_T$	Aceleração Tangencial	$[m/s^2]$
$a_C$	Aceleração Centrípeta	$[m/s^2]$
$X$	Eixo Longitudinal do Sist. de Coord. Global	
$Y$	Eixo Lateral do Sist. de Coord. Global	

$\delta$	Ângulo de Esterçamento	[rad]
$\beta$	Ângulo de Atitude	[rad]
$\nu$	Ângulo de Curso	[rad]
$F_x$	Força Longitudinal	[N]
$F_y$	Força Lateral	[N]
$F_z$	Força Normal	[N]
$M_x$	Momento de Rolagem	[Nm]
$M_y$	Momento de Guinada	[Nm]
$M_z$	Momento de Arfagem	[Nm]
$CM$	Centro de Massa	
$l$	Distância Entre-Eixos	[m]
$a$	Distância entre o eixo dianteiro e o $CM$	[m]
$b$	Distância entre o eixo traseiro e o $CM$	[m]
$t$	Bitola, Tempo decorrido	[m], [s]
$h_{CM}$	Altura do $CM$	[m]
$x_P$	Eixo Longitudinal do Sist. de Coord. do Pneu	
$y_P$	Eixo Lateral do Sist. de Coord. do Pneu	
$z_P$	Eixo Vertical do Sist. de Coord. do Pneu	
$F_{xP}$	Força Longitudinal no Pneu	[N]
$F_{yP}$	Força Lateral no Pneu	[N]
$F_{zP}$	Força Vertical no Pneu	[N]
$M_{xP}$	Momento de Giro no Pneu	[N]
$M_{yP}$	Momento de Rolagem no Pneu	[N]
$M_{zP}$	Momento de Alinhamento no Pneu	[N]
$\alpha$	Ângulo de Deriva	[N]
$V_{xP}$	Velocidade Longitudinal do Pneu	[m/s]
$V_{yP}$	Velocidade Lateral do Pneu	[m/s]

$\kappa$	Escorregamento Longitudinal	
$\Omega$	Velocidade Angular da Roda	$[rad/s]$
$\Omega_0$	Velocidade Angular da Roda medida no Centro	$[rad/s]$
$r_e$	Raio Efetivo	$[m]$
$r_U$	Raio Descarregado	$[m]$
$r_L$	Raio Carregado	$[m]$
$k_{pneu}$	Constante Elástica do Pneu	$[N/m]$
$D$	Força de Arrasto	$[N]$
$S$	Força Aerodinâmica de Lado	$[N]$
$L$	Força de Sustentação	$[N]$
$RM$	Momento Aerodinâmico de Rolagem	$[Nm]$
$PM$	Momento Aerodinâmico de Guinada	$[Nm]$
$YM$	Momento Aerodinâmico de Arfagem	$[Nm]$
$C_D$	Coefficiente de Arrasto	$[N]$
$C_S$	Coefficiente da Força Aerodinâmica de Lado	$[N]$
$C_L$	Coefficiente de Sustentação	$[N]$
$C_{RM}$	Coefficiente do Momento Aerodinâmico de Rolagem	$[Nm]$
$C_{PM}$	Coefficiente do Momento Aerodinâmico de Guinada	$[Nm]$
$C_{YM}$	Coefficiente do Momento Aerodinâmico de Arfagem	$[Nm]$
$q_\infty$	Pressão Dinâmica	$[Pa/s]$
$A$	Área Frontal	$[m^2]$
$P_{motor}$	Potência do Motor	$[W]$
$CE$	Consumo Específico do Motor	$[kg/W]$
$vol_{combustível}$	Volume de Combustível	$[m^3]$
$t$	Tempo Decorrido	$[s]$
$\rho$	Massa Específica	$[kg/m^3]$
$\omega$	Velocidade Angular	$[rad/s]$

$T$	Torque	$[Nm]$
$P_{freio}$	Potência de Frenagem	$[W]$
$F_{mola}$	Força na Mola	$[N]$
$k_{lin}$	Constante Elástica Linear	$[N/m]$
$d_{mola}$	Deslocamento da Mola	$[m]$
$T_{mola}$	Força na Mola	$[Nm]$
$k_{ang}$	Constante Elástica Linear	$[Nm/rad]$
$d_{ang}$	Deslocamento da Mola	$[rad]$
$R$	Raio	$[m]$
$h_0$	Altura Inicial do Veículo	$[m]$
$g$	Aceleração da Gravidade	$[m/s^2]$
$M$	Massa do veículo	$[kg]$
$m_{sus}$	Massa Suspensa	$[kg]$
$m_{nsus}$	Massa Não-Suspensa	$[kg]$
$F_C$	Força Centrípeta	$[N]$
$F_T$	Força Tangencial	$[N]$
$\eta_{inércia}$	Eficiência de Inércia	$[\%]$
$I_{rot}$	Momento de Inércia das Partes Rotativas	$[kg \cdot m^2]$
$v_T$	Velocidade Tangencial	$[m/s]$
$\Delta h$	Variação de Altura	$[m]$

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>4</b>
1.2.1	Simulador de Tempo de Volta	4
1.2.2	Modelo da Trajetória	5
1.2.3	Modelo de Pneu	5
1.2.4	Modelo de Veículo	5
1.2.5	Validação	6
<b>1.3</b>	<b>Estruturação do Texto</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>CONCEITOS, DEFINIÇÕES E MODELOS</b>	<b>7</b>
<b>2.1</b>	<b>Simulação de Tempo de Volta</b>	<b>7</b>
2.1.1	Tipos de Simulação de Tempo de Volta	7
<b>2.2</b>	<b>Sistema de Coordenadas e Nomenclatura</b>	<b>9</b>
<b>2.3</b>	<b>Pneus</b>	<b>14</b>
2.3.1	Definições	15
2.3.2	Círculo de Atrito	18
2.3.3	Modelagem	20
<b>2.4</b>	<b>Diagramas de Aceleração</b>	<b>22</b>
<b>2.5</b>	<b>Subsistemas do Veículo</b>	<b>24</b>
2.5.1	Aerodinâmica	24
2.5.2	Motor e Consumo	26
2.5.3	Transmissão	28
2.5.4	Freios	29
2.5.5	Conjunto Suspensão e Direção	29
<b>2.6</b>	<b>Forças Normais em Regime Permanente</b>	<b>30</b>
<b>2.7</b>	<b>Modelo de Veículo</b>	<b>31</b>
2.7.0.1	Modelo Dinâmico	32
<b>2.8</b>	<b>Trajetória</b>	<b>35</b>
2.8.1	Spline Cúbica	35

<b>3</b>	<b>SIMULADORES E FERRAMENTAS AUXILIARES</b>	<b>37</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelador de Pneu</b>	<b>37</b>
3.1.1	Algoritmo Geral	37
<b>3.2</b>	<b>Modelador de Trajetória</b>	<b>39</b>
3.2.1	Algoritmo Geral	39
<b>3.3</b>	<b>Simulador de Tempo de Volta</b>	<b>42</b>
3.3.1	Algoritmo Geral	42
3.3.2	Parâmetros de Entrada do Veículo	45
3.3.3	Rotações de Troca de Marcha	47
3.3.4	Geração do Diagrama GGV	48
3.3.5	Determinação das Velocidades Máximas Possíveis	50
3.3.6	Determinação das Velocidades Definitivas nos Pontos	52
3.3.7	Extração de Resultados	54
<b>4</b>	<b>VALIDAÇÃO</b>	<b>56</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelador de Pneu</b>	<b>56</b>
4.1.1	FSAE TTC	56
4.1.2	Parâmetros de Entrada	59
4.1.3	Comparação	62
4.1.3.1	Observações com Relação à Variação de Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$	64
4.1.3.2	Dispersão e Assimetrias Não Modeladas	66
4.1.3.3	Força Longitudinal ( $F_{xP}$ )	67
4.1.3.4	Força Lateral ( $F_{yP}$ )	74
4.1.3.5	Força Lateral do Pneu $F_{yP}$ em Operação Combinada	77
4.1.3.6	Momento de Giro $M_{xP}$	84
4.1.3.7	Momento de Giro $M_{xP}$ em Operação Combinada	88
4.1.3.8	Momento de Rolagem	94
4.1.3.9	Momento de Alinhamento $M_{zP}$	96
4.1.3.10	Momento de Giro $M_{zP}$ em Operação Combinada	99
<b>4.2</b>	<b>Simulador de Tempo de Volta</b>	<b>106</b>
4.2.1	Optimum Lap®	106
4.2.2	Parâmetros de Veículo	107
4.2.3	Circuitos Criados	114
4.2.4	Comparação de Resultados dos Simuladores	117
4.2.4.1	Análise das Velocidades	122
4.2.4.2	Análise das Acelerações Longitudinais	129
4.2.4.3	Análise das Acelerações Centrípetas	135
4.2.4.4	Análise do Tempo Decorrido	140
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHO FUTUROS</b>	<b>145</b>



<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>147</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>151</b>
<b>ANEXO A – GRÁFICOS DE INFLUÊNCIA DA MODELAGEM DE PNEUS</b>	<b>153</b>
<b>A.1 Força Longitudinal do Pneu <math>F_{xP}</math></b>	<b>153</b>
<b>A.2 Força Lateral do Pneu <math>F_{yP}</math></b>	<b>157</b>
<b>A.3 Momento de Giro do Pneu <math>M_{xP}</math></b>	<b>162</b>
<b>A.4 Momento de Alinhamento do Pneu <math>M_{zP}</math></b>	<b>168</b>
<b>ANEXO B – CONTEÚDO COMPLEMENTAR PARA MODELAGENS DE VEÍCULO</b>	<b>174</b>
<b>B.1 Visão Geral das Modelagens de Veículo</b>	<b>176</b>
<b>B.2 Modelagem dos Subistemas</b>	<b>178</b>
B.2.1 Transmissão	178
B.2.2 Freios	180
B.2.3 Conjunto Suspensão e Direção	181
<b>B.3 Modelagem da Cinemática do Conjunto Suspensão-Direção</b>	<b>183</b>
B.3.1 Definição: Pontos	186
B.3.2 Definição: Distância Entre Pontos	186
B.3.3 Definição: Cascas Esféricas	187
B.3.4 Definição: Planos	187
B.3.5 Método: Incremento Direto	188
B.3.6 Método: Intersecção de 3 Esferas	188
B.3.7 Método: Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano	188
B.3.8 Método: Vetores de Referência	189
B.3.9 Parâmetro: Deslocamento da Cremalheira	189
B.3.10 Parâmetro: Ângulo de Esterçamento	190
B.3.11 Parâmetro: Ângulo de Inclinação (roda)	190
B.3.12 Parâmetro: Variação de Ângulo de Torção da Barra de Rolagem	190
<b>B.4 Forças Normais em Regime Permanente</b>	<b>190</b>
<b>B.5 Modelagens de Veículo</b>	<b>191</b>
B.5.1 Modelo Massa Pontual	191
B.5.1.1 Modelo Dinâmico	192
B.5.2 Modelo Bicicleta	195
B.5.2.1 Modelo Dinâmico	196
B.5.3 Modelo Completo	204
B.5.3.1 Modelo Dinâmico	204
<b>ANEXO C – MAGIC FORMULA</b>	<b>215</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Um dos grandes problemas a serem solucionados pela engenharia automotiva é a otimização do desempenho dinâmico de veículos. Os fatores técnicos a serem levados em conta em tal otimização são: o veículo, o ambiente de operação e o operador do veículo.

O objetivo técnico do engenheiro em corridas automobilísticas é alcançar a configuração de veículo, aceitável dentro da interpretação prática das regras, a qual permita a passagem do veículo por um caminho no menor tempo possível (ou na maior velocidade média), quando operado manualmente por um piloto utilizando técnicas dentro de suas capacidades.([MILLIKEN; MILLIKEN, 1994](#))

Define-se Dinâmica Veicular como o campo da engenharia que lida com os movimentos do veículo em regimes de operação que sejam relevantes pelo operador ([JACOBSON, 2016](#)). Portanto, conclui-se que análises de Dinâmica Veicular são de grande utilidade na otimização da dinâmica de veículos em geral.

Devido ao elevado número de parâmetros e à complexidade dos comportamentos de alguns componentes, tais análises costumam ser feitas através de simulações numéricas. Dentre os vários tipos de simulação possíveis, um dos mais úteis para veículos de alto desempenho é a Simulação de Tempo de Volta ou LTS (*Lap Time Simulation*).

Através da análise dos resultados deste tipo de simulação, é possível obter grande economia de tempo e dinheiro, tanto no ajuste quanto na concepção de veículos. Um exemplo é sua utilização no desenvolvimento dos veículos de produção NSX e CIVIC TYPE R da fabricante Honda ([TOYOSHIMA; MATSUKAWA; USHIMURA, 2017](#)). Também, equipes de Formula 1 utilizam o software de LTS oferecido pela Canopy Simulations para auxílio na definição dos setups de seus carros para cada corrida ([CANOPY SIMULATIONS LTD., 2018](#); [GADOLA et al., 1996](#)).

Um dos projetos universitários de engenharia existentes é o FSAE (Fórmula SAE). Neste projeto, os estudantes desenvolvem um veículo do tipo fórmula que é avaliado em competições ao redor do mundo. Todas as competições são regidas pelo mesmo regulamento e o carro é avaliado nos chamados Eventos Estáticos (Provas de Apresentação, Projeto de Engenharia e Análise de Custos) e nos Eventos Dinâmicos (Provas de Aceleração, *Skid-Pad*, *Autocross*, Eficiência e Enduro) ([SAE-INTERNATIONAL, 2016](#)). Portanto, a utilização de LTS na análise de desempenho do carro pode trazer grande benefício para

equipes de FSAE.

A figura 1 ilustra os resultados obtidos pela equipe suíça AMZ Racing na análise de conceitos de veículo utilizando-se tal metodologia. No caso, foram investigados os casos em que o veículo:

- teria seu sistema de transmissão ligado apenas às rodas traseiras (2WD) ou a todas as quatro (4WD);
- utilizaria asas como dispositivo aerodinâmico (*Aero*) ou não (*no Aero*); e
- a utilização de um sistema de diminuição de arrasto aerodinâmico (DRS) ou não.

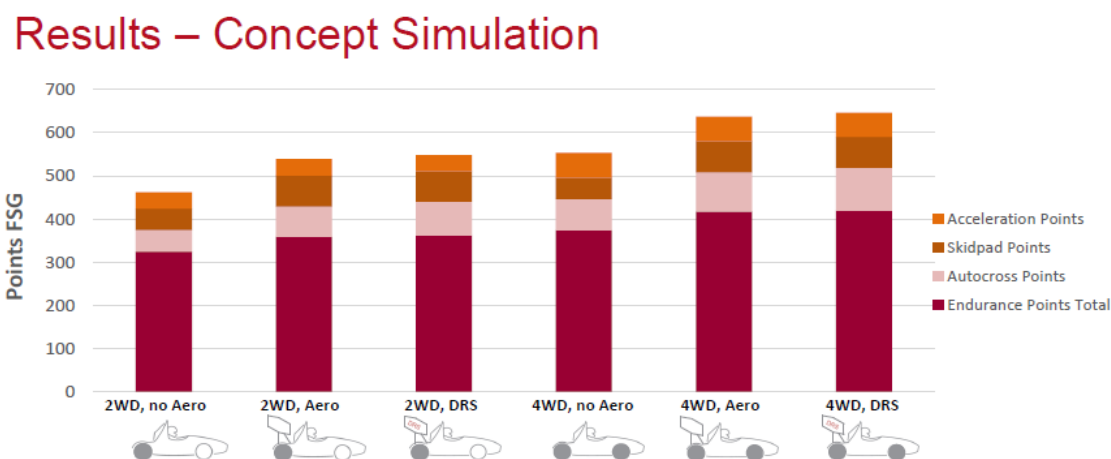


Figura 1: Resultados da análise de conceitos de FSAE através de LTS da equipe AMZ Racing. (AMZ RACING E MATHWORKS, 2016)

Os resultados obtidos foram apresentados na forma de predição de pontos ganhos nos Eventos Dinâmicos (identificados na figura 1 por *Acceleration Points*, *SkidPad Points*, *Autocross Points* e *Endurance Points Total*) da FSG (*Formula Student Germany*), que é a versão alemã da competição de FSAE. Vale ressaltar que, além de colaborar para o ganho de pontos nos Eventos Dinâmicos, a análise também rendeu pontos no evento de Projeto de Engenharia, visto que justificou a decisão de conceito de veículo adotado pela equipe.

O veículo feito pela equipe na temporada correspondente, ilustrado na figura 2, seguiu o conceito determinado na análise como ótimo. Mesmo não pontuando no evento de Enduro (evento que vale mais pontos na competição: 325 de 1000 (IMECHE, 2016)) devido a uma falha mecânica, a equipe ficou em 5º lugar de 38 participantes (FORMULA STUDENT GERMANY - FSG, 2016).



Figura 2: Carro da equipe AMZ. (AMZ RACING E MATHWORKS, 2016)

Em geral, os pacotes de Simulação de Tempo de Volta disponíveis atualmente são de alto custo, baixa flexibilidade para entrada de parâmetros e não são transparentes com relação às equações/algoritmos utilizados. Tais características são barreiras para a boa utilização destes em determinados casos, especialmente para equipes com baixo nível de recurso financeiro ou conhecimento de todos os parâmetros de veículo requisitados pelo software.

Em virtude do exposto, o presente trabalho se justifica por resultar em um simulador acessível para a equipe Apuama Racing (Equipe de FSAE Combustão da Universidade de Brasília - UnB), com o código completamente acessível e de fácil edição. Assim, a equipe poderá utilizar e editar o simulador conforme necessidade. O presente relatório poderá servir também como referência para qualquer interessado em dinâmica veicular e simulação de tempo de volta. Por fim, o trabalho também contribuirá para a formação do autor como engenheiro.

## 1.1 Objetivos

O objetivo desse Projeto de Graduação é desenvolver e validar um simulador de tempo de volta para carros de corrida usando o modelo Massa Pontual, bem como programas auxiliares para modelagem de pneus e de trajetória.

Devido à acontecimentos externos, a realização de todos esses objetivos se tornou inviável. Sendo assim, optou-se pela redução destes de maneira a se desenvolver e validar apenas o simulador que utiliza o Modelo Massa Pontual e programas auxiliares para modelagem de pneus e de trajetória.

Devido aos fatos de a equipe ser formada majoritariamente por estudantes de engenharia, possuir escassez de recursos financeiros e poder vir a necessitar de atualizações das ferramentas por parte de algum estudante, foram características desejáveis dos programas:

- Que os códigos computacionais envolvidos sejam de fácil acesso, interpretação e edição;
- Que os parâmetros de entrada sejam de obtenção/determinação acessível;
- Que o simulador seja capaz de simular sequencialmente vários veículos ou configurações de veículo para o mesmo circuito;
- Que sejam disponibilizados meios de se comparar os resultados da simulação com dados experimentais; e
- Que a interface de usuário seja amigável.

## 1.2 Metodologia

De maneira a facilitar o acesso, interpretação e edição dos códigos computacionais; optou-se por desenvolver os programas no MATLAB. Essa escolha se justifica também pela disponibilidade da licença e pelo conhecimento do autor.

Além do simulador, serão desenvolvidas também rotinas para modelagem da trajetória do carro na pista, modelagem do comportamento dinâmico dos pneus, definição dos veículos a serem simulados através de seus parâmetros e uma rotina para geração de gráficos comparativos baseados nos resultados obtidos nas simulações. As subseções trazem descrições resumidas da metodologia utilizada em cada caso.

### 1.2.1 Simulador de Tempo de Volta

A ferramenta de LTS será do tipo QSS, utilizando o modelo de veículo Massa Pontual.

Exceto pelos casos de troca de marcha, o estado dinâmico no qual o veículo se encontra em cada ponto da trajetória é determinado a partir da interpolação linear de seu diagrama de aceleração GGV (seção 2.4). Nos casos de troca de marcha para a próxima marcha, o estado dinâmico é determinado a partir da superfície resultante de uma adaptação do diagrama GGV na qual os freios e o motor não são acionados.

O diagrama GGV é constituído por diagramas GG levantados para determinadas velocidades do veículo. Os diagramas GG representam as acelerações longitudinal e lateral máximas que um veículo pode desenvolver em determinadas condições de operação. O Capítulo 2 contém explicações mais detalhadas.

### 1.2.2 Modelo da Trajetória

Foram desenvolvidos modeladores para dois tipos de trajetória. O primeiro gera trajetórias baseadas em Spline, cujos pontos de interpolação são determinados graficamente pelo usuário. Nessa determinação, o usuário conta com a visualização de contornos de referência baseados nos limites da pista e na distância mínima entre o centro de massa do veículo e a borda da pista.

Já o segundo foi utilizado na validação do simulador de tempo de volta e gera trajetórias compostas por segmentos de reta e arcos de raio constante. O usuário fornece, na sequência em que se deseja que o veículo os percorra, os comprimentos das retas e os raios, sentidos e comprimentos dos arcos. A rotina gera então arquivos que contém os pontos na resolução desejada.

### 1.2.3 Modelo de Pneu

Optou-se por utilizar o tipo de modelo de pneu MF 5.2 (*Pacejka's Magic Formula 5.2*). A ferramenta de modelagem de pneu tem como função determinar os coeficientes do modelo partir de dados experimentais. No presente trabalho, tais dados foram obtidos através do FSAE TTC (*FSAE Tire Test Consortium*).

O FSAE TTC é uma organização gerenciada voluntariamente por entidades voluntárias. É financiada por universidades participantes que contribuem com quantias iguais de dinheiro para a obtenção de dados de força e momento de pneus utilizados por veículos de FSAE. Os dados dos pneus testados são então disponibilizados para as universidades participantes através de um fórum online. ([MILLIKEN RESEARCH ASSOCIATES INC., 2015](#))

### 1.2.4 Modelo de Veículo

O modelo de veículo utilizado aqui é o modelo Massa Pontual. Este é caracterizado por ser considerado uma massa concentrada em um ponto que viaja ao longo de uma trajetória. A velocidade e as acelerações deste ponto são determinadas à partir dos parâmetros de veículo em conjunto com os parâmetros da trajetória que forem desejados. Sendo assim, é fácil concluir que o modelo bem limitado em termos de representação do veículo. O modelo foi bem explorado aqui, buscando-se se extrair o máximo de informações possíveis.

O modelo desenvolvido é constituído por:

- características de inércia do veículo, incluindo inércia rotativa das partes que giram quando há presença de movimentação longitudinal do veículo;

- características de geração de potência e consumo de combustível do motor;
- modelagem dos pneus através da *Pacejka's Magic Formula 5.2* e sua rigidez;
- características de transmissão e eficiência do sistema de transmissão;
- características aerodinâmicas através de mapas aerodinâmicos;
- características de capacidade de frenagem de acordo com o sistema de freios e
- características de rigidez equivalente da suspensão.

### 1.2.5 Validação

A validação tomou como referência os comportamentos dos resultados dos programas com relação a valores de referência, nos quesitos exatidão de valores e tendências de influência e comportamento.

Fez-se a validação do modelador de pneus comparando-se os resultados retornados pela modelagem com os próprios dados experimentais utilizados na modelagem. Esta se mostrou boa para modelagem do comportamento dinâmico na maior parte dos casos, representando bem a correlação entre a variação de parâmetros.

Já a validação do simulador de tempo de volta desenvolvido foi feita pela comparação dos principais resultados obtidos com os resultados retornados pelo software Optimum Lap, da empresa OptimumG. O software em questão já foi validado pela própria empresa e no artigo (COSTA; BORTOLUSSI, 2016).

## 1.3 Estruturação do Texto

O texto subsequente é estruturado da seguinte maneira:

- Capítulo 2: Conceitos, Definições e Modelos, onde são revisados os conceitos e definições necessários para modelagem do veículo, bem como os modelos utilizados;
- Capítulo 3: Simuladores e Ferramentas Auxiliares, onde os programas criados são apresentados e detalhados;
- Capítulo 4: Validação, onde são apresentados os dados avaliados, as análises feitas e as conclusões; e
- Capítulo 5: Conclusão e Sugestões Trabalhos Futuros, onde as conclusões gerais e propostas de trabalhos futuros são brevemente descritos.

# 2 CONCEITOS, DEFINIÇÕES E MODELOS

Por levar em conta aspectos do veículo como um todo, a carga teórica envolvida num programa de Simulação de Tempo de Volta se mostra elevada. A necessidade do desenvolvimento de ferramentas adicionais aumenta ainda mais esta tarefa, visto que a modelagem do pneu e da trajetória envolvem recursos numéricos não envolvidos no desenvolvimento de um simulador de tempo de volta.

No presente capítulo os conceitos, definições, modelos e equações necessários para entendimento dos produtos desenvolvidos são apresentados.

## 2.1 Simulação de Tempo de Volta

Numa simulação de tempo de volta (*LTS* ou *Lap Time Simulation*) busca-se maximizar a velocidade do veículo ao longo de uma trajetória pré-determinada, tendo em vista se predizer o comportamento deste em determinado trajeto em função de diferentes parâmetros. Uma grande economia de tempo e dinheiro pode ser alcançada com a utilização da *LTS*, dado que a alternativa para tal seria a análise experimental da influência destes parâmetros. A confiabilidade, exatidão e quantidade de resultados úteis possíveis de serem extraídos dependem principalmente do tipo de *LTS* e dos modelos utilizados para o trajeto, o veículo e o operador.

### 2.1.1 Tipos de Simulação de Tempo de Volta

São conhecidos quatro tipos de *LTS*: *Steady State*, *Quasi-Steady State*, *Transient State* (SIEGLER, 2002) e *Quasi-Transient State* (PATTON, 2013).

No tipo *Steady State* a trajetória é constituída por trechos de curva de raio constante e trechos de reta, que são simulados separadamente. As velocidades nos trechos de curva são constantes e calculadas primeiro, a fim de se determinar as velocidades iniciais e finais dos trechos de reta, simulados em seguida. (TOYOSHIMA; MATSUKAWA; USHIMURA, 2017)



O tipo *Quasi-Steady State* (QSS) se diferencia do tipo *Steady State*, a trajetória pode ser de curvatura continuamente variável, já que admite situações de comportamento dinâmico combinado dos pneus, ou seja, situações onde o pneu é utilizado tanto para geração de forças longitudinais quanto laterais. (SIEGLER, 2002)

Em ambos os tipos citados, os pontos são todos calculados levando-se em conta que o sistema se encontra em equilíbrio dinâmico, ou seja, não há variação do estado dinâmico com o tempo. Tal hipótese permite uma considerável simplificação do problema sem que haja perda de confiabilidade tal que elimine a utilidade das simulações.

O tipo *Quasi-Transient State* se diferencia do tipo *Quasi-Steady State* por considerar as limitações de geração de Momento de Arfagem (seção 2.2) do veículo, que restringe a velocidade máxima do veículo em curvas. (PATTON, 2013)

Nos tipos citados até aqui apenas o ambiente e o veículo são modelados, considerando-se sempre que o operador é ideal, ou seja, consegue sempre operar o veículo em seus limites.

O tipo *Transient State* é o único que considera a solução transiente do estado dinâmico do veículo. A trajetória final é determinada pela matriz de controle (modelo de piloto), que busca seguir uma trajetória pré-determinada ou manter o veículo dentro de curvas que representam os contornos da pista, no menor tempo possível. Assim, a trajetória leva em conta as limitações dinâmicas do veículo, sendo que as limitações do piloto podem ser consideradas na simulação. (KELLY, 2008)

A abordagem escolhida nesse Projeto de Graduação foi a QSS. Em comparação com os outros métodos, para mesmos modelos de veículo a abordagem apresenta resultados melhores do que o método *Steady State*; apresentando resultados próximos, apesar de não tão bons quanto, aos obtidos com o método *Transient State* (SIEGLER; DEAKIN; CROLLA, 2000). Já em comparação com o método *Quasi-Transient State*, a diferença nos resultados depende da trajetória simulada, de maneira que variações bruscas de curvatura da trajetória e veículos cuja inércia para o movimento de arfagem são grandes aumentam a discrepância dos resultados (PATTON, 2013).

Normalmente, a simulação começa pelos pontos de ápice (pontos de curvatura máxima local), onde a velocidade é calculada considerando-se que o veículo se encontra em regime de aceleração lateral máxima para a curvatura local. A partir destas, as velocidades no restante dos pontos são calculadas de maneira a se respeitar as limitações do veículo e se alcançar um comportamento aproximadamente contínuo. Considerando-se que um trecho é formado pelos pontos contidos no intervalo de dois pontos de máxima curvatura local, o algoritmo normalmente empregado num simulador do tipo QSS para determinação dos estados dinâmicos em tal trecho considera o veículo: (SIEGLER, 2002)

- Percorrendo o trecho no sentido normal, aumentando sua velocidade a partir do ponto de ápice inicial do trecho (Simulação de aceleração); e
- Percorrendo o trecho no sentido inverso, aumentando sua velocidade a partir do

ponto de ápice final do trecho (Simulação de frenagem).

O ponto onde a velocidade do veículo em aceleração passa a ser maior que a velocidade do veículo em frenagem é considerado o ponto de transição entre frenagem e aceleração, sendo também o ponto de velocidade máxima no trecho. Caso este ponto não exista, o trecho é considerado como inteiramente de frenagem ou inteiramente de aceleração, escolhendo o caso em que cuja simulação encontrou velocidades menores. A velocidade do ponto de ápice correspondente é então recalculada, o que leva a alteração das velocidades no trecho vizinho correspondente. (SIEGLER, 2002)

A fim de se evitar o custo computacional do emprego de algoritmos de otimização a cada ponto a ser simulado, os estados dinâmicos em cada ponto podem ser determinados através da interpolação de Diagramas GG (seção 2.4). Tais diagramas devem englobar as possibilidades de estado dinâmico do veículo (exceto em trocas de marcha) para a trajetória em questão (SIEGLER, 2002). Para uma trajetória contida num plano, faz-se então o uso do Diagrama GGV (seção 2.4) (TU FAST RACING TEAM E MATHWORKS, 2015).

No caso de trocas de marcha uma abordagem análoga pode ser utilizada. Ao invés de se utilizar o Diagrama GGV, pode-se utilizar uma superfície determinada de maneira análoga ao mesmo, porém considerando-se que freios e motor não são acionados. Assim, os estados dinâmicos nos pontos de troca de marcha em trechos de aceleração podem ser determinados a partir da interpolação de tal superfície. Esta abordagem não deve ser aplicada a trechos de frenagem pois isto resultaria em interrupções na manobra, o que não corresponde à realidade.

Em geral, os resultados são apresentados de maneira gráfica. Os resultados escalares, como por exemplo tempo de volta e consumo de combustível, são normalmente utilizados em: estudos paramétricos, otimização de parâmetros e comparações entre diferentes veículos; onde são então apresentados de forma gráfica.

## 2.2 Sistema de Coordenadas e Nomenclatura

Nessa seção são apresentados os sistemas de coordenadas e a nomenclatura básica utilizada na modelagem da dinâmica de veículos. Diversas normas definem diferentes sistemas de coordenadas locais para o veículo. Apesar disto, todas definem a origem localizada em seu centro de massa. Os dois principais sistemas de referência são os propostos em (ISO, 2011) (figura 3), utilizado aqui, e em (SAE, 2008) (figura 4). Nelas:

- $x$ : Eixo Longitudinal;
- $y$ : Eixo Lateral;

- $z$ : Eixo Vertical;
- $u$ : Velocidade Longitudinal (*Longitudinal Velocity*);
- $v$ : Velocidade de Lado (*Side Velocity*);
- $w$ : Velocidade Normal (*Normal Velocity*);
- $\varphi$ : Rolagem (*Roll*);
- $\theta$ : Guinada (*Pitch*);
- $\psi$ : Arfagem (*Yaw*).
- $p$ : Velocidade Angular de Rolagem (*Roll Angular Speed*);
- $q$ : Velocidade Angular de Guinada (*Pitch Angular Speed*); e
- $r$ : Velocidade Angular de Arfagem (*Yaw Angular Speed*).

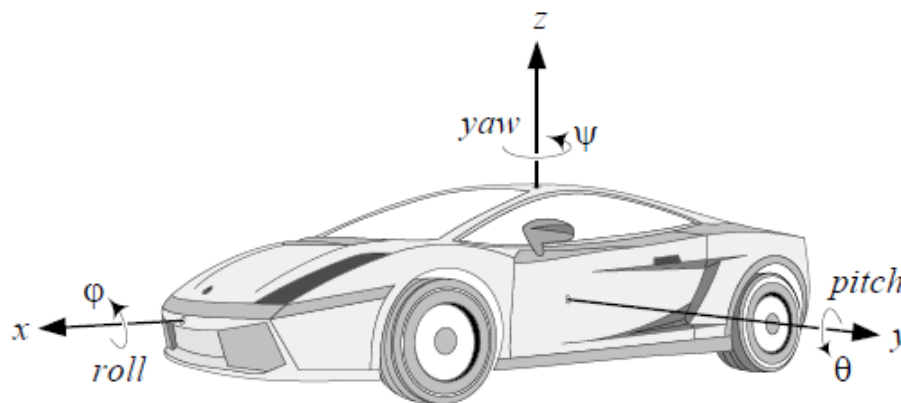


Figura 3: Sistema de Coordenadas Local de um Veículo - ISO 8855. (JAZAR, 2008)

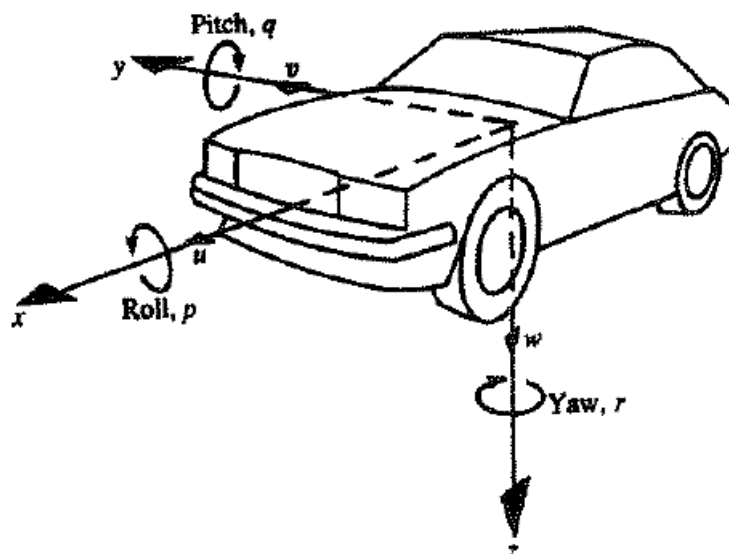


Figura 4: Sistema de Coordenadas Local de um Veículo - SAE J670. (DIXON, 1996)

As acelerações angulares são identificadas por: (DIXON, 1996)

- $\dot{p}$ : Aceleração Angular de Rolagem (*Roll Angular Acceleration*);
- $\dot{q}$ : Aceleração Angular de Guinada (*Pitch Angular Acceleration*); e
- $\dot{r}$ : Aceleração Angular de Arfagem (*Yaw Angular Acceleration*).

A nomenclatura adotada para as acelerações lineares de interesse são ilustradas na figura 5, sendo:

- $a_x$  (*forward*): Aceleração Longitudinal;
- $a_y$  (*lateral*): Aceleração Lateral;
- $a_T$  (*tangential*): Aceleração Tangencial; e
- $a_C$  (*centripetal*): Aceleração Centrípeta;

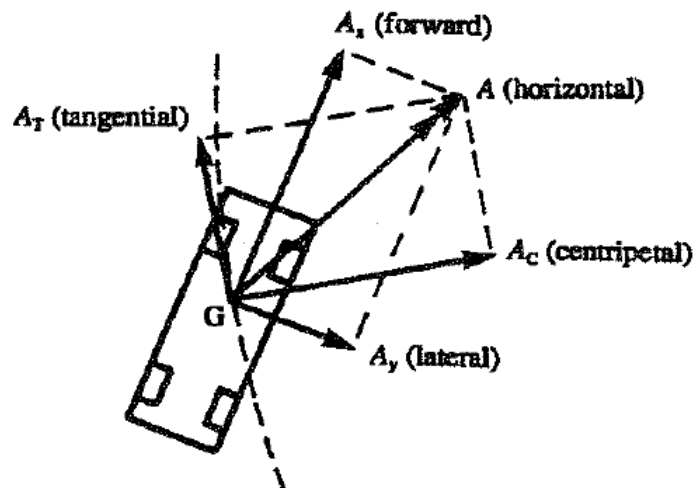


Figura 5: Componentes de Aceleração do Veículo. (DIXON, 1996)

Outros parâmetros de posicionamento do veículo são definidos na figura 6, onde:

- $X$ : Eixo Longitudinal do Sistema de Coordenadas Global;
- $Y$ : Eixo Lateral do Sistema de Coordenadas Global;
- $\delta$  : Ângulo de Esterçamento (*Steering Angle*);
- $\psi$  : Ângulo de Apontamento (*Heading Angle*);
- $\beta$ : Ângulo de Atitude (*Sideslip Angle* ou *Attitude Angle*); e

- $\nu$ : Ângulo de Curso (*Course Angle*).

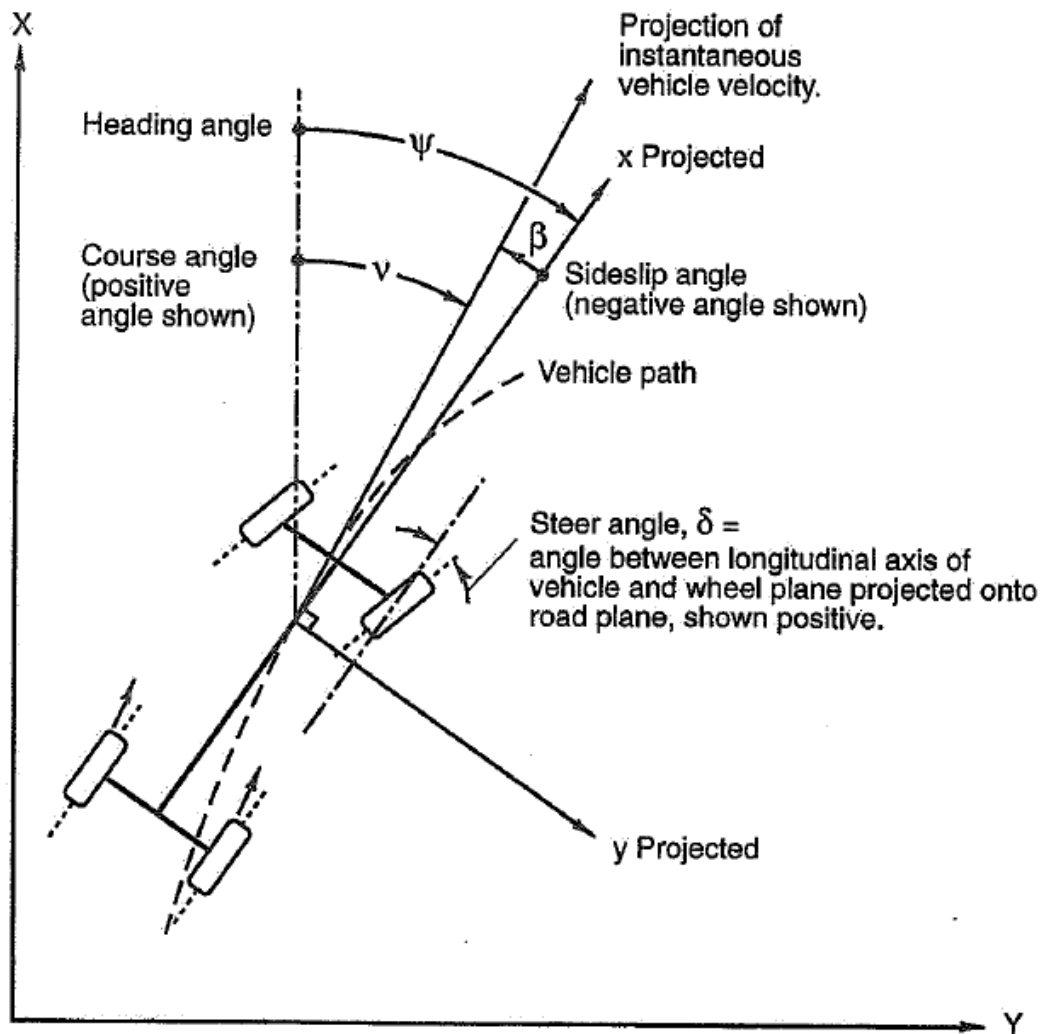


Figura 6: Parâmetros de Posição de um Veículo. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

As forças e momentos resultantes num veículo são ilustradas na figura 7, onde: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

- $F_x$  (*Longitudinal Force*): Força Longitudinal;
- $F_y$  (*Side Force*): Força de Lado;
- $F_z$  (*Normal Force*): Força Normal;
- $M_x$  (*Rolling Moment*): Momento de Rolagem;
- $M_y$  (*Pitching Moment*): Momento de Guinada;
- $M_z$  (*Yawing Moment*): Momento de Arfagem;

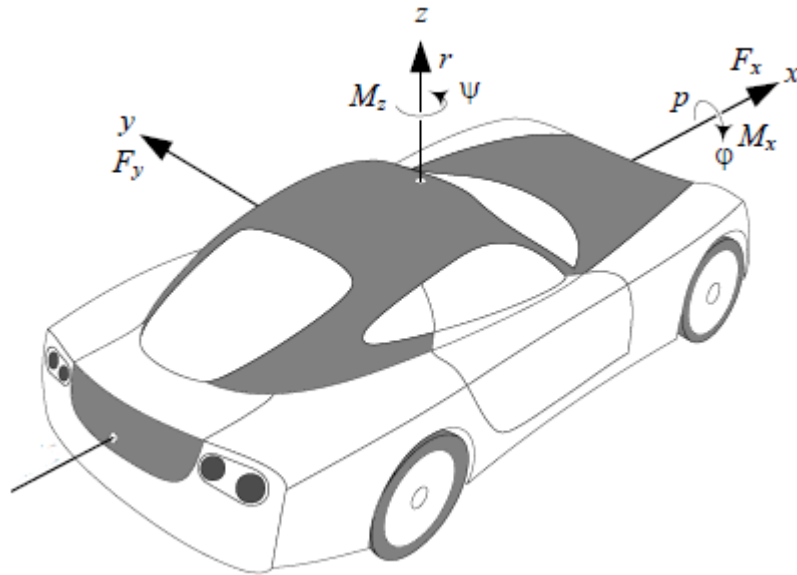


Figura 7: Forças e Momentos Resultantes num Veículo. (JAZAR, 2008)

A figura 8 mostra as principais dimensões relevantes para uma análise de Dinâmica Veicular de um veículo. As definições das dimensões são (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994):

- $l$  (*Wheelbase*): Distância Entre-Eixos (direita e esquerda);
- $a$ : Distância entre o eixo dianteiro e o centro de massa ( $CM$ );
- $b$ : Distância entre o eixo traseiro e o centro de massa ( $CM$ );
- $t$  (*Track Width*): Bitola (distância entre as rodas direita e esquerda de um eixo, dianteiro ou traseiro); e
- $h_{CM}$  (*CM Height*): Altura do  $CM$  do veículo com relação ao solo.

Dependendo do tipo de análise, é interessante dividir e classificar a massa do veículo  $M$  [ $kg$ ] de acordo com o componentes que a suportam. Os tipos de massa nesta classificação são (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994):

- Massa Suspensa  $m_{sus}$ : Parcela de massa que é suportada pelo sistema de amortecimento da suspensão, ou seja, a parcela de massa que faz com que o chassi se desloque com relação às rodas quando o veículo é colocado no chão; e
- Massa Não-Suspensa  $m_{nsus}$ : Parcela de massa que é suportada apenas pelos pneus, ou seja, não provoca deslocamento do chassi com relação às rodas.

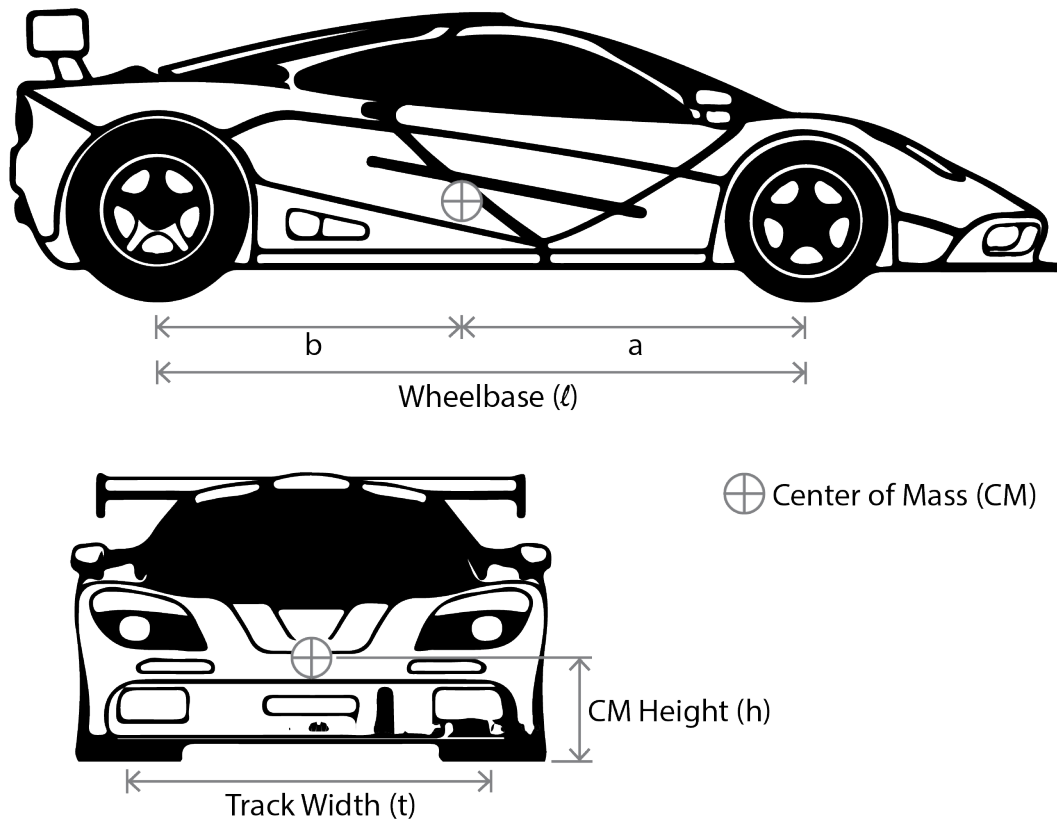


Figura 8: Principais Dimensões Relevantes de um Veículo.

## 2.3 Pneus

Idealmente, os pneus são os únicos componentes de um carro que se encontram em contato com o solo. Desconsiderando-se a influência da aerodinâmica, as principais forças e momentos que afetam as características dinâmicas de um veículo são geradas/transmitidas pelos pneus (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994). Portanto, para a aplicação em questão a qualidade da modelagem dos pneus afeta fortemente os resultados.

Os parâmetros que afetam significativamente o comportamento dinâmico de um pneu são (OPTIMUMG, 2014; OPTIMUMG, 2016; OPTIMUMG, 2017):

- Ângulo de Deriva, sendo o principal fator associado à força lateral atuante na Impressão do Pneu;
- Escorregamento Longitudinal, sendo o principal fator associado à força longitudinal atuante na Impressão do Pneu;
- Carga Vertical, tendo forte influência em todos os parâmetros;
- Frequência de oscilação do carregamento vertical;
- Ângulo de Inclinação;

- Velocidade;
- Pressão interna;
- Temperatura externa da carcaça;
- Formato e dimensões da roda montada;
- Condições do solo;
- Condições climáticas;
- Características construtivas do pneu; e
- Composto da carcaça, aqui separado das características construtivas pois o mesmo pode ser alterado devido a contaminação advinda de resíduos presentes na pista.

Uma modelagem que leve em conta todos estes parâmetros é impraticável. Os tipos de modelagem mais comuns são apresentados na seção [2.3.3](#).

### 2.3.1 Definições

Define-se a **Impressão do Pneu** (*Tire Print* ou *Contact Patch* ([SMITH, 1978](#))) como a área da superfície do pneu que se encontra em contato com o solo ([MILLIKEN; MILLIKEN, 1994](#)). Para estudos de dinâmica veicular, essa é a principal região de interesse para análise, já que é nela em que são gerados/transmitidos as principais forças e momentos associados aos pneus. A figura [9](#) apresenta a Impressão do Pneu (região destacada pela elipse) e as regiões de deformação adjacentes. Vale ressaltar que o formato da mesma varia significativamente com as condições de operação.

A figura [10](#) ilustra alguns parâmetros pertinentes à dinâmica de pneus. Nela:

- $x$ : Eixo Longitudinal do Pneu ( $xP$ );
- $y$ : Eixo Lateral do Pneu ( $yP$ );
- $z$ : Eixo Vertical do Pneu ( $zP$ );
- $F_x$ : Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ );
- $F_y$ : Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ );
- $F_z$ : Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ );
- $M_x$ : Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ );
- $M_y$ : Momento de Rolagem do Pneu ( $M_{yP}$ ); e
- $M_z$ : Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).



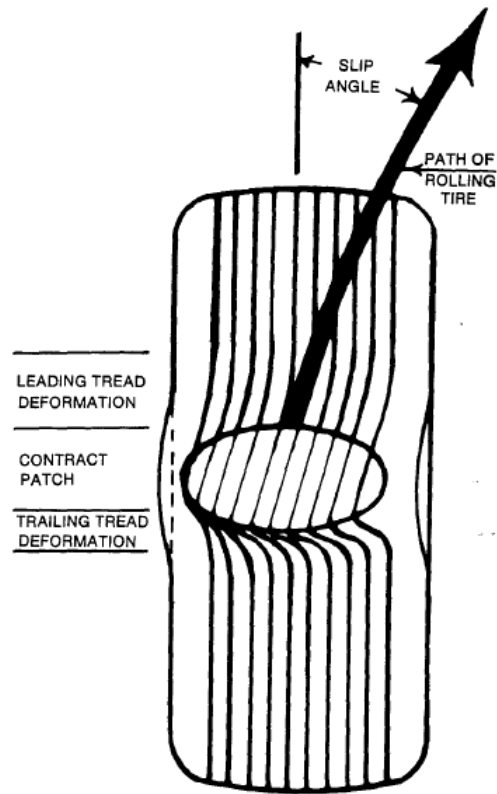


Figura 9: Impressão do Pneu. (SMITH, 1978)

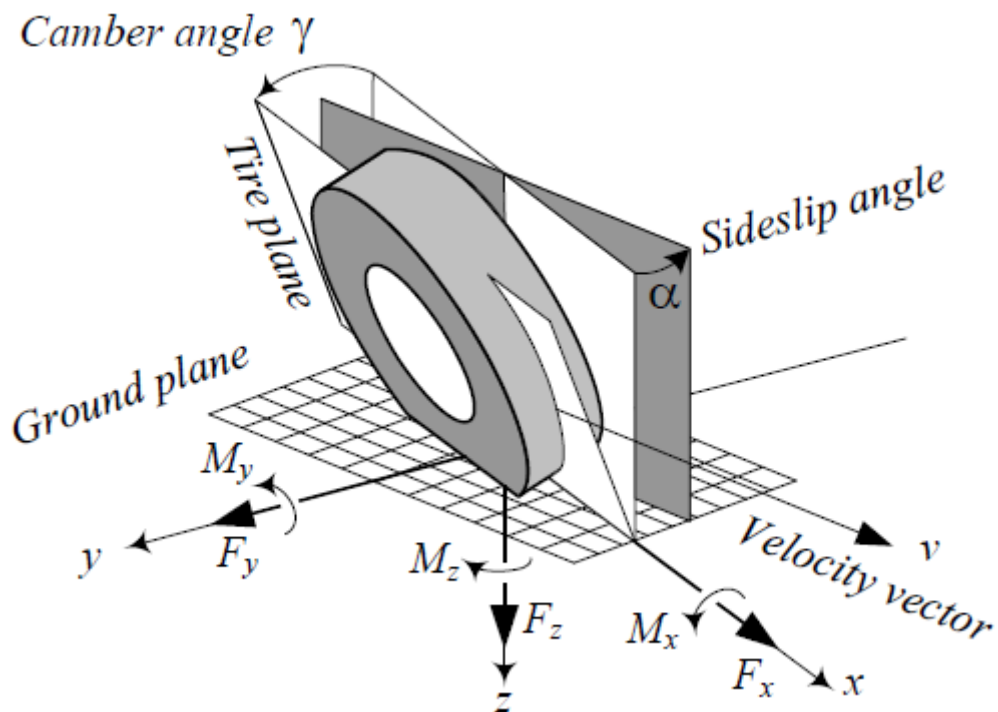


Figura 10: Definições de Parâmetros de Pneus 1. (JAZAR, 2008)

O **Ângulo de Deriva  $\alpha$**  (*Slip Angle* (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994; PACEJKA; BESSELINK, 2012; SMITH, 1978) ou *Sideslip Angle* (JAZAR, 2008)) é o ângulo entre o

Eixo Longitudinal do Pneu (eixo x na figura 10) e o Vetor Velocidade (*Velocity Vector* na figura 10). A equação 2.1 relaciona tal ângulo com as componentes do Vetor Velocidade do centro geométrico da Impressão do pneu. Tal ângulo pode também ser determinado geometricamente quando um raio de curvatura da trajetória e o Vetor Velocidade são evidenciados. (PACEJKA; BESSELINK, 2012)

$$\tan(\alpha) = \frac{V_{yP}}{V_{xP}} \quad (2.1)$$

sendo  $\alpha$  [rad] o Ângulo de Deriva,  $V_{yP}$  [m/s] a componente do Vetor Velocidade no Eixo Lateral do Pneu e  $V_{xP}$  [m/s] a componente do Vetor Velocidade no Eixo Longitudinal do Pneu.

Para melhor compreensão, pode-se entender o mesmo fazendo-se uma analogia com uma caminhada na qual um indivíduo anda na diagonal enquanto olha para a frente. O Ângulo de Deriva deste indivíduo seria o ângulo entre a direção para onde ele olha e a direção para onde ele vai, conforme a figura 11 (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994).

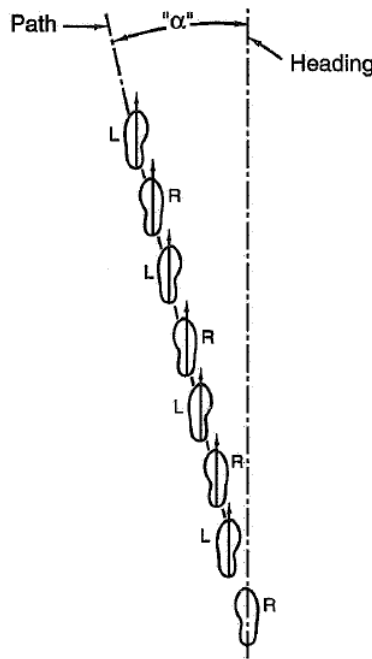


Figura 11: Analogia da Caminhada para o Ângulo de Deriva. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

O **Ângulo de Cambagem**  $\gamma$  (*Camber Angle* na figura 10) é o ângulo de inclinação do plano da roda com relação à vertical. Este não deve ser confundido com o Ângulo de Inclinação (*Inclination Angle* na figura 12) do pneu. A diferença reside na convenção de sinal e é explicitada na figura 12, que deve ser interpretada assumindo-se o referencial da vista frontal do veículo. O sinal do Ângulo de Inclinação depende do sistema de coordenadas utilizado, enquanto que o sinal do Ângulo de Cambagem é definido a partir da posição da roda com relação ao veículo.

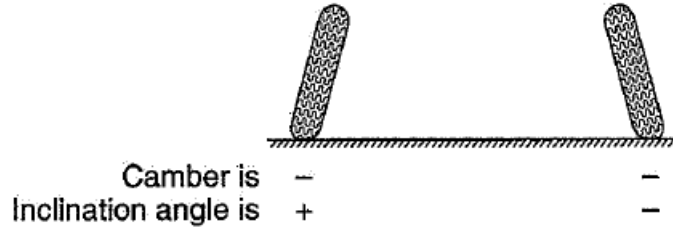


Figura 12: Convenções de Sinal de Ângulo de Camber e Ângulo de Inclinação. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

O **Escorregamento Longitudinal**  $\kappa$  (*Longitudinal Slip* (PACEJKA; BESSELINK, 2012) ou *Slip Ratio* (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)) é uma medida do escorregamento longitudinal da roda, definido pela equação: 2.2 (PACEJKA; BESSELINK, 2012)

$$\kappa = -\frac{V_{xP} - r_e\Omega}{V_{xP}} = -\frac{\Omega_o - \Omega}{\Omega_o} \quad (2.2)$$

sendo que  $\kappa$  é o Escorregamento Longitudinal e acompanha o sinal da força longitudinal,  $\Omega$  [rad/s] é a velocidade angular da roda medida no centro geométrico da Impressão do Pneu,  $\Omega_o$  [rad/s] é a velocidade angular da roda medida no centro da roda e  $r_e$  [m] é o Raio Efetivo, definido pela equação: (PACEJKA; BESSELINK, 2012)

$$r_e = \frac{V_{xP}}{\Omega_o} \quad (2.3)$$

Definem-se também outros dois raios: o **Raio Descarregado**  $r_U$  [m] (*Unloaded Radius*) e o **Raio Carregado**  $r_L$  [m] (*Loaded Radius*, equação 2.4). O Raio Descarregado é o raio externo do pneu quando sem qualquer deformação, enquanto que o Raio Carregado é a distância entre o centro da roda e o centro geométrico da Impressão do Pneu, assumindo-se que o pneu está disposto como num veículo e que há carregamento vertical atuante sobre o mesmo. (PACEJKA; BESSELINK, 2012)

$$r_L = r_U - \frac{F_{zP}}{k_{pneu}} \quad (2.4)$$

sendo  $k_{pneu}$  [N/m] a constante elástica do pneu.

### 2.3.2 Círculo de Atrito

O Círculo de Atrito (*Friction Circle*) é um diagrama que representa os limites de força que um pneu pode gerar nas direções longitudinal e lateral quando submetido a determinadas condições. O diagrama é determinado a partir de dois tipos de curva  $Fx$  por  $Fy$ : Curvas onde se mantêm o Ângulo de Deriva constante e se varia o Escorregamento Longitudinal e curvas onde se faz o inverso (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994).

Um exemplo didático de Círculo de Atrito é ilustrado na figura 13. Nela são identificadas as curvas mencionadas para: Ângulo de Deriva igual a  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  e  $10^\circ$  e Escorregamento Longitudinal variando de  $-0,148$  a  $0,173$ . O Círculo de Atrito resultante é ilustrado pelo envelope (Curva externa). São também ilustrados os pontos A (Operação combinada em frenagem), B (Operação de força lateral pura) e C (Operação combinada em aceleração no limite da capacidade do pneu). (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

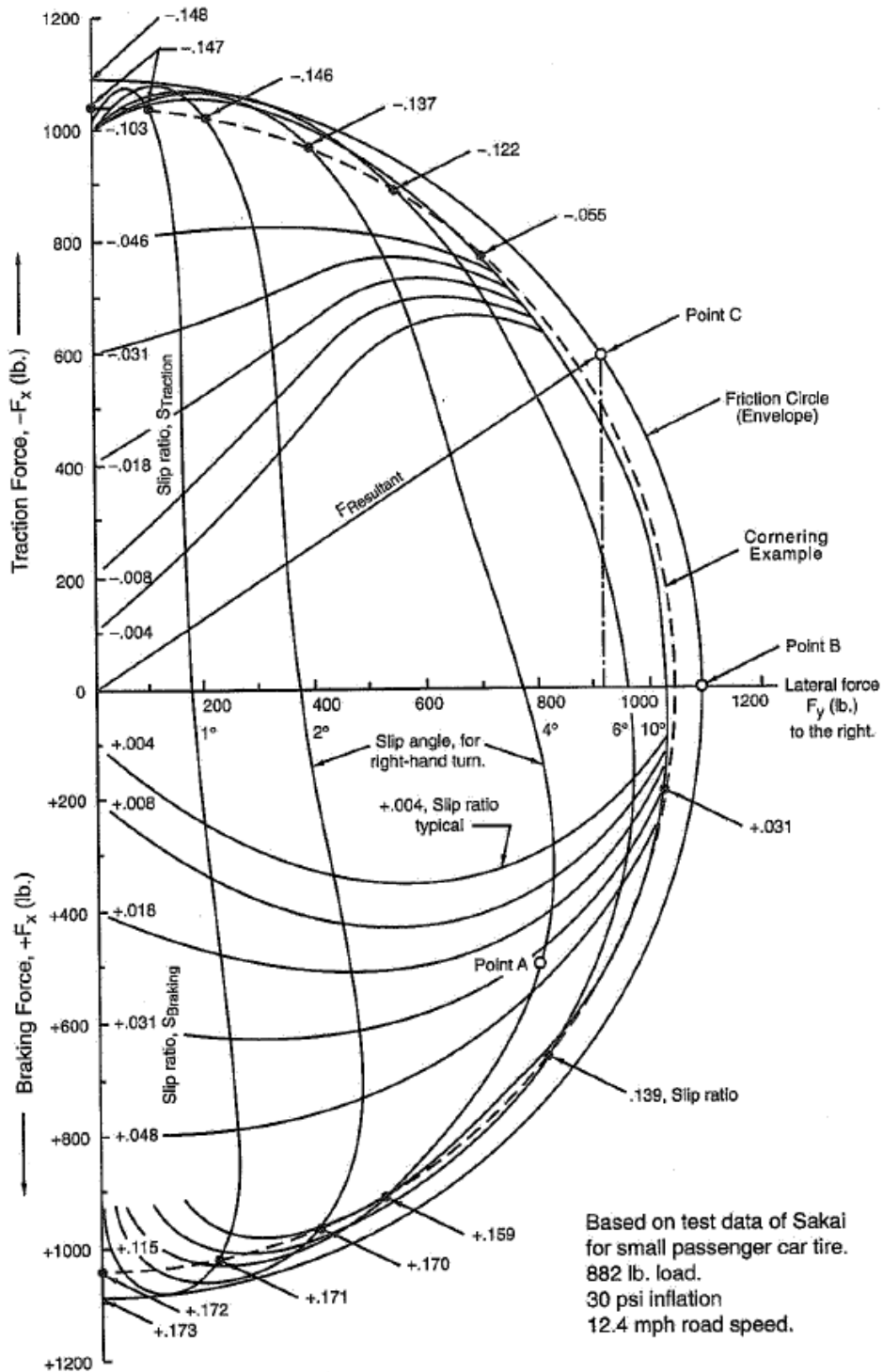


Figura 13: Representação didática de metade de um Círculo de Atrito. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

### 2.3.3 Modelagem

Ao longo dos últimos 50 anos foram desenvolvidos vários métodos para modelagem do comportamento dinâmico dos pneus. A figura 14 apresenta um diagrama comparativo entre as principais abordagens existentes (PACEJKA; BESSELINK, 2012).

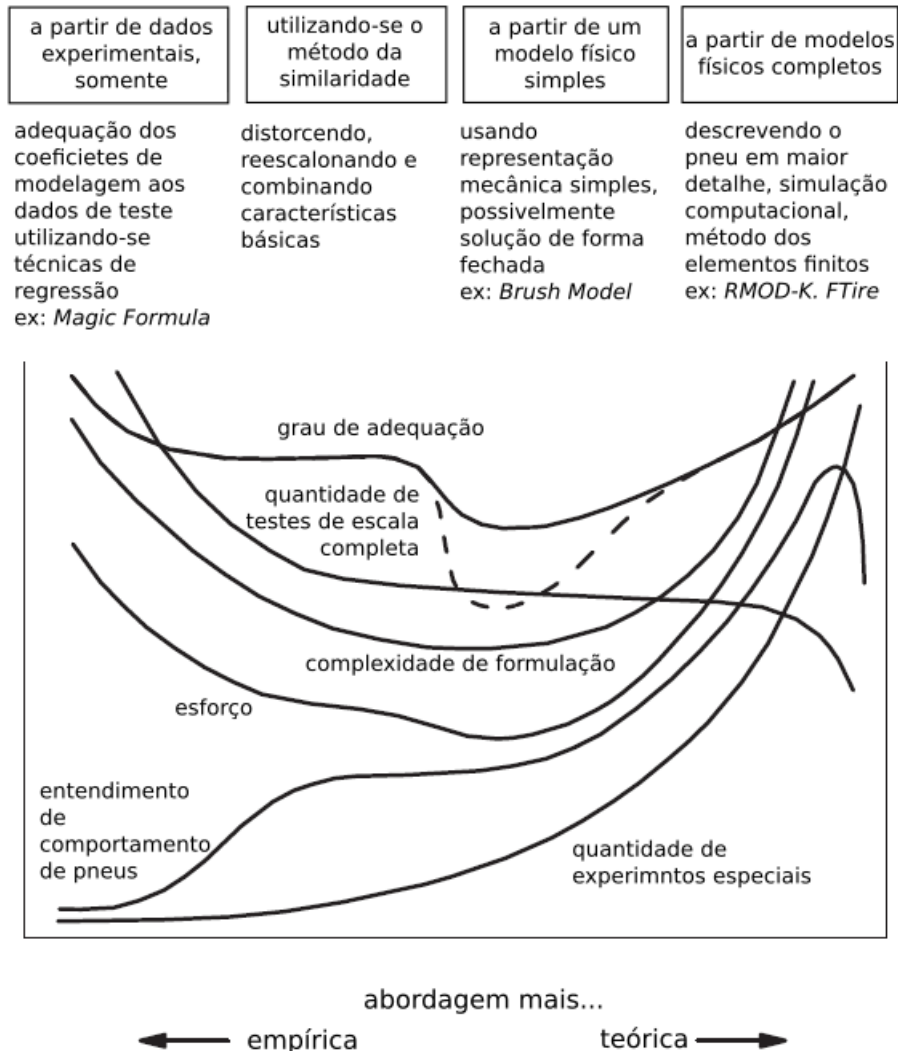


Figura 14: Diagrama Comparativo entre Modelos de Pneu. (PACEJKA; BESSELINK, 2012) (tradução nossa)

Da esquerda para a direita, o modelo é menos baseado em resultados experimentais e mais na teoria de comportamento da estrutura do pneu. Na região central, o modelo é mais simples mas possivelmente com menor exatidão enquanto que à extrema direita a descrição matemática se torna muito complexa e menos adequado para utilização em simulações de movimento de veículo, sendo mais adequado para análise detalhada do desempenho do pneu em relação à sua construção (PACEJKA; BESSELINK, 2012).

Já à esquerda estão incluídos modelos matemáticos que descrevem características medidas através de tabelas ou fórmulas matemáticas e interpolações. Tais fórmulas têm uma dada estrutura e possuem coeficientes que costumam ser determinados através de

técnicas de regressão para a melhor adequação ao dados experimentais. Um modelo empírico bem conhecido é a *Magic Formula*, que se baseia em equações do tipo  $\text{sen}(\arctan)$  (figura 15) e  $\text{cos}(\arctan)$  (figura 16), que representam muito bem o comportamento de  $F_{yP}$ ,  $F_{xP}$  e  $M_{zP}$ . (PACEJKA; BESSELINK, 2012)

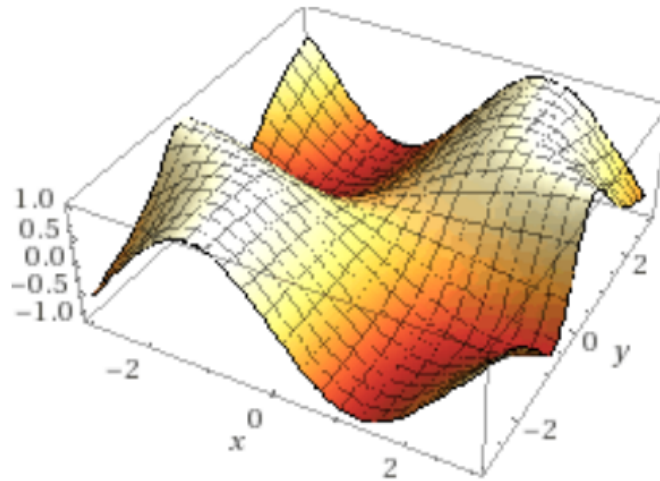


Figura 15: Superfície determinada pela função  $\text{sen}(x \cdot \text{atan}(y))$ . (WOLFRAM, 2014)

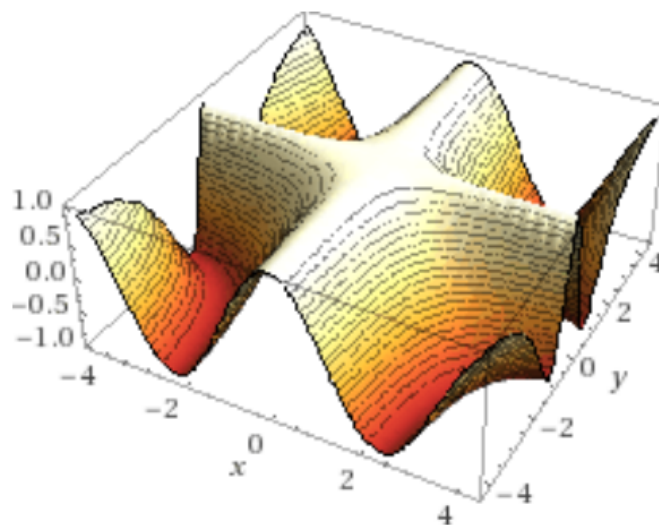


Figura 16: Superfície determinada pela função  $\text{cos}(x \cdot \text{atan}(y))$ . (WOLFRAM, 2014)

Além dos coeficientes mencionados, a *Magic Formula* é constituída também por Fatores de Escala (*Scaling Factors*). Estes são coeficientes que podem ser ajustados para adequação do modelo a diversas condições de operação, como por exemplo quando se deseja avaliar as características dinâmicas do pneu no asfalto, sendo que os dados experimentais nos quais a regressão foi baseada foram coletados numa esteira de laboratório, como é comum. (PACEJKA; BESSELINK, 2012)

Dentre as várias versões da *Magic Formula*, uma das mais utilizadas é a versão 5.2. A versão mais recente (6.2) leva em conta o efeito da variação de pressão interna dos pneus em detrimento da qualidade do modelo. Como essa variação não costuma ser levada em conta em LTS, prezando pela qualidade do modelo, utiliza-se a versão 5.2; alterando-se os coeficientes obtidos através de regressão quando se deseja avaliar a influência da pressão.

A *Magic Formula* 5.2 recebe como entrada os parâmetros: Escorregamento Longitudinal, Ângulo de Deriva, Carga Vertical, Ângulo de Cambagem e Velocidade do centro geométrico da Impressão do Pneu; retornando como saída:  $F_{xP}$ ,  $F_{yP}$ ,  $M_{xP}$ ,  $M_{yP}$  e  $M_{zP}$  (BESSELINK; SCHMEITZ; PACEJKA, 2013). As equações que compõem a versão 6.1 são apresentadas no final do Anexo A, sendo que para se obter as equações da versão 5.2, basta se considerar que o parâmetro  $dpi = 0$  nas equações da versão 6.1. O documento no Anexo C contém as equações que constituem a *Magic Formula* 6.1.

## 2.4 Diagramas de Aceleração

Um **Diagrama GG** representa os limites de aceleração resultante de um veículo em determinadas condições de operação. A figura 17 mostra dados de aceleração obtidos por três pilotos diferentes no circuito de Paul Ricard no *Grand Prix* de 1977 em (a), (b) e (c). A partir destes, o diagrama foi desenhado em (d) (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994). Os principais fatores que ditam seu formato são as características da aerodinâmica (influência geral), de aderência dos pneus (influência na região arredondada) e dos subsistemas motor e transmissão (influência na região retilínea). Em casos extremos, as características do sistema de frenagem também podem afetar o formato do Diagrama GG de maneira a se linearizar ou se escalonar a região inferior.

Um **Diagrama GGV** é composto por Diagramas GG gerados para diferentes velocidades de operação do veículo (TU FAST RACING TEAM E MATHWORKS, 2015). A figura 18 mostra uma representação qualitativa do Diagrama GGV de um carro de Formula 1, na qual o eixo vertical representa a velocidade do veículo.

Observa-se que a capacidade de aceleração longitudinal positiva (região com as linhas retas) em princípio aumenta com a velocidade e depois diminui até chegar a zero na velocidade máxima. Tal comportamento ocorre principalmente devido ao aumento da força aerodinâmica de arrasto com a velocidade e às características dos subsistemas motor e transmissão. Já a característica de "aumento de raio" (a região não é perfeitamente circular) das linhas arredondadas com a velocidade surge devido ao aumento das cargas verticais atuantes nos pneus, que ocorre devido à diminuição (aumento em módulo) da força de sustentação com a velocidade.

A determinação do diagrama através de simulação depende do modelo de veículo utilizado, já que cada modelo possui características dinâmicas e limitações de modelagem diferentes.

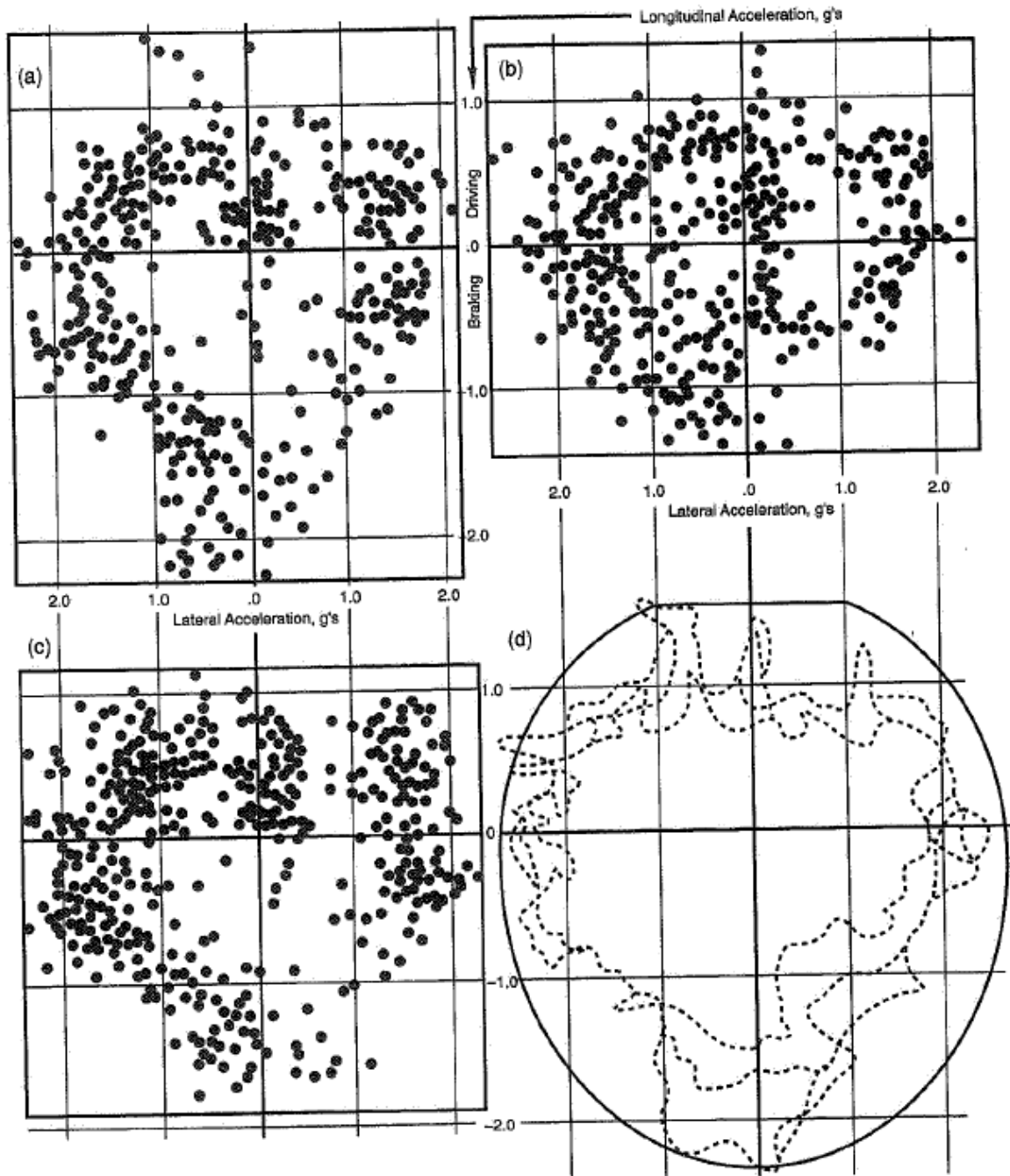


Figura 17: Diagrama GG. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)



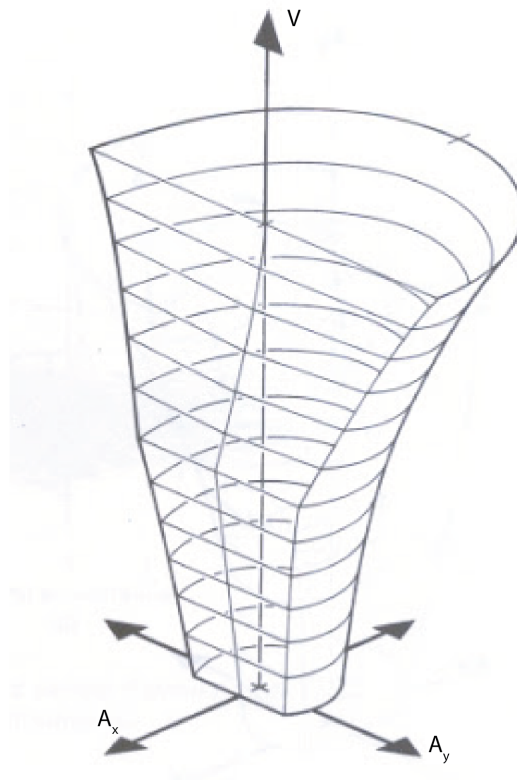


Figura 18: Diagrama GGV. (adaptado de (DAROYNI, 2008))

## 2.5 Subsistemas do Veículo

As subseções seguintes apresentam os subsistemas utilizados na modelagem do veículo e conteúdo relacionado relevante para modelagem do mesmo no presente trabalho.

Devido às restrições impostas pelo conceito de modelagem de veículo adotado, a direção e o chassi não são modelados. Com exceção do motor, todos os subsistemas não mencionados sofrem simplificações consideráveis, especificadas nas subseções que se seguem.

### 2.5.1 Aerodinâmica

As características aerodinâmicas afetam substancialmente o desempenho de veículos de competição. As forças e momentos aerodinâmicos são ilustrados na figura 19, onde: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

- $D$  (*Drag*): Arrasto;
- $S$  (*Side Force*): Força Aerodinâmica de Lado;
- $L$  (*Lift*): Sustentação;

- *RM* (*Rolling Moment*): Momento Aerodinâmico de Rolagem;
- *PM* (*Pitching Moment*): Momento Aerodinâmico de Guinada;
- *YM* (*Yawing Moment*): Momento Aerodinâmico de Arfagem;

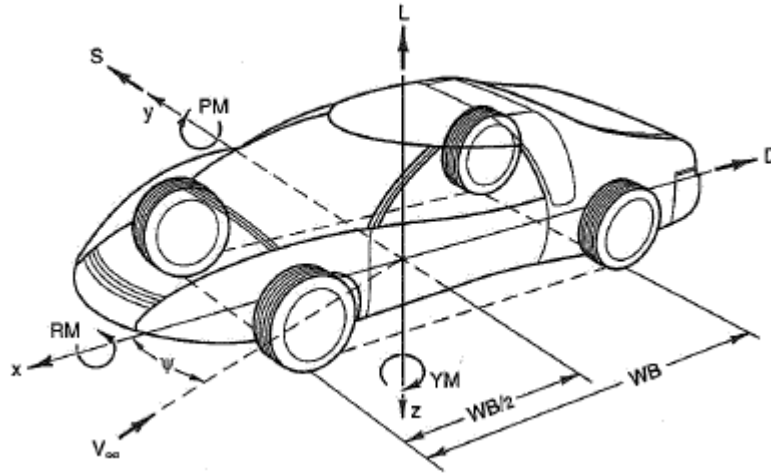


Figura 19: Forças e Momentos Aerodinâmicos Atuantes num Veículo. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

As forças e momentos causados pelos efeitos aerodinâmicos costumam ser modelados pelas equações: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

$$L = C_L \cdot q_\infty \cdot A \quad (2.5)$$

$$D = C_D \cdot q_\infty \cdot A \quad (2.6)$$

$$S = C_S \cdot q_\infty \cdot A \quad (2.7)$$

$$RM = C_{RM} \cdot q_\infty \cdot A \cdot l \quad (2.8)$$

$$PM = C_{PM} \cdot q_\infty \cdot A \cdot l \quad (2.9)$$

$$YM = C_{YM} \cdot q_\infty \cdot A \cdot l \quad (2.10)$$

sendo  $C_{param}$  é o coeficiente adimensional do parâmetro "param" (força ou momento),  $A$  [ $m^2$ ] é a área de referência (normalmente a área da projeção do veículo no plano frontal),

$l$  [m] é a Distância Entre-Eixos e  $q_\infty$  [Pa/s] é a Pressão Dinâmica, dada pela equação: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

$$q_\infty = \frac{\rho \cdot V^2}{2} \quad (2.11)$$

sendo  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] a massa específica do fluido e  $V$  [m/s] a velocidade do fluido relativa ao veículo.

Os coeficientes adimensionais costumam ser determinados através de simulação CFD ou experimentos em túnel de vento. Para veículos de competição são determinados os chamados Mapas Aerodinâmicos, que são tabelas com os coeficientes para vários ângulos de guinada, ângulos de arfagem e alturas do veículo (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994; OPTIMUMG, 2014; OPTIMUMG, 2016; OPTIMUMG, 2017). Sabe-se que as variações de valores dos coeficientes têm considerável influência na dinâmica de veículos desse tipo (GADOLA; CANDELPERGER; ADAMI, 2002).

Como a modelagem de veículo adotada não admite a influência de momentos sobre a dinâmica do veículo, apenas as equações 2.6, 2.7 e 2.5 são utilizadas no presente trabalho.

## 2.5.2 Motor e Consumo

O motor é o componente que fornece energia para que o carro ganhe velocidade. Pode ser modelado a partir de sua Curva de Torque (figura 20), que apresenta o torque máximo disponível para cada rotação do motor. Para utilização em simulações, a curva pode ser discretizada, fazendo-se o uso de interpolação linear para determinação de valores intermediários. (KELLY, 2008)

A partir da Curva de Torque, a Curva de Potência (figura 20) pode ser determinada através da equação: (X-ENGINEER, 2018)

$$P_{motor} = T \cdot \omega \quad (2.12)$$

sendo  $P_{motor}$  [W] a potência,  $T$  [Nm] o torque e  $\omega$  [rad/s] a velocidade de rotação.

O **Consumo Específico** (*Specific Fuel Consumption* na figura 20) (equação 2.13) representa a massa de combustível consumida para cada unidade de potência gerada (QUORA, 2016). O consumo de combustível instantâneo (equação 2.14) pode ser determinado a partir da Curva de Consumo Específico do motor (figura 20), que apresenta o Consumo Específico para cada velocidade de rotação do motor. Para utilização em simulações dinâmicas, a mesma metodologia utilizada para a Curva de Torque pode ser empregada.

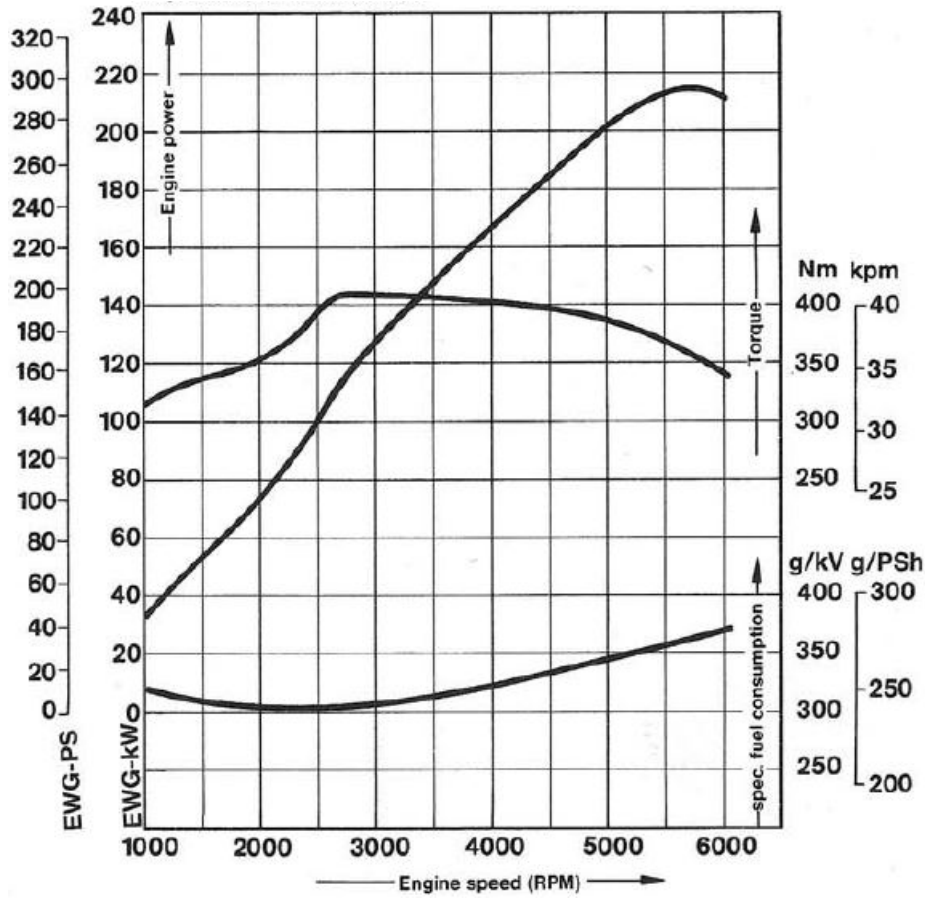


Figura 20: Curvas de Torque, Potência e Consumo Típicas de um Motor a Combustão Interna. (METAFILTER, 2015)

$$CE(\omega) = \frac{m_{combustível}}{P_{motor}(\omega)} \quad (2.13)$$

$$vol_{combustível} = \frac{P_{motor} \cdot CE(\omega)}{\rho_{combustível}} \cdot t \quad (2.14)$$

sendo  $CE$  [ $kg/W$ ] o Consumo Específico,  $m_{combustível}$  [ $kg$ ] a massa de combustível utilizada,  $vol_{combustível}$  [ $m^3$ ] o consumo de combustível,  $\rho_{combustível}$  [ $kg/m^3$ ] a massa específica do combustível e  $t$  [ $s$ ] o tempo de utilização do motor naquela potência e rotação.

Devido à complexidade de um modelo que preveja o torque disponibilizado pelo motor em regimes de operação abaixo de seu máximo e pela raridade de mapas que abranjam tal informação, a percentagem de acionamento do pedal de aceleração costuma ser aproximada pela razão entre torque aplicado no pneu e limite de torque do motor para tal velocidade de rotação. Tal aproximação costuma apresentar resultados coerentes com dados experimentais. (SIEGLER, 2002)

### 2.5.3 Transmissão

A transmissão é responsável por transferir a energia fornecida pelo motor para as rodas do veículo. Normalmente é composta por elementos de máquinas que permitem a diferenciação entre a velocidade de rotação do motor e de rotação das rodas tracionadas, para que se possa obter determinados valores de torque e rotação nas rodas.

Como a modelagem de veículo utilizada considera que existe apenas uma roda, as características de diferenciação de velocidade não são aqui consideradas. Assim, os parâmetros relevantes para a modelagem são:

- Relações de Transmissão (Relação Primária, Relações de Marcha e Relação Final): Relações que escalonam a rotação e o torque que saem do motor;
- Tipo de Transmissão: Indica a quantidade de rodas trativas que o veículo a ser simulado possui, podendo ser duas ou as quatro rodas; e
- Eficiência da Transmissão: Percentagem de potência transmitida que é gasto com o atrito do sistema.

Tal modelagem da transmissão é simplificada e abrange os casos em que:

- Existe uma ou mais Relações de Marcha disponíveis, associadas com elementos de relação de transmissão fixa associados à caixa de marcha (Relação Primária e Relação Final);
- A transmissão de potência ocorre inteiramente para apenas duas rodas ou todas as quatro.

A partir das relações de transmissão, a velocidade angular das rodas que recebem a potência advinda do motor é determinada pela equação:

$$\omega_{roda} = \frac{\omega_{motor}}{rel_{prim} \cdot rel_{marcha_i} \cdot rel_{final}} \quad (2.15)$$

sendo  $\omega_{roda}$  [ $rad/s$ ] a velocidade angular do elemento de distribuição de torque,  $\omega_{motor}$  [ $rad/s$ ] a velocidade angular do motor,  $rel_{prim}$  a Relação Primária,  $rel_{marcha_i}$  a Relação de Marcha da  $i$ -ésima marcha ( $i = 1, \dots, n$ ; onde  $n$  é a quantidade de marchas) e  $rel_{final}$  a Relação Final.

Já a parcela de torque atuante nas rodas que vem do motor é dada pela equação:

$$T_{roda} = T_{motor} \cdot rel_{prim} \cdot rel_{marcha_i} \cdot rel_{final} \cdot \eta_{transmissão} \quad (2.16)$$

sendo  $T_{roda}$  [Nm] o torque nas rodas,  $T_{motor}$  o torque de saída do motor e  $\eta_{transmissão}$  a Eficiência da Transmissão.

A potência presente nas rodas é então dada pelo produto entre o torque e a velocidade angular.

#### 2.5.4 Freios

Para veículos que não contam com sistemas de distribuição de frenagem eletrônica, o subsistema de freios, responsável pela frenagem do veículo, pode ser bem modelado a partir do modelo de pneu em conjunto com apenas duas variáveis: o Limite de Torque de Frenagem Total e a Relação de Distribuição de Frenagem (*Brake Bias Ratio*). (KELLY, 2008)

O **Limite de Torque de Frenagem Total** representa o torque máximo que pode ser aplicado pelo sistema de freios. Dessa maneira, a força de frenagem resultante no veículo é computada a partir dos modelos dos pneus até que tal limite tenda a ser extrapolado.

Já a **Relação de Distribuição de Frenagem** dita a parcela de torque aplicado pelo sistema que é aplicada em cada eixo (KELLY, 2008). Como a modelagem de veículo utilizada considera apenas uma roda, a consideração deste parâmetro não faz sentido. Portanto, a modelagem deste subsistema é feita apenas através do Limite de Torque de Frenagem Total.

A **Potência de Frenagem** pode ser determinada através do produto entre o torque aplicado e a velocidade angular das rodas.

#### 2.5.5 Conjunto Suspensão e Direção

O conjunto formado pelos subsistemas de Suspensão e Direção tem por objetivo primário restringir o movimento das rodas do veículo com relação ao seu chassi, permitindo a rotação das mesmas em torno do Eixo Lateral dos Pneus (subseção 2.3.1) (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994). Dependendo do sistema de direção, o conjunto pode ter um ou dois graus de liberdade, possuindo apenas um quando o sistema de direção é fixado (Caso geral para as rodas traseiras, onde não há esterçamento). No caso de veículos de competição, também é crucial que o mesmo permita o uso ótimo dos pneus enquanto que confere boas características de controle e estabilidade ao veículo (OPTIMUMG, 2014; OPTIMUMG, 2016; OPTIMUMG, 2017). As características cinemáticas e de rigidez do conjunto possuem considerável influência nas características dinâmicas do veículo, especialmente em curvas (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994; WONGPATTANANUKUL; CHANTHARASE-NAWONG, 2017).

Em geral, os elementos elásticos (molas e barras de rolagem) podem ser modelados através de suas constantes elásticas, utilizando-se as equações:

$$F_{mola} = k_{lin} \cdot d_{mola} \quad (2.17)$$

$$T_{mola} = k_{ang} \cdot \theta_{mola} \quad (2.18)$$

sendo  $F_{mola}$  [N] a força exercida pela mola,  $T_{mola}$  [Nm] o torque exercido pela mola de torção,  $k_{lin}$  [N/m] e  $k_{ang}$  [Nm/rad] são respectivamente os coeficientes elásticos lineares e angulares,  $d_{mola}$  [m] a diferença entre o comprimento inicial e o comprimento atual da mola e  $\theta_{mola}$  [rad] a diferença entre o ângulo inicial e o ângulo atual de trabalho da mola de torção.

Caso seus comportamentos sejam consideravelmente não-lineares, a modelagem pode ser feita através de equações não lineares, curvas de força por deslocamento ou curvas de rigidez por deslocamento. Amortecedores não serão considerados aqui por terem influência apenas no comportamento transiente do sistema.

Devido à modelagem de veículo utilizada, o trabalho da suspensão só afeta as características aerodinâmicas do veículo por variar a altura de seu chassi com relação ao solo. Assim, a suspensão é aqui modelada através de uma rigidez equivalente associada à tal variação de altura aplicada à equação B.12.

## 2.6 Forças Normais em Regime Permanente

Os principais fatores que alteram a força normal resultante no veículo em regime permanente são: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

- Massa total do veículo;
- Gravidade local;
- Inclinação da superfície do solo;
- Curvatura da superfície do solo; e
- Forças aerodinâmicas.

Por serem os únicos meios de contato com o solo (normalmente), as forças normais são aplicadas nos pneus. Em cada roda, a mesma depende de: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

- Distribuição da massa do veículo (Localização do centro de massa);

- Distribuição das cargas aerodinâmicas (Localização do centro de pressão);
- Transferência de carga devido à aceleração do veículo;
- Transferência de carga devido à gravidade (Inclinação da superfície do solo); e
- Transferência de carga devido à força de arrasto.

No presente trabalho, as influências da transferência de carga, distribuição das forças aerodinâmicas e das inclinações e curvaturas do solo não serão exploradas visto que não serão modeladas.

## 2.7 Modelo de Veículo

A modelagem utilizada, denominada Massa Pontual, simplifica o veículo de maneira a considerá-lo como um ponto de massa concentrada localizado na altura do solo (OPTIMUMG, 2016). Portanto, não há como se considerar efeitos de transferência de carga, visto que a mesma depende de uma altura do centro de massa e de rodas localizadas em diferentes locais para existir. Devido a isso, a modelagem de alguns subsistemas é bastante limitada, o que limita a exatidão dos resultados porém diminui consideravelmente o custo computacional das simulações.

Utilizando-se a *Magic Formula* em tal modelo, a computação das forças nos pneus deve considerar quatro pneus virtuais para que a modelagem tenha resultados mais próximos da realidade. Isto se deve principalmente devido à influência não linear da Carga Vertical nas características dinâmicas do pneu. Utilizando-se esta metodologia, calcula-se as forças nos pneus utilizando-se apenas um quarto da Carga Vertical resultante ( $F_z$ ) no modelo, posteriormente multiplicando-se os resultados por quatro para se obter as forças resultantes no veículo.

O único subsistema que possui a modelagem completa aqui é o motor, já que a mesma independe dos parâmetros restringidos pela quantidade de rodas. O resto dos subsistemas necessitam das simplificações, discutidas a seguir.

A transmissão é limitada pois a distribuição de torque entre as rodas de um mesmo eixo não é possível de ser considerada, já que o modelo é composto de apenas uma roda. Assim, apenas as relações e a eficiência de transmissão são modeladas. O modelo permite, porém, a diferenciação entre tração por duas rodas e tração por quatro rodas, ao se considerar o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ) em apenas dois ou em todos os pneus virtuais utilizados na computação das forças presentes na Impressão do Pneu.

A modelagem dos freios fica restrita ao torque máximo que pode ser aplicado pelos mesmo. A distribuição do torque total aplicado é fixada como 25% em cada pneu virtual.



O conjunto de suspensão e direção também é limitado, visto que variações de posição e angulação da roda não fazem sentido no presente modelo. Portanto, as variações de posição da roda e os ângulos de Esterçamento ( $\delta$ ) e Camber ( $\gamma$ ) são zerados em todas as situações. Como o Ângulo de Esterçamento ( $\delta$ ) é zerado e a localização do centro geométrico da Impressão do Pneu é a mesma do Centro de Massa do carro, o Ângulo de Deriva nos pneus virtuais passa a ser igual em módulo ao Ângulo de Atitude ( $\beta$ ) do veículo. Porém, pode-se considerar uma rigidez equivalente da suspensão ( $k_{susp}$ ), de maneira que a variação dos coeficientes aerodinâmicos com a altura do veículo seja considerada.

O fato de o modelo não incluir os eixos dianteiro e traseiro limita a modelagem aerodinâmica pois o Ângulo de Guinada não é definido e a aplicação de momentos aerodinâmicos resultaria em aceleração angular infinita, já que não há inércia de rotação e os pneus não exercem momento sobre o veículo. Porém, a modelagem pode ser simplificada ao se considerar apenas uma altura inicial do veículo e a influência das variações de altura (em função da rigidez equivalente da suspensão  $k_{susp}$ ) e de Ângulo de Atitude ( $\beta$ ) nos valores dos coeficientes das forças aerodinâmicas.

### 2.7.0.1 Modelo Dinâmico

As figuras 151 e 152 servem de ilustração da modelagem dinâmica do modelo Massa Pontual. Nelas:

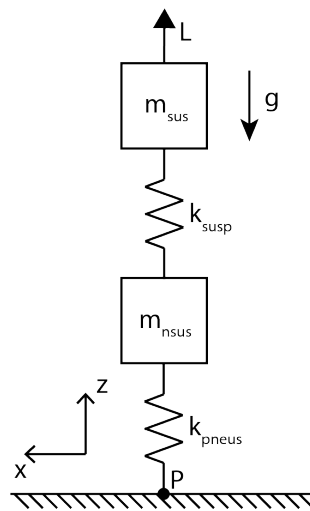


Figura 21: Modelo de Dinâmica Vertical do Modelo Massa Pontual (Vista Lateral).

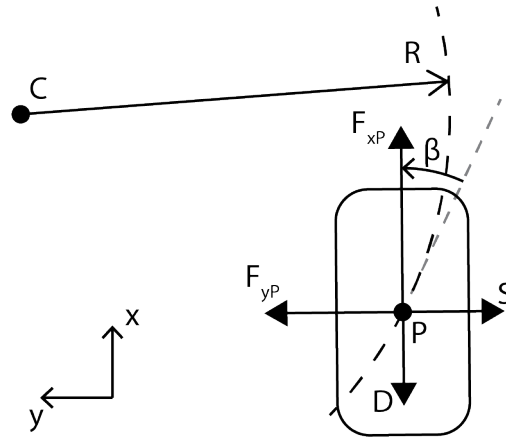


Figura 22: Modelo de Dinâmica do Modelo Massa Pontual no Plano xy (Vista Superior).

- $x$  é o Eixo Longitudinal;
- $y$  é o Eixo Lateral;
- $z$  é o Eixo Vertical;
- $P$  é o centro geométrico da Impressão do Pneu e marca a posição do Centro de Massa do sistema;
- $C$  é o centro instantâneo de rotação do veículo no plano xy;
- $R$  [m] é o raio da trajetória;
- $k_{pneus}$  [N/m] é a constante elástica vertical do pneu;
- $k_{susp}$  [N/m] é a rigidez equivalente da suspensão;
- $m_{sus}$  [kg] é a massa suspensa do veículo;
- $m_{nsus}$  [kg] é a massa não-suspensa do veículo;
- $g$  [m/s<sup>2</sup>] é a aceleração da gravidade;
- $D$  [N] é o Arrasto;
- $S$  [N] é a Força Aerodinâmica de Lado;
- $L$  [N] é a Sustentação;
- $F_{xP}$  [N] é a força resultante das Forças Longitudinais advindas dos "pneus virtuais";
- $F_{yP}$  [N] é a força resultante das Forças Laterais advindas dos "pneus virtuais"; e
- $\beta$  [rad] é o Ângulo de Atitude.

Definindo-se uma altura inicial do veículo ( $h_0$ ) [m], a altura do veículo ( $h$ ) [m] (utilizada na determinação dos coeficientes aerodinâmicos) pode ser determinada então pela equação:

$$h = h_0 + \frac{S + m_{sus} \cdot g}{k_{susp}} + \frac{S + (m_{sus} + m_{nsus}) \cdot g}{k_{pneus}} \quad (2.19)$$

Na determinação da força  $F_{xP}$ , é analisado se a mesma é limitada pela aderência dos pneus ou pelos subsistemas responsáveis pela geração das forças. A aderência dos pneus é analisada pelo modelo de pneu. Caso essa seja maior que a força máxima disponibilizada pelo subsistema correspondente (conjunto motor transmissão para forças positivas e freios para forças negativas), a força é calculada a partir do subsistema. Dado um torque  $T$  [Nm] aplicado numa roda, a força no pneu é então dada por:

$$F_{xP} = \frac{T}{r_e} \quad (2.20)$$

sendo  $r_e$  [m] o Raio Efetivo da equação 2.3.

A partir da figura 152, observa-se que a Força Radial e a Força Centrípeta podem ser determinadas respectivamente pelas equações:

$$F_C = (F_{yP} - S) \cdot \cos(\beta) + (F_{xP} - D) \cdot \sen(\beta) \quad (2.21)$$

$$F_T = (F_{xP} - D) \cdot \cos(\beta) - (F_{yP} - S) \cdot \sen(\beta) \quad (2.22)$$

Na determinação da Aceleração Centrípeta ( $a_C$ ) [ $m/s^2$ ] e da Aceleração Tangencial ( $a_T$ ) [ $m/s^2$ ] (equações B.34, B.35), deve-se levar em conta a parcela de energia destinada à aceleração angular dos componentes que giram com o movimento do veículo. Para tanto, no presente trabalho é definida a Eficiência de Inércia ( $\eta_{inercia}$ ) (equação B.33), que é um fator que corrige o valor das forças longitudinais resultantes a fim de se determinar a parcela de força que acelera linearmente o veículo.

$$\eta_{inercia} = \frac{r_L^2 \cdot M}{(r_L^2 \cdot M) + I_{rot}} \quad (2.23)$$

sendo  $r_L$  [m] o Raio Carregado do pneu (equação 2.4) e  $I_{rot}$  [ $kg \cdot m^2$ ] a soma dos momentos de inércia das partes rotativas do veículo.

$$a_C = \frac{(F_{yP} - S) \cdot \cos(\beta) + (F_{xP} - D) \cdot \eta_{inercia} \cdot \sen(\beta)}{M} \quad (2.24)$$

$$a_T = \frac{(F_{xP} - D) \cdot \eta_{inercia} \cdot \cos(\beta) - (F_{yP} - S) \cdot \sen(\beta)}{M} \quad (2.25)$$

A Velocidade Tangencial ( $v_T$ ) [m/s] do veículo é então determinada pela equação B.36.

$$v_T = \sqrt{a_C \cdot R} \quad (2.26)$$

## 2.8 Trajetória

A trajetória de um veículo em um circuito pode ser discretizada por uma sequência de pontos. O meio mais comum utilizado para a obtenção destes pontos é a aquisição experimental através do uso de GPS, velocímetros e acelerômetros. Por este método, é necessário que se tenha um veículo pronto e com todo o aparato de aquisição de dados necessário percorrendo o circuito para o qual se deseja a trajetória, além do posterior tratamento dos dados adquiridos.

Para um dado veículo em um determinado circuito, a trajetória ideal que o veículo deve seguir para completar uma volta no circuito no menor tempo possível é composta por trechos de curvatura variável (DRIVER61, 2017). Este fato pode ser explicado através da análise do Diagrama GGV (seção 2.4). Um tipo de curva que segue esta característica é a Spline Cúbica.

### 2.8.1 Spline Cúbica

Uma spline cúbica é uma spline composta por trechos de polinômios de terceira ordem que interpolam um conjunto  $m$  de pontos de controle. Como o sistema resultante para determinação dos polinômios possui  $m - 2$  equações, é comum se fixar os valores das variáveis nas extremidades da spline para que haja solução. (MATHWORLD-A WOLFRAM WEB RESOURCE, 2018)

Para  $n + 1$  pontos, a equação 2.27 resulta na equação do  $i$ -ésimo ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) polinômio cúbico ( $f_i(x) = a_i + b_i x + c_i x^2 + d_i x^3$ ) que constitui a spline. (HOFFMAN, 2001)

$$f_i(x) = \frac{f_i''}{6(x_{i+1} - x_i)}(x_{i+1} - x)^3 + \frac{f_{i+1}''}{6(x_{i+1} - x_i)}(x - x_i)^3 + \left[ \frac{f_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{f_i''(x_{i+1} - x_i)}{6} \right](x_{i+1} - x) + \left[ \frac{f_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} - \frac{f_{i+1}''(x_{i+1} - x_i)}{6} \right](x - x_i) \quad (2.27)$$

sendo  $x_i$  o valor de  $x$  do  $i$ -ésimo ponto,  $f_i$  o valor de  $f$  do  $i$ -ésimo ponto e  $f_i''$  o valor da segunda derivada no  $i$ -ésimo ponto, dado pelo sistema linear gerado a partir das condições

de contorno e a equação: (HOFFMAN, 2001)

$$(x_i - x_{i-1})f''_{i-1} + 2(x_{i+1} - x_{i-1})f''_i + (x_{i+1} - x_i)f''_{i+1} = 6\frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} - 6\frac{f_i - f_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (2.28)$$

A figura 23 ilustra uma interpolação por spline cúbica (em preto) sobre os pontos em vermelho.

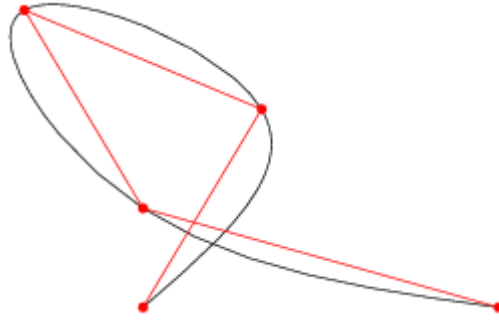


Figura 23: Spline cúbica. (MATHWORLD—A WOLFRAM WEB RESOURCE, 2018)

# 3 SIMULADORES E FERRAMENTAS AUXILIARES

Em conjunto com o simulador de volta, fez-se necessário desenvolver ferramentas auxiliares com o intuito de se gerar: modelos de pneu, trajetórias, arquivos com os parâmetros de veículos e gráficos comparativos dos resultados obtidos pelas simulações. Neste capítulo, serão apresentados os algoritmos empregados nos simuladores e ferramentas auxiliares. Todos foram desenvolvidos em MATLAB.

## 3.1 Modelador de Pneu

O Modelador de Pneu desenvolvido gera os coeficientes do modelo de pneu MF 5.2 (*Pacejka's Magic Formula 5.2*). Tal modelo se baseia em dados empíricos, que foram obtidos através do FSAE TTC (*Formula SAE Tire Test Consortium*).

O FSAE TTC é um consórcio organizado e administrado por organizações voluntárias que não possui fins lucrativos. Seu objetivo é captar em laboratório e disponibilizar para as equipes de Formula SAE filiadas dados de alta qualidade que caracterizam o comportamento dinâmico dos principais pneus utilizados pelas equipes. Tais dados são disponibilizados nos sistemas Imperial e Internacional de unidades por meio de arquivos num fórum na internet. São disponibilizados arquivos ASCII e de MATLAB, com os dados conforme captados pela máquina e dados já separados para pronta utilização na determinação dos coeficientes da MF 5.2. Junto a eles, são disponibilizados também documentos que detalham os procedimentos e a organização dos testes dos pneus.

### 3.1.1 Algoritmo Geral

O algoritmo geral do Modelador de Pneu é ilustrado no fluxograma da figura 24.

A rotina recebe os parâmetros de entrada que caracterizam:

- Os nomes dos arquivos de MATLAB que contêm os dados no SI do pneu a ser modelado;

- Os intervalos de dados de cada arquivo que serão utilizados na determinação dos coeficientes de cada conjunto de equações;
- Os intervalos de valores dos parâmetros dos pneus para filtragem dos dados; e
- Os valores dos parâmetros de adimensionalização da MF 5.2.



Figura 24: Algoritmo Geral do Modelador de Pneu desenvolvido.

Os parâmetros de adimensionalização da MF 5.2 são:

- *tireModel.FzO*: Força Normal  $F_{zP}$  [N];
- *tireModel.VO*: Velocidade de Translação  $V$  [m/s]; e
- *tireModel.RO*: Raio Descarregado  $r_U$  [m].

Os arquivos de dados são identificados por: *Round*, *RoundID* e *Runs*. Tais parâmetros determinam os nomes dos arquivos a serem carregados. Os intervalos de dados desejados pra análise são definidos por índices de começo e fim na variável *intervals*.

Os parâmetros relativos aos dados são: velocidades de translação, pressões, Ângulos de Deriva, Ângulos de Inclinação e forças normais. São dados de entrada os valores de referência e os limites de valores associados a cada um para cada conjunto de dados, com o propósito de se disponibilizar dados adequados para cada conjunto de equações. Portanto, os conjuntos de dados são então divididos entre: dados para operação não-combinada, dados para operação combinada e dados para o Momento de Resistência à Rolagem.

Após a leitura dos parâmetros de entrada a rotina carrega e organiza os dados, filtrando-os de acordo com os intervalos de valores de parâmetros mencionados. Então,

vem a etapa de regressão das equações da MF 5.2, cujos coeficientes são ajustados na sequência proposta em (OPTIMUMG, 2016):

1. Coeficientes de  $F_{yP}$  em operação não-combinada;
2. Coeficientes de  $M_{zP}$  em operação não-combinada;
3. Coeficientes de  $F_{xP}$  em operação não-combinada e em operação combinada;
4. Coeficientes de  $F_{yP}$  em operação combinada;
5. Coeficientes de  $M_{zP}$  em operação combinada;
6. Coeficientes de  $M_{xP}$  em operação combinada; e
7. Coeficientes de  $M_{yP}$  em operação combinada

Todas as regressões são feitas utilizando-se a função *lsqcurvefit* da *Optimization Toolbox* do MATLAB.

Então, faz-se a regressão do Raio Efetivo  $r_e$  em função do Escorregamento Longitudinal  $\kappa$  e do Raio Carregado  $r_L$  utilizando-se um polinômio de segundo grau tridimensional. Os coeficientes são então salvos num arquivo pronto para ser utilizado nas simulações de tempo de volta.

O programa gera também gráficos para conferência das etapas de filtragem dos dados e de regressão dos coeficientes.

## 3.2 Modelador de Trajetória

O Modelador de Trajetória desenvolvido permite que o usuário estabeleça graficamente pontos de referência para uma Spline Cúbica que define a trajetória final do veículo na pista. Como a mesma necessita estar contida dentro dos limites da pista e ela corresponde à trajetória do *CM* do veículo, o usuário deve entrar com os dados dos contornos interno e externo da pista, bem como com uma distância mínima desejada entre esses e o *CM*. Assim, contornos de referência podem ser gerados para auxiliar o usuário na determinação dos pontos.

### 3.2.1 Algoritmo Geral

O algoritmo geral do programa desenvolvido é ilustrado pelo fluxograma da figura 25.



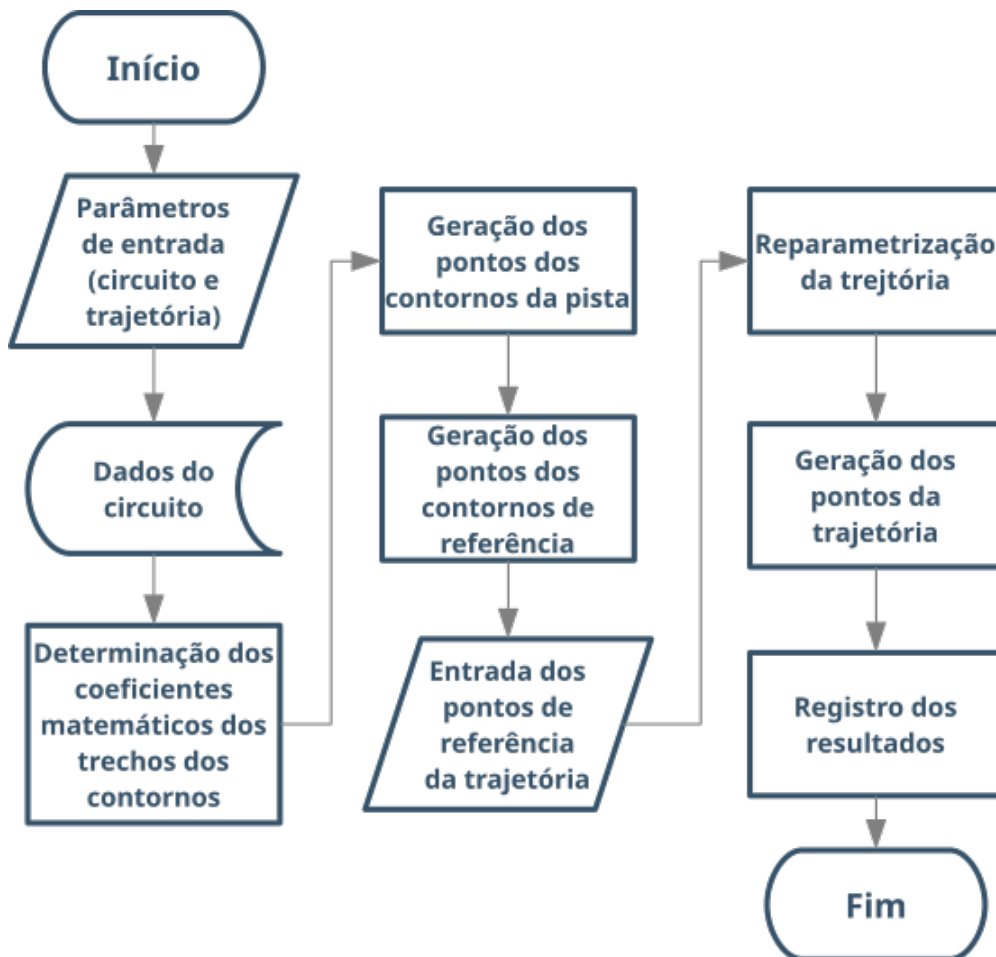


Figura 25: Algoritmo Geral do Modelador de Trajetória desenvolvido.

As variáveis de entrada e suas funções no programa são:

- *circuitFile*: nome do arquivo .xlsx que contém as informações dos contornos da pista, utilizado para identificar o arquivo;
- *innerLastRow*: número da última linha de dados do contorno interno do circuito no arquivo .xlsx, utilizado para definir a região de leitura da tabela;
- *outerLastRow*: número da última linha de dados do contorno externo do circuito no arquivo .xlsx utilizado para definir a região de leitura da tabela;
- *path.offset*: distância mínima desejada entre o *CM* e os contornos do circuito em *mm*, utilizada para se gerar os contornos de referência;
- *path.resolution*: resolução desejada para a trajetória em *mm*, utilizada como referência para geração dos pontos da trajetória;
- *path.minRadius*: raio mínimo de curva desejado para a trajetória em *mm*, utilizado como referência para o usuário durante a definição dos pontos de referência da trajetória;

- *path.filterCoef*: coeficiente de filtragem dos pontos com base na curvatura, necessário pois a Spline Cúbica pode apresentar regiões de instabilidade de curvatura nas extremidades; e
- *contour.resolution*: resolução dos pontos de referência em *mm*, utilizada para geração dos pontos dos contornos de referência.

Após a leitura dos parâmetros de entrada, os dados dos contornos do circuito são importados a partir de um arquivo .xlsx. Esses devem estar organizados de maneira que: a primeira coluna deve conter apenas o nome do circuito na segunda linha, as colunas de 2 a 6 contêm os dados do contorno interno e de 7 a 11 os dados do contorno externo, sendo, em cada caso, os dados dispostos de maneira que:

- Na primeira coluna se encontre o tipo de trecho ("Straight" para trechos retilíneos e "Arc" para trechos de arco de circunferência);
- Na segunda coluna se encontre a coordenada  $X$  ponto inicial do trecho retilíneo ou a coordenada  $X$  do centro do arco de circunferência;
- Na terceira coluna se encontre a coordenada  $Y$  ponto inicial do trecho retilíneo ou a coordenada  $Y$  do centro do arco de circunferência;
- Na quarta coluna se encontre a coordenada  $X$  ponto final do trecho retilíneo ou o raio do arco de circunferência;
- Na quinta coluna se encontre a coordenada  $Y$  ponto final do trecho retilíneo ou a direção do centro do arco de circunferência (1 para sentido anti-horário e -1 para horário);

sendo que todas as medidas devem se encontrar em  $m$ . Também, os contornos devem ser definidos de maneira que não hajam dois trechos consecutivos de arco de circunferência.

Então, determina-se os coeficientes que descrevem os trechos de reta e curva dos contornos, para que seus pontos possam ser gerados de acordo com a resolução definida pelo usuário. Em seguida, os pontos dos contornos de referência são gerados ao se aplicar a distância mínima desejada aos pontos dos contornos da pista, de maneira a se diminuir sua área. Uma imagem com os pontos dos contornos do circuito e dos contornos de referência é então gerada para conferência gráfica.

Agora a referência para desenho da trajetória está pronta. Assim, os pontos dos contornos de referência são desenhados numa figura, na qual o usuário marcará os pontos que definem a Spline Cúbica. Primeiramente, o usuário entra com três pontos iniciais para primeira definição da Spline, em seguida escolhendo a próxima ação digitando algum número entre 1 e 8. Cada número corresponde a:

1. Entrar com um novo próximo ponto;
2. Excluir um ponto qualquer;
3. Substituir um ponto;
4. Substituir uma sequência de pontos entre dois pontos existentes por um novo ponto;
5. Apagar todos os pontos e começar novamente;
6. Visualizar a trajetória colorida em função da curvatura local em cada ponto;
7. Fechar a trajetória (Marcar o próximo ponto como igual ao primeiro); e
8. Finalizar a edição da trajetória.

Posteriormente, a Spline Cúbica é filtrada pela curvatura, de maneira que pontos em suas extremidades cujas curvaturas excedam  $\frac{path.filterCoef}{path.minRadius}$  sejam removidos. Então, a trajetória é reparametrizada de maneira que os pontos sejam dados em função da distância percorrida. Por fim, os pontos da trajetória são gerados de acordo com a resolução desejada e estes são registrados em um arquivo com o nome do arquivo do circuito e a resolução.

### 3.3 Simulador de Tempo de Volta

O Simulador de Tempo de Volta (LTS) foi desenvolvido de maneira que seu algoritmo geral possa ser aproveitado para a utilização de outros modelos de veículo. As subseções que seguem apresentam os detalhes do programa desenvolvido, começando pelo algoritmo base, que descreve o programa da perspectiva macroscópica. Em seguida, cada etapa é descrita em maiores detalhes nas outras subseções.

#### 3.3.1 Algoritmo Geral

O algoritmo geral do LTS desenvolvido é ilustrado pelo fluxograma da figura 26.

Primeiramente, são definidos os parâmetros do veículo numa rotina externa, que registra os mesmos num arquivo `.mat`. Como os modelos de veículo são diferentes, os parâmetros de entrada de cada um também são distintos.

Dado que um veículo de competição costuma possuir vários ajustes, optou-se por permitir que o usuário defina o nome do veículo e o nome do *setup* associado aos parâmetros definidos. O arquivo dos parâmetros é nomeado de acordo com o nome do *setup*, sendo salvo numa pasta com o nome do veículo.

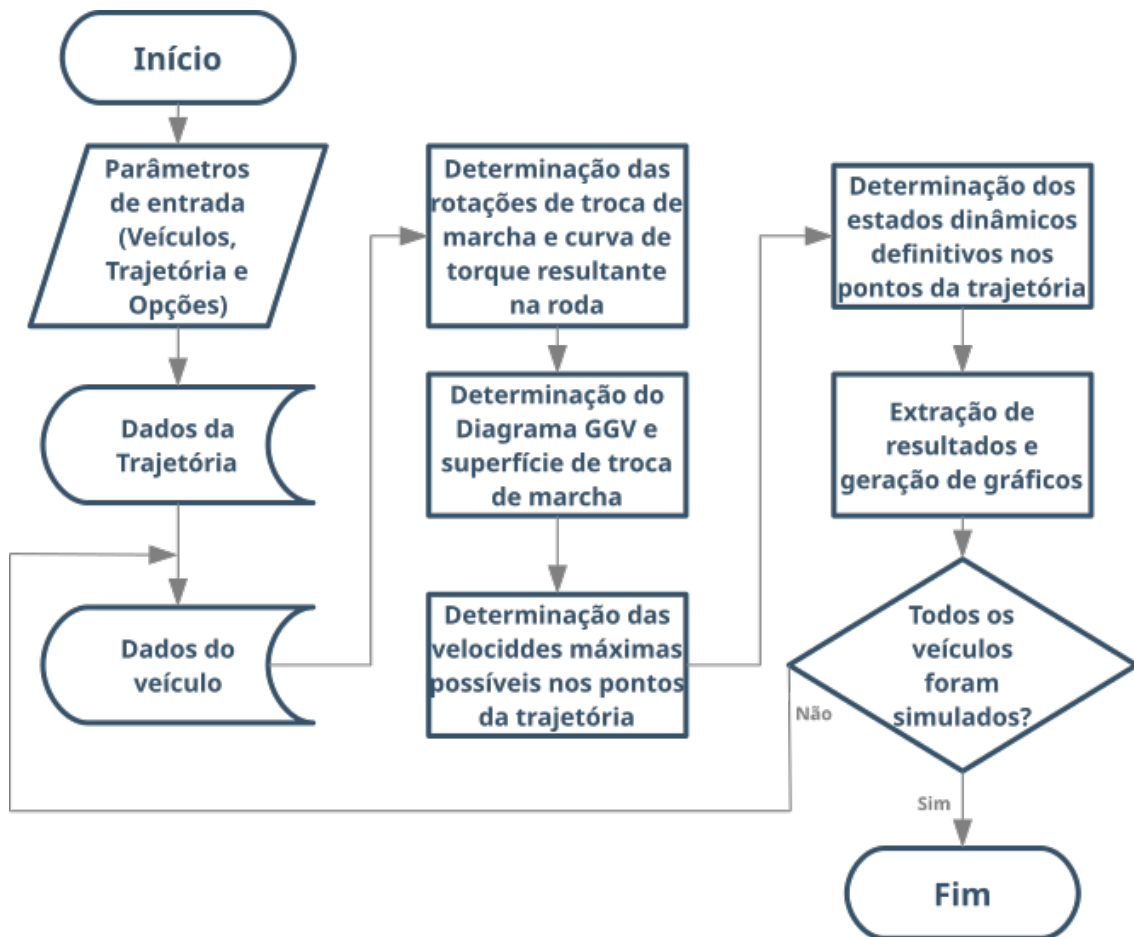


Figura 26: Algoritmo Geral do Simulador de Tempo de Volta desenvolvido.

Os parâmetros de entrada da rotina principal e suas descrições são:

- *vehicle.name*: nome do veículo, que corresponde ao nome da pasta onde o arquivo dos parâmetros de veículo se encontra e a pasta que inclui as patas dos resultados de cada *setup*;
- *vehicle.setup*: nome do *setup* do veículo, que corresponde ao nome do arquivo que contém os parâmetros do veículo e ao nome da pasta de resultados;
- *path.filename*: nome do arquivo que contém os dados da trajetória;
- *path.resolution*: distância entre os pontos da trajetória em *mm*;
- *environment.gravityAccel*: aceleração da gravidade local;
- *environment.airDensity*: densidade do ar local;
- *GGV.parameters.startSpeed*: menor velocidade considerada pelo Diagrama GGV em *km/h*;
- *GGV.parameters.speedN*: quantidade de velocidades para as quais o Diagrama GGV será determinado; e

- *GGV.parameters.pointsN*: um quarto da quantidade de pontos que definirá cada Diagrama GG que compõe o Diagrama GGV.

Após a leitura dos parâmetros de entrada da rotina principal, o arquivo da trajetória é carregado e seus pontos são gerados com base na resolução escolhida pelo usuário. As curvaturas locais em cada ponto são então calculadas. Com base nessas, a trajetória é separada em trechos de maneira que cada um é constituído pelos pontos contidos entre dois pontos de curvatura máxima local, incluindo também o último destes dois.

Então, a simulação começa para o primeiro *setup* do veículo definido nos parâmetros de entrada. Primeiramente são encontradas as velocidades de rotação finais da transmissão (velocidade aproximadamente igual à de rotação das rodas) para as quais devem ocorrer as trocas de marcha. Estas velocidades são aquelas para as quais a soma dos torques que chegam nas rodas passa a ser maior para a próxima marcha do que para a atual. Em conjunto é também determinada a velocidade máxima para a qual o Diagrama GGV será gerado.

Em seguida, determina-se o Diagrama GGV do veículo. Pelo fato de os modelos dinâmicos dos veículos se diferenciarem, em cada caso o diagrama é determinado de maneira diferente.

Então, com base no Diagrama GGV e nas curvaturas associadas aos pontos da trajetória, são determinadas as velocidades máximas possíveis para o veículo em cada ponto ao longo da trajetória. Tais velocidades são então consideradas as velocidades nos pontos de curvatura máxima da trajetória.

Em seguida, para cada trecho, inicia-se a etapa de determinação final das velocidades nos pontos. Esta é separada em duas subetapas: De aceleração e de frenagem.

Na etapa de aceleração, assume-se que o veículo se encontra em aceleração e portanto, se calculam as velocidades a partir do primeiro ponto, avançando-se sequencialmente aos próximos. Aqui o cálculo é feito levando-se em conta a velocidade do ponto anterior e a capacidade de aceleração do veículo através da interpolação do Diagrama GGV. Caso a velocidade calculada no ponto venha a ser maior ou igual à velocidade máxima admitida no ponto seguinte, o programa encerra esta etapa de cálculos. Caso isso não ocorra, o trecho é inteiramente considerado como de aceleração, sendo atualizada a velocidade no último ponto do trecho (ponto de curvatura local máxima).

Para esta etapa são consideradas as trocas de marcha, casos onde o estado dinâmico é determinado a partir de uma superfície de conceito similar ao do Diagrama GGV, porém sem a ativação do motor ou dos freios. O programa identifica os momentos de se utilizar tal superfície para interpolação a partir das velocidades finais de rotação da transmissão em que as marchas devem ser trocadas, determinadas anteriormente.

Na etapa de frenagem assume-se que o veículo se encontra em regime de frenagem e portanto, inicia-se o cálculo no penúltimo ponto do trecho. As velocidades nos pontos

são calculadas de maneira análoga à do trecho de aceleração, porém de trás para frente. Caso a velocidade de um ponto venha a ser maior ou igual à velocidade considerada para o ponto anterior (próximo ponto a ser considerado para determinação do estado dinâmico), esta etapa de cálculos é encerrada.

Caso isso não ocorra, o trecho é considerado como inteiramente de frenagem, o que significa que a velocidade no último ponto do trecho anterior provavelmente está superestimada. Então, inicia-se um processo de recálculo dos trechos anteriores de maneira que as velocidades nestes pontos sejam corrigidas, de maneira que as velocidades sejam coerentes com o trecho de frenagem.

Juntamente com as velocidades nos pontos, são registrados também os outros resultados das interpolações do Diagrama GGV. Dessa maneira, os resultados finais podem então ser determinados. Tais resultados são então salvos em uma variável de resultados no formato .mat e os gráficos apropriados são gerados.

Terminadas estas etapas, o simulador se repete para o próximo *setup* de veículo, até que todos sejam simulados. A comparação gráfica entre os diferentes *setups* fica a cargo do programa gerador de gráficos comparativos.

### 3.3.2 Parâmetros de Entrada do Veículo

Os parâmetros de entrada que definem o veículo neste simulador são:

- *folderName*: Nome da pasta dos arquivos de parâmetros do veículo, que corresponde ao nome do mesmo;
- *fileName*: nome do arquivo que contém os parâmetros do veículo, que corresponde ao nome do *setup* do veículo;
- *inertia.mass*: massa total do veículo [*kg*];
- *inertia.nSusMass*: massa não-suspensa total do veículo [*kg*];
- *inertia.rotPartsMI*: soma dos momentos de inércia das partes rotativas [*kg · m<sup>2</sup>*];
- *tire.modelFileName*: nome do arquivo que contém o modelo de pneu;
- *tire.stiffness*: constante elástica do pneu para deslocamentos verticais [*N/mm*];
- *engine.engineCurvePoints*: pontos das curvas de torque e de consumo específico do motor [*N · m, rpm, g/kWh*];
- *engine.throttleUpperLimit*: percentagem máxima de entrada de ar no motor (fator de escalonamento da curva de torque) [%];
- *fuel.density*: massa específica do combustível [*kg/L*];

- *drivetrain.primaryRatio*: relação de transmissão primária;
- *drivetrain.gearRatios*: relações de transmissão das marchas;
- *drivetrain.finalRatio*: relação de transmissão final;
- *drivetrain.gearShiftTime*: tempo de troca de marcha para a próxima marcha [s];
- *drivetrain.efficiency*: eficiência da transmissão [%];
- *drivetrain.type*: tipo de transmissão, sendo que 2WD significa tração em duas rodas e 4WD em quatro;
- *aero.file*: nome do arquivo de excel que contém os dados do mapa aerodinâmico;
- *aero.mapLastRow*: Última linha do arquivo do mapa aerodinâmico a ser carregada;
- *aero.frontArea* (pode ser utilizada como fator de escalonamento das forças aerodinâmicas): Área frontal [ $m^2$ ];
- *suspension.stiffness*: rigidez equivalente da suspensão [ $N/mm$ ];
- *suspension.height*: altura inicial do veículo (utilizada como referência para o mapa aerodinâmico) [ $mm$ ];
- *brake.maxTorque*: máximo torque que pode ser aplicado pelo sistema de freios [ $Nm$ ];
- Fatores de escala do modelo de pneu.

A tabela contida no arquivo do mapa aerodinâmico deve ser organizada de acordo com o formato presente na figura 27.

	A	B	C	D	E	F	G
1	speed (m/s)	car height (mm)	attitude angle (deg)	CD (drag)	CS (side force)	CL (lift)	
2	10	50	-6	1,35	0,5	-2,4	
3	10	50	0	1,265	0	-2,513	
4	10	50	6	1,35	-0,5	-2,4	
5	10	40	-6	1,25	0,5	-2,5	
6	10	40	0	1,165	0	-2,613	
7	10	40	6	1,25	-0,5	-2,5	
8	10	30	-6	1,15	0,5	-2,6	
9	10	30	0	1,065	0	-2,713	
10	10	30	6	1,15	-0,5	-2,6	
11	20	50	-6	1,25	0,5	-2,5	
12	20	50	0	1,165	0	-2,613	
13	20	50	6	1,25	-0,5	-2,5	
14	20	40	-6	1,15	0,5	-2,6	
15	20	40	0	1,065	0	-2,713	
16	20	40	6	1,15	-0,5	-2,6	
17	20	30	-6	1,05	0,5	-2,7	
18	20	30	0	0,965	0	-2,813	
19	20	30	6	1,05	-0,5	-2,7	
20	30	50	-6	1,15	0,5	-2,6	
21	30	50	0	1,065	0	-2,713	
22	30	50	6	1,15	-0,5	-2,6	
23	30	40	-6	1,05	0,5	-2,7	
24	30	40	0	0,965	0	-2,813	
25	30	40	6	1,05	-0,5	-2,7	
26	30	30	-6	0,95	0,5	-2,8	
27	30	30	0	0,865	0	-2,913	
28	30	30	6	0,95	-0,5	-2,8	
29							
30							
31							

Figura 27: Formatação padrão de arquivo de Mapa Aerodinâmico.

### 3.3.3 Rotações de Troca de Marcha

A figura 28 ilustra o algoritmo desenvolvido para cálculo das características de aceleração longitudinal positiva do veículo.

A função começa carregando os parâmetros que caracterizam o motor e a transmissão. Os pontos da curva do motor passam então por um ajuste de resolução afim de que hajam pontos suficientes para a determinação dos pontos de troca de marcha. São então geradas curvas de torque resultante nas rodas para cada velocidade de rotação das mesmas a partir do tratamento da curva de torque do motor, de acordo com a teoria exposta no Capítulo 2.

O ponto de troca de marcha associado a cada marcha é determinado encontrando-se a intersecção entre a curva de torque resultante na roda da marcha analisada e a curva da próxima. Portanto, para tempo de troca de marcha igual à zero, o torque resultante



na roda é sempre o máximo possível. Caso uma intersecção não seja encontrada, a função considera que a rotação em que deve ocorrer a troca de marcha é a máxima possível, de acordo com o motor.

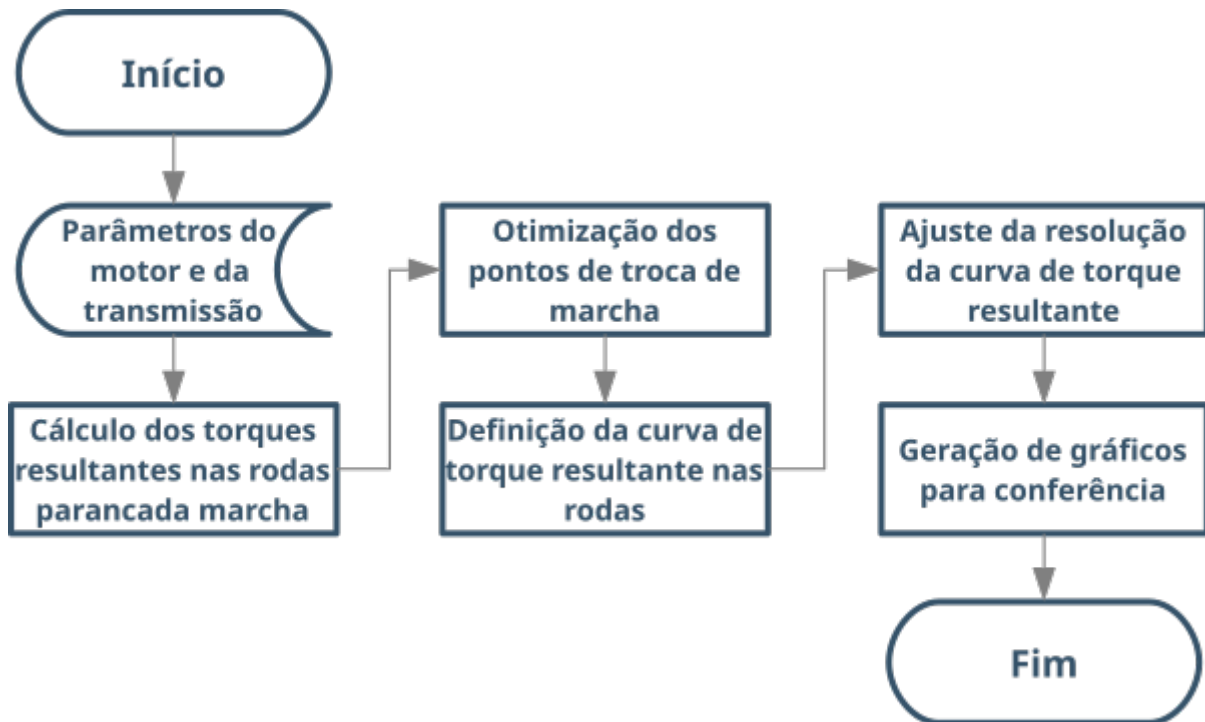


Figura 28: Algoritmo da função de cálculo das características de aceleração longitudinal positiva do veículo.

A curva final de torque resultante nas rodas por velocidade angular das mesmas é então encontrada, sendo esta composta por trechos das curvas de torque resultante associadas a cada marcha que são determinados a partir dos pontos de troca de marcha. Esta curva passa então por um ajuste de resolução de maneira que o uso da técnica da aproximação seja utilizada para se determinar o torque associado a cada rotação, ao invés da interpolação.

Caso seja de desejo do usuário, a rotina termina gerando gráficos ilustrativos das curvas de torque determinadas (para cada marcha e final) e da marcha associada a cada velocidade do veículo. Os parâmetros de saída da função são os torques finais resultantes nas rodas, as marchas e o consumo específico associados a cada velocidade angular da roda, com a resolução de  $1rpm$ .

### 3.3.4 Geração do Diagrama GGV

O algoritmo da função desenvolvida que gera o Diagrama GGV é ilustrado na figura 29.

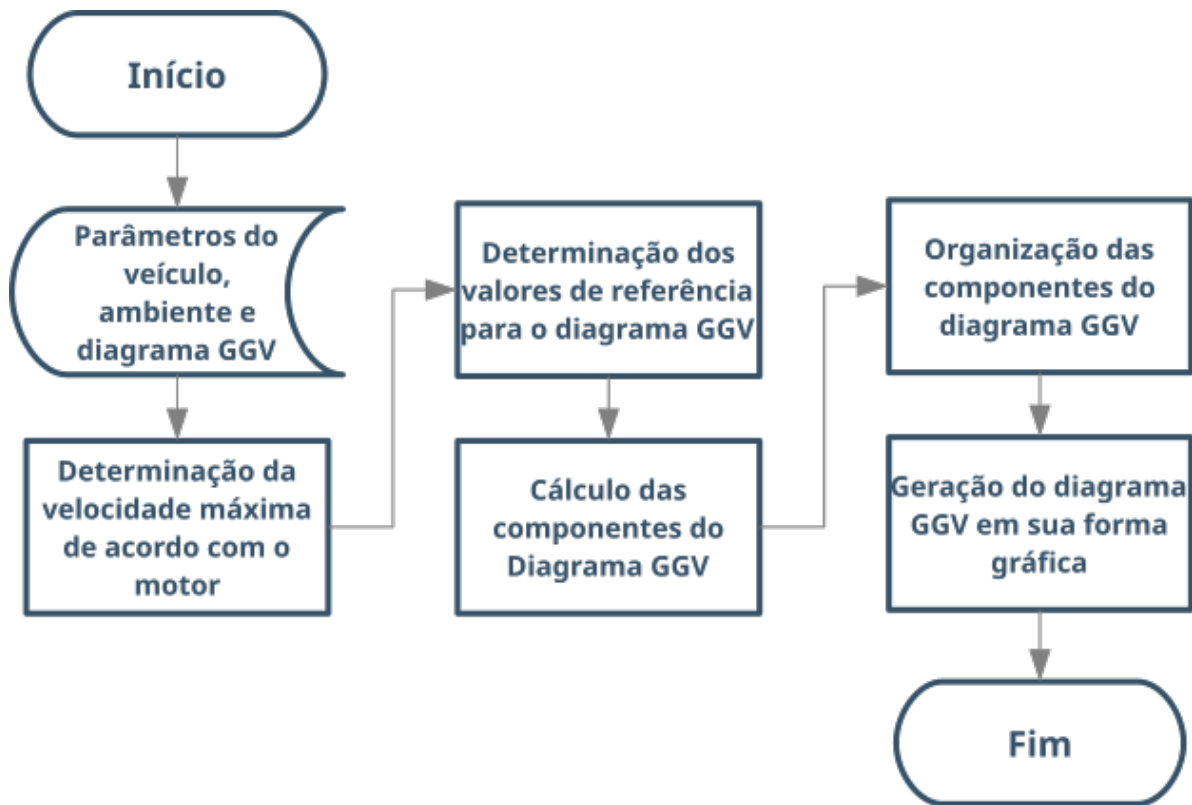


Figura 29: Algoritmo da função de geração do diagrama GGV.

A rotina inicia carregando os parâmetros do veículo, do ambiente (aceleração da gravidade e massa específica do ar) e do Diagrama GGV em si (quantidade de velocidades e quantidade de pontos de cada Diagrama GG). As informações do modelo de pneu são então carregadas.

Em seguida, a velocidade máxima possível de acordo com as limitações do conjunto motor e transmissão é determinada. Isto é feito levando-se em conta as força de arrasto aerodinâmico e a força resultante nas rodas disponibilizada pelo motor. Em seguida, o vetor de velocidades é criado, sendo a menor velocidade zero e a maior a encontrada no passo anterior. Agora, todas as informações necessárias para gerar o Diagrama GGV estão disponíveis.

Como  $\frac{F_{lateral}}{m} \cdot R = v^2$  ( $F_{lateral} = m \cdot a_{lateral}$  e  $a_{lateral} = \frac{v^2}{R}$ ), qualquer força lateral diferente de zero resultaria em uma indeterminação para velocidade igual a zero. Portanto, para velocidade igual a zero considerou-se que o Diagrama GG para esta velocidade é igual ao Diagrama GG que corresponde a menor velocidade diferente de zero. Para cálculo da curvatura associada nesta situação, assumiu-se um valor relativamente irrisório para a velocidade ( $v = 0,1 [m/s]$ ).

Por haver apenas um pneu (Quatro pneus "virtuais" localizados no mesmo ponto), o Diagrama GGV pode ser diretamente determinado a partir do Círculo de Atrito dos pneus "virtuais".

Para tanto, o programa analisa para cada velocidade quais são os Ângulos de De-

riva  $\alpha$  para os quais a força lateral produzida por um pneu "virtual" assume os valores máximo e mínimo, bem como os Escorregamentos Longitudinais  $\kappa$  para os quais a força longitudinal assume os valores máximo e mínimo. Tais valores são analisados considerando-se que na presença de um, o outro possui valor zero (operação não-combinada). Neste processo fez-se uso do modelo de pneu e da função *fminsearch* da *Optimization Toolbox* do MATLAB.

Assume-se então que os valores de  $\alpha$  e  $\kappa$  que levam ao Círculo de Atrito se encontram entre os valores determinados. Assim, baseado na quantidade pontos escolhida pelo usuário, geram-se os valores intermediários de  $\alpha$  e  $\kappa$  para a geração do Círculo de Atrito.

Para isso, otimiza-se as forças resultantes no pneu fixando-se o valor de um dos parâmetros  $\alpha$  ou  $\kappa$  de acordo com os valores intermediários, enquanto é feita a otimização da força em função da variação do outro parâmetro pela função *fminbnd* do MATLAB. Em paralelo com isto, os as forças atuantes que determinam a superfície para os casos de troca de marcha são também encontradas.

Os torques equivalentes às forças longitudinais são então comparados com o torque máximo disponibilizado pelos freios (caso o torque seja negativo) ou com o torque máximo disponibilizado pelo conjunto motor-transmissão para a velocidade de rotação da roda presente. Caso um dos subsistemas mencionados limite o desempenho do veículo,  $\kappa$  é ajustado para que haja correspondência.

Encontra-se as parcelas de força atuante no veículo que provocam suas acelerações somando as forças aerodinâmicas às forças advindas dos pneus, corrigindo a força longitudinal resultante pela eficiência de inércia. As componentes de força que resultam nas acelerações tangencial e centrípeta são encontradas levando-se em consideração o Ângulo de Atitude  $\beta$  (aqui  $\beta = \alpha$ ).

Após a determinação destas componentes de força, os dados são reorganizados de acordo com a direção de sua resultante, tendo em vista simplificar ao máximo o algoritmo de interpolação. Os Diagramas GG que compõem o Diagrama GGV são então determinados dividindo-se as componentes de força encontradas pela massa total do veículo.

### 3.3.5 Determinação das Velocidades Máximas Possíveis

O algoritmo da função desenvolvida que calcula as velocidades máximas possíveis em cada ponto da trajetória é ilustrado na figura 30. Tais velocidades levam em conta a limitação do veículo com relação à capacidade de gerar aceleração centrípeta, desprezando as limitações de aceleração tangencial à trajetória.

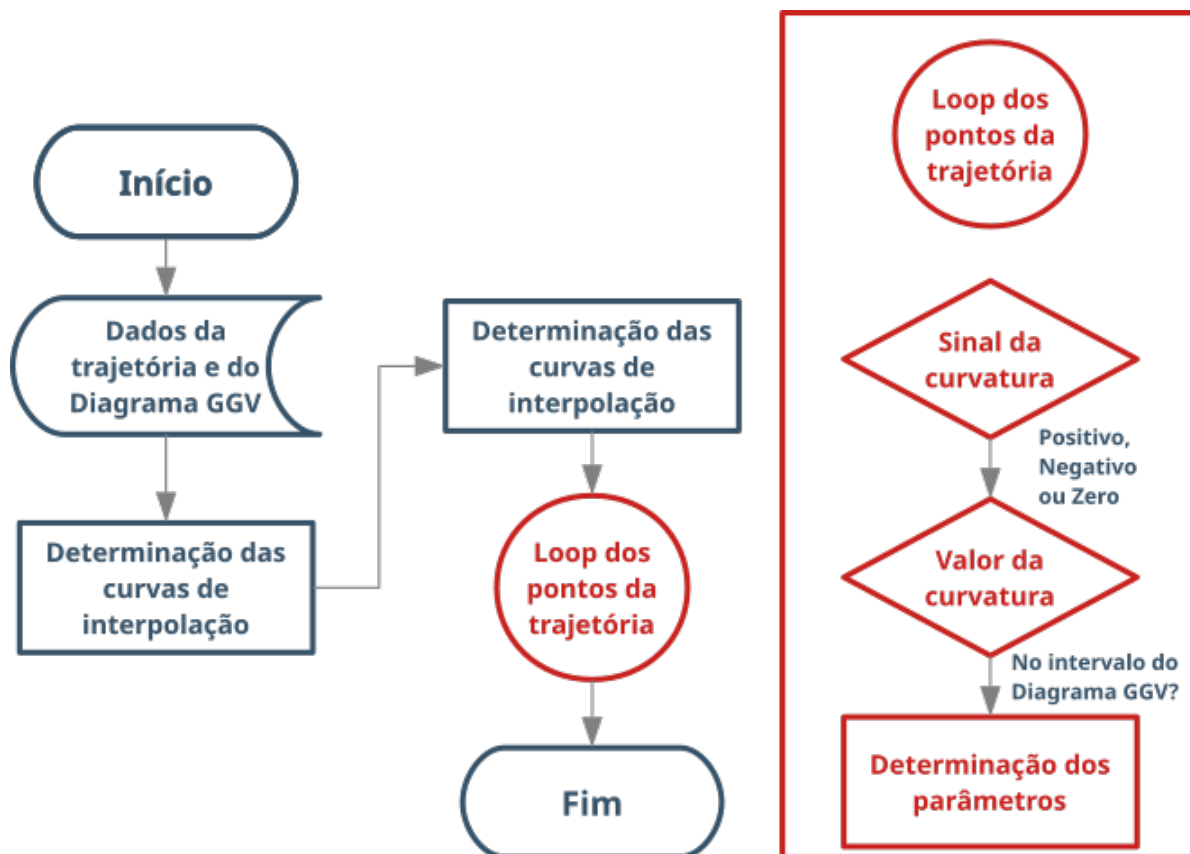


Figura 30: Algoritmo da função de cálculo das máximas velocidades possíveis ao longo da trajetória.

A rotina inicia carregando os dados da trajetória e do Diagrama GGV. São gerados então duas matrizes que contêm os dados do diagrama associados às acelerações centrípetas máximas e mínimas para cada velocidade disponível, respectivamente. Em seguida, a função entra no *loop* de determinação da velocidade máxima possível para cada ponto da trajetória.

Primeiro, com o objetivo de se determinar a matriz que será utilizada como referência, é avaliado se a curvatura no ponto é maior ou igual à zero. Caso seja, a rotina utiliza a matriz que contêm as acelerações centrípetas positivas, enquanto que utiliza a outra caso o sinal seja negativo.

Após isto, é avaliado então se a curvatura do ponto se encontra no intervalo de curvaturas contidos na matriz. Caso seja menor em módulo do que a menor curvatura em módulo associada à matriz, a rotina assume que a velocidade máxima neste ponto é igual à velocidade máxima presente no Diagrama GGV. Casos em que a curvatura é maior em módulo não foram considerados pois a menor velocidade aqui é zero.

Caso a curvatura esteja contida no intervalo, o programa encontra a velocidade máxima para aquele ponto através de uma interpolação linear. Esta é baseada nas linhas da matriz que contêm os valores de curvatura que definem o menor intervalo que contem a curvatura associada ao ponto sendo analisado.

A função finaliza sua execução quando todos os pontos foram analisados.

### 3.3.6 Determinação das Velocidades Definitivas nos Pontos

O algoritmo geral da função desenvolvida que determina as velocidades definitivas nos pontos da trajetória é ilustrado na figura 31.

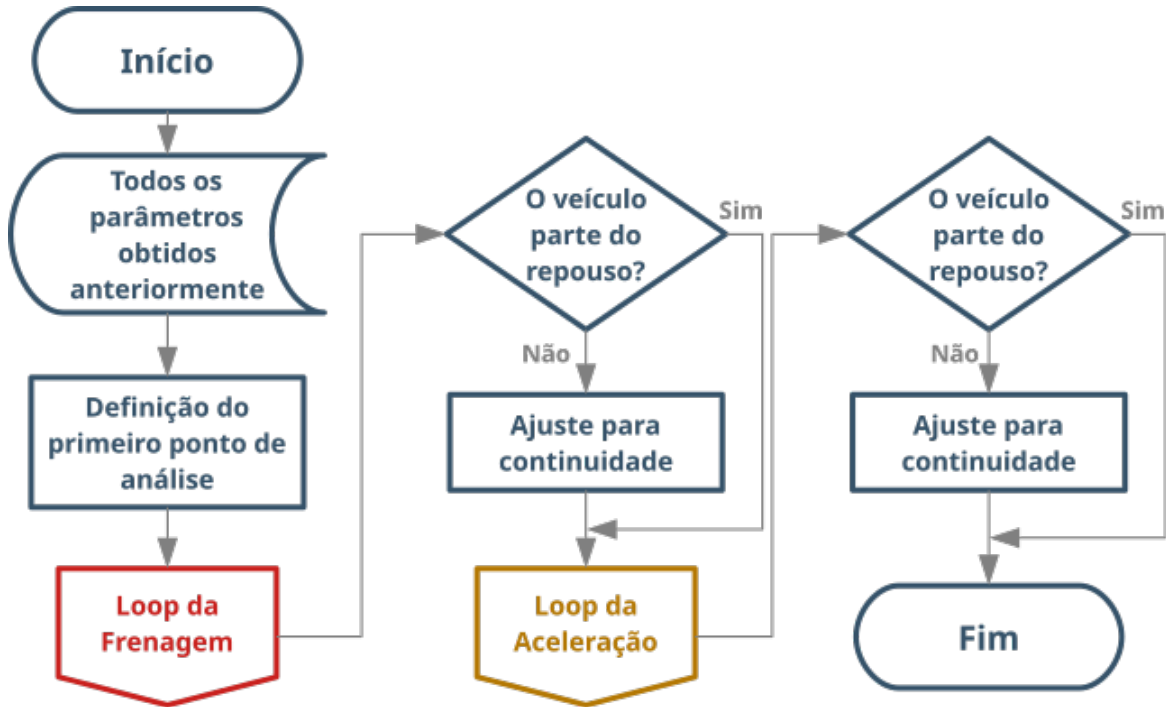


Figura 31: Algoritmo da função de cálculo das velocidades definitivas ao longo da trajetória.

A rotina inicia carregando os dados do veículo, trajetória, ambiente, Diagrama GGV, velocidades máximas possíveis e modo da simulação. Assume-se um chute inicial para as velocidades igual às velocidades máximas. Isso permite que o algoritmo para obtenção das velocidades definitivas seja mais simples. Baseado no modo de simulação escolhido, a rotina escolhe o ponto de início de análise. Este é escolhido a fim de que caso o modo seja *first* (primeira volta) a velocidade no primeiro ponto seja zero e caso seja *normal* (volta normal) a velocidade inicial depende da velocidade final, de maneira a se obter um comportamento contínuo.

Definido o ponto inicial de análise, o programa entra no *loop* de análise de frenagem. O algoritmo desenvolvido é ilustrado na figura 32, bem como o do *loop* de aceleração.

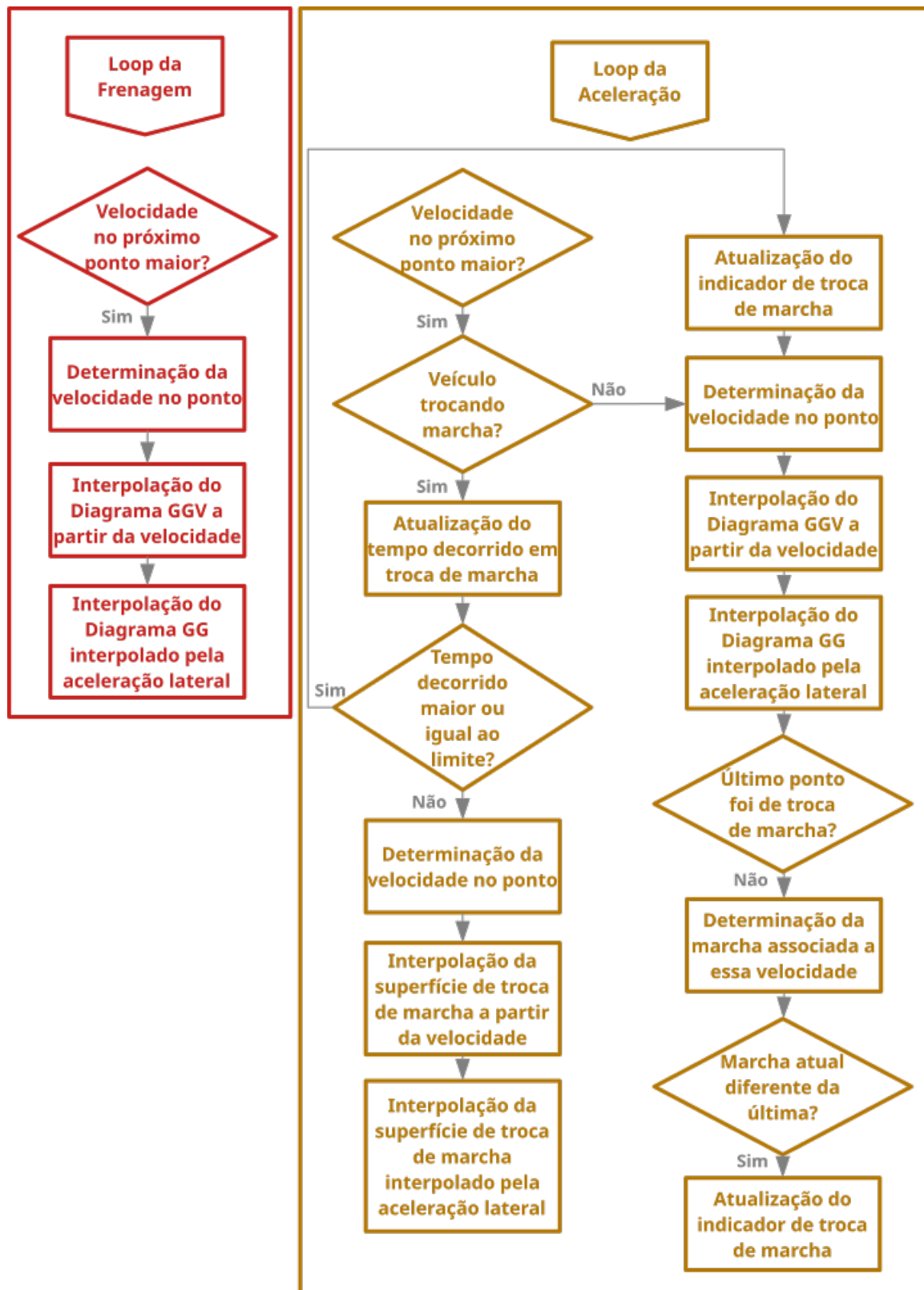


Figura 32: Algoritmos dos *loops* de frenagem e aceleração.

No *loop* de frenagem o primeiro passo é analisar se a velocidade no ponto de análise é maior que a velocidade do ponto de análise anterior, sendo que os pontos são analisados do final para o início da trajetória e a análise só ocorre uma vez para cada um. Caso seja, a velocidade no ponto atual é determinada a partir da velocidade e aceleração tangencial no

ponto anterior. A partir desta, o Diagrama GGV é interpolado de maneira a se obter um Diagrama GG associado à velocidade calculada. Então, interpola-se este novo diagrama a partir da aceleração centrípeta existente (calculada a partir da velocidade calculada e da curvatura no ponto de análise). Por fim, os dados associados ao estado dinâmico no ponto são encontrados a partir da última interpolação feita.

Para se quantificar o erro associado à metodologia de determinação da velocidade num ponto a partir de um ponto anterior, uma velocidade alternativa é calculada com base na aceleração encontrada a partir da interpolação. O erro foi considerado como a diferença entre as duas velocidades e é uma das saídas do programa. Nas análises feitas, este se mostrou irrisório.

Caso o modo da simulação seja *normal*, um ajuste para que haja comportamento contínuo entre o último e o primeiro pontos da trajetória pode ser necessário. Sua necessidade é determinada a partir das velocidades nos pontos mencionados. Caso a velocidade no último ponto seja maior que no primeiro, o ajuste é feito. Este se dá de maneira semelhante ao *loop* de frenagem descrito, porém só acontece até que a velocidade do próximo ponto de análise seja menor ou igual à velocidade do atual.

O *loop* de aceleração funciona de maneira análoga ao *loop* de frenagem, porém com os pontos sendo analisados do início para o final da trajetória e com uma exceção adicionada para os casos de troca de marcha. Esta exceção ocorre quando o programa identifica que a velocidade no ponto de análise atual está associada a uma marcha maior que a do ponto anterior. Assim, o valor de uma variável indicadora é ajustado para que a rotina calcule os dados associados ao estado dinâmico do veículo no ponto atual a partir da interpolação da superfície de troca de marcha (Diagrama GGV com motor e freios não acionados), ao invés de utilizar o Diagrama GGV. O programa volta a fazer os cálculos a partir do Diagrama GGV quando o tempo decorrido em troca de marcha, que é atualizado a cada iteração, passa a ser maior ou igual ao tempo de troca de marcha (parâmetro de entrada).

Após a execução do *loop* de aceleração, um procedimento de ajuste análogo ao descrito para o *loop* de frenagem também é executado. Isto também ocorre apenas quando o modo da simulação é definido como *normal*.

Então, os dados associados ao estado dinâmico do veículo em cada ponto da trajetória foram obtidos. Agora, todos os resultados desejados e possíveis de acordo com o modelo podem ser extraídos.

### 3.3.7 Extração de Resultados

Os resultados extraídos da simulação são descritos a seguir.

- *output.speed*: velocidade do veículo [ $m/s$ ];

- *output.maxSpeed*: máxima velocidade possível na trajetória [ $m/s$ ];
- *output.beta*: Ângulo de Deriva do veículo [ $^\circ$ ];
- *output.SL*: Escorregamento Longitudinal do pneu [ ];
- *output.rollRes*: força advinda da resistência à rolagem dos pneus [ $N$ ];
- *output.drag*: força de Arrasto Aerodinâmico [ $N$ ];
- *output.sideForce*: força de Lado Aerodinâmica [ $N$ ];
- *output.lift*: força de Sustentação Aerodinâmica [ $N$ ];
- *output.carHeight*: distância do chassi para o solo [ $m$ ];
- *output.suspDeflection*: variação da altura do carro devido ao trabalho da suspensão [ $m$ ];
- *output.tireDeflection*: variação da altura do carro devido à deflexão do pneu [ $m$ ];
- *output.elapsedTime*: tempo decorrido até determinada distância percorrida [ $s$ ];
- *output.coveredDistance*: distância percorrida pelo veículo [ $m$ ];
- *output.points*: pontos que constituem a trajetória [ $m,m$ ];
- *output.gear*: marcha engatada [ ];
- *output.engineRPM*: velocidade de rotação do motor [ $rpm$ ];
- *output.enginePower*: potência fornecida pelo motor [ $W$ ];
- *output.brakePower*: potência fornecida pelo sistema de frenagem [ $W$ ];
- *output.availableEnginePower*: potência máxima que o motor poderia fornecer [ $W$ ];
- *output.wheelAvailableTorque*: torque que o veículo consegue aplicar na roda [ $Nm$ ];
- *output.wheelTorque*: torque aplicado na roda [ $Nm$ ];
- *output.wheelTiresAvailableTorque*: torque máximo que pode ser aplicado na roda de acordo com o limite do pneu [ $Nm$ ];
- *output.brakeUsage*: percentual de uso da potência disponibilizada pelos freios [%];
- *output.SFC*: Consumo Específico de Combustível [ $g/kWh$ ];
- *output.fuelConsumption*: volume de combustível consumido [ $L$ ];

A fim de se facilitar análises, algumas variáveis tiveram suas unidades convertidas para unidades mais convencionais na geração dos gráficos. As equações utilizadas foram todas explicitadas no capítulo de teoria. Portanto, estas não foram expostas aqui.



# 4 VALIDAÇÃO

O presente capítulo apresenta a validação do Modelador de Pneu e do Simulador de Tempo de Volta. No caso do Modelador de Pneu foi feita uma comparação entre dados retornados por uma modelagem e os dados experimentais nos quais ela se baseou. Já no caso do Simulador de Tempo de Volta, foram feitas comparações de resultados retornados por um programa profissional (Optimum Lap®) e o simulador desenvolvido. No caso do simulador desenvolvido, para se validar o algoritmo desenvolvido, fez-se um terceiro tipo de simulação com adaptações na modelagem do veículo. Essas adaptações consistiram na simplificação da modelagem de veículo desenvolvida a fim de se aproximar esta da modelagem do Optimum Lap®.

## 4.1 Modelador de Pneu

A validação do Modelador de Pneu desenvolvido foi feita comparando-se os dados fornecidos pelo FSAE TTC (*Tire Test Consortium*) (subseção 4.1.1) com os resultados obtidos pela modelagem. O pneu escolhido para análise foi o Hoosier R25B 20.5x7-13 com roda de 7 polegadas de largura e 12 psi de pressão interna.

A presente seção apresenta o FSAE TTC, mostrando em seguida os parâmetros de entrada utilizados para execução da modelagem. Por fim, são apresentados e comentados alguns dos gráficos ilustrativos do modelo que foram utilizados para análise comparativa entre os dados e os resultados da modelagem. Optou-se por se limitar a quantidade de gráficos aqui apresentados devido a quantidade elevada de figuras.

### 4.1.1 FSAE TTC

O FSAE TTC (*Tire Test Consortium*) é um consórcio criado com o intuito de se auxiliar equipes de FSAE ao se disponibilizar dados que caracterizam os comportamentos dinâmicos de determinados pneus a um preço reduzido. Os pneus testados são os mais utilizados pelas equipes de FSAE ao redor do mundo. A organização não possui fins lucrativos e organiza os testes dos pneus, sendo esses financiados por empresas interessadas através de doações e pelas equipes de FSAE participantes através de uma taxa de adesão. (MILLIKEN RESEARCH ASSOCIATES INC., 2015)

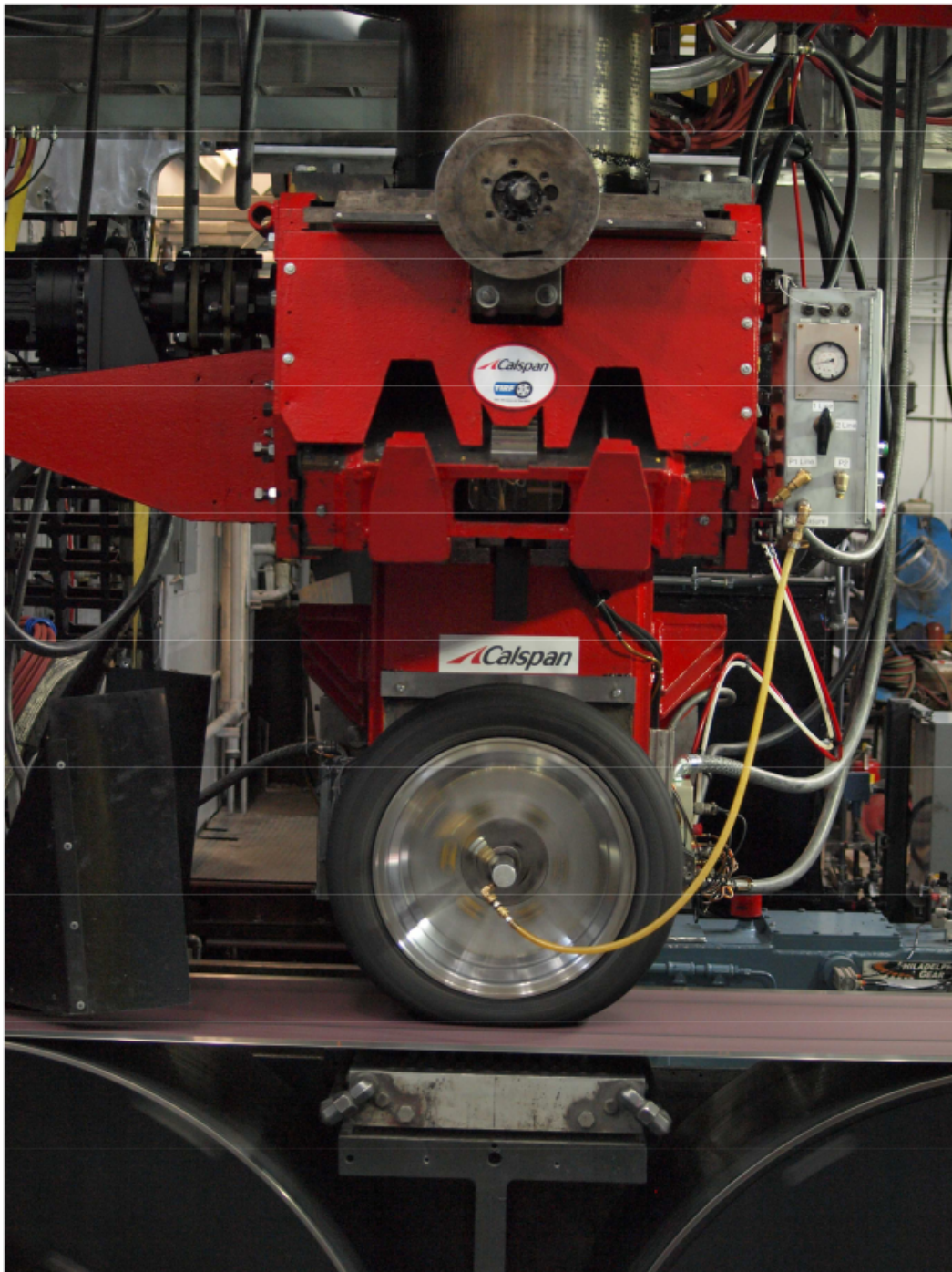


Figura 33: Máquina de Teste de Pneus da TIRF. (CALSPAN, 2015)

Os testes são feitos utilizando-se os equipamentos da empresa Calspan para aquisição dos dados experimentais desejados. A TIRF (*Calspan Tire Research Facility*) conta com uma máquina de testes (figura 33) do tipo *flat bed laboratory machine* (máquina de laboratório de cama plana), na qual os pneus do FSAE TTC são testados. (CALSPAN, 2015)

A máquina possui uma esteira revestida em material aderente apoiada e movida por dois tambores nas extremidades e por jatos de ar na região central. O pneu de testes corre sobre ela, estando ligado também ao aparato de controle e medição dos parâmetros

relevantes. A máquina controla continuamente: a velocidade da esteira ( $v$ ), a pressão interna do pneu ( $P$ ), o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ), o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ) e a Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ); enquanto mede: a temperatura ambiente, as forças atuantes no pneu (lateral e longitudinal), os momentos atuantes no pneu, as temperaturas nas três bandas da carcaça externa do pneu (interna, central e externa), a temperatura da esteira e o raio carregado do pneu. (CALSPAN, 2015)

Os testes são caracterizados como testes de Força e Momento, sendo subdivididos nos tipos: (PACEJKA; BESSELINK, 2012)

- *Kappa sweep*: variação do Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ), enquanto se mantém o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) igual à zero;
- *Alpha sweep*: variação do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ), enquanto se mantém o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ) igual à zero; e
- *Combined slip*: variação do Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ), enquanto se mantém o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) em um valor fixo e diferente de zero.

Também são executados testes para caracterização do comportamento transiente dos pneus. Porém, estes não foram utilizados devido ao fato de o modelo ser baseado em operação de regime permanente.

Os dados coletados são então organizados em tabelas e filtrados. Tanto a versão filtrada quanto a versão diretamente medida são disponibilizados através do fórum mantido pelo FSAE TTC na web (PHPBB, 2018) em arquivos de texto (.txt) e arquivos de dados do matlab (.mat). Também são disponibilizados documentos auxiliares para que seja possível a identificação, compreensão e interpretação dos dados e testes. São disponibilizados dados de: (MILLIKEN RESEARCH ASSOCIATES INC., 2015)

- Tempo Decorrido [s];
- Velocidade da Pista ( $v$ ) [km/h];
- Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) [°];
- Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) [°];
- Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ );
- Carga Normal ( $-F_{zP}$ ) [N];
- Força Lateral ( $F_{yP}$ ) [N];
- Força Longitudinal ( $F_{xP}$ ) [N];
- Momento de Alinhamento ( $M_{zP}$ ) [Nm];

- Momento de Giro ( $M_{xP}$ ) [ $Nm$ ];
- Raio Carregado ( $r_L$ ) [ $m$ ];
- Raio Efetivo ( $r_E$ ) [ $m$ ];
- Velocidade de Rotação da Roda [ $RPM$ ];
- Pressão do Pneu ( $P$ ) [ $kPa$ ];
- Temperatura da Superfície do Pneu nas faixas interna, central e externa [ $C$ ];
- Temperatura Ambiente [ $C$ ]; e
- Temperatura da Superfície da Pista [ $C$ ].

Ainda no fórum mantido pelo FSAE TTC na web ([LUISMORA; KASPRZAK, 2017](#)), um dos organizadores afirma que caso a modelagem dos pneus do tipo *Pacejka's Magic Formula*, os fatores de escala dos coeficientes de atrito devem ser ajustados. Isso ocorre devido às diferenças de textura de superfície e temperatura entre a esteira da máquina e o asfalto. Ele ainda sugere que a faixa de valores utilizada para os coeficientes pelas equipes de FSAE é de 0,6 à 0,7; sugerindo o uso do valor 2/3.

Informações mais detalhadas a respeito do FSAE TTC podem ser encontradas em ([MILLIKEN RESEARCH ASSOCIATES INC., 2015](#)) e em ([KASPRZAK; GENTZ, 2006](#)). Já a respeito da máquina de testes, informações podem ser encontradas em ([CALSPAN, 2015](#)).

#### 4.1.2 Parâmetros de Entrada

A presente subseção apresenta os parâmetros de entrada utilizados para execução da modelagem do pneu escolhido (Hoosier R25B 20.5x7-13 com roda de 7 polegadas de largura e 12 psi de pressão interna) utilizando-se o Modelador de Pneu desenvolvido.

Os parâmetros de adimensionalização escolhidos foram:

- $tireModel.FzO=845$  ( $N$ );
- $tireModel.VO=11,16$  ( $m/s$ ); e
- $tireModel.RO=260,35$  ( $mm$ ).

O parâmetro cuja determinação apresentou maior dificuldade foi o  $tireModel.FzO$ , visto que este exerceu grande influência na qualidade do modelo. Este foi determinado através do método da tentativa e erro. O parâmetro  $tireModel.VO$  corresponde à velocidade que mais ocorreu no teste e o  $tireModel.RO$  é o raio do pneu quando sem aplicação de carga vertical.

Os parâmetros de entrada para os dados que caracterizam o comportamento de dinâmica lateral (*Alpha sweep*) foram:

- *data.lateral.round*=6;
- *data.lateral.roundID*='B1654run';
- *data.lateral.runs*=[9 10];
- *data.lateral.intervals*=[1278 61338; 1277 20443];
- *data.lateral.reference.V*=40,2 (km/h);
- *data.lateral.reference.P*=12 (psi);
- *data.lateral.reference.SA*=0 (°);
- *data.lateral.reference.IA*=[0 2 4] (°);
- *data.lateral.ranges.FZ*=[222 445 667 1112 1557] (N);
- *data.lateral.ranges.V*=[39 41] (km/h);
- *data.lateral.ranges.P*=[78,6001 86,8738] (kPa);
- *data.lateral.ranges.SA*=[0 0] (°);
- *data.lateral.ranges.IA*=[-0,15 0,05; 1,85 2,05; 3,85 4,05] (°);
- *data.lateral.ranges.FZ*=[-333 -100; -555 -334; -785 -556; -1200 -1001; -2000 -1201] (N);

Os parâmetros de entrada para os dados que caracterizam o comportamento de dinâmica longitudinal (*Kappa sweep*) e combinado (*Combined test*) foram:

- *data.combined.round*=6;
- *data.combined.roundID*='B1654run';
- *data.combined.runs*=[55 56];
- *data.combined.intervals*=[1287 74673; 1274 25738];
- *data.combined.reference.V*=40,2 (km/h);
- *data.combined.reference.P*=12 (psi);
- *data.combined.reference.SA*=[0 -3 -6] (°);
- *data.combined.reference.IA*=[0 2 4] (°);

- *data.combined.ranges.FZ*=[222 667 1112 1557] (*N*);
- *data.combined.ranges.V*=[39 41] (*km/h*);
- *data.combined.ranges.P*=[78,6001 86,8738] (*kPa*);
- *data.combined.ranges.SA*=[-0,2 0,05; -3,15 -2,95; -6,15 -5,95] ( °);
- *data.combined.ranges.IA*=[-0,15 0,05; 1,85 2,05; 3,85 4,05] ( °);
- *data.combined.ranges.FZ*=[-333 -100; -785 -556; -1200 -1001; -2000 -1201] (*N*);

Por fim, os parâmetros de entrada para a modelagem do Momento de Rolagem do Pneu ( $M_{yP}$ ) foram:

- *data.My.round*=6;
- *data.My.roundID*='B1654raw';
- *data.My.runs*=[9 10];
- *data.My.intervals*=[1 192319; 1 153808];
- *data.My.reference.V*=[24,25 40,2 72,4] (*km/h*);
- *data.My.reference.P*=12 (*psi*);
- *data.My.reference.SA*=0 ( °);
- *data.My.reference.IA*=[0 2 4] ( °);
- *data.My.ranges.FZ*=[222 445 667 890 1112 1557] (*N*);
- *data.My.ranges.V*=[23,5 25; 39 41; 71,8 73,2] (*km/h*);
- *data.My.ranges.P*=[78,6001 86,8738] (*kPa*);
- *data.My.ranges.SA*=[-0,2 0,05; -3,15 -2,95; -6,15 -5,95] ( °);
- *data.My.ranges.IA*=[-0,15 0,05; 1,85 2,05; 3,85 4,05] ( °);
- *data.My.ranges.FZ*=[-333 -100; -555 -334; -785 -556; -1000 -786; -1200 -1001; -2000 -1201] (*N*);

Em todos os casos, os parâmetros que determinam os dados a serem carregados (três primeiros de cada lista) e os parâmetros de referência (*...reference...*) foram determinados a partir dos valores nominais associados às faixas de dados (fornecidos pelo FSAE TTC). Já os que definem os intervalos de dados (*...intervals*) foram determinados graficamente, analisando-se os índices do primeiro e último pontos das faixas de dados desejados. Os valores para filtragem e classificação (*...ranges...*) foram determinados de maneira análoga, porém observando-se as flutuações associadas a cada parâmetro utilizado para classificação.

### 4.1.3 Comparação

A validação foi feita através de análise gráfica e levantamento dos erros envolvidos. Para comparação dos dados experimentais com os resultados da modelagem desenvolvida, gerou-se gráficos de comparação (contém os dados e os resultados) e gráficos de erro. O erro foi definido como a diferença percentual entre os resultados e os dados experimentais, de acordo com a equação:

$$E = \frac{(p_m - p_d)}{p_d} \cdot 100$$

sendo  $E$  [%] o erro,  $p_m$  [ $N$  ou  $Nm$ ] o valor do parâmetro retornado pela modelagem e  $p_d$  [ $N$  ou  $Nm$ ] o valor do parâmetro de acordo com os dados experimentais. Esta metodologia de avaliação do erro provocou aumentos exponenciais nos casos em que  $p_d$  é próximo de zero.

As subseções que seguem mostram alguns desses gráficos e as análises feitas. Nem todos os gráficos foram aqui colocados devido à grande quantidade (191 figuras). Previamente às subseções de análise, optou-se por se apresentar duas subseções com relação à alguns comportamentos inesperados observados nas análises. A primeira trata da presença de uma variação considerável na Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  ao longo dos dados experimentais. Já a segunda trata da elevada dispersão e assimetrias não modeladas associadas aos dados experimentais.

Com exceção da subseção a respeito do Momento de Rolagem  $M_{yP}$ , todas as figuras possuem gráficos dispostos em formato de matriz, com quatro linhas e duas colunas. Na parte superior se encontram os parâmetros fixos na geração dos gráficos em questão. Entre os gráficos da primeira e da segunda linha, existem identificadores do tipo de gráfico da coluna, já que primeira coluna corresponde aos gráficos de comparação e a segunda aos gráficos de erro. Quanto às linhas, a primeira apresenta cada gráfico de uma perspectiva isométrica e as outras de três outras vistas, sendo cada uma perpendicular a um plano distinto formado pelos eixos do gráfico. A fim de se facilitar a escrita e a leitura, os gráficos nas figuras foram identificados a partir de suas linhas e coluna, de maneira que o gráfico na linha "m" e coluna "n" é identificado como gráfico m-n.

As curvas que constituem cada gráfico foram coloridas de acordo com os parâmetros o quais se desejou mostrar a influência na força/momento em cada caso.

Nos gráficos de comparação, as curvas coloridas representam resultados da modelagem (do menor para o maior valor, a coloração segue gradualmente a ordem: roxo, azul, verde e amarelo) e as curvas em escala de cinza representam os dados experimentais (quanto mais escuro, maior).

Já nos gráficos de erro, a coloração segue o padrão dos resultados da modelagem. Nestes, a escala do eixo do erro foi fixada para representação apenas na faixa de  $\pm 100\%$ .

Esta medida não prejudica as conclusões obtidas a partir dos gráficos, uma vez que parâmetros estatísticos dos erros para cada condição de teste são apresentados posteriormente em forma de tabela. São estes: erro médio, desvio padrão do erro e erro máximo (máximo valor de erro em módulo).

Também em forma de tabela, são presentes conclusões com relação à influência de cada parâmetro de teste do pneu em cada parâmetro de erro. Foram analisadas as influências nos valores absolutos e na dispersão dos parâmetros de erro com relação ao aumento na magnitude dos parâmetros de pneu, sendo um aumento representado por "+", uma diminuição por "-" e nenhuma influência por "/s". Estas foram determinadas através da análise de gráficos gerados a partir das tabelas de apresentação dos parâmetros de erro. Esses gráficos se encontram no apêndice [A](#).

Baseado no exposto nas subseções, concluiu-se que se obteve boa qualidade na modelagem do Momento de Rolagem do Pneu ( $M_{yP}$ ), exceto pela representação da influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) quando esta é igual à 1667 N, e dos dados advindos dos testes *Alpha sweep*. Essas últimas correspondem às situações de regime não combinado de Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ), Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) e Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ). Com relação aos outros tipos de teste (*Kappa sweep* e *Combined*), as modelagens apresentaram boa coerência apenas para a Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ) e o Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ), a menos de uma pequena assimetria não representada em torno de  $\kappa = 0$  neste último.

Para  $F_{yP}$  em situação combinada, a modelagem dos picos de força foram superestimadas devido à discrepância dos próprios dados experimentais dentre os tipos de teste, o que ocorre devido à variação de  $\kappa$ . Nas situações em que  $\alpha = 0$  nos tipos de teste em questão, a existência de uma assimetria construtiva unida à variação de  $\kappa$  também provocaram discrepâncias. Esses problemas não devem prejudicar a confiabilidade das simulações significativamente, uma vez que os picos de  $F_{yP}$  costumam ocorrer em condições mais próximas dos testes tipo *Alpha sweep* e a magnitude da força induzida pela assimetria é relativamente pequena.

No caso de  $M_{zP}$ , a modelagem se mostrou boa na representação de tendências, porém ruim na representação dos valores reais, que são subestimados. Isso fica evidente nos gráficos de comparação exibidos.

Uma alternativa que não foi explorada aqui devido à escassez de tempo é o ajuste manual de alguns coeficientes e dos fatores de escala. Isso permite a otimização de chutes iniciais ou refinamento do modelo final, já que a técnica de regressão utilizada é suscetível à falha de convergência para o ótimo devido à existência de mínimos locais.



#### 4.1.3.1 Observações com Relação à Variação de Carga Vertical do Pneu $F_{zP}$

Em todos os gráficos gerados para verificação da influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ), observou-se que este parâmetro em particular sofre variações consideráveis. Estas são da ordem de  $\pm 50 N$  para os testes tipo *Alpha sweep* e  $\pm 100 N$  para os testes tipo *Kappa sweep* e *Combined*.

Segundo os organizadores do FSAE TTC, esta flutuação é consequência do fato de o pneu possuir defeitos construtivos (por exemplo, defeito de cilindridade) e da maneira como a máquina da TIRF (*Calspan Tire Research Facility*) ajusta  $F_{zP}$ , não sendo um problema exclusivo desta. O problema é eliminado quando o pneu é testado em velocidade de caminhada, porém, torna-se necessário fazer ajustes para se levar em conta os efeitos associados à velocidades de operação normais. O organizador ainda sugeriu que existem meios de se eliminar esta flutuação e que é algo que pode ser aplicado futuramente, caso se julgue necessário, já que esta flutuação não afeta a confiabilidade da modelagem do comportamento dos pneus ou dos dados. (COB, 2017)

Após a análise das figuras, observou-se que as flutuações de  $F_{zP}$  que surgem ao longo dos testes parecem estar relacionadas à aplicação do Ângulo de Deriva  $\alpha$  e do Escorregamento Longitudinal  $\kappa$ . Sabe-se que a presença destes parâmetros provocam deformações na carcaça (figuras 35, 36, 37 e 34) que afetam suas características elásticas.

O fato dessas deformações afetarem as características elásticas dos pneus provoca a variação de  $F_{zP}$  simultânea à formação das destas. Porém, essa variação provoca também variações da própria deformação que a causou, ao mesmo tempo em que a máquina ajusta a altura do centro da roda a fim de se compensar a variação de  $F_{zP}$ . Quando a máquina atinge a altura adequada para se obter a  $F_{zP}$  desejada, a altura correta para isso já foi alterada pois o pneu rolou e  $\kappa$  (ou  $\alpha$ ) já foi alterado, fenômenos que levam a deformações diferentes e, portanto, impacto diferente sobre  $F_{zP}$ . A máquina então tenta compensar a flutuação novamente e assim vai até que  $\kappa$  e *alpha* parem de variar. Além deste efeito, há ainda a influência de defeitos construtivos que também afetam  $F_{zP}$  com a rolagem do pneu. Portanto, faz sentido que a solução proposta pelos organizadores do FSAE TTC seja de reduzir substancialmente a velocidade do teste, já que assim a máquina teria tempo suficiente para ajustar  $F_{zP}$  antes que os outros parâmetros variem de maneira não previsível.

As consequências dessa flutuação de  $F_{zP}$  são melhor exploradas caso a caso, quando pertinente, nas subseções que seguem.



Figura 34: Deformação de pneu com  $\alpha = 0$  e  $\kappa > 0$ . (U/KIYIKO, 2013)



Figura 35: Pneu sendo Testado com  $\alpha = \kappa = 0$ . (CORPORATION, 2013)



Figura 36: Pneu sendo testado com  $\alpha > 0$  e  $\kappa = 0$ .(CORPORATION, 2013)



Figura 37: Pneu sendo testado com  $\alpha < 0$  e  $\kappa = 0$ . (CORPORATION, 2013)

#### 4.1.3.2 Dispersão e Assimetrias Não Modeladas

Na modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ), do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) e do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ), observou-se que há uma dispersão considerável dos dados experimentais, bem como uma assimetria de comportamento com relação à variação do Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ) que não foi modelada para os casos de  $F_{yP}$  e  $M_{xP}$ . Concluiu-se que a dispersão ocorreu devido às deformações da carcaça do pneu em conjunto com a variação de carga vertical. Com relação à assimetria de comportamento, a hipótese mais aceitável é de que haja uma assimetria construtiva no pneu, associada à disposição de suas tiras internas. Concluiu-se isso porque o pneu em questão é do tipo *Bias Ply* e assimetrias construtivas do tipo em questão são comuns nesse tipo de pneu.

A figura 38 ilustra a diferença entre pneus do tipo *Bias Ply* e *Radial Ply*. Observa-se para pneus do tipo *Bias Ply* as camadas de tiras são contínuas dentre os dois lados da carcaça do pneu e não possuem camadas exclusivas para a banda de rolagem (região que entra em contato com o solo). Já para os *Radial Ply*, tais camadas exclusivas para a banda de rolagem existem, sendo dispostas sobre camadas de tiras dispostas na direção radial do pneu (ao contrário do outro caso, onde há um desvio na direção das tiras).

As dispersões ocorrem devido à variação de Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) e à diferença de deformação entre as paredes laterais (que são do tipo ilustrado na figura 34) com a variação de  $\kappa$ , o que causa variação na distribuição do carregamento vertical ao longo da Impressão do Pneu.

No caso de  $F_{yP}$ , sabendo-se que esta surge devido à deformação das paredes laterais da carcaça (PACEJKA; BESSELINK, 2012), faz sentido que a deformação associada à presença de  $\kappa \neq 0$  gere  $F_{yP}$ . Assim, como as deformações além de assimétricas estão em constante mudança devido à variação de carga vertical,  $F_{yP}$  oscila significativamente.

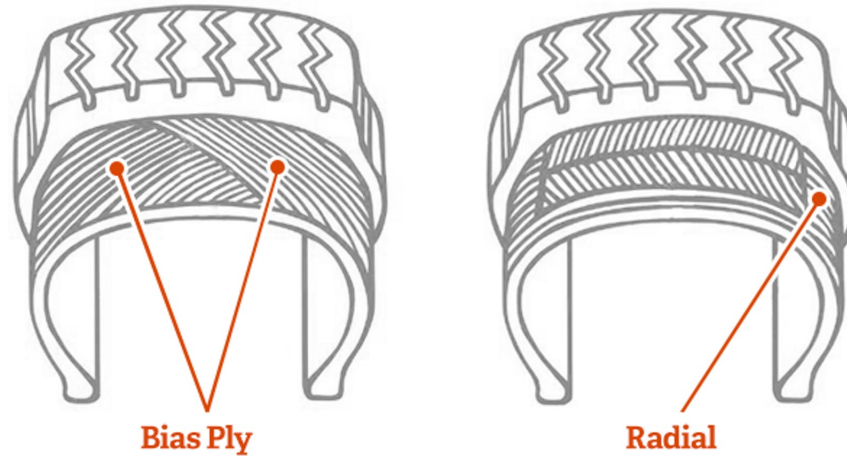


Figura 38: Tipos de disposição de tiras internas de pneus. (LEMMY, 2014)

A dispersão de  $M_{xP}$  ocorre devido à sua dependência com relação ao carregamento associado à  $F_{zP}$ . Como a deformação da carcaça varia, a distribuição do carregamento em questão na Impressão do Pneu (seção 2.3.1) varia, variando assim a posição da resultante  $F_{zP}$ . Já que  $M_{xP}$  é função da posição (relativa ao centro geométrico da Impressão do Pneu), sentido e magnitude de  $F_{zP}$  e  $F_{yP}$  (que já apresentam oscilação), conclui-se que uma alta dispersão dos dados é esperada.

Já para  $M_{zP}$ , os fenômenos que levam à dispersão são a variação de  $F_{yP}$  e a variação do carregamento associado à  $F_{zP}$ , que afeta a posição das forças resultantes na Impressão do Pneu. As dispersões mencionadas não foram representadas na modelagem pois a *Pacejka's Magic Formula* não leva em conta efeitos decorrentes dos fenômenos descritos.

Assumindo-se que há uma assimetria construtiva com relação às tiras do pneu, as assimetrias de comportamento com relação à variação de  $\kappa$  observadas fazem sentido. Tal assimetria resultaria em uma diferença de rigidez dentre as paredes esquerda e direita dos pneus, cujas consequências dinâmicas são amplificadas pelas deformações associadas à presença de  $\kappa$ . A modelagem não representa este fenômeno pois alguns coeficientes desta foram intencionalmente zerados. Isso foi feito porque, para o ambiente de simulação em questão neste Projeto de Graduação, é desejável que a modelagem seja simétrica com relação à  $\kappa$  e ao Ângulo de Deriva  $\alpha$ .

#### 4.1.3.3 Força Longitudinal ( $F_{xP}$ )

A tabela 1 apresenta os parâmetros associados aos erros percentuais obtidos na modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ). Já a tabela 2 (determinada a partir da análise de gráficos gerados a partir da tabela 1) resume as influências de cada parâmetro de pneu sobre os erros associados à modelagem de  $F_{xP}$ . Estas são utilizadas para auxílio

nas análises das figuras 39, 40 e 41; levando a conclusões melhor embasadas.

Na figura 39, observa-se nos gráficos 1-1 (linha 1, coluna 1) e 4-1 que os resultados retornados para a modelagem aparentam ser um pouco maiores do que os dados experimentais. Por sua vez, os gráficos 2-2 e 4-2 mostram que conforme a  $F_{zP}$  aumenta, a dispersão do erro tende a diminuir e a se concentrar ao redor de zero, partindo de um viés negativo para a carga de 222 N. O gráfico 4-2 mostra também que o erro tende a se amplificar para valores pequenos de Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ), mantendo-se na faixa de  $\pm 20\%$  para valores maiores, exceto quando a  $F_{zP}$  é 222 N. Neste último caso, a modelagem possui a pior qualidade, com os erros variando na faixa de  $-40\%$  a  $50\%$ .

A análise da tabela 1 revela que os erros percentuais associados aos dados presentes na figura 39 possuem média negativa, o que vai de acordo com a conclusão da análise gráfica. A pior média ( $-7,49\%$ ) é para  $F_{zP} = 222$  N, onde o desvio padrão do erro é o mais alto ( $24,56\%$ ). As outras cargas possuem parâmetro de erro associados menores e mais próximos, sendo a melhor modelagem feita para a  $F_{zP} = 1112$  N.

Em geral, a tabela 2 mostra que com o aumento de  $F_{zP}$ , os erros máximos percentuais aumentam e se tornam mais dispersos, enquanto que a média e o desvio padrão dos erros possuem comportamento inverso. A menos para  $F_{zP} = 1557$  N, os dados da figura 39 se comportam de acordo com a variação de valores descrita. Assim, pode-se concluir que a qualidade da modelagem melhora com o aumento de  $F_{zP}$ .

A figura 40 mostra a influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) na relação entre Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Observa-se nos gráficos da coluna 1 que a influência de ( $\gamma$ ) em  $F_{xP}$  parece bem representada. Os gráficos 2-1 (linha 2, coluna 1), 3-1, 2-2 e 3-2 mostram ainda que  $\gamma$  possui um comportamento estável ao longo do teste (diferente da Carga Vertical  $F_{zP}$ ), porém seus valores são ligeiramente menores do que os valores nominais propostos. Já a análise do gráfico 4-2 mostra que os erros para todos os  $\gamma$  se mantém dentro de uma faixa de cerca de  $\pm 20\%$ , a menos para valores de  $\kappa$  próximos de zero. Já a análise dos gráficos 1-2, 2-2 e 4-2 revela que os erros associados a  $\gamma = 4$  possuem uma tendência a serem menos negativos do que para os outros valores, para valores de  $\kappa$  próximos de zero.

Esta última observação parece se manifestar na tabela 1, que mostra que os valores máximo e médio dos erros dos dados da figura 40 adquire um viés mais positivo com o aumento de  $\gamma$ . Nela, observa-se também que o desvio padrão se mantém aproximadamente o mesmo com esta variação.

De acordo com a tabela 2, o comportamento geral dos parâmetros de erro com relação a  $\gamma$  é de diminuição do valor e da dispersão dos erros médios, enquanto que os valores de desvio padrão e máximo aumentam porém sem variação na dispersão.

No caso do erro médio, a incoerência do comportamento descrito com relação ao comportamento observado para os dados da figura 40 na verdade não é uma incoerência. Isso se deve ao fato de que a tendência geral é uma consequência das médias inicialmente

Tabela 1: Parâmetros de Erro da Modelagem de  $F_{xP}$ .

$\alpha$ [°]	$\gamma$ [°]	$F_{zP}$ [N]	Erro Médio[%]	Desvio Padrão[%]	Erro Máx. [%]	Q. Pts
0	0	222	-7,49	24,56	82,96	693
0	0	667	-2,97	17,15	223,29	674
0	0	1112	-1,86	13,78	188,26	648
0	0	1557	-2,24	14,63	182,41	665
0	2	222	-9,96	22,27	120,05	631
0	2	667	-0,37	13,42	133,09	683
0	2	1112	0,96	16,47	213,76	608
0	2	1557	0,55	13,98	146,82	638
0	4	222	-8,28	30,29	342,75	640
0	4	667	1,71	33,85	454,39	672
0	4	1112	1,62	14,87	280,19	676
0	4	1557	-1,49	27,11	538,94	661
-3	0	222	-6,31	28,40	173,57	716
-3	0	667	-3,14	22,97	343,19	701
-3	0	1112	-0,99	14,77	179,05	723
-3	0	1557	-4,08	30,68	576,93	678
-3	2	222	0,61	78,16	971,29	707
-3	2	667	1,94	19,77	257,21	721
-3	2	1112	-0,76	28,14	398,14	712
-3	2	1557	0,86	21,86	421,74	679
-3	4	222	-6,59	33,43	317,09	642
-3	4	667	2,77	34,22	563,10	676
-3	4	1112	3,06	29,38	448,40	603
-3	4	1557	0,44	34,84	797,63	686
-6	0	222	-13,74	31,42	255,65	665
-6	0	667	-6,14	29,05	388,07	703
-6	0	1112	0,66	33,25	505,97	726
-6	0	1557	-0,76	34,37	757,15	718
-6	2	222	-11,52	31,70	366,35	662
-6	2	667	0,46	22,09	232,24	677
-6	2	1112	3,51	38,04	731,65	721
-6	2	1557	-1,80	54,10	845,58	719
-6	4	222	-6,85	51,98	573,98	679
-6	4	667	2,10	36,15	539,40	643
-6	4	1112	1,64	31,91	527,26	686
-6	4	1557	0,24	14,95	93,71	662

Tabela 2: Resumo da Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ )

Parâmetro:	Erro Médio		Desvio Padrão		Erro Máx.	
	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão
Carga ( $F_{zP}$ ):	-	-	-	-	+	+
Camb. ( $\gamma$ ):	-	-	+	s/	+	s/
Der. ( $\alpha$ ):	s/	s/	+	s/	+	+

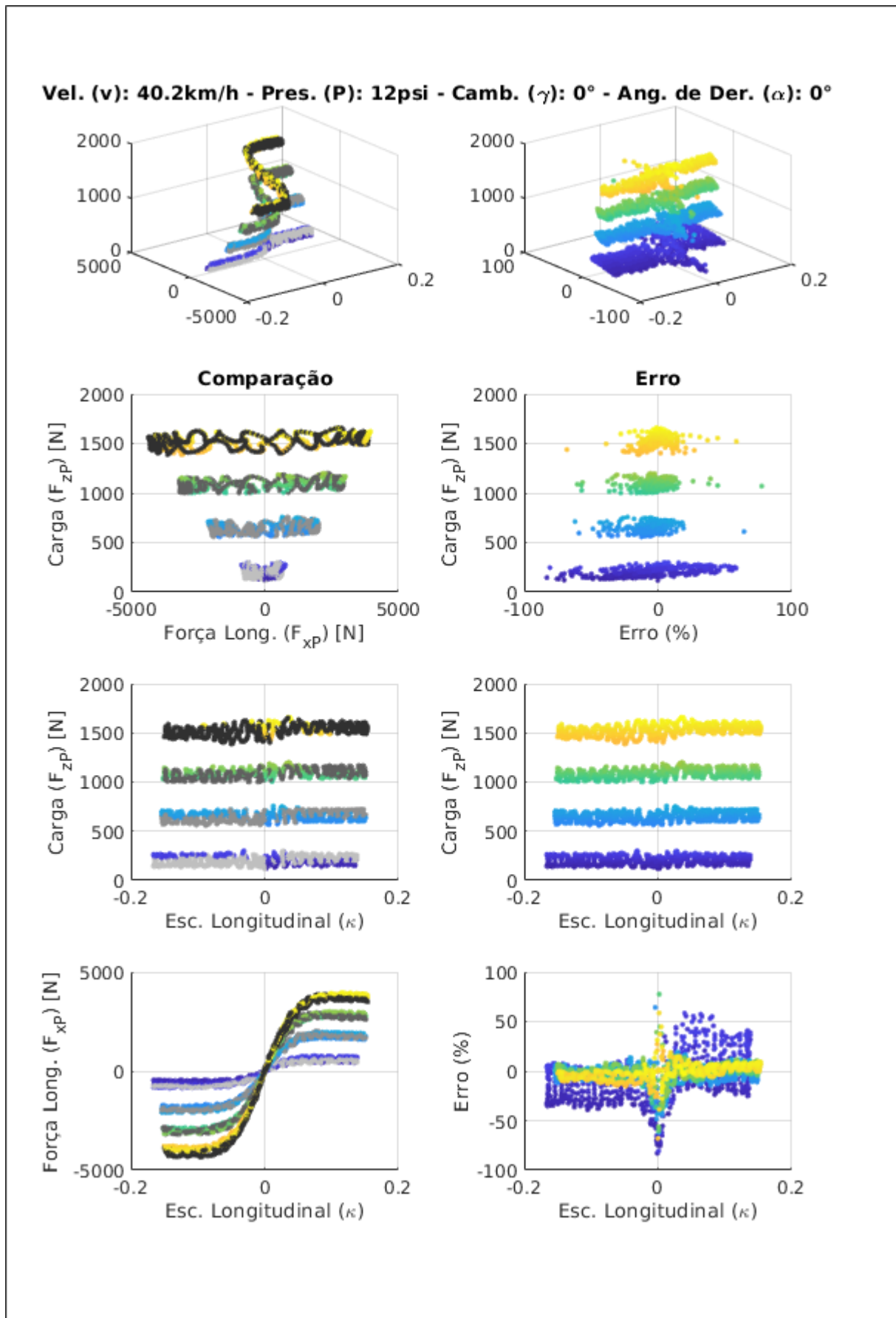


Figura 39: Força Longitudinal x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).

Vel. (v): 40.2km/h - Pres. (P): 12psi - Carga ( $F_{zP}$ ): 1112N - Ang. de Der. ( $\alpha$ ): 0°

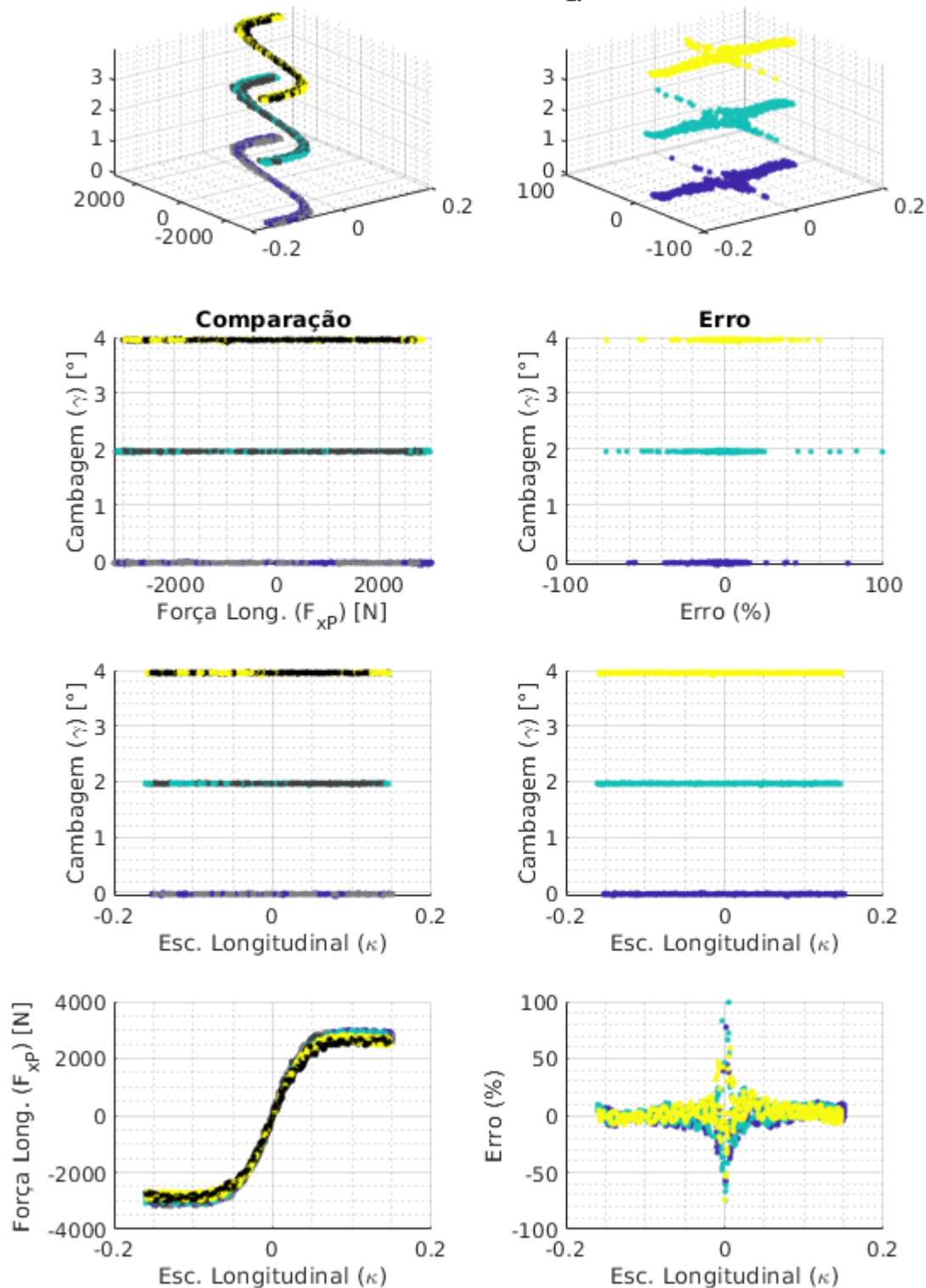


Figura 40: Força Longitudinal x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$  e  $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).



negativas se tornarem menos negativas. Já no caso do desvio padrão, a incoerência ocorre porque o único conjunto de dados que apresenta a tendência de aumento é o associado a  $\alpha = -3^\circ$ .

A figura 41 mostra a influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) na relação entre Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência do Ângulo de Deriva  $\alpha$  parece estar bem representada, sendo a modelagem um pouco pior para  $\alpha = -6^\circ$ . Observa-se, ao se analisar os gráficos 2-1 (linha 2, coluna 1), 3-1, 2-2 e 3-2; que  $\alpha$  possui uma fidelidade ainda melhor aos valores nominais do que o Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ). Verificando-se os gráficos da coluna 2, observa-se que conforme o valor de  $\alpha$  diminui, os erros parecem se tornar mais positivos para  $\kappa < 0$  e mais negativos para  $\kappa > 0$ . Este comportamento condiz com os comportamentos do erro médio (que diminui em módulo conforme  $\alpha$  diminui) e do desvio padrão (que aumenta conforme  $\alpha$  diminui) para o conjunto de dados em questão, observados na tabela 1.

De acordo com a tabela 2, a variação de  $\alpha$  não afeta as características do erro médio, bem como a dispersão dos desvios padrões. Já o valor dos desvios padrões tende a aumentar, bem como os valores e a dispersão do erro máximo.

A única incoerência observada aqui é com relação ao erro médio, que ocorre porque a dispersão associada a este é considerável, ou seja, este é um caso particular dentre outros casos em que o comportamento inverso acontece. Contudo, conclui-se que a qualidade do modelo piora com o aumento de  $\alpha$ .

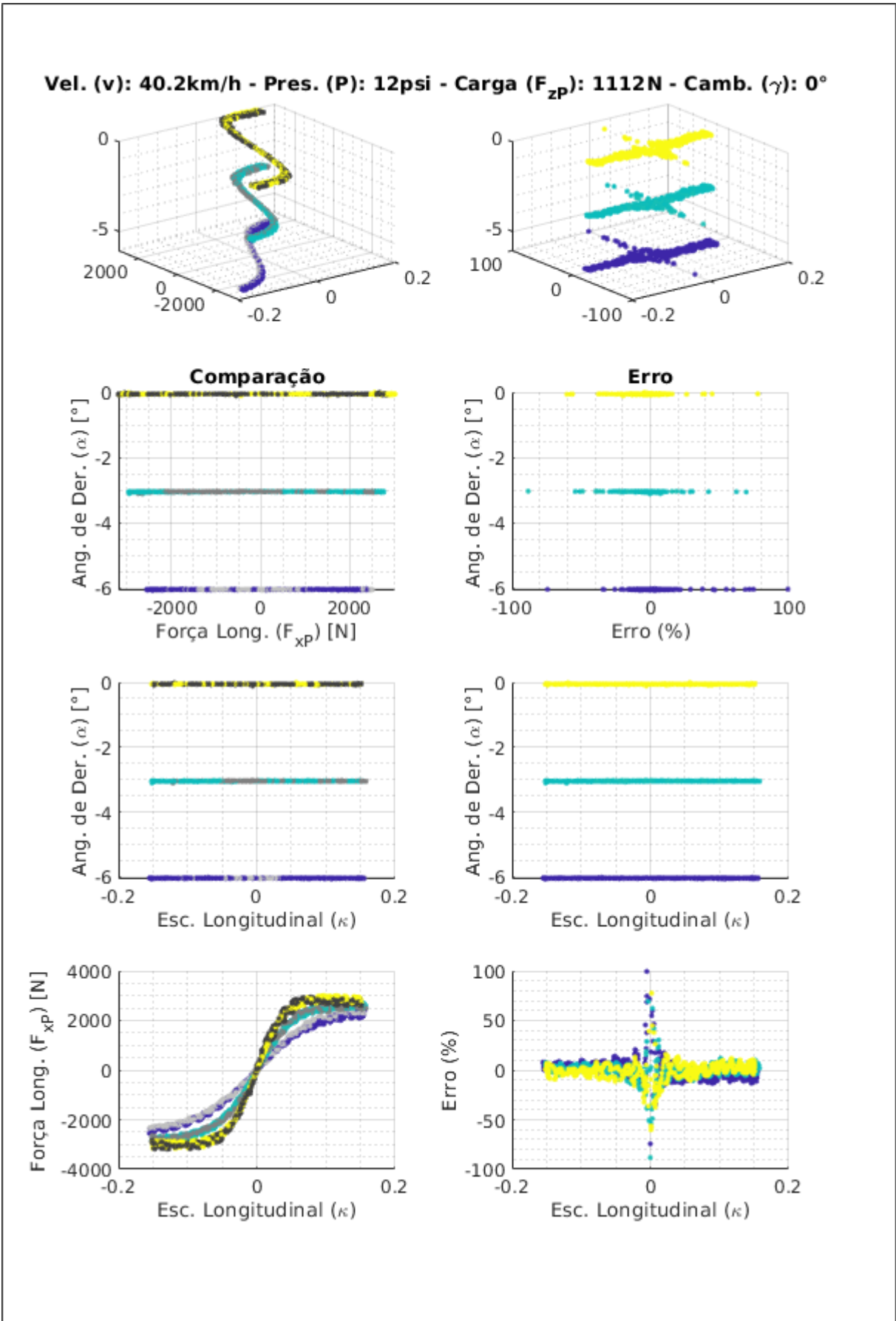


Figura 41: Força Longitudinal x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$  e  $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\gamma = 0^\circ$ ).

#### 4.1.3.4 Força Lateral ( $F_{yP}$ )

A tabela 3 apresenta os parâmetros associados aos erros percentuais obtidos na modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ). Já a tabela 4 (determinada a partir da análise de gráficos gerados a partir da tabela 3) resume as influências de cada parâmetro de pneu sobre os erros associados à modelagem de  $F_{yP}$ . Estas são utilizadas para auxílio nas análises das figuras 42 e 43, levando a conclusões melhor embasadas.

Tabela 3: Parâmetros de Erro da Modelagem de  $F_{yP}$  para  $\kappa = 0$ .

$\gamma$ [°]	$F_{zP}$ [N]	Erro Médio[%]	Desvio Padrão[%]	Erro Máx. [%]	Q. Pts
0	222	-1,11	14,46	169,83	1279
0	445	-0,75	10,88	181,86	1279
0	667	-0,76	10,85	218,50	1279
0	1112	-1,04	5,69	68,31	1279
0	1557	-0,44	4,18	44,48	1277
2	222	-8,60	15,82	201,66	1279
2	445	-5,65	15,00	342,38	1278
2	667	-1,49	13,18	355,49	1278
2	1112	-0,40	7,65	153,74	1278
2	1557	-0,98	6,24	124,03	1277
4	222	-9,43	22,69	410,33	1278
4	445	-4,08	19,91	452,11	1278
4	667	0,46	17,22	449,73	1278
4	1112	0,87	11,53	314,13	1278
4	1557	-1,48	16,30	449,67	1276

Tabela 4: Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) para  $\kappa = 0$ .

Parâmetro:	Erro Médio		Desvio Padrão		Erro Máx.	
	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão
Carga ( $F_{zP}$ ):	-	-	-	s/	-	s/
Camb. ( $\gamma$ ):	+	+	+	s/	+	s/

A figura 42 mostra a influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) na relação entre Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) e o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $F_{zP}$  parece estar bem representada. Analisando-se o gráfico 2-2 (linha 2, coluna 2), nota-se que a dispersão do erro (logo, seu desvio padrão) tende a diminuir com o aumento de  $F_{zP}$ , bem como os centros das nuvens de pontos parecem se aproximar de zero. Ao se analisar os gráficos 1-2 e 4-2, percebe-se que os erros se encontram na faixa de -10% a 20%, exceto pela região central, onde  $\alpha$  e  $F_{yP}$  passam a ser mais próximos de zero.

A tabela 3 mostra que o valor absoluto do erro médio e o desvio padrão diminuem com o aumento da carga vertical (conforme previsto na análise do gráfico 2-2). O valor de erro percentual máximo também é menor para  $F_{zP}$  mais altas.

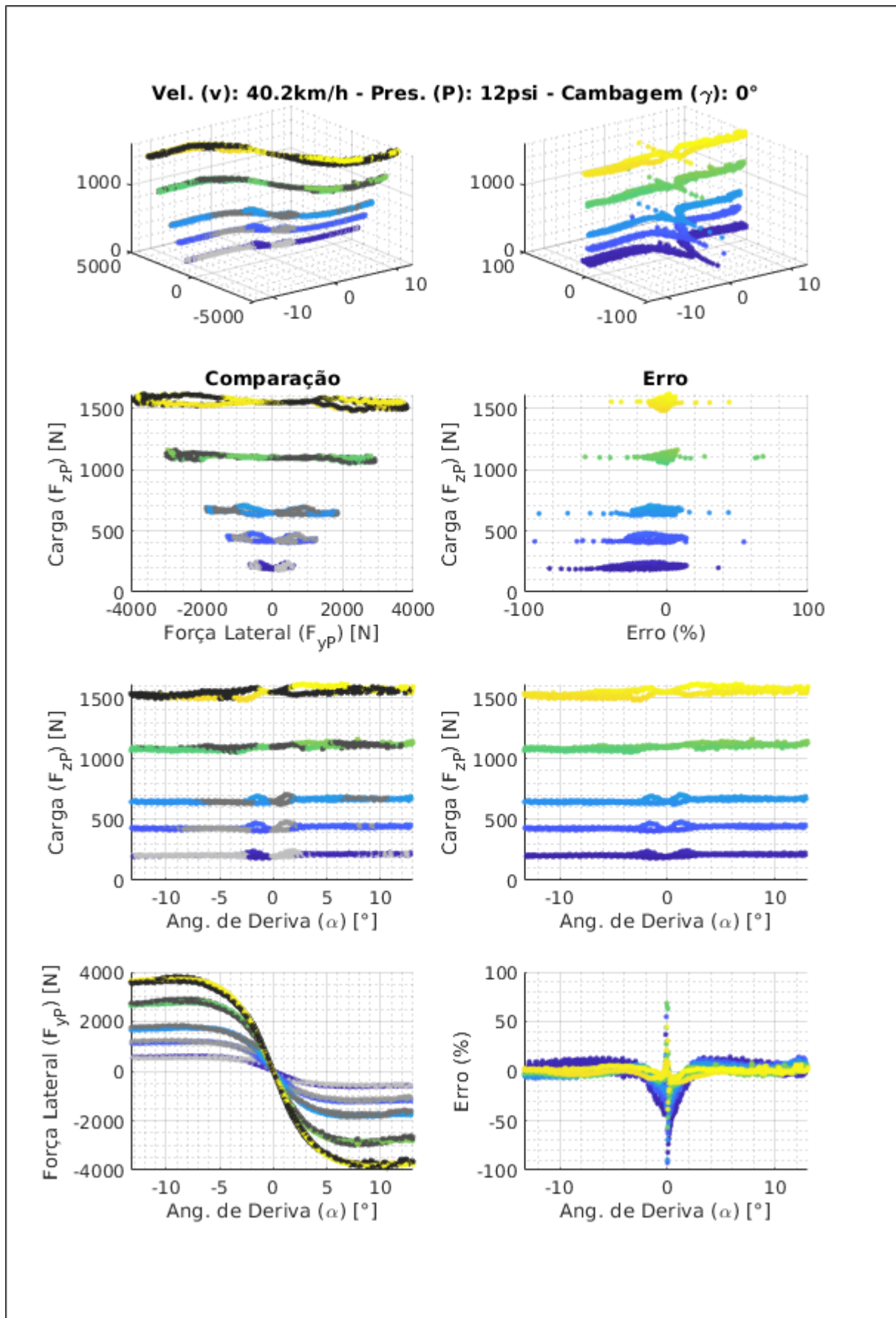


Figura 42: Força Lateral x Ângulo de Deriva para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 445N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\kappa = 0$ ).

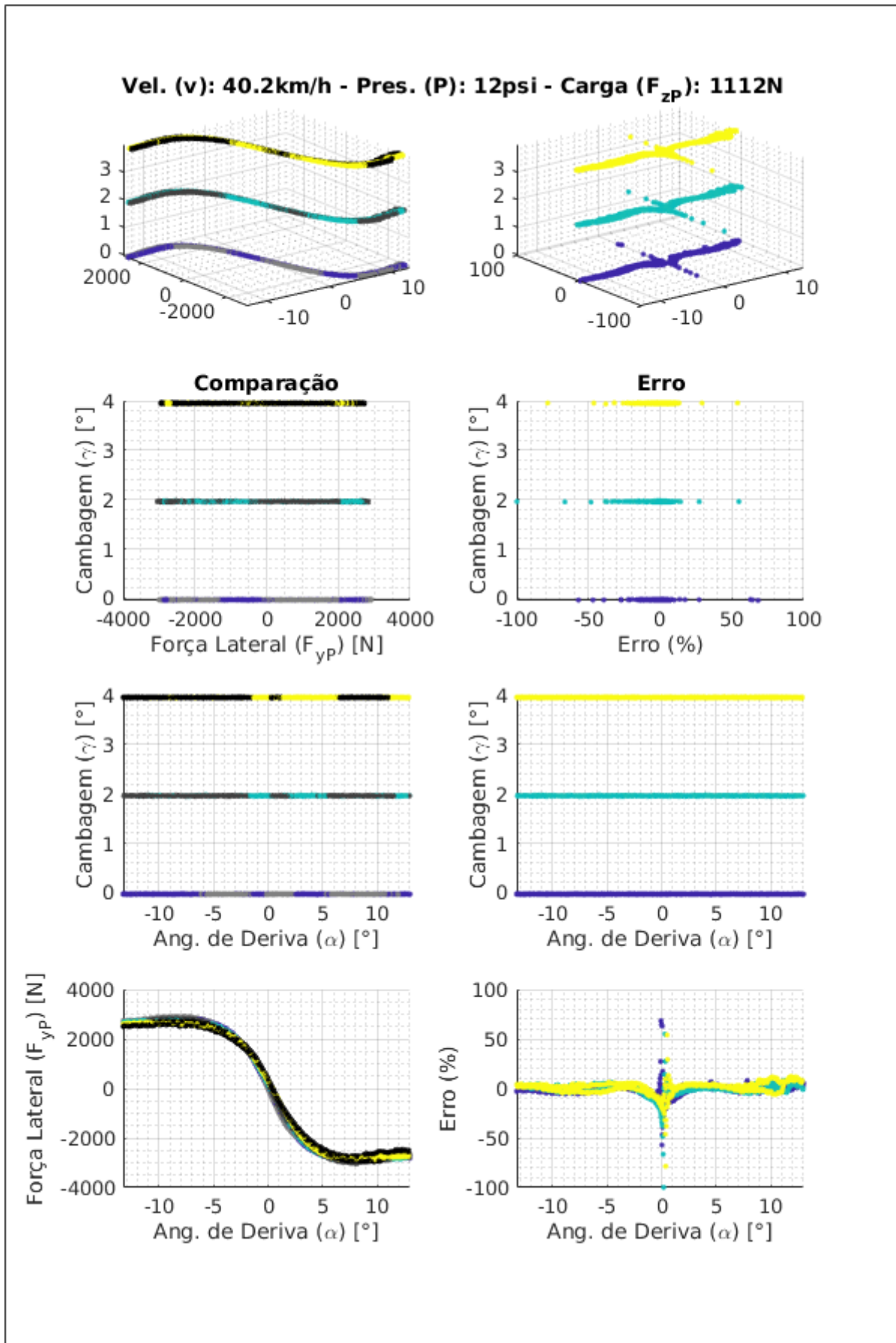


Figura 43: Força Lateral x Ângulo de Deriva para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ$ ,  $2^\circ$  e  $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112 \text{ N}$  e  $\kappa = 0$ ).

Todas as tendências observadas vão de acordo com as tendências gerais presentes na tabela 4. Nela, nota-se também que o aumento de  $F_{zP}$  acarreta numa diminuição da dispersão do erro médio, não exercendo influência sobre as dispersões dos outros parâmetros. Portanto, a qualidade da modelagem melhora com o aumento de  $F_{zP}$ .

A figura 43 mostra a influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) na relação entre Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) e o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $\gamma$  também parece estar bem representada pela modelagem. Analisando-se o gráfico 2-2 (linha 2, coluna 2), nota-se que a dispersão do erro (logo, seu desvio padrão) aumenta e depois diminui com o aumento de  $\gamma$ , bem como o centro da nuvem de pontos para  $\gamma = 2^\circ$  parece ser deslocado para o lado de erro negativo. Ao se analisar os gráficos 1-2 e 4-2, percebe-se um comportamento similar ao observado na figura 42. Os erros se encontram na faixa de  $-10\%$  a  $15\%$ , exceto pela região central, onde  $\alpha$  e  $F_{yP}$  passam a ser mais próximos de zero.

A tabela 3 mostra que todos os parâmetros de erro tendem a aumentar com o aumento de  $\gamma$  (o erro médio se torna mais positivo). Este comportamento não coincide com o observado no gráfico 2-2 e significa que a qualidade da modelagem tende a piorar conforme se aumenta  $\gamma$ .

Todas as tendências observadas vão de acordo com as tendências gerais presentes na tabela 4. Nela, nota-se também que o aumento de  $\gamma$  acarreta numa diminuição da dispersão do erro médio também, não exercendo influência sobre as dispersões dos outros parâmetros. Ao contrário da tendência para  $F_{zP}$ , o aumento de  $\gamma$  resulta numa piora da qualidade da modelagem.

#### 4.1.3.5 Força Lateral do Pneu $F_{yP}$ em Operação Combinada

A tabela 5 apresenta os parâmetros associados aos erros percentuais obtidos na modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em operação combinada. Já a tabela 6 (determinada a partir da análise de gráficos gerados a partir da tabela 5) resume as influências de cada parâmetro de pneu sobre os erros associados à modelagem de  $F_{yP}$ . Estas são utilizadas para auxílio nas análises das figuras 44, 45, 46 e 47; levando a conclusões melhor embasadas.

As figuras 45 e 44 mostram a influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) na relação entre Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Devido à baixa representatividade da influência de ( $F_{zP}$ ) na figura 44, optou-se por se utilizar a figura 45 para avaliação da qualidade da modelagem da influência de  $F_{zP}$  sobre  $F_{yP}$  em operação combinada, uma vez que esta é mais clara nos gráficos apresentados. O comportamento presente na figura 44 foi explicado na subseção 4.1.3.2.

A figura 45 mostra a influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) na relação entre Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Os gráficos da coluna

Tabela 5: Parâmetros de Erro da Modelagem de  $F_{yP}$  em Operação Combinada.

$\alpha$ [°]	$\gamma$ [°]	$F_{zP}$ [N]	Erro Medio [%]	Desvio Padrão [%]	Erro Maximo [%]
0	0	222	-37,83	57,06	191,00
0	0	667	-28,80	80,74	349,27
0	0	1112	-44,31	105,71	514,66
0	0	1557	-71,19	105,24	546,00
0	2	222	-28,79	80,67	278,27
0	2	667	20,82	54,80	245,75
0	2	1112	-4,79	25,22	113,77
0	2	1557	2,52	27,74	115,17
0	4	222	0,69	90,21	367,47
0	4	667	3,19	44,24	183,64
0	4	1112	-6,43	30,54	88,30
0	4	1557	1,17	26,72	82,86
-3	0	222	-2,99	21,49	55,31
-3	0	667	3,31	9,75	29,85
-3	0	1112	7,02	7,96	24,57
-3	0	1557	4,84	9,25	26,25
-3	2	222	-6,13	17,51	41,28
-3	2	667	2,83	6,85	20,14
-3	2	1112	2,44	5,37	14,06
-3	2	1557	0,55	5,10	12,31
-3	4	222	-6,11	15,55	41,55
-3	4	667	-0,76	6,30	21,65
-3	4	1112	-0,95	5,82	15,93
-3	4	1557	-3,03	5,41	14,02
-6	0	222	-6,98	19,68	43,05
-6	0	667	0,44	7,97	18,59
-6	0	1112	2,93	5,83	16,79
-6	0	1557	3,26	5,51	13,22
-6	2	222	-5,43	18,13	40,32
-6	2	667	2,52	7,83	24,65
-6	2	1112	2,12	5,55	18,04
-6	2	1557	0,84	4,76	12,50
-6	4	222	-2,71	17,98	40,28
-6	4	667	2,61	7,72	24,15
-6	4	1112	1,12	5,75	16,42
-6	4	1557	-0,53	5,32	12,81

Tabela 6: Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Operação Combinada.

Parâmetro:	Erro Médio		Desvio Padrão		Erro Máx.	
	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão
Carga ( $F_{zP}$ ):	s/	s/	-	-	-	-
Camb. ( $\gamma$ ):	-	-	-	s/	-	s/
Der. ( $\alpha$ ):	-	-	-	-	-	-

Vel. (v): 40.2km/h - Pres. (P): 12psi - Camb. ( $\gamma$ ): 0° - Ang. de Deriva ( $\alpha$ ): 0°

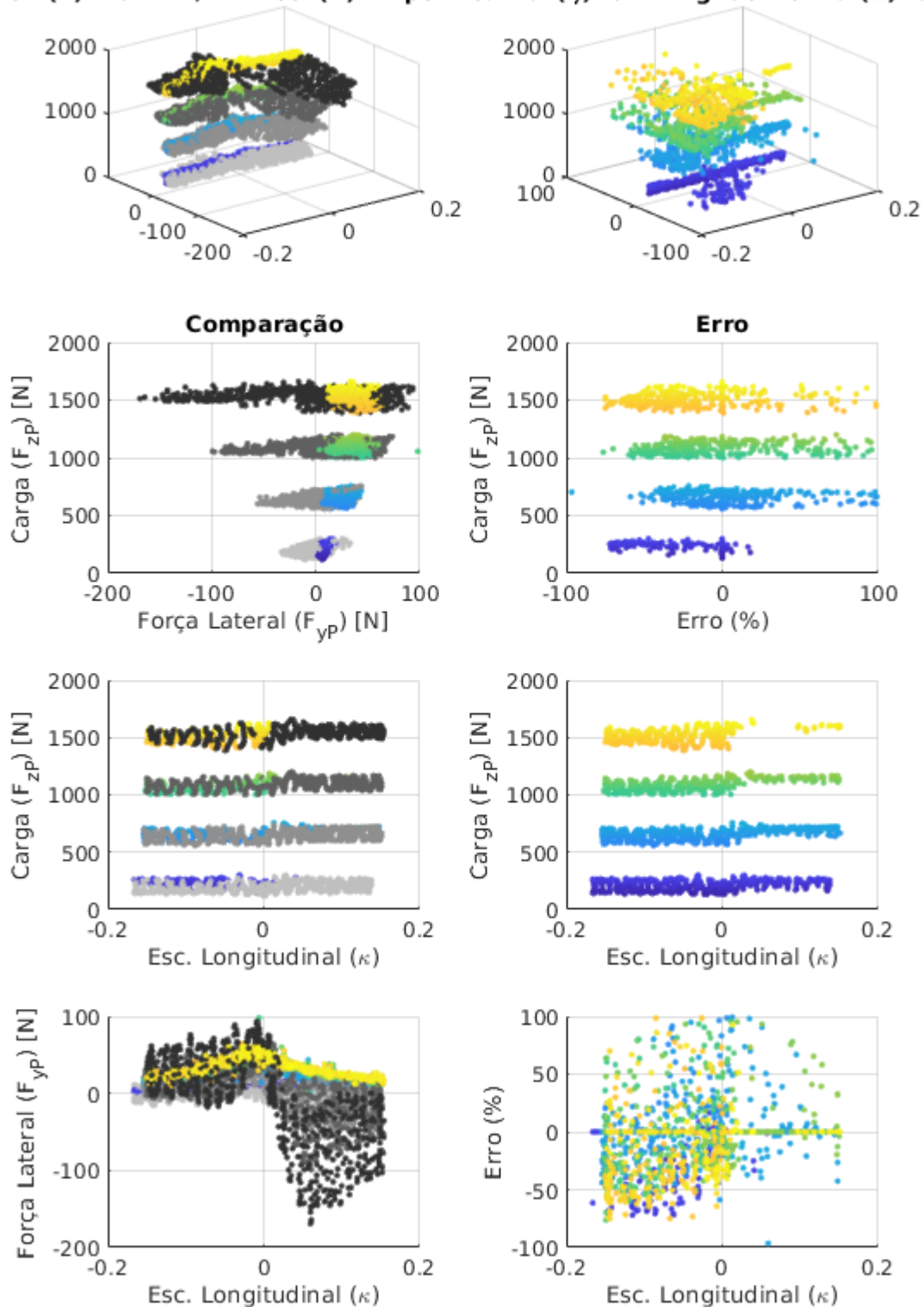


Figura 44: Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).



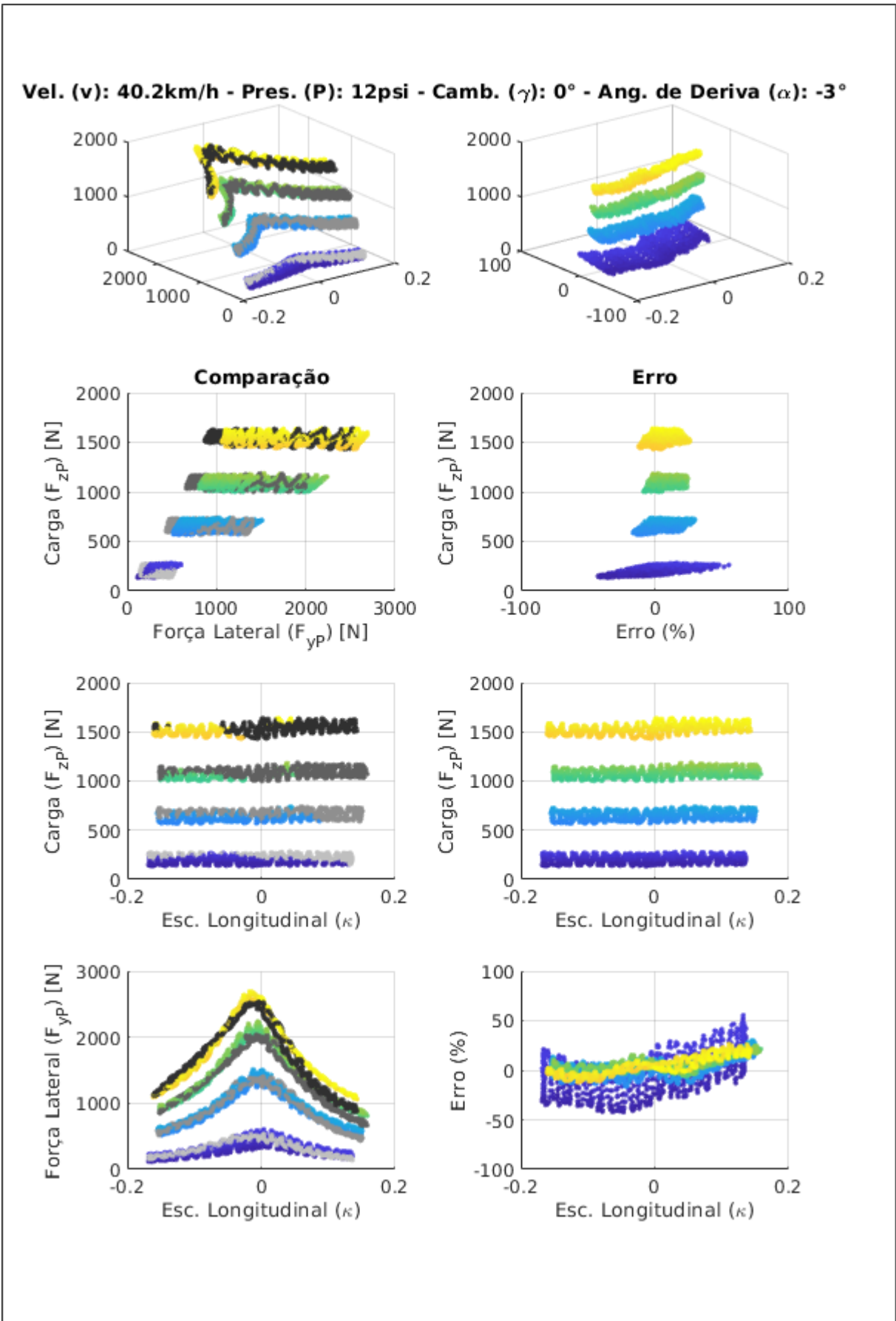


Figura 45: Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\alpha = -3^\circ$ ).

1 mostram que a influência de  $F_{zP}$  parece possuir um baixo nível de incoerência, com os resultados do modelo, sendo predominantemente menores que os dados para  $\kappa < 0$  e  $F_{zP}$  igual à 222 N e 1557 N. Existe também uma tendência do modelo de superestimar  $F_{yP}$  para  $\kappa \geq 0$ , sendo esta mais evidente nos picos e para os valores mais extremos de  $\kappa$ . Analisando-se o gráfico 2-2 (linha 2, coluna 2), nota-se que a dispersão do erro (logo, seu desvio padrão) tende a diminuir com o aumento de  $F_{zP}$ , bem como os centros das nuvens de pontos tendem a se deslocar para valores mais positivos. Ao se analisar os gráficos 1-2, 2-2 e 4-2 em conjunto; a tendência da variação de erro com  $\kappa$  observada é confirmada, com os erros se encontrando na faixa de  $-20\%$  a  $30\%$ , exceto para a carga de  $222N$ , quando faixa se expande para  $-50\%$  a  $60\%$ .

A tabela 5 mostra que o valor absoluto do erro médio oscila sem uma tendência clara, enquanto que o desvio padrão diminui com o aumento de  $F_{zP}$  (conforme previsto na análise do gráfico 2-2). O valor de erro percentual máximo também é menor para  $F_{zP}$  mais altas.

Todas as tendências observadas vão de acordo com as tendências gerais presentes na tabela 6. Nota-se também que as dispersões possuem as mesmas tendências dos valores absolutos. Portanto, há uma melhora da qualidade do modelo com o aumento da carga vertical.

A figura 46 mostra a influência da Carga Vertical do Pneu ( $\gamma$ ) na relação entre Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $\gamma$  parece ser de piora da qualidade do modelo para os valores mais extremos. Para  $\gamma = 0$ , a modelagem superestima os valores de  $F_{yP}$  para  $\kappa > 0$ . Já para os outros valores de  $\gamma$ , a modelagem parece retornar resultados superestimados, exceto para os valores de  $\kappa$  mais extremos para o lado negativo, quando o modelo superestima  $F_{yP}$ . Analisando-se o gráfico 2-2 (linha 2, coluna 2), nota-se que a dispersão do erro tende a se manter, enquanto que os centros das nuvens de pontos tendem a se deslocar para valores mais positivos com o aumento de  $F_{zP}$ . Ao se analisar os gráficos 1-2, 2-2 e 4-2 em conjunto; a tendência da variação de erro com  $\kappa$  observada é confirmada, com os erros se encontrando na faixa de  $-50\%$  a  $100\%$ , exceto para a carga de  $222N$ , quando faixa se expande para valores fora da escala do gráfico.

A tabela 5 mostra que os valores de todos os parâmetros de erro inicialmente diminuem muito e depois aumentam pouco com o aumento de  $\gamma$  (conforme previsto na análise do gráfico 2-2). Todas as tendências observadas vão de acordo com as tendências gerais presentes na tabela 6. Nota-se também que a dispersão dos erros médios também diminuem com o aumento de  $\gamma$ , enquanto que as outras não sofrem alteração significativa. Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem é melhor para maiores valores de  $\gamma$ .

A figura 47 mostra a influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) na relação entre Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $F_{zP}$  parece possuir um nível razoável de coerência, a menos

Vel. (v): 40.2km/h - Pres. (P): 12psi - Carga ( $F_{zP}$ ): 1112N - Ang. de Der. ( $\alpha$ ): 0°

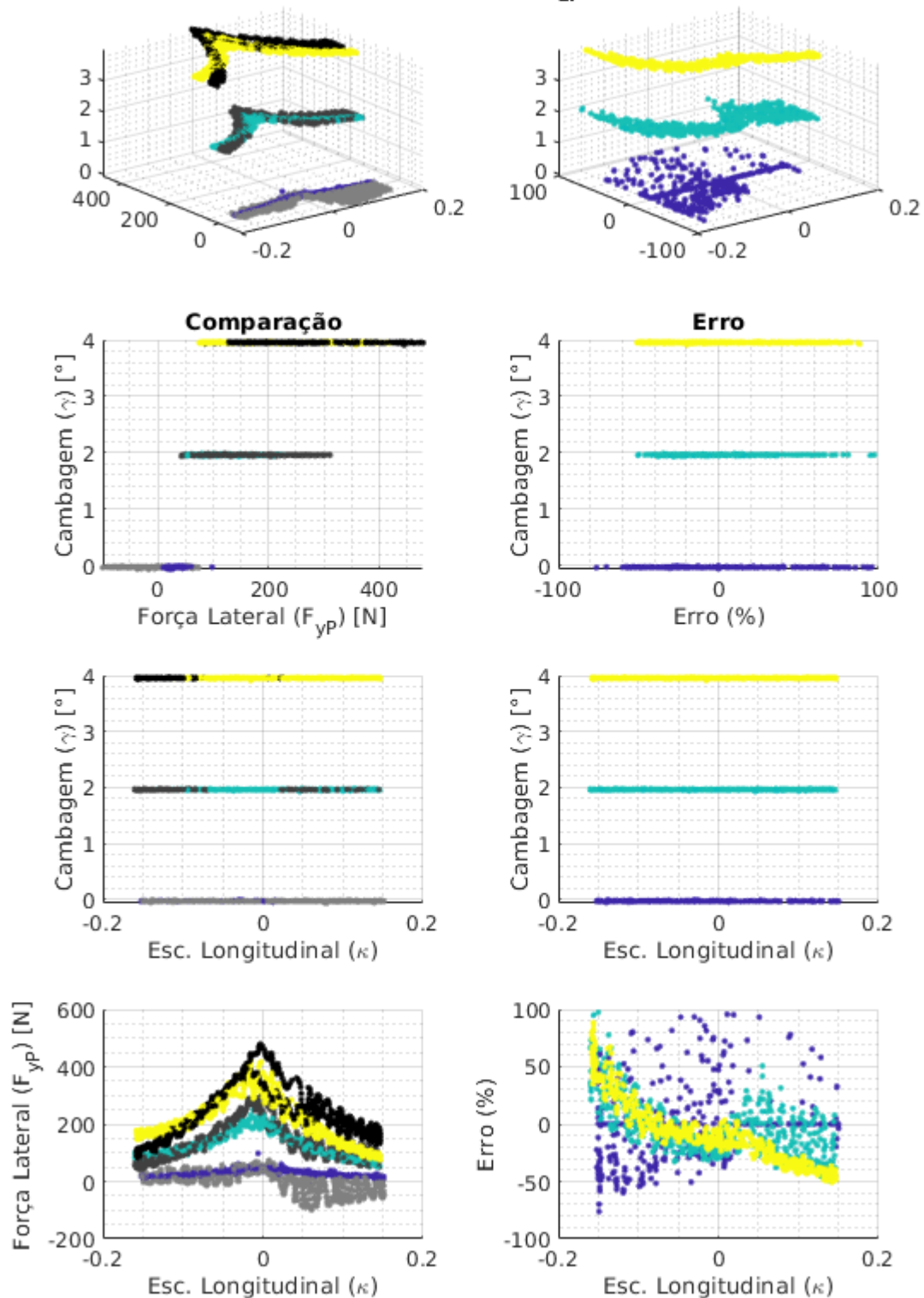


Figura 46: Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$  e  $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).

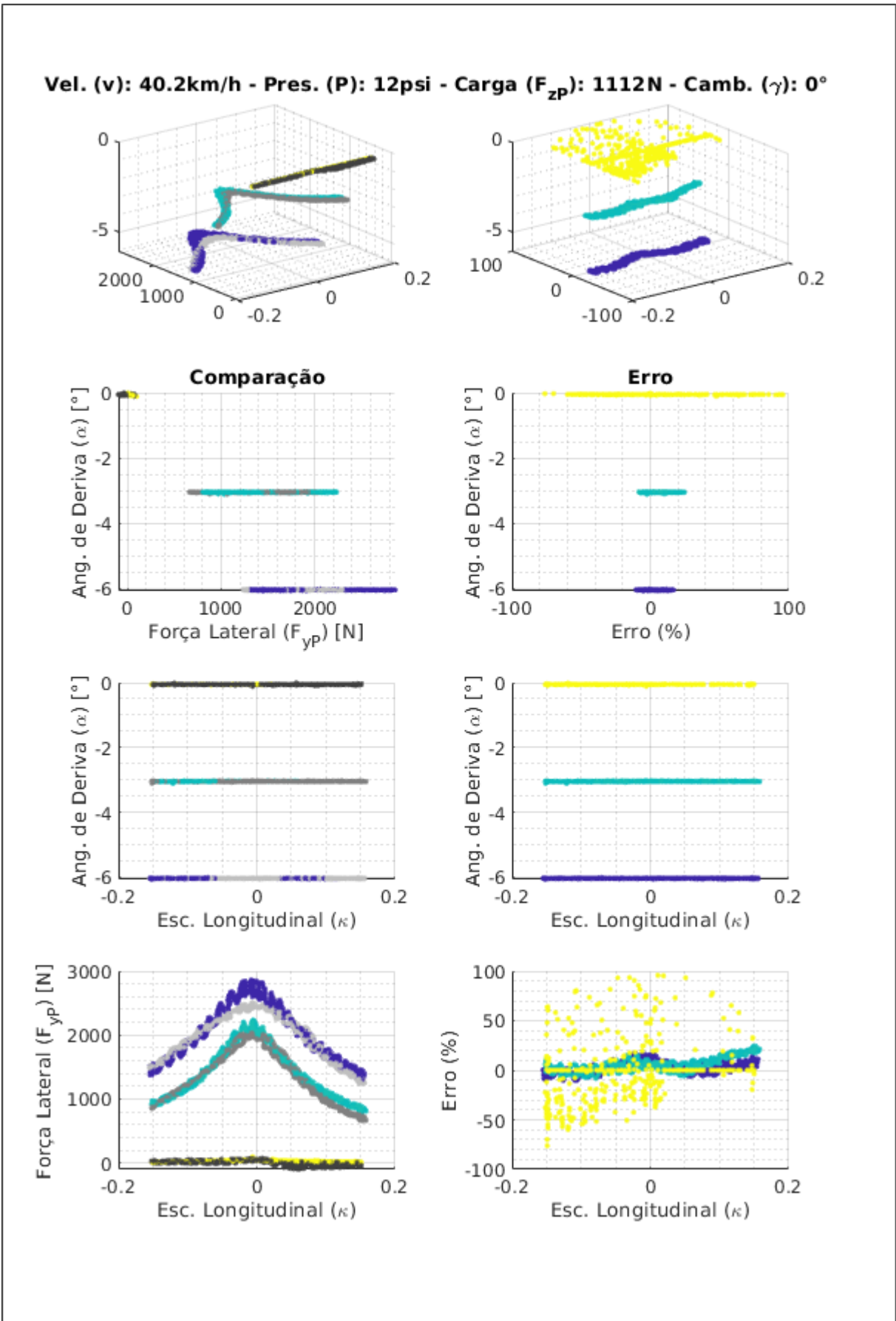


Figura 47: Força Lateral x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$  e  $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\gamma = 0^\circ$ ).

para  $\kappa$  próximo de zero, onde  $F_{yP}$  é superestimada pela modelagem. Isso ocorre pois, na modelagem, a região em questão sofre mais influência do teste do tipo *Alpha sweep* que dos outros, onde a magnitude de  $F_{yP}$  sofre a influência de efeitos transientes associados à variação de  $\kappa$ . Para valores mais positivos de  $\kappa$ , o modelo também superestima  $F_{yP}$ , porém em menor intensidade. Analisando-se o gráfico 2-2 (linha 2, coluna 2), nota-se que a dispersão do erro (logo, seu desvio padrão) tende a diminuir com o aumento de  $F_{zP}$ , bem como os centros das nuvens de pontos tendem a se deslocar para valores mais próximos de zero. Ao se analisar os gráficos 1-2, 2-2 e 4-2 em conjunto; a tendência da variação de erro com  $\kappa$  observada é confirmada, com os erros se encontrando na faixa de  $-15\%$  a  $30\%$ , exceto para a carga de  $\alpha = 0$ , quando faixa se expande para  $-60\%$  a  $100\%$ .

A tabela 5 mostra que os valores de todos os parâmetros de erro diminuem com o aumento do valor absoluto de  $\alpha$  (conforme previsto na análise do gráfico 2-2). Essas tendências estão de acordo com as tendências gerais presentes na tabela 6. Também ocorre diminuição das dispersões dos valores dos parâmetros de erro. Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem é melhor para maiores valores absolutos de  $\alpha$ .

#### 4.1.3.6 Momento de Giro $M_{xP}$

A tabela 7 apresenta os parâmetros associados aos erros percentuais obtidos na modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ). Já a tabela 8 (determinada a partir da análise de gráficos gerados a partir da tabela 7) resume as influências de cada parâmetro de pneu sobre os erros associados à modelagem de  $M_{xP}$ . Estas são utilizadas para auxílio nas análises das figuras 48 e 49, levando a conclusões melhor embasadas.

A figura 48 mostra a influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) na relação entre o Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) e o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $F_{zP}$  parece ter uma representação razoável, havendo pequenas diferenças para mais e/ou para menos em cada curva. Analisando-se o gráfico 2-2 (linha 2, coluna 2), nota-se que a dispersão do erro (logo, seu desvio padrão) tende a diminuir com o aumento de  $F_{zP}$ , bem como os centros das nuvens de pontos parecem se encontrar em valores mais positivos. Ao se analisar os gráficos 1-2 e 4-2, percebe-se que os erros se encontram dispersos ao longo de todo o gráfico. Conforme  $F_{zP}$  aumenta, a faixa se reduz até de  $-10\%$  a  $30\%$ , exceto pela região central, onde  $\alpha$  e  $M_{xP}$  passam a ser mais próximos de zero.

A tabela 7 mostra que os valores de todos os parâmetros de erro diminuem com o aumento de  $F_{zP}$  (conforme previsto na análise do gráfico 2-2). A única tendência que não está de acordo com as tendências gerais da tabela 8 é a de erro máximo, que tende a aumentar com o aumento de  $F_{zP}$ . Nota-se também que a dispersão dos erros médios diminuem com o aumento de  $F_{zP}$ , enquanto que as outras não sofrem alteração significativa. Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem é melhor para maiores valores de  $F_{zP}$ .

Tabela 7: Parâmetros de Erro da Modelagem de  $M_{xP}$  para  $\kappa = 0$ .

$\gamma$ [°]	$F_{zP}$ [N]	Erro Médio[%]	Desvio Padrão[%]	Erro Máx. [%]	Q. Pts
0	222	-63,91	77,23	312,31	1279
0	445	30,78	133,71	905,46	1279
0	667	13,46	43,76	338,99	1279
0	1112	7,95	18,63	295,65	1279
0	1557	8,13	14,89	258,87	1277
2	222	21,82	54,03	388,42	1279
2	445	0,96	49,64	369,49	1278
2	667	2,07	89,58	589,27	1278
2	1112	8,46	40,39	586,08	1278
2	1557	4,04	32,03	420,12	1277
4	222	27,64	32,09	218,08	1278
4	445	17,57	23,99	197,53	1278
4	667	0,03	30,87	522,97	1278
4	1112	6,01	112,58	1.729,98	1278
4	1557	-0,06	39,67	659,80	1276

Tabela 8: Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).

Parâmetro:	Erro Médio		Desvio Padrão		Erro Máx.	
	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão
Carga ( $F_{zP}$ ):	-	-	-	s/	+	s/
Camb. ( $\gamma$ ):	+	-	-	s/	+	+

A figura 49 mostra a influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) na relação entre o Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) e o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $F_{zP}$  parece ser bem representada para  $\alpha < 0$ . Já para  $\alpha > 0$  a influência passa a ser levemente superestimada, até os valores mais extremos, onde esse efeito aumenta. Ao se analisar os gráficos 1-2 e 4-2, nota-se que a dispersão do erro (logo, seu desvio padrão) tende a diminuir com o aumento de  $\gamma$  e que os erros se encontram na faixa de  $\pm 30\%$  para  $M_{xP} < 0$ , enquanto que para  $M_{xP} > 0$  a tendência é que o erro se mantenha positivo. Nesse último caso, os erros parecem reduzir para valores intermediários de  $\alpha$ , manifestando então a tendência de aumento para valores mais extremos de  $\alpha$ . Quando  $M_{xP}$  se aproxima de zero, o erro tende a crescer.

A tabela 7 mostra que os valores de todos o desvio padrão e o erro máximo aumentam com o aumento de  $\gamma$ , o que é incoerente com o observado graficamente. O erro médio, por sua vez, oscila de maneira a não sofrer influência significativa. Com relação às tendências gerais presentes na tabela 8, há discrepância entre o observado para o erro médio e o desvio padrão. Nesses casos, o erro médio mostra aumento e o desvio padrão diminuição. A dispersão do erro médio diminui, enquanto que a dispersão do desvio padrão não sofre alteração e a do erro máximo aumenta. Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem da influência de  $\gamma$  é razoável.

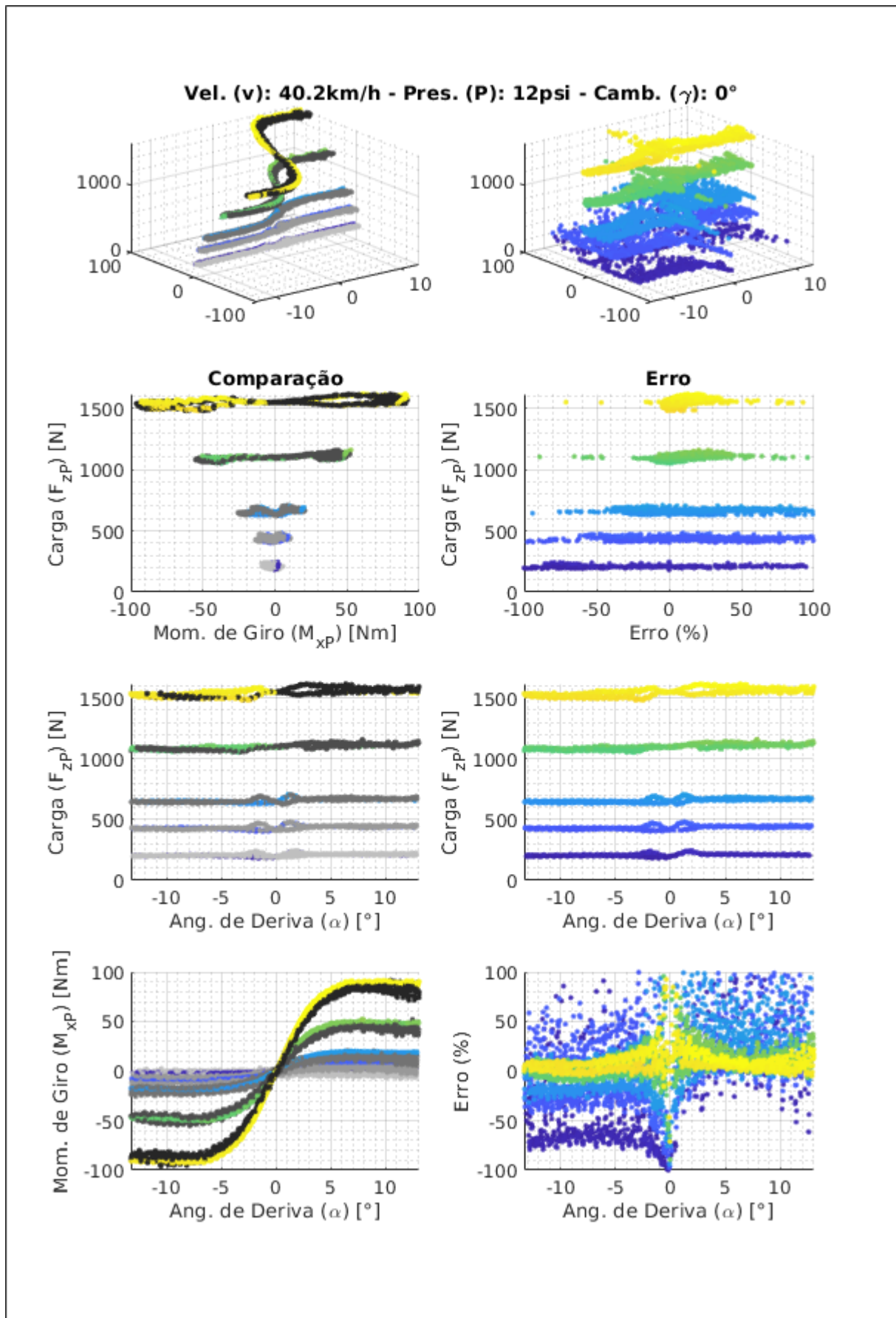


Figura 48: Momento de Giro x Ângulo de Deriva para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 445N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\kappa = 0$ ).

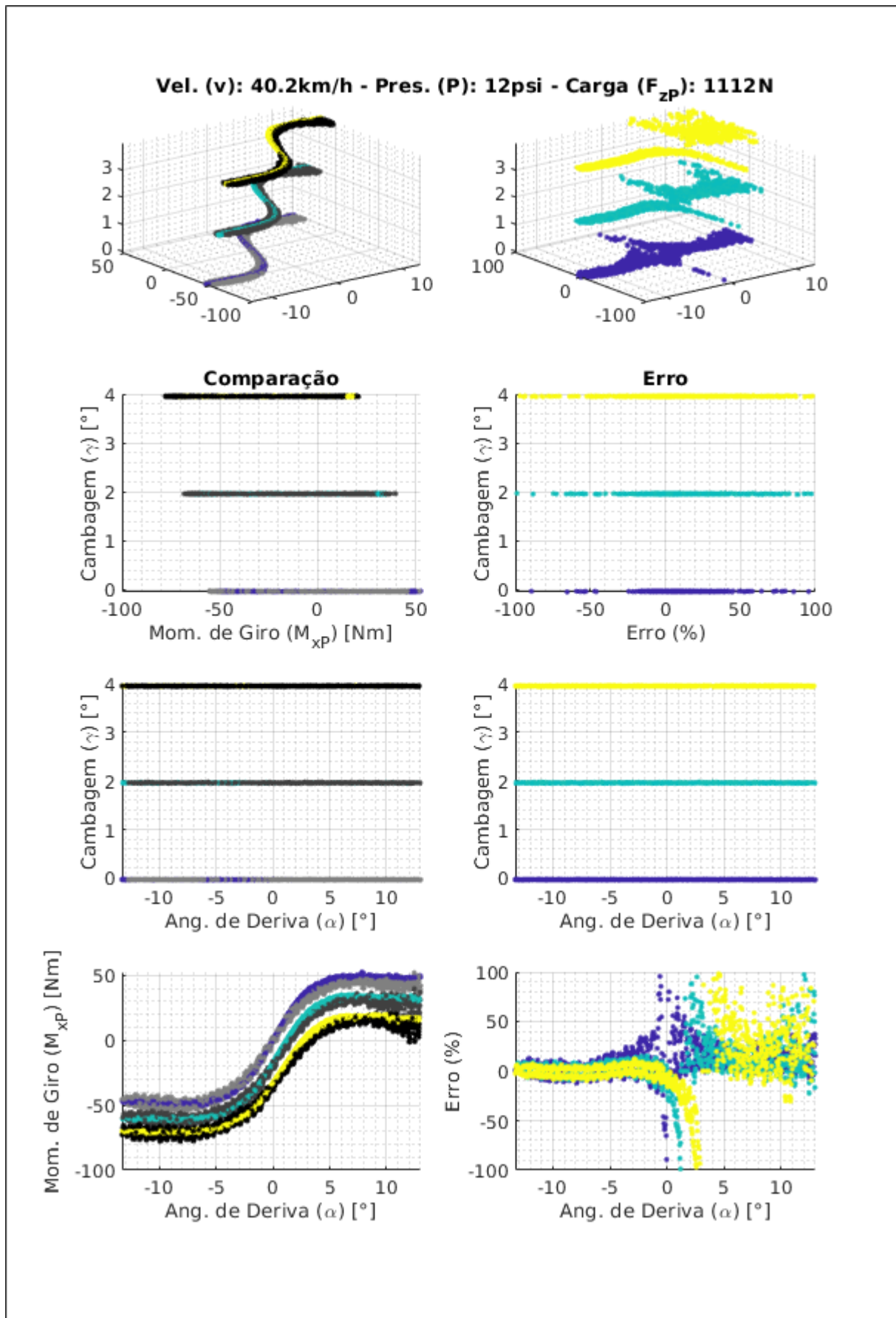


Figura 49: Momento de Giro x Ângulo de Deriva para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$  e  $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\kappa = 0$ ).



#### 4.1.3.7 Momento de Giro $M_{xP}$ em Operação Combinada

A tabela 9 apresenta os parâmetros associados aos erros percentuais obtidos na modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em operação combinada. Já a tabela 10 (determinada a partir da análise de gráficos gerados a partir da tabela 9) resume as influências de cada parâmetro de pneu sobre os erros associados à modelagem de  $M_{xP}$ . Estas são utilizadas para auxílio nas análises das figuras 50, 51, 52 e 53; levando a conclusões melhor embasadas.

As figuras 50 e 51 mostram a influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) na relação entre o Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Na figura 50, os gráficos da coluna 1 mostram que a modelagem assume que  $M_{xP}$  é independente de  $F_{zP}$  para qualquer que seja o valor de  $\kappa$ . Observa-se também que há uma alta dispersão e uma leve assimetria dos dados experimentais que não são representados pela modelagem, o que é refletido nos gráficos da coluna 2. Os erros tendem a ser tão altos que saem da escala do gráfico. Portanto, optou-se por se utilizar a figura 45 para avaliação da qualidade da modelagem da influência de  $F_{zP}$  sobre  $M_{xP}$  em operação combinada. Os motivos das observações feitas na análise da figura 50 ocorrerem foram explicitados na subseção 4.1.3.2.

Os gráficos da coluna 1 da figura 51 mostram que a influência de  $F_{zP}$  parece ser um pouco subestimada. Analisando-se o gráfico 2-2 (linha 2, coluna 2), nota-se que o erro mínimo passa a ser menos negativo com o aumento de  $F_{zP}$ , bem como os centros das nuvens de pontos. Ao se analisar os gráficos 1-2, 2-2 e 4-2 em conjunto; a tendência da variação de erro com  $\kappa$  observada é confirmada, sendo que a magnitude dos erros são menores, em módulo, para valores absolutos de  $\kappa$  mais próximos de zero.

A tabela 9 mostra que há variação significativa do erro médio apenas para a carga mais alta, sendo que o desvio padrão do erro e o erro máximo tendem a aumentar com o aumento de  $F_{zP}$ . Já a tabela 10 indica que a tendência geral do erro médio é de diminuir com tal aumento. As outras duas tendências estão de acordo com a observada pela tabela 9. Com relação às dispersões, há aumento nas dispersões do erro médio e do erro máximo, enquanto que não há influência sobre a dispersão do desvio padrão. Portanto, há uma piora da qualidade do modelo com o aumento da carga vertical.

A figura 52 mostra a influência da Carga Vertical do Pneu ( $\gamma$ ) na relação entre Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). O comportamento dos dados experimentais ilustrados na coluna 1 mostra que esta se dá através da diminuição dos valores de todos os pontos com o aumento de  $\gamma$ . Observa-se pela coluna 2 que o erro tende a diminuir em magnitude com o aumento de  $\gamma$ .

A tabela 9 mostra que os valores de desvio padrão e erro máximo tendem a aumentar com o aumento de  $\gamma$ . Já o erro médio sofre uma diminuição, porém com valores ainda muito altos (a menor magnitude é de 42,11%). Todas as tendências observadas vão de acordo com as tendências gerais presentes na tabela 10. Nota-se também que a disper-

Tabela 9: Parâmetros de Erro da Modelagem de  $M_{xP}$  para  $\alpha$  constante.

$\alpha$ [°]	$\gamma$ [°]	$F_{zP}$ [N]	Erro Médio[%]	Desvio Padrão[%]	Erro Máx. [%]	Q. Pts
0	0	222	-98,85	10,80	111,10	693
0	0	667	-98,43	12,74	106,03	674
0	0	1112	-97,31	16,43	123,35	648
0	0	1557	-99,55	11,24	165,17	665
0	2	222	-105,72	110,45	778,43	631
0	2	667	-104,79	179,58	1.343,18	683
0	2	1112	-100,49	256,38	1.746,31	608
0	2	1557	-115,58	285,67	2.416,14	638
0	4	222	-91,65	226,71	1.603,90	640
0	4	667	-81,79	404,18	2.486,46	672
0	4	1112	-42,11	472,87	3.101,23	676
0	4	1557	57,51	540,68	3.528,10	661
-3	0	222	-99,82	16,61	167,88	716
-3	0	667	-93,71	144,00	1.193,86	701
-3	0	1112	-93,23	458,44	3.625,53	723
-3	0	1557	12,62	339,04	2.782,98	678
-3	2	222	-101,21	129,12	935,30	707
-3	2	667	-109,96	376,21	2.385,18	721
-3	2	1112	33,65	404,52	2.982,66	712
-3	2	1557	62,14	262,13	3.703,35	679
-3	4	222	-92,55	252,42	1.824,48	642
-3	4	667	1,45	567,06	3.460,88	676
-3	4	1112	35,51	131,75	1.841,96	603
-3	4	1557	17,70	66,34	360,60	686
-6	0	222	-100,20	23,86	237,21	665
-6	0	667	-98,56	176,79	1.277,62	703
-6	0	1112	44,90	616,44	3.664,53	726
-6	0	1557	60,39	226,93	3.213,60	718
-6	2	222	-104,23	140,00	1.011,81	662
-6	2	667	-88,14	406,72	2.306,97	677
-6	2	1112	60,86	175,96	1.443,89	721
-6	2	1557	17,46	58,51	249,41	719
-6	4	222	-104,92	238,25	1.842,08	679
-6	4	667	121,40	590,13	3.882,71	643
-6	4	1112	24,03	79,86	292,43	686
-6	4	1557	9,71	44,43	121,25	662

Tabela 10: Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Operação Combinada.

Parâmetro:	Erro Médio		Desvio Padrão		Erro Máx.	
	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão
Carga ( $F_{zP}$ ):	-	+	+	s/	+	+
Camb. ( $\gamma$ ):	-	-	+	s/	+	s/
Der. ( $\alpha$ ):	-	+	+	+	+	+

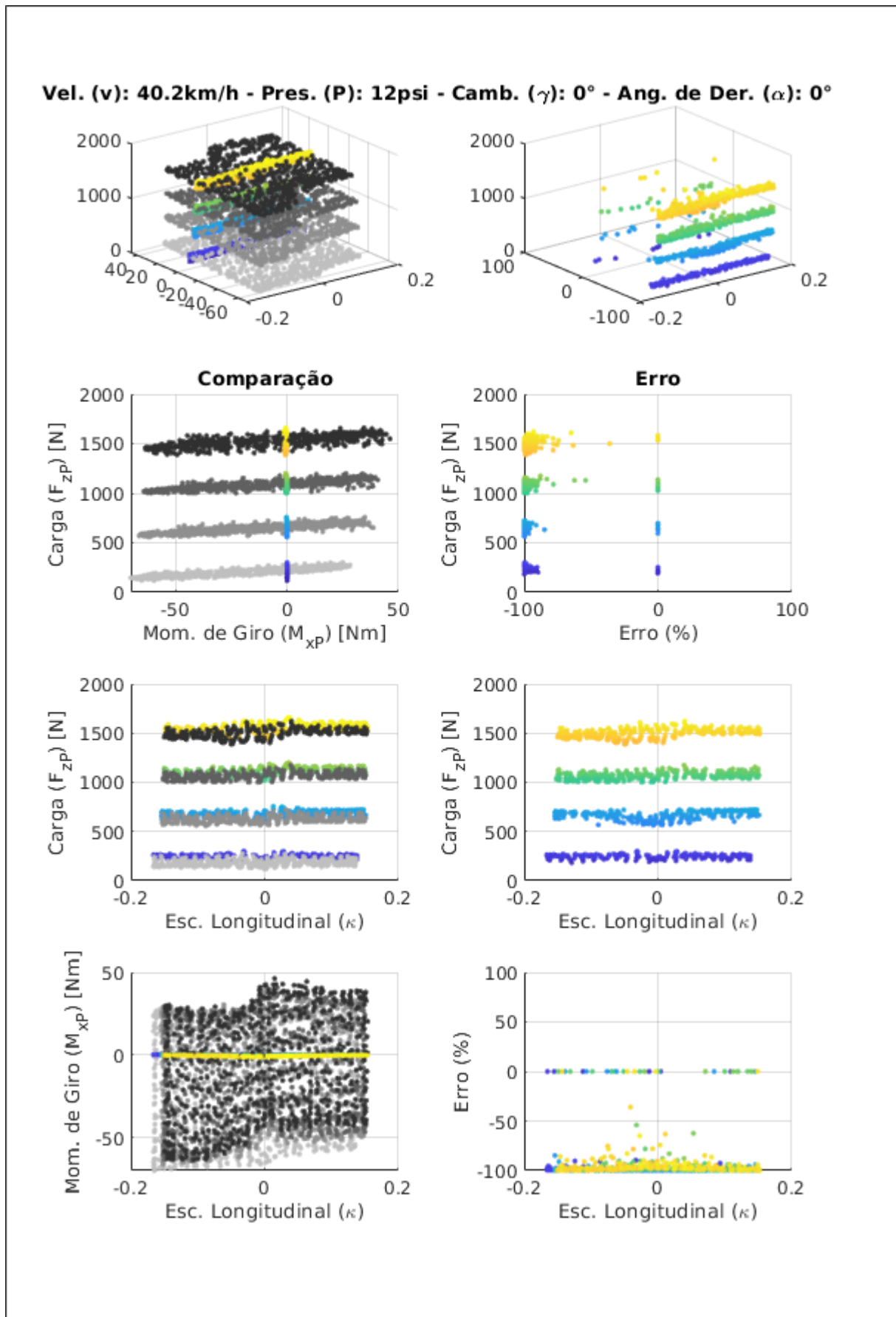


Figura 50: Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).

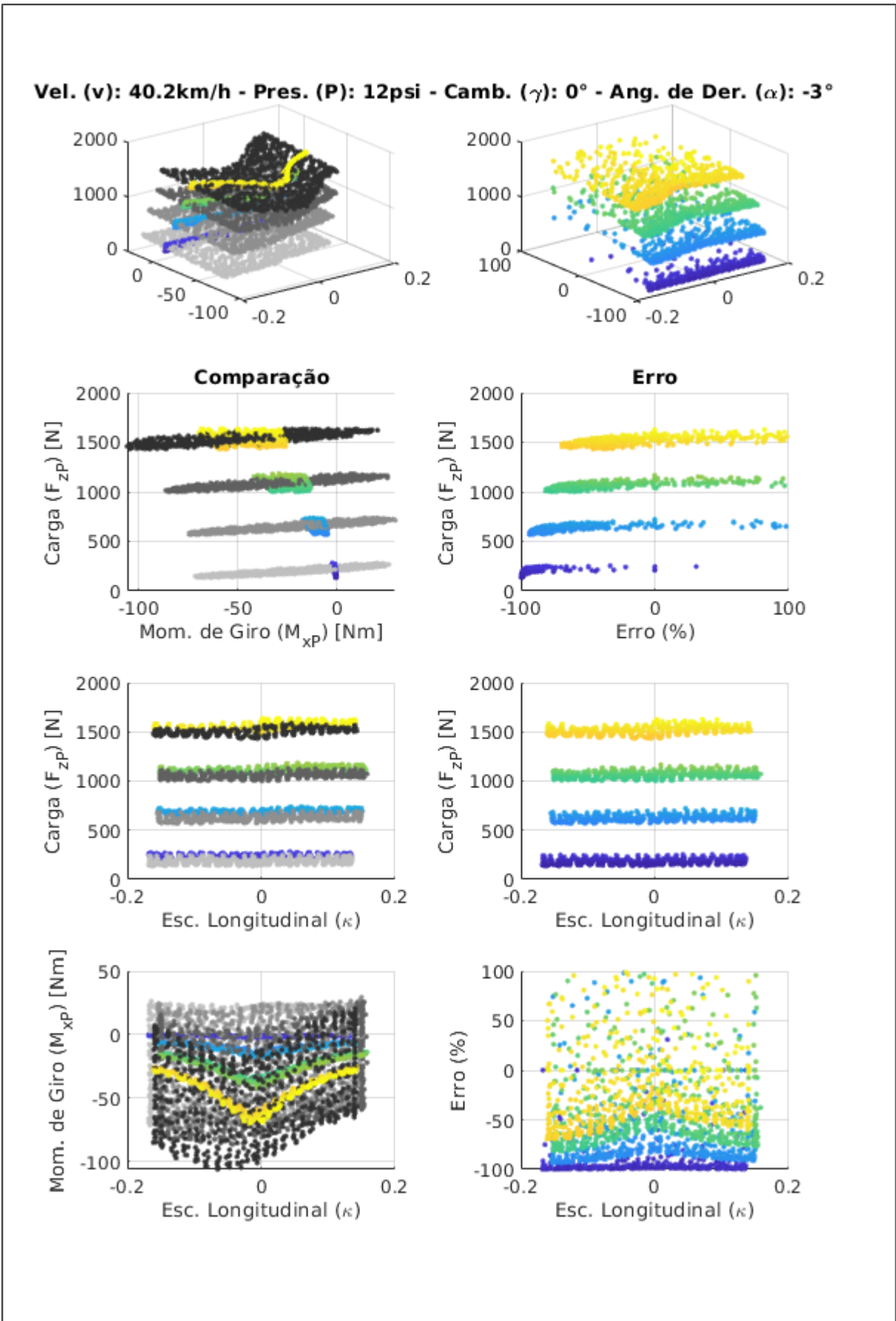


Figura 51: Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\alpha = -3^\circ$ ).

Vel. (v): 40.2km/h - Pres. (P): 12psi - Carga ( $F_{zP}$ ): 1112N - Ang. de Der. ( $\alpha$ ):  $0^\circ$

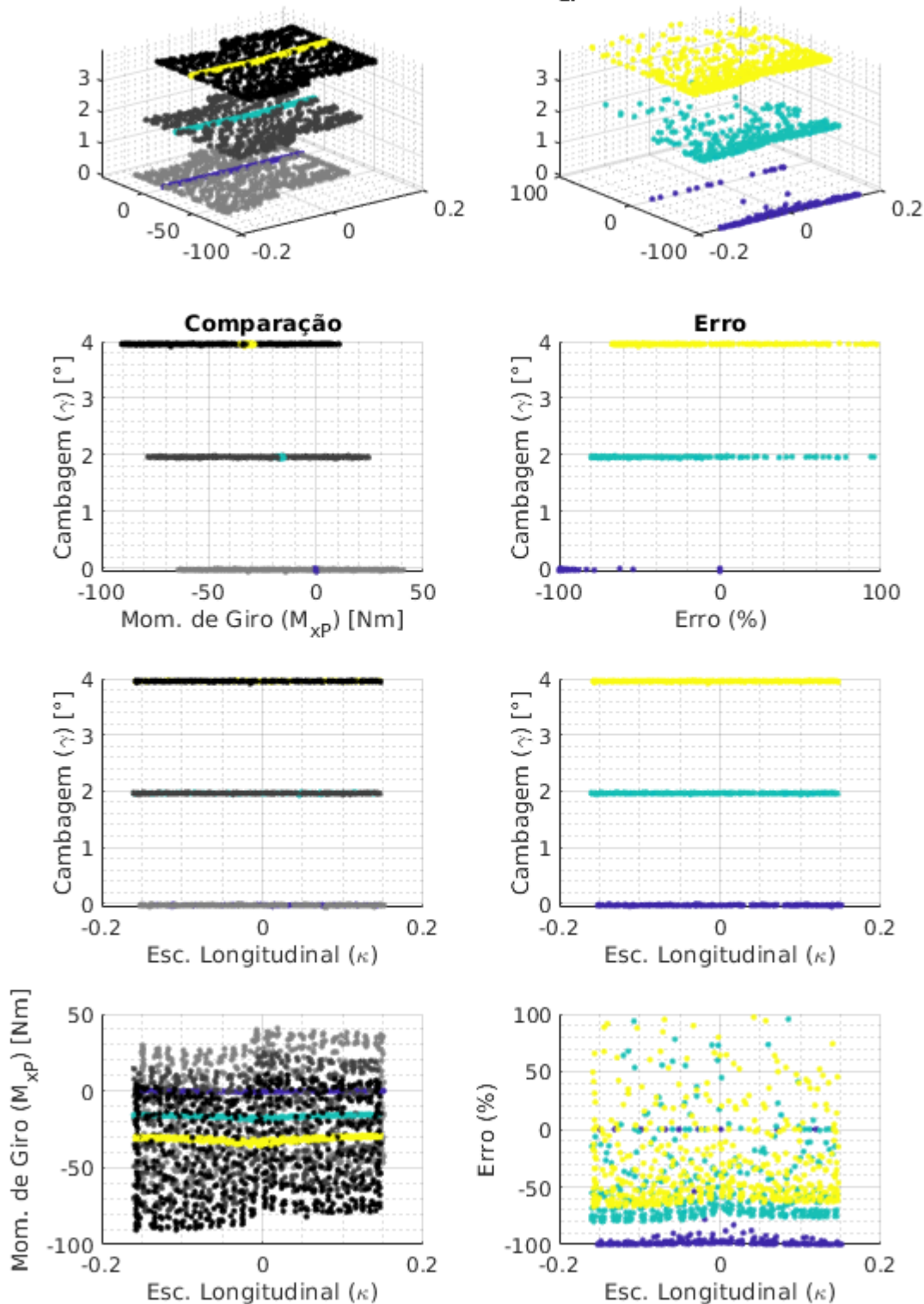


Figura 52: Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cam-  
bagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$  e  $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).

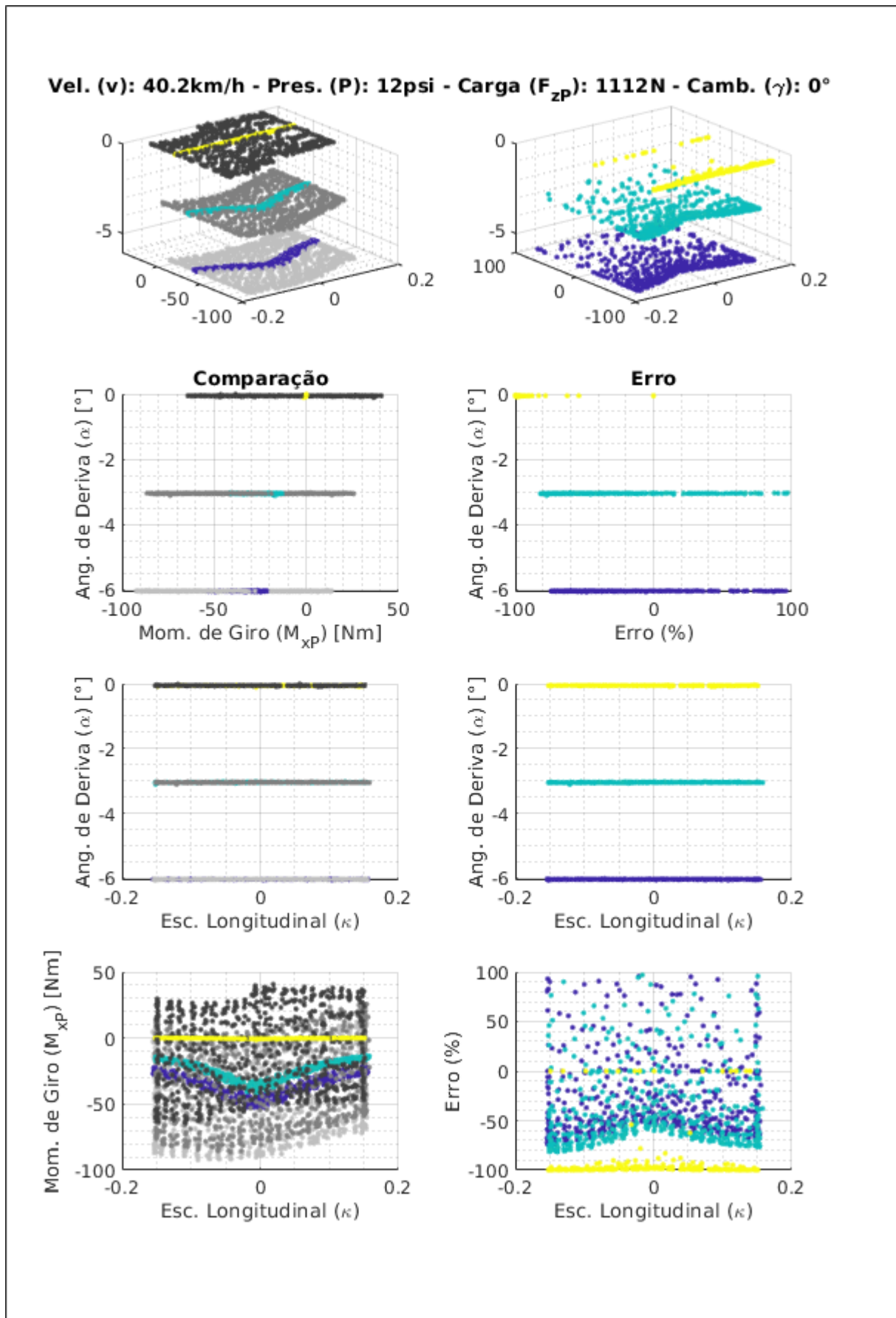


Figura 53: Momento de Giro x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$  e  $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\gamma = 0^\circ$ ).

são dos erros médios também diminui com o aumento de  $\gamma$ , enquanto que as outras não sofrem alteração significativa.

A figura 53 mostra a influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) na relação entre o Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que o aumento de valor absoluto de  $\alpha$  parece resultar numa melhora da representação de  $M_{xP}$ . Esta hipótese é confirmada pela análise dos gráficos da coluna 2, onde os erros parecem diminuir para valores mais extremos de  $\alpha$ .

A tabela 9 mostra que os valores de desvio padrão e erro máximo aumentam com o aumento do valor absoluto de  $\alpha$ , enquanto que o valor do erro médio diminui em módulo. Essas tendências estão de acordo com as tendências gerais presentes na tabela 10, onde as dispersões aumentam com a aplicação de  $\alpha$ . Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem é pior para maiores valores absolutos de  $\alpha$ .

#### 4.1.3.8 Momento de Rolagem

A figura 54 ilustra as características associadas à modelagem do Momento de Rolagem ( $M_{yP}$ ) com relação aos dados utilizados para a regressão. O gráfico superior ilustra a comparação entre os dados experimentais, estes após filtragem por média de ponto flutuante (a média de cada conjunto de 100 pontos levaram a cada valor filtrado) e os resultados do modelo. Já o gráfico inferior ilustra os erros associados entre a modelagem e os dados experimentais (em azul) e entre os dados após filtragem (em laranja).

Os parâmetros de erro associadas a esta são:

- Erro Médio (%): 3,27 (dados brutos) e 1,18 (dados filtrados).
- Desvio Padrão (%): 3753,72 (dados brutos) e 23,49 (dados filtrados).
- Erro Máximo (%): 430951,67 (dados brutos) e 8055,01 (dados filtrados).

Ao se analisar o gráfico superior, observa-se que a modelagem parece seguir a tendência dos dados filtrados adequadamente, exceto por algumas regiões onde os valores do momento de resistência à rolagem são mais negativos. Nessas regiões, a Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  é de 1667 N. Não se compreendeu o motivo de a modelagem ser pior para esta situação.

Observa-se também que a modelagem não assume valores negativos de  $M_{yP}$ . Isso se deve ao fato de que, teoricamente,  $M_{yP}$  sempre representa uma resistência ao movimento na ausência de Escorregamento Longitudinal  $\kappa$ . Esta hipótese está associada ao fato de a origem deste momento nesse caso residir no gasto de energia associado às deformações inerentes ao movimento de rolagem do pneu sobre o solo. Como se pode notar, os dados filtrados apresentam a tendência de os valores de momento serem apenas negativos. Por-

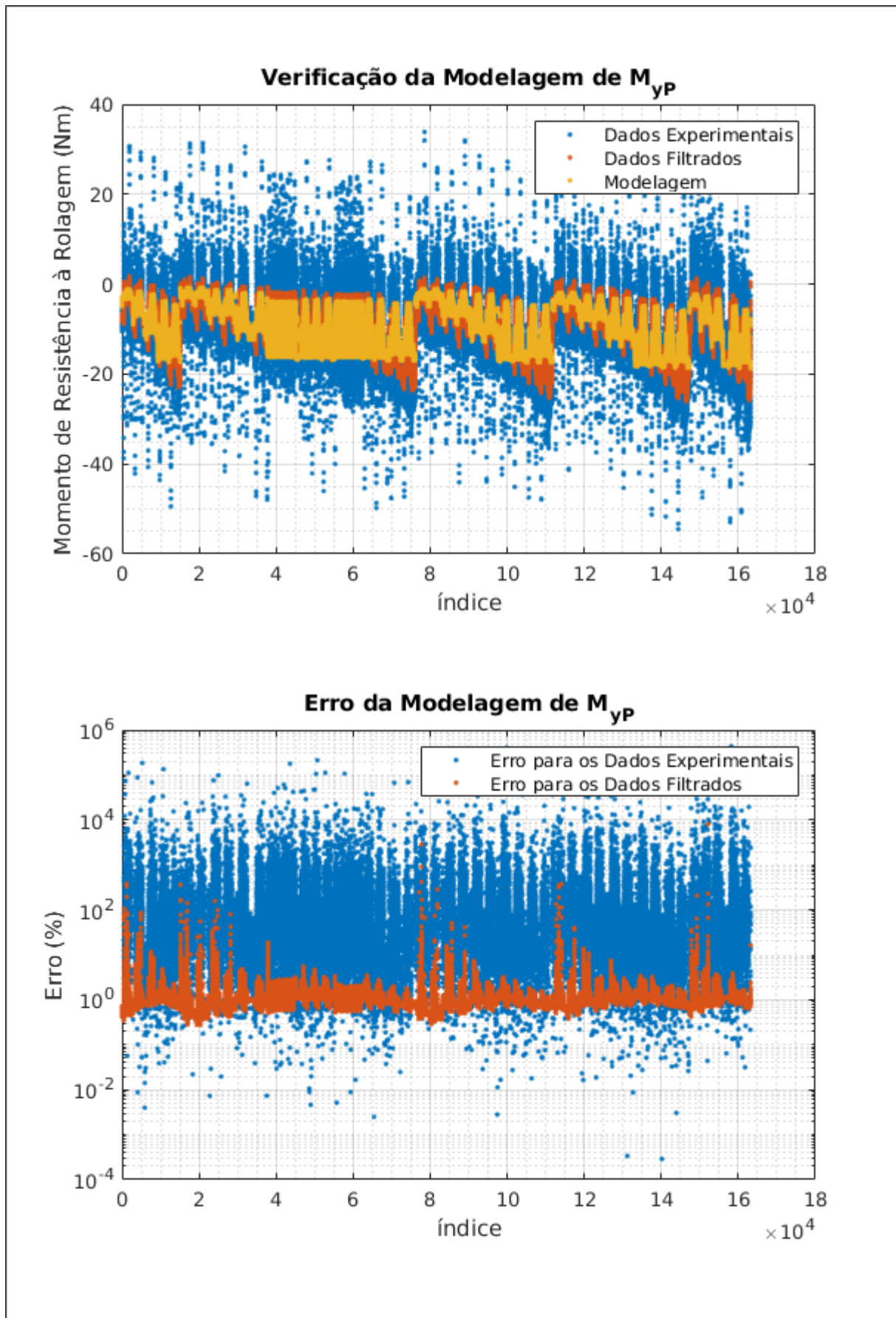


Figura 54: Qualidade da regressão para o Momento de Rolagem.



tanto, assume-se que a alta dispersão dos dados experimentais está associada a ruído, ou seja, não representa o comportamento real dos pneus.

Pode-se considerar que a qualidade da modelagem é razoável, uma vez que representa bem o comportamento de  $M_{yP}$ , a menos para  $F_{zP} = 1667 \text{ N}$ .

#### 4.1.3.9 Momento de Alinhamento $M_{zP}$

A tabela 11 apresenta os parâmetros associados aos erros percentuais obtidos na modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{zP}$ ). Já a tabela 12 (determinada a partir da análise de gráficos gerados a partir da tabela 11) resume as influências de cada parâmetro de pneu sobre os erros associados à modelagem de  $M_{zP}$ . Estas são utilizadas para auxílio nas análises das figuras 55 e 56, levando a conclusões melhor embasadas.

Tabela 11: Parâmetros de Erro da Modelagem de  $M_{zP}$  para  $\kappa = 0$ .

$\gamma$ [°]	$F_{zP}$ [N]	Erro Médio[%]	Desvio Padrão[%]	Erro Máx. [%]	Q. Pts
0	222	-60,54	81,25	481,96	1279
0	445	-18,04	91,40	830,38	1279
0	667	-14,09	69,47	735,33	1279
0	1112	-6,63	68,11	718,65	1279
0	1557	-6,87	61,02	1.039,19	1277
2	222	-49,54	69,74	605,93	1279
2	445	-22,32	76,32	578,54	1278
2	667	-9,97	75,04	573,53	1278
2	1112	-6,66	57,12	879,70	1278
2	1557	-4,94	56,33	789,18	1277
4	222	-40,07	69,92	516,25	1278
4	445	-20,86	81,25	648,94	1278
4	667	-4,86	80,41	745,75	1278
4	1112	1,99	92,41	1.689,07	1278
4	1557	-7,16	60,31	812,81	1276

Tabela 12: Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).

Parâmetro:	Erro Médio		Desvio Padrão		Erro Máx.	
	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão
Carga ( $F_{zP}$ ):	-	-	-	s/	+	s/
Camb. ( $\gamma$ ):	-	-	+	s/	+	+

A figura 55 mostra a influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) na relação entre o Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) e o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $F_{zP}$  parece ter uma representação razoável, uma vez que os dados experimentais se mostram ruidosos (especialmente para valores mais extremos de  $\alpha$ ). Esse ruído advém principalmente do fato de o aparato de captura de dados de

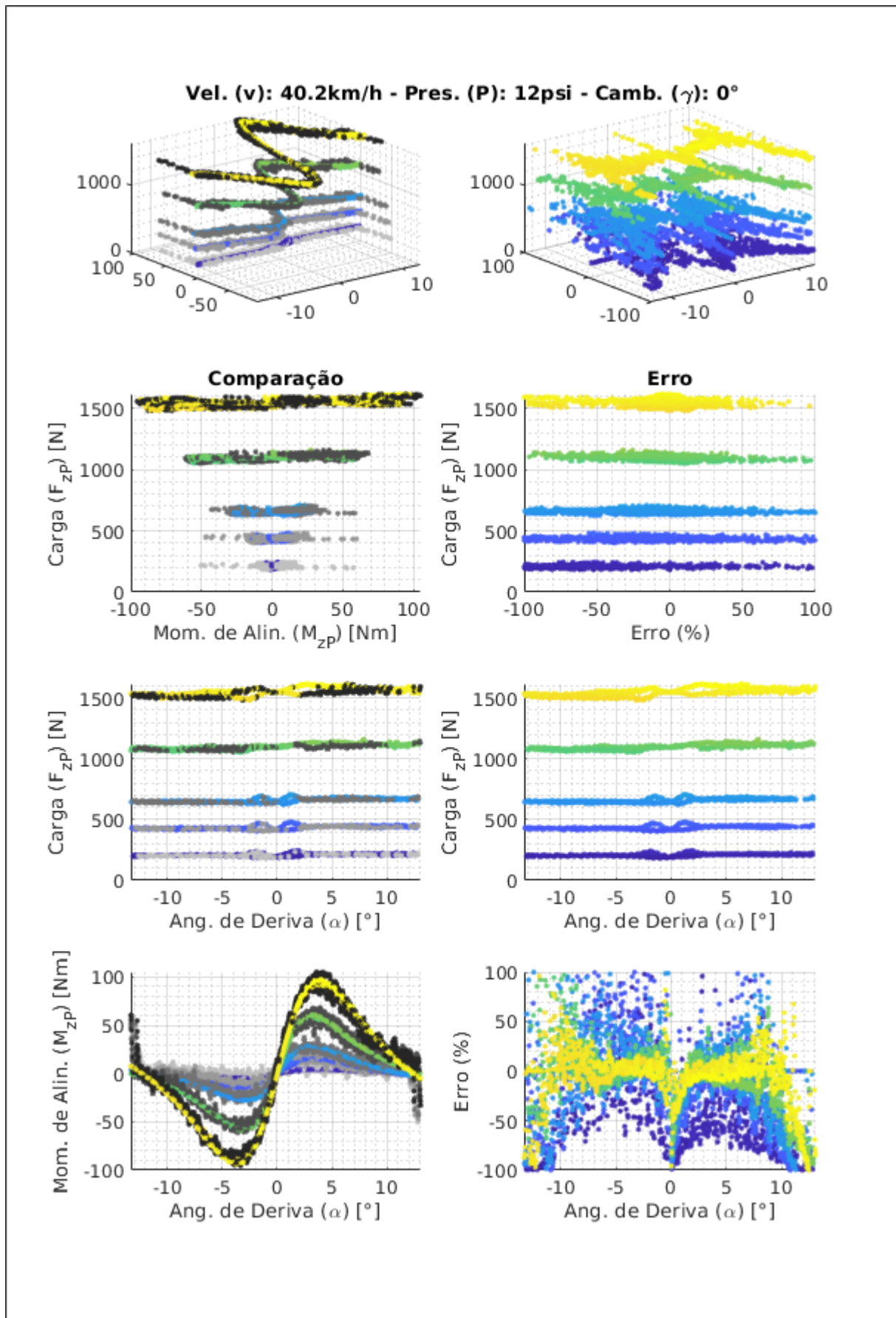


Figura 55: Momento de Alinhamento x Ângulo de Deriva para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 445N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\kappa = 0$ ).

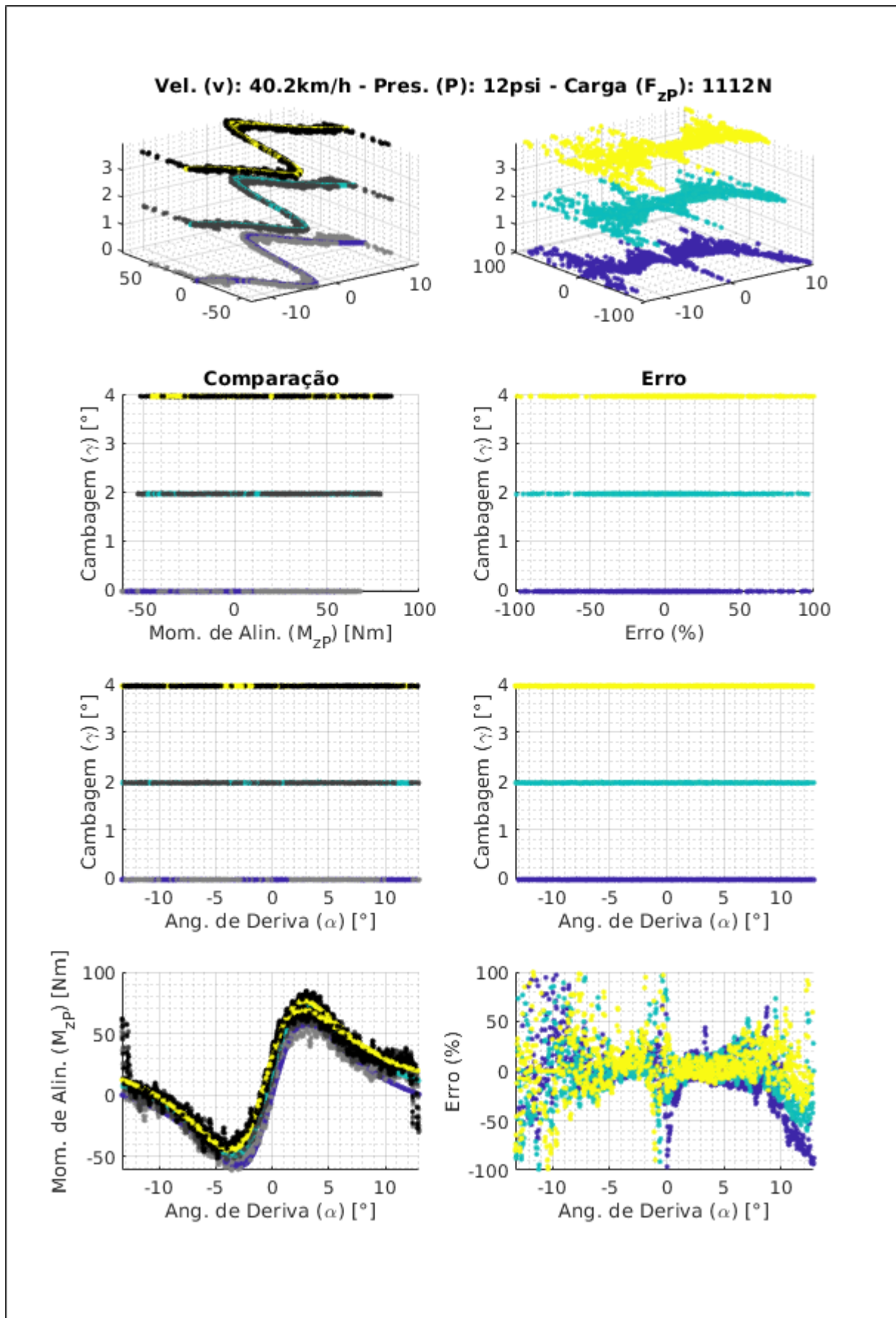


Figura 56: Momento de Alinhamento x Ângulo de Deriva para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$  e  $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\kappa = 0$ ).

momento ser apropriado para valores de momento muito maiores que os detectados (cerca de 700 Nm (CALSPAN, 2015)). Ao se analisar os gráficos 1-2 e 4-2, percebe-se que os erros se dispersam para valores de  $\alpha$  extremos ou próximos de zero. Para valores intermediários, este é reduzido com o aumento de  $F_{zP}$  até uma faixa de  $\pm 20\%$ .

A tabela 11 mostra que os valores de erro médio e desvio padrão do erro diminuem com o aumento de  $F_{zP}$ . Já o erro máximo tende a aumentar. Essas tendências estão de acordo com as gerais observadas na tabela 12. Com relação à dispersão, o único parâmetro que sofre influência é o erro médio. Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem é melhor para maiores valores de  $F_{zP}$ .

A figura 56 mostra a influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) na relação entre o Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) e o Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a influência de  $\gamma$  parece ser bem representada, uma vez que esta segue a tendência central dos dados experimentais, que são muito dispersos. Ao se analisar os gráficos 1-2 e 4-2, percebe-se uma tendência dos erros de aumentarem quando  $M_{zP}$  se aproxima de zero e para valores extremos de  $\alpha$ . A faixa de menor erro vai de  $-20\%$  a  $25\%$ .

A tabela 11 mostra que o desvio padrão e o erro máximo tendem a aumentar com o aumento de  $\gamma$ . O erro médio, por sua vez, tende a diminuir. Com relação às tendências gerais presentes na tabela 8, não há discrepância com as tendências observadas. A dispersão do erro médio diminui, enquanto que a dispersão do desvio padrão não sofre alteração e a do erro máximo aumenta. Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem da influência de  $\gamma$  é razoável.

#### 4.1.3.10 Momento de Giro $M_{zP}$ em Operação Combinada

A tabela 13 apresenta os parâmetros associados aos erros percentuais obtidos na modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em operação combinada. Já a tabela 14 (determinada a partir da análise de gráficos gerados a partir da tabela 13) resume as influências de cada parâmetro de pneu sobre os erros associados à modelagem de  $M_{zP}$ . Estas são utilizadas para auxílio nas análises das figuras 57, 58, 59 e 60; levando a conclusões melhor embasadas.

As figuras 57 e 58 mostram a influência da Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) na relação entre o Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Na figura 57, os gráficos da coluna 1 mostram que a modelagem tende a retornar valores mais altos para  $M_{zP}$  do que os manifestados nos dados experimentais, apesar da dispersão existente. Nota-se também que os dados experimentais apresentam  $M_{zP} < 0$  para  $\kappa = 0$  e uma elevada dispersão, o que ocorre ao exposto na subseção 4.1.3.2. Esta é refletida nos gráficos da coluna 2, onde erros tendem a ser tão altos que saem da escala do gráfico. Portanto, optou-se por se utilizar a figura 45 para avaliação da qualidade da modelagem da influência de  $F_{zP}$  sobre  $M_{zP}$  em operação combinada.

Tabela 13: Parâmetros de Erro da Modelagem de  $M_{zP}$  para  $\alpha$  constante.

$\alpha$ [°]	$\gamma$ [°]	$F_{zP}$ [N]	Erro Médio[%]	Desvio Padrão[%]	Erro Máx. [%]	Q. Pts
0	0	222	-88,42	92,53	775,08	693
0	0	667	-86,28	178,91	1.501,12	674
0	0	1112	-92,59	278,85	2.211,40	648
0	0	1557	-82,95	445,69	4.608,70	665
0	2	222	-112,12	25,98	450,43	631
0	2	667	-123,33	91,63	1.317,73	683
0	2	1112	-139,21	137,55	2.012,86	608
0	2	1557	-136,33	252,32	1.824,67	638
0	4	222	-113,09	74,18	705,37	640
0	4	667	-105,98	192,75	1.888,95	672
0	4	1112	-123,84	337,91	2.919,76	676
0	4	1557	-134,93	410,06	3.551,08	661
-3	0	222	-96,92	66,49	780,39	716
-3	0	667	-73,49	109,71	1.247,22	701
-3	0	1112	-45,30	130,69	1.432,32	723
-3	0	1557	-3,30	238,35	2.897,29	678
-3	2	222	-102,50	6,77	139,35	707
-3	2	667	-88,79	60,45	957,67	721
-3	2	1112	-74,93	88,43	847,49	712
-3	2	1557	-56,57	159,70	2.021,58	679
-3	4	222	-104,15	57,42	463,12	642
-3	4	667	-91,92	143,35	1.442,65	676
-3	4	1112	-79,49	229,87	3.234,99	603
-3	4	1557	-47,44	405,28	4.854,86	686
-6	0	222	-97,84	28,63	406,02	665
-6	0	667	-91,96	68,82	738,01	703
-6	0	1112	-69,79	151,15	1.275,69	726
-6	0	1557	-64,93	154,36	1.197,56	718
-6	2	222	-102,45	5,70	154,74	662
-6	2	667	-94,14	71,52	1.048,45	677
-6	2	1112	-79,12	138,16	2.003,93	721
-6	2	1557	-71,75	284,55	4.125,90	719
-6	4	222	-104,05	64,96	611,74	679
-6	4	667	-96,00	142,28	1.389,83	643
-6	4	1112	-83,82	265,03	2.800,29	686
-6	4	1557	-71,01	441,83	3.751,61	662

Tabela 14: Influência dos Parâmetros de Pneu nos Parâmetros de Erro do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Operação Combinada.

Parâmetro:	Erro Médio		Desvio Padrão		Erro Máx.	
	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão	Valor	Dispersão
Carga ( $F_{zP}$ ):	-	+	+	+	+	+
Camb. ( $\gamma$ ):	+	+	+	+	+	s/
Der. ( $\alpha$ ):	-	s/	-	-	+	s/

Vel. (v): 40.2km/h - Pres. (P): 12psi - Camb. ( $\gamma$ ): 0° - Ang. de Der. ( $\alpha$ ): 0°

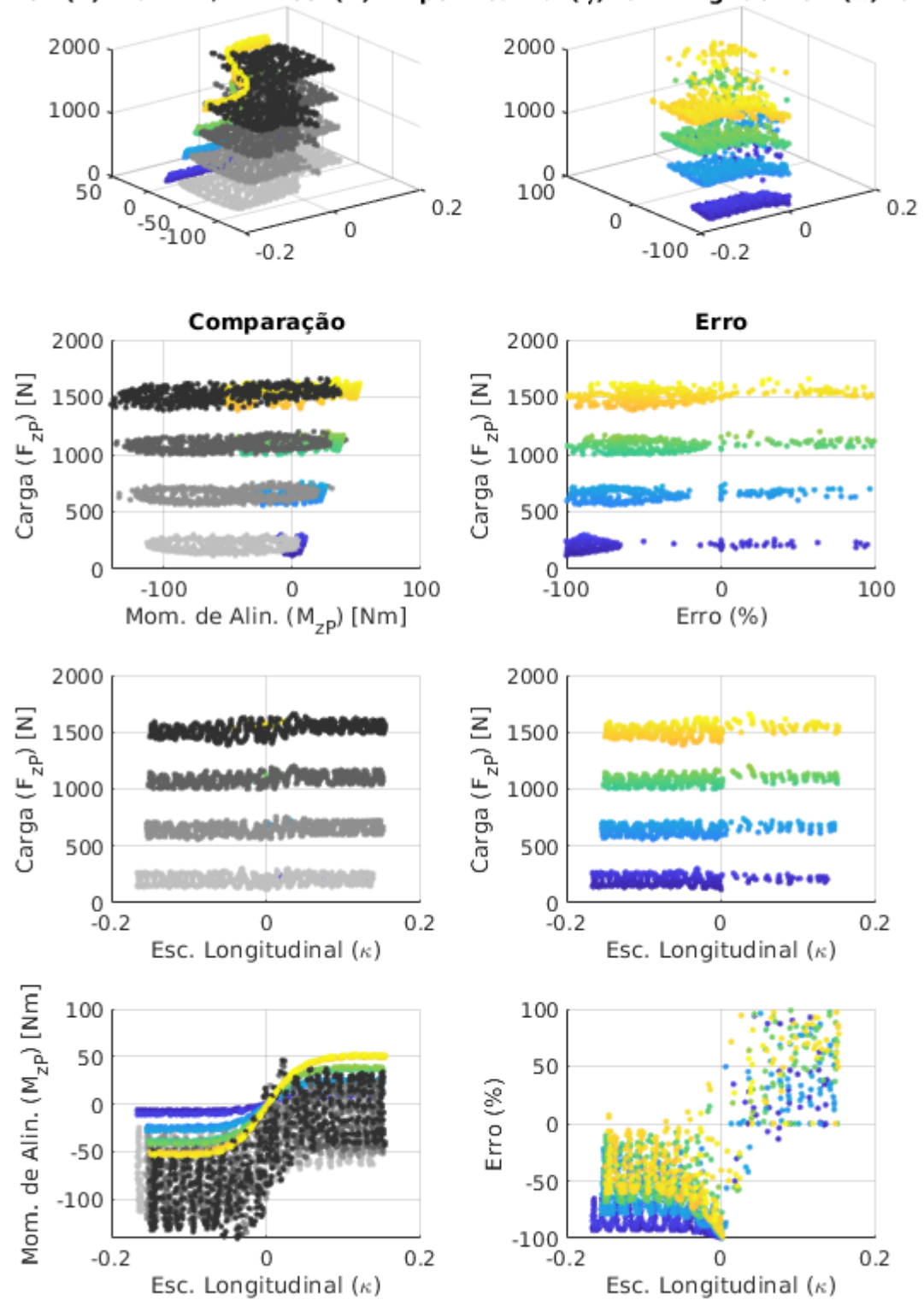


Figura 57: Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).

Vel. (v): 40.2km/h - Pres. (P): 12psi - Camb. ( $\gamma$ ): 0° - Ang. de Der. ( $\alpha$ ): -3°

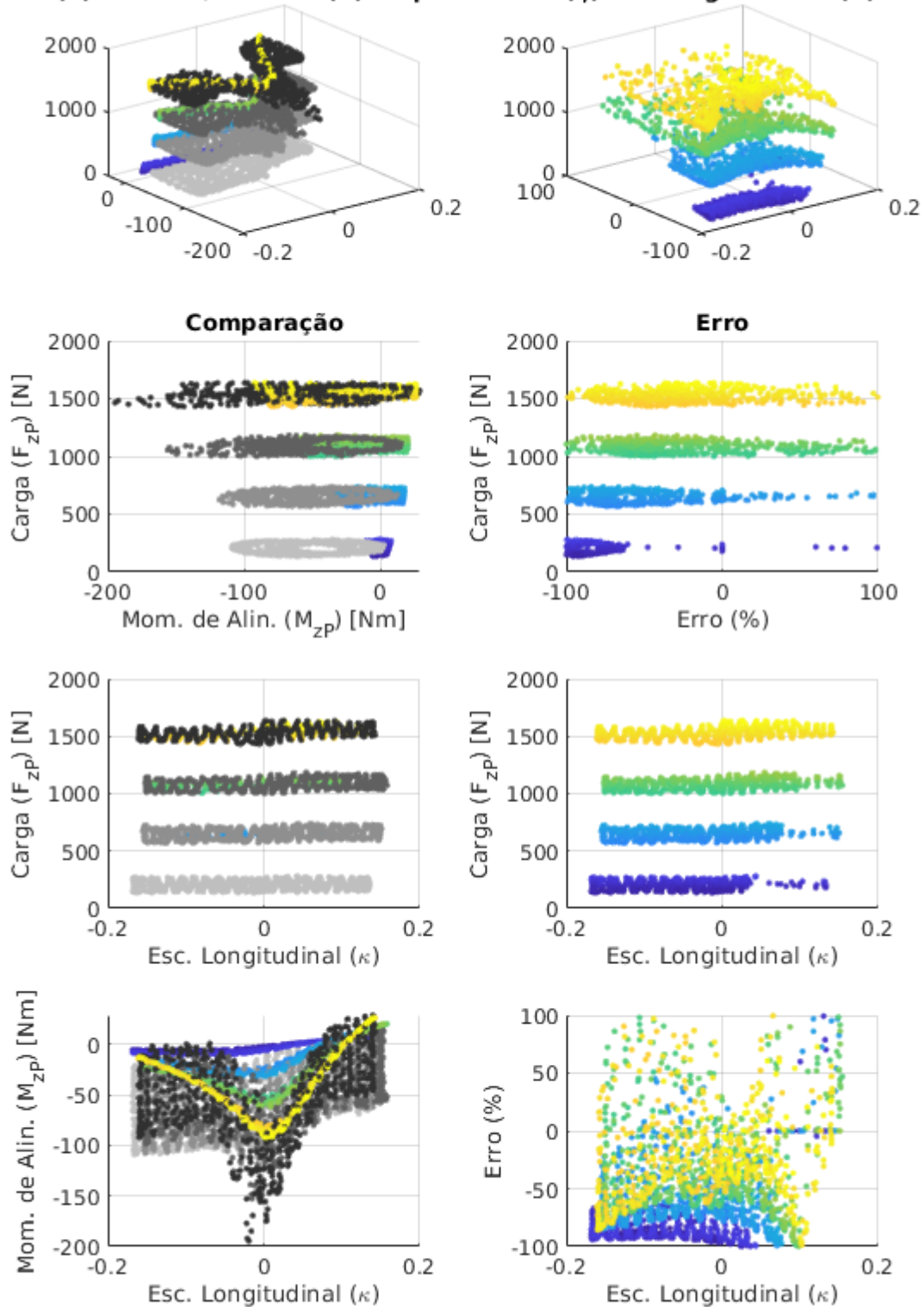


Figura 58: Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para várias Cargas Verticais no Pneu ( $F_{zP} = 222N, 667N, 1112N$  e  $1557N$ ) ( $\gamma = 0^\circ$  e  $\alpha = -3^\circ$ ).

Os gráficos da coluna 1 da figura 51 mostram que a influência de  $F_{zP}$  ocorre na amplificação dos valores de pico  $M_{zP}$  quando há presença de Ângulo de Deriva. A modelagem reflete esse comportamento, apesar de a magnitude dos momentos ser subestimada. Ao se analisar os gráficos 1-2, 2-2 e 4-2 em conjunto; , nota-se que os erros passam a ser menos negativos com o aumento de  $F_{zP}$ , sendo que para  $\kappa > 0$  os erros tendem a sair da escala.

A tabela 13 mostra que o aumento de  $F_{zP}$  diminui o erro médio, porém o desvio padrão do erro e o erro máximo tendem a aumentar. Essas tendências são confirmadas pela tabela 14, que também informa que as dispersões dos parâmetros aumentam em todos os casos. Portanto, há uma piora da qualidade do modelo com o aumento da carga vertical, apesar do erro médio tender a diminuir.

A figura 59 mostra a influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) na relação entre o Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). O comportamento dos dados experimentais ilustrados na coluna 1 mostra que esta se dá através da alteração na assimetria de  $M_{zP}$  com relação à  $\kappa = 0$  com o aumento de  $\gamma$ . Observa-se pela coluna 2 que a dispersão dos erros aumenta com o aumento de  $\gamma$ .

A tabela 13 mostra que os valores de desvio padrão e erro máximo tendem a ser mais altos para  $\gamma = 2^\circ$ , sendo o erro médio o menor nesse caso. A tabela 10 evidencia que em todos os casos há um aumento tanto em valor quanto em dispersão dos parâmetros de erro, a menos da dispersão do erro máximo, que não se altera. Portanto, a qualidade da modelagem piora com o aumento de  $\gamma$ .

A figura 60 mostra a influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) na relação entre o Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) e o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ). Os gráficos da coluna 1 mostram que a modelagem parece acompanhar as tendências de alteração de  $M_{zP}$  de acordo com os dados experimentais. Mesmo assim, os valores ainda são subestimados em magnitude. A análise dos gráficos da coluna 2 mostra que os erros são bem dispersos em todos os casos, saindo mais da escala do gráfico no caso de  $\alpha = 0^\circ$ .

A tabela 13 mostra que todos os parâmetros diminuem em magnitude com o aumento do valor absoluto de  $\alpha$ . Exceto pelo comportamento do erro máximo, a tabela 14 confirma esse comportamento para o caso geral. No caso do erro máximo, este aumenta com a aplicação de valores absolutos de  $\alpha$ . As dispersões deste e do erro médio não sofrem influência, enquanto que a dispersão do desvio padrão diminui. Portanto, conclui-se que a qualidade da modelagem é melhor para maiores valores absolutos de  $\alpha$ .



Vel. (v): 40.2km/h - Pres. (P): 12psi - Carga ( $F_{zP}$ ): 1112N - Ang. de Der. ( $\alpha$ ): 0°

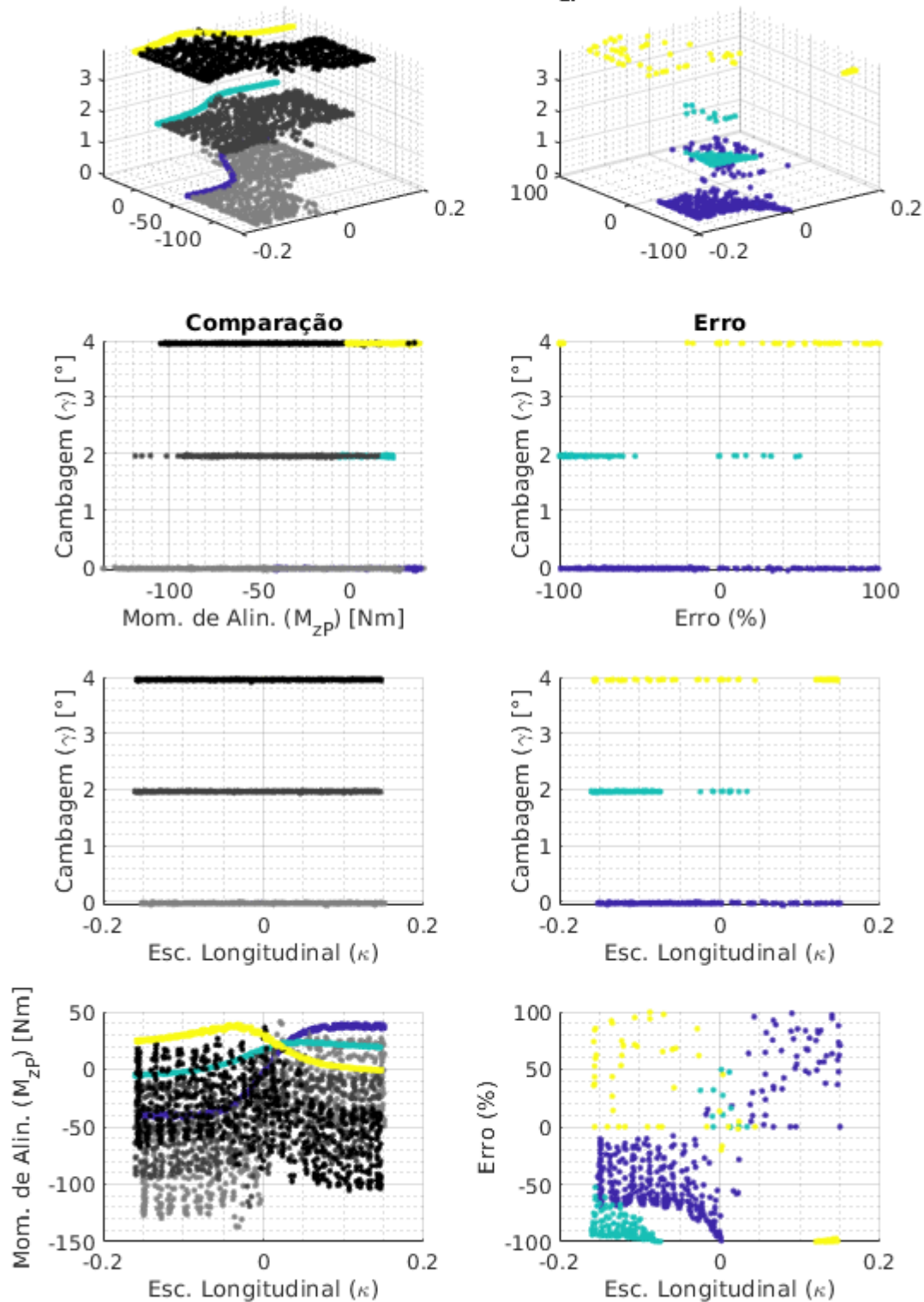


Figura 59: Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Cambagem ( $\gamma = 0^\circ, 2^\circ$  e  $4^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112N$  e  $\alpha = 0^\circ$ ).

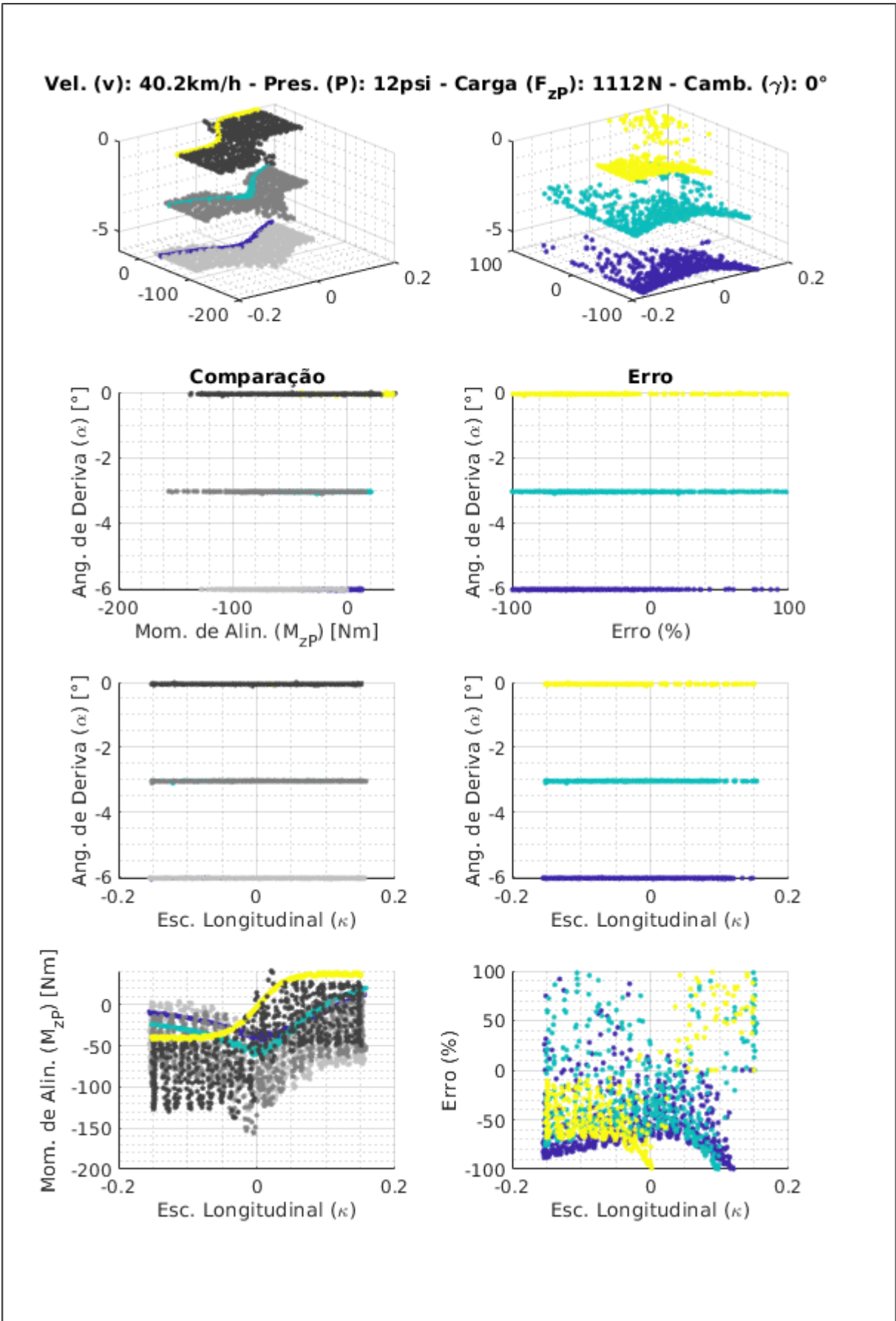


Figura 60: Momento de Alinhamento x Escorregamento Longitudinal para vários Ângulos de Deriva ( $\alpha = 0^\circ, -3^\circ$  e  $-6^\circ$ ) ( $F_{zP} = 1112 \text{ N}$  e  $\gamma = 0^\circ$ ).

## 4.2 Simulador de Tempo de Volta

Para validação do Simulador de Tempo de Volta (LTS) desenvolvido fez-se uma comparação com os resultados fornecidos pelo software Optimum Lap®. As subseções que seguem apresentam:

- o software Optimum Lap®, com uma breve comparação entre os programas desenvolvidos e ele;
- os circuitos criados para análise; e
- comparações entre resultados retornados pelo simulador desenvolvido e o Optimum Lap®.

### 4.2.1 Optimum Lap®

O Optimum Lap® é um LTS do tipo *Quasi-Steady State* (QSS) que utiliza um modelo de veículo de apenas uma roda e um modelo de trajetória constituído apenas por trechos de reta e curvas de raio constante. Essas podem ser, simultaneamente, subidas ou descidas. É considerado do tipo QSS pois permite que o carro acelere ou freie em curvas. Com relação à sua confiabilidade, possui uma correlação com resultados observados experimentalmente de até 10%. (OPTIMUMG, 2018)

O usuário trabalha no programa em três etapas:

- Pré-processamento: quando são definidos os veículos e trajetos que serão utilizados nas simulações;
- Processamento: quando as simulações são executadas; e
- Pós-processamento: quando são gerados e visualizados tabelas e gráficos de resultados pelo usuário.

Todas estas etapas são feitas em uma única interface de usuário. É possível também se exportar os resultados para um arquivo .csv, que é compatível com o software Microsoft Excel.

Comparando-o com o simulador desenvolvido, existem algumas diferenças:

- com relação ao modelo de trajetória, o Optimum Lap®:
  - aceita apenas trajetórias compostas por trechos de reta e curvas de raio constante, enquanto que o simulador desenvolvido aceita este tipo de trajetória e trajetórias cujo raio local é continuamente variável;

- ao contrário do simulador desenvolvido, permite a subdivisão em trechos, o que pode facilitar as análises; e
  - admite que o trajeto possua inclinações, algo que não é suportado pelo simulador desenvolvido.
- com relação ao modelo de veículo, o Optimum Lap®:
    - ao contrário do simulador desenvolvido, não trabalha com mapas aerodinâmicos, admitindo apenas coeficientes aerodinâmicos constantes (a menos da utilização de DRS (*Drag Reduction System*) em determinados trechos da trajetória, que não é suportado pelo simulador desenvolvido);
    - não suporta um limite de capacidade de frenagem imposto pelo sistema de freios, enquanto que o simulador desenvolvido trabalha com um limite máximo de torque que pode ser aplicado;
    - ao contrário do simulador desenvolvido, não considera a potência gasta com o movimento das partes rotativas do veículo;
    - ao contrário do simulador desenvolvido, não considera variação de consumo específico com a rotação do motor, sendo este constante e calculado a partir da eficiência do motor e do combustível utilizado; e
    - trabalha com um modelo de pneu bem simplificado com relação ao modelo utilizado pelo simulador desenvolvido.

Além da própria validação do programa pela empresa proprietária OptimumG, este também se mostrou confiável quando utilizado no trabalho de (COSTA; BORTOLUSSI, 2016). O trabalho consistiu na modelagem do veículo RS8 da equipe de FSAE Formula FEI, com o fim de se utilizar a modelagem para auxílio no projeto do próximo veículo (RS9). Como resultado, o veículo apresentou características dinâmicas melhores, o que é explicitado no artigo através de análise comparativa de indicadores de performance de ambos os veículos.

#### 4.2.2 Parâmetros de Veículo

Com exceção dos parâmetros relacionados ao pneu, os parâmetros de veículo utilizados na validação foram baseados no veículo AF17 (figura 61) da equipe de FSAE Combustão da Universidade de Brasília, a Apuama Racing. As tabelas 15 e 16 mostram os parâmetros utilizados.

A modelagem dos pneus utilizada não corresponde ao pneu utilizado pela equipe (NA Carrera Slick 19,5x7-13) por não se ter acesso aos dados experimentais deste, mesmo após inúmeras tentativas junto ao fabricante. Tendo isso em vista, optou-se por utilizar a modelagem feita para o pneu Hoosier R25b 20.5x7-13, que é um dos mais utilizados pelas equipes de FSAE e possui dimensões semelhantes ao pneu utilizado pela equipe.



Figura 61: Veículo AF17 da Equipe de FSAE Combustão Apuama Racing. (RAW, 2017)

Tabela 15: Parâmetros do Veículo AF17 para Simulação.

Variável	Valor	Unidade
<i>folderName</i>	AF17	
<i>fileName</i>	Standard	
<i>inertia.mass</i>	380	kg
<i>inertia.nSusMass</i>	380	kg
<i>inertia.rotPartsMI</i>	5	kg · m <sup>2</sup>
<i>tire.modelFileName</i>	Hoosier20d5x7d0-13-R25B-7rim-p=12.mat	
<i>tire.stiffness</i>	120	N/mm
<i>engine.torqueCurvePoints</i>	Tabela 16	
<i>engine.throttleUpperLimit</i>	100	%
<i>vehicle.fueldensity</i>	0,78	kg/L
<i>drivetrain.primaryRatio</i>	2,111	
<i>drivetrain.gearRatios</i>	2,750 - 1,938 - 1,556 - 1,348 - 1,208 - 1,095	
<i>drivetrain.finalRatio</i>	3,714	
<i>drivetrain.gearShiftTime</i>	0,2	s
<i>drivetrain.efficiency</i>	86,8	%
<i>drivetrain.type</i>	2WD	
<i>aero.frontArea</i>	1,204	m <sup>2</sup>
<i>aero.dragCoef</i>	1,265	
<i>aero.liftCoef</i>	-2,513	
<i>suspension.stiffness</i>	100	N/mm
<i>suspension.height</i>	50	mm
<i>brake.maxTorque</i>	2000	Nm

Tabela 16: Parâmetros do Motor do AF17.

Vel. de Rot. do Motor (rpm)	Torque (Nm)	Cons. Espec. (g/kWh)
3000	55,77	390,45
3500	52,50	381,50
4000	54,71	381,80
4500	57,77	379,02
5000	70,67	367,21
5500	79,63	366,58
6000	83,18	361,44
6500	83,82	362,35
7000	83,86	364,99
7500	84,50	369,16
8000	82,56	372,97
8500	77,88	375,73
9000	72,16	378,86
9500	66,65	383,92
10000	61,16	391,00
10500	55,94	398,92
11000	50,23	407,68

A superfície de trabalho dos pneus (asfalto) apresenta diferenças de textura e temperatura com relação à superfície utilizada na esteira da máquina de testes da TIRF (*Calspan Tire Research Facility*). Por isso, a partir do explicitado na subseção 4.1.1, os fatores de escala relacionados ao coeficientes de atrito do pneu foram reduzidos para 0,66.

Apesar do simulador desenvolvido admitir a utilização de mapas aerodinâmicos, os coeficientes foram aqui considerados constantes devido à falta de conhecimento da equipe com relação à estes. A utilização dos mapas permite que sejam avaliadas as consequências da variação dos coeficientes aerodinâmicos em função da velocidade, variação de altura do veículo e do Ângulo de Arfagem ( $\beta$ , seção 2.2). Por consequência, os parâmetros associados à Massa Não-Suspensa, rigidez equivalente da suspensão e altura do veículo não exercem influência sobre os resultados retornados pelo simulador.

Devido às diferenças entre os parâmetros de entrada dos simuladores, foram necessárias algumas adaptações para que os algoritmos fossem comparados de maneira confiável. Foram elas:

- simplificação do modelo de trajetória para uma composta apenas por retas e curvas de raio constante (foi desenvolvida uma rotina para isso, que retorna os pontos da trajetória baseado nos raios e comprimentos das curvas e comprimentos das retas);
- eliminação da massa rotacional do veículo;
- consideração do pneu como sendo infinitamente rígido;
- consideração de um valor constante de consumo específico de combustível ( $390g/kWh$ );
- eliminação do tempo de troca de marcha;

- suspensão considerada infinitamente rígida; e
- eliminação do limite de torque de frenagem.

O valor para o consumo específico foi determinado com base no rendimento estimado do motor (20%) e no poder calorífico (25.650  $MJ/kg$ ) do combustível utilizado (etanol E85).

Apesar de o modelo de pneu utilizado pelo Optimum Lap® ser simplificado com relação ao utilizado no LTS desenvolvido, optou-se por não se executar as simplificações necessárias para se tornar os algoritmos completamente equivalentes. Isto resulta numa discrepância dos resultados, porém é seguro dizer que o LTS desenvolvido é confiável caso os resultados retornados se mantenham dentro da faixa de 10% de confiabilidade do Optimum Lap® (OPTIMUMG, 2018).

Os parâmetros de entrada da modelagem de pneu do Optimum Lap® são:

- raio do pneu, que é mantido constante ao longo de toda a simulação;
- coeficientes de atrito longitudinal e lateral, que determinam uma elipse considerada como o Círculo de Atrito do pneu (definido na seção 2.3.1);
- coeficientes de decaimento lateral e longitudinal, que representam a taxa variação dos coeficientes de atrito com a aplicação de Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) de maneira linear; e
- coeficiente de resistência à rolagem (força resultante do Momento de Rolagem do Pneu  $M_{yP}$  quando o Escorregamento Longitudinal  $\kappa$  é igual à zero), que é utilizado na determinação da Força de Resistência à Rolagem em função da carga vertical aplicada de maneira linear.

O raio do pneu foi considerado como sendo o raio do pneu descarregado (260mm). Esse é também o valor de referência utilizado na modelagem de pneu utilizada pelo simulador desenvolvido.

Os coeficientes mencionados foram determinados a partir da modelagem de pneu utilizada no simulador desenvolvido, sendo exibidos na tabela 17. As figuras 62, 63 e 64 ilustram as regressões lineares feitas sobre os resultados obtidos com a modelagem pela MF 5.2, bem como as curvas associadas aos parâmetros de entrada do Optimum Lap®. Os coeficientes das equações das retas obtidas determinam os valores de entrada da modelagem do Optimum Lap®, sendo que o coeficiente linear representa o coeficiente de atrito para Carga Vertical do Pneu ( $F_{zP}$ ) igual à zero (valor puramente teórico, sem correlação com a realidade) e o coeficiente angular o coeficiente de decaimento mencionado. A diferença entre os valores obtidos e os utilizados no ambiente do Optimum Lap® se dá porque a resolução dos parâmetros de entrada é de  $10^{-3}$ , ou seja, não é possível se entrar com os

valores encontrados para o coeficiente de decaimento, já que estes são da ordem de  $10^{-4}$ . Tentou-se então entrar com os valores encontrados multiplicados por 10, o que acabou retornando resultados para o coeficiente de atrito resultante próximos aos encontrados na regressão. As curvas em amarelo representam a curva resultante da utilização dos coeficientes utilizados no Optimum Lap®. Essa questão provocou influência sobre os resultados encontrados, especialmente na limitação de aceleração centrípeta do veículo.

Tabela 17: Coeficientes Obtidos para a Modelagem de Pneu do Optimum Lap®.

Situação:	Coef. de Atrito	Coef. de Decaimento
Aceleração:	1,895	1,861 E-4
Frenagem:	2,240	3,258 E-4
Curva:	1,924	2,115 E-4

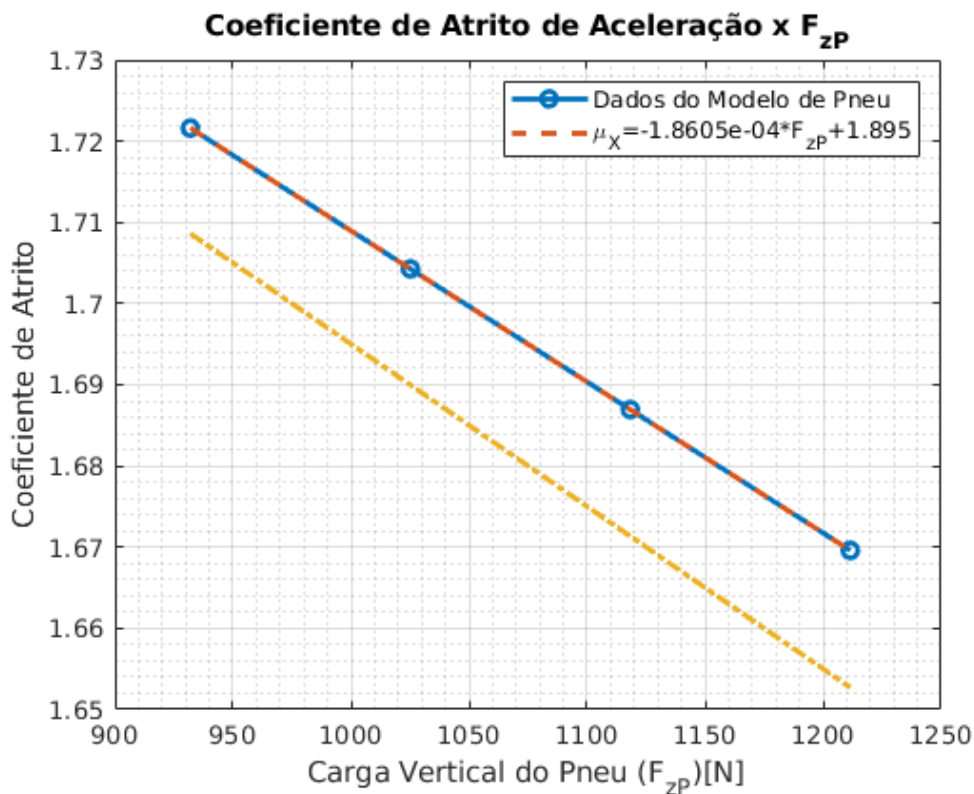


Figura 62: Curva para Determinação do Coeficiente de Atrito de Aceleração da Modelagem de Pneus.

É digno de nota que, nas figuras em questão, observa-se que a MF 5.2 também assume que a influência da variação de  $F_{zP}$  é linear. Isso acarreta em pequenas imprecisões com a variação de  $F_{zP}$  na modelagem, observados na subseção 4.1.3.



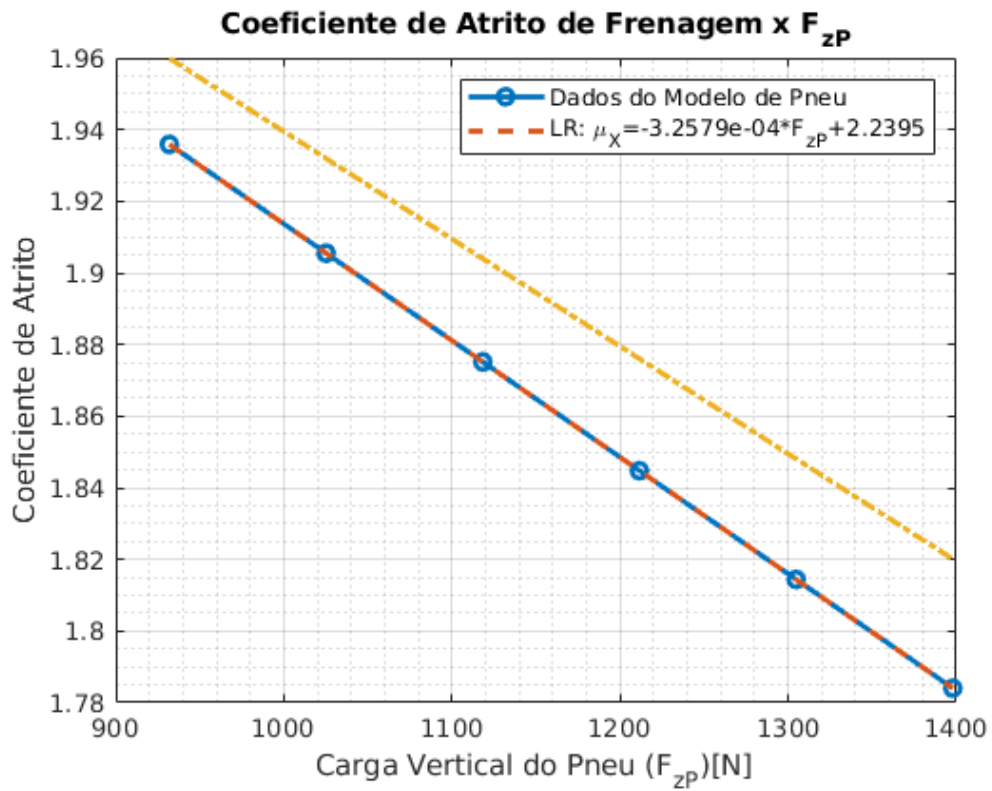


Figura 63: Curva para Determinação do Coeficiente de Atrito de Frenagem da Modelagem de Pneus.

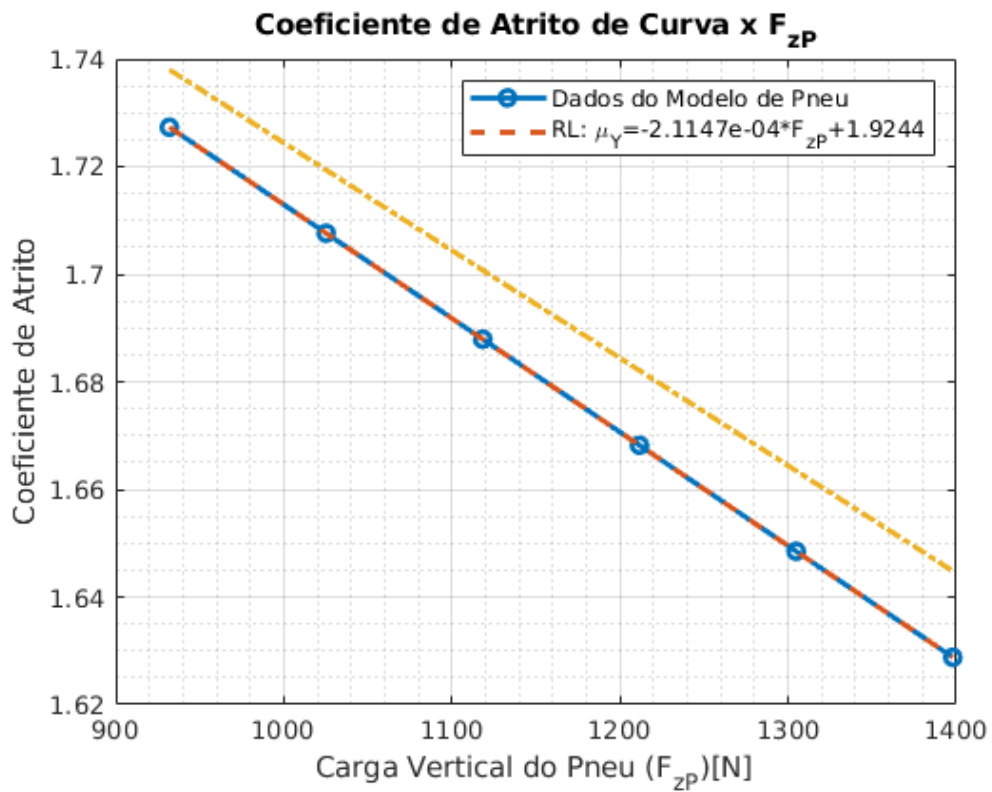


Figura 64: Curva para Determinação do Coeficiente de Atrito Lateral da Modelagem de Pneus.

Além disso, o Optimum Lap® aceita apenas um coeficiente longitudinal, ao invés de um para aceleração e outro para frenagem. Conforme considerado pela MF 5.2, esses coeficientes são distintos, o que leva à discrepâncias nos resultados dos simuladores. Visando a minimização da influência disso nos resultados, utilizou-se os parâmetros do coeficiente de atrito para aceleração nas simulações do Circuito de Aceleração e Circuito de *SkidPad*, pois nesses casos não há frenagem. Para os outros circuitos, foram utilizados os parâmetros de frenagem, visto que há frenagem e a aceleração longitudinal positiva do veículo se limita mais vezes devido ao conjunto motor-transmissão do que ao atrito do pneu devido às velocidades de operação. Quanto maiores as velocidades, maior é a limitação imposta pelo motor.

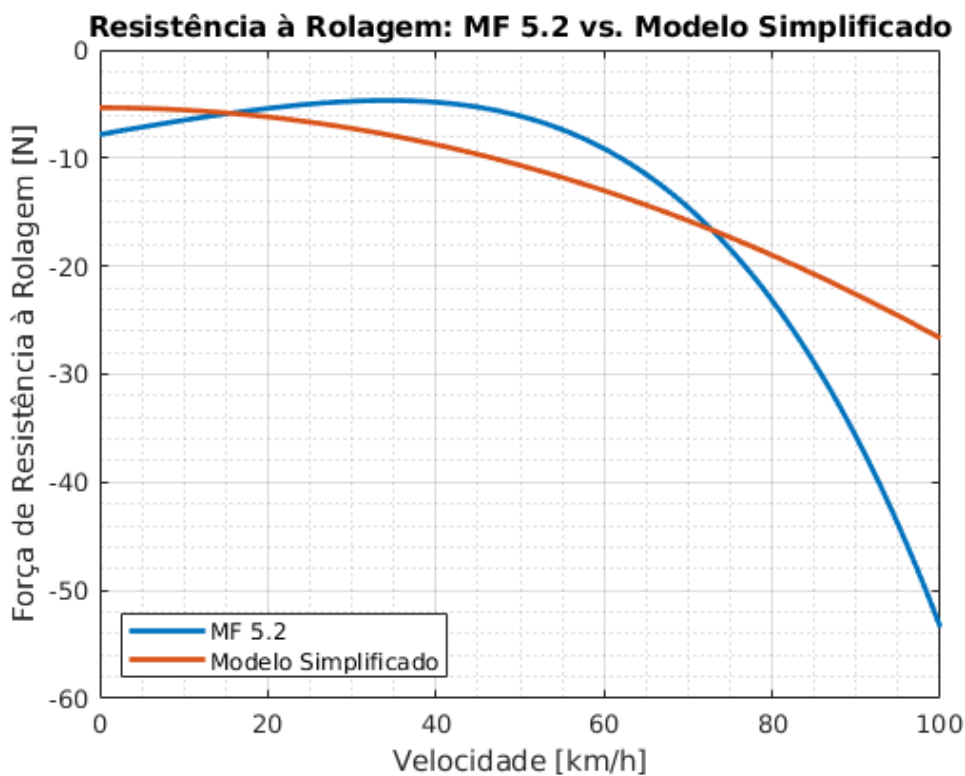


Figura 65: Curva de Comparação Entre as Modelagens da Força de Resistência à Rolagem.

A figura 65 mostra as curvas da Força de Resistência à Rolagem associadas à MF 5.2 e à modelagem simplificada do Optimum Lap®. A equação que rege esta última é:

$$F_{rollRes} = C_{rollRes} \cdot F_{zP} \quad (4.1)$$

sendo  $F_{rollRes}$  [N] a Força de Resistência à Rolagem,  $C_{rollRes}$  o coeficiente de resistência à rolagem e  $F_{zP}$  [N] a Carga Vertical do Pneu.

As curvas foram determinadas a partir da faixa de velocidades na qual o veículo em questão costuma operar, levando-se em conta a influência da sustentação aerodinâmica em  $F_{zP}$ . Essa consideração é a origem da curvatura da curva do modelo simplificado, já que a sustentação possui uma dependência com o quadrado da velocidade relativa de

escoamento do fluido em questão. O coeficiente de resistência à rolagem foi determinado pela média da divisão dos valores encontrados para  $F_{rollRes}$  retornados pela MF 5.2 pela  $F_{zP}$  associada. O valor encontrado foi de 0,056.

A diferença expressiva de comportamento das forças se dá porque a MF 5.2 assume que o Momento de Rolagem do Pneu  $M_{yP}$  possui uma dependência com a quarta potência da velocidade, sendo que a modelagem mais simples não considera dependência alguma com a velocidade. Apesar disso, a diferença não afetou significativamente os resultados da simulação, uma vez que a magnitude dos valores de  $F_{rollRes}$  é muito baixa.

### 4.2.3 Circuitos Criados

Os circuitos foram criados com base no regulamento da competição FSAE Brasil 2017/18, pois julgou-se que as provas as quais os veículos são submetidos nesta revelam a performance destes em uma diversidade de situações satisfatória para que seja feita uma boa análise comparativa. Foram criados 4 circuitos virtuais, sendo eles:

- Circuito de Aceleração: reta de 75 metros de comprimento;
- Circuito de *Skid-Pad*: curva de raio constante e igual à 9,25 metros, variando apenas o sentido da curva (horário ou anti-horário);
- Circuito de *Autocross*: circuito constituído por trechos de curvas e retas; e
- Circuito de Enduro: circuito análogo ao Circuito de *Autocross*, porém maior e cuja simulação foi feita de maneira que a velocidade final seja igual à inicial (como se o veículo estivesse percorrendo a segunda volta numa corrida com três voltas).

De acordo com o regulamento, a prova de aceleração é uma reta de 75 metros de comprimento, sendo a largura da pista de n mínimo 4,9 metros. Já para a prova de *Skid-Pad*, o percurso é feito conforme ilustra a figura 66. Observa-se que o diâmetro interno dos "anéis" que constituem o circuito possui 15,25 metros, sendo a largura de pista de 3 metros. Considerando-se que o veículo percorreria o circuito de maneira a estar equidistante das bordas da pista, o raio de sua trajetória seria então de 9,25 metros. (SAE-INTERNATIONAL, 2016)

As provas de *Autocross* e *Enduro* não possuem circuito pré-definido por regulamento, dando liberdade para a variação dos circuitos dentre competições de anos diferentes. Porém, o regulamento fornece as características gerais que os circuitos devem seguir. Esses são: (SAE-INTERNATIONAL, 2016)

- Para a prova de *Autocross*:

- Retas: comprimento máximo de 60 metros para trechos com *hairpins* (curvas fechadas) em ambas as extremidades ou comprimento máximo de 45 metros para curvas abertas em ambas as extremidades.
  - Curvas de Raio Constante: diâmetro entre 23 e 45 metros.
  - Curvas de Raio Fechado: Mínimo de 9 metros de diâmetro da borda externa do circuito.
  - *Slaloms* (curvas sequências em sentidos alternados): cones em linha reta com espaçamento entre 7,62 a 12,19 metros. As curvas são determinadas de maneira que os veículos alternam o lado de passagem pelos cones (à esquerda ou à direita) sequencialmente.
  - Geral: Presença de *chicanes*, curvas múltiplas, curvas de raio decrescente, etc. A largura da pista é de, no mínimo, 3,5 metros.
- Para a prova de Enduro:
    - Retas: comprimento máximo de 77 metros para trechos com *hairpins* (curvas fechadas) em ambas as extremidades ou comprimento máximo de 61 metros para curvas abertas em ambas as extremidades. Existem zonas de ultrapassagem em diversos pontos da pista.
    - Curvas de Raio Constante: diâmetro entre 30 e 54 metros.
    - Curvas de Raio Fechado: Mínimo de 9 metros de diâmetro da borda externa do circuito.
    - *Slaloms* (curvas sequências em sentidos alternados): cones em linha reta com espaçamento entre 9 a 15 metros. As curvas são determinadas de maneira que os veículos alternam o lado de passagem pelos cones (à esquerda ou à direita) sequencialmente.
    - Geral: Presença de *chicanes*, curvas múltiplas, curvas de raio decrescente, etc. A largura da pista é de, no mínimo, 4,5 metros.

Com base nisso, foram criados os circuitos de *Autocross* e Enduro ilustrados nas figuras 67 e 68, respectivamente. O Circuito de Aceleração e o Circuito de *Skid-Pad* não foram representados devido ao fato de sua descrição prévia ser suficiente. Nas figuras, as linhas de chegada se localizam nos pontos de início das retas horizontais inferiores, logo após a sequência de *slaloms*.

Junto aos contornos das pistas (em preto), estão representados também as trajetórias que serão simuladas (em azul), as linhas que representam a distância mínima entre a trajetória e os contornos da pista (linha traço-ponto em verde) e os pontos onde existem cones que determinam os trechos de *slalom* (em vermelho). As trajetórias associadas ao Circuito de *Autocross* e ao Circuito de Enduro possuem comprimento de 410,69 metros e 504,60 metros, respectivamente.

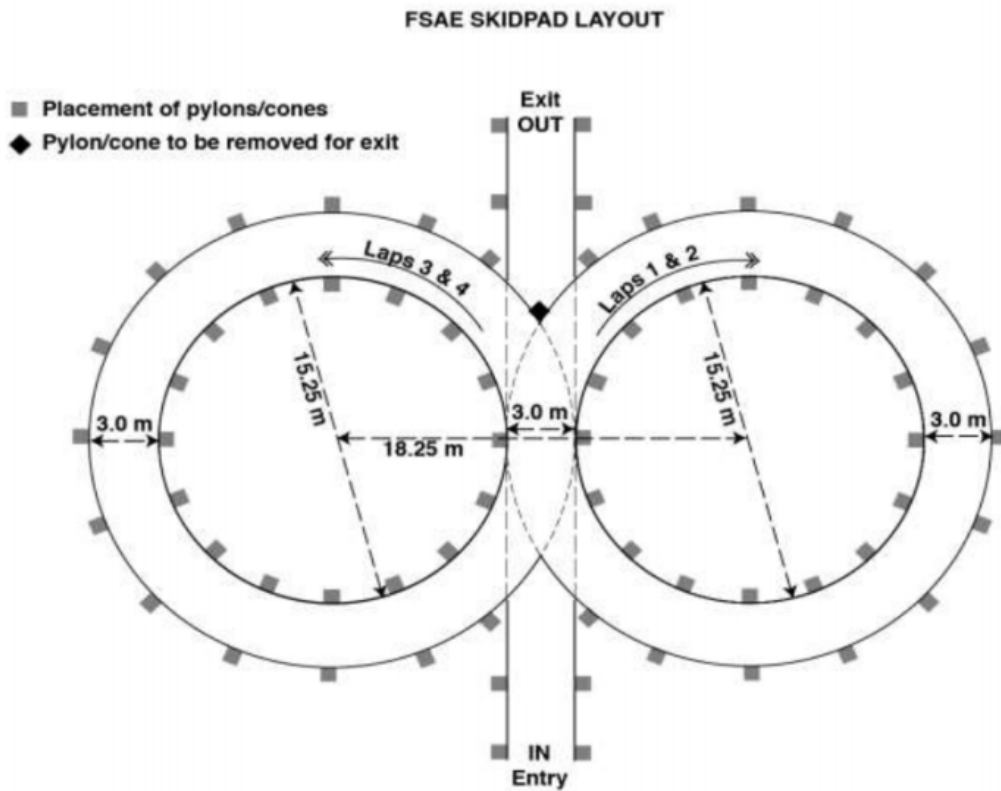


Figura 66: Características do Circuito de *Skid-Pad*. (SAE-INTERNATIONAL, 2016)

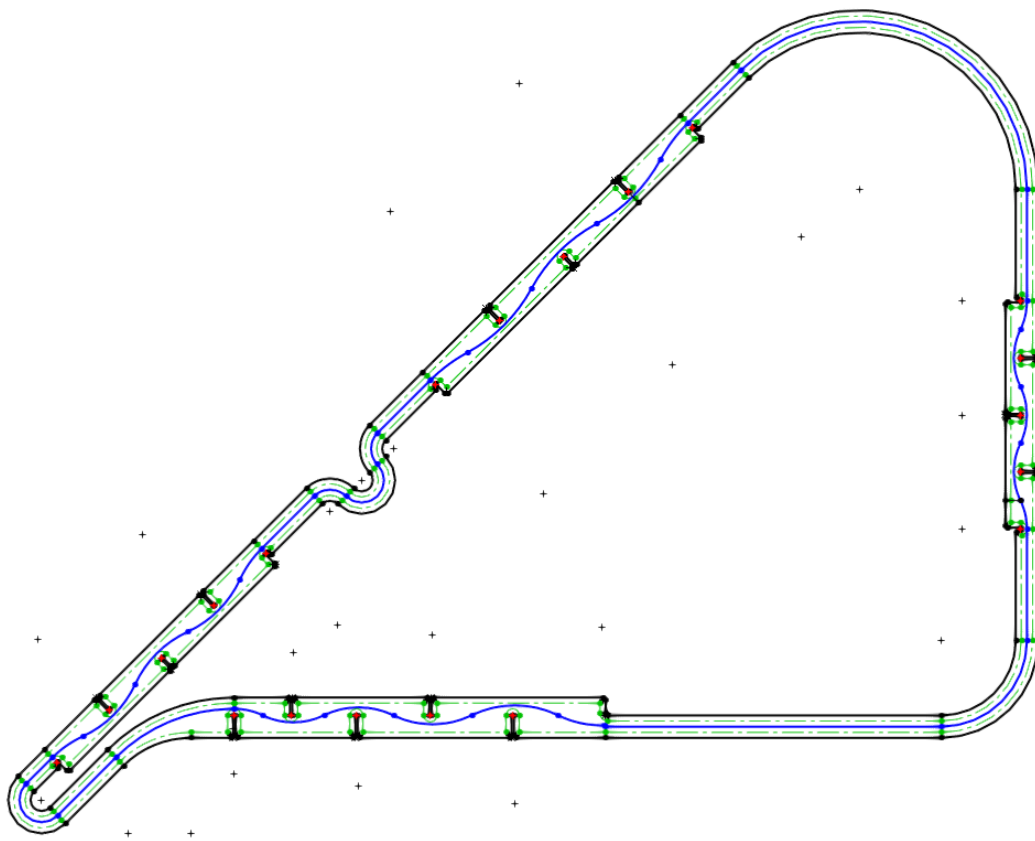


Figura 67: Circuito de *Autocross*.

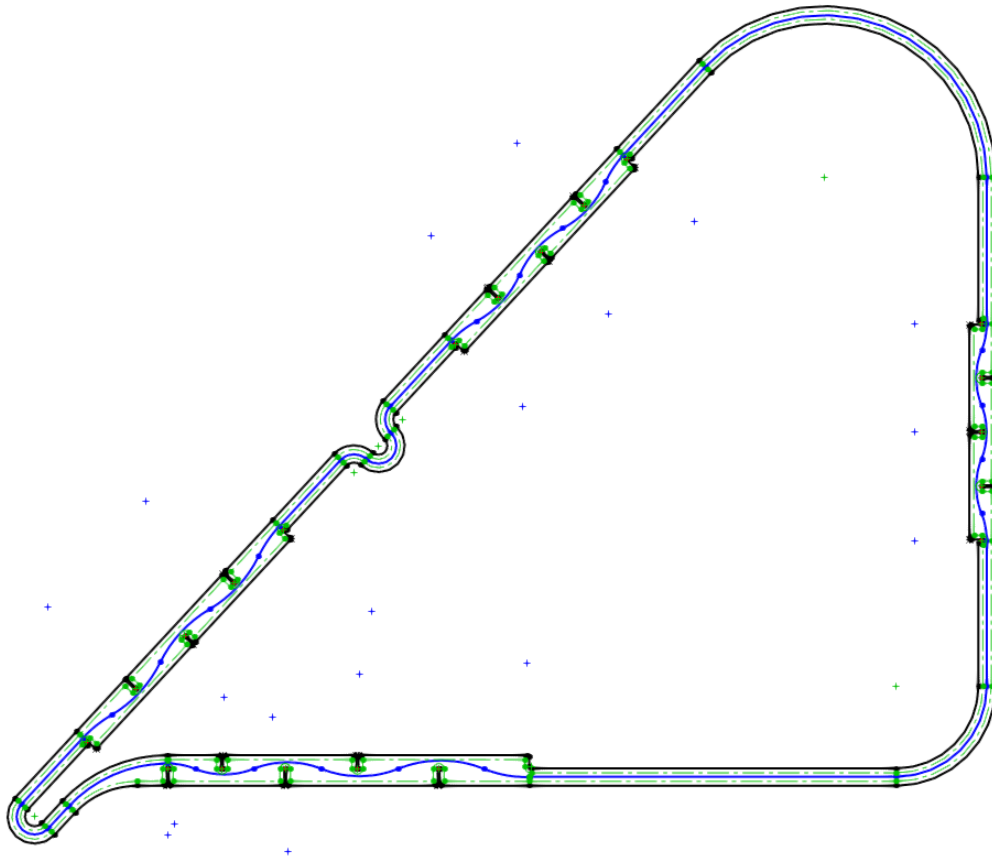


Figura 68: Circuito de Enduro.

#### 4.2.4 Comparação de Resultados dos Simuladores

Na comparação dos resultados do simulador desenvolvido e o Optimum Lap®, utilizou-se os resultados das simulações feitas no Optimum Lap®, do simulador desenvolvido com o veículo simplificado e do simulador desenvolvido com o veículo sem adaptações. Todas as simulações foram feitas para as mesmas quatro trajetórias, associadas aos circuitos criados apresentados na subseção 4.2.3.

As figuras 69, 70, 71 e 72 mostram as trajetórias utilizadas para a análise comparativa. Nelas, as ilustrações superiores foram marcadas com círculos de coloração variada, dispostos de 50 em 50 metros, a fim de que sirvam de referência para correlação dos gráficos com a trajetória associada. Já as ilustrações inferiores ilustram os raios de trajetória associados a cada trecho através de sua coloração. Aqui, raios negativos indicam curva para a direita (sentido horário) com raio igual ao módulo do valor especificado. A fim de se viabilizar a representação por cores, os trechos de reta foram associados a raio igual à zero.

A trajetória do Circuito de *SkidPad* foi disposta em sucessivas curvas de  $180^\circ$  ao invés de  $360^\circ$  para facilitar a associação com os gráficos. Esta alteração com relação às especificações impostas pelo regulamento (SAE-INTERNATIONAL, 2016) não exerce influência sobre os resultados das simulações, uma vez que efeitos decorrentes da alteração

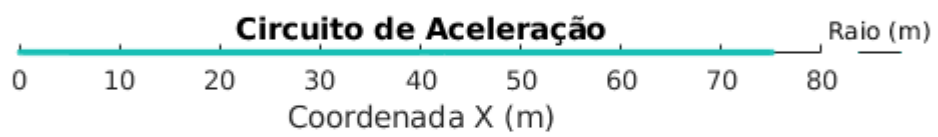
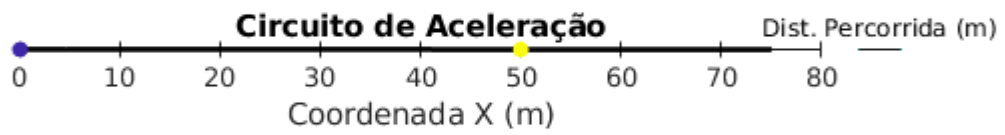


Figura 69: Trajetória do Circuito de Aceleração.

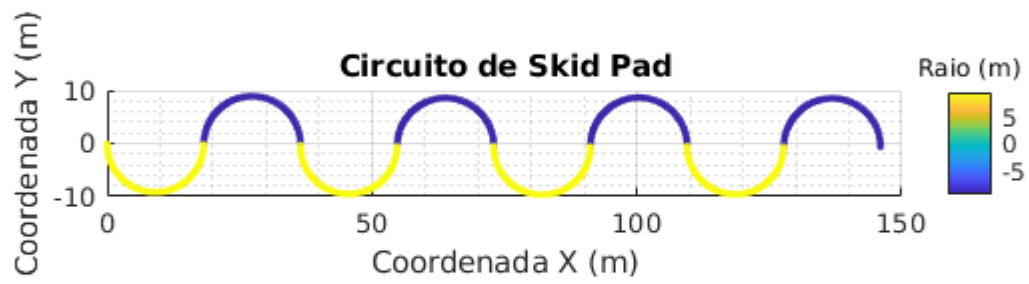
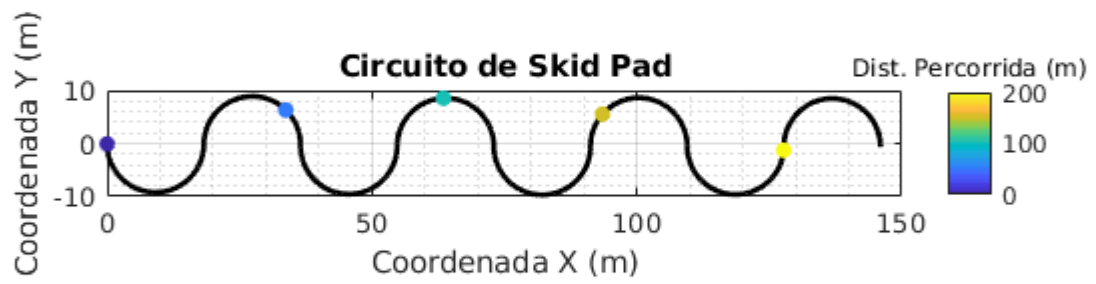


Figura 70: Trajetória do Circuito de *SkidPad*.



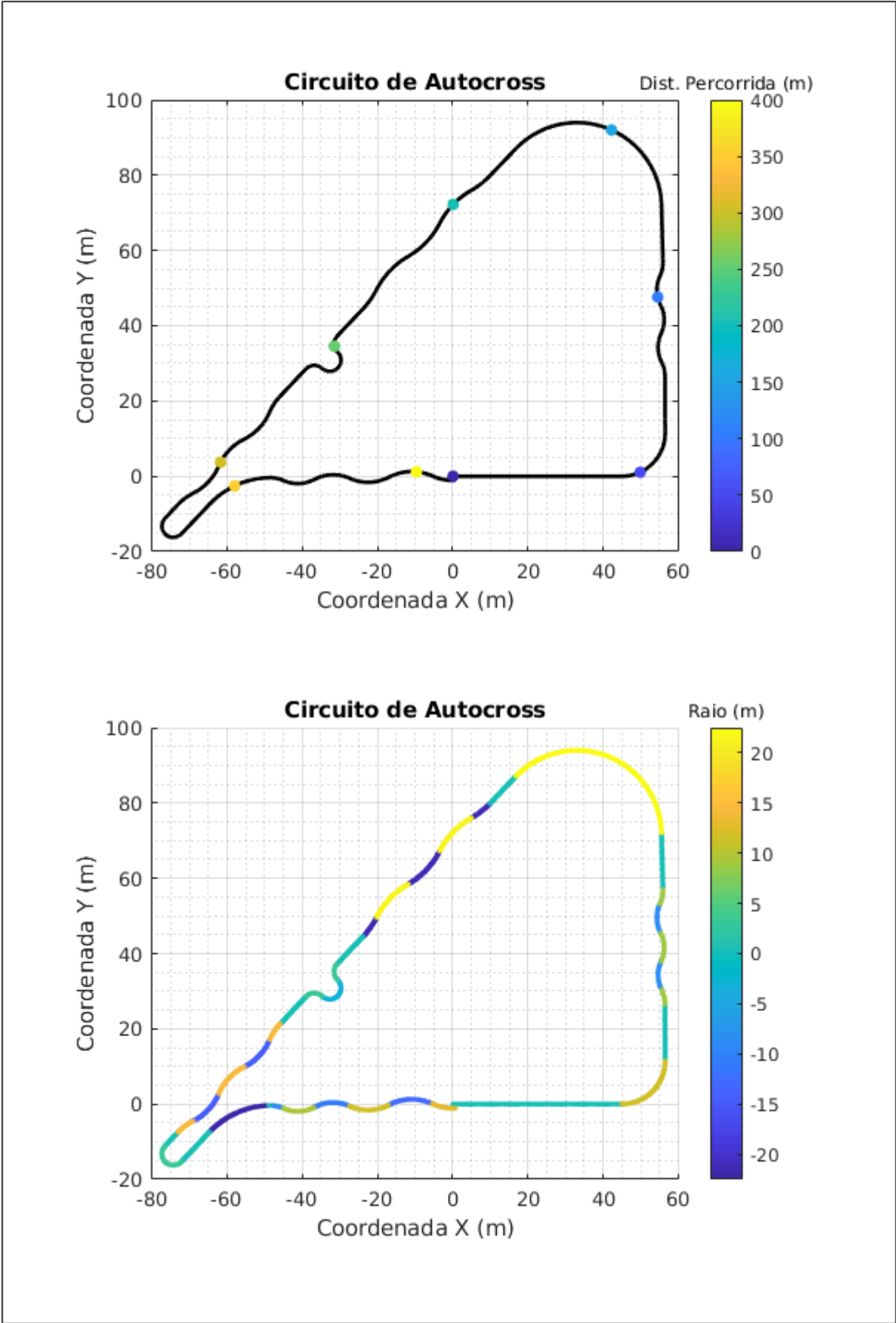


Figura 71: Trajetória do Circuito de *Autocross*.

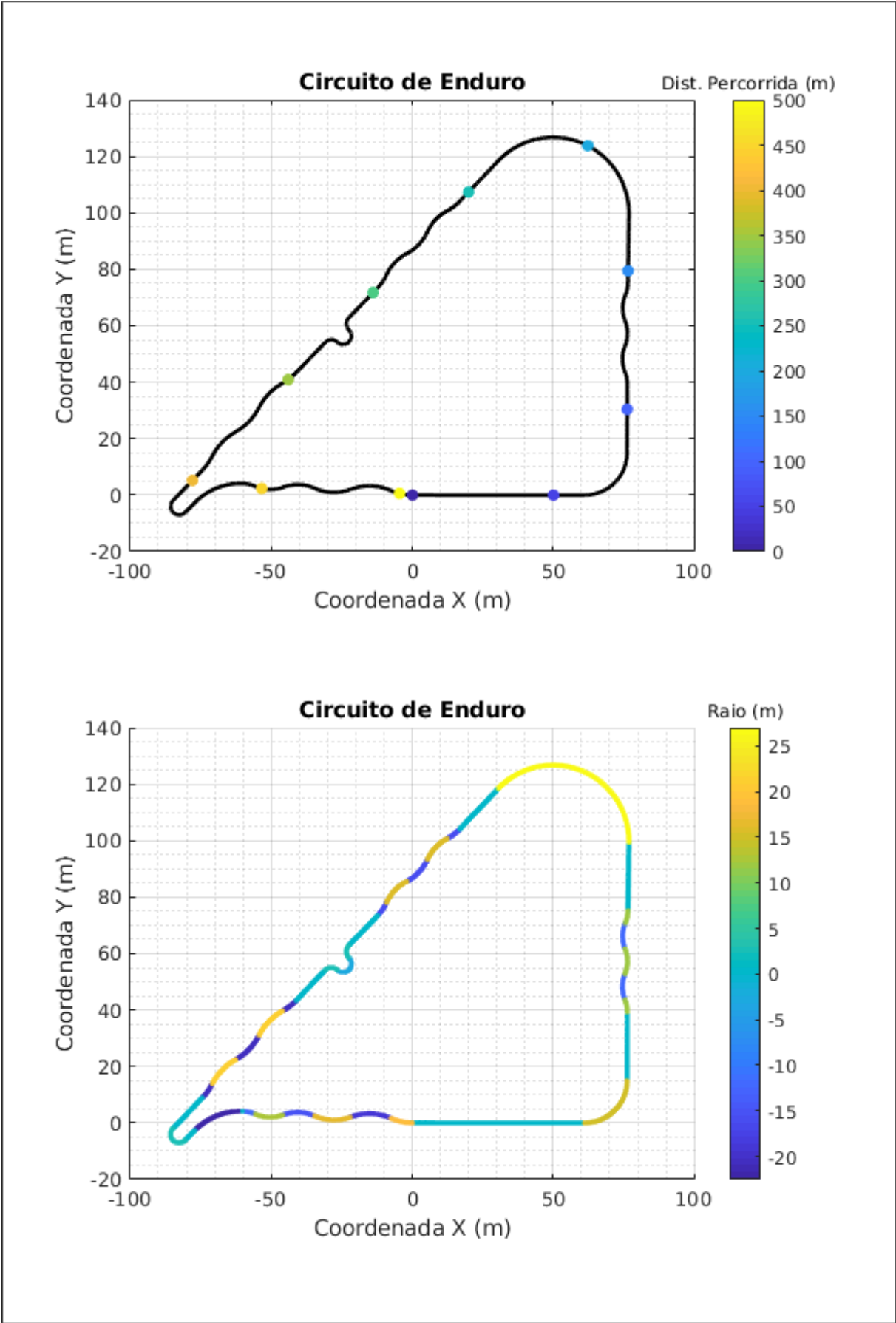


Figura 72: Trajetória do Circuito de Enduro.

súbita do sentido da curva da trajetória são transientes. Como os simuladores em questão são do tipo QSS (*Quasi-Steady State*), tais efeitos não são levados em conta e os resultados apresentam comportamento idêntico aos casos em que não há mudança de sentido, uma vez que o raio da trajetória se mantém constante.

A resolução de trajetória aqui utilizada foi 100 milímetros, já que esta é a resolução utilizada pelo Optimum Lap®. As análises feitas não abrangeram todos os parâmetros porque em muitos casos isso seria redundante. Por isso, são analisados aqui apenas os parâmetros de velocidade, aceleração longitudinal, aceleração centrípeta e tempo decorrido.

Nas subseções que seguem, os resultados são apresentados de maneira gráfica. Em cada figura, os gráficos foram organizados de maneira que o superior apresenta o parâmetro em questão em função da distância percorrida. Já as duas figuras inferiores apresentam os valores absolutos das diferenças percentuais entre os resultados obtidos com o simulador desenvolvido (nas versões simplificado e sem adaptação). Os resultados do Optimum Lap® sempre aparecem em preto, enquanto que os resultados obtidos fazendo-se uso das adaptações são ilustrados em vermelho e os sem adaptações em azul. As diferenças são sempre relativas aos resultados do Optimum Lap®, sendo a cor da linha determinada pelo caso para o qual a diferença foi determinada (modelo simplificado ou não).

#### 4.2.4.1 Análise das Velocidades

As figuras 73, 74, 75 e 76 mostram a variação da velocidade ao longo das trajetórias utilizando-se o simulador desenvolvido e o Optimum Lap®.

Nota-se nos gráficos superiores das figuras 73, 74 e 75 que o veículo não parte do repouso. O simulador desenvolvido é capaz de executar uma simulação partindo do repouso, porém, o Optimum Lap® determina a velocidade inicial do veículo com base no menor valor de entrada da rotação do motor e na menor relação de marcha do veículo a ser simulado. Assim, adaptou-se o simulador desenvolvido para que fossem obtidas melhores condições de comparação de resultados. No caso do veículo modelado, essa velocidade inicial é de aproximadamente 13 km/h.

Observa-se no gráfico superior da figura 73 que os resultados retornados pelo Optimum Lap® e pelo simulador desenvolvido com modelo de veículo simplificado são muito próximos. Os padrões das curvas parecem refletir a influência da diferença das modelagens da Força de Resistência à Rolagem  $F_{rollRes}$ , diferença esta ilustrada na figura 65, na subseção 4.2.2. Isso porque a curva vermelha apresenta uma maior variação de velocidade que a preta na região que vai de (2 à 24 metros), onde a velocidade varia de 20 à 70 km/h e a MF 5.2 retorna valores menores para  $F_{rollRes}$  que o modelo simplificado do Optimum Lap®. A velocidade maior encontrada pelo Optimum Lap® ao final da pista é um reforço dessa hipótese.

A análise do gráfico de diferença relativa ao modelo simplificado (linha vermelha)

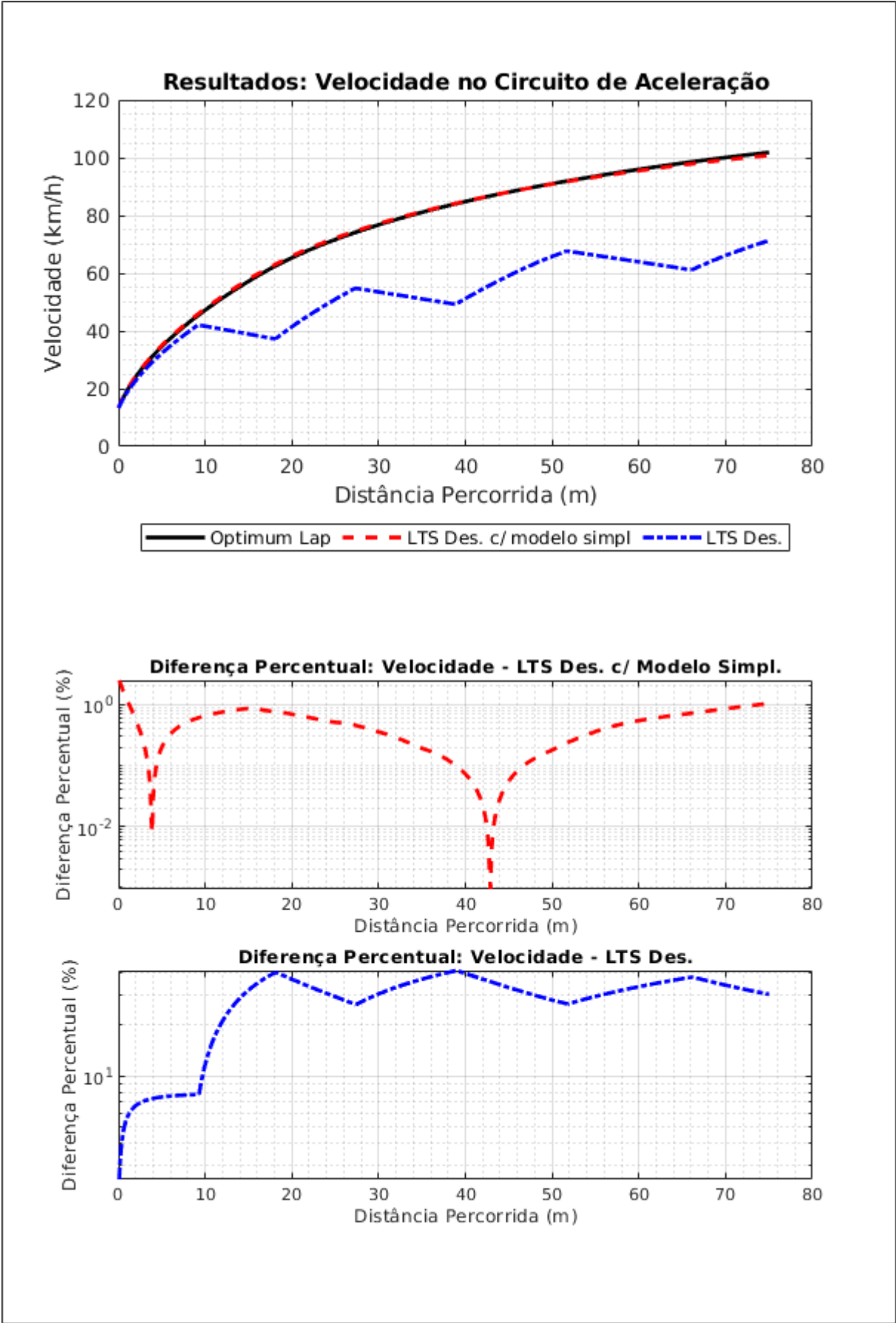


Figura 73: Velocidades no Circuito de Aceleração.

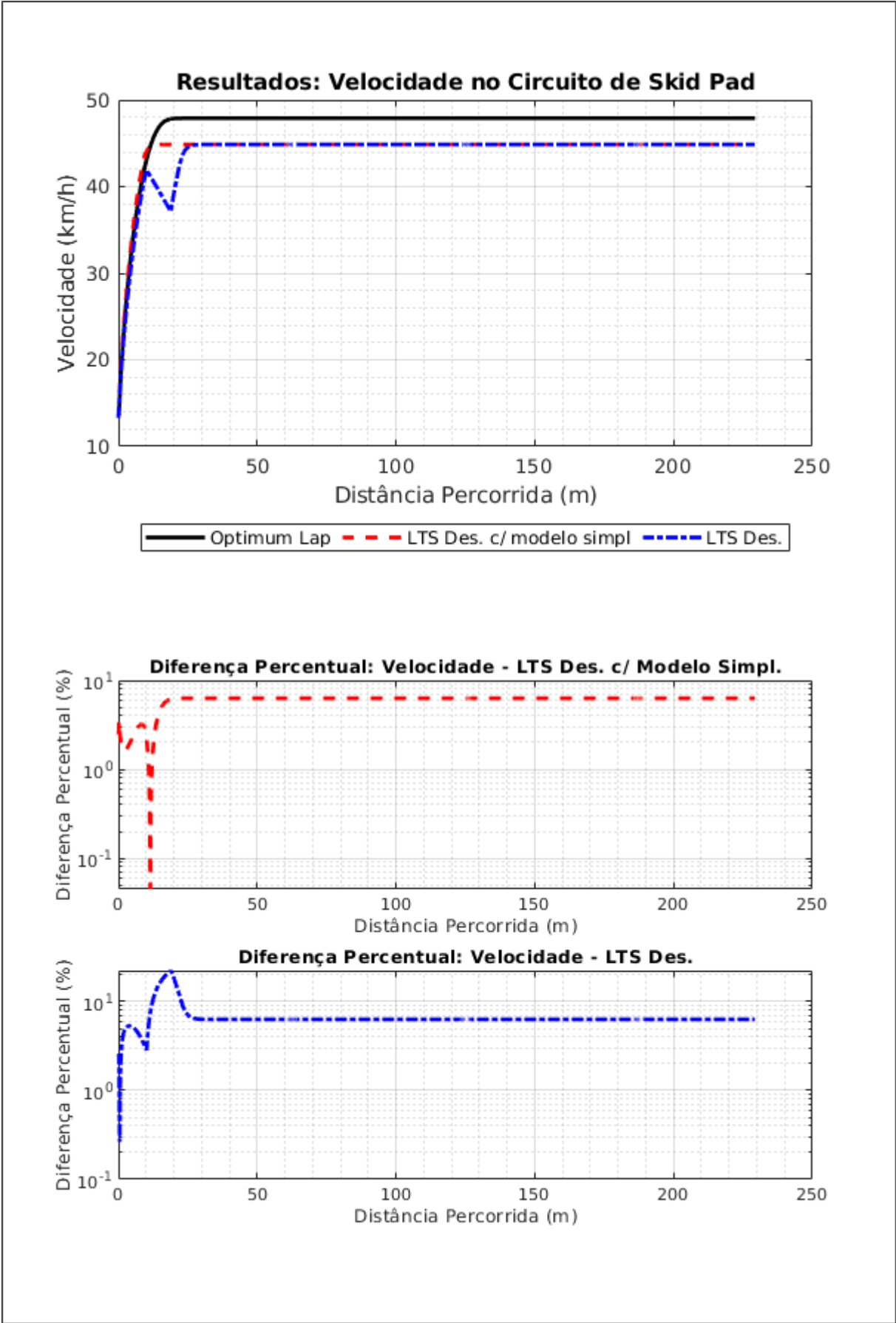


Figura 74: Velocidades no Circuito de *SkidPad*.

confere ainda mais força à hipótese em questão, pois mostra que houveram dois momentos de cruzamento nos resultados da velocidade, que correspondem aos picos observados (esses ocorrem pois a diferença é dada em valor absoluto). O primeiro ocorre logo no início, com cerca de 4 metros percorridos, enquanto que o segundo ocorre apenas em aproximadamente 43 metros. Nessa faixa, a velocidade calculada pelo simulador desenvolvido é maior que a calculada pelo Optimum Lap®.

Atentando-se agora para a curva azul, observa-se que desde o início (faixa de 0 a 10 metros) já existe uma diferença notável de velocidade desenvolvida. Esta se dá devido à consideração da influência do momento de inércia das partes rotativas do veículo, que diminui a aceleração longitudinal resultante. Logo após o início, ocorre uma diminuição da velocidade que se dá ao longo de cerca de 9 metros. Esta surge devido à troca de marcha, momento em que o veículo não possui força motriz para aumentar sua velocidade. As diferenças associadas aqui chegam a atingir 30%, o que é bem considerável.

Observa-se na figura 74 que há uma considerável diferença nas velocidades máximas obtidas nas simulações. As diferenças aqui são de aproximadamente 7%, conforme os gráficos inferiores evidenciam. Não foi possível determinar a principal causa da discrepância. Supõe-se que as causas estejam na resolução do coeficiente de decaimento do Optimum Lap® (subseção 4.2.2) ou no algoritmo.

Já na região onde o veículo começa a se movimentar, o mesmo tipo de comportamento do caso do Circuito de Aceleração é percebido. Além dos efeitos já mencionados, aqui ainda há diferença devido ao fato de o pneu trabalhar em regime combinado, visto que os modelos são diferentes. No caso do modelo mais simples, o Círculo de Atrito (seção 2.3.1) do pneu caracteriza uma elipse perfeita. Já no caso da MF 5.2, o Círculo de Atrito possui um formato semelhante, porém não caracteriza uma elipse perfeita, sendo que este possui um formato que tende a se aproximar mais de um trapézio. Isso se mostra mais evidente nas leves diferenças entre os comportamentos das curvas azul e vermelha na região imediatamente anterior à estabilização da velocidade. Observa-se que no caso das duas primeiras, a variação é um pouco mais brusca que no caso da última. Esta observação é retomada na subseção de análise de aceleração longitudinal (subseção 4.2.4.2), onde as diferenças são mais evidentes.

Com relação às figuras 75 e 76, observa-se comportamentos derivados dos observados nas figuras anteriores.

Em todos os casos, observa-se que a principal causa de discrepâncias de comportamento entre o caso não simplificado e os outros é a presença do tempo de troca de marcha. Apesar de ser apenas 0,2 segundos, causa diferenças significativas na velocidade. Como o Optimum Lap® foi validado apresenta boa coerência com a realidade, supõe-se que a elevada diferença causada pela consideração da troca de marcha ocorra devido à não consideração de comportamentos transientes dos pneus. Na realidade, pode-se pensar que os pneus atuam como molas nas situações de troca de marcha, ficando fácil enxergar que leva

um tempo entre a ausência de aplicação de força e o retorno ao estado sem deformação (e conseqüentemente, sem forças atuando ali). Ou seja, quando se cessa o fornecimento de potência do motor para as rodas, há um intervalo de tempo até que a força longitudinal associada a essa potência suma. Caso o tempo de troca de marcha seja menor do que esse intervalo de tempo necessário para que a força suma, a força longitudinal ainda atuará por um tempo. Assim, surge discrepância considerável do que acontece na realidade com relação aos resultados do LTS desenvolvido, que considera que estas forças desaparecem imediatamente com o corte de fornecimento de energia.

A pior coerência entre os resultados do Optimum Lap® e do simulador desenvolvido usando o modelo simplificado ocorre no comportamento em curvas. Os gráficos de diferença evidenciam que esta é aproximadamente constante percentualmente.

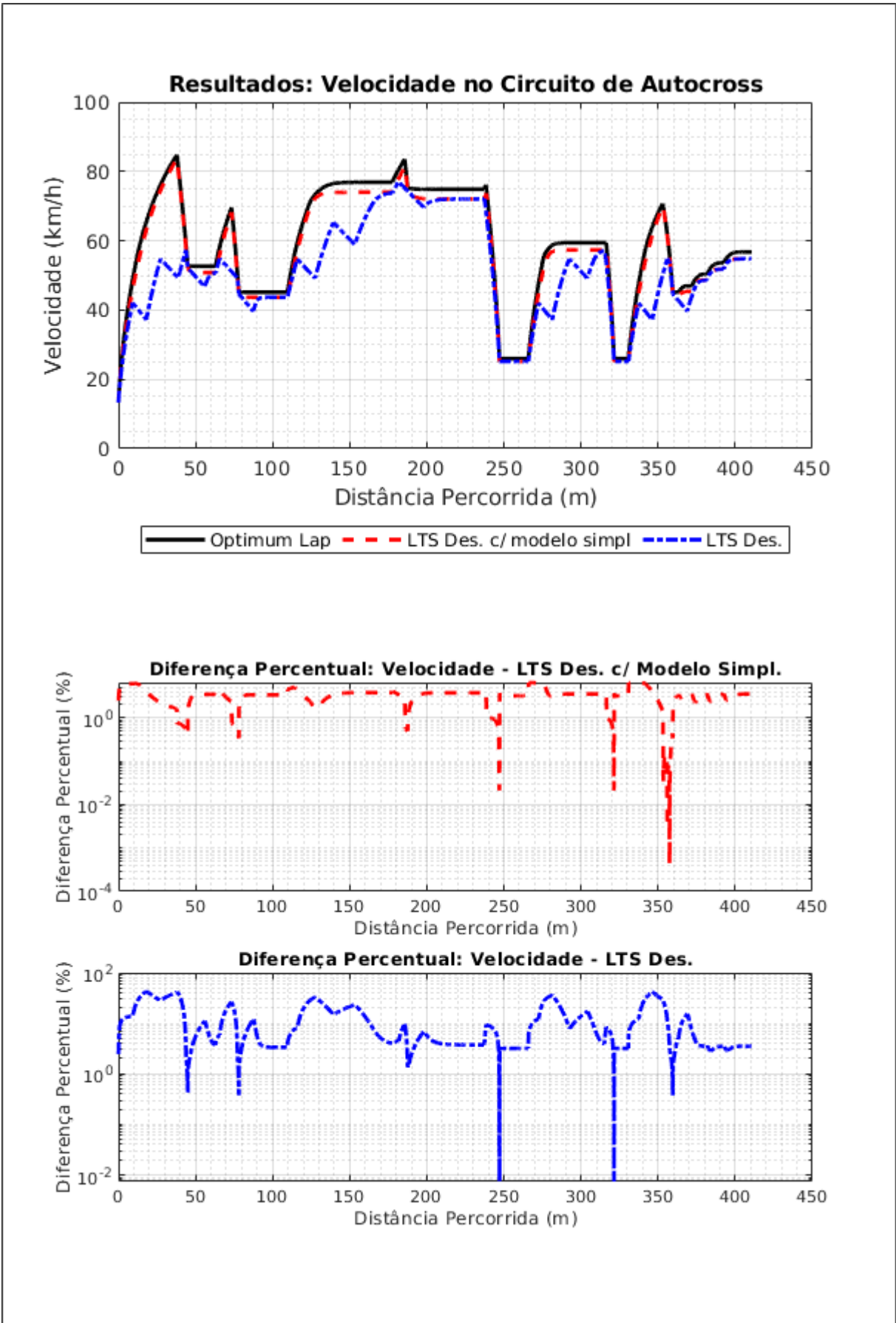


Figura 75: Velocidades no Circuito de *Autocross*.



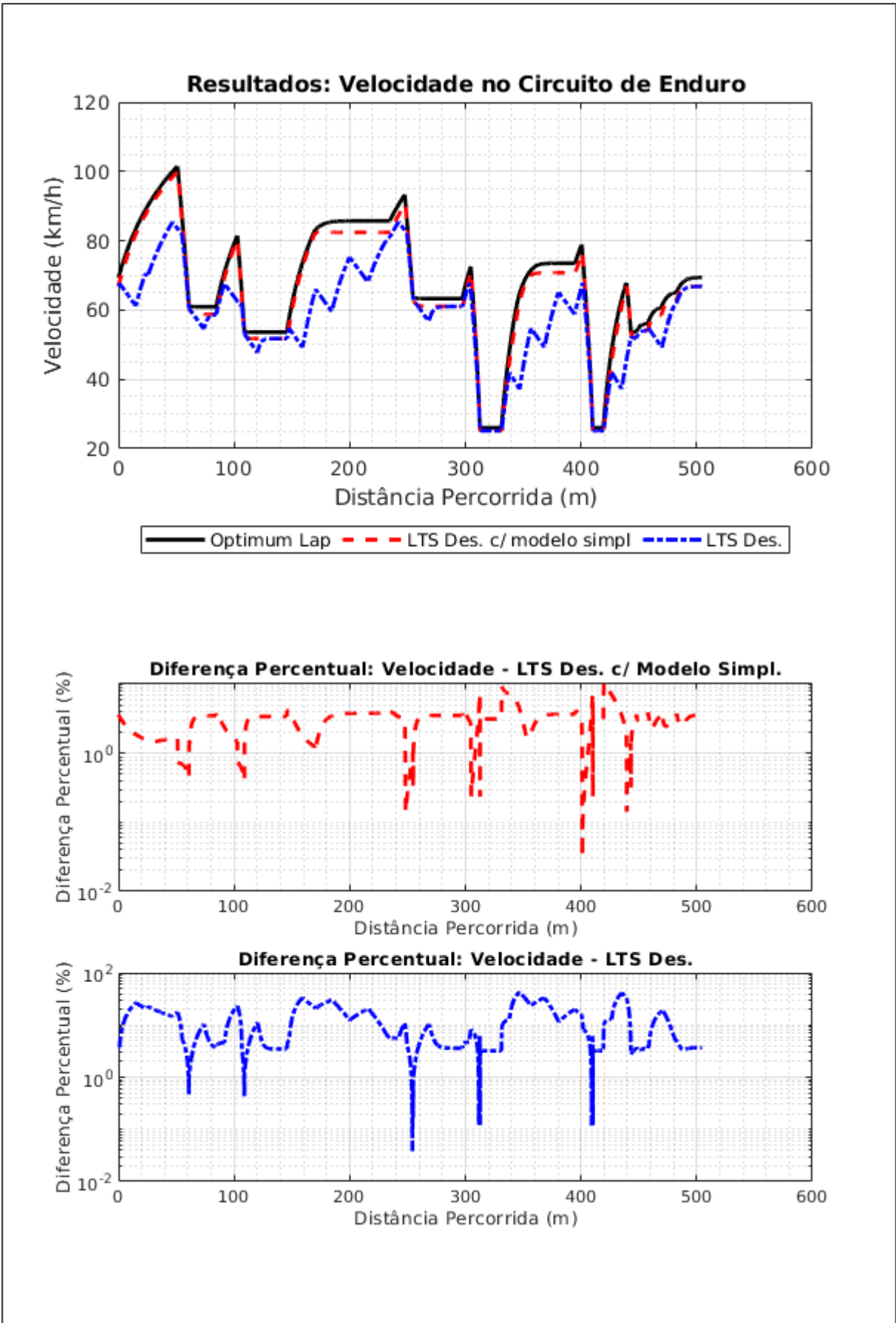


Figura 76: Velocidades no Circuito de Enduro.

#### 4.2.4.2 Análise das Acelerações Longitudinais

As figuras 78, 79, 80 e 81 mostram a variação da aceleração longitudinal ao longo das trajetórias utilizando-se o simulador desenvolvido e o Optimum Lap®.

Dentre as figuras, a que melhor evidencia as diferenças de comportamento da aceleração longitudinal em linha reta é a 78. Nos casos do Optimum Lap® e do simulador com modelo simplificado, o início do decaimento das curvas marcam a transição de fator limitador dos pneus para o conjunto motor e transmissão, o que ocorre entre 15 e 16 metros de distância percorrida. A pequena diferença de aceleração imposta pela limitação dos pneus nessas curvas advém principalmente da limitação de resolução dos parâmetros de entrada do Optimum Lap® no coeficiente de decaimento do pneu. O restante da discrepância de comportamento parece ocorrer devido à diferença na modelagem da força de resistência à rolagem, já que a diferença entre as acelerações tende a crescer junto com o passar da distância (quando a velocidade aumenta), conforme o gráfico de diferença percentual evidencia.

A grande diferença no valor máximo de aceleração entre a curva azul e as outras ocorre devido à consideração da parcela de energia gasta para se rotacionar as partes rotativas do veículo. Observa-se que a transição de fator limitador de aceleração só ocorre muito depois (entre 44 e 45 metros de distância percorrida). Isso ocorre pois o momento da transição depende da velocidade, que é menor aqui devido à menor aceleração e aos momentos de troca de marcha (onde a aceleração é negativa).

Já o gráfico superior da figura 79 torna, de maneira ainda mais evidente que no caso dos perfis de velocidade, a diferença imposta pelo formato do Círculo de Atrito (seção 2.3.1) dos pneus na região imediatamente anterior à estabilização da velocidade (aceleração igual à zero). Os decrescimentos das curvas vermelha e azul são mais súbitos que o da curva preta nessa região, conforme pode ser melhor observado na figura 77, onde a região em questão foi amplificada.

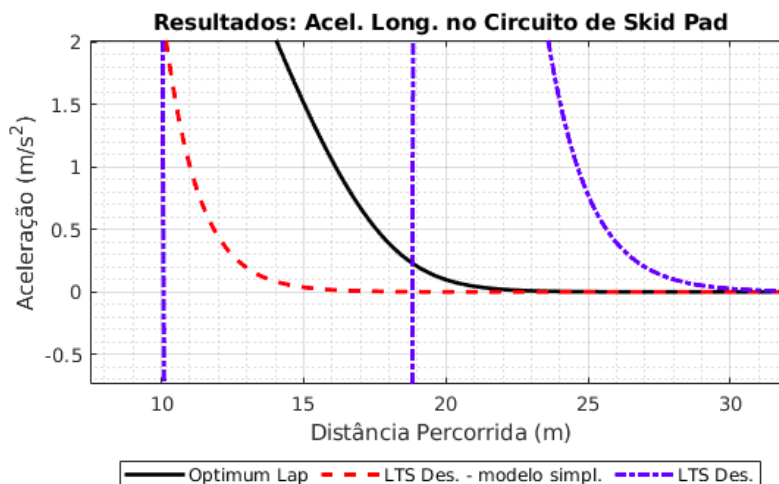


Figura 77: Vista Amplificada de Região de Interesse dos Perfis de Aceleração Longitudinal no Circuito de *SkidPad*.

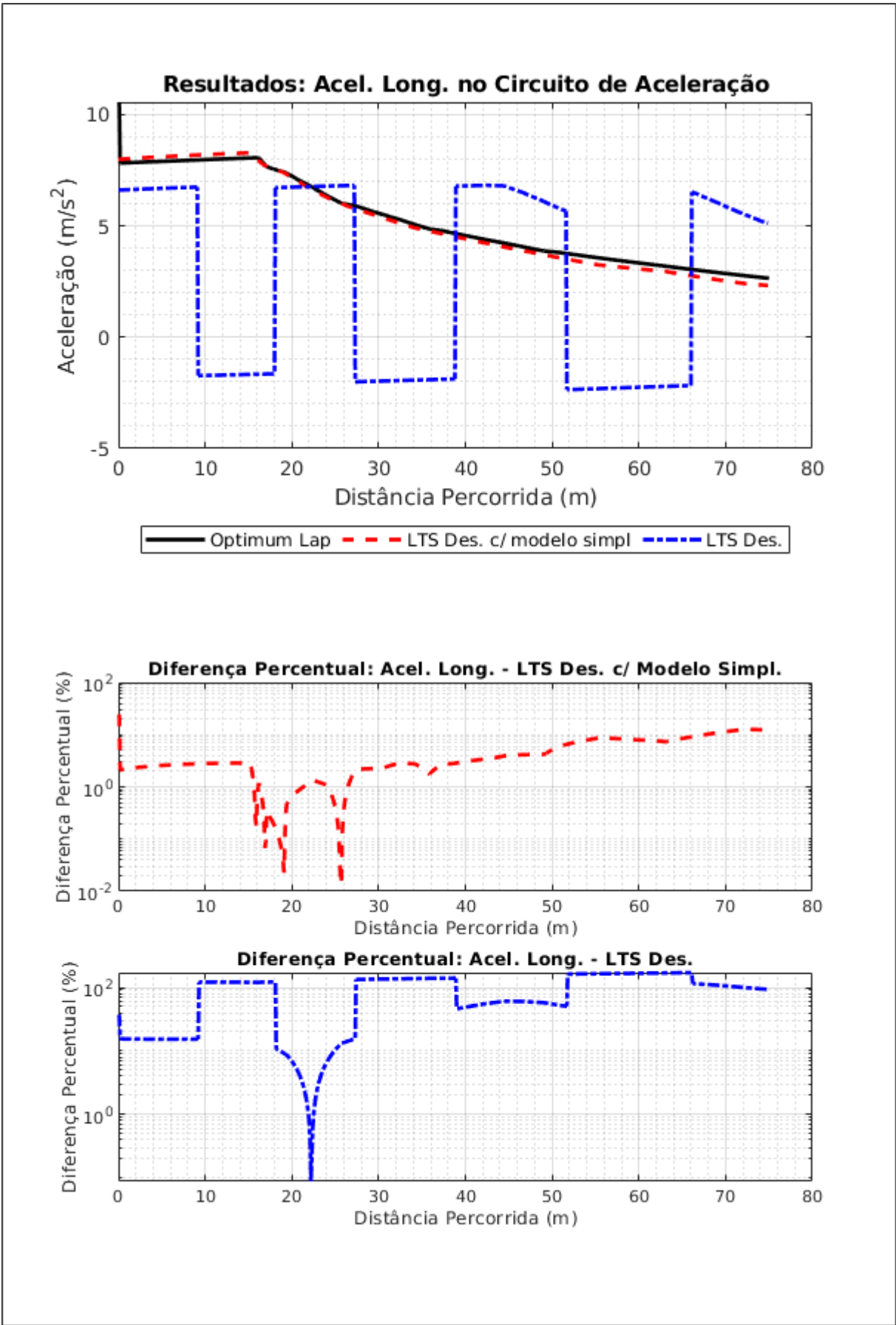


Figura 78: Acelerações Longitudinais no Circuito de Aceleração.

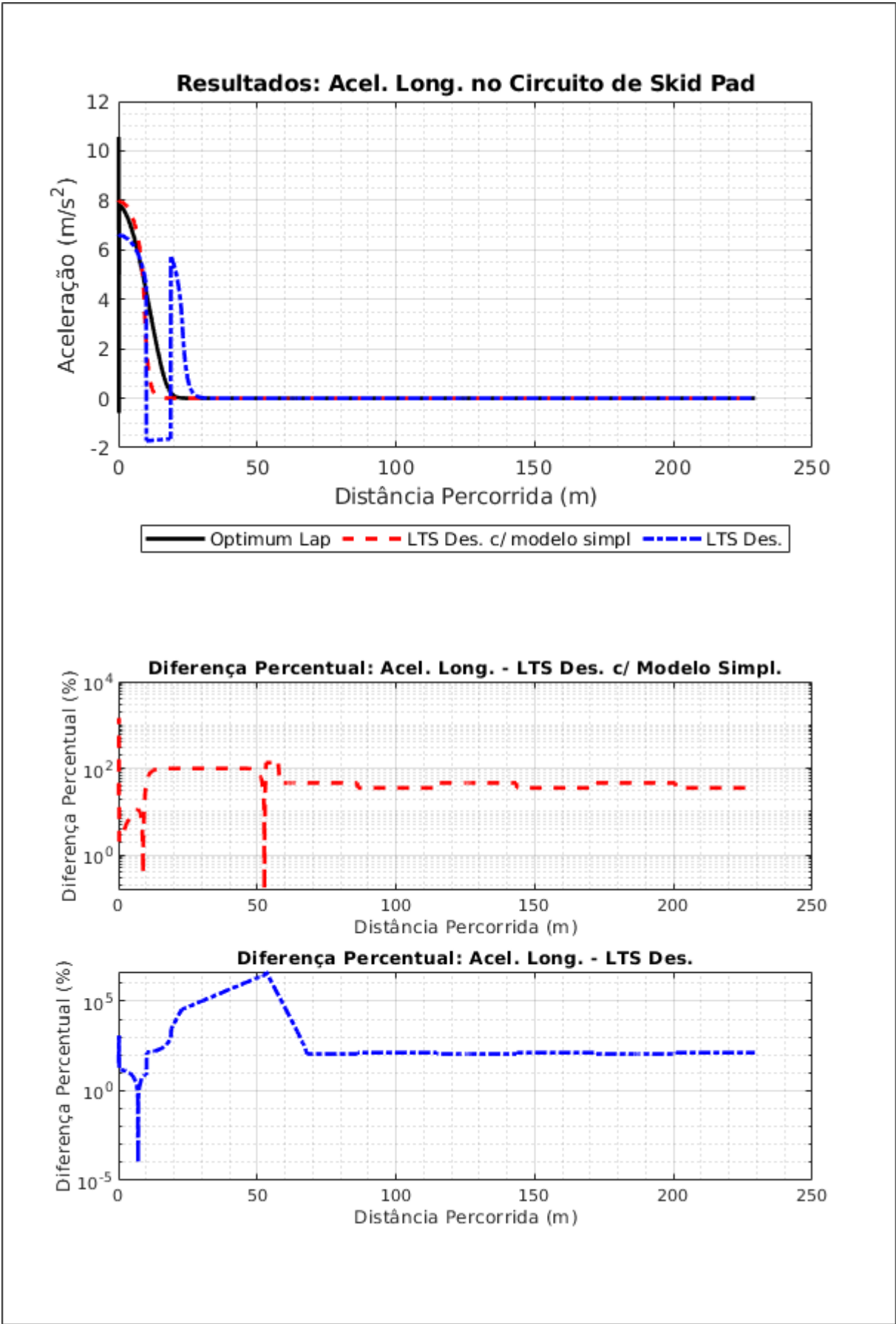


Figura 79: Acelerações Longitudinais no Circuito de *SkidPad*.

O formato de elipse perfeita do Círculo de Atrito da modelagem utilizada pelo Optimum Lap® faz com que haja uma transição mais suave do que no caso da MF 5.2, no perfil de aceleração da região em questão. No caso da MF 5.2, o Círculo de Atrito possui um formato de elipsoide que tende a se aproximar para um formato trapezoidal. A consequência observada no gráfico ocorre pois, na região de transição, o pneu é utilizado cada vez mais para gerar força lateral do que longitudinal. Um Círculo de Atrito que possui um formato mais trapezoidal do que uma elipse perfeita possui uma transição mais brusca na aceleração longitudinal ao se aproximar da condição de geração de força lateral máxima, uma vez que nesse caso faz-se necessária uma diminuição maior de magnitude da força longitudinal para aumento da magnitude da força lateral quando o pneu é operado nos seus limites de aderência.

Com relação às figuras 80 e 81, observa-se as curvas vermelha e preta possuem comportamento muito similar, exceto pelos picos de aceleração positiva. Essa é uma diferença que ocorre pois o Optimum Lap® não trabalha com coeficientes de atrito longitudinal diferentes para aceleração e frenagem. Como, a fim de se minimizar as diferenças, utilizou-se o coeficiente de atrito para frenagem como o longitudinal nas simulações do Optimum Lap®, os resultados ficaram destoantes quando a limitação da aceleração positiva é imposta pelos pneus. Mesmo assim, existem pequenas diferenças nos picos de frenagem. Esses estão associados à restrição de resolução dos parâmetros de entrada do Optimum Lap® e ao fato de que as velocidades nas curvas dos resultados do simulador desenvolvido simplificado serem mais baixas. Isso diminui a velocidade imediatamente anterior às manobras de frenagem, o que reduz a capacidade de frenagem devido à redução dos valores absolutos das forças aerodinâmicas e da força de resistência à rolagem. As grandes diferenças evidentes nos gráficos de diferença, ocorrem devido à pequenas acelerações residuais decorridas da interpolação do diagrama GGV, que são comparadas às valores menores ainda advindos da simulação do Optimum Lap®.

Mais uma vez, fica evidente que a consideração dos efeitos da energia gasta com o movimento das partes rotativas afeta as limitações de aceleração significativamente, porém aqui, também no caso da frenagem. A curva azul se encontra dispersa em volta das outras devido às trocas de marcha. Estas, provocaram diferenças percentuais exponenciais, que foram evidenciados em todas as figuras. Também, nota-se que as distâncias de frenagem são menores em algumas regiões, o que ocorre porque o veículo se encontra à velocidade muito menor que as outras. Isso faz com que seu momento ideal para frenagem ocorra mais à frente, nem existindo em casos mais extremos.

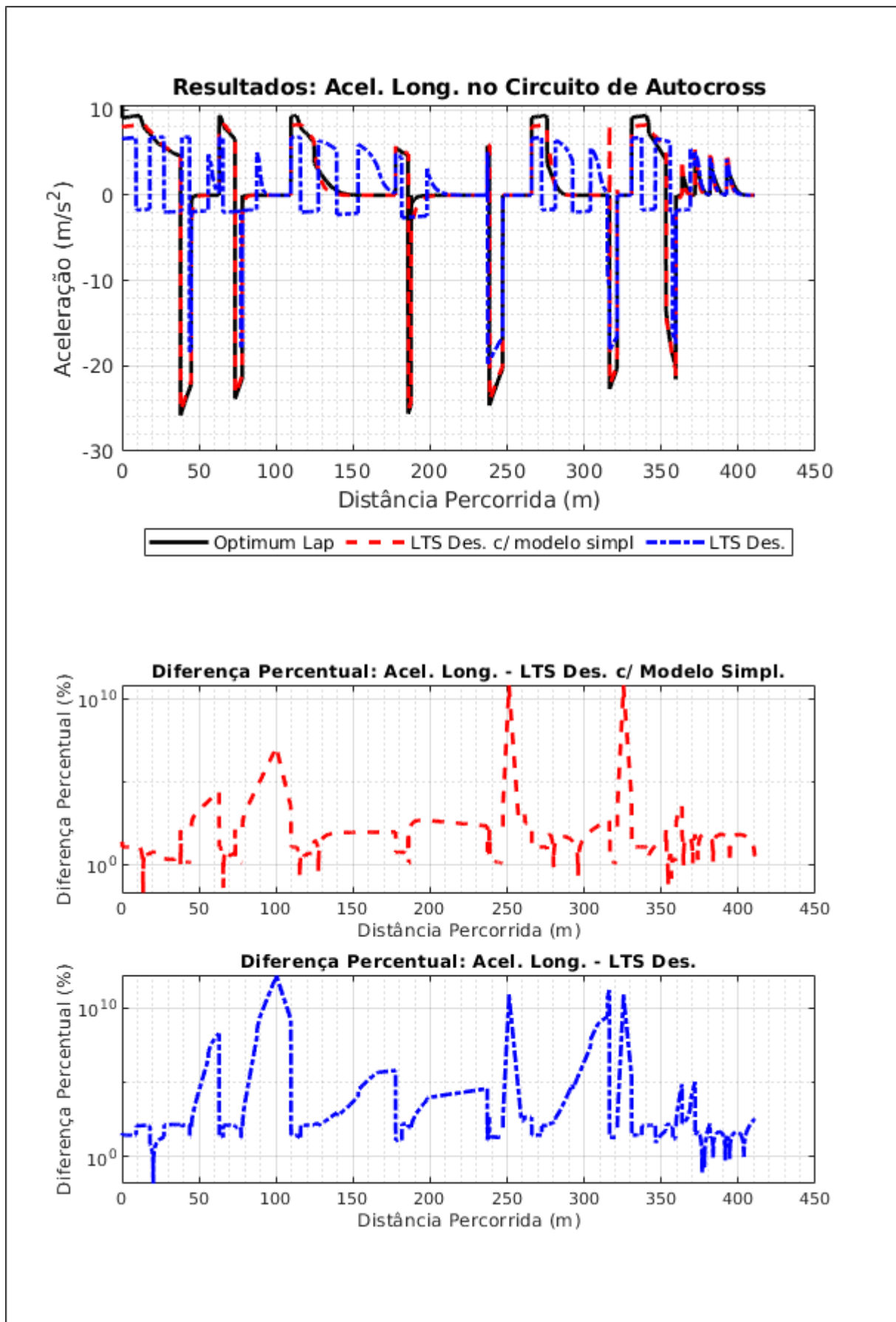


Figura 80: Acelerações Longitudinais no Circuito de *Autocross*.

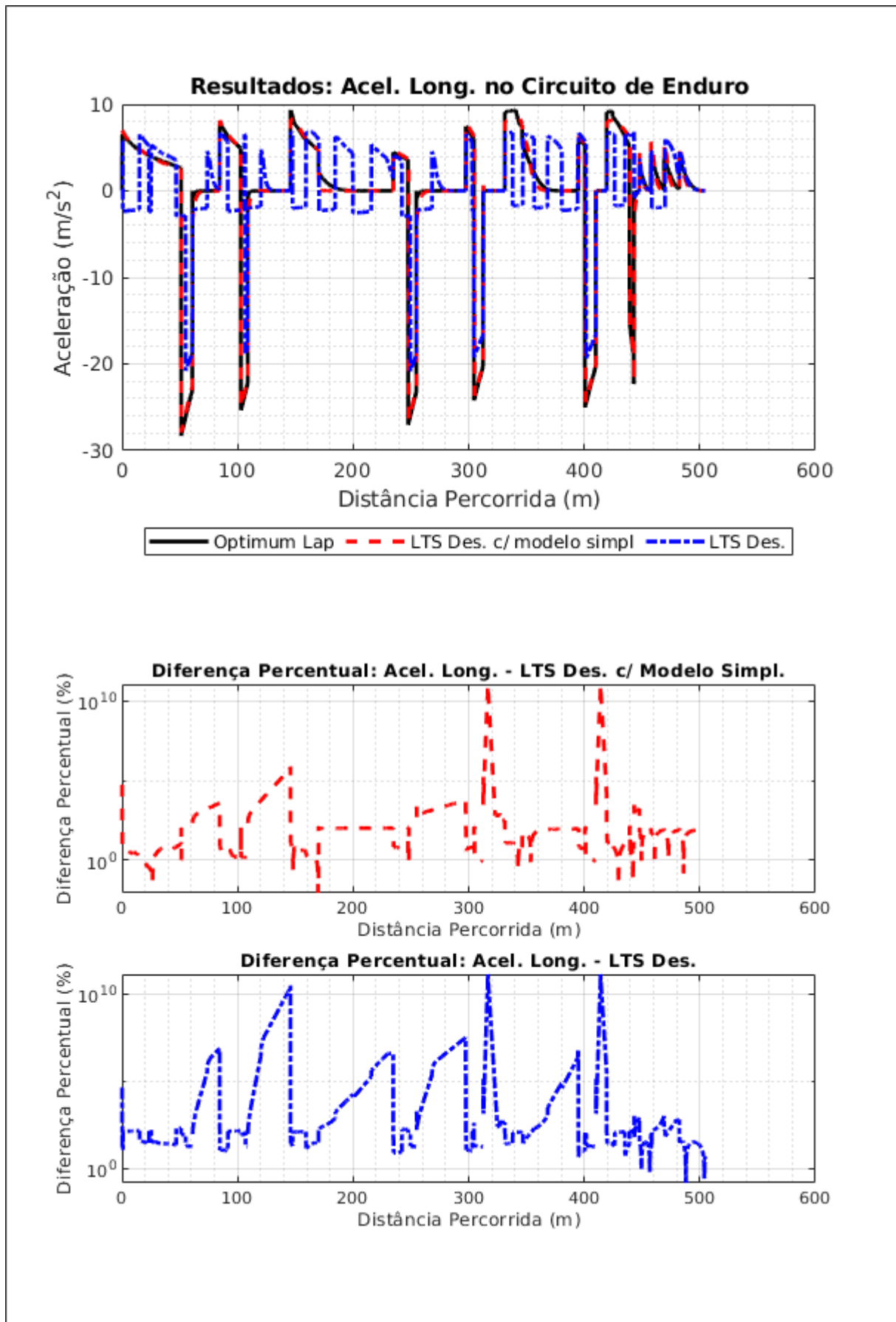


Figura 81: Acelerações Longitudinais no Circuito de Enduro.

#### 4.2.4.3 Análise das Acelerações Centrípetas

As figuras 82, 83, 84 e 85 mostram a variação da aceleração centrípeta ao longo das trajetórias utilizando-se o simulador desenvolvido e o Optimum Lap®.

A figura 82 evidencia a ordem de grandeza dos valores das acelerações centrípetas residuais associadas à interpolação diagrama GGv. Como se pode ver, os resultados do Optimum Lap® não apresentam flutuação por não utilizar tal recurso. Porém, a flutuação dos resultados do simulador desenvolvido é da ordem de  $10^{-30}$ , o que é praticamente zero. Os gráficos de diferença se encontram vazios pois as diferenças aqui tendem à infinito ou são indeterminações do tipo  $\frac{0}{0}$ .

Com relação às figuras 83, 84 e 85; observa-se um nível razoável de coerência percentual entre os resultados obtidos, sendo a diferença máxima (válida) (as diferenças de aproximadamente 100% são apenas inversões de sinal) de 11% na figura 83.



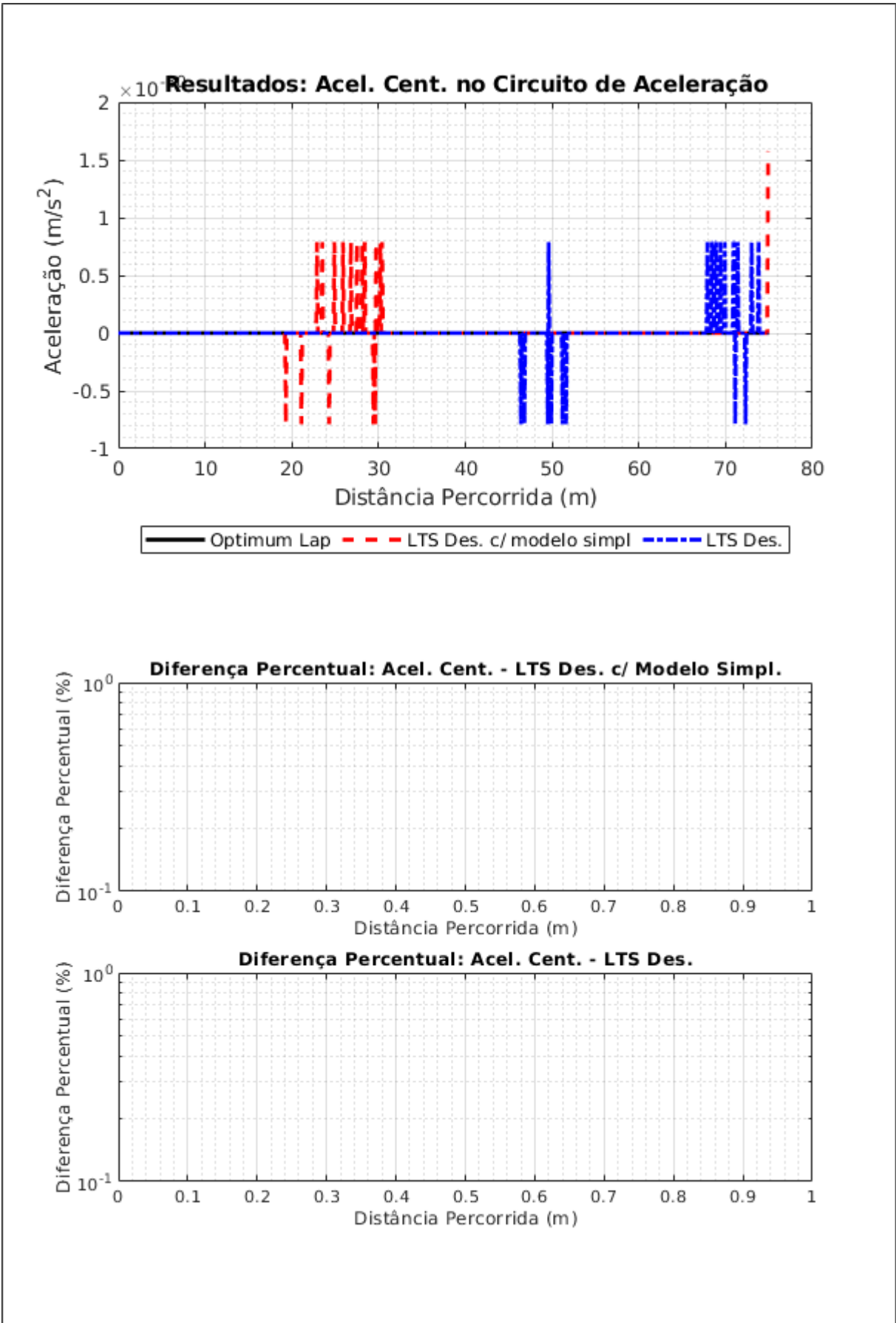


Figura 82: Acelerações Centrípetas no Circuito de Aceleração.

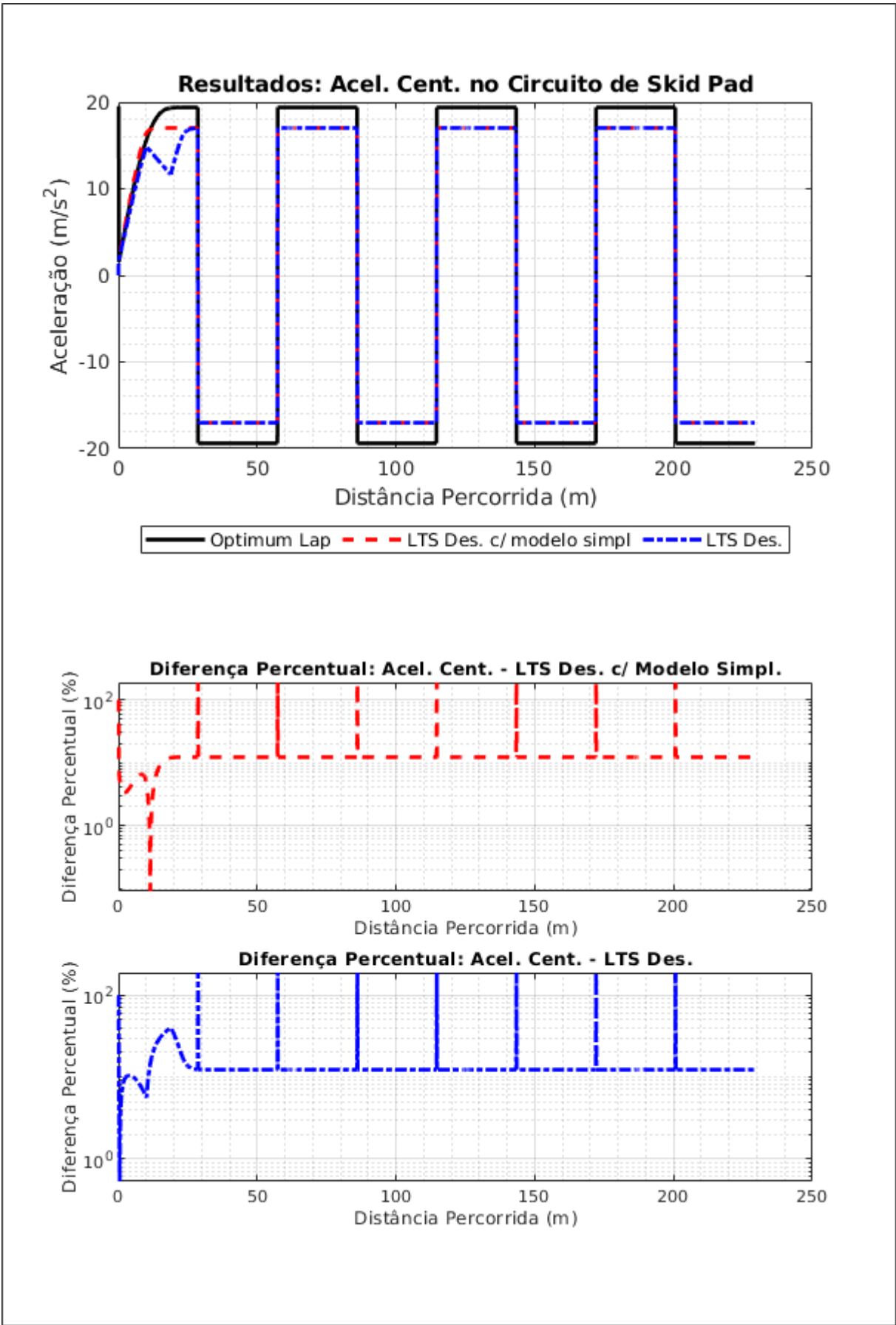


Figura 83: Acelerações Centrípetas no Circuito de *SkidPad*.

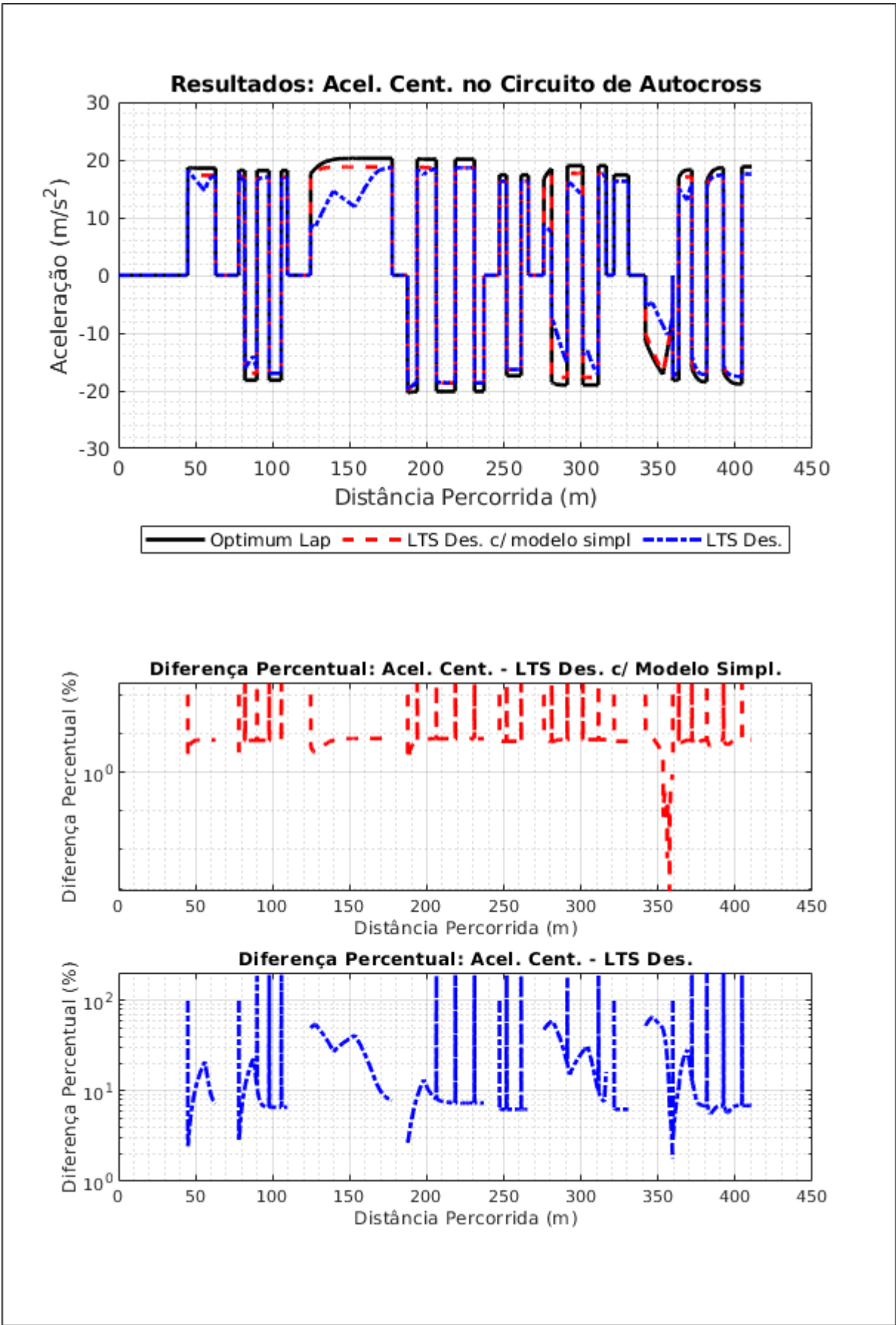


Figura 84: Acelerações Centrípetas no Circuito de *Autocross*.

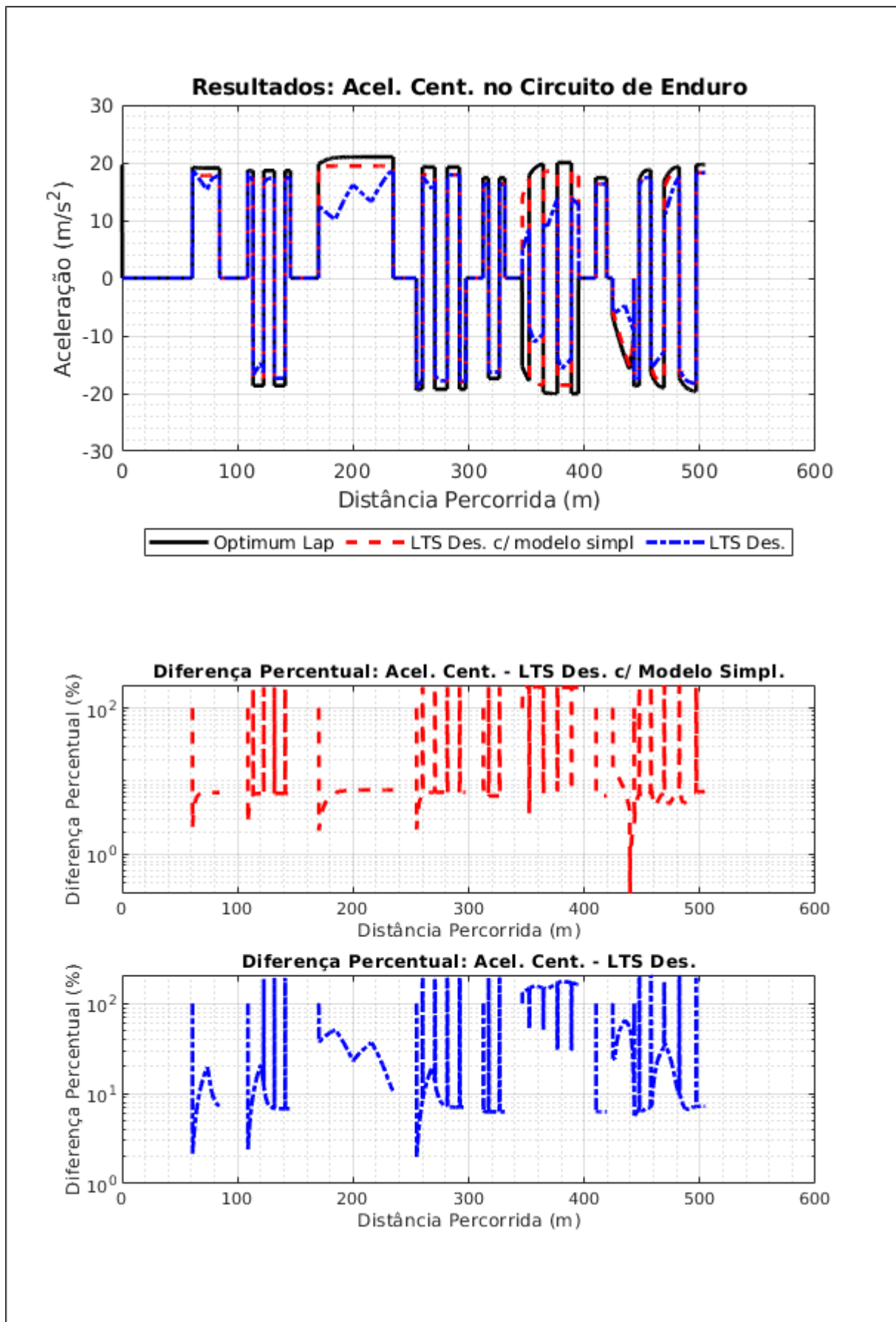


Figura 85: Acelerações Centrípetas no Circuito de Enduro.

#### 4.2.4.4 Análise do Tempo Decorrido

As figuras 86, 87, 88 e 89 mostram a variação do tempo decorrido ao longo das trajetórias utilizando-se o simulador desenvolvido e o Optimum Lap®.

A figura 86 evidencia a influência da consideração dos tempos de troca de marcha e do gasto de energia com o movimento das partes rotativas no tempo necessário para se percorrer um trajeto retilíneo. Fica evidente que ambos influenciam pois o crescimento do tempo da linha azul nunca é paralelo ao crescimento de nenhuma das outras, sempre divergindo. Como a troca de marcha só ocorre em alguns momentos e o gasto de energia à todo momento, a oscilação presente na linha mostra que há impacto significativo da troca de marcha. A diferença final passa de ser da ordem de  $10^{-1}\%$  para cerca de 30%.

A figura 87 mostra, pelo comportamento das curvas preta e vermelha, que a discrepância percebida no tempo em decorrência da diferença de velocidade máxima em curvas converge para cerca de 7%. Este valor é aceitável pois se encontra dentro da faixa de confiabilidade do Optimum Lap®.

Pelas figuras 88 e 89, observa-se que as características de comportamento longitudinal não consideradas pelas simplificações exercem impacto significativamente maior no resultado do tempo de volta do que as diferenças que afetam as características de dinâmica lateral. Observa-se pelo comportamento da diferença do modelo simplificado que os algoritmos possuem uma diferença de menos de 1% no que concerne ao tempo. Já para o modelo explorado de maneira mais completa, as diferenças chegam a pouco mais de 10%.

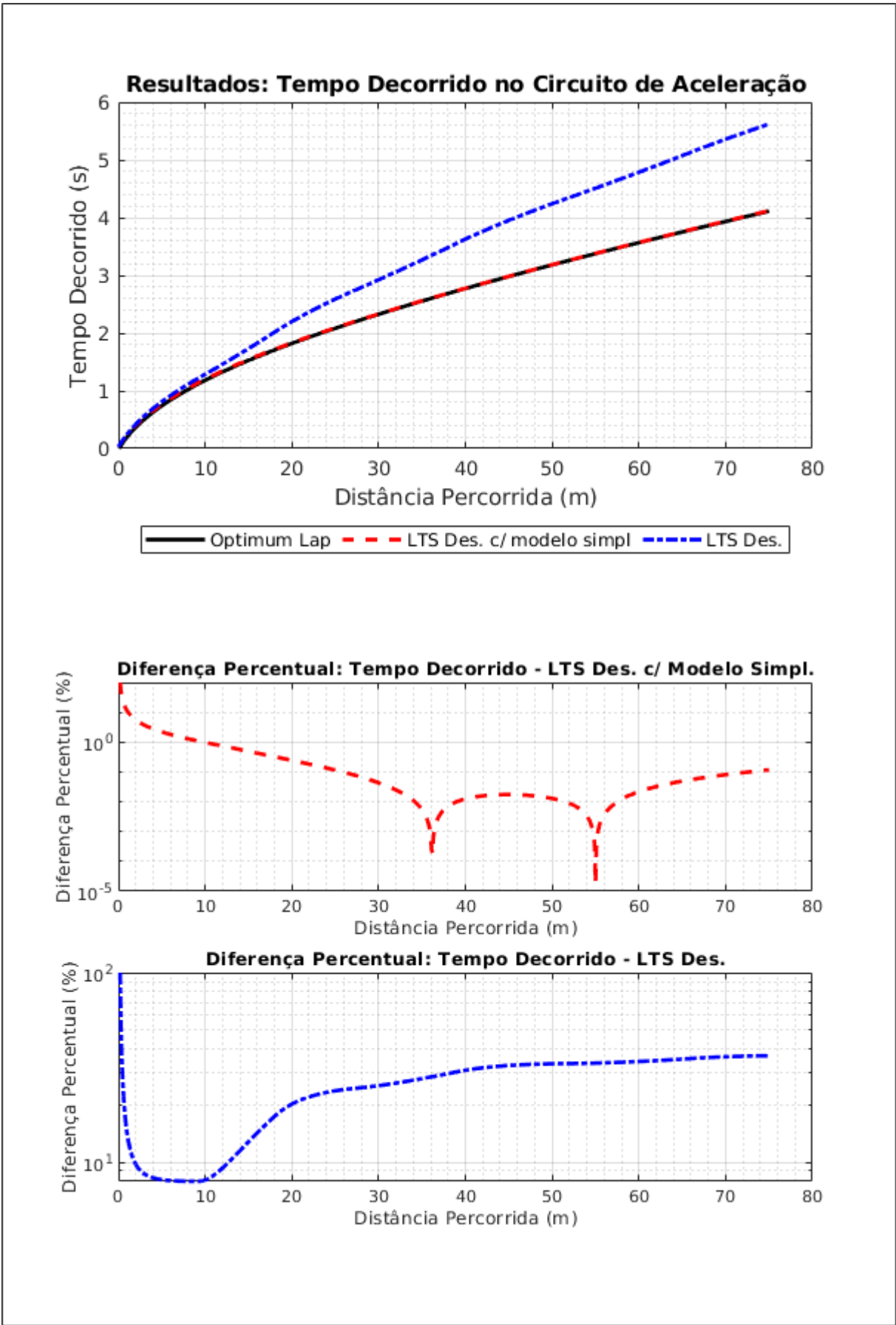


Figura 86: Tempo Decorrido no Circuito de Aceleração.

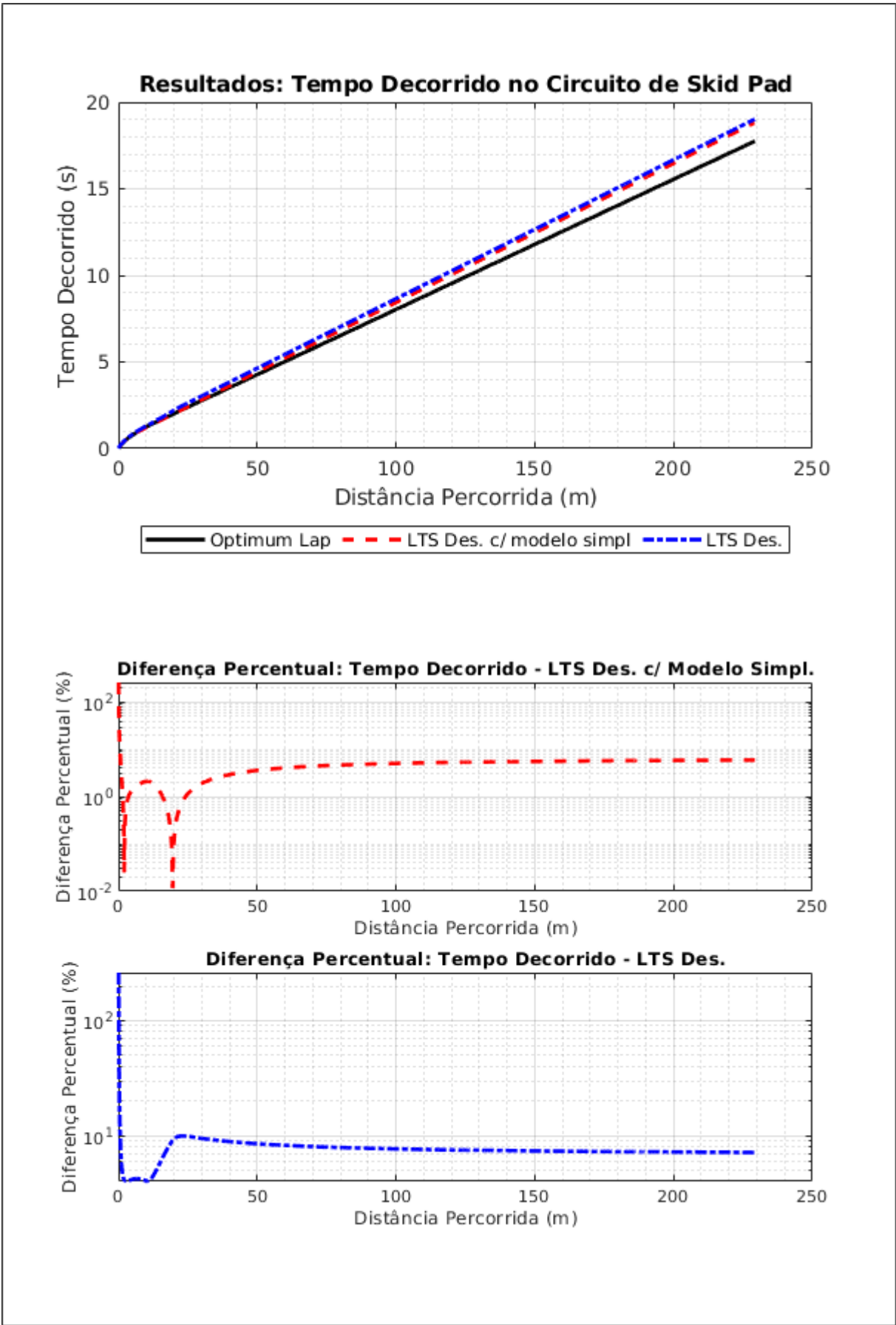


Figura 87: Tempo Decorrido no Circuito de *SkidPad*.

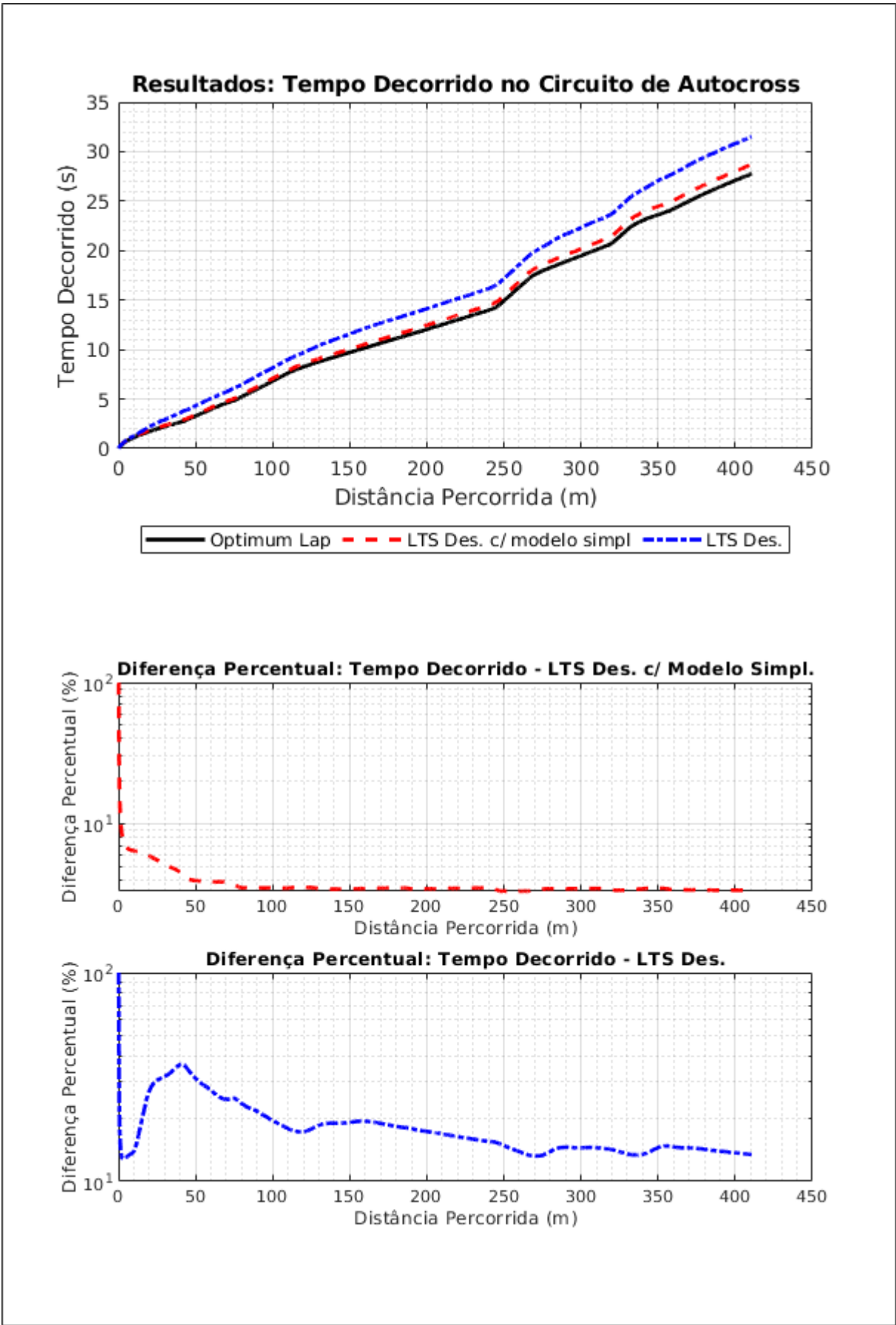


Figura 88: Tempo Decorrido no Circuito de *Autocross*.



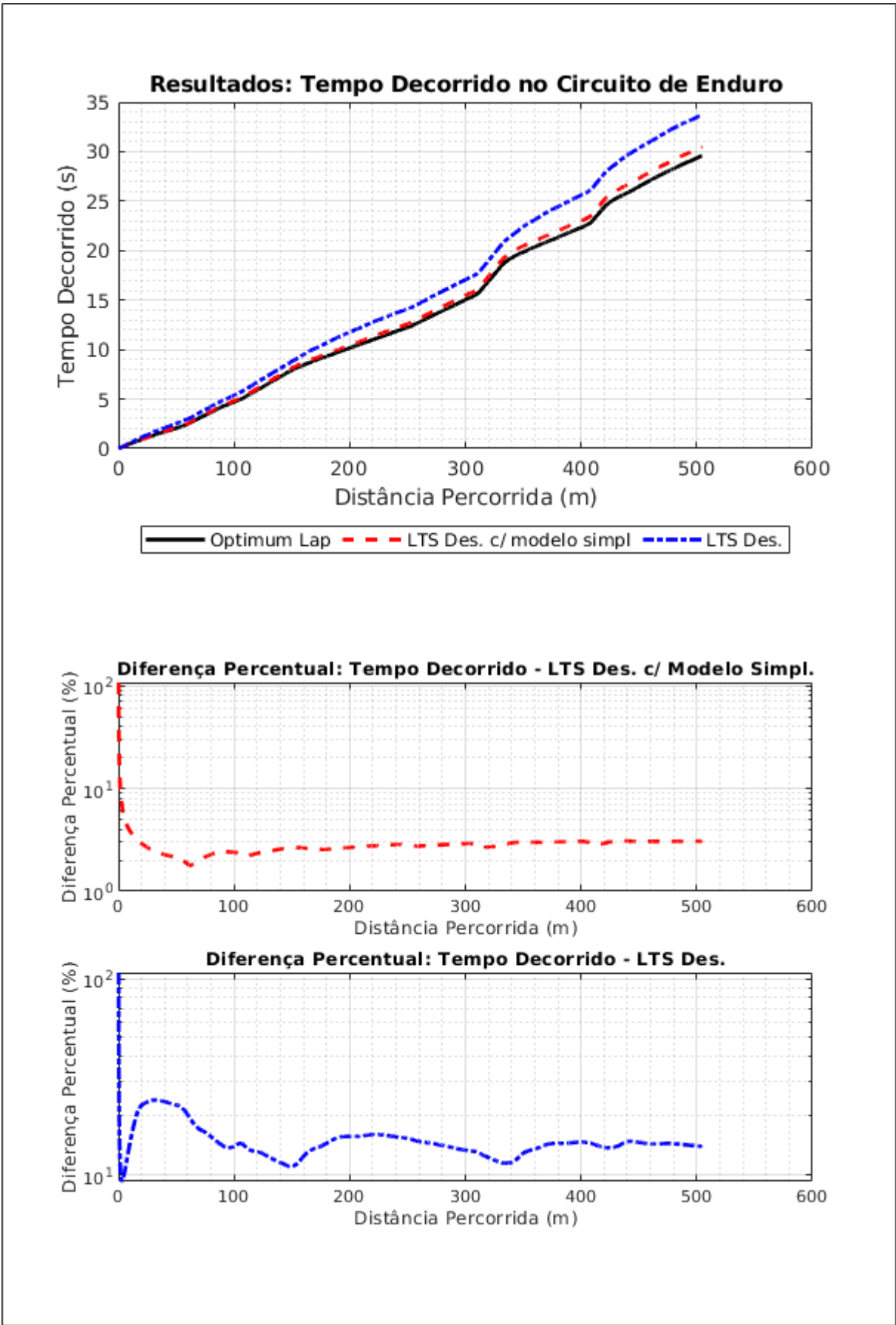


Figura 89: Tempo Decorrido no Circuito de Enduro.

# 5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

O programa de modelagem de pneus desenvolvido apresentou bons resultados. O pior resultado obtido aqui foi na modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu  $M_{zP}$  em operação combinada, que pecou no alinhamento com as regiões centrais das nuvens de pontos dos dados experimentais. Apesar disso, na maioria dos casos as tendências de variação de parâmetros em função de outros foi bem representada. Isso torna o modelo útil para trabalhos de previsão de comportamento, o que aliado à medições experimentais pode caracterizar uma metodologia de otimização experimental eficiente de um veículo. Apesar de não ter sido feito aqui, o ajuste manual dos coeficientes de escala e alguns coeficientes de regressão da *Pacejka's Magic Formula* podem ser feitos a fim de se refinar a modelagem final ou se ajustar as estimativas iniciais de coeficientes.

Quando utilizando o modelo de veículo simplificado, o programa de simulação de tempo de volta desenvolvido apresentou coerência muito boa com relação ao programa de conceito semelhante da empresa OptimumG, o Optimum Lap. Quando parte dos recursos do modelo foram melhor exploradas, as discrepâncias de comportamento aumentaram, porém próximas da faixa percentual de confiabilidade do software (10%).

Devido ao objetivo inicial de se desenvolver três simuladores de tempo de volta, na primeira parte deste Projeto de Graduação, se desenvolveu um extenso e completo capítulo de fundamentação teórica. Como o objetivo se reduziu à produção de apenas um simulador, o capítulo foi reduzido devido ao fato de boa parte não ser necessária para desenvolvimento deste. Afim de se facilitar os trabalhos futuros, tal conteúdo teórico foi disponibilizado no apêndice B deste trabalho.

Além da teoria levantada, o capítulo de desenvolvimento do trabalho revela técnicas e lógicas que podem vir a ser úteis nos trabalhos futuros. Especialmente, caso se deseje dar continuidade no desenvolvimento dos programas feitos.

O programa desenvolvido abre portas para o desenvolvimento de um algoritmo de otimização de trajetória baseado em parâmetros chave associados a uma volta no circuito, como por exemplo o tempo de volta ou o consumo de combustível. Como o programa foi desenvolvido inteiramente em MATLAB, a conversão do programa para uma função que retorna os parâmetros chave que forem desejados é fácil, o que facilita a utilização dos

resultados deste por outro programa.

Com relação à trabalhos futuros, o primeiro a ser mencionado é a continuidade do trabalho de maneira a se seguir o objetivo inicial de se desenvolver mais dois simuladores e comparar os resultados de todos os três. Cada um dos dois simuladores utilizaria uma modelagem de veículo diferente: o modelo Bicicleta (2 rodas) e o modelo Completo (4 rodas). O simulador desenvolvido facilita a execução desse trabalho pois a alteração da modelagem de veículo só provoca grandes mudanças na função de geração do diagrama GGV.

Já o programa de modelagem de pneus pode ser aperfeiçoado para que os coeficientes de regressão e fatores de escala possam ser alterados manualmente. Isso viabilizaria a obtenção de modelagens de melhor qualidade com a utilização do programa.

O Modelador de Pneus pode também ser expandido para se incorporar efeitos transientes e efeitos decorridos da curvatura da trajetória do pneu. O tipo de modelagem adotado admite essas expansões.

Também relacionado à pneus, com a análise feita no capítulo de validação, uma análise mais aprofundada e formal dos dados existentes no TTC pode ser muito interessante como trabalho futuro. Ao mesmo tempo em que são dominantes nas características dinâmicas dos veículos na maior parte dos casos, o comportamento dinâmico de pneus é altamente complexo, justificando então o proposto estudo. A análise feita aqui pode servir de base para tal.

Ainda, conteúdo presente no relatório e nos programas pode servir de grande auxílio para o desenvolvimento de qualquer programa relacionado à dinâmica veicular, uma vez que cobre conceitos básicos e alguns mais complexos. Pode-se pensar até em programas de análise transiente.

Por fim, de modo geral, considera-se que o trabalho retornou bons resultados. Apesar de não ter sido possível se executar todas as tarefas inicialmente pretendidas, o aprendizado envolvido excedeu as expectativas e o conteúdo do trabalho pode servir como referência para vários trabalhos futuros. Com relação aos resultados concretos, o relatório, o Modelagem de Pneus e o Simulador de Tempo de Volta são os produtos mais úteis.

# Referências

- AMZ RACING E MATHWORKS. *Lap Time Simulation - Crucial for Racecar Concept Evaluation*. 2016. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/content/dam/mathworks/mathworks-dot-com/company/events/conferences/automotive-conference-stuttgart/2015/proceedings/lap-time-simulation-crucial-for-racecar-concept-evaluation.pdf>>. Acesso em: 26 abr. 2018.
- BESSELINK, I. J. M.; SCHMEITZ, A. J. C.; PACEJKA, H. B. *An Improved Magic Formula/Swift Tyre Model That Can Handle Inflation Pressure Changes*. [S.l.], 2013. 14 p. Disponível em: <<https://pure.tue.nl/ws/files/3139488/677330157969510.pdf>>.
- CALSPAN. *TIRF Capabilities Report*. [S.l.], 2015. 11 p. Disponível em: <<http://www.fsaettc.org/viewtopic.php?f=26&t=151>>.
- CANOPY SIMULATIONS LTD. *A Revolution in Motorsport Simulations*. 2018. Disponível em: <<https://www.canopysimulations.com/motorsport>>. Acesso em: 25 abr. 2018.
- COB, B. *Round 6 Data Discussion*. 2017. Disponível em: <<http://www.fsaettc.org/viewtopic.php?f=26&t=153&start=20&hilit=noise>>. Acesso em: 16 nov. 2018.
- CORPORATION, M. S. *MTS Flat-Trac LTRe Tire Force & Moment Test System*. 2013. Disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=96ME\\_I5s-gQ](https://www.youtube.com/watch?v=96ME_I5s-gQ)>. Acesso em: 17 nov. 2018.
- COSTA, R. P.; BORTOLUSSI, R. *Lap Time Simulation of Formula SAE Vehicle with Quasi-Steady State Model*. [S.l.], 2016. 8 p. Disponível em: <<https://www.sae.org/publications/technical-papers/content/2016-36-0164/>>.
- DAROYNI, R. Gimana ya cara membandingkan kehebatan mobil balap? *Formula One Technology*, 2008. Disponível em: <<http://f1-technology.blogspot.com/index.html#5693490171238495550>>. Acesso em: 05 mai. 2018.
- DIXON, J. C. *Tires, Suspension and Handling*. 2. ed. 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, U.S.A., 12096-0001: Society of Automotive Engineers, Inc., 1996. ISBN 1-56091-831-4.
- DIXON, J. C. *Suspension Geometry and Computation*. 2. ed. The Arium, Southern Gate, West Sussex, PO19 8SQ, United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, 2009. ISBN 9780470510216.
- DRIVER61. *How to Drive the Perfect Racing Line*. 2017. Disponível em: <<https://driver61.com/uni/racing-line/>>. Acesso em: 28 abr. 2018.

FORMULA STUDENT GERMANY - FSG. *FSE16 Overall Scoring Results*. 2016. Disponível em: <<https://www.formulastudent.de/fsg/results/2016/>>. Acesso em: 28 abr. 2018.

GADOLA, M.; CANDELPERGER, A.; ADAMI, R. *The Impact of Non-Linear Aerodynamics on Racecar Behaviour and Lap Time Simulation*. [S.l.], 2002. 9 p. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/296662421\\_The\\_Impact\\_of\\_Non-Linear\\_Aerodynamics\\_on\\_Racecar\\_Behaviour\\_and\\_Lap\\_Time\\_Simulation](https://www.researchgate.net/publication/296662421_The_Impact_of_Non-Linear_Aerodynamics_on_Racecar_Behaviour_and_Lap_Time_Simulation)>.

GADOLA, M. et al. *A Tool for Lap Time Simulation*. [S.l.], 1996. 5 p. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/245118899\\_A\\_Tool\\_for\\_Lap\\_Time\\_Simulation](https://www.researchgate.net/publication/245118899_A_Tool_for_Lap_Time_Simulation)>.

HOFFMAN, J. D. *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. 2. ed. 270 Madison Avenue, New York, NY 10016: Marcel Dekker, Inc., 2001. ISBN 0-8247-0443-6.

IMECHE, I. of M. E. *Formula Student Germany Rules 2016*. [S.l.], 2016. 32 p. Disponível em: <[https://www.formulastudent.de/fileadmin/\\_migrated/content\\_uploads/FSG\\_Rules\\_2016\\_v1.1.0\\_v20160314.pdf](https://www.formulastudent.de/fileadmin/_migrated/content_uploads/FSG_Rules_2016_v1.1.0_v20160314.pdf)>.

ISO. *ISO 8855:2011 Road Vehicles – Vehicle Dynamics and road holding ability – Vocabulary*. [S.l.], 2011. 42 p. Disponível em: <<https://www.iso.org/standard/51180.html>>.

JACOBSON, B. *Vehicle Dynamics - Compendium for course MMF062*. 2016. Disponível em: <<http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/244369/244369.pdf>>. Acesso em: 15 nov. 2018.

JAZAR, R. N. *Vehicle Dynamics: Theory and Applications*. 1. ed. 233 Spring Street, New York, NY 10013, USA: Springer Science+Business Media, LLC, 2008. ISBN 978-0-387-74243-4.

KASPRZAK, E. M.; GENTZ, D. *The Formula SAE Tire Test Consortium - Tire Testing and Data Handling*. [S.l.], 2006. 12 p. Disponível em: <[http://www.millikenresearch.com/TTC\\_SAE\\_paper.pdf](http://www.millikenresearch.com/TTC_SAE_paper.pdf)>.

KELLY, D. P. *Lap Time Simulation with Transient Vehicle and Tyre Dynamics*. [S.l.], 2008. 235 p. Disponível em: <<https://dspace.lib.cranfield.ac.uk/handle/1826/4791>>.

LEMMY. *Why do some motorcycles still wear bias-ply tires?* 2014. Disponível em: <<https://www.revzilla.com/common-tread/why-things-are-bias-ply-and-radial-tires>>. Acesso em: 17 nov. 2018.

LUISMORA; KASPRZAK, E. M. *lambda\_mu Scaling Factor*. 2017. Disponível em: <<http://www.fsaettc.org/viewtopic.php?f=13&t=183&p=1101&hilit=load#p1101>>. Acesso em: 16 nov. 2018.

MATHWORLD—A WOLFRAM WEB RESOURCE. *Cubic Spline*. 2018. Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/CubicSpline.html>>. Acesso em: 09 mai. 2018.

METAFILTER. *Brake Specific Fuel Consumption*. 2015. Disponível em: <<https://ask.metafilter.com/289995/Brake-Specific-Fuel-Consumption>>. Acesso em: 15 mai. 2018.

MILLIKEN RESEARCH ASSOCIATES INC. *Formula SAE Tire Test Consortium*. 2015. Disponível em: <<http://www.millikenresearch.com/fsaette.html>>. Acesso em: 17 mai. 2018.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. *Race Car Vehicle Dynamics*. 2. ed. 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, U.S.A., 12096-0001: Society of Automotive Engineers, 1994. ISBN 1560915269.

OPTIMUMG. *Advanced Vehicle Dynamics Applied to Race Car Design and Development Seminar (Apostila e Notas)*. [S.l.], 2014. 800 p. Disponível em: <<http://www.optimumg.com/training/vehicle-dynamics-seminars/>>.

OPTIMUMG. *Data Driven Performance Engineering Seminar (Apostila e Notas)*. [S.l.], 2016. 800 p. Disponível em: <<http://www.optimumg.com/training/vehicle-dynamics-seminars/>>.

OPTIMUMG. *Advanced Vehicle Dynamics Applied to Race Car Design and Development Seminar (Apostila e Notas)*. [S.l.], 2017. 800 p. Disponível em: <<http://www.optimumg.com/training/vehicle-dynamics-seminars/>>.

OPTIMUMG. *OptimumLap v1.4*. [S.l.], 2018. 66 p. Disponível em: <<http://www.optimumg.com/software/optimumlap/>>.

PACEJKA, H. B.; BESSELINK, I. *Tire and Vehicle Dynamics*. 3. ed. The Boulevard, Langford Lane, Oxford OX5 1GB, UK: Elsevier, 2012. ISBN 978-0-08-097016-5.

PATTON, C. *Development of Vehicle Dynamics Tools for Motorsports*. [S.l.], 2013. 112 p. Disponível em: <[https://ir.library.oregonstate.edu/concern/graduate\\_thesis\\_or\\_dissertations/tx31qm51z](https://ir.library.oregonstate.edu/concern/graduate_thesis_or_dissertations/tx31qm51z)>.

PHPBB. *Formula SAE Tire Test Consortium Forum*. 2018. Disponível em: <<http://www.fsaette.org/index.php>>. Acesso em: 15 nov. 2018.

QUORA. *What is specific fuel consumption?* 2016. Disponível em: <<https://www.quora.com/What-is-specific-fuel-consumption>>. Acesso em: 15 mai. 2018.

RAW, A. *AF17*. 2017. Disponível em: <[https://www.flickr.com/photos/apuamaracing\\_raw/25055630148/in/album-72157690735741445/](https://www.flickr.com/photos/apuamaracing_raw/25055630148/in/album-72157690735741445/)>. Acesso em: 20 nov. 2018.

SAE. *Vehicle Dynamics Terminology J670\_200801*. [S.l.], 2008. 73 p. Disponível em: <[https://www.sae.org/standards/content/j670\\_200801/](https://www.sae.org/standards/content/j670_200801/)>.

SAE-INTERNATIONAL. *2017-18 Formula SAE® Rules*. [S.l.], 2016. 175 p. Disponível em: <<https://www.fsaonline.com/content/2017-18%20FSAE%20Rules%209.2.16a.pdf>>.

SIEGLER, B. *Lap Time Simulation for Race Car Design*. [S.l.], 2002. 266 p. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/296664273\\_Lap\\_Time\\_Simulation\\_for\\_Racing\\_Car\\_Design](https://www.researchgate.net/publication/296664273_Lap_Time_Simulation_for_Racing_Car_Design)>.

SIEGLER, B.; DEAKIN, A.; CROLLA, D. *Lap Time Simulation: Comparison of Steady State, Quasi- Steatic and Transient Racing Car Cornering Strategies*. [S.l.], 2000. 9 p. Disponível em: <<https://www.sae.org/publications/technical-papers/content/2000-01-3563/>>.

SMITH, C. *Tune to Win*. 1. ed. 329 West Aviation Road, Fairbrook, CA 92028: Aero Publishers, Inc., 1978. ISBN 0-87938-071-3.

TOYOSHIMA, T.; MATSUKAWA, T.; USHIMURA, T. Lap time simulation technology for performance design during production car development. *Honda RandD Technical Review*, v. 29, n. 2, p. 124–133, 2017. Disponível em: <<https://www.hondarandd.jp/point.php?pid=1264&lang=en>>. Acesso em: 25 abr. 2018.

TU FAST RACING TEAM E MATHWORKS. *Steady State Lap Time Simulation*. 2015. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/videos/matlab-and-simulink-racing-lounge-steady-state-lap-time-simulation-116109.html>>. Acesso em: 05 mai. 2018.

U/KIYIKO. *Dragster tire wrinkle*. 2013. Disponível em: <[https://www.reddit.com/r/pics/comments/1qdewl/dragster\\_tire\\_wrinkle/](https://www.reddit.com/r/pics/comments/1qdewl/dragster_tire_wrinkle/)>. Acesso em: 17 nov. 2018.

WOLFRAM. *Wolfram Alpha*. 2014. Disponível em: <<https://www.wolframalpha.com>>. Acesso em: 17 nov. 2018.

WONGPATTANANUKUL, T.; CHANTHARASENAWONG, C. Effect of suspension kinematic on 14 dof vehicle model. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, v. 272, n. 1, p. 1–5, 2017. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/272/1/012018/meta>>. Acesso em: 16 mai. 2018.

X-ENGINEER. *Power vs. Torque*. 2018. Disponível em: <<https://x-engineer.org/automotive-engineering/internal-combustion-engines/performance/power-vs-torque/>>. Acesso em: 15 mai. 2018.

# Anexos





# A Gráficos de Influência da Modelagem de Pneus

O presente apêndice contém os gráficos gerados para análise de influência dos parâmetros de pneu sobre os parâmetros de erro da modelagem. Utilizou-se estes para a confecção das tabelas de influência da subseção 4.1.3 (Comparação).

## A.1 Força Longitudinal do Pneu $F_{xP}$

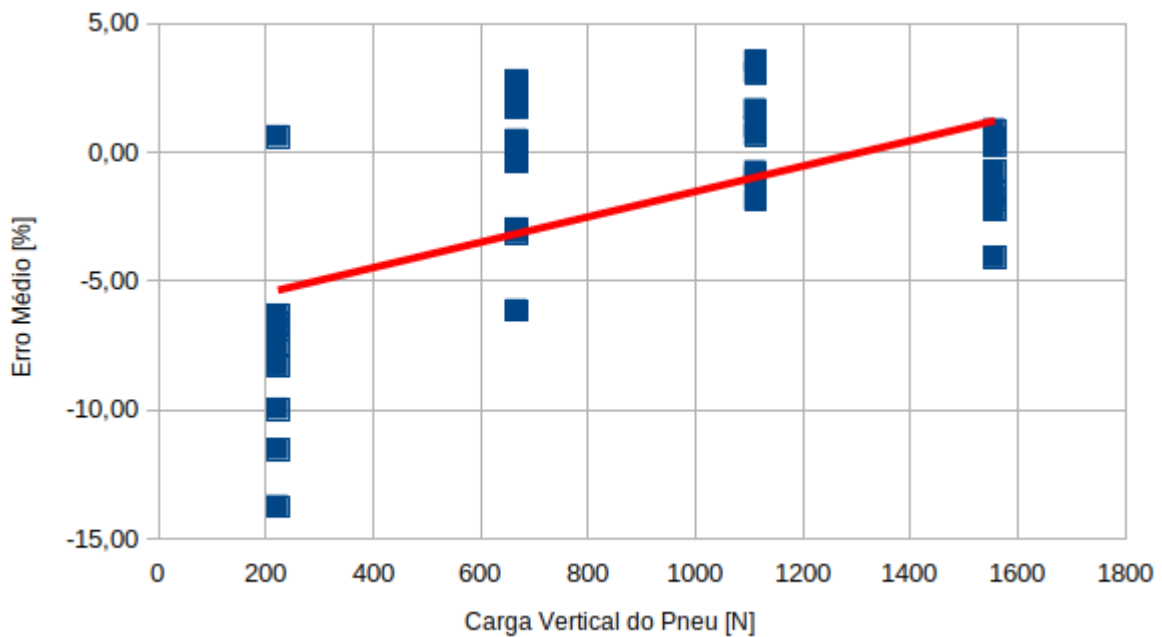


Figura 90: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Médio da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

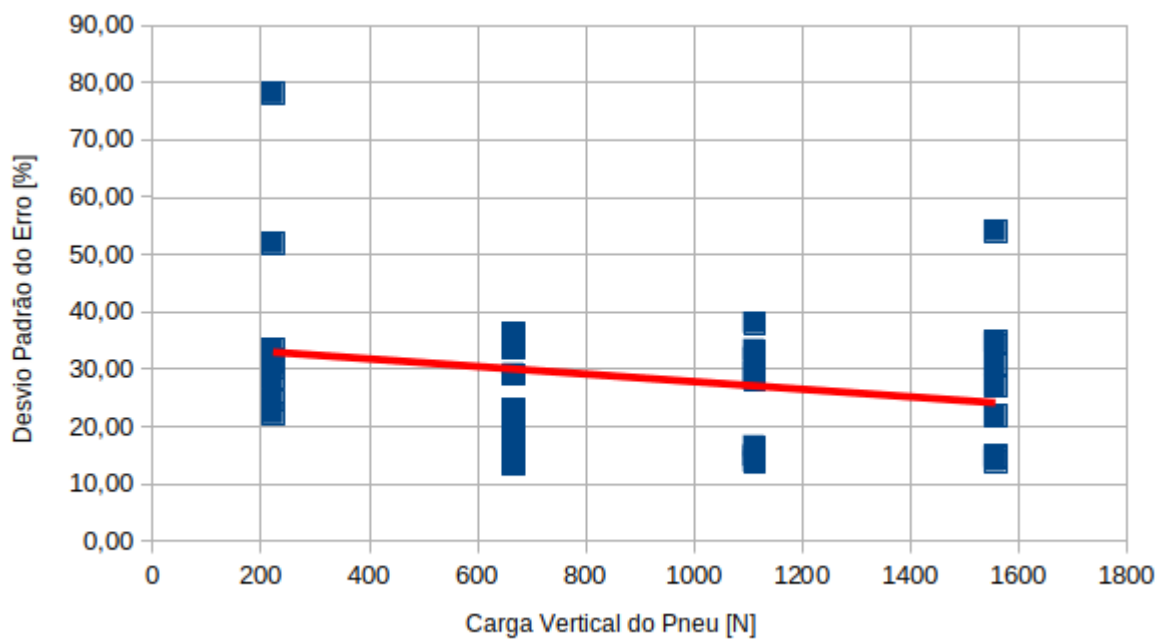


Figura 91: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

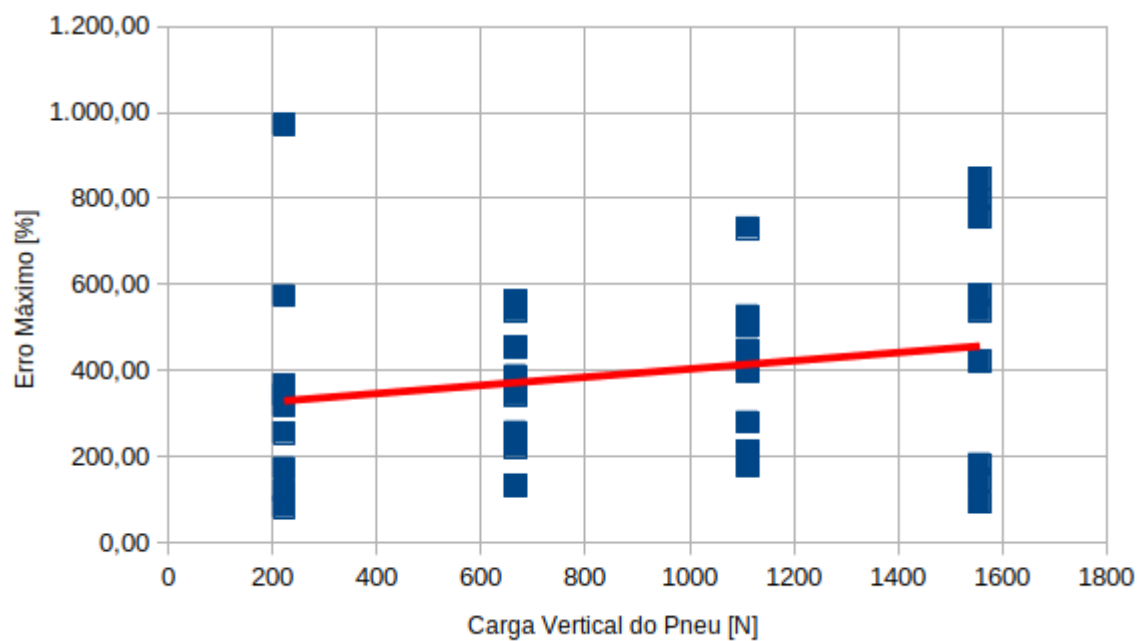


Figura 92: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Máximo da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

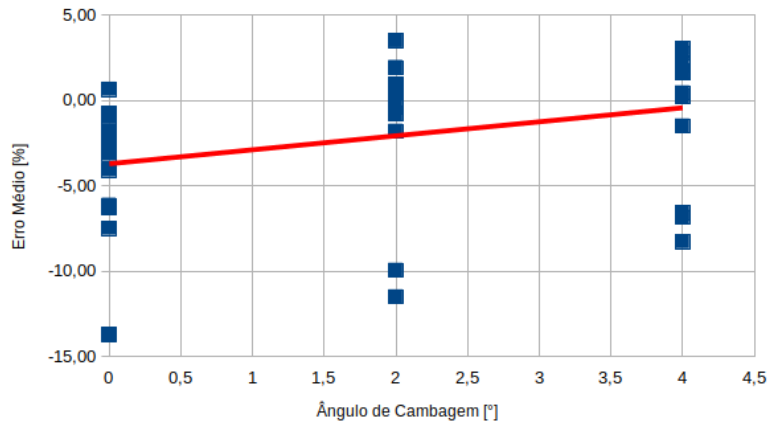


Figura 93: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

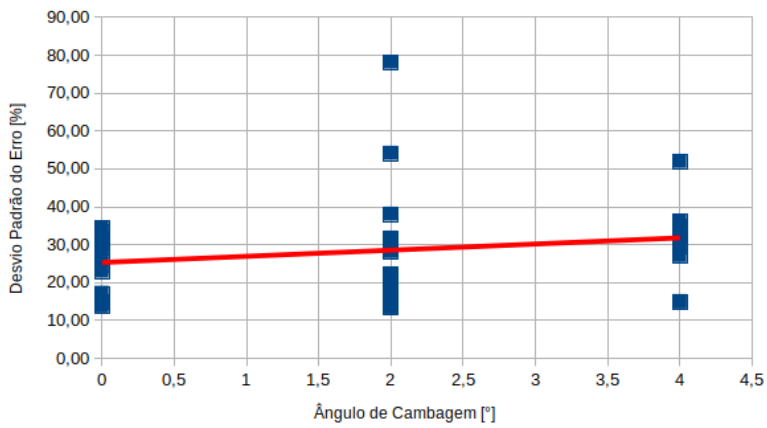


Figura 94: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

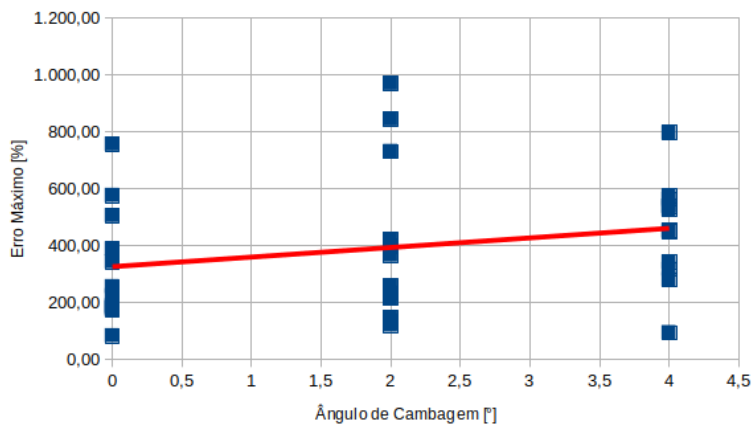


Figura 95: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

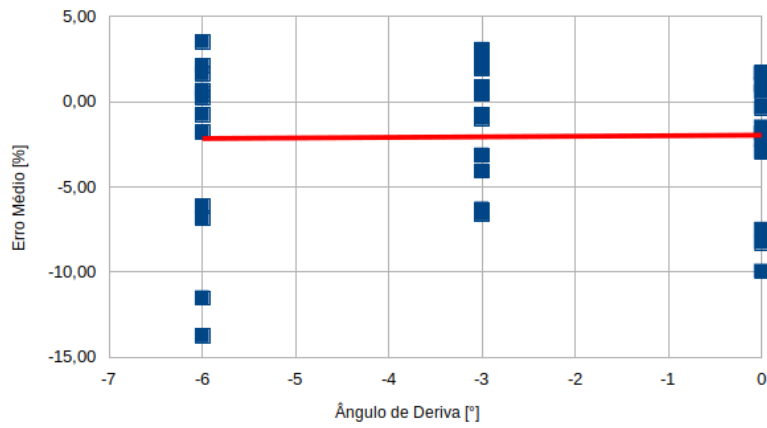


Figura 96: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

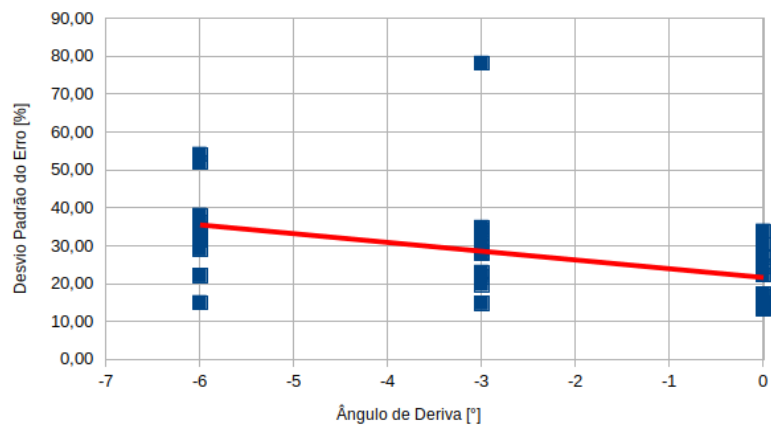


Figura 97: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

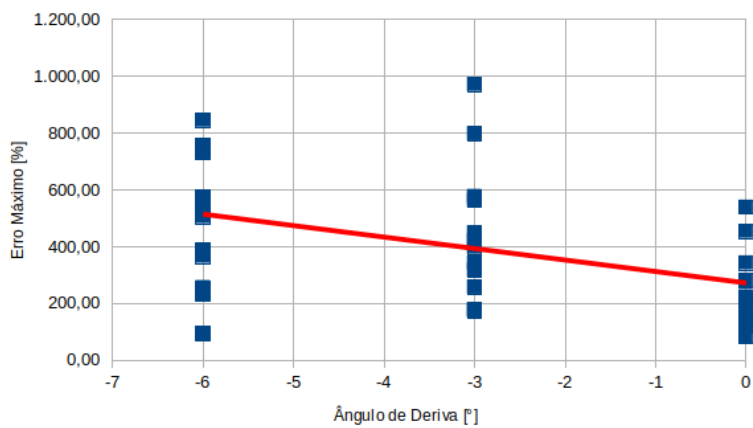


Figura 98: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Longitudinal do Pneu ( $F_{xP}$ ).

## A.2 Força Lateral do Pneu $F_{yP}$

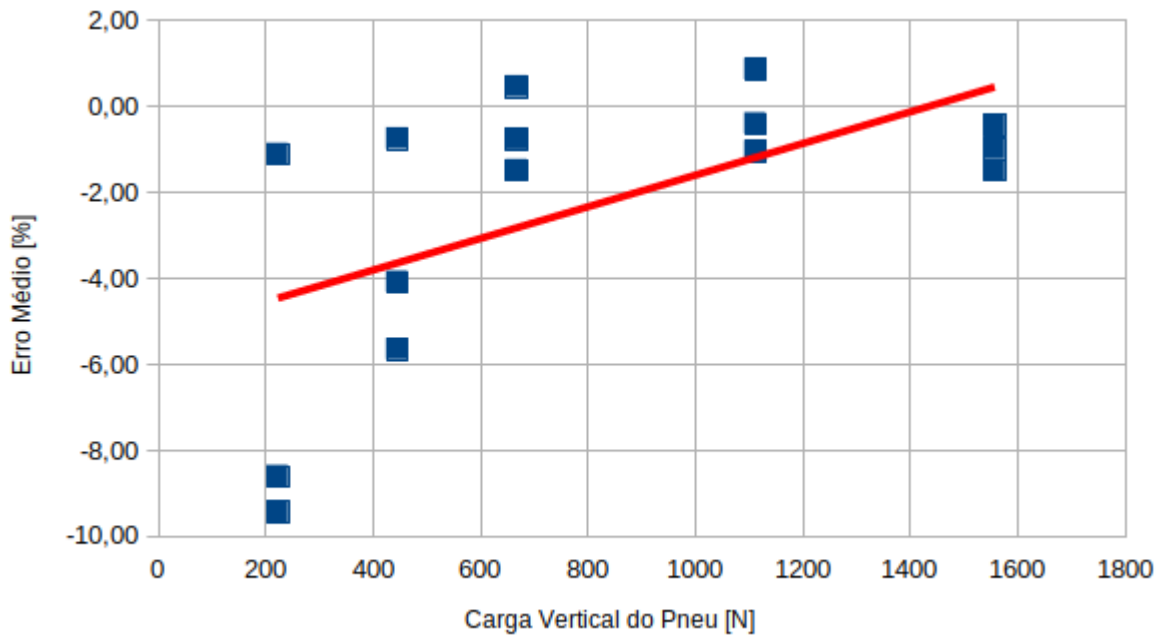


Figura 99: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).

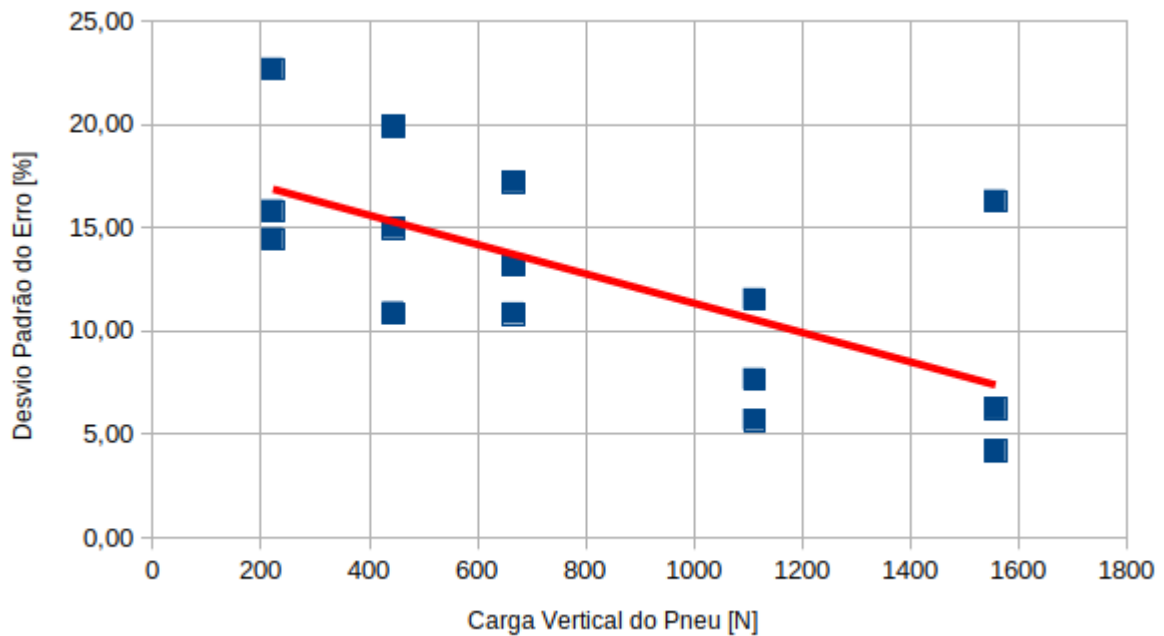


Figura 100: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).

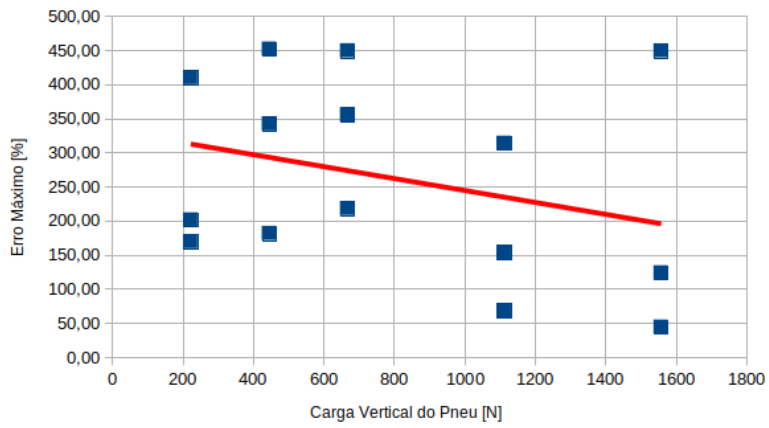


Figura 101: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).

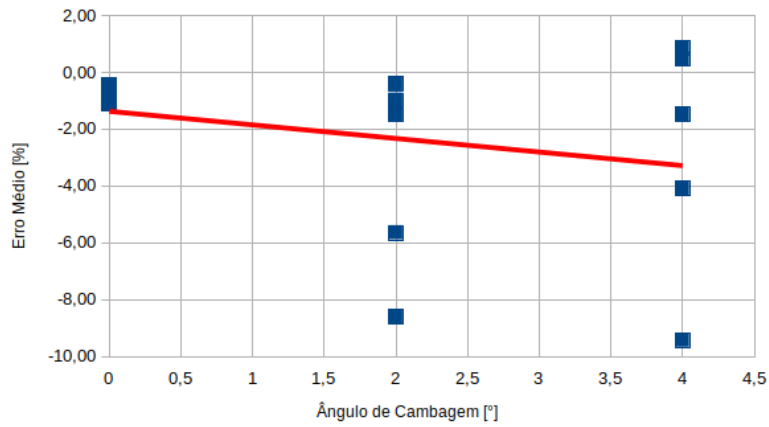


Figura 102: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).

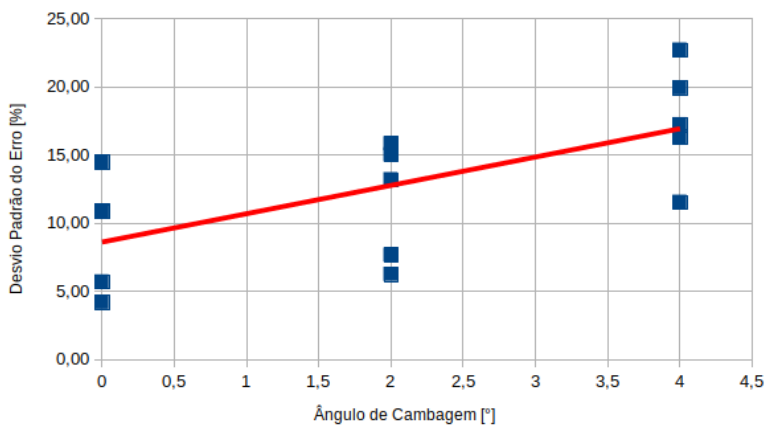


Figura 103: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).

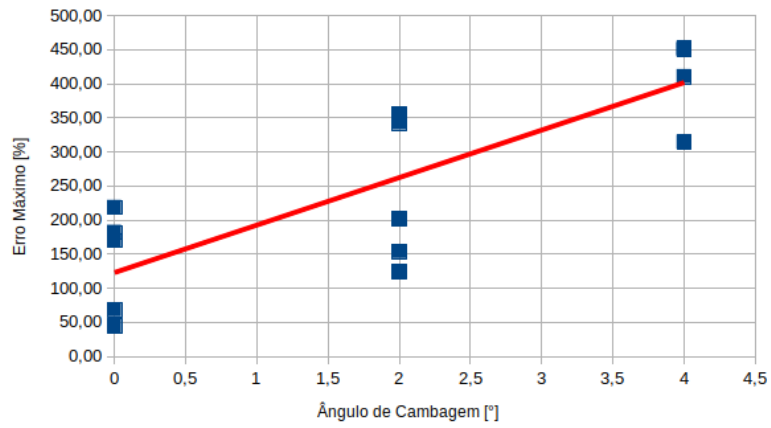


Figura 104: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ).

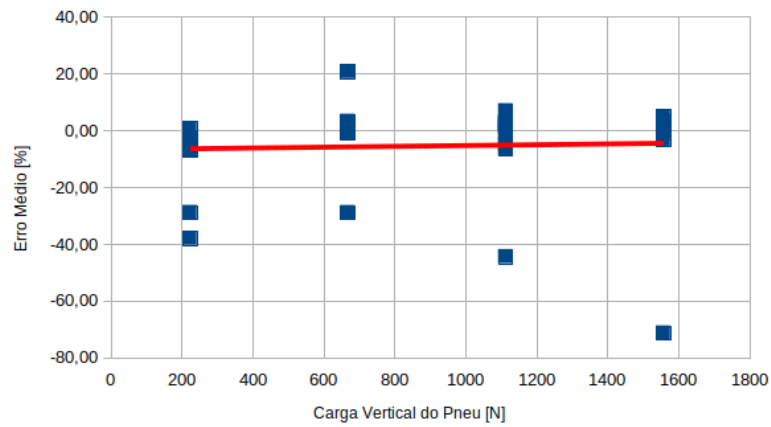


Figura 105: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

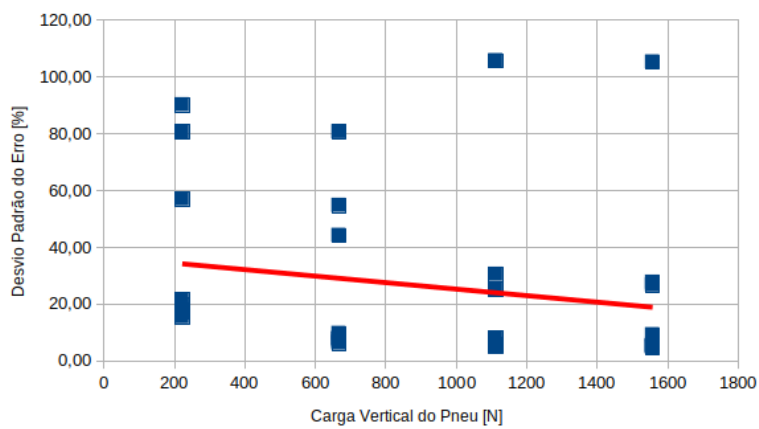


Figura 106: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.



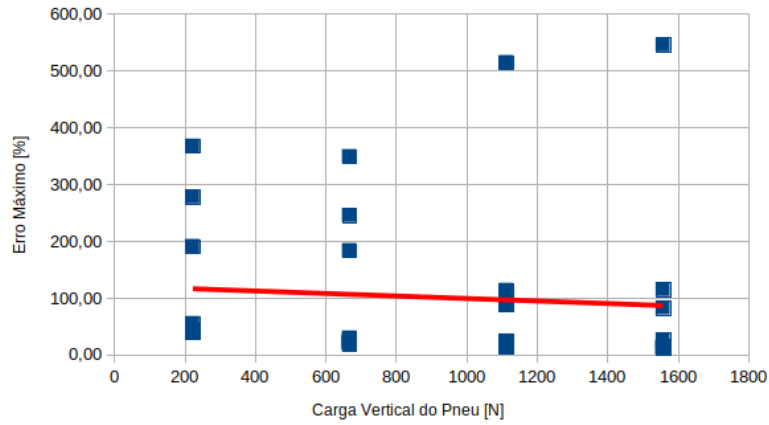


Figura 107: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

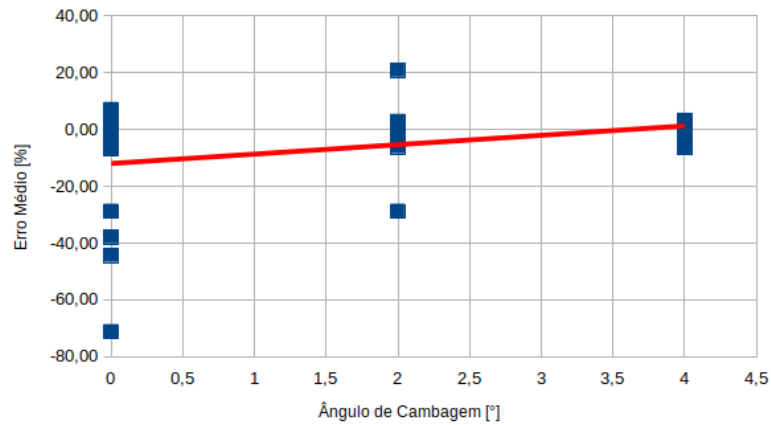


Figura 108: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

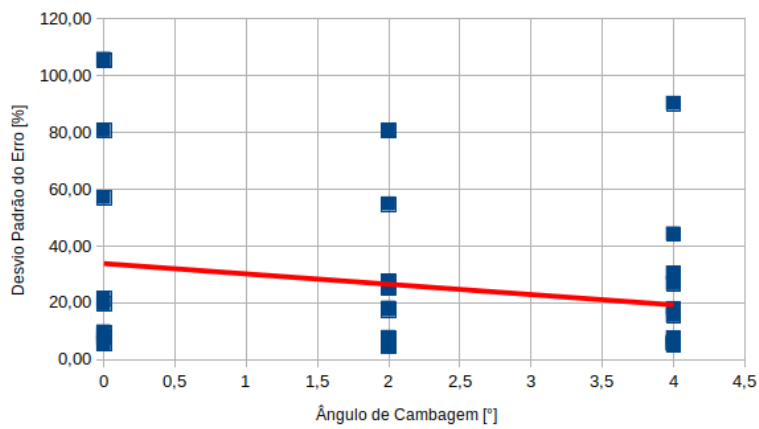


Figura 109: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

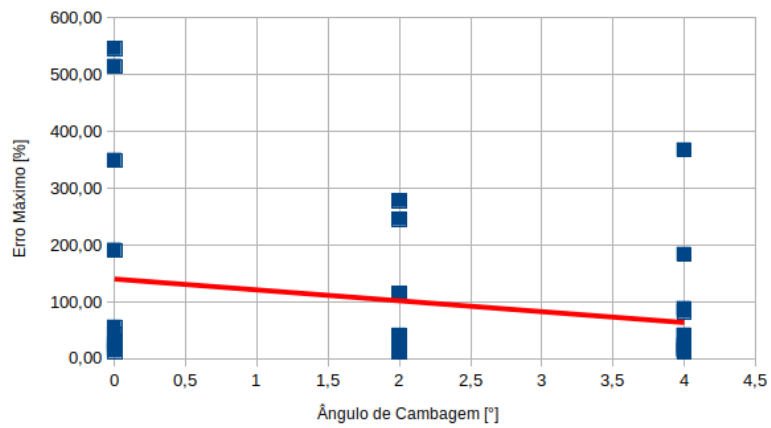


Figura 110: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

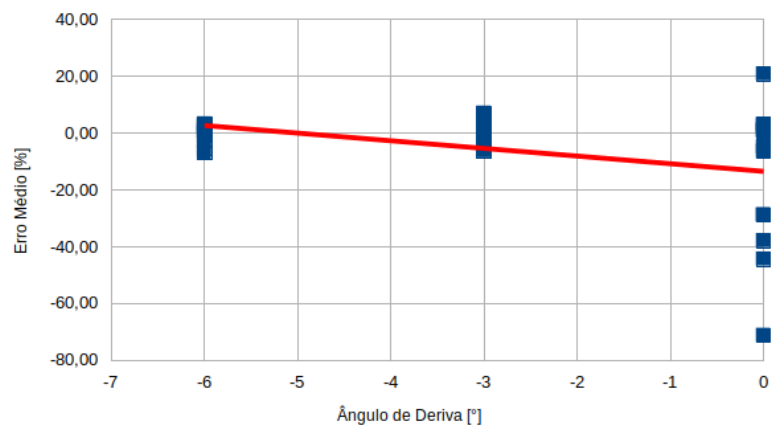


Figura 111: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

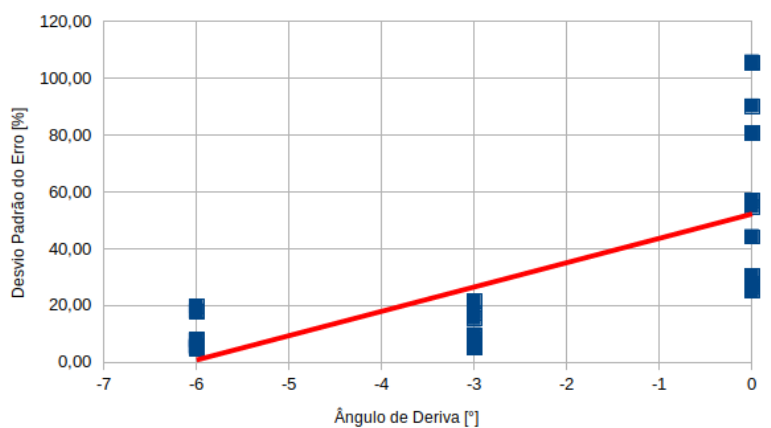


Figura 112: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

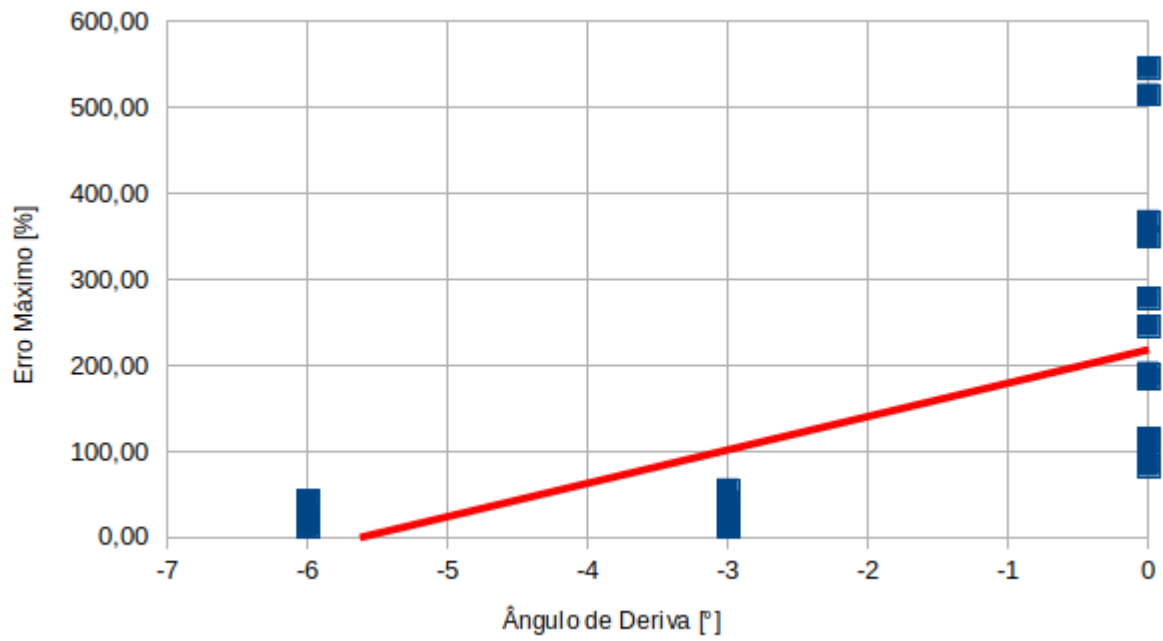


Figura 113: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem da Força Lateral do Pneu ( $F_{yP}$ ) em Regime Combinado.

### A.3 Momento de Giro do Pneu $M_{xP}$

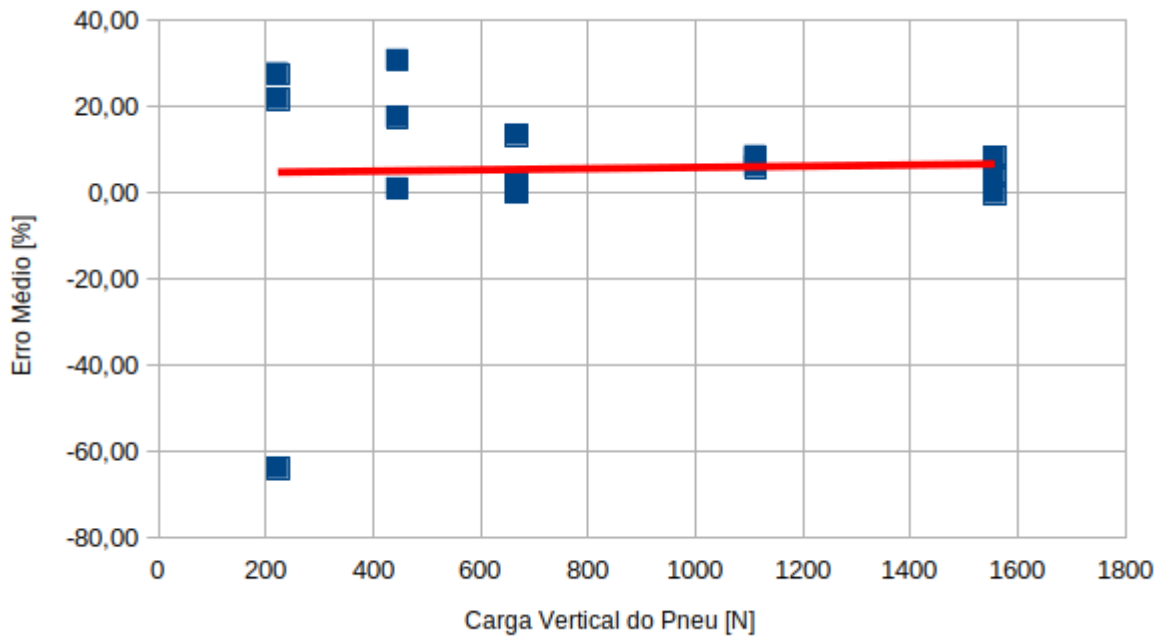


Figura 114: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).

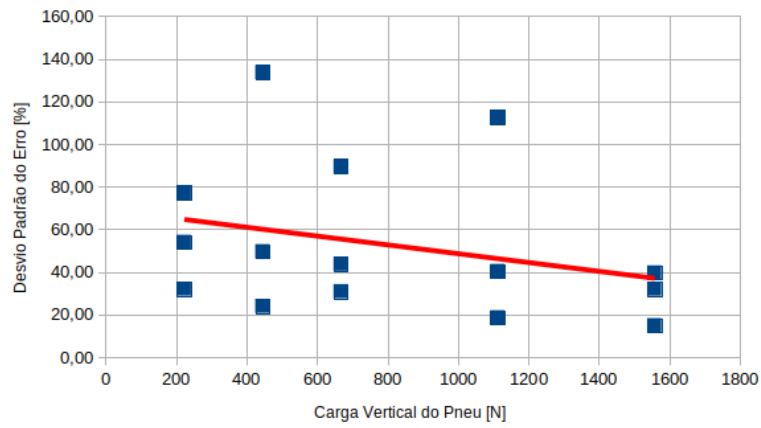


Figura 115: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).

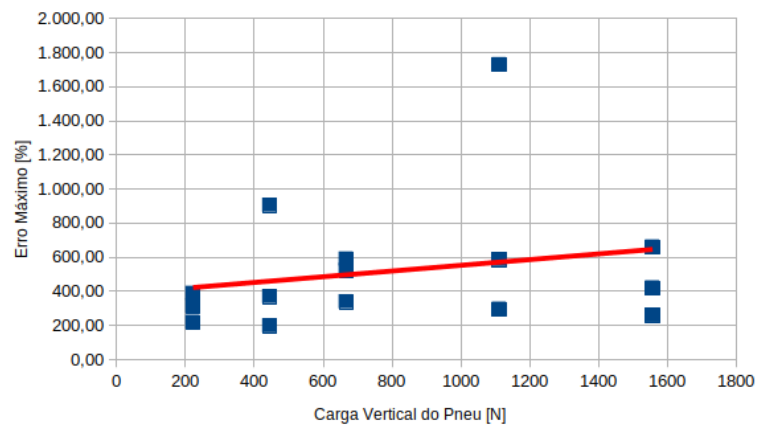


Figura 116: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).

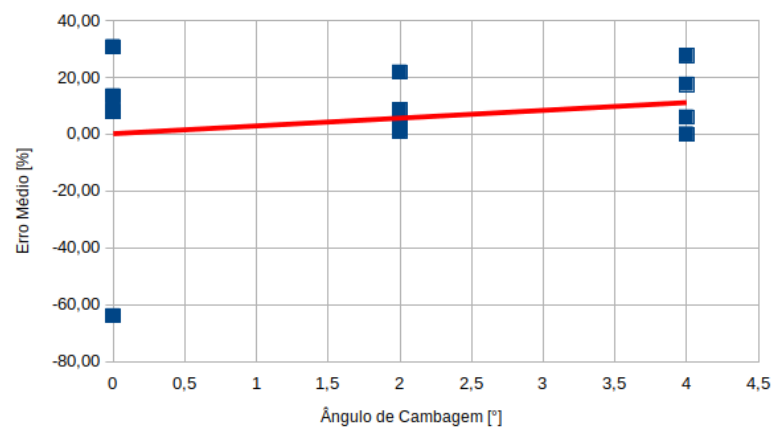


Figura 117: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).

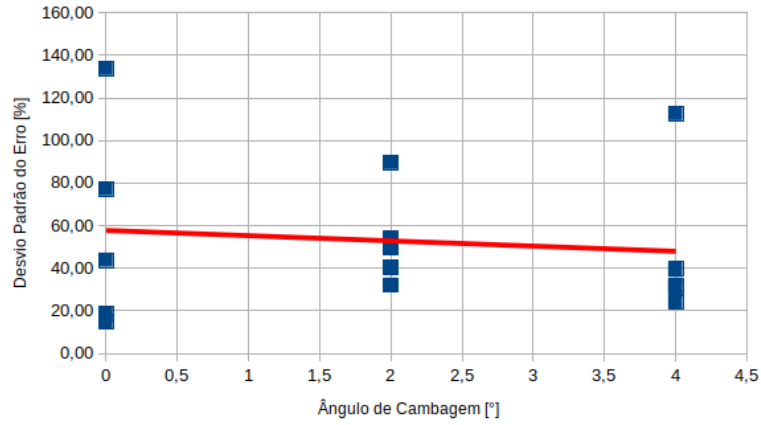


Figura 118: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).

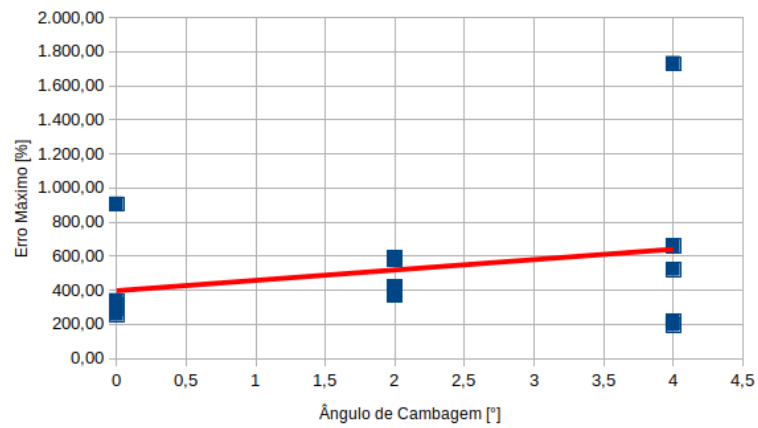


Figura 119: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ).

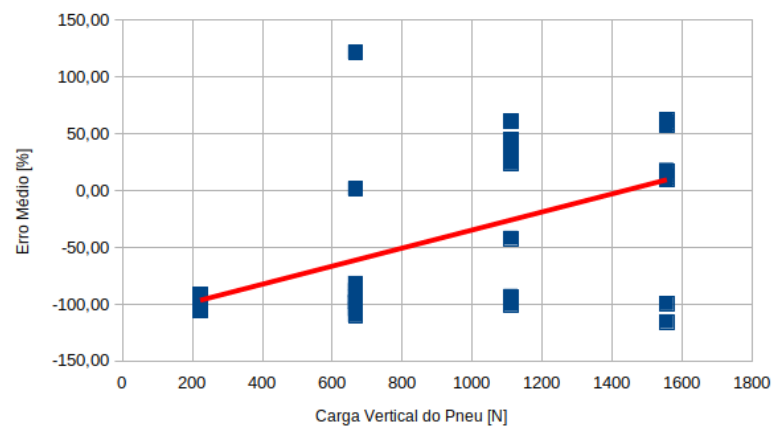


Figura 120: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

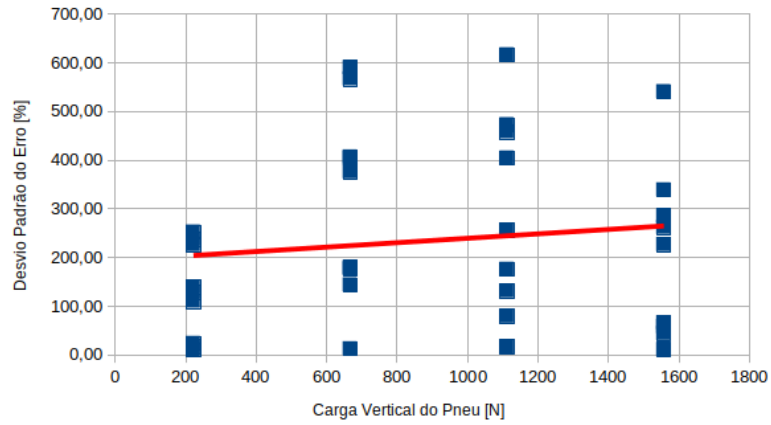


Figura 121: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

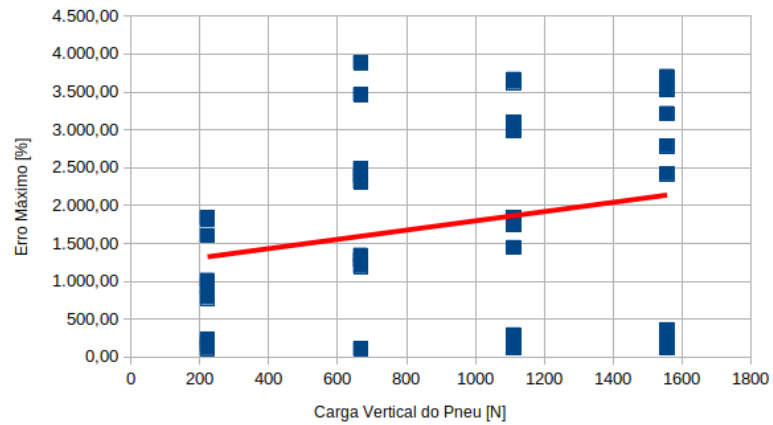


Figura 122: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

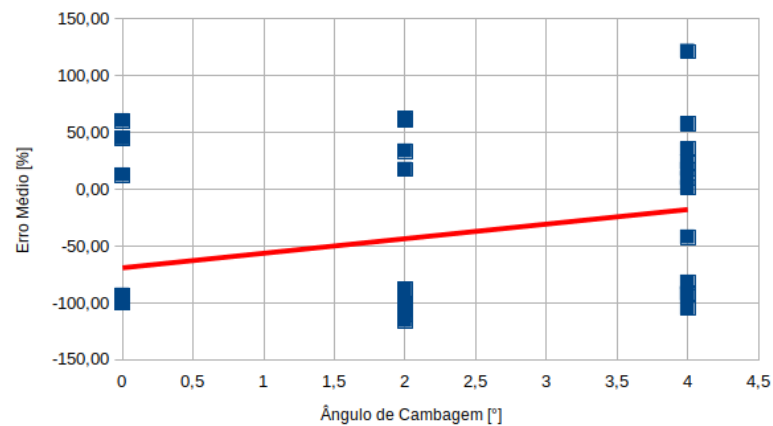


Figura 123: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

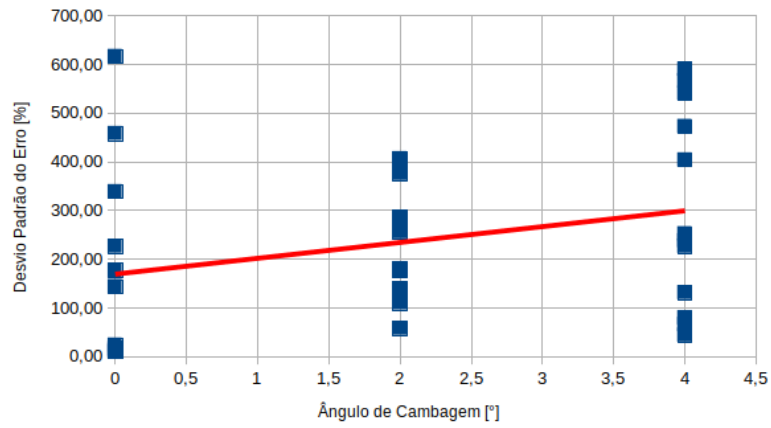


Figura 124: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

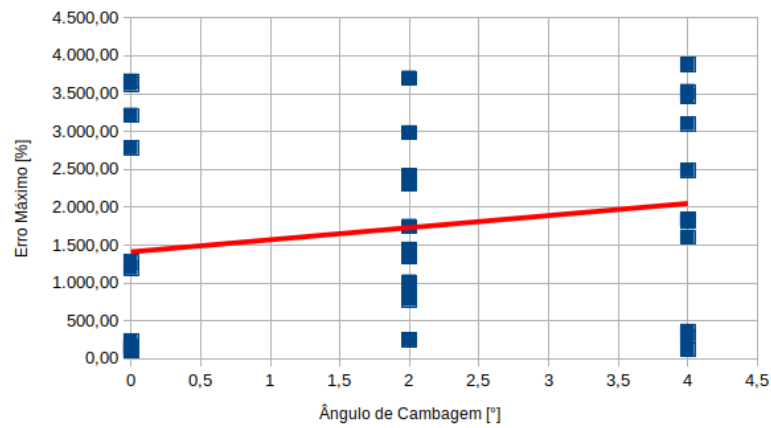


Figura 125: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

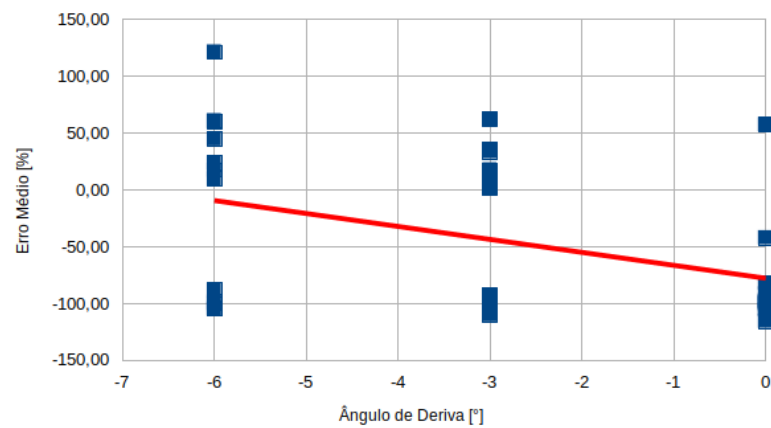


Figura 126: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

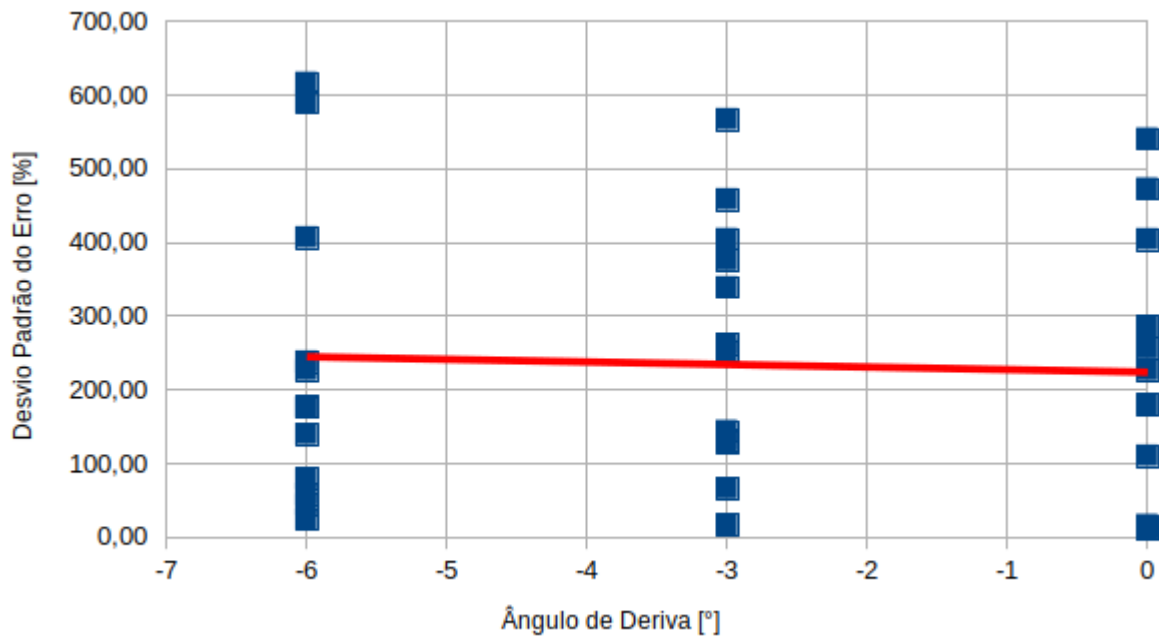


Figura 127: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.

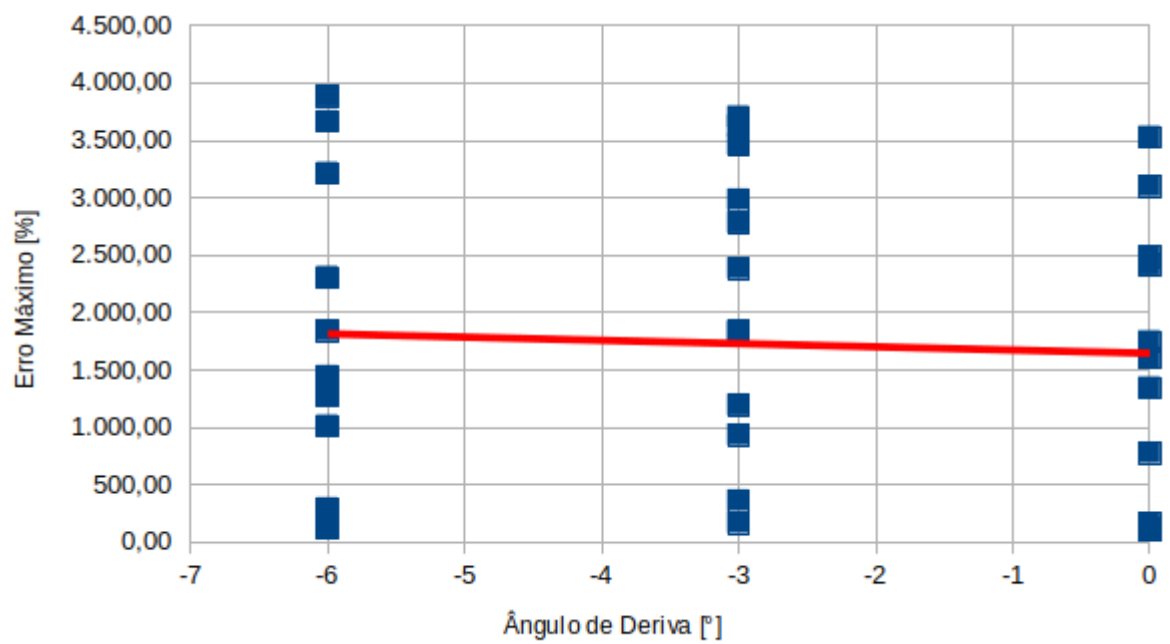


Figura 128: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Giro do Pneu ( $M_{xP}$ ) em Regime Combinado.



#### A.4 Momento de Alinhamento do Pneu $M_{zP}$

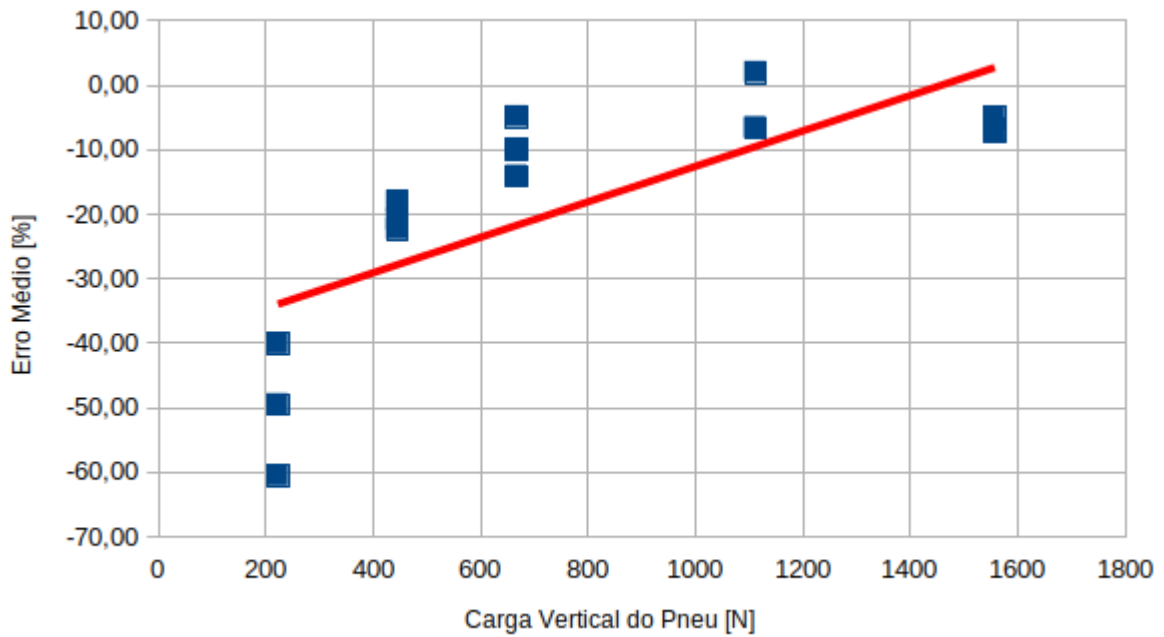


Figura 129: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).

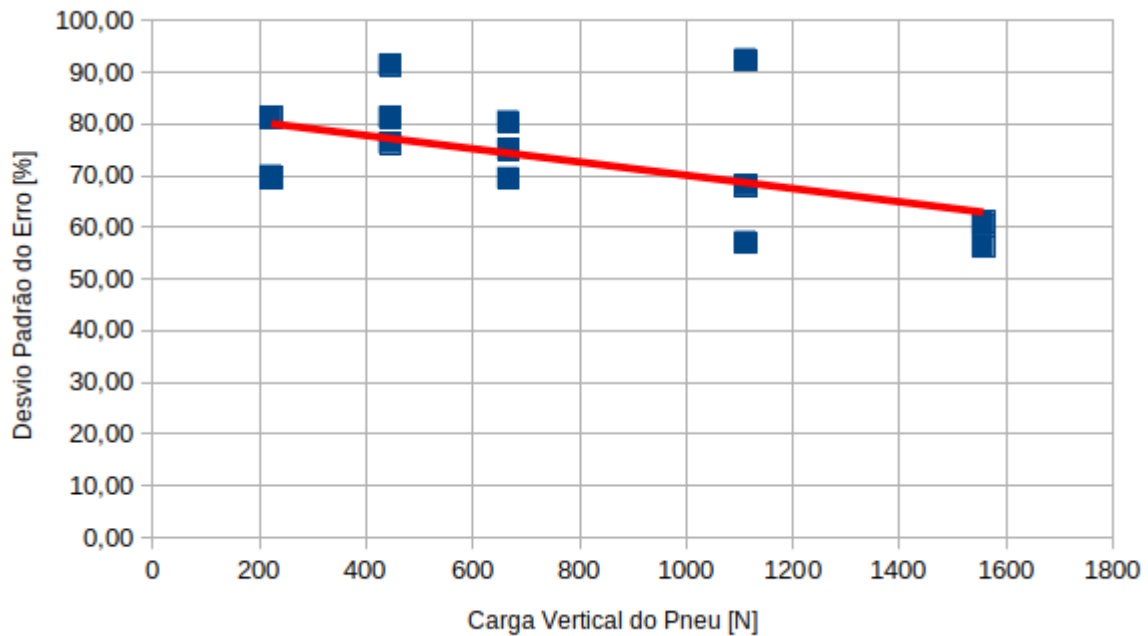


Figura 130: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).

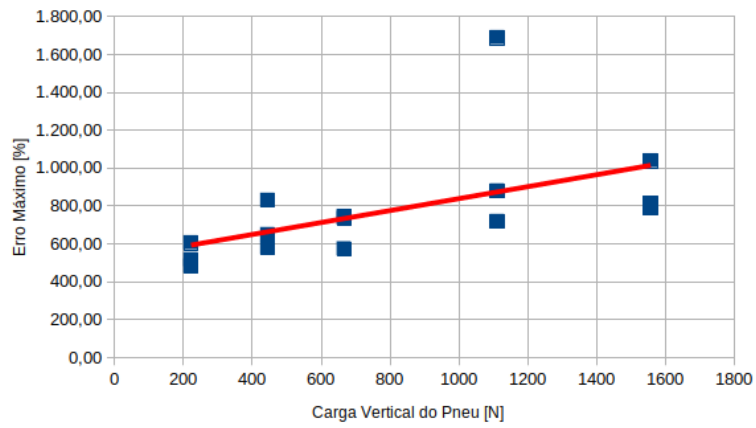


Figura 131: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).

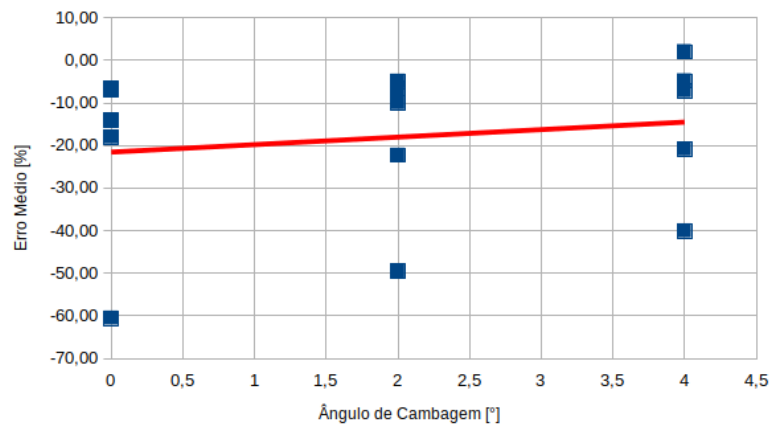


Figura 132: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).

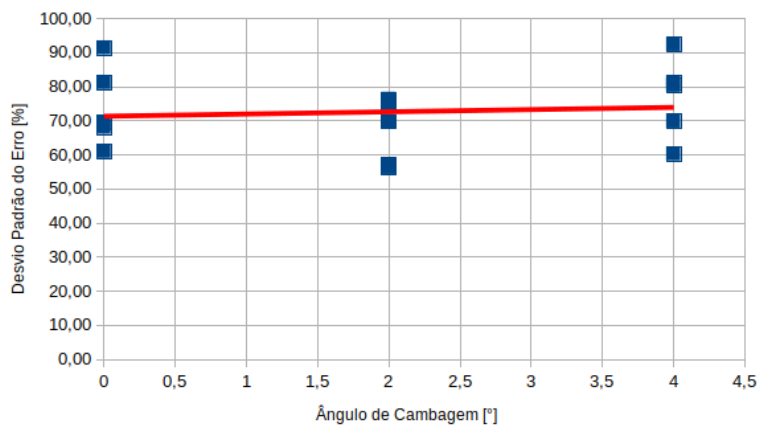


Figura 133: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).

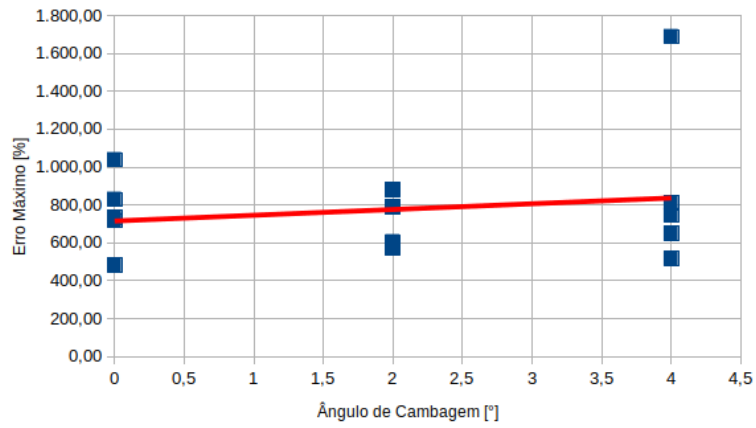


Figura 134: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ).

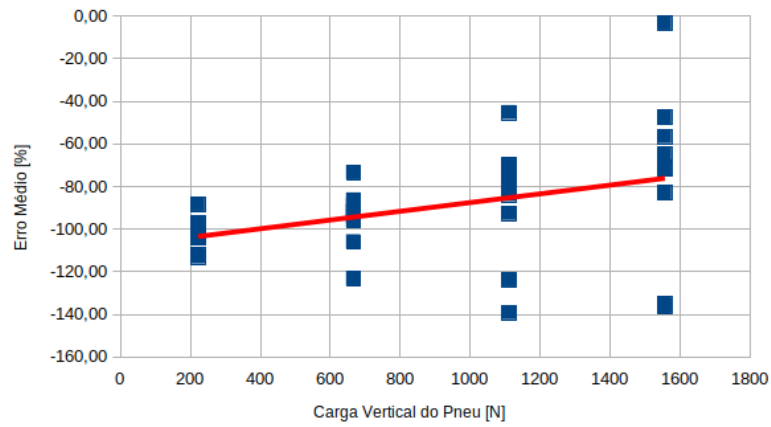


Figura 135: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

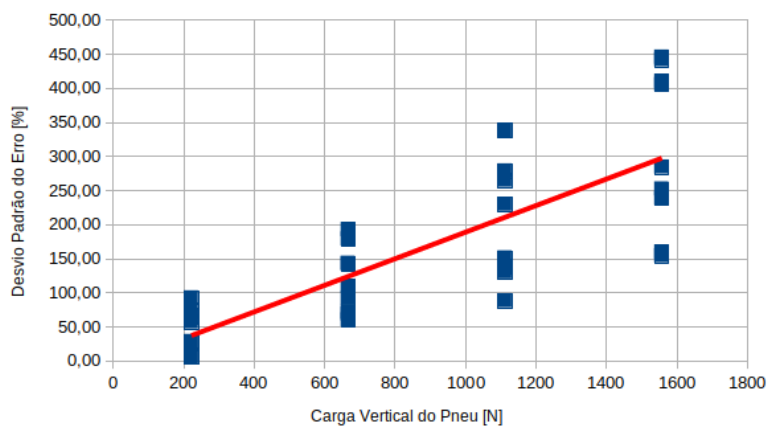


Figura 136: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Desvio Padrão dos Erros da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

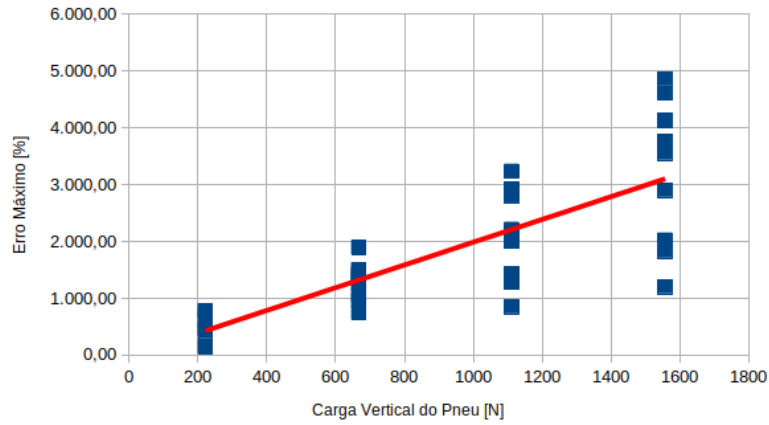


Figura 137: Influência da Carga Vertical do Pneu  $F_{zP}$  no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

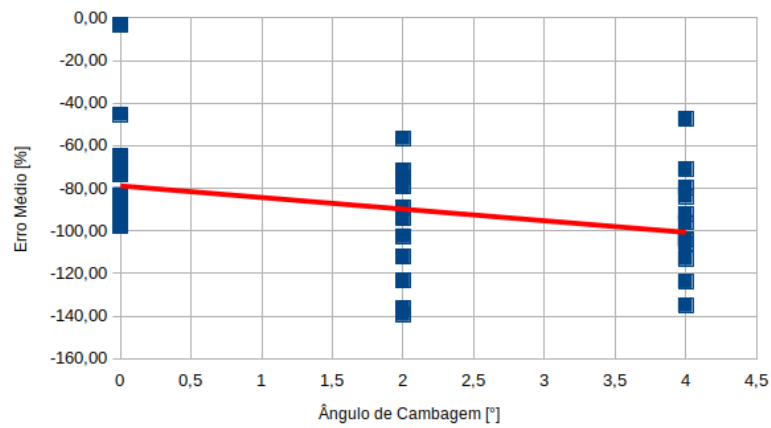


Figura 138: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

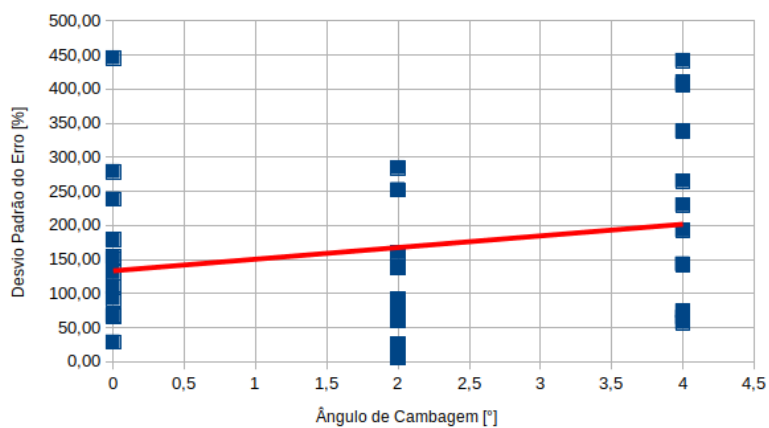


Figura 139: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

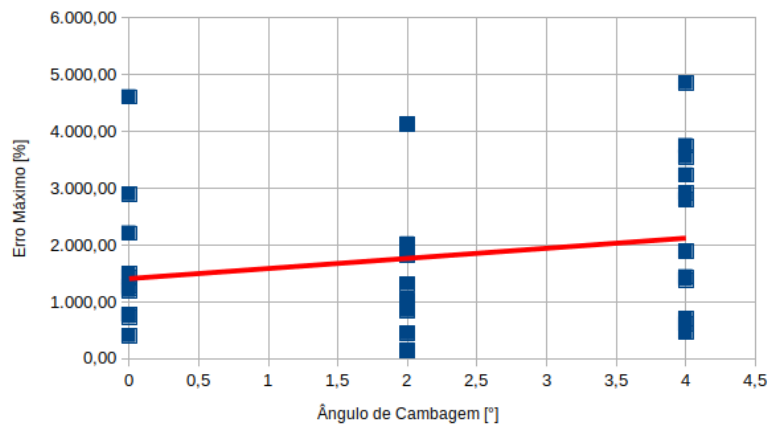


Figura 140: Influência do Ângulo de Cambagem ( $\gamma$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

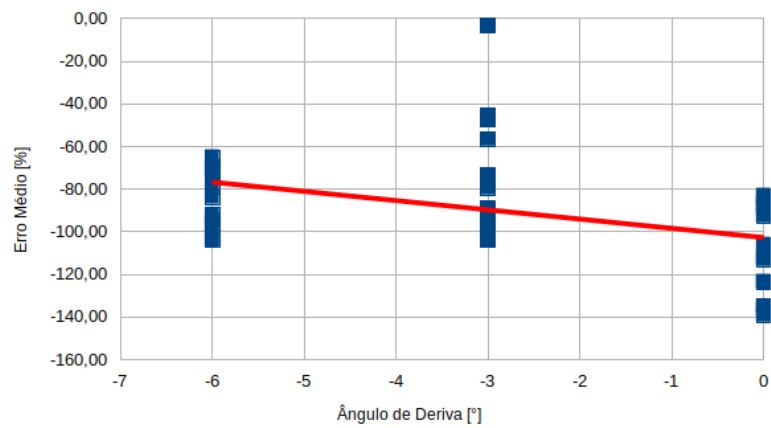


Figura 141: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Médio da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

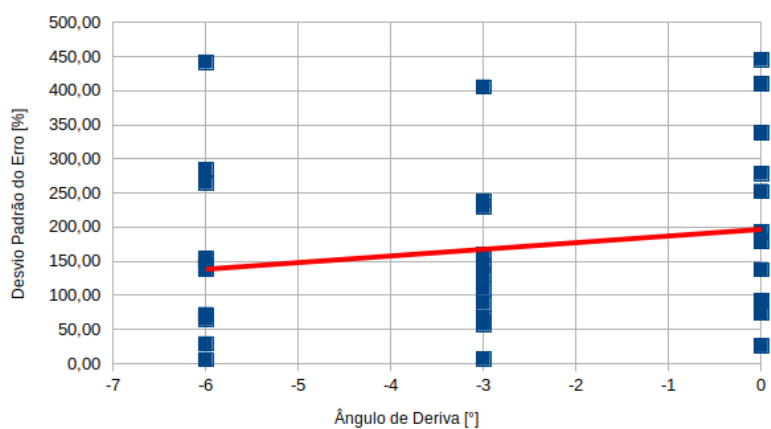


Figura 142: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Desvio Padrão dos Erros do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.

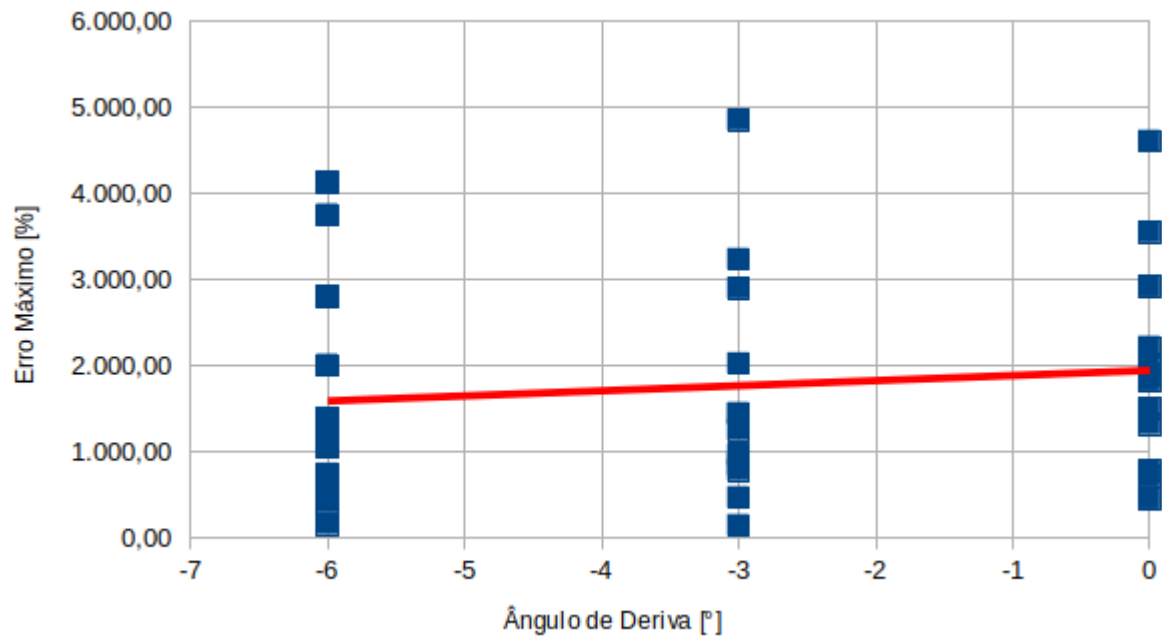


Figura 143: Influência do Ângulo de Deriva ( $\alpha$ ) no Erro Máximo da Modelagem do Momento de Alinhamento do Pneu ( $M_{zP}$ ) em Regime Combinado.



# B Conteúdo Complementar para Modelagens de Veículo

O presente capítulo apresenta o conteúdo desenvolvido na primeira parte deste Projeto de Graduação afim de se facilitar o possível trabalho futuro de aprimoramento da modelagem de veículo do simulador de tempo de volta. Parte da descrição do modelo Massa Pontual é repetido aqui em prol da contextualização.



## B.1 Visão Geral das Modelagens de Veículo

A modelagem e solução das equações dos modelos constituem a parte mais complexa do trabalho, especialmente se tratando do modelo Completo. A maior fonte de complexidade aqui é o modelo de pneu, já que o mesmo possui um comportamento dinâmico complexo que se reflete no comportamento do veículo. A descrição matemática do problema é então altamente não-linear, o que cria a necessidade da utilização de métodos numéricos robustos para solução do problema.

A tabela 18 resume os conteúdos de cada modelo. Em alguns casos, simplificações serão necessárias pois não seria possível uma modelagem mais avançada do subsistema levando-se em conta o conceito de modelo de veículo utilizado.

Tabela 18: Resumo das Modelagens dos Subsistemas dos Modelos de Veículos

Subsistema do Veículo	Massa Pontual	Bicicleta	Completo
Rodas	1	2	4
Suspensão	Simplificada	Simplificada	Completa
Direção	Nenhuma	Simplificada	Completa
Transmissão	Simplificada	Simplificada	Completa
Motor	Completa	Completa	Completa
Aerodinâmica	Simplificada	Quase Completa	Completa
Freios	Simplificado	Quase Completo	Completa

A figura 144 identifica os ícones utilizados nas representações dos modelos de veículo. Para distinção das modelagens simplificada e completa, adicionou-se um traço que atravessa o ícone do subsistema caso o mesmo seja simplificado.

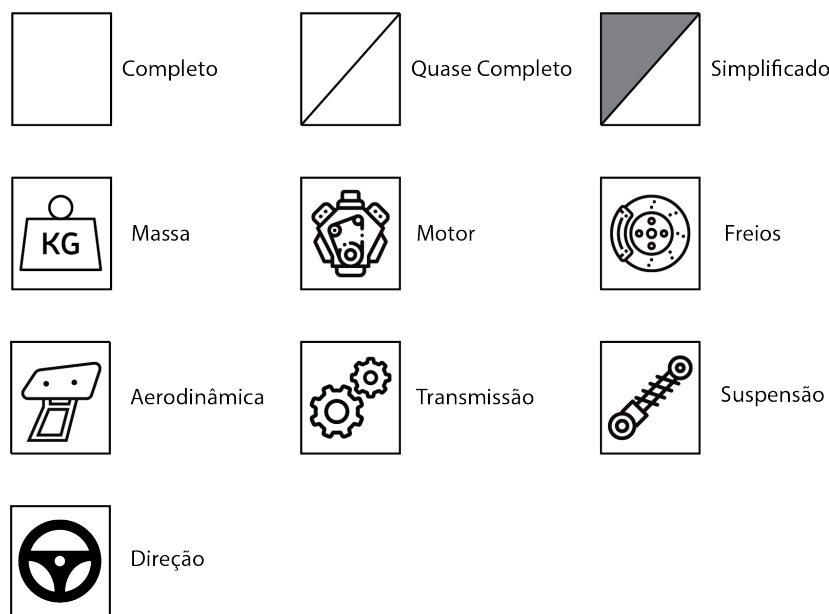


Figura 144: Legenda dos ícones utilizados nas representações dos modelos.

A figura 145 mostra por meio de ícones que o modelo Massa Pontual leva em conta a massa do veículo e o motor, não levando em conta a direção e considerando os outros subsistemas de maneira simplificada.

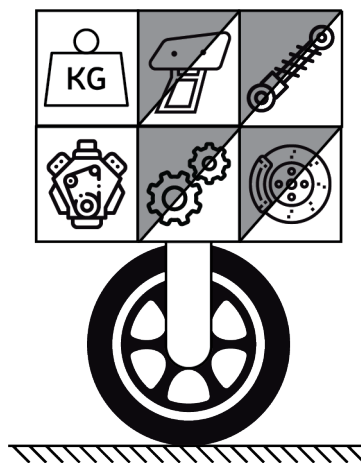


Figura 145: Representação do Modelo de Massa Pontual.

A figura 146 mostra que o modelo Bicicleta evolui na modelagem dos freios e aerodinâmica, considerando também a direção do veículo. A aerodinâmica só não possui modelagem completa pelo fato de o modelo não admitir momentos de rolagem. Já os freios só não consideram as distribuições laterais de carga de frenagem e a diferença de torque máximo aplicado entre as rodas da esquerda para a direita.

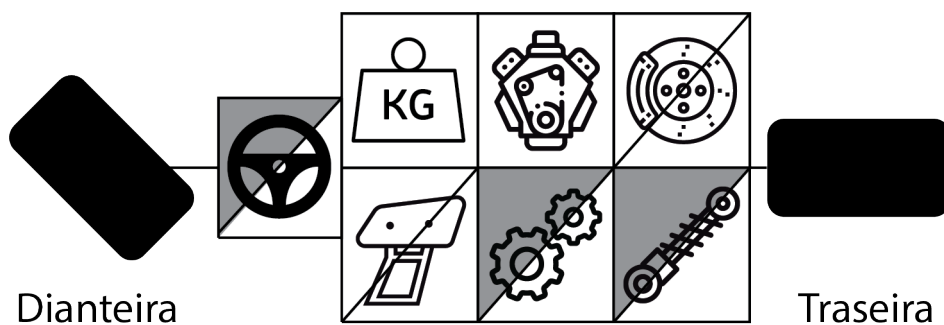


Figura 146: Representação do Modelo de Bicicleta.

O modelo Completo, como já diz o nome e ilustra a figura 147, leva em conta todos os aspectos do veículo.

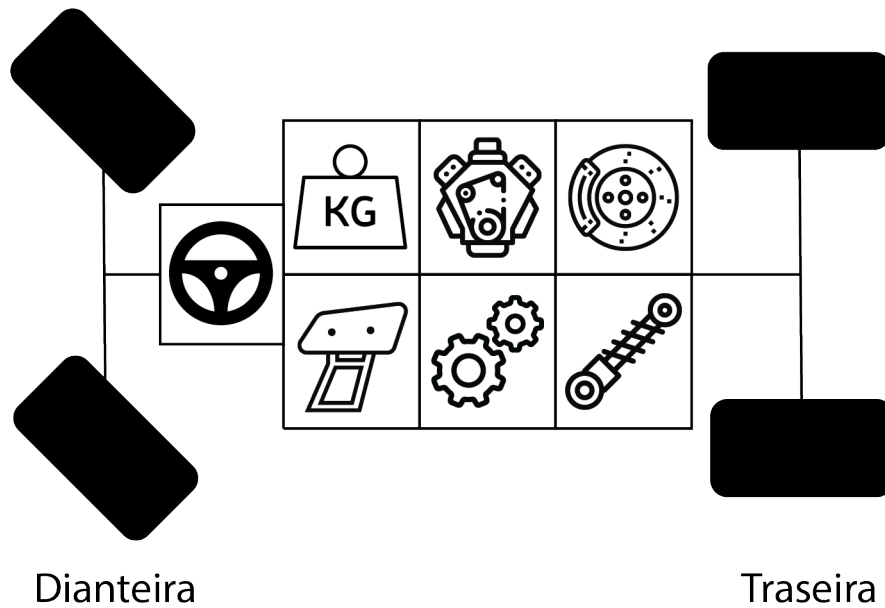


Figura 147: Representação do Modelo Completo.

## B.2 Modelagem dos Subsistemas

### B.2.1 Transmissão

A transmissão é responsável por transferir a energia fornecida pelo motor para as rodas do veículo. Normalmente é composta por elementos de máquinas que permitem a diferenciação entre a velocidade de rotação do motor e de rotação das rodas tracionadas, para que se possa obter determinados valores de torque e rotação nas rodas.

Para simulações dinâmicas, ela pode ser modelada através de: (SIEGLER, 2002; MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

- Relações de Transmissão (Relação Primária, Relações de Marcha e Relação Final): Relações que escalonam a rotação e o torque que saem do motor;
- Distribuição de Transmissão: Percentagem de torque/potência que é encaminhada para as rodas dianteiras;
- Eficiência da Transmissão: Percentagem de potência transmitida que é gasto com o atrito do sistema; e
- Percentagem de Bloqueio (*Percent Locking*) (dianteiro e traseiro): Percentagem determinada a partir da razão entre a diferença máxima de torques nas rodas permitida pelo diferencial e o torque que chega no elemento de diferenciação de torque (Diferencial ou Eixo Rígido). Assim, se igual a zero, os torques transmitidos para as rodas são sempre iguais e se igual a 100, todo o torque pode ser transmitido para uma roda caso a outra se torne incapaz de executar a transmissão.

Tal modelagem da transmissão é simplificada, porém abrange os casos em que:

- Existe uma ou mais Relações de Marcha disponíveis, associadas com elementos de relação de transmissão fixa associados à caixa de marcha (Relação Primária e Relação Final);
- A transmissão de potência ocorre para apenas um eixo ou ambos (dianteiro e traseiro) em determinada proporção; e
- Há a possibilidade de se direcionar o torque advindo do motor entre as rodas de um eixo.

A principal fonte de erro aqui reside no comportamento do elemento de distribuição de torque. A metodologia considerada não leva em conta a influência do elemento na velocidade das rodas quando a Percentagem de Bloqueio é diferente de zero. Tal influência afetaria a distribuição de torque, já que afetaria o Escorregamento Longitudinal dos pneus (basta pensar no caso de um eixo rígido, que teria uma Percentagem de Bloqueio de 100%, porém as velocidades angulares medidas nos centros das rodas seriam forçadas a serem iguais, afetando os Escorregamentos Longitudinais). Além disso, a influência das velocidades das rodas sobre a Percentagem de Bloqueio também não é considerada.

Para consideração de tais efeitos, seria necessário uma modelagem empírica do diferencial, assim como feito em (SIEGLER, 2002). A ausência dos dados necessários para tal modelagem justifica a simplificação feita no presente trabalho.

A partir das relações de transmissão, a velocidade angular do elemento de distribuição de torque é determinada pela equação:

$$\omega_{diff} = \frac{\omega_{motor}}{rel_{prim} \cdot rel_{marcha_i} \cdot rel_{final}} \quad (B.1)$$

sendo  $\omega_{diff}$  [ $rad/s$ ] a velocidade angular do elemento de distribuição de torque,  $\omega_{motor}$  [ $rad/s$ ] a velocidade angular do motor,  $rel_{prim}$  a Relação Primária,  $rel_{marcha_i}$  a Relação de Marcha da  $i$ -ésima marcha ( $i = 1, \dots, n$ ; onde  $n$  é a quantidade de marchas) e  $rel_{final}$  a Relação Final.

A velocidade de rotação do elemento de distribuição de torque também se relaciona com as velocidades das rodas/eixos ligados a ele, de acordo com a equação:

$$\omega_{diff} = \frac{\omega_{O_1} + \omega_{O_2}}{2} \quad (B.2)$$

sendo  $\omega_{O_1}$  e  $\omega_{O_2}$  as velocidades angulares dos eixos ligados ao diferencial.

Já a soma dos torques atuantes nas rodas tratoras é dada pela equação:

$$T_{transmissão} = T_{motor} \cdot rel_{prim} \cdot rel_{marcha_i} \cdot rel_{final} \cdot \eta_{transmissão} \quad (B.3)$$

sendo  $T_{transmissão}$   $[Nm]$  a soma dos torques atuantes nas rodas,  $T_{motor}$  o torque de saída do motor e  $\eta_{transmissão}$  a Eficiência da Transmissão.

As equações B.4 e B.5 retornam o torque encaminhado para cada eixo (dianteiro e traseiro).

$$T_{eixo_D} = T_{transmissão} \cdot \frac{distrib_{eixos}}{100} \quad (B.4)$$

$$T_{eixo_T} = T_{transmissão} \cdot \frac{100 - distrib_{eixos}}{100} \quad (B.5)$$

sendo  $T_{eixo_D}$   $[Nm]$  e  $T_{eixo_T}$   $[Nm]$  respectivamente os torques encaminhados para os eixos dianteiro e traseiro e  $distrib_{eixos}$  [%] a Distribuição da Transmissão.

Enquanto dentro dos limites de relação de torque estabelecidos pelo Percentual de Bloqueio, os torques nas rodas são distribuídos conforme as propriedades dinâmicas dos pneus. Quando tais limites tendem a ser extrapolados, o torque total passa a ser limitado pela roda que admite menor torque, pois o escorregamento completo de uma roda não é considerado aqui. A equação B.6 retorna o torque atuante na maior roda em tal situação.

$$T_{maior} = T_{menor} + \frac{bloqueio \cdot T_{eixo}}{100} \quad (B.6)$$

sendo  $T_{maior}$   $[Nm]$  o torque na roda que recebe maior torque,  $T_{menor}$   $[Nm]$  o torque na roda que recebe menor torque,  $T_{eixo}$   $[Nm]$  o torque no eixo (dianteiro ou traseiro) e  $bloqueio$  [%] é a Percentagem de Bloqueio.

No caso mencionado, o torque atuante no outro eixo também necessitaria de correção, tendo em vista se manter a Distribuição da Transmissão. As equações B.7 e B.8 retornam a soma dos torques atuantes nas rodas nesta situação. Se o fenômeno ocorrer em ambos os eixos, a situação que resultar em menor soma de torque nas rodas deve ser assumida e as equações B.4 e B.5 devem corrigir o torque resultante no outro eixo.

$$T_{transmissão} = (T_{maior_D} + T_{menor_D}) \cdot \frac{100}{distrib_{eixos}} \quad (B.7)$$

$$T_{transmissão} = (T_{maior_T} + T_{menor_T}) \cdot \frac{100}{100 - distrib_{eixos}} \quad (B.8)$$

## B.2.2 Freios

Para veículos que não contam com sistemas de distribuição de frenagem eletrônica, o subsistema de freios, responsável pela frenagem do veículo, pode ser bem modelado a partir do modelo de pneu em conjunto com apenas duas variáveis: o Limite de Torque de

Frenagem Total e a Relação de Distribuição de Frenagem (*Brake Bias Ratio*). (KELLY, 2008)

O **Limite de Torque de Frenagem Total** representa o torque máximo que pode ser aplicado pelo sistema de freios. Dessa maneira, a força de frenagem resultante no veículo é computada a partir dos modelos dos pneus até que tal limite tenda a ser extrapolado.

Já a **Relação de Distribuição de Frenagem** dita a parcela de torque aplicado pelo sistema que é aplicada em cada eixo, de acordo com as equações B.9 e B.10. Pode-se assumir que os torques são distribuídos igualmente da esquerda para a direita, sendo as duas rodas pertencentes ao mesmo eixo. (KELLY, 2008)

$$T_{freio_F} = D_{freio} \cdot T_{freio} \quad (\text{B.9})$$

$$T_{freio_T} = (1 - D_{freio}) \cdot T_{freio} \quad (\text{B.10})$$

sendo  $T_{freio_F}$  o torque de frenagem aplicado no eixo dianteiro,  $T_{freio_T}$  o torque de frenagem aplicado no eixo traseiro,  $D_{freio}$  a Relação de Distribuição de Frenagem e  $T_{freio}$  o torque total aplicado pelo sistema.

A modelagem pode ser ainda mais fiel caso seja considerado um Limite de Torque de Frenagem e uma parcela de Distribuição de Frenagem para cada roda. Assim, pode-se analisar as consequências dinâmicas da assimetria lateral do sistema.

A **Potência de Frenagem** em cada roda pode ser determinada através da equação B.11, sendo a potência total a soma entre elas.

$$P_{freio_{roda}} = T_{roda} \cdot \Omega_{O_{roda}} \quad (\text{B.11})$$

sendo  $P_{freio_{roda}}$  [W] a potência exercida pelo sistema de freios na roda,  $T_{roda}$  [Nm] o torque atuante na roda e  $\Omega_{O_{roda}}$  [rad/s] a velocidade angular da roda medida na Impressão do Pneu.

### B.2.3 Conjunto Suspensão e Direção

O conjunto formado pelos subsistemas de Suspensão e Direção tem por objetivo primário restringir o movimento das rodas do veículo com relação ao seu chassi, permitindo a rotação das mesmas em torno do Eixo Lateral dos Pneus (subseção 2.3.1) (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994). Dependendo do sistema de direção, o conjunto pode ter um ou dois graus de liberdade, possuindo apenas um quando o sistema de direção é fixado (Caso geral para as rodas traseiras, onde não há esterçamento). No caso de veículos de competição, também é crucial que o mesmo permita o uso ótimo dos pneus enquanto que confere boas

características de controle e estabilidade ao veículo (OPTIMUMG, 2014; OPTIMUMG, 2016; OPTIMUMG, 2017). As características cinemáticas e de rigidez do conjunto possuem considerável influência nas características dinâmicas do veículo, especialmente em curvas (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994; WONGPATTANANUKUL; CHANTHARASENAWONG, 2017).

Em geral, os elementos elásticos (molas e barras de rolagem) podem ser modelados através de suas constantes elásticas, utilizando-se as equações:

$$F_{mola} = k_{lin} \cdot d_{mola} \quad (\text{B.12})$$

$$T_{mola} = k_{ang} \cdot \theta_{mola} \quad (\text{B.13})$$

sendo  $F_{mola}$  [N] a força exercida pela mola,  $T_{mola}$  [Nm] o torque exercido pela mola de torção,  $k_{lin}$  [N/m] e  $k_{ang}$  [Nm/rad] são respectivamente os coeficientes elásticos lineares e angulares,  $d_{mola}$  [m] a diferença entre o comprimento inicial e o comprimento atual da mola e  $\theta_{mola}$  [rad] a diferença entre o ângulo inicial e o ângulo atual de trabalho da mola de torção.

Caso seus comportamentos sejam consideravelmente não-lineares, a modelagem pode ser feita através de equações não lineares, curvas de força por deslocamento ou curvas de rigidez por deslocamento. Amortecedores não serão considerados aqui por terem influência apenas no comportamento transiente do sistema.

A modelagem cinemática do conjunto pode ser feita através de análise vetorial, considerando-se que o sistema é composto por corpos rígidos (DIXON, 2009). Como uma modelagem cinemática não envolve dinâmica, tal abordagem despreza as deformações dos componentes (exceto pela mola e pela barra de rolagem). Tais deformações costumam gerar uma deformação resultante grande o suficiente para alterar significativamente a posição e orientação da roda associada, influenciando então as forças e momentos atuantes nas Impressões dos Pneus. (OPTIMUMG, 2014; OPTIMUMG, 2017)

A fim de se aproximar os efeitos dessas deformações, pode-se utilizar a abordagem da Matriz de Deformação (*Compliance Matrix*), na qual os parâmetros de posição e orientação das rodas sofrem influência das forças e momentos exercidos através de coeficientes de elasticidade (Lei de Hooke). A Matriz de Deformação é uma matriz 6x6 que contém tais coeficientes, de maneira a se relacionar as 6 componentes de movimento (translações e rotações) às 6 componentes de esforço (forças e momentos). (OPTIMUMG, 2014; OPTIMUMG, 2017)

### B.3 Modelagem da Cinemática do Conjunto Suspensão-Direção

Devido à sua complexidade, a seção presente se destina à modelagem da cinemática do Conjunto Suspensão-Direção. Optou-se por modelar uma suspensão de geometria em Duplo-A, com atuação via Vara de Empurro ligada à Bandeja Inferior e Barra de Rolagem conectada ao Balancim; associada a um sistema de direção do tipo Pinhão e Cremalheira.

A figura 148 mostra a dianteira do veículo AF17, com o Conjunto Suspensão-Direção destacado e alguns componentes omitidos em prol da qualidade de visualização. A figura 149 mostra a nomenclatura dos componentes do conjunto do tipo em questão. Os pontos de interesse para modelagem cinemática do conjunto estão destacados e numerados na figura 150. Os componentes associados a cada ponto de interesse são apresentados na tabela 19.

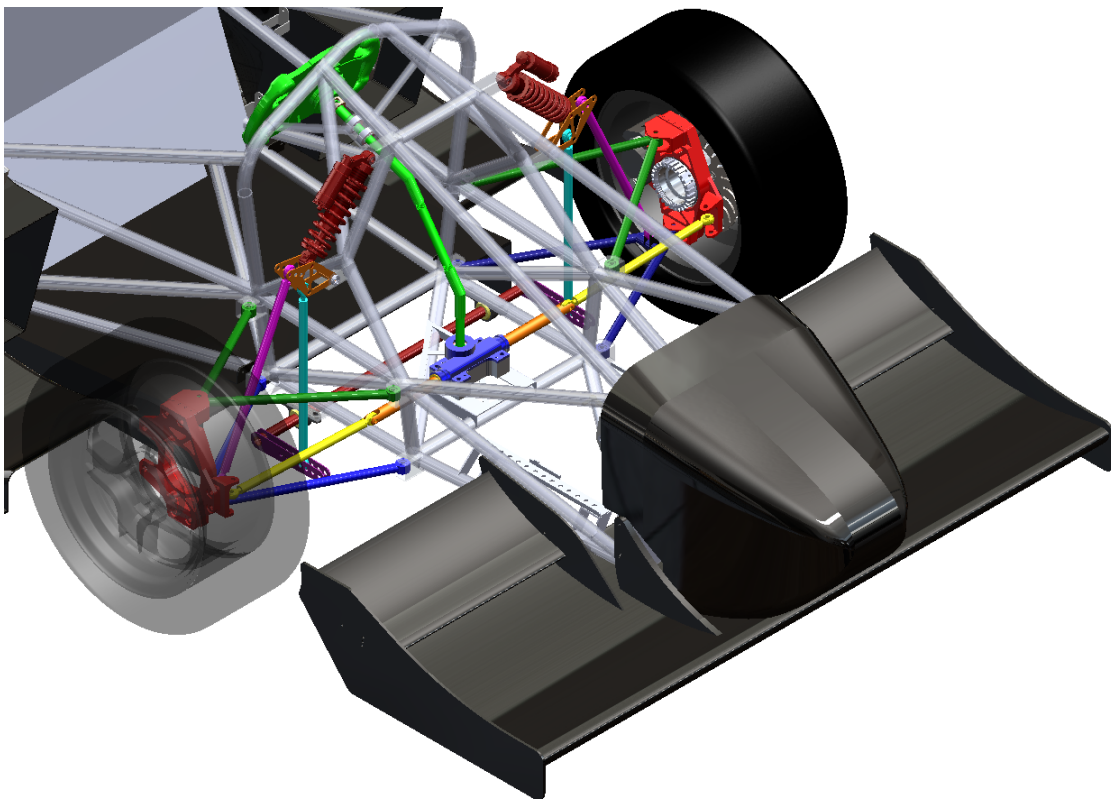


Figura 148: Dianteira do Veículo AF17.



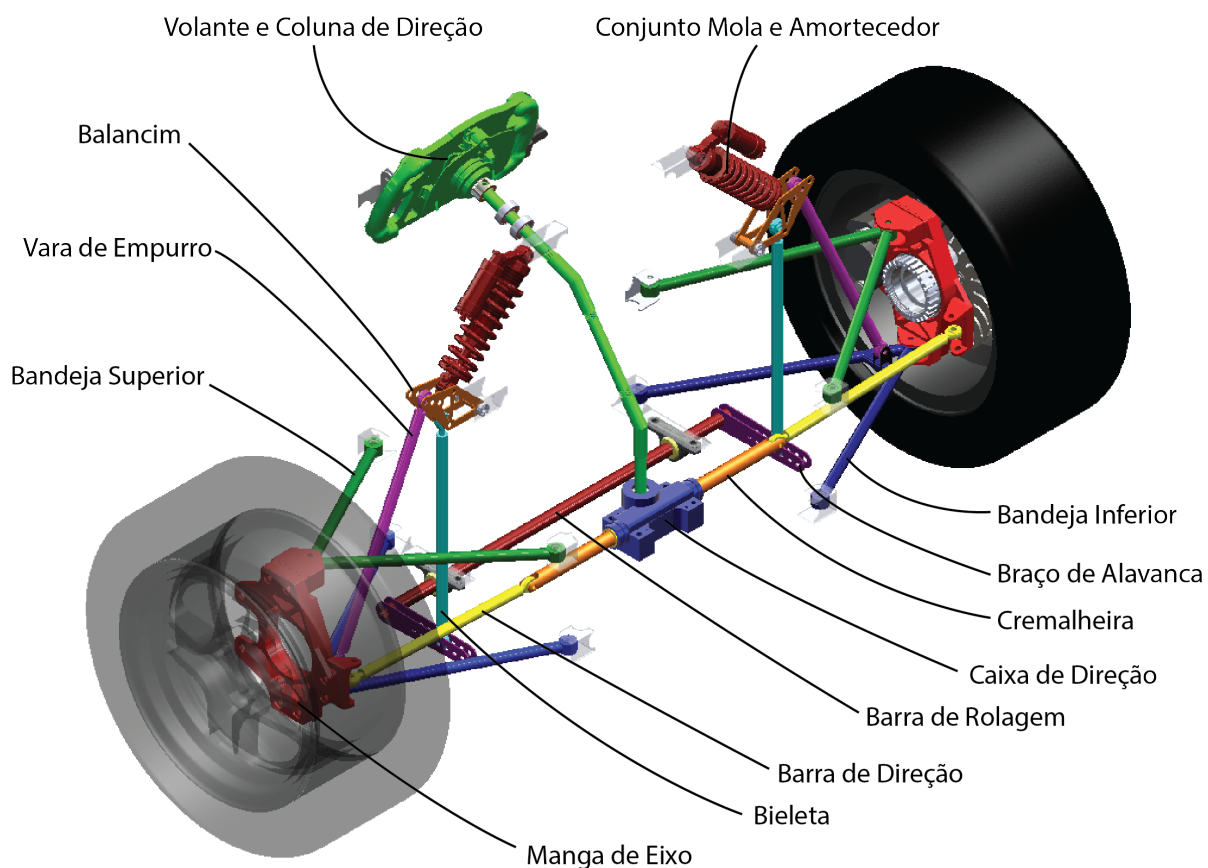


Figura 149: Nomenclatura dos Componentes do Conjunto Suspensão Direção.

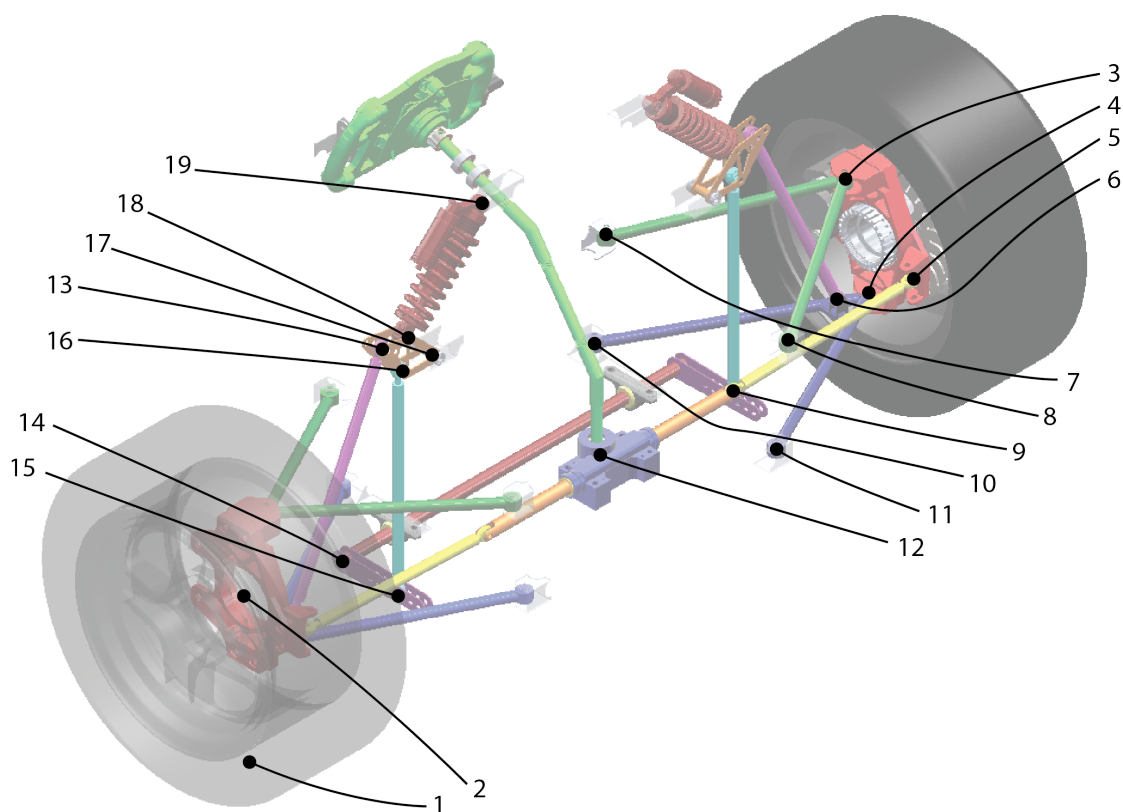


Figura 150: Pontos de Interesse do Conjunto Suspensão Direção.

Tabela 19: Componentes Associados aos Pontos de Interesse

Número do Ponto	Componentes
1	Solo e Impressão do Pneu (Centro)
2	Manga de Eixo (Centro dos Rolamentos)
3	Manga de Eixo e Bandeja Superior
4	Manga de Eixo e Bandeja Inferior
5	Manga de Eixo e Barra de Direção
6	Bandeja Inferior e Vara de Empurro
7	Bandeja Superior e Chassi (Trás)
8	Bandeja Superior e Chassi (Frente)
9	Barra de Direção e Cremalheira
10	Bandeja Inferior e Chassi (Trás)
11	Bandeja Inferior e Chassi (Frente)
12	Caixa de Direção (Pinhão e Cremalheira)
13	Vara de Empurro e Balancim
14	Barra de Rolagem e Braço de Alavanca
15	Braço de Alavanca e Bieleta
16	Bieleta e Balancim
17	Balancim e Chassi
18	Balancim e Conjunto Mola e Amortecedor
19	Chassi e Conjunto Mola e Amortecedor

Para um dado conjunto, as coordenadas dos pontos são obtidas a partir de: suas posições iniciais, variação de comprimento do Conjunto Amortecedor-Mola e variação do ângulo de esterçamento do Volante. Os parágrafos que seguem descrevem o funcionamento de um lado, primeiramente mantendo-se o comprimento da mola fixo, variando-se o ângulo de esterçamento no volante e depois o inverso. Em ambos os casos, o referencial adotado é fixo no chassi do veículo, ou seja, os pontos 19, 17, 14, 12, 11, 10, 8 e 7 são mantidos fixos em todos os instantes.

O esterçamento do volante provoca o giro do Pinhão interno à Caixa de Direção no ponto 12, a partir do qual a Cremalheira translada de acordo com a relação de movimento associada. Isso varia a posição do ponto 9, empurrando então a Barra de Direção, ligada à Manga de Eixo pelo ponto 5. A mesma é então rotacionada em torno do eixo formado pelos pontos 3 e 6, levando-se junto a roda e portanto os pontos 1 e 2. Assim, tanto a posição do ponto 1 quanto a orientação da roda são alterados.

A variação de comprimento da mola (distância entre os pontos 18 e 19) vem com o deslocamento do ponto 18. Tal deslocamento provoca uma rotação do Balancim em torno de seu eixo de rotação, localizado no ponto 17. Assim, os pontos 13 e 16 são deslocados. A variação de posição do ponto 16 faz com que a Bieleta seja deslocada, forçando a rotação do Braço de Alavanca em torno do ponto 14. Já o deslocamento do ponto 13 leva à variação de posição do ponto 6, que força o giro da Bandeja Inferior em torno do eixo definido pelos pontos 10 e 11. O giro do componente leva ao deslocamento do ponto 4,

que leva então ao deslocamento dos pontos 3 e 5, de tal forma que o ponto 3 gira em torno do eixo definido pelos pontos 7 e 8 e o ponto 5 gira em torno do ponto 9. Assim, com a variação da posição e orientação da Manga de Eixo em função dos pontos 3, 4 e 5; a posição dos pontos 1 e 2 e a orientação da roda mudam.

A tabela 20 resume os métodos utilizados para cálculo da posição de cada ponto, sendo que nos casos onde os pontos são mantidos fixos o método de cálculo é "Fixo".

Tabela 20: Métodos de Cálculo dos Pontos de Interesse

Número do Ponto	Método de Cálculo
1	Vetores de Referência
2	Intersecção de 3 Esferas
3	Intersecção de 3 Esferas
4	Vetores de Referência
5	Intersecção de 3 Esferas
6	Intersecção de 3 Esferas
7	Fixo
8	Fixo
9	Incremento Direto
10	Fixo
11	Fixo
12	Fixo
13	Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano
14	Fixo
15	Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano
16	Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano
17	Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano
18	Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano
19	Fixo

As subseções que seguem apresentam: algumas definições úteis, as equações e sistemas não-lineares utilizados por cada método e os cálculos de parâmetros relevantes.

### B.3.1 Definição: Pontos

Pontos são adimensionais, sendo representados por suas coordenadas em forma de vetor  $(x, y, z)$ .

### B.3.2 Definição: Distância Entre Pontos

A distância entre dois pontos pode ser dada pela equação:

$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \quad (\text{B.14})$$

sendo  $d$  a distância e  $\Delta coord$  a diferença de coordenadas entre os dois pontos no eixo " $coord$ " ( $x$ ,  $y$  ou  $z$ ).

### B.3.3 Definição: Cascas Esféricas

A equação para casca esférica pode ser determinada a partir da distância entre dois pontos de maneira a se obter a equação: (DIXON, 2009)

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2 \quad (\text{B.15})$$

sendo  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as coordenadas de um ponto pertencente à casca,  $x_c$ ,  $y_c$  e  $z_c$  são as coordenadas do centro da casca e  $R$  é o raio da casca.

### B.3.4 Definição: Planos

Planos podem ser representados pela equação: (DIXON, 2009)

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (\text{B.16})$$

sendo  $x$ ,  $y$  e  $z$  as coordenadas de um ponto pertencente ao plano,  $A$ ,  $B$  e  $C$  os números de direção do vetor unitário normal ao plano e  $D$  surge quando o plano não é coincidente com a origem do sistema de coordenadas.

A determinação dos coeficientes de um plano podem ser dadas a partir das coordenadas de três pontos pertencentes ao mesmo. Para tal, encontra-se o vetor normal a partir da equação: (DIXON, 2009)

$$N = (P_2 - P_1) \times (P_3 - P_1) \quad (\text{B.17})$$

sendo  $N$  é o vetor normal  $P_i$  é o  $i$ -ésimo ponto que determina o plano.

Então, normaliza-se o vetor normal para obtenção dos coeficientes, de maneira que  $A = N(1)$ ,  $B = N(2)$  e  $C = N(3)$ . O coeficiente  $D$  pode ser determinado então a partir da equação: (DIXON, 2009)

$$D = N \cdot P_1 \quad (\text{B.18})$$

### B.3.5 Método: Incremento Direto

O método Incremento Direto consiste no simples incremento de valor das coordenadas do ponto inicial, de acordo com a equação:

$$\vec{P}_{novo} = \vec{P}_0 + \vec{v}_{inc} \quad (\text{B.19})$$

sendo  $\vec{P}_{novo}$  o vetor que contém as novas coordenadas do ponto,  $\vec{P}_0$  o vetor que contém as coordenadas iniciais do ponto e  $\vec{v}_{inc}$  o vetor que contém os incrementos das coordenadas.

### B.3.6 Método: Intersecção de 3 Esferas

O método Intersecção de 3 Esferas consiste na atualização das coordenadas de um ponto através da solução de um sistema não-linear constituído por três equações de cascas esféricas (sistema de equações B.20). É aplicável quando as distâncias entre o ponto de interesse e outros 3 pontos no espaço são mantidos constantes, porém um dos 3 pontos muda de posição.

$$\begin{cases} Dist(\vec{c}_1, \vec{P}_{novo}) - R_1 = 0 \\ Dist(\vec{c}_2, \vec{P}_{novo}) - R_2 = 0 \\ Dist(\vec{c}_3, \vec{P}_{novo}) - R_3 = 0 \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

sendo  $Dist(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$  a distância entre os pontos  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ ,  $\vec{c}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) o ponto que corresponde ao centro da  $i$ -ésima casca esférica,  $\vec{P}_{novo}$  o vetor que contém as novas coordenadas do ponto e  $R_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) o raio da  $i$ -ésima casca esférica.

O sistema em questão pode ter mais de uma solução. Para se garantir a obtenção da solução desejada, pode-se utilizar um método numérico iterativo de convergência baseada em derivada, escolhendo-se o chute inicial de maneira que seu valor seja mais próximo da solução desejada do que de outras soluções.

### B.3.7 Método: Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano

O método Intersecção de 2 Esferas e 1 Plano consiste na atualização das coordenadas de um ponto através da solução de um sistema não-linear constituído por duas equações de cascas esféricas e um plano (sistema de equações B.21). É aplicável quando as distâncias entre o ponto de interesse e outros 2 pontos no espaço são mantidos constantes

e o movimento do ponto de interesse é contido num plano.

$$\begin{cases} Dist(\vec{c}_1, \vec{P}_{novo}) - R_1 = 0 \\ Dist(\vec{c}_2, \vec{P}_{novo}) - R_2 = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{P}_{novo} - D = 0 \end{cases} \quad (\text{B.21})$$

sendo as duas primeiras equações iguais às duas primeiras do sistema de equações B.20,  $\vec{n}$  o vetor normal ao plano e  $D$  determinado pela equação B.18.

A mesma observação feita a respeito da convergência de solução para o método Intersecção de 3 Esferas é válida aqui.

### B.3.8 Método: Vetores de Referência

O método dos Vetores de Referência consiste na definição e atualização de três vetores unitários ortogonais, cuja origem é um ponto de referência escolhido. Através da atualização de tais vetores com o movimento do Conjunto Suspensão Direção, é possível se verificar a diferença resultante na orientação da peça a qual o ponto está associado ou se atualizar a posição de um ponto de posição relativa fixa ao ponto de referência.

Definindo-se os vetores de referência:  $\vec{u}_{lon} = (1, 0, 0)$ ,  $\vec{u}_{lat} = (0, 1, 0)$  e  $\vec{u}_{ver} = (0, 0, 1)$ ; tomando-se um ponto de referência e um ponto de interesse, o ponto de interesse pode ser atualizado pela equação:

$$\begin{aligned} \vec{P}_{novo} = \vec{P}_{refN} - \vec{u}_{lonN} \times (\vec{P}_{ref0}[1] - \vec{P}_0[1]) - \\ \vec{u}_{latN} \times (\vec{P}_{ref0}[2] - \vec{P}_0[2]) - \\ \vec{u}_{verN} \times (\vec{P}_{ref0}[3] - \vec{P}_0[3]) \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

sendo  $\vec{P}_{novo}$  o ponto de interesse atualizado,  $\vec{P}_{refN}$  o ponto de referência atualizado,  $\vec{u}_{lonN}$  o vetor  $\vec{u}_{lon}$ ,  $\vec{P}_{ref0}$  o ponto de referência inicial,  $\vec{P}_0$  o ponto de interesse inicial,  $\vec{v}[i]$  a  $i$ -ésima coordenada do vetor  $\vec{v}$  e a analogia de nomenclatura com os vetores de subscrito  $lon$  válida para para os vetores de subscrito  $lat$  e  $ver$ .

### B.3.9 Parâmetro: Deslocamento da Cremalheira

O deslocamento da Cremalheira considerado como puramente lateral e dado pela equação:

$$\Delta_{cremalheira} = \delta_{vol} \cdot R_{pinhão} \quad (\text{B.23})$$

sendo  $\Delta_{cremalheira}$  [ $mm$ ] o deslocamento da cremalheira,  $\delta_{vol}$  [ $rad$ ] o ângulo de esterçamento do volante e  $R_{pinhão}$  [ $mm$ ] o raio do pinhão.

### B.3.10 Parâmetro: Ângulo de Esterçamento

O Ângulo de Esterçamento pode ser calculado a partir do vetor unitário normal ao plano formado pelos eixos lateral e longitudinal  $\vec{u}_{ver} = (0, 0, 1)$  e do vetor de referência longitudinal atualizado  $\vec{u}_{lonN}$  através da equação:

$$\delta = atan \left( \frac{proj[1]}{proj[2]} \right) \quad (B.24)$$

sendo  $proj$  a projeção de  $\vec{u}_{lonN}$  no plano, dada pela equação:

$$proj = \vec{u}_{lonN} - (\vec{u}_{lonN} \cdot \vec{u}_{ver}) \times \vec{u}_{ver} \quad (B.25)$$

### B.3.11 Parâmetro: Ângulo de Inclinação (roda)

O Ângulo de Inclinação pode ser calculado de maneira análoga ao Ângulo de Esterçamento, porém com o vetor unitário normal ao plano formado pelos eixos lateral e vertical  $\vec{u}_{ver} = (1, 0, 0)$  e o vetor de referência vertical atualizado  $\vec{u}_{verN}$ .

### B.3.12 Parâmetro: Variação de Ângulo de Torção da Barra de Rolagem

A partir das posições iniciais e atualizadas dos pontos 14 e 15, pode-se obter a variação de ângulo de torção da Barra de Rolagem a partir da equação:

$$ang_{BR} = atan \left( \frac{\vec{\Delta}_N[3]}{\vec{\Delta}_N[1]} \right) - atan \left( \frac{\vec{\Delta}_0[3]}{\vec{\Delta}_0[1]} \right) \quad (B.26)$$

sendo que uma correção deve ser aplicada caso o ângulo seja maior que  $90^\circ$  subtraindo-se  $180^\circ$  do resultado. Nesta equação:  $ang_{BR}$  é a variação de ângulo da Barra de Rolagem,  $\vec{\Delta}_0$  e  $\vec{\Delta}_N$  são os vetores que contém as diferenças de coordenadas (inicial e atualizada) entre os pontos 14 e 15, de acordo com as equações:

$$\vec{\Delta}_0 = P_{15_0} - P_{14_0} \quad (B.27)$$

$$\vec{\Delta}_N = P_{15_N} - P_{14_N} \quad (B.28)$$

## B.4 Forças Normais em Regime Permanente

Os principais fatores que alteram a força normal resultante no veículo em regime permanente são: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

- Massa total do veículo;
- Gravidade local;
- Inclinação da superfície do solo;
- Curvatura da superfície do solo; e
- Forças aerodinâmicas.

Por serem os únicos meios de contato com o solo (normalmente), as forças normais são aplicadas nos pneus. Em cada roda, a mesma depende de: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

- Distribuição da massa do veículo (Localização do centro de massa);
- Distribuição das cargas aerodinâmicas (Localização do centro de pressão);
- Transferência de carga devido à aceleração do veículo;
- Transferência de carga devido à gravidade (Inclinação da superfície do solo); e
- Transferência de carga devido à força de arrasto.

No presente trabalho, as influências das inclinações e curvaturas do solo não serão exploradas visto que não serão modeladas.

## B.5 Modelagens de Veículo

Os modelos de veículo utilizados podem ser classificados de acordo com a quantidade de rodas associada. São considerados três modelos no presente trabalho: Massa Pontual (Uma roda), Bicicleta (Duas rodas, sendo uma dianteira e outra traseira) e Completo (Quatro rodas). As subseções seguintes descrevem os modelos em detalhes, bem como seus modelos dinâmicos.

### B.5.1 Modelo Massa Pontual

O modelo Massa Pontual simplifica o veículo de maneira a considerá-lo como um ponto de massa concentrada localizado na altura do solo (OPTIMUMG, 2016). Portanto, não há como se considerar efeitos de transferência de carga, visto que a mesma depende de uma altura do centro de massa e de rodas localizadas em diferentes locais para existir. Devido a isso, a modelagem de alguns subsistemas é bastante limitada, o que limita a exatidão dos resultados porém diminui consideravelmente o custo computacional das simulações.



Utilizando-se a *Magic Formula* em tal modelo, a computação das forças nos pneus deve considerar quatro pneus virtuais para que a modelagem tenha resultados mais próximos da realidade. Isto se deve principalmente devido à influência não linear da Carga Vertical nas características dinâmicas do pneu. Utilizando-se esta metodologia, calcula-se as forças nos pneus utilizando-se apenas um quarto da Carga Vertical resultante ( $F_z$ ) no modelo, posteriormente multiplicando-se os resultados por quatro para se obter as forças resultantes no veículo.

O único subsistema que possui a modelagem completa neste modelo é o motor, já que a mesma independe dos parâmetros restringidos pela quantidade de rodas. O resto dos subsistemas necessitam das simplificações, discutidas a seguir.

A transmissão é limitada pois a distribuição de torque entre as rodas de um mesmo eixo não é possível de ser considerada, já que o modelo é composto de apenas uma roda. Assim, apenas as relações e a eficiência de transmissão são modeladas. O modelo permite, porém, a diferenciação entre tração por duas rodas e tração por quatro rodas, ao se considerar o Escorregamento Longitudinal ( $\kappa$ ) em apenas dois ou em todos os pneus virtuais utilizados na computação das forças presentes na Impressão do Pneu.

A modelagem dos freios fica restrita ao torque máximo que pode ser aplicado pelos mesmo. A distribuição do torque total aplicado é fixada como 25% em cada pneu virtual.

O conjunto de suspensão e direção também é limitado, visto que variações de posição e angulação da roda não fazem sentido no presente modelo. Portanto, as variações de posição da roda e os ângulos de Esterçamento ( $\delta$ ) e Camber ( $\gamma$ ) são zerados em todas as situações. Como o Ângulo de Esterçamento ( $\delta$ ) é zerado e a localização do centro geométrico da Impressão do Pneu é a mesma do Centro de Massa do carro, o Ângulo de Deriva nos pneus virtuais passa a ser igual em módulo ao Ângulo de Atitude ( $\beta$ ) do veículo. Porém, pode-se considerar uma rigidez equivalente da suspensão ( $k_{susp}$ ), de maneira que a variação dos coeficientes aerodinâmicos com a altura do veículo seja considerada.

O fato de o modelo não incluir os eixos dianteiro e traseiro limita a modelagem aerodinâmica pois o Ângulo de Guinada não é definido e a aplicação de momentos aerodinâmicos resultaria em aceleração angular infinita, já que não há inércia de rotação e os pneus não exercem momento sobre o veículo. Porém, a modelagem pode ser simplificada ao se considerar apenas uma altura inicial do veículo e a influência das variações de altura (em função da rigidez equivalente da suspensão  $k_{susp}$ ) e de Ângulo de Atitude ( $\beta$ ) nos valores dos coeficientes das forças aerodinâmicas.

#### B.5.1.1 Modelo Dinâmico

As figuras 151 e 152 servem de ilustração da modelagem dinâmica do modelo Massa Pontual. Nelas:

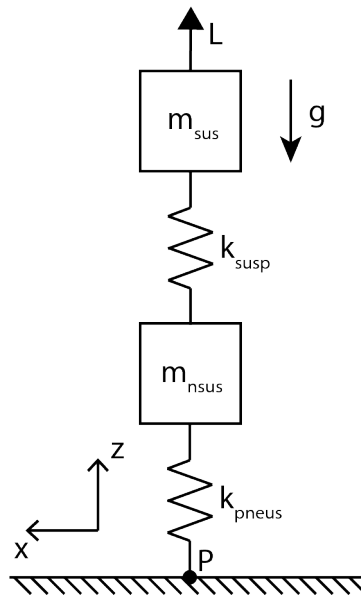


Figura 151: Modelo de Dinâmica Vertical do Modelo Massa Pontual (Vista Lateral).

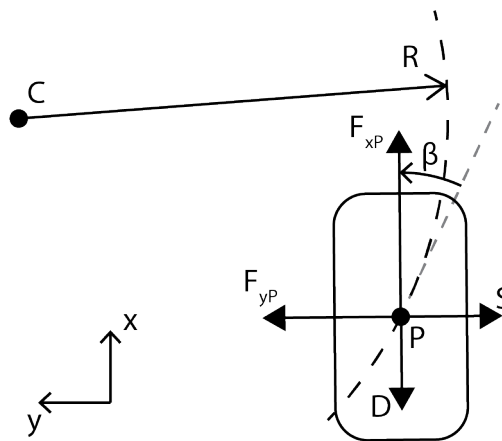


Figura 152: Modelo de Dinâmica do Modelo Massa Pontual no Plano xy (Vista Superior).

- $x$  é o Eixo Longitudinal;
- $y$  é o Eixo Lateral;
- $z$  é o Eixo Vertical;
- $P$  é o centro geométrico da Impressão do Pneu e marca a posição do Centro de Massa do sistema;
- $C$  é o centro instantâneo de rotação do veículo no plano xy;
- $R$  [m] é o raio da trajetória;
- $k_{pneus}$  [N/m] é a constante elástica vertical do pneu;
- $k_{susp}$  [N/m] é a rigidez equivalente da suspensão;

- $m_{sus}$  [kg] é a massa suspensa do veículo;
- $m_{nsus}$  [kg] é a massa não-suspensa do veículo;
- $g$  [ $m/s^2$ ] é a aceleração da gravidade;
- $D$  [N] é o Arrasto;
- $S$  [N] é a Força Aerodinâmica de Lado;
- $L$  [N] é a Sustentação;
- $F_{xP}$  [N] é a força resultante das Forças Longitudinais advindas dos "pneus virtuais";
- $F_{yP}$  [N] é a força resultante das Forças Laterais advindas dos "pneus virtuais"; e
- $\beta$  [rad] é o Ângulo de Atitude.

Definindo-se uma altura inicial do veículo ( $h_0$ ) [m], a altura do veículo ( $h$ ) [m] (utilizada na determinação dos coeficientes aerodinâmicos) pode ser determinada então pela equação:

$$h = h_0 + \frac{S + m_{sus} \cdot g}{k_{susp}} + \frac{S + (m_{sus} + m_{nsus}) \cdot g}{k_{pneus}} \quad (\text{B.29})$$

Na determinação da força  $F_{xP}$ , é analisado se a mesma é limitada pela aderência dos pneus ou pelos subsistemas responsáveis pela geração das forças. A aderência dos pneus é analisada pelo modelo de pneu. Caso essa seja maior que a força máxima disponibilizada pelo subsistema correspondente (conjunto motor transmissão para forças positivas e freios para forças negativas), a força é calculada a partir do subsistema. Dado um torque  $T$  [Nm] aplicado numa roda, a força no pneu é então dada por:

$$F_{xP} = \frac{T}{r_e} \quad (\text{B.30})$$

sendo  $r_e$  [m] o Raio Efetivo da equação 2.3.

A partir da figura 152, observa-se que a Força Radial e a Força Centrípeta podem ser determinadas respectivamente pelas equações:

$$F_C = (F_{yP} - S) \cdot \cos(\beta) + (F_{xP} - D) \cdot \sen(\beta) \quad (\text{B.31})$$

$$F_T = (F_{xP} - D) \cdot \cos(\beta) - (F_{yP} - S) \cdot \sen(\beta) \quad (\text{B.32})$$

Na determinação da Aceleração Centrípeta ( $a_C$ ) [ $m/s^2$ ] e da Aceleração Tangencial ( $a_T$ ) [ $m/s^2$ ] (equações B.34, B.35), deve-se levar em conta a parcela de energia destinada à aceleração angular dos componentes que giram com o movimento do veículo. Para tanto,

no presente trabalho é definida a Eficiência de Inércia ( $\eta_{inercia}$ ) (equação B.33), que é um fator que corrige o valor das forças longitudinais resultantes a fim de se determinar a parcela de força que acelera linearmente o veículo.

$$\eta_{inercia} = \frac{r_L^2 \cdot M}{(r_L^2 \cdot M) + I_{rot}} \quad (\text{B.33})$$

sendo  $r_L$  [m] o Raio Carregado do pneu (equação 2.4) e  $I_{rot}$  [ $kg \cdot m^2$ ] a soma dos momentos de inércia das partes rotativas do veículo.

$$a_C = \frac{(F_{yP} - S) \cdot \cos(\beta) + (F_{xP} - D) \cdot \eta_{inercia} \cdot \sen(\beta)}{M} \quad (\text{B.34})$$

$$a_T = \frac{(F_{xP} - D) \cdot \eta_{inercia} \cdot \cos(\beta) - (F_{yP} - S) \cdot \sen(\beta)}{M} \quad (\text{B.35})$$

A Velocidade Tangencial ( $v_T$ ) [m/s] do veículo é então determinada pela equação B.36.

$$v_T = \sqrt{a_C \cdot R} \quad (\text{B.36})$$

## B.5.2 Modelo Bicicleta

O modelo Bicicleta simplifica o veículo de maneira a considerar apenas uma roda por eixo (dianteiro e traseiro) (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994). Pode-se considerar a transferência de carga longitudinal, o que diminui consideravelmente a limitação da modelagem dos subsistemas com relação ao modelo Massa Pontual.

O modelo também utiliza "pneus virtuais", porém apenas dois deles, sendo um para cada eixo. A modelagem do motor continua sendo completa e a aerodinâmica é quase inteiramente modelada pois o momento  $RM$  deve ser desprezado.

Como o modelo compreende os eixos dianteiro e traseiro, os freios e a transmissão podem agora levar em conta a Relação de Distribuição de Frenagem e a Distribuição da Transmissão, respectivamente. Porém, ainda não é possível a consideração da Percentagem de Bloqueio.

O conjunto de suspensão e direção é simplificado. Para cada eixo (dianteiro e traseiro), a suspensão considera uma rigidez vertical equivalente ( $k_{suspD}$  e  $k_{suspT}$ ) [ $N/m$ ] e a direção uma Relação de Esterçamento ( $rel_{\delta_D}$  e  $rel_{\delta_T}$ ) da direção para cada eixo. Esta última é relação entre o esterçamento do volante ( $\delta_{volante}$ ) [ $rad$ ] e o esterçamento da roda esterçada ( $\delta_D$  e  $\delta_T$ ) [ $rad$ ], dados pelas equações:

$$rel_{\delta_D} = \frac{\delta_{volante}}{\delta_D} \quad (\text{B.37})$$

$$rel_{\delta_T} = \frac{\delta_{volante}}{\delta_T} \quad (\text{B.38})$$

Por haver uma Distância Entre-Eixos, o modelo agora permite a consideração da Altura do Centro de Massa ( $h_{CM}$ ) [ $m$ ] para cálculo da Transferência de Carga Longitudinal, definida na subseção de Modelo Dinâmico.

### B.5.2.1 Modelo Dinâmico

As figuras 153, 154 e 155 servem de ilustração da modelagem dinâmica do modelo Bicicleta. Nelas:

- $m_{sus}$  [ $kg$ ] é a massa suspensa;
- $m_{nsusD}$  e  $m_{nsusT}$  [ $kg$ ] são respectivamente as massas não-suspensas dos eixo dianteiro e traseiro;
- $g$  [ $m/s^2$ ] é a aceleração gravitacional;
- $P_D$  e  $P_T$  são respectivamente os centros geométricos das Impressões dos Pneus dianteiro e traseiro;
- $P_C$  é o ponto médio entre  $P_D$  e  $P_T$ , sendo também o ponto de referência para as forças e momentos aerodinâmicos;
- $CM$  é o Centro de Massa;
- $h_{CM}$  [ $m$ ] é a altura do centro de massa;
- $a$  [ $m$ ] é a distância do  $CM$  ao ponto  $P_D$ ;
- $b$  [ $m$ ] é a distância do  $CM$  ao ponto  $P_T$ ;
- $l$  [ $m$ ] é a Distância Entre-Eixos;
- $k_{pneusD}$  e  $k_{pneusT}$  [ $N/m$ ] são respectivamente as constantes elásticas verticais dos pneus dianteiro e traseiro;
- $k_{suspD}$  e  $k_{suspT}$  [ $N/m$ ] são respectivamente as constantes elásticas equivalentes das suspensões dianteira e traseira;
- $\Delta h_{sus}$  [ $m$ ] é a variação de altura da massa suspensa;
- $\Delta h_{nsusD}$  e  $\Delta h_{nsusT}$  [ $m$ ] são respectivamente as variações de altura das massas não-suspensas dianteira e traseira;
- $\theta$  [ $rad$ ] é o Ângulo de Guinada;

- $F_{xPD}$  e  $F_{xPT}$  [N] são respectivamente as forças longitudinais atuantes nos pneus dianteiro e traseiro;
- $F_{yPD}$  e  $F_{yPT}$  [N] são respectivamente as forças laterais atuantes nos pneus dianteiro e traseiro;
- $M_{zPD}$  e  $M_{zPT}$  [Nm] são respectivamente os Momentos de Alinhamento atuantes nos pneus dianteiro e traseiro;
- $D$  [N] é o Arrasto;
- $S$  [N] é a Força Aerodinâmica de Lado;
- $L$  [N] é a Sustentação;
- $PM$  [Nm] é o Momento Aerodinâmico de Guinada;
- $YM$  [Nm] é o Momento Aerodinâmico de Arfagem;
- $C$  é o centro instantâneo de rotação do veículo no plano xy;
- $R$  [m] é o raio da trajetória medido a partir do  $CM$ ;
- $v_T$  [rad] é a Velocidade Tangencial do veículo;
- $r$  [rad/s] é a Velocidade Angular de Arfagem do veículo;
- $\beta$  [rad] é o Ângulo de Atitude do veículo;
- $\alpha_D$  e  $\alpha_T$  [rad] são respectivamente os Ângulos de Deriva nos pneus dianteiro e traseiro;
- $\beta_D$  e  $\beta_T$  [rad] são respectivamente os Ângulos de Atitude nos pneus dianteiro e traseiro; e
- $\delta_D$  e  $\delta_T$  [rad] são respectivamente os Ângulos de Esterçamento nos pneus dianteiro e traseiro.

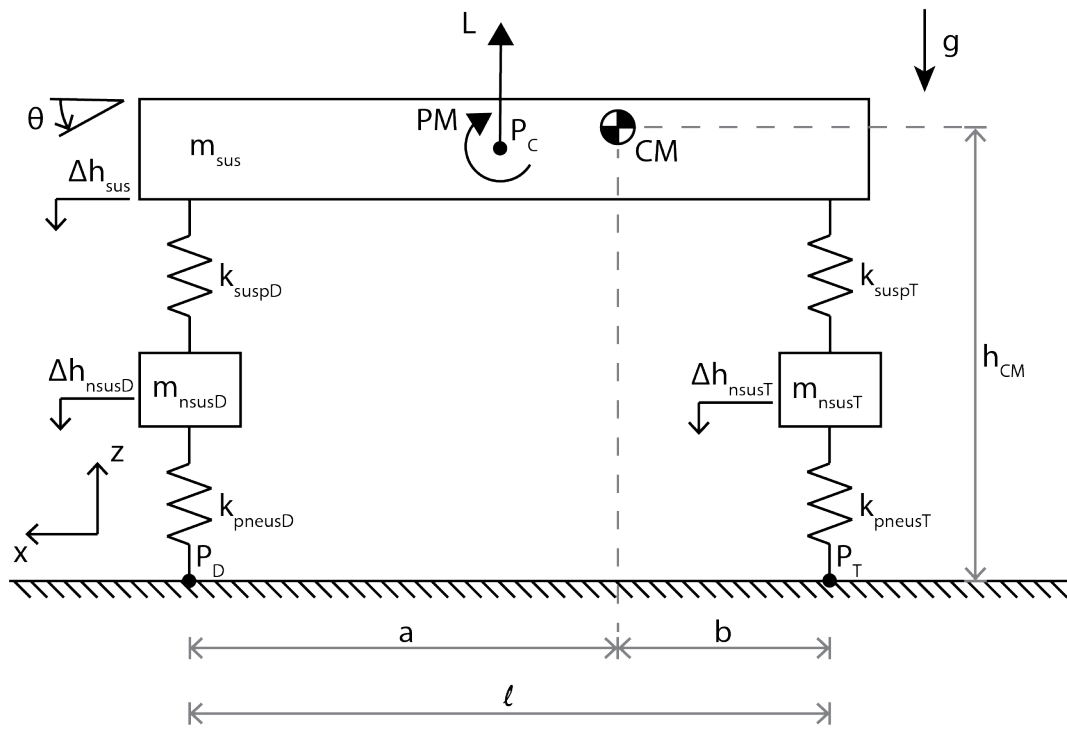


Figura 153: Modelo de Dinâmica Vertical do Modelo Bicicleta (Vista Lateral).

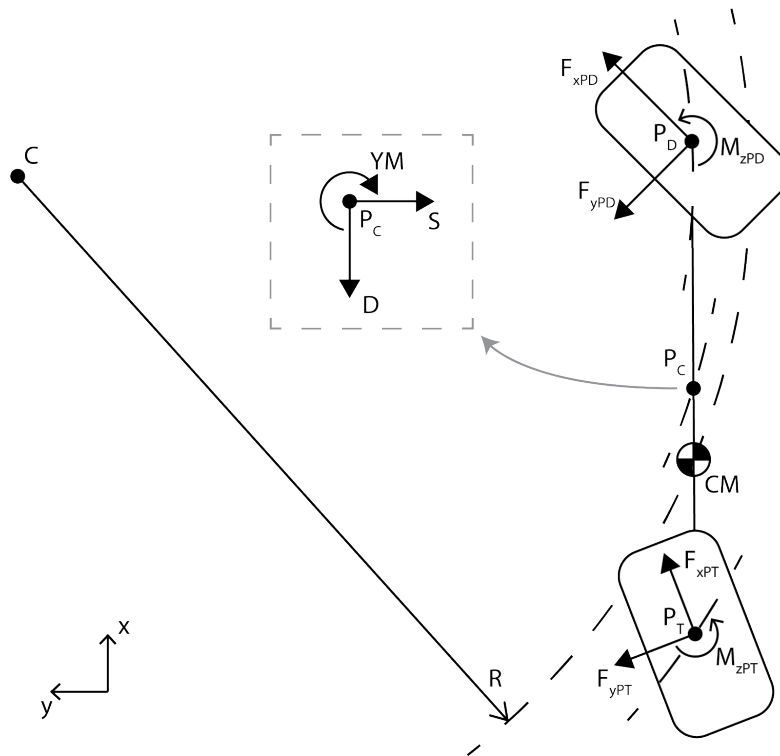


Figura 154: Modelo de Dinâmica no Plano xy do Modelo Bicicleta (Vista Superior).

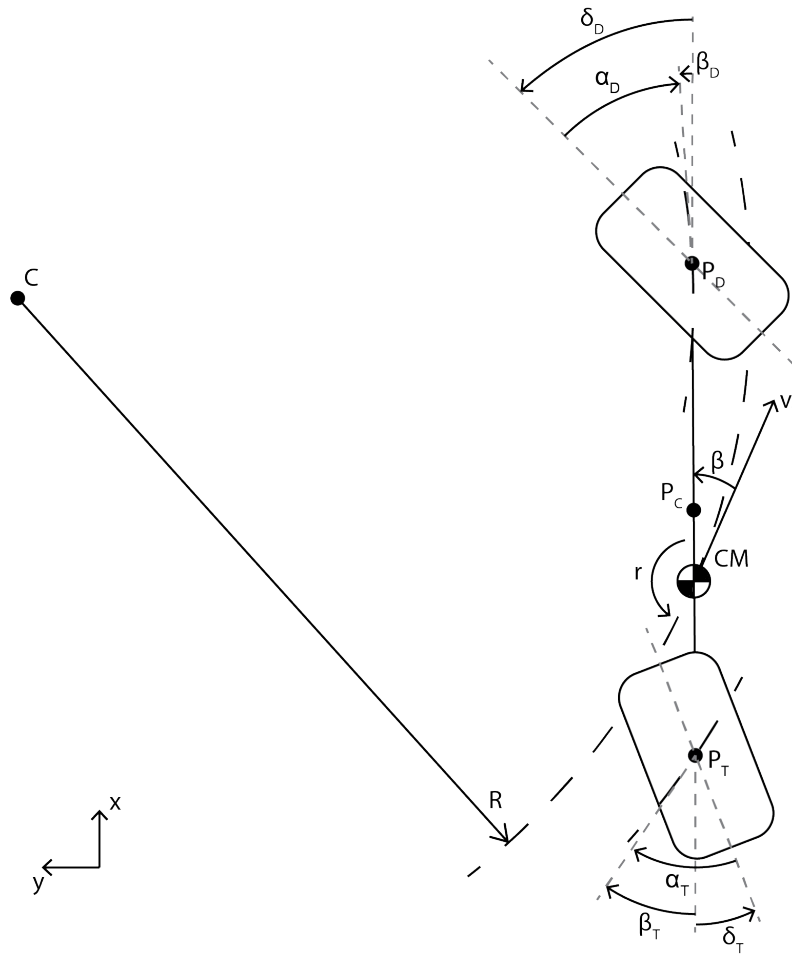


Figura 155: Modelo de Cinemática no Plano xy do Modelo Bicicleta (Vista Superior).

A fim de se evitar a poluição da imagem, o Ângulo de Atitude  $\beta_C$  e a Velocidade Tangencial  $v_{TC}$  no ponto  $P_C$  foram omitidos na figura 155. Tais variáveis são importantes para cálculo das forças e momentos aerodinâmicos.

A força peso da massa suspensa provoca reações na dianteira e na traseira de acordo com as equações:

$$N_{PD} = m_{sus} \cdot g \cdot \frac{b}{l} \quad (\text{B.39})$$

$$N_{PT} = m_{sus} \cdot g \cdot \frac{a}{l} \quad (\text{B.40})$$

sendo  $N_{PD}$  e  $N_{PT}$  [N] respectivamente as parcelas de forças normais atuantes nos pontos  $P_D$  e  $P_T$  (e portanto nas molas  $k_{suspD}$  e  $k_{suspT}$ ) existentes devido a força peso da massa suspensa.

A força  $L$  é dividida igualmente entre a dianteira e a traseira. Já o momento  $PM$



provoca reações em forma de binário de forças  $N_{PM}$  [N], de acordo com a equação:

$$N_{PM} = \frac{PM}{l} \quad (\text{B.41})$$

A Transferência de Carga é uma alteração nas forças normais resultantes nos pneus que surge devido à aceleração do veículo (longitudinal e/ou lateral). É mais facilmente compreendida ao se assumir o referencial do carro, já que na situação de aceleração, surge uma força de inércia atuante no  $CM$  do veículo. Como o veículo só possui suportes verticais (rodas) que se localizam na altura do solo e o  $CM$  possui uma altura relativa ao mesmo, surge um momento que é reagido pelas rodas de maneira análoga ao  $PM$ . A força associada ao binário de forças advindo da transferência de carga longitudinal  $TC_{Lo}$  [N] é dada pela equação: (MILLIKEN; MILLIKEN, 1994)

$$TC_{Lo} = \frac{a_x \cdot (m_{sus} + m_{nsusD} + m_{nsusT}) \cdot h_{CM}}{l} \quad (\text{B.42})$$

sendo  $a_x$  [ $m/s^2$ ] a aceleração longitudinal.

Portanto, as cargas resultantes nas molas que representam a suspensão dianteira  $F_{suspD}$  [N] e a traseira  $F_{suspT}$  [N] são dadas pelas equações:

$$F_{molaD} = N_{PD} - \frac{L}{2} - N_{PM} - TC_{Lo} \quad (\text{B.43})$$

$$F_{molaT} = N_{PT} - \frac{L}{2} + N_{PM} + TC_{Lo} \quad (\text{B.44})$$

Enquanto que para se obter as cargas verticais atuantes nos pneus  $F_{zD}$  e  $F_{zT}$ , basta somar as forças peso devido às massas não-suspensas. Assim:

$$F_{zD} = F_{molaD} + m_{nsusD} \cdot g \quad (\text{B.45})$$

$$F_{zT} = F_{molaT} + m_{nsusT} \cdot g \quad (\text{B.46})$$

Assim, os Raios Carregados dos pneus podem ser determinados a partir da aplicação de metade das forças  $F_{zD}$  e  $F_{zT}$  na equação 2.4. Deve-se aplicar apenas a metade da força pois na realidade o veículo possui duas rodas por eixo. As variações de altura  $\Delta h_{nsusD}$  e  $\Delta h_{nsusT}$  equivalem à variação de  $r_L$  dos pneus.

O Ângulo de Guinada  $\theta$  e a variação de altura da massa suspensa  $\Delta h_{sus}$  são dados pelas equações:

$$\Delta h_{sus} = \frac{\frac{F_{molaD}}{k_{suspD}} + \frac{F_{molaT}}{k_{suspT}}}{2} + \frac{\Delta h_{nsusD} + \Delta h_{nsusT}}{2} \quad (\text{B.47})$$

$$\theta = \operatorname{atan} \left( \frac{\frac{F_{molaD}}{k_{suspD}} + \Delta h_{nsusD} - \frac{F_{molaT}}{k_{suspT}} + \Delta h_{nsusT}}{l} \right) \quad (\text{B.48})$$

Já a variação da altura do  $CM$   $\Delta h_{CM}$  [m] é dada por:

$$\Delta h_{CM} = \left( \frac{F_{molaD}}{k_{suspD}} + \Delta h_{nsusD} \right) \cdot \frac{b}{l} + \left( \frac{F_{molaT}}{k_{suspT}} + \Delta h_{nsusT} \right) \cdot \frac{a}{l} \quad (\text{B.49})$$

Em regime permanente, os Ângulos de Deriva  $\alpha_D$  e  $\alpha_T$  são determinados a partir dos Ângulos de Esterçamento  $\delta_D$  e  $\delta_T$ , do Ângulo de Atitude  $\beta_{CM}$  e da Velocidade Angular de Arfagem  $r$ , dada pela equação: (OPTIMUMG, 2014; OPTIMUMG, 2016; OPTIMUMG, 2017)

$$r = \frac{v_T}{R} \quad (\text{B.50})$$

A explicação para tal reside nos parágrafos seguintes e na análise da equação 2.1, que mostra que o Ângulo de Deriva  $\alpha$  é determinado a partir das velocidades  $V_{xP}$  e  $V_{yP}$ .

Para compreensão da influência do Ângulo de Esterçamento  $\delta$ , basta se pensar no caso de o veículo percorrendo uma trajetória retilínea ( $R = \infty \Rightarrow r = 0$ ) porém com as rodas esterçadas ( $\delta_D \neq 0$  e  $\delta_T \neq 0$ ). Dessa maneira, o veículo possui uma Velocidade Resultante  $V$  na mesma direção para a qual ele aponta ( $\beta_{CM} = 0$ ), enquanto que os pneus apontam em direções diferentes, dadas pelos respectivos Ângulos de Esterçamento. Assim, as velocidades  $V_{xP}$  e  $V_{yP}$  de ambos os pneus são dadas pelas equações:

$$V_{xP} = V \cdot \cos(\delta) \quad (\text{B.51})$$

$$V_{yP} = V \cdot \sen(\delta) \quad (\text{B.52})$$

Modificando-se agora a situação de maneira que as rodas apontem para a mesma direção do veículo ( $\delta_D = \delta_T = 0$ ) e que o veículo siga uma trajetória cuja direção é diferente de para onde ele aponta ( $\beta_{CM} \neq 0$ ), é fácil concluir que as velocidades  $V_{xP}$  e  $V_{yP}$  de ambos os pneu agora são e dadas pelas equações:

$$V_{xP} = V \cdot \cos(\beta) \quad (\text{B.53})$$

$$V_{yP} = V \cdot \sen(\beta) \quad (\text{B.54})$$

Vale ressaltar que nesse caso  $V_{xP}$  é igual a Velocidade Longitudinal do veículo  $u$  e  $V_{yP}$  é igual a Velocidade Lateral do veículo  $v$ .

Agora para entendimento da influência da Velocidade Angular de Arfagem  $r$ , considera-se que as rodas apontem para a mesma direção do veículo ( $\delta_D = \delta_T = 0$ ) e que a Velocidade Tangencial e a Velocidade Resultante são iguais ( $v_T = V \Rightarrow \beta_{CM} = 0$ ), mesmo havendo um Raio de Trajetória ( $R \neq 0$ ). Por haver  $v_T$  e  $R$ , há uma Velocidade Tangencial de Arfagem  $r$  (equação B.50). Dessa maneira, como os pontos  $P_D$  e  $P_D$  distam do  $CM$  respectivamente por  $a$  e  $b$ ,  $r$  provoca velocidades de translação que se traduzem em  $V_{yP}$  nos pneus, de acordo com a equação:

$$V_{yP} = r \cdot d \quad (\text{B.55})$$

sendo  $d = a$  para a roda dianteira ou  $d = -b$  para a roda traseira. Nesse caso:  $V_{xP} = V$ .

Portanto, os Ângulos de Deriva resultantes levando-se em conta os três parâmetros atuando em conjunto são dados por:

$$\alpha_D = \text{atan} \left( \frac{(v_T \cdot \text{sen}(-\beta) + a \cdot r) \cdot \text{cos}(\delta_D) - v_T \cdot \text{cos}(-\beta) \cdot \text{sen}(\delta_D)}{v_T \cdot \text{cos}(-\beta) \cdot \text{cos}(\delta_D) + (v_T \cdot \text{sen}(-\beta) + a \cdot r) \cdot \text{sen}(\delta_D)} \right) \quad (\text{B.56})$$

$$\alpha_T = \text{atan} \left( \frac{(v_T \cdot \text{sen}(-\beta) - b \cdot r) \cdot \text{cos}(\delta_T) - v_T \cdot \text{cos}(-\beta) \cdot \text{sen}(\delta_T)}{v_T \cdot \text{cos}(-\beta) \cdot \text{cos}(\delta_T) + (v_T \cdot \text{sen}(-\beta) - b \cdot r) \cdot \text{sen}(\delta_T)} \right) \quad (\text{B.57})$$

Como as forças presentes nos pneus dependem dos Ângulos de Deriva, as equações B.56 e B.57 devem ser utilizadas num processo iterativo em conjunto com as equações de Força Centrípeta e Momento de Arfagem apresentadas nos próximos parágrafos.

No sistema de coordenadas local do veículo, as forças dos pneus se traduzem através das equações:

$$F_{xD} = F_{xP} \cdot \text{cos}(\delta_D) - F_{yP} \cdot \text{sen}(\delta_D) \quad (\text{B.58})$$

$$F_{yD} = F_{yP} \cdot \text{cos}(\delta_D) + F_{xP} \cdot \text{sen}(\delta_D) \quad (\text{B.59})$$

$$F_{xT} = F_{xT} \cdot \text{cos}(\delta_T) - F_{yT} \cdot \text{sen}(\delta_T) \quad (\text{B.60})$$

$$F_{yT} = F_{yT} \cdot \text{cos}(\delta_D) + F_{xT} \cdot \text{sen}(\delta_T) \quad (\text{B.61})$$

sendo que as forças  $F_{xPD}$  e  $F_{xPT}$  são determinadas de maneira análoga à metodologia utilizada no modelo Massa Pontual, enquanto que as forças  $F_{yPD}$  e  $F_{yPT}$  são determinadas pelo modelo de pneu.

A partir destas e das forças aerodinâmicas, determina-se a força longitudinal  $F_{xCM}$  [N], a força lateral  $F_{yCM}$  [N] e o Momento de Arfagem  $M_{zCM}$  [Nm] atuantes no centro de massa através das equações:

$$F_{xCM} = F_{xD} + F_{xT} - D \quad (\text{B.62})$$

$$F_{yCM} = F_{yD} + F_{yT} - S \quad (\text{B.63})$$

$$M_{zCM} = F_{yD} \cdot a - F_{yT} \cdot b - YM - S \cdot \Delta x_{CM} + M_{zPD} + M_{zPT} = 0 \quad (\text{B.64})$$

sendo que  $M_{zCM} = 0$  devido à definição de *Steady-State* e  $\Delta x_{CM}$  [m] é a distância entre o ponto  $P_C$  e o  $CM$ .

As forças ( $F_C$  e  $F_T$  [N]) e acelerações ( $a_C$  e  $a_T$  [ $m/s^2$ ]) centrípeta e tangencial são então determinadas por:

$$F_T = F_{xCM} \cdot \cos(\beta) - F_{yCM} \cdot \sen(\beta) \quad (\text{B.65})$$

$$F_C = F_{yCM} \cdot \cos(\beta) + F_{xCM} \cdot \sen(\beta) \quad (\text{B.66})$$

$$a_T = \frac{F_{xCM} \cdot \eta_{inercia} \cdot \cos(\beta) - F_{yCM} \cdot \sen(\beta)}{m_{sus} + m_{nsusD} + m_{nsusT}} \quad (\text{B.67})$$

$$a_C = \frac{F_{yCM} \cdot \cos(\beta) + F_{xCM} \cdot \eta_{inercia} \cdot \sen(\beta)}{m_{sus} + m_{nsusD} + m_{nsusT}} \quad (\text{B.68})$$

Os ângulos  $\beta_D$ ,  $\beta_T$  e  $\beta_C$  podem ser determinados a partir das equações:

$$\beta_D = \delta_D - \alpha_D \quad (\text{B.69})$$

$$\beta_T = \delta_T - \alpha_T \quad (\text{B.70})$$

$$\beta_C = \text{atan} \left( \frac{v_T \cdot \tan(\beta) - \Delta x_{CM} \cdot r}{v_T} \right) \quad (\text{B.71})$$

sendo  $\Delta x_{CM}$  a distância entre o ponto  $P_C$  e o  $CM$ .

A velocidade tangencial no ponto  $P_C$   $v_{TC}$  [ $m/s$ ] pode ser então determinada pela equação:

$$v_{TC} = V \cdot \cos(\beta_C) \quad (\text{B.72})$$

A equação B.36 fecha o conjunto de equações necessário para se determinar o estado dinâmico do veículo através de métodos numéricos.

### B.5.3 Modelo Completo

O modelo Completo leva em consideração todas as quatro rodas de um veículo (OPTIMUMG, 2016), sendo o modelo que permite maior complexidade de modelagem dos subsistemas. Portanto, é o que permite maior quantidade, exatidão e confiabilidade de resultados.

#### B.5.3.1 Modelo Dinâmico

As figuras 156, 157, 158, 159 e 160 servem de ilustração da modelagem dinâmica do modelo Completo. Nelas:

- $m_{sus}$  [kg] é a massa suspensa;
- $m_{nsusD\_}$  e  $m_{nsusT\_}$  [kg] são respectivamente as massas não-suspensas das rodas dianteira e traseira de um dos lados do veículo;
- $m_{nsus\_D}$  e  $m_{nsus\_E}$  [kg] são respectivamente as massas não-suspensas das rodas direita e esquerda de um dos eixos do veículo;
- $g$  [ $m/s^2$ ] é a aceleração gravitacional;
- $P_{D\_}$  e  $P_{T\_}$  são respectivamente os centros geométricos das Impressões dos Pneus dianteiro e traseiro de um dos lados do veículo;
- $P_{\_D}$  e  $P_{\_E}$  são respectivamente os centros geométricos das Impressões dos Pneus direito e esquerdo de um dos eixos do veículo;
- $CM$  é o Centro de Massa;
- $P_C$  é a origem do sistema de coordenadas do veículo, que serve de referência para aplicação das forças e momentos aerodinâmicos, bem como para as localizações das Impressões dos Pneus e do  $CM$ ;
- $h_{CMD\_}$  e  $h_{CMT\_}$  [m] são respectivamente as alturas do centro de massa relativas aos pontos  $P_{D\_}$  e  $P_{T\_}$ ;
- $h_{CM\_D}$  e  $h_{CM\_E}$  [m] são respectivamente as alturas do centro de massa relativas aos pontos  $P_{\_D}$  e  $P_{\_E}$ ;
- $\Delta x_{D\_}$  e  $\Delta x_{T\_}$  [m] são respectivamente as distâncias entre  $P_C$  e os pontos  $P_{D\_}$  e  $P_{T\_}$  no eixo x;

- $\Delta y_{_D}$  e  $\Delta y_{_E}$  [m] são respectivamente as distâncias entre  $P_C$  e os pontos  $P_{_D}$  e  $P_{_E}$  no eixo y;
- $\Delta x_{CM}$  e  $\Delta y_{CM}$  [m] são respectivamente as distâncias entre  $P_C$  e  $CM$  nos eixos x e y;
- $k_{pneuD_}$  e  $k_{pneuT_}$  [N/m] são respectivamente as constantes elásticas verticais dos pneus dianteiro e traseiro de um dos lados do veículo;
- $k_{pneu_D}$  e  $k_{pneu_E}$  [N/m] são respectivamente as constantes elásticas verticais dos pneus direito e esquerdo de um dos eixos do veículo;
- $k_{molaD_}$  e  $k_{molaT_}$  [N/m] são respectivamente as constantes elásticas equivalentes das suspensões dianteira e traseira de um dos lados do veículo;
- $k_{mola_D}$  e  $k_{mola_E}$  [N/m] são respectivamente as constantes elásticas equivalentes das suspensões direita e esquerda de um dos eixos do veículo;
- $k_{BR_}$  [N/m] é a constante elástica equivalente da Barra de Rolagem de um dos eixos do veículo;
- $\Delta h_{PD_}$  e  $\Delta h_{PT_}$  [m] são respectivamente as variações de altura dos pontos  $P_{D_}$  e  $P_{T_}$ ;
- $\Delta h_{P_{_D}}$  e  $\Delta h_{P_{_E}}$  [m] são respectivamente as variações de altura dos pontos  $P_{_D}$  e  $P_{_E}$ ;
- $\Delta h_{nsusD_}$  e  $\Delta h_{nsusT_}$  [m] são respectivamente as variações de altura das massas não-suspensas dianteira e traseira de um dos lados do veículo;
- $\Delta h_{nsus_{_D}}$  e  $\Delta h_{nsus_{_E}}$  [m] são respectivamente as variações de altura das massas não-suspensas direita e esquerda de um dos eixos do veículo;
- $F_{xPDD}$ ,  $F_{xPDE}$ ,  $F_{xPTD}$  e  $F_{xPTE}$  [N] são respectivamente as forças longitudinais atuantes nos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo;
- $F_{yPDD}$ ,  $F_{yPDE}$ ,  $F_{yPTD}$  e  $F_{yPTE}$  [N] são respectivamente as forças laterais atuantes nos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo;
- $M_{zPDD}$ ,  $M_{zPDE}$ ,  $M_{zPTD}$  e  $M_{zPTE}$  [Nm] são respectivamente os Momentos de Alinhamento atuantes nos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo;
- $D$  [N] é o Arrasto;
- $S$  [N] é a Força Aerodinâmica de Lado;
- $L$  [N] é a Sustentação;

- $PM$  [ $Nm$ ] é o Momento Aerodinâmico de Guinada;
- $RM$  [ $Nm$ ] é o Momento Aerodinâmico de Rolagem;
- $YM$  [ $Nm$ ] é o Momento Aerodinâmico de Arfagem;
- $C$  é o centro instantâneo de rotação do veículo no plano  $xy$ ;
- $v_{TC}$  [ $rad$ ] é a Velocidade Tangencial do ponto  $P_C$ ;
- $v_{TCM}$  [ $rad$ ] é a Velocidade Tangencial do  $CM$ ;
- $r$  [ $rad/s$ ] é a Velocidade Angular de Arfagem do veículo;
- $\beta_C$  [ $rad$ ] é o Ângulo de Atitude do veículo no ponto  $P_C$ ;
- $\beta_{CM}$  [ $rad$ ] é o Ângulo de Atitude do veículo no  $CM$ ;
- $\alpha_{DD}$ ,  $\alpha_{DE}$ ,  $\alpha_{TD}$  e  $\alpha_{TE}$  [ $rad$ ] são respectivamente os Ângulos de Deriva nos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo;
- $\beta_{DD}$ ,  $\beta_{DE}$ ,  $\beta_{TD}$  e  $\beta_{TE}$  [ $rad$ ] são respectivamente os Ângulos de Atitude nos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo; e
- $\delta_{DD}$ ,  $\delta_{DE}$ ,  $\delta_{TD}$  e  $\delta_{TE}$  [ $rad$ ] são respectivamente os Ângulos de Esterçamento nos pneus dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro direito e traseiro esquerdo.

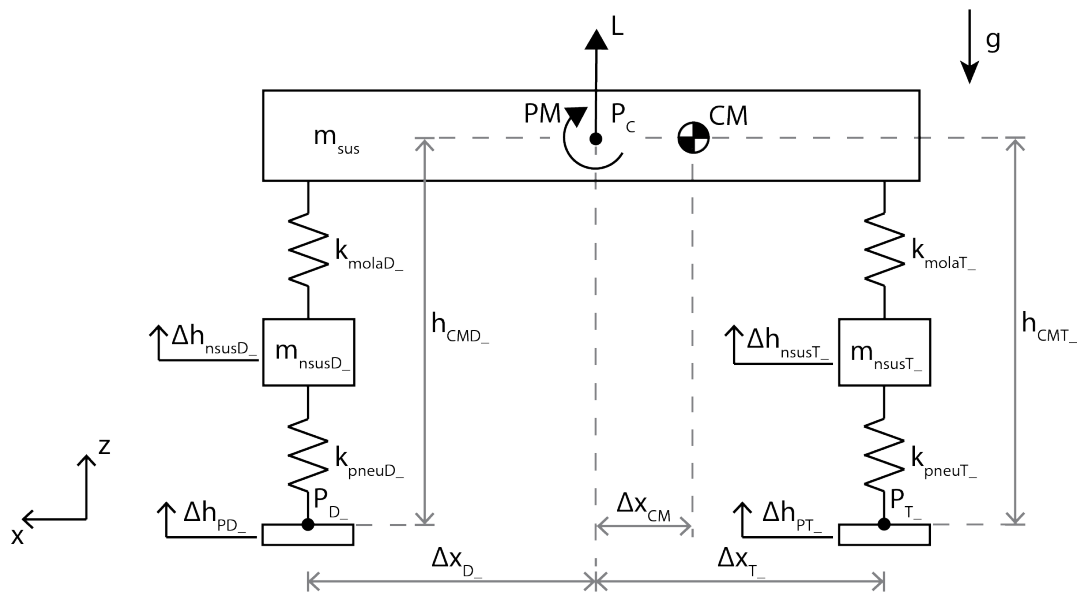


Figura 156: Modelo de Dinâmica no Plano  $xz$  do Modelo Completo (Vista Lateral).

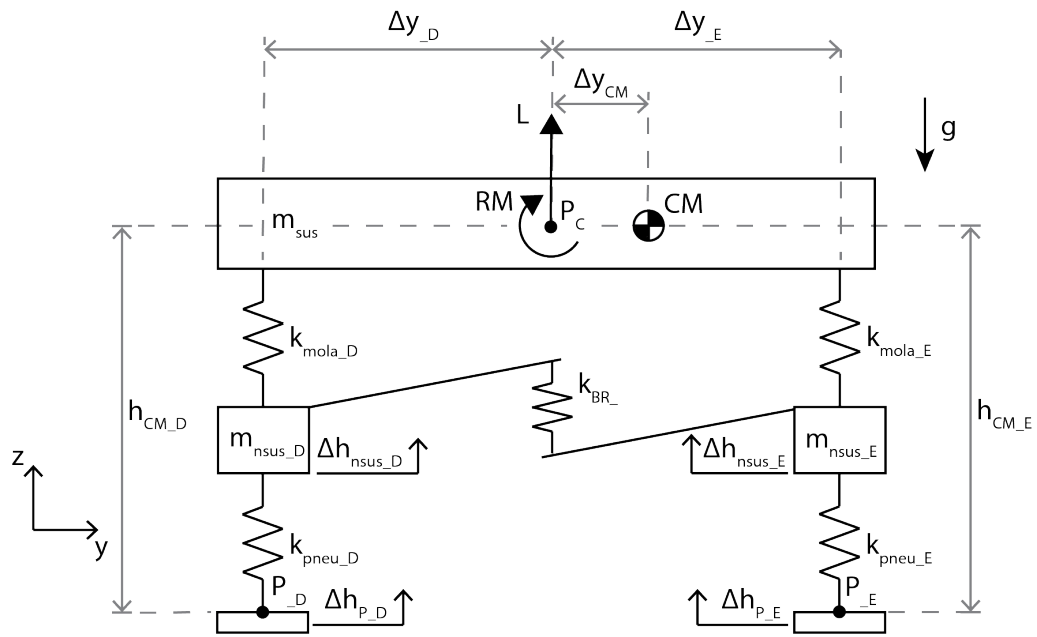


Figura 157: Modelo de Dinâmica no Plano yz do Modelo Completo (Vista Frontal).

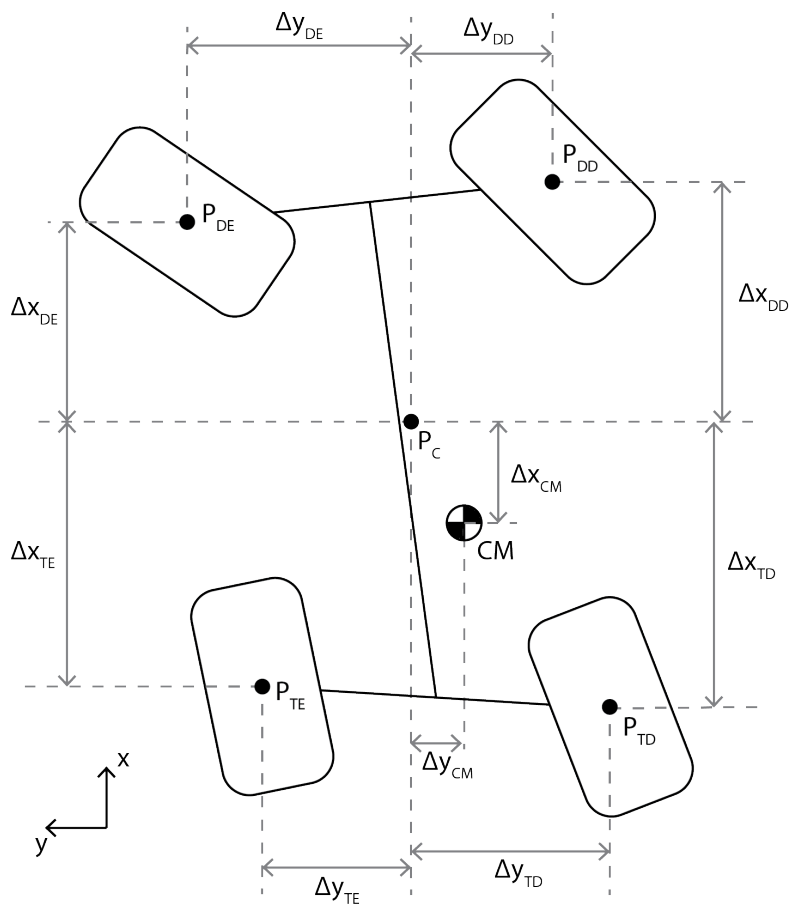


Figura 158: Dimensões no Plano xy do Modelo Completo (Vista Superior).



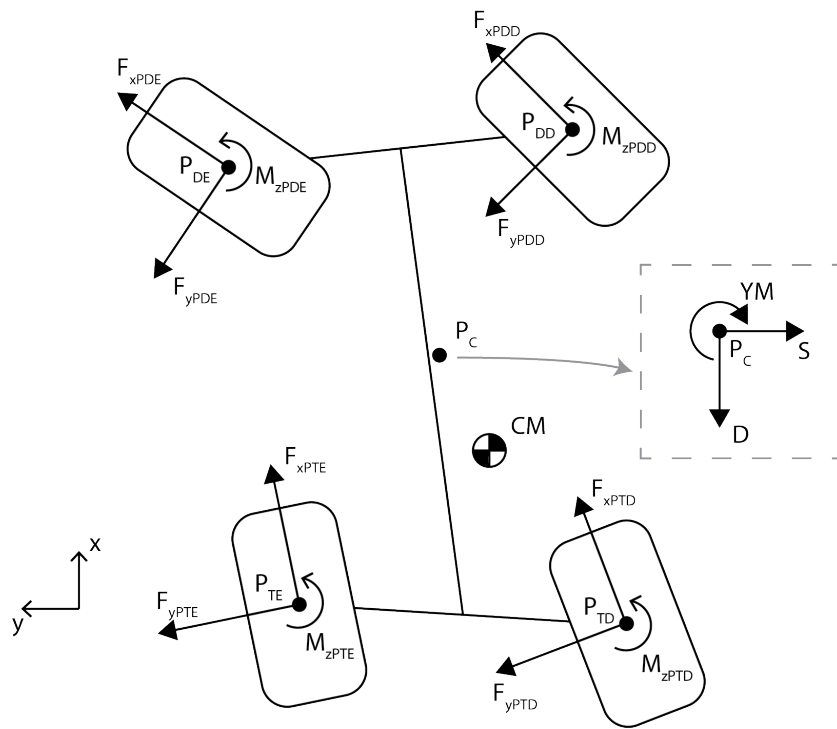


Figura 159: Modelo de Dinâmica no Plano  $xy$  do Modelo Completo (Vista Superior).

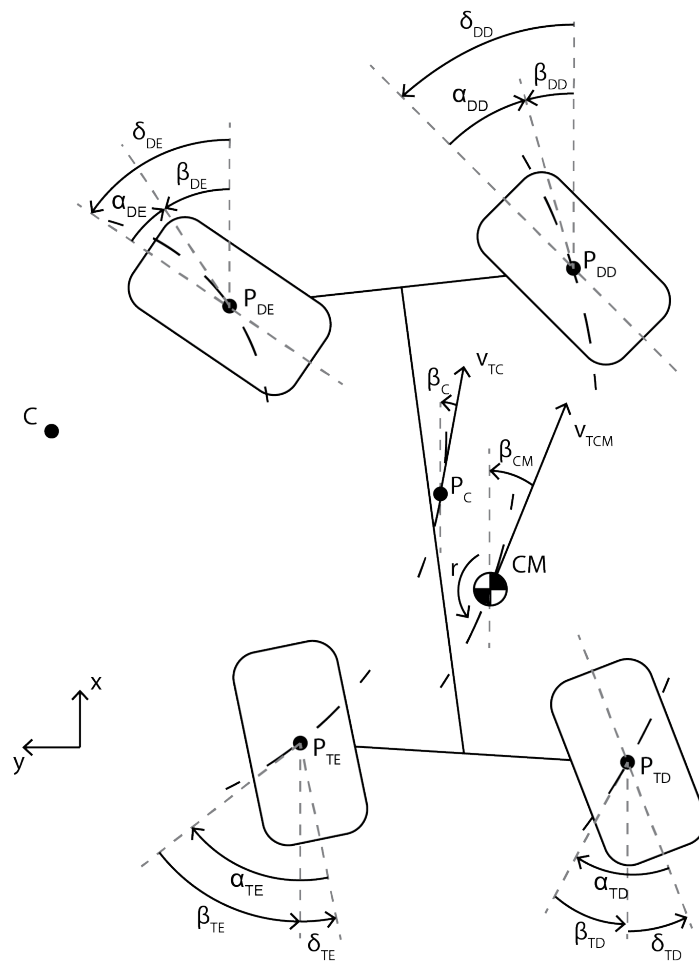


Figura 160: Modelo de Cinemática no Plano  $xy$  do Modelo Completo (Vista Superior).

O sistema dinâmico formado pelas figuras 156 (vista lateral do veículo) e 157 (vista frontal do veículo) possui 8 graus de liberdade. Devido às características cinemáticas do conjunto suspensão direção, as variáveis  $\Delta h_{PDD}$ ,  $\Delta h_{PDE}$ ,  $\Delta h_{PTD}$  e  $\Delta h_{PTE}$  podem vir a ter posições iniciais (deslocamentos para entrada de força igual a zero). As reações às forças e momentos aplicados no ponto  $P_C$ , que se encontram nos pontos  $P_{DD}$ ,  $P_{DE}$ ,  $P_{TD}$  e  $P_{TE}$ ; são distribuídas de maneira que todos os pontos se encontrem no mesmo plano (plano da pista).

Da perspectiva desse sistema, as forças e momentos aplicadas ao ponto  $P_C$  surgem devido a:

- Gravidade, cuja força resultante atua no  $CM$  e no eixo  $z$ , o que provoca momentos em torno do ponto nos eixos  $x$  e  $y$  de acordo com as distâncias  $\Delta y_{CM}$  e  $\Delta x_{CM}$ ;
- Aerodinâmica, que é extraída dos mapas aerodinâmicos e provoca força no eixo  $z$  e momentos nos eixos  $x$  e  $y$  em torno do ponto;
- Força de Inércia, que possui componentes nos eixos  $x$  e  $y$  e atuam no  $CM$ , gerando então momentos em torno do ponto  $P_C$  de acordo com sua diferença de altura para o  $CM$ ;
- Transferência de Carga, que provoca momentos em torno do ponto nos eixos  $x$  e  $y$  de acordo com o explicitado nos parágrafos seguintes.

Ao contrário do modelo Bicicleta, aqui a Transferência de Carga Lateral é considerada. A explicação para o fenômeno é idêntica, porém com a mudança de que agora a análise é feita com base na Aceleração Lateral do veículo. Porém, a modelagem considerada aqui exige a separação das transferências de carga entre a parcela de Transferência de Carga da Massa Suspensa e a parcelas de Transferência de Carga das Massas Não-Suspensas. Tal separação é necessária pois a última não provoca deslocamento vertical das rodas da mesma maneira que a outra.

Assim, os momentos associados às parcelas de Transferência de Carga Longitudinal e Lateral são dadas pelas equações:

$$M_{TCLoSus} = a_x \cdot m_{sus} \cdot h_{CMsus} \quad (B.73)$$

$$M_{TCLoNsus} = a_x \cdot m_{nsus} \cdot h_{CMnsus} \quad (B.74)$$

$$M_{TCLaSus} = a_y \cdot m_{sus} \cdot h_{CMsus} \quad (B.75)$$

$$M_{TCLaNsus} = a_y \cdot m_{nsus} \cdot h_{CMnsus} \quad (B.76)$$

sendo  $M_{TCLoSus}$  e  $M_{TCLaSus}$   $[Nm]$  respectivamente as parcelas de Transferência de Carga Longitudinal e Lateral da Massa Suspensa,  $M_{TCLoNsus}$  e  $M_{TCLaNsus}$   $[Nm]$  respectivamente as parcelas de Transferência de Carga Longitudinal e Lateral da Massa Não-Suspensa,  $a_x$  e  $a_y$   $[m/s]$  respectivamente as acelerações longitudinal e lateral e  $h_{CMsus}$   $[m]$  e  $h_{CMnsus}$   $[m]$  respectivamente as alturas dos Centros de Massa da Massa Suspensa e da Massa Não-Suspensa.

A altura do Centro de Massa da Massa Suspensa varia com a variação de altura das rodas, sendo igual a média das mesmas ponderada pelas distâncias no plano  $xy$  do  $CM_{sus}$  a cada um dos pontos  $P_{DD}$ ,  $P_{DE}$ ,  $P_{TD}$  e  $P_{TE}$ . Já as alturas dos Centros de Massa das Massas Não-Suspensas possuem variações iguais às deflexões verticais dos pneus.

As Transferências de Carga Longitudinal e Lateral são dadas pela soma da Transferência de Carga da Massa Suspensa e de cada uma das Transferências de Carga das Massas Não-Suspensas.

A tabela 21 apresenta as condições de contorno que levam às equações B.77, B.78, B.79 e B.80; que definem a dinâmica vertical do modelo em conjunto com os casos de equilíbrio de força nas Massas Não-Suspensas. Tais equações são:

$$Fz_{suspDD} + Fz_{suspDE} + Fz_{suspTD} + Fz_{suspTE} = m_{sus} \cdot g - L \quad (B.77)$$

$$Fz_{suspDD} \cdot \Delta y_{DD} + Fz_{suspDE} \cdot \Delta y_{DE} + Fz_{suspTD} \cdot \Delta y_{TD} + Fz_{suspTE} \cdot \Delta y_{TE} = M_{TCLaSus} - RM + m_{sus} \cdot a_y \cdot \Delta z_{CM} + m_{sus} \cdot g \cdot \Delta y_{CMsus} \quad (B.78)$$

$$Fz_{suspDD} \cdot \Delta x_{DD} + Fz_{suspDE} \cdot \Delta x_{DE} + Fz_{suspTD} \cdot \Delta x_{TD} + Fz_{suspTE} \cdot \Delta x_{TE} = M_{TCLoSus} - PM + m_{sus} \cdot a_x \cdot \Delta z_{CM} + m_{sus} \cdot g \cdot \Delta x_{CMsus} \quad (B.79)$$

$$A \cdot \Delta x_{TD} + B \cdot \Delta y_{TD} + C \cdot \Delta x_{TD} + D = 0 \quad (B.80)$$

sendo  $Fz_{suspDD}$ ,  $Fz_{suspDE}$ ,  $Fz_{suspTD}$  e  $Fz_{suspTE}$   $[N]$  as forças verticais resultantes da subtração das forças peso das Massas Não-Suspensas das Forças Normais nos Pneus e  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  os coeficientes da equação do plano formado pelos pontos  $P_{DD}$ ,  $P_{DE}$  e  $P_{TE}$ .

Tabela 21: Condições de Contorno para a Dinâmica Vertical do Modelo

Condição de Contorno	Equação
Equilíbrio de Forças no eixo $z$	B.77
Equilíbrio de Momentos em torno do eixo $x$	B.78
Equilíbrio de Momentos em torno do eixo $y$	B.79
Pontos $P_{DD}$ , $P_{DE}$ , $P_{TD}$ e $P_{TE}$ contidos no mesmo plano	B.80
Equilíbrio de Forças no corpo associado à massa $m_{nsusDD}$	*
Equilíbrio de Forças no corpo associado à massa $m_{nsusDE}$	*
Equilíbrio de Forças no corpo associado à massa $m_{nsusTD}$	*
Equilíbrio de Forças no corpo associado à massa $m_{nsusTE}$	*

As condições de contorno cujo número de equação associado foi substituído por "\*" definem as variações de altura  $\Delta h_{nsusDD}$ ,  $\Delta h_{nsusDE}$ ,  $\Delta h_{nsusTD}$  e  $\Delta h_{nsusTE}$  em função das forças e momentos presentes nas Impressões dos Pneus. Como o modelo leva em conta o comportamento cinemático do Conjunto Suspensão-Direção, essas variações de altura devem ser determinadas através da distribuição das forças e momentos presentes nas Impressões dos Pneus pelos componentes do conjunto através de mecânica vetorial. No caso do conjunto modelado no presente trabalho, as posições finais dos pontos do conjunto são determinadas quando os deslocamentos dos Conjuntos Mola-Amortecedor e das Barras de Rolagem geram os momentos em torno do eixo de rotação do Balancim  $M_{MA}$  [Nm] e  $M_{BR}$  [Nm] que se equilibram aos momentos provocados pelas forças que vêm pelas Varas de Empurro  $M_{VE}$  [Nm], ou seja:

$$M_{VE} = M_{MA} + M_{BR} \quad (\text{B.81})$$

para cada Balancim da Suspensão. Em conjunto com tais pontos, as variações de posição das Impressões dos Pneus (pontos  $P_{DD}$ ,  $P_{DE}$ ,  $P_{TD}$  e  $P_{TE}$ ) e as orientações das rodas também são determinadas.

Com a determinação de  $\Delta h_{nsusDD}$ ,  $\Delta h_{nsusDE}$ ,  $\Delta h_{nsusTD}$  e  $\Delta h_{nsusTE}$ ; as variações de altura finais das Impressões dos Pneus  $\Delta h_{PDD}$ ,  $\Delta h_{PDE}$ ,  $\Delta h_{PTD}$  e  $\Delta h_{PTE}$  podem então ser determinadas em cada caso pela equação:

$$\Delta h_P = \frac{F_{z_{susp}} + m_{nsus} \cdot g}{k_{pneu}} + \Delta h_{nsus} \quad (\text{B.82})$$

As variações de posição em  $x$  e  $y$  não necessitam de ajuste após a variação determinada pela cinemática do conjunto suspensão-direção. Portanto, os coeficientes da equação B.80 podem ser determinados, bem como as distâncias em  $x$ ,  $y$  e  $z$  finais das rodas ao ponto  $P_C$ .

Para determinação das acelerações  $a_x$  e  $a_y$  [ $m/s^2$ ], é necessário se analisar a dinâ-

mica no plano  $xy$ . Tais acelerações são dadas pelas equações:

$$a_x = \frac{F_x \cdot \eta_{inercia}}{m_{sus} + m_{nsusDD} + m_{nsusDE} + m_{nsusTD} + m_{nsusTE}} \quad (\text{B.83})$$

$$a_y = \frac{F_y}{m_{sus} + m_{nsusDD} + m_{nsusDE} + m_{nsusTD} + m_{nsusTE}} \quad (\text{B.84})$$

sendo  $F_x$  e  $F_y$  [ $N$ ] respectivamente as forças longitudinal e lateral resultantes no  $CM$ . Essas são determinadas pelas forças advindas da aerodinâmica e das presentes nos pneus.

Assim como no modelo Bicicleta, as forças longitudinais nos pneus também levam em conta as limitações dos subsistemas do carro. Porém, aqui a modelagem dos subsistemas é completa, seguindo o explicitado na seção 2.5 para o motor, a transmissão e os freios. As forças  $F_{xP}$  continuam se relacionando aos torques aplicados nas rodas pela equação B.30.

Os Ângulos de Deriva  $\alpha_{DD}$ ,  $\alpha_{DE}$ ,  $\alpha_{TD}$  e  $\alpha_{TE}$  são relacionados de maneira análoga à relação do modelo Bicicleta. A diferença reside na presença de distâncias no eixo  $y$  das rodas para o  $CM$ , que provocam influência da Velocidade Angular de Arfagem nas velocidades longitudinais dos pontos  $P_{DD}$ ,  $P_{DE}$ ,  $P_{TD}$  e  $P_{TE}$ . As equações finais de cada Ângulo de Deriva são:

$$\alpha_{DD} = \text{atan} \left( \frac{\left( (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{DD} \cdot r) \cdot \cos(\delta_{DD}) - \left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{DD} \cdot r \right) \cdot \text{sen}(\delta_{DD}) \right)}{\left( \left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{DD} \cdot r \right) \cdot \cos(\delta_{DD}) + (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{DD} \cdot r) \cdot \text{sen}(\delta_{DD}) \right)} \right) \quad (\text{B.85})$$

$$\alpha_{DE} = \text{atan} \left( \frac{\left( (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{DE} \cdot r) \cdot \cos(\delta_{DE}) - \left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{DE} \cdot r \right) \cdot \text{sen}(\delta_{DE}) \right)}{\left( \left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{DE} \cdot r \right) \cdot \cos(\delta_{DE}) + (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{DE} \cdot r) \cdot \text{sen}(\delta_{DE}) \right)} \right) \quad (\text{B.86})$$

$$\alpha_{TD} = \text{atan} \left( \frac{\left( (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{TD} \cdot r) \cdot \cos(\delta_{TD}) - \left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{TD} \cdot r \right) \cdot \text{sen}(\delta_{TD}) \right)}{\left( \left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{TD} \cdot r \right) \cdot \cos(\delta_{TD}) + (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{TD} \cdot r) \cdot \text{sen}(\delta_{TD}) \right)} \right) \quad (\text{B.87})$$

$$\alpha_{TE} = atan \left( \frac{(v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{TE} \cdot r) \cdot \cos(\delta_{TE}) - \left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{TE} \cdot r \right) \cdot \sin(\delta_{TE})}{\left( \frac{v_{TCM}}{\cos(\beta_{CM})} - \Delta y_{TE} \cdot r \right) \cdot \cos(\delta_{TE}) + (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{TE} \cdot r) \cdot \sin(\delta_{TE})} \right) \quad (B.88)$$

sendo os Ângulos de Esterçamento  $\delta$  são determinados pela cinemática do conjunto suspensão direção. As forças longitudinal e lateral atuantes em cada Impressão do Pneu são determinadas de maneira análoga ao feito nas equações B.58, B.59, B.60 e B.61; bem como as componentes em  $x$  e  $y$  da força resultante no  $CM$ , cuja metodologia de determinação é a mesma das equações B.62 e B.63. O Momento de Arfagem  $M_{zCM}$  também segue a mesma lógica, porém com relação à equação B.64.

Então, as equações B.65 e B.66 são utilizadas para determinação das forças Tangencial e Centrípeta. Para determinação das acelerações associadas, as equações B.67 e B.68 podem ser utilizadas, desde que  $m_{nsusD} = m_{nsusDD} + m_{nsusDE}$  e  $m_{nsusT} = m_{nsusTD} + m_{nsusTE}$ .

A aceleração centrípeta  $a_C$  e a velocidade tangencial  $v_{TCM}$  levam então a um raio de trajetória  $R$  (equação B.36), que leva a uma Velocidade Angular de Arfagem  $r$  (equação B.50), afetando então os Ângulos de Deriva  $\alpha$ .

O ângulo  $\beta_C$  pode ser determinado pela equação:

$$\beta_C = atan \left( \frac{\cos(\beta_{CM}) \cdot (v_{TCM} \cdot \tan(\beta_{CM}) + \Delta x_{CM} \cdot r)}{v_{TCM} - \Delta y_{CM} \cdot r} \right) \quad (B.89)$$

A velocidade  $v_{TC}$  pode então ser determinada pela equação B.72.

Utilizando-se do exposto aliado a métodos numéricos, é possível se determinar o estado dinâmico do modelo Completo.



## C *Magic Formula*

O presente documento é uma parte do artigo ([BESSELINK; SCHMEITZ; PACEJKA, 2013](#)), onde uma explicação detalhada a respeito do modelo de pneu *Pacejka's Magic Formula*. As equações pertencem à MF 6.1. Para se obter as equações da MF 5.2 (utilizada neste trabalho) basta se zerar os termos adimensionais de pressão presentes nas formulas, ou seja, considerar que  $dpi = 0$ .



## APPENDIX TNO MF-TYRE 6.1 MAGIC FORMULA EQUATIONS

The Magic Formula can be considered as a nonlinear function with multiple inputs and outputs, as is shown in Figure 9. The model parameters, typically starting with the character  $p$ ,  $q$ ,  $r$  or  $s$ , are determined in a numerical optimisation process minimising the difference between the output of the Magic Formula and measured forces and moments. In this process the scaling coefficients, starting with the character  $\lambda$ , will remain equal to one. Please note that the difference between  $\alpha_F$  and  $\alpha_M$  disappears, when the additional transient behaviour of the self aligning moment is not taken into account, so  $\alpha = \alpha_F = \alpha_M$ .

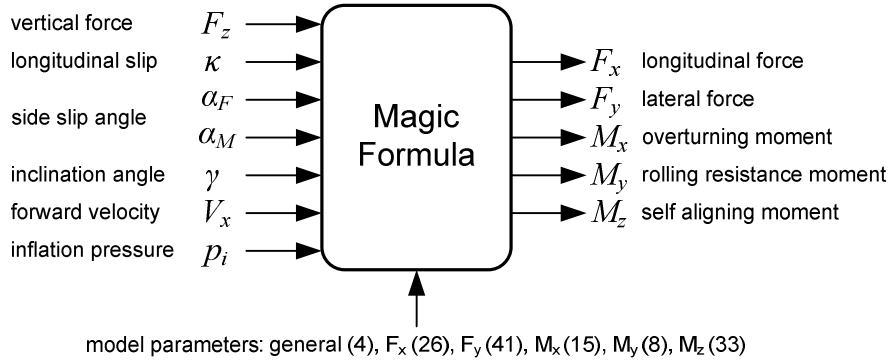


Figure 9 Inputs and outputs of the Magic Formula.

When the inputs are far outside the measurement range (e.g. extremely high vertical loads or very large inclination angles) the extrapolation capabilities of the model can possibly fail. To prevent this from happening the inputs to the Magic Formula are bounded and the Magic Formula is not evaluated outside this range. So:

$$\kappa_{\min} < \kappa < \kappa_{\max} \quad (27)$$

$$\alpha_{\min} < \alpha_F < \alpha_{\max} \quad \text{and} \quad \alpha_{\min} < \alpha_M < \alpha_{\max} \quad (28)$$

$$\gamma_{\min} < \gamma < \gamma_{\max} \quad (29)$$

$$p_{i,\min} < p_i < p_{i,\max} \quad (30)$$

For the vertical force also a range is defined. When the vertical force  $F_z$  is outside this range, the Magic Formula is evaluated for the corresponding boundary ( $F_{z,\min}$  or  $F_{z,\max}$ ) and the resulting forces and moments are scaled with the actual value of the vertical force. A simple example: the vertical force equals 1.5 times  $F_{z,\max}$  then the Magic Formula is evaluated for  $F_{z,\max}$  and the resulting forces/moments are multiplied with a factor 1.5.

To make the Magic Formula equations dimensionless the following parameters are introduced:

- unscaled free tyre radius of the non-rolling tyre  $R_0$
- nominal vertical force  $F_{z0}$
- reference forward velocity  $V_0$
- nominal tyre inflation pressure  $p_{i0}$

To account for changes in the vertical force and tyre inflation pressure, dimensionless increments are introduced:

$$df_z = \frac{F_z - F_{z0}}{F_{z0}} \quad (31)$$

$$dp_i = \frac{p_i - p_{i0}}{p_{i0}} \quad (32)$$

Many parameters of the MF-Tyre 6.1 tyre model are unchanged and have the same name as in the MF-Tyre 5.2 model. The additional parameter FITTYP has been introduced by TNO to uniquely identify equations used. When FITTYP equals 61 we are dealing with a MF-Tyre 6.1 dataset.

### Longitudinal force $F_x$

$$F_x = (D_x \sin[C_x \arctan\{B_x \kappa_x - E_x (B_x \kappa_x - \arctan(B_x \kappa_x))\}] + S_{Vx}) \cdot G_{x\alpha} \quad (33)$$

Pure slip:

$$\kappa_x = \kappa + S_{Hx} \quad (34)$$

$$C_x = p_{Cx1} \lambda_{Cx} \quad (35)$$

$$D_x = \mu_x F_z \quad (36)$$

$$\mu_x = (p_{Dx1} + p_{Dx2} df_z) (1 - p_{Dx3} \gamma^2) (1 + p_{px3} dp_i + p_{px4} dp_i^2) \lambda_{\mu x} \quad (37)$$

$$E_x = (p_{Ex1} + p_{Ex2} df_z + p_{Ex3} df_z^2) (1 - p_{Ex4} \operatorname{sgn}(\kappa_x)) \lambda_{Ex} \quad (38)$$

$$K_{x\kappa} = (p_{Kx1} + p_{Kx2} df_z) \exp(p_{Kx3} df_z) (1 + p_{px1} dp_i + p_{px2} dp_i^2) F_z \lambda_{Kx\kappa} \quad (39)$$

$$B_x = \frac{K_{x\kappa}}{C_x D_x} \quad (40)$$

$$S_{Hx} = (p_{Hx1} + p_{Hx2} df_z) \lambda_{Hx} \quad (41)$$

$$S_{Vx} = (p_{Vx1} + p_{Vx2} df_z) F_z \lambda_{Vx} \lambda_{\mu x} \quad (42)$$

Combined slip:

$$G_{x\alpha} = \frac{\cos[C_{x\alpha} \arctan\{B_{x\alpha} \alpha_s - E_{x\alpha} (B_{x\alpha} \alpha_s - \arctan(B_{x\alpha} \alpha_s))\}]}{\cos[C_{x\alpha} \arctan\{B_{x\alpha} S_{Hx\alpha} - E_{x\alpha} (B_{x\alpha} S_{Hx\alpha} - \arctan(B_{x\alpha} S_{Hx\alpha}))\}]} \quad (43)$$

$$\alpha_s = \alpha_F + S_{Hx\alpha} \quad (44)$$

$$B_{x\alpha} = (r_{Bx1} + r_{Bx3} \gamma^2) \cos\{\arctan[r_{Bx2} \kappa]\} \lambda_{x\alpha} \quad (45)$$

$$C_{x\alpha} = r_{Cx1} \quad (46)$$

$$E_{x\alpha} = r_{Ex1} + r_{Ex2} df_z \quad (47)$$

$$S_{Hx\alpha} = r_{Hx1} \quad (48)$$

When combined slip is not used:  $G_{x\alpha} = 1$

### Overtopping moment $M_x$

$$M_x = R_0 F_z \lambda_{Mx} \left\{ q_{sx1} \lambda_{VMx} - q_{sx2} \gamma (1 + p_{pmx1} dp_i) - q_{sx12} \gamma |\gamma| + q_{sx3} \frac{F_y}{F_{z0}} \right. \\ \left. + q_{sx4} \cos \left[ q_{sx5} \arctan \left( \left( q_{sx6} \frac{F_z}{F_{z0}} \right)^2 \right) \right] \cdot \sin \left[ q_{sx7} \gamma + q_{sx8} \arctan \left( q_{sx9} \frac{F_y}{F_{z0}} \right) \right] \right. \\ \left. + q_{sx10} \arctan \left( q_{sx11} \frac{F_z}{F_{z0}} \right) \gamma \right\} + R_0 F_y \lambda_{Mx} \{ q_{sx13} + q_{sx14} |\gamma| \} \quad (49)$$

### Rolling resistance moment $M_y$

$$M_y = -R_0 F_{z0} \lambda_{My} \left( q_{sy1} + q_{sy2} \frac{F_x}{F_{z0}} + q_{sy3} \left| \frac{V_x}{V_{ref}} \right| + q_{sy4} \left( \frac{V_x}{V_{ref}} \right)^4 + q_{sy5} \gamma^2 + q_{sy6} \frac{F_z}{F_{z0}} \gamma^2 \right) \left( \frac{F_z}{F_{z0}} \right)^{q_{sy7}} \left( \frac{P}{P_0} \right)^{q_{sy8}} \quad (50)$$

### Lateral force $F_y$ (input $\alpha_F$ )

$$F_y = G_{y\kappa} F_{yp} + S_{Vy\kappa} \quad (51)$$

Pure slip:

$$F_{yp} = D_y \sin[C_y \arctan\{B_y \alpha_y - E_y (B_y \alpha_y - \arctan(B_y \alpha_y))\}] + S_{Vy} \quad (52)$$

$$\alpha_y = \alpha_F + S_{Hy} \quad (53)$$

$$C_y = p_{Cy1} \lambda_{Cy} \quad (54)$$

$$D_y = \mu_y F_z \quad (55)$$

$$\mu_y = \frac{(p_{Dy1} + p_{Dy2} df_z)(1 - p_{Dy3} \gamma^2)(1 + p_{py3} dp_i + p_{py4} dp_i^2) \lambda_{\mu y}}{(p_{Ey1} + p_{Ey2} df_z)(1 + p_{Ey5} \gamma^2 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \gamma) \text{sgn}(\alpha_y)) \lambda_{Ey}} \quad (56)$$

$$E_y = \frac{(p_{Ey1} + p_{Ey2} df_z)(1 + p_{Ey5} \gamma^2 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \gamma) \text{sgn}(\alpha_y)) \lambda_{Ey}}{(p_{Ky2} + p_{Ky5} \gamma^2)(1 + p_{py2} dp_i) F_{z0}} \quad (57)$$

$$K_{y\alpha} = p_{Ky1} F_{z0} (1 + p_{py1} dp_i) \sin \left[ p_{Ky4} \arctan \left\{ \frac{F_z}{(p_{Ky2} + p_{Ky5} \gamma^2)(1 + p_{py2} dp_i) F_{z0}} \right\} \right] (1 - p_{Ky3} |\gamma|) \lambda_{Ky\alpha} \quad (58)$$

$$K_{y\gamma} = (p_{Ky6} + p_{Ky7} df_z)(1 + p_{py5} dp_i) F_z \lambda_{Ky\gamma} \quad (59)$$

$$B_y = \frac{K_{y\alpha}}{C_y D_y} \quad (60)$$

$$S_{Hy} = S_{Hy0} + S_{Hy\gamma} \quad (61)$$

$$S_{Hy0} = (p_{Hy1} + p_{Hy2} df_z) \lambda_{Hy} \quad (62)$$

$$S_{Hy\gamma} = \frac{K_{y\gamma} \gamma - S_{Vy\gamma}}{K_{y\alpha}} \quad (63)$$

$$S_{Vy} = S_{Vy0} + S_{Vy\gamma} \quad (64)$$

$$S_{Vy0} = F_z (p_{Vy1} + p_{Vy2} df_z) \lambda_{Vy} \lambda_{\mu y} \quad (65)$$

$$S_{Vy\gamma} = F_z (p_{Vy3} + p_{Vy4} df_z) \gamma \lambda_{Ky\gamma} \lambda_{\mu y} \quad (66)$$

Combined slip:

$$S_{Vy\kappa} = D_{Vy\kappa} \sin(r_{Vy5} \arctan(r_{Vy6} \kappa)) \lambda_{Vy\kappa} \quad (67)$$

$$D_{Vy\kappa} = \mu_y F_z (r_{Vy1} + r_{Vy2} df_z + r_{Vy3} \gamma) \cos(\arctan(r_{Vy4} \alpha_F)) \quad (68)$$

$$G_{y\kappa} = \frac{\cos[C_{y\kappa} \arctan\{B_{y\kappa} \kappa_s - E_{y\kappa} (B_{y\kappa} \kappa_s - \arctan(B_{y\kappa} \kappa_s))\}]}{\cos[C_{y\kappa} \arctan\{B_{y\kappa} S_{Hy\kappa} - E_{y\kappa} (B_{y\kappa} S_{Hy\kappa} - \arctan(B_{y\kappa} S_{Hy\kappa}))\}]} \quad (69)$$

$$\kappa_s = \kappa + S_{Hy\kappa} \quad (70)$$

$$B_{y\kappa} = (r_{By1} + r_{By4} \gamma^2) \cos \{ \arctan[r_{By2} (\alpha - r_{By3})] \} \lambda_{y\kappa} \quad (71)$$

$$C_{y\kappa} = r_{Cy1} \quad (72)$$

$$E_{y\kappa} = r_{Ey1} + r_{Ey2} df_z \quad (73)$$

$$S_{Hy\kappa} = r_{Hy1} + r_{Hy2} df_z \quad (74)$$

When combined slip is not used:  $S_{Vy\kappa} = 0$ ,  $G_{y\kappa} = 1$

### Self aligning moment $M_z$ (input $\alpha_M$ )

$$M_z = -t \cdot F_{yp0} \cdot G_{y\kappa 0} + M_{zr} + s \cdot F_x \quad (75)$$

where  $F_{yp0} \cdot G_{y\kappa 0}$  is the combined slip side force with zero inclination angle ( $\gamma = 0$ )

$$\alpha_t = \alpha_M + S_{Ht} \quad (76)$$

$$S_{Ht} = q_{Hz1} + q_{Hz2} df_z + (q_{Hz3} + q_{Hz4} df_z) \gamma \quad (77)$$

$$\alpha_r = \alpha_M + S_{Hy} + \frac{S_{Ly}}{K_{y\alpha}} \quad (78)$$

Pure slip:

$$\alpha_{t,eq} = \alpha_t, \alpha_{r,eq} = \alpha_r, s = 0 \quad (79)$$

Combined slip:

$$\alpha_{t,eq} = \arctan \sqrt{\tan^2(\alpha_t) + \left(\frac{K_{x\kappa}}{K_{y\alpha}}\right)^2 \kappa^2 \text{sgn}(\alpha_t)} \quad (80)$$

$$\alpha_{r,eq} = \arctan \sqrt{\tan^2(\alpha_r) + \left(\frac{K_{x\kappa}}{K_{y\alpha}}\right)^2 \kappa^2 \text{sgn}(\alpha_r)} \quad (81)$$

$$s = \left( s_{sz1} + s_{sz2} \left( \frac{F_y}{F_{z0}} \right) + (s_{sz3} + s_{sz4} df_z) \gamma \right) R_0 \lambda_s \quad (82)$$

Pneumatic trail  $t$ :

$$t = D_t \cos \left[ C_t \arctan \left\{ B_t \alpha_{t,eq} - E_t \left( B_t \alpha_{t,eq} - \arctan(B_t \alpha_{t,eq}) \right) \right\} \right] \cos(\alpha_M) \quad (83)$$

$$B_t = (q_{Bz1} + q_{Bz2} df_z + q_{bz3} df_z^2) (1 + q_{Bz4} + q_{Bz5} |\gamma|) \frac{\lambda_{Ky\alpha}}{\lambda_{Ly}} \quad (84)$$

$$C_t = q_{Cz1} \quad (85)$$

$$D_t = (q_{Dz1} + q_{Dz2} df_z) (1 - p_{pz1} dp_i) (1 + q_{Dz3} \gamma + q_{Dz4} \gamma^2) F_z \frac{R_0}{F_{z0}} \lambda_t \quad (86)$$

$$E_t = (q_{Ez1} + q_{Ez2} df_z + q_{Ez3} df_z^2) \left( 1 + (q_{Ez4} + q_{Ez5} \gamma) \left( \frac{2}{\pi} \right) \arctan(B_t C_t \alpha_t) \right) \quad (87)$$

Residual moment  $M_{zr}$ :

$$M_{zr} = D_r \cos \left[ \arctan(B_r \alpha_{r,eq}) \right] \cos(\alpha_M) \quad (88)$$

$$B_r = q_{Bz9} \frac{\lambda_{Ky\alpha}}{\lambda_{Ly}} + q_{Bz10} B_y C_y \quad (89)$$

$$D_r = \left[ (q_{Dz6} + q_{Dz7} df_z) \lambda_r + (q_{Dz8} + q_{Dz9} df_z) (1 - p_{pz2} dp_i) \gamma \lambda_{Kz\gamma} \right] F_z R_0 \lambda_{Ly} \quad (90)$$