

PROJETO DE GRADUAÇÃO

APLICAÇÃO DA TEORIA DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM CABOS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA

Por,
Gabriella Chateaubriand Diniz Nascimento

Brasília, 29 de Junho de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**APLICAÇÃO DA TEORIA DE PROPAGAÇÃO DE
ONDAS EM CABOS DE TRANSMISSÃO DE
ENERGIA**

POR,

Gabriella Chateaubriand Diniz Nascimento

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Adriano Todorovic Fabro, UnB/ ENM
(Orientador)

Prof. Thiago de Carvalho R. Doca, UnB/ ENM

Profa. Aline Souza de Paula, UnB/ ENM

Brasília, 29 de Junho de 2018

RESUMO

Linhas de transmissão transportam energia elétrica em alta voltagem através de cabos suspensos entre torres ao longo do país. Estes cabos estão sujeitos a vibrações induzidas por vento em frequências que podem significativamente afetar sua vida de serviço devido a falhas geradas por fadiga. Estratégias de controle passivo de vibração são geralmente utilizadas para mitigar seus efeitos, e prolongar a vida útil destes cabos. Geralmente, tais estratégias de controle são baseadas no ponto de vista puramente modal, que tem grandes limitações do ponto de vista de projeto. Estratégias de controle de vibrações vem utilizando propagação de ondas na indústria automotiva e aeroespacial por décadas, e algumas dessas estratégias podem ser também utilizadas em linhas de transmissão, sendo uma alternativa de análise do comportamento dessas estruturas. Cabe ressaltar que grande parte teórica desse trabalho está relacionada a análise de propagação da ondas mecânicas, com o objetivo de se obter a resposta da estrutura devido à forçamento harmônico. Logo, este projeto de graduação propõe uma metodologia de modelagem de linhas de transmissão, incluindo absorvedores dinâmicos de vibração (ADV), utilizando métodos de propagação de ondas. Inicialmente, será utilizado um modelo analítico simplificado, analisando passo-a-passo da descrição matemática, a qual explora Transformadas de Fourier, como também Solução D'Alembert. Em seguida, é feita uma validação experimental de modo que modelo tenha boa concordância com dados experimentais, dentro da banda de frequência típica de excitação por vento. Ao final, uma estratégia de modelagem de um ADV através de coeficientes de reflexão e transmissão é proposta. Dessa maneira, propõem-se uma metodologia de análise e projeto de cabos de transmissão de um ponto de vista alternativo ao modal.

ABSTRACT

Transmission lines convey high voltage electrical power through cables suspended between towers throughout the country. These cables are subject to wind-induced vibrations at frequencies which can significantly affect their service life due to failure generated by fatigue. Passive vibration control strategies are typically used to mitigate their effects, and extend the lifespan of these cables. Generally, such control strategies are based on the purely modal point of view, which has major limitations from the design point of view. Vibration control strategies have been used wave propagation in the automotive and aerospace industry for decades, and some of these strategies can also be used in transmission lines, thus being another alternative for analysing the behaviour of such structures during operation. It should be noted that a large theoretical part for this work is related to mechanical wave propagation analysis aiming the structural response due to a harmonic forcing. Therefore, this graduation project proposes a methodology for modelling transmission lines, including dynamic vibration absorbers (DVA), using wave propagation methods. Initially, a simplified analytical model will be used, analysing step-by-step of the mathematical description, which explores Fourier Transform, as well as the D'Alembert Solution. Then, an experimental validation is done such that the model has good agreement with experimental data, within the typical wind excitation frequency band. Therefore, a methodology for analysis and design of transmission lines is proposed under a point of view other than the modal approach. .

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1.	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	10
1.2.	HISTÓRICO DE ACIDENTES	11
1.3.	OBJETIVO.....	12
1.4.	METODOLOGIA.....	12
1.5.	JUSTIFICATIVA	12
1.6.	ESTRUTURA DO TRABALHO	13
2	REVISÃO TEÓRICA	14
2.1.	CABOS SUSPENSOS SUJEITOS À AÇÃO DO VENTO	14
2.2.	TIPOS DE ONDA	15
2.2.1.	ONDAS LONGITUDINAIS EM SÓLIDOS.....	15
2.2.2.	ONDAS QUASE LONGITUDINAIS EM SÓLIDOS	16
2.2.3.	ONDAS TRANSVERSAIS EM SÓLIDOS (CISALHAMENTO)	16
2.2.4.	ONDAS FLEXURAS	17
2.3.	NÚMERO DE ONDA E CURVA DE DISPERSÃO.....	17
2.4.	VELOCIDADE DE FASE E DE GRUPO.....	19
2.5.	CONCLUSÕES PARCIAIS.....	21
3	MODELO DINÂMICO DO CABO	22
3.1.	FORMULAÇÃO NEWTONIANA PARA DINÂMICA TRANSVERSAL DE CABOS COM REPOSTA ACÚSTICA.....	22
3.1.1.	SOLUÇÃO D'ALEMBERT	25
3.1.2.	TRANSFORMADA DE FOURIER	26
3.2.	EQUAÇÃO DO MOVIMENTO	27
3.3.	ANÁLISE DINÂMICA	29
3.4.	MODELO DE PROPAGAÇÃO DE ONDA	30
3.5.	MODELO NUMÉRICO PRELIMINAR.....	37
3.6.	RESULTADOS	37
3.7.	CONCLUSÕES PARCIAS.....	40
4	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	41
4.1.	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	41
4.2.	METODOLOGIA.....	42
4.3.	ENSAIO.....	45
4.4.	RESULTADOS	46
4.5.	CONCLUSÕES PARCIAS.....	48
5	ADIÇÃO DE ABSORVEDOR DINÂMICO.....	49
5.1.	ABSORVEDOR DINÂMICO	49
5.2.	MODELAGEM PARA ABSORVEDORES	50
5.3.	RESULTADOS	54
5.4.	CONCLUSÕES PARCIAS.....	55
6	CONCLUSÃO:	57
	REFERÊNCIAS:	58
	APÊNDICE:.....	60

LISTA DE FIGURA

Figura 1-1: Exemplo de Linhas de Transmissão. (www.cidadeverde.com)	10
Figura 1-2: Exemplo de acidente de linhas de transmissão. (globo.com/g1).....	11
Figura 2-1: Eixos coordenados.....	16
Figura 2-2: Onda quase longitudinal. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).....	16
Figura 2-3: Onda transversal em sólidos. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).....	17
Figura 2-4: Onda flexural. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).....	17
Figura 2-5: Analogia entre a frequência angular e o número de onda. (FAHY AND GARDONIO, 2007)	18
Figura 2-6: Comportamento da onda de acordo com o número de onda.	18
Figura 2-7: Espectro de uma onda discreta. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).....	20
Figura 2-8: Característica espacial da onda e sua modulação. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)	20
Figura 2-9: Conceito de velocidade de fase e de grupo em meio dispersivo. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).....	21
Figura 3-1: Representação esquemática do cabo tensionado. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)	22
Figura 3-2: Diagrama de corpo livre de um elemento do cabo. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)	23
Figura 3-3: Representação de um pulso (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).	25
Figura 3-4: Diagrama de corpo livre do cabo submetido à forçamento e tensionado. (MIN ZHONG, 2003).....	27
Figura 3-5: Modelo de cabo simplesmente apoiado, com forçamento pontual e tensionado. .	30
Figura 3-6: Reflexão no lado esquerdo do cabo esquerda.	32
Figura 3-7: Reflexão no lado direito do cabo.....	33
Figura 3-8: Ondas diretamente geradas por uma excitação pontual.	33
Figura 3-9: Dinâmica de propagação e reflexão das ondas.....	34
Figura 3-10: Dinâmica de propagação de ondas e flexão das ondas com sobreposição.	35
Figura 3-11: Mudança de amplitude dos modos de onda ao longo do cabo devido à propagação de onda.	35

Figura 3-12: Parte real (azul contínua) e imaginária (vermelha tracejada) dos números de onda k_1 (superior) e k_2 (inferior) obtidos para o cabo.....	38
Figura 3-13: Amplitude da FRF para o cabo finito (azul contínua) e para o cabo infinito (vermelho tracejado) no ponto de aplicação do forçamento.	39
Figura 4-1: Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia da Universidade de Brasília - LABCABOS/UnB	41
Figura 4-2: Esquema de montagem do ensaio.	42
Figura 4-3: Fixação simplesmente apoiada na extremidade esquerda	42
Figura 4-4: Fixação engastada na extremidade direita.....	43
Figura 4-5: Shaker SignalForce Inertial Shake DataPhysics V4dolt.	43
Figura 4-6: Fixação do Shaker e Acelerômetro ao cabo.	44
Figura 4-7: Fixação do acelerômetro ao cabo utilizando cera de abelha.	44
Figura 4-8: Resposta em frequência do cabo para o primeiro acelerômetro, sendo a linha contínua o modelo teórico e a tracejada a experimental.	47
Figura 4-9: Resposta em frequência do cabo para o segundo acelerômetro, sendo a linha contínua o modelo teórico e a tracejada a experimental.	47
Figura 4-10: Curva de dispersão do sistema, curva azul contínua sendo a real e a imaginária em vermelho tracejado.	48
Figura 5-1: Exemplo de absorvedor dinâmico 6071513 FARGO, (www.hubbell.com)	49
Figura 5-2: Esquemático da dinâmica das ondas com a aplicação de um absorvedor dinâmico.	50
Figura 5-3: Equilíbrio e continuidade no ponto de aplicação do absorvedor dinâmico.....	51
Figura 5-4: Esquema da dinâmica do absorvedor dinâmico.	51
Figura 5-5: Esquema da propagação, reflexão e transmissão da onda com a utilização de um absorvedor dinâmico.	53
Figura 5-6: Resposta em frequência no ponto de aplicação do absorvedor dinâmico.	54
Figura 5-7: Coeficientes de transmissão, reflexão e total, vermelho traço-ponto, azul linha contínua e amarelo tracejado, respectivamente.....	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1: Frequência e faixa de amplitude adimensional (constate em relação ao diâmetro) do movimento cíclico. (BARBOSA, THIAGO, 2017)	14
Tabela 3-1: Valores utilizados para as propriedades de material, geometria e forçamento do exemplo numérico	37
Tabela 4-1 - Parâmetros experimentais do ensaio.....	42

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos		Unidades
A	Área da seção transversal	[m ²]
E	Módulo de elasticidade	[GPa]
I	Momento de inércia de área	[m ⁴]
c_p	Velocidade de fase	[m/s]
c_g	Velocidade de grupo	[m/s]
t	Tempo	[s]
T	Período de oscilação	[s]
F	Forçamento	[N]
i	unidade imaginária, $\sqrt{-1}$	Adimensional
k	Número de onda	[rad/m]
l	Comprimento do cabo	[m]
w	Deslocamento transversal	[m]
p	Densidade de força transversal	[N/m]
n	Densidade de força longitudinal	[N/m]
T	Tensão	[N]
m	Massa	[Kg]
M	Momento fletor	[Nm]
V	Força cortante	[N]
Δs	Comprimento infinitesimal	[m]
w_{tt}	Segunda derivada do deslocamento em relação ao tempo	[1/s ²]
w_{xx}	Segunda derivada do deslocamento em relação ao espaço	[1/m ²]
m'	Massa do absorvedor dinâmico	[kg]
K'	Constante da mola do absorvedor dinâmico	[N/m]
K_L	Constante da mola para a condição apoiada	[N/m]
Símbolos Gregos		
ω	Frequência angular	[rad/s]
θ	Rotação do elemento	[rad]
λ	Comprimento de onda	[m]
ρ	Massa específica	[Kg/m ³]
δ	Função delta de Dirac	Adimensional
η	Fator de perda	Adimensional
ω'	Frequência de excitação do ressonador	[rad/s]

Matrizes e Vetores

\mathbf{q}	Matriz de deslocamento no domínio físico
\mathbf{f}	Matriz de forçamento no domínio físico
\mathbf{a}^+	Vetor de amplitude positiva
\mathbf{a}^-	Vetor de amplitude negativa
\mathbf{e}^-	Amplitude de onda negativa no ponto de forçamento
\mathbf{e}^+	Amplitude da onda positiva no ponto de forçamento
\mathbf{b}^+	Amplitude resultante positiva
\mathbf{b}^-	Amplitude resultante negativa
ϕ_q^\pm	Matriz de deslocamento
ϕ_f^\pm	Matriz de esforços internos
\mathbf{R}_R	Matriz de reflexão direita
\mathbf{R}_L	Matriz de reflexão esquerda
\mathbf{R}_{LEQ}	Matriz de reflexão equivalente
\mathbf{r}	Matriz de reflexão do absorvedor
\mathbf{t}	Matriz de transmissão do absorvedor
ω	Frequência de excitação do sistema
ω'	Frequência de excitação do ressonador
Ω	Razão de frequências
\mathbf{h}^+	Amplitude resultante positiva no ressonador
\mathbf{h}^-	Amplitude resultante negativa no ressonador
δ	Matrizes de coeficientes do equilíbrio e continuidade
\mathbf{c}^+	Amplitude resultante positiva experimental após propagação
\mathbf{c}^-	Amplitude resultante negativa experimental após propagação

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é apresentada a motivação do atual trabalho, histórico de acidentes relacionados ao tema, como também a metodologia empregada e estruturação do relatório.

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO.

Grande parte da energia gerada atualmente é feita de maneira centralizada, isto é, em locais concentrados, como hidroelétricas, que atendem grande parte da demanda energética. Comparadas com soluções descentralizadas, essa abordagem obtém um produto mais favorável, acarretando em grande aplicação de matrizes dependentes das mesmas (CARLOS NASCIMENTO, 2011).

As hidroelétricas apresentam potencial de geração de energia aliado a um menor impacto ambiental quando comparadas a termoeletricas e geração de energia nucleares, por exemplo. Todavia, tais formas de obtenção de energia têm em comum o problema da distância entre o local onde a energia é produzida e onde a mesma será consumida. Deste modo, para interligar ambos, utiliza-se em grande escala linhas de transmissão aéreas de energia.

De acordo com a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2011), as linhas de transmissão no Brasil costumam apresentar longos comprimentos, uma vez que usinas hidroelétricas estão muito distantes dos centros consumidores de energia. Logo, o país está interligado entre suas regiões, exceto alguns estados do Norte não fazem parte do sistema integrado de eletrificação. Esse sistema permite permuta de energia entre as regiões do país, uma vez que algumas regiões podem apresentar queda de nível dos reservatórios de água das hidroelétricas.



Figura 1-1: Exemplo de Linhas de Transmissão. (www.cidadeverde.com)

A norma NBR 5422 determina condições para o projeto de linhas de transmissão de energia elétrica, com tensões variantes entre 38kV e 800 kV. Deste modo, os níveis mínimos de segurança são estipulados, como também limitações contra perturbações em instalações próximas, além de determinar

parâmetros meteorológicos a serem utilizados, influenciando distâncias de segurança entre outros. Outros fatores técnicos dos cabos são tratados nas normas NBR 6765 e NBR 5118.

Dessa maneira, é imprescindível analisar os efeitos de vibrações e tensões nos cabos, sendo essa a grande motivação deste trabalho. Os principais fenômenos causadores de vibrações em cabos de transmissão são galope, vibrações eólicas e de esteira (FUCHS E ALMEIDA, 1992), que serão abordadas no capítulo 2.

1.2. HISTÓRICO DE ACIDENTES

Acidentes devido ao vento envolvendo linhas de transmissão acontecem desde o início da sua utilização até os dias atuais (HERMES CARVALHO, 2015). Estudos realizados (MONK, 1980) mostram que a falha de mais de trinta torres de transmissão na Oceania, entre 1963 e 1973, ocorreram devido a altas velocidades do vento. Em artigos de jornais, como a Folha de São Paulo (BLESSMAN, 2001), foram relatados vinte acidentes na Companhia Energética de São Paulo (CESP), com uma grande queda de linhas de transmissão de 69 a 140 kV, entre novembro de 1970 e junho de 1983. Na totalidade, cento e quarenta estruturas foram danificadas, em vinte ocorrências de ventos mais fortes. Em 1997, a ação de ventos de 130 km/h provocou a queda de dez torres do sistema de transmissão de Itaipu (Foz do Iguaçu-Itaporã) de 750 kV, acarretando no racionamento de energia nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste do país (RIPPEL, 2005).



Figura 1-2: Exemplo de acidente de linhas de transmissão. (globo.com/g1)

Em maio de 2002, um forte temporal no Estado do Mato Grosso do Sul foi responsável pelo colapso de três torres operadas pela ELETROSUL, conseqüentemente, houve o corte de fornecimento de energia elétrica. No mês de outubro do mesmo ano, um vendaval danificou cinco torres que ligam as

cidades de Cianorte e Campo Mourão no Estado do Paraná (RIPPEL, 2005). Já em 2004, o colapso de uma torre de rádio na cidade de Porto Alegre – RS devido a uma tempestade com altas rajadas de vento foi ocasionado por ausência de conformidade com as recomendações da norma ABNT NBR 6126 relativas ao projeto do mesmo (KLEIN, 2004).

1.3. OBJETIVO

O objetivo do trabalho é a analisar o comportamento dinâmico de linhas de transmissão de energia elétrica a partir de métodos baseados em propagação de ondas e propor uma abordagem para o projeto de absorvedores dinâmicos de vibração (ADV).

1.4. METODOLOGIA

Para atingir os objetivos traçados para esse trabalho, é utilizado um modelo analítico de viga sob tensão axial. Logo, a seguinte metodologia é adotada:

1. Revisão teórica do comportamento dos cabos sujeitos a ventos.
2. Revisão de conceitos básicos de propagação de ondas.
3. Formulação da equação de onda.
4. Revisão de Solução de D'Alembert e Transformada de Fourier.
5. Formulação da equação do movimento.
6. Análise dinâmica dos cabos.
7. Modelagem analítica de propagação de onda.
8. Implementação numérica.
9. Ensaio experimental no Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia – Universidade de Brasília.
10. Inclusão de absorvedor dinâmico no modelo de propagação de ondas.

1.5. JUSTIFICATIVA

Cabos condutores, assim como outras estruturas, estão sujeitos a falhas que podem ser decorrentes da intensidade das solicitações a que são submetidos, como também da sua característica de resistir ou não a elas. O vento é um tipo de solicitação que pode induzir nos cabos vibrações com frequências elevadas, o que pode acarretar a ruptura por fadiga. Com tal fato, ocorre a interrupção de fornecimento de energia, acarretando em prejuízos as localidades afetadas, tanto no âmbito do consumidor como também às concessionárias de energia elétrica, que além de interromper o fornecimento de energia, podem danificar os equipamentos constituintes das linhas de transmissão. Logo, pesquisas e estudos nessa área possibilitam a criação de modelos para caracterizar o comportamento dos cabos, e assim desenvolver procedimentos de manutenção preventiva dos mesmos e técnicas de mitigação dos efeitos da vibração.

1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura desse trabalho divide-se em seis capítulos. O primeiro introduz a motivação do trabalho e a relevância do tema, como também uma breve revisão bibliográfica sobre assuntos relacionados ao tema e histórico de acidentes. Além do mais, explicita o objetivo principal e a justificativa do trabalho. Já o segundo capítulo apresenta uma revisão teórica, com definições de conceitos fundamentais para entendimento do problema. O terceiro capítulo apresenta a metodologia de modelagem do cabo analisado, com descrição teórica e matemática do problema, assim como as simplificações pertinentes. O capítulo três também apresenta alguns resultados preliminares de propagação ondas livres e resposta forçada, com a implementação da modelagem descrita no capítulo anterior. Por fim, é finalizado com a validação experimental, apresentando resultados obtidos no Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia da Universidade de Brasília. Já no quarto capítulo, uma metodologia de modelagem do absorvedor dinâmico é proposta em termos de coeficientes de reflexão e transmissão e os resultados na resposta forçada são analisado. O quinto capítulo apresenta a modelagem com aplicação de ADV e seus resultados. Finalmente, o sexto capítulo apresenta conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresenta-se a caracterização do movimento dinâmico do cabo, os principais tipos de carregamento dinâmico em linhas de transmissão assim como conceitos fundamentais relativos à propagação de ondas em estruturas.

2.1. CABOS SUSPENSOS SUJEITOS À AÇÃO DO VENTO

O contato do vento com os cabos suspensos, isto é, com as linhas de transmissão, provoca oscilações que podem ser complexas (HERMES CARVALHO, 2015). De maneira geral, a energia associada a tal fenômeno pode ser dissipada pelo próprio atrito interno do cabo ou ser transferida para outros acessórios periféricos, sendo que o grampo de fixação é o principal componente de dissipação de energia. A análise da dissipação é de suma importância, pois a partir da mesma é viável classificar o movimento do condutor.

Pode-se dividir o carregamento exercido pelo vento nos cabos em três categorias principais (SACHS, 1978), resumidos na Tabela 2-1:

- a) Forças de alta frequência e baixa amplitude, causada por vórtices, isto é, vibração eólica ou desprendimento de vórtices.
- b) Forças de baixa frequência e grande amplitude causadas por instabilidades do arrasto, como também sustentação do cabo, isto é, excitação por galope.
- c) Movimentos verticais/horizontais/torcionais relacionados aos cabos por esteira.

Tabela 2-1: Frequência e faixa de amplitude adimensional (constante em relação ao diâmetro) do movimento cíclico. (BARBOSA, THIAGO, 2017)

MOVIMENTO CÍCLI	FREQUÊNCIA (Hz)	FAIXA DE AMPLITUDE (m/m)
Vibração Eólica	3 - 150	0.01 - 1
Galope do Condutor	0.08 - 3	5 - 300
Oscilações pela Esteira	0.15 - 10	0.5 - 0.8

No primeiro caso, a vibração eólica ou vibração por desprendimento de vórtices é ocasionada pelo desprendimento alternado de vórtices na superfície dos cabos. Os vórtices ocorrem em grandes espaços quando o vento se movimenta com baixa velocidade, logo, esse tipo de vibração tem por característica baixa amplitude e alta frequência. Com o surgimento dos mesmos, forças de sucção são formadas após o ponto de separação da camada limite formada na superfície do cabo, originando assim, forças periódicas e transversais em relação ao vento médio. O maior dano causado por tal caso é o rompimento por fadiga dos cabos, sendo a mesma causada por esforços dinâmicos.

No segundo caso, caso o cabo seja uma estrutura relativamente leve e flexível com baixo amortecimento, podem aparecer oscilações causadas pela instabilidade aerodinâmica chamadas de galope. Frequências baixas e grande amplitude, com ventos medianos e estáveis sobre uma superfície assimétrica do cabo, geralmente causada por depósitos de gelo. Uma rotação do condutor em resposta ao vento pode causar uma variação na sustentação e iniciar sua oscilação verticalmente. Pode-se também considerar movimentos horizontais e torcionais na estrutura, sendo assim o tipo de vibração mais perigoso.

Finalmente, as oscilações induzidas pela esteira são característica de linhas constituídas de feixes de condutores acionados por ventos fortes, com velocidades elevadas, podendo impor aos condutores um movimento oscilatório similar a uma órbita elíptica irregular e grande amplitudes. Pode ocasionar quatro tipos de movimento, e três são capazes de afetar a estrutura por completo, denominados modos de corpo rígido. Tais modos apresentam translação horizontal e vertical, como também rotação, simultaneamente.

A vibração eólica ou vibração por desprendimento de vórtices é amplamente estudada pois é geralmente causadora de fadiga dos cabos, sendo assim, não há efeitos relevantes na estrutura da torre. Esse tipo de excitação será o foco desse trabalho. O segundo caso, como não há precipitação de neve no Brasil, não terá relevância, e por fim, o terceiro caso, para sua ocorrência, necessita-se de feixes no condutor, isto é, vários fios entrelaçados compondo o cabo suspenso, fato também não considerado para a atual modelagem.

2.2. TIPOS DE ONDA

Sólidos elásticos lineares podem estar submetidos a diferentes tipos de ondas mecânicas. Nesta seção, alguns principais tipos de ondas mecânicas em estruturas unidimensionais, i.e., como uma única direção preferencial de propagação, são descritos.

2.2.1. ONDAS LONGITUDINAIS EM SÓLIDOS

Em um movimento longitudinal puro de uma onda, os deslocamentos das partículas do meio são na mesma direção de propagação da onda (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007). Dois planos paralelos em um sólido, separados por uma pequena distância no eixo x , podem se mover de maneiras distintas enquanto a onda longitudinal se propaga. De maneira geral, quando a onda se move, existem contrações nas direções y e z do plano do cabo, e um alongamento no eixo x , de acordo com o teorema de Poisson. Considerando um cabo sólido e de comprimento infinito, pode-se desconsiderar tal alteração de geometria nas direções y e z , uma vez que o material se move puramente na direção de propagação. Deste modo, apenas em sólidos com volumes maiores, isto é, grandes dimensões em todas as direções comparada ao comprimento de onda é válida a hipótese de propagação puramente longitudinal.

2.2.2. ONDAS QUASE LONGITUDINAIS EM SÓLIDOS

Uma onda longitudinal pode se propagar de maneiras diferentes de acordo com o meio em que é excitada, de maneira que cada estrutura terá diferentes superfícies externas e restrições. Logo, tais variações geométricas causam tensões laterais associadas a contração de Poisson, acarretando que o movimento de onda longitudinal puro é inviável de aplicação, portanto, usa-se o termo “quase-longitudinal”. Tal consideração é válida para frequências em que o comprimento de onda quase-longitudinal excede as dimensões da área transversal da estrutura. A Figura 2-1 apresenta os eixos coordenados citados e a Figura 2-2 o exemplo de onda quase longitudinal.

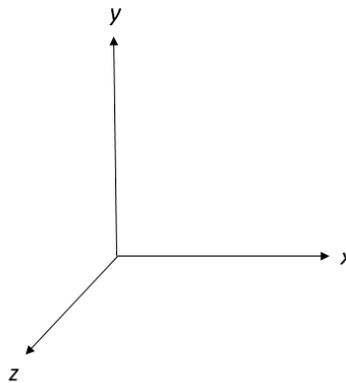


Figura 2-1: Eixos coordenados

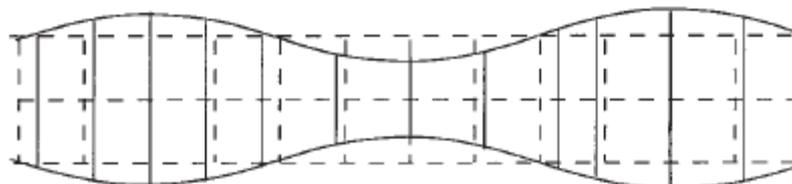


Figura 2-2: Onda quase longitudinal. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

2.2.3. ONDAS TRANSVERSAIS EM SÓLIDOS (CISALHAMENTO)

Sólidos, diferentemente de fluidos, podem resistir a uma deformação. Fluidos podem gerar perturbações associadas ao gradiente de velocidade do escoamento, e que, por conta da sua viscosidade, gera forças dissipativas no sólido em contato, causando esforços cisalhantes. Uma deformação puramente cisalhante não faz o elemento infinitesimal rotacionar, porém a diagonal da área transversal do meio sofre compressão e tração. Tais ondas podem se propagar em sólidos de grande volume em que as superfícies livres do material tenham pouca influência, desde que o plano na direção da perturbação pode ser negligenciável, e no geral, não são aplicáveis em planos com forças atuantes. A Figura 2-3 exemplifica tal classificação.

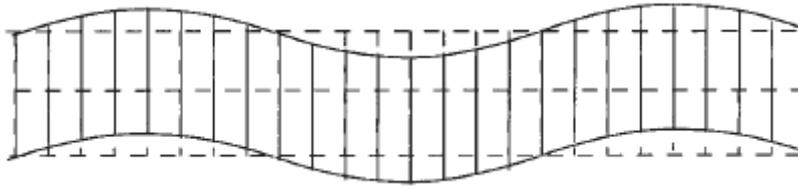


Figura 2-3: Onda transversal em sólidos. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

2.2.4. ONDAS FLEXURAS

As ondas flexurais são ondas mais utilizadas em casos de interação fluido-sólido, apresentada na Figura 2-4, pois tal caso envolve deslocamentos transversais para a direção de propagação, deste modo, pode efetivamente causar uma perturbação no fluido adjacente. Não podem ser classificadas como só longitudinal ou transversal uma vez que, em uma propagação pura, as áreas transversais são transladadas na direção axial e são rotacionadas em relação ao plano de equilíbrio das mesmas. No atual trabalho, tais ondas serão consideradas para as análises.

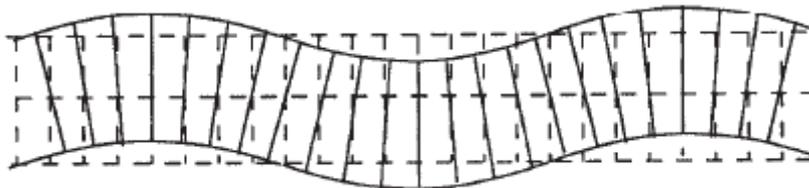


Figura 2-4: Onda flexural. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

2.3. NÚMERO DE ONDA E CURVA DE DISPERSÃO

O período espacial de uma onda harmônica simples é descrito como λ (FAHY AND GARDONIO, 2007). Porém, ao analisar o comportamento de tais ondas matematicamente, o que será realizado posteriormente neste trabalho, é sugerido que a variação espacial da mesma é melhor descrita por uma variável a qual representa a mudança de fase por unidade de comprimento (ω/c), em que c é a velocidade de fase e ω a frequência temporal. Tal termo é definido como o número de onda e sua notação usual é a letra k .

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1)$$

O número de onda pode ser também entendido de forma prática como a frequência espacial da onda. O mesmo indica a direção de propagação da onda, como também sua variação de fase e atenuação. É imprescindível sua utilização ao estudar campos de ondas bidimensionais ou tridimensionais.

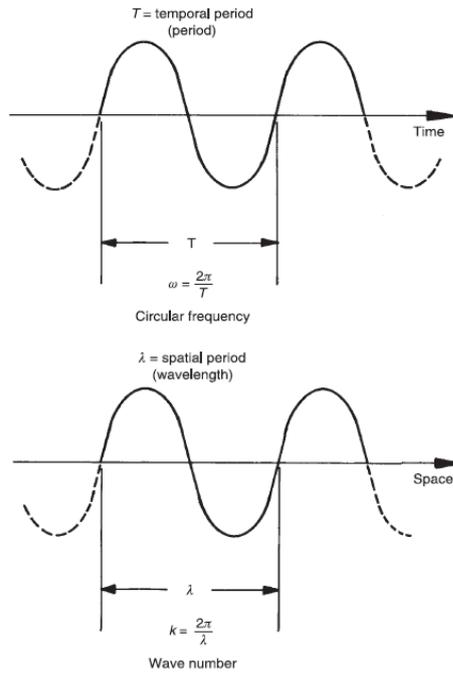


Figura 2-5: Analogia entre a frequência angular e o número de onda. (FAHY AND GARDONIO, 2007)

Observando a equação (1), a relação entre o número de onda k e a frequência angular ω é definida como relação de dispersão, que é uma propriedade do tipo de onda como também do meio de propagação da mesma. Essa quantidade indica, entre outros fatores, como uma perturbação gerada por um processo que não é simplesmente harmônico no tempo irá propagar no meio em sua forma espacial básica, isto é, se a onda será não-dispersiva. Apenas se a relação for linear não haverá alteração na forma da propagação da mesma, porém, a amplitude de uma onda não-dispersiva pode diminuir com a distância a qual a mesma propaga no caso de meios dissipativos. Além do mais, é possível caracterizar um tipo de onda pelo seu número de onda, como mostrado na Figura 2-6

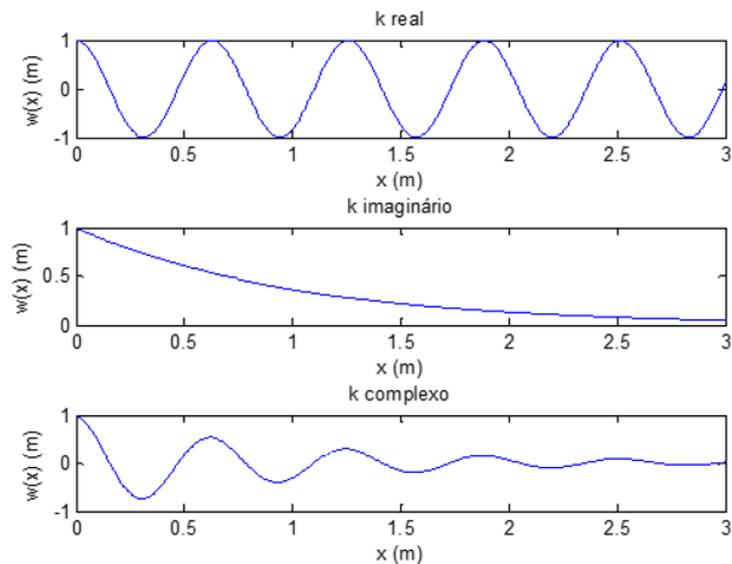


Figura 2-6: Comportamento da onda de acordo com o número de onda.

O primeiro caso apresentado na Figura 2-5 é denominado de onda propagante, uma vez que não há decaimento da amplitude da mesma, e está relacionado parte real do seu número de onda. Já o segundo caracteriza um decaimento originado por um valor de número de onda apenas imaginário, denominando a onda como evanescente, que não se propaga como no caso anterior. Já no terceiro caso o número de onda é complexo, isto é, possui parte real e imaginária, deste modo seu comportamento será propagante com característica de decaimento. Essas características são fundamentais, uma vez que a propagação ou não da onda depende do valor do número de onda atribuído a ela.

2.4. VELOCIDADE DE FASE E DE GRUPO

Considere uma onda harmônica com a seguinte característica:

$$w(x, t) = B e^{i(kx(t) - \omega t)} \quad (2)$$

Em que $x(t)$ é a coordenada local de um observador em um tempo arbitrário t . Se a onda parecer estacionária para o observador (o qual se movimenta), a fase não irá mudar com o tempo (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007), isto é:

$$k\dot{x}(t) - \omega t = 0 \quad (3)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{\omega}{k} = c_p \quad (4)$$

Logo, a derivada da fase é a velocidade de fase, definida aqui como c_p ou c . Tal velocidade representa como as cristas e vales da onda se movem. A razão dada na equação (4) é facilmente descrita pela relação de dispersão, a qual já foi comentada neste trabalho, e em geral, c_p é função do número de onda.

Quando a onda propaga em um meio dispersivo, tal meio irá distorcer a fase da onda, e assim é necessário definir uma velocidade diferente. Uma onda é classificada como banda-estreita, ou discreta, quando seu espectro na frequência espacial é zero para todo k , exceto em uma pequena região, como demonstra a Figura 2-7:

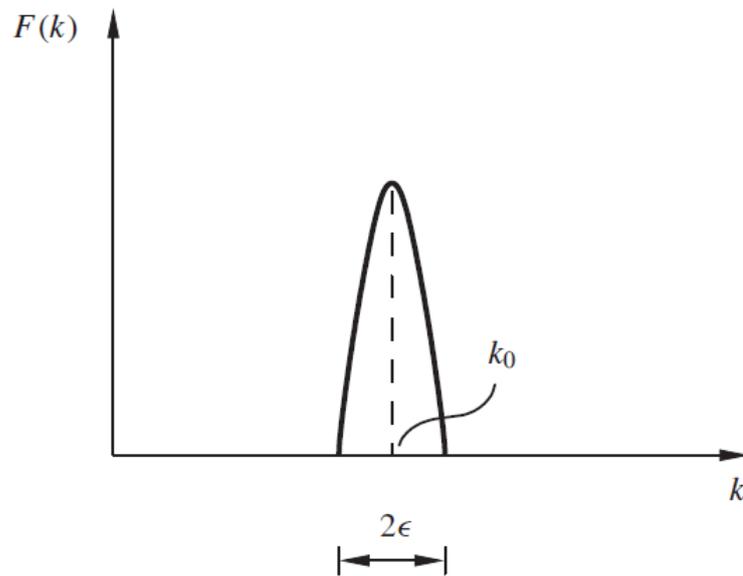


Figura 2-7: Espectro de uma onda discreta. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

Considera-se que a onda é modulada na amplitude, (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007), Figura 2-8. É interessante determinar a velocidade do perfil do pacote de onda $f_0(x)$, dado que a energia de tal pacote está localizada na região de maior amplitude. A equação

$$c_g = \omega'(k_0) = \frac{d\omega(k)}{dk} \quad (5)$$

define a velocidade de grupo da onda. O envelope do pacote de ondas se movimenta com a velocidade c_g , enquanto a onda original tem velocidade c_p . A comparação entre velocidade de fase e de grupo está apresentada na Figura 2-9.

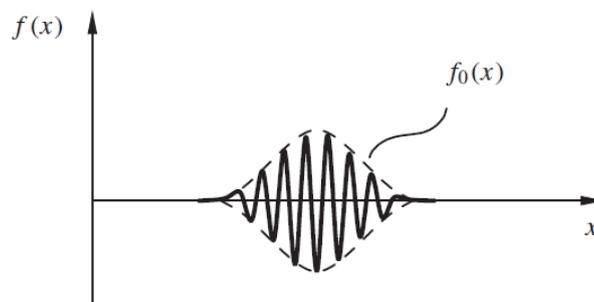


Figura 2-8: Característica espacial da onda e sua modulação. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

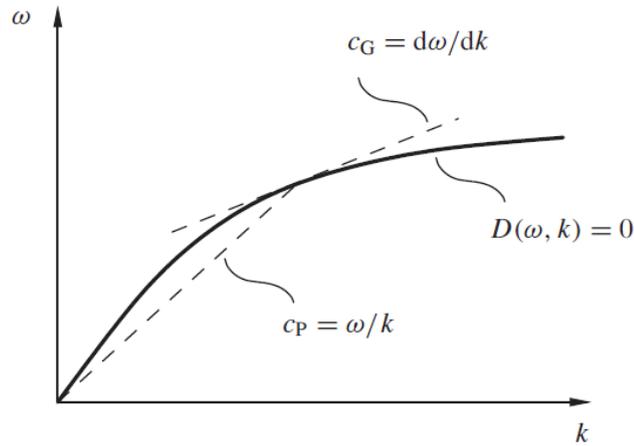


Figura 2-9: Conceito de velocidade de fase e de grupo em meio dispersivo. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

2.5. CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, foram apresentados os conceitos fundamentais da caracterização do movimento do cabo, definido para o trabalho o caso de vibrações eólicas, como também definiu-se a base teórica para próximas etapas de modelagem. Foram definidos alguns tipos ou modo de onda principais, número de onda e curva de dispersão, caracterização da onda de acordo com sua respectiva frequência espacial e apresentação da definição de velocidade de fase e grupo. A velocidade de fase está relacionada ao movimento das cristas e vales, e a velocidade de grupo está relacionada a meios dispersivos sendo a derivada da primeira. No próximo capítulo, esses conceitos serão utilizados para desenvolver uma metodologia baseada em propagação de ondas para modelagem do comportamento dinâmico de um cabo.

3 MODELO DINÂMICO DO CABO

Neste capítulo, será desenvolvida uma metodologia de modelagem do comportamento dinâmico de um cabo de transmissão de energia elétrica sujeito a excitações harmônicas. Essa metodologia baseia-se em uma abordagem de propagação de ondas. Além do mais, um exemplo numérico preliminar será apresentado para ratificar a modelagem proposta, e discutir o comportamento do cabo em termos de propagação livre e resposta forçada.

3.1. FORMULAÇÃO NEWTONIANA PARA DINÂMICA TRANSVERSAL DE CABOS COM REPOSTA ACÚSTICA

Sistemas contínuos unidimensionais são assim chamados pois sua configuração requer apenas uma dimensão espacial para sua descrição, sendo portanto um modelo simplificado na classe de sistemas contínuos com fronteiras. Desta forma, cordas com vibração transversal são adequadas para serem analisadas como sistemas contínuos unidimensionais, pois tratam-se de sólidos elásticos que não transmitem ou resistem a momento fletor. Considera-se também na atual modelagem a hipótese de Euler Bernoulli para vigas, em que duas hipóteses são feitas: inércia rotacional nula, e os planos do material se mantêm planos depois da deformação transversal. Além do mais, a amplitude do movimento é pequena o suficiente para negligenciar a mudança de tensão (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).

Considera-se um modelo simplificado do cabo tensionado ao longo do eixo x até seu comprimento l e tensão T , exemplificado pela Figura 3-1. O movimento transversal em qualquer ponto na coordenada x é representado pela variável $w(x,t)$, em que t é o tempo. Analisando um intervalo de espaço infinitesimal do cabo, sendo este $x + \Delta x$, elemento de massa como $\Delta m(x)$, deformação em seu comprimento como Δs , e tensões como $T(x,t)$ e $T(x+\Delta x,t)$ sendo, respectivamente, a tensão na extremidade esquerda e a tensão na extremidade direita, como também a densidade de forças externas (força por unidade de comprimento) por $p(x,t)$ e $n(x,t)$ sendo a primeira na transversal e a segunda na longitudinal, e por fim o ângulo $\alpha(x,t)$ entre o cabo e o eixo x , obtemos a Figura 3-2:

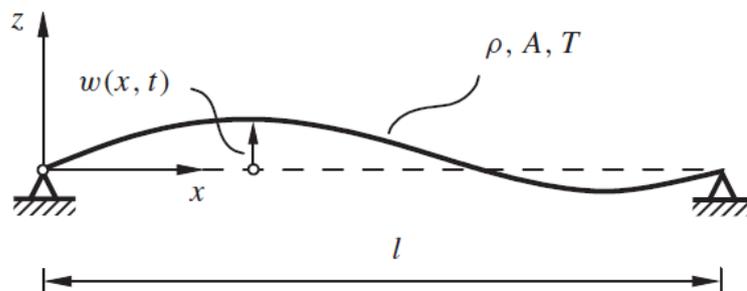


Figura 3-1: Representação esquemática do cabo tensionado. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

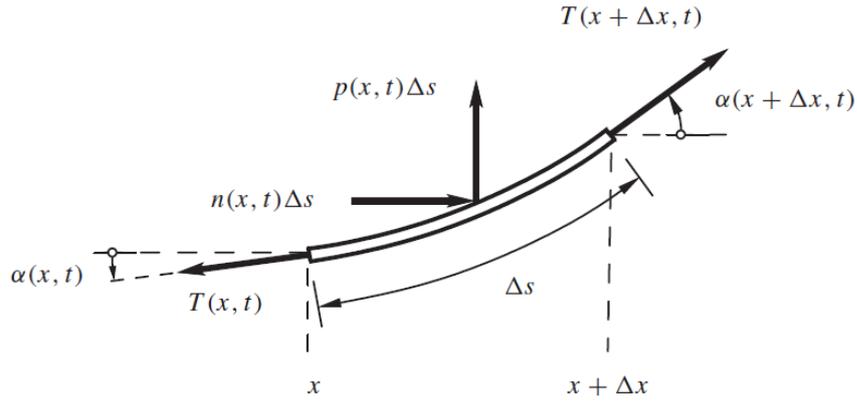


Figura 3-2: Diagrama de corpo livre de um elemento do cabo. (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007)

Negligenciando a força de inércia na direção longitudinal do cabo, o balanço de forças em tal direção no elemento definido anteriormente é:

$$T(x + \Delta x, t) \cos[\alpha(x + \Delta x, t)] - T(x, t) \cos[\alpha(x, t)] + n(x, t)\Delta s = 0 \quad (6)$$

Dividindo ambos os lados da equação (6) por Δx e analisando o limite em $\Delta x \rightarrow 0$ encontra-se:

$$[T(x, t) \cos \alpha(x, t)]_x = -n(x, t) \frac{ds}{dx} \quad (7)$$

Em que $[\cdot]_x$ refere-se a derivada do argumento em relação a variável x . Geometricamente, pode-se analisar a Figura 3-2 e inferir as seguintes equações:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + w_x^2}} \quad (8)$$

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + w_x^2} \quad (9)$$

Substituindo a equação (9) em (11), supondo $w \ll 1$:

$$[T(x, t)]_x = -n(x, t) \quad (10)$$

Deste modo, quando $n(x, t) = 0$, a tensão é considerada constante. De maneira geral, a tensão em uma corda pode depender do tempo, porém, no atual trabalho, assume-se que não há variação no tempo e no espaço.

Considerando a Figura 3-2, o somatório de forças na direção vertical do elemento é regido pela seguinte equação, de acordo com a Segunda Lei de Newton:

$$\Delta m w_{tt}(x + \theta \Delta x, t) = T(x + \Delta x) \sin[\alpha(x + \Delta x, t)] - T(x) \sin[\alpha(x, t)] + p(x, t) \Delta s \quad (11)$$

Em que Δm é a massa do elemento, $\theta \in [0,1]$, e $(\cdot)_{tt}$ indica a derivada parcial dupla em relação ao tempo. Novamente assumindo $w \ll 1$, podemos escrever $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx w_x$. Além do mais, $\Delta m = \rho A(x) \Delta s$. Usando a equação (11) em que $ds/dx \approx 1$ e dividindo por Δx com o limite tendendo $\Delta x \rightarrow 0$, temos

$$\rho A(x) w_{tt} - [T(x) w_x]_x = p(x, t), \quad (12)$$

que representa a equação diferencial parcial linear que, juntamente com a equação (10), governa o movimento de uma corda tensionada. Quando a força externa não é distribuída, mas concentrada em $x=a$, e a função de força distribuída $p(x, t)$ pode ser escrita usando um delta de Dirac, de modo que

$$p(x, t) = f(t) \delta(x - a) \quad (13)$$

Em que $f(t)$ é a força variante no tempo e $\delta(\cdot)$ representa a função delta de Dirac.

Uma forma importante da equação (12) é obtida considerando $p(x,t) \equiv 0$, tensão e ρA constantes:

$$w_{tt} - c^2 w_{xx} = 0 \quad (14)$$

Em que $c = \sqrt{T/\rho A}$ é uma constante a qual dimensiona a velocidade, representando a dinâmica transversal de um cabo tensionado uniformemente. A equação diferencial hiperbólica (14) é chamada de equação de onda linear unidimensional, e a constante c é definida como a velocidade de fase da onda.

A solução completa da equação (14) requer a especificação de duas condições de contorno e duas condições iniciais. A primeira possui duas classificações: condição geométrica, que impõe constantes cinemáticas do sistema e a condição dinâmica, a qual impõe condições de forças. Já a segunda geralmente especifica a forma inicial do cabo e a velocidade inicial do mesmo. A análise de tais condições será apresentada no próximo item deste projeto.

3.1.1. SOLUÇÃO D'ALEMBERT

Considera-se um cabo esticado, inicialmente sem condições de contorno, isto é, infinito (simplificação do sistema e de suas propriedades) e onda unidimensional, em que $w(x,t)$ é o deslocamento do cabo e c a velocidade de fase da onda, sendo assim, a rapidez com que o deslocamento propaga no meio (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).

A equação (14) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x}\right) w = \left(\frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x}\right) w = 0 \quad (15)$$

Deste modo, fica claro que a solução para a equação de onda é:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x}\right) w = 0 \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x}\right) w = 0 \quad (17)$$

De maneira arbitrária, define-se uma função característica para a onda positiva, isto é, a que se propaga para a direita, sendo tal função aplicada no plano z :

$$w_+(x,t) = f(z) = f(x - ct) \quad (18)$$

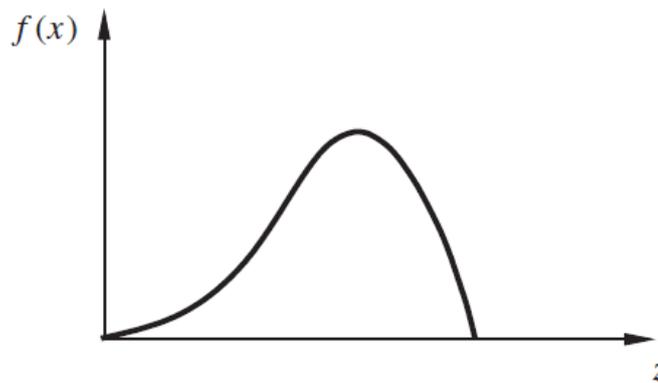


Figura 3-3: Representação de um pulso (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007).

Deriva-se a equação (18) em relação a coordenada do tempo t e após x , provando assim que a função arbitrada anteriormente é solução para a equação (16):

$$\begin{aligned} w_{+,t} &= -cf'(x - ct) \\ w_{+,x} &= f'(x - ct) \end{aligned} \quad (19)$$

Agora, arbitrando-se uma função para uma onda negativa, a qual se propaga para o lado esquerdo, o mesmo passo-a-passo anterior deve ser empregado, de modo que a função solução encontra resulta em:

$$w_-(x, t) = g(z) = g(x + ct) \quad (20)$$

Portanto, a solução completa da equação de onda pode ser escrita como:

$$w(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (21)$$

Pode ser demonstrado que qualquer solução da equação (14) pode ser decomposta como a equação (21), solução d'Alembert's, isto é, duas ondas propagando em direções opostas, sendo assim, a resposta geral. As funções $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$ podem ser determinadas de acordo com o valor das condições iniciais ou por transformada de Fourier, a qual será demonstrada a seguir.

3.1.2. TRANSFORMADA DE FOURIER

A transformada de Fourier decompõe uma função temporal em frequências, tal como uma corda de um violão pode ser expressada por amplitude das suas notas constituintes. A mesma será aplicada na equação (18) para que seja possível encontrar a função $w(x, t)$ adequada para nosso sistema (HAGEDORN AND DASGUPTA, 2007). Por definição, a transformada inversa no espaço de Fourier se apresenta da seguinte maneira:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikz} dk \quad (22)$$

Em que k é a variável de Fourier. Considerando uma solução de onda propagante como $f(x-ct)$, a transformada de Fourier:

$$f(x - ct) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{i(kx - \omega t)} dk \quad (23)$$

Em que $\omega = ck$. O integrando da equação (23) é facilmente reconhecido como uma onda harmônica em notação complexa. Portanto, a equação geral de onda pode ser representada como uma superposição linear de ondas harmônicas, implicando que propagação de ondas em sistemas contínuos pode ser convenientemente estudado utilizando a propagação de ondas harmônicas como equação de onda na forma:

$$w(x, t) = B e^{i(kx - \omega t)} \quad (24)$$

Considerando $k = 2\pi/\lambda$, sendo k o número de onda, λ o comprimento de onda e ω a frequência circular da onda harmônica.

3.2. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Para um modelo um pouco mais completo do cabo, considera-se a teoria de vigas Euler-Bernoulli, em que as seções transversais ortogonais à linha neutra antes da deformação também são ortogonais à linha neutra no feixe deformado. O termo $(EI_{xx})_{xx}$ é usualmente referente ao termo flexural, em que EI (módulo de Young e segundo momento de área da seção transversal) é chamado de rigidez flexural do cabo T é a tensão no cabo (MIN ZHONG, 2003). A demonstração para tal teoria segue os passos a seguir:

Premissas iniciais:

- 1- Os planos do cabo se mantém planos após deformação.
- 2- Material homogêneo, isotrópico e elasticidade linear.
- 3- Cisalhamento e efeito de Poisson são negligenciados.
- 4- Uma pequena tensão no cabo pode gerar um grande descolamento e rotação do mesmo.
- 5- Não há amortecimento externo, apenas interno do material do cabo.
- 6- Fricção cinética negligenciada.
- 7- Amortecimento viscoso ignorado.

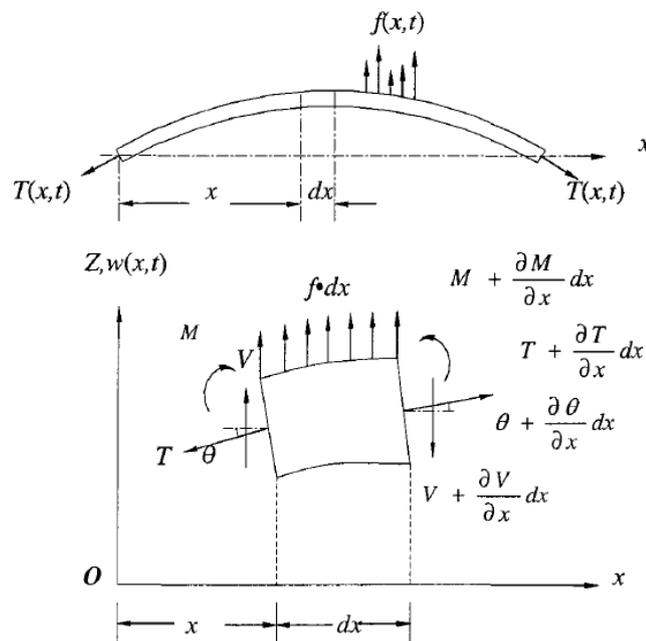


Figura 3-4: Diagrama de corpo livre do cabo submetido à forçamento e tensionado. (MIN ZHONG, 2003)

Considerando o diagrama de corpo livre de um elemento do cabo Figura 3-4, tem-se que $M(x,t)$ é o momento fletor, $V(x,t)$ é o esforço cortante, $f(x,t)$ é a força externa por unidade de massa do material, $T(x,t)$ é a força axial e força gravitacional desconsiderada.

Desta forma, realiza-se o somatório de forças na direção de z, igualando a mesma à força inercial, isto é, massa e aceleração:

$$\begin{aligned} (-V + dV) + f(x, t)dx + V + (T + dT)\sin(\theta + d\theta) - T\sin\theta \\ = \rho A dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (25)$$

Em que ρ é densidade do material e A é a constante de área transversal do cabo. O somatório de momento é realizado em relação ao eixo y, no lado esquerdo inferior do elemento do cabo, nos demonstrando que:

$$(M + dM) - (V + dV)dx + f(x, t)dx \frac{dx}{2} - M = 0 \quad (26)$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx \quad (27)$$

$$dM = \frac{\partial M}{\partial x} dx \quad (28)$$

Substituindo as equações (25) e (26), tem-se

$$\begin{aligned} \frac{-\partial V(x, t)}{\partial x} dx + f(x, t)dx + (T(x, t) + \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} dx)\sin(\theta + d\theta) - T(x, t)\sin\theta \\ = \rho A dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} - V(x, t) = 0 \quad (30)$$

Usando a equação (30) e substituindo a mesma na equação (29):

$$\begin{aligned} \frac{-\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} dx + f(x, t)dx + (T(x, t) + \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} dx)\sin(\theta + d\theta) - T(x, t)\sin\theta \\ = \rho A dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (31)$$

Aplicando para pequenas deflexões:

$$\sin(\theta + d\theta) = \theta + d\theta = \frac{dw}{dx} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \quad (32)$$

Analisando a teoria de Euler-Bernoulli para vigas, a relação entre o momento fletor e a deflexão do cabo pode ser escrita como:

$$M(x, t) = EI(x, t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (33)$$

Em que E é o Módulo de Young e I é o momento e inércia do cabo em relação ao eixo y . Utilizando as equações (32) e (33) na equação (31), encontra-se a equação do movimento

$$EI(x, t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - T(x, y) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - f(x, t) + \rho A dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = (34)$$

Como nossa tensão T é constaste, sua derivada será nula. Desta maneira, podemos reescrever da seguinte maneira:

$$EI(x, t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - T(x, y) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - f(x, t) + \rho A dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (35)$$

Deste modo, a equação (35), chamada equação dinâmica ou equação do movimento, considerando-se EI e T constantes ao longo do comprimento do cabo, sendo um modelo de viga de Euler-Bernoulli adicionando-se um termo de tensão axial, característico de cabos.

$$\rho A(x)w_{tt} - Tw_{xx} + [EIw_{xx}]_{xx} = 0 \quad (36)$$

Dependendo do tipo de análise dinâmica pretendida, existem duas abordagens, a abordagem modal, clássica, que requer a definição das condições de contorno do problema, ou a abordagem de propagação de ondas. Para a última, assume-se movimento harmônico no tempo e espaço, na forma da equação (24), e resolve-se a relação de dispersão para k em termos de ω .

3.3. ANÁLISE DINÂMICA

Considerando o modelo de cabo exemplificado na Figura 3-4, a equação diferencial governante para cabos não amortecidos com vibração livre:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m\ddot{w} = 0 \quad (37)$$

Em que os dois pontos na variável w denotam a segunda derivada em relação ao tempo, m a massa por comprimento, EI a rigidez flexural uniforme, L o comprimento do cabo, T a tensão, $w(x, t)$ o

deslocamento em relação a posição x e o tempo t . Como condição inicial de contorno, o cabo está simplesmente apoiado em ambas as extremidades

Em modelos ideais não-amortecidos, a resposta de ressonância irá crescer infinitamente com uma excitação contínua, mas em estruturas reais tal fato é controlado pela perda de energia dos mecanismos. Tais mecanismos variam, como amortecimento do material, atrito nos suportes, transferência de energia de vibração para outras estruturas ou fluidos etc. (FAHY AND GARDONIO, 2007) De maneira prática, o amortecimento estrutural pode ser representado matematicamente atribuindo um módulo de elasticidade complexo para o material

$$E = E(1 + j\eta) \quad (38)$$

De modo que η é denominado como fator de perda, geralmente muito menor que uma unidade. Em estruturas que não foram especialmente tratadas com amortecimento no material, usa-se o valor de 0,001 até 0,05, e em algumas estruturas o fator de perda precisa decair com a frequência. No atual modelo, consideraremos um amortecimento estrutural com fator de perda de aproximadamente 0,001.

3.4. MODELO DE PROPAGAÇÃO DE ONDA

De acordo com a equação de onda e o modelo da Figura 3-5, o campo de deslocamentos pode assumir a seguinte solução harmônica:

$$w(x, t) = ae^{i(\omega t - kx)} \quad (39)$$



Figura 3-5: Modelo de cabo simplesmente apoiado, com forçamento pontual e tensionado.

Definindo a variável a como amplitude, ω a frequência e k o número de onda. Substituindo na equação do movimento, Eq. (36), encontra-se

$$k^4 EI + k^2 T - \omega^2 m = 0 \quad (40)$$

Cabe ressaltar que k^2 demonstra a existência de duas ondas distintas na direção positiva, com número de ondas dados por

$$k_1 = \sqrt{-\frac{T}{2EI} + \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{m\omega^2}{EI}}} \quad (41)$$

$$k_2 = -\sqrt{-\frac{T}{2EI} - \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{m\omega^2}{EI}}} \quad (42)$$

Como também duas ondas distintas na direção negativa (k_3 e k_4), as quais seguem as relações $k_3 = -k_1$ e $k_4 = -k_2$. Pode-se definir uma transformação linear entre o domínio de onda, dado pelas amplitudes a , para o domínio físico de forma que tem-se os deslocamentos e forças generalizados como

$$\mathbf{q} = \Phi_{\mathbf{q}}^+ \mathbf{a}^+ + \Phi_{\mathbf{q}}^- \mathbf{a}^- \quad (43)$$

$$\mathbf{f} = \Phi_{\mathbf{f}}^+ \mathbf{a}^+ + \Phi_{\mathbf{f}}^- \mathbf{a}^- \quad (44)$$

Em que $\mathbf{a}^+ = [a_1^+ \ a_2^+]^T$ e $\mathbf{a}^- = [a_1^- \ a_2^-]^T$ são vetores com as amplitudes das ondas positivas e negativas, respectivamente, os subscritos 1 e 2 estão relacionados aos números de onda k_1 e k_2 , $\Phi_{\mathbf{q}}^+$ e $\Phi_{\mathbf{f}}^+$ são as matrizes de deslocamentos e força internas para as ondas positivas e negativas e. O campo de deslocamentos, equação (39), assume o seguinte formato

$$w(x=0, t) = a_1^+ e^{-ik_1 x} + a_1^- e^{+ik_1 x} + a_2^+ e^{-ik_2 x} + a_2^- e^{+ik_2 x} \quad (45)$$

Para o cabo modelado, pode-se definir um vetor de deslocamentos generalizados

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} w \\ \partial w / \partial x \end{bmatrix} \quad (46)$$

e um vetor de forças generalizadas

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} V \\ M \end{bmatrix} \quad (47)$$

A partir da equação (45), as matrizes de deslocamento são definidas a seguir no espaço inicial, isto é, $x=0$:

$$\Phi_{\mathbf{q}}^+ = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -ik_1 & -ik_2 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\Phi_{\mathbf{q}}^- = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ +ik_1 & +ik_2 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Da mesma maneira, as matrizes de esforços internos pode ser construída a partir das equações (45), (33) e (30), tal que

$$\Phi_{\mathbf{f}}^+ = EI \begin{bmatrix} +ik_1^3 & +ik_2^3 \\ -k_1^2 & -k_2^2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\Phi_f^- = EI \begin{bmatrix} -ik_1^3 & -ik_2^3 \\ -k_1^2 & -k_2^2 \end{bmatrix} \quad (51)$$

Qualquer condição de contorno pode ser escrita como uma equação do tipo $\mathbf{A}\mathbf{f} + \mathbf{B}\mathbf{q} = \mathbf{0}$, considerando que as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} denotam as condições de contorno do extremo esquerdo e direito, respectivamente, e os vetores \mathbf{f} e \mathbf{q} já foram anteriormente demonstradas. O atual modelo se apresenta com ambos os extremos do cabo simplesmente apoiados (deslocamento e momento nulos), acarretando em

$$\mathbf{A}\mathbf{f} + \mathbf{B}\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \partial w / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Para a construção das matrizes de reflexão, é necessário realizar a análise de cada reflexão em cada lado separadamente, isto é, reflexão para o lado esquerdo do material e para o lado direito do mesmo.

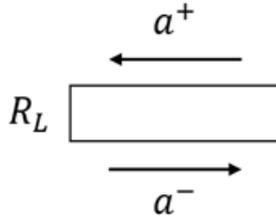


Figura 3-6: Reflexão no lado esquerdo do cabo esquerda.

Considerando o primeiro caso, figura 3-6, temos \mathbf{a}^+ e \mathbf{a}^- as amplitudes da onda antes e depois da reflexão, respectivamente, e \mathbf{R}_L o coeficiente de reflexão das amplitudes refletidas. Desse modo, podemos escrever a seguinte relação, Figura 3-6:

$$\mathbf{a}^+ = \mathbf{R}_L \mathbf{a}^- \quad (53)$$

Utilizando a equação (43) e (44), substituindo a relação (53) em ambas:

$$\mathbf{q} = (\Phi_q^+ \mathbf{R}_L + \Phi_q^-) \mathbf{a}^- \quad (54)$$

$$\mathbf{f} = (\Phi_f^+ \mathbf{R}_L + \Phi_f^-) \mathbf{a}^- \quad (55)$$

Considerando a equação linear $\mathbf{A}\mathbf{f} + \mathbf{B}\mathbf{q} = \mathbf{0}$:

$$\mathbf{A}(\Phi_f^+ \mathbf{R}_L + \Phi_f^-) \mathbf{a}^- + \mathbf{B}(\Phi_q^+ \mathbf{R}_L + \Phi_q^-) \mathbf{a}^- = \mathbf{0} \quad (56)$$

$$\mathbf{R}_L = (\mathbf{A}\Phi_f^+ + \mathbf{B}\Phi_q^+)^{-1} (-\mathbf{A}\Phi_f^- + \mathbf{B}\Phi_q^-) \quad (57)$$

De maneira análoga, a análise para o lado direito se comportará de acordo com o esquema apresentado na Figura 3-7.

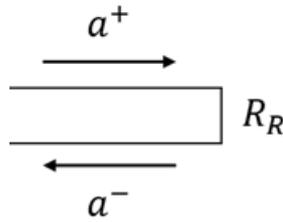


Figura 3-7: Reflexão no lado direito do cabo.

Sendo \mathbf{a}^+ e \mathbf{a}^- as amplitudes da onda antes e depois da reflexão, respectivamente, e \mathbf{R}_R coeficiente de reflexão das amplitudes refletidas para a direita. Desse modo, podemos escrever analogamente a seguinte relação:

$$\mathbf{a}^- = \mathbf{R}_R \mathbf{a}^+ \quad (58)$$

Resolvendo as equações matriciais utilizando o pacote simbólico do MATLAB, o valor das constantes \mathbf{R}_L e \mathbf{R}_R são idênticos e dados por

$$\mathbf{R}_R = \mathbf{R}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (59)$$

A modelagem seguinte é realizada com um forçamento externo em um ponto arbitrário do cabo, gerando assim ondas positivas e negativas com amplitudes \mathbf{e}^+ e \mathbf{e}^- , respectivamente, os quais podem ser calculados aplicando equação de equilíbrio no ponto de excitação, como mostrado na figura 3-8.

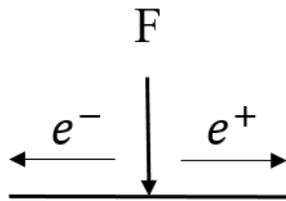


Figura 3-8: Ondas diretamente geradas por uma excitação pontual.

Considerando o ponto de excitação, aplica-se a condição de continuidade no domínio físico

$$\mathbf{q}^- = \mathbf{q}^+ \quad (60)$$

e de onda

$$\Phi_q^- \mathbf{e}^- = \Phi_q^+ \mathbf{e}^+ \quad (61)$$

e equilíbrio, no domínio físico

$$-\mathbf{f}^+ + \mathbf{f}^- = \mathbf{f} \quad (62)$$

e de onda

$$-\Phi_f^+ \mathbf{e}^+ + \Phi_f^- \mathbf{e}^- = \mathbf{f} \quad (63)$$

Pode-se escrever na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \Phi_q^+ & -\Phi_q^- \\ -\Phi_f^+ & \Phi_f^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}^+ \\ \mathbf{e}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} \quad (64)$$

Cabe ressaltar que nenhum deslocamento ou rotação são impostos no ponto de excitação, e a excitação aplicada é uma força pontual e harmônica no tempo do tipo $F e^{i\omega t}$, com momento nulo. As amplitudes de onda diretamente geradas por essa excitação são dadas por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}^+ \\ \mathbf{e}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_q^+ & -\Phi_q^- \\ -\Phi_f^+ & \Phi_f^- \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} \quad (65)$$

Por meio do pacote de manipulação simbólica do software MATLAB, o valor de \mathbf{e}^+ é idêntico a \mathbf{e}^- e dado por

$$\mathbf{e}^+ = \mathbf{e}^- = \begin{pmatrix} \frac{-iF}{2EI k_1 (k_1^2 - k_2^2)} \\ \frac{iF}{2EI k_2 (k_1^2 - k_2^2)} \end{pmatrix} \quad (66)$$

Para um número finito de ondas em um cabo de tamanho L qualquer, a amplitude de tais ondas no ponto de excitação é dada pelas ondas diretas e indiretas (refletidas). De maneira esquemática, a dinâmica é realizada na seguinte ordem:

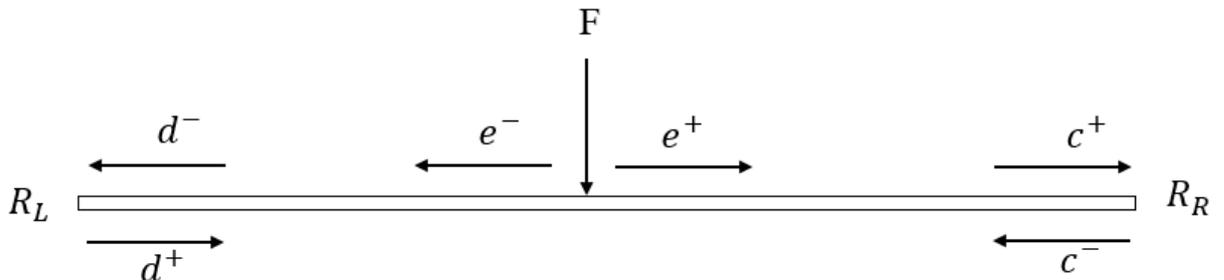


Figura 3-9: Dinâmica de propagação e reflexão das ondas.

A Figura 3-9 explicita as ondas de amplitude \mathbf{e}^- e \mathbf{e}^+ consequentes da excitação da força pontual de amplitude F em uma posição arbitrária do cabo. As amplitudes \mathbf{d}^- e \mathbf{c}^+ são características

da onda depois de uma certa distância, em regime permanente, logo antes de ocorrer a reflexão das mesmas, que então é dada por

$$\mathbf{d}^+ = \mathbf{R}_L \mathbf{d}^- \quad (67)$$

e

$$\mathbf{c}^- = \mathbf{R}_R \mathbf{c}^+ \quad (68)$$

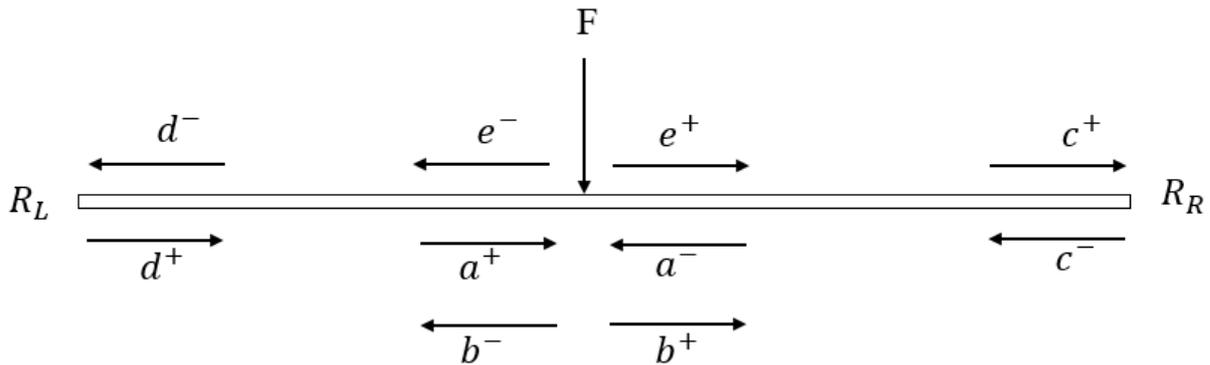


Figura 3-10: Dinâmica de propagação de ondas e flexão das ondas com sobreposição.

De maneira análoga, após um certo intervalo de tempo, as ondas refletidas se propagam ao longo da estrutura até retornam ao ponto de excitação com amplitudes \mathbf{a}^- e \mathbf{a}^+ . Deste modo, considerando o ponto de aplicação da força F , tem-se as seguintes relações, Figura 3-10:

$$\mathbf{b}^+ = \mathbf{e}^+ + \mathbf{a}^+ \quad (69)$$

$$\mathbf{a}^- = \mathbf{e}^- + \mathbf{b}^- \quad (70)$$



Figura 3-11: Mudança de amplitude dos modos de onda ao longo do cabo devido à propagação de onda.

Como exemplificado na Figura 3-11, após um intervalo de tempo, as amplitudes arbitrárias mudam de valor ao longo da propagação do cabo. Utilizando a equação (45) as seguintes equações podem ser estabelecidas, sendo o L distância entre as posições a esquerda e a direita

$$b_1^+ = e^{-ik_1L} a_1^+ \quad (71)$$

$$b_2^+ = e^{-ik_2L} a_2^+ \quad (72)$$

que pode ser escrita na forma matricial

$$\begin{bmatrix} b_1^+ \\ b_2^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1L} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^+ \\ a_2^+ \end{bmatrix} \quad (73)$$

definido uma matriz de propagação $\Lambda(x)$, tal que $\mathbf{b} = \Lambda(L)\mathbf{a}$. Cabe ressaltar que as amplitudes a e b são arbitrárias. De maneira análoga, pode-se definir as seguintes relações para as amplitudes de onda da Figura 3-10:

$$\mathbf{c}^+ = \Lambda(L - L_e)\mathbf{b}^+ \quad (74)$$

$$\mathbf{a}^+ = \Lambda(L_e)\mathbf{d}^+ \quad (75)$$

$$\mathbf{a}^- = \Lambda(L - L_e)\mathbf{c}^- \quad (76)$$

$$\mathbf{d}^- = \Lambda(L_e)\mathbf{b}^- \quad (77)$$

Aplicando essas relações com as equações (69) e (70), e as matrizes de reflexão, as amplitudes \mathbf{b}^+ e \mathbf{b}^- são dadas por

$$\mathbf{b}^+ = (\mathbf{I} - \Lambda(L_e)\mathbf{R}_L\Lambda(L_e)\Lambda(L - L_e)\mathbf{R}_R\Lambda(L - L_e))^{-1}(\Lambda(L_e)\mathbf{R}_L\Lambda(L_e)\mathbf{e}^- + \mathbf{e}^+) \quad (78)$$

$$\mathbf{b}^- = \Lambda(L - L_e)\mathbf{R}_R\Lambda(L - L_e)\mathbf{b}^+ \quad (79)$$

Essas amplitudes podem ser utilizadas junto com a transformação linear das equações para encontrar o deslocamento, rotação, força e momento na posição do forçamento. De maneira análoga, essa abordagem pode ser utilizada para encontrar essas quantidades em qualquer posição do cabo. A resposta em frequência do sistema pode ser algebricamente descrita pela primeira linha da equação abaixo

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta \end{bmatrix} = \mathbf{q} = \Phi_q^+ \mathbf{b}^+ + \Phi_q^- \mathbf{b}^- \quad (80)$$

dividida pelo forçamento do ensaio, w/f , isto é, pelo deslocamento linear do cabo.

3.5. MODELO NUMÉRICO PRELIMINAR

A Tabela 3-1 apresenta os dados utilizados em um exemplo numérico de um cabo com forçamento pontual, implementado na plataforma MATLAB:

Tabela 3-1: Valores utilizados para as propriedades de material, geometria e forçamento do exemplo numérico

Parâmetro	
Força (kN)	1
Comprimento do cabo (m)	41
Posição de excitação (m)	12.3
Força axial (kN)	15
Área da seção transversal do cabo (m ²)	3,14x10 ⁻⁷
Módulo de elasticidade (GPa)	206.8
Amortecimento estrutural	0.01
Massa específica (kg/m ³)	7830

3.6. RESULTADOS

A Figura 3-12, apresenta a parte real (azul contínua) e a parte imaginária (vermelho tracejado) do número de onda em função da frequência obtido para o cabo. É possível observar o comportamento das curvas de dispersão para os números de ondas positivos demonstrados nesse trabalho. Primeiramente, o número de onda k_1 apresenta um comportamento com parte real significativa, comprovando assim ser uma onda com parte propagante. Sua parte imaginária é muito pequena e devido ao amortecimento estrutural incluído no modelo, como também apresenta um decrescimento muito baixo, aparentando na escala plotada ser uma linha reta e no valor igual à zero. Com tal observação, nota-se que a onda consequente da combinação de um número de onda complexo demonstra uma característica propagante e com decaimento alto, como já discutido anteriormente. Já o segundo gráfico, com o número de onda k_2 , a parte imaginária se sobressai em relação a parte real, que assim se assemelha ao caso anterior imaginário, pois possui valores muito baixos e pouco decaimento. Desta forma, a onda característica do número de onda k_2 , possui um decaimento significativo, sem propagação.

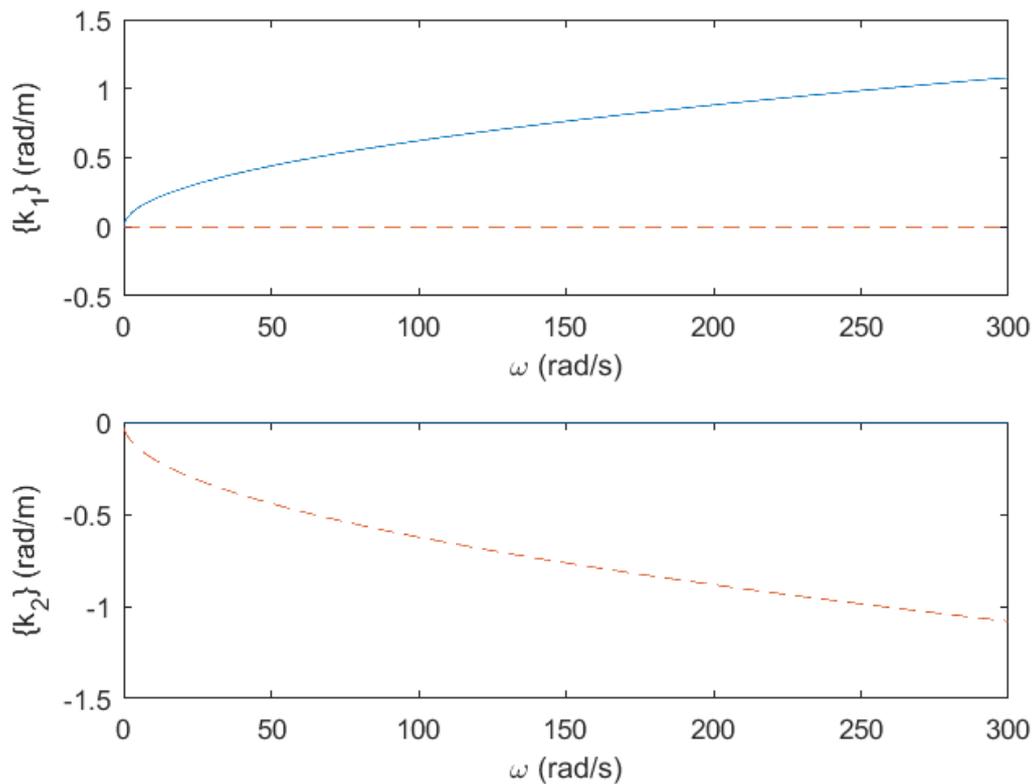


Figura 3-12: Parte real (azul contínua) e imaginária (vermelha tracejada) dos números de onda k_1 (superior) e k_2 (inferior) obtidos para o cabo.

Cabe ressaltar que a partir de ambos os gráficos é possível retirar valores importantes para a análise do comportamento da onda, uma vez que com os mesmos podemos encontrar o comprimento de onda relacionado ao número de onda e a frequência no ponto solicitado. Além do mais, a velocidade de fase pode ser encontrada com os valores de frequência e número de onda dos gráficos e a velocidade de grupo a derivada inversa das curvas plotadas, relacionando assim com a energia de propagação da parte real de cada uma delas, uma vez que a parte imaginária se classifica como uma onda não-propagante, isto é, evanescente com efeito local.

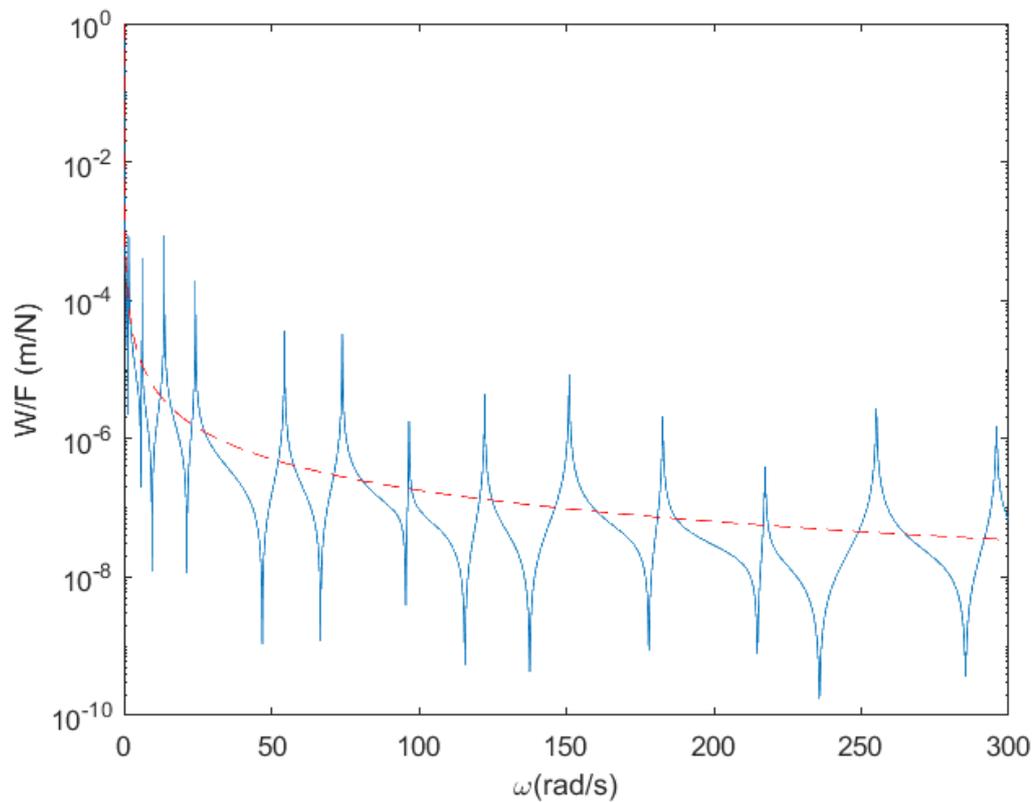


Figura 3-13: Amplitude da FRF para o cabo finito (azul contínuo) e para o cabo o infinito (vermelho tracejado) no ponto de aplicação do forçamento.

A Figura 3-13 apresenta a resposta em frequência no ponto de aplicação do forçamento, também conhecida como receptância de entrada. A interpretação da curva azul (resposta em frequência do modelo) está relacionada as amplitudes de deslocamento linear do cabo, isto é, a altura máxima e mínima do ponto de forçamento para as dadas frequências. Observa-se que os picos de máximo local dessa curva são as amplitudes nas frequências de ressonância. Existe uma frequência de ressonância para cada frequência natural do cabo. Os pontos de mínimo locais são chamados de antirressonância, ou seja, frequências de mínimo deslocamento. De maneira geral, quando maior a frequência, menor a amplitude da resposta sistema. Já a curva vermelha tracejada é a função resposta em frequência de um cabo infinito, ou seja, em que não há reflexão nos contornos e, conseqüentemente, sem ressonâncias. Assim, a amplitude da resposta no ponto de forçamento também é levemente decrescente durante toda oscilação da onda. Pode-se mostrar que essa curva é igual ao valor médio em frequência da FRF do cabo finito .

3.7. CONCLUSÕES PARCIAS

Nesta etapa, foi apresentada de maneira esquemática e detalhada a modelagem de cabos de transmissão de energia, considerando premissas dinâmicas, equação de onda governante, relações de reflexão e propagação. Essas relações foram utilizadas para se encontrar uma expressão para função resposta em frequência dada uma excitação pontual em uma posição arbitrária do cabo.

Em seguida, finalizou-se a modelagem analítica do sistema de maneira consistente e ao encontro do esperado na literatura, uma vez que números de ondas com características complexas, imaginárias e reais apresentaram-se como já esperado, função resposta em frequência com amplitudes realísticas e com comportamento teórico semelhante ao encontrado em bibliografias. A revisão teórica objetiva auxiliou a compreensão de termos específicos para o entendimento do trabalho, que por apresentar passos matemáticos complexos, embasamento teórico é imprescindível para tal. Pode-se também enfatizar o fato de que por inicialmente considerarmos cabos simplesmente apoiados, uma condição de contorno simplista, a matriz de reflexão apresentou-se como uma matriz identidade, ratificando assim uma reflexão sem perdas de amplitude, acompanhada pela propagação da onda real. Além do mais, a alta densidade modal apresentada no FRF da Figura 3-13, mostra que o cabo apresenta muitas frequências de ressonância, ou seja, uma alta densidade modal, o que pode resultar na diminuição da vida útil do cabo, uma vez que as grandes amplitudes irão realizar grandes esforços no material. Esse efeito pode ser minimizado com a utilização de absorvedores dinâmicos de vibração (ADV), que serão analisados no posteriormente neste trabalho.

4 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Nesta seção, será apresentada a metodologia da validação experimental do comportamento dinâmico de um cabo de transmissão de energia elétrica sujeito a excitações harmônicas. Essa metodologia baseia-se em uma abordagem de propagação de ondas apresentada anteriormente neste trabalho.

4.1. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia da Universidade de Brasília – LABCABOS/UnB possui estrutura física e pessoal para que os ensaios necessários para a validação do atual projeto fossem realizados. Desse modo, houve grande participação acadêmica do mesmo.

Com uma vasta opção de cabos, para o atual projeto o material escolhido foi Liga de Alumínio 1120, por sua grande aplicação na indústria e propriedades determinadas, fato importante para a análise do modelo, uma vez que tais propriedades irão influenciar nos resultados obtidos. Pode-se usar as normas NBR 16637 / NBR 7271 para maiores especificações técnicas do material.



Figura 4-1: Laboratório de Fadiga e Integridade Estrutural de Cabos Condutores de Energia da Universidade de Brasília - LABCABOS/UnB

A Tabela 4-1 apresenta os parâmetros utilizados para a realização do experimento:

Tabela 4-1 - Parâmetros experimentais do ensaio

PARÂMETROS EXPERIMENTAIS	
FORÇA AXIAL (N)	36440
MÓDULO DE ELASTICIDADE (GPa)	68
DIÂMETRO DO CABO (mm)	29.25
DENSIDADE LINEAR (kg/m)	1.38
COMPRIMENTO TOTAL (m)	40
DESLOCAMENTO TRANSVERSAL APLICADO (mm)	0.5

4.2. METODOLOGIA

De maneira esquemática, o experimento e validação do modelo seguiu a seguinte montagem, apresentada na Figura 4-2:

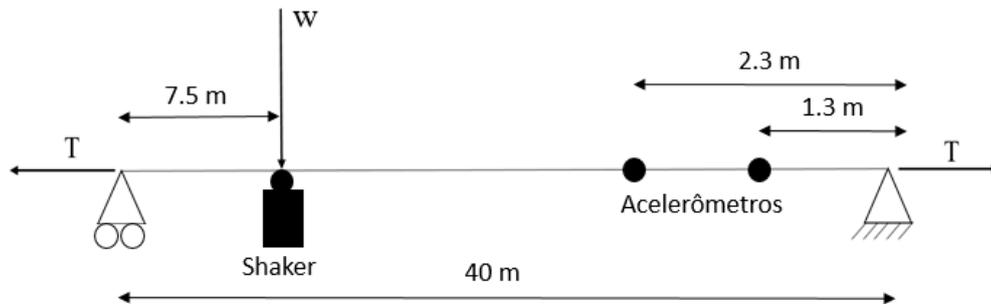


Figura 4-2: Esquema de montagem do ensaio.

- 1- Fixação do cabo nas bases móveis do laboratório, sendo do lado esquerdo (Figura 4-3) considerado uma condição de contorno de simplesmente apoiada e no lado direito (Figura 4-4) como engastado, com uma força axial de 36440 N. Cabe ressaltar que os 40 metros de cabo foram medidos a partir de cada fixação.



Figura 4-3: Fixação simplesmente apoiada na extremidade esquerda



Figura 4-4: Fixação engastada na extremidade direita.

- 2- Ajuste do cabo ao Shaker SignalForce Inertial DataPhysics V4dolt (Figura 4-5) no ponto 7.5 metros a partir da ponta esquerda do cabo, como também fixação do Acelerômetro PCB Piezotronics 208C0 SN 22195 (Figura 4-6) no cabo no ponto fixado ao shaker, uma vez que assim podemos confirmar as amplitudes geradas pelo mesmo. Cabe ressaltar que tal maquinário excita o sistema de acordo com variáveis pré-determinadas, no caso do atual laboratório, um deslocamento de 0.5 mm, e assim, o acelerômetro irá confirmar a veracidade de tal excitação.



Figura 4-5: Shaker SignalForce Inertial Shake DataPhysics V4dolt.



Figura 4-6: Fixação do Shaker e Acelerômetro ao cabo.

- 3- Fixação de mais dois acelerômetros (Figura 4-7) ao cabo com 1 metro de distância entre ambos, sendo o primeiro com distância de 1.33 metros a partir da ponta direita do cabo. Tal sensor é do mesmo fabricante do acelerômetro aplicado no ponto do Shaker, e será a fonte de dados de saída, sendo assim o ponto que iremos coletar informações para validar o modelo.



Figura 4-7: Fixação do acelerômetro ao cabo utilizando cera de abelha.

4.3. ENSAIO

De maneira sucinta, a logística do experimento segue a seguinte ideia: o shaker irá excitar o cabo, que no modelo original apresentado seria o forçamento unitário. Por características do próprio laboratório, maquinários e softwares, o cabo não foi sujeito a um forçamento prescrito, mas a um deslocamento transversal prescrito de módulo 0.5 mm. Por conta de tal adequação, o modelo foi adaptado sem perdas de validação, uma vez que são formas análogas de se excitar o cabo. Ademais, as frequências naturais e de ressonância são as mesmas nos dois casos. Para tal adaptação, as equações (46) e (47) foram modificadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{q} = \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right] \text{ com } w = 0.5 \quad (81)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} V \\ M \end{bmatrix} = 0 \quad (82)$$

O software de análise de dados é o ShakerControl Lynx AqAnalysis, em que por meio do mesmo o shaker irá iniciar a excitação e o acelerômetro instalado no cabo irá coletar dados de deslocamento resposta do sistema. Em tal software é possível controlar o deslocamento e frequência de excitação (0.5 mm e 5-50 hz, respectivamente), e como dados de saída o deslocamento real do cabo. Para o atual modelo, tais informações já são suficientes para a sua validação.

Cabe ressaltar que no caso do experimento, o local de aquisição de dados é diferente do local de excitação do cabo, deste modo as equações de propagação também deverão ser adaptadas. Sendo \mathbf{c}^+ e \mathbf{c}^- as amplitudes das ondas resultantes no ponto de resposta, e L_2 e L_1 as distâncias entre a excitação e o ponto de aquisição de dados e do ponto de aquisição até o extremo direito, respectivamente. Dessa maneira:

$$\mathbf{c}^+ = \Lambda(L_2)\mathbf{b}^+ \quad (83)$$

$$\mathbf{c}^- = \Lambda(L_1)\mathbf{R}_R\Lambda(L_1)\mathbf{c}^+ \quad (84)$$

No ensaio, um extremo é considerado engastado e o outro lado é considerado apoiado. Entretanto, essas condições podem não ser atendidas em altas frequências e uma nova abordagem é necessário mas muitas vezes não é suficiente considerar um apoio puro, pois pode haver algum tipo de movimentação não planejada em tal posição. Desta forma, considera-se uma mola com constante K_L com módulo igual 10.000, valor encontrado numericamente para validar o modelo. As novas condições de contorno são apresentadas a seguir.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (85)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & K_L \end{bmatrix} \quad (86)$$

Para a implementação por meio do software MATLAB, partiu-se do mesmo código que o modelo numérico realizado na primeira etapa deste projeto, com as adaptações mencionadas e novas condições de contorno.

4.4. RESULTADOS

Plotando os gráficos com curva experimental e numérica, de acordo com a equação (80), obtivemos como resultado a resposta em frequência do cabo, de acordo com gráficos apresentados nas figuras 4-8 a 4-9

É possível notar que as frequências naturais experimentais e numéricas do sistema são próximas e em alguns pontos até mesmo equivalentes nos pontos de frequências mais baixas nas Fig. 4-7 e 4-8. Deste modo, o modelo está apto a definir o comportamento, ou seja, as primeiras frequências naturais de cabos por meio de propriedades físicas e geométricas do mesmo, não necessitando assim de ensaios experimentais para definir tais frequências. Cabe também comentar que os gráficos plotados são de duas posições diferentes dos acelerômetros, o que apenas varia os valores das distâncias L_1 e L_2 , e os resultados se mantiveram positivos, uma vez que as frequências naturais também são congruentes, confirmando assim a versatilidade da aplicação da modelagem criada.

Para ratificar os resultados pode-se embasar no fato de que a teoria de Euler Bernoulli, a qual foi utilizada para aplicar a modelagem, é válida até números de ondas normalizados menores que 0.1, de acordo com a equação a seguir (GRAFF, K.F, 2012):

$$\bar{\gamma} = \frac{\alpha\gamma}{2\pi} \quad (87)$$

Em que α representa o raio do cabo em vigor e γ o número de onda. Substituindo o raio e o valor limite do número de onda normalizado, encontra-se um número de onda muito grande, caracterizando assim a validação da modelagem para altas frequências. Toda via, para justificar a não equivalência das frequências naturais em altas frequências, podemos relacionar com condições de contorno consideradas estáticas, sendo que podem ser dinâmicas a partir de um certo valor de frequência, alterando assim o resultado do modelo. Deste modo, o uso da mola no contorno apoiado não foi suficiente para aproximar do comportamento real na extremidade.

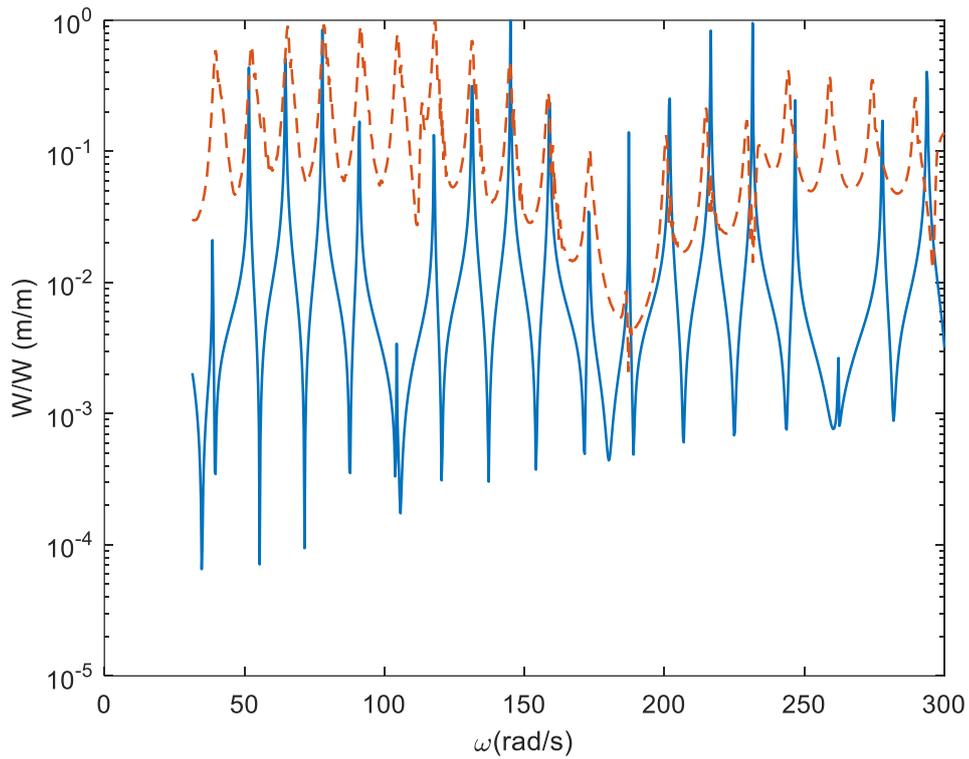


Figura 4-8: Resposta em frequência do cabo para o primeiro acelerômetro, sendo a linha contínua o modelo teórico e a tracejada a experimental.

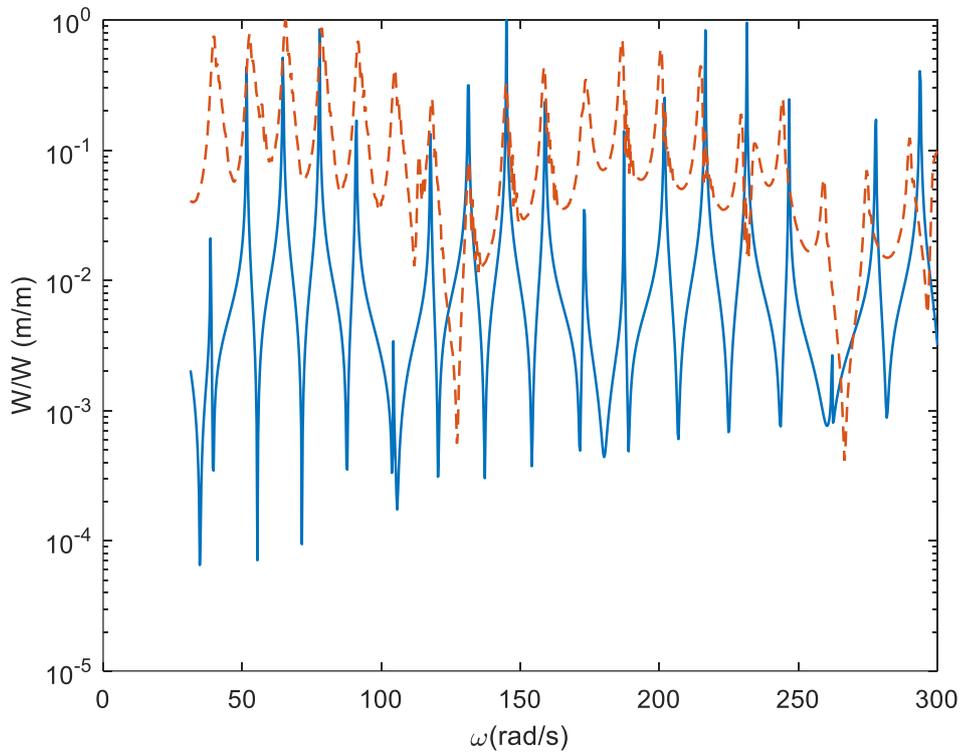


Figura 4-9: Resposta em frequência do cabo para o segundo acelerômetro, sendo a linha contínua o modelo teórico e a tracejada a experimental.

Analisando as curvas de dispersão Fig. 4-10, pode-se concluir que o alto valor de tensão axial empregado no ensaio do cabo aproximou o modelo para um comportamento não dispersivo, típico de cordas, o que está representado pelo reta inclinada k_1 real. A parte imaginária de k_2 é consideravelmente grande e mostra que esse modo de onda decai rapidamente. Ou seja, na prática é razoável assumir que o cabo apresenta somente uma onda propagante, com número de onda k_1 e negligenciar o segundo modo de onda, com número de onda k_2 . Lembrando que cordas consideram apenas a tensão axial em sua modelagem, já o cabo seria combinação de corda mais vigas.

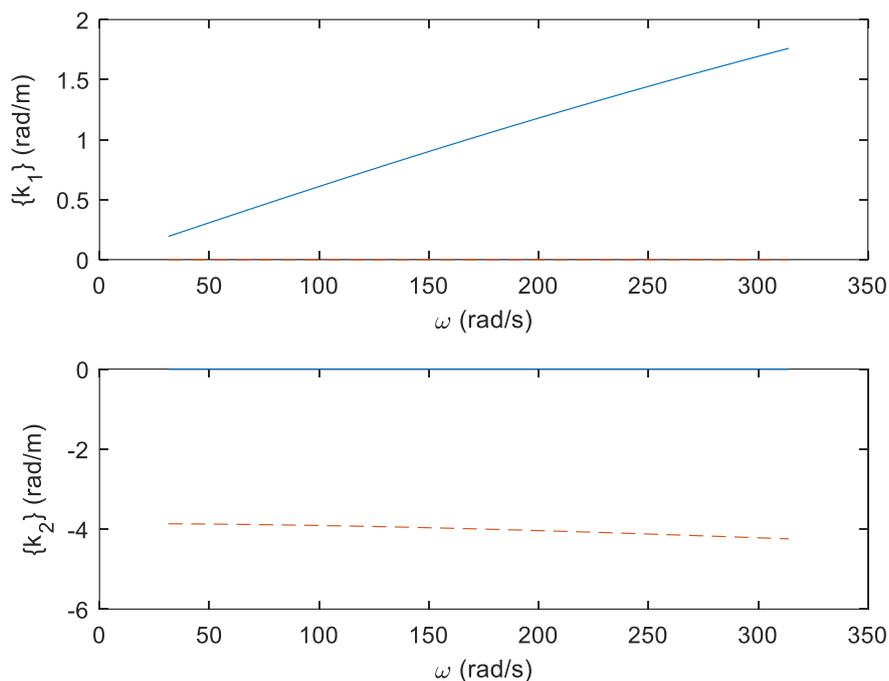


Figura 4-10: Curva de dispersão do sistema, curva azul contínua sendo a real e a imaginária em vermelho tracejado.

4.5. CONCLUSÕES PARCIAIS

O modelo sugerido neste projeto é validado experimentalmente, através de uma comparação dos picos de ressonância dos resultados numéricos e experimentais. As 15 primeiras frequências naturais experimentais foram equivalentes às mesmas frequências no modelo numérico, confirmando assim a veracidade da modelagem. Tal conclusão pode ser aferida para aquisições de dados no mesmo local ou não da excitação, mostrando a versatilidade da solução sugerida. Já para altas frequências, o modelo baseado na teoria de Euler Bernoulli é válido, o que já era esperado, uma vez que na literatura tal teoria é válida para números de onda normalizados menores que 0.1, o que foi ratificado no experimento. Porém, por complexidade de condições de contorno a congruência de frequências não foi possível, abrindo assim um campo de estudos consequentes. No próximo capítulo será apresentada a formulação para emprego de absorvedores dinâmicos no sistema, de modo que auxilie a absorção de frequências as quais podem levar o dano do cabo, ou até mesmo sua ruptura

5 ADIÇÃO DE ABSORVEDOR DINÂMICO

De maneira adicional ao projeto buscando aproximar o atual modelo a realidade e meio industrial, neste capítulo será apresentada a modelagem do sistema com a adição de absorvedor dinâmico.

5.1. ABSORVEDOR DINÂMICO

Absorvedores dinâmicos são mecanismos utilizados para absorver excitações em estruturas vibrantes, diminuindo assim sua amplitude.

Se as condições de vento predominantes ocorrem de tal forma que ocasione vibrações excessivas nos cabos condutores, alguma forma de prevenção deve ser investigada. Os absorvedores devem ser selecionados com base nas frequências em que se espera encontrar nas linhas de transmissão. Essa análise deve ser feita corretamente, pois um amortecedor localizado de forma inadequada pode afetar a capacidade do amortecedor para suprimir os efeitos nocivos da vibração eólica (MIRANDA, THIAGO, 2017).

A utilização de absorvedores dinâmicos de vibração apresenta algumas características limitantes, tais como atuarem apenas na sua frequência de absorção e um bom rendimento requer um conhecimento detalhado das condições de vento do terreno e das características de dissipação do absorvedor. Assim, para outras bandas de frequências, o ADV não apresenta um bom desempenho para atenuação de vibrações ou até mesmo pode aumentar a amplitude de vibração. Cabe ressaltar que no atual projeto utiliza-se um ressonador de força com massa 1kg e frequência de absorção de 70 rad/s.



Figura 5-1: Exemplo de absorvedor dinâmico 6071513 FARGO, (www.hubbell.com)

5.2. MODELAGEM PARA ABSORVEDORES

De maneira análoga a modelagem descrita no começo deste trabalho, pode-se definir uma transformação linear entre o domínio de onda, dado pelas amplitudes \mathbf{a} e \mathbf{b} , para o domínio físico, de forma que se tem os deslocamentos e forças generalizadas como:

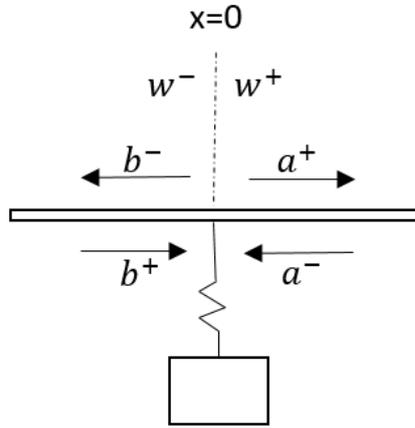


Figura 5-2: Esquemático da dinâmica das ondas com a aplicação de um absorvedor dinâmico.

$$\mathbf{w}^+ = \boldsymbol{\phi}_q^+ \mathbf{a}^+ + \boldsymbol{\phi}_q^- \mathbf{a}^- \quad (88)$$

$$\mathbf{w}^- = \boldsymbol{\phi}_q^+ \mathbf{b}^+ + \boldsymbol{\phi}_q^- \mathbf{b}^- \quad (89)$$

$$\mathbf{f}^+ = \boldsymbol{\phi}_f^+ \mathbf{a}^+ + \boldsymbol{\phi}_f^- \mathbf{a}^- \quad (90)$$

$$\mathbf{f}^- = \boldsymbol{\phi}_f^+ \mathbf{b}^+ + \boldsymbol{\phi}_f^- \mathbf{b}^- \quad (91)$$

O absorvedor dinâmico se comporta como uma barreira para a propagação da onda em determinada banda de frequência. Assim, é necessário introduzir uma matriz \mathbf{t} de transmissão, sendo essa característica da onda que continuará a se propagar após colidir com o mecanismo, e uma matriz \mathbf{r} de reflexão. Pensando de maneira didática, uma onda ao encontrar uma limitação física, ou descontinuidade, irá se dividir em uma parte a qual consegue vencer tal obstáculo e continua a sua propagação, sendo essa uma onda transmitida, e outra que irá refletir, como já visto anteriormente, sendo assim uma onda refletida. De maneira geral, as matrizes de transmissão e reflexão são diferentes para o caso da onda incidente na direita ou na esquerda da descontinuidade. Logo, podemos escrever as seguintes equações, relacionando as amplitudes das ondas de incidentes \mathbf{a}^- e \mathbf{b}^+ com as amplitudes das ondas de saída \mathbf{a}^+ e \mathbf{b}^- :

$$\mathbf{a}^+ = \mathbf{r}^+ \mathbf{a}^- + \mathbf{t}^+ \mathbf{b}^+ \quad (92)$$

$$\mathbf{b}^- = \mathbf{t}^- \mathbf{a}^- + \mathbf{r}^- \mathbf{b}^+ \quad (93)$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}^+ \\ \mathbf{b}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}^+ & \mathbf{t}^+ \\ \mathbf{t}^- & \mathbf{r}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^- \\ \mathbf{b}^+ \end{bmatrix} \quad (94)$$

Aplica-se a condição de continuidade no domínio físico, de acordo com o esquema da Figura 5-3., tem-se:

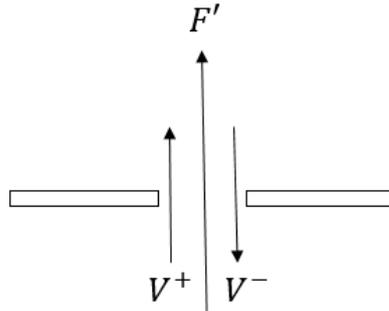


Figura 5-3: Equilíbrio e continuidade no ponto de aplicação do absorvedor dinâmico.

$$\mathbf{w}^+ = \mathbf{w}^- \quad (95)$$

$$\theta^+ = \theta^- \quad (96)$$

$$V^- = V^+ - F' \quad (97)$$

$$\mathbf{M}^+ = \mathbf{M}^- \quad (98)$$

Além do mais, pode-se analisar a dinâmica do absorvedor como uma excitação de base, Figura 5-4, apresentando assim as equações seguintes:

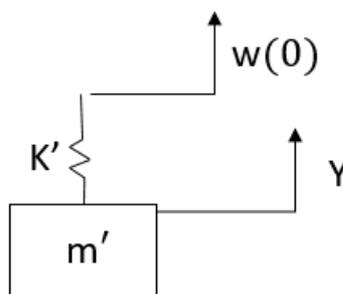


Figura 5-4: Esquema da dinâmica do absorvedor dinâmico.

$$m' \ddot{y} + K'[y - w(0)] = 0 \quad (99)$$

$$F' = K'[y - w(0)] \quad (100)$$

Considerando $\ddot{y} = \omega^2 y$:

$$(-m'\omega^2 + K')y = K'w(0) \quad (101)$$

$$y = \frac{K'w(0)}{K' - m'\omega} \quad (102)$$

Dividindo a equação (102) por m' e definindo

$$\omega'^2 = \frac{K'}{m'} \quad (103)$$

$$\Omega'^2 = \frac{\omega^2}{\omega'^2} \quad (104)$$

encontra-se (105)

$$y = \frac{\omega'^2}{\omega'^2 - \omega} w(0) \quad (105)$$

$$y = \frac{1}{1 - \Omega'^2} w(0) \quad (106)$$

$$F' = K' \left[\frac{1}{1 - \Omega'^2} w(0) - w(0) \right] \quad (107)$$

$$F' = \frac{K'\Omega'^2}{1 - \Omega'^2} w(0) \quad (108)$$

sendo ω' a frequência do ressonador, ω a frequência de excitação do sistema e Ω' a razão de frequências. Logo, pode-se reescrever as equações de continuidade na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{w}^- \\ \boldsymbol{\theta}^- \\ \mathbf{V}^- \\ \mathbf{M}^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K'\Omega'^2}{1-\Omega'^2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w}^+ \\ \boldsymbol{\theta}^+ \\ \mathbf{V}^+ \\ \mathbf{M}^+ \end{Bmatrix} \quad (109)$$

De maneira simplificada:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{w}^- \\ \boldsymbol{\theta}^- \\ \mathbf{V}^- \\ \mathbf{M}^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w}^+ \\ \boldsymbol{\theta}^+ \\ \mathbf{V}^+ \\ \mathbf{M}^+ \end{Bmatrix} \quad (110)$$

onde

$$\delta_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (111)$$

$$\delta_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$\delta_{21} = \begin{bmatrix} \frac{K'\Omega'^2}{1-\Omega'^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$\delta_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (114)$$

Para fechar a formulação, a matriz de reflexão e de transmissão do sistema é apresentada como (ZHANG, 2018):

$$\begin{bmatrix} r^+ & t^+ \\ t^- & r^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_q^- & -(\delta_{11}\Phi_q^+ + \delta_{12}\Phi_f^+) \\ \Phi_f^- & -(\delta_{21}\Phi_q^+ + \delta_{22}\Phi_f^+) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\Phi_q^+ & -(\delta_{11}\Phi_q^- + \delta_{12}\Phi_f^-) \\ -\Phi_f^+ & -(\delta_{21}\Phi_q^- + \delta_{22}\Phi_f^-) \end{bmatrix} \quad (115)$$

Interpretando a Figura 5-5 e utilizando o ponto de fixação do absorvedor como referencial para os cálculos, podemos definir uma nova matriz de reflexão efetivo \mathbf{R}_{LEF} , isto é, um valor de coeficiente que seja equivalente caso o ADV fosse um novo contorno, de modo que simplifique o problema. Logo, seria como imaginar que a estrutura terminasse exatamente no absorvedor, sendo assim uma distância denominada L_a . Cabe ressaltar as distâncias L_e e L , sendo a primeira desde o extremo esquerdo até o forçamento, e o segundo o comprimento total do cabo em análise serão consideradas na problemática. De maneira análoga a modelagem de propagação já realizada nesse projeto, podemos inferir:

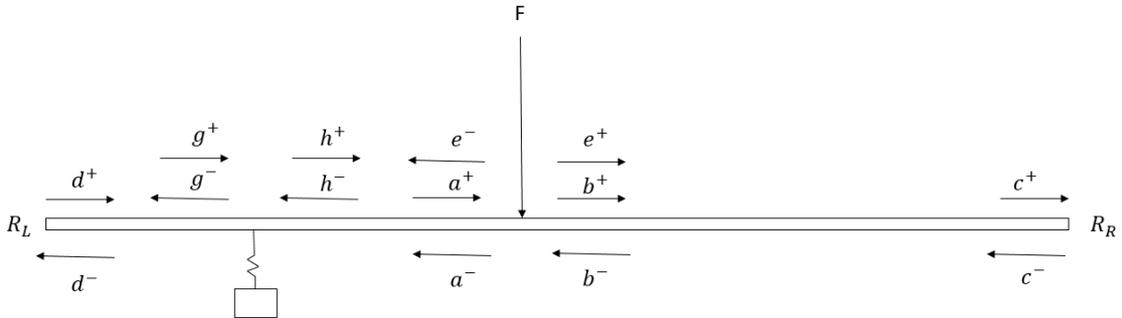


Figura 5-5: Esquema da propagação, reflexão e transmissão da onda com a utilização de um absorvedor dinâmico.

$$\mathbf{h}^+ = \mathbf{R}_{LEF}\mathbf{h}^- \quad (116)$$

$$\mathbf{h}^+ = \mathbf{r}^+ \mathbf{h}^- + \mathbf{t}^+ \mathbf{g}^+ \quad (117)$$

$$\mathbf{g}^- = \mathbf{t}^- \mathbf{h}^- + \mathbf{r}^- \mathbf{g}^+ \quad (118)$$

Substituindo as matrizes de propagação e seus comprimentos respectivos:

$$\mathbf{g}^+ = (\mathbf{I} - \Lambda(L_e) \mathbf{R}_L \Lambda(L_e) \mathbf{r}^-)^{-1} (\Lambda(L_e) \mathbf{R}_L \Lambda(L_e) \mathbf{t}^- \mathbf{h}^-) \quad (119)$$

$$\mathbf{h}^+ = (\mathbf{r}^+ + \mathbf{t}^+ (\mathbf{I} - \Lambda(L_e) \mathbf{R}_L \Lambda(L_e) \mathbf{r}^-)^{-1} (\Lambda(L_e) \mathbf{R}_L \Lambda(L_e) \mathbf{t}^-) \mathbf{h}^-) \quad (120)$$

$$\mathbf{h}^- = (\Lambda(L_e - L_a) \mathbf{b}^-) \quad (121)$$

Logo, encontra-se o valor de R_{LEF} :

$$\mathbf{R}_{LEF} = (\mathbf{r}^+ + \mathbf{t}^+ (\mathbf{I} - \Lambda(L_e) \mathbf{R}_L \Lambda(L_e) \mathbf{r}^-)^{-1} (\Lambda(L_e) \mathbf{R}_L \Lambda(L_e) \mathbf{t}^-) \quad (122)$$

Deste modo, podemos utilizar a diretamente equação (116) para calcular a resposta em frequência do sistema.

5.3. RESULTADOS

Analisando a Figura 5-6, é possível notar que na frequência de absorção do ressonador a amplitude do sistema está próxima de zero, isto é, o mecanismo empregado absorveu a excitação na frequência de 70 rad/s, como esperado. Cabe ressaltar que o absorver só é considerado na análise quando a frequência de excitação do sistema é igual a frequência do ressonador. Quando isso não ocorre, o sistema se comporta normalmente, o que pode ser notado na figura, uma vez que para outras frequências a amplitude de resposta não se alterou significativamente quando comparado com a estrutura sem ADV.

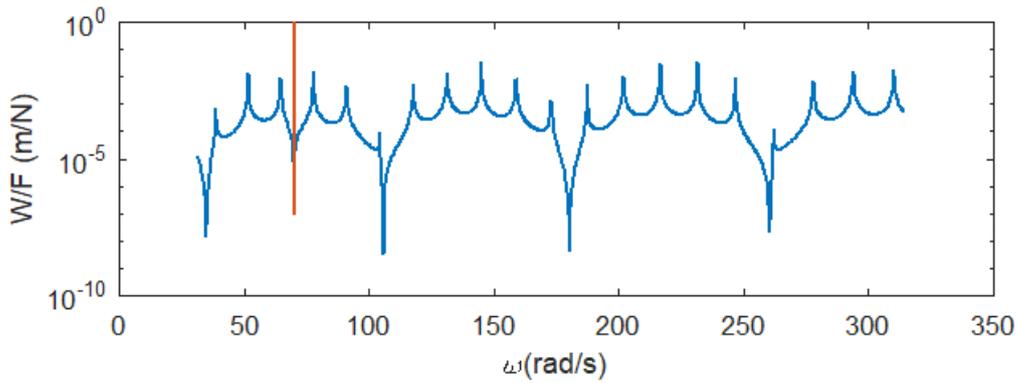


Figura 5-6: Resposta em frequência no ponto de aplicação do absorvedor dinâmico.

A Figura 5-7 apresenta os coeficientes de transmissão e reflexão do sistema em função da frequência. Como já mencionado anteriormente, a existência de um obstáculo, no caso o absorvedor, gera uma transmissão e reflexão na onda propagante do sistema. Cabe assim determinar qual será a proporção para cada definição. Note que a amplitude do coeficiente de reflexão tende a 1 na frequência de ressonância do ADV, enquanto a amplitude do coeficiente de transmissão tende a zero. Tais características são esperadas, uma vez que podemos analisar o ressonador como uma impedância. Isto é, quando o sistema é excitado na frequência do absorvedor, o ADV terá uma impedância infinita, refletindo a maior parte ou totalidade da onda incidente, impedido a mesma de continuar sua propagação. Um detalhe importante é que a raiz da soma do coeficiente de reflexão ao quadrado e coeficiente de transmissão ao quadrado totaliza em 1, o que está representado pela linha total tracejada na figura, representando a totalidade dos coeficientes.

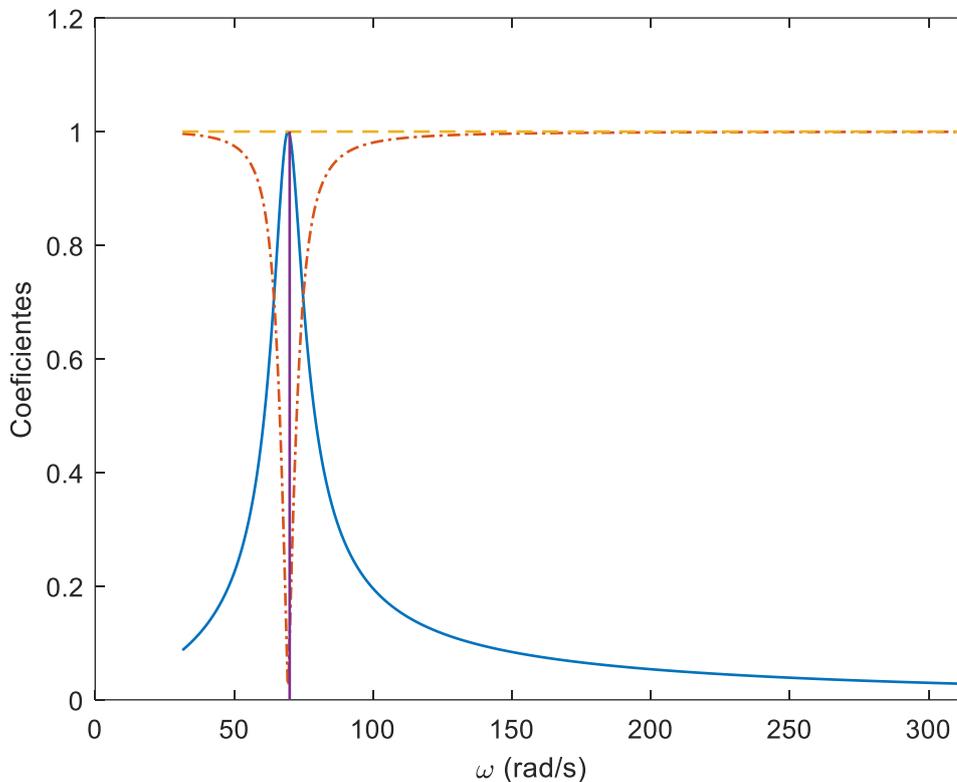


Figura 5-7: Coeficientes de transmissão, reflexão e total, vermelho traço-ponto, azul linha contínua e amarelo tracejado, respectivamente.

5.4. CONCLUSÕES PARCIAS

Neste capítulo foi apresentada a modelagem de propagação de onda com a aplicação de absorvedor dinâmico. O mesmo é utilizado para que absorva a excitação do sistema em frequências as quais o mesmo poderá sofrer algum dano, sendo assim uma opção de segurança para o cabo. É possível confirmar que o resultado da sua aplicação vai ao encontro do esperado, amplitudes baixíssimas e coeficientes de reflexão e transmissão com valores próximos de 1 e zero, respectivamente. Logo, o

absorvedor reflete a grande parte da onda propagante, impedindo que a mesma continue sua propagação, podendo levar a falha do cabo em vigor.

6 CONCLUSÃO:

Linhas de transmissão de energia são empregadas vastamente pelo país, e sua ruptura ou dano pode causar problemáticas tanto para a população a qual depende da energia distribuída pela mesma, como também suas centrais de distribuição. Dessa maneira, a motivação desse trabalho foi a análise de vibração em cabos, que poderá auxiliar prever e evitar falhas no mesmo.

De maneira inicial, neste projeto foi apresentada uma base teórica fundamental das ferramentas as quais foram utilizadas, como definição do movimento do cabo, sendo este uma vibração eólica, como também definição de variáveis importantes como modo de onda, sendo esta a variação espacial da onda e relacionada a curva de dispersão, número de onda velocidades de fase e de grupo, o primeiro relacionado a velocidade de propagação da mesma e a segunda transmissão de energia. Deste modo, foi possível realizar a modelagem de cabos de transmissão de energia, considerando premissas dinâmicas newtonianas, solução D'Alembert e transformada de Fourier, ferramentas necessárias para encontrar a equação do movimento. Logo, foi possível a realização da análise dinâmica do sistema.

Apresentou-se uma formulação do modelo baseado em propagação de ondas, que utiliza número e modos de onda anteriormente definidos, para determinar a uma função resposta em frequência, i.e., a resposta da estrutura dada uma excitação pontual e harmônica.

Um ensaio experimental foi realizado para validar os resultados encontrados numericamente. Foi observada uma excelente concordância dos picos de ressonância experimental com os resultados numéricos para os 15 primeiros modos de vibrar. Mostrou-se que teoria de Euler-Bernoulli, utilizada no modelo do cabo é adequada dentro da faixa de frequência em análise. Então, é necessária uma identificação dos parâmetros geométricos e de material do cabo. Além do mais, espera-se uma discrepância em altas frequências por considerar-se que as condições de contorno são estáticas, sendo que para altas frequência pode haver uma movimentação não planejada, ocasionando na divergência de resultados. Para contorná-los, sugere-se o emprego de condições dinâmicas mais precisas de contorno, além do que já foi considerado ao empregar a mola no extremo apoiado.

Por fim, para aproximar o projeto de situações reais de aplicação, apresentou-se uma metodologia de modelagem do absorvedor dinâmico em termos de matrizes de reflexão e transmissão, o qual pode ser analogamente comparado a uma impedância para a onda propagante em uma certa frequência, refletindo assim a maior ou totalidade da mesma. Na frequência de absorção do absorvedor a amplitude do coeficiente de transmissão da onda foi próxima de zero, o que vai é esperado, e para outras frequências foi próximo de 1, ou seja, transmissão total. Muito embora a metodologia tenha sido empregada para a descrição do comportamento dinâmico de ADV, que são tipicamente utilizados, essa nova abordagem, distinta da abordagem modal classicamente utilizada, pode ser empregada em outros dispositivos de controle de vibrações e abre caminhos para novas formas de análise e soluções inovadoras.

REFERÊNCIAS:

- ANEEL, Agência Nacional de Energia Elétrica, www.aneel.gov.br, acesso em 20/06/2011.
- NASCIMENTO, A. M., CARLOS, *Modelagem numérica de vibrações em cabos de transmissão de energia elétrica*, Projeto de Graduação, Universidade de Brasília, 2011.
- CIDADE VERDE, www.cidadeverde.com.br, acesso em 15/10/2017.
- GLOBO, G1, www.g1.globo.com, acesso em 15/10/2017.
- FUCHS, R. D. E ALMEIDA, M. T. , *Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão*, Editora Edgard Blucher Ltda, 2ª Edição, São Paulo, 1992.
- NBR 5118, *Fios de alumínio 1350 nus, de seção circular, para fins elétricos*, Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, 2007.
- NBR 5422, *Projeto de Linhas Aéreas de Transmissão de Energia Elétrica*, Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, 1985.
- NBR 6756, *Fios de aço zincados para alma de cabos de alumínio e alumínio-liga – Especificação*, Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, 2007.
- CARVALHO, HERMES, *Avaliação dos efeitos do vento em linhas de transmissão*, Tese (doutorado), Escola de Engenharia Universidade Federal de Minas Gerais, 2015.
- MONK, P.E. *Structural Failure of Transmission Towers Under high Wind Loads*, Dissertação de mestrado. University of Canterbury, New Zealand, 1980.
- RIPPEL, L.I. *Estudo em túnel de vento para arrasto aerodinâmico sobre torres treliçadas de linhas de transmissão*, Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós- Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.
- BLESSMANN, JOAQUIM. *Acidentes causados pelo Vento*. 4. ed. Porto Alegre: Ed. Universidade, UFRGS, 2001.
- KLEIN, T. *Estudo em túnel de vento das características aerodinâmicas de torres metálicas treliçadas*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.
- SACHS, P. *Wind forces in engineering*. 2. ed. New York: Pergamon Press, 1978.
- LOREDO-SOUZA, A.M. *The Behaviour of Transmission Lines Under High Winds*, Tese de Doutorado. Faculty of Engineering Science Department of Civil Engineering, The University of Western Ontario, Ontário, 1996.
- FAHY, F.J., AND GARDONIO, P. *Sound and Structural Vibration*, Second Edition: Radiation, Transmission and Response (Amsterdam ; Boston: Academic Press),2007.
- GRAFF, K.F. *Wave Motion in Elastic Solids* (Dover Publications), 2012
- HAGEDORN, P., AND DASGUPTA, A. *Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems* (Chichester: Wiley), 2007.

ZHONG, MIN, *Dynamic Analysis of cables with variable flexural rigidity*, University of Hawaii, 2003.

MIRANDA, THIAGO, Influência do parâmetro H/w sobre o autoamortecimento de cabos condutores de energia, Tese (Mestrado), Universidade de Brasília – UnB, 2017.

ZHANG, BING. Identifying joints from measured reflection coefficients in beam-like structures with application to a pipe support, 2018.

ACELERÔMETRO PCB PIEZOTRONICS 208C0 SN, <http://www.pcb.com/>, acesso em 11/06/2018.

SHAKER SIGNALFORCE INERTIAL SHAKE DATAPHYSICS V4DOLT, <http://www.dataphysics.com>, acesso em 11/06/2018.

H.M. EL-KHATIB, B.R. MACE, M.J. BRENNAN, Suppression of bending waves in a beam using a tuned vibration absorber, *Journal of Sound and Vibration*, 2005.

ABSORVEDOR DINÂMICO INDUSTRIAL 6071513 FARGO, www.hubbell.com , acesso em 14/06/2018

APÊNDICE:

Rotina relativa ao modelo de propagação do exemplo numérico, seção 3.5:

```
6 clc; clear all; close all;
7
8
9 T = 15000;
10 E = 206.8e9*(1 + 0.001i);
11 d = 2*10e-2;
12 I = pi*d^4/64;
13 Ar = pi*d^2/4;
14 rho = 7830;
15 L = 41;
16 F = 1;
17
18 w = 0:0.05:300;
19
20 k1 = sqrt(-T/(2*E*I) + sqrt((T/(2*E*I)).^2 +
    rho*Ar*w.^2/(E*I)));
21 k2 = -sqrt(-T/(2*E*I) - sqrt((T/(2*E*I)).^2 +
    rho*Ar*w.^2/(E*I)));
22
23 figure;
24 subplot(211)
25 plot(w,real(k1),w,imag(k1),'--')
26 xlabel('\omega (rad/s)');
27 ylabel('\{k_1\} (rad/m)');
28
29 subplot(212)
30 plot(w,real(k2),w,imag(k2),'--')
31 xlabel('\omega (rad/s)');
32 ylabel('\{k_2\} (rad/m)');
33
34
35 f = [F 0];
36
37
38
39 syms k1 k2 E I KL e1 e2 F V M
40
41 A = [0 0;0 1];
42 B = [1 0;0 0];
43
44 phi_q_1 = [1 1; -i*k1 -i*k2]; %positivo
45 phi_q_2 = [1 1; i*k1 i*k2]; %negativo
46
47 phi_f_1 = E*I*[i*k1^3 i*k2^3; k1^2 k2^2];
```

```

48 phi_f_2 = E*I*[-i*k1^3 -i*k2^3; -k1^2 -k2^2];
49
50 rr = (-A*phi_f_2 + B*phi_q_2)/(A*phi_f_1 + B*phi_q_1);
51 phi = [1 1 -1 -1; -i*k1 -i*k2 -i*k1 -i*k2; E*I*i*k1^3
        E*I*i*k2^3 +E*I*i*k1^3 +E*I*i*k2^3; -k1^2 -k2^2 +k1^2
        +k2^2];
52 phis = inv(phi);
53
54 phi1 = phis(1:2,1:2);
55 phi2 = phis(1:2,3:4);
56 phi3 = phis(3:4,1:2);
57 phi4 = phis(3:4,3:4);
58 F = [F; 0];
59 e1 = phi2*F
60 e2 = phi4*F
61
62
63
64
65
66
67 L = 41;
68 Le = 0.3*L;
69 res = zeros(length(k1),1);
70 for n = 1:length(k1)
71 q1 = [(F*i)./(2*E*I*(- k1(n).^3 +
        k1(n).*k2(n).^2)); (F*i)./(2*E*I*(k1(n).^2.*k2(n) -
        k2(n).^3))];
72 q2 = q1;
73
74 lamb_Le = [exp(-i*k1(n)*Le) 0; 0 exp(-i*k2(n)*Le)];
75 lamb_LeL = [exp(-i*k1(n)*(L - Le)) 0; 0 exp(-i*k2(n)*(L
        - Le))];
76 lamb_L = [exp(-i*k1(n)*(L)) 0; 0 exp(-i*k2(n)*(L))];
77
78 rr = eye(2);
79 rl = rr;
80
81 phiq1 = [1 1; -1i*k1(n) -1i*k2(n)];
82 phiq2 = [1 1; 1i*k1(n) 1i*k2(n)];
83
84
85 b1 = (eye(2) -
        lamb_Le*rl*lamb_L*rr*lamb_LeL)\(lamb_Le*rl*lamb_Le*q2 +
        q1);
86 b2 = lamb_LeL*rr*lamb_LeL*b1;
87
88 res1(2*n-1:2*n,1) = b1(1:2,1);

```

```

89 res2(2*n-1:2*n,1) = b2(1:2,1
90
91 phiq11(2*n-1:2*n,1:2) = phiq1(1:2,1:2);
92 phiq22(2*n-1:2*n,1:2) = phiq2(1:2,1:2);
93
94 u(2*n-1:2*n,1) = phiq11(2*n-1:2*n,1:2)*res1(2*n-
    1:2*n,1) + phiq22(2*n-1:2*n,1:2)*res2(2*n-1:2*n,1);
95 u(2*n-1:2*n,1) = phiq1*b1 + phiq2*b2;
96
97 ue(2*n-1:2*n,1) = phiq1*q1 + phiq2*q2;
98
99 end
100
101
102 for n = 1:length(u)/2
103     u1(n) = u(2*n - 1,1);
104     ule(n) = ue(2*n - 1,1);
105 end
106
107 figure;
108 semilogy((w),abs(u1),(w),abs(ule),'--r') %SEMILOG
109 xlabel('\omega (rad/s)');
110 ylabel('W/F (m/N)')
111 axis([0 max(w) 10^-10 10^0])

```

```

clc; clear all;close all;

```

```

syms k1 k2 E I KL e1 e2 F V M

```

```

A = [0 0;0 0];

```

```

B = [1 0;0 1];

```

```

phi_q_1 = [1 1; -i*k1 -i*k2];

```

```

phi_q_2 = [1 1; i*k1 i*k2];

```

```

phi_f_1 = E*I*[+i*k1^3 +i*k2^3; -k1^2 -k2^2];

```

```

phi_f_2 = E*I*[-i*k1^3 -i*k2^3; -k1^2 -k2^2];

```

```

rr = (-A*phi_f_2 + B*phi_q_2)/(A*phi_f_1 + B*phi_q_1);

```

```

phi = [1 1 1 1; -i*k1 -i*k2 i*k1 i*k2; +E*I*i*k1^3
+E*I*i*k2^3 -E*I*i*k1^3 -E*I*i*k2^3; -k1^2 -k2^2 -k1^2 -
k2^2];

```

```
phis = inv(phi);  
  
phi1 = phis(1:2,1:2);  
phi2 = phis(1:2,3:4);  
phi3 = phis(3:4,1:2);  
phi4 = phis(3:4,3:4);  
  
F = [F; 0];  
e1 = -phi2*F  
e2 = -phi4*F
```

Rotina relacionada ao ensaio, seção 4.3:

```
clc; clear all;
close all;

load expl.mat

T = 36440;
eta = 1e-3;
E = 68e9*(1 + eta*1i);
d = 29.25e-3;
I = pi*d^4/64;
Ar = pi*d^2/4;
mi = 1.384;
rho = mi./Ar;
L = 40;

F = 1;
Q = 0.5e-3;

w = 31.4159:0.2764:314.1593;

k1 = sqrt(-T/(2*E*I) + sqrt((T/(2*E*I)).^2 +
rho*Ar*w.^2/(E*I)));
k2 = -sqrt(-T/(2*E*I) - sqrt((T/(2*E*I)).^2 +
rho*Ar*w.^2/(E*I)));

figure;
subplot(211)
plot(w,real(k1),w,imag(k1),'--')

xlabel('\omega (rad/s)');
ylabel('\{k_1\} (rad/m)');
legend('Real','Imaginária')
subplot(212)
plot(w,real(k2),w,imag(k2),'--')
xlabel('\omega (rad/s)');
ylabel('\{k_2\} (rad/m)');
legend('Real','Imaginária')

Le = 7.46;
L1 = 2.33;
L2 = L-7.46-L1;
```

Rotina relacionada a aplicação de ADV, seção 5.3:

```

ma = 1;
wa = 70;
ka = wa^2*ma;

u1 = zeros(1,length(w));
u2 = zeros(1,length(w));
u3 = zeros(1,length(w));
refl1 = zeros(1,length(w));
tran1 = zeros(1,length(w));
refl2 = zeros(1,length(w));
tran2 = zeros(1,length(w));
K_1 = 10000;

for La = 10
for n = 1:length(k1)
q1 =[-(Q*k2(n)^2)/(2*(k1(n)^2 -
k2(n)^2));(Q*k1(n)^2)/(2*(k1(n)^2 - k2(n)^2))];
q2 = q1;
phiq1 = [1 1; -1i*k1(n) -1i*k2(n)];
phiq2 = [1 1; 1i*k1(n) 1i*k2(n)];
phif1 = E*I*[+1i*k1(n)^3 +1i*k2(n)^3; -k1(n)^2 -k2(n)^2];
phif2 = E*I*[-1i*k1(n)^3 -1i*k2(n)^3; -k1(n)^2 -k2(n)^2];

sig11 = [1 0;0 1];
sig12 = [0 0;0 0];
sig21 = [(ka*(w(n)./wa).^2/(1-(w(n)./wa).^2)) 0;0 0];
sig22 = [1 0;0 1];

sc = [phiq2, -(sig11*phiq1 + sig12*phif1); phif2, -
(sig21*phiq1 + sig22*phif1)]\[-phiq1 , (sig11*phiq2 +
sig12*phif2); -phif1 , (sig21*phiq2 + sig22*phif2)];

r_1 = sc(1:2,1:2); r_2 = sc(3:4,3:4);
t_1 = sc(1:2,3:4);t_2 = sc(3:4,1:2);

refl1(n) = r_1(1,1);
tran1(n) = t_1(1,1);
refl2(n) = r_1(2,1);
tran2(n) = t_1(2,1);

lamb_Le = [exp(-1i*k1(n)*Le) 0; 0 exp(-1i*k2(n)*Le)];
lamb_LeL = [exp(-1i*k1(n)*(L-Le)) 0; 0 exp(-1i*k2(n)*(L-
Le))];
lamb_L1 = [exp(-1i*k1(n)*(L1)) 0; 0 exp(-1i*k2(n)*(L1))];

```

```

lamb_LL1 = [exp(-1i*k1(n)*(L-L1)) 0; 0 exp(-1i*k2(n)*(L-
L1))];
lamb_L = [exp(-1i*k1(n)*(L)) 0; 0 exp(-1i*k2(n)*(L))];
lamb_L2 = [exp(-1i*k1(n)*(L2)) 0; 0 exp(-1i*k2(n)*(L2))];
lamb_LeLa = [exp(-1i*k1(n)*(Le-La)) 0; 0 exp(-
1i*k2(n)*(Le-La))];

rr = [-(k1(n) + k2(n))/(k1(n) - k2(n)), -
(2*k2(n)^3)/(k1(n)^2*(k1(n) -
k2(n))); (2*k1(n)^3)/(k2(n)^2*(k1(n) - k2(n)), (k1(n) +
k2(n))/(k1(n) - k2(n)
r1 = [ ((k1(n) + k2(n))*(K_1*1i + E*I*k1(n) -
E*I*k2(n)))/((k1(n) - k2(n))*(E*I*k1(n) - K_1*1i +
E*I*k2(n))) (K_1*k2(n)*2i)/((k1(n) - k2(n))*(E*I*k1(n) -
K_1*1i + E*I*k2(n))); -(K_1*k1(n)*2i)/((k1(n) -
k2(n))*(E*I*k1(n) - K_1*1i + E*I*k2(n))) -((k1(n) +
k2(n))*(K_1*1i - E*I*k1(n) + E*I*k2(n)))/((k1(n) -
k2(n))*(E*I*k1(n) - K_1*1i + E*I*k2(n)))]];

b1 = (eye(2) -
lamb_Le*rl*lamb_L*rr*lamb_LeL)\(lamb_Le*rl*lamb_Le*q2 +
q1);
b2 = lamb_LeL*rr*lamb_LeL*b1;

c1 = lamb_L2*b1;
c2 = lamb_L1*rr*lamb_L1*lamb_L2*b1;

h2 = lamb_LeLa*b2;
h1 = (r_1 + t_1*(eye(2) - lamb_Le*rl*lamb_Le*r_2)^(-
1)*lamb_Le*rl*lamb_Le*t_2)*h2;

u = phiq1*b1 + phiq2*b2;
a = phiq1*c1 + phiq2*c2;
h = phiq1*h1 + phiq2*h2;

u1(n) = u(1,1);
u2(n) = a(1,1);
u3(n) = h(1,1);

end

figure;
semilogy(w,abs(u1)./max(abs(u1)),fexp*2*pi,A133./max(A133)
,'--','LineWidth',1)
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('W/W (m/m)')
xlim([0 300])

```

```

legend('Modelo Teórico','Experimento')

figure;
semilogy(w,abs(u1)./max(abs(u1)),fexp*2*pi,A233./max(A233)
,'--','LineWidth',1)
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('W/W (m/m)')
xlim([0 300])
legend('Modelo Teórico','Experimento')

figure;
semilogy(w,abs(u2)./max(abs(u2)),fexp*2*pi,A233./max(A233)
,'--','LineWidth',1)
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('W/W (m/m)')
xlim([0 300])
legend('Modelo Teórico','Experimento')

figure;
subplot(211)
semilogy(w,abs(u3),[wa wa],[10^-7 10^0],'LineWidth',1)
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('W/F (m/N)')

figure;
plot(w,abs(refl1),w,abs(tran1),'-
.',w,(abs(refl1).^2+abs(tran1).^2),'--',[wa wa],[0
1],'LineWidth',1)
axis([0 max(w) 0 1.2]);
xlabel('\omega (rad/s)')
ylabel('Coeficientes')
legend('Reflexão+','Transmissão+','total')
pause(0.5)
hold on
end

```