



Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Engenharia Aeroespacial

# **Análise da dinâmica de escape de Space Debris em órbita GEO**

Autor: Danilo Muniz Oliveira  
Orientador: Prof. PhD. William Reis Silva

Brasília, DF  
2019





Danilo Muniz Oliveira

# **Análise da dinâmica de escape de Space Debris em órbita GEO**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. PhD. William Reis Silva

Brasília, DF

2019

---

Danilo Muniz Oliveira

Análise da dinâmica de escape de Space Debris em órbita GEO/ Danilo Muniz  
Oliveira. – Brasília, DF, 2019-  
52 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. PhD. William Reis Silva

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA , 2019.

1. Palavra-chave01. 2. Palavra-chave02. I. Prof. PhD. William Reis Silva. II.  
Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Análise da dinâmica de  
escape de Space Debris em órbita GEO

CDU 02:141:005.6

---

Danilo Muniz Oliveira

## **Análise da dinâmica de escape de Space Debris em órbita GEO**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 13 de dezembro de 2019:

---

**Prof. PhD. William Reis Silva**  
Orientador

---

**Prof. PhD. Giancarlo Santilli**  
Convidado 1 (FGA)

---

**Prof. PhD. Thiago Felipe Kurudez  
Cordeiro**  
Convidado 2 (FGA)

Brasília, DF  
2019



*Este trabalho é dedicado a todas as pessoas que são fascinadas pela imensidão do Universo e querem contribuir com sua exploração de alguma forma.*



# Agradecimentos

Gostaria de primeiramente agradecer à Deus por todo amor e força que depositado em minha vida, por me auxiliar a superar as dificuldades, tanto acadêmicas, como na vida. Agradeço ainda ao meu orientador, Dr. Willian Reis, cuja pessoa é de um extremo prestígio e que durante este período tem me auxiliado em ferramentas capazes de solucionar os problemas inerentes à este trabalho. Agradeço também à Universidade de Brasília e ao meu campus (Gama) pelos amigos que foram gerados a partir da academia e assim produziram frutos de conhecimento. Quero agradecer ainda a estes e a minha família, em especial à minha mãe Gleice e minhas irmãs Bruna e Polyanna, que sempre me apoiaram em tudo, me dando forças, sendo meu porto seguro e claro, não permitindo que eu desanimasse em nenhum instante dessa trajetória. Agradeço também a minha mulher e futura esposa, Kenya Travassos, por todo incentivo, amor e carinho. Pelas inúmeras vezes ter me auxiliado nos desafios da graduação e por fim, concretizar com louvor essa etapa da minha vida.



*“A fé é o fundamento da esperança,  
é uma certeza a respeito do que não se vê,  
Foi ela que fez a glória dos nossos antepassados,  
Pela fé, reconhecemos que o mundo foi formado  
pela palavra de Deus e que as coisas visíveis  
se originaram do invisível.  
Ora, sem fé é impossível agradar a Deus.  
(Bíblia Sagrada, Hebreus 11, 1-3 e 6a)*



# Resumo

Aproximadamente 400 satélites de comunicação estão operando atualmente na órbita geoestacionária, e aproximadamente outros 300 estão fora de serviço, em órbitas cemitérios localizadas alguns centos de quilômetros acima das órbitas operacionais. Entretanto, estudos recentes mostram a instabilidade dessas órbitas cemitérios. Um  $\Delta V$  de aproximadamente 1.500 km/s seria necessário para realizar uma manobra de reentrada dos satélites geoestacionários na atmosfera terrestre, e conseqüentemente, queimá-los na reentrada. Essa manobra envolveria alguns riscos, porque os detritos poderiam alcançar a superfície da Terra. Portanto, este trabalho investiga uma estratégia alternativa para desviar futuras gerações de satélites de comunicações no final de sua vida operacional, explorando órbitas e colisão com a Lua. Buscando-se em estratégias de mitigação de detritos espaciais, exploramos transferências impulsivas entre órbitas geoestacionárias, e órbitas gravitacionais de captura da Lua em um modelo dinâmico de quatro corpos com o Sol, Terra, Lua e Partícula. Os critérios para procurar órbitas naturais de transferência entre a órbita geoestacionária e a vizinhança da Lua, são definidos considerando as propriedades de escape das trajetórias do Problema Circular Restrito de Três Corpos (PCR3C) como base. De forma coesa, foram selecionadas condições iniciais do modelo de 4 corpos, com energias que favorecem as transferências da Terra-Lua que permanecem em torno da Lua por um longo tempo, e eventualmente colidem com a superfície da Lua. Partido do caso em análise, foi selecionado o satélite geoestacionário brasileiro *Star One C4*. Após uma análise em larga escala das condições iniciais e seus comportamentos de transporte, foram selecionadas transferências potenciais que atingem uma vizinhança próxima da órbita GEO, com uma inclinação suficientemente pequena em relação ao equador terrestre. A evolução temporal das soluções candidatas é analisada. Tal proposta de remoção exige que seja prevista uma massa adicional do sistema de propulsão a bordo, para realizar manobras finais no projeto das gerações futuras de satélites de comunicação.

**Palavras-chaves:** Detritos Espaciais, Mitigação, Órbita Geoestacionária.



# Abstract

Approximately 400 communication satellites are currently operating in geostationary orbit, and approximately 300 are out of service in cemetery orbits located a few hundred kilometers above operating orbits. However, recent studies show the instability of these cemetery orbits. A  $\Delta V$  of approximately 1,500 km/s would be required to perform a re-entry maneuver of geostationary satellites into the earth's atmosphere, and consequently burn them on re-entry. This maneuver would involve some risks because debris could reach the earth's surface. Therefore, this paper investigates an alternative strategy for diverting future generations of communications satellites towards the end of their operational life by exploring orbits and colliding with the moon. Seeking to degrade space debris strategies, we explore impulsive transfers between geostationary orbits, and Gravitational orbits of moon capture in a four-body dynamic model with the Sun, Earth, Moon and Particle. Criteria for looking for natural transfer orbits between the geostationary orbit and the vicinity of the moon are defined by considering the escape properties of the restricted three-body circular problem (R3BCP) trajectories as the basis. Cohesively, the initial conditions of the 4-body model were selected, with energies that favor Moon-Earth transfers that remain around the Moon for a long time, and eventually collide with the Moon's surface. the Brazilian geostationary satellite *Star One C4* was selected. After a large-scale analysis of the initial conditions and their transport behaviors, potential transfers reaching a near vicinity of the GEO orbit with a sufficiently small inclination to the terrestrial equator were selected. The temporal evolution of the candidate solutions is analyzed. Such a removal proposal requires that an additional mass of the onboard propulsion system be provided to perform final maneuvers in the design of future generations of communication satellites.

**Key-words:** Space Debris, Mitigation, Geostationary Orbit.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação do crescimento de objetos, detritos espaciais, nave espacial, detritos relacionado à missões e corpos de foguetes ao redor da Terra ao longo do tempo, dado pelo gráfico de número de objetos por ano. (NASA, 2016) . . . . .	26
Figura 2 – Ilustração de <i>Space Debris</i> - Imagem fora de escala e exagerada. (BBC-NEWS, 2015) . . . . .	27
Figura 3 – Elementos Orbitais definidos no Sistema Geocêntrico. . . . .	31
Figura 4 – Visão planar do sistema de coordenadas inercial associado ao PR3C . .	34
Figura 5 – Visão planar da relação entre o sistema de coordenadas girantes $(x, y, z)$ e o sistema inercial $(\xi, \eta, \zeta)$ . . . . .	35
Figura 6 – Superfícies de Velocidade Zero para o Sistema Terra-Lua. . . . .	38
Figura 7 – Superfícies de Velocidade Zero para o Sistema Terra-Lua. (ASTRONOMIA, 2004) . . . . .	39
Figura 8 – Distâncias e períodos orbitais das órbitas ao redor da terra. (STACK-EXCHANGE, 2019) . . . . .	41
Figura 9 – Lista de satélites em órbita GEO que cobrem o Brasil. Fonte: AEB (Agencia Espacial Brasileira). . . . .	41
Figura 10 – União de todas as possibilidades de mitigação em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	44
Figura 11 – Ilustração do tempo em que cada partícula levou para colidir com a Lua em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	44
Figura 12 – Ilustração do tempo em que cada partícula levou para colidir com a Terra em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	45
Figura 13 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (0 e 9 dias) em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	46
Figura 14 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (10 e 99 dias) em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	46
Figura 15 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (100 e 499 dias) em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	47

Figura 16 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (500 e 5000 dias) em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	47
Figura 17 – Corpos que se mantiveram estáveis em função dos valores iniciais de $\Omega$ , $\omega$ e $e$ . <b>Fonte:</b> <i>Código próprio (Matlab)</i> . . . . .	48

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Informações sobre a nave espacial . . . . .	42
--	----



# Lista de abreviaturas e siglas

PCR3C	Problema Circular Restrito de 3 Corpos
LEO	Low Earth Orbit
MEO	Medium Earth Orbit
GEO	Geostationary Earth Orbit
GPS	Sigla em inglês que significa Sistemade Posicionamento Global
ONU	Organizações das Nações Unidas
XY	Plano Equatorial
ESA	European Space Agency
NASA	National Aeronautics and Space Administration
COSPAR	Committee on Space Research
NORAD	North American Aerospace Defense Command
AEB	Agencia Espacial Brasileira



# Lista de símbolos

$\xi$	Letra grega xi
$\eta$	Letra grega eta
$\zeta$	Letra grega zeta
$\mu$	Letra grega mu
$\nu$	Letra grega nu
$N$	Número $N$ de corpos em análise
$v$	Velocidade
$a$	semieixo maior
$e$	Excentricidade
$i$	Inclinação da órbita
$\omega$	Argumento do perigeu
$\Omega$	Longitude do nó ascendente
$U$	Função potencial
$m$	Massa do satélite
$C_J$	Constante de Jacobi
$\Sigma$	Somatório matemático
$G$	Constante Gravitacional
$t$	Tempo
$\partial$	Derivada Parcial
$L_1$	Ponto 1 de equilíbrio lagrangeano
$L_2$	Ponto 2 de equilíbrio lagrangeano
$L_3$	Ponto 3 de equilíbrio lagrangeano
$L_4$	Ponto 4 de equilíbrio lagrangeano
$L_5$	Ponto 5 de equilíbrio lagrangeano
$C_j$	Constante de integração de Jaboci



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>25</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo</b>	<b>27</b>
1.1.1	Objetivo Principal	27
1.1.2	Objetivos Específicos	28
<b>1.2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>28</b>
<b>1.3</b>	<b>Justificativa</b>	<b>28</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>29</b>
<b>3</b>	<b>MODELO DINÂMICO</b>	<b>31</b>
<b>3.1</b>	<b>Elementos Orbitais</b>	<b>31</b>
<b>3.2</b>	<b>Problema de N-Corpos</b>	<b>31</b>
<b>3.3</b>	<b>Problema Circular Restrito de Três Corpos</b>	<b>33</b>
3.3.1	Integral de Jacobi	35
3.3.2	Pontos Lagrangeanos	38
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>41</b>
<b>4.1</b>	<b>Análise Numérica</b>	<b>41</b>
4.1.1	Condições Iniciais	42
4.1.2	Cenário da Missão	42
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>49</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>51</b>



# 1 Introdução

Os satélites são peças fundamentais de diversos sistemas complexos importantes para a vida moderna. Sistemas esses que vão desde aplicações às comunicações, navegação, meteorologia à segurança e espionagem. O sistema de GPS (sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global), por exemplo, é utilizado por milhares de civis todos os dias, para determinar trajetos. Entretanto, o GPS é necessário também para outras importantes aplicações como auxiliar equipes de emergência, transporte marítimo de cargas, internet e até transações financeiras, visto que são dependentes do horário local determinado pelo sistema GPS (HOLLINGHAM, 2013). É natural, portanto, perguntar-se o que aconteceria se um ou vários satélites deixassem de funcionar. Foi o que aconteceu em 1998 quando o satélite Galaxy 4 da Panamsat deixou de funcionar devido à uma explosão solar e, como consequência, diversos trabalhadores americanos ficaram sem sinal de televisão e pager, que na época era muito utilizado para chamadas de emergência (ZUCKERMAN, 1998). Hoje as consequências poderiam ser mais drásticas, e caso múltiplos satélites fossem destruídos, o mundo entraria, possivelmente, em colapso em menos de um dia, como descrito em uma reportagem da BBC (HOLLINGHAM, 2013).

A atividade solar pode ser considerada uma ameaça aos satélites em operação, tais como explosão solar, tempestades magnéticas, entre outros. Entretanto, ela não é o único perigo presente à nossa rede de satélites. A colisão com detritos espaciais (em inglês, *Space Debris*), é um risco cada vez mais provável, devido ao aumento de objetos orbitando o nosso planeta. O tema surgiu pela primeira vez em 1994 na assembleia geral da ONU (*Organização das Nações Unidas*), e em 1995 a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) publicou as diretrizes para limitar a produção de detritos espaciais. Porém, já eram quase 3.000 objetos em órbita e as colisões ou explosões recentes continuam aumentando esse número. Por exemplo, em 1999 foi publicado um artigo pela revista NATURE, que previu a colisão entre os satélites *IRIDIUM* e *COSMOS*, que ocorreu em 2009 a 776 km de altitude criando mais de 1.600 fragmentos rastreados (ROSSI B. VALSECCHI, 1990). Em 2007 o teste chinês do míssil anti satélite, destruiu o satélite meteorológico Fengyun 1C, também chinês, e criou quase 3.000 fragmentos maiores que 5 cm e aproximadamente 35.000 fragmentos de até 1cm (STOKELY, 2008).

Em janeiro de 2014 existiam aproximadamente 6.500 toneladas, relativas a 17.000 objetos em órbita terrestre (NASA, 2014). Desde que práticas para limitar a produção de detritos espaciais, começaram a ser utilizadas a taxa de crescimento diminuiu desconsiderando os eventos de 2007 e 2009. Essa diretriz proposta pela NASA, determina alguns procedimentos que um satélite deve realizar, ao término de sua missão para limitar o risco de explosões e colisões após a sua vida útil. Na Figura 1, é possível verificar a evolução do

crescimento desordenado de Space debris ao redor do planeta Terra até meados do ano de 2015.

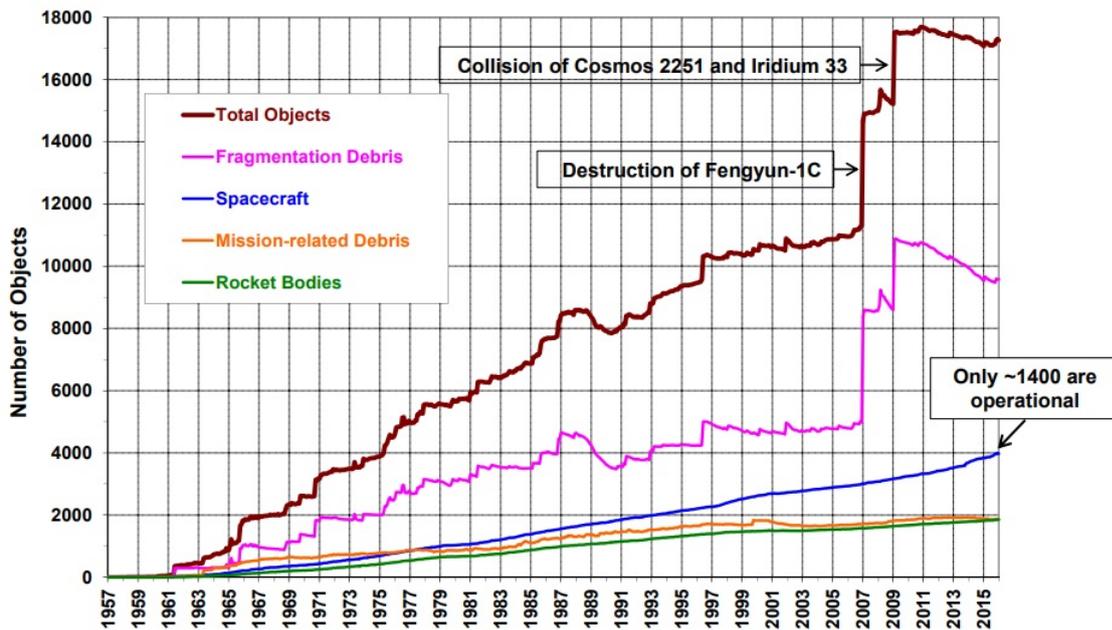


Figura 1 – Representação do crescimento de objetos, detritos espaciais, nave espacial, detritos relacionado à missões e corpos de foguetes ao redor da Terra ao longo do tempo, dado pelo gráfico de número de objetos por ano. (NASA, 2016)

Os procedimentos envolvem esvaziar as fontes de energia e de combustível, calcular probabilidades de colisões com outros detritos e remover o veículo espacial de órbitas baixas (LEO - Low Earth Orbit), médias (MEO - Medium Earth Orbit) e geoestacionárias (GEO - Geostationary Earth Orbit). A remoção pode ocorrer com uma manobra de reentrada na atmosfera terrestre, ou uma transferência para uma órbita cemitério, localizada entre 100 km a 300 km acima da órbita geoestacionária. (NASA, 2014) Atualmente, cerca de 400 satélites de comunicação estão operando em órbita geoestacionária, enquanto cerca de 300 outros estão fora de serviço orbitando nosso planeta, e outra parte considerável em órbitas de cemitérios.

Essas normas e políticas adotadas tiveram um grande impacto reduzindo a geração de novos detritos. Mas a adoção de órbitas cemitério deveria ser apenas uma solução de curto prazo pois, o número de objetos nessas órbitas pode crescer indefinidamente, aumentando a probabilidade de colisões entre objetos. Devido ao fato de cada colisão produzir uma nuvem de novos fragmentos, dos quais alguns podem colidir com outros satélites o resultado seria um aumento exponencial da produção de fragmentos (KESSELLER, 1978). Este cenário, conhecido como efeito Kessler, é agravado devido à presença de forças perturbativas que espalham a nuvem de fragmentos para outras órbitas, colocando em riscos as órbitas LEO, MEO e GEO. O fenômeno, agravado pela explosão de 2007, comprova que para manter as nossas atividades espaciais ao redor da Terra deveremos

tomar ações corretivas e, mais importantes, ações preventivas mais eficientes que as atuais (LIOU, 2011). Pois, conforme foi demonstrado nas referências (ROSENGREN, 2015), as órbitas cemitérios, apresentam características de instabilidade devido à sobreposição de ressonâncias, o que pode agravar a dispersão dessa região.

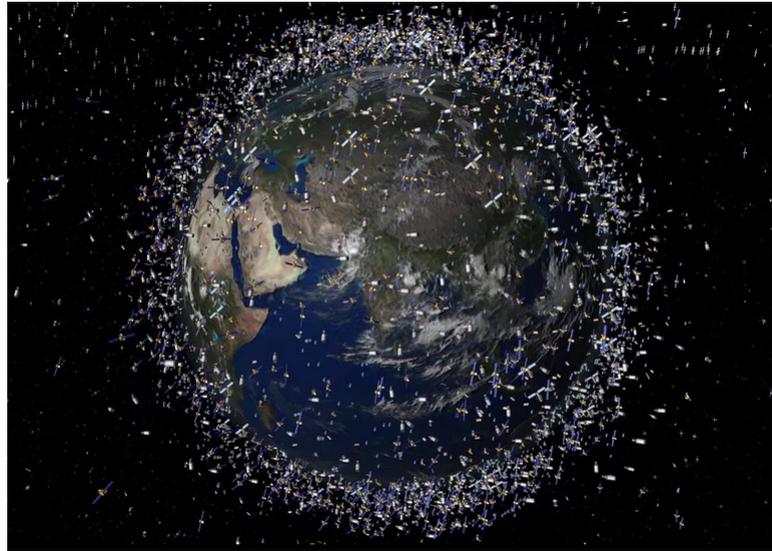


Figura 2 – Ilustração de *Space Debris* - Imagem fora de escala e exagerada. (BBC-NEWS, 2015)

Portanto, tem-se como proposta uma extensão de missões com estágio inicial da órbita geostacionária, incluindo a transferência para uma órbita lunar osculante, ou seja, realizar a remoção de satélites geostacionários ao final de sua vida útil, utilizando a dinâmica de escape e captura pelo campo gravitacional da Lua. Com isso, pretende-se estender o objetivo desse tipo de missão, como um estágio final. Portanto, as soluções de transferência são computadas em um modelo matemático de quatro corpos, incluindo Sol, Terra, Lua e espaçonave, levando em consideração as propriedades de escape das trajetórias do Problema Circular Restrito de Três Corpos (PCR3C). Para tal, será estudada a viabilidade de uma transferência entre uma órbita geostacionária para uma órbita de colisão com a Lua.

## 1.1 Objetivo

### 1.1.1 Objetivo Principal

Esse trabalho consiste em investigar a remoção de satélites geostacionários, que atingiram o final de suas vidas úteis, utilizando a dinâmica de escape e captura pelo campo gravitacional da Lua.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

1. Analisar as trajetórias considerando a dinâmica geral do problema de quatro corpos do sistema Sol-Terra-Lua-Satélite, com objetivo de identificar rotas de escape e captura pelo campo gravitacional da Lua, inicialmente, a partir de conjuntos de condições iniciais bem definidos de órbitas osculadoras lunares.
2. Determinar quais trajetórias escapam pelos pontos de equilíbrio Lagrangianos, e se mantém em trajetória terrestre com inclinações iguais a 0 graus em relação ao equador terrestre. Adotou-se essa limitação pois a órbita geoestacionária apresenta inclinação zero.
3. Determinar o tempo em dias terrestre, que cada partícula leva para escapar pelos pontos de equilíbrio Lagrangianos.
4. Implementação e validação dos requisitos iniciais, levando em consideração as análises físicas para este tipo de missão.

## 1.2 Metodologia

Para a solução desse problema, utiliza-se como modelo o atual satélite geoestacionário brasileiro **Star One C4**. Primeiramente é realizada uma revisão bibliográfica contextualizado a necessidade de mitigação de detritos espaciais, e ainda apresentado dois modelos dinâmicos. Estes são considerados para a análise deste estudo: o Modelo N-Corpo completo (com  $N = 4$ ), responsável pela atração gravitacional da massa pontual Sol, Lua, Terra e espaçonave, e o Problema de Três Corpos Restritos Circulares Espaciais (**PCR3C**). Nos dois casos, a integração numérica é realizada de forma progressiva. Considera-se portanto, uma nuvem de partículas (Nuvem de possibilidades) e a partir daí, aplicando as condições iniciais inerentes ao estudo, tem-se por fim os resultados e estes são analisados.

## 1.3 Justificativa

As políticas de mitigação de detritos espaciais estão sendo cada vez mais exigidas, para limitar ou reduzir o crescimento da população de detritos nas órbitas da Terrestres com a iniciativa Espaço Limpo (*Clean Space initiative*) da ESA (*European Space Agency*), estabelecendo os requisitos de Mitigação de Detritos Espaciais.

Considerando a demanda para a retirada de lixo espacial das órbitas GEO, é analisado neste estudo as possíveis soluções para ejeção desses satélites ao final de sua vida útil, além do tempo gasto para este fim.

## 2 Revisão Bibliográfica

Partindo da motivação apresentada na primeira seção, foi necessário realizar uma revisão dos estudos sobre o comportamento de detritos espaciais, como exemplo, o trabalho de (KESSLER, 1978). Neste trabalho foi mostrado que o crescimento da população de detritos em órbita terrestre, cresce exponencialmente e os autores incentivaram novos estudos sobre métodos para diminuir a formação de detrito espacial.

Seguindo a proposta desse trabalho, de realizar uma análise numérica de órbitas de escape e captura pelo campo gravitacional da Lua para aplicações de remoção de detritos espaciais, fez-se necessário a revisão dos conceitos e modelos matemáticos de dois sistemas dinâmicos: Primeiro é desenvolvido matematicamente o Problema de N-Corpos cujas equações são utilizadas no decorrer desse trabalho e resolvidas numericamente. Em seguida, apresenta-se o Problema Restrito de Três Corpos que fornece um conjunto de ferramentas para a construção e posterior análise do problema apresentado. Em (MURRAY, 1999) encontra-se uma descrição mais aprofundada do Problema Restrito de Três Corpos.

Em seguida, é necessário o estudo do tópico de captura gravitacional, mais especificamente, o escape e captura gravitacional de um satélite sob influência gravitacional do Sol, da Terra e da Lua. A dinâmica de escape de pequenos corpos presentes no campo gravitacional do sistema Terra-Lua foi investigada em detalhe por (ASSIS, 2014) utilizando o Problema Restrito Circular de Três Corpos, que mostrou a forte dependência da energia com o tempo de escape, tanto pelo ponto Lagrangiano  $L_1$  quanto por  $L_2$ . Em (DE-MELO, 2007), foi estudado o sistema de quatro corpos Sol-Terra-Lua-Satélite e investigadas as possíveis trajetórias de transferência entre órbitas de baixa altitude e orbitas lunares.

A dinâmica de detritos espaciais nas ressonâncias 1:1 e 2:1 foi estudada por (CELLETTI A., 2014), utilizando o formalismo Hamiltoniano. Desta forma, foram detectados os pontos de equilíbrios e estudadas as principais características das ressonâncias. Por fim, as características caóticas determinadas por esse estudo podem ser utilizadas como estratégias de mitigação, tanto para mover os satélites para orbitas cemitério ou forçar a reentrada e conseqüente queima dos detritos na atmosfera.

Em (ROSENGREN, 2015), foi investigada a influência de ressonâncias seculares de origem lunar, em relação à instabilidade de satélites de navegação e o comportamento caótico dessas trajetórias. Mostrou que a sobreposição de ressonâncias não impossibilita a existência de trajetórias regulares, pois a característica do movimento é sensível à orientação inicial da trajetória e do nodo lunar. Com este estudo, conclui-se que os esforços, para definir as órbitas de cemitério, foram em vão e que a região é muito complexa para

se definir uma simples estratégia de depósito de detritos como as órbitas cemitério. Por fim, comenta que os efeitos não estabilizantes podem ser aproveitados para efetivamente limpar regiões do espaço contra futuras colisões.

## 3 Modelo Dinâmico

### 3.1 Elementos Orbitais

Para caracterizar uma órbita em um plano são necessários apenas dois parâmetros iniciais: a excentricidade ( $e$ ), que determina o formato da órbita e o momento angular ( $h$ ). Os outros elementos que determinam as características de geometria e a energia da orbita podem ser obtidos a partir desses dois. Um terceiro parâmetro, anomalia verdadeira ( $\nu$ ), identifica um ponto na orbita em relação ao segmento que uno o corpo central, no foco, e o periapse.

Ao descrever uma órbita no espaço ( $X, Y, Z$ ) Sistema Geocêntrico Inercial são necessários seis parâmetros. Os três já apresentados descrevem o plano orbital e os próximos três são ângulos que definem a posição dessa órbita no espaço. O primeiro ângulo é chamado de ascensão reta do nodo ascendente ( $\Omega$ ) e define a posição da intersecção do plano orbital com o plano equatorial ( $\mathbf{XY}$ ), a direção da linha formada é denominada de linha dos nodos. A seguir, define-se o ângulo de inclinação ( $i$ ) entre o plano orbital e o plano equatorial. Por último, é definida a posição do periapse da órbita em relação à linha dos nodos pelo ângulo  $\omega$ , chamado argumento do periapse (CURTIS, 2009). Todos os seis parâmetros estão descritos na Figura 3.

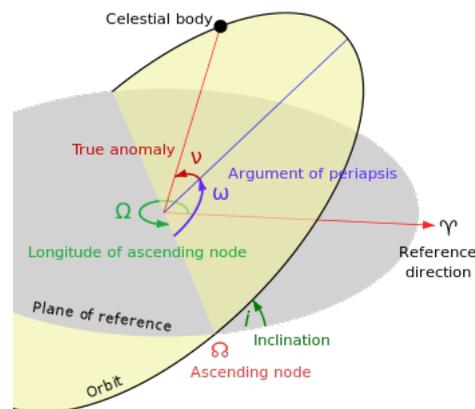


Figura 3 – Elementos Orbitais definidos no Sistema Geocêntrico.

### 3.2 Problema de N-Corpos

Este problema trata o movimento de  $N$  corpos sujeitos às forças gravitacionais mútuas. Em um primeiro momento, consideram-se os  $N$  corpos como partículas pontuais com massa  $m_j$  diferentes de zero, onde  $j = 1, 2, 3, \dots, N$ . Posteriormente os corpos podem

ser considerados massas esféricas com seus respectivos raios para analisar possíveis colisões caso a distância de um corpo para o outro seja menor que a soma dos seus raios.

A partir da Lei de Gravitação Universal de Newton é possível descrever as equações de movimentos no espaço associado ao sistema de coordenadas Cartesianas retangulares  $(X, Y, Z)$ . Primeiro define-se a posição de uma massa  $j$  qualquer pelo vetor posição:

$$\vec{r}_j = x_j \hat{i} + y_j \hat{j} + z_j \hat{k} \quad (3.1)$$

E a distância entre uma massa  $j$  e uma massa  $k$  é:

$$\vec{r}_{jk} = (x_k - x_j) \hat{i} + (y_k - y_j) \hat{j} + (z_k - z_j) \hat{k} \quad (3.2)$$

A força gravitacional total sob uma massa  $j$  é dada pela somatória das forças gravitacionais de todos os outros  $(N - 1)$  corpos (CURTIS, 2009):

$$\vec{F}_j = m_j \vec{r}_j = - \sum_{k=1/k \neq j}^N \frac{G m_k m_j}{r_{jk}^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_j) \quad (3.3)$$

Em que  $G$  é a constante gravitacional ( $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$ ).

A equação 3.3 pode ser reescrita para isolar a aceleração do corpo.

$$\vec{r}_j = - \sum_{k=1/k \neq j}^n \frac{\mu_k}{r_{jk}^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_j) \quad (3.4)$$

Em que  $\mu_k = G m_k$ .

Considerando o problema de 4 corpos, problema Sol-Terra-Lua-Satélite, ou seja,  $N = 4$  e definindo os índices 1 para o Sol, 2 para Terra, 3 para Lua e 4 para o Satélite, tem-se que:

$$\vec{r}_1 = - \sum_{k=2}^4 \frac{\mu_k}{r_{k1}^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_1) \quad (3.5)$$

$$\vec{r}_2 = - \sum_{k=1/k \neq 2}^4 \frac{\mu_k}{r_{k2}^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_2) \quad (3.6)$$

$$\vec{r}_3 = - \sum_{k=1/k \neq 3}^4 \frac{\mu_k}{r_{k3}^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_3) \quad (3.7)$$

$$\vec{r}_4 = - \sum_{k=1}^3 \frac{\mu_k}{r_{k4}^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_4) \quad (3.8)$$

Lembrando que cada uma das quatro equações acima é formada por três equações, uma para cada coordenada cartesiana  $(X, Y, Z)$ . De modo a exemplificar a obtenção de cada uma que será utilizada para a propagação da órbita tem-se, para o caso do Sol:

$$\vec{x}_1 = \mu_1 \frac{x_2 - x_1}{r_{12}^3} + \mu_3 \frac{x_3 - x_1}{r_{13}^3} + \mu_4 \frac{x_4 - x_1}{r_{14}^3} \quad (3.9)$$

$$\vec{y}_1 = \mu_1 \frac{y_2 - y_1}{r_{12}^3} + \mu_3 \frac{y_3 - y_1}{r_{13}^3} + \mu_4 \frac{y_4 - y_1}{r_{14}^3} \quad (3.10)$$

$$\vec{z}_1 = \mu_1 \frac{z_2 - z_1}{r_{12}^3} + \mu_3 \frac{z_3 - z_1}{r_{13}^3} + \mu_4 \frac{z_4 - z_1}{r_{14}^3} \quad (3.11)$$

Assim, tem-se que o sistema dinâmico de 4 corpos é formado por 12 equações de segunda ordem e não apresenta solução analítica. Diferentemente do problema de dois corpos, ( $N = 2$ ), em que pode ser resolvido analiticamente e é mostrado que o movimento resultante estará sempre confinado a formas cônicas fixas, como pode ser visto na literatura (MURRAY, 1999). Enquanto, considerando a adição de um terceiro corpo, ( $N = 3$ ), o problema geral não apresenta uma solução analítica (MURRAY, 1999).

Contudo, algumas simplificações feitas neste sistema dinâmico podem ser úteis para o estudo do problema de 4 corpos visto, que apresenta algumas características bem definidas na literatura.

### 3.3 Problema Circular Restrito de Três Corpos

A solução desse problema é obtida numericamente a partir da equação (3.3) com ( $N = 3$ ) e consiste na determinação das posições e velocidades dos três corpos em função do tempo. Entretanto, a simplificação do problema geral de três corpos apresentado nessa seção pode fornecer uma boa aproximação para certos sistemas.

Considera-se a influência gravitacional de duas massas  $m_1$  e  $m_2$  sob um terceiro corpo de massa negligenciável  $m_3$ . Desta forma, o corpo 3 não exerce nenhuma força nos outros dois corpos que, por sua vez, movem em órbitas coplanares e circulares ao redor do seu centro de massa.

Primeiramente define-se um sistema de coordenadas inercial com eixos  $\xi, \eta, \zeta$ . O eixo  $\xi$  une as massas 1 e 2 no instante  $t = 0$ , o eixo  $\eta$  perpendicular a  $\xi$  formando um plano paralelo ao plano orbital das duas massas, como mostrado na figura 4, e o eixo  $\zeta$  perpendicular ao plano  $\xi - \eta$  completando a tríade. Desta forma, pode-se definir as coordenadas das massas  $m_1$  e  $m_2$  como  $(\xi_1, \eta_1, \zeta_1)$  e  $(\xi_2, \eta_2, \zeta_2)$ , respectivamente.

Reescrevendo a posição das massas  $m_1$  e  $m_2$  EM relação à partícula  $m_3$  nesse novo sistema de coordenadas tem-se que:

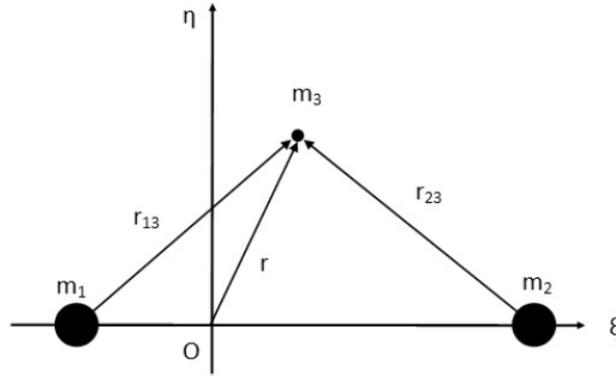


Figura 4 – Visão planar do sistema de coordenadas inercial associado ao PR3C

$$\vec{r}_1^2 = (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2 \quad (3.12)$$

$$\vec{r}_2^2 = (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 + (\zeta_2 - \zeta)^2 \quad (3.13)$$

Aplicando novamente a Lei Gravitacional, obtemos as equações de movimento da partícula  $m_3$  para o sistema  $(\xi, \eta, \zeta)$ :

$$\ddot{\xi} = \mu_1 \frac{\xi_1 - \xi}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\xi_2 - \xi}{r_2^3} \quad (3.14)$$

$$\ddot{\eta} = \mu_1 \frac{\eta_1 - \eta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\eta_2 - \eta}{r_2^3} \quad (3.15)$$

$$\ddot{\zeta} = \mu_1 \frac{\zeta_1 - \zeta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\zeta_2 - \zeta}{r_2^3} \quad (3.16)$$

Lembrando que

$$\mu_1 = Gm_1 \quad e \quad \mu_2 = Gm_2 \quad (3.17)$$

Desta forma, é possível estabelecer que as duas massas têm separação constante e a mesma velocidade angular em relação ao centro de massa e ambos são normalizados. Assim, define-se a unidade de massa,

$$\mu_1 = G(m_1 + m_2) = 1 \quad (3.18)$$

Define-se  $\bar{\mu}$ , razão adimensional de massa dado, como:

$$\bar{\mu} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (3.19)$$

### 3.3.1 Integral de Jacobi

Definindo um novo sistema de coordenadas com a mesma origem do sistema anterior, mas com rotação uniforme  $n$ . Como mostrado na figura 5, o eixo  $x$  é posicionado de tal forma que, as duas massas,  $m_1$  e  $m_2$ , tem coordenadas fixas,  $(x_1, y_1, z_1) = (-\mu_2, 0, 0)$  e  $(x_2, y_2, z_2) = (\mu_1, 0, 0)$ , respectivamente.

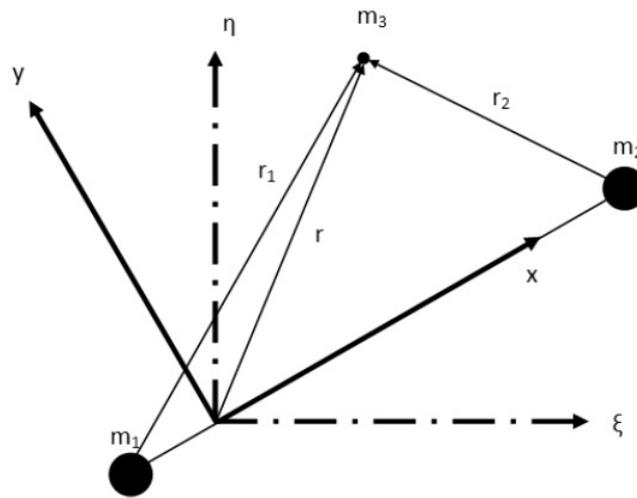


Figura 5 – Visão planar da relação entre o sistema de coordenadas girantes  $(x, y, z)$  e o sistema inercial  $(\xi, \eta, \zeta)$ .

É possível relacionar as coordenadas do sistema  $(\xi, \eta, \zeta)$  com o sistema  $(x, y, z)$  pela seguinte matriz de rotação:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Ao derivar em respeito ao tempo a Equação (3.20) duas vezes obtemos:

$$\begin{pmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \\ \ddot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x \\ \ddot{y} - 2n\dot{x} - n^2y \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Utilizando a relação entre  $(\xi, \eta, \zeta)$  e  $(x, y, z)$  da equação (3.20) e as equações (3.14), (3.15) e (3.16) e substituindo-as na equação (3.21), obtém-se:

$$(\ddot{x} - 2n\dot{y} - n_2x) \cos nt - (\ddot{y} - 2n\dot{x} - n^2y) \sin nt = \left[ \mu_1 \frac{x_1 - x}{r_1^3} + \mu_2 \frac{x_2 - x}{r_2^3} \right] \cos nt + \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] y \sin nt \quad (3.22)$$

$$(\ddot{x} - 2n\dot{y} - n_2x) \sin nt - (\ddot{y} - 2n\dot{x} - n^2y) \cos nt = \left[ \mu_1 \frac{x_1 - x}{r_1^3} + \mu_2 \frac{x_2 - x}{r_2^3} \right] \sin nt + \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] y \cos nt \quad (3.23)$$

$$\ddot{z} = - \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] z \quad (3.24)$$

Multiplicando a Equação (3.22) por  $\cos nt$ , a equação (3.23) por  $\sin nt$  e somando os respectivos resultados; Multiplicando a Equação (3.22) por  $(-\sin nt)$ , a Equação (3.23) por  $\cos nt$  somar os respectivos resultados. Dessa forma, obtém-se as Equações (3.25), (3.26) e (3.27).

Lembrando que  $y_1 - y_2 = z_1 = z_2 = 0$ ,  $x_1 = \mu_2$   $2$   $x_2 = \mu_1$ .

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - n_2x = \left( \mu_1 \frac{x_1 - x}{r_1^3} + \mu_2 \frac{x_2 - x}{r_2^3} \right) \quad (3.25)$$

$$\ddot{y} - 2n\dot{x} - n^2y = \left( \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right) y \quad (3.26)$$

$$\ddot{z} = - \left( \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right) z \quad (3.27)$$

Os termos do lado direito das três equações acima podem ser escritos como gradientes de uma função escalar  $U$ :

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = - \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3.28)$$

$$\ddot{y} - 2n\dot{x} = - \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3.29)$$

$$\ddot{z} = - \frac{\partial U}{\partial z} \quad (3.30)$$

Em que  $U$  é uma função potencial dada por:

$$U = \frac{n_2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (3.31)$$

Ao multiplicar a equação (3.28) por  $\dot{x}$ , a equação (3.29) por  $\dot{y}$  e a equação (3.30) por  $\dot{z}$  e somando as resultantes:

$$\ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y} + \ddot{z}\dot{z} = \frac{\partial U}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial z}\dot{z} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.32)$$

E a sua integral será:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = \nu^2 = 2U - C_J \quad (3.33)$$

Em que a constante de integração  $C_J$  é chamada de Constante de Jacobi. Substituindo a equação ((3.31) na equação ((3.33), tem-se:

$$C_J = n^2(x^2 + y^2) + 2\left(\frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}\right) - \nu^2 \quad (3.34)$$

A equação (3.34) é conhecida como Integral de Jacobi, e é a única integral do problema restrito de três corpos (MURRAY, 1999). Apesar de não poder ser usada para obtenção da solução exata do problema, essa equação é muito útil para determinar as regiões onde a partícula  $m_3$  pode ou não orbitar. Essas regiões podem ser determinadas considerando a velocidade zero ( $\nu = 0$ ) na equação (3.34). Desta forma, para cada valor de  $C_J$ , será definida uma região de fronteira em que o movimento da partícula não é possível. A intersecção dessa região com o plano  $xy$  forma as curvas de *Velocidade Zero*. A análise das curvas de *Velocidade Zero* é possível utilizando os cinco valores associados a Constante de Jacobi ( $C_J(L_1)$ ,  $C_J(L_2)$ ,  $C_J(L_3)$ ,  $C_J(L_4)$  e  $C_J(L_5)$ ).

Na figura 6 é possível observar as quatro distintas regiões delimitadas pelas Constantes de Jacobi. As regiões marcadas em cinza representam as curvas de *Velocidade Zero* onde o movimento do satélite não é possível. Os pontos  $P_1$  e  $P_2$  representam o centro de massa do corpo primário e do corpo secundário, respectivamente e os símbolos “+” indicam os pontos de Langrange,  $L_k$ ,  $k = 1, 2, 3, 4, 5$ , apresentados em seguida. Quando  $C_J \geq C_J(L_1)$ , o movimento do satélite estará sempre confinado a um dos corpos primários, como mostrado na Figura 6a. Se  $C_J(L_2) \leq C_J < C_J(L_1)$ , o satélite poderá passar de uma região para a outra (Figura 6b), pois a passagem por  $L_1$  se abre quando  $C_J < C_J(L_1) = 3,18834$ . O satélite poderá escapar do sistema quando a passagem por  $L_2$  se abre para  $C_J < C_J(L_2) = 3,17216$ , como mostrado na Figura 6c. Por último, a Figura 6d exemplifica os casos para  $C_J(L_3) > C_J > C_J(L_4) = C_J(L_5)$  quando a curva de *velocidade zero* diminui até deixarem de existir para  $C_J < C_J(L_4) = C_J(L_5)$ .

Deve-se ressaltar que, a figura 6 representa o sistema sendo analisado de trás para frente, ou seja, sendo efetuando de forma retrógrada, e aqui foi ilustrada para que se pudesse compreender melhor a dinâmica de escape pelos pontos lagrangeanos - Para esta figura temo-se,  $P_1$  igual Terra e  $P_2$  igual a Lua.

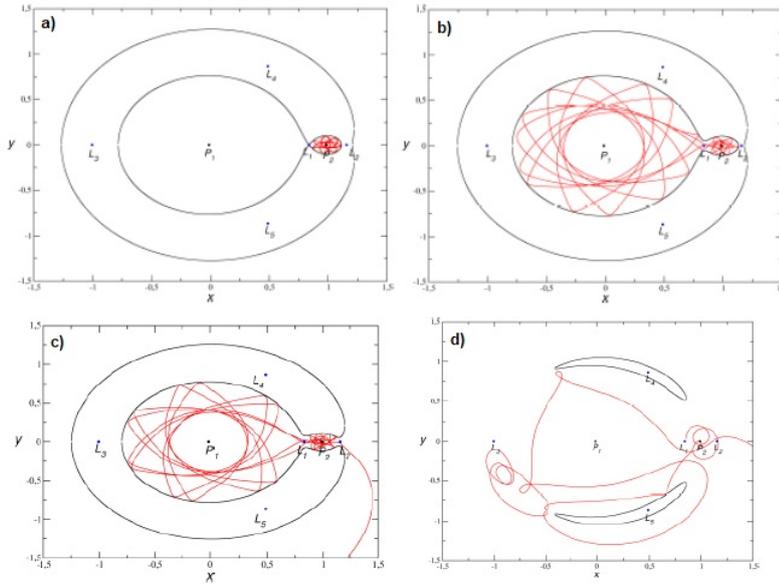


Figura 6 – Superfícies de Velocidade Zero para o Sistema Terra-Lua.

### 3.3.2 Pontos Lagrangeanos

O problema restrito de três corpos apresenta cinco soluções particulares em que uma partícula  $P$ , pode ser colocada com velocidade e aceleração nulas e, assim, permanecer estacionária em relação ao sistema girante (sinódico). Esses pontos são denominados *Pontos de Equilíbrio Lagrangeanos*. Note que apesar da partícula parecer fixa para o sistema girante, ela estará em movimento em relação ao sistema inercial.

Para encontrar a posição dos pontos de equilíbrio no plano  $xy$ , pode-se reescrever a equação (3.31) de forma que as dependências explícitas de  $x$  e de  $y$  são removidas (BROUWER, 1961):

$$U = \mu_1 \left( \frac{1}{r_1} + \frac{r_1^2}{2} \right) + \mu_2 \left( \frac{1}{r_2} + \frac{r_2^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \mu_1 \mu_2 \quad (3.35)$$

Como  $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$  no ponto de equilíbrio, deve-se resolver o seguinte sistema:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial x} = 0 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial y} = 0 \quad (3.37)$$

Ao avaliar as derivadas parciais, obtém-se:

$$\mu_1 \left( -\frac{1}{r_1^2} + r_1 \right) \frac{x + \mu_2}{r_1} + \mu_2 \left( -\frac{1}{r_2^2} + r_2 \right) \frac{x - \mu_1}{r_2} = 0 \quad (3.38)$$

$$\mu_1 \left( -\frac{1}{r_1^2} + r_1 \right) \frac{y}{r_1} + \mu_2 \left( -\frac{1}{r_2^2} + r_2 \right) \frac{y}{r_2} = 0 \quad (3.39)$$

A solução trivial para a equação (3.39) é quando  $y = 0$ , o que implica a existência de pontos de equilíbrio sobre o eixo  $x = 0$ . Ao resolver a equação (3.39) a partir da condição de  $y = 0$ , obtém-se os três primeiros pontos de Lagrange  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$ . O ponto  $L_1$  está localizado entre as massas  $m_1$  e  $m_2$ . Já os pontos  $L_4$  e  $L_5$  estão localizados respectivamente na parte superior e inferior na metade direita do sistema, como pode ser visto na figura 7.

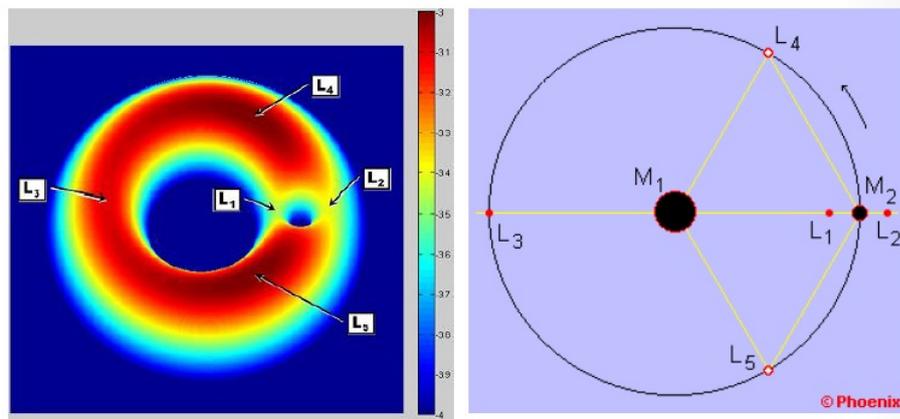


Figura 7 – Superfícies de Velocidade Zero para o Sistema Terra-Lua. (ASTRONOMIA, 2004)



## 4 Resultados e Discussões

### 4.1 Análise Numérica

Para que haja efetividade no estudo de análise detalhada, foi selecionado dentre os satélites brasileiro em órbita GEO (figura 8) listados da figura 9, a missão *Star One C4*. O Star One C4 é uma interação de comunicação via satélite geostacionária brasileira, cujo desenvolvedor é a *Space Systems/Loral (SS/L)* (SSLORAL, 2019).

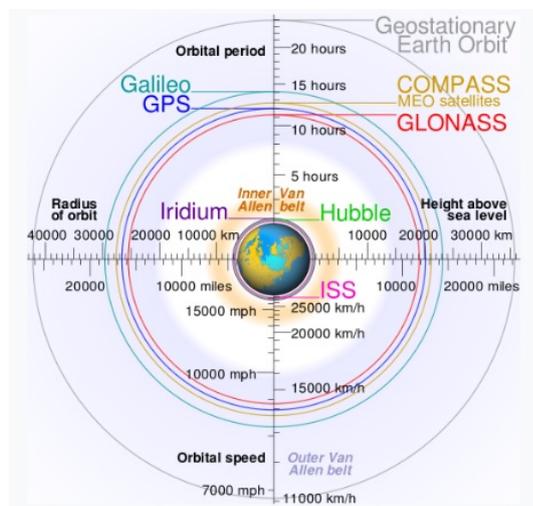


Figura 8 – Distâncias e períodos orbitais das órbitas ao redor da terra. (STACK-EXCHANGE, 2019)

	Localização orbital	Lançamento	Veículo lançador	Operador	Vida útil	Cobertura	órbita	peso	Designação COSPAR
Amazonas 1	55° W (55,5° W)	04/08/2004	Proton-M/Briz-M	Hispasat	15 anos	Américas e Europa	GEO	4.545 kg	2004-031A
Amazonas 2	61° W (61,1° W)	11/10/2009	Ariane 5 ECA	Hispasat	15 anos	Américas	GEO	5.460 kg	2009-054A
Amazonas 3	61° W (61,1° W)	07/02/2013	Ariane 5 ECA	Hispasat	15 anos	Américas	GEO	6.254 kg	2013-006A
Amazonas 4A	61° W (61,1° W)	22/03/2014	Ariane 5 ECA	Hispasat	15 anos	América do Sul	GEO	2.938 kg	2014-011A
Brasilsat b2	63° W (63,1° W)	28/03/1995	Ariane-44LP H10+	Embratel Star One	12 anos	Brasil	GEO	1.757 kg	1995-016A
Brasilsat b3	92°W	04/02/1998	Ariane-44LP H10+	Embratel Star One	12 anos	Brasil	GEO	1.757 kg	1998-006A
Brasilsat b4	84° W	16/08/2000	Ariane 44LP	Embratel Star One	12 anos	Brasil	GEO	2.495 kg	2000-046A
Star One C1	65° W	14/11/2007	Ariane 5 ECA	Embratel Star One	15 anos	América do Sul	GEO	4.100 kg	2007-056A
Star One C2	70° W	18/04/2008	Ariane 5 ECA	Embratel Star One	15 anos	Américas	GEO	4.100 kg	2008-018B
Star One C3	75° W	10/11/2012	Ariane 5 ECA	Embratel Star One	15,1 anos	Américas	GEO	3.227 kg	2012-062A
Star One C4	70° W	15/07/2015	Ariane 5 ECA	Embratel Star One	15 anos	Brasil	GEO	5.635 kg	2015-034A

Figura 9 – Lista de satélites em órbita GEO que cobrem o Brasil. Fonte: AEB (Agencia Espacial Brasileira).

Ele se localiza na posição orbital de 70° de longitude oeste, juntamente com o *Star One C2* e é operado pela *Embratel Star One*, subsidiária da Embratel. O satélite foi baseado na plataforma *LS-1300* e sua expectativa de vida é de 15 anos (STAR-ONE-C4, 2015) e (SATBEMS, 2015).

### 4.1.1 Condições Iniciais

Cada missão possui informações específicas e assim se faz necessário conhecê-las. A Tabela 1 ([STAR-ONE-C4, 2015](#)) mostra algumas informações sobre a espaçonave selecionada usada no estudo.

Star One C4 (Hispasat 70W-1)	Dados
Posição	70°W(70°W)
NORAD	40733
Número Cospar	2015 – 034B
Iniciar dados	15/07/2015
Veículo de lançamento	Ariane 5 ECA
Massa de lançamento (kg)	5635
Massa seca (kg)	N/A
Órbita	GEO
Vida útil esperada	15 anos

Tabela 1 – Informações sobre a nave espacial

### 4.1.2 Cenário da Missão

O primeiro estágio de nossa investigação, consiste na definição de conjuntos apropriados de condições iniciais ao redor da órbita geoestacionária, para serem evoluídos de forma progressiva pela dinâmica natural, a fim de buscar soluções de transferência adequadas para as proximidades da Lua. Assim, geramos conjuntos de condições iniciais de órbitas oscilantes lunares, obtidas por valores variáveis dos elementos orbitais, a saber, o eixo semi-maior ( $a$ ), excentricidade ( $e$ ), inclinação ( $i$ ), argumento de perigeu ( $\omega$ ) e longitude do nó ascendente ( $\Omega$ ). Com isso, espera-se produzir soluções que se assemelham a órbitas periódicas ([BROUCKE, 1968](#)), e soluções quase periódicas ([WINTER, 2002](#)). Mais especificamente, os elementos orbitais relativos à Lua são inspecionados da seguinte forma:  $a$  mantém-se constante com valor de 383.154 km;  $e$  varia de 0 a 0,99 com etapas de 0:01;  $i$  permanece constante com valor de 0 graus;  $\omega$  é escolhido de 0 a 315 graus, em passos de 45 graus; e  $\Omega$  escolhido de 0 a 315 graus, em etapas de 45 graus.

Cada condição inicial selecionada é evoluída para frente pelo modelo dinâmico de quatro corpos da equação (3.5), desde o tempo igual a zero até o tempo final  $t_f$  de 5000 dias (portanto, os estados finais pesquisados de nossa análise numérica devem corresponder às órbitas de chegada próximas à órbita lunar, que serão os estados iniciais em tempo real). No entanto, dada a enorme quantidade de possíveis condições iniciais a serem exploradas, adotamos um critério para decidir quais condições iniciais são de interesse, reduzindo o tempo de processamento necessário. Para isso, calculamos a constante de Jacobi associada ao sistema Terra-Lua de cada condição inicial e selecionamos para a evolução do tempo apenas aqueles com  $C_J$  no intervalo entre  $C_J(L_2)$  e  $C_J(L_1)$ . Com isso, considerando a boa

descrição aproximada fornecida pelo *PCR3C*, nosso objetivo é selecionar trajetórias que só possam transitar para a região lunar através do pescoço  $L1$  do sistema Terra-Lua. É importante observar que o valor da constante de Jacobi na dinâmica completa de 4 corpos, varia com o tempo e é usado apenas como um guia para a escolha de condições iniciais adequadas. Por outro lado, destacamos que, para o início. Em condições com inclinação próxima a zero graus, o satélite está muito próximo da Lua, de modo que as forças gravitacionais devidas à Terra e ao Sol possam ser consideradas pequenas perturbações.

Essa restrição de energia é muito conveniente, pois estamos buscando soluções de transferência da Terra para a Lua que não escapam da região lunar, com o objetivo final de uma possível colisão com a Lua. De fato, no contexto do *PCR3C*, essa faixa de energia é a mais favorável para transferências de capturadas balísticas de baixo custo, conforme mostrado nas referências (SOUSA-SILVA; TERRA, 2016) e (SOUSA-SILVA; CERIOTTI, 2016). Como ilustrado na Fig. 6b, para  $C_J(L2) < C < C_J(L1)$ , a sonda pode migrar da região ao redor da Terra para a região ao redor da Lua através do pescoço  $L1$ , com a vantagem de que as superfícies de velocidade zero restringem tanto a região acessível ao redor da Lua quanto às opções de trânsito no espaço de fase, evitando, por exemplo, a fuga da trajetória para a região externa pelos pescoços  $L2$  e  $L3$ .

Devido à configuração dos elementos orbitais iniciais, a energia inicial de dois corpos ( $2B$ ) tem um valor negativo em relação à Lua (órbita fechada). Com a evolução do tempo e a perturbação do terceiro e quarto corpos (a Terra e o Sol), a energia  $2B$  muda seu valor. Quando a energia orbital muda para um valor positivo (ROY, 1955) (órbita aberta), esse valor pode ser atribuído como o tempo de captura da trajetória. A integração é interrompida se a partícula colidir com a Lua ou a Terra antes de  $t_f$ , ou se o tempo exceder  $t_f = \pm 5.000$  dias. Se a partícula não escapar no período de 5.000 dias, sua trajetória é chamada prisioneira. No entanto, os casos de interesse são aqueles em que a sonda escapa da vizinhança próximo a uma órbita geoestacionária (GEO) para uma região próximo à Lua.

Propagando todas as trajetórias candidatas à fuga de  $L_1$ , será possível identificar quais trajetórias de trânsito atingem a superfície lunar. A vizinhança mais próxima da Órbita Geoestacionária, é circular e tem um raio de aproximadamente  $42.164km$  e inclinação zero graus em relação ao equador terrestre. Assim, buscando soluções de transferência adequadas, trajetórias que alcancem distâncias até o centro de massa da Terra inferiores a  $300.000km$ ; Foram selecionados com uma inclinação igual ou inferior a 5 graus em relação às órbitas do equador terrestre. Para ilustrar os resultados obtidos, as Figuras 10 a 23 mostram as condições iniciais selecionadas de acordo com o comportamento dinâmico qualitativo em função do semi-eixo maior, da excentricidade e da inclinação, mantendo ambos  $\omega = 90$  graus  $\Omega = 315$  graus constante, para  $C_J(L-1) > C > C_J(L_2)$ . As Figuras 9 e 11 apresentam as condições iniciais das trajetórias que colidem, respectivamente, com

a superfície da Lua e com a superfície da Terra, antes que  $t_f$  seja atingido. O tempo de colisão nas duas figuras é representado pelas figuras subsequentes.

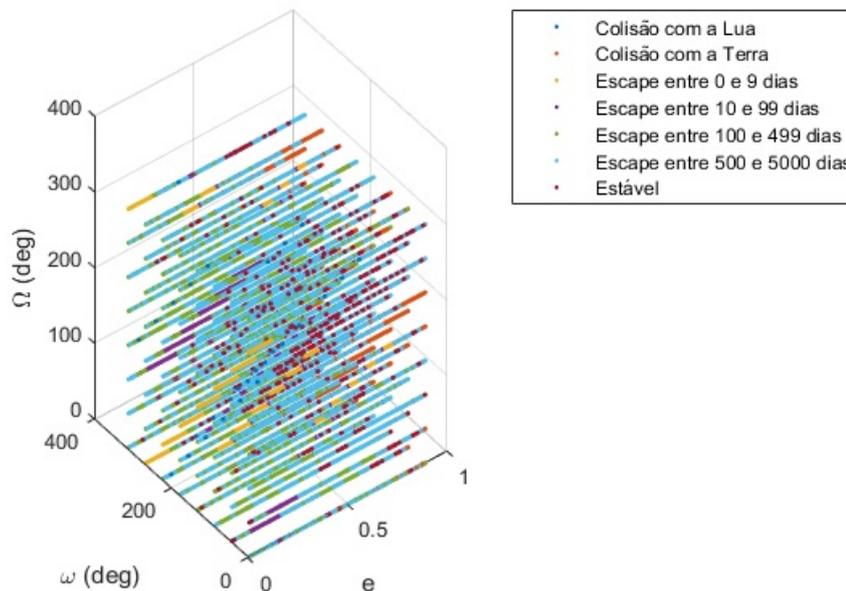


Figura 10 – União de todas as possibilidades de mitigação em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** Código próprio (Matlab).

Na figura 10, verifica-se a nuvem de partículas analisadas. Estas, destacadas em cores distintas capazes de serem discenidas, de acordo com a legenda que as acompanham, e cujas trajetórias são determinadas para tempos entre 0 e 5.000 dias.

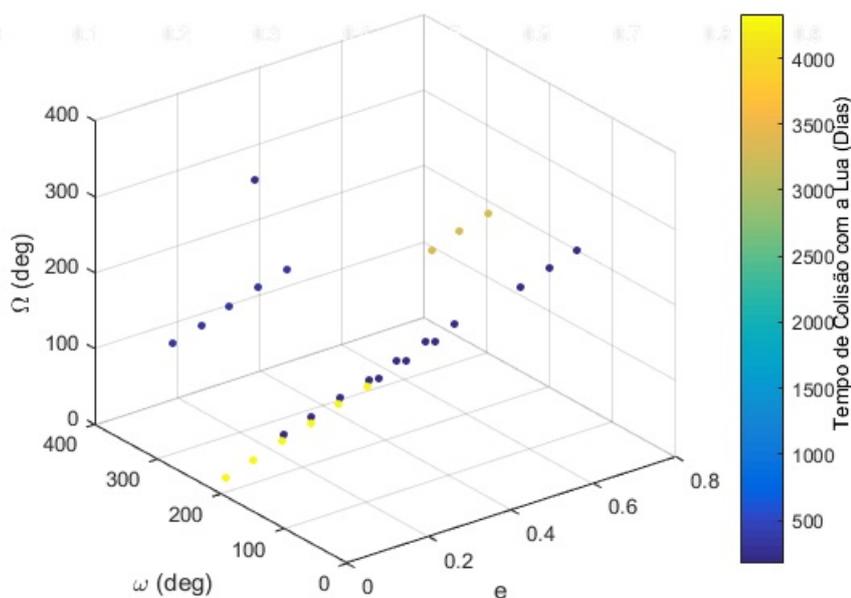


Figura 11 – Ilustração do tempo em que cada partícula levou para colidir com a Lua em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** Código próprio (Matlab).

A figura 11 ilustra de forma clara a nuvem de partículas que, porventura, tem como probabilidade a colisão lunar além do tempo gasto por cada uma numa faixa retratada em dias. Percebe-se uma evolução significativa com  $\Omega < 300$  graus. É de fato efetivo este tipo de missão, contudo, é concretizado apenas com uma parcela do total de partículas analisadas.

Outras partículas regrediram, de tal forma que foi possível verificar a colisão com a terra de acordo com a figura 12. Contudo, não é de interesse do corpo deste trabalho, ainda que os resultados determinem essa probabilidade de reentrada atmosférica. Tem-se ainda, o tempo gasto por cada partícula que colide com a terra levando de zero à cinco mil dias para o fim da missão.

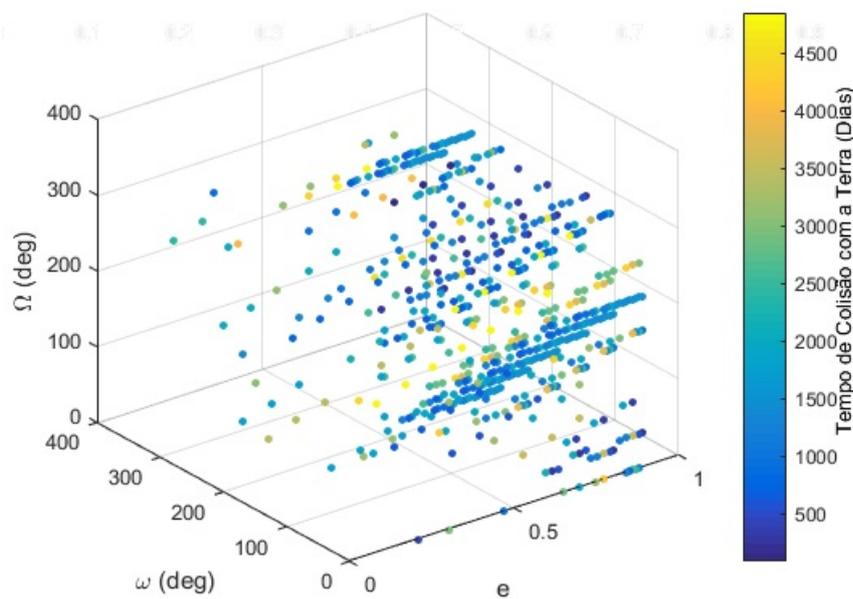


Figura 12 – Ilustração do tempo em que cada partícula levou para colidir com a Terra em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** *Código próprio (Matlab)*.

Partindo da figura 13 à 16, nota-se o comportamento dos corpos, cuja evidência se dá pelo escape do sistema Terra-Lua, bem como o tempo em dias que cada partícula levou para este fim. A figura 15 nos revela trajetória das partículas que gastaram pouco mais de nove dias para o escape e ejeção do sistema Terra-Lua. É possível notar ainda nas figuras subsequentes que, a quantidade de partículas evoluem de acordo com o tempo, ou seja, ao passo que o tempo transcorre, nota-se que tal quantidade ejetada é diretamente proporcional ao tempo.

A figura 13 nos detalha de forma discreta o tempo em que as partículas evoluíram e foram também ejetadas do sistema gastando pouco mais de nove dias. Observa-se principalmente, um aumento significativo das partículas na evolução de ejeção. Na Figura 14 é possível observar o comportamento do sistema para trajetórias com inclinações constantes. Para este conjunto de partículas a ejeção se dá para valores entre 10 e 100 dias

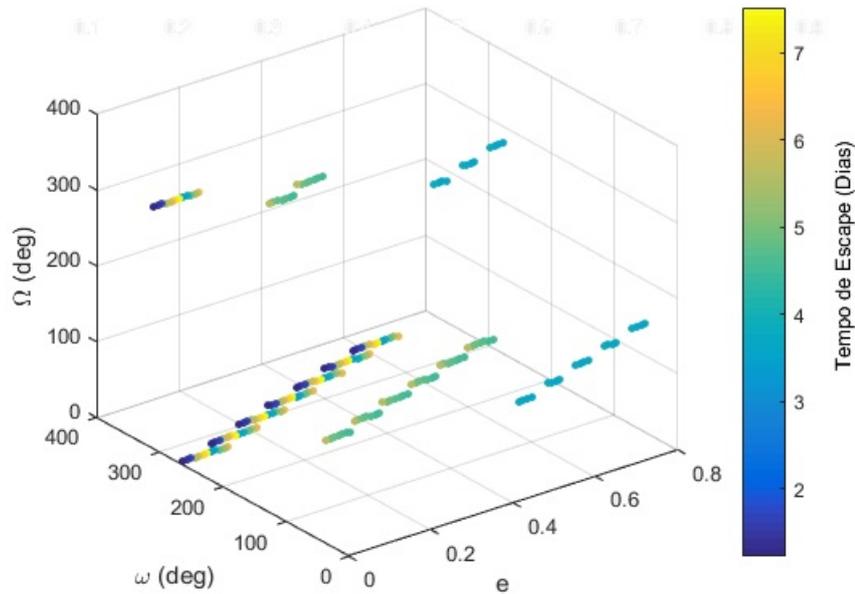


Figura 13 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (0 e 9 dias) em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** Código próprio (Matlab).

terrestres.

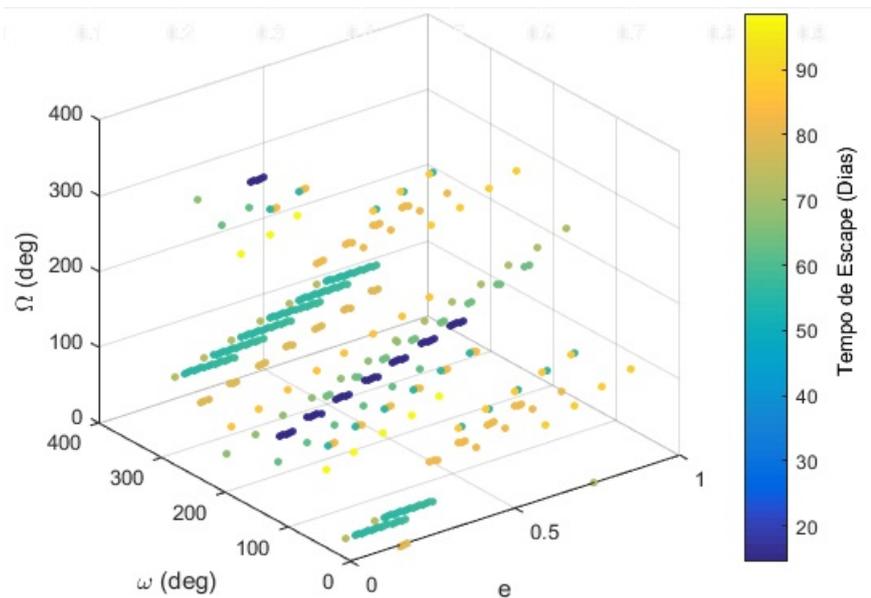


Figura 14 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (10 e 99 dias) em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** Código próprio (Matlab).

Na Figura 15 nota-se também que a quantidade de partículas aumentaram e isso ai se mantem constante até a figura 16, cujo tempo é entre 100 e 5.000 dias terrestres. A distribuição de partículas no gráfico se da de forma uniforme com excentricidade variando de 0 a 1 em todos os casos anteriores. Nota-se também que que a fulga pelo

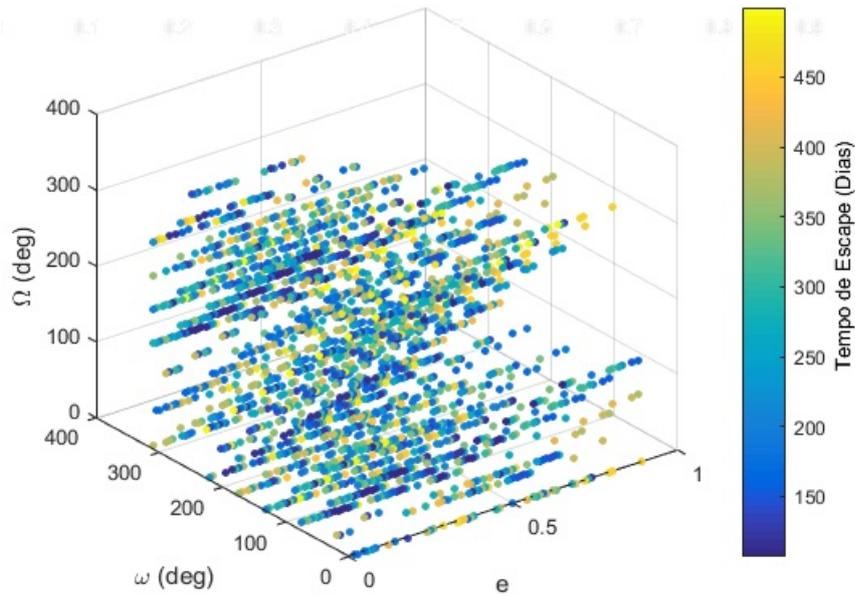


Figura 15 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (100 e 499 dias) em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** Código próprio (Matlab).

ponto langrageano  $L_1$  se deu com maior intensidade para quantidade de dias acima de 100 dias. Deve se frizar que, em todos os casos analisados, o valor do semi-eixo mais manteve-se constante.

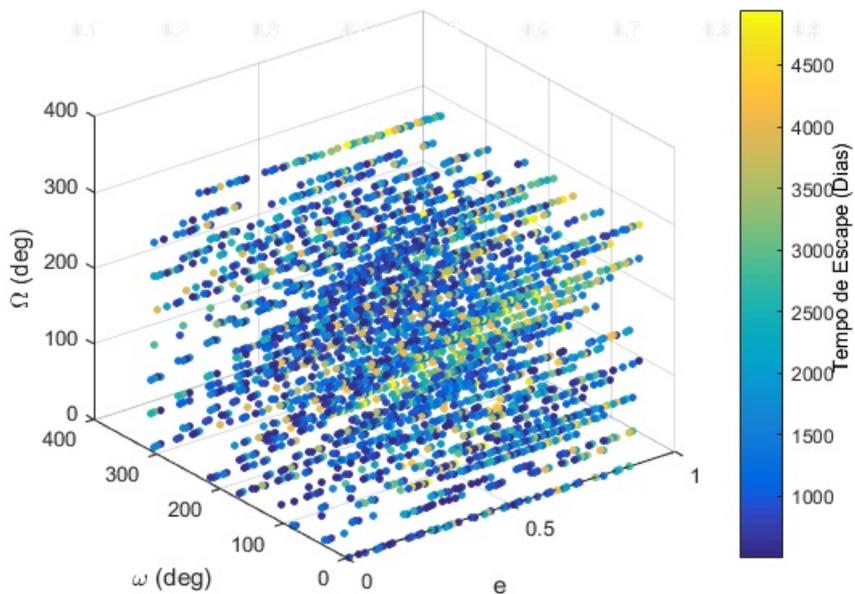


Figura 16 – Ilustração do tempo em que cada corpo concretizou seu escape da órbita (500 e 5000 dias) em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** Código próprio (Matlab).

Já na figura 17, são determinados os corpos que se mantiveram estáveis, ou seja, continuaram em suas órbitas originais (não regrediram ou não progrediram para a ejeção).

Essas partícula são consideradas prisioneiras ou estáveis, uma vez que não houve ejeção de sua trajetória, no período de 5.000 dias.

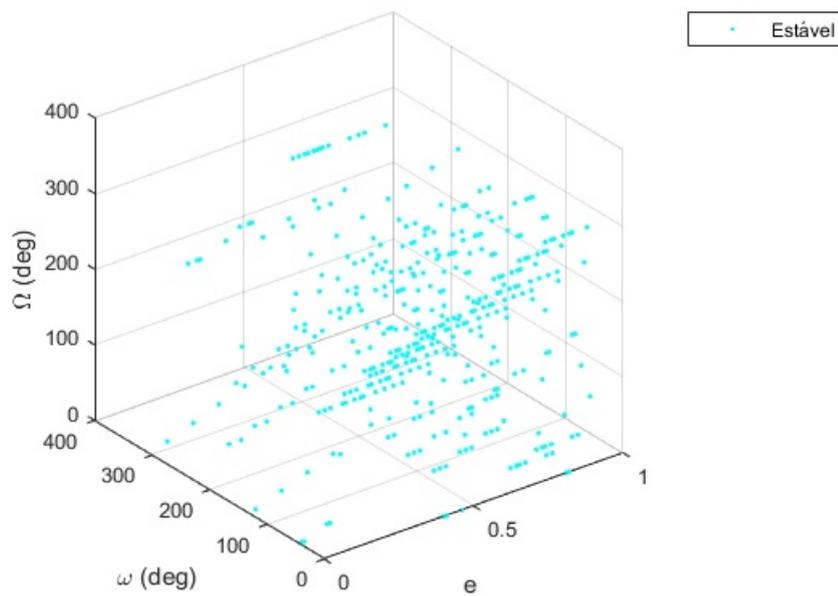


Figura 17 – Corpos que se mantiveram estáveis em função dos valores iniciais de  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $e$ . **Fonte:** Código próprio (Matlab).

## 5 Conclusão

Este trabalho investiga uma estratégia para mitigar missões geoestacionárias através do impacto lunar. A principal vantagem de considerar essa opção de descarte no final da vida útil, é que ela remove completamente o perigo para o ambiente espacial que a sonda pode representar. Comparada à transferência para uma órbita cemitério (localizada entre 100 e 300 km acima da órbita geoestacionária), essa estratégia evita a possibilidade de um retorno descontrolado para a Terra em um futuro distante. Por outro lado, a probabilidade de colisão nas regiões LEO e GEO é insignificante, devido ao baixo número de excursões nas regiões protegidas (a região LEO em particular).

Com base na tendência do cenário atual de crescimento populacional de detritos espaciais, e também no crescente interesse em missões com órbitas geoestacionárias, conclui-se que é possível efetivar como alternativas de mitigação, transferências desses satélites para órbitas cemitérios, colisão lunar ou ainda ejeção do sistema Terra-Lua. Contudo, estudos recentes mostram que a instabilidade dessas órbitas cemitérios, certamente levará à reentrada atmosférica de tais detritos pois não se dá de maneira controlada, podendo causar desastres se cair em grandes centros urbanos. Percebe-se novamente que, se destaca a colisão lunar. A principal desvantagem da estratégia desse tipo de descarte apresentada, pode ser talvez a natureza caótica das trajetórias proposta.

Dessa forma, futuras missões de satélites geoestacionários podem usar essa estratégia de remoção definitiva, evitando a geração de novos detritos em regiões próximas à órbita geoestacionária. No entanto, se essa ideia for adotada por uma missão futura, será necessário realizar um estudo referente à probabilidade de colisão desse satélite com outros detritos, ou mesmo com os satélites em operação. Possíveis evoluções do trabalho realizado também podem ser incluídas, tais como discernir qual tipo de manobra orbital mais conveniente para esse tipo missão, e ainda a análise da probabilidade de colisão desse satélite com outros detritos, referenciado acima.



# Referências

- ASSIS, M. O. T. S. C. Escape dynamics and fractal basin boundaries in the planar earth–moon system. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, v. 120, n. 2, p. 105–130, 2014. Citado na página 29.
- ASTRONOMIA. *Observatório Phoenix*. 2004. Disponível em: <[http://www.observatorio-phoenix.org/e\\_teorias/24\\_E18.htm](http://www.observatorio-phoenix.org/e_teorias/24_E18.htm)>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 39.
- BBC-NEWS. *Trouble in orbit: the growing problem of space junk*. 2015. Disponível em: <<https://www.bbc.com/news/science-environment-33782943>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 27.
- BROUCKE, R. Periodic orbits in the restricted three-body problem with earth-moon masses. *JPL Techn*, p. 32–1168, 1968. Citado na página 42.
- BROUWER, G. M. C. D. *Methods of celestial mechanics*. New York: Academic Press, 1961. Citado na página 38.
- CELLETTI A., C. G. A. On the dynamics of space debris: 1:1 and 2:1 resonances. *J Nonlinear Sci*, v. 24, n. 24, 2014. Citado na página 29.
- CURTIS, H. D. *Orbital mechanics for engineering students*. Oxford: Butterworth-Heinemann, n. 2 ed, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- DE-MELO, e. a. C. F. Numerical study about natural escape and capture routes by the moon via lagrangian points l1 and l2. *Advances in Space Research*, v. 40, n. 1, p. 83–95, 2007. Citado na página 29.
- HOLLINGHAM, R. What would happen if all satellites stopped working? BBC, 2013. Citado na página 25.
- KESSLER, B. G. C.-P. D. J. Collision frequency of artificial satellites - the creation of a debris belt. *Journal of Geophysical Research*, v. 83, n. A6, p. 2637–2646, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 29.
- LIU, J. C. Orbital debris and future environment remediation. *Future In-Space Operations (FISO) Seminar*, 2011. Citado na página 27.
- MURRAY, S. F. D. C. D. *Solar system dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 29, 33 e 37.
- NASA. *Monthly Number of Objects in Earth Orbit by Object Type*. *Orbital Debris Quaterly News*, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- NASA. *Growth of Orbital Debris*. 2016. Disponível em: <<https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20160012733.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 26.
- ROSENGREN, A. J. Chaos in navigation satellite orbits caused by the perturbed motion of the moon. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 4, n. 449, p. 3522–3526, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.

- ROSSI B. VALSECCHI, P. F. A. Risk of collisions for constellation satellites. *Nature*, v. 399, p. 743–744, 1990. Citado na página 25.
- ROY, M. W. O. A. E. *Monthly notices of the royal astronomical society*. n. 115, p. 296–309, 1955. Citado na página 43.
- SATBEMS. *SatBeams Satellite Details*. 2015. Disponível em: <<http://www.satbeams.com/satellites?id=2627>>. Citado na página 41.
- SOUSA-SILVA, M. T. P.; CERIOTTI, M. A heuristic strategy to compute ensembles of trajectories for 3d lowcostearth-moon transfers. Paper number IAC-16,C1,4,5,x34131, 2016. Citado na página 43.
- SOUSA-SILVA, P.; TERRA, M. A survey of different classes earth-to-moon trajectories in the patched three-body approach. *Acta Astronautica*, v. 123, p. 340–349, 2016. Citado na página 43.
- SSLORAL. *Award Launch History GEO Satellites*. 2019. Disponível em: <<http://www.ssloral.com/html/aboutssl/history1300.html>>. Citado na página 41.
- STACK-EXCHANGE. *Space Exploration Beta*. 2019. Disponível em: <<https://space.stackexchange.com/questions/10837/why-are-the-gps-constellation-satellites-in-such-a-high-orbit>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 41.
- STAR-ONE-C4. *Gunter's Space Page*. 2015. Disponível em: <<http://space.skyrocket.de/docsdats/staronec4.htm>>. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- STOKELY, C. M. Haystack radar observations of debris from the fengyun-1c antisatellite test. *Orbital Debris Quarterly News*, 2008. Citado na página 25.
- WINTER, E. V.-N. O. C. Distant stable direct orbits around the moon. *Astronomy Astrophysics*, n. 393, p. 661–671, 2002. Citado na página 42.
- ZUCKERMAN, L. *Satellite Failure Is Rare, And Therefore Unsettling*. [S.l.], 1998. Disponível em: <<http://www.nytimes.com/1998/05/21/business/satellite-failure-is-rare-and-therefore-unsettling.html>>. Citado na página 25.