



## **PROJETO DE GRADUAÇÃO 2**

# **ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NOS FUNDOS DE PENSÃO: SIMULAÇÃO PARA HIPÓTESES BIOMÉTRICAS**

Por,

**Lucas Pinheiro de Medeiros**

**Brasília, 01 de julho de 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE  
PRODUÇÃO**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

# **ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NOS FUNDOS DE PENSÃO: SIMULAÇÃO PARA HIPÓTESES BIOMÉTRICAS**

POR,

**Lucas Pinheiro de Medeiros**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro de Produção

## **Banca Examinadora**

Prof. Reinaldo Crispiniano Garcia, UnB/EPR (Orientador) \_\_\_\_\_

Prof. Annibal Afonso Neto, UnB/EPR \_\_\_\_\_

Brasília, 01 de julho de 2015

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	5
1.1	OBJETIVOS.....	6
1.1.1	OBJETIVO PRINCIPAL.....	6
1.1.2	OBJETIVOS SECUNDÁRIOS.....	7
1.2	JUSTIFICATIVA.....	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	8
2.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DA PREVIDÊNCIA NO BRASIL.....	8
2.2	MODELAGEM ATUARIAL.....	9
2.2.1	AS REGRAS DOS PLANOS DE BENEFÍCIOS.....	11
2.2.2	REGIMES FINANCEIROS.....	12
2.2.3	MÉTODOS DE FINANCIAMENTO.....	13
2.2.4	HIPÓTESES E PREMISSAS ATUARIAIS.....	14
2.3	ESTUDOS DE ADERÊNCIA PARA HIPÓTESES E PREMISSAS ATUARIAIS ..	18
2.3.1	TESTES DE HIPÓTESES PARA HIPÓTESES BIOMÉTRICAS.....	19
2.3.2	Teste de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras.....	19
2.3.3	Teste Qui-Quadrado de Independência.....	21
2.4	PROVISÕES MATEMÁTICAS.....	24
2.5	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE.....	27
3	METODOLOGIA.....	29
3.1	TESTES DE ADERÊNCIA PARA MORTALIDADE.....	29
3.2	CÁLCULO DAS RESERVAS MATEMÁTICAS E BENEFÍCIOS.....	30
4	RESULTADOS.....	33
4.1	ANÁLISE DAS TÁBUAS POR MEIO DOS TESTES DE ADERÊNCIA.....	33
4.2	ANÁLISE FINANCEIRA.....	34
4.3	CONSOLIDADO DAS ANÁLISES.....	36
5	CONCLUSÃO.....	37
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

ANEXOS.....	40
ANEXO I – FORMULAÇÕES CONSTANTES NA NOTA TÉCNICA ATUARIAL .....	40
ANEXO II – TÁBUAS DE MORTALIDADE .....	46

# 1 INTRODUÇÃO

Os fundos de pensão são entidades sem fins lucrativos cujo objetivo maior é assegurar o pagamento, em uma data futura, de benefícios contratados pelos participantes dos planos previdenciais (aposentadorias, pensões a beneficiários e dependentes, pecúlios, etc.). Contudo, tal propósito é permeado por diversos fatores de risco. Sob esta ótica, Rodrigues (2009) evidencia a necessidade de uma Gestão de Risco Atuarial, que deve ser vista como:

“um conjunto de ações e processos que visam reduzir o impacto de uma ou mais variáveis do risco atuarial, estando as ações do administrador desses riscos subordinadas a um conjunto de regras que atendam ao interesse da solvência desses riscos.” (Rodrigues, 2009)

No presente trabalho será analisada a sensibilidade do passivo previdenciário para um plano de benefícios administrado por uma Entidade Fechada de Previdência Complementar, comumente denominada Fundo de Pensão, frente aos riscos biométricos. Em linhas específicas, a sensibilidade da hipótese de mortalidade geral será testada a partir da projeção das reservas matemáticas e da respectiva conversão desse montante em benefícios de aposentadoria e de reversão em pensão, de modo a possibilitar uma avaliação da adequação desses parâmetros e de sua relevância para a apuração das obrigações de um plano de benefícios.

No que tange às variáveis do risco atuarial, existem diferentes fatores de influência aos quais estão expostos os ativos de investimentos e passivos previdenciais dos fundos de pensão. Estes riscos podem ser caracterizados conforme a figura 1 (Rodrigues, 2009).

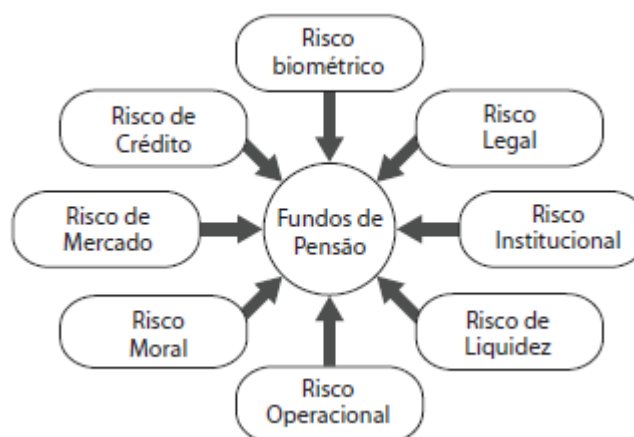


Figura 1. Riscos em fundos de pensão (Rodrigues, 2009, p.21)

Dada a ampla gama de aspectos de riscos envolvidos em um Fundo de Pensão, e considerando a sua condição de não constituição de lucro industrial, pode-se afirmar que

existe a necessidade de parcimônia administrativa na gestão dos recursos de terceiros. Neste contexto, existe uma margem expressiva de conservadorismo na tomada de riscos e na gestão dos processos (Rodrigues, 2009).

De maneira abrangente, é possível afirmar que o principal risco de um Fundo de Pensão pode ser caracterizado pela impossibilidade de acumular e/ou manter recursos compatíveis com os compromissos assumidos para com os seus participantes. Assim, denota-se a importância de, no período que precede a aposentadoria, acumular poupança suficiente para pagar de forma vitalícia o benefício comprometido pelo Fundo de Pensão (fase de acumulação), bem como o de assegurar que, no período que abrange desde a aposentadoria até o falecimento, haverá poupança suficiente para pagar os benefícios contratados (fase de concessão).

É possível reduzir, sob uma ótica mais restritiva, os riscos associados aos fundos de pensão a dois tipos principais de riscos efetivamente aplicáveis a modelos matemáticos: os biométricos, representados pelas tábuas de mortalidade e invalidez, e os econômicos ou de Mercado, representados pela taxa mínima real de ganhos de capital e pela remuneração nominal dos ativos de investimentos (Rodrigues, 2009).

Nesse contexto, evidencia-se a importância da adoção de hipóteses e premissas atuariais adequadas, para fins de apuração das obrigações dos Planos para com os seus participantes e assistidos. Esse trabalho objetivou discutir acerca da fundamentação teórica existente em relação à gestão atuarial de planos de benefícios, e então propor uma análise de sensibilidade para o risco de longevidade nos planos de benefícios administrados por Entidades Fechadas de Previdência Complementar.

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1 OBJETIVO PRINCIPAL**

O objetivo deste trabalho é desenvolver, a partir de estudo de caso, uma análise da evolução e da sensibilidade das obrigações de um Plano de Benefícios Previdenciários, sob uma ótica determinística, tendo por variáveis principais de entrada as taxas de mortalidade por idade de participante e os benefícios calculados como variáveis de saída.

A partir do uso de tábuas de mortalidade, que representam as probabilidades de vida e morte de uma população, em função da idade, consolidadas no mercado previdenciário, busca-se avaliar a sensibilidade do passivo atuarial em relação às alterações de hipóteses biométricas, gerando subsídios ao processo de decisão de gestores de fundos de pensão quanto às definições das hipóteses biométricas para os planos de benefícios.

## 1.1.2 OBJETIVOS SECUNDÁRIOS

Como consequência do objetivo principal deste estudo, outros objetivos serão almejados:

- Gerar subsídios ao processo de decisão acerca das tábuas biométricas mais adequadas ao Plano de Benefícios;
- Comparar os custos esperados com o pagamento de benefícios sob a ótica dos testes de aderência com embasamento estatístico e sob a ótica financeira;
- Recomendar estudos de natureza similar para outros planos de benefícios, quando aplicável;
- Demonstrar as séries históricas calculadas por meio de quadros e tabelas;

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Dada a sua função previdenciária, os fundos de pensão são importantes agentes privados de poupança e investimento de longo prazo em qualquer economia. Além disso, a poupança previdenciária acumulada nos planos brasileiros responde por cerca de 33% do volume negociado total da BM&FBovespa em 2013 (Barbosa, 2014). A mensuração e o acompanhamento dos riscos associados aos sistemas previdenciários, face à sua natureza e aos compromissos admitidos, é crucial.

Pode-se afirmar que todos aqueles vinculados a um plano de previdência complementar assumem riscos (Reis, 2014). Como exemplo, pode-se assumir que quando há o objetivo de se pagar benefícios de complementação de aposentadoria, o risco pode ser visto como tudo o que puder comprometer tal finalidade.

Pretende-se com este trabalho, avaliar o impacto do risco de longevidade em um plano de previdência, tomando por base a hipótese de mortalidade geral, associada às demais premissas para os cálculos dos benefícios. Cabe, ainda, determinar a importância de se estimar corretamente os decrementos e de se adequar as expectativas de ocorrências de eventos aleatórios (morte) às características da população vinculada ao referido plano.

Ao se propor uma visão da evolução do passivo atuarial, pretende-se possibilitar que os fundos de pensão monitorem de modo mais conciso os resultados das obrigações dos Planos com os Participantes e Assistidos, estando assim um passo à frente para assegurar a sua solvência. Além disto, este trabalho justifica-se por apresentar inovação quanto à apuração dos valores das reservas matemáticas paralelamente à realização dos estudos de aderência para as hipóteses e premissas atuariais mais adequadas ao plano, avaliando as alternâncias de parâmetros e expectativas de ocorrências de decrementos, sob uma visão determinística.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O segundo capítulo se dedica a apresentar o arcabouço de conceitos básicos da previdência complementar, bem como da ciência atuarial, de modo a embasar o presente trabalho. Primeiramente é feita uma breve introdução de como a previdência complementar é organizada no Brasil. Em seguida, trata-se da modelagem atuarial dos planos de benefícios, sendo apresentados os aspectos teóricos da mensuração das obrigações previdenciárias, da determinação das premissas e hipóteses atuariais, as decisões que suportam o planejamento do custeio e do investimento dos recursos adquiridos. Por fim, trata-se das análises de sensibilidade e da sua aplicação para fundos de pensão.

### 2.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PREVIDÊNCIA NO BRASIL

No Brasil, desenvolveu-se um modelo próprio de previdência social, o qual é sustentado em três pilares, quais sejam:

- Regime Geral de Previdência Social (RGPS), com características mutualísticas e de acesso amplo à população laborativa;
- Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), o qual vem passando por recentes mudanças, em especial pela criação da Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal – FUNPRESP;
- Previdência Complementar, que permite que os trabalhadores complementem seus benefícios, obtendo um melhor padrão financeiro de vida após o fim da vida laborativa, o qual é alvo deste estudo.

O artigo 202 da Constituição Federal de 1988 define previdência privada complementar como “o regime de previdência privada, de caráter complementar e organizado de forma autônoma em relação ao regime geral de previdência social, será facultativo, baseado na constituição de reservas que garantam o benefício contratado, e regulado por lei complementar”.

Como meios de regulamentação do dispositivo acima mencionado, em 29 de maio de 2001, foram publicadas duas leis: a Lei Complementar 108 e a 109. Esses dispositivos foram os marcos regulatórios para a criação da previdência complementar e deles surgiram diversos regulamentos sobre a matéria.

Um ponto que merece destaque é a diferenciação entre o que é a entidade fechada de previdência complementar (comumente denominado de Fundo de Pensão) e o que é o plano de previdência complementar:



*Entidade* é a estrutura organizacional, constituída como pessoa jurídica, que administra e opera os planos de previdência complementar. Já o *plano* de previdência complementar é a universalidade de direitos e obrigações ao qual se vinculam os participantes e assistidos, os patrocinadores e os instituidores. (Reis, 2014)

Devido à necessidade de fomento e à preocupação com a questão, a cada ano, esse conjunto legislativo sofre diversas e intensas mudanças. A análise de todas essas mudanças ampliaria muito o objeto desse estudo, por isso, para simplificar, este estudo citará somente a legislação que afeta os parâmetros atuariais, não adentrando nas demais.

Nesse contexto, a resolução MPS/CGPC nº 18 de 28 de março de 2006, que revogou a resolução MPS/CGPC nº 11 de 21 de agosto de 2002, estabeleceu parâmetros técnico-atuariais para a estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar, além de outras providências.

Por sua vez, a Resolução MPS/CNPC 09, de 29 de novembro de 2012, alterou a Resolução nº 18, de 28 de março de 2006, do Conselho de Gestão de Previdência Complementar, e estabeleceu parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar.

Após essa evolução legislativa, chega-se ao marco regulatório que permeia este estudo, qual seja, a Instrução Previc Nº 7, de 12 de dezembro de 2013, que estabelece orientações e procedimentos a serem adotados pelas entidades fechadas de previdência complementar na realização dos estudos técnicos que visem a atestar a adequação e aderência de hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras dos planos de benefícios.

## **2.2 MODELAGEM ATUARIAL**

A ciência atuarial aplica princípios científicos e técnicos de uma gama de outras disciplinas para estudar e propor soluções para problemas que envolvam riscos, incerteza e finanças (Dickson et al., 2009). Os métodos matemáticos, estatísticos e financeiros são utilizados para mensurar para análise de riscos e expectativas, principalmente na gestão de seguros, planos de saúde e previdência.

A modelagem atuarial perpassa por eventos futuros, incertos e com sistemas interligados de alta complexidade. A fim de possibilitar uma projeção de um possível cenário futuro para estes eventos, esta realidade é simplificada, o que é chamado de modelo

atuarial, que serve para auxiliar na avaliação das consequências associadas a um determinado fenômeno, de modo a permitir uma melhor gestão destes riscos.

No que tange aos riscos associados aos sistemas previdenciários, pode-se afirmar que todos aqueles vinculados a um plano de previdência complementar assumem riscos (Reis, 2014). Se há um objetivo de se pagar benefícios de complementação de aposentadoria, o risco pode ser visto como tudo o que puder comprometer tal finalidade.

Considerando que o regime financeiro predominante na previdência complementar é o de capitalização, isto é, existe a necessidade de constituir previamente as reservas garantidoras dos benefícios, os riscos existentes relacionam-se não somente às obrigações do Plano de Benefícios, mas também aos investimentos dos recursos previdenciários. Dessa forma, uma vez compreendida a abrangência destes riscos, é comum a ideia de que há dois riscos principais, que são o risco de sobrevivência ou longevidade e o risco da taxa de juros (Reis, 2014).

No primeiro caso, pode-se afirmar que o risco decorre da possibilidade de um determinado participante viver mais do que estava previsto. As obrigações de um plano de benefícios estão diretamente ligadas ao número de mortes ocorrendo entre os segurados a cada ano (Dickson et al., 2009). Sob a ótica atuarial, viver mais do que se previa indica que custos adicionais poderão incorrer sobre as reservas do plano de benefícios, o que por sua vez indica a necessidade de constante monitoramento das expectativas de vida para a população do Plano.

Por sua vez, quando se fala em expectativas de vida para planos, um conceito primário para análise do comportamento de determinada população é a aplicação de tábuas biométricas. A adoção de tábuas biométricas (relativas à mortalidade, invalidez ou rotatividade de mão-de-obra) deve guardar estreita relação com o efetivo comportamento do grupo sob análise, as quais serão tratadas em tópico específico.

No segundo caso, o risco relacionado à taxa de juros reside na possibilidade de o retorno dos investimentos dos recursos recebidos durante a fase de acumulação não satisfazer a rentabilidade real projetada pelo plano de benefícios. Variações na taxa de juros podem provocar repercussões estruturais na vida do plano de previdência complementar, o que indica a importância de se promover uma avaliação permanente sobre essa e as demais hipóteses atuariais adotadas (Reis, 2014). Deste modo, eventualmente os cálculos e provisões terão de ser refeitos de modo a representar o mais fielmente possível as características da população do Plano.

## 2.2.1 AS REGRAS DOS PLANOS DE BENEFÍCIOS

As regras e critérios de um plano estão estabelecidos em seu Regulamento. Também chamado de “contrato previdenciário”, é o documento mais importante para os participantes e assistidos, pois é onde estão contidas as regras de funcionamento de cada plano (Reis, 2014).

No regulamento do plano de benefícios devem estar contemplados: glossário, nome do plano de benefícios, condições de adesão e saída do plano, descrição dos benefícios e de requisitos para a elegibilidade, bases e formas de cálculo, de pagamento e de atualização dos benefícios, datas de pagamento e reajuste dos benefícios, institutos de benefício diferido proporcional, resgate, portabilidade e autopatrocínio, fontes de custeio dos benefícios e das despesas administrativas, data certa dos repasses das contribuições e sanções penais na hipótese de atraso.

Um plano de benefícios pode ser criado por patrocinadores, quando há vínculo empregatício, ou por instituidores, quando há vínculo associativo. Para o participante, é preciso observar a segurança pessoal e familiar ao adquirir o benefício ofertado pela empresa, uma poupança previdenciária, garantia de recursos financeiros nos momentos de incerteza e manutenção do poder aquisitivo durante o período pós-laborativo. Para isso deve ser definida a capacidade financeira do empregado e empregador, uma base de remuneração coerente com a realidade da empresa e o valor mínimo de aposentadoria. Tais definições visam garantir direitos iguais aos participantes.

Outro documento imprescindível para o acompanhamento dos planos previdenciários é a Nota Técnica Atuarial. A Superintendência Nacional de Previdência Complementar (Previc) (2012) a define como:

“A Nota Técnica Atuarial - NTA é o documento técnico elaborado pelo atuário responsável, em estrita observância ao regulamento do plano de benefícios, contendo a descrição de todas as hipóteses atuariais, as modalidades dos benefícios, os regimes e métodos de financiamento, as expressões e a metodologia de cálculo e evolução das provisões, custos, reservas e fundos de natureza atuarial, de acordo com a modelagem prevista para o plano e em conformidade com a legislação em vigor.” (Previc, 2012, p.29)

A Nota Técnica Atuarial deve ser elaborada com base no regulamento e na modelagem do plano de benefícios, devendo estar sempre ajustada à sua realidade, bem como às exigências normativas. Deve ainda ser apresentada na concepção e aprovação do plano de benefício ou em eventuais alterações, sejam elas as hipóteses e premissas utilizadas nos cálculos atuariais ou método atuarial e regime de financiamento.

Outros itens que devem estar contemplados na Nota Técnica Atuarial são as hipóteses biométricas, demográficas, financeiras e econômicas, modalidade nos benefícios constantes do regulamento, métodos atuariais e o regime financeiro adotado para cada benefício oferecido no plano, metodologia de cálculo e evolução dos benefícios previstos no regulamento do plano, contribuições, provisões, reservas e fundos de natureza atuarial, além da metodologia de cálculo para apuração de perdas e ganhos atuariais.

## **2.2.2 REGIMES FINANCEIROS**

O Regime Financeiro é o critério de financiamento do Plano de Benefícios utilizado na definição das contribuições e nos montantes de reservas acumuladas necessárias para a cobertura das despesas com pagamento de benefícios e de sua administração. Conforme disposto na Resolução MPS/CGPC nº 18 de 26 de março de 2006, os fundos de pensão podem apurar suas reservas matemáticas utilizando os regimes financeiros de Repartição Simples, Repartição de Capitais de Cobertura, e Capitalização, os quais são abordados nos tópicos subsequentes (Brasil, 2006).

O regime de Repartição Simples, também conhecido como “sistema de custeio de caixa”, é um sistema pelo qual o que se arrecada é imediatamente gasto, sem que haja, obrigatoriamente, um processo de poupança ou acumulação. Pode ser utilizado para benefícios de invalidez, morte, doença ou reclusão, somente em caso de pagamento único, exceto para o auxílio doença e reclusão, sendo admitida sua utilização onde a concessão seja sob a forma de renda temporária de até 5 anos (Rodrigues, 2009).

O regime de Repartição de Capitais de Cobertura determina a contribuição necessária a ser arrecadada durante um período específico (normalmente um ano), para a formação de montante necessário para os pagamentos dos benefícios que se iniciarem no mesmo período (Fatinel, 2003). Este regime, por sua natureza, é especialmente aplicável somente para a apuração de Reservas Matemáticas de Benefícios Concedidos, sendo destinado aos benefícios pagáveis por invalidez, por morte, por doença ou reclusão, cuja concessão seja estruturada na forma de renda.

O regime financeiro de Capitalização é o mais adequado quando se pretende constituir reservas. Neste regime, deve haver a previsão da cobertura de fundos de benefícios concedidos e de fundos de benefícios a conceder. O participante constitui totalmente os seus recursos garantidores dos seus benefícios durante o período laborativo de tal forma que, ao se aposentar, toda a massa de recursos estará estocada. Como consequência, constituem-se reservas ou provisões específicas, para distinguir o direito líquido dos aposentados e pensionistas, considerado Prioritário o direito líquido dos demais

participantes. Esse regime destina-se ao financiamento de aposentadorias de qualquer natureza.

### **2.2.3 MÉTODOS DE FINANCIAMENTO**

Os métodos de financiamento, ou métodos atuariais, são as diversas formas possíveis para quitar as obrigações com os futuros assistidos do Plano, enquanto se encontram na situação de atividade. Os principais métodos atuariais são Crédito Unitário (UC), Crédito Unitário Projetado (PUC), Agregado e Idade de Entrada Normal. Com o advento dos Planos CD, boa parte dos Planos de benefício tem como método de financiamento a capitalização financeira individual, que é o caso estudado neste trabalho.

Considerando os diferentes Métodos de Financiamento, subentende-se que existem diferentes maneiras de se avaliar as Provisões Matemáticas e contribuições necessárias em cada momento. Ademais, está atrelada ao Método de Financiamento a volatilidade das contribuições para o Plano, a solvabilidade e a capacidade econômica do próprio Patrocinador, garantias exigidas pela legislação aplicável e questões de natureza fiscal para os Participantes e para a Patrocinadora, tendo em vista que o método aplicado pode implicar em maior ou menor esforço contributivo em determinados exercícios.

O método de financiamento Crédito Unitário (UC - Unit Credit em inglês) consiste em cada indivíduo, a cada ano, custear a parte relativa ao custo do próprio ano. Desta forma, para o participante, quanto mais longe estiver da aposentadoria, mais barata é essa parcela anual, dado que o montante correspondente deverá passar mais tempo auferindo seus rendimentos, para a composição do montante total necessário na data da aposentadoria. (Zachert, 2004).

Assim como no UC, o método atuarial Crédito Unitário Projetado (PUC - Projected Unit Credit em inglês), também consiste no custeio individual a cada ano da parte relativa ao custo do período, porém neste caso considera-se a hipótese de Crescimento Salarial, definida para o Plano de Benefícios. (SOA, 1991)

No método de financiamento de Idade de Entrada Normal por sua vez, o benefício é baseado na remuneração projetada na elegibilidade, com contribuições constantes e individuais, e a capitalização mantém a velocidade constante durante o período da atividade. (Nogueira, 2012)

O método atuarial agregado consiste no valor atuarial dos benefícios projetados serem financiado ao longo da carreira futura dos participantes, definindo um custeio constante ao longo do tempo. O passivo atuarial é igual aos recursos já existentes no fundo, sendo que, quando o custo é ajustado anualmente, não existe resultado referente ao déficit ou passivo atuarial a amortizar. Assim, o custo normal pode ser determinado dividindo-se o

valor presente dos benefícios futuros, para todos os participantes, pelo valor presente da folha de salários futura, estimada para esse mesmo grupo de participantes, onde não são utilizados cálculos individuais para os custos, os quais dependem do patrimônio já constituído e tendem a oscilar de acordo com as variações biométricas e de mercado.

## **2.2.4 HIPÓTESES E PREMISSAS ATUARIAIS**

As hipóteses e premissas atuariais são parâmetros e critérios adotados para a mensuração do passivo atuarial, bem como para a avaliação da solvabilidade dos planos de benefícios. Rodrigues (2008) destaca a importância dessas para a segurança de uma Gestão de Risco Atuarial, conforme a seguir:

“As premissas atuariais representam um conjunto formal de estimativas para eventos (biométricos, financeiros, econômicos, demográficos, sociais etc.) que o atuário espera que se realizem, com um bom nível de segurança, em um dado período sob análise, relativamente ao plano em avaliação.” (Rodrigues, 2008, p.61)

A sua escolha e utilização é de extrema importância, haja vista que caso esteja descomprometida com a realidade os participantes, patrocinadores e Fundo de Pensão poderão estar submetidos a custos incorretos, provocando déficit ou superávit técnico, bem como a tomada excedente de riscos ou subexposição a eles quando a real necessidade venha a indicar o contrário.

O uso de premissas mais conservadoras pode conduzir a custos iniciais mais elevados, embora com menor chance de elevação dos custos a posteriori. Contudo, a adoção de premissas menos conservadoras deve ser feita com o conhecimento do risco de que elas podem não se confirmar, possibilitando que haja problemas críticos de solvência no futuro (Rodrigues, 2008).

Os riscos de mortalidade, sobrevivência e invalidez estão associados à correta estimação dos valores médios de ocorrência de eventos do grupo de pessoas vinculadas a um plano de benefícios, e que são objeto deste estudo. É imperativo que se opte por tábuas biométricas “aderentes” para representar da forma mais real possível as probabilidades de morte e de invalidez de determinada população, evitando desvios indesejáveis no cálculo das obrigações de determinado plano de benefícios, bem como a mitigação dos ganhos e perdas atuariais. As premissas e hipóteses atuariais mais comumente aplicadas utilizadas estão descritas a seguir.

#### 2.2.4.1 Mortalidade

A hipótese de mortalidade é utilizada para dimensionar o valor presente dos benefícios que serão concedidos no futuro, sendo que o evento gerador pode ser dado ou pela morte, o qual produz o benefício de Pensão por Morte, ou pela sobrevivência, o que neste caso gera o benefício de aposentadoria programada. (Pinheiro, 2007).

A premissa representa a influência da mortalidade dos participantes do grupo segurado na formação dos custos nos seguros sociais ou privados. A tábua de mortalidade é o instrumento eficiente para aferição desses custos (Rodrigues, 2008).

As tábuas de mortalidade devem representar a efetiva probabilidade de mortalidade à qual a população vinculada ao plano de benefícios está submetida. O uso de tábuas de mortalidade não aderentes aos riscos de longevidade podem influenciar as Reservas Matemáticas e custos de planos de benefícios para mais ou para menos, podendo gerar desequilíbrios estruturais.

Como meio de evitar tais desequilíbrios, o Conselho de Gestão da Previdência Complementar (CGPC) editou a Resolução nº. 18, de 28 de março de 2006, e passou a definir que a tábua mínima permitida para a para projeção da longevidade do participante em gozo de benefício de aposentadoria programada e continuada e do respectivo beneficiário deverá gerar expectativas iguais ou superiores à resultante da aplicação da Tábua AT-83. Caso a tábua utilizada pelo Plano seja segregada por sexo, o mesmo critério se aplica com base na expectativa de vida completa ponderada entre homens e mulheres.

É importante notar que a experiência de mortalidade para um plano de benefícios não necessariamente faz relação com a experiência de mortalidade da população em geral. Pode-se atribuir tal diferenciação tendo em vista que os participantes e assistidos de um plano previdenciário formam um grupo fechado, com um padrão mínimo de saúde, enquanto a população geral do país possui variadas condições de saúde.

A variável mortalidade é distinta em tábuas para pessoas válidas e inválidas. Para ambos os casos, a tábua de mortalidade registra, a partir de um grupo inicial de pessoas ou de um histórico de ocorrências, a quantidade delas que estará viva nas idades seguintes.

Para os fundos de pensão, a hipótese de mortalidade guarda relação direta com o valor atual dos benefícios futuros. Dentre as premissas utilizadas, esta hipótese é uma das que apresenta maior sensibilidade quanto aos impactos financeiros para o plano de benefícios. Neste contexto, afirma-se que, ao se utilizar tábuas de mortalidade com maior longevidade para um determinado grupo, ter-se-á como efeito esperado uma elevação no nível das reservas requeridas (Pinheiro, 2007).

#### **2.2.4.2 Entrada em Invalidez**

A hipótese de entrada em invalidez é definida com o intuito de indicar qual a expectativa de pessoas (ou proporção, conforme o caso), se invalidarem antes de atingirem a idade seguinte, e que influencia o cálculo das reservas matemáticas principalmente para o benefício de aposentadoria por invalidez a conceder (Pinheiro, 2007).

A estimação para a hipótese de entrada em invalidez apresenta maior fragilidade do que as demais hipóteses biométricas. O conceito de invalidez, que costumava estar relacionado à decorrência da perda parcial ou total de membros, da incapacidade visual extrema, das doenças respiratórias, etc., vem se modificando ao longo dos anos (Rodrigues, 2008). Além disso, quanto maior a probabilidade de entrada em invalidez assumida para o plano, maior será o valor da reserva matemática necessária para prover os benefícios de aposentadoria por invalidez no futuro (Pinheiro, 2007).

#### **2.2.4.3 Fator de Capacidade dos Salários e dos Benefícios**

O Fator de Capacidade dos Salários e dos Benefícios é apurado conforme um nível esperado de inflação considerando-se o longo prazo e de frequência de reajustes no período. Este fator tem o objetivo de refletir ganhos ou perdas financeiras pela redução ou aumento do poder aquisitivo dos participantes ativos ou assistidos, conforme o caso.

O impacto dessas premissas para o custo dos benefícios futuros se dá porque os mesmos são influenciados de maneira inversamente proporcional a mudanças na taxa de inflação de longo prazo. Segundo Pinheiro (2007), quanto maior a perda inflacionária futura, menor poder aquisitivo terão as remunerações e os benefícios, e portanto menor será o valor presente dos benefícios futuros do plano de benefícios.

O fator de capacidade é representado por um número entre 0 e 1. Quando for igual a 1, assume-se que os salários e benefícios estarão no seu patamar máximo e, à medida que se aproximar de 0, maior o nível de inflação assumido como premissa. Portanto, sua aplicação pode reduzir significativamente o nível das reservas matemáticas.

#### **2.2.4.4 Crescimento Salarial e Rotatividade**

A hipótese de crescimento dos salários representa a taxa média com que os salários crescerão ao longo do tempo de permanência do participante no Plano. Ela tem por objetivo identificar a remuneração na data de aposentadoria, estimadas conforme expectativas de promoções durante a vida laborativa, a fim de se apurar possíveis vantagens ou perdas salariais, sendo que para os benefícios é aplicável a mesma analogia.

A aplicação da hipótese de crescimento salarial e de benefício permite ainda que o volume de Reserva Matemática calculado reflita uma condição salarial futura.



A taxa de rotatividade consiste na expectativa de desligamento ou de desistência do participante do plano de benefícios. Considera-se, portanto, a expectativa de ocorrência de eventos tais como os Participantes se desligarem do Plano e efetuarem Resgate ou Portabilidade.

#### **2.2.4.5 Idade de Entrada em Aposentadoria e Composição Familiar**

Quando são estabelecidas as condições de elegibilidade nos Planos, deve-se fixar uma hipótese de idade de entrada em aposentadoria. No caso de não estar prevista a idade de entrada em aposentadoria, fica-se presumido que esta será apurada pela média de idade de saída do plano pelo decréscimo de aposentadoria.

Por sua vez, a hipótese de composição familiar está relacionada com a formação das reservas matemáticas quando o plano de benefícios prevê pagamento de pensões em decorrência da morte do participante. Em fundos de pensão, por vezes é utilizada a família real para cada participante, sendo então o valor da pensão definido conforme o regulamento do plano de benefícios.

Comumente, porém, busca-se estabelecer uma família padrão associada a cada idade, representada por um número de dependentes vitalícios ou temporários da família do participante ou assistido. Portanto, considerando que o valor da reversão em pensão será dado em função do número de dependentes, pode-se afirmar que quanto mais jovem for a família do participante, maior será o valor presente dos benefícios futuros para esse benefício oferecido pelo plano de previdência (Pinheiro, 2007).

#### **2.2.4.6 Taxa de Juros**

A grandeza do valor das Provisões Matemáticas de Benefícios Concedidos e a Conceder é fortemente influenciado pela taxa de juros, associada ao rendimento mínimo real esperado das aplicações dos recursos garantidores, de modo a assegurar que existirão reservas suficientes para honrar os compromissos assumidos. Devido à natureza estocástica da composição das reservas matemáticas, e dos longos prazos de capitalização dos recursos recebidos, a taxa de juros é uma das variáveis mais suscetíveis dentro do modelo de custeio dos planos de benefícios.

O valor presente de uma série futura de pagamentos de benefícios varia de acordo com a taxa de desconto aplicada para o fluxo, além da própria duração deste. Em fundos de pensão, a taxa de desconto a ser considerada para o cálculo das reservas matemáticas é função da expectativa da taxa de rentabilidade dos investimentos.

Uma alta taxa de juros como hipótese acarretará um valor presente menor e vice-versa. Assim, o valor atual dos benefícios futuros de um plano de benefício de uma entidade fechada de previdência complementar é inversamente proporcional à taxa de juros.

## 2.3 ESTUDOS DE ADERÊNCIA PARA HIPÓTESES E PREMISSAS ATUARIAIS

A legislação atual prevê que a adequação e aderência de hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras dos planos de benefícios deve ser comprovada a partir de estudos técnicos. A Resolução MPS/CGPC Nº 18, de 28 de março de 2006, alterada pela Resolução MPS/CNPC Nº 15, DE 19/11/2014, afirma que:

"1. As hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras devem estar adequadas às características da massa de participantes e assistidos e do plano de benefícios de caráter previdenciário.

1.1. A comprovação de adequação das hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras às características da massa de participantes e assistidos e do plano de benefícios de caráter previdenciário é exigida para os planos cujos benefícios tenham seu valor ou nível previamente estabelecido e cujo custeio seja determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção, bem como para os planos que adquiram característica de benefício definido na fase de concessão." (MPS/CNPC, 2014)

Em consideração a outros aspectos além das determinações legais, pode-se afirmar que o Risco Atuarial está intrinsecamente relacionado à impossibilidade de honrar os compromissos relativos aos benefícios contratados e previstos em regulamento, dada pela não realização ou pelo excesso de realização de eventos aleatórios considerados na Avaliação Atuarial de um plano de benefícios.

Por sua vez, os eventos aleatórios a que estão condicionados os fundos de pensão podem ser a morte de um participante em atividade, que reverte uma pensão por morte, a invalidez de um participante, e em decorrência a sua aposentadoria por invalidez, a aposentadoria de um participante gerando a sobrevivência de um assistido além do tempo de sobrevivência previsto nas tábuas de mortalidade.

Dessa forma, o Risco Atuarial pode ser decorrente, preliminarmente, da adoção de hipóteses e premissas atuariais que não se confirmem, ou que se revelem pouco aderentes à massa de participantes e assistidos ou, ainda, da adoção de metodologias que se mostrem inadequadas. Desta forma, é primordial que as hipóteses utilizadas sejam as mais aderentes possíveis às características da população analisada, a fim de se obter valores das obrigações previdenciais e do plano de custeio condizentes com a realidade do plano.

Para verificar a adequação das hipóteses e premissas atuariais, os testes de aderência são geralmente empregados. De modo usual, o seu objetivo maior é verificar o ajuste de distribuições estatísticas a conjuntos de dados, ou seja, se uma hipótese de certa distribuição se ajusta ou não aos dados amostrais.

### **2.3.1 TESTES DE HIPÓTESES PARA HIPÓTESES BIOMÉTRICAS**

Os testes de aderência das hipóteses e premissas atuariais consistem em verificar, a partir de cálculos e metodologias específicas, a adequação das hipóteses e premissas atuariais utilizadas pelos planos de benefícios às características da massa de participantes e assistidos e ao regulamento do Plano. Em se tratando de hipóteses biométricas, os testes de hipóteses são procedimentos estatísticos que permitem inferir, a partir de uma amostra, se uma dada afirmação sobre uma população é verdadeira, sendo essa afirmação denominada de hipótese.

O primeiro passo de um teste de hipótese é definir o que será testado e, por conseguinte, declarar a hipótese nula ( $H_0$ ) e a hipótese alternativa ( $H_1$ ). Se, para uma dada amostra, os resultados são diferentes dos esperados sob a hipótese nula, dizemos que existem evidências contra  $H_0$  ou ainda que essa hipótese deve ser rejeitada. Por outro lado, se os resultados da amostra não são conflitantes com a hipótese nula, dizemos que  $H_0$  não deve ser rejeitada ou que as evidências não são suficientes para sua rejeição.

Em fundos de pensão, pode-se afirmar que determinada tábua está aderente caso possua distribuição dos eventos estatisticamente igual àquela observada na experiência do plano. Para testar a distribuição dos eventos a cada idade, utilizar-se-á o teste de Kolmogorov-Smirnov.

Além da distribuição dos eventos por idade, cabe verificar se as tábuas testadas apresentam, em quantidade de eventos, uma expectativa estatisticamente igual àquela observada no plano em estudo. Essa verificação permite analisar se a frequência dos eventos esperados pela tábua se assemelha à esperada pelo plano. Para esse teste, utilizar-se-á o teste de Qui-Quadrado de independência.

### **2.3.2 TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV PARA DUAS AMOSTRAS**

O teste de Kolmogorov-Smirnov para Aderência é indicado para testar a hipótese de que um conjunto de dados provém ou não de uma mesma distribuição. Neste teste, o procedimento estatístico consiste em mensurar os desvios acumulados para uma distribuição acumulada observada em relação à hipótese de distribuição esperada (Soong, 2004).

O teste de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras comprova se duas amostras foram extraídas da mesma população ou de populações com mesma distribuição. O procedimento estatístico desenvolvido por Kolmogorov e Smirnov é baseado na distância máxima vertical entre as funções de distribuição.

Para o caso do teste das hipóteses biométricas, a comparação é feita considerando-se a função de distribuição empírica observada e a função de distribuição teórica esperada para os valores amostrais. A estatística de teste é a maior diferença observada entre as funções. Para realizar o teste de Kolmogorov-Smirnov para as tábuas testadas, utilizam-se as seguintes hipóteses:

$H_0$ : A tábua estudada ajusta-se à distribuição dos dados.

$H_1$ : A tábua estudada não se ajusta à distribuição dos dados.

Para aplicar o referido teste, é construída uma distribuição de frequências cumulativas para cada amostra de observações, utilizando os mesmos intervalos para ambas as distribuições. O objetivo é verificar se a distribuição dos eventos esperados, gerados pela aplicação das tábuas em estudo sobre a quantidade de expostos, é aderente aos eventos observados.

Sejam  $F(x)$  e  $G(x)$  as funções de distribuição de duas amostras aleatórias independentes de tamanhos  $n$  e  $m$ , respectivamente. Para o cálculo da estatística do teste, considere  $S_1(x)$  a função de distribuição empírica baseada na amostra de tamanho  $n$  e  $S_2(x)$  a função de distribuição empírica baseada na outra amostra com  $m$  elementos. O valor da estatística  $D$  do teste de adequabilidade de Kolmogorov-Smirnov é dado por:

$$D = \max[S_1(x) - S_2(x)], \text{ para o teste unilateral}^1; \quad (1)$$

A distribuição amostral de  $D$  é conhecida e a região de rejeição do teste é determinada a partir de valores tabelados. Neste caso, rejeita-se  $H_0$ , ou seja, existem evidências de que as amostras pertencem a populações distintas, se a estatística  $D$  apresenta valores maiores que  $D$  tabelada. Outra maneira de concluir acerca de um teste de hipótese consiste em comparar o p-valor calculado com o nível de significância adotado, de forma que se o p-valor for menor que o nível de significância ( $\alpha$ ),  $H_0$  deve ser rejeitada.

Para o cálculo do p-valor podemos aproximar a distribuição amostral de  $D$  por uma Qui-Quadrado -  $\chi^2$  com 2 graus de liberdade, através da seguinte fórmula (Soong, 2004):

$$X^2 = 4D_{m,n}^2 \frac{mn}{m+n} \quad (2)$$

Neste caso, rejeita-se  $H_0$ , ou seja, existem evidências de que tábua estudada não se ajusta à distribuição dos dados, se a estatística  $D$  apresenta p-valor inferior ao nível de significância do teste.

---

<sup>1</sup> O teste unilateral é utilizado quando se quer testar a diferença na direção de  $H_1$ . Assim, para os testes de mortalidade testa-se a probabilidade de a distribuição empírica observada ser menor ou igual à distribuição teórica esperada.

### 2.3.3 TESTE QUI-QUADRADO DE INDEPENDÊNCIA

As Tábuas Biométricas e os dados populacionais referentes aos planos de benefícios avaliados são amostras independentes e os dados consistem de frequências em categorias discretas. Sendo assim, é indicado o uso do Teste Qui-Quadrado para duas amostras quando  $N$  é suficientemente grande (Gama, 2014).

O teste Qui-Quadrado de Independência tem por objetivo verificar se o número de eventos gerados pela aplicação das tábuas sobre os expostos ao risco, por exemplo, o número de óbitos, é estatisticamente equivalente ao número de eventos observados no Plano nos anos anteriores ao da realização do teste de hipótese. Neste estudo, o teste é utilizado para verificar se o número de eventos gerados pela aplicação das tábuas sobre os expostos ao risco é estatisticamente equivalente ao número de eventos observados no plano de benefícios, segundo o período de experiência.

Para realizar o teste em questão, é necessário, primeiramente, verificar se os dados observados se distribuem de forma aderente àqueles esperados com a utilização da tábua biométrica, através do Teste de Kolmogorov-Smirnov. Caso não haja indícios para rejeitar a hipótese de que a tábua é aderente, realiza-se um teste Qui-Quadrado de Independência. Este cuidado se deve ao fato de que o Teste Qui-Quadrado não verifica a hipótese de aderência da Tábua Biométrica ao Plano, sendo tal verificação realizada por meio do Teste de Kolmogorov-Smirnov, conforme explicitado no item anterior.

Já havendo sido testada a aderência da Tábua Biométrica à massa populacional, utiliza-se o Teste Qui-Quadrado de Independência para verificar se, além de a tábua ser aderente, ou seja, possuir distribuição estatisticamente igual à distribuição da população, o número de eventos por ela gerado é estatisticamente igual ao observado nos anos de experiência considerados. O objetivo é, então, verificar a independência entre duas variáveis medidas nas mesmas unidades experimentais. Desta forma, deseja-se analisar se existe independência entre a tábua de mortalidade testada e o número de óbitos ocorridos, conforme a experiência do plano de benefícios. Para o referido teste consideram-se as seguintes hipóteses:

$H_0$ : O número esperado de eventos ao utilizar a tábua estudada é estatisticamente igual ao número observado de eventos.

$H_1$ : O número esperado de eventos ao utilizar a tábua estudada não é estatisticamente igual ao número observado de eventos.

Para aplicar o Qui-Quadrado de Independência, temos que calcular o valor da estatística  $X^2$ , a qual é obtida com a aplicação da fórmula que segue (Gama, 2014):

$$X^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad (3)$$

onde,

$n_{ij}$  = Número observado de casos categorizados na  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna;

$E_{ij}$  = Número de casos esperados na  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna quando  $H_0$  é verdadeira;

$r$  = Número de Linhas;

$c$  = Número de Colunas.

Contudo, nos casos em que os dados encontram-se distribuídos em tabelas de contingência 2x2, pode-se, sem perda de precisão do teste, aplicar a seguinte equação (Siegel, 2006):

$$X^2 = \frac{N(|AD - BC| - \frac{N}{2})^2}{(A + B) \times (C + D) \times (A + C) \times (B + D)} \quad (4)$$

onde,

$A$  = Número de eventos observados no Plano;

$B$  = Número de eventos esperados pela aplicação da Tábua;

$C$  = Número de eventos não ocorridos observados no Plano;

$D$  = Número de eventos não ocorridos gerados pela aplicação da Tábua;

$N = A+B+C+D$ .

Definidas as hipóteses e com o valor da estatística do teste calculada, obtém-se outras variáveis que serão levadas em consideração, quais sejam, o grau de liberdade e o nível de significância do teste. Graus de liberdade representam a diferença entre o número de classes de resultados e o número de informações da amostra que é necessário para o cálculo dos valores esperados em cada classe. Deste modo, considerando que no modelo foi utilizada a quantidade de óbitos e sobreviventes observados, comparado com a

quantidade esperada pela tábua analisada, este número é obtido com a aplicação da seguinte fórmula:

$$GL = (n^\circ \text{ linhas} - 1) \times (n^\circ \text{ colunas} - 1) \quad (5)$$

Os parâmetros da formulação acima são obtidos a partir da tabela em sequência (Gama, 2014).

Tabela 1. Tabela de contingência 2x2

	Plano	Tábua Testada
Morte	<i>Observadas(A)</i>	<i>Esperadas(B)</i>
Sobrevivência	<i>Observadas(C)</i>	<i>Esperadas(D)</i>

Deve-se mencionar que, por se tratar de uma tabela de contingência 2x2, o grau de liberdade será, no caso dos testes que envolvem tábuas biométricas, sempre igual a 1 (Gama, 2014). De posse dos valores do nível de significância adotado e dos graus de liberdade do modelo, obtém-se o valor da estatística  $\chi^2_{tab}$  a partir da tabela de Distribuição Acumulada da Função Qui-Quadrado.

A distribuição de Qui-Quadrado é conhecida e a região de rejeição do teste é determinada a partir de valores tabelados. Neste caso rejeita-se  $H_0$ , ou seja, existem evidências de que a tábua espera um número de eventos diferente do observado se a estatística  $X^2_{calc}$  apresenta valores maiores que  $\chi^2_{calc}$  calculado para o nível de significância pré-estabelecido (usualmente,  $\alpha = 0,05$ ).

Analogamente, é possível escolher a melhor Tábua dentre as testadas através do cálculo de probabilidade, p-valor <sup>2</sup>. A melhor da Tábua, segundo o Teste Qui-Quadrado de independência, será aquela que apresentar o maior p-valor.

$$p\text{-valor} = P(\chi^2 \geq X^2_{calc}, | H_0 \text{ verdadeira}) \quad (6)$$

Sabendo que o  $X^2$  calculado aproxima-se da distribuição  $\chi^2$  com 1 grau de liberdade, tem-se o p-valor da tábua dado pela área sobre a curva da distribuição Qui-Quadrado tal que  $\chi^2 \geq X^2_{calc}$  conforme mostrado na figura 2. A área calculada dada pela função de distribuição acumulada da distribuição Qui-Quadrado equivale a (Gama, 2014):

<sup>2</sup> O p-valor de um teste corresponde à probabilidade de rejeitar erroneamente a hipótese nula  $H_0$ , quando a mesma é verdadeira. Dessa forma, opta-se pela rejeição da hipótese nula apenas quando a probabilidade, p-valor, é inferior a um nível de significância pré-estabelecido.

$$p - \text{valor} = 1 - F(X_{\text{calc}}^2) = \int_{X_{\text{calc}}^2}^{\infty} \frac{1}{2^{v/2}\Gamma(v/2)} x^{(v/2)-1} e^{-x/2} \partial x \text{ sendo } v = 1 \text{ g.l.} \quad (7)$$

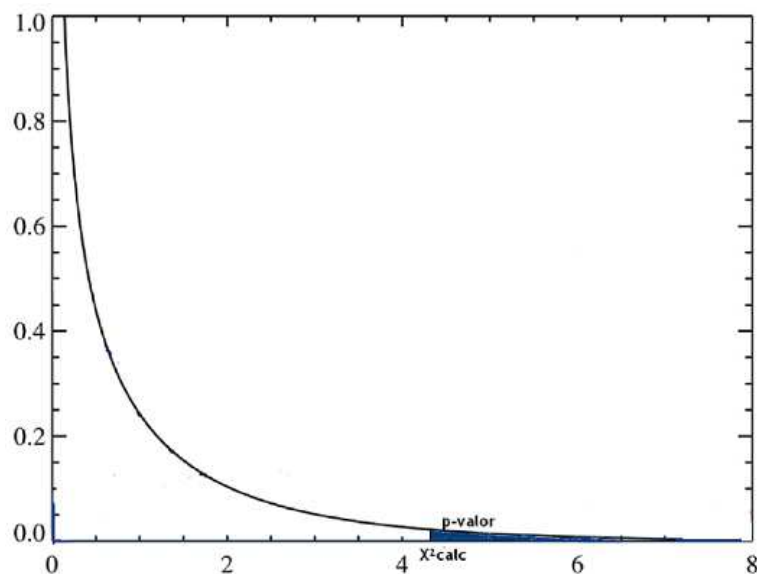


Figura 2. Representação da função de distribuição acumulada da distribuição  $\chi^2$

Fonte: GAMA Consultores Associados.

Quanto menor o  $X_{\text{calc}}^2$ , maior o p-valor da Tábua e mais indícios há de que o número de eventos por ela gerado se assemelha ao observado no plano de benefícios.

## 2.4 PROVISÕES MATEMÁTICAS

As reservas matemáticas das aposentadorias e pensões dos planos de benefícios oferecidos pelos fundos de pensão são expressos a partir de sistemas de equações desdobradas do modelo da teoria de risco individual de curto prazo, que define, de forma independente, perdas individuais por unidades seguradas (Hickman apud Pinheiro, 2007). Além disso, as variáveis a serem consideradas nos modelos matemáticos são: mortalidade, taxa de juros, novos entrados, rotatividade (turnover), taxa de contribuição, valor de benefício, fluxo de caixa dos ativos financeiros e inter-relação entre as variáveis. Deste modo, há uma relação entre a taxa de juros, o nível de benefício e as probabilidades de sobrevivência.

O presente trabalho tem por intuito avaliar as variações sobre as reservas matemáticas dos planos de benefícios oferecidos pelos fundos de pensão, a partir do uso da simulação para hipóteses biométricas. Para atingir tal objetivo, é necessário apreciar a equação de equilíbrio atuarial dessas reservas, que se estende além do equilíbrio



meramente financeiro e igualar o valor presente dos benefícios futuros (VPBF) ao valor presente das contribuições futuras (VPCF) (Pinheiro, 2007).

Para a mensuração dos compromissos dos planos de benefícios, exige-se o reconhecimento de um valor único e discreto para o compromisso a ser coberto pelo ativo líquido. Neste contexto, “para cada valor apurado de passivo deverá haver um outro ativo, que lhe corresponda, buscando-se o permanente equilíbrio entre custo global e estoque de capitais, em valores presentes” (Rodrigues, 2008).

A apuração das Provisões Matemáticas é realizada considerando-se duas subdivisões: as provisões matemáticas de benefícios a conceder, relacionada a participantes ativos, e as provisões matemáticas de benefícios concedidos, para aqueles participantes em gozo de benefício. Para este trabalho, as formulações e métodos de cálculo para as provisões matemáticas encontram-se discriminadas no Anexo I, em observância à Nota Técnica Atuarial do Plano de Benefícios que será alvo de estudo.

Outro ponto a se considerar na apuração das provisões matemáticas é que elas guardam relação direta com a situação financeira do plano de benefícios, haja vista que os recursos garantidores deverão ser suficientes para cobrir todas as obrigações futuras prometidas. Assim, devido à volatilidade dos ativos de investimentos e os passivos previdenciais, os fundos de pensão estão propensos a déficit ou superávit técnico ao longo de sua existência. O equilíbrio dos planos de benefícios deve ser observado sob o ponto de vista de seu estado e de sua natureza.

Quanto ao estado, deve-se compreender o caráter contábil, a decorrência da relação entre recursos líquidos constituídos e compromissos previdenciários assumidos. Um plano será considerado equilibrado caso os recursos líquidos constituídos e os compromissos previdenciários assumidos, mensurados a valor presente, sejam iguais. Em caso de desigualdade, considera-se o plano desequilibrado, podendo apresentar déficit ou superávit técnico.

No que tange à natureza do equilíbrio, será conjuntural quando o déficit ou superávit técnico for originário de motivos econômicos, financeiros e/ou biométricos não estáveis, sujeitos a reversão por decorrência de fatores identificados como ocasionais (Rodrigues, 2008). Para esses casos, os desequilíbrios podem ser tratados pela revisão de premissas econômicas, biométricas ou genéricas.

No entanto, a natureza do equilíbrio será estrutural caso o déficit ou superávit técnico tenha origem a partir de fatores estáveis, que apresentem poucas oportunidades de reversão por decorrência de fatores identificados como não ocasionais. Estes desequilíbrios podem exigir a revisão do modelo conceitual ou de custeio em curso, promovendo-se a

reestruturação das bases econômicas, financeiras, atuariais ou de gestão do plano de benefícios.

Em face do exposto, justifica-se a importância de se identificar os eventos que possam gerar desequilíbrios nos resultados dos planos, bem como estabelecer bases técnicas para avaliá-los. Deve-se ainda identificar se as causas desses eventos são decorrentes de fatores ocasionais, no caso conjunturais, ou permanentes, no caso estruturais, capazes de indicar o caráter de seu comportamento.

Cabe ainda afirmar que a avaliação de desequilíbrios técnicos ou insuficiências patrimoniais em planos de benefícios, deve perpassar pela consistência técnica do Regime Financeiro, do Método de Financiamento e das Premissas Atuariais, considerando a sua adequação tanto no médio quanto no longo prazo. O grau de equilíbrio do plano de benefícios poderá ser indicado a partir dessas inferências.

Por fim, o processo pelo qual é realizada uma revisão da situação econômica e atuarial do plano de benefícios, verificando os custos e o plano de custeio de acordo com o nível de contribuições necessárias para o futuro, de forma a assegurar a existência de recursos suficientes para a garantia dos pagamentos dos benefícios a cada época e, ainda, determinando e fixando o passivo atuarial do plano, dado pelas Provisões Matemáticas, é chamado de Avaliação Atuarial. A Superintendência Nacional de Previdência Complementar (Previc) afirma que:

“A avaliação atuarial tem como objeto o dimensionamento do valor das reservas matemáticas, fundos previdenciais, e de outros compromissos do plano de benefícios, de forma a estabelecer um adequado plano de custeio. É um instrumento fundamental para o fornecimento de informações estratégicas para o plano de benefícios, que permita o planejamento de longo prazo das suas obrigações de natureza previdencial.” (Previc, 2012, p. 17)

Por exigência da Legislação Brasileira, bem como pela necessidade de acompanhamento dos riscos atuariais, são realizadas Avaliações Atuariais, no mínimo, anuais dos planos de benefícios previdenciários.

A Avaliação Atuarial contém os dados e informações necessárias para os devidos acompanhamentos atuariais do plano pelo Fundo de Pensão responsável. Este possui a responsabilidade pela sua administração e operação do plano, bem como pelas verificações da situação econômica e atuarial pelo seu Patrocinador ou Instituidor.

O processo de Avaliação Atuarial consiste em realizar os cálculos atuariais, utilizando-se de parâmetros de entrada, como dados cadastrais, informações financeiras, Regulamento e Nota Técnica Atuarial do Plano, plano de custeio vigente. Deve-se ainda atentar-se à legislação previdenciária em vigor, os regimes financeiros, métodos de

financiamento e hipóteses atuariais. Como saídas do processo tem-se o custo do plano, as provisões matemáticas, fundos previdenciais, resultado técnico-actuarial e proposta de plano de custeio.

## 2.5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Com base no que foi apresentado quanto aos riscos presentes na realidade dos fundos de pensão e dos planos de previdência administrados por essas entidades, percebe-se a necessidade de se conhecer eventuais oscilações de riscos e adotar medidas de segurança. Em termos financeiros, isto significa que é preciso prevenir incertezas advindas de variações aleatórias nos fluxos futuros esperados dos pagamento de benefícios.

Neste contexto, pode-se entender uma análise de sensibilidade como uma técnica que permite, de modo controlado, conduzir investigações sobre o uso de um modelo actuarial. Torna-se possível, assim, avaliar impactos associados a alterações cadastrais, de parâmetros do cálculo e de regras do plano de benefícios.

Surge, neste contexto, o uso da Simulação como ferramenta vastamente aplicável para processos de tomada de decisão. Simulação é um método de aprendizagem acerca de um sistema real a partir da experimentação de um modelo que represente o sistema (Anderson et al, 2012). Em análises de sensibilidade, ao se configurar diversas possibilidades de cálculo e então avaliar os cenários gerados, é possível constatar não apenas tendências para o modelo, mas também realizar análises do mesmo sob diversas óticas.

Por sua vez, o modelo de simulação contém as expressões matemáticas e as relações lógicas que descrevem como são computados os valores das saídas (*outputs*) a partir dos valores das variáveis de entrada (*inputs*).

Pode-se, em face do exposto, afirmar que o modelo em referência precisa ser formulado para descrever a operação do sistema e como ele deve ser simulado. Em visão similar, um modelo para preparar a simulação de um sistema complexo pode ser constituído por diversos blocos construtivos básicos (Hillier, 2010):

1. Uma definição do estado do sistema.
2. Identificar os outros possíveis estados do sistema que podem ocorrer.
3. Identificar os possíveis eventos (por exemplo, ocorrência de decrementos de morte, concessão de pensão ou entrada em invalidez) que mudariam o estado do sistema.
4. Uma provisão para um relógio simulado, localizado no mesmo endereço do programa de simulação, que vai registrar a passagem do tempo (simulado).

5. Um método para gerar eventos aleatoriamente de diversos tipos.
6. Uma fórmula para identificar as transições de estado que são geradas pelos diversos tipos de eventos.

Quanto à modelagem atuarial, as projeções para planos previdenciários utilizam variáveis determinísticas que possuem os mesmos valores aplicados nas últimas Avaliações Atuariais, de modo que representam apenas uma estimativa de valor único para a apuração dos resultados para custos e reservas matemáticas (Yuen, 2002). Contudo, o uso da simulação e da modelagem estocástica pode ser utilizado de modo a permitir a obtenção de uma distribuição estatística dos resultados. A média e o desvio padrão podem ser então estudados, bem como podem ser calculados ainda os percentis. Esses parâmetros podem ser bastante úteis, uma vez que podem representar os cenários otimistas e pessimistas.

### 3 METODOLOGIA

O presente capítulo dedica-se a detalhar o processo de elaboração das análises propostas neste trabalho, partindo da demonstração do modelo determinístico utilizado como base para o cálculo do montante financeiro e do benefício inicial adquirido pelos participantes. Para isto, são apresentados os parâmetros e dados de entrada utilizados para o cálculo dos benefícios a serem pagos na data de elegibilidade, a dinâmica do saldo de contas projetado ao longo da fase de acumulação e os resultados que se espera obter a partir da análise de sensibilidade.

Na modelagem apresentada, por ter sido realizada em um plano de contribuição definida, o qual se trata de um plano de previdência de característica individual, realizou-se a projeção do saldo acumulado de cada participante, tendo em consideração as respectivas informações cadastrais, percentual contributivo e a data de elegibilidade ao benefício de aposentadoria. Um algoritmo foi implementado para a repetição do cálculo e consolidação das informações, de modo a contemplar toda a base de dados.

#### 3.1 TESTES DE ADERÊNCIA PARA MORTALIDADE

Para verificar a tábua de mortalidade que melhor representa a experiência de óbitos para o plano analisado, optou-se por realizar o teste de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras, conforme a metodologia proposta na Nota Técnica Atuaria GAMA 2014.

Para testar a aderência dessa hipótese biométrica, comparou-se a distribuição etária dos óbitos observados no Plano nos últimos dez anos, utilizando o período de observação dos dados dos exercícios de 2004 a 2013. Os eventos esperados foram analisados a partir da aplicação de onze tábuas de mortalidade, sendo dez destas comumente construídas para exemplificar a mortalidade geral, e uma para a mortalidade de inválidos. Para as tábuas testadas, utilizam-se as seguintes hipóteses:

$H_0$ : A tábua estudada ajusta-se à distribuição dos dados.

$H_1$ : A tábua estudada não se ajusta à distribuição dos dados.

Após a realização do teste de Kolmogorov-Smirnov, que analisa a distribuição dos dados, uma segunda análise foi realizada, de modo a testar a frequência de óbitos esperados por cada tábua de mortalidade. Para isso, aplicou-se o teste de Qui-Quadrado de Independência, conforme elucidado na Nota Técnica Atuaria 2014 para Testes de Aderência (Gama, 2014). A aplicação do referido teste aplica as seguintes hipóteses:

$H_0$ : A tábua estudada espera um número de eventos semelhante ao observado.

$H_1$ : A tábua estudada não espera um número de eventos semelhante ao observado.

As tábuas testadas foram as seguintes: AT-2000 Básica, AT-2000 (suavizada em 10%), DAV-94, BR-EMSsb-v.2010, GR-95 e AT-83, segregadas por sexo, além das tábuas femininas AT-2000 Básica Female, AT-2000 (suavizada em 10%) Female, AT-83 Female e GR-95 Female. Com o intuito de se observar a consistência da metodologia testou-se ainda a tábua RP2000 Disabled, específica para a mortalidade de inválidos. Todos os cálculos foram realizados com o software Excel ®.

### **3.2 CÁLCULO DAS RESERVAS MATEMÁTICAS E BENEFÍCIOS**

Tendo em vista que o objeto de estudo deste trabalho é um plano de benefícios configurado na modalidade contribuição definida (CD), que possui caráter individual, o benefício a ser recebido pelo participante na data de sua elegibilidade será proporcional à sua reserva matemática (saldo final acumulado), à sua expectativa de vida e à de seus beneficiários.

Para a realização dos cálculos, é indispensável a base cadastral atualizada com os dados individuais para participantes e assistidos, e respectivos beneficiários, sendo estas informações de responsabilidade do Fundo de Pensão. Como exemplo de informações cadastrais que possuem direta influência no cálculo, estão data de nascimento, número de contribuições realizadas, valor do salário e da contribuição para o Plano. O cálculo das reservas matemáticas é realizado levando-se em consideração também as regras do plano de benefícios, comumente explicitadas no seu Regulamento e Nota Técnica atuarial, e bases técnicas, como as premissas e hipóteses atuariais.

Como regras principais para o cálculo, deve-se observar as carências estipuladas para o plano, relacionadas ao tempo de contribuição, tempo de vinculação à patrocinadora e idade mínima. Para o plano em questão, os benefícios oferecidos são aposentadoria normal, aposentadoria por tempo de contribuição ou aposentadoria antecipada, além da reversão em pensão, sendo necessário realizar o aporte de pelo menos 240 contribuições mensais, caso a adesão ao Plano tenha ocorrido após a data de início do Plano, e de 180 contribuições mensais para os demais casos (participantes fundadores).

O custeio administrativo deve ser considerado, uma vez que as quantias destinadas para este fim não devem ser agregadas ao saldo de contas dos participantes. Para o plano em questão, aplica-se taxa de carregamento de forma escalonada, de modo que a

contribuição administrativa diminui à medida que se aumenta o tempo de vinculação ao plano. A tabela 2 evidencia os percentuais aplicados.

Tabela 2. Custeio administrativo aplicável no plano em estudo

Taxa de carregamento	Escalonamento
5,00%	Até 36ª contribuição
4,00%	da 37ª a 72ª contribuição
3,00%	da 73ª a 108ª contribuição
2,00%	da 109ª a 144ª contribuição
1,00%	A partir da 145ª contribuição

Para o cálculo do montante final a ser convertido em benefícios, são necessárias a tábua de mortalidade, a qual terá a sua sensibilidade analisada, e ainda as expectativas de retorno dos investimentos e do crescimento salarial. A tabela 3 evidencia as hipóteses vigentes para o plano estudado.

Tabela 3. Hipóteses atuariais vigentes para o planos em estudo

Hipóteses atuariais	
Taxa de Juros	5,00% a.a.
Projeção de Crescimento Real Anual do Salário	0,64% a.a.
Fator de Capacidade	0,9778
Tábua de Mortalidade Geral/ Sobrevivência	AT-2000 Básica M&F

Em posse das informações elencadas nesta seção, foi possível constituir as reservas individuais, constituídas a partir da paridade contributiva entre participantes e patrocinadora do plano de benefícios, formadas pelos seguintes itens:

- I. Contribuição normal, realizada mensalmente por participante e patrocinadora, em percentual a ser estabelecido como desconto sobre o salário de participação;
- II. Contribuição anual dos participantes e da patrocinadora sobre o 13º salário;
- III. Contribuições esporádicas dos participantes e patrocinadora.

Uma vez calculada a reserva matemática, aplica-se a expressão abaixo para o cálculo do benefício inicial:

$$Ben_{j;t} = \frac{RM}{FA} \quad (8)$$

onde:

$$FA = 13 \times (a_x + C_x^{(m)}) \quad (9)$$

sendo:

*RM*: valor da reserva matemática constituída.

*FA*: fator atuarial que representa a anuidade esperada para cada participante.

$a_x$ : valor atual de uma renda atuarial discreta unitária, postecipada, anual, pagáveis imediata e vitaliciamente a um Participante válido, de idade "x";

$C_x^{(m)}$  valor atual de uma renda discreta, fracionada, referente ao encargo médio concernente a herdeiros de um válido que registra idade inicial "x", correspondente ao benefício de aposentadoria de densidade unitária, pagável imediatamente após a morte à idade "x";

Por fim, traçou-se uma análise financeira a partir dos resultados dos cálculos apresentados, variando-se a anuidade esperada para os pagamentos de benefícios, que dependem da tábua de mortalidade utilizada.



## 4 RESULTADOS

### 4.1 ANÁLISE DAS TÁBUAS POR MEIO DOS TESTES DE ADERÊNCIA

As saídas do teste de Kolmogorov-Smirnov e para o testes de Qui-Quadrado de Independência são os p-valores calculados para cada tábua conforme a metodologia de cada teste, descritas nas seções 2.3.2 e 2.3.3. Para um nível de significância de 5% ou um nível de confiança de 95%, foram obtidos os resultados apresentados na tabela 4:

Tabela 4. Resultados dos testes de hipóteses para as tábuas estudadas

TÁBUA	KOLMOGOROV-SMIRNOV		QUI-QUADRADO DE INDEPENDÊNCIA		RANKING
	P-VALOR	DECISÃO	P-VALOR	DECISÃO	
AT-2000 Básica Male & Female	0,961	Não Rejeita	0,773	Não Rejeita	6
AT-2000 (suav. em 10%) Male & Female	0,963	Não Rejeita	1,000	Não Rejeita	5
GIM-94 Male & Female	0,959	Não Rejeita	1,000	Não Rejeita	7
AT-83 Male & Female	0,969	Não Rejeita	0,579	Não Rejeita	1
BR-EMSSb-v.2010 Male & Female	0,957	Não Rejeita	1,000	Não Rejeita	8
GR-95 Male & Female	0,932	Não Rejeita	0,422	Não Rejeita	9
AT-2000 (suav.10%) – Female	0,966	Não Rejeita	0,752	Não Rejeita	3
AT-83 – Female	0,968	Não Rejeita	0,752	Não Rejeita	2
AT-2000 Básica- Female	0,964	Não Rejeita	0,752	Não Rejeita	4
GR-95 – Female	0,921	Não Rejeita	1,000	Não Rejeita	10
RP2000 Disabled	0,573	Não Rejeita	0,000	Rejeita	

O ranking apresentado considera o resultado dos dois testes estatísticos realizados. Dessa forma, são classificadas apenas as tábuas de mortalidade que não tenham sido rejeitadas em nenhum dos casos. É importante ressaltar que os resultados dos testes de aderência são representativos do comportamento esperado de óbitos da população do plano. Assim, para esta análise não se considera nenhum impacto financeiro, motivo pelo qual é de grande relevância a elaboração de análise de sensibilidade para as hipóteses.

## 4.2 ANÁLISE FINANCEIRA

Após a classificação das tábuas pelos testes estatísticos, calculou-se com o auxílio do software Excel quais seriam os montantes acumulados na data de elegibilidade de cada participante, a serem convertidos em benefícios de aposentadoria e pensão.

Para obter os valores almejados, cada participante teve seus dados cadastrais agregados em um fluxo de recebimento de contribuições, que também considerou carregamento administrativo na forma prevista em Regulamento, a expectativa de crescimento salarial, bem como a expectativa de retorno dos investimentos (taxa de juros). A taxa de juros foi o parâmetro utilizado para rentabilizar os saldos ao final de cada período até a data da concessão de benefício.

A tabela 5 sintetiza o fluxo em questão para um determinado participante, que no momento da simulação inicial possuía um salário de participação equivalente a R\$4.737,69 e contribuía com um percentual de 6%, com paridade contributiva em relação à patrocinadora. Para cada participante, o fluxo demonstrado finaliza no período em que o participante cumpre todas as carências para a elegibilidade ao benefício, considerando a idade mínima de aposentadoria, número de contribuições realizadas e tempo de vinculação à patrocinadora.

Tabela 5. Representação do fluxo de salário e contribuição

TEMPO (MÊS)	SALÁRIO (R\$)	CONTRIBUIÇÕES REALIZADAS	CARREGAMENTO ADMINISTRATIVO	CONTRIBUIÇÃO DO PARTICIPANTE (R\$)	CONTRIBUIÇÃO DA PATROCINADORA (R\$)
0	4.737,69	9	5,00%	1.913,44	1.913,44
1	4.740,21	10	5,00%	1.906,69	1.906,69
2	4.742,73	11	5,00%	1.899,96	1.899,96
3	4.745,25	12	5,00%	1.893,26	1.893,26
4	4.747,78	13	5,00%	1.886,58	1.886,58
5	4.750,30	14	5,00%	1.879,93	1.879,93
...	...	...	...	...	...
N = nº de meses até a elegibilidade	Salário Final = Salário inicial*(1+CS <sup>3</sup> ) <sup>N</sup> ,	N-9	1,00%	6% * Salário Final	6% * Salário Final

Como se pode verificar, o salário projetado é elevado ao longo do fluxo, de acordo com a expectativa de crescimento real de salários adotada para o plano. Além disso, os valores da contribuição do participante e da patrocinadora, a cada período, representam a

<sup>3</sup> CS = expectativa de crescimento salarial mensal.

monta equivalente à aplicação do percentual contributivo escolhido sobre o salário de participação, rentabilizada até o período de elegibilidade. Em seguida, gera-se um resumo dos cálculos para cada participante, conforme evidenciado abaixo.

Tabela 6. Resumo da situação de um participante na data da aposentadoria

<b>SITUAÇÃO ATUAL DO PARTICIPANTE</b>					
<b>DATA DE NASCIMENTO:</b>	<b>SALÁRIO DE PARTICIPAÇÃO (R\$)</b>	<b>ALÍQUOTA (%)</b>	<b>NÚMERO DE CONTRIBUIÇÕES REALIZADAS</b>	<b>VALOR DA CONTRIBUIÇÃO (R\$)</b>	<b>SALDO ATUAL</b>
08/05/1947	21.544,07	12,00%	140	2.585,29	738.968,36
<b>SITUAÇÃO DO PARTICIPANTE NA DATA DA APOSENTADORIA</b>					
	<b>BENEFÍCIO ESTIMADO</b>	<b>FATOR ATUARIAL</b>	<b>IDADE DE APOSENTADORIA (ANOS)</b>	<b>SALDO NA APOSENTADORIA (R\$)</b>	
	12.290,46	10,229	76	1.634.289,47	

Em seguida, aglomerou-se os resultados apurados para toda a população, constatando que o benefício médio inicial esperado a partir da aplicação da tábua de mortalidade vigente equivale a R\$3.632,60. Por fim, restou variar os fatores atuariais gerados a partir de cada tábua de mortalidade, e então apurar qual o benefício médio inicial esperado para cada uma dessas hipóteses e qual seria a variação de custo em relação à tábua vigente para um prazo de 20 anos. Os resultados são apresentados na tabela 7.

Tabela 7. Comparação de benefício médio e custo para as tábuas testadas

<b>TÁBUA</b>	<b>BENEFÍCIO MÉDIO INICIAL (R\$)</b>	<b>VARIAÇÃO DE CUSTO EM RELAÇÃO À TÁBUA VIGENTE (PARA 20 ANOS)</b>	
AT-2000 Básica Male & Female (Tábua vigente)	3.632,60		
AT-2000 (suav. em 10%) Male & Female	2.724,57	72.042.867,33	-25,00%
GIM-94 Male & Female	3.470,34	12.873.105,16	-4,47%
AT-83 Male & Female	3.678,73	(3.660.701,53)	1,27%
BR-EMSsb-v.2010 Male & Female	3.632,61	(1.261,51)	0,00%
GR-95 Male & Female	3.467,68	13.084.485,42	-4,54%
AT-2000 (suav.10%) – Female	3.330,17	23.994.602,88	-8,33%
AT-83 – Female	3.597,25	2.804.116,81	-0,97%
AT-2000 Básica- Female	3.585,49	3.737.093,26	-1,30%
GR-95 – Female	3.345,41	22.784.981,37	-7,91%
RP2000 Disabled	4.507,67	(69.428.145,97)	24,09%

### 4.3 CONSOLIDADO DAS ANÁLISES

Feitas as análises a partir do enfoque estatístico (com base nos testes de aderência) e financeiro, realizada com base na projeção dos benefícios, é possível visualizar qual seria a tábua de mortalidade que melhor se adequa ao plano sob as duas óticas. A tabela 8 apresenta um resumo dos resultados já obtidos.

Tabela 8. Análises estatística e financeira para as tábuas estudadas

	ANÁLISE ESTATÍSTICA		ANÁLISE FINANCEIRA	
	P-VALOR (KS)	RANKING	DIMINUIÇÃO DE CUSTO	RANKING
AT-2000 Básica Male & Female (Tábua vigente)	0,961	6		
<b>AT-2000 (suav. em 10%) Male &amp; Female</b>	<b>0,963</b>	<b>5</b>	<b>-25%</b>	<b>1</b>
GIM-94 Male & Female	0,959	7	-4,47%	5
AT-83 Male & Female	0,969	1	+1,27%	8
BR-EMSsb-v.2010 Male & Female	0,957	8	+0,00%	9
GR-95 Male & Female	0,932	9	-4,54%	4
<b>AT-2000 (suav.10%) – Female</b>	<b>0,966</b>	<b>3</b>	<b>-8,33%</b>	<b>3</b>
AT-83 – Female	0,968	2	-0,97%	7
AT-2000 Básica-Female	0,964	4	-1,30%	6
GR-95 – Female	0,921	10	-7,91%	2
RP2000 Disabled	0,573		+24,09%	10

## 5 CONCLUSÃO

Uma vez desenvolvidas as análises sob o foco estritamente estatístico, bem como sob o foco estritamente financeiro, cabe, finalmente, analisar qual a tábua que melhor concilia os resultados sob ambas as óticas. Pela tabela 8, percebe-se que as tábuas AT-2000 (suav. 10%) M&F e AT-2000 (suav.10%) Female estão entre as 5 melhores tábuas para ambas as análises.

Como tábuas que apresentaram resultados insatisfatórios, destaca-se a RP2000 Disabled, que foi rejeitada nos testes de aderência (não sendo, portanto, classificada no ranking) e ainda geraria um custo adicional de 24,09%. Além dessa, a BR-EMSsb-v.2010 Male & Female representaria um custo bastante similar ao atualmente praticado, porém com uma perda na classificação pelos testes de aderência.

Para a tábua AT-2000 (suavizada em 10%) Male & Female, percebe-se que esta é mais aderente à experiência de óbitos do plano, ficando na quinta posição, à frente da tábua atualmente adotada, que está na sexta posição. A tábua AT-2000 (suavizada em 10%) poderia gerar uma economia ao plano da ordem de 25% sobre o montante dos benefícios pagos em 20 anos. Conclui-se, portanto, que esta tábua é a melhor opção para assegurar a solvência financeira do plano de benefícios.

Este trabalho abordou uma temática recente, objeto de constante monitoramento legal e de crucial importância à solvência dos fundos de pensão. A partir da análise conjunta de fatores biométricos e financeiros, foi possível gerar resultados que fornecem subsídios à tomada de decisão dos gestores dessas organizações quanto à adequabilidade das hipóteses atuariais e da mensuração do passivo previdenciário.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson, D. R. et al. **An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making**, Revised Thirteenth Edition. 2012 South-Western.

Associação Brasileira das entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP); Instituto Cultural de Seguridade Social (ICSS) e Sindicato Nacional das entidades Fechadas de Previdência Complementar (SINDAPP). **Avaliação de riscos – manual de boas práticas**. (Coordenador editorial Wagner de Góes). São Paulo: ABRAPP/ICSS/SINDAPP, 2008.

Brasil. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília: Senado, 1988. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/constituicao/constitui%C3%A7ao.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constitui%C3%A7ao.htm)> Acesso em: 14 de outubro de 2014.

Capelo, E. R. **Uma Introdução ao Estudo Atuarial dos Fundos Privados de Pensão**. São Paulo, EAESP/FGV, 1986. Disponível em <<http://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/10531/1/198900009.pdf?sequence=1>>. Acesso em 21/09/2014.

Dias, C. R.B; Santos, J. **Mensuração de passivo atuarial de fundos de pensão: uma visão estocástica**. 2009. Disponível em <<http://www.congressosp.fipecafi.org/web/artigos92009/147.pdf>>. Acesso em 03/08/2014.

Hillier, F. S.; Lieberman, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010. xxii, 828 p. + 1 CD-ROM ISBN 9788563308030.

Ministério da Previdência Social – MPS, SPPC. fundos de pensão: **Coletânea de Normas dos fundos de pensão**, Brasília, 2013. Disponível em <<http://www.previdencia.gov.br/wp-content/uploads/2014/01/Colet%C3%A2nea-vers%C3%A3o-WEB.pdf>>. Acesso em 03/08/2014.

Motta, L. F. J da; Rocha, C. B. **Passivo atuarial estocástico dos fundos de pensão: uma ferramenta necessária ao equilíbrio de longo prazo entre ativos/ investimentos e passivos**. Disponível em <[http://www.dbd.puc-rio.br/depto\\_administracao/TD08.pdf](http://www.dbd.puc-rio.br/depto_administracao/TD08.pdf)>. Acesso em 24/08/2014.

Pinheiro, R.P. **A demografia dos fundos de pensão**. Brasília: Ministério da Previdência Social. Secretaria de Políticas de Previdência Social, 2007. 292 p. – (Coleção Previdência Social. Série estudos; v. 24). Disponível em <[http://previdencia.gov.br/arquivos/office/3\\_081014-111404-315.pdf](http://previdencia.gov.br/arquivos/office/3_081014-111404-315.pdf)> Acesso em 10/11/2014.

Reis, A. **Curso Básico de Previdência Complementar**. São Paulo: Editora Revista dos Tribunais, 2014.

Rodrigues, J. A. **Gestão de Risco Atuarial**. São Paulo: SARAIVA, 2008.

Ross, S. M. **Simulation**. 4th edition. New York: Elsevier, 2006. xiii,298 p

Ross, S. M. **Introduction to probability models**. 9th ed. Amsterdam: Elsevier, c2007. 782 p. ISBN 9780123736352

Ross, S. M. **Probabilidade: um curso moderno com aplicações**. 8. ed. Porto Alegre, RS: bookman, 2010. x, 606 p. (Matemática e estatística) ISBN 9788577806218.

Siegel, S. Castellan, N. J.. **Estatística não-paramétrica para as ciências do comportamento**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. 448 p. : ISBN 9788536307299

Soong, T. T.. **Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers**. New york: John Wiley & Sons, Ltd., 2004.

Superintendência Nacional de Previdência Complementar (Previc). **Guia Previc - Melhores práticas em fundos de pensão**. Brasília: Ministério da Previdência Social, 2012.

Superintendência Nacional de Previdência Complementar (Previc). **Melhores Práticas Atuariais para Entidades de Previdência Complementar, Brasília**, 2012, p.17. Disponível em <[http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/1\\_130204-162837-630.pdf](http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/1_130204-162837-630.pdf)>. Acesso em 03/08/2014.

Winklevoss, Howard E., **Pension Mathematics with Numerical Illustrations**. 2. ed. Philadelphia: Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania, 1993. 307p.

## ANEXO I – FORMULAÇÕES CONSTANTES NA NOTA TÉCNICA ATUARIAL

### a) Benefícios oferecidos

- Benefício de Aposentadoria Programada, sendo que o seu valor será exatamente igual ao seu último Salário de Participação, sendo a elegibilidade 60 anos<sup>4</sup>;
- Benefício de Aposentadoria por Invalidez, sem nenhuma carência, sendo que o seu valor será exatamente igual ao último salário de Participação do Participante enquanto válido, sem nenhuma carência;
- Benefício de Pensão no caso da morte do Participante, pago ao seu dependente.

#### a.1 Benefício de Aposentadoria Programada

Benefício pago ao Participante que atingir 60 anos, com a reversão de 100% para seus dependentes. O valor do benefício será exatamente igual ao do último salário de participação do Participante. Desta forma, o valor da Reserva Matemática será a seguinte:

$$\text{BENAP} = \text{SP}$$

SP = Salário de Participação

#### a.2 Benefício de Aposentadoria por invalidez

Benefício pago ao Participante que atingir 60 anos, com a reversão de 100% para seus dependentes. O valor do benefício será exatamente igual ao do último salário de participação do Participante. Desta forma, o valor da Reserva Matemática será a seguinte:

$$\text{BENINV} = \text{SP}$$

SP=Salário de Participação

---

<sup>4</sup> Para o Plano considerado no estudo, foi considerada a elegibilidade aos 60 anos pelo fato que os Planos na modalidade Benefício Definido são normalmente planos mais antigos, permitindo a aposentadoria com esta idade ou até mesmo inferior.



### a.3 Benefício de Pensão por morte

Benefício vitalício pago aos dependentes do gerador de pensão, de forma vitalícia, no valor do benefício.

$$BENPEN=SP$$

SP=Salário de Participação.

### b) Contribuições de Ativos

A contribuição dos Ativos é calculada a partir da incidência de até 20,00% (doze por cento) sob o Salário de Participação.

### c) Cálculo das Provisões Matemáticas

#### c.1 Provisão Matemática de Benefícios Concedidos (Assistidos)

##### c.1.1 Aposentadoria Programada

O cálculo das Provisões Matemáticas de aposentadorias programadas concedidas consiste em um pagamento de uma renda vitalícia, com reversão em pensão para seus respectivos dependentes, conforme formulação abaixo:

$$RMAP_{x;j}^a(BC) = 13 \times BENAP \times FC \times (a_x^{(m)} + C_x^{(m)})$$

Sendo que:

$BENAP$  = Benefício mensal de Aposentadoria Programada, conforme previamente definido;

$FC$  = Fator de capacidade;

$a_x^{(m)}$  = Valor de uma renda atuarial discreta unitária, postecipada, fracionada, pagável imediata e vitaliciamente a um Participante ou a seu Beneficiário, conforme o caso, na idade "x";

$C_x^{(m)}$  = Valor atual de uma renda discreta, fracionada, referente ao encargo concernente aos beneficiários existentes de um válido que registra idade inicial "x", correspondente ao benefício de Aposentadoria de densidade unitária, pagável imediatamente após a morte à idade "x".

### c.1.2 Aposentadoria por Invalidez

O cálculo das Provisões Matemáticas de aposentadorias por invalidez concedidas consiste em um pagamento de uma renda vitalícia, com reversão em pensão para seus respectivos dependentes, conforme formulação abaixo:

$$RMINV_{x;j}^i(BC) = 13 \times BENINV \times FC \times \left( a_x^{(m)i} \times C_x^{(m)i} \right)$$

Sendo que:

$BENINV$  = Benefício mensal de Aposentadoria por invalidez, conforme previamente definido;

$FC$  = Fator de capacidade;

$a_x^{(m)i}$  = Valor de uma renda atuarial discreta unitária, postecipada, fracionada, pagável imediata e vitaliciamente a um Participante inválido, de idade “x”;

$C_x^{(m)i}$  = Valor atual de uma renda discreta, fracionada, referente ao encargo concernente aos beneficiários existentes de um inválido que registra idade inicial “x”, correspondente ao benefício de Aposentadoria de densidade unitária, pagável imediatamente após a morte à idade “x”.

### c.1.3 Pensão por Morte

O cálculo das Provisões Matemáticas Pensões por morte consiste em um pagamento de uma renda vitalícia, conforme formulação abaixo:

$$RMPEN_{(g);j}^p(BC) = 13 \times BENPEN \times FC \times a_y^{(m)i}$$

Sendo que:

$BENPEN$  = Benefício mensal de Pensão por Morte, conforme previamente definido;

$FC$  = Fator de capacidade;

$a_y^{(m)i}$  = Valor de uma renda atuarial discreta unitária, postecipada, fracionada, pagável imediata e vitaliciamente a um Participante inválido, de idade “y”;

## c.2 Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (Ativos)

### c.2.1 Aposentadoria Programada

O cálculo das Provisões Matemáticas de aposentadorias programadas a Conceder, consiste em um pagamento de uma renda vitalícia considerando-se um Fator de desconto atuarial, de um participante válido e em atividade, com reversão em pensão para seus respectivos dependentes, conforme formulação abaixo:

$$RMAP_{x;j}^a(BaC) = 13 \times FC \times BENAP \times_{r-x} E_x^{(m)aa} \times \left( a_r^{(m)} + C_r^{(m)} \right)$$

$BENAP$  = Benefício mensal de Aposentadoria Programada, conforme previamente definido. Como o crescimento salarial definido foi nulo, não se faz necessária a atualização do benefício;

$FC$  = Fator de capacidade;

$_{r-x} E_x^{(m)aa}$  = Fator de desconto atuarial, mensal, na idade de aposentadoria referente a um participante válido e em atividade;

$a_r^{(m)}$  = Valor de uma renda atuarial discreta unitária, postecipada, fracionada, pagável imediata e vitaliciamente a um Participante ou a seu Beneficiário, na idade de aposentadoria, qual seja, “r”;

$C_r^{(m)}$  = Valor atual de uma renda discreta, fracionada, referente ao encargo concernente aos beneficiários existentes de um válido que registra idade inicial “r”, correspondente ao benefício de Aposentadoria de densidade unitária, pagável imediatamente após a morte à idade “r”.

### c.2.2 Aposentadoria por Invalidez

O cálculo das Provisões Matemáticas de aposentadorias por invalidez a Conceder, consiste em um somatório dos pagamentos de rendas vitalícias, considerando-se a probabilidade de o participante ter permanecido ativo na idade anterior e dele se invalidar na idade em questão, com reversão em pensão para seus respectivos dependentes, conforme formulação abaixo:

$$RMINV_{x;j}^i(BaC) = 13 \times FC \times \sum_{t=0}^{r-x-12} BENINV \times_t p_x^{(m)aa} \times v_m^t \times p_{x+t}^{(m)ai} \times \left( a_{x+t}^{(m)i} + C_{x+t}^{(m)i} \right)$$

$BENINV$  = Benefício mensal de Aposentadoria por invalidez, conforme previamente definido. Como o crescimento salarial definido foi nulo, não se faz necessária a atualização do benefício;

$FC$  = Fator de capacidade;

$P_x^{(m)ai}$  = Probabilidade de um Participante válido de idade  $x$  se invalidar na mesma idade;

$$v_m^t = \left[ \frac{1}{(1 + i_m)} \right]^t$$

$i_m$  = Taxa de juros mensal utilizada na avaliação atuarial;

$P_x^{(m)ai}$  = Probabilidade de um Participante válido de idade  $x$ , se invalidar na mesma idade;

$a_x^{(m)i}$  = Valor de uma renda atuarial discreta unitária, postecipada, fracionada, pagável imediata e vitaliciamente a um Participante inválido, de idade “ $x$ ”;

$C_x^{(m)i}$  = Valor atual de uma renda discreta, fracionada, referente ao encargo concernente aos beneficiários existentes de um inválido que registra idade inicial “ $x$ ”, correspondente ao benefício de Aposentadoria de densidade unitária, pagável imediatamente após a morte à idade “ $x$ ”;

### c.2.3 Pensão por Morte

O cálculo das Provisões Matemáticas de pensão por morte a Conceder, consiste em um pagamento de uma renda vitalícia considerando-se um Fator de desconto atuarial, de um participante válido e em atividade, com reversão em pensão para seus respectivos dependentes, conforme formulação abaixo:

$$RMPEN_{x;j}^p(BaC) = 13 \times FC \times \sum_{t=0}^{r-x-12} BENPEN \times_t P_x^{(m)aa} \times v_m^t \times q_{x+t}^{(m)a} \times H_{x+t}^{(m)}$$

*BENPEN* = Benefício mensal de Pensão por Morte, conforme previamente definido. Como o crescimento salarial foi definido como nulo, não se faz necessária a atualização do benefício;

*FC* = Fator de capacidade;

${}_t P_x^{(m)aa}$  = Probabilidade de um Participante válido de idade *x* permanecer ativo até a idade “*x+t*”;

$$v_m^t = \left[ \frac{1}{(1 + i_m)} \right]^t$$

*i<sub>m</sub>* = Taxa de juros mensal utilizada na avaliação atuarial;

${}_t P_x^{(m)aa}$  = Probabilidade de um Participante válido de idade “*x+t*” falecer antes de atingir a idade “*x+t+1*”;

$H_x^{(m)}$  = Valor do custo dos dependentes existentes de um Participante de idade *x*.

## ANEXO II – TÁBUAS DE MORTALIDADE

AT 83 M & F			AT 83 M & F			AT 83 M & F		
Idade	Masculino	Feminino	Idade	Masculino	Feminino	Idade	Masculino	Feminino
0	0,002690	0,001835	39	0,001216	0,000691	78	0,046951	0,028717
1	0,001053	0,000778	40	0,001341	0,000742	79	0,051755	0,032328
2	0,000591	0,000402	41	0,001492	0,000801	80	0,057026	0,036395
3	0,000476	0,000298	42	0,001673	0,000867	81	0,062791	0,040975
4	0,000417	0,000240	43	0,001886	0,000942	82	0,069081	0,046121
5	0,000377	0,000194	44	0,002129	0,001026	83	0,075908	0,051889
6	0,000350	0,000160	45	0,002399	0,001122	84	0,083230	0,058336
7	0,000333	0,000134	46	0,002693	0,001231	85	0,090987	0,065518
8	0,000352	0,000134	47	0,003009	0,001356	86	0,099122	0,073493
9	0,000368	0,000136	48	0,003343	0,001499	87	0,107577	0,082318
10	0,000382	0,000141	49	0,003694	0,001657	88	0,116316	0,092017
11	0,000394	0,000147	50	0,004057	0,001830	89	0,125394	0,102491
12	0,000405	0,000155	51	0,004431	0,002016	90	0,134887	0,113605
13	0,000415	0,000165	52	0,004812	0,002215	91	0,144873	0,125227
14	0,000425	0,000175	53	0,005198	0,002426	92	0,155429	0,137222
15	0,000435	0,000188	54	0,005591	0,002650	93	0,166629	0,149462
16	0,000446	0,000201	55	0,005994	0,002891	94	0,178537	0,161834
17	0,000458	0,000214	56	0,006409	0,003151	95	0,191214	0,174228
18	0,000472	0,000229	57	0,006839	0,003432	96	0,204721	0,186535
19	0,000488	0,000244	58	0,007290	0,003739	97	0,219120	0,198646
20	0,000505	0,000260	59	0,007782	0,004081	98	0,234735	0,211102
21	0,000525	0,000276	60	0,008338	0,004467	99	0,251889	0,224445
22	0,000546	0,000293	61	0,008983	0,004908	100	0,270906	0,239215
23	0,000570	0,000311	62	0,009740	0,005413	101	0,292111	0,255953
24	0,000596	0,000330	63	0,010630	0,005990	102	0,315826	0,275201
25	0,000622	0,000349	64	0,011664	0,006633	103	0,342377	0,297500
26	0,000650	0,000368	65	0,012851	0,007336	104	0,372086	0,323390
27	0,000677	0,000387	66	0,014199	0,008090	105	0,405278	0,353414
28	0,000704	0,000405	67	0,015717	0,008888	106	0,442277	0,388111
29	0,000731	0,000423	68	0,017414	0,009731	107	0,483406	0,428023
30	0,000759	0,000441	69	0,019296	0,010653	108	0,528989	0,473692
31	0,000786	0,000460	70	0,021371	0,011697	109	0,579351	0,525658
32	0,000814	0,000479	71	0,023647	0,012905	110	0,634814	0,584462
33	0,000843	0,000499	72	0,026131	0,014319	111	0,695704	0,650646
34	0,000876	0,000521	73	0,028835	0,015980	112	0,762343	0,724750
35	0,000917	0,000545	74	0,031794	0,017909	113	0,835056	0,807316
36	0,000968	0,000574	75	0,035046	0,020127	114	0,914167	0,898885
37	0,001032	0,000607	76	0,038631	0,022654	115	1,000000	1,000000
38	0,001114	0,000646	77	0,042587	0,025509			

AT 2000 M & F		
Idade	Masculino	Feminino
0	0,002311	0,001794
1	0,000906	0,000755
2	0,000504	0,000392
3	0,000408	0,000290
4	0,000357	0,000232
5	0,000324	0,000189
6	0,000301	0,000156
7	0,000286	0,000131
8	0,000328	0,000131
9	0,000362	0,000134
10	0,000390	0,000140
11	0,000413	0,000148
12	0,000431	0,000158
13	0,000446	0,000170
14	0,000458	0,000183
15	0,000470	0,000197
16	0,000481	0,000212
17	0,000495	0,000228
18	0,000510	0,000244
19	0,000528	0,000260
20	0,000549	0,000277
21	0,000573	0,000294
22	0,000599	0,000312
23	0,000627	0,000330
24	0,000657	0,000349
25	0,000686	0,000367
26	0,000714	0,000385
27	0,000738	0,000403
28	0,000758	0,000419
29	0,000774	0,000435
30	0,000784	0,000450
31	0,000789	0,000463
32	0,000789	0,000476
33	0,000790	0,000488
34	0,000791	0,000500
35	0,000792	0,000515
36	0,000794	0,000534
37	0,000823	0,000558
38	0,000872	0,000590

AT 2000 M & F		
Idade	Masculino	Feminino
39	0,000945	0,000630
40	0,001043	0,000677
41	0,001168	0,000732
42	0,001322	0,000796
43	0,001505	0,000868
44	0,001715	0,000950
45	0,001948	0,001043
46	0,002198	0,001148
47	0,002463	0,001267
48	0,002740	0,001400
49	0,003028	0,001548
50	0,003330	0,001710
51	0,003647	0,001888
52	0,003980	0,002079
53	0,004331	0,002286
54	0,004698	0,002507
55	0,005077	0,002746
56	0,005465	0,003003
57	0,005861	0,003280
58	0,006265	0,003578
59	0,006694	0,003907
60	0,007170	0,004277
61	0,007714	0,004699
62	0,008348	0,005181
63	0,009093	0,005732
64	0,009968	0,006347
65	0,010993	0,007017
66	0,012188	0,007734
67	0,013572	0,008491
68	0,015160	0,009288
69	0,016946	0,010163
70	0,018920	0,011165
71	0,021071	0,012339
72	0,023388	0,013734
73	0,025871	0,015391
74	0,028552	0,017326
75	0,031477	0,019551
76	0,034686	0,022075
77	0,038225	0,024910

AT 2000 M & F		
Idade	Masculino	Feminino
78	0,042132	0,028074
79	0,046427	0,031612
80	0,051128	0,035580
81	0,056250	0,040030
82	0,061809	0,045017
83	0,067826	0,050600
84	0,074322	0,056865
85	0,081326	0,063907
86	0,088863	0,071815
87	0,096958	0,080682
88	0,105631	0,090557
89	0,114858	0,101307
90	0,124612	0,112759
91	0,134861	0,124733
92	0,145575	0,137054
93	0,156727	0,149552
94	0,168290	0,162079
95	0,180245	0,174492
96	0,192565	0,186647
97	0,205229	0,198403
98	0,218683	0,210337
99	0,233371	0,223027
100	0,249741	0,237051
101	0,268237	0,252985
102	0,289305	0,271406
103	0,313391	0,292893
104	0,340940	0,318023
105	0,372398	0,347373
106	0,408210	0,381520
107	0,448823	0,421042
108	0,494681	0,466516
109	0,546231	0,518520
110	0,603917	0,577631
111	0,668186	0,644427
112	0,739483	0,719484
113	0,818254	0,803380
114	0,904945	0,896693
115	1,000000	1,000000