Marcos Ruben de Oliveira

A quase verdade nas lógicas polivalentes

Brasília

2016

Marcos Ruben de Oliveira

A quase verdade nas lógicas polivalentes

Monografia apresentada ao Departamento de Filosofia.

Universidade de Brasília

Instituto de Ciências Humanas

Departamento de Filosofia

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Costa-Leite

Brasília

2016

Marcos Ruben de Oliveira

A quase verdade nas lógicas polivalentes

Monografia apresentada ao Departamento de Filosofia.

Brasília, XX de dezembro de 2016:

Prof. Dr. Alexandre Costa-Leite
Orientador

Prof. Dr. Rodrigo Freire
Membro da banca

Brasília
2016

Aos que buscam a verdade.

Agradecimentos

Obrigado, Costa-Leite: com seu incrível entusiasmo frente aos desafios da filosofia e da lógica, despertou em mim o querer saber mais sobre assuntos tão fascinantes como os que estudamos, debatemos e, agora, materializamos nessa monografia.

Obrigado, Ariane: conhecendo-me e sabendo o que me faz feliz, apoiou-me desde o início até o fim nesta jornada, com incondicional amor, carinho, cuidados e compreensão.

Obrigado, João e Luiza: se até hoje continuo buscando conhecimento, é por que vocês me deram todos os elementos que me fazem ser assim.

Pode parecer, às pessoas não prevenidas, que a ciência pesquisa para obter a verdade como correspondência: uma teoria científica é verdadeira se refletir o real, retratar aquilo que é como é.

No entanto, há muitos reparos a uma posição que sustente, pura e simplesmente, ser da essência da indagação científica alcançar a verdade qual correspondência. Em conexão a qualquer teoria, lei ou hipótese, sabe-se que, ao ser formulada, não subsistirá para sempre qual construção verdadeira, no sentido da teoria da correspondência.

Fatos novos seguramente mostrarão que é falsa.

A história da ciência nos convence disso.

Torna-se necessário repensar a natureza e o papel da verdade em ciência.

Newton da Costa

Resumo

A noção de quase verdade foi criada por Newton da Costa e colaboradores para melhor compreender a questão da verdade nas ciências empíricas que, devido à incompletude das informações existentes no domínio científico, faz com que, proposições pertencentes a determinado escopo teórico e para as quais a definição do valor de verdade seja factível, convivam com outras proposições para as quais simplesmente não é possível definir se se trata de uma verdade ou de uma falsidade, considerado o mesmo escopo teórico. Esta indefinibilidade, bem retratada nas teorias pragmáticas da verdade, não são devidamente tratadas nas teorias clássicas, o que motivou Newton da Costa a construir uma nova concepção de verdade capaz de, não só generalizar a visão clássica, como abarcar em linguagem formal a proposta pragmática. Paralelamente, temos as lógicas polivalentes, que derrogam explicitamente o princípio da bivalência, admitindo, em seu arcabouço, valores de verdade para além dos clássicos verdadeiro e falso, o que amplia consideravelmente o leque de interpretações filosóficas possíveis frente ao mundo. Essas duas ideias, quase verdade e lógicas polivalentes, parecem ter entre si uma conexão natural, marcada notadamente pelo esforço de compreender e modelar a zona nebulosa que paira entre a verdade e a falsidade. Apresentamos, aqui, uma nova proposta, que tem por objetivo construir essa conexão entre quase verdade e duas lógicas polivalentes, as lógicas L_n de Łukasiewicz e a Lógica Difusa. Neste esforço, criamos os conceitos de quase verdade pura, quase verdade forte e quase verdade fraca, que nos permite conectar a quase verdade às lógica n-valentes sem maiores dificuldades.

Palavras-chaves: quase verdade, lógicas polivalentes, lógica difusa.

Abstract

The notion of quasi-truth was created by Newton da Costa and collaborators to better understand the question of truth in the empirical sciences that, due to the incompleteness of the information existing in the scientific domain, makes propositions belonging to a certain theoretical scope and for which the definition of the truth value is feasible, coexist with other propositions for which it is simply not possible to define whether it is a truth or a falsity, considered the same theoretical scope. This indefinability, well portrayed in the pragmatic theories of truth, is not properly dealt with in classical theories, which motivated Newton da Costa to construct a new conception of truth capable not only of generalizing the classical view but also of embracing the pragmatic proposition in formal language. At the same time, there are the many-valued logics, which explicitly derogate the principle of bivalence, admitting, in its framework, truth values beyond the classics true and false, which considerably broadens the range of possible philosophical interpretations about the world. These two ideas, quasi-truth and many-valued logics, seem to have a natural connection to each other, marked notably by the effort to understand and modelling the nebulous zone that hangs between truth and falsity. We present a new proposal, which aims to construct this connection between quasi-truth and two many-valued logics, the Logic L_n of Lukasiewicz and the Fuzzy Logic. In this effort, we have created the concepts of pure quasi-truth, strong quasi-truth and weak quasi-truth, that allows us to connect the quasi-truth to n-valued logics without major difficulties.

Key-words: quasi-truth, many-valued logic, many-valuedness, fuzzy logic.

Sumário

Introdução

Nosso objetivo é modelar e definir a noção de quase verdade* utilizando as lógicas polivalentes L_n de Łukasiewicz e as lógicas difusas de Zadeh. Temos conhecimento de alguns esforços que já foram feitos no sentido de identificar lógicas que se adequem à noção de quase verdade de Newton da Costa. Silvestrini (2011), por exemplo, propõe uma lógica não clássica neste sentido. Costa-Leite (2014), por sua vez, propõe o uso das lógicas da justificação, uma extensão da lógica clássica, para abordar o mesmo tema. À parte dessas iniciativas, propomos uma nova abordagem†, que consiste em conectar dois conceitos distintos: a quase verdade e as lógicas polivalentes. Ambos os conceitos contemplam, à sua maneira, ideias de indefinibilidade, incerteza, falta de informação. Nossa proposta foi construída no sentido de identificar aspectos teóricos da quase verdade que guardam certa similitude com a lógicas polivalentes e, a partir daí, definir os mecanismos de ligação entre elas. Para alcançar tal desiderato, dividimos o texto em três capítulos, brevemente resumidos a seguir.

No primeiro capítulo fazemos uma abordagem geral sobre a noção de quase verdade, introduzida em Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986). A quase verdade, afirmam os autores, foi inspirada na teoria pragmática da verdade de Peirce e na formalização do conceito de verdade de Tarski: uma proposição é quase verdadeira se sua interpretação não está definida no domínio de conhecimento em que ela se dá. Apresentamos, inicialmente, aspectos gerais do trabalho sobre a concepção semântica de verdade de Alfred Tarski, para logo em seguida abordar a questão da quase verdade no que diz respeito à sua motivação filosófica e sua ligação com a teoria pragmática. Na sequência, apresentamos aspectos do desenvolvimento formal da

* Sobre a grafia do vocábulo 'quase verdade', ver a Nota de Rodapé 1, no Capítulo 1.

† Não encontramos em nossa revisão bibliográfica nenhum texto que tenha apresentado proposta semelhante à que trazemos agora à tona.

quase verdade, que faz uso da ideia de estrutura parcial para representar a falta de informação acerca de certas relações e proposições que caracterizam as ciências empíricas. Finalmente, abordamos a ideia de *graus de quase verdade* introduzidas por Bueno e Souza (1996).

No segundo capítulo tratamos das lógicas polivalentes, iniciando com um breve apanhado histórico e principais motivações para seu surgimento. Abordamos, a seguir, as propostas de Łukasiewicz, iniciando pela lógica trivalente L_3, posteriormente generalizada para L_n, $L_{\aleph_0}$ e $L_{\aleph}$. Em L_3, apontamos as principais definições e tentamos avançar no significado filosófico do terceiro valor de verdade de Łukasiewicz. Finalmente, finalizando o capítulo, tratamos a lógica difusa (*fuzzy logic*) de Zadeh, que partiu da noção de conjuntos difusos para edificar sua lógica, na qual a valoração trata de terrenos onde o delimitador da verdade é vago ou impossível de se definir com clareza. Zadeh propõe uma solução para problemas desse tipo.

No terceiro capítulo resgatamos o que foi exposto nos dois capítulos anteriores para propor uma nova abordagem, que consiste em concectar a ideia de quase verdade e informação insuficiente no domínio das ciências empíricas com a ideia das lógicas difusas de que existem valores de verdade além dos clássicos verdadeiro e falso, e que tais valores devem ser considerados na linguagem lógica, a fim de melhor retratar o mundo. Propomos que a conexão entre quase verdade e lógicas polivalentes se dê mediante a identificação das proposições quase verdadeiras com os valores de verdade alternativos da lógica polivalente. O caso L_3 se mostrou trivial. Para L_n, com $n > 3$, percebemos a necessidade de criar novos conceitos que melhor refletissem, na quase verdade, as gradações da n-valoração das lógicas polivalentes. Assim surgiram as noções de quase verdade pura, quase verdade forte e quase verdade fraca, conceitos que são introduzidos neste texto.

No último capítulo fazemos um apanhado geral dos achados, apresentamos nossas principais conclusões acerca dos temas discutidos, suas implicações filosóficas e refletimos sobre possibilidades de avanços que se delineam à frente.

1 Verdade e quase verdade

Neste capítulo, eminentemente descritivo, tratamos principalmente da noção de *quase verdade*[1] introduzido por Newton da Costa e colaboradores (Seção 1.2). Para tanto, percebemos a necessidade de abordar, ainda que *en passant*, algumas noções sobre a concepção semântica de verdade de Tarski (Seção 1.1) e também sobre a teoria da verdade pragmática, uma vez que essas são as duas principais fontes de inspiração de da Costa e colaboradores no que diz respeito à quase verdade. Os resultados apresentados na Seção 1.1 baseiam-se nas obras de Tarski (2007), Aristóteles (2002) e Haack (2002). Já os resultados apresentados na Seção 1.2 provém principalmente de Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986), Bueno e Souza (1996), da Costa, Bueno e French (1998), da Costa (1999), Peirce e Buchler (1955) e Haack (2002).

Iniciaremos o capítulo tratando da concepção semântica de verdade de Tarski. Em seguida, trataremos da teoria pragmática da verdade para, enfim, abordar diretamente a noção de quase verdade.

1.1 A concepção de verdade de Tarski

Várias são as abordagens teóricas que tratam da concepção de verdade e que procuram definir o que é o verdadeiro e o que é o falso. Podemos citar, por exemplo, as teorias da correspondência, da coerência, pragmática, semântica, da redundância, dentre outras.[2] É natural que exista tamanha pluralidade de abordagens, posto que o debate filosófico acerca da verdade é antigo e, podemos dizer, não chegou a termo. Já

[1] Na bibliografia filosófica em português que pesquisamos, encontramos a grafia do termo 'quase verdade' acompanhada do hífen ('quase-verdade'). Não obstante, segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa, os termos 'não' e 'quase', quando na função de prefixo, não são seguidos de hífen. Além disso, consultamos o Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa, disponibilizado pela Academia Brasileira de Letras em www.academia.org.br, onde verificamos que todas as palavras que tem o 'quase' como prefixo não levam hífen. Desta forma, optamos por adotar a grafia sem hífen.

[2] Ver Haack (2002, cáp. 7) para mais informações sobre algumas teorias da verdade.

Aristóteles expressava sua concepção a respeito da verdade, como vemos no trecho a seguir, extraído do Livro Γ da Metafísica, quando o filósofo trata do princípio do terceiro excluído:

> '[. . .] falso é dizer que o ser não é ou que o não-ser é; verdadeiro é dizer que o ser é e que o não-ser não é. Consequentemente, quem diz de uma coisa que é ou que não é, ou dirá o verdadeiro ou dirá o falso' (ARISTÓTELES, 2002).

Nosso foco, nesta seção, concentrar-se-á na concepção de verdade elaborada por Alfred Tarski e publicada em dois de seus artigos, ambos exercendo, até hoje, grande influência na literatura acerca do tema[3]. Tarski inicia sua abordagem sugerindo que a tradução da expressão aristotélica citada acima para a terminologia filosófica moderna seria algo como: 'a verdade de uma sentença consiste na sua concordância com (ou correspondência a) realidade' (TARSKI, 2007, p. 160), afirmando que uma teoria da verdade baseada nesta fórmula é denominada de *teoria da correspondência*[4]. Com o objetivo de avançar na melhor compreensão da proposta aristotélica, Tarski apresenta ainda outra forma de expressar a concepção clássica de verdade, utilizando o termo *'designar'*, no sentido de que o que é designado por uma sentença são 'estados de coisas': 'Uma sentença é verdadeira se ela designa um estado de coisas existentes' (TARSKI, 2007, p. 161). Argumenta o autor que, mesmo diante de tais formulações, e ainda considerando os esforços subsequentes à definição clássica até aquele momento em que ele escrevia, o tema *verdade* ainda não havia sido tratado de forma adequada. Diante de tal situação, Tarski se propõe a criar uma definição satisfatória de verdade, o que significa, para ele, que tal definição deve ser (1) adequada materialmente e (2) formalmente correta, com o objetivo de carecterizar a noção de verdade com precisão e, assim, possibilitar que se descreva a estrutura formal da linguagem a ser utilizada.

[3] Os artigos aqui referidos são os seguintes: Tarski (1983, p. 152–278) e Tarski (1944). Utilizamos as traduções para o português, disponíveis em Tarski (2007).

[4] Mais recentemente, Haack (2002, p. 127) define a teoria correspondencial da verdade como a teoria para a qual 'a verdade de uma proposição consiste não em suas relações com outras proposições, mas em sua relação com o mundo, sua correspondência com os fatos', definição esta que está de acordo com a afirmação tarskiana.

Partindo da noção aristotélica clássica de verdade, Tarski exemplifica o que seria a verdade para uma sentença qualquer:

A sentença 'a neve é branca' é verdadeira se, e somente se, a neve é branca'.

No exemplo, temos do lado esquerdo, entre aspas, o nome da sentença e, do lado direito, a sentença em si, ou seja, a realidade, o mundo como ele é. Generalizando o exemplo, se *'p'* for uma sentença qualquer e *'X'* o nome dessa sentença, então

$$\textit{(T) X é verdadeira se, e somente se, p} \tag{1.1}$$

A equivalência apresentada acima, onde *'p'* pode ser substituído por qualquer sentença da linguagem à qual a palavra *'verdadeiro'* se refere, e *'X'* pode ser substituído por um nome dessa sentença, é denominada por Tarski de *'equivalência da forma (T)'*. A adequação material do conceito de verdade ocorre, segundo Tarski, quando se pode 'usar o termo *verdadeiro* de tal maneira que todas as equivalências da forma (T) possam ser afirmadas', e dizemos que uma definição de verdade é 'adequada' se 'todas essas equivalências dela se seguem' (TARSKI, 2007, p. 163). Assim definida, a concepção de verdade de Tarski diz respeito ao esquema de sentenças da forma T, e não às suas partes isoladas.

Segundo Tarski, 'A semântica é uma disciplina que, de modo geral, trata de certas relações entre expressões de uma linguagem e os objetos a que se referem tais expressões' (TARSKI, 2007, p. 164), o que explica, de certo modo, sua preferência pelo termo 'concepção semântica de verdade', posto que sua definição busca abarcar a noção clássica de verdade, que deu origem à teoria da correspondência e, ao mesmo tempo, volta-se principalmente para a análise das equivalências de expressões da forma T. A definição tarskiana de verdade soluciona, por exemplo, instâncias de paradoxos como a Antinomia do Mentiroso (TARSKI, 2007, p. 167 – 170), por meio da distinção entre linguagem objeto e metaliguagem: na linguagem objeto se representa aquilo para o qual a definição de verdade é dada, já na metalinguagem se representa a linguagem na qual a verdade é definida. Usando esse recurso, Tarski mostra que a Atinomia do Mentiroso é, na verdade, uma contradição, pois aplicando 1.1, ele verifica que, se substituirmos *A sentença aqui impressa não é verdadeira* por X, temos que X corresponde exatamente a própria sentença, logo a aplicação do esquema 1.1 leva a dizer que X é verdadeiro se, e somente se, X não é verdadeiro, o que é uma contradição.

A proposta de formalizar a concepção de verdade inspirou da Costa e colaboradores a sugerirem uma formalização para a noção de quase verdade, conceito que foi criado por eles e que tem como objetivo oferecer uma lógica subjacente mais de acordo com a realidade do conhecimento científico do que a lógica clássica, como veremos adiante.

1.2 Quase verdade

A noção de quase verdade surge como auxiliar na investigação dos princípios e ideias fundamentais da ciência em geral e, em particular, das ciências empíricas, essas últimas compostas pelas ciências humanas e pelas ciências naturais (DA COSTA, 1999, p. 35 – 36). Trata-se do caminho encontrado por da Costa e colaboradores para investigar a ideia de conhecimento científico, notadamente as ciências empíricas que, segundo eles, possuem características que dificultam ou limitam o uso de teorias clássicas da verdade, a ponto de considerarem que a noção de verdade nessas ciências deve ser substituída pela noção de quase verdade. Isto por que, para da Costa, em geral, as várias teorias da verdade, notadamente as abordagens clássicas, podem ser adequadas para tratar das ciências formais (matemática e lógica), mas deixam a desejar quando se referem às ciências aplicadas (física, biologia, dentre outras), uma vez que o desenvolvimento histórico mostra que proposições consideradas verdadeiras, do ponto de vista pragmático, podem ser revistas e rejeitadas ou aprimoradas à medida que a ciência acumula novas evidências, ou seja, afirma da Costa, as ciências estão em permanente modificação, como se fossem organismos vivos. É justamente essa dinâmica que torna inadequada as abordagens clássicas de teoria da verdade, e que suscitou a criação de uma nova abordagem, capaz de retratar melhor a constante revisão dos postulados teóricos tidos como verdadeiros nas ciências empíricas.

Tomemos, por exemplo, as limitações apresentadas por da Costa em relação à adequabilidade da teoria correspondencial da verdade para explicar os fenômenos estudados nas ciências naturais. O autor considera o conceito clássico de verdade como primitivo (DA COSTA, 1999, p. 119) e, portanto, incapaz de lidar com certos aspectos do domínio científico. Segundo ele, 'A finalidade das ciências empíricas se condensa na pesquisa de estruturas capazes de sistematizar as nossas observações e experiências referentes ao universo que nos circunda' (DA COSTA, 1999, p. 60), o que evidencia a importância da prática científica na busca pelo conhecimento empírico. Afirma ainda da Costa que, dentre as teorias da verdade, as teorias pragmáticas desenvolvidas por C. S. Peirce, W. James e J. Dewey moldam-se melhor ao objetivo das ciências empíricas, pois admitem noções de verdades incompletas, que vão se confirmando por meio de resultados práticos que, à medida que avança a ciência, se aproximam mais do real, como fica claro no trecho abaixo[5]:

> Por motivos que ficarão claros adiante, desenvolvemos uma teoria da verdade que nos foi sugerida pelos textos pragmatistas, especialmente de James e de Peirce, e que, por isso, batizamos de verdade pragmática (ou de quase-verdade). Nossa posição é que a concepção da verdade inerente às ciências empíricas é a da quase-verdade (DA COSTA, 1999, p. 132).

O pragmatismo, citado por da Costa, foi criado por Charles Sanders Peirce (1839-1914), para quem 'aquilo que é pensado de acordo com a serie de cognições é o real como ele realmente é' (PEIRCE; BUCHLER, 1955, p. 248). Para Peirce, a verdade é o que a comunidade científica de determinada época afirma ser, afirmações estas que tem como base os achados ou descobertas feitas sob os auspícios do método científico. A verdade, do ponto de vista pragmático, depende então dos efeitos práticos da proposição em análise. De fato, como se vê em Haack (2002, p.

[5] Essa posição de da Costa evidencia sua afinidade com a teoria da verdade pragmática, pelo menos no que tange à sua proposta de *quase verdade*. Obviamente, se admitirmos outras abordagens teóricas acerca da *verdade*, poderíamos derivar resultados o mais diversos, o que não é nosso objetivo nesse trabalho.

140), 'De acordo com a 'máxima pragmática', o significado de um conceito deve ser dado pela referência às consequências 'práticas' ou 'experimentais". Neste sentido, Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986, p, 202) afirmam que

> a máxima de Peirce pode, obviamente, ser interpretada como o reconhecimento de que a verdade (ou seja, a verdade pragmática) de uma afirmação depende dos seus efeitos práticos, supondo que eles são aceitos como verdade no sentido comum da palavra 'verdade'. Estes efeitos podem ser formulados como algumas propostas básicas, e, em consequência, uma afirmação (hipótese ou teoria) pode ser dito pragmaticamente verdadeira se as suas consequências básicas são verdadeiras no sentido padrão. (traduzimos)

da Costa fica ainda afirma que a ciência deve ser estudada dentro de um contexto histórico, no qual seja possível levar em conta fatos passados, presentes e futuros, dada a sua dinâmica temporal sujeita às novas descobertas e reformulações:

> Em conexão a qualquer teoria, lei ou hipótese, sabe-se que, ao ser formulada, não subsistirá para sempre qual construção verdadeira, no sentido da teoria da correspondência. Fatos novos <u>seguramente</u> mostrarão que é falsa. A história da ciência nos convence disso (DA COSTA, 1999, p. 118 - grifo nosso).

A ideia de *quase verdade*, inicialmente denominada *verdade pragmática*, foi introduzida em Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986), com o objetivo de formalizar um conceito de verdade que captasse as incertezas evidenciadas nas ciências empíricas. Em seu artigo seminal, os autores relatam ter se inspirado no trabalho de Tarski relativo ao conceito semântico de verdade para, de maneira análoga, propor a formalização do conceito de quase verdade, com a diferença de que utilizam a teoria pragmática da verdade ao invés da teoria correspondencial, como fez Tarski. Segundo Abe (1991), a proposta seria modificar a noção tarskiana de *equivalência da forma T* (1.1) de modo a obter uma representação formal adequada à noção pragmática de verdade. De fato, como afirma Haack (2002, p. 282), por exemplo, a abordagem clássica tarskiana ameaça excluir teorias da verdade não bivalentes, o que seria inadequado no caso das ciências empíricas e o que justificaria a busca por outras abordagens.

A quase verdade distintigue-se da concepção semântica de verdade tarskiana no sentido de que, para Tarski, o valor de verdade é atribuível a todas as instâncias do esquema T (1.1), ou seja, as estruturas nas quais a linguagem é interpretada é uma estrutura total, como se verá adiante. Já em se tratando de quase verdade, define-se o esquema de valoração em uma estrutura parcial, de maneira que as relações entre sentenças possam ser verdadeiras, falsas, ou indefinidas. Trata-se, portanto, de uma generalização da concepção tarskiana de verdade: se uma proposição α é verdade na estrutura tarskiana, então ela necessariamente será quase verdade, já o contrário não é válido, uma proposição α pode ser quase verdade na estrutura parcial e não ser verdade na estrutura tarskiana. Essa afirmação ficará mais clara após apresentarmos alguns conceitos necessários para a compreensão da noção de quase verdade.

Como dito anteriormente, a principal preocupação dos inventores da noção de quase verdade estava em criar uma definição de verdade que se moldasse adequadamente à proposta do conhecimento científico (ciências empíricas), de maneira que possamos formalizar o fato de que esse tipo de conhecimento vai se adquirindo e mudando ao longo do tempo, pois algo que não é conhecido hoje pode vir a sê-lo no futuro, ao mesmo tempo que algo que é considerado como conhecimento válido hoje pode vir a ser rejeitado ou substituído amanhã, bem como atualmente existem domínios do conhecimento para os quais já se criaram teorias que cumprem melhor o papel de explicar os fenômenos que nos aparecem do que as teorias do passado.

Algumas noções são essenciais no desenvolvimento da definição formal de quase verdade de da Costa e colaboradores como, por exemplo, as noções de relações parciais e de estruturas pragmáticas simples. Trataremos, aqui, da concepção semântica da abordagem de da Costa e colaboradores. O leitor interessado em uma abordagem mais detalhada pode consultar Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986) e da Costa, Bueno e French (1998). A título de ilustração, usaremos a seguir um exemplo inspirado, sobretudo, em da Costa (1999). Seja Δ uma área do conhecimento qualquer que se tenha interesse em estudar, como, por exemplo, o sistema solar. Associado a Δ, existe um conjunto de objetos alvo do estudo, que se chama de conjunto D, formado tanto por objetos *reais* (por exemplo, sol, planetas, luas, dentre outros) quando por objetos *ideais*, que correspondem a construções teóricas das ciências (por exemplo, força gravitacional). As noções de objetos *reais* e *ideais* cumprem papel importante na motivação de da Costa e colaboradores, os autores afirmam que um dos pontos que distinguem realistas e antirrealistas está na convicção (ou não) de que os objetos ditos ideais correspondem a entidades físicas existentes em Δ, e que as noções de quase verdade e estruturas parciais capturam pontos de vista em comum das duas correntes de pensamento (realistas e antirrealistas), além de aspectos da prática científica. As observações das ciências empíricas sobre os elementos do conjunto D permitem identificar algumas **relações** entre tais elementos. Para da Costa, tais relações representam o conhecimento que se tem de Δ, bem como afirma que não são todos os elementos de D que possuem relações definidas e conhecidas com todos os demais elementos. Essa incapacidade das ciências empíricas de determinar, com precisão, quais são as relações válidas e quais não são, dá origem à expressão *relações parciais*:

> [...] o motivo de usarmos relações parciais é que elas são concebidas como expressando o que conhecemos ou o que assumimos como verdadeiro (no sentido da teoria da correspondência) sobre as relações reais que ligam os elementos de D[6]. (DA COSTA, 1999, p. 133).

Formalizando a ideia acima como em Bueno e Souza (1996, p. 188, nota 13), temos que:

Definição 1. *Seja R_i uma relação parcial envolvendo r_i elementos de D. Então R_i pode ser caracterizada por uma tripla ordenada $\langle R_1, R_2, R_3 \rangle$, onde:*

1. *R_1, R_2 e R_3 são conjuntos disjuntos;*

2. *$R_1 \cup R_2 \cup R_3 = D^n$;*

3. *R_1 é o conjunto das n-uplas que se sabe que satisfaz R_i;*

4. *R_2 é o conjunto das n-uplas que se sabe que não satisfaz R_i;*

[6] No original, da Costa representa por A aquilo que estamos chamando aqui de D.

5. *R_3 é o conjunto das n-uplas que não se sabe se satisfaz ou não R_i.*

Essa noção de relação parcial parece acomodar bem a ideia de que existe parte do domínio do conhecimento Δ para o qual se dispõe de informações (R_1) e que existe outra parte de Δ para o qual se fazem necessários mais estudos (R_3), ou seja, a ideia de incompletude informacional do conhecimento nas ciências empíricas parece se moldar adequadamente ao modelo proposto. De fato, na visão clássica de teoria da verdade, teríamos apenas R_1 e R_2, com $R_3 = \varnothing$, ou seja, a visão clássica não contempla a possibilidade de incompletude informacional, o que vem a ser a crítica de da Costa e colaboradores, que argumentam que, na experiência real as ciências empíricas apresentam $R_3 \neq \varnothing$, pois é o caso de existir proposições onde a ausência de informação faz com que a valoração de certas proposições seja impossível.

Apresentamos a seguir outro recurso necessário para avançar na formalização do conceito de quase verdade, que é a noção de estrutura parcial, também denominada por da Costa de estrutura pragmática simples. Esta noção traça um paralelo com a ideia de estrutura total, onde supostamente todas as relações estão definidas:

Definição 2. *Uma estrutura parcial nada mais é do que uma estrutura matemática $A = \langle D, R_i, P \rangle_{i \in I}$, onde:*

1. *D é um conjunto não vazio;*

2. *$(R_i)_{i \in I}$ é uma família de relações parciais definidas em D;*

3. *P é um conjunto de proposições acerca de D e aceitas como verdadeiras, no sentido da teoria da correspondência da verdade.*

Se considerarmos P como sendo as proposições que formam teorias, leis, enunciados, etc., relativas a Δ e, considerando que as proposições aceitas em Δ

podem variar ao longo do tempo, então a possibilidade de modelarmos os conhecimentos científicos em Δ utilizando estruturas parciais é sugestiva, pois temos, até o momento, a ideia de relações parciais inserida em uma definição de estrutura análoga às estruturas da lógica clássica, com o diferencial de termos acrescido a noção de incompletude informacional, expressa por R_3. Não obstante, para alcançarmos o desiderato de definir quase verdade tal qual da Costa e colaboradores o fizeram, é necessário, ainda, apresentar a noção de estrutura A-normal, que permitirá, mais à frente, traçar claramente a ligação entre quase verdade e verdade clássica:

Definição 3. *Dada uma estrutura parcial* $A = \langle D, R_i, P\rangle_{i\in I}$*, dizemos que* $B = \langle D^{'}, R_i^{'}, P^{'}\rangle_{i\in I}$ *é uma estrutura* A*-normal (total) se*

1. $D = D^{'}$;
2. *cada* $R_i^{'}$ *estende a relação parcial correspondente* R_i *a uma relação total, onde* $R_i^{'}$ *está definida para todas as* n*-uplas dos elementos de* $D^{'}$;
3. *se* c *é uma constante da linguagem interpretada por* A *e por* B *então, em ambas as estruturas,* c *é associada ao mesmo objeto de* D;
4. *se* α *é uma proposição de* P*, então* α *é verdadeira em* B.

Segundo nos afirma da Costa e Bueno (2006, p. 655), 'O emprego de estruturas A-normais na formulação da quase verdade é similar ao do conceito de interpretação no caso da proposta de Tarski'. Vemos, então, que a quase verdade vai se aproximando da ideia de uma generalização do conceito clássico de verdade. De fato, agora que estamos de posse das definições acima, encontramo-nos finalmente aptos a apresentar o conceito de quase verdade inaugurado por Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986):

Definição 4. *Uma proposição qualquer* α *é dita* ***quase verdadeira*** *na estrutura parcial* A *de acordo com* B *se:*

1. *A é uma estrutura parcial tal qual a Definição 2;*

2. *B é uma estrutura A-normal tal qual a Definição 3;*

3. *α é verdadeira em B segundo a definição tarskiana de verdade.*

Logo, podemos dizer que a proposição genérica α é quase verdade na estrutura parcial A se existir estrutura A-normal (total) B na qual α é verdadeira, o que implica em dizer que é possível pensar a verdade de α em termos da concepção semântica de verdade de Tarski. Fica claro que toda proposição verdadeira, do ponto de vista tarskiano, pode ser definida nas estruturas parciais e se revelar uma quase verdade. Ocorre que, não é sempre que a existência da estrutura A-normal que satisfaça a Definição 4 é garantida. Neste sentido, Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986) elencam os elementos necessários e suficientes para tanto. Sejam:

1. M_i um conjunto de proposições atômicas e de negações de proposições atômicas tais que as primeiras correspondem às n-uplas que satisfazem R_i e as últimas correspondem às n-uplas que não satisfazem R_i;

2. $M = \bigcup_{i \in I}(M_i)$.

Então, a estrutura pragmática simples $A = \langle D, R_i, P \rangle_{i \in I}$ admite uma estrutura A-normal se, e somente se, o conjunto $M \cup P$ é consistente. Nos termos de da Costa e Bueno:

> '[...] a extensão de uma estrutura pragmática simples A a uma estrutura A-normal B é possível sempre que o processo de extensão das relações parciais é realizado de tal forma que se assegure a consistência entre as novas relações estendidas e as proposições básicas aceitas (P). [...] Se α é uma proposição quase-verdadeira, podemos afirmar que α descreve o domínio em questão *como se* sua descrição fosse verdadeira'. (DA COSTA; BUENO, 2006, p. 655)

Como definido, da Costa e colaboradores criaram uma estrutura que permite modelar proposições que são verdadeiras em uma parte do domínio de conhecimento, sem que necessariamente tenhamos que nos comprometer com a verdade da proposição em todo o domínio de conhecimento: a quase verdade de α não gera o comprometimento de que α seja verdade tal qual proposto por Tarski. Não obstante, uma proposição considerada verdadeira do ponto de vista tarskiano também é quase verdade. Além disso, podem existir várias estruturas A-normais para uma mesma estrutura parcial A. Essa interessante propriedade da quase verdade permite, por exemplo, comparar teorias que guardam 'parcelas' de verdade sobre um mesmo domínio de conhecimento, o que não seria possível do ponto de vista das estruturas totais.

1.3 Graus de quase verdade

Apresentaremos agora outra abordagem: Bueno e Souza (1996) introduziram a noção de graus de quase verdade (*degrees of quasi-truth*) à abordagem formulada inicialmente por Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986) e simplificada em da Costa, Bueno e French (1998). O objetivo dos autores era apresentar um proposta complementar àquela original de da Costa e colaboradores. Trata-se, com efeito, de uma proposta que extende o conceito original de quase verdade, na medida em que acrescenta à sua abordagem a ideia de gradação no quesito proximidade da verdade. O enfoque dado por eles se concentra na possibilidade de comparar teorias diferentes, mais do que comparar proposições dentro de uma mesma teoria. Esses resultados nos serviram de inspiração ao criarmos nossa proposta, apresentada no Capítulo 3, embora tenhamos optado por uma abordagem razoavelmente diferente. Apresentamos a seguir, de forma bastante resumida, algumas definições e resultados alcançados por Bueno e Souza (1996), de maneira que possamos deixar mais claro a conexão entre sua proposta e a noção original de quase verdade. São elas:

1. modelos parciais: nomeclatura usada pelos autores para o conceito de estrutura parcial em da Costa e colaboradores;

2. quase satisfação: definição similar à de quase verdade, escrita usando a noção de modelos parciais proposta pelos autores (BUENO; SOUZA, 1996, p. 191);

3. quase verdade: definição exata de quase verdade usando a noção de quase satisfação, ficando clara a relação entre os dois conceitos;

4. quase validade: 'A é quase válida (respectivamente válida) se e somente se A é quase verdade (respectivamente verdade) em todos modelos parciais' ;

5. modelos expandidos: um modelo parcial M_2 expande M_1 se M_2 contém mais relações que M_1;

6. aproximação à verdade: M_2 aproxima a verdade de A em M_1 se

    a) M_2 expande M_1;

    b) A é quase verdade em M_1;

    c) A é verdade em M_2.

A partir das definições acima, notadamente o conceito de aproximação à verdade, Bueno e Souza (1996) introduzem a noção de graus de quase verdade: se α é quase verdade em M_2, então α também é quase verdade em M_1, no entanto α é 'mais' quase verdade em M_2 do que em M_1. Isso significa dizer que há mais informação sobre o domínio de conhecimento em estudo considerando M_2 do que M_1. Em outras palavras, se M_2 significa o desenvolvimento da ciência em relação a M_1, então há um aumento do grau de verdade em relação às suas teorias.

Façamos, agora, um breve resumo do abordado neste capítulo, antes de darmos sequência ao desenvolvimento do trabalho: resgatamos a concepção semântica da verdade de Alfred Tarski, bem como algumas noções da teoria pragmática da verdade, para mostrar que da Costa e colaboradores inspiraram-se nessas fontes ao cirarem sua noção de quase verdade 1.3, dando o devido tratamento formal à sua nova concepção. Daqui por diante, portanto, diremos que uma proposição α é uma quase verdade se esta proposição está definida em uma estrutura de conhecimento parcial ou incompleto, onde não é possível definir claramente se o valor da proposição corresponde a uma proposição verdadeira ou a uma proposição falsa. Além disso, iremos admitir que é possível estabelecer graus de quase verdade, o que nos permitirá pensar de forma mais precisa a conexão com as lógicas polivalentes, tema do próximo capítulo.

2 Lógicas polivalentes

Os resultados aqui apresentados, tal qual feito no Capítulo 1, são descritivos. As referências básicas utilizadas foram as seguintes: Zadeh (1965), Łukasiewicz (1968), Zadeh (1975) , Epstein (1990), Malinowski (1993), Haack (2002).

O interesse pelas lógicas polivalentes, também conhecidas como lógicas multivaloradas, recai no fato de que elas derrogam o princípio da bivalência, o que, a princípio, parece permitir incorporar a ideia de indefinibilidade do valor de verdade presente na noção de quase verdade apresentada na Seção 1.2 desta monografia. A ideia de conectar lógicas polivalentes à quase verdade parece bem natural[1]. Além disso, a aplicação das lógicas polivalentes parece ser campo fértil para pesquisa, como sugere Haack (2002, p. 270):

> As lógicas polivalentes começaram, assim, com o desenvolvimento de tabelas de verdade polivalentes. Seria justo dizer, contudo, que a questão da interpretação dos valores dessas matrizes ainda está, na melhor das hipóteses, apenas parcialmente respondida.

De fato, embora o princípio da bivalência seja basilar na lógica clássica moderna, Aristóteles já identificara algumas restrições a tal princípio, como podemos ver no seguinte trecho, onde o ele identifica uma situação que traz exemplo em que não é possível dizer nem que uma proposição α é o verdadeira, nem que é falsa:

> Digo, por exemplo, que, necessariamente, acontecerá uma batalha naval amanhã ou não acontecerá; em verdade, nem acontecerá necessariamente a batalha naval amanhã, nem necessariamente não acontecerá. Todavia, acontecerá ou não acontecerá necessariamente. Por conseguinte, uma vez que os discursos verdadeiros são, de uma maneira semelhante, conforme os fatos, é evidente que todos esses são de um modo tal que sucedam de uma maneira ou de outra e que os contrários possam admitir-se. E o mesmo se deve passar com a contradição [ou o par de proposições contraditórias]. Exatamente isso é o que sobrevêm às coisas que nem sempre são ou às coisas que nem sempre não são. A propósito dessas coisas, é necessário, com efeito, que uma ou outra parte do par de contraditórias seja verdadeira ou falsa. Em verdade, não é esta ou aquela, mas poderia suceder qualquer uma das duas, mesmo

[1] Em que pese essa associação natural, não encontramos nenhuma referência bibliográfica que tenha avançado na questão.

> que uma seja mais verdadeira do que a outra, não é ainda absolutamente verdadeira ou falsa. Por conseguinte, é evidente **não ser necessário que, de toda afirmação e negação, que se opõem entre si, uma seja verdadeira e a outra seja falsa**. Com efeito, como já se dissera, para as coisas que podem ser e não ser, não se aplica o que se aplica às coisas que são e não são. (ARISTÓTELES, 2013, 21, destaque nosso)

Na citação acima percebemos a instância chamada de *futuros contingentes*, em que não é possível asseverar um valor de verdade para a proposição 'acontecerá uma batalha naval amanhã' fazendo uso dos recursos disponíveis na lógica clássica. Faz-se necessário, então, lançar mão de recursos que vão além da lógica clássica, adotando ou uma extensão dela ou, ainda, uma lógica alternativa que dê conta do recado. Optamos pelo uso da lógica polivalente, que Haack (2002) classifica como uma lógica alternativa à lógica clássica, de forma que, embora compartilhem vocabulário, ambas possuem um conjunto diferente de teoremas e inferências válidas, como é o caso, por exemplo, do 'princípio da bivalência' que, via de regra, é derrogada na lógica polivalente. Consideraremos lógicas polivalentes as lógicas n-valentes, com $n > 2$, onde n representa a valência da lógica, ou seja, a quantidade de valores de verdade distintos admitidos na lógica. Dizemos que, se $n = 2$, a lógica é bivalente e só admite dois possíveis valores de verdade (verdadeiro ou falso), como a lógica clássica; se $n = 3$ então a lógica é trivalente e admite três possíveis valores de verdade (verdadeiro, indeterminado e falso), como a lógica L_3 de Łukasiewicz e a Lógica de Kleene; e assim por diante.

Neste capítulo descrevemos duas lógicas polivalentes que, mais a frente, serão conectadas à noção de quase verdade. As lógicas estudadas serão as lógicas L_n de Łukasiewicz e a Lógica Difusa, esta última também conhecida como Lógica *Fuzzy*. O objetivo final é que, no Capítulo 3, possamos unir as concepções de quase verdade e de lógicas polivalentes, de maneira a contribuir com a abordagem lógica voltada às ciências empíricas.

2.1 Lógicas de Łukasiewicz

Como bem assinala Haack (2002), embora as lógicas polivalentes tenham tido seu embrião ainda em Aristóteles, seu desenvolvimento formal e filosófico ocorreu séculos depois, na esteira do desenvolvimento da lógica bivalente. Łukasiewicz foi o precursor desta lógica não clássica em 1920 (artigo republicado em Łukasiewicz (1968)), acompanhado por Post (1921). Alguns anos depois, Jaśkowski (1934) deu sua contribuição, axiomatizando as lógicas polivalentes de Łukasiewicz. Numa abordagem mais recente, Epstein (1990, p. 232 – 234) trata de forma clara sobre o tema, faremos uso das definições apresentadas por ele para seguir adiante. Inicialmente, vamos definir uma semântica polivalente geral. Nas seções seguintes, para cada lógica tratada, faremos as devidas adaptações, usando sempre como referência os resultados apresentados a seguir.

Considere a linguagem $\mathfrak{L}(ATOM, \neg_M, \rightarrow_M, \vee_M, \wedge_M)$, onde $ATOM = \{p_0, p_1, ...\}$ são sentenças atômicas. Seja M uma matriz tal que $M = \langle U, D, \neg_M, \rightarrow_M, \vee_M, \wedge_M \rangle$, onde

1. U é um conjunto formado pelos possíveis valores de verdade da lógica, por exemplo, $U = \{Verdadeiro, Falso\}$ na lógica clássica, $U = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ na lógica trivalente, etc.;

2. $D \subseteq U$ é o conjunto de valores designados, entendendo por *valores designados* um conceito similar à valoração *Verdadeiro* da lógica clássica, só que generalizando-o e admitindo mais de um elemento ou valência em D;

3. $\rightarrow_M, \vee_M, \wedge_M$ são operações binárias em U;

4. $\neg_M$ é uma operação unária em U.

Uma valoração v em M é uma função $v : ATOM \rightarrow U$, onde $ATOM$ representa uma coleção de fórmulas proposicionais, que são extensíveis indutivamente para todas as fórmulas bem formadas (fbf). Esta notação será utilizada daqui por diante para tratar das lógicas polivalentes e lógicas difusas.

O caso da lógica trivalente L_3 de Łukasiewicz parece se adequar bem ao nosso objetivo, pois a terceira valoração era interpretada por Łukasiewicz com um enunciado de futuro contingente, que não poderiam ser nem verdadeiro nem falso. Sua análise tenta fazer analogia à colocação de Aristóteles, de que uma proposição no futuro é indeterminada: não se pode dizer que ela é verdadeira ou falsa, caso contrário cairíamos no fatalismo, pois a proposição seria ou necessária ou impossível. Diante disso, argumenta Łukasiewicz, não se pode assumir a bivalência para eventos futuros. Partindo desta intuição, nos aprofundaremos na próxima seção no estudo de L_3.

2.2 Lógica trivalente de Łukasiewicz - L_3

Estudemos o caso mais simples da lógica polivalente de Łukasiewicz, a lógica L_3, iniciando com a apresentação de algumas definições importantes para o bom entendimento de sua proposta. De acordo com Epstein (1990):

Definição 5. *Seja $U = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ o conjunto dos valores de verdade em L_3. Assumindo que a valoração 1 designa a verdade de uma proposição α qualquer, a valoração 0 designa sua falsidade, e a valoração $\frac{1}{2}$ designa a incerteza acerca do valor da verdade da proposição e, ainda, que φ e ψ são fbf em L_3, então temos que:*

1. *$D = \{1\}$ representa o conjunto dos valores designados;*

2. *se $v(\varphi) = 1$, então a fórmula φ é dita verdadeira;*

3. *se $v(\varphi) = 0$, então a fórmula φ é dita falsa;*

4. *se $v(\varphi) = \dfrac{1}{2}$, então não se pode afirmar nem que a fórmula φ é verdadeira nem que é falsa, ou seja, o valor de verdade de φ é indeterminado.*

Definição 6. *A lógica de Łukasiewicz é caracterizada pelas matrizes abaixo:*

$\varphi \wedge \psi$		ψ: 1	$\frac{1}{2}$	0
	1	1	$\frac{1}{2}$	0
φ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	0	0	0	0

$\varphi \vee \psi$		ψ: 1	$\frac{1}{2}$	0
	1	1	1	1
φ	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	0	1	$\frac{1}{2}$	0

$\varphi \to \psi$		ψ: 1	$\frac{1}{2}$	0
	1	1	$\frac{1}{2}$	0
φ	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$
	0	1	1	1

φ	$\neg\varphi$
1	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	1

E também

$\varphi \leftrightarrow \psi \coloneqq (\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \varphi)$

Epstein (1990) sugere que se expresse a indeterminação em L_3 usando a seguinte definição $I\varphi \coloneqq \varphi \leftrightarrow \neg\varphi$. Neste contexto, $I\varphi$ significa dizer que φ é indeterminado, pois não está definido se $v(\varphi) = 1$ (é verdadeiro) ou se $v(\varphi) = 0$ (é falso). Esta definição nos leva à seguinte matriz:

φ	$I\varphi$
1	0
$\frac{1}{2}$	1
0	0

Nas palavras de Epstein (1990, p. 236), 'Com a ajuda de $I\varphi$ nós podemos expressar o que eu chamo de *lei do quarto excluído:* $\varphi \vee \neg\varphi \vee I\varphi$. Isto é uma L_3-tautologia, e eu algumas vezes me refiro a ela como um *princípio da trivalência* para L_3' (traduzimos).

2.3 Lógicas n-valentes de Łukasiewicz - L_n

Łukasiewicz e Tarski (1956) generalizaram a lógica L_3, admitindo que a proposição α assuma qualquer valoração $v(\alpha) \in [0, 1]$, o que permite ampliar a lógica trivalente de forma ilimitada no que diz respeito à valência. Iniciemos nossa análise considerando os casos em que n é um número natural. Temos, então, as seguintes regras de valoração (ver Epstein (1990) para mais detalhes):

Definição 7. *Assumindo L_n, $n \in \mathbb{N}$, seja m tal que $0 \leqslant m \leqslant n-1$ e $m \in \mathbb{N}$. Temos, então, que:*

1. *se $v(\alpha) = 1$, então $v(\alpha) \in D$ (conjunto dos valores designados);*

2. *se $v(\alpha) = 0$, então α é uma proposição falsa;*

3. *se $v(\alpha) \notin \{0, 1\}$, então α é uma proposição cuja valoração é indeterminada, não se pode dizer que seja verdadeira, nem que seja falsa.*

Fica claro, no caso L_n, que o valor designado permanece único e é representado pela valoração $v(\alpha) = 1$, o que está de acordo com a concepção de verdade como correspondência. O mesmo se pode dizer em relação à valoração equivalente à falsidade, que é unicamente determinada pelo valor $v(\alpha) = 0$. As demais valorações, no entanto, correspondem à incerteza. Essa incerteza, podemos dizer, assume tanto mais 'gradações' quanto maior a valência da lógica, pois quanto maior o valor de n, mais possíveis valorações existem para $v(\alpha)$ que não sejam as clássicas valorações $v(\alpha) = 0$ ou $v(\alpha) = 1$. Epstein (1990) define uma regra geral para a valoração das lógicas polivalentes, que utilizaremos a seguir.

Definição 8. *Sela L_n uma lógica polivalente em uma linguagem $\mathfrak{L}$. Para $n \geqslant 2$, temos:*

1. *$L_n = \{\varphi : v(\varphi) = 1$ para toda L-valoração $v : ATOM \to \{\frac{m}{n-1} : 0 \leqslant m \leqslant n-1\}\}$*

2. $L_{\aleph_0} = \{\varphi : v(\varphi) = 1$ *para toda L-valoração v que assume apenas valores racionais em* $[0, 1]\}$

3. $L_{\aleph} = \{\varphi : v(\varphi) = 1$ *para toda L-valoração v*$\}$

As lógicas L_n, $L_{\aleph_0}$ e $L_{\aleph}$ podem ser encaradas como casos especiais das lógicas difusas, das quais trataremos na próxima seção. Para L_n, podemos definir a valoração v em M generalizando a Definição 5, dada em Epstein (1990):

Definição 9. *Para L_n temos:*

1. $U = [0; 1]$ *tal que os elementos de U pertencem ao conjunto dos números racionais* ($\mathbb{Q}$) *;*
2. $0 < m < n - 1, \{n, m\} \in \mathbb{N}$;
3. $D = \{1\}$ *representa o conjunto dos valores designados;*
4. φ *é fbf em* L_n*;*
5. *se* $v(\varphi) \in D$, *então a fórmula* φ *é dita verdadeira;*
6. *se* $v(\varphi) = 0$, *então a fórmula* φ *é dita falsa ;*
7. *se* $0 < v(\varphi) < 1$, *então não se pode afirmar nem que a fórmula* φ *é verdadeira nem que* φ *é falsa, ou seja,* φ *é indeterminada.*

Raciocínio análogo se aplica a $L_{\aleph_0}$ e $L_{\aleph}$:

Definição 10. *Para $L_{\aleph_0}$ e $L_{\aleph}$ temos:*

1. $U = [0; 1]$ *tal que os elementos de U pertencem ao conjunto dos números reais* ($\mathbb{R}$)*;*

2. *$0 < r < 1$, $r \in \mathbb{R}$;*

3. *$D = \{1\}$ é o valor designado;*

4. *φ é fbf em $L_{\aleph_0}$ (ou $L_{\aleph}$);*

5. *se $v(\varphi) \in D$, então a fórmula φ é dita verdadeira;*

6. *se $v(\varphi) = 0$, então a fórmula φ é dita falsa ;*

7. *se $v(\varphi) = r, 0 < r < 1$, então não se pode afirmar nem que a fórmula φ é verdadeira nem que φ é falsa, ou seja, φ é indeterminada.*

Como dito anteriormente, as lógicas de Łukasiewicz são casos particulares de uma família de lógicas mais gerais, conhecidas com lógicas difusas, ou *fuzzy logic*. Apresentamos a seguir algumas noções básicas sobre este tipo de lógica, que são mais gerais do que as até agora utilizada.

2.4 Lógica Difusa

Os resultados apresentados a seguir podem ser encontrados em Zadeh (1965) e Zadeh (1975). Nestes artigos, o autor explora a noção de conjuntos difusos (*fuzzy sets*), definindo-os como 'uma classe com um grau de pertencimento (pertença) contínuo'. A partir dessa noção, surgiu o termo lógica difusa (*fuzzy logic* em inglês). Outras fontes que utilizamos foram Malinowski (1993) e Priest (2008).

A lógica difusa permite estudar proposições nas quais há incerteza ou 'vagueza' a respeito do valor de verdade de uma proposição ou fórmula lógica. Um exemplo típico é o **paradoxo sorites**, formulado inicialmente pelo filósofo grego Eubulides, e apresentado a seguir em uma versão moderna:

> Tome-se um homem totalmente calvo, isto é, totalmente destituído de revestimento capilar. Se ele tivesse um cabelo, seria ainda calvo; se tivesse dois, também; e se tivesse três também. Parece que, se ele for calvo (qualquer que seja o número de cabelos que

> ele tenha) acrescentar-lhe um cabelo não pode fazer com que ele deixe de ser calvo. Por outras palavras, estamos a usar como premissas de um argumento indutivo as seguintes cláusulas razoáveis: Base — Alguém com 0 (zero) cabelos é calvo; Passo Indutivo — Se alguém com n cabelos é calvo, então alguém com $n+1$ cabelos também é calvo. Estas cláusulas são desdobráveis numa cadeia de raciocínios da forma *MODUS PONENS*, cujo primeiro elo é «Se alguém com 0 cabelos é calvo, então alguém com 1 cabelo é calvo. Alguém com 0 cabelos é calvo. Logo, alguém com 1 cabelo é calvo.» e cujos elos subsequentes são versões do elo imediatamente anterior, em que em vez de n ocorre $n+1$. É razoavelmente óbvio que, pela iteração de raciocínios deste tipo (designadamente pela aplicação sucessiva de *MODUS PONENS*), tem de se concluir que um homem que ostente dez mil cabelos é também classificável como calvo — uma conclusão certamente inaceitável. (SANTOS, 2006)

Nas palavras de Zadeh (1975, p. 426, traduzimos), 'a lógica difusa pode ser vista como uma tentativa de acomodação à realidade penetrante da indeterminação e vagueza (*fuzziness and vagueness*) do conhecimento humano'. Seu projeto era ousado, pretendia retomar o intento de construir uma rigorosa fundamentação matemática para a razão humana e o comportamento racional. Não obstante, como se vê, as lógicas difusas guardam certa semelhança com as lógicas polivalentes. De fato, qualquer lógica infinitovalente pode ser vista como uma lógica difusa, chamada a atenção para o fato de que, em sua concepção original, a valoração da lógica difusa admite qualquer valor real, ou seja, a mudança de uma valoração para outra é tão sutil que torna-se impossível distingui-la, o que não acontece, por exemplo, na lógica trivalente de Łukasiewicz. Assim, essas lógicas mantém em comum o fato de derrogarem o princípio da bivalência, não obstante isso possa se dar de maneiras tão diversas que a possibilidade de análises e interpretações são muitíssimo amplas. Por exemplo, Priest (2008, p. 225, parágrafo 11.4.5) mostra que L_3 pode ser considerada uma lógica difusa sem maiores problemas e que, na verdade, 'a lógica [difusa] é uma generalização tanto da lógica clássica proposicional quanto da lógica trivalente de Łukasiewicz'.

Apresentamos a seguir algumas definições cruciais para o entendimento da lógica difusa. Iniciemos definindo o que entenderemos por um conjunto difuso como em Zadeh (1965, p. 339):

Definição 11. *Seja X um espaço de pontos cujo elemento genérico é x, de tal forma que $X = \{x\}$. Um conjunto difuso A em X é caracterizado pela função de pertencimento (ou função característica) $f_A(x)$ que associa cada ponto de X a um número real no intervalo* $[0, 1]$.

Assim definida, $f_A(x)$ representa o grau de pertencimento de x a A: quanto mais próximo o valor de $f_A(x)$ estiver de um, maior o grau de pertencimento de x a A. Analogamente, quanto mais próximo $f_A(x)$ estiver de zero, menor o grau de pertencimento de x a A. Vemos que $f_A(x)$ faz as vezes de valoração de verdade, e a analogia é imediata com as lógicas L_n.

Por exemplo, suponhamos que X seja um espaço de pontos com apenas um único elemento x. Neste caso, a função de pertencimento $f_A(x)$ só admitirá dois valores, $\{0; 1\}$, onde $\{1\}$ significa que x é membro/pertence a A e $\{0\}$ significa que x não é membro/pertence a A (este é o caso que Zadeh (1965) denomina 'conjunto ordinário'). Neste exemplo, a função $f_A(x)$ se comporta exatamente como a função de valoração na lógica clássica (ou, o que significa o mesmo, na lógica L_2 de Łukasiewicz), desde que associemos o $\{1\}$ (caso em que x pertence ao conjunto difuso A) ao valor de verdade *verdadeiro* e, de forma análoga, o $\{0\}$ (caso em que x não pertence ao conjunto difuso A) ao valor de verdade *falso*.

Outro exemplo é dado por Zadeh (1965, p. 339 – 340): suponto que X seja a reta real R e A um conjuto difuso com muitos elementos, então pode-se especificar $F_A(x)$ como uma função em R. O exemplo numérico de Zadeh, apresentado por ele como mera ilustração e frisando que se trata de uma possibilidade de representação, é o seguinte: $f_A(0) = 0; f_A(1) = 0; f_A(5) = 0,01; f_A(10) = 0,2; f_A(100) = 0,95; f_A(500) = 1$. Fica claro que se trata de uma categorização totalmente subjetiva, como o próprio autor alerta em seu texto, mas que, ao mesmo tempo, deixa claro o que se quer representar por $f_A(x)$.

Nas lógicas difusas, os valores designados são dados por um conjunto como, por exemplo, apresentado em Malinowski (1993, p. 102), quais sejam, 'um subconjunto difuso fixo de $[0, 1]$'. Já Priest (2008, p. 226) apresenta definição mais formal do que vem a ser o conjunto de valores designados na lógica difusa, e esta será a definição utilizada na presente monografia.

Definição 12. *Seja D_ϵ um conjunto difuso definido pelos elementos $\{x : x \geqslant \epsilon\}$. Então D_ϵ representa o conjunto dos valores designados.*

Zadeh (1965, p. 342) nos oferece outro exemplo que permite compreender melhor a questão dos valores designados nas lógicas difusas e, ao mesmo tempo, introduzir a ideia de indeterminação nessa lógica. Utilizaremos esse exemplo mais à frente, ao propormos uma conexão com a quase verdade. Desta forma, tomaremos a liberdade de tratar o exemplo seguinte como uma definição:

Definição 13. *Sejam $X, x, A, f_A(x)$ tal qual a Definição 11. Sejam α e β dois valores tais que $0 < \beta < \alpha < 1$. Definimos as seguintes relações:*

1. *x pertence a A se $f_A(x) \geqslant \alpha$;*

2. *x tem um status indeterminado relativo a A se $\beta < f_A(x) < \alpha$.*

Assim definido, afirma Zadeh, chega-se à lógica trivalente K_3 de Kleene com três valores de verdade por meio da seguinte associação:

1. *valor Verdadeiro, se $f_A(x) \geqslant \alpha$;*

2. *valor Falso, se $f_A(x) \leqslant \beta$; e*

3. *valor Indeterminado, se $\beta < f_A(x) < \alpha$.*

Vemos, portanto, que as lógicas difusas, sendo uma lógica polivalente, conseguem representar bem a ideia de valoração imprecisa, indeterminada, vaga, que é justamente o que estamos em busca para construir a conexão com a ideia de quase verdade. Do que foi apresentado neste capítulo, percebemos que ambas as lógicas tratadas, L_n e lógica difusa, abrem possibilidades ara novas interpretações, que exploraremos no próximo capítulo.

3 Conexão entre lógicas polivalentes e quase verdade

Neste capítulo, propomos uma nova abordagem para a noção de quase verdade, conectando-a às lógicas L_n de Łukasiewicz e às lógicas difusas. Como visto no Capítulo 1, a noção de quase verdade formaliza a ideia de que o conhecimento, notadamente o científico, é limitado e apresenta uma zona de indeterminação e incerteza, na qual não se pode afirmar, peremptoriamente, que uma dada proposição $\alpha \in P$ em um domínio do conhecimento Δ é verdadeira ou não. Esta abordagem parece, intuitivamente, se adequar bem ao que observamos na história das ciências empíricas, pois é fato conhecido que as teorias de uma dada época, expressão momentânea da verdade científica, vão mudando ao longo do tempo, de maneira que não é seguro afirmar que, aquilo que hoje é tido como verdade de fato o seja. Outra observação que corrobora a ideia de incompletude informacional das ciências empíricas é o fato de que continua a acontecer a busca por evidências, demonstrações e proposições teóricas que expliquem o mundo, em que pese o grande acumulo de informações disponíveis nos dias de hoje: ora, se a comunidade científica estivesse de posse da verdade última e derradeira (caso ela exista), não haveria por que continuar o labor científico, o trabalho continua sendo feito justamente na tentativa de suprir, na medida do possível, as lacunas da falta de informação existente nos diversos ramos do saber científico.

Assumindo como real a incompletude informacional das ciências empíricas, imediatamente surge uma questão basilar: a lógica clássica, que é usualmente a lógica subjacente do pensamento científico, aparentemente não se mostra adequada para tratar o conhecimento, pois na diz a respeito da incompletude informacional, ao contrário, retrata um mundo dicotômico, dividio entre o verdadeiro e o falso.

Esta abordagem se adequa bem às ciências formais como a lógica e a matemática, mas deixa muito a desejar no que diz respeito ao outros ramos do conhecimento. Não sendo a lógica clássica suficiente para tratar do problema posto, temos à nossa frente uma forte motivação para defender que a ideia de quase verdade expressa melhor o debate científico, tal qual da Costa e colaboradores defendem. Sendo a quase verdade um conceito interessante, como apontado, logo surge o interesse em identificar lógicas alternativas capazes de abarcar este conceito, posto que a lógica clássica não parece ser o suficiente.

De fato, alguns esforços já foram feitos no sentido de apresentar lógicas que expressem adequadamente o conceito de quase verdade. Em da Costa, Bueno e French (1998), encontramos um sistema lógico que sistematiza a noção de verdade pragmática. Partindo deste sistema, Hifume (2003) acrescenta novos resultados. Posteriormente, Silvestrini (2011) oferece sua contribuição, procurando generalizar a noção original de quase verdade e, também, propondo uma lógica para descrevê-la. Mais recentemente, Costa-Leite (2014) propôs uma nova abordagem para a quase verdade. O autor faz um estudo das lógicas da justificação e explora a ideia de que a quase verdade representa a incerteza de conhecimento para conectá-la à noção de justificação fraca e justificação parcial. Temos, também, em Schang e Costa-Leite (2015), a proposta de uma semântica para a ideia de crenças justificadas que pode ser expressa por meio da noção de quase verdade.

A proposta que apresentamos nesta monografia parte da conjectura de que qualquer lógica que seja infinitovalente ou n-valente ($n \geqslant 3$) é capaz de modelar o conceito de quase verdade. Nossa motivação teve origem identificação de certa similtude entre a ideia de incompletude informacional da quase verdade, e as noções de indeterminação de valores de verdade presentes nas lógicas polivalentes e difusas: ambas as noções levam a um posicionamento cauteloso no que diz respeito a atribuir a uma determinada proposição α qualquer um valor de verdade explicitamente *verdadeiro* ou *falso*, embora usem caminhos totalmente diferenciados para chegarem às suas próprias conclusões. Ora, havendo tal similitude, tomamos para nós a missão de constuir mecanismos de conexão entre os dois conceitos, quase verdade e lógicas polivalentes[1].

A Definição 4 nos informa que, se α é uma quase verdade, então α pertence a uma estrutura parcial A que, por sua vez, contém um conjunto de relações R_i caracterizada pela tripla $< R_1, R_2, R_3 >$, onde o terceiro elemento de R_i remete às relações da estrutura A para as quais não existe conhecimento suficiente capaz de determinar se elas pertencem ao conjunto das valorações designadas ou não.

De forma aparentemente análoga, as lógicas polivalentes admitem uma valoração que não corresponde nem à verdade nem à falsidade, representando então uma zona de incerteza, onde não se pode definir claramente o valor de verdade de uma dada proposição. Diante deste cenário, pretendemos conectar os conceitos de incerteza, vagueza ou indeterminação presentes tanto na noção de quase verdade quanto nas lógicas polivalentes.

3.1 Conexão entre quase verdade e L_3

Tendo em conta os resultados apresentados na Seção 2.2 e sabendo que a terceira valoração presente na lógica L_3 é caracterizada pela incerteza ou indeterminação quanto ao valor de verdade, parece natural pretender associar esta incerteza ao conceito de quase verdade proposto por da Costa e colaboradores. Focando nesse objetivo, criamos a definição a seguir, que faz justamente a ligação entre os dois conceitos:

Definição 14. *Considere L_3 a lógica trivalente de Łukasiewicz e α uma proposição qualquer definida em L_3. Considere, ainda, que $v(\alpha)$ seja a valoração de α assumindo como lógica subjacente a lógica L_3. Neste contexto, definimos:*

[1] Vale reforçar que, em nossa pesquisa bibliográfico, não encontramos nenhum trabalho que tenha sido feito nesse sentido

1. *se* $v(\alpha) = 1$*, então* α *é uma proposição verdadeira;*

2. *se* $v(\alpha) = 0$*, então* α *é uma proposição falsa;*

3. *se* $v(\alpha) = 1/2$*, então* α *é uma quase verdade.*

Nas seções seguintes, debateremos a interpretação dessa definição, bem como generalizaremos a intuição apresentada acima para o caso L_n, iniciando por $n = 4$.

3.2 O caso L_4

Avancemos na generalização do princípio aqui introduzido, tratando agora da lógica L_4, que será praticamente uma extensão dos resultados obtidos para L_3, com algumas adaptações. Os possíveis valores de verdade (U) em L_4 são obtidos facilmente aplicando a regra de formação dada na Definição 8: temos que

$$U = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$$

Já a extensão da Definição 14 exigirá alguns cuidados: no caso de L_3, não resta dúvida quanto à associação entre a valoração $v(\alpha) = \frac{1}{2}$, pois essa é a única valoração que difere da lógica clássica. Em se tratando de L_4, no entanto, surgem duas novas valorações que diferem da lógica clássica, pois agora temos como valores de verdade possíveis $v(\alpha) = \frac{1}{3}$ e $v(\alpha) = \frac{2}{3}$. Essas duas novas valorações precisam ser devidamente tratadas aqui. Para essas valorações, a extensão aqui pretendida não é imediata, pois não há paralelo trivial nem na valoração L_3, nem na definição original de estrutura parcial e quase verdade. Existem, pelo menos, duas possibilidades: ou definimos ambas as valorações como *quase verdade*, ou exploramos a gradação de valores existentes naturalmente nas lógicas polivalentes. A segunda opção nos parece mais interessante e e enriquecedora, do ponto de vista filosófico, pois nos permite abordar o mundo com maior riqueza de detalhes, se optarmos por usar essa construção como lógica subjacente às teorias. Assim, é conveniente resgatar os resultados obtidos na Seção 1.3, onde descrevemos a abordagem de graus de quase verdade em Bueno e Souza (1996). Primeiro, vale notar que se, para uma dada proposição α, a valoração igual a 1 significa verdade de α, e a valoração igual a 0 significa falsidade de α, então é razoável admitir que uma valoração mais próxima de 1 é, também, mais próxima da verdade e que, por outro lado, uma valoração mais próxima de 0 é mais distante da verdade. Portanto, temos que uma valoração igual a $\frac{2}{3}$ é mais próxima da verdade do que uma valoração igual a $\frac{1}{3}$ e, de forma simétrica, a última é mais distante da verdade do que a primeira. Diremos, portanto, que quanto mais próximo de zero estiver a valoração $v(\alpha)$, menor ou mais fraca será o grau de quase verdade da proposição. O contrário será válido: quanto mais próximo de um estiver a valoração $v(\alpha)$, maior ou mais forte será o grau de quase verdade da proposição. Resta, agora, adequar a constatação do parágrafo anterior à nomeclatura aqui utilizada. Evitaremos usar termos como 'quase falsidade', inspirados em Schang e Costa-Leite (2015, p. 4):

> Note-se que um enunciado quase verdadeiro poderia ser qualificado muito bem de 'quase falso', dado seu caráter contingente. Mas a noção de quase verdade permanece prioritária na medida em que o objetivo essencial de uma teoria científica é alcançar a verdade (e não a falsidade). [traduzimos]

Para deixar a proposta mais clara, adotaremos a seguinte definição, no caso de L_4 (mais à frente faremos a generalização para o caso $n \in \mathbb{N}$ qualquer):

Definição 15. *Seja L_4 a lógica tetravalente de Łukasiewicz e α uma proposição qualquer definida na lógica L_4. Então definimos os conceitos de **quase verdade forte** e **quase verdade fraca** da seguinte maneira:*

1. *o conjunto $U = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ representa as possíveis valorações de L_4;*

2. *$D = \{1\}$ representa o valor designado, de maneira que, se $v(\alpha) = 1$ então α é uma proposição verdadeira;*

*3. se $v(\alpha) = \frac{2}{3}$, então α é uma **quase verdade forte**;*

*4. se $v(\alpha) = \frac{1}{3}$, então α é uma **quase verdade fraca** ;*

5. se $v(\alpha) = 0$, então α é uma proposição falsa.

Há, na Definição 15, uma generalização dos resultados apresentados na Definição 14 que exigiu a adaptação do nome 'quase verdade', de maneira a captar de forma clara a sutileza da gradação do valor de verdade. Se, em L_3, estávamos livres para adotar a nomeclatura 'quase verdade' sem necessidade de adjetivação, ao aumentarmos a matiz de graus de verdade, torna-se interessante expressar, na linguagem natural, aquilo que se observa na linguagem formal da lógica. Assim, ao termo 'quase verdade', acrescentamos os adjetivos *forte* e *fraca* para designar, com clareza, que estamos nos referindo ao caso em que a incerteza permite qualificar o valor de verdade de uma proposição α como mais próxima ou como mais distante da verdade em si. A Definição 15 coloca à nossa disposição um refinamento da lógica L_3, no sentido de que disponibiliza uma lógica subjacente capaz de modelar com mais precisão as teorias que refletem o conhecimento científico disponível acerca de uma certa área do conhecimento Δ. Ao definirmos zonas intermediárias de quase verdade, temos à nossa disposição, uma lógica subjacente que permite transitar entre a incerteza cética e a certeza dogmática da verdade ou da falsidade, passando por meandros entre tais pontos fazendo uso de uma linguagem com maior poder de expressão. Assim, se o escopo teórico de uma proposição qualquer α se transforma em função da descoberta de novas evidências ou conhecimentos científicos, o valor de verdade de α pode 'caminhar' da posição da quase verdade fraca para uma nova posição que a aproxime mais da verdade (quase verdade forte).

3.3 O caso L_5

A conexão do conceito de quase verdade à lógica L_5 é praticamente uma extensão direta dos resultados obtidos nas seções 3.1 e 3.2. Desta vez, no entanto, será necessário fazer a junção entre duas novas valorações de L_4 e a valoração $\frac{1}{2}$ de L_3. Aplicando novamente a Definição 9 para o caso específico em que $n = 5$, temos cinco valorações possíveis, quais sejam, $U = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$. Para as valorações $U' = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$, a analogia aos resultados obtidos em L_3 é imediata: $\{1\}$ representa o conjunto dos valores designados, $\{0\}$ representa a valoração dada às proposições sabidamente falsas, e $\{\frac{1}{2}\}$ representa a valoração dada às proposições para as quais o valor de verdade é incerto e não conhecido. Já para as valorações $U'' = \{\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\}$, a extensão aqui pretendida pode ser feita usando a mesma justificativa e notação aplicada em L_4. Feitas as considerações acima, estamos aptos a propor a conexão entre a noção de quase verdade e a lógica pentavalente L_5 de Łukasiewicz:

Definição 16. *Seja L_5 a lógica pentavalente de Łukasiewicz e α uma proposição qualquer definida na lógica L_5. Então definimos os conceitos de 'quase verdade forte', 'quase verdade pura' e 'quase verdade fraca' da seguinte maneira:*

1. *o conjunto $U = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$ representa as possíveis valorações de L_5;*
2. *$D = \{1\}$ representa o valor designado, de maneira que, se $v(\alpha) = 1$ então α é uma proposição verdadeira;*
3. *se $v(\alpha) = \frac{3}{4}$, então α é uma* ***quase verdade forte****;*
4. *se $v(\alpha) = \frac{1}{2}$, então α é uma* ***quase verdade (pura)*** *;*
5. *se $v(\alpha) = \frac{1}{4}$, então α é uma* ***quase verdade fraca*** *;*
6. *se $v(\alpha) = 0$, então α é uma proposição falsa.*

A diferença na conexão da ideia de quase verdade à lógica L_5, quando comparada com L_4 e L_3 é que, agora, inserimos mais uma possibilidade de adjetivação ao termo *quase verdade*: o adjetivo *pura* designa, com clareza, que estamos nos referindo ao caso em que a incerteza não permite qualificar o valor de verdade de uma proposição α nem como mais próxima nem como mais distante da verdade em si. Trata-se, talvez, de uma aproximação à incerteza cética, que reflete a equipolência não de duas proposições antagônicas, mas sim da capacidade humana de estabelecer a valoração de uma determinada proposição α, o que acaba por levar à *époche* (suspensão do juízo) quanto ao valor de verdade de α, sem que seja necessário compará-la a qualquer outra proposição α' (sobre o ceticismo, ver Marcondes (2006)). Quando não houver possibilidade de confusão, como por exemplo, em L_3, usaremos apenas a nomeclatura *quase verdade*.

A Definição 16 coloca à nossa disposição mais um refinamento em relação às lógicas L_3 e L_4 pois, ao definirmos zonas intermediárias de quase verdade, inclusive com um ponto de indecisibilidade entre as quase verdades forte e fraca, que é a quase verdade pura, temos à nossa disposição, uma lógica subjacente que permite transitar entre a incerteza cética e a certeza dogmática da verdade ou da falsidade, de maneira que agora podemos dizer que o valor de verdade de α pode 'caminhar' da posição cética da quase verdade pura para uma nova posição que a aproxime mais da verdade (quase verdade forte) ou que, ao contrário, a distancie mais da verdade almejada pela ciência (quase verdade fraca). É justamente esse poder expressivo que torna a conexão entre as lógicas polivalentes e a noção de quase verdade tão interessante.

Passemos, a seguir, à generalização para o caso L_n geral, quando $n \in \mathbb{N}$.

3.4 A quase verdade na Lógica L_n de Łukasiewicz

Como vimos em nossa generalização no caso $n = 5$, quando $n \in \mathbb{I}$ (conjunto dos números ímpares tal que $\mathbb{I} = \{x \in \mathbb{Z} | x = 2y - 1, y \in \mathbb{Z}\}$), o ponto exato de inflexão dos graus de verdades fica preservado tal qual ocorre em L_3, ou seja, em qualquer lógica n-valente com $n \in \mathbb{I}$, e onde a regra de formação das valorações obedece à Definição 8, então existe uma valoração $m = \frac{1}{2}$ equidistante das valorações correspondentes à verdade e à falsidade. Tal valoração corresponde à noção que **quase verdade pura**, conforme definido em 16.

No estudo da conexão entre quase verdade e lógica L_5, criamos duas matizes de quase verdade que aumentaram nosso poder de descrição: a quase verdade fraca e a quase verdade forte, sendo que cada uma dessas noções específicas correspondem a uma única valoração, $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$, respectivamente. Para generalizar essa concepção ao caso L_n, teremos que expandir o conjunto de valores nos quais definimos a 'força' da quase verdade, de maneira a abarcar todas as valorações possíveis em L_n para $n \geqslant 3$. Neste sentido, apresentamos a seguir a definição geral que conecta qualquer lógica $L_n(n \geqslant 3)$ à noção de quase verdade. Até agora, o caso mais genérico que tratamos foi aquele em que $n = 5$, com n assumindo valor ímpar. No caso de $n = 4$, embora se tratasse de n par, a questão estava simplificada, pois não haviam suficientes valorações para gerar alguma complicação como aquela percebida em $n = 5$. O fato é que a extensão para qualquer $n \in \mathbb{N}$ só exige que se faça uma pequena ressalva: quando $n \in \mathbb{P}$ (conjunto dos números pares tal que $\mathbb{P} = \{x \in \mathbb{Z} | x = 2y, y \in \mathbb{Z}\}$), não se deve falar em quase verdade pura, para estes casos só podemos definir as noções de quase verdade fraca e quase verdade forte:

Definição 17. *Seja L_n, $n \in \mathbb{N}$, uma lógica n-valente tal qual definida em 8. Seja α uma proposição em L_n. Seja $m \in \mathbb{N}$ um número natural tal que $0 \leqslant m \leqslant n-1$. Então, a conexão entre a lógica L_n e a noção de quase verdade é definida da seguinte maneira:*

1. *se $v(\alpha) = 1$, então $v(\alpha) \in D$ (conjunto dos valores designados) e α é dita verdadeira;*
2. *se $\dfrac{1}{2} < v(\alpha) < 1$, então α é dita **quase verdade forte** (qv^+);*

3. *se* $n \in \mathbb{N}^{ímpar}$ *e* $v(\alpha) = \frac{1}{2}$, *então* α *é dita* ***quase verdade pura*** *ou, simplesmente, quase verdade (qv);*

4. *se* $0 < v(\alpha) < \frac{1}{2}$, *então* α *é dita* ***quase verdade fraca*** *(*qv^-*);*

5. *se* $v(\alpha) = 0$ *, então* α *é uma proposição falsa.*

Fica claro que, no caso L_n, o valor designado permanece único e é representado pela valoração $v(\alpha) = 1$, o que está de acordo com a concepção de verdade como correspondência. O mesmo pode ser dito em relação à valoração equivalente à falsidade, que é unicamente determinada pelo valor 0. As demais valorações correspondem à incerteza, que assume tanto mais matizes quanto maior a valência da lógica, variando em graus de verdade de qv^- a qv^+.

3.4.1 A quase verdade nas Lógicas $L_{\aleph_0}$ e $L_{\aleph}$, uma questão em aberto

Se a conexão entre as lógicas $L_n, n \in \mathbb{N}$ e a noção de quase verdade pode ser feita de forma clara e transparente, o mesmo não pode ser dito quando se trata das lógicas $L_{\aleph}$ e $L_{\aleph_0}$. Embora o estudo dessa questão seja de grande interesse, deixaremos essa formalização em aberto, por fugir ao escopo da presente pesquisa.

Feita esta abordagem geral, apresentaremos na seção seguinte, ainda que brevemente, uma ideia de como podemos estender a conexão da quase verdade à lógica difusa.

3.5 A quase verdade nas Lógicas Difusas

Como já apresentamos acima, a lógica difusa pode ser interpretada como uma lógica polivalente, de maneira que conectar o conceito de quase verdade à lógica difusa, já de posse das definições das seções anteriores deste capítulo, é um processo relativamente simples. De fato, podemos traçar um paralelo entre (i) o exemplo de

Zadeh (1965, p. 342), que sugere uma configuração onde a lógica difusa é equivalente à lógica trivalente K_3 de Kleene, e (ii) a conexão que fizemos na Seção 3.1, quando conectamos a quase verdade à lógica trivalente L_3 de Łukasiewiscz. Assim, usando (i) e (ii), *mutatis mutandis*, a conexão entre a noção de quase verdade de da Costa e a lógica difusa de Zadeh, em especial o exemplo citado, pode ser definida da seguinte forma:

Definição 18. *Sejam as definições 11 e 13. Então a conexão entre essa lógica difusa e a noção de quase verdade é construída da seguinte forma:*

1. *se $f_A(x) \geqslant \alpha$, então x é uma proposição verdadeira;*
2. *se $f_A(x) \leqslant \beta$, então x é uma proposição falsa;*
3. *se $\beta < f_A(x) < \alpha$, então x é uma quase verdade.*

Como proposto, a Definição 18 concecta claramente o conceito de quase verdade à noção de indeterminação de Zadeh. De fato, como intuido inicialmente, os resultados apresentados até agora reforçam a ideia de que as lógicas polivalentes, incluindo entre elas as lógicas difusas, são conceitualmente aptas e adequadas para abarcar e modelar a quase verdade, esta última retratando a percepção de que existe nas ciências empíricas uma zona de incompletude informacional que impede de afirmar categoricamente se uma dada proposição é verdadeira ou falsa.

Por fim, tento tratado da quase verdade sob a ótica das lógicas polivalentes, trataremos no capítulo seguinte, de fazer um apanhado geral dos resultados encontrados até agora e das conclusões a que chegamos.

Conclusão

Iniciamos nossa abordagem traçando um panorama geral dos resultados obtidos por Alfred Tarski no que diz respeito à formalização do conceito de verdade, trabalho este que influenciou profundamente os estudos posteriores acerca da verdade. Uma dessas influências se fez sentir no trabalho de Newton da Costa e colaboradores, criadores da noção de quase verdade, conceito que procura adequar a lógica subjacente às ciências empíricas para o que de fato ocorre no mundo, pelo menos aos nossos olhos, ou seja: as ciências empíricas estão, aparentemente, em um eterno processo vivo de mutação, teorias que hoje são admitidas como verdadeiras e que cumprem bem o papel de embasar nossa intervenção no mundo, podem vir a ser superadas ou até mesmo refutadas por outras teorias, como de fato já aconteceu ao longo da história da ciência, e é justamente esta transitoriedade e incompletude informacional das ciências empíricas que da Costa buscou captar por meio da ideia de quase verdade, ideia essa que teve como fonte de inspiração as teorias pragmáticas da verdade, notadamente aquela devida a Peirce. Refinando um pouco mais o conceito, apresentamos a ideia de graus de quase verdade, introduzidas por Bueno e Souza (1996), o que permite, a princípio, comparar teorias distintas no que tangem à sua proximidade com o real.

Avançando na nossa abordagem, tratamos das lógicas polivalentes e de como elas procuram revogar o princípio da bivalência admitindo em sua estrutura valorações distindas dos clássicos *verdadeiro* e *falso*, o que se dá assumindo a existência de um ou mais valores de verdades caracterizados pela indeterminação, como ocorre, por exemplo, nos casos de futuros contingentes ou em paradoxos, como o paradoxo de sorites. Tais situações levaram filósofos a pensarem em lógicas alternativas à lógica classica, a fim de melhor modelar os problemas postos. Vimos que tanto as lógicas polivalentes de Łukasiewicz quanto a lógica difusa de Zadeh oferecem ferramental técnico adequado para propor respostas aos dilemas que a lógica clássica,em si, não foi capaz de responder.

Por fim, comparando as duas abordagens, quase verdade e lógicas polivalentes, vimos que há a possibilidade de traçarmos uma conexão entre os conceitos, de tal forma que possamos modelar a quase verdade a partir do arcabouço teórico das lógicas polivalentes. De fato, ao admitir a possibilidade de indeterminação do valor de verdade, as lógicas polivalentes imediatamente se mostram fortes candidatas para sem utilizadas como lógicas subjacentes à noção de quase verdade. Explorando este flanco, aparentemente inédito[2], construímos a conexão assinalada, ligando diretamente as valorações que indicam indeterminação nas lógicas polivalentes à ideia de ausência de informação presente na quase verdade, pois ambos os conceitos exploram uma zona cinzenta do conhecimento, onde não é posssível utilizar a lógica clássica sem enfrentar problemas de definição.

Para além da questão pontuada no parágrafo anterior, ampliamos nossa abordagem, criando três conceitos novos, a saber: a quase verdade fraca (qv^-), a quase verdade forte (qv^+) e a quase verdade pura (simplesmente qv). Esses novos conceitos permitem descrever se uma dada proposição considerada quase verdadeira se aproxima mais da verdade ou não, resultado que pode ser muito interessante do ponto de vista das ciências empíricas, uma vez que suas várias proposições e teorias podem conviver mutualmente no tempo, de maneira que é desejável dispor de uma lógica subjacente capaz de captar as diferenças de nuances entre proposições, ou até mesmo entre teorias, no que diz respeito ao seu grau de verdade. O fato de a lógica subjacente já estar disponível torna a adoção deste conceito mais interessante ainda.

Restaram algumas questões em aberto para estudos futuros. Por exemplo, podemos nos questionar como fazer a conexão entre a quase verdade e as lógicas polivalentes $L_{\aleph}$ e $L_{\aleph_0}$. Também ficou em aberto a conexão com as lógicas difusas

[2] Como já mencionado anteriormente, não localizamos, na bibliografia, nenhuma publicação feita até o momento no mesmo sentido que propomos aqui.

de maneira geral, uma vez que só tratamos do caso em que a analogia à lógica K_3 é imediata. Não obstante, entendemos que nossa principal contribuição está no identificar e criar a conexão entre algumas lógicas polivalentes e a quase verdade, mostrando que não só é possível, como também é bem natural e intuitivo seguir este caminho. As reflexões filosóficas acerca das implicações desse movimento nos parecem bem interessante. Por exemplo, a ideia de quase verdade pura guarda grande semelhança com a incerteza cética e a consequente equipolência do julgamento de verdade. Além disso, afirmar que as ciências empíricas tem como lógica subjacente uma lógica polivalente parece ir ao encontro da própria proposta pragmática de Peirce e colaboradores, no sentido de que o que busca a ciência é a proximidade das teorias à verdade, tendo como meta última que suas proposições possam ser classsificadas como verdadeiras, e não como quase verdades. Ainda nesse sentido, podemos traçar a analogia do caminhar da ciência ao longo do tempo como o caminho que leva da quase verdade fraca à verdade, passando pela quase verdade pura e forte. O próprio Peirce expressou esse desiderato, usando as seguintes palavras: 'O real, assim, é aquilo que, *mais cedo ou mais tarde*, nos será apontado por informações ou pelo raciocínio e que, portanto, é independente dos nossos caprichos' (PEIRCE; BUCHLER, 1955, p. 247, destacamos). Se este objetivo um dia será alcançado, só o tempo dirá.

Referências

ABE, J. M. Verdade pragmática. *Estudos Avançados*, SciELO Brasil, v. 5, n. 12, p. 161–171, 1991. Citado na página 17.

ARISTÓTELES. *Metafísica*. São Paulo: Edições Loyola, 2002. II. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.

ARISTÓTELES. *Da interpretação*. São Paulo: Editora Unesp, 2013. Citado na página 27.

BUENO, O.; SOUZA, E. de. The concept of quasi-truth. 1996. Citado 7 vezes nas páginas 10, 12, 19, 23, 24, 42 e 49.

COSTA-LEITE, A. Lógicas da justificação e quase-verdade. *Principia: an international journal of epistemology*, v. 18, n. 2, p. 175–186, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 39.

DA COSTA, N. C. A. *O conhecimento científico*. 2. ed. São Paulo: Discurso Editorial, 1999. Citado 6 vezes nas páginas 12, 15, 16, 17, 18 e 19.

DA COSTA, N. C. A.; BUENO, O. Quase verdade. In: BRANQUINHO, J.; MURCHO, D.; GOMES, N. (Ed.). *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2006. p. 653–657. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

DA COSTA, N. C. A.; BUENO, O.; FRENCH, S. The logic of pragmatic truth. *Journal of philosophical logic*, Springer, v. 27, n. 6, p. 603–620, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 12, 18, 23 e 39.

EPSTEIN, R. L. *The Semantic Foundations of Logic Volume 1: Propositional Logics*. Netherlands: Springer, 1990. Citado 6 vezes nas páginas 26, 28, 29, 30, 31 e 32.

HAACK, S. *Filosofia das lógicas*. São Paulo: Editora UNESP, 2002. Citado 7 vezes nas páginas 12, 13, 16, 17, 26, 27 e 28.

HIFUME, C. Uma teoria da verdade pragmática: a quase-verdade de newton ca da costa. Biblioteca Digital da Unicamp, 2003. Citado na página 39.

JAŚKOWSKI, S. On the rules of supposition in formal logic in the series. *Studia Logica: Wydawnictwo Poswiecone Logice i jej Historii*, 1934. Citado na página 28.

ŁUKASIEWICZ, J. On three-valued logic. *The Polish Review*, JSTOR, p. 43–44, 1968. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

ŁUKASIEWICZ, J.; TARSKI, A. Investigations into the sentential calculus (original de 1930). In: ______. *Logic, semantics, metamathematics - papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski*. Tradução J. H. Wookger. Oxford: Clarendon Press, 1956. p. 38–59. Citado na página 30.

MALINOWSKI, G. Many-valued logics. 1993. Citado 3 vezes nas páginas 26, 33 e 36.

MARCONDES, D. Ceticismo antigo. In: BRANQUINHO, J.; MURCHO, D.; GOMES, N. (Ed.). *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2006. p. 135–140. Citado na página 45.

MIKENBERG, I.; DA COSTA, N. C. A.; CHUAQUI, R. Pragmatic truth and approximation to truth. *The Journal of Symbolic Logic*, Cambridge Univ Press, v. 51, n. 01, p. 201–221, 1986. Citado 7 vezes nas páginas 9, 12, 17, 18, 21, 22 e 23.

PEIRCE, C. S.; BUCHLER, J. *Philosophical writings of Peirce: Selected and edited, with and Introduction, by Justus Buchler*. [S.l.]: Dover Publications, 1955. Citado 3 vezes nas páginas 12, 16 e 51.

POST, E. L. Introduction to a general theory of elementary propositions. *American journal of mathematics*, JSTOR, v. 43, n. 3, p. 163–185, 1921. Citado na página 28.

PRIEST, G. *An introduction to non-classical logic: From if to is*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 33, 34 e 36.

SANTOS, P. Sorites. In: BRANQUINHO, J.; MURCHO, D.; GOMES, N. (Ed.). *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2006. p. 713–721. Citado na página 34.

SCHANG, F.; COSTA-LEITE, A. Une sémantique générale des croyances justifiées. *Draft, submitted to Philosophia Scientiae*, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 42.

SILVESTRINI, L. H. da C. *Uma nova abordagem para a noção de quase-verdade*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 39.

TARSKI, A. The semantic conception of truth: and the foundations of semantics. *Philosophy and phenomenological research*, JSTOR, v. 4, n. 3, p. 341–376, 1944. Citado na página 13.

TARSKI, A. *Logic, semantics, metamathematics: papers from 1923 to 1938*. [S.l.]: Hackett Publishing, 1983. Citado na página 13.

TARSKI, A. *A concepção semântica da verdade*. Tradução C.R. Braida, C.A. Mortari, J.P. Assis e L.H.A. Dutra. São Paulo: UNESP, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 12, 13 e 14.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and control*, Elsevier, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965. Citado 5 vezes nas páginas 26, 33, 35, 36 e 48.

ZADEH, L. A. Fuzzy logic and approximate reasoning. *Synthese*, Springer, v. 30, n. 3-4, p. 407–428, 1975. Citado 3 vezes nas páginas 26, 33 e 34.