

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM PROTENSÃO NÃO ADERENTE APOIADAS  
SOBRE PILARES DE BORDA COM EXCENTRICIDADE NAS DUAS DIREÇÕES**

**LORRAYNNE DOS ANJOS**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS  
E CONSTRUÇÃO CIVIL

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

BRASÍLIA / DF: DEZEMBRO – 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM PROTENSÃO NÃO ADERENTE  
APOIADAS SOBRE PILARES DE BORDA COM EXCENTRICIDADE  
NAS DUAS DIREÇÕES**

**LORRAYNNE DOS ANJOS**

ORIENTADOR: MARCOS HONORATO DE OLIVEIRA

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

BRASÍLIA / DF: DEZEMBRO–2018  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM PROTENSÃO NÃO ADERENTE  
APOIADAS SOBRE PILARES DE BORDA COM EXCENTRICIDADE NAS  
DUAS DIREÇÕES**

**LORRAYNNE DOS ANJOS**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, D.Sc (UnB)**  
(Orientador)

---

**Prof. Vladimir Villaverde Barban, D.Sc (UnB)**  
(Examinador interno)

---

**Prof. Paulo Chaves de Rezende Martins, Dr. ECP (UnB)**  
(Examinador interno)

BRASÍLIA/DF, 04 DE DEZEMBRO DE 2018

## FICHA CATALOGRÁFICA

ANJOS, LORRAYNNE.

**Punção em Lajes Lisas com Protensão Não Aderente Apoiadas Sobre Pilares de Borda com Excentricidade nas Duas Direções** [Distrito Federal] 2018.

xiii, 116p., 297mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2018)  
Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Punção	2. Laje Lisa
3. Pilar de Borda	4. Concreto Protendido
I. ENC/FT/UnB	II. Título (Bacharel)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ANJOS, L. (2018). Punção em Lajes Lisas com Protensão Não Aderente Apoiadas Sobre Pilares de Borda com Excentricidade nas Duas Direções. Monografia de Projeto Final em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 116p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Lorrynne dos Anjos

TÍTULO: Punção em Lajes Lisas com Protensão Não Aderente Apoiadas Sobre Pilares de Borda com Excentricidade nas Duas Direções

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil      ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Lorrynne dos Anjos  
Quadra 1109 Bloco F Ap.305  
CEP: 70.658-196 Brasília – DF – Brasil  
e-mail: lorrynne\_anjos@hotmail.com

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. MOTIVAÇÃO .....	2
1.2. OBJETIVOS.....	3
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	3
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>5</b>
2.1. CARACTERÍSTICAS DA RUPTURA POR PUNÇÃO.....	5
2.2. PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	8
2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto.....	9
2.2.2. Taxa de Armadura Passiva de Flexão Tracionada .....	9
2.2.3. Dimensões e Geometria do Pilar .....	10
2.2.4. Altura Útil da Laje e Efeito de Tamanho ( <i>Size Effect</i> ).....	11
2.2.5. Distribuição da Armadura de Protensão.....	12
2.3. TRABALHOS ANTERIORES .....	13
2.3.1. GOMES (2010) .....	13
2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS .....	22
2.4.1. NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto.....	22
2.4.1.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto .....	23
2.4.1.2. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto .....	26
2.4.1.3. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal .....	27
2.4.2. Eurocode 2:2004: <i>Design of Concrete Structures – General Rules and Rules for Buildings</i> .....	28
2.4.2.1. Verificações das seções de controle .....	29
2.4.2.2. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto .....	29
2.4.2.3. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto .....	31
2.4.2.4. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal .....	32

2.4.3. ACI 318-14: <i>Building Code Requirements for Structural Concrete</i> .....	33
2.4.3.1. Verificação da seção de controle .....	34
2.4.3.2. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto .....	34
2.4.3.3. Verificação da Tensão Resistente .....	38
2.4.4. <i>fib</i> Model Code (2010) .....	40
2.4.4.1. Verificação da seção de controle .....	42
2.4.4.2. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal .....	43
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>46</b>
3.1. METODOLOGIA DA NBR 6118:2014 .....	48
3.1.1. Cálculo da Resistência à Punção .....	48
3.1.2. Cálculo dos Perímetros Críticos .....	48
3.1.3. Cálculo da Taxa de Armadura Tracionada .....	48
3.1.4. Cálculo da Tensão Normal de Protensão .....	49
3.1.5. Cálculo da Tensão Vertical devido à Protensão .....	49
3.1.6. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica .....	49
3.1.7. Cálculo das Excentricidades .....	50
3.1.8. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada .....	51
3.2. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO EUROCODE 2:2004 .....	51
3.2.1. Cálculo da Resistência à Punção .....	51
3.2.2. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica .....	52
3.2.3. Cálculo da Excentricidade .....	52
3.2.4. Limitação do <i>Size Effect</i> .....	53
3.3. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO ACI 318:2014 .....	53
3.3.1. Cálculo da protensão efetiva ( $f_{pc}$ ) .....	53
3.3.2. Cálculo da Força Vertical devido aos Cabos de Protensão ( $V_p$ ) .....	53
3.3.3. Correção dos Momentos Fletores .....	54
3.3.4. Cálculo do Momento Polar de Inércia ( $J_c$ ) .....	54

3.3.5. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada.....	55
3.4. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO <i>fib</i> MODEL CODE 2010.....	57
3.4.1. Nível I.....	57
3.4.1.1. Cálculo do coeficiente de excentricidade ( $k_e$ ) .....	57
3.4.1.2. Cálculo do coeficiente de rotação da laje ( $k_\psi$ ) .....	58
3.4.1.3. Cálculo do coeficiente de diâmetro máximo dos agregados ( $k_{dg}$ ) .....	58
3.4.1.4. Cálculo do parâmetro $r_s$ .....	58
3.4.1.5. Cálculo da rotação da laje ( $\psi$ ).....	59
3.4.2. Nível II.....	59
3.4.2.1. Cálculo do comprimento da faixa de suporte ( $b_s$ ).....	59
3.4.2.2. Cálculo do Momento Resistente ( $m_r$ ) .....	60
3.4.2.3. Cálculo do Momento de Descompressão ( $m_p$ ) .....	60
3.4.3. Nível III .....	61
3.5. METODOLOGIA DE ANÁLISE .....	61
<b>4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>63</b>
4.1. RESULTADOS PARA A NBR 6118:2014.....	63
4.2. RESULTADOS PARA O EUROCODE 2:2004 .....	67
4.3. RESULTADOS PARA O ACI 318:14 .....	69
4.4. RESULTADOS PARA O FIB MODEL CODE 2010 .....	77
4.5. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS .....	80
<b>5. CONCLUSÕES .....</b>	<b>83</b>
5.1. CONCLUSÕES GERAIS .....	83
5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	85
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>86</b>
<b>ANEXO I.....</b>	<b>90</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 2.1 - Características das lajes de Gomes (2010).....	14
Tabela 2.2 – Força de protensão média nos cabos – Gomes (2010) .....	19
Tabela 2.3 - Cargas últimas dos modelos locais - Gomes (2010).....	21
Tabela 2.4: Valores de $K_1$ .....	25
Tabela 2.5 - Valor de k para carregamento retangular - Eurocode 2:2004 .....	31
Tabela 3.1 – Banco de dados.....	47
Tabela 3.2 – Critério de Collins (2001) adaptado por Moraes (2013) .....	62
Tabela 4.1 – Tensões resistentes NBR 6118:2014 .....	63
Tabela 4.2 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 1 da NBR 61168:2014 .....	64
Tabela 4.3 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 2 da NBR 61168:2014 .....	64
Tabela 4.4 – Média e desvio padrão dos resultados segundo a NBR 6118:2014 .....	66
Tabela 4.5 – Tensões resistentes Eurocode 2:2004.....	67
Tabela 4.6 – Cargas estimadas de ruptura segundo o Eurocode 2:2004 .....	67
Tabela 4.7 - Média e desvio padrão dos resultados segundo o Eurocode 2:2004.....	68
Tabela 4.8 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 1 do ACI 318:14 .....	69
Tabela 4.9 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 2 do ACI 318:14 .....	69
Tabela 4.10 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 3 do ACI 318:14 .....	70
Tabela 4.11 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 4 do ACI 318:14 .....	70
Tabela 4.12 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 5 do ACI 318:14 .....	70
Tabela 4.13 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 6 do ACI 318:14 .....	71
Tabela 4.14 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 7 do ACI 318:14 .....	71
Tabela 4.15 - Média e desvio padrão dos resultados segundo o ACI 318:14 .....	75
Tabela 4.16 – Cargas estimadas de ruptura segundo o nível I do <i>fib</i> Model Code .....	77
Tabela 4.17 – Cargas estimadas de ruptura segundo o nível II do <i>fib</i> Model Code.....	77
Tabela 4.18 – Cargas estimadas de ruptura segundo o nível III do <i>fib</i> Model Code .....	78
Tabela 4.19 - Média e desvio padrão dos resultados segundo o <i>fib</i> Model Code 2010 .....	80
Tabela 4.20 – Média e desvio padrão dos resultados .....	81
Tabela 4.21 – Resultados da análise de segurança.....	82

## LISTA DE TABELAS DO ANEXO

Tabela Anexo 1.1 - Perímetros das superfícies críticas- NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2004	90
Tabela Anexo 1.2 - Taxas de armadura das lajes – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2004	..... 91
Tabela Anexo 1.3 - Tensão normal devido à protensão nos cabos – NBR 6118:2014/ Eurocode 2:2004	..... 92
Tabela Anexo 1.4 - Tensão vertical devido a protensão nos cabos - NBR 6118:2014	..... 93
Tabela Anexo 1.5 - $W_p$ utilizados para a metodologia da NBR 6118:2014	..... 94
Tabela Anexo 1.6 - $W_1$ utilizados para a metodologia do Eurocode 2:2004	..... 95
Tabela Anexo 1.7 - Resultado das excentricidades	..... 96
Tabela Anexo 1.8 - Parâmetros de Cálculo - ACI 318:14	..... 97
Tabela Anexo 1.9 - Parâmetros geométricos - ACI 318:14	..... 98
Tabela Anexo 1.10 - Parâmetros referentes à protensão - ACI 318:14	..... 99
Tabela Anexo 1.11 - Parâmetros de cálculo – <i>fib</i> Model Code 2010	..... 100
Tabela Anexo 1.12 - Taxas de armadura – <i>fib</i> Model Code 2010	..... 101
Tabela Anexo 1.13 - Momentos resistentes, solicitante e de descompressão - <i>fib</i> Model Code 2010	..... 102
Tabela Anexo 1.14 - Coeficientes de rotação – <i>fib</i> Model Code 2010	..... 103

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
Figura 2.1 - Transferência de esforços entre a laje e o pilar de extremidade – Barbán (2008)..	6
Figura 2.2 - Ângulo de inclinação da superfície de ruptura .....	7
Figura 2.3 - Representação do pavimento completo e disposição dos cabos de protensão – Gomes (2010).....	13
Figura 2.4 – Orientação de eixos adotada por Gomes (2010).....	15
Figura 2.5 - Geometria dos modelos locais de ensaio – Gomes (2010).....	15
Figura 2.6 – Armadura passiva inferior de flexão para todas as lajes dos modelos – Gomes (2010).....	17
Figura 2.7 – Disposição da armadura ativa em planta (continuação) – Gomes (2010) .....	19
Figura 2.8 – Perímetro crítico - NBR 6118:2014.....	22
Figura 2.9 – Perímetro Crítico Reduzido de acordo com a NBR 6118:2014.....	24
Figura 2.10 – Perímetro Crítico de acordo com o Eurocode 2:2004.....	28
Figura 2.11 – Perímetro Crítico Reduzido de acordo com o Eurocode 2:2004 .....	28
Figura 2.12 - Perímetro Crítico de acordo com o ACI 318-14 .....	34
Figura 2.13 - Variação de tensões assumida para uma ligação laje/pilar de borda - ACI 318-14 .....	35
Figura 2.14 – Tensões solicitantes em ligações laje-pilar de borda – Santos (2018).....	36
Figura 2.15 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ ).....	40
Figura 2.16 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ ) e altura útil da laje ( $d$ ) .....	41
Figura 2.17 – Perímetro básico de controle ( $b_1$ ) de acordo com o <i>fib</i> Model Code 2010.....	41
Figura 2.18 – Rotação ( $\psi$ ) da laje segundo o <i>fib</i> Model Code 2010 .....	43
Figura 3.1 – Limitação do comprimento da faixa de suporte – Muttoni (2011).....	59
Figura 3.2 – Momento de descompressão – Clément (2013).....	61

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
$A_c$	Área de concreto de determinada seção
$A_s$	Área da seção transversal das barras de aço tracionadas;
$b_w$	Largura da faixa de laje;
$b_0$	Comprimento do perímetro crítico afastado $d/2$ da face do pilar (abordagem – ACI 318:2011);
$c$	Lado do pilar quadrado; ou diâmetro do pilar circular;
$C_1$	Dimensão do pilar perpendicular à borda livre;
$C_2$	Dimensão do pilar paralela à borda livre;
$C$	Primeira superfície crítica na face do pilar (abordagem – NBR 6118:2014);
$C'$	Segunda superfície crítica afastada $2d$ do pilar (abordagem – NBR 6118:2014);
$C'^*$	Segunda superfície crítica reduzida afastada $2d$ do pilar (abordagem – NBR 6118:2014);
$C''$	Terceira superfície crítica afastada $2d$ das armaduras de cisalhamento externas (abordagem – NBR 6118:2014);
$C_{Rd,c}$	Coefficiente de correção da tensão de cisalhamento resistente de projeto do concreto da laje (abordagem – EUROCODE 2:2010);
$d$	Altura útil da laje;
$d_x$	Altura útil da laje na direção x;
$d_y$	Altura útil da laje na direção y;
$d_g$	Diâmetro máximo do agregado graúdo;
$E_c$	Módulo estático de elasticidade à compressão do concreto;
$f_c$	Resistência à compressão do concreto;
$f'_c$	Resistência à compressão do concreto (abordagem – ACI 318:2014);
$f_{cd}$	Tensão de resistência de projeto do concreto à compressão;
$f_{ck}$	Tensão de resistência característica do concreto à compressão;

$f_{ct}$	Resistência à tração do concreto;
$f_{ys,flex}$	Tensão de escoamento do aço das armaduras de flexão;
$F_{Sd}$	Carga solicitante de projeto de reação do pilar;
$F_{Sk}$	Carga solicitante característica de reação do pilar;
$h$	Altura total da laje;
$k$	<i>Size effect</i> (abordagem – EUROCODE 2:2010);
$K_1$	Coefficiente da parcela de momento transmitido ao pilar por cisalhamento;
$k_{dg}$	Parâmetro que depende do diâmetro máximo do agregado (abordagem – <i>fib</i> Model Code 2010);
$r_q$	Distância do ponto de carregamento ao pilar;
$u_0$	Comprimento do perímetro crítico na face do pilar;
$u_1$	Comprimento do perímetro crítico afastado $2d$ da face do pilar;
$u_1^*$	Comprimento do perímetro crítico reduzido afastado $2d$ da face do pilar;
$V_{ACI}$	Carga de resistência à punção calculada pelo ACI 318:2014;
$V_{EC}$	Carga de resistência à punção calculada pelo EUROCODE 2:2010;
$V_{Flexão}$	Cargas de resistência à flexão da laje;
$V_{NBR}$	Carga de resistência à punção calculada pela NBR 6118:2014;
$V_R$	Capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_{Rc}$	Contribuição do concreto para a capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_{R,cs}$	Capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_{Rd,c}$	Carga resistente de projeto da laje à tração diagonal do concreto;
$V_{Rd,cs}$	Carga resistente de projeto da laje à tração diagonal na presença de armaduras de cisalhamento;
$V_{Rd,máx}$	Carga resistente de projeto da laje à compressão diagonal do concreto;
$V_{Rd,out}$	Carga resistente de projeto da laje à tração diagonal do concreto fora da região das armaduras de cisalhamento;
$V_{Rk,c}$	Carga resistente característica da laje à tração diagonal do concreto;

$V_{Rk,cs}$	Carga resistente característica da laje à tração diagonal na presença de armaduras de cisalhamento;
$V_{Rk,máx}$	Carga resistente característica da laje à compressão diagonal do concreto;
$V_{Rs}$	Contribuição do aço para a capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_u$	Carga última de ruptura experimental da laje;
$W_{p1}$	Módulo de resistência plástica do perímetro crítico em questão;
$\alpha$	Ângulo de inclinação ente o eixo da armadura de punção e o plano da laje;
$\alpha_s$	Constante usada para computar a carga resistente em lajes ou sapatas (abordagem – ACI 318:2014);
$\beta$	Razão entre a maior e a menor dimensão do pilar (abordagem – ACI 318:2014);
$\beta$	Parâmetro de cálculo da tensão solicitante (abordagem – Eurocode 2:2004);
$\phi$	Coefficiente de segurança (abordagem – ACI 318:2014);
$\emptyset$	Indicação do diâmetro da armadura;
$\emptyset_w$	Indicação do diâmetro da armadura de punção;
$\psi$	Rotação da laje (abordagem – <i>fib</i> Model Code 2010);
$\gamma_c$	Coefficiente de minoração da resistência do concreto;
$\lambda$	Fator de modificação para levar em conta a redução das propriedades mecânicas dos concretos de baixa densidade (abordagem – ACI 318:2014);
$\sigma_{cx}$	Tensão normal em seção na direção x devido às forças de protensão;
$\sigma_{cy}$	Tensão normal em seção na direção y devido às forças de protensão;
$\sigma_{cp}$	Tensão normal na seção considerada devido às forças de protensão;
$\nu$	Fator de redução da força do concreto fissurado no cisalhamento (abordagem – EUROCODE 2:2010);
$\nu_{Rd,c}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal tracionada de concreto (abordagem – EUROCODE 2:2010);
$\nu_{Rd,máx}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal comprimida de concreto (abordagem – EUROCODE 2:2010);

$v_{Rd,cs}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal tracionada na presença de armaduras de cisalhamento (abordagem – EUROCODE 2:2010);
$\rho$	Taxa de armadura de flexão tracionada da laje;
$\rho_x$	Taxa de armadura de flexão tracionada da laje na direção x;
$\rho_y$	Taxa de armadura de flexão tracionada da laje na direção y;
$\tau$	Tensão de cisalhamento resistente;
$\tau_{Rd}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto;
$\tau_{Rk}$	Tensão de cisalhamento resistente característica;
$\tau_{Rd1}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal tracionada de concreto;
$\tau_{Rd2}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal comprimida de concreto;
$\tau_{Rk1}$	Tensão de cisalhamento resistente característica da diagonal tracionada de concreto;
$\tau_{Rk2}$	Tensão de cisalhamento resistente característica da diagonal comprimida de concreto;
$\tau_{Sd}$	Tensão de cisalhamento solicitante de projeto;
$\tau_{Sk}$	Tensão de cisalhamento solicitante característica.

# 1. INTRODUÇÃO

A escolha do tipo de laje, durante a fase de concepção da estrutura, é fundamental para a definição do sistema estrutural a ser usado. As lajes lisas, definidas pela NBR 6118:2014 como sendo lajes apoiadas diretamente em pilares sem capitéis, são cada vez mais usadas em construções comerciais e residenciais.

Este sistema estrutural apresenta vantagens em relação ao sistema convencional de lajes apoiadas sobre vigas. De acordo com Oliveira (2013), pode-se citar as seguintes vantagens do ponto de vista construtivo: facilidade na execução da armadura; torna o processo de execução das fôrmas mais simples, aumentando a produtividade e reduzindo o desperdício; facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto; facilidade nas disposições de instalações elétricas, hidráulicas e de ar-condicionado e maior flexibilidade no layout, podendo significar, em certos casos, um maior número de pavimentos para uma mesma altura total. Além disso, há vantagens arquitetônicas, como tetos com superfícies lisas.

Apesar das diversas vantagens apresentadas pelo sistema construtivo de lajes lisas, há alguns problemas em sua aplicação. Ferreira (2010), cita como desvantagens, a pequena rigidez a esforços horizontais e a presença mais acentuada de flechas. No entanto, o ponto mais crítico é a possibilidade de uma ruptura localizada por punção na ligação laje-pilar, uma vez que ela pode se propagar, levando a estrutura à ruptura parcial ou total, por colapso progressivo.

Dessa forma, algumas medidas devem ser tomadas a fim de evitar os problemas apresentados acima. Segundo Gomes (2010), no caso de estruturas com pouca rigidez lateral, esta pode ser aumentada por meio da sua fixação em poços de elevadores ou escadas, ou pelo uso de paredes estruturais.

Outra medida aplicada em lajes lisas é o uso da protensão, já que esta colabora com a construção de vãos maiores e pode reduzir a intensidade das flechas e o nível de fissuração. No caso de lajes lisas, a protensão, através das componentes verticais e horizontais das forças de protensão, contribui na redução da força cisalhante ao redor dos pilares.

Neste contexto, surge o fenômeno da punção, o qual é caracterizado por ser um tipo de ruína que ocorre geralmente em elementos planos pela ação de forças concentradas. Nas lajes lisas,

esta situação é típica na região de ligação laje-pilar, em decorrência da reação vertical concentrada no pilar e a transferência de momentos fletores que pode ocorrer nessa ligação.

A ruptura por punção é brusca e pode ocorrer por esmagamento da biela de concreto ou por tração diagonal do concreto. Sendo assim, com objetivo de tornar a ruptura mais dúctil e aumentar a resistência da laje ao cisalhamento, utiliza-se a armadura de punção.

Dessa forma, devido à complexidade apresentada pelo fenômeno da punção, diversos estudos são desenvolvidos a fim de compreendê-lo. Além disso, diante da necessidade de se garantir a segurança das estruturas, desenvolveu-se metodologias que abordam o tema e estabelecem critérios e parâmetros para a verificação da resistência de ligações laje-pilar sujeitas à punção.

Neste trabalho serão analisadas as seguintes prescrições normativas: NBR 6118:2014, ACI 318:14, Eurocode 2:2004 e *fib* Model Code 2010. Estas apresentam métodos teóricos para a estimativa da capacidade resistente à punção de lajes lisas. Além disso, considerou-se nos cálculos as sugestões de Giordano (2008) para a determinação do módulo de resistência plástica do perímetro crítico.

## **1.1 MOTIVAÇÃO**

O fenômeno de punção em lajes lisas é uma ampla área de estudo, e embora tenham sido desenvolvidos diversos trabalhos sobre o assunto, ainda faltam informações para situações mais específicas, como lajes lisas apoiadas em pilares de borda. Nestes casos o número de estudos realizados é menor e incertezas no cálculo desse tipo de ligação resulta em formulações conservadoras.

Dessa forma, a motivação deste trabalho é ampliar os conhecimentos referentes ao cálculo da resistência à punção de lajes lisas apoiadas sobre pilares de borda com excentricidade nas duas direções, por meio do levantamento de informações sobre o tema e de uma análise das metodologias de estimativa da resistência à punção.

Além disso, a recente atualização das normas NBR 6118:2014, Eurocode 2:2004 (erratas em 2010 e 2014), ACI 318:2014, juntamente com a publicação do modelo de cálculo sugerido pelo *fib* Model Code 2010, reafirma a relevância de uma análise de desempenho de tais metodologias de cálculo.

## 1.2. OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é analisar o fenômeno de punção em lajes lisas em concreto protendido apoiadas sobre pilares de borda, por meio de um comparativo entre resultados experimentais do trabalho de Gomes (2010) e os resultados obtidos pelas estimativas de resistência à punção de quatro metodologias de cálculo.

Os objetivos específicos são:

- Avaliar o desempenho dos métodos teóricos de estimativa da capacidade resistente à punção propostos pelas normas de projeto, a partir de resultados experimentais de lajes lisas em concreto protendido apoiadas sobre pilar de borda com excentricidade nas duas direções;
- Avaliar individualmente cada prescrição normativa ou código, levantando as possíveis considerações relevantes ao processo de cálculo, com vistas a obtenção de melhores resultados.

## 1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho será composto por cinco capítulos, cujo conteúdo será explanado resumidamente a seguir.

No Capítulo 1 é realizada a introdução do leitor ao tema tratado no trabalho, nele há a apresentação da motivação e finalidade deste, assim como da estruturação do relatório em si.

No Capítulo 2 será apresentada a revisão bibliográfica com os principais aspectos teóricos. O capítulo também engloba o trabalho de referência para a obtenção dos dados experimentais de 8 lajes, apresentando as análises realizadas pelo autor, resultados e conclusões sobre o tema abordado. Por fim, são apresentadas as sequências de cálculo sugeridas pelas normas em análise.

O Capítulo 3 apresenta as metodologias usadas para o cálculo da resistência à punção por meio das prescrições normativas da NBR 6118:2014, do Eurocode 2:2004, do ACI 318: 14 e do *fib* Model Code 2010. Neste capítulo são encontradas as considerações e interpretações feitas durante o processo de cálculo.

O Capítulo 4 contém os resultados das estimativas de resistência à punção das lajes assim como sua comparação com os valores experimentais. Ainda neste capítulo são apresentadas análises acerca dos resultados, assim como uma comparação entre os resultados obtidos pelas metodologias de cálculo utilizadas.

No Capítulo 5 serão apresentadas as conclusões acerca dos resultados de estimativa da resistência à punção obtidos pelas metodologias da NBR 6118:2014, do Eurocode 2:2004, do ACI 318:2014 e do *fib* Model Code 2010.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Neste capítulo serão apresentados conceitos teóricos acerca do mecanismo de ruptura por punção de lajes lisas protendidas, assim como os parâmetros que influenciam a resistência à punção. Na sequência será apresentado o trabalho de referência para este trabalho.

Por fim, serão apresentadas as prescrições normativas, referentes ao cálculo de verificação da punção em lajes lisas de concreto protendido apoiadas sobre pilares de borda, segundo a NBR 6118:2014, Eurocode 2:2004, ACI 318:14 e *fib* Model Code 2010.

### **2.1. CARACTERÍSTICAS DA RUPTURA POR PUNÇÃO**

O fenômeno da punção é caracterizado por apresentar ruptura brusca, ou seja, a estrutura não apresenta deformações excessivas ou outros sinais que sirvam como advertência. Este comportamento é considerado uma das desvantagens do uso de lajes lisas, juntamente com o fato de que a ruptura por punção pode resultar em colapso progressivo. Tal designação é usada para o caso em que a punção se propaga e leva a estrutura à ruína parcial ou total.

De acordo com a explicação de Oliveira (2013), inicialmente, a laje se comporta de forma elástica, sofrendo deformações sem que ocorra fissuração da superfície do concreto. Quando o carregamento atinge o valor da carga de fissuração, é formada uma fissura tangencial às faces do perímetro do pilar. Com o aumento da carga, ocorre uma redistribuição de esforços através dessa fissura, resultando na formação de outras fissuras radiais e tangenciais.

O autor complementa que, em um determinado nível de carregamento, não surgem novas fissuras e o incremento de carga provoca o aumento na abertura de fissuras existentes. Nesta fase, as fissuras se propagam em profundidade através da espessura da laje, sendo que as fissuras tangenciais se inclinam em direção ao pilar tomando uma forma cônica. Por esta razão, forma-se uma fissura com abertura consideravelmente maior que as demais, tornando-se assim a fissura tangencial principal, chamada de fissura crítica de cisalhamento. A ruptura ocorre quando esta fissura tangencial atinge a superfície inferior comprimida no perímetro do pilar. Esta fissura irá formar o cone de ruptura por cisalhamento e uma grande fissura tangencial aparecerá na superfície da laje.

O mecanismo de ruptura por punção em uma ligação laje-pilar de borda é explicado por Barbán (2008) com auxílio da Figura 2.1. Nessa,  $M$  corresponde ao momento fletor último resistente e  $V$  é a força cortante última resistente, transferidos ao centroide do perímetro crítico da laje.

Segundo o autor, a força cortante ( $V$ ) é transmitida por  $V_1$ , para a face frontal do perímetro crítico, e por  $V_2$ , para cada face lateral, de modo que  $V = V_1 + 2 \cdot V_2$ . Já o momento fletor total ( $M$ ) atuando perpendicularmente à borda da laje, é transferido por duas parcelas,  $M_1$  corresponde ao momento fletor e  $MT_2$  corresponde ao momento torçor, de modo que  $M = M_1 + 2 \cdot MT_2$ . O momento  $M_1$  atua na face frontal da seção crítica e pode ser separado em duas parcelas, uma devida à resistência da laje à flexão e outra devida à excentricidade da força cortante  $V_1$  em relação ao centro do perímetro crítico. Já o momento torçor ( $MT_2$ ) atua nas faces laterais.

No caso de pilar de borda, com momento desequilibrado atuando na direção paralela à borda livre da laje, surgiriam momentos fletores nas duas faces laterais, e momento torçor na face frontal.

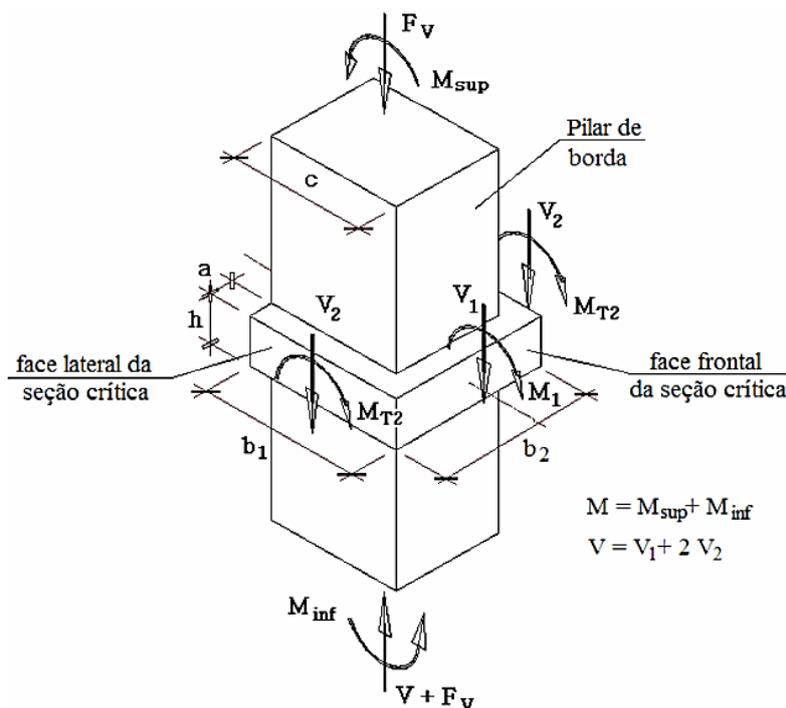


Figura 2.1 - Transferência de esforços entre a laje e o pilar de extremidade – Barbán (2008)

A ruptura por punção, no caso de lajes que não possuem armadura de cisalhamento, pode ocorrer de dois modos distintos: ruptura por esmagamento da diagonal comprimida de concreto ou ruptura por tração diagonal do concreto.

A NBR 6118:2014 e o Eurocode 2:2004, com o objetivo de evitar estes modos de ruptura, propõem que as verificações de resistência à punção sejam realizadas para os dois casos. Já o ACI 318:14 e o *fib* Model Code 2010, apresentam apenas a verificação da ruptura por tração diagonal do concreto.

A superfície de ruptura por punção é caracterizada por um formato próximo ao de um tronco de cone. Ao observar que a resistência à punção está diretamente ligada à inclinação dessa superfície, diversos trabalhos investigaram o fenômeno com objetivo de obter um valor característico para a inclinação da fissura, dentre estes, cita-se Kinnunen e Nylander *apud* Cordovil (1997).

O Eurocode 2:2010, baseado em resultados experimentais, utiliza em suas prescrições de cálculo uma inclinação igual a  $26,6^\circ$ , conforme ilustrado na Figura 2.2. Entretanto, Menetrey (1998) adverte para o fato de que esta inclinação pode ser influenciada por fatores como a taxa e o tipo de armadura de flexão, e que nesses casos as recomendações normativas podem não ser adequadas.

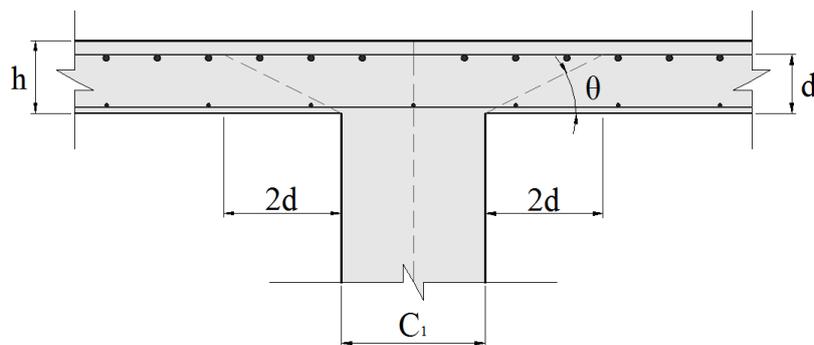


Figura 2.2 - Ângulo de inclinação da superfície de ruptura

Alguns aspectos como a geometria, o carregamento, as condições de contorno e a distribuição da armadura de flexão influenciam nas características do fenômeno. Assim, segundo os fatores citados é possível diferenciar dois tipos principais de punção: punção simétrica e assimétrica.

Para o último caso há ainda a separação entre punção assimétrica centrada e punção assimétrica excêntrica.

No caso da punção simétrica, os fatores citados anteriormente são considerados simétricos em relação aos eixos de simetria do pilar, caso que pode ocorrer em pilares internos. Já na punção assimétrica alguma das condições não é simétrica. Dentro deste caso, a diferença em duas situações se dá pelo fato de que na punção excêntrica, as condições de assimetria geram uma diferença na intensidade do momento fletor transferido para o pilar.

O objeto de estudo deste trabalho é a punção excêntrica, mais especificamente com transferência de momento nas duas direções. Este caso é usual em pilares de borda e canto, nos quais a excentricidade gerada pelo carregamento é inevitável.

Segundo Oliveira (2013), a ação combinada da carga vertical com momento fletor produz dois efeitos principais: a concentração do esforço de cisalhamento na ligação laje-pilar e o aumento na abertura da fissura crítica de cisalhamento (fissura que conduz à ruptura na ligação laje-pilar). O primeiro efeito citado, aumenta os esforços locais na ligação laje-pilar e o segundo reduz a resistência à punção por unidade de comprimento em regiões adjacentes ao pilar. A ação conjunta destes dois efeitos resulta em uma diminuição significativa da capacidade resistente da ligação.

## **2.2. PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO**

Os diversos trabalhos realizados concluíram, a partir dos resultados experimentais obtidos, que determinados parâmetros influenciam de forma direta ou indireta a resistência à punção desses elementos.

Dentre os parâmetros de influência na resistência a punção pode-se citar: resistência à compressão característica do concreto ( $f_{ck}$ ), taxa de armadura de flexão tracionada ( $\rho$ ), dimensões e geometria do pilar; altura útil da laje ( $d$ ), efeito de tamanho ( $\xi$ ), distribuição da armadura de protensão e razão entre o momento fletor e a cortante ( $M/V$ ). Outro fator que influencia significativamente na resistência à punção da ligação laje-pilar é o uso de armaduras de cisalhamento.

### 2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto

Por meio dos estudos realizados acerca da punção, notou-se que a ruptura por cisalhamento de uma estrutura de concreto sem armadura transversal é influenciada pela resistência à tração do concreto ( $f_{tk}$ ). Sendo, por vezes, a resistência à tração do concreto estimada como função da resistência à compressão ( $f_{ck}$ ).

Dessa forma, diversas análises foram realizadas com o objetivo de estimar a relação entre a resistência à punção ( $\tau_{Rd}$ ) e a resistência à compressão característica do concreto ( $f_{ck}$ ). Dentre os autores que avaliaram esta relação pode-se citar Graf (1933), Moe (1961) e Sherif e Dilger (1996).

Os estudos evoluíram até a conclusão de que a relação  $f_{ck} \propto \tau_{Rd}$  pode ser descrita por meio de funções proporcionais a raiz cúbica da resistência à compressão do concreto. Este fato é defendido por Sherif e Dilger (1996), que ao analisar um banco de dados experimental de diversos autores com ênfase nos parâmetros que influenciam a resistência à punção das lajes lisas, concluíram a seguinte relação:  $\tau_{Rd} \propto (f_{ck})^{1/3}$ .

Em casos de projeto, para aumentar a capacidade resistente à punção da laje nem sempre é aconselhável aumentar a resistência à compressão do concreto, já que esta solução não melhora a ductilidade da ligação.

### 2.2.2. Taxa de Armadura Passiva de Flexão Tracionada

A taxa de armadura passiva de flexão tracionada ( $\rho$ ) é definida pela porcentagem de armadura de flexão presente em uma área ao redor do pilar, ou seja, seu cálculo é dado pela razão entre a área de aço da armadura de flexão tracionada ( $A_s$ ) e a área de concreto considerada ( $A_c$ ). Sendo que a área de concreto é dada pelo produto entre a altura útil da laje ( $d$ ) pela largura considerada.

Regan (1986) define que a largura efetiva na qual a armadura de flexão contribui com a resistência à punção, deve se estender até uma distância igual a  $3.d$  das extremidades do pilar. Esta recomendação é usada em prescrições normativas, como por exemplo na NBR 6118:2014 e no Eurocode 2:2004.

Segundo Regan (1981), *apud* Ferreira (2010), o aumento na quantidade de armaduras de flexão tem como efeito o aumento da zona comprimida, e conseqüentemente na área de concreto não

fissurado disponível para resistir ao cisalhamento. Além disso, como a espessura das fissuras de flexão é reduzida, a transferência de forças através do denominado engrenamento de agregados é facilitada

A descrição analítica para a influência da taxa de armadura na resistência à punção foi analisada em estudos realizados por autores como Kinnunen e Nylander (1960), Marzouk e Hussein (1991) e Sherif e Dilger (2000).

Conclui-se, a partir desses estudos, que a taxa de armadura à flexão se relaciona com a punção na relação de  $\tau_{Rd} \propto \rho^{1/3}$ . Esta relação é atestada por autores como Sherif e Dilger (2000), sendo utilizada nas prescrições de cálculo da NBR 6118:2014 e do Eurocode 2.

Observou-se ainda, que apesar do ganho de resistência, a influência da taxa de armadura de flexão no cisalhamento é limitada. De acordo com Fusco (1984) *apud* Melges (2001), ensaios experimentais sugerem que taxas acima de 2% não aumentam a resistência da laje ao cisalhamento.

### **2.2.3. Dimensões e Geometria do Pilar**

A influência das dimensões e geometria do pilar se deve ao fato de que estes parâmetros determinam a distribuição das tensões na ligação laje-pilar. Estudos experimentais mostram que, além da influência da área do pilar em contato com a laje, a proporção entre as dimensões do elemento também modifica o comportamento à punção.

Por meio da análise de resultados experimentais, Braestrup e Regan (1985), *apud* Melges (2001), concluíram que, para pilares circulares, a resistência à punção foi cerca de 15% maior do que a resistência de pilares quadrados de área equivalente. Isto ocorre, pois os pilares de formato retangular são mais propícios à ocorrência de concentrações de tensões devido aos seus cantos, tornando a ligação menos resistente à punção quando comparada à de pilares redondos de mesma área.

Segundo Melges (2001), pode-se acrescentar que a relação entre os lados do pilar também influencia a ruptura por punção. A observação feita pelo autor é de que uma proporção superior a 2, torna a ruptura mais brusca e reduz perímetro de punção em relação a pilares de seção quadrada, reduzindo por consequência a resistência da ligação.

A razão entre o maior e menor lado do pilar foi estudada por outros autores como Hawkins *et al.* (1971), e é a base para a metodologia de cálculo do ACI quanto ao emprego do índice de retangularidade dos pilares.

Por fim, levando-se em consideração a retangularidade citada anteriormente, o aumento da área do pilar pode resultar no aumento da resistência à punção da ligação, já que as tensões desenvolvidas serão menores. Esse fato é aplicado pelo uso de capitel, o qual usado como uma solução com objetivo de aumentar área de contato entre a laje e o pilar.

#### **2.2.4. Altura Útil da Laje e Efeito de Tamanho (*Size Effect*)**

A altura útil da laje é um parâmetro de influência na resistência ao efeito de cisalhamento que ocorre no processo de ruptura por punção, de modo que este parâmetro está presente em diversas equações propostas pelas metodologias de cálculo.

Em seu trabalho, Ferreira (2010), cita ser comum a realização de ensaios experimentais em amostras com dimensões reduzidas, adotando-se algum fator de escala para correlacionar o modelo experimental com a situação real.

De acordo com Fusco (1984), *apud* Melges (2001), a influência do efeito de escala geralmente é dada em função da altura útil da laje. Este efeito, se não considerado, resulta em estimativas falsificadas de resistência.

Segundo Cordovil (1997), *apud* Rabello (2010), o comportamento citado acima é explicado em principio pela possibilidade de maior heterogeneidade do concreto em lajes mais espessas. Além disso, nas lajes de maior espessura a armadura de tração perde sua capacidade de controlar a abertura das fissuras ao longo de toda a altura da seção fissurada. Dessa forma, a espessura da peça condiciona o engrenamento dos agregados, fenômeno esse que depende de maneira significativa da porcentagem de grãos de maior diâmetro empregados no concreto.

A altura útil da laje também influencia a estimativa de resistência à punção por meio do efeito de tamanho (*size effect*). Segundo Bazant e Yu (2003), este efeito é medido em termos da resistência nominal, geralmente definida como  $\sigma_N = P / bd$ , onde P é a carga máxima (ou última), b é a largura da estrutura e d é a dimensão característica da estrutura. Dessa forma, o efeito de tamanho é caracterizado pela comparação de  $\sigma_N$  para estruturas geometricamente semelhantes, mas com diferentes tamanhos de d.

De acordo com Bazant *et al.* (1994), por muito tempo, o efeito do tamanho foi explicado estatisticamente como uma consequência da aleatoriedade da resistência do material, particularmente pelo fato de que em uma estrutura maior é mais provável encontrar um ponto de menor resistência. Posteriormente, entretanto, propôs-se que sempre que a ruptura não ocorra no início da fissuração, caso que representa a maioria das situações, o efeito de tamanho deve ser explicado apropriadamente pela liberação de energia causada pelo crescimento das fissuras, gerando instabilidade na localização dos danos.

Tal efeito de tamanho, segundo Bazant *et al.* (1994), exhibe de acordo com o aumento do tamanho da estrutura uma transição gradual do caso de análise de limite plástico, para a qual não há efeito de tamanho, para o caso da mecânica de fratura elástica linear, para a qual o efeito de tamanho é máximo.

A partir da percepção da influência do efeito de tamanho, estudos foram realizados no intuito de estimar a influência desse efeito na resistência à punção e atualmente, algumas metodologias de cálculo adotam o efeito de tamanho como parâmetro no cálculo da resistência à punção. A NBR 6118:2014 e o Eurocode 2:2004 são exemplos de normas que incluem este efeito em suas equações.

### **2.2.5. Distribuição da Armadura de Protensão**

Segundo Foutch *et al.* (1990), a distribuição das armaduras de protensão na laje influencia na resistência à punção e na forma de ruptura. Em seu trabalho, foram apresentados os resultados de testes experimentais realizados em quatro amostras de conexões entre pilares de borda e lajes lisas protendidas. Duas lajes possuíam maior concentração de cabos protendidos na direção perpendicular à borda livre, enquanto as outras duas apresentavam maior concentração na direção paralela à borda.

Foutch *et al.* (1990) tinham como objetivo analisar a contribuição da protensão em conexões com pilares de borda, chegando à conclusão de que a melhor disposição dos cabos é aquela perpendicular à borda livre, pois as lajes que possuíam maior concentração de cabos nessa direção se mostraram mais resistentes e rígidas. Além disso, destacou-se que a disposição influenciou o mecanismo de ruptura local. Essa observação se deve ao fato de que as lajes com maior concentração de cabos protendidos na direção perpendicular à borda livre exibiram

significativo esmagamento da zona de compressão do concreto, diferentemente do ocorrido nas demais lajes.

## 2.3. TRABALHOS ANTERIORES

### 2.3.1. GOMES (2010)

Na dissertação em questão são encontrados os ensaios realizados em dezesseis amostras locais de lajes lisas protendidas com pilares de extremidade, as quais são divididas em duas séries de acordo com o carregamento aplicado.

Os modelos procuram reproduzir a região de um pavimento com e sem *overhang* (beiral), com cabos concentrados na faixa do pilar na direção perpendicular à borda da ligação e cabos distribuídos uniformemente na outra direção, como mostrado na Figura 2.3.

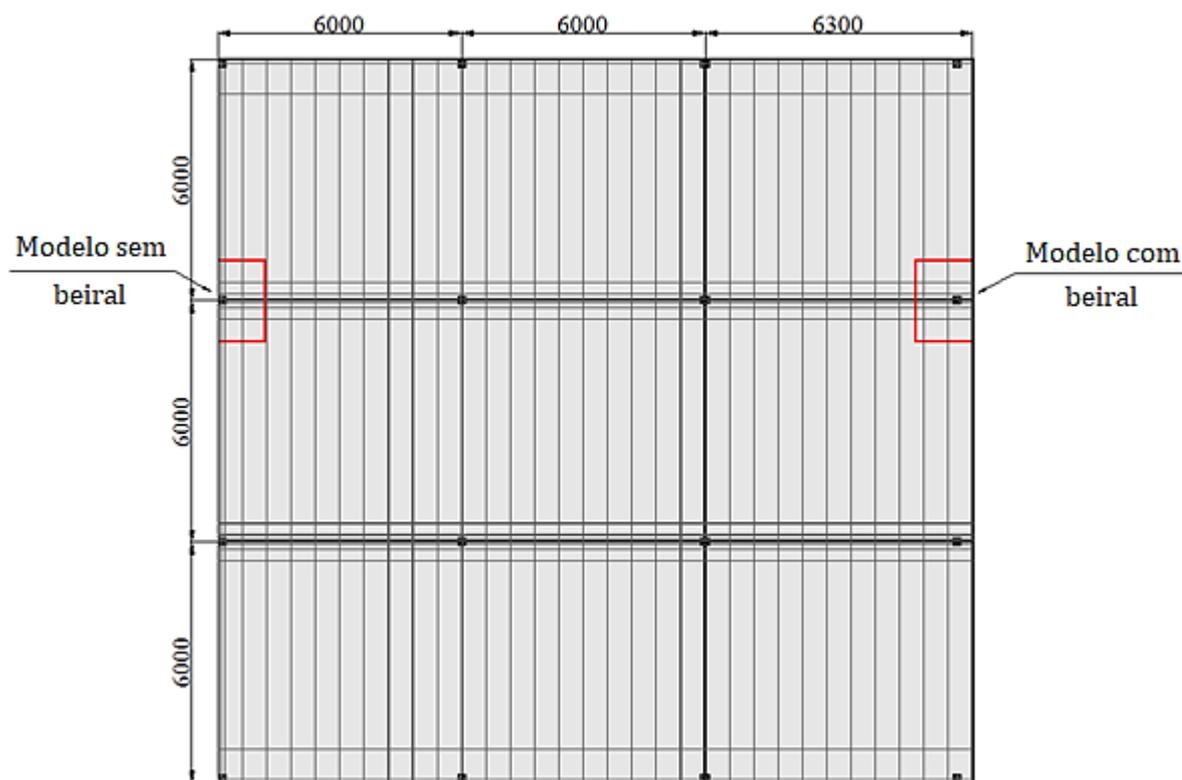


Figura 2.3 - Representação do pavimento completo e disposição dos cabos de protensão – Gomes (2010)

As variáveis aplicadas aos modelos foram: a relação entre momento e força cortante ( $M/V$ ) atuantes na ligação, presença ou não de *overhang*, a relação entre a dimensão do pilar

perpendicular a borda e a altura útil da laje ( $C_1/d$ ), as dimensões da seção transversal do pilar, a disposição dos cabos de protensão e o momento desbalanceado em torno do eixo perpendicular à borda da ligação que passa pelo centro de gravidade da seção.

O objetivo do trabalho era avaliar a influência das variáveis listadas acima e realizar comparações entre os resultados experimentais e as previsões da NBR 6118:2003, ACI 318M-02 e EUROCODE 2:2001.

Os modelos ensaiados possuíam dimensões distintas de acordo com a presença ou não de *overhang* (beiral). Os modelos com *overhang* possuíam largura igual a 1400 mm e os sem *overhang* tinham largura de 1200 mm, sendo que a espessura das lajes de todos os modelos era de 120 mm. A altura total dos pilares era de 1620 mm, com 900 mm acima do plano superior da laje e 600 mm abaixo do plano inferior da laje.

O resumo das dimensões e variáveis de cada modelo ensaiado é apresentado pela Tabela 2.1. Estes dados seguem a orientação ilustrada na Figura 2.4.

Tabela 2.1 - Características das lajes de Gomes (2010)

<b>Modelo</b>	<b><math>h</math> (mm)</b>	<b><math>d_x</math> (mm)</b>	<b><math>d_y</math> (mm)</b>	<b><math>\rho_x</math> (%)</b>	<b><math>\rho_y</math> (%)</b>
L1	127	96	104	0,70	0,62
L2	125	98	106	0,68	0,60
L3	125	99	107	0,64	0,63
L4	125	96	104	0,67	0,67
L5	122	97	105	0,71	0,61
L6	124	98	106	0,69	0,60
L7	125	90	98	0,78	0,70
L8	122	95	103	0,72	0,64
L9	120	92	100	0,75	0,67
L10	120	93	101	0,73	0,66
L11	120	95	103	0,71	0,64
L12	120	94	102	0,72	0,65
L13	120	98	106	0,68	0,60
L14	120	91	99	0,76	0,68
L15	120	93	101	0,73	0,66
L16	120	95	103	0,71	0,64

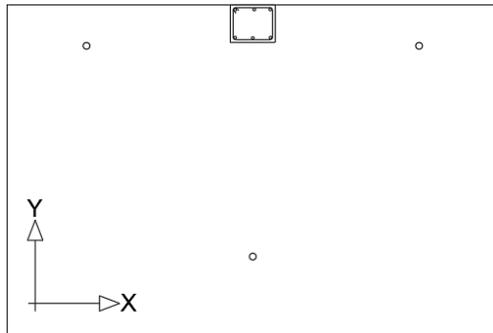
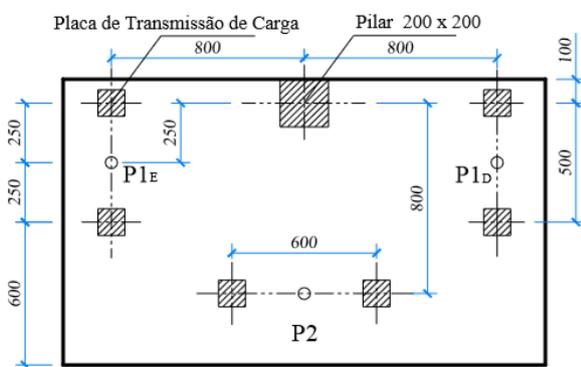
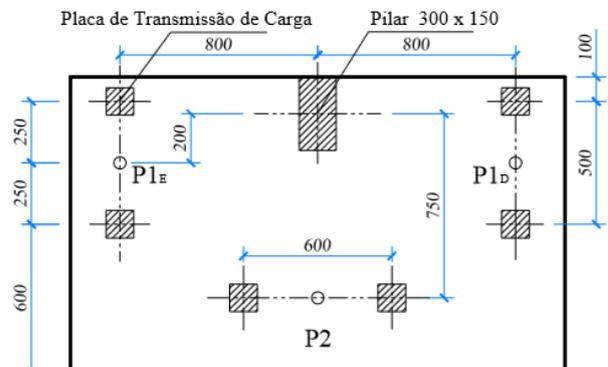


Figura 2.4 – Orientação de eixos adotada por Gomes (2010)

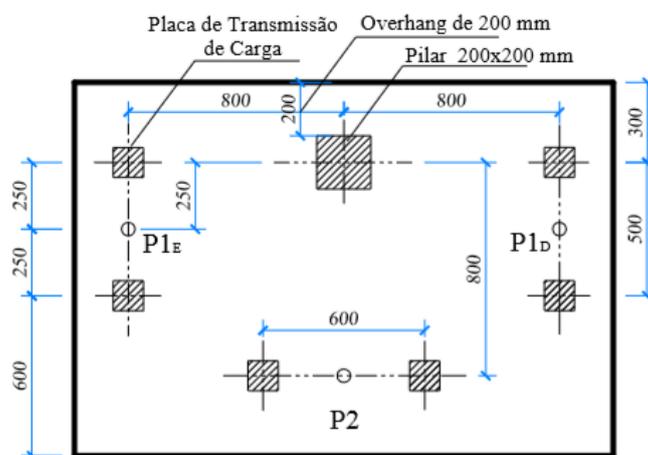
A Figura 2.5 mostra em planta os modelos ensaiados, assim como os pontos de aplicação de carga.



a) Geometria e localização das cargas em planta dos modelos sem overhang



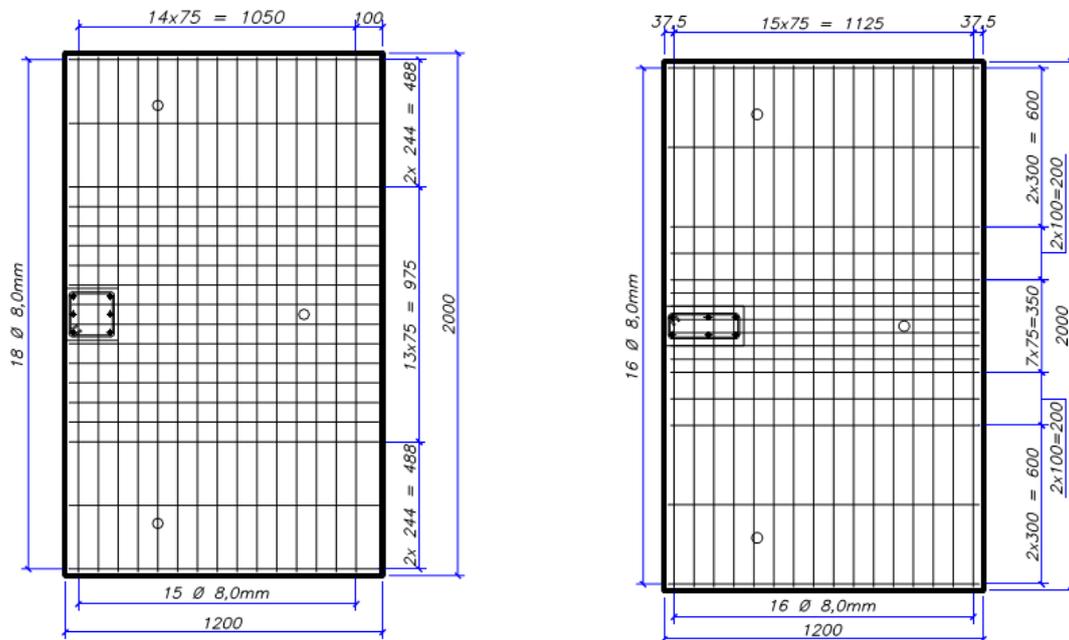
b) Geometria dos modelos com pilares retangulares



c) Geometria e localização das cargas em planta dos modelos com overhang

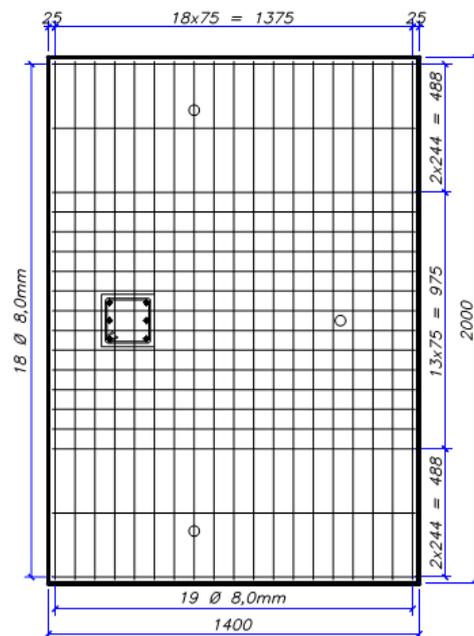
Figura 2.5 - Geometria dos modelos locais de ensaio – Gomes (2010)

As lajes foram armadas com uma malha de barras de aço negativa de flexão de diâmetro de 8mm nas duas direções, conforme detalhado na Figura 2. A armadura inferior das lajes foi composta por uma malha de barras de aço de  $\varnothing 6,3$  mm distribuídas uniformemente nas duas direções, conforme apresentado pela Figura 2.6.



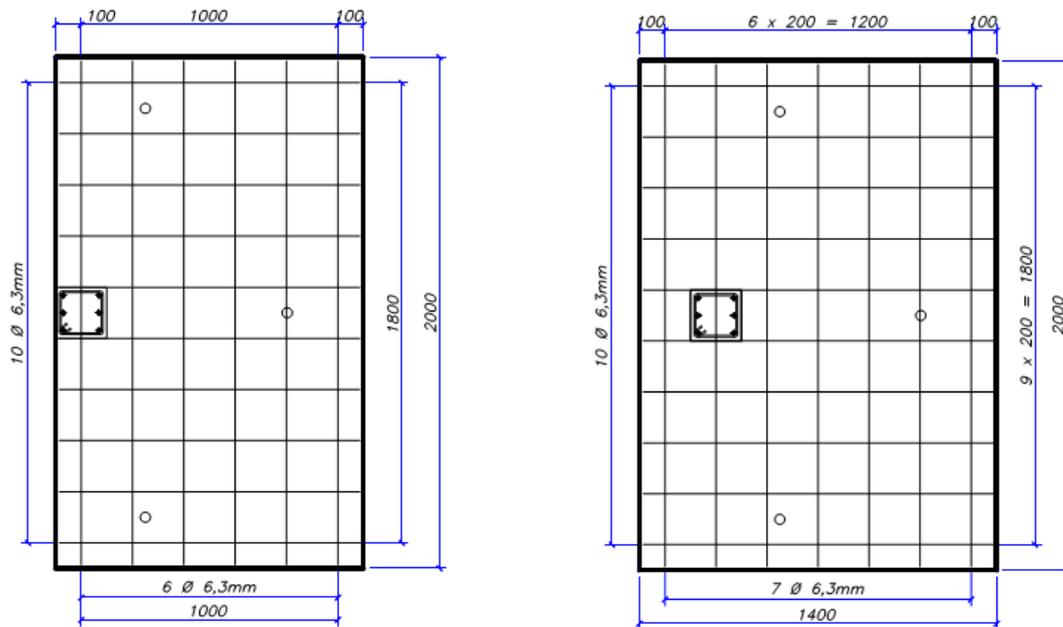
a) Lajes dos modelos L01 e L02 e L09 à L16

b) Lajes dos modelos L03 e L04



c) Lajes dos modelos L05 à L08

Figura 2.7 – Armadura passiva negativa de flexão dos modelos estudados – Gomes (2010)



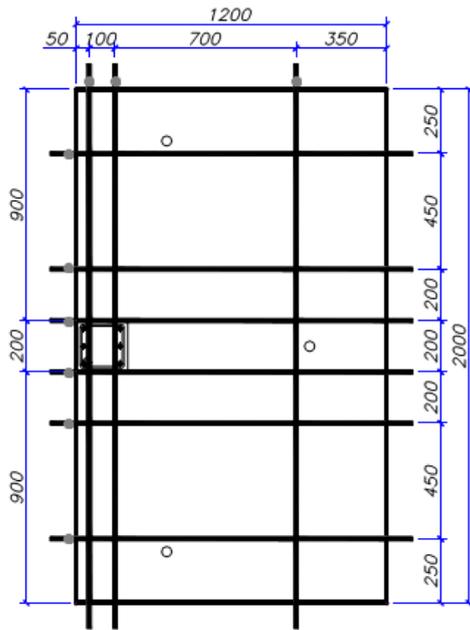
a) Lajes dos modelos sem overhang (beiral)

b) Lajes dos modelos com overhang (beiral)

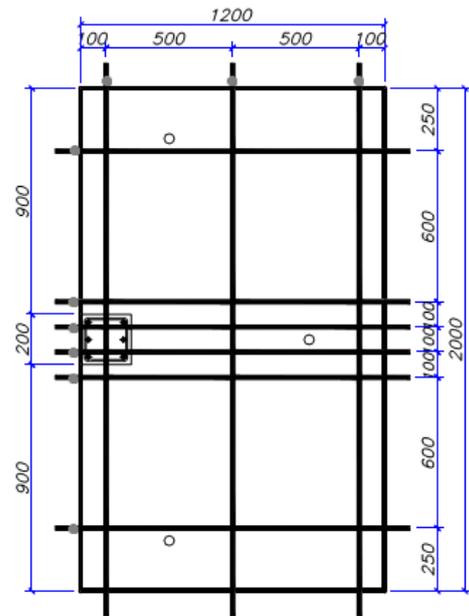
Figura 2.6 – Armadura passiva inferior de flexão para todas as lajes dos modelos – Gomes (2010)

A armadura ativa de todas as lajes foi composta por cordoalhas com diâmetro de 12,7 mm, sendo que esta foi empregada nas duas direções em quantidades de cabos distintas, conforme detalhado pela Figura 2.7. O sistema de protensão adotado foi o de protensão com cordoalhas não aderentes.

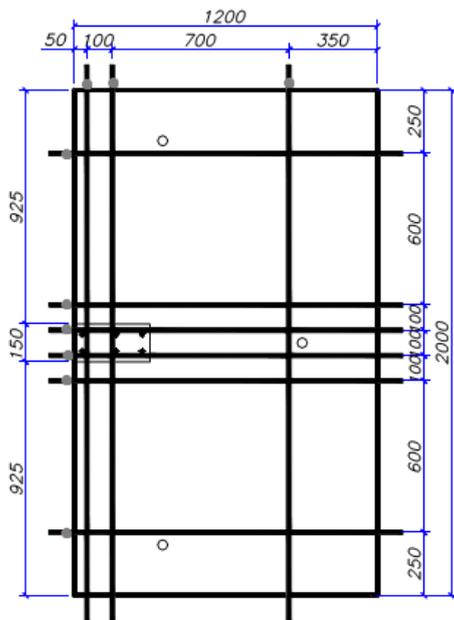
O processo de protensão foi realizado com o auxílio de um macaco hidráulico e foi aplicada uma carga de cerca de 150kN. A aplicação da carga foi realizada duas vezes, a fim de se alcançar a protensão de projeto, já que o procedimento envolve perdas imediatas. Após a re-protensão, foi feita uma leitura da célula de carga onde acusava-se que a protensão final se mantinha em torno de 120kN. As forças de protensão média antes do início do ensaio em cada cabo são apresentadas na Tabela 2.2.



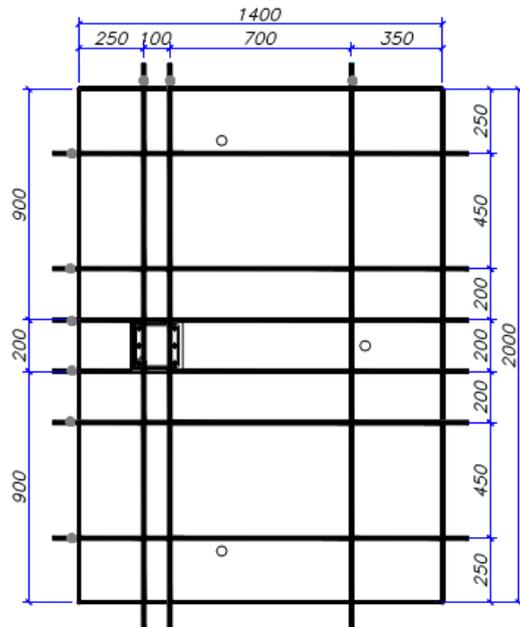
a) Disposição dos cabos do modelo L01



b) Disposição dos cabos do modelo L02

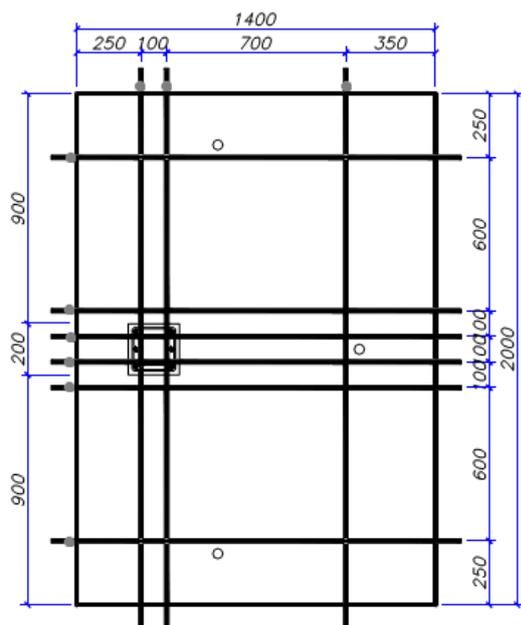


c) Disposição dos cabos dos modelos L03 e L04

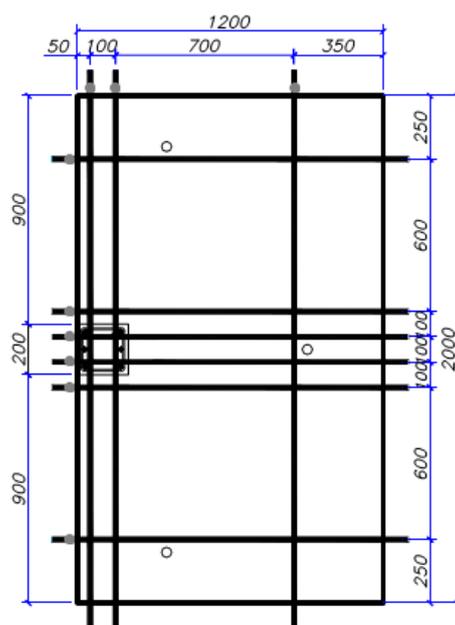


d) Disposição dos cabos dos modelos L05 e L06

Figura 2.8 – Disposição da armadura ativa em planta – Gomes (2010)



e) Disposição dos cabos dos modelos L07 e L08



f) Disposição dos cabos dos modelos L09 à L16

Figura 2.7 – Disposição da armadura ativa em planta (continuação) – Gomes (2010)

Tabela 2.2 – Força de protensão média nos cabos – Gomes (2010)

<b>Modelo</b>	<b><math>P_{0 \parallel}</math> (kN)</b>	<b><math>P_{0 \perp}</math> (kN)</b>
L1	119,30	112,90
L2	128,50	122,40
L3	125,20	121,00
L4	123,70	111,70
L5	137,20	112,00
L6	137,40	126,30
L7	133,70	121,40
L8	127,30	120,00
L9	115,60	111,50
L10	128,9	112,8
L11	128,2	106,5
L12	129,5	116,0
L13	122,4	105,5
L14	128,4	112,2
L15	127,8	104,5
L16	124,7	113,1

$P_{0 \parallel}$ : força de protensão média antes do início do ensaio nos cabos paralelos à borda de ligação.

$P_{0 \perp}$ : força de protensão média antes do início do ensaio nos cabos perpendiculares à borda de ligação

Os modelos foram ensaiados em um pórtico metálico, reforçado estruturalmente para este trabalho, montado sobre a laje de reação do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília (LABEST-UnB).

Os resultados dos ensaios, que podem ser vistos na Tabela 2.3, permitiram ao autor realizar uma análise crítica acerca do fenômeno estudado e suas variáveis, chegando às seguintes conclusões:

- O menor nível de protensão, ou seja, maior espaçamento entre os cabos, contribuiu para maior deformação da armadura passiva, e um formato mais aberto dos cones de ruptura em direção às bordas laterais.
- O menor espaçamento dos cabos concentrados na linha de pilar na direção perpendicular à borda da ligação contribuiu para uma maior capacidade de carga dos modelos.
- A presença do *overhang* (beiral) aumenta a rigidez da ligação, proporciona melhor desenvolvimento das tensões devidas à força de protensão, reduz o efeito da torção, distribui de forma mais uniforme os esforços de compressão na região inferior da ligação e influencia no padrão de fissuração e na forma do cone de ruptura.
- Dentre as normas estudadas, o ACI 318M-02 mostrou-se a norma mais conservadora, principalmente para o caso das lajes que tiveram carregamento com transferência de momentos nas duas direções ortogonais. A NBR 6118:2003 também se mostrou conservadora, principalmente pela imposição do perímetro crítico reduzido, sem adaptações a situações diferentes. Sendo assim, o EUROCODE 2:2001 foi a norma que melhor desempenho apresentou para os experimentos realizados.

Tabela 2.3 - Cargas últimas dos modelos locais - Gomes (2010)

<b>Modelo</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>M u <sup>1</sup> (kN.m)</b>	<b>M u <sup>2</sup> (kN.m)</b>
L1	126,0	64,89	0,00
L2	136,9	73,52	0,00
L3	255,8	67,02	0,00
L4	183,5	86,75	0,00
L5	211,0	65,62	0,00
L6	146,8	77,80	0,00
L7	210,5	65,47	0,00
L8	167,5	87,27	0,00
L9	151,8	60,42	40,38
L10	133,8	56,60	74,79
L11	169,5	42,38	57,29
L12	147,1	36,78	73,11
L13	141,3	35,33	74,61
L14	160,4	63,20	49,56
L15	177,1	44,28	52,60
L16	142,8	59,83	81,68

<sup>1</sup>: momento calculado em relação eixo do pilar paralelo à borda da ligação;

<sup>2</sup>: momento calculado em relação ao eixo do pilar perpendicular à borda da ligação.

## 2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

### 2.4.1. NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto

O modelo de cálculo proposto pela NBR 6118:2014 para o dimensionamento de lajes sujeitas a punção corresponde à verificação do cisalhamento em superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. Cada superfície crítica é dada pelo perímetro crítico considerado multiplicado pela altura útil da laje.

A primeira superfície crítica (superfície C) corresponde a área ao redor do pilar, e nesta, verifica-se indiretamente a resistência à compressão diagonal do concreto.

A segunda superfície (superfície C') é definida pelo contorno afastado em  $2.d$  da face do pilar. Nesta, é verificada a resistência à tração diagonal do concreto. Tal superfície pode ser visualizada na Figura 2.8.

Na Figura 2.8 percebe-se que há suavização dos ângulos entre as linhas que formam o perímetro da seção crítica pelo uso de trechos circulares ( $\frac{1}{4}$  de círculo), cujos centros estão nos cantos dos pilares. Isto mantém a seção crítica a distância constante em  $2.d$  do perímetro do pilar ou ponto de aplicação de carregamento minimizando seu comprimento.

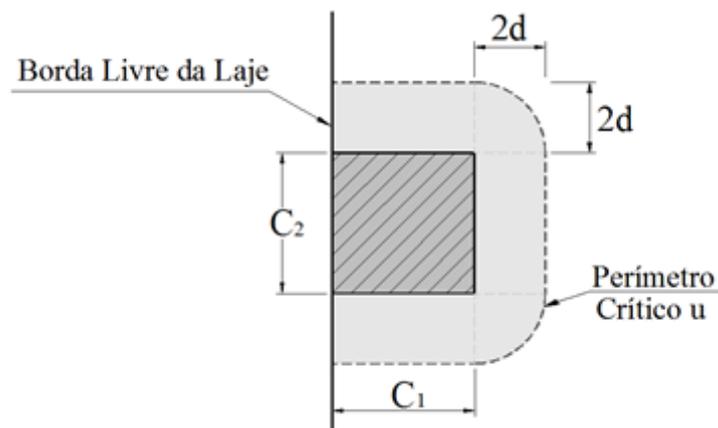


Figura 2.8 – Perímetro crítico - NBR 6118:2014

Já a terceira superfície (superfície C'') apenas é verificada quando há presença de armadura transversal, checando a possibilidade de ruptura à tração diagonal na região externa à armadura.

Como neste trabalho não serão analisadas lajes que possuem reforço transversal, esta superfície não será verificada.

#### 2.4.1.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto

A tensão solicitante depende da carga transferida da laje ao pilar, podendo ser uma carga centrada ou com excentricidade. No caso em que há transferência de momento da laje para o pilar, a assimetria deve ser considerada.

Dessa forma, o modo de cálculo da tensão solicitante pode variar de acordo com a posição do pilar e com os tipos de esforços aos quais ele está submetido. No caso de pilares de borda com presença de cargas desbalanceadas em uma direção, a tensão solicitante é obtida pela Equação 2.1.

$$\tau_{Sd} = \left( \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{Sd1}}{W_{p1} \cdot d} \right) \quad \text{Equação 2.1}$$

Para pilares de borda, quando agir momento no plano paralelo à borda, a tensão solicitante é dada pela Equação 2.2. Por meio desta equação, entende-se que a força vertical age uniformemente apenas na área da seção crítica reduzida, já o momento fletor age no centroide do perímetro crítico.

$$\tau_{Sd} = \left( \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{Sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{Sd2}}{W_{p2} \cdot d} \right) \quad \text{Equação 2.2}$$

Sendo que:

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Equação 2.3}$$

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd*}) \geq 0 \quad \text{Equação 2.4}$$

$$M_{Sd*} = F_{sd} \cdot e^* \quad \text{Equação 2.5}$$

Onde:

$\tau_{Sd}$  : Tensão de cisalhamento solicitante de projeto;

$F_{Sd}$  : Reação concentrada de cálculo;

$d$  : Altura útil da laje ao longo do perímetro crítico;

$d_x$  : Altura útil na direção x;

$d_y$  : Altura útil na direção y;

$M_{sd1}$  : Momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

$M_{sd}^*$  : Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar;

$M_{sd2}$  : Momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

$e^*$  : Excentricidade do perímetro reduzido;

$u^*$  : Perímetro crítico reduzido referente à superfície crítica C', obtido de acordo com a Figura 2.9.

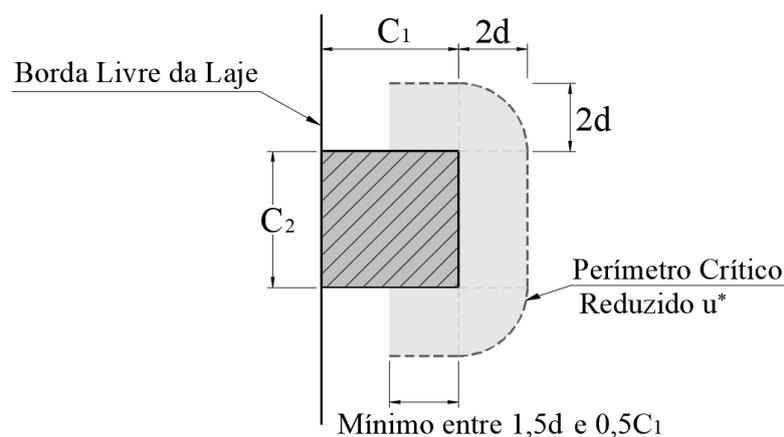


Figura 2.9 – Perímetro Crítico Reduzido de acordo com a NBR 6118:2014

O perímetro crítico reduzido é uma versão menor do perímetro real ( $u$ ) que compõe a superfície C'.

$K_1$  e  $K_2$  são os coeficientes que fornecem a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento. Estes coeficientes dependem da rigidez do pilar na direção da ação do momento fletor. Sendo assim, eles são obtidos em função da razão entre seus lados.

Ambos os coeficientes são obtidos por meio da Tabela 2.4. O valor de  $K_1$  é obtido tendo como dado de entrada a relação  $C_1/C_2$ . O  $K_2$  é obtido pela mesma tabela, substituindo-se a relação  $C_1/C_2$  por  $C_1/2C_2$ .

Tabela 2.4: Valores de  $K_1$

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K_1$	0,45	0,6	0,7	0,8
$C_1$ : dimensão do pilar paralela à excentricidade da força; $C_2$ : dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;				

$W_{p1}$  : Módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro  $u$ . É obtido por meio da Equação 2.6.

$W_{p2}$  : Módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado para o perímetro  $u$  por meio da Equação 2.6.

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad \text{Equação 2.6}$$

Em que:

$dl$  : Comprimento incremental do perímetro crítico;

$e$  : Distância de  $dl$  ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor.

Na presença de armadura ativa, seu efeito é considerado pela NBR 6118:2014 de duas formas distintas: A compressão no plano da laje agindo em favor da resistência à tração diagonal e a força cortante dirigida de cima para baixo gerada pela inclinação para cima das cordoalhas de protensão. O primeiro efeito citado é adicionado às tensões resistentes à tração, enquanto o segundo efeito é computado pelo alívio da tensão solicitante.

Dessa forma, a norma prevê que a verificação seja feita considerando a tensão solicitante efetiva, dada pela Equação 2.7. Esta tensão considera um alívio da tensão solicitante pelo efeito dos cabos de protensão que atravessam o contorno considerado e que passam a menos de  $d/2$  da face do pilar.

$$\tau_{Sd,ef} = \tau_{Sd} - \tau_{pd} \quad \text{Equação 2.7}$$

Sendo:

$$\tau_{pd} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \cdot \text{sen} \alpha_i}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.8}$$

Onde,

$\tau_{pd}$  : Tensão devida ao efeito dos cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno considerado e que passam a uma distância menor que  $d / 2$  da face do pilar;

$P_{k,inf,i}$  : Força de protensão aplicada a um cabo  $i$ ;

$\alpha_i$  : Inclinação do cabo  $i$  em relação ao plano da laje no contorno considerado;

$u$  : Perímetro crítico da superfície considerada no cálculo de  $\tau_{Sd}$  e  $\tau_{Sd,ef}$ .

#### 2.4.1.2. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto

Para evitar que ocorra esmagamento da biela de concreto, deve-se garantir que a tensão solicitante seja menor do que a tensão resistente de projeto. Respeitando assim a relação dada pela Equação 2.9, na qual  $\tau_{Sd}$  é calculada de acordo com o item anterior, utilizando-se o perímetro  $u_0$ , referente ao contorno C.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \text{Equação 2.9}$$

A tensão resistente à compressão diagonal é calculada através da Equação 2.10.

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.10}$$

Onde,

$\tau_{Rd2}$  : Tensão resistente à compressão diagonal de projeto;

$f_{ck}$  : Resistência característica do concreto em MPa;

$f_{cd}$  : Resistência de projeto do concreto em MPa;

### 2.4.1.3. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal

A verificação de tensões na superfície crítica C' é feita pela da relação dada pela Equação 2.11.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} \quad \text{Equação 2.11}$$

A tensão resistente de projeto à tração diagonal é obtida fazendo-se uso da Equação 2.12.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 2.12}$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{Equação 2.13}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cy}}{2} \quad \text{Equação 2.14}$$

Onde,

$\tau_{Rd1}$ : Tensão resistente de projeto à tração diagonal;

$\rho$ : Taxa de armadura passiva de flexão na região da superfície crítica C;

$\rho_x$  e  $\rho_y$ : Taxas de armadura passiva de flexão referentes as respectivas direções;

$\sigma_{cp}$ : Tensão normal na seção considerada devido às forças de protensão;

$\sigma_{cp,x}$  e  $\sigma_{cp,y}$ : Tensões normais devido a protensão obtidas nas respectivas direções.

Sendo:

$$\sigma_{cp,i} = \frac{N_{Sd,i}}{A_{c,i}} \quad \text{Equação 2.15}$$

Onde,

$N_{Sd,i}$ : Força longitudinal na direção i devida a protensão;

$A_{c,i}$ : Área de concreto da seção em que se encontram os cabos de protensão na direção i.

## 2.4.2. Eurocode 2:2004: *Design of Concrete Structures – General Rules and Rules for Buildings*

Ao analisar a metodologia descrita pelo Eurocode 2:2004, percebe-se a similaridade da NBR 6118:2014 com a norma europeia. As principais diferenças entre os dois métodos serão ressaltadas no decorrer do texto.

O perímetro de controle básico é tomado a uma distância de  $2.d$  da face do pilar, sendo que os cantos entre as linhas que formam o perímetro da seção crítica são suavizados por meio de trechos circulares ( $\frac{1}{4}$  de círculo), cujos centros estão localizados nos cantos dos pilares e possuem raio equivalente a  $2.d$ . O perímetro citado está ilustrado na Figura 2.10.

Segundo o Eurocode 2:2004, para pilares de extremidade, nos quais há momento fletor apenas na direção paralela à borda, a força de punção pode ser considerada uniformemente distribuída ao longo do perímetro de controle reduzido, obtido de acordo com a Figura 2.11.

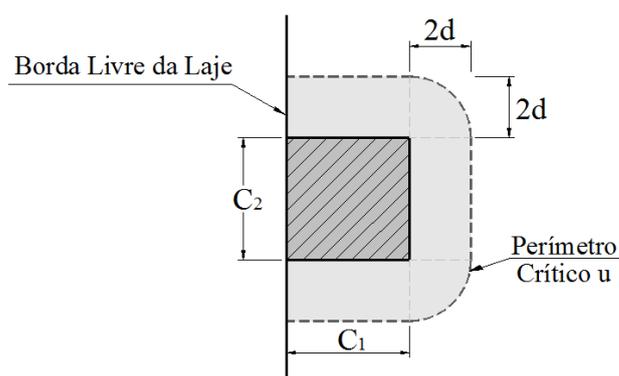


Figura 2.10 – Perímetro Crítico de acordo com o Eurocode 2:2004

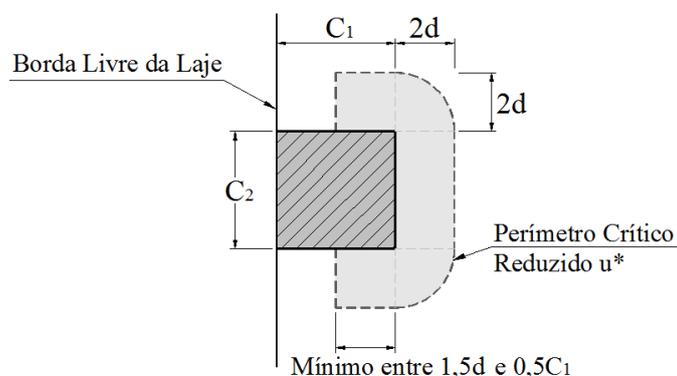


Figura 2.11 – Perímetro Crítico Reduzido de acordo com o Eurocode 2:2004

### 2.4.2.1. Verificações das seções de controle

A metodologia apresentada pelo Eurocode 2:2004 apresenta uma série de verificações a serem realizadas nas seções de controle definidas pelos perímetros apresentados anteriormente. Sendo assim, o cálculo é realizado por meio das verificações apresentadas a seguir.

No perímetro do pilar ou da área carregada, a máxima tensão de cisalhamento não deve exceder à relação dada pela Equação 2.16.

$$v_{Ed} < v_{Rd,max} \quad \text{Equação 2.16}$$

Onde,

$v_{Ed}$  : Tensão cisalhante solicitante de cálculo.

$v_{Rd,c}$  : Tensão máxima resistente ao cisalhamento na seção de controle.

A verificação da necessidade de armadura de cisalhamento é feita pela condição dada na Equação 2.17.

$$v_{Ed} < v_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.17}$$

Onde,

$v_{Rd,c}$  : Tensão resistente ao cisalhamento sem armadura de cisalhamento na seção de controle considerada.

### 2.4.2.2. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto

No caso em que há excentricidade da reação atuante em relação ao perímetro crítico, utiliza-se a Equação 2.18 para o cálculo da tensão máxima cisalhante.

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad \text{Equação 2.18}$$

Onde:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad \text{Equação 2.19}$$

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Equação 2.20}$$

Para a situação em que há excentricidade nos dois eixos ortogonais o valor de  $\beta$  pode ser calculado pela Equação 2.21.

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \cdot \frac{u_1}{W_1} \cdot e_{par} \quad \text{Equação 2.21}$$

Onde,

$V_{Ed}$  : Reação vertical de cálculo.

$M_{Ed}$  : Momento solicitante de cálculo que atua na ligação laje pilar.

$e_{par}$  : Excentricidade paralela à borda livre resultante da ação do momento em relação a um eixo perpendicular à borda livre.

$W_1$  : Módulo de Resistência Plástica na direção perpendicular à borda livre, constituindo propriedade do perímetro de controle  $u_i$  para configuração de como a tensão de cisalhamento se encontra distribuída. Essa distribuição é dada pela Equação 2.22.

$$W_1 = \int |e| \cdot dl \quad \text{Equação 2.22}$$

Em que:

$dl$  : Comprimento incremental do perímetro crítico;

$e$  : Distância de  $dl$  ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor.

No caso de pilar retangular de borda, o Eurocode 2:2004 apresenta a Equação 2.23 para o cálculo do módulo de resistência plástica.

$$W_1 = \frac{C_2^2}{4} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_2 \quad \text{Equação 2.23}$$

$k$  : coeficiente que fornece a fração do momento fletor que é transferida por cisalhamento. Depende da rigidez do pilar na direção da ação do momento fletor, de modo que é obtido em função das dimensões do pilar. Seu valor é obtido pela Tabela 2.5 por meio da razão  $C_1/C_2$ .

Tabela 2.5 - Valor de k para carregamento retangular - Eurocode 2:2004

$C_1/C_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	3,0
$k$	0,45	0,6	0,7	0,8
<p>Onde</p> <p><math>C_1</math>: dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;</p> <p><math>C_2</math>: dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;</p>				

No caso de lajes protendidas, o Eurocode 2:2004 recomenda que a componente vertical  $V_{pd}$ , resultante dos cabos de protensão inclinados cruzando a seção de controle, deve ser considerada como uma ação favorável à resistência quando relevante. Neste trabalho, adotou-se esse efeito da mesma maneira descrita no item 2.4.1.1 para a NBR 6118:2104.

#### 2.4.2.3. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto

No perímetro do pilar, a tensão resistente ao cisalhamento é determinada por meio da Equação 2.24.

$$v_{ED} = \frac{V_{ED}}{u_0 \cdot d} \quad \text{Equação 2.24}$$

Sendo que o perímetro crítico, no caso de pilares de extremidade é dado pela Equação 2.25.

$$u_0 = c_2 + 3 \cdot d \leq c_2 + 2 \cdot c_1 \quad \text{Equação 2.25}$$

Essa tensão é limitada pela tensão máxima de cisalhamento obtida de acordo com a Equação 2.26.

$$v_{RD,m\acute{a}x} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.26}$$

Sendo:

$$v = 0,6 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad \text{Equação 2.27}$$

#### 2.4.2.4. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal

De acordo com as recomendações apresentadas pela norma, a tensão resistente de projeto é determinada pela Equação 2.28.

$$V_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 2.28}$$

Sendo seu valor limitado inferiormente pela relação dada na Equação 2.29.

$$V_{Rd,c} > 0,035 \cdot \sqrt{\xi^3 \cdot f_{ck}} + 0,1 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 2.29}$$

Onde,

$\gamma_c$  : Fator de segurança.

$\xi$  : *Size Effect*, calculado pela Equação 2.30.

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{Equação 2.30}$$

O valor de  $d$  deve estar em mm, sendo importante notar que tal fator possui uma limitação de acordo com essa norma, diferentemente da norma brasileira.

$\rho$  : Taxa da armadura passiva tracionada dentro de uma faixa, na direção x ou y, tomada para a largura da seção do pilar somada  $3 \cdot d$  para cada lado da face do pilar e espessura  $d_x$  ou  $d_y$  a depender da direção. A taxa final é obtida pela Equação 2.31.

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02 \quad \text{Equação 2.31}$$

$f_{ck}$  : Resistência à compressão característica do concreto, a qual deve ser inferior a 90 MPa.

$\sigma_{cp}$  : Tensão de compressão no plano da laje na seção crítica nas direções x e y, proveniente da protensão aplicada no elemento estrutural. Seu valor é calculado pela Equação 2.32.

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cy}}{2} \quad \text{Equação 2.32}$$

Onde,

$$\sigma_{cx} = \frac{N_{Ed,x}}{A_{cx}} \quad \text{Equação 2.33}$$

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}} \quad \text{Equação 2.34}$$

$N_{Ed,x}$ : Força longitudinal atuante através da seção de controle, na direção x, para pilares de borda.

$N_{Ed,y}$ : Força longitudinal atuante através da seção de controle, na direção y, para pilares de borda.

$A_{cx}$ : Área de concreto da seção de controle, na direção x, em que atuam as forças de protensão.

$A_{cy}$ : Área de concreto da seção de controle, na direção y, em que atuam as forças de protensão.

### 2.4.3. ACI 318-14: *Building Code Requirements for Structural Concrete*

O ACI 318-14 possui metodologia semelhante a NBR 6118:2014 e o Eurocode 2:2004 quanto a verificação da tensão cisalhante em uma seção crítica. A diferença entre essa norma e as demais citadas está na definição da seção crítica.

Na análise indicada pelo ACI 318-14, a distância da seção crítica até a face do pilar equivale a  $d/2$ , conforme está ilustrado na Figura 2.12. Além disso, o perímetro crítico ( $b_0$ ), no caso de pilares retangulares, é dado por linhas retas que formam entre si ângulos de 90°, formando uma seção retangular semelhante ao contorno do pilar.

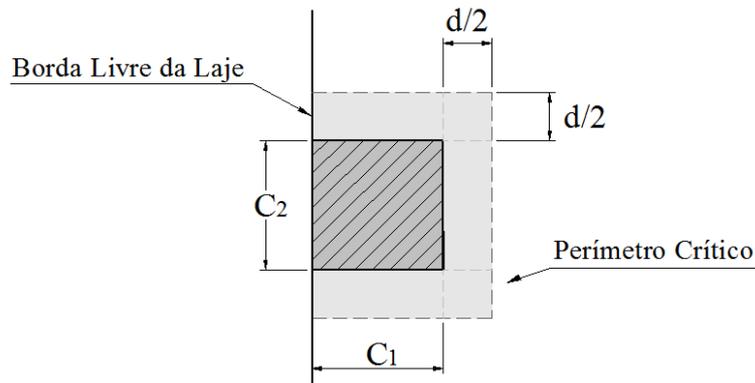


Figura 2.12 - Perímetro Crítico de acordo com o ACI 318-14

### 2.4.3.1. Verificação da seção de controle

De acordo com o ACI 318-14, o dimensionamento de uma ligação laje/pilar à punção, deve satisfazer a condição dada pela Equação 2.35.

$$\phi \cdot v_n \geq v_u \quad \text{Equação 2.35}$$

Onde,

$\phi$  : Fator de redução da resistência nominal da ligação laje-pilar. Assume o valor de 0,75 para seções controladas por cisalhamento.

Segundo esta norma, a resistência ao cisalhamento nominal para lajes sem armadura de cisalhamento deve ser calculada pela

$$v_n = v_c \quad \text{Equação 2.36}$$

### 2.4.3.2. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto

O ACI 318-14 assume que a distribuição das tensões de cisalhamento no perímetro crítico varia linearmente em torno do centroide da seção crítica, conforme é apresentado na Figura 2.13.

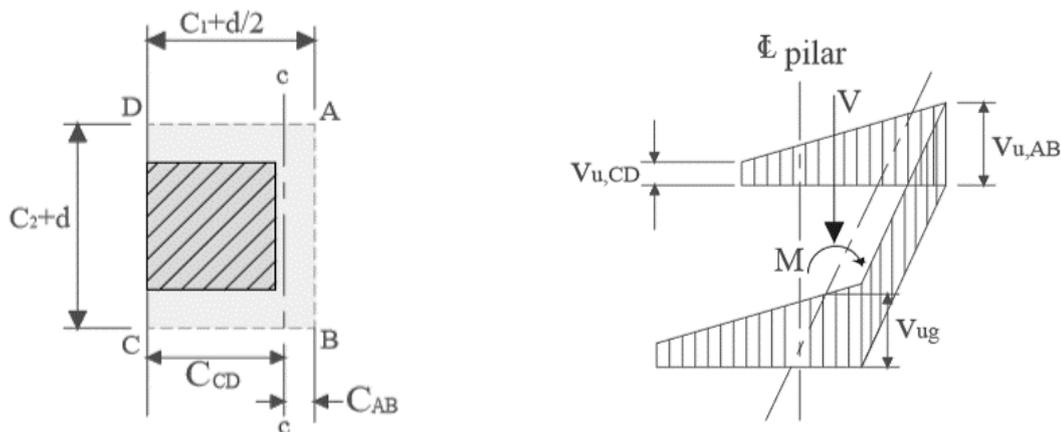


Figura 2.13 - Variação de tensões assumida para uma ligação laje/pilar de borda - ACI 318-

14

A partir disso, o ACI 318:14 prevê que a máxima tensão de cisalhamento seja calculada por meio da Equação 2.37 ou da Equação 2.38.

$$v_{u, AB} = v_{ug} + \frac{\gamma_v \cdot M_{sc} \cdot C_{AB}}{J_c} \quad \text{Equação 2.37}$$

$$v_{u, CD} = v_{ug} - \frac{\gamma_v \cdot M_{sc} \cdot C_{CD}}{J_c} \quad \text{Equação 2.38}$$

Sendo,

$C_{AB}$  : excentricidade do perímetro crítico em relação a face AB de seu próprio perímetro;

$C_{CB}$  : excentricidade do perímetro crítico em relação a face BC de seu próprio perímetro;

$J_c$  : propriedade da seção crítica assumida, análoga ao momento polar de inércia;

$\gamma_v$  : coeficiente que fornece a parcela do momento transferida por excentricidade do carregamento sobre o centroide da seção crítica. Este parâmetro é obtido pela Equação 2.39, onde  $\gamma_f$  é o coeficiente que fornece a parcela do momento transmitida por flexão.

$$\gamma_v = (1 - \gamma_f) \quad \text{Equação 2.39}$$

Em seu trabalho, Santos (2010) apresenta uma explicação para o cálculo da tensão solicitante no caso de ligações laje-pilar de borda, com ação de momento nas duas direções ortogonais. A Figura 2.14 apresenta as distribuições de tensões no perímetro crítico, resultantes de cada sollicitação.

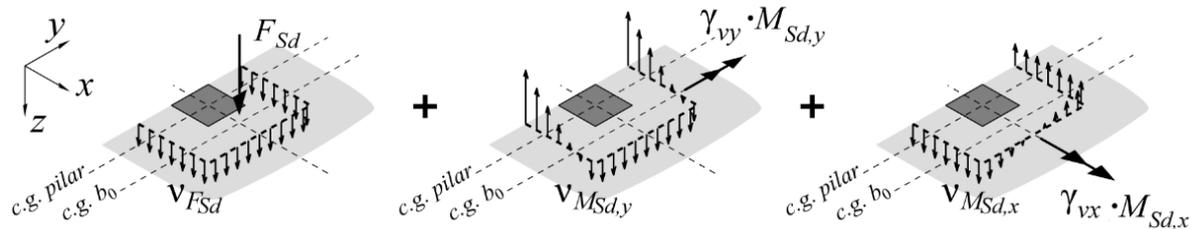


Figura 2.14 – Tensões solicitantes em ligações laje-pilar de borda – Santos (2018)

Dessa forma o cálculo da tensão solicitante, segundo as deduções realizadas por Santos (2018), é realizado pela Equação 2.40.

$$v_u = \max_{(x,y) \in b} \left\{ \frac{F_{Sd}}{b_0 \cdot d} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{Sd,y} \cdot (x - x_{cg,b})}{J_y} - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{Sd,x} \cdot (y - y_{cg,b})}{J_x} \right\} \quad \text{Equação 2.40}$$

Onde:

$F_{Sd}$  : reação atuante na ligação laje/pilar;

$b_0$  : perímetro crítico;

$d$  : altura útil, dada pela média das alturas efetivas nas duas direções ortogonais;

$M_{Sd,y}$  : momento fletor solicitante transferido da laje para o pilar na direção y;

$M_{Sd,x}$  : momento fletor solicitante transferido da laje para o pilar na direção x;

$x$  e  $y$  : coordenadas do ponto no plano médio da laje onde a tensão solicitante está sendo avaliada. Os pontos  $(x, y)$  devem pertencer ao perímetro crítico, ou seja,  $v_u$  é uma função linear com domínio restrito:  $(x, y) \in b_0$ . Para perímetros poligonais, o máximo dessa função sempre ocorrerá em algum vértice de  $b_0$ ;

$J_y$  : propriedade análoga ao momento de inércia polar da seção crítica em relação ao eixo de ação do momento fletor  $M_{sd, y}$  . Seu cálculo é realizado pela Equação 2.41;

$J_x$  : propriedade análoga ao momento de inércia polar da seção crítica em relação ao eixo de ação do momento fletor  $M_{sd, x}$  . Seu cálculo é realizado pela Equação 2.42;

$$J_x = \sum_{b_0} J_{\Delta b, x} \quad \text{Equação 2.41}$$

$$J_y = \sum_{b_0} J_{\Delta b, y} \quad \text{Equação 2.42}$$

Sendo que  $\Delta b$  se refere a trechos do perímetro crítico  $b_0$  .

Nas faces ( $\Delta b.d$ ) perpendiculares ao momento fletor considerado,  $J$  corresponde ao momento polar da face em relação ao eixo do momento fletor conforme apresentado nas equações a seguir.

$$J_{\Delta b, y} = \int_{A_i} (x^2 + z^2) dA \quad \text{Equação 2.43}$$

$$J_{\Delta b, x} = \int_{A_i} (y^2 + z^2) dA \quad \text{Equação 2.44}$$

Nas faces não perpendiculares ao eixo do momento fletor considerado,  $J$  corresponde ao momento de 2ª ordem da face em relação ao eixo do momento fletor conforme apresentado nas equações a seguir.

$$J_{\Delta b, y} = I_{\Delta b, y} = \int_{A_i} x^2 dA \quad \text{Equação 2.45}$$

$$J_{\Delta b, x} = I_{\Delta b, x} = \int_{A_i} y^2 dA \quad \text{Equação 2.46}$$

Onde  $dA$  é a área infinitesimal da face  $A_i$  da seção crítica.

$\gamma_{vy}$  e  $\gamma_{vx}$  : coeficientes que fornecem a parcela do momento fletor transmitida por cisalhamento nas direções y e x, respectivamente. São obtidos pelas equações a seguir.

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_{0,x}}{b_{0,y}}}} \quad \text{Equação 2.47}$$

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_{0,y}}{b_{0,x}}}} \quad \text{Equação 2.48}$$

Onde  $b_{0,x}$  e  $b_{0,y}$  são as dimensões projetadas do perímetro crítico nas direções x e y, respectivamente.

### 2.4.3.3. Verificação da Tensão Resistente

No cálculo proposto pelo ACI 318M:14, o valor da tensão resistente de projeto depende de algumas condições, por exemplo: casos em que há ou não protensão e casos em que há ou não armadura contra o cisalhamento.

A metodologia adotada por esta norma propõe que, para membros de espessura uniforme e sem armadura de cisalhamento, a verificação ao cisalhamento apenas na superfície crítica anteriormente citada é suficiente.

Para lajes não protendidas, a tensão resistente proveniente do concreto é dada pelo menor resultado obtido pelas equações a seguir.

$$v_c = 0,33\lambda\sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2.49}$$

$$v_c = 0,17\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\lambda\sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2.50}$$

$$v_c = 0,083\left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o}\right)\lambda\sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2.51}$$

Sendo:

$$\beta = \frac{L_{\text{pilar}}}{l_{\text{pilar}}} \quad \text{Equação 2.52}$$

Onde,

$b_o$ : perímetro da seção crítica (no caso de pilares de borda  $b_o = 3.c + 2.d$ );

$\lambda$ : coeficiente de peso do concreto (no caso de concreto de peso normal, seu valor é igual a 1);

$d$ : altura média efetiva da laje;

$L_{\text{pilar}}$ : maior dimensão da seção do pilar;

$l_{\text{pilar}}$ : menor dimensão da seção do pilar;

$\alpha_s$ : equivale a 40 para pilares de centro, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

$f'_c$ : Resistência à compressão do concreto.

No caso de lajes protendidas, a tensão resistente ao cisalhamento é função da resistência do concreto e das componentes horizontal e vertical devido à protensão. A componente horizontal promove o confinamento da seção e a componente vertical atua como uma carga equilibrante ou de desvio dentro do perímetro crítico. Neste caso, a estimativa da tensão resistente é dada pelo menor valor obtido entre a Equação 2.53.

$$v_c = 0,29\lambda\sqrt{f'_c} + 0,3f_{cp} + \frac{V_p}{b_o d} \quad \text{Equação 2.53}$$

$$v_c = 0,083\left(1,5 + \frac{\alpha_s d}{b}\right)\lambda\sqrt{f'_c} + 0,3f_{cp} + \frac{V_p}{b_o d} \quad \text{Equação 2.54}$$

Onde,

$f'_c$ : resistência característica do concreto, sendo que  $\sqrt{f'_c}$  não deve exceder 5,8 MPa;

$f_{cp}$ : tensão efetiva de protensão, não devendo exceder 3,5 MPa;

$V_p$ : componente vertical devido a todas as forças verticais efetivas em razão da protensão que atravessam a seção crítica;

Para que a equação de tensão resistente seja válida, devem ser cumpridas as seguintes exigências:

1. A armadura aderente deve ser providenciada de acordo com as condições em que é exigido pela norma nos itens 8.6.2.3 e 8.7.5.3
2. Nenhuma parte da seção transversal do pilar deve estar a uma distância menor do que  $4.d$  de uma borda descontínua;
3. A protensão efetiva  $f_{cp}$  em cada direção não deve ser inferior 0,9 MPa.

#### 2.4.4. *fib* Model Code (2010)

O modelo de cálculo da resistência a punção apresentado pelo *fib* Model Code 2010, é baseado na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento. Sendo que, a produção desse código se deu por uma produção conjunta da CEB com a FIP, tendo sua primeira versão datada em 1978.

O perímetro básico de controle ( $b_1$ ), adotado pelo *fib* Model Code 2010, é tomado a uma distância de  $0,5.d_v$  a partir da área de suporte, conforme apresentado na Figura 2.17. O parâmetro  $d_v$  é definido como a altura útil resistente ao cisalhamento, levando em consideração a penetração do pilar na laje. A Figura 2.15 e a Figura 2.16 exemplificam esse parâmetro.

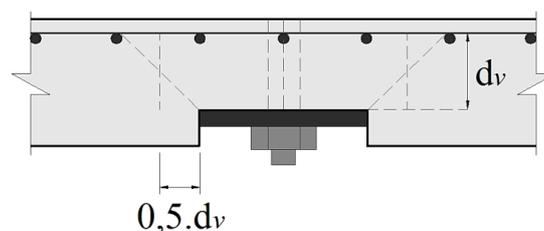


Figura 2.15 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ )

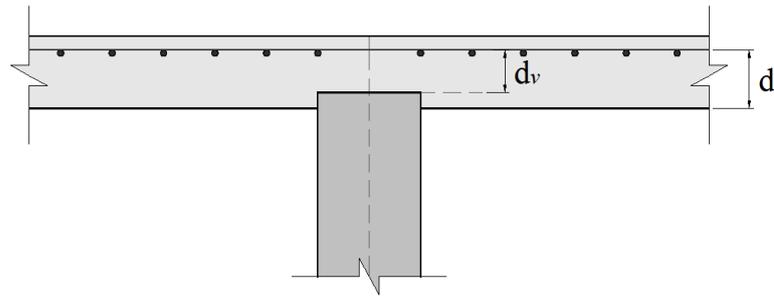


Figura 2.16 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ ) e altura útil da laje ( $d$ )

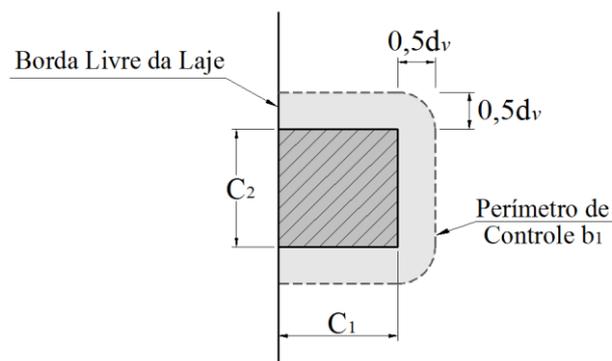


Figura 2.17 – Perímetro básico de controle ( $b_1$ ) de acordo com o *fib* Model Code 2010

No cálculo da resistência ao cisalhamento, utiliza-se o perímetro de controle resistente ao cisalhamento ( $b_o$ ), o qual é obtido a partir do perímetro básico de controle ( $b_1$ ) e leva em consideração a distribuição não-linear das forças de cisalhamento ao longo do perímetro básico de controle.

No caso das características deste trabalho, duas causas de distribuição não linear das forças de cisalhamento devem ser consideradas. A primeira delas é a concentração de forças de cisalhamento nos cantos de grandes áreas de suporte. Esse efeito é aproximadamente considerado reduzindo-se o perímetro básico de controle ( $b_{1, red}$ ), assumindo que os seus lados retos não possuam comprimento superior a  $3.d_v$  a partir de cada extremidade.

Em seguida, deve-se levar em consideração a concentração de forças de cisalhamento devido ao momento transmitido entre a laje e a área de suporte, que neste caso é o pilar. Este efeito é

aproximadamente estimado multiplicando-se o comprimento do perímetro de controle básico reduzido ( $b_{1, red}$ ) pelo coeficiente de excentricidade, conforme apresentado na Equação 2.55.

$$b_o = k_e b_{1, red} \quad \text{Equação 2.55}$$

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u / b_u} \quad \text{Equação 2.56}$$

Onde:

$e_u$  : Excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro de controle básico;

$b_u$  : Diâmetro de um círculo com mesma área da superfície de controle básico.

#### 2.4.4.1. Verificação da seção de controle

A tensão resistente de cálculo é obtida por meio da Equação 2.57, devendo ser superior à força de cisalhamento atuante. A primeira componente da resistência à punção é relativa à resistência atribuída ao concreto, enquanto a segunda parcela diz respeito a resistência fornecida pelo aço da armadura de cisalhamento.

$$V_R = V_{R,c} + V_{R,s} \geq V_E \quad \text{Equação 2.57}$$

Onde,

$V_R$  : Capacidade de carga da laje.

$V_{R,c}$  : Parcela referente à resistência do concreto;

$V_{R,s}$  : Parcela referente à resistência das armaduras de cisalhamento;

$V_E$  : Força de cisalhamento atuante.

Como neste trabalho não há casos com armadura de cisalhamento, apenas a parcela referente à resistência do concreto será considerada para o cálculo da capacidade de carga da ligação laje-pilar.

#### 2.4.4.2. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal

A resistência à punção atribuída ao concreto pode ser obtida pela Equação 2.58.

$$V_{R,c} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_o d_v \quad \text{Equação 2.58}$$

Sendo:

$f_{ck}$  : Resistência característica do concreto expresso em MPa;

$b_o$  : Perímetro de controle resistente ao cisalhamento.

O parâmetro  $k_{\psi}$  depende da deformação (rotação) da laje, sendo obtido pela Equação 2.59.

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9k_{dg}\psi d} \leq 0,6 \quad \text{Equação 2.59}$$

Nesta equação,  $k_{dg}$  é o parâmetro que considera a influência do diâmetro máximo do agregado ( $d_g$ ), sendo obtido de acordo com a Equação 2.60.

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad \text{Equação 2.60}$$

O cálculo da rotação da laje em torno do pilar ( $\psi$ ), a qual está ilustrada na Figura 2.18, é realizado em quatro níveis de aproximação. A escolha do nível adequado de aproximação depende principalmente do contexto da análise realizada (cálculos preliminares ou detalhados) e do potencial de economia que pode ser obtido se um nível mais refinado de aproximação for realizado.

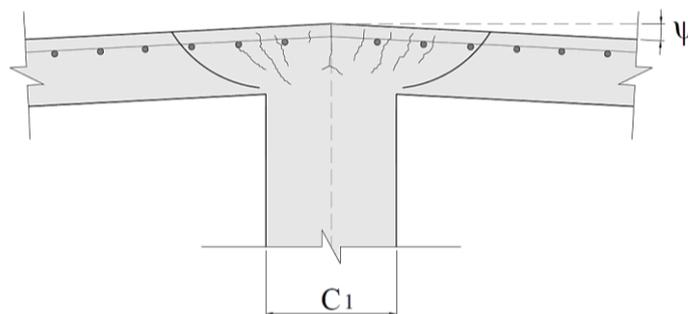


Figura 2.18 – Rotação ( $\psi$ ) da laje segundo o *fib* Model Code 2010

Segundo o fib Model Code 2010, a rotação deve ser calculada ao longo das duas direções principais da armadura.

O primeiro nível de aproximação é aplicado em etapas preliminares de dimensionamento, nas quais as lajes são dimensionadas de acordo com uma análise elástica, sem redistribuição significativa das forças internas. Sua estimativa é dada pela Equação 2.61.

$$\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \frac{f_y}{E_s} \quad \text{Equação 2.61}$$

Onde,  $r_s$  representa a posição em que o momento de flexão radial é zero em relação ao eixo em questão, sendo que o código apresenta valores de aproximação aceitáveis para este parâmetro.

O segundo nível de aproximação é aplicado aos casos nos quais uma significativa redistribuição do momento fletor é considerada no projeto. Nesse nível, a rotação da placa é calculada pela Equação 2.62.

$$\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \frac{f_y}{E_s} \left( \frac{m_s}{m_R} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.62}$$

Onde,

$m_R$  : resistência à flexão média por unidade de comprimento na faixa do apoio na a direção considerada.

$m_s$  : momento médio por unidade de comprimento usado no cálculo da armadura de flexão na faixa do apoio na direção considerada.

No caso de ligações laje-pilar de borda, considerando a tensão na armadura paralela à borda,  $m_s$  é obtido pela Equação 2.63.

$$m_s = V_E \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) \geq \frac{V_E}{4} \quad \text{Equação 2.63}$$

Para o cálculo considerando a tensão na armadura perpendicular à borda,  $m_s$  é calculado pela Equação 2.64.

$$m_s = V_E \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) \quad \text{Equação 2.64}$$

$b_s$  : largura da faixa de suporte, obtida pela Equação 2.65.

$$b_s = 1,5 \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{\min} \quad \text{Equação 2.65}$$

Nas equações acima, o termo  $e_{u,i}$  refere-se à excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro básico de controle na direção de estudo.

Para lajes protendidas, a Equação 2.62 pode ser substituída pela Equação 2.66, na qual  $m_p$  denota o momento médio de descompressão na largura da faixa do apoio ( $b_s$ ) devido à protensão

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left( \frac{m_s - m_p}{m_R - m_p} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.66}$$

O terceiro nível de aproximação é recomendado para lajes irregulares ou lajes lisas nas quais a relação dos comprimentos ( $L_x/L_y$ ) não está entre 0,5 e 2,0. A mudança para o segundo nível se dá pela substituição do coeficiente 1,5 por 1,2, conforme é exibido na Equação 2.67.

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left( \frac{m_s}{m_R} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.67}$$

Para o caso de pilares de borda e de canto, deve-se considerar o valor mínimo para  $r_s$  indicado pela Equação 2.68.

$$r_s \geq 0,67b_{sr} \quad \text{Equação 2.68}$$

No nível quatro, a rotação ( $\psi$ ) é calculada com base numa análise não linear da estrutura e contabilização de quaisquer efeitos não lineares relevantes para fornecer uma avaliação precisa da estrutura.

### 3. METODOLOGIA

A partir da revisão bibliográfica apresentada no tópico 2, foram escolhidas para análise, as lajes L09 a L16 de Gomes (2010), por apresentar momento nas duas direções. As principais características dessas lajes estão apresentadas na Tabela 3.1. Nessas, foram aplicadas as recomendações propostas pela NBR 6118:2014, pelo Eurocode 2:2004, pelo ACI 318:2014 e *fib* Model Code 2010 para a estimativa da resistência à punção.

De acordo com a metodologia descrita a seguir, ou seja, as prescrições normativas e interpretações apresentadas, obteve-se a carga de ruptura estimada. A partir desses resultados, foi feita uma análise comparativa entre a força de ruptura estimada e a força de ruptura experimental. O objetivo dessa análise foi obter o nível de precisão das normas aplicadas.

É importante ressaltar que em situações experimentais utiliza-se valores característicos, ou seja, não há minoração das resistências envolvidas no cálculo. Como a análise proposta neste trabalho envolve resultados experimentais, para manter a compatibilidade dos resultados, os coeficientes de minoração do concreto ( $\gamma_c$ ) e do aço ( $\gamma_s$ ) são tomados iguais a 1.

Sendo assim, serão explanadas nos tópicos a seguir, as considerações feitas para os cálculos propostos pelas prescrições da NBR 6118:2014, do Eurocode 2:2004, do ACI 318:2014 e do *fib* Model Code.

Tabela 3.1 – Banco de dados

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Largura (mm)</b>	<b>Comprimento (mm)</b>	<b>Altura da laje (mm)</b>	<b>Altura útil (mm)</b>	<b>Dimensão C2 –Pilar (mm)</b>	<b>Dimensão C1 –Pilar (mm)</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>M    (kN.m)</b>	<b>M ⊥ (kN.m)</b>	<b>fcm (MPa)</b>
<b>Gomes</b>	L09	1200	2000	120	96	200	200	151,8	60,42	40,38	54,4
<b>Gomes</b>	L10	1200	2000	120	97	200	200	133,8	56,60	74,79	55,5
<b>Gomes</b>	L11	1200	2000	120	99	200	200	169,5	42,38	57,29	54,4
<b>Gomes</b>	L12	1200	2000	120	98	200	200	147,1	36,78	73,11	54,4
<b>Gomes</b>	L13	1200	2000	120	102	200	200	141,3	35,33	74,61	55,2
<b>Gomes</b>	L14	1200	2000	120	95	200	200	160,4	63,20	49,56	55,5
<b>Gomes</b>	L15	1200	2000	120	97	200	200	177,1	44,28	52,6	55,2
<b>Gomes</b>	L16	1200	2000	120	99	200	200	142,8	59,83	81,68	55,2

### 3.1. METODOLOGIA DA NBR 6118:2014

#### 3.1.1. Cálculo da Resistência à Punção

As lajes que compõem o banco de dados apresentaram ruptura por tração diagonal do concreto. Sendo assim, o cálculo da resistência à punção foi realizado com base na tensão resistente a tração do concreto.

Dessa forma, a carga de ruptura estimada foi calculada a partir dos parâmetros, como: perímetro crítico, altura útil da laje, módulo de resistência plástica, excentricidade, *size effect* e coeficiente de forma.

No caso de dados experimentais, é realizado o cálculo da resistência característica ( $\tau_{Rk1}$ ) adotando-se  $\gamma_c$  igual a 1. Dessa forma, a Equação 2.12 assume a forma dada pela Equação 3.1.

$$\tau_{Rk1} = 0,182 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 3.1}$$

Optou-se por não majorar a parcela referente ao efeito da protensão, pelo fato de que a tensão normal resultante das forças de protensão é um fator favorável à resistência.

#### 3.1.2. Cálculo dos Perímetros Críticos

O cálculo dos perímetros críticos foi realizado de acordo com as prescrições da NBR 6118:2014, conforme está descrito no item 2.4.1 deste trabalho. Na Tabela Anexo 1.1 são apresentados os valores calculados para os perímetros críticos.

#### 3.1.3. Cálculo da Taxa de Armadura Tracionada

O cálculo da taxa de armadura tracionada foi feito, conforme recomendado, para a área correspondente à seção que dista  $3 \cdot d$  da face do pilar. As taxas de armadura utilizadas nos cálculos deste trabalho foram obtidas pelos dados de distribuição da armadura disponibilizados pelo autor. Estes valores podem ser conferidos na Tabela Anexo 1.2.

### **3.1.4. Cálculo da Tensão Normal de Protensão**

A NBR 6118:1024 não especifica a distância do pilar para a qual deve-se considerar os cabos de protensão. Dessa forma, no cálculo da tensão normal de protensão, considerou-se a contribuição dos cabos que passam na seção distante  $2.d$  da face do pilar.

Os valores da força de protensão aplicada nos cabos presentes em cada laje e os resultados do cálculo da tensão normal estão apresentados na Tabela Anexo 1.3.

### **3.1.5. Cálculo da Tensão Vertical devido à Protensão**

A metodologia apresentada pela NBR 6118:2014 considera um alívio nas solicitações devido a atuação da parcela vertical da tensão de protensão atuante nas lajes. Considerou-se, para esse alívio, a contribuição dos cabos que passam na seção distante  $d/2$  da face do pilar.

Os valores dos ângulos de inclinação dos cabos e a tensão vertical atuante na redução da solicitação são encontrados na Tabela Anexo 1.4. Os ângulos de inclinação dos cabos foram obtidos a partir dos dados disponibilizados pelo autor.

### **3.1.6. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica**

A NBR 6118:2014, no caso de pilares de extremidade, não sugere nenhuma fórmula para o cálculo do módulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre ( $W_{p1}$ ) e do módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre ( $W_{p2}$ ), necessários para o cálculo da tensão solicitante de projeto.

De acordo com Giordano (2008), como a distribuição de tensões devido à parcela do momento a ser transferida ao pilar por cisalhamento é feita em relação ao eixo que passa pelo centroide do perímetro crítico, o cálculo do módulo de resistência plástica deve ser feito em relação a esse mesmo eixo.

As equações usadas para o cálculo dos módulos de resistência plástica estão apresentadas a seguir e os resultados obtidos encontram-se nas Tabelas Anexo 1.5 e 1.7.

- $W_{p1}$  em relação ao eixo que passa pelo centroide do perímetro crítico, conforme sugerido por Giordano (2008):

$$e_{c,u} \leq \frac{C_1^2 + 2.\pi.d.C_1 + C_1.C_2 + 2.d.C_2 + 8.d^2}{2.C_1 + C_2 + 2.\pi.d} \quad \text{Equação 3.2}$$

Se  $e_{c,u} \leq C_1$ , então:

$$W_{p1} = 2.e_0^2 \quad \text{Equação 3.3}$$

Se  $C_1 < e_{c,u} \leq C_1 + 4.d / \pi$ , então:

$$W_{p1} = 2.C_1.(e_{c,u} - \frac{C_1}{2}) + 2.\pi.d.(C_1 + \frac{4.d}{\pi} - e_{c,u}) + C_2.(C_1 + 2.d - e_{c,u}) \quad \text{Equação 3.4}$$

Se  $e_{c,u} > C_1 + 4.d / \pi$  então:

$$W_{p1} = 2.C_1.(e_{c,u} - \frac{C_1}{2}) + 2.\pi.d.(e_{c,u} - C_1 + \frac{4.d}{\pi}) + C_2.(C_1 + 2.d - e_{c,u}) \quad \text{Equação 3.5}$$

Onde,

$e_{c,u}$  : centro de gravidade do perímetro crítico.

- $W_{p2}$  em relação ao eixo que passa pelo centroide perímetro crítico:

$$W_{p2} = C_1.C_2 + 4.d.C_1 + \pi.d.C_2 + \frac{C_2^2}{4} + 8.d^2 \quad \text{Equação 3.6}$$

### 3.1.7. Cálculo das Excentricidades

Segundo a metodologia apresentada pela NBR 6118:2104, a força vertical age uniformemente em toda a área da seção crítica reduzida. Porém, essa força vertical é obtida no centro de gravidade do pilar e o seu deslocamento para o centro de gravidade do perímetro reduzido provoca uma excentricidade que deve ser considerada no cálculo do momento atuante no eixo paralelo à borda livre.

De acordo com Giordano (2008), assim como a distribuição de tensões devido à parcela do momento a ser transferida ao pilar por cisalhamento é feita em relação ao eixo que passa pelo centroide do perímetro crítico, a excentricidade deve ser calculada em relação a esse mesmo eixo.

Sendo assim, as duas recomendações foram consideradas, obtendo-se uma excentricidade em relação ao perímetro crítico reduzido ( $e^*$ ) e uma excentricidade em relação ao centro de gravidade do perímetro crítico ( $e_g$ ). Os resultados estão apresentados na Tabela Anexo 1.7.

### **3.1.8. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada**

Seguindo as considerações descritas acima, obteve-se duas hipóteses para o cálculo dos valores de carga de ruptura estimada. Essas podem ser resumidas da seguinte forma:

- Hipótese 1: adotou-se o  $W_{p1}$  em relação ao eixo do centroide do perímetro crítico e a excentricidade do perímetro crítico reduzido. (NBR<sub>1</sub>)
- Hipótese 2: adotou-se o  $W_{p1}$  em relação ao eixo do centroide do perímetro crítico e a excentricidade do perímetro crítico, seguindo as recomendações de Giordano (2008). (NBR<sub>2</sub>)

## **3.2. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO EUROCODE 2:2004**

Devida à similaridade da prescrição normativa da NBR 6118:2014 com a prescrição normativa do Eurocode 2:2004, os seguintes parâmetros foram calculados da mesma forma: perímetros críticos, taxas de armadura e a tensão normal de protensão. Os resultados obtidos para estes parâmetros estão apresentados na Tabela Anexo 1.1, Tabela Anexo 1.2 e Tabela Anexo 1.4.

A proposta de cálculo do Eurocode 2:2004 para o cálculo do módulo de resistência plástica, da excentricidade e do *size effect* está descrita a seguir.

### **3.2.1. Cálculo da Resistência à Punção**

O cálculo da resistência à punção foi realizado com base na tensão resistente a tração do concreto, já que as lajes que compõem o banco de dados apresentaram ruptura por tração diagonal do concreto.

Dessa forma, a carga de ruptura estimada foi calculada a partir dos parâmetros, como: perímetro crítico, altura útil da laje, módulo de resistência plástica, excentricidade, *size effect* e coeficiente de forma.

O cálculo foi realizado com base na resistência característica adotando-se  $\gamma_c$  igual a 1. Seguindo as deduções apresentadas por Santos (2018), a Equação 2.28 e a Equação 2.29 assumem a forma dada pela Equação 3.7 e Equação 3.8, respectivamente.

$$v_{Rk,c} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 3.7}$$

$$v_{Rk,c} > 0,0525 \cdot \sqrt{\xi^3 \cdot f_{ck}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 3.8}$$

Optou-se por não majorar essa parcela referente ao efeito da protensão pelo fato de que a tensão normal devido às forças de protensão é um fator favorável à resistência.

### 3.2.2. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica

Segundo o Eurocode 2:2004, o módulo de resistência plástica ( $W_1$ ) deve ser determinado em relação ao centroide do perímetro crítico. Diferentemente da norma brasileira, o Eurocode 2:2004 não apresenta a parcela contendo o momento fletor em torno do eixo paralelo à borda livre, e consequentemente, não considera o módulo de resistência plástica correspondente.

Dessa forma, apenas o módulo de resistência plástica em relação ao eixo perpendicular à borda livre é utilizado. A Equação 3.9 apresenta a relação para obter o  $W_1$ , sendo que os resultados correspondentes estão dispostos na Tabela Anexo 1.6.

$$W_1 = C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot d \cdot C_1 + \pi \cdot d \cdot C_2 + \frac{C_2^2}{4} + 8 \cdot d^2 \quad \text{Equação 3.9}$$

### 3.2.3. Cálculo da Excentricidade

O Eurocode 2:2004 considera em seus cálculos apenas a excentricidade paralela à borda livre resultante do momento em torno de um eixo perpendicular à borda da laje. Dessa forma, a excentricidade ( $e_{par}$ ), considerada no cálculo do coeficiente  $\beta_{sd}$ , foi obtida pela razão entre o

momento fletor atuante no eixo perpendicular à borda livre e a carga última de ruptura experimental. Os resultados obtidos no cálculo da excentricidade estão apresentados na Tabela Anexo 1.7.

#### **3.2.4. Limitação do *Size Effect***

A obtenção do *size effect* pelo Eurocode 2:2004 é semelhante a equação proposta pela NBR 6118:12014. Entretanto, pode-se ressaltar que a primeira norma limita o valor deste parâmetro a 2.

### **3.3. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO ACI 318:2014**

O ACI 318:2014 apresenta limitações a alguns parâmetros aplicados no cálculo da carga de ruptura. Dessa forma, algumas hipóteses foram adotadas a fim de analisar a influência desses parâmetros na estima da carga de ruptura. Essas hipóteses e as demais considerações relevantes são apresentadas a seguir.

#### **3.3.1. Cálculo da protensão efetiva ( $f_{pc}$ )**

Segundo o ACI 318:2014, a protensão efetiva ( $f_{pc}$ ) é a média de  $f_{pc}$  nas duas direções e não deve exceder a 3,5 MPa. Este parâmetro é relativo à força de protensão aplicada nos cabos que cruzam a superfície do perímetro crítico, distribuída na seção desse mesmo perímetro.

Dessa forma, para os cabos paralelos, a seção considerada foi a referente ao comprimento  $b_x$ , já para os cabos perpendiculares, a seção considerada foi a referente ao comprimento  $b_y$  do perímetro.

#### **3.3.2. Cálculo da Força Vertical devido aos Cabos de Protensão ( $V_p$ )**

O parâmetro  $V_p$  é a componente vertical de todas as forças de protensão efetivas que atravessam a seção crítica. O ACI 318-14 não apresenta recomendação de cálculo deste parâmetro, de modo que foi aplicada metodologia semelhante a aplicada pela NBR 6118:2014.

Dessa forma, o cálculo da força  $V_p$  foi realizado pela decomposição da força aplicada nos cabos que atravessam o perímetro crítico, em relação ao ângulo formado entre os cabos e o plano horizontal da laje.

### 3.3.3. Correção dos Momentos Fletores

O ACI 318:2014 utiliza, no cálculo da tensão solicitante (Equação 2.40), o momento fletor solicitante transferido da laje para o pilar. Seguindo as recomendações de Santos (2018), a obtenção desse momento foi realizada considerando-se uma correção através da redução dos momentos fletores obtidos pela análise estrutural pela parcela dos momentos fletores  $M_{Sk,y}^*$  e  $M_{Sk,x}^*$ .

Esta consideração se deve ao fato de que, segundo a dedução da tensão solicitante, a força vertical age uniformemente em toda a área da seção crítica, de modo que sua resultante se encontra no centro de gravidade desta seção. Entretanto, na análise estrutural, a força vertical é obtida no centro de gravidade do pilar, e seu deslocamento para o centro de gravidade do perímetro crítico provoca momentos fletores iguais a:

$$M_{Sk,y}^* = F_{Sk} \cdot x_{cg,b} \quad \text{Equação 3.10}$$

$$M_{Sk,x}^* = F_{Sk} \cdot y_{cg,b} \quad \text{Equação 3.11}$$

### 3.3.4. Cálculo do Momento Polar de Inércia ( $J_c$ )

O parâmetro  $J_c$  é descrito pelo ACI 318:2014 como uma propriedade análoga ao momento polar de inércia polar da seção crítica em relação aos eixos dos momentos fletores. Sendo assim, seu cálculo foi realizado para cada face do perímetro de acordo com as expressões deduzidas por Santos (2018).

Em cada face perpendicular ao eixo de ação do momento fletor,  $J$  corresponde ao momento polar de inércia da face, conforme dado pela Equação 2.43 e pela Equação 2.44.

Nas demais faces não perpendiculares ao eixo de ação do momento fletor,  $J$  corresponde ao momento de 2ª ordem da face em relação ao eixo de ação do momento fletor, conforme apresentado pela Equação 2.45 e pela Equação 2.46.

Dessa forma, sendo  $(x_a, y_a)$  e  $(x_b, y_b)$  as coordenadas dos vértices de um dado trecho do perímetro crítico, em faces perpendiculares ao eixo  $y$ , aplica-se a Equação 3.12 e a Equação 3.13.

$$J_{\Delta b,y} = \left| \frac{d}{3} \left[ (x_b - x_{cg})^3 - (x_a - x_{cg})^3 + \frac{d^3}{12} (x_b - x_a) \right] \right| \quad \text{Equação 3.12}$$

$$J_{\Delta b,x} = \left| d (x_b - x_a) (y_b - y_{cg})^2 \right| \quad \text{Equação 3.13}$$

Já nas faces perpendiculares ao eixo x, aplica-se a Equação 3.14 e a Equação 3.15.

$$J_{\Delta b,y} = \left| d (y_b - y_a) (x_b - x_{cg})^2 \right| \quad \text{Equação 3.14}$$

$$J_{\Delta b,x} = \left| \frac{d}{3} \left[ (y_b - y_{cg})^3 - (y_a - y_{cg})^3 + \frac{d^3}{12} (y_b - y_a) \right] \right| \quad \text{Equação 3.15}$$

Por fim os somatórios da Equação 2.41 e da Equação 2.42 se aplicam para obter  $J_y$  e  $J_x$ .

### 3.3.5. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada

O ACI 318-14 apresenta, para o cálculo da tensão resistente de lajes protendidas, algumas restrições que foram apresentadas no item 2.4.3.3. Com o objetivo de avaliar a influência dessas restrições na estimativa da carga de ruptura, realizou-se o cálculo com algumas variações que serão detalhadas a seguir.

Segundo o ACI 318:14, uma das restrições para validade das equações aplicadas ao caso de lajes protendidas, é de que a distância da seção transversal do pilar até uma descontinuidade é menor do que quatro vezes a espessura da laje. Entretanto, a norma não especifica se, no caso de pilares de extremidade, a borda livre deve ser considerada uma descontinuidade.

Dessa forma, aplicou-se neste trabalho a interpretação adotada por Gomes (2010), segundo a qual a borda livre da laje é considerada como uma descontinuidade. Sendo assim, segundo o autor, a protensão não é completamente efetiva em todo o perímetro da seção crítica. Neste caso, seguindo a restrição da norma, a resistência à punção deveria ser tomada igual a de uma laje não protendida, aplicando-se a Equação 2.49, Equação 2.50 e Equação 2.51.

Entretanto, Gomes (2010) propõe que somente os cabos paralelos à borda livre sejam considerados para o cálculo da parcela  $V_p$ , o que, na prática, é o mesmo que não considerar o trecho do perímetro crítico paralelo à borda livre da laje. Dessa forma, a exigência é atendida e o cálculo se mantém a favor da segurança.

Além disso, o ACI 318-14 limita que a tensão efetiva de protensão ( $f_{pc}$ ) seja inferior a 3,5 MPa e que o valor de  $\sqrt{f'_c}$  não seja superior a 5,8 MPa. Essas limitações são justificadas pelo número limitado de dados experimentais com valores além destes limites.

Dessa forma, elaborou-se as seguintes hipóteses a fim de avaliar as limitações aplicadas pela norma.

- ACI<sub>1</sub>: O cálculo foi realizado desconsiderando a atuação da protensão na laje. Dessa forma, a tensão resistente ao cisalhamento foi obtida pelo menor resultado obtido entre a Equação 2.49, Equação 2.50 e Equação 2.51.
- ACI<sub>2</sub>: O cálculo foi realizado considerando tanto os cabos de armadura ativa perpendiculares quanto os paralelos à borda livre. Além disso, todas as demais limitações foram consideradas. Dessa forma, a tensão resistente ao cisalhamento foi obtida pelo menor resultado obtido entre a Equação 2.53 e a Equação 2.54.
- ACI<sub>3</sub>: O cálculo foi realizado considerando tanto os cabos de armadura ativa perpendiculares quanto os paralelos à borda, sem limitar os parâmetros  $f_{pc}$  e  $f'_c$ .
- ACI<sub>4</sub>: O cálculo foi realizado considerando apenas os cabos paralelos à borda livre, aplicando as limitações recomendadas aos parâmetros  $f_{pc}$  e  $f'_c$ .
- ACI<sub>5</sub>: O cálculo foi realizado considerando apenas os cabos paralelos à borda livre, sem limitar os parâmetros  $f_{pc}$  e  $f'_c$ .
- ACI<sub>6</sub>: Nesta hipótese, considerou-se apenas a limitação da tensão de protensão efetiva ( $f_{pc}$ ).

- ACI7: Nesta hipótese, considerou-se apenas a limitação da resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ )

### **3.4. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO *fib* MODEL CODE 2010**

O cálculo da resistência ao cisalhamento apresentada pelo *fib* Model Code 2010 é realizado de acordo com níveis de aproximação. O nível I é indicado para lajes regulares projetadas de acordo com a análise elástica sem redistribuição significativa das forças internas, sendo aplicado em etapas de pré-dimensionamento.

O nível II é indicado para os casos em que é considerada uma significativa redistribuição do momento fletor e o nível III é recomendado para lajes irregulares ou para lajes lisas onde a relação entre os comprimentos de vão ( $l_x / l_y$ ) não está entre 0,5 e 2,0. Por fim o nível IV é aplicado com base numa análise não linear da estrutura.

Dessa forma, com objetivo de comparar a precisão dos níveis de aproximação, foram estimados os valores de carga última para os níveis I, II e III. No caso dos níveis II e III o cálculo é iterativo, já que a carga última estimada depende da carga atuante na estrutura. Visto que todas as lajes presentes no banco de dados foram solicitadas até a ruptura, realizou-se o cálculo igualando a carga atuante e a carga última estimada.

#### **3.4.1. Nível I**

No cálculo dos valores de carga última estimada conforme o nível I, foi necessário a obtenção de alguns parâmetros presentes nas equações e de informações disponíveis no banco de dados. As considerações utilizadas para a obtenção desses valores podem ser encontradas nos tópicos a seguir.

##### **3.4.1.1. Cálculo do coeficiente de excentricidade ( $k_e$ )**

O coeficiente de excentricidade ( $k_e$ ) é um coeficiente de redução do perímetro de controle  $b_0$ . A aplicação desse coeficiente tem como objetivo considerar a distribuição não uniforme das forças de cisalhamento causada pela concentração dessas forças devido a transferência de momento entre a laje e a área suportada.

O *fib* Model Code 2010 propõe que o cálculo do  $k_e$  seja realizado a partir das características geométricas da laje e da excentricidade das cargas em relação ao centroide do perímetro crítico, conforme a Equação 2.56.

Simplificadamente, o código apresenta valores aproximados de  $k_e$  para os casos em que a estabilidade lateral não depende da ação do quadro de lajes e colunas e onde comprimento dos vãos adjacentes não diferem em mais de 25%.

Para o cálculo do  $k_e$  na estimativa de carga de ruptura, considerou-se que a estabilidade da estrutura depende das lajes, optando-se por utilizar o coeficiente calculado pela Equação 2.56.

#### **3.4.1.2. Cálculo do coeficiente de rotação da laje ( $k_\psi$ )**

Com objetivo de manter a correspondência com os resultados experimentais, nos quais utiliza-se valores característicos, adotou-se a sugestão apresentada por Moraes Neto (2013), de substituir a Equação 2.59 pela Equação 3.16. Essa foi proposta por Muttoni (2012) e descreve o valor médio do critério de ruína das lajes.

$$k_\psi = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{16 + d_g}} \quad \text{Equação 3.16}$$

#### **3.4.1.3. Cálculo do coeficiente de diâmetro máximo dos agregados ( $k_{dg}$ )**

O coeficiente  $k_{dg}$ , já incorporado pela Equação 3.16, depende do diâmetro máximo do agregado. O valor deste parâmetro, nas lajes presentes no banco de dados, foi obtido pelos dados fornecidos pelo autor. Gomes (2010) informa em seu trabalho que foi usado brita 0, de modo que o diâmetro máximo do agregado ( $d_g$ ) é igual a 12,5 mm.

#### **3.4.1.4. Cálculo do parâmetro $r_s$**

O parâmetro  $r_s$  denota a posição em que o momento fletor é zero em relação ao eixo de suporte. Seu cálculo pode ser aproximado por  $0,22.L_x$  ou  $0,22.L_y$ , no caso de lajes regulares em que a relação entre os vãos ( $L_x/L_y$ ) esteja entre 0,5 e 2,0.

Neste trabalho adotou-se a distância entre a aplicação de carga e o centro do pilar, já que o local no qual a carga é aplicada possui momento fletor nulo.

### 3.4.1.5. Cálculo da rotação da laje ( $\psi$ )

O cálculo da rotação da laje, segundo o nível I de aproximação, é dado pela Equação 2.61, na qual os parâmetros como módulo de elasticidade, tensão de escoamento e altura útil de flexão, foram obtidos pelos dados fornecidos pelo autor.

Segundo o *fib* Model Code 2010, a rotação da laje deve ser calculada ao longo das duas direções principais da armadura. Dessa forma, avalia-se em qual direção a rotação da laje é maior, sendo esta a direção crítica para ruptura.

### 3.4.2. Nível II

Os parâmetros apresentados para o nível I de aproximação são utilizados também para o nível II. Entretanto, nesse nível são adicionados, no cálculo da rotação da laje, os momentos resistente, solicitante e de descompressão, assim como os parâmetros necessários para calculá-los.

#### 3.4.2.1. Cálculo do comprimento da faixa de suporte ( $b_s$ )

O parâmetro  $b_s$  é o comprimento da faixa de suporte a ser considerada para o cálculo do momento médio atuante e do momento médio resistente na ligação laje e pilar. Esse comprimento é calculado pela Equação 2.65. Entretanto, deve-se ressaltar que nas proximidades da borda da laje, como é o caso de todas as lajes do banco de dados, o comprimento da faixa de suporte é limitado por  $b_{sr}$ . Segundo Muttoni (2011) essa limitação é apresentada pela Figura 3.1.

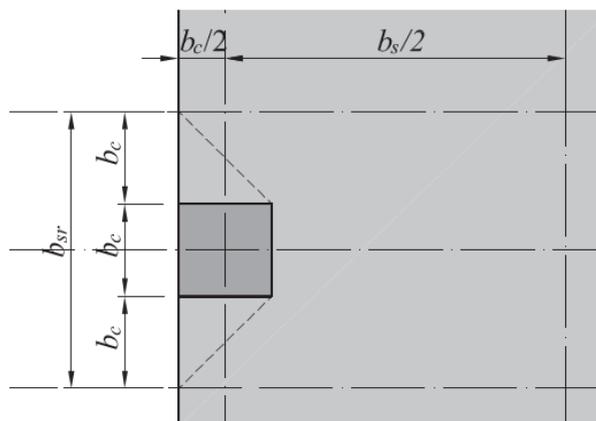


Figura 3.1 – Limitação do comprimento da faixa de suporte – Muttoni (2011)

### 3.4.2.2. Cálculo do Momento Resistente ( $m_r$ )

Segundo o *fib* Model Code 2010,  $m_r$  corresponde a resistência à flexão média por unidade de comprimento na faixa de suporte (para a direção considerada). O valor do momento resistente foi calculado pela Equação 3.17, conforme sugerido por Muttoni (2011).

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{yd} \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{yd}}{2 \cdot f_{cd}} \right) \quad \text{Equação 3.17}$$

As variáveis utilizadas na equação acima foram obtidas em relação à faixa de suporte  $b_s$ . Além disso, o *fib* Model Code 2010 apresenta a recomendação de que a resistência à flexão média por unidade de comprimento na faixa de suporte deve ser calculada contabilizando tanto a armadura passiva quanto a armadura ativa.

Em relação a armadura passiva, levou-se em consideração tanto a armadura negativa quanto a armadura positiva, já que esta contribui na resistência a flexão, atuando com uma armadura de compressão.

A contribuição da armadura ativa foi considerada calculando-se uma parcela do momento resistente devido a atuação dos cabos de protensão. Nesse cálculo, obteve-se a taxa de armadura ativa presente na faixa de suporte  $b_s$  e a tensão de escoamento considerada foi a tensão de escoamento dos cabos subtraída da tensão aplicada nos cabos durante a protensão.

### 3.4.2.3. Cálculo do Momento de Descompressão ( $m_p$ )

O momento de descompressão ( $m_p$ ) é o momento devido à protensão presente na faixa de suporte  $b_s$ . Para o cálculo deste parâmetro, utilizou-se a Equação 3.18 apresentada por Clément (2013).

$$m_p = n \cdot \left( \frac{h^2}{12 \cdot (d - h/2)} + e \right) \quad \text{Equação 3.18}$$

Onde,

n: força normal por unidade de comprimento;

h: altura da laje

e: excentricidade da força normal desde o centro de gravidade da seção.

Segundo Clément (2013), o momento de descompressão efetivamente explica a influência das forças no plano horizontal da laje e os momentos de flexão resultantes, levados em consideração por meio da excentricidade da protensão. As variáveis aplicadas na equação acima são explicadas pela Figura 3.2.

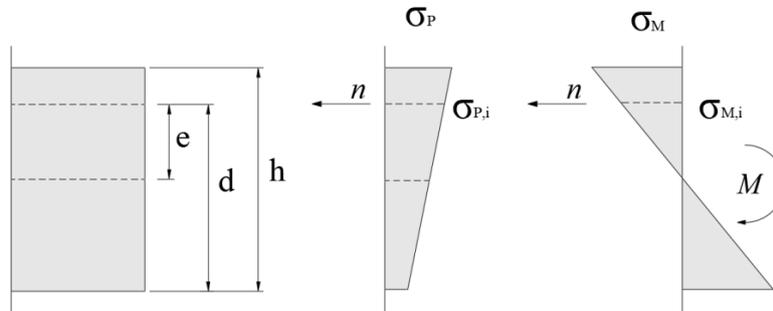


Figura 3.2 – Momento de descompressão – Clément (2013)

### 3.4.3. Nível III

Segundo o *fib* Model Code 2010, no nível III de aproximação, o coeficiente 1,5 da Equação 2.66 pode ser substituído por 1,2 caso  $r_s$  seja calculado usando um modelo elástico linear e  $m_{Ed}$  for calculado a partir de um modelo linear elástico como o valor médio do momento correspondente a armadura de flexão sobre a largura da faixa de suporte ( $b_s$ ).

A largura da faixa de suporte é calculada assim como nível II de aproximação, porém no caso de pilares de borda ou de canto, o seguinte valor mínimo de  $r_s$  deve ser considerado:

$$r_s \geq 0,67 \cdot b_{sr} \quad \text{Equação 3.19}$$

Os demais parâmetros foram calculados da mesma forma como calculados anteriormente no nível II de aproximação.

## 3.5. METODOLOGIA DE ANÁLISE

A metodologia de análise deste trabalho se baseia na comparação entre a força de ruptura estimada ( $V_R$ ) e a força de ruptura experimental ( $V_u$ ), com objetivo de obter o nível de precisão das normas aplicadas.

Dessa forma, será apresentada a relação  $V_u/V_R$  obtida para as lajes que compõem o banco de dados, conforme cada modelo normativo. Além disso, a partir da média, desvio padrão e coeficiente de variação referente à relação  $V_u/V_R$ , objetiva-se analisar estatisticamente os resultados obtidos.

Por fim, será aplicado o método de Collins (2001) adaptado por Moraes Neto (2013), denominado *Demerit Points Classification* – DPC. Esse consiste em classificar os resultados obtidos em faixas de segurança, conforme apresentado na Tabela 3.2. Aplicando-se as penalidades ao número de resultados obtidos correspondentes à faixa, obtém-se a penalidade total de cada metodologia de cálculo. Este critério é um método de análise de segurança que penaliza tanto os resultados contra à segurança quanto os resultados conservadores.

Tabela 3.2 – Critério de Collins (2001) adaptado por Moraes (2013)

$V_u/V_R$	Classificação	Penalidade
<0,50	Extremamente perigoso	10
[0.50-0.85[	Perigoso	5
[0.85-1.15[	Segurança apropriada	0
[1.15-2.00[	Conservador	1
$\geq 2.00$	Extremamente conservador	2

## 4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Os resultados obtidos para a resistência à punção e carga última de ruptura calculadas segundo a metodologia descrita no item 3. deste trabalho estão apresentados a seguir. Além disso, realizou-se um comparativo entre as cargas últimas estimadas ( $V_R$ ) e as cargas últimas reais ( $V_u$ ), permitindo a análise do desempenho das normas para as lajes do banco de dados.

### 4.1. RESULTADOS PARA A NBR 6118:2014

A Tabela 4.1 apresenta o valor das resistências à punção estimadas de acordo com as recomendações da NBR 6118:2014.

Tabela 4.1 – Tensões resistentes NBR 6118:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>\tau_{Rk1}</math> (MPa)</b>
Gomes (2010)	L09	2,07
Gomes (2010)	L10	2,09
Gomes (2010)	L11	2,03
Gomes (2010)	L12	2,07
Gomes (2010)	L13	1,97
Gomes (2010)	L14	2,12
Gomes (2010)	L15	2,06
Gomes (2010)	L16	2,05

Os valores de carga última de ruptura estimada pelas duas interpretações distintas da NBR 6118:2014, assim como o comparativo entre a carga última estimada ( $V_R$ ) e a carga última real ( $V_u$ ) estão apresentados na Tabela 4.2 e na Tabela 4.3.

Tabela 4.2 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 1 da NBR 61168:2014

Autor	Laje	NBR <sub>1</sub>			
		V <sub>u</sub> (kN)	V <sub>R</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>R</sub>	Porcentagem de variação
Gomes (2010)	L09	151,8	86,39	1,76	76%
Gomes (2010)	L10	133,8	70,27	1,90	90%
Gomes (2010)	L11	169,5	117,92	1,44	44%
Gomes (2010)	L12	147,1	101,66	1,45	45%
Gomes (2010)	L13	141,3	104,13	1,36	36%
Gomes (2010)	L14	160,4	84,43	1,90	90%
Gomes (2010)	L15	177,1	119,69	1,48	48%
Gomes (2010)	L16	142,8	71,50	2,00	100%

Tabela 4.3 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 2 da NBR 61168:2014

Autor	Laje	NBR <sub>2</sub>			
		V <sub>u</sub> (kN)	V <sub>R</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>R</sub>	Porcentagem de variação
Gomes (2010)	L09	151,8	79,80	1,90	90%
Gomes (2010)	L10	133,8	65,94	2,03	103%
Gomes (2010)	L11	169,5	106,26	1,60	60%
Gomes (2010)	L12	147,1	92,84	1,58	58%
Gomes (2010)	L13	141,3	95,19	1,48	48%
Gomes (2010)	L14	160,4	78,14	2,05	105%
Gomes (2010)	L15	177,1	107,49	1,65	65%
Gomes (2010)	L16	142,8	67,08	2,13	113%

A partir dos dados apresentados, obteve-se os gráficos a seguir. Estes exibem a relação entre a força de ruptura experimental e a força de ruptura estimada por cada uma das interpretações adotadas.

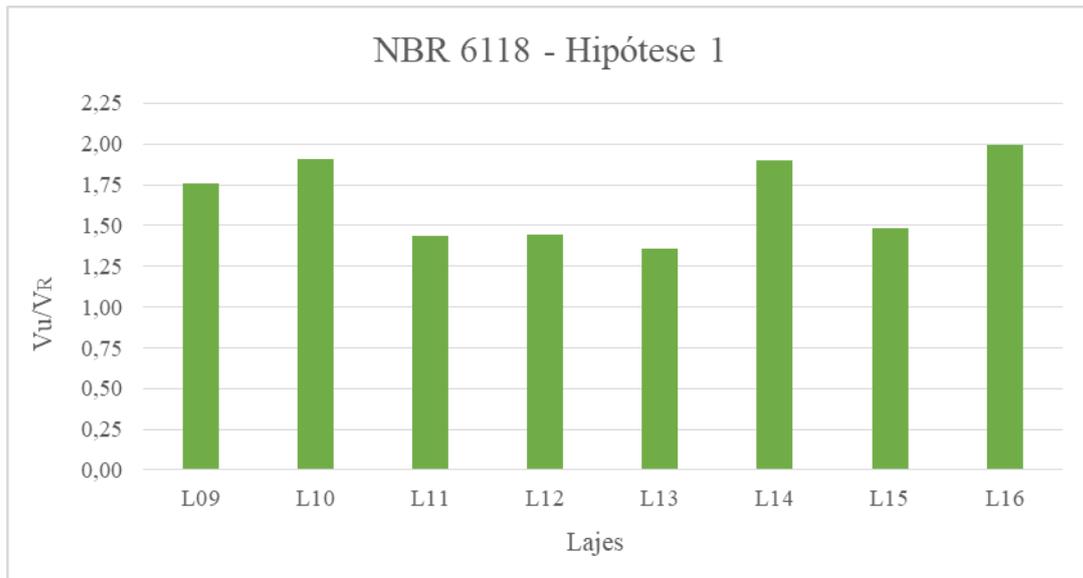


Gráfico 4.1 - Relação entre força de ruptura e estimada pela primeira interpretação da metodologia de cálculo da NBR 6118:2014

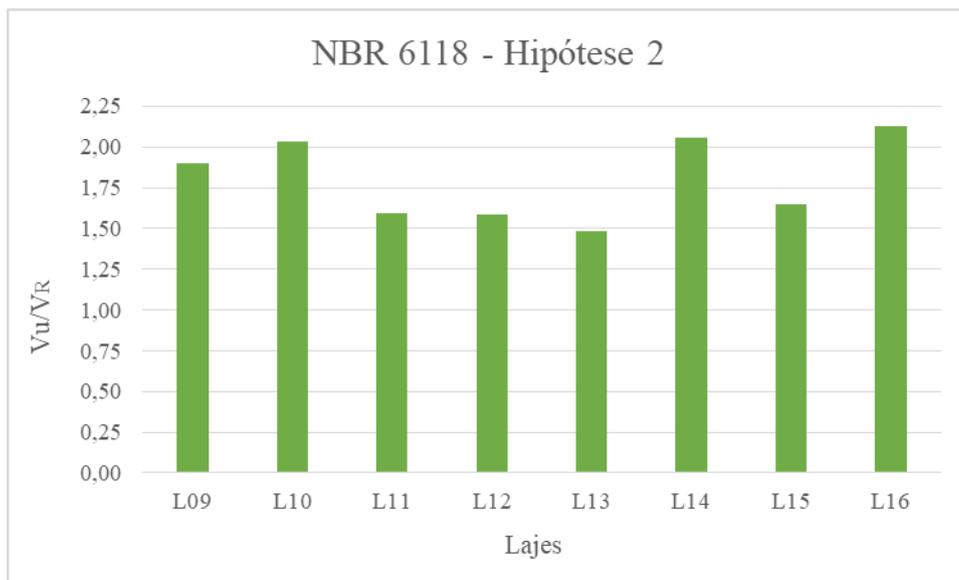


Gráfico 4.2 - Relação entre força de ruptura e estimada pela segunda interpretação de cálculo da NBR 6118:2014

Tabela 4.4 – Média e desvio padrão dos resultados segundo a NBR 6118:2014

<b>Norma</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Coefficiente de variação</b>	<b>Descrição</b>
NBR <sub>1</sub>	1,66	0,26	15,43 %	W <sub>p1</sub> em relação ao centro do perímetro crítico e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido.
NBR <sub>2</sub>	1,80	0,26	14,00 %	W <sub>p1</sub> em relação ao centro do perímetro crítico e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico – Recomendação de Giordano (2008).

A partir da análise dos resultados apresentados na Tabela 4.4, conclui-se que a metodologia da hipótese 1 apresentou o resultado mais satisfatório para o cálculo da carga última estimada pela NBR 6118:2014. Nesta interpretação, determinou-se o W<sub>p1</sub> em relação ao centro do perímetro crítico e a excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido. A diferença média entre os valores experimentais e valores estimados foi de 66%.

A análise segundo as recomendações de Giordano (2008), na qual determinou-se W<sub>p1</sub> e a excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico, apresentou os resultados mais conservadores na determinação da carga de ruptura. Apesar de o autor apresentar uma análise consistente acerca do cálculo do módulo de resistência plástica e da excentricidade, os resultados diferiram da carga de ruptura experimental em 80%, tornando os resultados não satisfatórios.

## 4.2. RESULTADOS PARA O EUROCODE 2:2004

A Tabela 4.5 apresenta o valor das resistências à punção estimadas de acordo com as recomendações do Eurocode 2:2004.

Tabela 4.5 – Tensões resistentes Eurocode 2:2004

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>V_{Rk,c}</math> (MPa)</b>
Gomes (2010)	L09	1,78
Gomes (2010)	L10	1,81
Gomes (2010)	L11	1,76
Gomes (2010)	L12	1,80
Gomes (2010)	L13	1,72
Gomes (2010)	L14	1,83
Gomes (2010)	L15	1,78
Gomes (2010)	L16	1,78

Os valores de carga última de ruptura estimada pela recomendação do Eurocode 2:2004, assim como o comparativo entre as cargas últimas estimadas ( $V_R$ ) e a carga última real ( $V_u$ ) estão apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Cargas estimadas de ruptura segundo o Eurocode 2:2004

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>	<b><math>V_R</math> (kN)</b>	<b><math>V_u/V_R</math></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	110,51	1,37	37%
Gomes (2010)	L10	133,8	80,11	1,67	67%
Gomes (2010)	L11	169,5	103,61	1,64	64%
Gomes (2010)	L12	147,1	85,57	1,72	72%
Gomes (2010)	L13	141,3	86,75	1,63	63%
Gomes (2010)	L14	160,4	104,25	1,54	54%
Gomes (2010)	L15	177,1	106,88	1,66	66%
Gomes (2010)	L16	142,8	80,57	1,77	77%

A partir dos dados apresentados pela Tabela 4.6, obteve-se o Gráfico 4.3, o qual exhibe a relação entre a força de ruptura experimental e a força de ruptura estimada pelo Eurocode 2:2004.

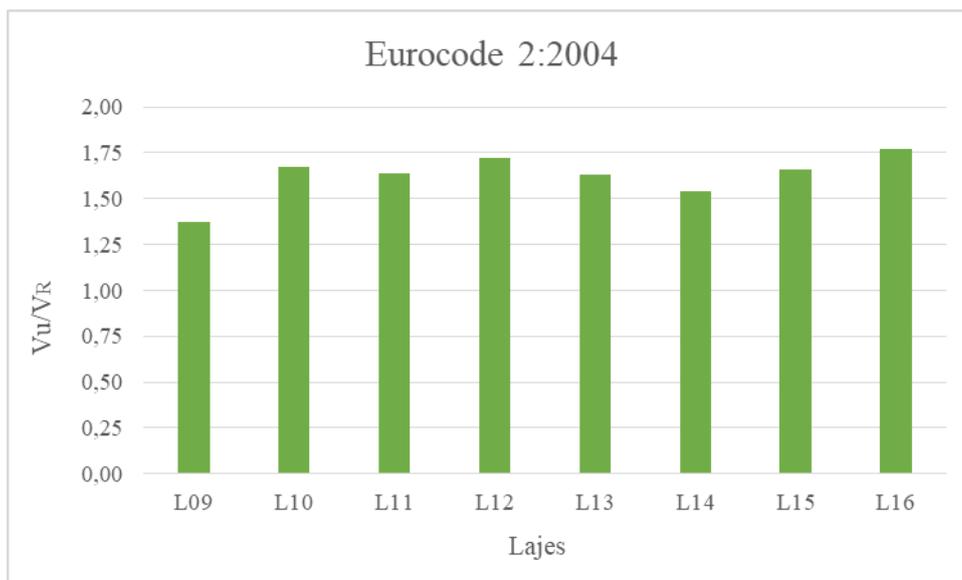


Gráfico 4.3 - Relação entre força de ruptura e estimada pela metodologia de cálculo da Eurocode 2:2004

Tabela 4.7 - Média e desvio padrão dos resultados segundo o Eurocode 2:2004

<b>Norma</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Coefficiente de variação</b>	<b>Descrição</b>
Eurocode	1,63	0,12	7,52 %	$W_{pl}$ obtido de acordo com a formulação proposta pelo Eurocode 2:2004 para o caso de pilares de borda com excentricidades em ambas direções ortogonais.

Conforme apresentado pela Tabela 4.7, os valores estimados para a carga de ruptura diferiram em 63% do valor experimental, sendo considerada uma estimativa conservadora. Entretanto, o desvio padrão de 0,12 demonstra uma baixa dispersão de valores em relação ao valor médio.

### 4.3. RESULTADOS PARA O ACI 318:14

Os valores de carga última de ruptura estimada segundo as hipóteses definidas para a recomendação do ACI 318:14, assim como o comparativo entre a carga última estimada ( $V_R$ ) e a carga última real ( $V_u$ ) de cada laje, estão apresentados nas tabelas a seguir.

Tabela 4.8 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 1 do ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>	<b><math>V_R</math> (kN)</b>	<b><math>V_u/V_R</math></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	55,8	2,72	172%
Gomes (2010)	L10	133,8	42,1	3,18	218%
Gomes (2010)	L11	169,5	64,9	2,61	161%
Gomes (2010)	L12	147,1	53,4	2,76	176%
Gomes (2010)	L13	141,3	55,3	2,55	155%
Gomes (2010)	L14	160,4	53,2	3,02	202%
Gomes (2010)	L15	177,1	66,8	2,65	165%
Gomes (2010)	L16	142,8	43,0	3,32	232%

Tabela 4.9 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 2 do ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>	<b><math>V_R</math> (kN)</b>	<b><math>V_u/V_R</math></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	65,2	2,33	133%
Gomes (2010)	L10	133,8	48,4	2,77	177%
Gomes (2010)	L11	169,5	74,9	2,26	126%
Gomes (2010)	L12	147,1	61,1	2,41	141%
Gomes (2010)	L13	141,3	63,8	2,21	121%
Gomes (2010)	L14	160,4	61,2	2,62	162%
Gomes (2010)	L15	177,1	76,8	2,31	131%
Gomes (2010)	L16	142,8	49,4	2,89	189%

Tabela 4.10 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 3 do ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>R</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>u</sub>/V<sub>R</sub></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	139,0	1,09	9%
Gomes (2010)	L10	133,8	106,3	1,26	26%
Gomes (2010)	L11	169,5	158,2	1,07	7%
Gomes (2010)	L12	147,1	135,2	1,09	9%
Gomes (2010)	L13	141,3	129,5	1,09	9%
Gomes (2010)	L14	160,4	136,2	1,18	18%
Gomes (2010)	L15	177,1	163,8	1,08	8%
Gomes (2010)	L16	142,8	106,1	1,35	35%

Tabela 4.11 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 4 do ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>R</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>u</sub>/V<sub>R</sub></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	64,2	2,36	136%
Gomes (2010)	L10	133,8	47,4	2,82	182%
Gomes (2010)	L11	169,5	73,9	2,29	129%
Gomes (2010)	L12	147,1	60,3	2,44	144%
Gomes (2010)	L13	141,3	62,5	2,26	126%
Gomes (2010)	L14	160,4	59,8	2,68	168%
Gomes (2010)	L15	177,1	75,6	2,34	134%
Gomes (2010)	L16	142,8	48,4	2,95	195%

Tabela 4.12 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 5 do ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>R</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>u</sub>/V<sub>R</sub></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	84,0	1,81	81%
Gomes (2010)	L10	133,8	65,1	2,06	106%
Gomes (2010)	L11	169,5	99,6	1,70	70%
Gomes (2010)	L12	147,1	82,2	1,79	79%
Gomes (2010)	L13	141,3	81,9	1,73	73%
Gomes (2010)	L14	160,4	82,9	1,93	93%
Gomes (2010)	L15	177,1	103,2	1,72	72%
Gomes (2010)	L16	142,8	64,8	2,20	120%

Tabela 4.13 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 6 do ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>R</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>u</sub>/V<sub>R</sub></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	75,7	2,01	101%
Gomes (2010)	L10	133,8	56,6	2,36	136%
Gomes (2010)	L11	169,5	87,1	1,95	95%
Gomes (2010)	L12	147,1	71,1	2,07	107%
Gomes (2010)	L13	141,3	74,5	1,90	90%
Gomes (2010)	L14	160,4	71,5	2,24	124%
Gomes (2010)	L15	177,1	89,7	1,97	97%
Gomes (2010)	L16	142,8	57,7	2,48	148%

Tabela 4.14 – Cargas estimadas de ruptura segundo a hipótese 7 do ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>R</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>u</sub>/V<sub>R</sub></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	128,5	1,18	18%
Gomes (2010)	L10	133,8	98,1	1,36	36%
Gomes (2010)	L11	169,5	146,0	1,16	16%
Gomes (2010)	L12	147,1	125,2	1,18	18%
Gomes (2010)	L13	141,3	118,9	1,19	19%
Gomes (2010)	L14	160,4	125,9	1,27	27%
Gomes (2010)	L15	177,1	150,9	1,17	17%
Gomes (2010)	L16	142,8	97,8	1,46	46%

A partir dos dados apresentados, obteve-se os gráficos a seguir. Estes exibem a relação entre a força de ruptura experimental e a força de ruptura estimada por cada uma das interpretações adotadas.

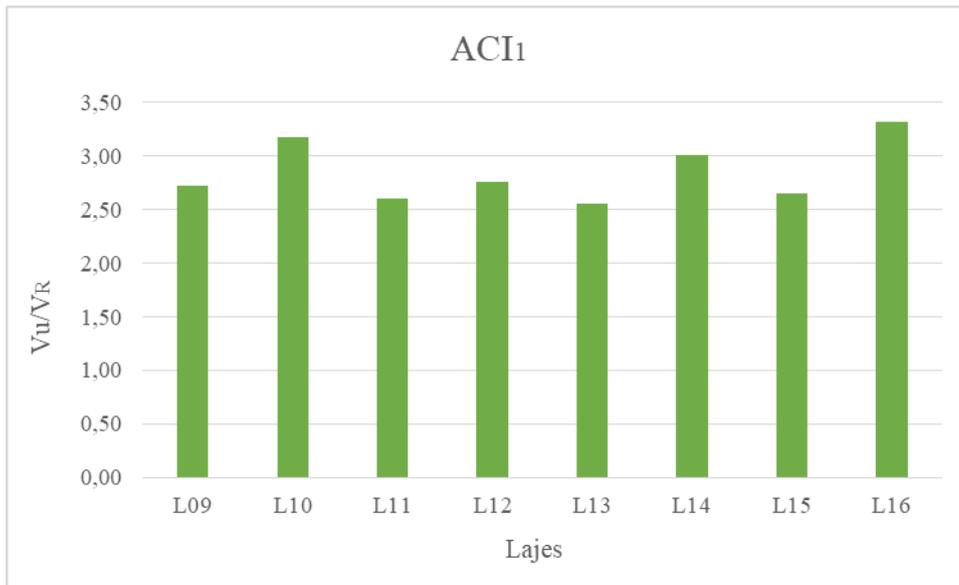


Gráfico 4.4 - Relação entre força de ruptura e estimada pela hipótese 1 da metodologia de cálculo do ACI 318:14.

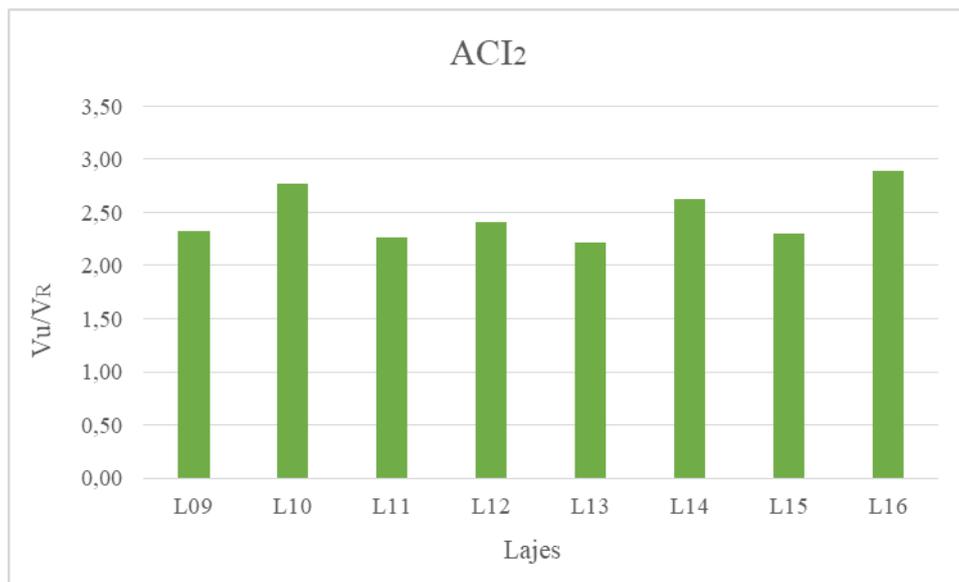


Gráfico 4.5 - Relação entre força de ruptura e estimada pela hipótese 2 da metodologia de cálculo do ACI 318:14.

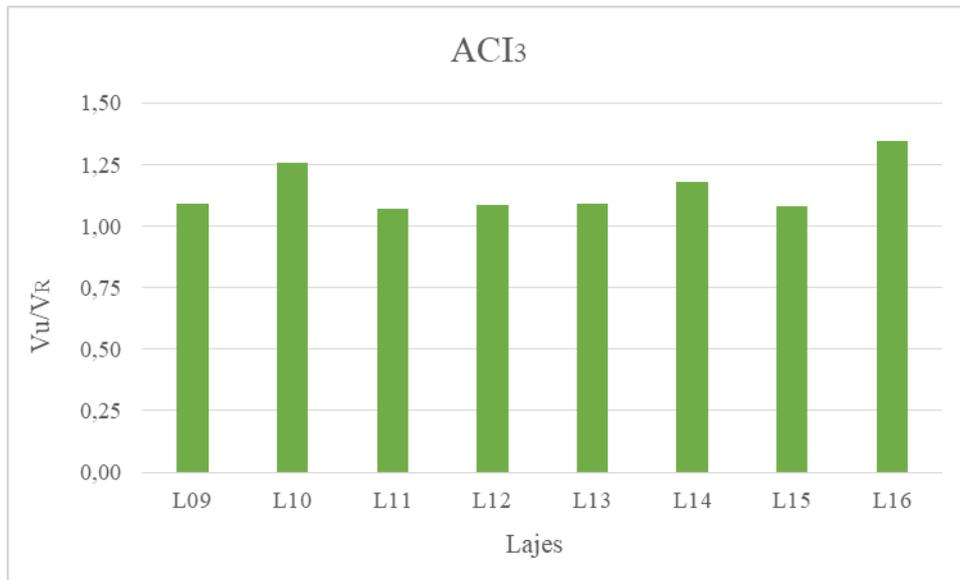


Gráfico 4.6 - Relação entre força de ruptura e estimada pela hipótese 3 da metodologia de cálculo do ACI 318:14.

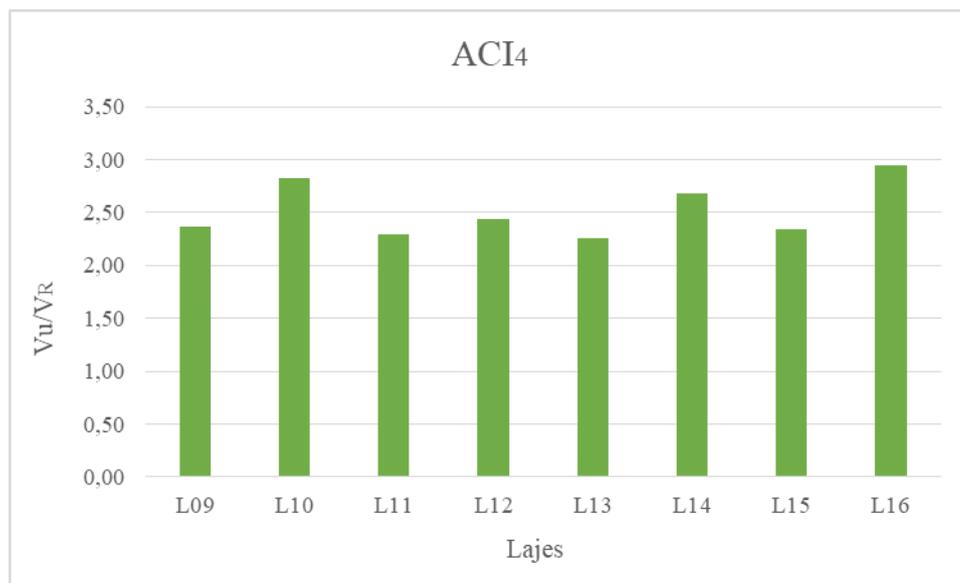


Gráfico 4.7 - Relação entre força de ruptura e estimada pela hipótese 4 da metodologia de cálculo do ACI 318:14.

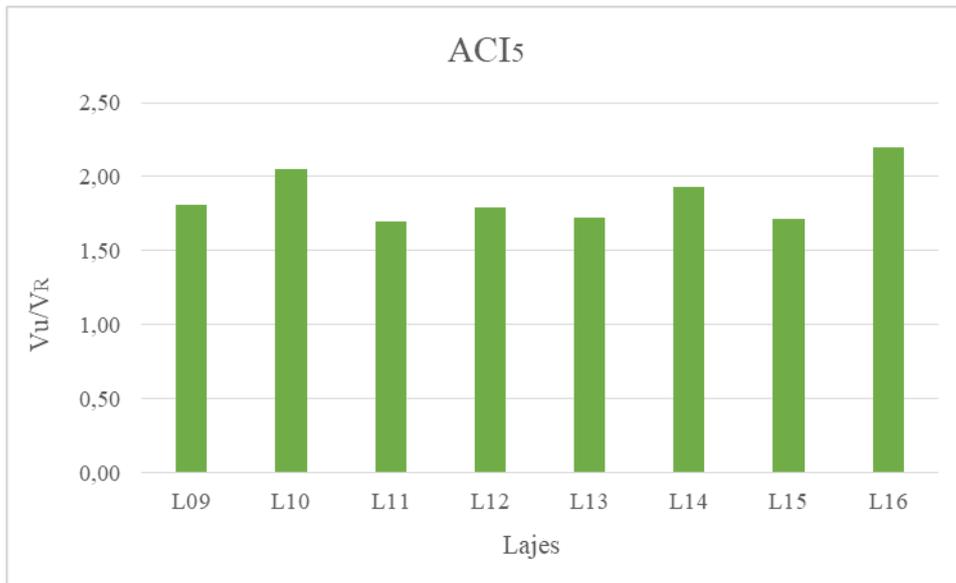


Gráfico 4.8 - Relação entre força de ruptura e estimada pela hipótese 5 da metodologia de cálculo do ACI 318:14.

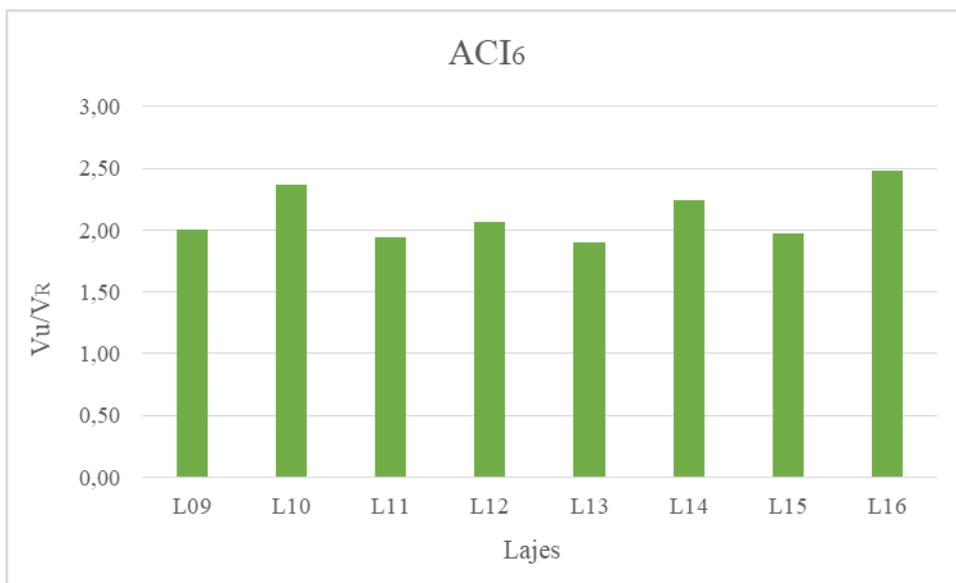


Gráfico 4.9 - Relação entre força de ruptura e estimada pela hipótese 6 da metodologia de cálculo do ACI 318:14.

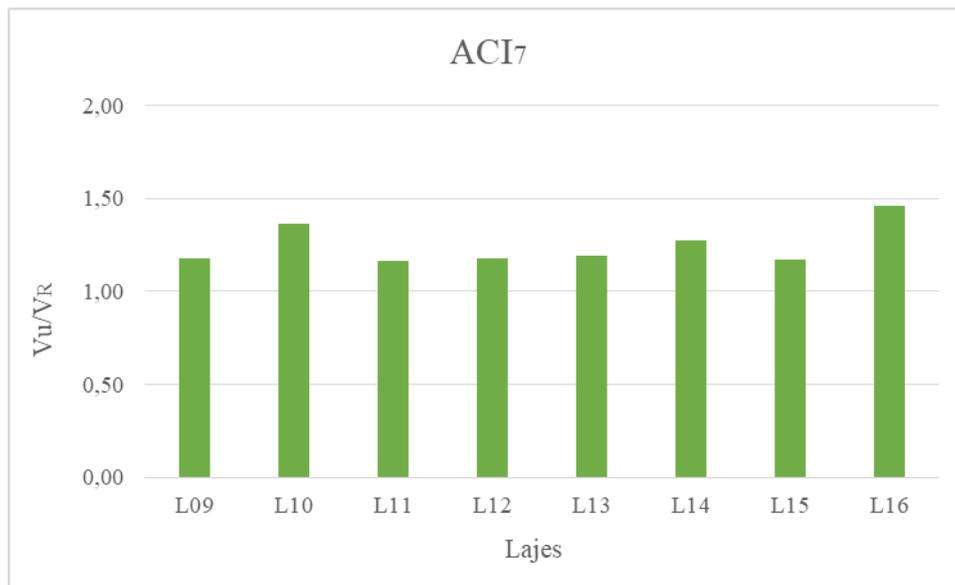


Gráfico 4.10 - Relação entre força de ruptura e estimada pela hipótese 7 da metodologia de cálculo do ACI 318:14.

Tabela 4.15 - Média e desvio padrão dos resultados segundo o ACI 318:14

Norma	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação	Descrição
ACI <sub>1</sub>	2,85	0,28	9,96%	Desconsiderando a protensão.
ACI <sub>2</sub>	2,48	0,25	10,20%	Protensão nas duas direções, considerando todas as limitações.
ACI <sub>3</sub>	1,15	0,10	8,84%	Protensão nas duas direções, sem considerar limitações.
ACI <sub>4</sub>	2,52	0,26	10,45%	Protensão na direção paralela à borda livre, considerando todas as limitações.
ACI <sub>5</sub>	1,87	0,18	9,76%	Protensão na direção paralela à borda livre, sem considerar limitações.
ACI <sub>6</sub>	2,12	0,21	10,04%	Protensão nas duas direções, considerando apenas a limitação de $f_{pc}$ .
ACI <sub>7</sub>	1,25	0,11	8,86%	Protensão nas duas direções, considerando apenas a limitação de $\sqrt{f'_c}$ .

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.15, concluiu-se que a hipótese com melhor resultado foi a hipótese 3 (ACI<sub>3</sub>), na qual a tensão efetiva de protensão ( $f_{pc}$ ) e a resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ ) não foram limitadas. Além disso, considerou-se o efeito favorável da protensão referente tanto aos cabos paralelos quanto aos cabos perpendiculares à borda livre.

A hipótese 4 (ACI<sub>4</sub>), na qual foram aplicadas todas as limitações estabelecidas pela norma, e a hipótese 2 (ACI<sub>2</sub>), na qual considerou-se a contribuição dos cabos de protensão nas duas direções, apresentaram resultados parecidos, porém conservadores.

A hipótese 1 (ACI<sub>1</sub>), na qual os efeitos favoráveis da protensão foram desconsiderados, apresentou resultado muito conservador, como era esperado, apresentando uma diferença de 185% entre os valores estimados e os valores experimentais. Desse modo, confirma-se a importância de considerar a protensão na estimativa de resistência à punção das lajes.

Por fim, a partir dos resultados obtidos pelas hipóteses 5, 6 e 7, pode-se avaliar a influência das limitações estabelecidas pelo ACI 318:14. Na hipótese 5 (ACI<sub>5</sub>), em que há apenas a limitação de que a distância da seção transversal do pilar até uma descontinuidade deva ser no mínimo quatro vezes a espessura da laje, aplicou-se a recomendação de Gomes (2010), conforme apresentado no item 3.3.5. Neste caso, o resultado obtido foi 63% superior à hipótese 3 (ACI<sub>3</sub>), na qual não foi considerada nenhuma limitação.

Na hipótese 6 (ACI<sub>6</sub>), foi aplicada a limitação da tensão efetiva de protensão ( $f_{pe}$ ), tendo como resultado um valor 84% superior em relação ao obtido pela hipótese 3. Já na hipótese 7 (ACI<sub>7</sub>), aplicando-se a limitação da resistência à compressão do concreto ( $f_c'$ ), obteve-se um resultado 9% superior ao resultado obtido pela hipótese 3.

Dessa forma, conclui-se que o parâmetro de maior influência no cálculo da resistência à punção é a tensão efetiva de protensão ( $f_{pe}$ ). Já o parâmetro que resultou em menor diferença em relação à hipótese 3, na qual não se considerou limitações, foi a resistência à compressão do concreto ( $f_c'$ ).

É válido ressaltar que, para representar a metodologia do ACI 318:14, cumprindo os requisitos e as limitações estabelecidas por esta metodologia, será considerada a hipótese 4 (ACI<sub>4</sub>).

#### 4.4. RESULTADOS PARA O FIB MODEL CODE 2010

Os valores de carga última de ruptura estimada pela recomendação do *fib* Model Code 2010, assim como o comparativo entre as cargas últimas estimadas ( $V_R$ ) e a carga última real ( $V_u$ ) estão apresentados nas tabelas a seguir.

A Tabela 4.16 apresenta os resultados obtidos para o primeiro nível I de aproximação, na Tabela 4.17 estão dispostos os resultados segundo o nível II de aproximação e na Tabela 4.18 são apresentados os resultados para o nível III de aproximação.

Os valores apresentados foram obtidos após análise da direção crítica, ou seja, em qual direção a rotação da laje é maior, e conseqüentemente governou a ruptura.

Tabela 4.16 – Cargas estimadas de ruptura segundo o nível I do *fib* Model Code

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>	<b><math>V_R</math> (kN)</b>	<b><math>V_u/V_R</math></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	58,8	2,58	158%
Gomes (2010)	L10	133,8	45,5	2,94	194%
Gomes (2010)	L11	169,5	65,0	2,61	161%
Gomes (2010)	L12	147,1	52,9	2,78	178%
Gomes (2010)	L13	141,3	54,5	2,59	159%
Gomes (2010)	L14	160,4	56,6	2,83	183%
Gomes (2010)	L15	177,1	67,1	2,64	164%
Gomes (2010)	L16	142,8	46,2	3,09	209%

Tabela 4.17 – Cargas estimadas de ruptura segundo o nível II do *fib* Model Code

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>	<b><math>V_R</math> (kN)</b>	<b><math>V_u/V_R</math></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	97,37	1,56	56%
Gomes (2010)	L10	133,8	73,94	1,81	81%
Gomes (2010)	L11	169,5	105,58	1,61	61%
Gomes (2010)	L12	147,1	82,04	1,79	79%
Gomes (2010)	L13	141,3	82,95	1,70	70%
Gomes (2010)	L14	160,4	96,64	1,66	66%
Gomes (2010)	L15	177,1	113,20	1,56	56%
Gomes (2010)	L16	142,8	73,33	1,95	95%

Tabela 4.18 – Cargas estimadas de ruptura segundo o nível III do *fib* Model Code

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>R</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>u</sub>/V<sub>R</sub></b>	<b>Porcentagem de variação</b>
Gomes (2010)	L09	151,8	100,76	1,51	51%
Gomes (2010)	L10	133,8	76,09	1,76	76%
Gomes (2010)	L11	169,5	108,89	1,56	56%
Gomes (2010)	L12	147,1	84,63	1,74	74%
Gomes (2010)	L13	141,3	86,00	1,64	64%
Gomes (2010)	L14	160,4	99,87	1,61	61%
Gomes (2010)	L15	177,1	116,34	1,52	52%
Gomes (2010)	L16	142,8	75,83	1,88	88%

A partir dos resultados obtidos, obteve-se os gráficos a seguir, os quais exibem a relação entre a força de ruptura experimental e a força de ruptura estimada por cada nível de aproximação do *fib* Model Code 2010.



Gráfico 4.11 - Relação entre força de ruptura e estimada pelo nível I de aproximação do *fib* Model Code 2010.



Gráfico 4.12 - Relação entre força de ruptura e estimada pelo nível II de aproximação do *fib* Model Code 2010.

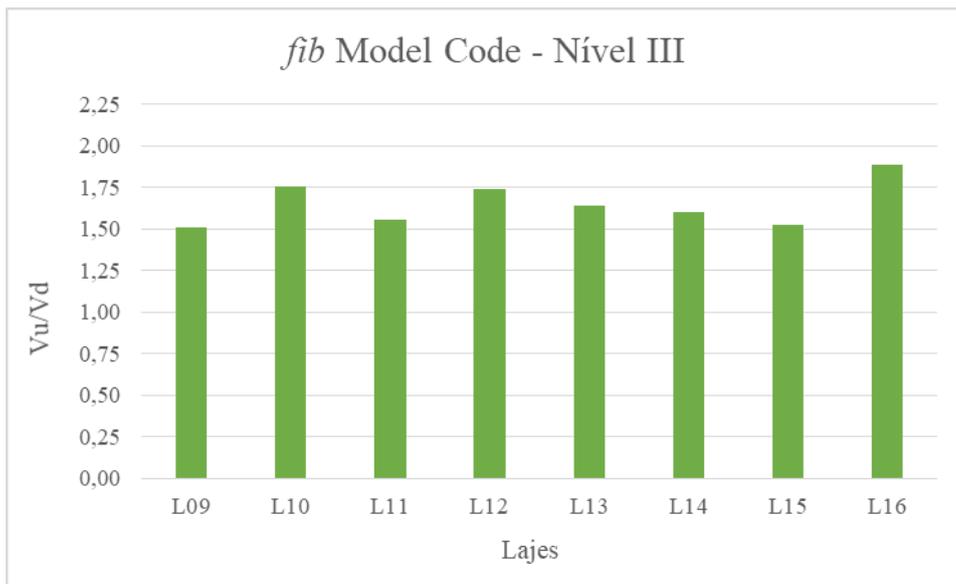


Gráfico 4.13 - Relação entre força de ruptura e estimada pelo nível III de aproximação do *fib* Model Code 2010.

Tabela 4.19 - Média e desvio padrão dos resultados segundo o *fib* Model Code 2010

<b>Norma</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Coefficiente de variação</b>	<b>Descrição</b>
MC <sub>1</sub>	2,76	0,19	6,78 %	Nível I
MC <sub>2</sub>	1,71	0,14	8,00 %	Nível II
MC <sub>3</sub>	1,65	0,13	7,98%	Nível III

Os resultados apresentados na Tabela 4.19 correspondem aos resultados previstos pela metodologia do *fib* Model Code 2010. O nível I de aproximação, como citado anteriormente, fornece um método mais simples, sendo suficiente para etapas preliminares de projeto. Dessa forma, um resultado conservador era aguardado.

Os níveis II e III de aproximação são aplicados a etapas de detalhamento por serem níveis mais preciso de aproximação. Assim, era previsto que o nível III de aproximação fornecesse uma estimativa de ruptura mais próxima da realidade. Os valores estimados para a carga de ruptura diferiram em 71% do valor experimental para o nível II e em 65% para o nível III.

#### **4.5. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS**

Para a realização de uma análise comparativa entre as normas adotadas, foram dispostos na Tabela 4.20 os valores da média e desvio padrão para os valores da razão  $V_u/V_R$ . A fim de comparar a precisão dos métodos de cálculo, considerou-se a hipótese que segue as recomendações das normas, sem adição de interpretações por parte do autor.

Em relação a NBR 6118:2014, a interpretação que atende todas as recomendações da norma é a NBR<sub>1</sub>. No caso do ACI 318:2014, apenas o ACI<sub>4</sub> considera todas as limitações estabelecidas pela norma. O Eurocode 2:2004 possui apenas um resultado, e pelas recomendações do *fib* Model Code 2010, o nível III é o que apresenta os resultados de melhor aproximação.

Tabela 4.20 – Média e desvio padrão dos resultados

<b>Norma</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Coefficiente de variação</b>
NBR <sub>1</sub>	1,66	0,26	15,43 %
Eurocode	1,62	0,12	7,52%
ACI <sub>4</sub>	2,52	0,26	10,45%
MC <sub>3</sub>	1,65	0,13	7,98%

A partir dos dados apresentados acima, pode-se concluir que o Eurocode 2:2004 apresentou a melhor média da relação entre a carga de ruptura estimada e a carga de ruptura real, seguido pelo *fib* Model Code 2010. Em relação aos dados estatísticos, ambas as metodologias apresentam valores próximos de desvio padrão e uma dispersão de resultados considerada pequena.

Em seguida, encontra-se a metodologia proposta pela NBR 6118:2014, com um resultado próximo ao obtido pelas metodologias citadas anteriormente. Entretanto, observa-se que seu desvio padrão foi cerca de duas vezes o obtido para o *fib* Model Code 2010 e Eurocode 2:2004, demonstrando uma maior dispersão de resultados

O resultado mais conservador, ou seja, maior média da razão  $V_u/V_R$ , foi obtido pelo ACI 318:14. Além disso, esta norma apresentou um desvio padrão igual ao da NBR 6118:2104, porém distante das demais metodologias.

A proximidade entre os resultados obtidos pelo Eurocode 2:2004 e pela NBR 6118:2014 era previsto, já que a metodologia da norma brasileira se assemelha em muitos aspectos à metodologia da norma europeia.

Em relação ao ACI 318:14, as limitações impostas aos parâmetros durante o cálculo da estimativa de resistência à punção, podem ser consideradas como os principais fatores de desvantagem na aplicação desta norma, pois geram resultados com nível de conservadorismo muito superior às demais metodologias analisadas.

Já no caso do *fib* Model Code, era esperado que esse código resultasse em melhores estimativas quando comparado as demais normas que possuem formulações empíricas. Entretanto, os resultados obtidos, ainda que similares aos demais, não se destacam. O motivo dessa expectativa se deve ao fato dessa metodologia ser baseada em modelos físicos, e no caso do

segundo e terceiro níveis de aproximação, possuir uma análise mais refinada de parâmetros, inclusive na consideração da protensão, a qual é considerada não só pelas forças no plano horizontal da laje e pelo alívio da carga vertical, mas também pelos momentos de flexão resultantes, levados em consideração por meio da excentricidade da protensão.

A análise de segurança, realizada pela aplicação do critério de penalidade de Collins (2001) adaptado por Moraes Neto (2103), o Demerit Points Classification (DPC), apresentou os resultados dispostos na Tabela 4.21.

Tabela 4.21 – Resultados da análise de segurança

$V_u/V_R$	Penalidade	NBR 6118:2014	Eurocode 2:2004	ACI 318:14	Fib Model Code 2010
		Nº de peças	Nº de peças	Nº de peças	Nº de peças
<0,50	10	0	0	0	0
[0.50-0.85[	5	0	0	0	0
[0.85-1.15[	0	0	0	0	0
[1.15-2.00[	1	7	8	0	8
$\geq 2.00$	2	1	0	8	0
<b>Penalidade Total:</b>		9	8	16	8

A partir dos dados acima, é possível confirmar a análise realizada anteriormente, já que o ACI 318:14 apresentou a maior penalidade, destoando das demais normas, e o Eurocode 2:2004 e o *fib* Model Code 2010 apresentaram as menores penalidades. A NBR 6118:2014 apresentou resultado maior, porém próximo ao apresentado por estas metodologias.

Ainda que o número de lajes seja considerado pequeno para fornecer confiabilidade, se tratando de uma análise por penalidades, é interessante aplicar esse critério para analisar a distribuição dos resultados obtidos por cada metodologia.

## 5. CONCLUSÕES

### 5.1. CONCLUSÕES GERAIS

Por meio da realização deste trabalho, concluiu-se que o método que mais se distanciou dos valores reais de ruptura foi o proposto pelo ACI 318:14, enquanto o que forneceu valores mais próximos aos obtidos pelos ensaios foi o do Eurocode 2:2004. Após esta norma, o *fib* Model Code 2010 foi a metodologia de cálculo que apresentou a melhor estimativa de carga de ruptura.

Analisando os resultados obtidos a partir das hipóteses de cálculo da estimativa de resistência à punção pela NBR 6118:2014, pôde-se perceber que a hipótese em que se considera excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido apresentou resultados mais próximos aos valores experimentais. A interpretação de Giordano (2008) resultou em um resultado mais conservador.

O *fib* Model Code 2010 foi calculado para três níveis distintos de aproximação, apresentando resultado para o terceiro nível bastante próximo ao resultado obtido pelo Eurocode 2:2004 e pela NBR 6118:2014. O cálculo referente ao segundo e terceiro nível, foi realizado de forma iterativa e fornece resultados mais precisos quando comparado ao primeiro nível.

Apesar de se tratar de uma metodologia baseada em modelos físicos para a estimativa de resistência à punção, o *fib* Model Code 2010 se diferiu pouco dos resultados obtidos por meio das metodologias empíricas. Visto isso, conclui-se que o uso de metodologias empíricas não gera prejuízos para a qualidade do dimensionamento à punção.

A metodologia do ACI 318:14 resultou em resultados mais conservadores quando comparados às demais normas. A partir das hipóteses de cálculo aplicadas, pode-se concluir que os fatores de maior influência no resultado da estimativa de carga resistente são: a presença de cabos de protensão e a força de compressão no plano resultante de sua atuação.

Além disso, a análise das limitações aplicadas aos parâmetros, permitiu afirmar que a limitação imposta à resistência à compressão do concreto ( $f_c'$ ) e à tensão efetiva de protensão ( $f_{cp}$ ), assim como sugerir que o efeito da protensão seja desconsiderado, não favorecem as estimativas de resistência. Portanto, ao permitir o uso dos valores reais de  $f_c'$  e  $f_{cp}$  obtém-se resultados menos destoantes dos obtidos experimentalmente.

Em relação à análise dos parâmetros estatísticos, as normas analisadas apresentaram resultados razoáveis, sendo possível observar que o Eurocode 2:2004 e o *fib* Model Code 2010 apresentaram os melhores resultados. Em seguida encontra-se o ACI 318:14 e por fim, a NBR 6118:2014, a qual apresentou resultados mais dispersos do que as demais normas.

Uma vez que o objetivo deste trabalho era comparar os métodos de cálculo das normas estudadas, foram usados os resultados reais de ensaios experimentais e os coeficientes de segurança não foram atribuídos aos cálculos.

Todas as normas analisadas apresentaram resultados a favor da segurança, ou seja, a razão entre a carga última estimada ( $V_R$ ) e a carga última real ( $V_u$ ) resultou maior do que 1. Portanto, conclui-se que todas metodologias de cálculo tendem a subestimar os valores de resistência à punção, sendo consideradas métodos seguros de dimensionamento.

Para a análise dos resultados desta análise, é importante ter em mente que as normas devem ser conservadoras, e em especial quando se trata de rupturas frágeis, como rupturas por punção. Por outro lado, o nível de conservadorismo adequado das normas depende de vários fatores, inclusive econômicos.

O critério de penalidade DPC confirmou os resultados expostos anteriormente, de modo que o ACI 318:14 foi a metodologia que se mostrou menos vantajosa nesse critério, apresentando penalidade superior. As demais metodologias apresentaram resultados similares nesse critério, destacando o Eurocode 2:2004 e o *fib* Model Code 2010 que obtiveram as menores penalidades.

Por fim, conclui-se que o presente trabalho cumpriu seus objetivos ao avaliar e comparar a aplicação das metodologias de cálculo em lajes de concreto protendido apoiadas sobre pilar de borda com excentricidade nas duas direções. Além disso, foi possível apresentar interpretações de cálculo acerca das recomendações de cada norma, contribuindo para uma análise dos parâmetros envolvidos nas rotinas de cálculo.

## 5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros sugere-se a realização de mais estudos experimentais para os casos em que há transferência de momento fletor nas duas direções, inserindo novos parâmetros de análise como: a presença de *overhang* (beiral), variação das dimensões dos pilares e utilização de armadura de cisalhamento. Dessa forma, seria possível expandir o banco de dados e avaliar a influência desses parâmetros na estimativa de resistência à punção das lajes.

Além disso, uma contribuição para a realização dos cálculos seria apresentar interpretações de outros autores acerca das normas abordadas, uma vez que as normas não especificam o cálculo de todos os parâmetros necessários para o cálculo da estimativa de resistência à punção, abrindo possibilidade de diversas interpretações. Assim, as análises acerca desses parâmetros poderiam ser mais aprofundadas, gerando resultados otimizados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318 – *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary*. Farmington Hills, EUA, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – *Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

BARBÁN, V.V. *Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Protendido com Cabos Não Aderentes na Ligação Laje-Pilar de Borda*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil – Universidade de Brasília. Brasília, 2008. 337p.

BAŽANT, Z.P.; OZBOLT, J.; ELIGEHAUSEN, R. *Fracture Size Effect: Review of Evidence for Concrete Structures*. Journal of Structural Engineering, Vol. 120, Issue 8, August 1994, pp. 2377-2398.

BAŽANT, Z.P.; AND YU, Q. *Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups*. Str. Engrg. Report, No. 03-6/A446d, Northwestern University, 2003.

BROMS, C. E. *Shear Reinforcement for Deflection Ductility of Flat Plates*, ACI Structural Journal, V. 87, No. 6, Nov.-Dec. 1990, pp. 696-705.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. *Cálculo e Detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*. v. 2. 2. ed. Pini. São Paulo, Brasil, 2013.

CLÉMENT, T. *Design for Punching of Prestressed Concrete Slabs*. Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin, 2013.

Comité Euro-International du Béton. *fib Model Code 2010. Design Code*. CEB/FIP. Londres, Inglaterra, 2011.

CORDOVIL, F. A. B. *Lajes de concreto armado – Punção*. Editora UFSC, Florianópolis, 1997.

DILGER, W.H.; SHATILA, M. *Shear strength of prestressed concrete edge slab-column connections with and without shearstud reinforcement*. Department of Civil Engineering, The University of Calgary. Canadá. 1989. 13p.

EUROPEAN STANDARD. EUROCODE 2: *Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. European Committee for Standardization. Brussels, 2004.

FERREIRA, M. P. *Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD – 007 A/10, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2010. 275p.

FOUTCH, D. A. *et. al. Tests of Pos-Tensioned Concrete Slab-Edge Column Connections*. ACI Structural Journal. American Concrete Institute. Title no. 87-S18. 1990. 13p.

HAWKINS, N.M. *et al. Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures*, ACI Publication. 1971. 127-146p.

GIORDANO, J.L. *Contribuição ao Cálculo da Punção – NBR 6118:2003*. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza. 2008.

GOMES, H. P. *Puncionamento Em Lajes Lisas Protendidas Com Pilares De Extremidade E Momentos Desbalanceados Nas Duas Direções*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 001 A/10, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2010. 309 p.

GRAF, O. *Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager*. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 73, Berlim, Alemanha, 1933. 16p.

GRAF, O. *Versuche über die Widerstandsfähigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten*. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 88, Berlim, Alemanha, 1938. 22p.

KINNUNEN, S. NYLANDER, H., *Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement*, Transactions of the Royal Institute of Technology. No. 158. Stockholm, Suíça, 1960. 112 p.

MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. *Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs*. ACI Structural Journal, v. 88, n. 6. 1991.

MARZOUK, H.; OSMAN, M.; HUSSEIN, A. *Punching shear of slabs: crack size and size effects*. Magazine of Concrete Research, 54, No. 1, February, 2002, 13–21.

MELGES, J.L.P. *Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido*. São Carlos, 2001. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 414p.

MELO, G. S. S. A., *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, Londres, Inglaterra, 1990, 214p.

MENETREY, Ph., *Relationship between flexural and punching failure*. ACI Structural Journal, V. 95, No. 4, Jul.-Aug. 1998, pp. 412-419.

MOE, J. *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads*. Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, EUA, 1961. 129p.

MORAES NETO, B. N. *Comportamento à punção de lajes lisas em concreto reforçado com fibras de aço sob carregamento simétrico*. Tese de doutorado em estruturas e construção civil departamento de engenharia civil e ambiental. 2013.

MUTTONI, A. *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement*, ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, July-Aug. 2008, pp. 440-450.

MUTTONI, A. et al. *Punching of flat slabs: Design Example – fib Model Code 2010*. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suíça, EUA, 2011. 13p.

MUTTONI, A., FERNÁNDEZ RUIZ, M. *The levels-of-approximation approach in MC 2010: applications to punching shear provisions*. Structural Concrete, vol. 13, No. 1, 2012, pp. 32–41.

OLIVEIRA, M. H.; FILHO, M. J. M. P.; OLIVEIRA, D. R. C.; FERREIRA, M. P.; MELO, G. S. S. A. *Resistência à punção de ligações laje-pilar interno com conectores de cisalhamento*. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. v. 5. n. 5. 2012. 659p.

OLIVEIRA, M. H. *Punção em Lajes Lisas com Pilar de Borda Protendidas com Cordoalhas não Aderentes*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2008. 195p.

OLIVEIRA, M. H. *Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD – 02 A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2013. 223p.

RABELLO, F. T. *Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2010, 248p.

REGAN, P. E. *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs*. Report 89. Construction Industry Research and Information Association (CIRIA). Londres, Inglaterra, 1981. 89p.

REGAN, P. E.; BRÆSTRUP, M. W. *Punching Shear in Reinforced Concrete*. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information. n. 168. 1985. 232p.

REGAN, P. E., *Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs*. Magazine of Concrete Research, V. 38, No. 136, Sep. 1986, pp 115-128.

SANTOS, E. V. *Punção em Lajes Lisas: Métodos de Cálculo, Prescrições Normativas e Exemplos de Aplicação*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2018. 213p.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H., *Critical Review of the CSA A23.3-94 Punching Shear Provisions for Interior Columns*. Canadian Journal of Civil Engineering, V. 23, No. 5, 1996, pp 998-1011.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H. *Punching Failure of a Full Scale High Strength Concrete Flat Slab*. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – Proceedings, TRITA-BKN Bulletin 57, Estocolmo, Suécia, 2000.

SUDARSANA, I.K. *Punching Shear in Edge Corner Column Slab Connections of Flat Structures*. Tese de pós-doutorado. Departamento de Engenharia Civil. University of Ottawa. 2001. 254p.

VANDERBILT, M. D. *Shear Strength of Continuous Plates*. Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE. v. 98. n. ST5. 1972.

## ANEXO I

Os resultados referentes aos cálculos intermediários realizados para a determinação da carga de ruptura estimada estão apresentados pelas tabelas presentes neste anexo.

Tabela Anexo 1.1 - Perímetros das superfícies críticas- NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2004

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>u_0</math> (C) (mm)</b>	<b><math>u_1</math> (C') (mm)</b>	<b><math>u_1^*</math> (C'_{red}) (mm)</b>
Gomes (2010)	L09	600	1203	1003
Gomes (2010)	L10	600	1209	1009
Gomes (2010)	L11	600	1222	1022
Gomes (2010)	L12	600	1216	1016
Gomes (2010)	L13	600	1241	1041
Gomes (2010)	L14	600	1197	997
Gomes (2010)	L15	600	1209	1009
Gomes (2010)	L16	600	1222	1022

Tabela Anexo 1.2 - Taxas de armadura das lajes – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2004

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>\rho_y</math></b>	<b><math>\rho_x</math></b>	<b><math>\rho</math></b>
Gomes (2010)	L09	75%	67%	71%
Gomes (2010)	L10	73%	66%	69%
Gomes (2010)	L11	71%	64%	67%
Gomes (2010)	L12	72%	65%	68%
Gomes (2010)	L13	68%	60%	64%
Gomes (2010)	L14	76%	68%	72%
Gomes (2010)	L15	73%	66%	69%
Gomes (2010)	L16	71%	64%	67%

Tabela Anexo 1.3 - Tensão normal devido à protensão nos cabos – NBR 6118:2014/  
Eurocode 2:2004

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>P<sub>0x</sub> (kN)</b>	<b>P<sub>0y</sub> (kN)</b>	<b>Nº Barras direção y</b>	<b>Nº Barras direção x</b>	<b><math>\sigma_{cp_x}</math> (MPa)</b>	<b><math>\sigma_{cp_y}</math> (MPa)</b>	<b><math>\sigma_{cp}</math> (MPa)</b>
Gomes (2010)	L09	115,6	111,5	4	2	4,91	6,36	5,64
Gomes (2010)	L10	128,9	112,8	4	2	5,45	6,39	5,92
Gomes (2010)	L11	128,2	106,5	4	2	5,37	5,96	5,66
Gomes (2010)	L12	129,5	116	4	2	5,45	6,53	5,99
Gomes (2010)	L13	122,4	105,5	4	2	5,05	5,78	5,42
Gomes (2010)	L14	128,4	112,2	4	2	5,49	6,45	5,97
Gomes (2010)	L15	127,8	104,5	4	2	5,41	5,92	5,67
Gomes (2010)	L16	124,7	113,1	4	2	5,22	6,33	5,77

Tabela Anexo 1. 4 - Tensão vertical devido a protensão nos cabos - NBR 6118:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Nº Barras direção y</b>	<b>Nº Barras direção x</b>	$\alpha_x$ <b>(rad)</b>	$\alpha_y$ <b>(rad)</b>	$\tau_{cp}$ <b>(MPa)</b>
Gomes (2010)	L09	4	2	0,011	0,007	0,072
Gomes (2010)	L10	4	2	0,005	0,010	0,060
Gomes (2010)	L11	4	2	0,006	0,007	0,048
Gomes (2010)	L12	4	2	0,003	0,006	0,034
Gomes (2010)	L13	4	2	0,006	0,011	0,061
Gomes (2010)	L14	4	2	0,005	0,010	0,063
Gomes (2010)	L15	4	2	0,006	0,008	0,056
Gomes (2010)	L16	4	2	0,004	0,010	0,052

Tabela Anexo 1. 5 -  $W_p$  utilizados para a metodologia da NBR 6118:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>W_{P1}</math> (mm<sup>2</sup>) Centro de u</b>	<b><math>W_{P2}</math> (mm<sup>2</sup>)</b>
Gomes (2010)	L09	127958	260847
Gomes (2010)	L10	128995	263819
Gomes (2010)	L11	131068	269812
Gomes (2010)	L12	130031	266807
Gomes (2010)	L13	134176	278920
Gomes (2010)	L14	126921	257890
Gomes (2010)	L15	128995	263819
Gomes (2010)	L16	131068	269812

Tabela Anexo 1. 6 -  $W_1$  utilizados para a metodologia do Eurocode 2:2004

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>W_1</math> (mm<sup>2</sup>) Formulação Eurocode</b>
Gomes (2010)	L09	260847
Gomes (2010)	L10	263819
Gomes (2010)	L11	269812
Gomes (2010)	L12	266807
Gomes (2010)	L13	278920
Gomes (2010)	L14	257890
Gomes (2010)	L15	263819
Gomes (2010)	L16	269812

Tabela Anexo 1. 7 - Resultado das excentricidades

<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b><math>e_x</math> (mm)</b>	<b><math>e_y</math> (mm)</b>	<b>e - U* (mm)</b>	<b><math>e'</math> – Giordano (mm)</b>
Gomes (2010)	L09	266,01	398,02	201,80	159,95
Gomes (2010)	L10	558,97	423,02	203,10	161,24
Gomes (2010)	L11	337,99	250,03	205,68	163,83
Gomes (2010)	L12	497,01	250,03	204,39	162,54
Gomes (2010)	L13	528,03	250,04	209,55	167,72
Gomes (2010)	L14	308,98	394,01	200,51	158,65
Gomes (2010)	L15	297,01	250,03	203,10	161,24
Gomes (2010)	L16	571,99	418,98	205,68	163,83

Tabela Anexo 1. 8 - Parâmetros de Cálculo - ACI 318:14

<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>b<sub>0</sub> (mm)</b>	<b>b<sub>x</sub> (mm)</b>	<b>b<sub>y</sub> (mm)</b>	<b>λ</b>	<b>α<sub>s</sub></b>
Gomes (2010)	L09	792	296	248	1	30
Gomes (2010)	L10	794	297	249	1	30
Gomes (2010)	L11	798	299	250	1	30
Gomes (2010)	L12	796	298	249	1	30
Gomes (2010)	L13	804	302	251	1	30
Gomes (2010)	L14	790	295	248	1	30
Gomes (2010)	L15	794	297	249	1	30
Gomes (2010)	L16	798	299	250	1	30

Tabela Anexo 1. 9 - Parâmetros geométricos - ACI 318:14

<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	$\gamma_{vx}$	$\gamma_{vy}$	<b>J<sub>x</sub> (mm<sup>4</sup>)</b>	<b>J<sub>y</sub> (mm<sup>4</sup>)</b>
Gomes (2010)	L09	0,3790	0,4214	554246392	1272279040
Gomes (2010)	L10	0,3788	0,4216	564276465	1297473334
Gomes (2010)	L11	0,3785	0,4219	584678436	1348831234
Gomes (2010)	L12	0,3786	0,4217	574420188	1322989873
Gomes (2010)	L13	0,3780	0,4224	616149100	1428330140
Gomes (2010)	L14	0,3791	0,4212	544329101	1247404427
Gomes (2010)	L15	0,3788	0,4216	564276465	1297473334
Gomes (2010)	L16	0,3785	0,4219	584678436	1348831234

Tabela Anexo 1. 10 - Parâmetros referentes à protensão - ACI 318:14

<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b><math>f_{pc}</math> (MPa) Todos os cabos</b>	<b><math>V_p</math> (kN) Todos os cabos</b>	<b><math>f_{pc}</math> (MPa) Cabos paralelos</b>	<b><math>V_p</math> (kN) Cabos paralelos</b>
Gomes (2010)	L09	12,70	8,276	4,86	5,084
Gomes (2010)	L10	13,18	7,008	5,35	2,520
Gomes (2010)	L11	12,39	5,853	5,19	2,953
Gomes (2010)	L12	13,25	4,110	5,31	1,356
Gomes (2010)	L13	11,63	7,728	4,78	3,162
Gomes (2010)	L14	13,47	7,131	5,46	2,510
Gomes (2010)	L15	12,56	6,535	5,30	3,034
Gomes (2010)	L16	12,69	6,329	5,05	1,828

Tabela Anexo 1. 11 - Parâmetros de cálculo – *fib* Model Code 2010

<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>b<sub>l</sub> (mm)</b>	<b>b<sub>u</sub> (mm)</b>	<b>e<sub>u</sub></b>	<b>k<sub>e</sub></b>	<b>b<sub>0</sub> (mm)</b>	<b>r<sub>s</sub> (mm)</b>	<b>E<sub>s</sub> (MPa)</b>
Gomes (2010)	L09	750,8	303,7	426	0,42	312,6	800,0	190000,0
Gomes (2010)	L10	752,4	304,4	663	0,31	236,7	800,0	190000,0
Gomes (2010)	L11	755,5	306,0	385	0,44	334,8	800,0	190000,0
Gomes (2010)	L12	753,9	305,2	530	0,37	275,6	800,0	190000,0
Gomes (2010)	L13	760,2	308,4	559	0,36	270,4	800,0	190000,0
Gomes (2010)	L14	749,2	302,9	451	0,40	301,0	800,0	190000,0
Gomes (2010)	L15	752,4	304,4	349	0,47	350,3	800,0	190000,0
Gomes (2010)	L16	755,5	306,0	672	0,31	236,4	800,0	190000,0

Tabela Anexo 1. 12 - Taxas de armadura – *fib* Model Code 2010

<b>Direção x</b>					
<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b><math>\rho</math> passiva</b>	<b><math>f_{yk}</math> passiva (MPa)</b>	<b><math>\rho</math> ativa</b>	<b><math>f_{yk}</math> ativa (MPa)</b>
Gomes (2010)	L09	0,0090	548,0	0,003	440,90
Gomes (2010)	L10	0,0089	548,0	0,003	309,27
Gomes (2010)	L11	0,0087	548,0	0,003	316,20
Gomes (2010)	L12	0,0088	548,0	0,003	303,33
Gomes (2010)	L13	0,0084	548,0	0,003	373,60
Gomes (2010)	L14	0,0091	548,0	0,003	314,22
Gomes (2010)	L15	0,0089	548,0	0,003	320,15
Gomes (2010)	L16	0,0087	548,0	0,003	350,84
<b>Direção y</b>					
<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b><math>\rho</math> passiva</b>	<b><math>f_{yk}</math> passiva (MPa)</b>	<b><math>\rho</math> ativa</b>	<b><math>f_{yk}</math> ativa (MPa)</b>
Gomes (2010)	L09	0,0096	548,0	0,007	481,48
Gomes (2010)	L10	0,0095	548,0	0,007	468,61
Gomes (2010)	L11	0,0093	548,0	0,007	530,96
Gomes (2010)	L12	0,0094	548,0	0,007	436,94
Gomes (2010)	L13	0,0091	548,0	0,006	540,86
Gomes (2010)	L14	0,0097	548,0	0,007	474,55
Gomes (2010)	L15	0,0095	548,0	0,007	550,76
Gomes (2010)	L16	0,0093	548,0	0,007	465,64

Tabela Anexo 1. 13 - Momentos resistentes, solicitante e de descompressão - *fib* Model Code 2010

<b>Direção x</b>							
<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>m<sub>r</sub> (kN.m/m)</b>	<b>n (kN/m)</b>	<b>e (mm)</b>	<b>m<sub>p</sub> (kN.m/m)</b>	<b>V<sub>p</sub> (kN)</b>	<b>m<sub>sd</sub> (kN.m/m)</b>
Gomes (2010)	L09	51,25	330,29	37	24,61	2,54	34,57
Gomes (2010)	L10	48,41	368,29	38	27,39	1,26	38,11
Gomes (2010)	L11	49,64	366,29	37	26,11	1,48	38,15
Gomes (2010)	L12	48,75	370,00	38	27,12	0,68	39,05
Gomes (2010)	L13	52,89	349,71	40	25,03	1,58	40,86
Gomes (2010)	L14	47,45	366,86	35	27,04	1,25	35,39
Gomes (2010)	L15	48,68	365,14	39	27,52	1,52	37,65
Gomes (2010)	L16	50,60	356,29	36	25,04	0,91	38,64
<b>Direção y</b>							
<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>m<sub>r</sub> (kN.m/m)</b>	<b>n (kN/m)</b>	<b>e (mm)</b>	<b>m<sub>p</sub> (kN.m/m)</b>	<b>V<sub>p</sub> (kN)</b>	<b>m<sub>sd</sub> (kN.m/m)</b>
Gomes (2010)	L09	81,62	743,33	25	40,88	3,19	63,94
Gomes (2010)	L10	81,71	752,00	25	40,81	4,49	59,08
Gomes (2010)	L11	87,40	710,00	28	39,69	2,90	57,21
Gomes (2010)	L12	80,43	773,33	23	39,88	2,75	51,39
Gomes (2010)	L13	90,77	703,33	29	38,74	4,57	52,71
Gomes (2010)	L14	80,40	748,00	23	40,22	4,62	61,91
Gomes (2010)	L15	86,94	696,67	25	37,81	3,50	57,17
Gomes (2010)	L16	83,19	754,00	27	41,40	4,50	59,83

Tabela Anexo 1. 14 - Coeficientes de rotação – *fib* Model Code 2010

<b>Direção x</b>							
<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>Nível I</b>		<b>Nível II</b>		<b>Nível III</b>	
		$\psi$	$K_{\psi}$	$\psi$	$K_{\psi}$	$\psi$	$K_{\psi}$
Gomes (2010)	L09	0,0361	0,2658	0,0086	0,5294	0,0079	0,5432
Gomes (2010)	L10	0,0357	0,2658	0,0136	0,4509	0,0126	0,4640
Gomes (2010)	L11	0,0350	0,2658	0,0133	0,4501	0,0123	0,4642
Gomes (2010)	L12	0,0353	0,2658	0,0151	0,4294	0,0140	0,4430
Gomes (2010)	L13	0,0339	0,2658	0,0151	0,4213	0,0139	0,4368
Gomes (2010)	L14	0,0364	0,2658	0,0100	0,5079	0,0092	0,5202
Gomes (2010)	L15	0,0357	0,2658	0,0123	0,4677	0,0114	0,4806
Gomes (2010)	L16	0,0350	0,2658	0,0141	0,4394	0,0130	0,4544
<b>Direção y</b>							
<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>Nível I</b>		<b>Nível II</b>		<b>Nível III</b>	
		$\psi$	$K_{\psi}$	$\psi$	$\psi$	$K_{\psi}$	$\psi$
Gomes (2010)	L09	0,0361	0,2658	0,0147	0,4223	0,0136	0,4371
Gomes (2010)	L10	0,0357	0,2658	0,0102	0,4859	0,0094	0,4998
Gomes (2010)	L11	0,0350	0,2658	0,0075	0,5337	0,0068	0,5480
Gomes (2010)	L12	0,0353	0,2658	0,0051	0,5881	0,0047	0,5997
Gomes (2010)	L13	0,0339	0,2658	0,0045	0,5984	0,0037	0,6000
Gomes (2010)	L14	0,0364	0,2658	0,0139	0,4354	0,0128	0,4499
Gomes (2010)	L15	0,0357	0,2658	0,0085	0,5170	0,0077	0,5321
Gomes (2010)	L16	0,0350	0,2658	0,0098	0,4891	0,0091	0,5031