

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS EM CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO  
APOIADAS SOBRE PILAR DE BORDA**

**AMANDA BARBOSA BORGES  
JÉSSYCA PATRÍCIA SOUSA DOMINGOS**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ENGENHARIA CIVIL

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

BRASÍLIA / DF: NOVEMBRO – 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS EM CONCRETO ARMADO E  
PROTENDIDO APOIADAS SOBRE PILAR DE BORDA**

**AMANDA BARBOSA BORGES  
JÉSSYCA PATRÍCIA SOUSA DOMINGOS**

ORIENTADOR: MARCOS HONORATO DE OLIVEIRA

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ENGENHARIA CIVIL

BRASÍLIA / DF: NOVEMBRO – 2017  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS EM CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO  
APOIADAS SOBRE PILAR DE BORDA**

**AMANDA BARBOSA BORGES**

**JÉSSYCA PATRÍCIA SOUSA DOMINGOS**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, *D.Sc* (UnB)**

(Orientador)

---

**Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, *Ph.D* (UnB)**

(Examinador interno)

---

**Prof. Paulo Chaves de Rezende Martins, *Dr. ECP* (UnB)**

(Examinador interno)

BRASÍLIA/DF, 30 DE NOVEMBRO DE 2017

## FICHA CATALOGRÁFICA

BORGES, AMANDA BARBOSA  
DOMINGOS, JÉSSYCA PATRÍCIA SOUSA

**Punção em Lajes Lisas em Concreto Armado e Protendido Apoiadas Sobre Pilar de Borda** [Distrito Federal] 2017.

xiii, 110p., 297mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2017)  
Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Punção	2. Laje Lisa
3. Pilar de Borda	4. Concreto Protendido
I. ENC/FT/UnB	II. Título (Bacharel)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BORGES, A.B.; DOMINGOS, J.P.S. (2017). Punção em Lajes Lisas em Concreto Armado e Protendido Apoiadas Sobre Pilar de Borda. Monografia de Projeto Final em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 110p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTORES: Amanda Barbosa Borges e Jéssyca Patrícia Sousa Domingos.

TÍTULO: Punção em Lajes Lisas em Concreto Armado e Protendido Apoiadas Sobre Pilar de Borda.

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil

ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Amanda Barbosa Borges  
Quadra 105 Lote 06 Ap.103  
CEP: 71.915-250 Brasília – DF – Brasil  
e-mail: amanda.df215@gmail.com

---

Jéssyca Patrícia Sousa Domingos  
Quadra QC 02 Conjunto 08 Casa 21- RF II  
CEP: 71.882-058 Brasília – DF – Brasil  
e-mail: jessycapatriciasousa@gmail.com

## RESUMO

### PUNÇÃO EM LAJES LISAS EM CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO APOIADAS SOBRE PILAR DE BORDA

**Autores:** Amanda Barbosa Borges e Jéssyca Patrícia Sousa Domingos

**Orientador:** Marcos Honorato de Oliveira

**Monografia de Projeto Final em Engenharia Civil, UnB, Brasil**

O presente trabalho faz uma análise comparativa sobre as estimativas de capacidade resistente à punção entre as normas NBR 6118:2014, ACI 318:2014, Eurocode 2:2014 e *fib* Model Code 2010. Para essa análise, foi levantado um banco de dados com valores experimentais de resistência à punção para o caso de lajes lisas em concreto armado e protendido apoiadas sobre pilar de borda. Esses valores foram comparados com os resultados de carga de ruptura estimados por meio das quatro metodologias de cálculo. Feito isso, pôde-se perceber que a norma que apresentou resultados mais distantes da referência experimental foi o ACI 318:2014 e a norma que gerou melhor desempenho foi a NBR 6118:2014.

Além de realizar a comparação entre os resultados dessas metodologias, foi realizada uma avaliação entre hipóteses de cálculo para cada uma delas. A NBR 6118:2014 foi calculada de três formas distintas, uma sugerida por Giordano (2008) e as outras duas foram baseadas em interpretações diferentes em relação ao cálculo do  $W_{PI}$ . O método de cálculo sugerido por Giordano (2008) não seguia todas as recomendações da NBR 6118:2014 e mostrou resultados estimados muito destoantes dos experimentais. Já a hipótese de cálculo  $NBR_1$ , que realiza o cálculo do  $W_{PI}$  em relação ao centro do pilar, proporcionou os melhores resultados.

O ACI 318:2014 impõe diversas limitações para o cálculo da resistência à punção em lajes protendidas, sendo calculadas seis hipóteses distintas de estimativa de resistência à punção visando avaliar a influência de tais restrições. A partir dos resultados, foi possível perceber que o fator de maior influência é a presença dos cabos de protensão e a força de compressão no plano gerada por estes.

O *fib* Model Code 2010 foi calculado a partir de três níveis de aproximação: nível I, II e III. O nível I proporcionou um valor mais divergente da realidade, como previsto pelo próprio código. Os níveis II e III foram obtidos por método iterativo e proporcionaram valores mais próximos dos experimentais, se destacando a precisão do nível III.

O Eurocode 2:2014 não foi passível de mais de uma interpretação, possuindo apenas uma hipótese de cálculo. A média de aproximação dos valores encontrados no Eurocode 2:2014 em muito se assemelhou com a média obtida no nível III do *fib* Model Code 2010.

## ABSTRACT

### **PUNCHING-SHEAR OF REINFORCED AND PRESTRESSED CONCRETE FLATS SLABS SUPPORTED BY EDGE COLUMN**

**Authors: Amanda Barbosa Borges e Jéssyca Patrícia Sousa Domingos**

**Supervisor: Marcos Honorato de Oliveira**

**Final Project Monograph on Structures and Civil Construction, UnB**

This work presents a comparative analysis on the estimates of punching-shear resistance capacity between the norms NBR 6118:2014, ACI 318:2014, Eurocode 2: 2014 and *fib* Model Code 2010. For this analysis, a database has been created with experimental results of punching-shear resistance of reinforced and prestressed concrete flats slabs supported by edge column. The best and worst results were those obtained from norm NBR 6118:2014 and ACI 318:2014, respectively.

Besides to compare the results of the methodologies, it was evaluated calculation hypotheses for each norm. For NBR 6118:2014, three different hypotheses were calculated, one suggested by Giordano (2008) and the others are based on different interpretations about the calculation of  $W_{PI}$ . The method suggested by Giordano (2008) did not follow all the recommendations of NBR 6118:2014 and showed very different results from the experimental ones. The NBR<sub>1</sub> hypotheses, which calculates the  $W_{PI}$  to respect the center of the column, provided the best results.

ACI 318:2014 imposes several limitations for the estimate of punch-shear resistance in prestressed slabs, and six different hypotheses of punch-shear resistance estimation have been elaborated in order to evaluate the influence of all the limitations. Based on the results, it was possible to realize the factor of greatest influence is the presence of the tendons and the compressive force in the plane produced by them.

The *fib* Model Code 2010 was calculated in three levels of approximation: level I, II and III. Level I provided a more divergent value of reality, as predicted by the code. The results of levels II and III were obtained by iterative method and has provided values closer to the experimental ones.

Eurocode 2:2014 was not subject to more than one interpretation, therefore, this code has just one calculation hypotheses. The average approximation values found in Eurocode 2:2014 were very close to the average obtained by the level III of the *fib* Model Code 2010.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.2. MOTIVAÇÃO .....	2
1.3. OBJETIVOS.....	3
1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	3
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>5</b>
2.1. CARACTERÍSTICAS DA RUPTURA POR PUNÇÃO.....	5
2.2. PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	7
2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto.....	8
2.2.2. Taxa de Armadura de Flexão Tracionada .....	8
2.2.3. Dimensões e Geometria do Pilar .....	9
2.2.4. Altura Útil da Laje e <i>Size Effect</i> (Efeito de Tamanho).....	10
2.2.5. Distribuição da Armadura de Protensão.....	10
2.3. TRABALHOS ANTERIORES .....	11
2.3.1. DILGER e SHATILA (1989).....	11
2.3.2. FOUTCH <i>et al.</i> (1990) .....	14
2.3.3. EL-SALAKAWY <i>et al.</i> (1998) .....	17
2.3.4. BARBÁN (2008).....	18
2.3.5. GOMES (2010) e HONORATO (2008).....	22
2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS.....	26
2.4.1. NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto Armado e Protendido .....	26
2.4.1.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto .....	27
2.4.1.2. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto .....	30
2.4.1.3. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal .....	30
2.4.2. Eurocode 2:2014 - <i>Design of Concrete Structures – General Rules and Rules for Buildings</i> .....	31

2.4.2.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto .....	33
2.4.2.2. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto .....	35
2.4.2.3. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal .....	35
2.4.3. ACI 318:14 - <i>Building Code Requirements for Structural Concrete</i> .....	37
2.4.3.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto .....	38
2.4.3.2. Verificação da Tensão Resistente .....	39
2.4.4. <i>fib</i> Model Code 2010 .....	42
2.4.4.1. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal .....	44
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>48</b>
3.1. METODOLOGIA DA NBR 6118:2014 .....	51
3.1.1. Cálculo da Resistência à Punção .....	51
3.1.2. Cálculo dos Perímetros Críticos .....	51
3.1.3. Cálculo da Taxa de Armadura Tracionada .....	52
3.1.4. Cálculo da Tensão Normal de Protensão .....	52
3.1.5. Cálculo da Tensão Vertical devido à Protensão .....	52
3.1.6. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica .....	52
3.1.7. Cálculo das Excentricidades .....	55
3.1.8. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada .....	55
3.2. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO EUROCODE 2:2014 .....	57
3.2.1. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica .....	57
3.2.2. Cálculo da Excentricidade .....	57
3.2.3. Limitação do <i>Size Effect</i> .....	57
3.3. METODOLOGIA DO ACI 318:14 .....	58
3.3.1. Cálculo do Fator de Protensão ( $f_{pc}$ ) .....	58
3.3.2. Cálculo da Força Vertical devido aos Cabos de Protensão ( $V_P$ ) .....	58
3.3.3. Cálculo da Excentricidade do Perímetro Crítico ( $C_{AB}$ ) .....	59



3.3.4. Cálculo do Momento Polar de Inércia ( $J_c$ ) .....	59
3.3.5. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada.....	59
3.4. METODOLOGIA DO <i>fib</i> MODEL CODE 2010 .....	61
3.4.1. Nível I.....	61
3.4.1.1. Cálculo do Coeficiente de Redução do Perímetro de Controle ( $K_e$ ).....	62
3.4.1.2. Cálculo do Coeficiente do Diâmetro Máximo dos Agregados ( $k_{dg}$ ).....	62
3.4.1.3. Cálculo do Raio ( $r_s$ ) .....	62
3.4.1.4. Cálculo da Rotação .....	63
3.4.2. Nível II.....	63
3.4.2.1. Cálculo do Comprimento da Faixa de Suporte ( $b_s$ ).....	63
3.4.2.2. Cálculo do Momento Resistente ( $m_r$ ) .....	64
3.4.2.3. Cálculo do Momento de Descompressão ( $m_p$ ) .....	64
3.4.3. Nível III .....	65
<b>4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>65</b>
4.1. RESULTADOS PARA A NBR 6118:2014 .....	66
4.2. RESULTADOS PARA O EUROCODE 2:2014 .....	72
4.3. RESULTADOS PARA O ACI 318:14 .....	75
4.4. RESULTADOS PARA O <i>fib</i> MODEL CODE 2010 .....	85
4.5. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS .....	89
<b>5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>91</b>
5.1. CONCLUSÕES GERAIS .....	91
5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	93
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>94</b>
<b>ANEXO I.....</b>	<b>98</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 2.3.1 – Cargas últimas dos modelos locais – Dilger e Shatila (1989).....	14
Tabela 2.3.2 – Valores de ruptura das lajes – Foutch <i>et al.</i> (1990).....	17
Tabela 2.3.3 – Valores de ruptura das lajes – El-Salakawy <i>et al.</i> (1998) .....	18
Tabela 2.3.4 – Cargas e momentos de ruptura dos modelos locais – Barbán (2008) .....	21
Tabela 2.3.5 – Características das lajes – Gomes (2010).....	23
Tabela 2.3.6 – Força de protensão média nos cabos – Gomes (2010).....	25
Tabela 2.3.7 – Cargas últimas dos modelos locais – Gomes (2010).....	26
Tabela 2.4.1 – Valor de <i>K</i> para carregamento retangular – Eurocode 2:2014 .....	34
Tabela 2.4.1 – Banco de dados.....	49
Tabela 4.1.1 – Tensões resistentes – NBR 6118:2014.....	66
Tabela 4.1.2 – Cargas estimadas de ruptura – Interpretações NBR 6118:2014.....	67
Tabela 4.1.3 – Média e desvio padrão dos resultados – NBR 6118:2014.....	70
Tabela 4.2.1 – Tensões resistentes – Eurocode 2:2014.....	72
Tabela 4.2.2 – Cargas estimadas de ruptura – Eurocode 2:2014 .....	73
Tabela 4.2.3 – Média e Desvio Padrão do Resultado – Eurocode 2:2014 .....	74
Tabela 4.3.1 – Carga de ruptura estimada – Hipótese 1 - ACI 318:14 .....	75
Tabela 4.3.2 – Carga de ruptura estimada – Hipóteses 2 e 3 - ACI 318:14.....	76
Tabela 4.3.3 – Carga de ruptura estimada – Hipóteses 4 e 5 - ACI 318:14 .....	77
Tabela 4.3.4 – Carga de ruptura estimada – Hipótese 6 - ACI 318:14 .....	79
Tabela 4.3.5 – Média e desvio padrão dos resultados – ACI 318:14.....	83
Tabela 4.4.1 – Cargas estimadas de ruptura – <i>fib</i> Model Code 2010 – Níveis I e II .....	85
Tabela 4.4.2 – Cargas estimadas de ruptura – <i>fib</i> Model Code 2010 – Nível III.....	86
Tabela 4.4.3 – Média e desvio padrão dos resultados – <i>fib</i> Model Code 2010.....	88
Tabela 4.5.1 – Média e desvio padrão dos resultados .....	89

## LISTA DE TABELAS DO ANEXO

Tabela Anexo 1.1 – Perímetros das superfícies críticas – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014 .....	98
Tabela Anexo 1.2 – Taxas de armadura das lajes – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014.....	99
Tabela Anexo 1.3 – Tensão normal devido à protensão nos cabos – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014.....	100
Tabela Anexo 1. 4 – Tensão vertical devido à protensão nos cabos – NBR 6118:2014.....	101
Tabela Anexo 1. 5 – $W_{p1}$ utilizados – NBR 6118:2014 .....	102
Tabela Anexo 1. 6 – $W_1$ utilizado – Eurocode 2:2014.....	103
Tabela Anexo 1. 7 – Resultado das excentricidades – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014.	104
Tabela Anexo 1. 8 – Parâmetros de cálculo – ACI 318:14 .....	105
Tabela Anexo 1. 9 – Parâmetros geométricos – ACI 318:14.....	106
Tabela Anexo 1. 10 – Parâmetros referentes à protensão – ACI 318:14 .....	107
Tabela Anexo 1. 11 – Parâmetros geométricos – <i>fib</i> Model Code 2010.....	108
Tabela Anexo 1. 12 – Taxas de armadura – <i>fib</i> Model Code 2010.....	109
Tabela Anexo 1. 13 – Momentos resistentes, de descompressão e solicitante – <i>fib</i> Model Code 2010.....	110
Tabela Anexo 1. 14 – Coeficientes de rotação – <i>fib</i> Model Code 2010.....	111

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
Figura 2.1 – Ruptura por tração diagonal do concreto .....	5
Figura 2.2 – Ângulo de inclinação da ruptura .....	6
Figura 2.3 – Carregamento excêntrico transferindo momento fletor ao pilar de borda .....	7
Figura 2.4 – Disposição dos cabos de protensão para as lajes sem <i>overhang</i> – Dilger (1989)	12
Figura 2.5 – Disposição dos cabos de protensão para as lajes com <i>overhang</i> – Dilger (1989)	12
Figura 2.6 – Disposição da armadura tracionada para lajes sem <i>overhang</i> – Dilger (1989) ...	13
Figura 2.7 – Disposição da armadura tracionada para lajes com <i>overhang</i> – Dilger (1989) ...	13
Figura 2.8 – Disposição dos cabos de protensão nas lajes S1 e S2 – Foutch (1990) .....	15
Figura 2.9 – Disposição dos cabos de protensão nas lajes S3 e S4 – Foutch (1990) .....	15
Figura 2.10 – Posicionamento da armadura tracionada nas lajes S1 a S4 – Foutch (1990) .....	16
Figura 2.11 – Esquema de ensaio – Foutch (1990) .....	16
Figura 2.12 – Distribuição da armadura tracionada – Salakawy (1998) .....	18
Figura 2.13 – Representação do pavimento completo de laje lisa e posicionamento dos cabos de protensão – Barbán (2008) .....	19
Figura 2.14 – Modelos locais A e B, respectivamente – Barbán (2008) .....	20
Figura 2.15 – Representação do pavimento completo de laje lisa e posicionamento dos cabos de protensão – Gomes (2010) .....	22
Figura 2.16 – Modelos locais de ensaio – Gomes (2010) .....	24
Figura 2.17 – Perímetro crítico – NBR 6118:2014 .....	26
Figura 2.18 – Perímetro crítico reduzido – NBR 6118:2014 .....	27
Figura 2.19 – Presença de armadura ativa – NBR 6118:2014 .....	29
Figura 2.20 – Esquema do perfil dos cabos de protensão – NBR 6118:2014 .....	29
Figura 2.21 – Perímetro crítico – Eurocode 2:2014 .....	32
Figura 2.22 – Perímetro crítico reduzido – Eurocode 2:2014 .....	32
Figura 2.23 – Perímetro crítico estendido .....	33
Figura 2.24 – Distribuição de tensões em um pilar interno – Eurocode 2:2014 .....	34
Figura 2.25 – Perímetro crítico para o caso de ruptura por punção em duas direções – ACI 318:14 .....	38
Figura 2.26 – Presença de armadura ativa – ACI 318:14 .....	41
Figura 2.27 – Perfil dos cabos de protensão – ACI 318:14 .....	41

Figura 2.28 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ ).....	43
Figura 2.29 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ ) e altura útil da laje ( $d$ ) .....	43
Figura 2.30 – Perímetro de controle ( $b_1$ ) – <i>fib</i> Model Code 2010.....	43
Figura 2.31 – Rotação da laje utilizada na metodologia de cálculo – <i>fib</i> Model Code 2010...	45
Figura 3.1 – Representação do cálculo de $W_{p1}$ de acordo com a primeira hipótese (NBR <sub>1</sub> ) ..	55
Figura 3.2 – Representação do cálculo de $W_{p1}$ de acordo com a segunda hipótese (NBR <sub>2</sub> )...	56
Figura 3.3 – Representação do cálculo de $W_{p1}$ de acordo com a terceira hipótese (NBR*)..	56
Figura 3.4 – Representação do cálculo de $b_{sr}$ – <i>fib</i> Model Code 2010 .....	63
Figura 3.5 – Momento de descompressão – <i>fib</i> Model Code 2010.....	65
Figura 4.1 – Relação entre força de ruptura e estimada pela primeira interpretação da metodologia de cálculo da NBR 6118:2014 .....	69
Figura 4.2 – Relação entre força de ruptura e estimada pela segunda interpretação de cálculo da NBR 6118:2014.....	69
Figura 4.3 – Relação entre força de ruptura e estimada pela segunda interpretação de cálculo de Giordano da NBR 6118:2014.....	70
Figura 4.4 – Relação entre força de ruptura e estimada pela metodologia de cálculo do Eurocode 2:2014.....	74
Figura 4.5 – Relação entre força de ruptura e estimada pela primeira hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14.....	80
Figura 4.6 – Relação entre força de ruptura e estimada pela segunda hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14.....	80
Figura 4.7 – Relação entre força de ruptura e estimada pela terceira hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14 .....	81
Figura 4.8 – Relação entre força de ruptura e estimada pela quarta hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14 .....	81
Figura 4.9 – Relação entre força de ruptura e estimada pela quinta hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14 .....	82
Figura 4.10 – Relação entre força de ruptura e estimada pela sexta hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14 .....	82
Figura 4.11 – Relação entre força de ruptura e estimada para o primeiro nível de cálculo do <i>fib</i> Model Code 2010.....	87

Figura 4.12 – Relação entre força de ruptura e estimada para o segundo nível de cálculo do <i>fib</i> Model Code 2010 .....	87
Figura 4.13 – Relação entre força de ruptura e estimada para o terceiro nível de cálculo do <i>fib</i> Model Code 2010 .....	88

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
$A_c$	Área de concreto de determinada seção
$A_s$	Área da seção transversal das barras de aço tracionadas;
$b_w$	Largura da faixa de laje;
$b_0$	Comprimento do perímetro crítico afastado $d/2$ da face do pilar (abordagem – ACI 318:2011);
$c$	Lado do pilar quadrado; ou diâmetro do pilar circular;
$C_1$	Dimensão do pilar perpendicular à borda livre;
$C_2$	Dimensão do pilar paralela à borda livre;
$C$	Primeira superfície crítica na face do pilar (abordagem – NBR 6118:2014);
$C'$	Segunda superfície crítica afastada $2d$ do pilar (abordagem – NBR 6118:2014);
$C'^*$	Segunda superfície crítica reduzida afastada $2d$ do pilar (abordagem – NBR 6118:2014);
$C''$	Terceira superfície crítica afastada $2d$ das armaduras de cisalhamento externas (abordagem – NBR 6118:2014);
$C_{Rd,c}$	Coefficiente de correção da tensão de cisalhamento resistente de projeto do concreto da laje (abordagem – EUROCODE 2:2014);
$d$	Altura útil da laje;
$d_x$	Altura útil da laje na direção x;
$d_y$	Altura útil da laje na direção y;
$d_g$	Diâmetro máximo do agregado graúdo;
$E_c$	Módulo estático de elasticidade à compressão do concreto;
$f_c$	Resistência à compressão do concreto;
$f'_c$	Resistência à compressão do concreto (abordagem – ACI 318:2014);
$f_{cd}$	Tensão de resistência de projeto do concreto à compressão;
$f_{ck}$	Tensão de resistência característica do concreto à compressão;

$f_{ct}$	Resistência à tração do concreto;
$f_{ys,flex}$	Tensão de escoamento do aço das armaduras de flexão;
$F_{Sd}$	Carga solicitante de projeto de reação do pilar;
$F_{Sk}$	Carga solicitante característica de reação do pilar;
$h$	Altura total da laje;
$k$	<i>Size effect</i> (abordagem – EUROCODE 2:2010);
$K_1$	Coefficiente da parcela de momento transmitido ao pilar por cisalhamento;
$k_{dg}$	Parâmetro que depende do diâmetro máximo do agregado (abordagem – <i>fib</i> Model Code 2010);
$r_q$	Distância do ponto de carregamento ao pilar;
$u_0$	Comprimento do perímetro crítico na face do pilar;
$u_1$	Comprimento do perímetro crítico afastado $2d$ da face do pilar;
$u_1^*$	Comprimento do perímetro crítico reduzido afastado $2d$ da face do pilar;
$V_{ACI}$	Carga de resistência à punção calculada pelo ACI 318:2014;
$V_{EC}$	Carga de resistência à punção calculada pelo EUROCODE 2:2014;
$V_{Flexão}$	Cargas de resistência à flexão da laje;
$V_{NBR}$	Carga de resistência à punção calculada pela NBR 6118:2014;
$V_R$	Capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_{Rc}$	Contribuição do concreto para a capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_{R,cs}$	Capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_{Rd,c}$	Carga resistente de projeto da laje à tração diagonal do concreto;
$V_{Rd,cs}$	Carga resistente de projeto da laje à tração diagonal na presença de armaduras de cisalhamento;
$V_{Rd,máx}$	Carga resistente de projeto da laje à compressão diagonal do concreto;
$V_{Rd,out}$	Carga resistente de projeto da laje à tração diagonal do concreto fora da região das armaduras de cisalhamento;
$V_{Rk,c}$	Carga resistente característica da laje à tração diagonal do concreto;



$V_{Rk,cs}$	Carga resistente característica da laje à tração diagonal na presença de armaduras de cisalhamento;
$V_{Rk,máx}$	Carga resistente característica da laje à compressão diagonal do concreto;
$V_{Rs}$	Contribuição do aço para a capacidade de carga da ligação laje-pilar;
$V_u$	Carga última de ruptura experimental da laje;
$W_{p1}$	Módulo de resistência plástica do perímetro crítico em questão;
$\alpha$	Ângulo de inclinação ente o eixo da armadura de punção e o plano da laje;
$\alpha_s$	Constante usada para computar a carga resistente em lajes ou sapatas (abordagem – ACI 318:2014);
$\beta$	Razão entre a maior e a menor dimensão do pilar (abordagem – ACI 318:2014);
$\beta$	Parâmetro de cálculo da tensão solicitante (abordagem – Eurocode 2:2014);
$\phi$	Coefficiente de segurança (abordagem – ACI 318:2014);
$\emptyset$	Indicação do diâmetro da armadura;
$\emptyset_w$	Indicação do diâmetro da armadura de punção;
$\psi$	Rotação da laje (abordagem – <i>fib</i> Model Code 2010);
$\gamma_c$	Coefficiente de minoração da resistência do concreto;
$\lambda$	Fator de modificação para levar em conta a redução das propriedades mecânicas dos concretos de baixa densidade (abordagem – ACI 318:2014);
$\sigma_{cx}$	Tensão normal em seção na direção x devido às forças de protensão;
$\sigma_{cy}$	Tensão normal em seção na direção y devido às forças de protensão;
$\sigma_{cp}$	Tensão normal na seção considerada devido às forças de protensão;
$\nu$	Fator de redução da força do concreto fissurado no cisalhamento (abordagem – EUROCODE 2:2014);
$V_{Rd,c}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal tracionada de concreto (abordagem – EUROCODE 2:2014);
$V_{Rd,máx}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal comprimida de concreto (abordagem – EUROCODE 2:2014);

$V_{Rd,cs}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal tracionada na presença de armaduras de cisalhamento (abordagem – EUROCODE 2:2014);
$\rho$	Taxa de armadura de flexão tracionada da laje;
$\rho_x$	Taxa de armadura de flexão tracionada da laje na direção x;
$\rho_y$	Taxa de armadura de flexão tracionada da laje na direção y;
$\tau$	Tensão de cisalhamento resistente;
$\tau_{Rd}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto;
$\tau_{Rk}$	Tensão de cisalhamento resistente característica;
$\tau_{Rd1}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal tracionada de concreto;
$\tau_{Rd2}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal comprimida de concreto;
$\tau_{Rk1}$	Tensão de cisalhamento resistente característica da diagonal tracionada de concreto;
$\tau_{Rk2}$	Tensão de cisalhamento resistente característica da diagonal comprimida de concreto;
$\tau_{Sd}$	Tensão de cisalhamento solicitante de projeto;
$\tau_{Sk}$	Tensão de cisalhamento solicitante característica.

# 1. INTRODUÇÃO

Lajes lisas são estruturas que transmitem seus esforços diretamente para os pilares sobre os quais encontram-se apoiadas. De acordo com Foutch (1990), tal sistema estrutural pode acelerar o ritmo de construção e gerar economias com mão de obra, já que a execução de vigas não é necessária. Apesar de agilizar o processo construtivo, no Brasil, um dos sistemas mais utilizados ainda é o convencional, composto por lajes transferindo carga para as vigas, e estas, para os pilares.

Segundo Sudarsana (2001), além das vantagens supracitadas, podem ser mencionadas também: menor quantidade de pilares na edificação, execução das instalações de forma mais ágil e flexibilidade arquitetônica propiciada por lajes com superfície lisa. É devido a tais benefícios que os Estados Unidos, assim como vários países da Europa e Ásia, fazem um uso mais frequente desta metodologia estrutural.

Apesar das diversas vantagens encontradas no sistema construtivo de lajes lisas, este também possui suas desvantagens, como as citadas por Gomes (2010): diminuição da rigidez da estrutura, deixando-a mais sensível às ações do vento; presença mais acentuada de flechas e; possibilidade de ruptura por puncionamento. A fim de se evitar manifestações patológicas ou até mesmo a ruptura da estrutura, se faz necessário o enrijecimento desta às solicitações horizontais, a verificação quanto à possibilidade de punção e a utilização de processos que diminuam os deslocamentos verticais do pavimento, ou seja, o surgimento de flechas excessivas.

Neste contexto, surge o conceito do fenômeno de punção, o qual pode ser descrito como aquele composto por elevadas tensões de cisalhamento em decorrência da reação vertical concentrada no apoio (pilar) e as ações fletoras originadas desta ligação. Uma vez que este fenômeno constitui o ponto mais crítico em construções com lajes lisas, seu estudo faz-se relevante, a fim de se garantir a segurança e durabilidade da edificação.

O efeito da punção pode causar ruptura por compressão ou tração diagonal do concreto e, no geral, a ruptura por punção se mostra sem avisos devido à fragilidade do concreto. Para promover uma ruptura mais dúctil e elevar a resistência da laje lisa, é possível utilizar armaduras de cisalhamento. Outras maneiras de se elevar a resistência à punção são: utilização de capitel

(eleva a área de contato entre a laje lisa e o pilar), uso de concreto protendido e aumento da espessura da laje. A desvantagem de se fazer uso de capitéis ou de lajes muito espessas reside na possibilidade de limitações arquitetônicas, as quais muitas vezes acabam por interferir na concepção do projeto inicial.

De acordo com Emerick (2002), o uso da protensão, por sua vez, potencializa a tensão resistente à compressão diagonal e alivia alguns efeitos da tensão solicitante. Além disso, a protensão, quando bem instalada, pode reduzir o nível de fissuração e diminuir a intensidade das flechas, influenciando positivamente na durabilidade da estrutura.

Diante da necessidade de se garantir a segurança de lajes lisas quanto ao fenômeno de punção, diversas metodologias abordam este tema e estabelecem critérios e parâmetros para a verificação da resistência de ligações laje-pilar sujeitas à punção, dentre as quais serão analisadas: NBR 6118:2014, Eurocode 2:2014, ACI 318:14 e *fib* Model Code 2010. Além disso, as sugestões e considerações de Giordano (2005) para a determinação da excentricidade e do módulo de resistência plástica do perímetro crítico serão utilizadas para comparação com resultados dos outros métodos teóricos. Por fim, teses e artigos de outros autores que trataram tal temática serão abordados neste relatório, a fim de compor banco de dados para realização de cálculos e avaliação dos resultados obtidos.

## **1.2. MOTIVAÇÃO**

A motivação principal deste trabalho está ligada à ampliação dos conhecimentos referentes ao uso de lajes lisas apoiadas sobre pilar de borda, a partir da análise das metodologias de estimativa da resistência à punção e comparação entre seus resultados. Além disso, devido à escassez de informações para situações mais específicas como lajes lisas apoiadas em pilares de borda em concreto armado e protendido sem a presença de armadura de punção, acredita-se ser coerente o levantamento de informações sobre o tema.

Outro fator de motivação foi a recente atualização das normas NBR 6118:2014, Eurocode 2:2014 (erratas em 2010 e 2014), ACI 318:14, juntamente com o surgimento de modelo de cálculo sugerido pelo *fib* Model Code 2010, fazendo-se relevante uma análise de desempenho atualizada de tais metodologias de cálculo.

### **1.3. OBJETIVOS**

O principal objetivo deste trabalho é analisar o fenômeno de punção em lajes lisas em concreto armado e protendido apoiadas sobre pilares de borda, assim como realizar um comparativo entre resultados experimentais de um banco de dados composto por 31 lajes lisas e os obtidos pelas estimativas de resistência à punção de quatro metodologias de cálculo.

Os objetivos específicos podem ser listados como sendo:

- Levantar banco de dados de ensaios de lajes lisas em concreto armado e protendido apoiadas sobre pilar de borda a partir de trabalhos de alguns autores;
- Avaliar o desempenho dos métodos teóricos de estimativa da capacidade resistente à punção propostos pelas normas e códigos de projeto;
- Avaliar individualmente cada prescrição normativa ou código, levantando as possíveis considerações relevantes ao processo de cálculo, com vistas a obtenção de melhores resultados.

### **1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO**

O presente trabalho será composto por cinco capítulos, cujos objetivos e conteúdos serão tratados adiante no texto.

O Capítulo 1 tem como objetivo a introdução do leitor ao tema tratado no trabalho, apresentação da motivação e finalidade deste, assim como da estruturação do relatório em si.

O Capítulo 2 consiste na revisão bibliográfica, em que os principais aspectos teóricos de artigos, livros, teses e normas são apresentados. Além disso, esse capítulo também engloba os autores utilizados para a composição do banco de dados experimentais, explanando suas principais análises, resultados e conclusões sobre o tema abordado. Por fim, são apresentadas as sequências de cálculo sugeridas pelas normas em análise.

O Capítulo 3 apresenta as metodologias utilizadas para o cálculo da resistência à punção por meio das prescrições normativas da NBR 6118:2014, do Eurocode 2:2014, do ACI 318:14 e do *fib* Model Code 2010. Neste capítulo são encontradas as considerações e interpretações feitas

durante o processo de cálculo, incluindo a interpretação de Giordano (2005) para a NBR 6118:2014.

O Capítulo 4 contém os resultados das estimativas de resistência à punção das lajes assim como a devida comparação com os valores experimentais. Discussões e análises acerca dos resultados são levantadas neste capítulo, assim como uma comparação entre os resultados obtidos pelas metodologias de cálculo utilizadas.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões acerca dos resultados de estimativa de resistência à punção obtidos a partir das metodologias da NBR 6118:2014, do Eurocode 2:2014, do ACI 318:14 e do *fib* Model Code 2010, além da comparação das normas entre si.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo irá abordar as características da ruptura por punção de forma explicativa, assim como introduzir fatores que influenciam em seu comportamento. Além disso, serão referenciados os autores que contribuíram para a composição do banco de dados.

Por fim, serão descritas as prescrições normativas para o cálculo de verificação da punção em lajes lisas em concreto armado e protendido apoiadas sobre pilares de bordas, referentes às normas NBR 6118:2014, Eurocode 2:2014, ACI 318:14 e *fib* Model Code 2010.

### 2.1. CARACTERÍSTICAS DA RUPTURA POR PUNÇÃO

O efeito de ruptura por punção, caracteristicamente, ocorre por formação de uma superfície de ruptura com formato próximo ao de um tronco de cone. Quando não há presença de armadura cisalhamento, a punção ocorre por tração diagonal do concreto. A Figura 2.1 ilustra tal tipo de ruptura:

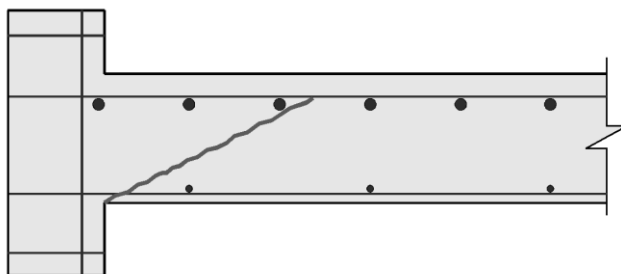


Figura 2.1 – Ruptura por tração diagonal do concreto

Diante da forma inclinada característica da ruptura por punção, alguns autores, dentre estes cita-se: Kinnunen e Nylander *apud* Cordovil (1997), procuraram obter um valor característico para o ângulo de inclinação da fissura, chegando à conclusão que o valor do ângulo encontra-se entre 20° e 30° para o caso de lajes lisas sem armadura de cisalhamento, conforme ilustrado na Figura 2.2. Já o Eurocode 2:2014 utiliza em sua prescrição de cálculo uma inclinação de 26,6°.

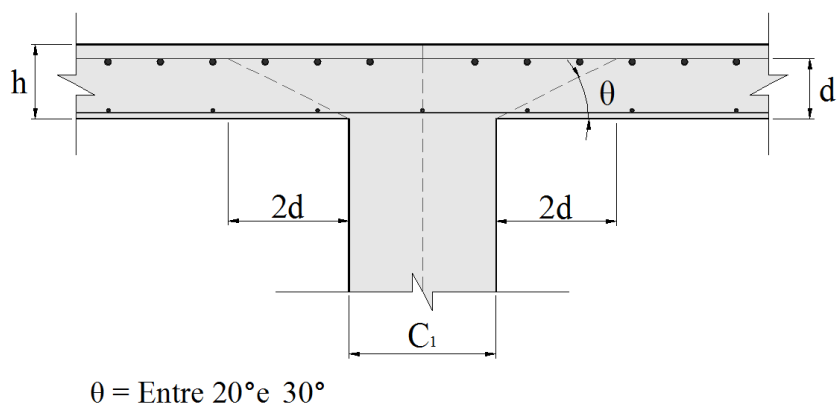


Figura 2.2 – Ângulo de inclinação da ruptura

A fim de evitar este tipo de ruptura por punção para o caso da não utilização de armadura de cisalhamento, a NBR 6118:2014, o Eurocode 2:2014, o ACI 318:14 e o *fib* Model Code 2010 propõem verificações de resistência à ruptura por punção por tração diagonal.

Uma característica bastante relevante no estudo da ruptura por punção é o fato de esta ocorrer de maneira brusca. Deste modo, não é possível observar muitos sinais ou deformações excessivas com antecedência, podendo inclusive ocasionar um colapso progressivo. Tal termo designa a propagação de uma ruptura inicial e localizada, de forma a alastrar seus efeitos e promover a ruptura parcial ou total da edificação. O item 19.5.4 da NBR 6118:2014 recomenda o uso de armadura contra colapso progressivo a fim de evitar a ocorrência do fenômeno.

No que diz respeito à distribuição do carregamento e a transferência ou não de momento fletor da laje lisa ao pilar, é possível classificar a punção em:

- **Simétrica:** para o caso de pilares de centro com carregamento axialmente simétrico em torno do pilar;
- **Assimétrica:** também ocorre em pilares de centro, mas que não possuem carregamento axialmente simétrico em torno do pilar. Apesar disto, não há transferência de momento fletor para o pilar;
- **Excêntrica:** caso de pilares de borda e de canto, em que o carregamento não é simétrico e ocorre transferência de momento para o pilar.



Como o objeto de estudo do presente trabalho são lajes lisas em sua ligação com pilares de borda, a Figura 2.3 apresenta de forma esquemática este tipo de carregamento e a transferência do momento ao pilar:

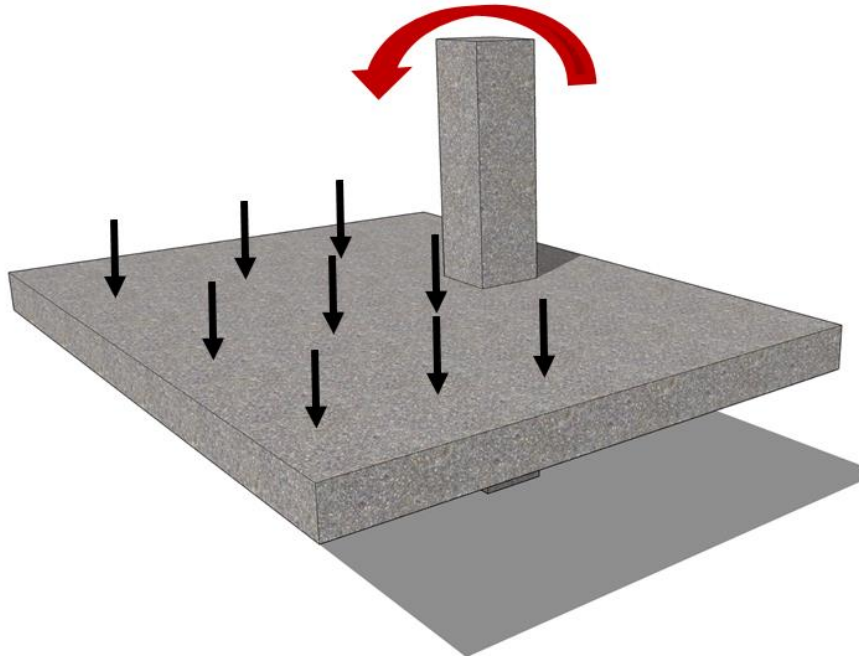


Figura 2.3 – Carregamento excêntrico transferindo momento fletor ao pilar de borda

## 2.2. PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

A partir de resultados de ensaios em lajes lisas suscetíveis à punção, foi possível notar que determinados parâmetros influenciam de forma direta ou indireta a resistência à punção da laje. As relações entre os parâmetros e a resistência à punção extraídas dos ensaios foram utilizadas como base para as formulações semi-empíricas atualmente utilizadas.

Os fatores de influência que serão discutidos neste trabalho são: resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ); taxa de armadura de flexão tracionada ( $\rho$ ); dimensões e geometria do pilar; *size effect* ou efeito de forma ( $\xi$ ); rigidez à flexão e distribuição da armadura de protensão. Outro fator que possui grande influência na resistência à punção é a armadura de cisalhamento. Entretanto, não será feita a análise referente à presença de armaduras de cisalhamento no presente trabalho.

### 2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto

Diante dos possíveis modos de ruptura por cisalhamento aos quais a laje fica exposta, sabe-se que as resistências do concreto tanto à compressão ( $f_{ck}$ ) quanto à tração ( $f_{tk}$ ) são relevantes para o cálculo da resistência ao cisalhamento. Sendo, por vezes, a resistência à tração estimada como função da resistência à compressão.

No processo de descoberta da influência do  $f_{ck}$  na resistência à punção ( $\tau_{rd}$ ), foram realizadas análises a fim de se estimar a relação  $f_{ck} \propto \tau_{rd}$ , dentre elas, cita-se: Graf (1933), Moe (1961) e Sherif e Dilger (1996).

Sherif e Dilger (1996) em seu artigo utilizaram um banco de dados experimental de diversos autores para fazer a análise de parâmetros que influenciavam a resistência à punção das lajes lisas, dentre eles, da resistência à compressão. Por fim, estes concluíram que a relação entre a resistência ao cisalhamento e a resistência do concreto era  $v_u \propto (f_{ck})^{1/3}$ .

### 2.2.2. Taxa de Armadura de Flexão Tracionada

A taxa de armadura de flexão é tida como a porcentagem de armadura contra a flexão contida em uma determinada área da seção transversal de concreto. Sabe-se que pelo seu comportamento elástico, a taxa de armadura contribui para uma ruptura menos brusca, entretanto, sua atuação não se restringe a isso, visto que também contribui para a resistência à punção da laje.

Alguns ensaios a fim de se descobrir a influência da taxa de armadura de flexão na resistência à punção foram realizados por autores diversos. Dentre eles, cita-se: Kinnunen e Nylander (1960), Marzouk e Hussein (1991) e Sherif e Dilger (2000) *apud* Ferreira (2010)

Kinnunen e Nylander (1960) fizeram um ensaio de variação da taxa da armadura de flexão em lajes com espessuras iguais. Nestas, notou-se uma diferença de 95% da resistência à punção para uma variação de 0,8% a 2,1% na taxa de armadura. Já Marzouk e Hussein (1991) realizaram um experimento com uma variação na taxa de armadura de flexão de 0,6% a 2,4%, encontrando uma diferença de 63% na resistência à punção.

Sherif e Dilger (2000), dentre outros autores, atestam que a taxa de armadura de flexão se relaciona com a punção em uma relação de  $v_u \propto \rho^{1/3}$ , a qual é atualmente utilizada em prescrições normativas como a NBR 6118:2014 e o Eurocode 2:2014.

### **2.2.3. Dimensões e Geometria do Pilar**

A dimensão e geometria dos pilares em que se apoiam as lajes lisas constituem fator adicional para a resistência à punção. De acordo com Braestrup e Regan (1985) *apud* Melges (2001), a forma dos pilares tem influência em como a distribuição de tensões ocorre na ligação laje-pilar, sendo os de formato retangular mais propícios à ocorrência de concentração de tensões. Isto se dá pelo fato dos pilares retangulares possuírem cantos que acumulam tensões e tornam a ligação menos resistente à punção quando comparados aos pilares redondos de mesma área. Tais autores ainda acrescentam que esta diferença está em torno de 15%.

Sobre os pilares retangulares, outra constatação realizada por Braestrup e Regan (1985) foi a de que não só o formato da seção do pilar, mas também a proporção entre seus lados possui influência no modo de ruptura à punção. Os autores mencionam que um pilar retangular com uma relação entre lado maior e lado menor superior a dois apresenta uma resistência de ligação reduzida e a ruptura tende a ser mais repentina. Isto se dá pela concentração de tensão nos menores lados do pilar.

Outro autor que também chegou à conclusão de que há relação entre a razão dos lados dos pilares retangulares e a resistência à punção foi Hawkins *et. al.* (1971). Seu ensaio foi composto por lajes lisas apoiadas em pilares com proporção entre lados variando de 2,0 a 4,3, sendo possível chegar em resultados que indicavam que a resistência à punção decrescia quando tal proporção era elevada. Este estudo também compôs base para a metodologia de cálculo do ACI 318:14.

Além disso, quanto maior a área do pilar, maior a resistência à punção da ligação, uma vez que são desenvolvidas menores tensões. O uso de capitel, por exemplo, é uma solução utilizada por projetistas que visam elevar a área de contato entre a laje cogumelo e o pilar e assim aumentar a resistência da ligação.

#### **2.2.4. Altura Útil da Laje e *Size Effect* (Efeito de Tamanho)**

A altura útil da laje também é um dos parâmetros que afetam indiretamente a resistência ao efeito de cisalhamento que ocorre no processo de ruptura por punção. Como relata Ferreira (2010), por diversas vezes, ensaios experimentais são realizados em amostras de tamanhos inferiores aos reais, já que a realização de experimentos em escala real demandam uma estrutura laboratorial adequada e altos custos na composição dos espécimes a serem ensaiados.

De acordo com Muttoni (2008) *apud* Ferreira (2010), durante muito tempo o efeito do tamanho da laje não era tido como um fator de influência no cálculo da resistência à punção, entretanto, com a realização de ensaios em fundações espessas do tipo *radier*, foi possível notar o efeito da altura da laje na resistência das estruturas.

Após a descoberta do efeito de tamanho, alguns autores propuseram formulações com o intuito de estimar a influência do efeito de tamanho no cálculo da resistência à punção, dentre eles, cita-se: Graf (1938) e Regan e Braestrup (1985).

Nos dias de hoje, algumas metodologias de cálculo de estimativas para resistência à punção utilizam o efeito de tamanho como um dos parâmetros. A NBR 6118:2014 e o Eurocode 2:2014 incluem o *size effect* no cálculo da tensão resistente à punção.

#### **2.2.5. Distribuição da Armadura de Protensão**

Como já citado, a armadura de protensão traz vários benefícios, como diminuição das fissuras e do deslocamento vertical da estrutura. De acordo com Foutch (1990), os benefícios da protensão em lajes com pilares internos podem ser estendidos para os casos de pilares de borda. Além disso, a forma como as armaduras se encontram distribuídas na laje possui influência na resistência à punção e na forma de ruptura. Das quatro lajes ensaiadas por Foutch (1990), duas possuíam maior concentração de cabos protendidos na direção perpendicular à borda livre, enquanto as outras duas apresentavam maior concentração na direção paralela à borda.

Com os ensaios realizados, uma das conclusões a que o autor chegou foi que as duas primeiras lajes se mostraram mais resistentes e rígidas, indicando que a melhor disposição dos cabos é aquela perpendicular à borda livre. Outro ponto a ser destacado é que tal disposição inclusive afetou o mecanismo de ruptura local, já que as lajes com maior concentração de cabos

protendidos na direção perpendicular à borda livre apresentaram significativo esmagamento da zona de compressão do concreto, diferentemente do ocorrido nas demais lajes.

## **2.3. TRABALHOS ANTERIORES**

### **2.3.1. DILGER e SHATILA (1989)**

Nesse artigo foram testadas seis amostras de lajes lisas protendidas apoiadas sobre pilares de borda, nas quais quatro possuíam a presença de armadura de cisalhamento e duas não. Para o presente trabalho somente são relevantes os testes experimentais que foram realizados nas amostras sem armaduras contra cisalhamento.

O objetivo do trabalho era fazer uma análise comparativa entre os resultados experimentais e as diversas metodologias de cálculo, dentre elas destacam-se: equações sugeridas por Dilger e Ghali (1981) e as normas ACI 318:83 e CSA:84. Além disso, era objetivado avaliar a influência da concentração e distribuição da armadura de cisalhamento e da presença de *overhang*.

As amostras S1 e S5 (sem presença de armadura de cisalhamento), possuíam características diferentes entre si. A laje S1 não continha *overhang* e suas dimensões eram 1900x138x130mm, já a S5 apresentava dimensões de 1900x1980x130mm e *overhang* de 500mm. Todos os pilares eram quadrados e possuíam lado de 250mm, enquanto as cordoalhas dispunham de um diâmetro de 13mm e as armaduras de tração de 11,3mm. Os detalhes das armaduras podem ser vistos na Figura 2.5 e na Figura 2.7.

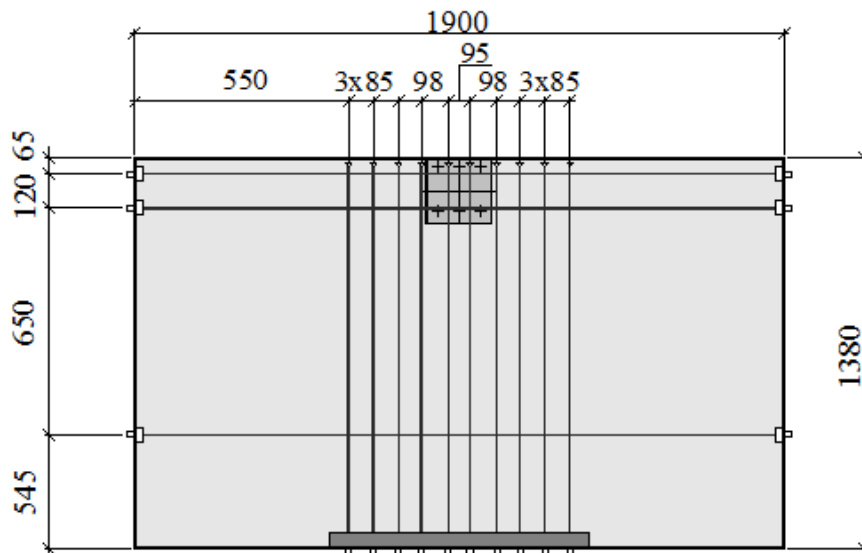


Figura 2.4 – Disposição dos cabos de protensão para as lajes sem *overhang* – Dilger (1989)

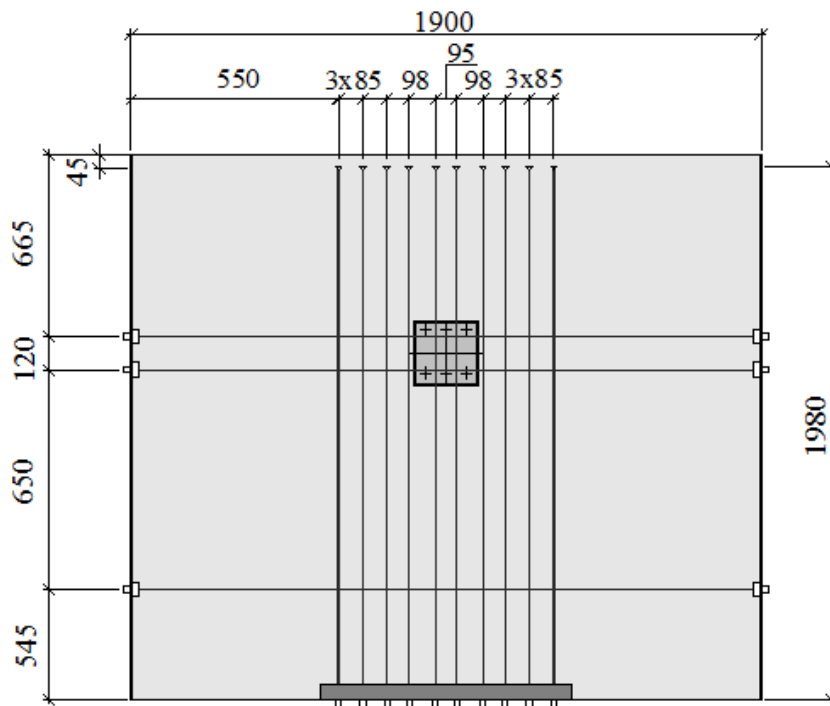


Figura 2.5 – Disposição dos cabos de protensão para as lajes com *overhang* – Dilger (1989)

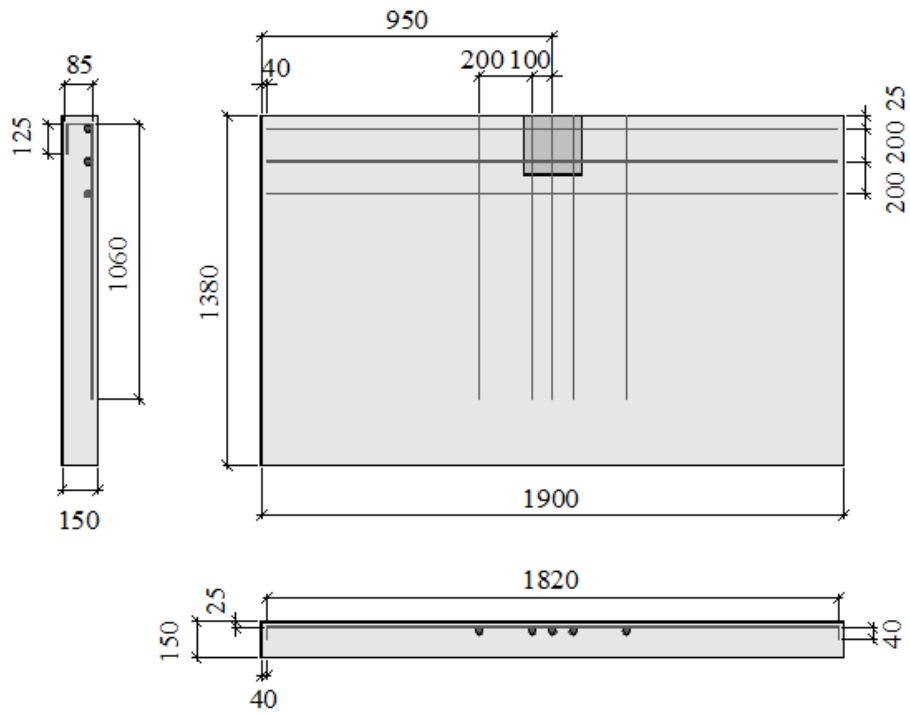


Figura 2.6 – Disposição da armadura tracionada para lajes sem *overhang* – Dilger (1989)

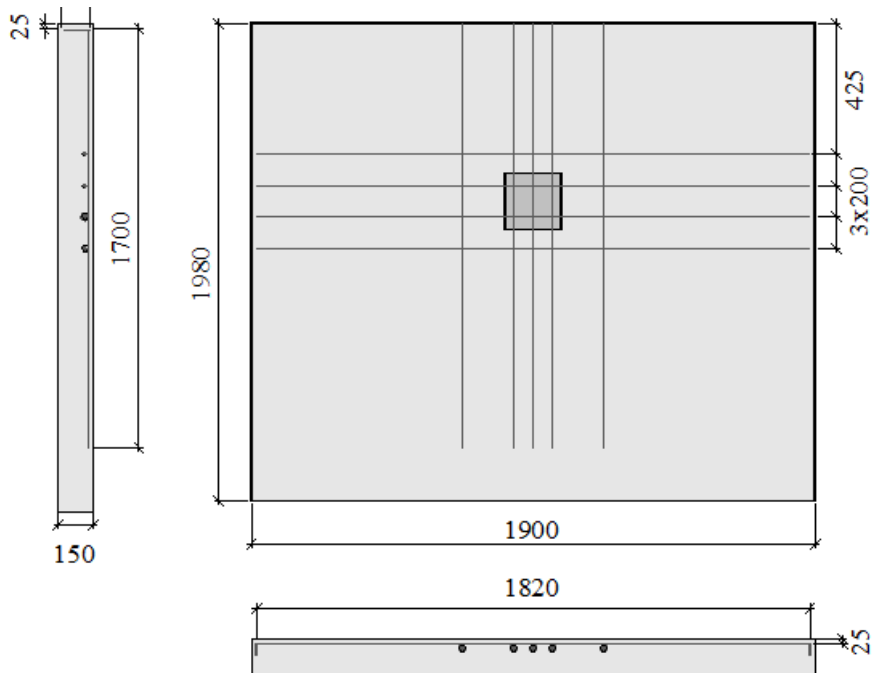


Figura 2.7 – Disposição da armadura tracionada para lajes com *overhang* – Dilger (1989)

Para o teste experimental as lajes foram protendidas com intensidade aproximada de 110,5kN em cada cabo. Os modelos foram colocados em um suporte próprio para conexões entre lajes e pilares de borda e as cargas foram aplicadas de forma incremental, se estabilizando em 180kN, enquanto os momentos continuavam a ser incrementados até a ruptura por puncionamento. Por fim, adquiriram-se os valores de carga e momento de ruptura presentes na Tabela 2.3.1.

Tabela 2.3.1 – Cargas últimas dos modelos locais – Dilger e Shatila (1989)

<b>Modelo</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>Mu (kN.m)</b>
S1	180	94
S5	180	139

Dentre outras conclusões, observou-se que: as previsões das normas ACI 318:83 e CSA:84 eram conservadoras; que o efeito da protensão deveria ser levado em conta nas conexões com pilares de borda e sem armadura de cisalhamento e; que a metodologia de cálculo de Dilger e Ghali (1981) era uma abordagem realista.

### **2.3.2. FOUTCH *et al.* (1990)**

Neste artigo, os autores Douglas A. Foutch, William L. Gamble e Hariano Sunidja (1990) apresentam os resultados de testes experimentais realizados em quatro amostras de conexões entre pilares de borda e lajes lisas protendidas. As amostras se encontravam em uma escala de  $\frac{2}{3}$  do tamanho real.

O objetivo do trabalho era realizar uma análise da contribuição da protensão em conexões com pilares de borda, já que o ACI 318:83 previa apenas a contribuição da protensão nas conexões de pilares internos, e da efetividade dos limites de valores de tensão de protensão e resistência do concreto impostos pela norma.

As lajes e os pilares ensaiados eram quadrados, possuindo dimensões de 1524mm e 305mm, respectivamente, e a laje apresentava uma espessura de 102mm. Ambas as armaduras, tanto de protensão quanto de tração, possuíam um diâmetro de 9,5mm e a força aplicada nos cabos de protensão foi cerca de 71,2kN. A resistência característica do concreto era: 50,33MPa para a



amostra 1; 40,28MPa para a 2; 42,06MPa para a 3 e; 48,27MPa para a 4. Os detalhes das armaduras podem ser vistos na Figura 2.8, Figura 2.9 e na Figura 2.10 que seguem.

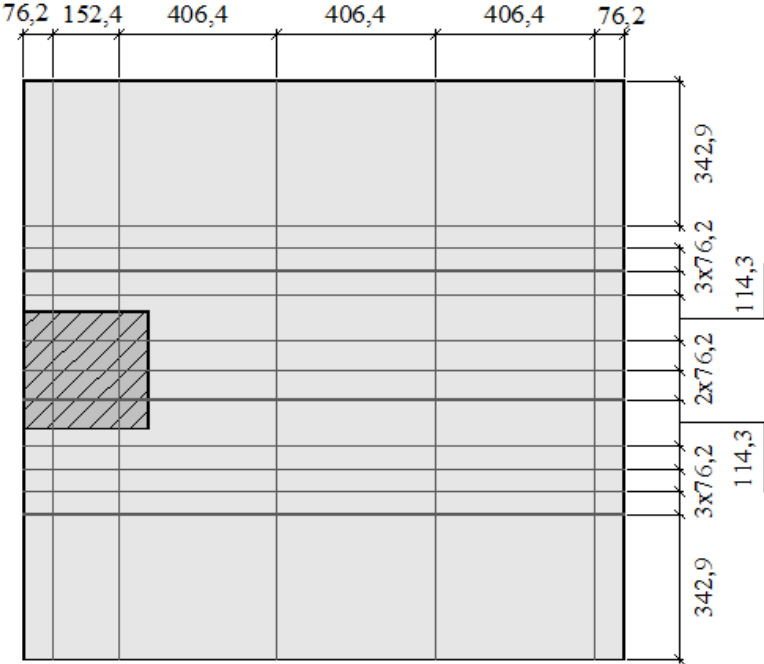


Figura 2.8 – Disposição dos cabos de protensão nas lajes S1 e S2 – Foutch (1990)

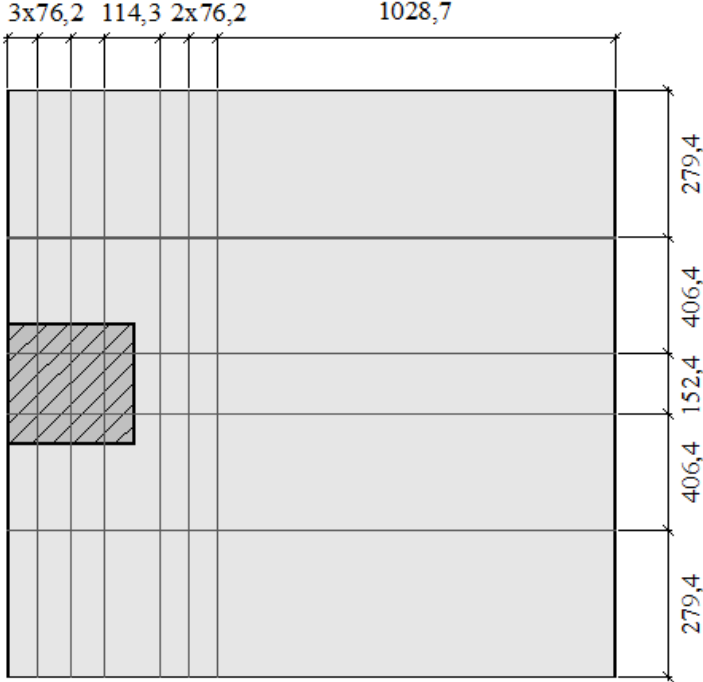


Figura 2.9 – Disposição dos cabos de protensão nas lajes S3 e S4 – Foutch (1990)

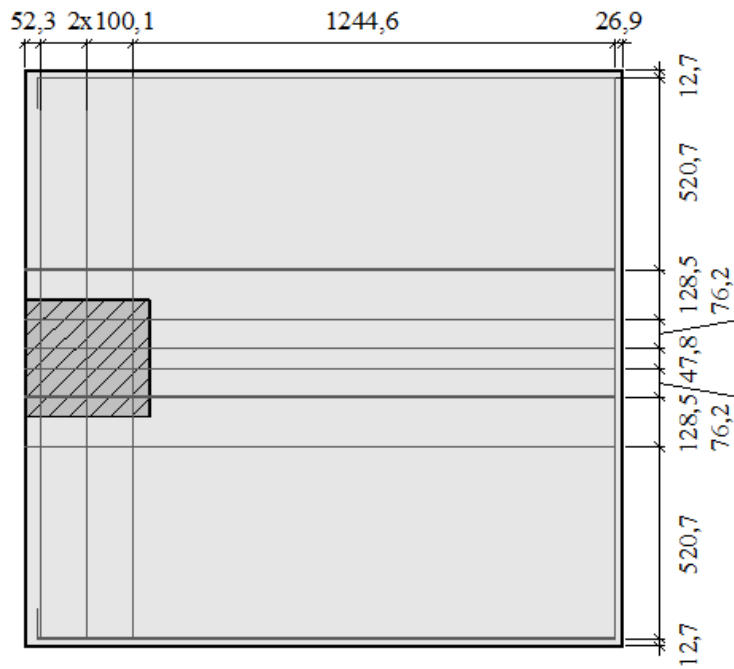


Figura 2.10 – Posicionamento da armadura tracionada nas lajes S1 a S4 – Foutch (1990)

Os experimentos foram realizados com a aplicação de quatro cargas em cada laje. As distâncias das cargas ao pilar variavam de laje para laje, a fim de que os valores de momentos fossem distintos. A esquematização do experimento pode ser observada na Figura 2.11.

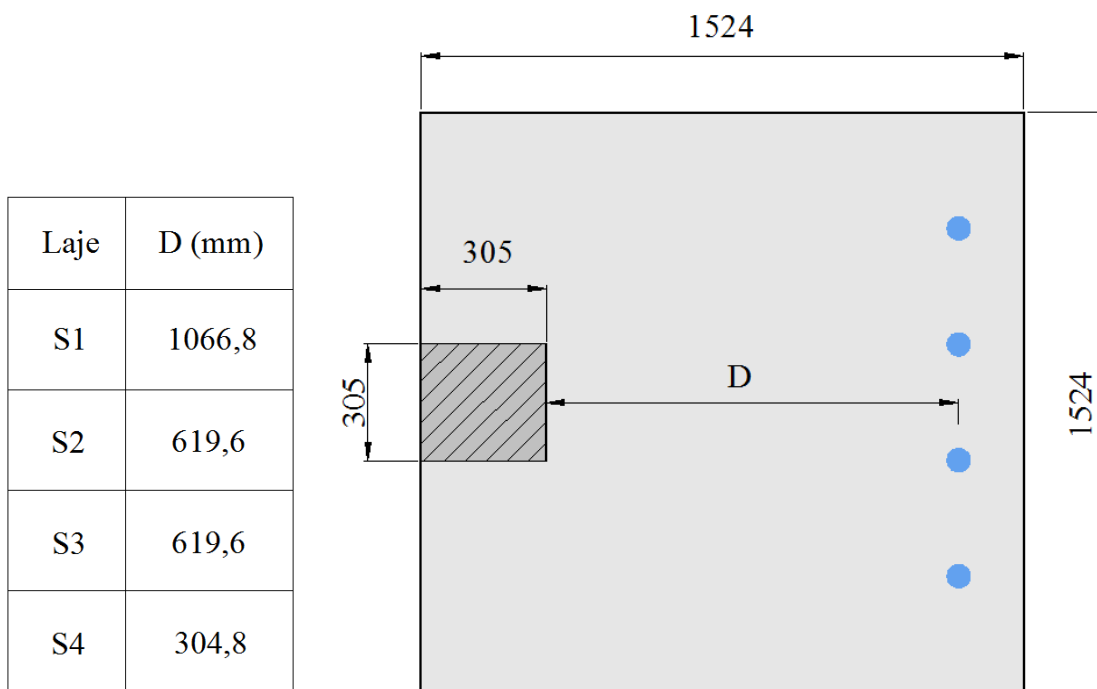


Figura 2.11 – Esquema de ensaio – Foutch (1990)

Os experimentos resultaram em valores últimos de força e momento atuantes, os quais serão utilizados para análise das normas do presente trabalho. Com esses resultados, observados na Tabela 2.3.2, os autores realizam uma análise do ACI 318:83. Por fim, estes concluíram que todas as amostras resistiram mais do que o previsto pela metodologia do ACI 318:83 e que as limitações de resistência do concreto e de protensão não eram necessárias.

Tabela 2.3.2 – Valores de ruptura das lajes – Foutch *et al.* (1990)

<b>Modelo</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>M<sub>u</sub> (kN.m)</b>
S1	58,15	67,3
S2	83,82	62,7
S3	67,65	50,5
S4	114,64	53,0

### **2.3.3. EL-SALAKAWY *et al.* (1998)**

Os autores do artigo apresentam os resultados do ensaio de oito lajes lisas apoiadas sobre pilares de borda. Tais lajes foram divididas em duas séries idênticas, em que cada série era composta por duas lajes que apresentavam aberturas nas faces dos pilares, uma que apresentava armadura de cisalhamento e uma sem armadura de cisalhamento e sem abertura. Para o presente trabalho de conclusão de curso, somente serão relevantes os resultados obtidos nas lajes sem armadura de cisalhamento e sem abertura, representados pelas amostras XXX e HXXX, as quais estão presentes na série 1 e série 2, respectivamente.

O objetivo do artigo em questão era realizar uma análise comparativa entre os resultados experimentais e os resultados obtidos por meio dos procedimentos prescritos nas normas norte americana e canadense (ACI 318:95 e CSA A23.3:94), além de comparar os resultados das duas séries, uma submetida a valores baixos de momentos e outra, a altos.

As amostras XXX e HXXX possuíam lajes de 1540x1020x120mm apoiadas sobre pilares quadrados com lados de 250mm. As armaduras de tração possuíam diâmetro de 11,3mm e o concreto da amostra XXX apresentava uma resistência característica de 33MPa, enquanto o da amostra HXXX, de 36,5MPa. O posicionamento das armaduras de tração pode ser visualizado na Figura 2.12.

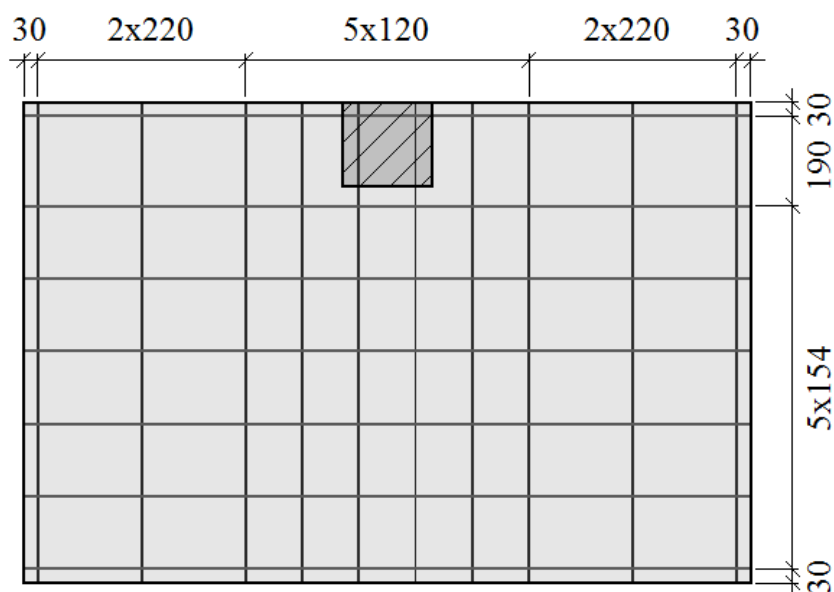


Figura 2.12 – Distribuição da armadura tracionada – Salakawy (1998)

A realização do experimento ocorreu com o uso de um aparato especial, que possibilitava a aplicação de uma força vertical e de um momento no centro do pilar. As cargas foram aplicadas até a ruptura por puncionamento. As cargas de ruptura podem ser encontradas na Tabela 2.3.3.

Por fim, foi possível concluir, dentre outros pontos, que altos momentos contribuem para um maior descolamento na conexão e que as proposições das normas ACI 318:95 e CSA A23.3-94 eram conservadoras.

Tabela 2.3.3 – Valores de ruptura das lajes – El-Salakawy *et al.*(1998)

Modelo	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)
XXX	125,0	37,5
HXXX	69,7	45,8

#### 2.3.4. BARBÁN (2008)

O programa experimental da tese de doutorado de Barbán (2008) foi precursor da tese de Gomes (2010), apresentando pavimento de simulação e dimensões de lajes semelhantes. O autor ensaiou um total de 15 modelos de laje em concreto protendido com cabos não aderentes sem armadura transversal de puncionamento. As lajes ensaiadas apresentavam diferenças quanto ao momento desequilibrado atuando em relação ao eixo paralelo à borda da laje, à quantidade e

distribuição da armadura passiva perpendicular à borda e à tensão de compressão no plano da laje devido à protensão.

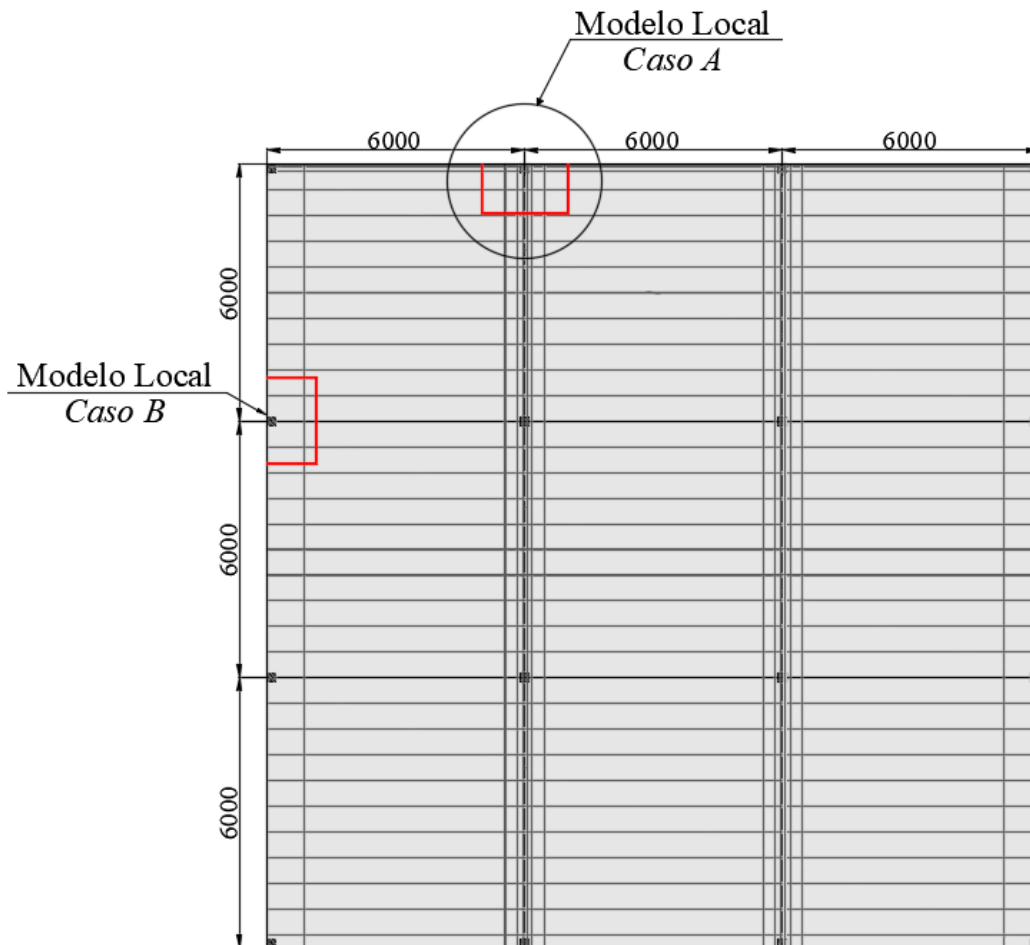


Figura 2.13 – Representação do pavimento completo de laje lisa e posicionamento dos cabos de protensão – Barbán (2008)

Das 15 lajes ensaiadas, nenhuma possuía *overhang* e todas apresentavam as mesmas dimensões: (1200x2000)mm. Além disso, as dimensões dos pilares de apoio também permaneceram as mesmas para os ensaios das lajes (200x200)mm, assim como da altura teórica das lajes (120mm). Para analisar os parâmetros de interesse, Barbán (2008) dividiu as 15 lajes em 4 grupos em função do carregamento aplicado e das armaduras ativa e passiva utilizadas.

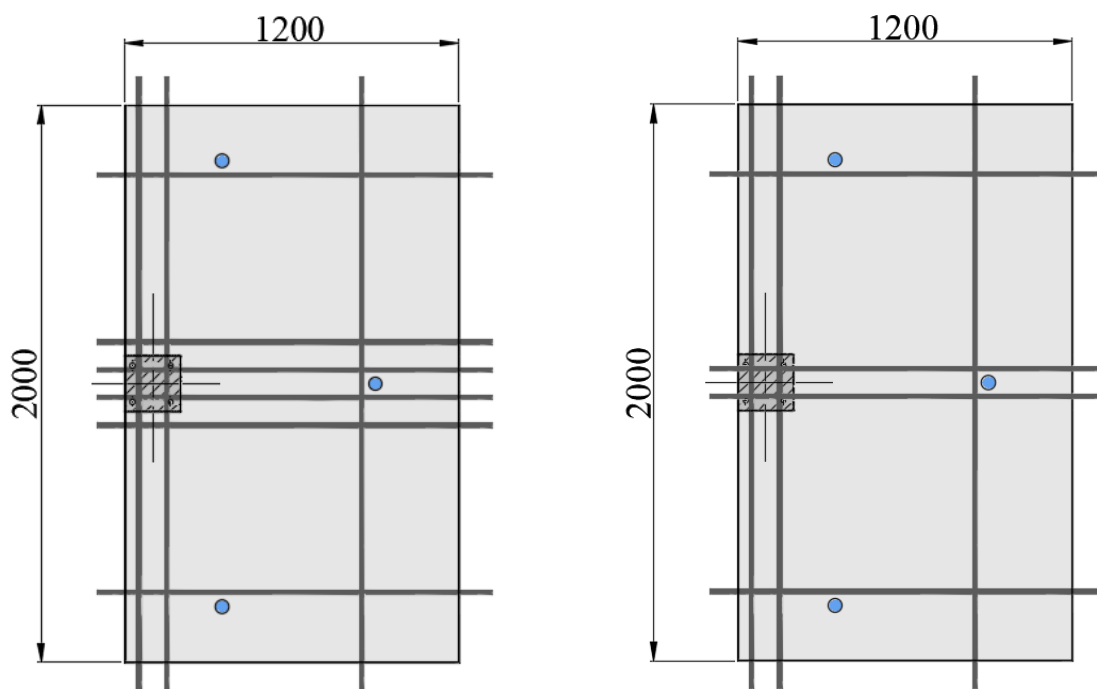


Figura 2.14 – Modelos locais A e B, respectivamente – Barbán (2008)

O primeiro grupo era constituído por 7 lajes (L1 a L7) com armadura ativa composta por 6 cabos perpendiculares e 3 cabos paralelos à borda e armadura passiva de 0,6% na direção x e 0,75% na y. O segundo grupo, por sua vez, era composto por três lajes (L8 a L10) e apresentavam 4 cabos de protensão perpendiculares à borda e 2 cabos paralelos, diferindo do primeiro grupo neste quesito.

O terceiro grupo era representado por quatro lajes (L11 a L14) e apresentava armadura ativa equivalente ao primeiro grupo, alterando a armadura passiva. O quarto grupo, por fim, possuía apenas uma laje (L15), a qual se assemelhava à laje L7, apresentando 6 cabos perpendiculares e 3 cabos de protensão paralelos à borda e armadura passiva de 0,75% na direção y. A diferença para a laje L7 foi o reforço de 6 barras de 10mm de diâmetro com posicionamento paralelo à borda da laje, o que resultou em uma taxa de armadura passiva de 0,74% na direção x.

As cargas e momentos últimos obtidas para os modelos locais ensaiados pelo autor foram:

Tabela 2.3.4 – Cargas e momentos de ruptura dos modelos locais – Barbán (2008)

<b>Modelo</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>Mu<sub>1</sub> (kN.m)</b>	<b>Mu<sub>2</sub> (kN.m)</b>	<b>Modo de Ruptura</b>
L1	254,2	65,2	39,8	Punção
L2	237,6	74,9	51,1	Punção
L3	211,0	75,9	54,8	Punção
L4	184,1	79,6	61,3	Punção
L5	163,4	85,5	69,2	Flexo-Punção
L6	134,6	82,1	68,7	Flexo-Torção-Punção
L7	105,3	82,0	71,5	Flexo-Torção
L8	183,0	65,3	47,0	Punção
L9	161,9	69,3	53,1	Punção
L10	68,52	68,5	54,8	Flexo-Torção
L11	161,5	83,2	67,1	Punção
L12	160,6	84,1	68,1	Punção
L13	146,6	76,1	61,5	Flexo-Torção-Punção
L14	134,5	70,5	57,1	Flexo-Torção-Punção
L15	104,3	81,2	70,8	Flexo-Torção

Tendo realizado os ensaios e analisado os resultados obtidos, o autor levantou várias conclusões, sendo as mais relevantes para o presente estudo:

- Conforme previsto pelo autor, os resultados mostraram significativa influência da relação  $Mu/Vu$  nos aspectos analisados da ruptura à punção: carga e modo de ruptura, intensidade de fissuração, deformação da armadura passiva do concreto e variação da força de protensão;
- Os resultados obtidos para a relação entre a tensão atuante e a tensão resistente mostraram que os resultados para o ACI e NBR foram os mais conservadores, enquanto o EC2 mostrou estimativas de cálculo mais próximas dos resultados experimentais. Os resultados obtidos pela metodologia do *fib* Model Code se mostraram intermediários e apresentou o menor coeficiente de variação;
- A resistência da ligação à punção deveria ser função da excentricidade atuante em todas as normas, obtendo-se mesmo grau de conservadorismo. Tal análise necessitaria de mais ensaios e análises paramétricas.

Além disso, o autor realizou recomendações para as normas utilizadas em seu estudo, sendo destinada para a NBR 6118:2003 a sugestão de se adotar o centroide do perímetro crítico completo como referência na determinação do módulo plástico resistente do perímetro crítico ao invés do centro de gravidade do pilar. O autor também recomendou que a NBR 6118:2003 deveria considerar o efeito favorável da compressão no plano devido à protensão da laje.

### 2.3.5. GOMES (2010) e HONORATO (2008)

As últimas lajes foram retiradas da tese de doutorado de Gomes (2010) e da dissertação de mestrado de Honorato (2008). Nos trabalhos em questão são encontrados os ensaios experimentais realizados em oito amostras de lajes lisas protendidas apoiadas sobre pilares de borda. Dentre as oitos lajes, quatro possuíam *overhang*, permitindo uma análise mais ampla. Os modelos das lajes reproduziam o pavimento que pode ser visualizado na Figura 2.15.

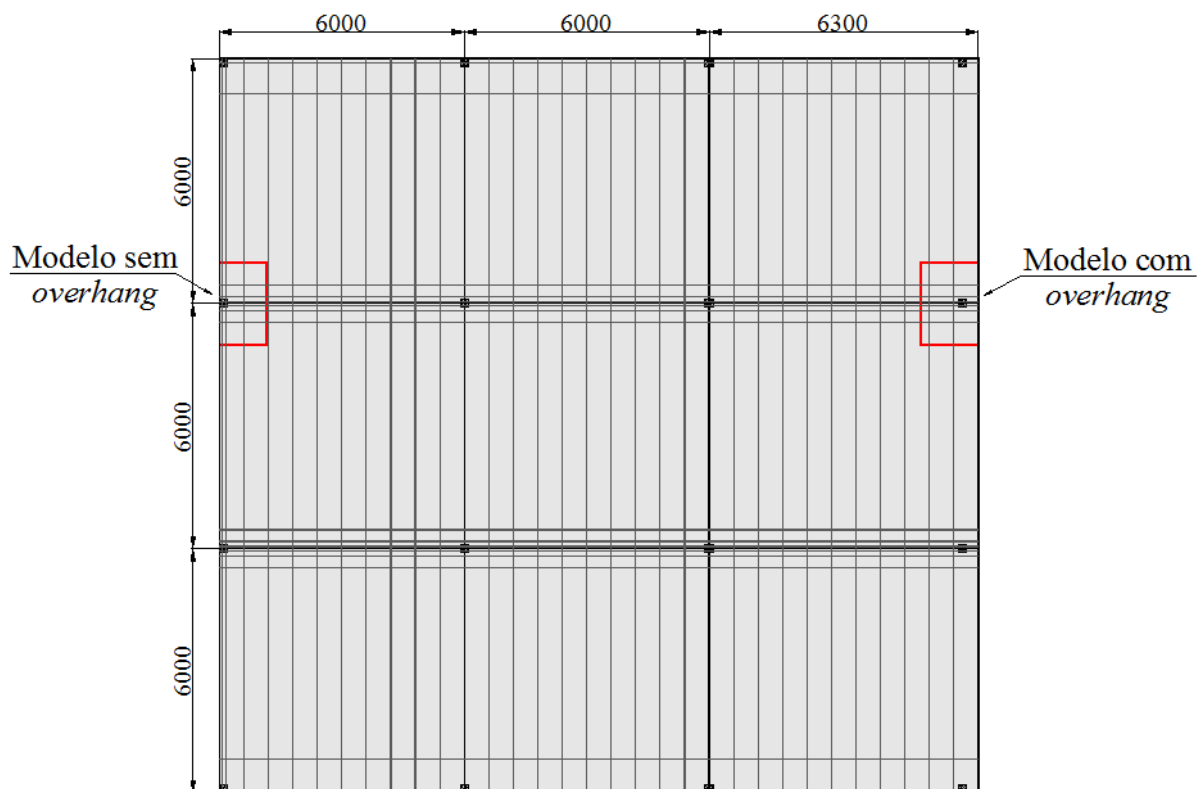


Figura 2.15 – Representação do pavimento completo de laje lisa e posicionamento dos cabos de protensão – Gomes (2010)



O objetivo do trabalho era avaliar a influência da presença de *overhang*, da relação  $M/V$ , da protensão e da relação  $c/d$ , além de fazer uma análise crítica no que se refere ao cálculo da estimativa da resistência à punção proposta pelas normas NBR 6118:2003, ACI 318:02 e o Eurocode 2:2014.

Os modelos ensaiados possuíam medidas distintas, sendo que as lajes sem *overhang* possuíam dimensões de 1200x2000x120mm, metade apoiadas sobre pilares quadrados de 200mm de lado e outra metade, sobre pilares retangulares de 150x300mm. Já as lajes com *overhang* apresentavam dimensões de 1400x2000x120mm, e se encontravam apoiadas sobre pilares quadrados de 200mm. Em todos os casos a altura útil das lajes era de 100mm.

Os valores reais das dimensões, medidos após a moldagem das lajes, e as taxas de aço podem ser encontrados na Tabela 2.3.5.

Tabela 2.3.5 – Características das lajes – Gomes (2010)

<b>Modelo</b>	<b><math>\rho_x</math> (%)</b>	<b><math>\rho_y</math> (%)</b>	<b><math>\rho</math> (%)</b>	<b>h (mm)</b>	<b>d (mm)</b>
L1	0,66	1,06	1,25	127	100
L2	0,63	1,03	1,21	125	102
L3	0,66	0,93	1,14	125	103
L4	0,70	0,96	1,19	125	100
L5	0,64	0,95	1,15	122	101
L6	0,63	0,94	1,13	124	102
L7	0,60	1,04	1,20	125	94
L8	0,66	0,97	1,17	122	99

As lajes foram montadas com armadura de tração de 8mm de diâmetro, enquanto as armaduras de protensão apresentavam 12,7mm de diâmetro. O detalhamento da disposição dessas armaduras pode ser conferido na Figura 2.16.

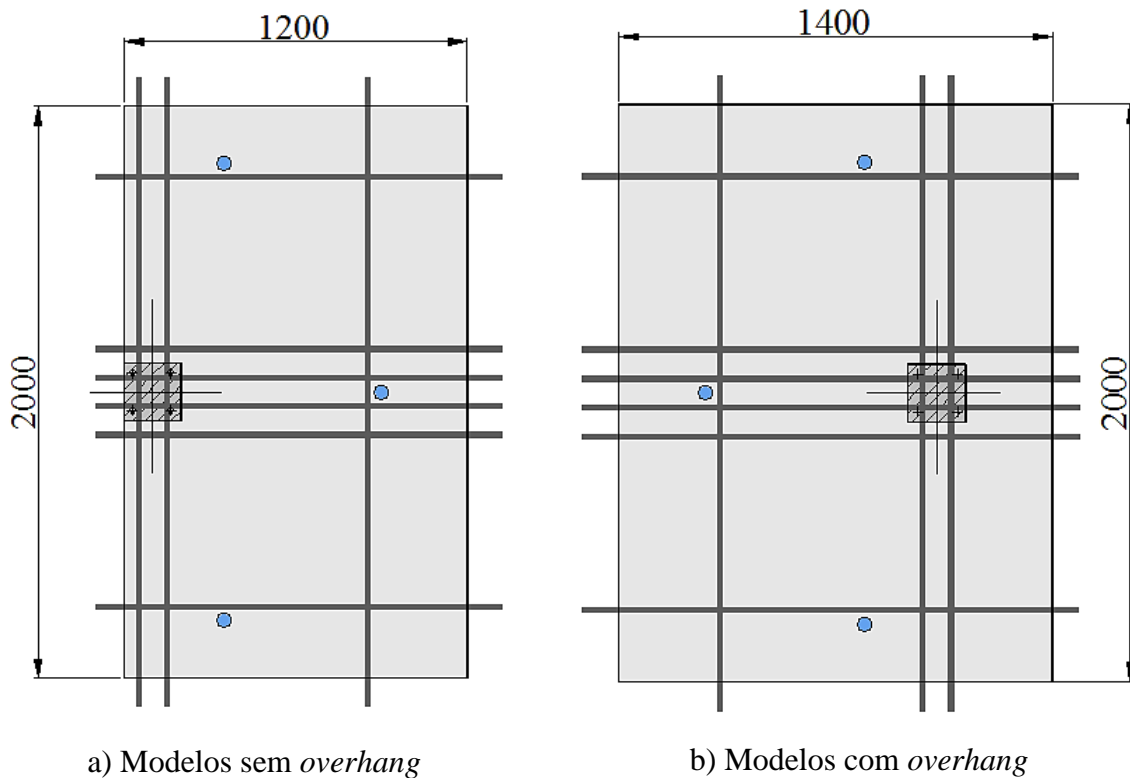


Figura 2.16 – Modelos locais de ensaio – Gomes (2010)

Durante o processo de preparação dos modelos, todas as lajes foram protendidas com monocordoalhas não aderentes. O processo de protensão foi realizado com o auxílio de um macaco hidráulico e foi aplicada uma carga de cerca de 150kN. A aplicação da carga foi realizada duas vezes, a fim de se alcançar a protensão de projeto, já que o procedimento envolve perdas imediatas. Após a reprotensão, foi feita uma leitura da célula de carga onde acusava-se que a protensão final se mantinha em torno de 120kN. As tensões finais de protensão podem ser encontradas na Tabela 2.3.2.

Tabela 2.3.6 – Força de protensão média nos cabos – Gomes (2010)

Laje	P <sub>0x</sub> (kN)	P <sub>0y</sub> (kN)
L1	119,30	112,90
L2	128,50	122,40
L3	125,20	121,00
L4	123,70	111,70
L5	137,20	112,00
L6	137,40	126,30
L7	133,70	121,40
L8	127,30	120,00

O ensaio de ruptura por punção foi realizado com o auxílio de um pórtico metálico presente no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília (LABEST-UnB). As cargas foram inseridas por meio de dois macacos hidráulicos de pistão vazado e um macaco hidráulico de pistão maciço.

Com os resultados dos ensaios, os quais podem ser visualizados na Tabela 2.3.7, fez-se uma análise comparativa com base nos objetivos do trabalho. Por fim, o autor chegou às seguintes conclusões:

- O nível de protensão (baseado no espaçamento entre os cabos) contribuiu para uma maior deformação da armadura passiva e um menor ângulo nos cones de ruptura;
- A presença de *overhang* eleva a rigidez da ligação, reduz o efeito da torção, proporciona melhor desenvolvimento das tensões devido à força de protensão e distribui de forma mais uniforme os esforços de compressão na região inferior da ligação. Além disso, foi concluído que o *overhang* influencia no padrão de fissuração e na forma de tronco de cone gerada durante a ruptura;
- A NBR 6118:2003 se apresentou mais conservadora em relação às demais normas avaliadas e, segundo o autor, isso se deve ao conservadorismo proposto na norma de 2003, que previa apenas a contribuição da parcela vertical da protensão. O ACI 318:02 também se mostrou conservador, fazendo do Eurocode 2:2001 a norma mais realista;
- O menor espaçamento dos cabos concentrados na linha do pilar na direção perpendicular à borda livre contribuiu para uma maior capacidade de carga dos modelos.

Tabela 2.3.7 – Cargas últimas dos modelos locais – Gomes (2010)

Modelo	Vu (kN)	Mu (kN.m)
P1	126,0	60,1
P2	136,9	71,9
P3	255,8	66,8
P4	183,5	87,3
P5	211,0	65,6
P6	146,8	77,1
P7	210,5	65,5
P8	167,5	87,9

## 2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

### 2.4.1. NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto Armado e Protendido

Para o dimensionamento de lajes sujeitas à punção, a NBR 6118:2014 propõe a verificação do cisalhamento em superfícies críticas ao redor da ligação laje-pilar.

A primeira superfície crítica (superfície C) corresponde à área ao redor do pilar, e nesta, é verificada a resistência à compressão diagonal do concreto.

A segunda superfície (superfície C') é calculada a uma distância  $2 \cdot d$  da face do pilar. Nesta, é verificada a resistência à tração diagonal do concreto. O perímetro dessa superfície pode ser visualizado na Figura 2.17 e sua versão reduzida, na Figura 2.17.

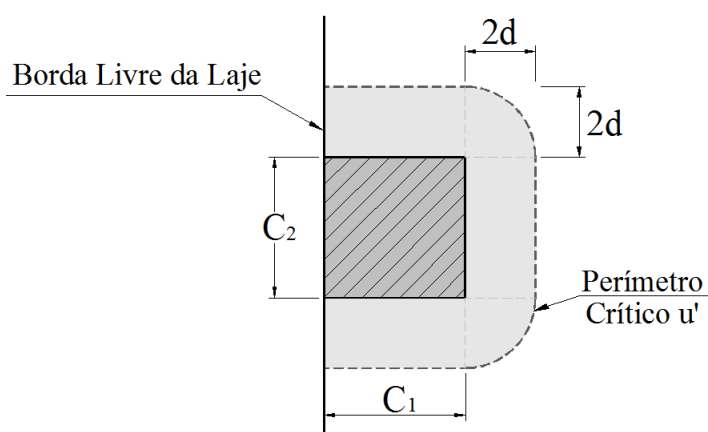


Figura 2.17 – Perímetro crítico – NBR 6118:2014

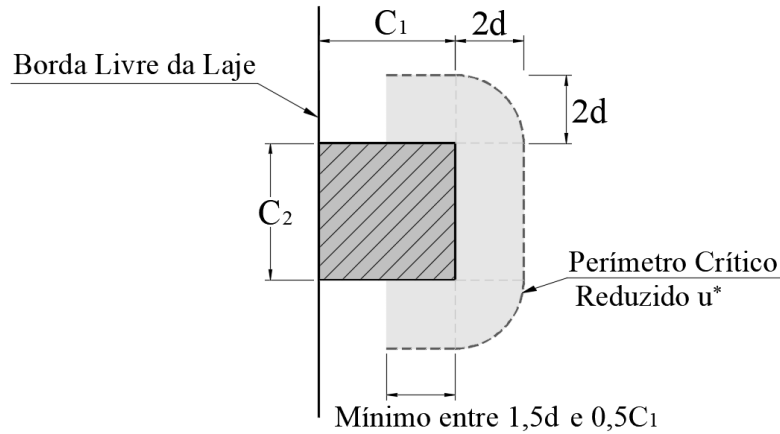


Figura 2.18 – Perímetro crítico reduzido – NBR 6118:2014

Já a terceira superfície (superfície C'') apenas é verificada quando há presença de armadura de cisalhamento, checando a possibilidade de ruptura à tração diagonal na região externa à armadura. Como no presente trabalho não serão analisadas lajes que possuem reforço transversal, esta superfície não será verificada.

#### 2.4.1.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto

O modo de cálculo da tensão solicitante pode variar dependendo da posição do pilar e dos tipos de esforços a que ele está submetido.

Para pilares de borda com presença de cargas desbalanceadas em uma direção, a tensão solicitante pode ser calculada por:

$$\tau_{sd} = \left( \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \right) \quad \text{Equação 2.1}$$

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Equação 2.2}$$

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad \text{Equação 2.3}$$

Onde:

$\tau_{sd}$  : Tensão de cisalhamento solicitante de projeto.

$F_{sd}$  : Reação concentrada de cálculo.

$u^*$  : Perímetro crítico reduzido referente à superfície crítica C'.

$d$  : Altura útil da laje ao longo do perímetro crítico.

$d_x$  e  $d_y$  : Alturas úteis nas respectivas direções.

$M_{sd}$  : Momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre.

$M_{sd}^*$  : Momento resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar.

$K$  : Coeficiente que fornece a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento e que depende da relação  $C_1/C_2$ .

Valor de  $K$  para carregamento retangular – NBR 6118:2014

$C_1/C_2$	<b>0,5</b>	<b>1,0</b>	<b>2,0</b>	<b>3,0</b>
$K$	0,45	0,6	0,7	0,8

Onde:

$C_1$  : Dimensão do pilar paralela à excentricidade da força.

$C_2$  : Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

$W_{pl}$  : Módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro  $u$ , o qual pode ser obtido por meio da fórmula:

$$W_{pl} = \int_0^u |e| dl \quad \text{Equação 2.4}$$

Em que:

$dl$  : Comprimento incremental do perímetro crítico;

$e$  : Distância de  $dl$  do eixo de atuação do momento solicitante.

Na presença de armadura ativa, a norma prevê que parte da sollicitação é aliviada pela presença das forças de protensão aplicadas a uma superfície que dista  $d/2$  da face do pilar, conforme ilustrado na Figura 2.18 e na Figura 2.20. Dessa forma, quando há presença de protensão, calcula-se a tensão solicitante efetiva, que é dada por:

$$\tau_{sd,ef} = \tau_{sd} - \tau_{cp} \quad \text{Equação 2.5}$$

Em que:

$$\tau_{cp} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \cdot \text{sen}\alpha_i}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.6}$$

Onde:

$\tau_{cp}$  : Tensão decorrente da força aplicada aos cabos de protensão inclinados e que passam a uma distância inferior a  $d/2$  da face do pilar.

$P_{k,inf,i}$  : Força de protensão aplicada a um cabo  $i$ .

$\alpha_i$  : Inclinação do cabo  $i$  em relação à laje.

$u$  : Perímetro crítico da superfície considerada no cálculo de  $\tau_{sd}$ , C ou C'.

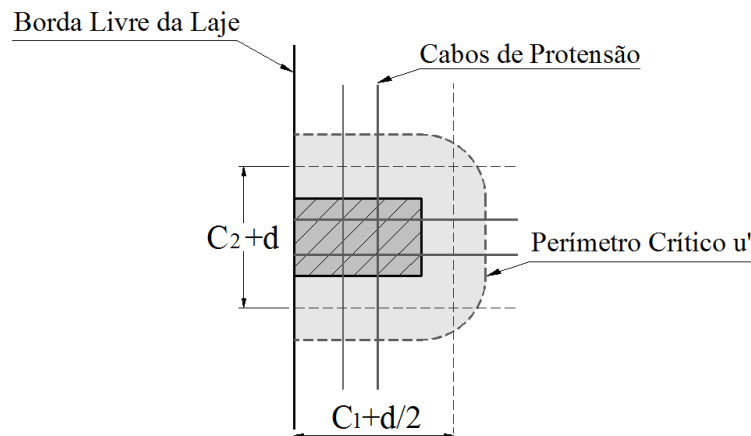


Figura 2.19 – Presença de armadura ativa – NBR 6118:2014

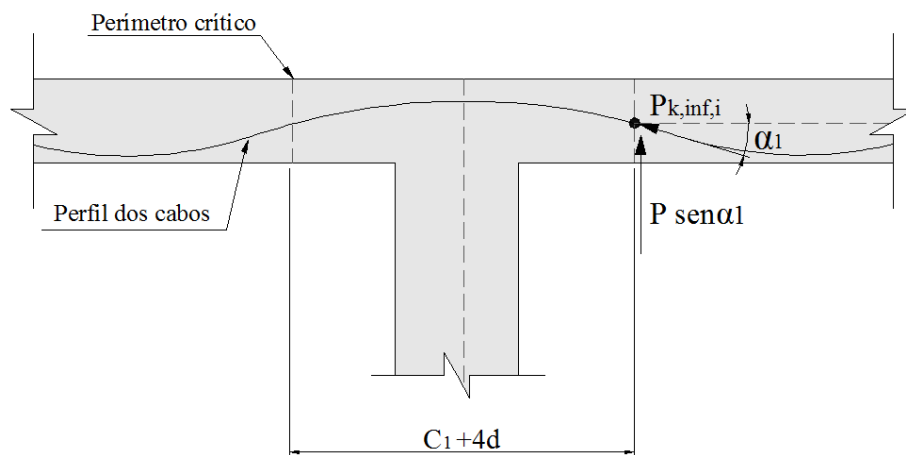


Figura 2.20 – Esquema do perfil dos cabos de protensão – NBR 6118:2014

### 2.4.1.2. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto

A tensão resistente à compressão diagonal pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.7}$$

Onde

$\tau_{Rd2}$  : Tensão resistente à compressão diagonal de projeto.

$f_{ck}$  : Resistência característica do concreto (MPa).

$f_{cd}$  : Resistência de projeto do concreto (MPa).

Para garantir que não ocorra esmagamento da biela de concreto, deve-se garantir que:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} \quad \text{Equação 2.8}$$

Onde  $\tau_{Sd}$  é calculado de acordo com o item anterior, utilizando-se o perímetro  $u_0$ , referente ao contorno C.

### 2.4.1.3. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal

A tensão resistente de projeto à tração diagonal é obtida fazendo-se uso da seguinte expressão:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 2.9}$$

Em que:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{Equação 2.10}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cy}}{2} \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde

$\tau_{Rd1}$  : Tensão resistente de projeto à tração diagonal.

$\rho$  : Taxa de aço referente à armadura tracionada na região da superfície crítica C.



$\rho_x$  e  $\rho_y$ : Taxas de aço da armadura tracionada referentes às respectivas direções.

$\sigma_{cp}$ : Tensão normal na seção considerada devido às forças de protensão.

$\sigma_{cp_x}$  e  $\sigma_{cp_y}$ : Tensões normais devido à protensão obtidas nas respectivas direções.

Sendo:

$$\sigma_{cp_x} = \frac{N_{Sdx}}{A_{cx}} \quad \text{Equação 2.12}$$

$$\sigma_{cp_y} = \frac{N_{Sdy}}{A_{cy}} \quad \text{Equação 2.13}$$

Em que:

$N_{Sdi}$ : Força longitudinal na direção  $i$  devido aos cabos.

$A_C$ : Área de concreto onde se encontram os cabos de protensão.

A NBR 6118:2014 não especifica a seção a ser considerada no cálculo da tensão normal devido à protensão, visto isso, para fins desse trabalho, foram calculadas as tensões relativas aos cabos que passavam na região do pilar em até  $2 \cdot d$  da face do mesmo.

#### **2.4.2. Eurocode 2:2014 - *Design of Concrete Structures – General Rules and Rules for Buildings***

A metodologia descrita pela norma europeia apresenta diversas semelhanças de cálculo com a sequência da NBR 6118:2014 já descrita anteriormente. As principais diferenças entre os dois métodos serão ressaltadas no decorrer do texto.

Inicialmente, a adoção do perímetro crítico é realizada a uma distância de  $2 \cdot d$  da face do pilar, assim como a norma brasileira. Essa distância de  $2 \cdot d$  é mantida nos cantos dos pilares retangulares, formando segmentos de  $\frac{1}{4}$  de círculo nestes trechos conforme ilustrado na Figura 2.21. O centro desses segmentos de círculo está localizado no canto dos pilares e possui raio equivalente a  $2 \cdot d$ .

Para os casos em que existe momento fletor nas duas direções, adota-se o perímetro crítico de controle  $u_1$ , conforme a Figura 2.22. Para o caso de lajes lisas que possuem momento fletor apenas na direção paralela à borda, admite-se o uso de um perímetro crítico reduzido, o qual pode ter seu valor obtido de acordo com a Figura 2.22. Já para o caso de lajes em que a borda livre não coincide com a face do pilar, utiliza-se um perímetro crítico estendido, conforme ilustrado pela Figura 2.23.

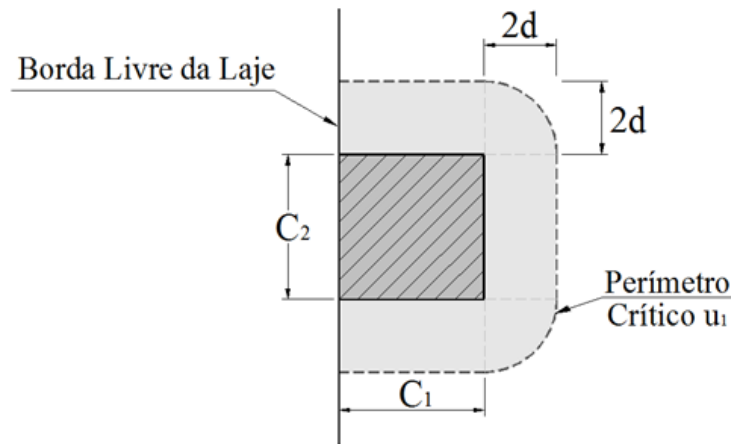


Figura 2.21 – Perímetro crítico – Eurocode 2:2014

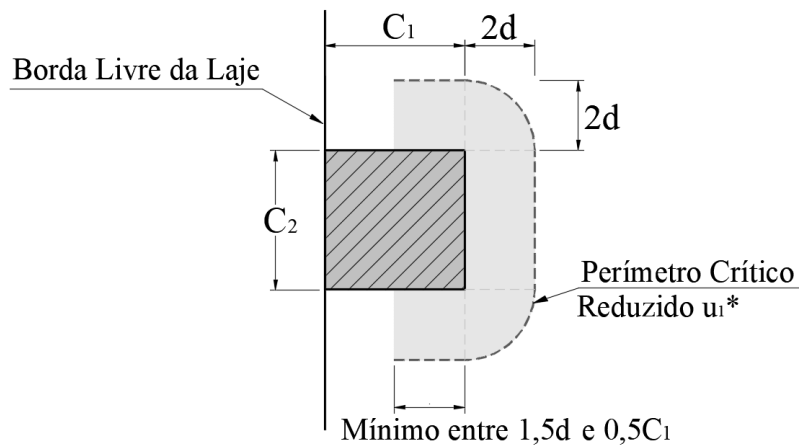


Figura 2.22 – Perímetro crítico reduzido – Eurocode 2:2014

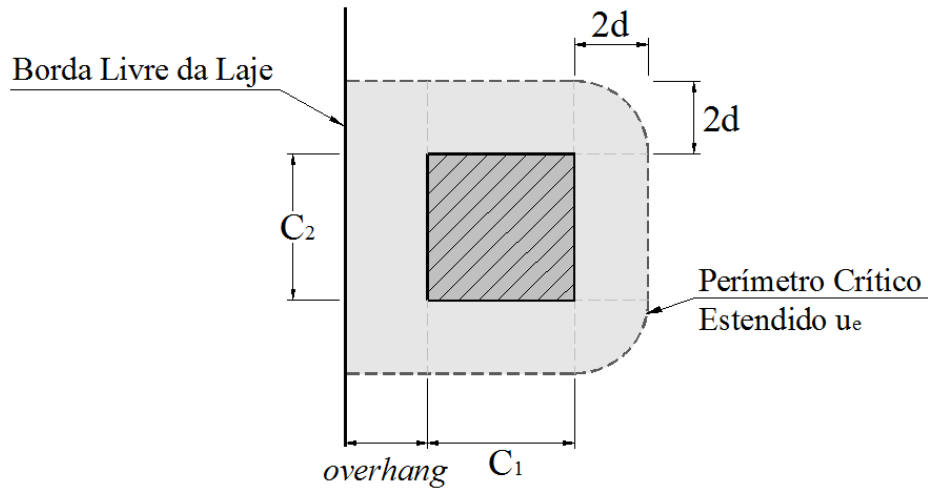


Figura 2.23 – Perímetro crítico estendido

#### 2.4.2.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto

Para o caso de ocorrência de excentricidade da reação atuando no perímetro crítico determinado anteriormente, utiliza-se a equação abaixo para o cálculo da tensão máxima cisalhante:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad \text{Equação 2.14}$$

Sendo:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad \text{Equação 2.15}$$

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Equação 2.16}$$

Para a situação em que há apenas momento proveniente de excentricidade perpendicular à borda da ligação, tem-se que:

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1^*}{W_1} \quad \text{Equação 2.17}$$

Em que:

$V_{Ed}$ : Reação vertical de cálculo.

$M_{Ed}$  : Momento solicitante de cálculo que atua na ligação laje pilar.

$W_1$  : Módulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre, constituindo propriedade do perímetro de controle  $u_i$  para configuração de como a tensão de cisalhamento se encontra distribuída. A Figura 2.24 esquematiza essa distribuição.

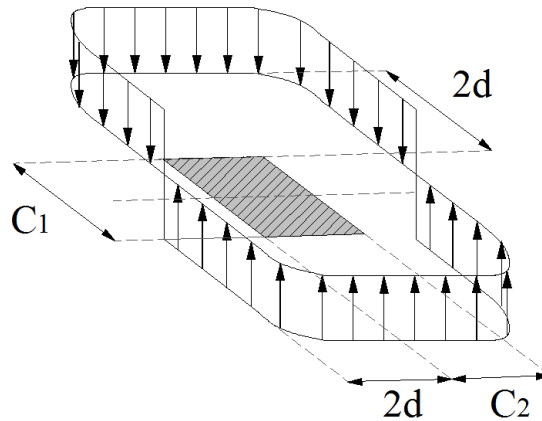


Figura 2.24 – Distribuição de tensões em um pilar interno – Eurocode 2:2014

A formulação fornecida pela Eurocode 2:2014 para pilares de borda com momento atuando em apenas uma direção é:

$$W_1 = \frac{C_2^2}{4} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_2 \quad \text{Equação 2.18}$$

Tabela 2.4.1 – Valor de  $K$  para carregamento retangular – Eurocode 2:2014

$C_1/C_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	3,0
$K$	0,45	0,6	0,7	0,8

Onde:

$K$ : Coeficiente que fornece a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento e que depende da relação  $C_1/C_2$ .

$C_1$ : Dimensão do pilar paralela à excentricidade da força.

$C_2$ : Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

### 2.4.2.2. Verificação da Tensão Resistente à Compressão Diagonal do Concreto

No perímetro do pilar, tem-se tensão de cisalhamento equivalente a:

$$v_{ED} = \frac{V_{ED}}{u_0 \cdot d} \quad \text{Equação 2.19}$$

Limitada pela tensão máxima de cisalhamento, obtida por:

$$v_{RD,máx} = 0,5 \cdot v \cdot f_{ct} \quad \text{Equação 2.20}$$

Sendo:

$$v = 0,6 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad \text{Equação 2.21}$$

Esta tensão deve ser averiguada na face do pilar (perímetro  $u_0$ ).

### 2.4.2.3. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal

A tensão resistente é determinada pela equação adiante:

$$v_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 2.22}$$

Sendo seu valor limitado inferiormente por:

$$v_{Rd,c} > 0,4 \cdot f_{ct,d} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad \text{Equação 2.23}$$

Em que:

$\gamma_c$ : Fator de segurança. No caso de ações permanentes, assume o valor de  $\gamma_c = 1,5$ . Para o caso de dados experimentais  $\gamma_c = 1$ .

$\xi$  : *Size Effect*, calculado como sendo:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{Equação 2.24}$$

O valor de  $d$  deve estar em mm e pode-se reparar que tal fator possui uma limitação de acordo com essa norma, diferentemente da norma brasileira.

$\rho$  : Taxa da armadura passiva superior da laje dentro de uma faixa na direção  $x$  ou  $y$  de largura delimitada por uma distância de  $3 \cdot d$  para cada lado da face do pilar e espessura real da laje ( $h_{\text{real}}$ ). A taxa final é obtida por:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02 \quad \text{Equação 2.25}$$

$f_{ck}$  : Resistência à compressão característica do concreto, a qual deve ser inferior a 90MPa de acordo com a Eurocode 2:2014.

$\sigma_{cp}$  : Tensão de compressão no plano da laje ( $x$ - $y$ ) proveniente da protensão aplicada no elemento estrutural. Adotou-se valores positivos para compressão e a unidade utilizada será MPa. Seu valor é calculado por:

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cy}}{2} \quad \text{Equação 2.26}$$

Em que:

$$\sigma_{cx} = \frac{N_{Ed,x}}{A_{cx}} \quad \text{Equação 2.27}$$

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}} \quad \text{Equação 2.28}$$

$N_{Ed,x}$  : Força longitudinal atuante na direção  $x$  da seção de controle para pilares de borda.

$N_{Ed,y}$  : Força longitudinal atuante na direção  $y$  da seção de controle para pilares de borda.

$A_{cx}$  : Área de concreto da seção de controle em que atuam as forças de protensão na direção  $x$ .

$A_{cy}$  : Área de concreto da seção de controle em que atuam as forças de protensão na direção  $y$ .

Após a obtenção das tensões solicitantes e resistentes de cálculo, prossegue-se para a verificação à punção:

$$v_{Ed} < v_{Rd,m\acute{a}x} \quad \text{Equação 2.29}$$

Em que:

$v_{Ed}$  : Tensão cisalhante solicitante de cálculo.

$v_{Rd,c}$  : Tensão máxima resistente ao cisalhamento na seção de controle.

Para que a laje não precise ser reforçada com armadura de cisalhamento, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$v_{Ed} < v_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.30}$$

Em que:

$v_{Rd,c}$  : Tensão resistente ao cisalhamento sem armadura de cisalhamento na seção de controle em estudo.

### **2.4.3. ACI 318:14 - *Building Code Requirements for Structural Concrete***

Assim como a NBR 6118:2014 e o Eurocode 2:2014, a norma ACI 318:14 também faz uso de uma seção crítica para a verificação da tensão cisalhante. Diferentemente das normas anteriores, a análise indicada pelo ACI 318:14 propõe que a distância da seção crítica até a face do pilar equivale a  $d/2$ , o que pode ser conferido na Figura 2.25 para o caso de ruptura por punção em duas direções. Além disso, também é possível perceber que no caso de pilares retangulares as quinas da seção crítica não são arredondadas como nas análises anteriores, formando uma seção retangular semelhante ao contorno do pilar.

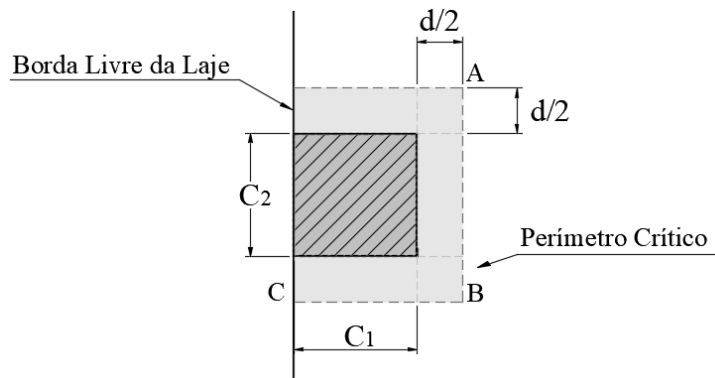


Figura 2.25 – Perímetro crítico para o caso de ruptura por punção em duas direções – ACI 318:14

### 2.4.3.1. Determinação da Tensão Solicitante de Projeto

Para a determinação da tensão solicitante, o ACI 318:14 prevê a fórmula abaixo:

$$v_u = \frac{Vu}{Ac} + \frac{\gamma_v \cdot M_{u1} \cdot C_{AB}}{J_{c1}} + \frac{\gamma_v \cdot M_{u2} \cdot C_{CB}}{J_{c2}} \quad \text{Equação 2.31}$$

Sendo:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \quad \text{Equação 2.32}$$

$$\gamma_v = (1 - \gamma_f) \quad \text{Equação 2.33}$$

Onde:

$V_u$  : Reação atuante na ligação laje/pilar em kN.

$M_{u1}$  : momento desbalanceado na direção perpendicular à borda livre em kN.mm.

$M_{u2}$  : momento desbalanceado na direção paralela à borda livre em kN.mm (este não será encontrado neste trabalho, visto que as lajes experimentais não possuem essa solicitação).

$A_c$  : área da seção crítica em mm<sup>2</sup>.



$b_1$ : comprimento do perímetro crítico perpendicular à borda livre em mm.

$b_2$ : comprimento do perímetro crítico paralelo à borda livre em mm.

$C_{AB}$ : excentricidade do perímetro crítico em relação à face AB de seu próprio perímetro medido em mm.

$C_{BC}$ : excentricidade do perímetro crítico em relação à face BC de seu próprio perímetro medido em mm.

$J_{e1}$ : momento polar de inércia em relação ao eixo de atuação do momento  $M_{u1}$ , medido em  $\text{mm}^4$ .

$J_{e2}$ : momento polar de inércia em relação ao eixo de atuação do momento  $M_{u2}$ , medido em  $\text{mm}^4$ .

Os coeficientes  $\gamma_f$  e  $\gamma_v$  dividem o momento gerado devido a carregamento vertical ou forças horizontais em duas partes: parte transferida por flexão e parte transferida por excentricidade da força da reação do pilar, respectivamente.

A norma prevê que para o caso de colunas de borda com momentos desbalanceados na direção de um eixo paralelo à borda livre,  $\gamma_f$  deverá equivaler a 1, como uma força de garantir que  $V_u$  não exceda  $0,75 \cdot \phi \cdot V_c$ . Entretanto, este valor máximo de  $\gamma_f$  corrigido só pode ser considerado para o caso de lajes não-protendidas.

#### **2.4.3.2. Verificação da Tensão Resistente**

O ACI 318:14, propõe o cálculo da tensão resistente de projeto apenas para a superfície crítica anteriormente citada. O valor final dependerá de algumas condições, como: casos onde não há protensão, casos em que há armadura de protensão e, casos onde há armadura contra cisalhamento.

Como os casos analisados englobam dois desses casos (lajes protendidas e não protendidas), ambas metodologias de cálculo serão especificadas a seguir.

Para lajes sem contribuição de protensão, a tensão resistente ao cisalhamento será o menor valor encontrado nas três fórmulas que seguem.

$$V_c = 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d \quad \text{Equação 2.34}$$

$$V_c = 0,083 \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_o} + 2\right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d \quad \text{Equação 2.35}$$

$$V_c = 0,33 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d \quad \text{Equação 2.36}$$

Sendo:

$$\beta = \frac{L_{pilar}}{l_{pilar}} \quad \text{Equação 2.37}$$

Onde,

$V_c$  : força resistente ao cisalhamento na seção crítica dado em kN.

$b_o$  : perímetro da seção crítica medido em mm.

$\lambda$  : coeficiente de peso do concreto.

$d$  : altura média efetiva da laje em mm.

$L_{pilar}$  : maior dimensão da seção do pilar em mm.

$l_{pilar}$  : menor dimensão da seção do pilar em mm.

$\alpha_s$  : equivale a 40 para pilares de centro, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto.

$f'_c$  : Resistência característica do concreto em MPa.

O ACI 318:14 também apresenta metodologia para os casos em que há presença de armadura ativa na laje, de acordo com a Figura 2.26 e a Figura 2.27.

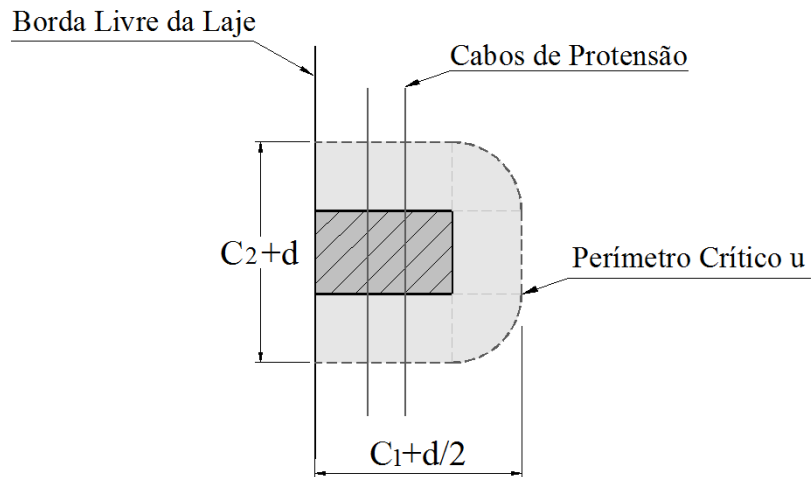


Figura 2.26 – Presença de armadura ativa – ACI 318:14

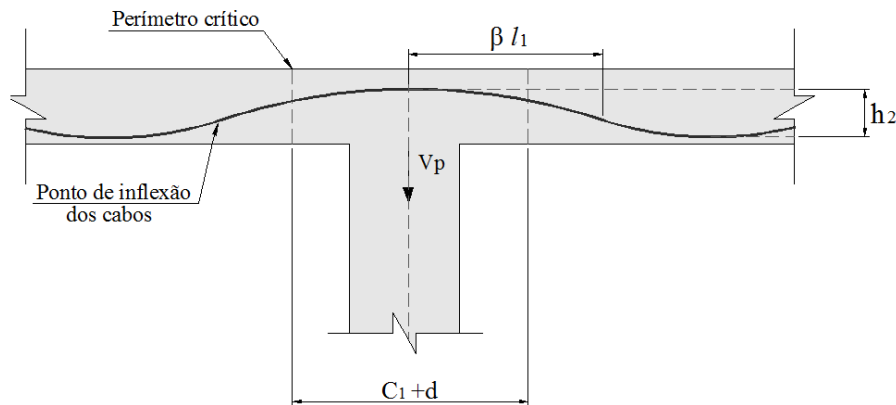


Figura 2.27 – Perfil dos cabos de protensão – ACI 318:14

Na presença de cabos de protensão, o ACI 318:14 estabelece que seja utilizado o menor valor obtido entre a Equação 2.39 e a Equação 2.38:

$$V_c = (0,29 \cdot \sqrt{f'_c} + 0,3 \cdot f_{pc}) \cdot b_o \cdot d + V_p \quad \text{Equação 2.38}$$

$$V_c = 0,083 \left( 1,5 + \frac{\alpha_s \cdot d}{b_o} \right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d + 0,3 \cdot f_{pc} + V_p \quad \text{Equação 2.39}$$

Sendo:

$f_{pc}$  : Média aritmética das tensões de compressão no centroide em cada seção de concreto devido à protensão nas duas direções em MPa.

$V_p$  : Componente vertical devido a todas as forças verticais efetivas em razão da protensão que atravessam a seção crítica medida em N.

Para que a equação de tensão resistente acima possa ser utilizada, deve-se cumprir as seguintes exigências para o caso de lajes com protensão:

1. A armadura aderente deve ser providenciada de acordo com as condições em que é exigido pela norma nos itens 8.6.2.3 e 8.7.5.3.
2. Nenhuma parte da seção transversal da coluna deve estar a menos de  $4h$  de uma descontinuidade da laje;
3. Em cada direção deve-se garantir que a protensão efetiva ( $f_{pc}$ ) não seja inferior a 0,9MPa e nem superior a 3,5MPa;
4. O valor de  $\sqrt{f_c}$  não pode ser superior a 5,8MPa.

Para que a laje resista à punção, é necessário que se satisfaça:

$$V_u \leq \phi \cdot V_c \quad \text{Equação 2.40}$$

Onde,

$\phi$  : Fator de redução de força, que assume valores de 0,9 para seções controladas por tração, 0,75 a 0,65 para tensões controladas por compressão.

#### **2.4.4. *fib* Model Code 2010**

O modelo de cálculo *fib* Model Code 2010 foi resultado de uma produção conjunta da CEB com a FIP, sendo sua primeira versão datada de 1978. Sua seção destinada à punção tem como base a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.

O *fib* Model Code 2010 apresenta perímetro básico de controle ( $b_1$ ) como sendo aquele tomado a partir de uma distância  $0,5 \cdot d_v$  das faces do pilar ou área carregada, em que  $d_v$  é a profundidade efetiva da laje que resiste ao cisalhamento, levando em consideração a penetração do pilar na

laje. A Figura 2.28 e a Figura 2.29 mostram estas alturas e a Figura 2.30 apresenta o perímetro básico de controle.

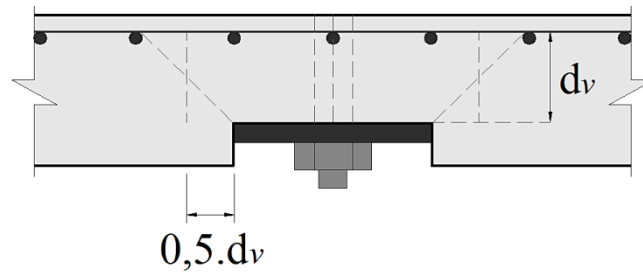


Figura 2.28 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ )

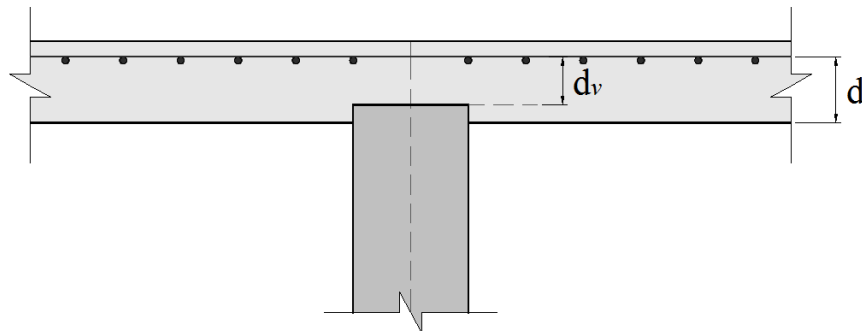


Figura 2.29 – Altura útil efetiva da laje considerando a penetração do pilar na laje ( $d_v$ ) e altura útil da laje ( $d$ )

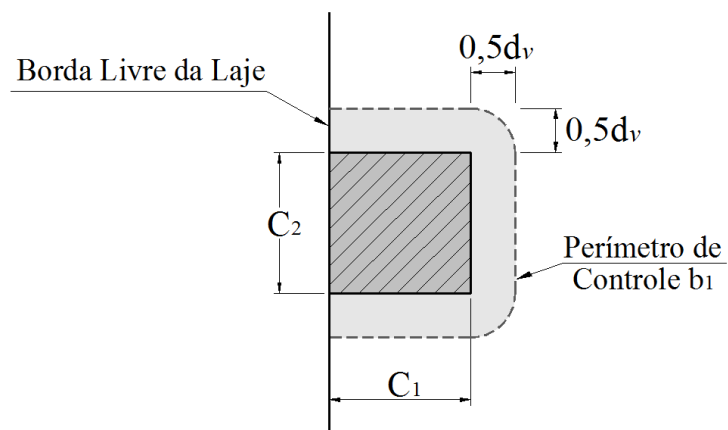


Figura 2.30 – Perímetro de controle ( $b_1$ ) – *fib* Model Code 2010

Este modelo determina que o cálculo de estimativa da resistência à punção deve ser verificado por: esgotamento da resistência da diagonal comprimida de concreto; tração diagonal do

concreto; e por tração diagonal do concreto fora da região das armaduras de cisalhamento. Uma vez que o presente estudo não inclui armaduras de cisalhamento, apenas os dois primeiros casos serão tratados.

O *fib* Model Code (2010) determina que a tensão resistente de cálculo é obtida pelo somatório de duas componentes, sendo o primeiro relativo à resistência do concreto e a segunda à resistência do aço das armaduras de cisalhamento:

$$V_R = V_{R,c} + V_{R,s} \quad \text{Equação 2.41}$$

Em que:

$V_R$  : Capacidade de carga da laje.

$V_{R,c}$  : Parcela referente à resistência do concreto.

$V_{R,s}$  : Parcela referente à resistência das armaduras de cisalhamento.

Como o presente trabalho trata de lajes que não possuem armaduras de cisalhamento, apenas a contribuição do concreto para a capacidade de carga da ligação laje-pilar será de apresentada a seguir.

#### 2.4.4.1. Verificação da Tensão Resistente à Tração Diagonal

De acordo com o *fib* Model Code 2010, a resistência à punção atribuída ao concreto pode ser obtida por:

$$V_{R,c} = k_{\psi} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_o \cdot d_v \quad \text{Equação 2.42}$$

Sendo:

$f_{ck}$  : Resistência característica do concreto expresso em MPa.

$b_o$  : Perímetro de controle resistente ao cortante, o qual leva em consideração a transferência de momento fletor para o pilar e é calculado por:

$$b_o = k_e \cdot b_{1,red} \quad \text{Equação 2.43}$$

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u / b_u} \quad \text{Equação 2.44}$$

Sendo:

$e_u$  : Excentricidade da resultante das forças cortantes em relação ao centroide do perímetro de controle básico.

$b_u$  : Diâmetro de um círculo com mesma área da superfície de controle básico.

O parâmetro  $k_\psi$  tem dependência da deformação rotativa da laje, conforme a equação a seguir:

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{d_g} \cdot \psi \cdot d} \leq 0,6 \quad \text{Equação 2.45}$$

Sendo  $d$  expresso em milímetros e  $k_{d_g}$  um parâmetro dependente do diâmetro máximo do agregado ( $d_g$ ), também expresso em milímetros, de acordo com a equação adiante:

$$k_{d_g} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad \text{Equação 2.46}$$

Para se obter a rotação da laje ( $\psi$ ), a qual está ilustrada na Figura 2.31, são aplicáveis quatro níveis distintos de aproximação.

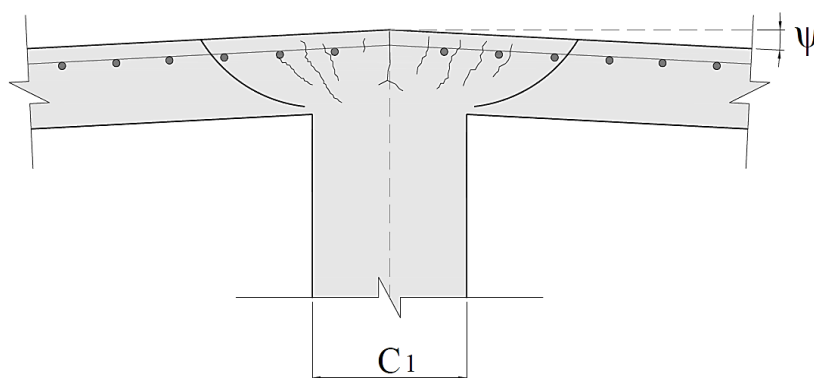


Figura 2.31 – Rotação da laje utilizada na metodologia de cálculo – *fib* Model Code 2010

O primeiro nível é utilizado apenas para estimativas iniciais e considera análise elástica sem redistribuição significativa das forças internas. Sua estimativa é dada por:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \quad \text{Equação 2.47}$$

Em que  $r_s$  representa a posição em que o momento de flexão radial é zero em relação ao centro do pilar.

Já o segundo nível apresenta uma melhor estimativa para os casos em que há redistribuição considerável dos momentos fletores:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left( \frac{m_s}{m_R} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.48}$$

Em que:

$m_s$  : Momento por unidade de comprimento médio usado no cálculo da armadura de flexão na faixa do apoio na direção considerada. Para o caso de ligações laje-pilar de borda, considerando as armaduras paralelas à borda:

$$m_s = V_E \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \geq \frac{V_E}{4} \quad \text{Equação 2.49}$$

E para os cálculos considerando as armaduras perpendiculares à borda:

$$m_s = V_E \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) \quad \text{Equação 2.50}$$

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{\text{mín}} \quad \text{Equação 2.51}$$

Uma vez que tais cálculos dependem da carga solicitante ( $V_E$ ), o cálculo procede de forma iterativa. Além disso, o termo  $e_{u,i}$  é referente à excentricidade da resultante das forças de cisalhamento com relação ao centroide do perímetro básico de controle na direção de estudo.



$m_R$  : Momento resistente por unidade de largura da laje.

Já para o caso de concreto protendido, a rotação da laje é obtida pela seguinte formulação:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left( \frac{m_s - m_p}{m_R - m_p} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.52}$$

Sendo  $m_p$  referente ao momento médio de descompressão na largura da faixa de apoio ( $b_s$ ) devido à protensão.

O terceiro nível de aproximação apresenta melhores estimativas para lajes calculadas a partir de um modelo linear elástico e tem a seguinte equação:

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left( \frac{m_s}{m_R} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.53}$$

E considera um valor mínimo para  $r_s$  como sendo:

$$r_s \geq 0,67 \cdot b_{sr} \quad \text{Equação 2.54}$$

O nível quatro, por sua vez, é usado para análises não-lineares da estrutura, considerando efeitos diversos e necessitando de métodos numéricos ou analíticos de cálculo, como o de elementos finitos, para obtenção da rotação.

### 3. METODOLOGIA

O banco de dados levantado na realização deste projeto de conclusão de curso está apresentado na Tabela 2.4.1, a partir das referências bibliográficas apresentadas no tópico 2.3. Com esses dados, foram utilizadas as recomendações propostas pela NBR 6118:2014, Eurocode 2:2014, ACI 318:14 e *fib* Model Code 2010 para o cálculo da estimativa da resistência à punção.

A partir do valor calculado para a resistência à punção, obteve-se a carga de ruptura estimada de acordo com as prescrições normativas e as interpretações explicadas nos tópicos adiante. Por fim, fez-se uma comparação dos resultados da força de ruptura estimada e da força de ruptura advinda dos experimentos para se obter o nível de precisão das normas estudadas.

Tabela 2.4.1 – Banco de dados

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Largura (mm)</b>	<b>Compri- mento (mm)</b>	<b>Altura da laje (mm)</b>	<b>Altura real (mm)</b>	<b>Altura útil (mm)</b>	<b>C2 Pilar (mm)</b>	<b>C1 Pilar (mm)</b>	<b>Over- hang (mm)</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>Mu (kN.m)</b>	<b>fck (MPa)</b>
Dilger (1989)	S1	1380	1900	150	-	130,0	250	250	0	180,00	94,0	35,8
Dilger (1989)	S2	1980	1900	150	-	130,0	250	250	260	180,00	139,0	41,3
Foutch (1990)	S1	1524	1524	102	-	82,0	305	305	0	58,15	67,3	50,3
Foutch (1990)	S2	1524	1524	102	-	82,0	305	305	0	83,82	62,7	40,3
Foutch (1990)	S3	1524	1524	102	-	82,0	305	305	0	67,65	50,5	42,1
Foutch (1990)	S4	1524	1524	102	-	82,0	305	305	0	114,64	53,0	48,3
El – Salakawy (1998)	XXX	1020	1540	120	-	100,0	250	250	0	125,00	37,5	33,0
El – Salakawy (1998)	HXXX	1020	1540	120	-	100,0	250	250	0	69,70	45,8	36,5
Barbán (2008)	L1	2000	1200	120	125	98,0	200	200	0	254,20	65,2	46,8
Barbán (2008)	L2	2000	1200	120	126	98,0	200	200	0	237,60	74,9	46,0
Barbán (2008)	L3	2000	1200	120	122	100,0	200	200	0	211,00	75,9	45,1
Barbán (2008)	L4	2000	1200	120	122	99,0	200	200	0	184,10	79,6	45,1
Barbán (2008)	L5	2000	1200	120	125	97,0	200	200	0	163,40	85,5	48,5
Barbán (2008)	L6	2000	1200	120	128	98,0	200	200	0	134,60	82,1	48,5
Barbán (2008)	L7	2000	1200	120	128	99,0	200	200	0	105,30	82,0	46,8
Barbán (2008)	L8	2000	1200	120	122	100,0	200	200	0	183,00	65,3	49,8
Barbán (2008)	L9	2000	1200	120	121	100,5	200	200	0	161,90	69,3	49,8
Barbán (2008)	L10	2000	1200	120	120	98,0	200	200	0	137,90	68,5	53,3
Barbán (2008)	L11	2000	1200	120	125	99,5	200	200	0	161,50	83,2	53,3
Barbán (2008)	L12	2000	1200	120	120	99,5	200	200	0	160,60	84,1	53,3
Barbán (2008)	L13	2000	1200	120	122	97,0	200	200	0	146,60	76,1	55,2

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Largura (mm)</b>	<b>Compri- mento (mm)</b>	<b>Altura da laje (mm)</b>	<b>Altura real (mm)</b>	<b>Altura útil (mm)</b>	<b>C2 Pilar (mm)</b>	<b>C1 Pilar (mm)</b>	<b>Over- hang (mm)</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>Mu (kN.m)</b>	<b>fck (MPa)</b>
Barbán (2008)	L14	2000	1200	120	124	98,0	200	200	0	134,50	70,5	55,2
Barbán (2008)	L15	2000	1200	120	122	100,0	200	200	0	104,30	81,2	55,2
Gomes (2010)	L01	1200	2000	120	127	100,0	200	200	0	126,00	64,9	52,2
Gomes (2010)	L02	1200	2000	120	125	102,0	200	200	0	136,90	73,5	52,2
Gomes (2010)	L03	1200	2000	120	125	103,0	150	300	0	255,80	67,0	54,7
Gomes (2010)	L04	1200	2000	120	125	100,0	150	300	0	183,50	86,8	54,7
Gomes (2010)	L05	1400	2000	120	122	101,0	200	200	200	211,00	65,6	50,7
Gomes (2010)	L06	1400	2000	120	124	102,0	200	200	200	146,80	77,8	50,7
Gomes (2010)	L07	1400	2000	120	125	94,0	200	200	200	210,50	65,5	56,9
Gomes (2010)	L08	1400	2000	120	122	99,0	200	200	200	167,50	87,3	56,9

Pode-se notar que algumas lajes possuem valores de altura total ( $h$ ) reais e teóricos, ou seja, valores determinados antes e após a montagem do experimento. Nas estruturas que foram retiradas da referência Gomes (2010) e Barbán (2008) utilizou-se as dimensões reais para a realização dos cálculos. Para as demais lajes presentes no banco de dados, foram utilizados os valores teóricos, já que não foram fornecidas as alturas reais do ensaio.

Também é válido ressaltar que as lajes dos autores El – Salakawy (1998) e Foutch (1990) tiveram suas alturas úteis estimadas em função do cobrimento e da armadura de tração, visto que esses dados não foram disponibilizados.

A seguir serão explanadas as considerações feitas para os cálculos propostos pelas metodologias da NBR 6118:2014, Eurocode 2:2014, ACI 318:14 e *fib* Model Code 2010.

### **3.1. METODOLOGIA DA NBR 6118:2014**

#### **3.1.1. Cálculo da Resistência à Punção**

O cálculo da resistência a punção foi realizado com base na tensão resistente à tração diagonal, visto que todos os modos de ruptura das lajes se deram por tração da diagonal do concreto. A partir desse valor, e dos parâmetros como: perímetros crítico, altura útil da laje, módulo de resistência plástica, excentricidade, *size effect* e coeficiente de forma, foi possível calcular a carga de ruptura estimada.

#### **3.1.2. Cálculo dos Perímetros Críticos**

O cálculo dos perímetros críticos foi realizado de acordo com as prescrições da NBR 6118:2014, entretanto, a norma não possui recomendações específicas para os casos com presença de *overhang*, dessa forma, assumiu-se que os perímetros críticos  $\mu'$  se estendiam até o final da laje, ou seja, englobavam o *overhang*.

Como pode-se ver o valor do *overhang* da laje S5 do Dilger (1989) é muito grande, possuindo 500mm, um valor maior do que a distância  $2.d$  da face do pilar. Devido a esse fato, para a laje S5 não foi considerado que o perímetro crítico englobava todo o *overhang*, mas apenas 260mm

– distância equivalente à duas vezes a altura útil da laje. A Tabela Anexo 1.1 traz os valores dos perímetros críticos.

### **3.1.3. Cálculo da Taxa de Armadura Tracionada**

A taxa de armadura tracionada, assim como recomendado, foi calculada para uma área que dista  $3d$  da face do pilar. Vale ressaltar que o cálculo das taxas foi realizado por meio dos dados de distribuição de armadura disponibilizados pelos autores.

A referência Gomes (2010) traz consigo o valor das taxas de armadura citadas no tópico 2.3.5, entretanto, ao serem recalculados com base na distribuição das bitolas, os valores encontrados não coincidiram com os disponibilizados. Dessa forma, optou-se por utilizar as taxas calculadas, que podem ser conferidas na Tabela Anexo 1.2.

### **3.1.4. Cálculo da Tensão Normal de Protensão**

Para o cálculo da tensão normal de protensão, considerou-se a contribuição dos cabos que passam em até  $2 \cdot d$  da face do pilar. Entretanto, cabe ressaltar que as normas não especificam a distância do pilar para a qual os cabos devem ser considerados. A Tabela Anexo 1.3 traz consigo os valores de força aplicados nos cabos de protensão presentes em cada uma das lajes e o resultado do cálculo da tensão normal devido a esses cabos.

### **3.1.5. Cálculo da Tensão Vertical devido à Protensão**

A NBR considera um alívio no cálculo das solicitações decorrente da atuação da parcela vertical da tensão de protensão atuante nas lajes. Para esse alívio, considerou-se apenas a atuação dos cabos que passam em até  $d / 2$  da face do pilar. Na Tabela Anexo 1.4 pode-se encontrar os valores os ângulos de inclinação dos cabos e a tensão vertical que atua na diminuição da solicitação de acordo com a norma. Os ângulos de inclinação dos cabos foram calculados com base nas imagens disponibilizadas nas referências bibliográficas.

### **3.1.6. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica**

Para o cálculo da resistência à punção, foi necessário encontrar o valor do módulo de resistência plástica ( $W_{p1}$ ) do perímetro crítico. A NBR 6118:2014 não sugere nenhuma fórmula para o cálculo de  $W_{p1}$  quando há presença de pilares de borda e nem especifica se o módulo de resistência plástica é calculado em relação ao centro do pilar ou em relação ao centro do

perímetro crítico, abrindo para ambas interpretações. Já segundo Giordano (2005), o cálculo de  $W_{p1}$  deve ser realizado no que se refere ao centroide do perímetro crítico.

Visto as interpretações possíveis da normas, decidiu-se calcular o  $W_{p1}$  de formas distintas e ver qual desses modos de cálculo gera um resultado mais satisfatório e próximo da realidade.

- $W_{p1}$  em relação ao centro do pilar:

O  $W_{p1}$  em relação ao centro do pilar foi encontrado a partir do desenvolvimento da equação abaixo para lajes sem *overhang*:

$$W_{p1} = \Sigma l \cdot e$$

Onde,

l: Comprimento da linha

e: Distância entre o centro de gravidade da linha e o centro do pilar.

$$W_{p1} = 4 \cdot \frac{C_1}{4} \cdot \frac{C_1}{2} + 2 \cdot \left( \pi \cdot d \left( \frac{C_1}{2} + \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) \right) + \left( C_2 \cdot \left( \frac{C_1}{2} + 2 \cdot d \right) \right)$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \pi \cdot d \cdot C_1 + 8 \cdot d^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot d \cdot C_2 \quad \text{Equação 3.1}$$

Já para lajes com *overhang*, a equação foi desenvolvida da seguinte forma:

$$W_{p1} = \Sigma l \cdot e$$

$$W_{p1} = 2 \cdot \frac{C_1}{4} \cdot \frac{C_1}{2} + 2 \cdot \left( \left( \frac{C_1}{2} + H \right) \cdot \left( \frac{C_1}{4} + \frac{H}{2} \right) \right) + 2 \cdot \left( \pi \cdot d \left( \frac{C_1}{2} + \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) \right) + \left( C_2 \cdot \left( \frac{C_1}{2} + 2 \cdot d \right) \right)$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + 2 \cdot \left( \frac{C_1^2}{8} + \frac{C_1 \cdot H}{4} + \frac{C_1 \cdot H}{4} + \frac{H^2}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot C_1 + 8 \cdot d^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot d \cdot C_2$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1^2}{4} + C_1 \cdot H + H^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + 8 \cdot d^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot d \cdot C_2$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot H + H^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + 8 \cdot d^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot d \cdot C_2 \quad \text{Equação 3.2}$$

Onde,

H: *overhang*.

- $W_{p1}$  em relação ao centroide do perímetro crítico sugerido por Giordano (2005):

O  $W_{p1}$  em relação ao centroide do perímetro crítico foi calculado a partir das equações sugeridas por Giordano (2005):

$$e_{c'} \leq \frac{C_1^2 + C_1 \cdot C_2 + 2 \cdot d \cdot C_2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 + 8 \cdot d^2}{2 \cdot C_1 + C_2 + 2 \cdot \pi \cdot d} \quad \text{Equação 3.3}$$

Se  $e_{c'} \leq C_1$ , então:

$$W_{p1} = e_0^2 \quad \text{Equação 3.4}$$

Se  $C_1 < e_{c'} \leq C_1 + 4 \cdot d / \pi$ , então:

$$W_{p1} = 2 \cdot C_1 \cdot \left( e_{c'} - \frac{C_1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left( C_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{c'} \right) + C_2 \cdot (C_1 + 2 \cdot d - e_{c'}) \quad \text{Equação 3.5}$$

Se  $e_{c'} > C_1 + 4 \cdot d / \pi$  então:

$$W_{p1} = 2 \cdot C_1 \cdot \left( e_{c'} - \frac{C_1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left( e_{c'} - C_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + C_2 \cdot (C_1 + 2 \cdot d - e_{c'}) \quad \text{Equação 3.6}$$

Onde,

$e_{c'}$ : Centroide do perímetro crítico.

Os valores de  $W_{p1}$  para a NBR 6118:2014 encontram-se nas Tabelas Anexo 1.5 e 1.7.

Vale ressaltar que para o cálculo das lajes com *overhang*, acrescentou-se o valor do *overhang* no comprimento  $C_1$ .



### 3.1.7. Cálculo das Excentricidades

A NBR 6118:2014 assume que o momento de solicitação atuante na ligação laje e pilar ocorre em relação ao centro do perímetro crítico reduzido ( $u^*$ ). Já de acordo com Giordano (2005), o momento deve ser considerando atuando em relação ao centro do perímetro crítico ( $u$ ). Visto isso, calculou-se os dois valores de excentricidade,  $e^*$  em relação ao perímetro crítico reduzido e  $e_g$  em relação ao perímetro crítico. As excentricidades podem ser encontradas na Tabela Anexo 1.7.

### 3.1.8. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada

Como tanto o módulo de resistência plástica quanto a excentricidade foram calculados de duas formas diferentes, foi possível se obter três valores de carga de ruptura estimada. Esses valores foram obtidos relacionando as fórmulas de  $W_{p1}$  e as diferentes excentricidades, podendo-se resumir da seguinte forma:

- Hipótese 1: Com  $W_{p1}$  em relação ao centro do pilar e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido ( $NBR_1$ ).

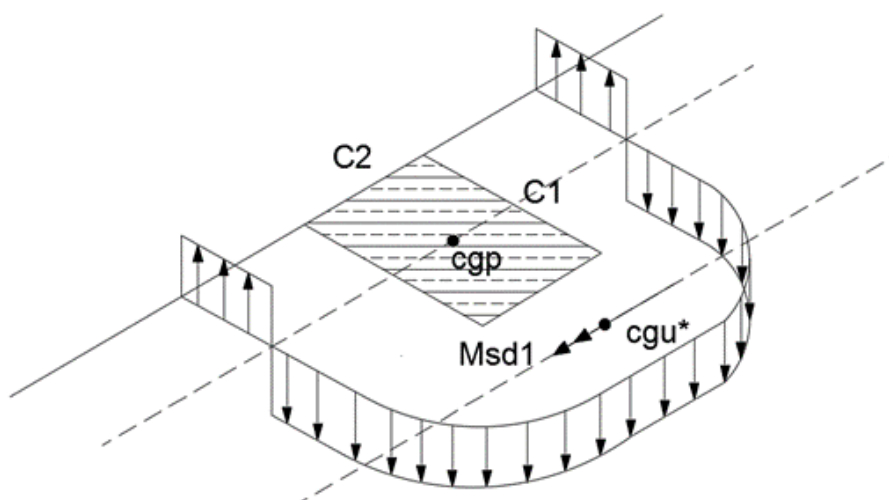


Figura 3.1 – Representação do cálculo de  $W_{p1}$  de acordo com a primeira hipótese ( $NBR_1$ )

- Hipótese 2: Com  $W_{p1}$  em relação ao centro do perímetro crítico e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido (NBR<sub>2</sub>).

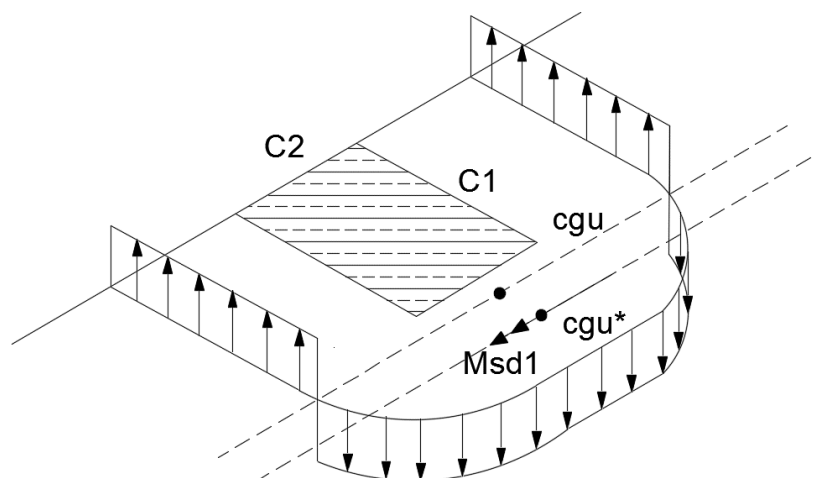


Figura 3.2 – Representação do cálculo de  $W_{p1}$  de acordo com a segunda hipótese (NBR<sub>2</sub>)

- Hipótese 3: Com  $W_{p1}$  em relação ao centro do perímetro crítico e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico, seguindo recomendações de Giordano (2008) (NBR\*).

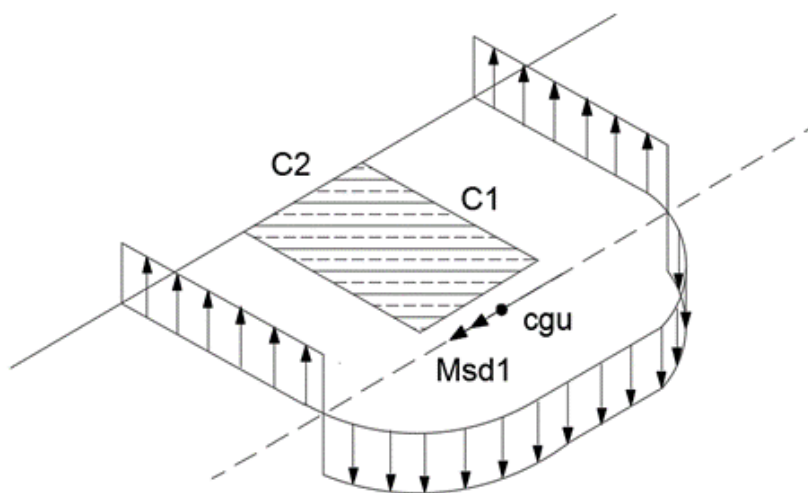


Figura 3.3 – Representação do cálculo de  $W_{p1}$  de acordo com a terceira hipótese (NBR\*).

## 3.2. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO EUROCODE 2:2014

Como dito anteriormente, as prescrições normativas para estimativa da resistência à punção da NBR 6118:2014 e do Eurocode 2:2014 em muito se assemelham. Visto isso, os perímetros críticos, as taxas de armadura, e a tensão normal de protensão foram calculados da mesma forma. Os resultados se encontram nas Tabela Anexo 1.1, Tabela Anexo 1.2 e Tabela Anexo 1.4, respectivamente. Já para o cálculo de  $W_{p1}$ , da excentricidade e do *size effect*, a proposta de cálculo se diferiu da NBR 6118:2014.

### 3.2.1. Cálculo do Módulo de Resistência Plástica

O Eurocode 2:2014 especifica que deve-se considerar o centroide do perímetro crítico reduzido para a determinação do módulo de resistência plástica ( $W_1$ ) para o caso de pilares de borda com momento atuando apenas na direção paralela à borda. A equação para a obtenção do  $W_1$  sugerido pelo Eurocode 2:2014 é:

$$W_1 = \frac{C_2^2}{4} + C_1 \cdot C_2 + 8 \cdot d^2 + 4 \cdot C_1 \cdot d + \pi \cdot d \cdot C_2 \quad \text{Equação 3.7}$$

Os valores destes resultados podem ser encontrados na Tabela Anexo 1.6.

### 3.2.2. Cálculo da Excentricidade

Para a realização dos cálculos do Eurocode 2:2014 foi considerada a excentricidade ( $\ell$ ) obtida pela razão entre o momento e a carga última de ruptura experimental. Os valores de excentricidade podem ser encontrados na Tabela Anexo 1.71.

### 3.2.3. Limitação do *Size Effect*

Apesar da equação para a obtenção do *size effect* ser a mesma tanto para a NBR 6118:2014 quanto para o Eurocode 2:2014, essa segunda norma limita o valor deste parâmetro em 2.

### 3.3. METODOLOGIA DO ACI 318:14

Para o cálculo da estimativa de ruptura a partir da metodologia do ACI 318:14, foram realizadas algumas considerações acerca dos parâmetros de cálculo. Além disso, a fim de analisar a influência dos parâmetros nas fórmulas, foram realizadas 6 hipóteses de cálculo distintas. As considerações relevantes e as hipóteses são descritas nos tópicos seguir.

#### 3.3.1. Cálculo do Fator de Protensão ( $f_{pc}$ )

O  $f_{pc}$  utilizado no cálculo da estimativa da tensão resistente para o caso em que há protensão foi determinado a partir da média aritmética das tensões de compressão em cada seção de concreto em MPa.

A tensão  $f_{pc}$  é relativa à força de protensão aplicada nos cabos que passam na superfície do perímetro crítico, distribuída na seção desse mesmo perímetro. Para os cabos paralelos, a seção considerada foi a referente ao comprimento  $b_1$ , já para os cabos perpendiculares, a seção considerada foi a referente ao comprimento  $b_2$  do perímetro.

#### 3.3.2. Cálculo da Força Vertical devido aos Cabos de Protensão ( $V_P$ )

Como já explanado,  $V_P$  é a parcela vertical de força atuante no perímetro crítico devido aos cabos de protensão. Para o cálculo desse parâmetro, utilizou-se a força aplicada nos cabos que passam no perímetro crítico e multiplicou pelo seno do ângulo formado pelos cabos.

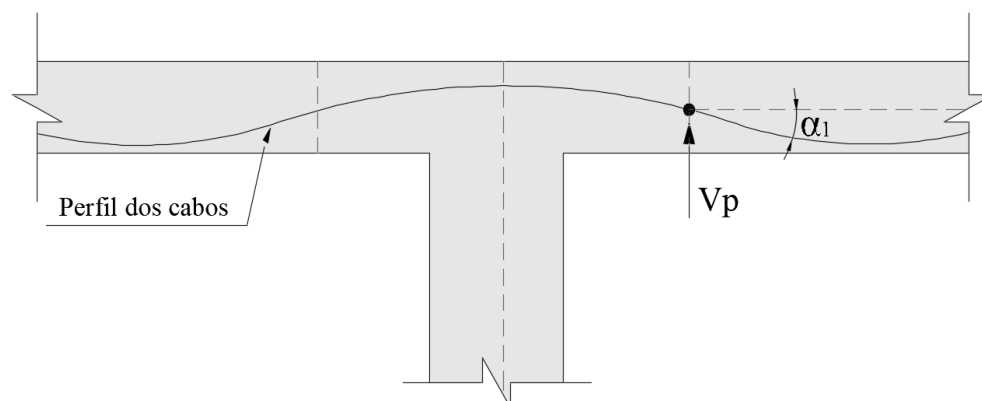


Figura 3.1 – Parcela vertical da força de protensão

### 3.3.3. Cálculo da Excentricidade do Perímetro Crítico ( $C_{AB}$ )

O cálculo da excentricidade do perímetro crítico em relação à face AB de seu próprio perímetro foi realizado de acordo com a seguinte formulação (MACGREGOR, 2012):

$$C_{ab} = \frac{b_1^2 \cdot d}{(2 \cdot b_1 \cdot d + b_2 \cdot d)} \quad \text{Equação 3.8}$$

A unidade da excentricidade assim obtida está expressa em mm.

### 3.3.4. Cálculo do Momento Polar de Inércia ( $J_c$ )

O cálculo do momento polar de inércia ( $J_c$ ) em relação ao eixo de atuação do momento  $M_{ul}$  foi calculado pela fórmula adiante (MACGREGOR, 2012):

$$J_c = \frac{b_1^3 \cdot d}{6} + \frac{b_1 \cdot d^3}{6} + d \cdot b_1 \cdot \left( \frac{b_1}{2} - C_{AB} \right) + b_2 \cdot d \cdot C_{AB}^2 \quad \text{Equação 3.9}$$

A unidade para o momento polar de inércia encontrada é  $\text{mm}^4$ .

### 3.3.5. Cálculo da Carga de Ruptura Estimada

Para utilizar as fórmulas de cálculo direcionadas para o caso em que se tem protensão, o ACI318:14 impõe algumas restrições. Para avaliar a influência de cada uma dessas restrições, decidiu-se realizar o cálculo de formas distintas, desconsiderando as limitações, limitando um parâmetro por vez e calculando exatamente como estabelecido por Norma.

As limitações impostas pela norma são:

1. A armadura aderente deve ser providenciada de acordo com as condições em que é exigido pela norma nos itens 8.6.2.3 e 8.7.5.3.

Como a norma impõe essa limitação, pode-se concluir que a análise do ACI318:14 para lajes protendidas só pode ser utilizada para lajes dimensionadas de acordo com a própria

Norma. Para levar esse ponto em consideração, calculou-se uma estimativa de resistência a punção sem levar em consideração a protensão.

2. Nenhuma parte da seção transversal da coluna deve estar a menos de  $4 \cdot h$  de uma descontinuidade da laje;

A fim de se respeitar essa exigência, assim como proposto por Gomes (2010), considerou-se apenas os cabos paralelos que passam pelo perímetro crítico, já que nessa direção não há bordas ou aberturas mais próximas que  $4 \cdot h$ .

3. Deve-se garantir que a tensão de compressão ( $f_{pc}$ ) não seja inferior a 0,9MPa e nem superior a 3,5MPa;

A tensão  $f_{pc}$  foi calculada como descrita nos itens acima e, todos os valores obtidos foram maiores que o limite. Para respeitar a limitação imposta, utilizou o valor de 3,5.

4. O valor de  $\sqrt{f'_c}$  considerado não deve ser superior a 5,8MPa.

Para se considerar essa limitação, o valor limitado de  $f'_c$  foi de 33,64MPa.

Variando as limitações a serem consideradas, elaborou-se seis hipóteses distintas, sendo essas:

- Hipótese 1: Desconsiderando a protensão

O cálculo dessa hipótese foi realizado de forma a desconsiderar a atuação da protensão na laje. Para tal caso, a tensão resistente ao cisalhamento foi obtida pelo menor valor entre a Equação 2.34, Equação 2.35, e Equação 2.36.

- Hipótese 2: Protensão sem considerar limitações

Tal cálculo prosseguiu considerando no cálculo tanto os cabos de armadura ativa perpendiculares quanto os paralelos à borda, sem limitar os valores de  $f'_c$  e  $f_{pc}$ . Por fim, foi considerado o menor valor entre o encontrado na Equação 2.38 e na Equação 2.39.

- Hipótese 3: Protensão considerando todas as limitações

Nesta hipótese levou-se em consideração apenas os cabos paralelos à borda no cálculo da resistência à punção. Além disso, todas as demais limitações apresentadas no item 2.4.3.2 deste relatório foram consideradas para obtenção dos resultados.

- Hipótese 4: Protensão considerando apenas a limitação do  $f_{cp}$

Esta hipótese leva em consideração apenas a terceira limitação, referente à garantia de que a protensão efetiva em cada direção ( $f_{cp}$ ) não seja inferior a 0,9MPa e nem superior a 3,5MPa.

- Hipótese 5: Protensão considerando apenas a limitação da seção transversal da coluna a menos de  $4.h$

Assim como a hipótese 3, calcula-se esta hipótese considerando apenas os cabos paralelos à borda, já que nessa direção não há aberturas ou bordas próximas à face do pilar, porém, apenas essa limitação recomendada pela norma é considerada.

- Hipótese 6: Protensão considerando apenas a limitação de  $\sqrt{f'_c}$

Por fim, a última hipótese leva em consideração apenas a quarta limitação, referente à garantia de que o valor de  $\sqrt{f'_c}$  não seja superior a 5,8MPa.

### **3.4. METODOLOGIA DO *fib* MODEL CODE 2010**

A metodologia de cálculo do *fib* Model Code 2010 é dividida em níveis de aproximação. O nível I traz um cálculo simplificado geralmente utilizado em pré-dimensionamentos e os níveis II e III são baseados em um cálculo iterativo, onde a carga última estimada depende da carga atuante na estrutura. Visto que todas as lajes presentes no banco de dados foram solicitadas até a ruptura, a carga atuante e a carga última estimada devem ser equivalentes. Utilizando esse método de cálculo, foi possível encontrar valores estimados de carga última para os níveis I, II e III.

#### **3.4.1. Nível I**

Para o cálculo dos valores de carga última estimada no nível I, foi necessário a obtenção de alguns parâmetros presentes nas equações e de informações disponíveis no banco de dados. As considerações utilizadas para a obtenção desses valores podem ser encontradas nos tópicos que seguem.

#### **3.4.1.1. Cálculo do Coeficiente de Redução do Perímetro de Controle ( $K_e$ )**

O coeficiente  $K_e$  é um coeficiente de redução do perímetro de controle  $b_0$ . Esse coeficiente é proposto no caso em que há concentração de forças de cisalhamento devido a atuação de momento, o que ocorre em todas as lajes presentes no banco de dados.

O Model Code 2010 propõe dois modos de cálculo para o  $K_e$ , um é baseado em uma hipótese simplificadora e o outro, de acordo com as características geométricas da laje e a excentricidade das cargas. Segundo o código, o  $K_e$  simplificado só pode ser utilizado no caso em que a estabilidade lateral não dependa do quadro de lajes e da coluna em questão. Além disso, os comprimentos laterais da laje não podem diferir em mais de 25%.

Para o cálculo do  $K_e$  na estimativa de carga de ruptura, considerou-se que as lajes eram importantes para a estabilidade da estrutura, logo, optou-se por não utilizar o coeficiente simplificado para a redução do perímetro de controle, mas sim, o coeficiente calculado a partir da Equação 2.44.

#### **3.4.1.2. Cálculo do Coeficiente do Diâmetro Máximo dos Agregados ( $k_{dg}$ )**

O  $k_{dg}$  é um coeficiente que influencia no valor de rotação da laje e depende do diâmetro máximo do agregado. Os valores dos diâmetros dos agregados das lajes presentes no banco de dados foram fornecidos nas referências bibliográficas, entretanto, no artigo do autor Dilger (1989), o valor do diâmetro máximo do agregado foi estimado devido à ausência dessa informação.

#### **3.4.1.3. Cálculo do Raio ( $r_s$ )**

O coeficiente  $r_s$  descrito no código é a distância entre o centro do pilar e o ponto em que o momento atuante na estrutura é zero. O *fib* Model Code 2010 recomenda um valor de  $0,22.l_x$  ou  $0,22.l_y$ , entretanto, a medida utilizada nos cálculos foi a distância entre a aplicação de carga e o pilar, já que o local de aplicação de carga possui um momento fletor de valor nulo.



### 3.4.1.4. Cálculo da Rotação

O cálculo da rotação foi realizado utilizando o valor da Equação 2.47, nesta, o módulo de elasticidade utilizado foi fornecido pelos autores, contudo, o artigo Foutch (1990) não disponibiliza o valor módulo de elasticidade, logo, este foi estimado bom base na deformação elástica da barra descrita em seu artigo.

### 3.4.2. Nível II

Os parâmetros utilizados para da estimativa da carga de ruptura no nível I também foram utilizados no nível II, entretanto, para esse nível, foi necessário realizar o cálculo da rotação utilizando os momentos resistente, solicitante e de descompressão.

#### 3.4.2.1. Cálculo do Comprimento da Faixa de Suporte ( $b_s$ )

O  $b_s$  é considerado pelo *fib* Model Code 2010 como o comprimento da faixa que resistirá ao momento atuante na ligação laje e pilar. As armaduras presentes nessas faixas foram consideradas para o cálculo do momento resistente. Esse comprimento pode ser calculado por meio da Equação 2.51. Entretanto, para o caso de pilares de borda, a norma prevê uma limitação do valor do  $b_s$ , que pode ser visto na imagem abaixo:

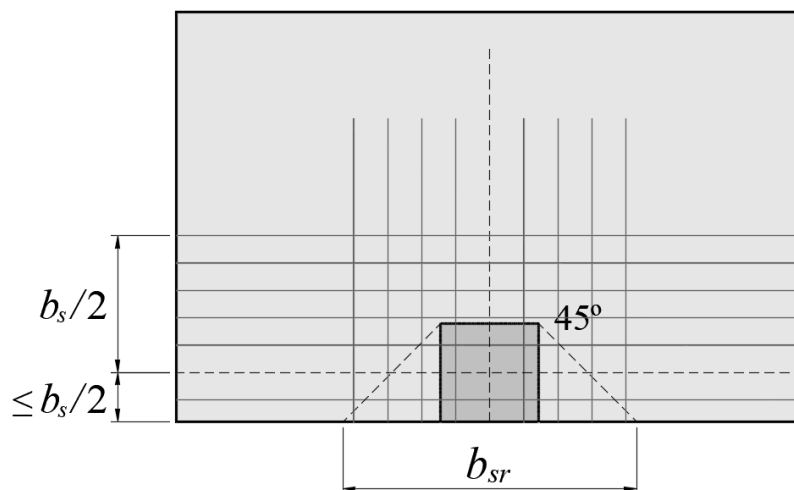


Figura 3.4 – Representação do cálculo de  $b_{sr}$  – *fib* Model Code 2010

Como todos os pilares do banco de dados eram pilares de borda, todas as faixas  $b_s$  foram limitadas pelo valor estipulado de  $b_{sr}$ , calculado a partir da imagem acima.

### 3.4.2.2. Cálculo do Momento Resistente ( $m_r$ )

O valor do momento resistente foi calculado como sugerido por Muttoni (2010), utilizando a equação:

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{yd}}{2 \cdot f_{cd}} \right) \quad \text{Equação 3.10}$$

A taxa de armadura utilizada na equação acima foi referente à faixa  $b_s$ . Vale ressaltar que a armadura positiva também foi levada em consideração, já que esta contribui na resistência a flexão, agindo como uma armadura de compressão.

Além da taxa de armadura passiva, segundo Clément (2013), a armadura ativa também colabora na resistência a flexão, desse modo, calculou-se uma parcela de momento resistente devido a atuação dos cabos de protensão. Para isso, utilizou-se a taxa de armadura ativa presente na faixa  $b_s$  e a tensão de escoamento considerada foi a tensão de escoamento dos cabos subtraída da tensão aplicada nos cabos durante a protensão.

### 3.4.2.3. Cálculo do Momento de Descompressão ( $m_p$ )

O momento devido a protensão ( $m_p$ ), é o momento de descompressão decorrente da atuação das cargas normais de protensão e da excentricidade dos cabos presentes na faixa  $b_s$ . Para o cálculo deste, fez-se uso a equação utilizada por Clément (2013).

$$m_p = n \cdot \left( \frac{h^2}{12 \cdot (d - h/2)} + e \right) \quad \text{Equação 3.11}$$

A excentricidade utilizada foi a decorrente da altura do cabo na região do pilar, contribuindo dessa forma, para que se obtivesse o momento de descompressão máximo atuante na laje.

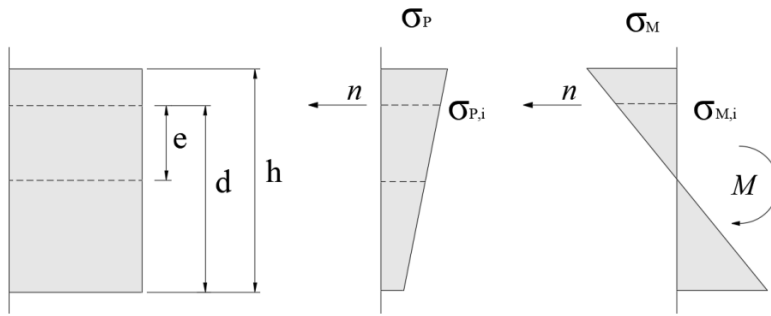


Figura 3.5 – Momento de descompressão – *fib* Model Code 2010

### 3.4.3. Nível III

Para o cálculo no nível III de aproximação, o coeficiente 1,5 da Equação 2.48 foi trocado por 1,2. O código prevê essa mudança para casos onde o  $r_s$  e o  $m_{sd}$  são calculados de acordo com um modelo linear elástico.

Além disso, para pilares de borda, o nível III exige que a equação abaixo seja respeita:

$$r_s \geq 0,67 \cdot b_{sr} \quad \text{Equação 3.12}$$

Cumprindo essas modificações, calculou-se os parâmetros da mesma forma que se calculou no nível II.

## 4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

A seguir são encontrados os resultados de cargas últimas de ruptura estimadas. Por fim, realiza-se um comparativo entre as cargas estimadas e as cargas últimas reais, permitindo a realização de uma análise no que se refere ao desempenho das normas para as lajes presentes banco de dados criado.

#### 4.1. RESULTADOS PARA A NBR 6118:2014

A Tabela 4.1.1 traz o valor das resistências à punção estimadas segundo a NBR 6118:2014:

Tabela 4.1.1 – Tensões resistentes – NBR 6118:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>\tau_{R-NBR}</math> (MPa)</b>
Dilger (1989)	S1	1,52
Dilger (1989)	S2	1,49
Foutch (1990)	S1	1,83
Foutch (1990)	S2	1,74
Foutch (1990)	S3	1,71
Foutch (1990)	S4	1,76
El - Salakawy (1998)	XXX	1,17
El - Salakawy (1998)	HXXX	1,21
Barbán (2008)	L1	1,89
Barbán (2008)	L2	1,84
Barbán (2008)	L3	1,90
Barbán (2008)	L4	1,90
Barbán (2008)	L5	1,93
Barbán (2008)	L6	1,89
Barbán (2008)	L7	1,86
Barbán (2008)	L8	1,76
Barbán (2008)	L9	1,73
Barbán (2008)	L10	1,81
Barbán (2008)	L11	2,12
Barbán (2008)	L12	1,88
Barbán (2008)	L13	1,93
Barbán (2008)	L14	1,99
Barbán (2008)	L15	2,04
Gomes (2010)	L01	2,03
Gomes (2010)	L02	1,91
Gomes (2010)	L03	2,09
Gomes (2010)	L04	2,09
Gomes (2010)	L05	2,01
Gomes (2010)	L06	2,04
Gomes (2010)	L07	2,12
Gomes (2010)	L08	2,07

Já a Tabela 4.1.2, mostra os valores de carga última de ruptura estimada pelas três interpretações distintas da NBR 6118:2014, assim como o comparativo entre as cargas últimas estimadas e a carga última real.

Tabela 4.1.2 – Cargas estimadas de ruptura – Interpretações NBR 6118:2014

Referência Autor	Laje Laje	Ruptura V <sub>u</sub> (kN)	NBR <sub>1</sub>			NBR <sub>2</sub>			NBR*		
			V <sub>d</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>d</sub>	Variação (%)	V <sub>d</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>d</sub>	Variação (%)	V <sub>d</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>d</sub>	Variação (%)
Dilger (1989)	S1	180,0	177,79	1,01	1,2%	141,65	1,27	27,1%	128,85	1,40	40%
Dilger (1989)	S2	180,0	150,27	1,20	19,8%	101,39	1,78	77,5%	83,89	2,15	115%
Foutch (1990)	S1	58,15	56,82	1,02	2,3%	44,36	1,31	31,1%	42,18	1,38	38%
Foutch (1990)	S2	83,82	77,79	1,08	7,7%	63,48	1,32	32,0%	58,93	1,42	42%
Foutch (1990)	S3	67,65	79,62	0,85	15,0%	65,00	1,04	4,1%	60,33	1,12	12%
Foutch (1990)	S4	114,64	116,72	0,98	1,8%	101,83	1,13	12,6%	91,09	1,26	26%
El - Salakawy (1998)	XXX	125	111,97	1,12	11,6%	103,04	1,21	21,3%	88,94	1,41	41%
El - Salakawy (1998)	HXXX	69,7	66,05	1,06	5,5%	51,24	1,36	36,0%	47,61	1,46	46%
Barbán (2008)	L1	254,20	178,90	1,42	42,1%	164,77	1,54	54,3%	142,33	1,79	79%
Barbán (2008)	L2	237,60	152,50	1,56	55,8%	131,53	1,81	80,6%	116,49	2,04	104%
Barbán (2008)	L3	211,00	150,77	1,40	39,9%	125,21	1,69	68,5%	112,39	1,88	88%
Barbán (2008)	L4	184,10	128,88	1,43	42,9%	102,01	1,80	80,5%	93,17	1,98	98%
Barbán (2008)	L5	163,40	108,29	1,51	50,9%	82,28	1,99	98,6%	76,29	2,14	114%
Barbán (2008)	L6	134,60	96,03	1,40	40,2%	70,70	1,90	90,4%	66,22	2,03	103%
Barbán (2008)	L7	105,30	79,41	1,33	32,6%	55,99	1,88	88,1%	53,17	1,98	98%
Barbán (2008)	L8	183,00	134,63	1,36	35,9%	112,08	1,63	63,3%	100,52	1,82	82%
Barbán (2008)	L9	161,90	117,25	1,38	38,1%	92,97	1,74	74,1%	84,81	1,91	91%
Barbán (2008)	L10	137,90	103,97	1,33	32,6%	79,78	1,73	72,9%	73,68	1,87	87%
Barbán (2008)	L11	161,50	125,28	1,29	28,9%	95,23	1,70	69,6%	88,17	1,83	83%
Barbán (2008)	L12	160,60	110,89	1,45	44,8%	84,00	1,91	91,2%	77,87	2,06	106%
Barbán (2008)	L13	146,60	107,94	1,36	35,8%	82,14	1,78	78,5%	76,12	1,93	93%
Barbán (2008)	L14	134,50	113,28	1,19	18,7%	85,93	1,57	56,5%	79,68	1,69	69%
Barbán (2008)	L15	104,30	87,89	1,19	18,7%	61,85	1,69	68,6%	58,73	1,78	78%
Gomes (2010)	L01	126,0	115,96	1,09	8,7%	88,11	1,43	43,0%	81,57	1,54	54%
Gomes (2010)	L02	136,9	109,23	1,25	25,3%	82,06	1,67	66,8%	76,19	1,80	80%

<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>Ruptura</b>	<b>NBR<sub>1</sub></b>			<b>NBR<sub>2</sub></b>			<b>NBR*</b>		
<b>Autor</b>	Laje	V <sub>u</sub> (kN)	V <sub>d</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>d</sub>	Variação (%)	V <sub>d</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>d</sub>	Variação (%)	V <sub>d</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>d</sub>	Variação (%)
Gomes (2010)	L03	255,8	225,31	1,14	13,5%	219,47	1,17	16,6%	178,52	1,43	43%
Gomes (2010)	L04	183,5	136,63	1,34	34,3%	118,69	1,55	54,6%	104,81	1,75	75%
Gomes (2010)	L05	211,0	177,81	1,19	18,7%	149,69	1,41	41,0%	107,80	1,96	96%
Gomes (2010)	L06	146,8	133,54	1,10	9,9%	93,40	1,57	57,2%	75,55	1,94	94%
Gomes (2010)	L07	210,5	162,84	1,29	29,3%	135,75	1,55	55,1%	98,34	2,14	114%
Gomes (2010)	L08	167,5	129,42	1,29	29,4%	90,93	1,84	84,2%	73,40	2,28	128%

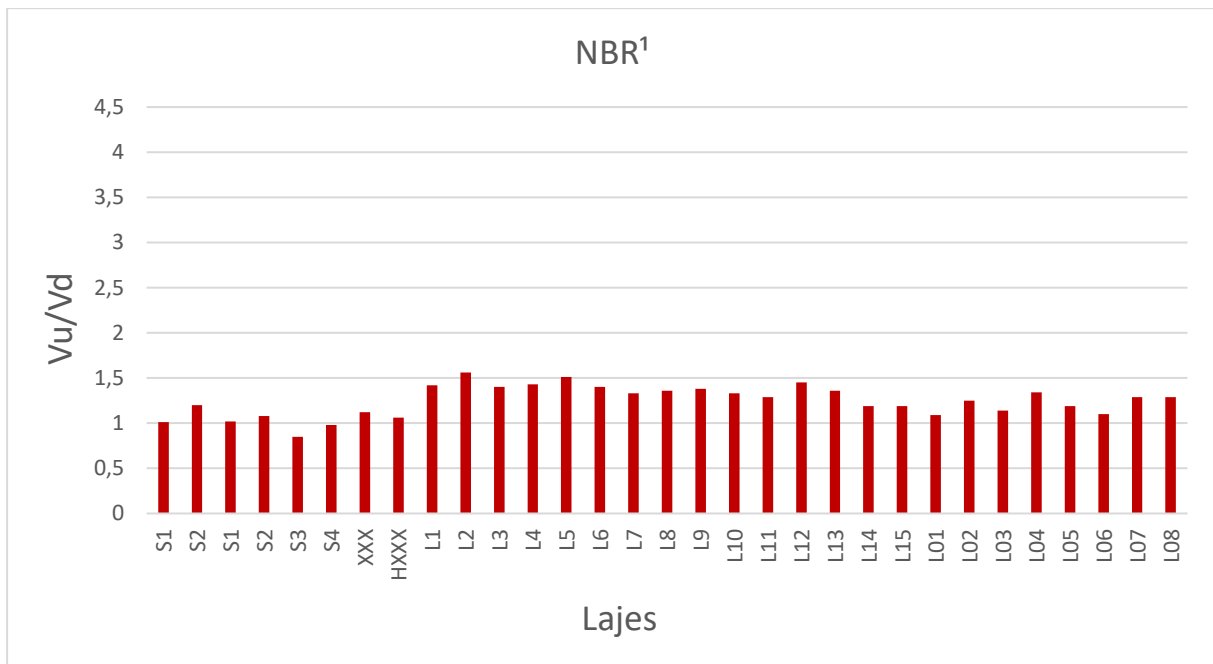


Figura 4.1 – Relação entre força de ruptura e estimada pela primeira interpretação da metodologia de cálculo da NBR 6118:2014

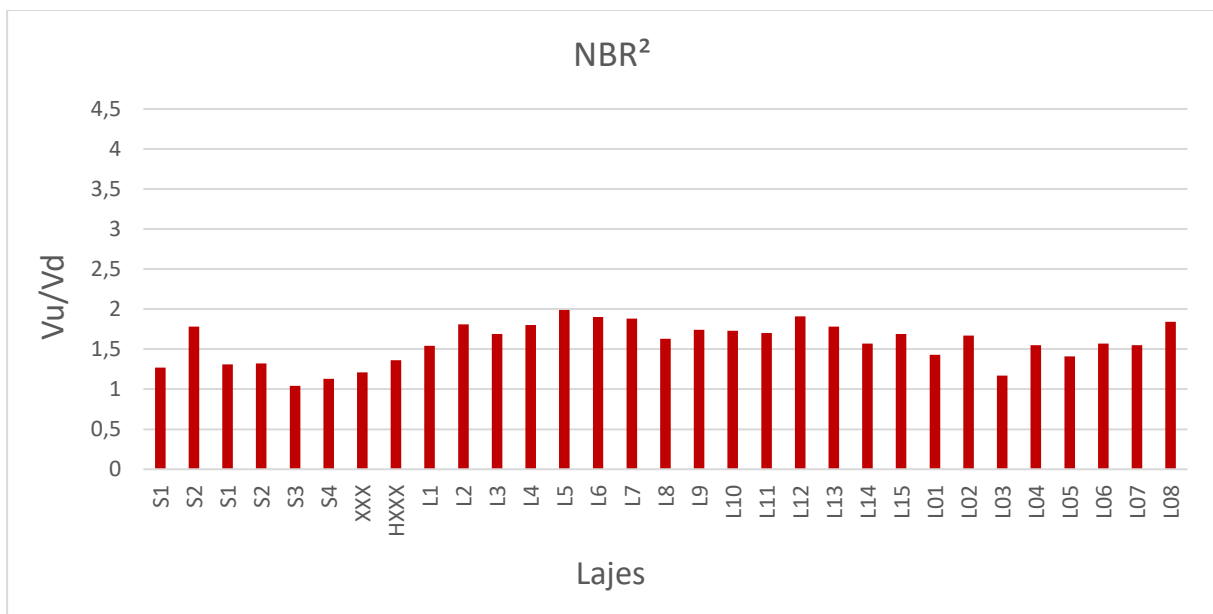


Figura 4.2 – Relação entre força de ruptura e estimada pela segunda interpretação de cálculo da NBR 6118:2014

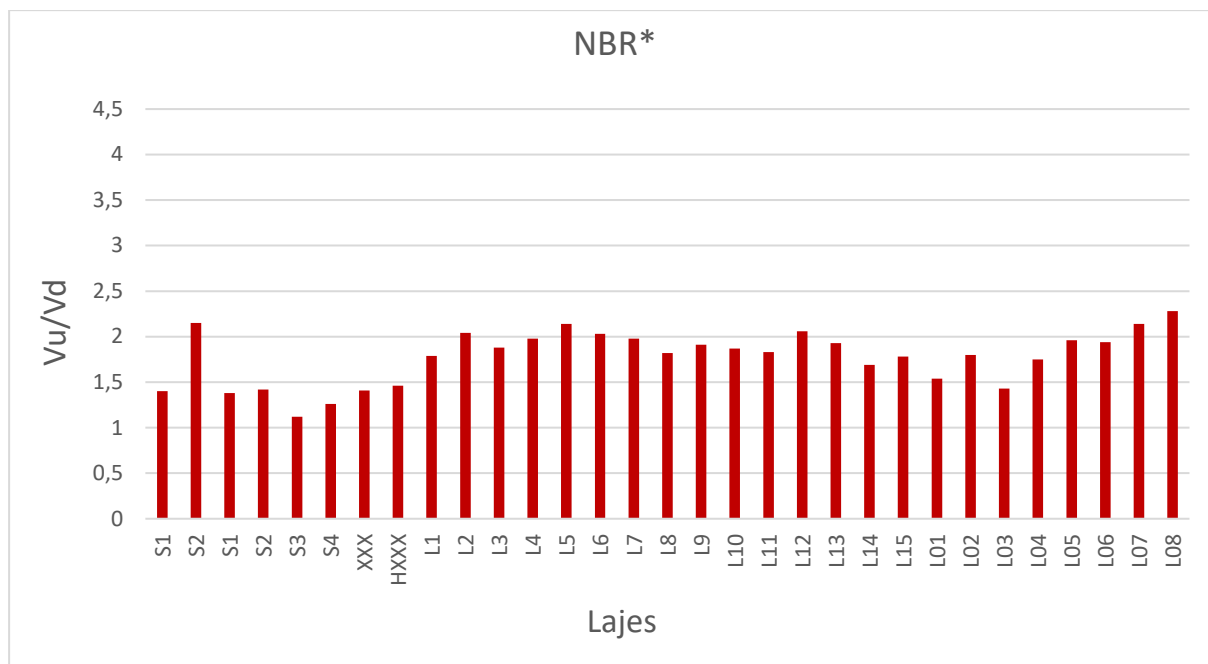


Figura 4.3 – Relação entre força de ruptura e estimada pela segunda interpretação de cálculo de Giordano da NBR 6118:2014

Tabela 4.1.3 – Média e desvio padrão dos resultados – NBR 6118:2014

Norma	Média	Desvio Padrão	Descrição
NBR <sub>1</sub>	1,25	0,17	W <sub>p1</sub> em relação ao centro do pilar e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido
NBR <sub>2</sub>	1,58	0,26	W <sub>p1</sub> em relação ao centro do perímetro crítico e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido
NBR*	1,78	0,30	W <sub>p1</sub> em relação ao centro do perímetro crítico e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico, recomendação de Giordano (2008)

Como pode-se notar por meio da Tabela 4.1.2, o cálculo da carga última estimada pela NBR 6118:2014, apresenta um valor mais satisfatório para a interpretação NBR<sub>1</sub>, onde se utilizou o  $W_{p1}$  determinado em relação ao centro do pilar e a excentricidade em relação ao centroide do perímetro crítico reduzido. A diferença média entre os valores reais e os valores estimados foi de 25%.

A análise segundo a recomendação de Giordano (2005), com  $W_{p1}$  e a excentricidade em relação ao centroide do perímetro crítico, foi a abordagem com estimativa de carga resistente à punção



mais distante da carga de ruptura real. Apesar de o autor fazer uma análise física consistente, calculando o  $W_{p1}$  em relação ao centro do perímetro crítico e considerando a atuação do momento sobre esse mesmo eixo, os resultados não foram satisfatórios no quesito de aproximação de valores, já que proporcionou uma diferença de 78% dos resultados estimados em relação aos reais.

A segunda interpretação da norma, a NBR<sub>2</sub>, proporcionou resultados médios entre a primeira interpretação e a abordagem de cálculo de Giordano (2005). Nesta, os valores estimados diferiram em 58% dos valores de carga de ruptura reais.

Além disso, pode-se notar que nas hipóteses de cálculo NBR<sub>2</sub> e NBR\*, os valores de estimativa a punção foram mais destoantes nas lajes que possuíam *overhang*, o que não pode ser notado na hipótese NBR<sub>1</sub>.

## 4.2. RESULTADOS PARA O EUROCODE 2:2014

A Tabela 4.2.1 traz o valor das resistências à punção estimadas segundo o Eurocode 2:2014:

Tabela 4.2.1 – Tensões resistentes – Eurocode 2:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>v'<sub>R,c</sub> (MPa)</b>
Dilger (1989)	S1	1,46
Dilger (1989)	S2	1,42
Foutch (1990)	S1	1,82
Foutch (1990)	S2	1,74
Foutch (1990)	S3	1,68
Foutch (1990)	S4	1,72
El - Salakawy (1998)	XXX	0,97
El - Salakawy (1998)	HXXX	1,01
Barbán (2008)	L1	1,96
Barbán (2008)	L2	1,90
Barbán (2008)	L3	2,00
Barbán (2008)	L4	1,99
Barbán (2008)	L5	2,01
Barbán (2008)	L6	1,96
Barbán (2008)	L7	1,94
Barbán (2008)	L8	1,75
Barbán (2008)	L9	1,72
Barbán (2008)	L10	1,80
Barbán (2008)	L11	2,05
Barbán (2008)	L12	1,96
Barbán (2008)	L13	1,99
Barbán (2008)	L14	2,04
Barbán (2008)	L15	2,09
Gomes (2010)	L01	1,85
Gomes (2010)	L02	1,73
Gomes (2010)	L03	1,92
Gomes (2010)	L04	1,89
Gomes (2010)	L05	1,83
Gomes (2010)	L06	1,86
Gomes (2010)	L07	1,90
Gomes (2010)	L08	1,87

Já a Tabela 4.2.2, mostra os valores de carga última de ruptura estimada pelo método do Eurocode 2:2014:

Tabela 4.2.2 – Cargas estimadas de ruptura – Eurocode 2:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>V<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>d</sub>(kN)</b>	<b>V<sub>u</sub>/V<sub>d</sub></b>	<b>Varição (%)</b>
Dilger (1989)	S1	180,0	129,55	1,39	38,94%
Dilger (1989)	S2	180,0	102,34	1,76	75,88%
Foutch (1990)	S1	58,2	50,87	1,14	14,31%
Foutch (1990)	S2	83,8	64,26	1,30	30,44%
Foutch (1990)	S3	67,6	61,96	1,09	9,18%
Foutch (1990)	S4	114,6	81,57	1,41	40,54%
El - Salakawy (1998)	XXX	125,0	68,50	1,82	82,49%
El - Salakawy (1998)	HXXX	69,7	48,93	1,42	42,45%
Barbán (2008)	L1	254,2	123,31	2,06	106,15%
Barbán (2008)	L2	237,6	110,14	2,16	115,73%
Barbán (2008)	L3	211,0	113,15	1,86	86,48%
Barbán (2008)	L4	184,1	101,59	1,81	81,22%
Barbán (2008)	L5	163,4	89,51	1,83	82,55%
Barbán (2008)	L6	134,6	81,50	1,65	65,15%
Barbán (2008)	L7	105,3	70,74	1,49	48,86%
Barbán (2008)	L8	183,0	99,76	1,83	83,44%
Barbán (2008)	L9	161,9	90,74	1,78	78,41%
Barbán (2008)	L10	137,9	83,79	1,65	64,58%
Barbán (2008)	L11	161,5	96,58	1,67	67,22%
Barbán (2008)	L12	160,6	91,54	1,75	75,45%
Barbán (2008)	L13	146,6	88,98	1,65	64,76%
Barbán (2008)	L14	134,5	92,31	1,46	45,70%
Barbán (2008)	L15	104,3	77,78	1,34	34,10%
Gomes (2010)	L01	126,0	88,06	1,43	43,09%
Gomes (2010)	L02	136,9	83,48	1,64	63,99%
Gomes (2010)	L03	255,8	130,95	1,95	95,34%
Gomes (2010)	L04	183,5	92,92	1,97	97,48%
Gomes (2010)	L05	211,0	112,26	1,88	87,96%
Gomes (2010)	L06	146,8	90,29	1,63	62,58%
Gomes (2010)	L07	210,5	102,46	2,05	105,44%
Gomes (2010)	L08	167,5	86,82	1,93	92,93%

O gráfico mostrado adiante apresenta a variação da relação  $V_u / V_d$  para as lajes que constituem o banco de dados levantado neste trabalho:

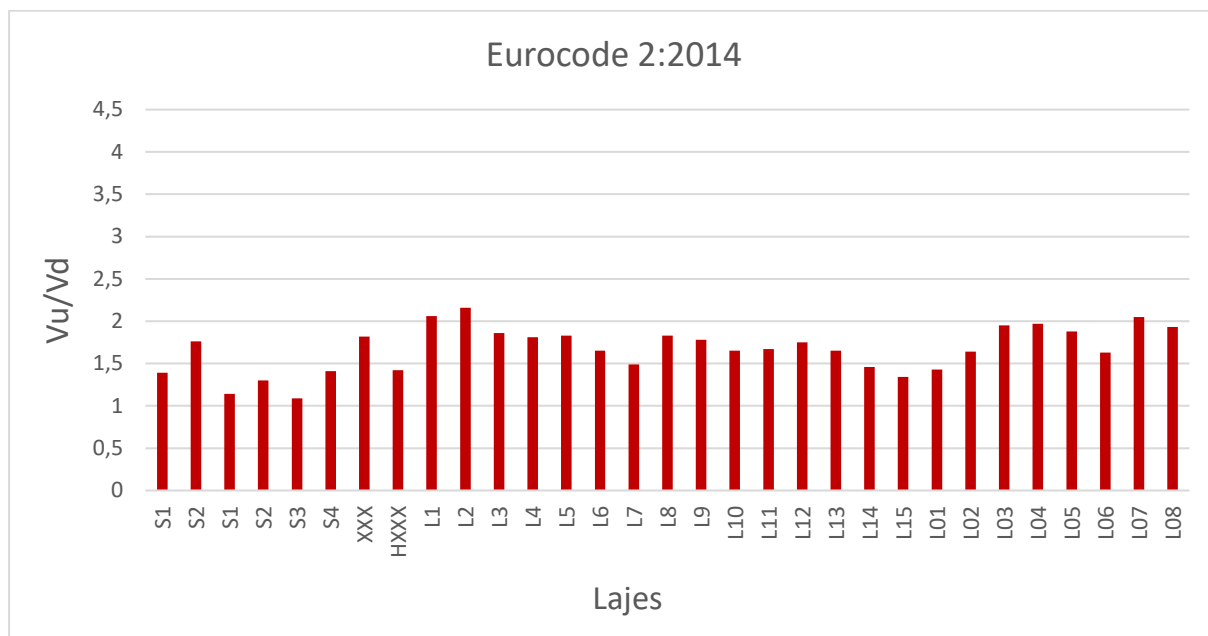


Figura 4.4 – Relação entre força de ruptura e estimada pela metodologia de cálculo do Eurocode 2:2014

Tabela 4.2.3 – Média e Desvio Padrão do Resultado – Eurocode 2:2014

Norma	Média	Desvio Padrão	Descrição
Eurocode 2:2014	1,67	0,27	Wp1 calculado de acordo com a formulação proposta pelo Eurocode 2:2014 para o caso de pilares de borda

Os valores encontrados a partir da utilização da prescrição normativa do Eurocode 2:2014, foram subestimados em 67% em relação aos valores reais, podendo ser considerada como uma estimativa pouco aproximada.

Pode-se perceber também, que os casos que possuíam *overhang*, obtiveram piores estimativas de resistência a punção se comparadas com lajes dos mesmos autores que não possuíam *overhang*.

### 4.3. RESULTADOS PARA O ACI 318:14

A Tabela 4.2.1 mostra os valores de carga última de ruptura estimada segundo a primeira hipótese ACI 318:14:

Tabela 4.3.1 – Carga de ruptura estimada – Hipótese 1 - ACI 318:14

<b>Hipótese 1</b>					
<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>Vc (kN)</b>	<b>Vu/Vc</b>	<b>Variação (%)</b>
Dilger (1989)	S1	180,0	98,4	1,8	82,9%
Dilger (1989)	S2	180,0	139,6	1,3	28,9%
Foutch (1990)	S1	58,2	44,7	1,3	30,2%
Foutch (1990)	S2	83,8	55,3	1,5	51,7%
Foutch (1990)	S3	67,6	56,6	1,2	19,6%
Foutch (1990)	S4	114,6	82,7	1,4	38,7%
El - Salakawy (1998)	XXX	125,0	180,1	0,7	-30,6%
El - Salakawy (1998)	HXXX	69,7	189,4	0,4	-63,2%
Barbán (2008)	L1	254,2	86,9	2,9	192,6%
Barbán (2008)	L2	237,6	77,2	3,1	207,8%
Barbán (2008)	L3	211,0	73,0	2,9	189,2%
Barbán (2008)	L4	184,1	64,2	2,9	186,6%
Barbán (2008)	L5	163,4	57,0	2,9	186,5%
Barbán (2008)	L6	134,6	52,1	2,6	158,5%
Barbán (2008)	L7	105,3	43,4	2,4	142,6%
Barbán (2008)	L8	183,0	77,1	2,4	137,4%
Barbán (2008)	L9	161,9	69,5	2,3	133,0%
Barbán (2008)	L10	137,9	62,9	2,2	119,4%
Barbán (2008)	L11	161,5	62,8	2,6	157,3%
Barbán (2008)	L12	160,6	62,1	2,6	158,7%
Barbán (2008)	L13	146,6	61,2	2,4	139,7%
Barbán (2008)	L14	134,5	61,7	2,2	118,0%
Barbán (2008)	L15	104,3	47,9	2,2	117,8%
Gomes (2010)	L01	126,0	62,6	2,0	101,2%
Gomes (2010)	L02	136,9	62,7	2,2	118,3%
Gomes (2010)	L03	255,8	117,4	2,2	117,9%
Gomes (2010)	L04	183,5	79,7	2,3	130,3%
Gomes (2010)	L05	211,0	140,3	1,5	50,4%
Gomes (2010)	L06	146,8	104,7	1,4	40,2%
Gomes (2010)	L07	210,5	135,3	1,6	55,6%
Gomes (2010)	L08	167,5	107,7	1,6	55,5%

A Tabela 4.2.1 mostra os valores de carga última de ruptura estimada de acordo com a segunda e terceira hipóteses do ACI 318:14:

Tabela 4.3.2 – Carga de ruptura estimada – Hipóteses 2 e 3 - ACI 318:14

Autor	Laje	Hipótese 2				Hipótese 3		
		Vu (kN)	Vc (kN)	Vu/ Vc	Variação (%)	Vc (kN)	Vu/Vc	Variação (%)
Dilger (1989)	S1	180,0	307,1	0,59	-41,4%	139,0	1,3	29,5%
Dilger (1989)	S2	180,0	363,2	0,50	-50,4%	182,3	1,0	-1,3%
Foutch (1990)	S1	58,2	110,0	0,53	-47,2%	54,7	1,1	6,4%
Foutch (1990)	S2	83,8	146,6	0,57	-42,8%	75,6	1,1	10,9%
Foutch (1990)	S3	67,6	151,3	0,45	-55,3%	75,8	0,9	-10,8%
Foutch (1990)	S4	114,6	211,3	0,54	-45,7%	103,5	1,1	10,8%
Barbán (2008)	L1	254,2	355,8	0,71	-28,6%	109,9	2,3	131,2%
Barbán (2008)	L2	237,6	306,0	0,78	-22,3%	98,5	2,4	141,2%
Barbán (2008)	L3	211,0	305,8	0,69	-31,0%	94,7	2,2	122,9%
Barbán (2008)	L4	184,1	268,4	0,69	-31,4%	83,0	2,2	121,9%
Barbán (2008)	L5	163,4	237,9	0,69	-31,3%	70,9	2,3	130,3%
Barbán (2008)	L6	134,6	212,5	0,63	-36,7%	64,7	2,1	107,9%
Barbán (2008)	L7	105,3	177,7	0,59	-40,7%	55,0	1,9	91,5%
Barbán (2008)	L8	183,0	209,0	0,88	-12,5%	92,6	2,0	97,7%
Barbán (2008)	L9	161,9	179,5	0,90	-9,8%	83,3	1,9	94,3%
Barbán (2008)	L10	137,9	166,5	0,83	-17,2%	72,8	1,9	89,5%
Barbán (2008)	L11	161,5	234,1	0,69	-31,0%	74,4	2,2	117,1%
Barbán (2008)	L12	160,6	235,1	0,68	-31,7%	73,6	2,2	118,3%
Barbán (2008)	L13	146,6	229,5	0,64	-36,1%	71,1	2,1	106,3%
Barbán (2008)	L14	134,5	230,6	0,58	-41,7%	71,9	1,9	87,2%
Barbán (2008)	L15	104,3	177,4	0,59	-41,2%	55,9	1,9	86,6%

Gomes (2010)	L01	126,0	191,4	0,66	-34,2%	73,1	1,7	72,3%
Gomes (2010)	L02	136,9	189,9	0,72	-27,9%	72,1	1,9	89,9%
Gomes (2010)	L03	255,8	339,6	0,75	-24,7%	133,2	1,9	92,0%
Gomes (2010)	L04	183,5	227,9	0,81	-19,5%	89,8	2,0	104,4%
Gomes (2010)	L05	211,0	365,6	0,58	-42,3%	164,6	1,3	28,2%
Gomes (2010)	L06	146,8	283,0	0,52	-48,1%	122,5	1,2	19,8%
Gomes (2010)	L07	210,5	439,6	0,48	-52,1%	149,3	1,4	41,0%
Gomes (2010)	L08	167,5	328,2	0,51	-49,0%	118,7	1,4	41,2%

Tabela 4.3.3 – Carga de ruptura estimada – Hipóteses 4 e 5 - ACI 318:14

Autor	Laje	Hipótese 4				Hipótese 5		
		V <sub>u</sub> (kN)	V <sub>c</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>c</sub>	Variação (%)	V <sub>c</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>c</sub>	Variação (%)
Dilger (1989)	S1	180,0	145,0	1,2	24,2%	170,0	1,06	5,9%
Dilger (1989)	S2	180,0	197,2	0,9	-8,7%	183,5	0,98	-1,9%
Foutch (1990)	S1	58,2	62,8	0,9	-7,4%	70,5	0,82	-17,5%
Foutch (1990)	S2	83,8	81,3	1,0	3,1%	91,8	0,91	-8,7%
Foutch (1990)	S3	67,6	83,8	0,8	-19,3%	114,7	0,59	-41,0%
Foutch (1990)	S4	114,6	119,1	1,0	-3,8%	161,3	0,71	-28,9%
Barbán (2008)	L1	254,2	124,2	2,0	104,7%	203,8	1,25	24,8%
Barbán (2008)	L2	237,6	110,5	2,2	115,1%	181,6	1,31	30,8%
Barbán (2008)	L3	211,0	105,8	2,0	99,4%	182,0	1,16	15,9%
Barbán (2008)	L4	184,1	92,8	2,0	98,4%	153,8	1,20	19,7%
Barbán (2008)	L5	163,4	81,0	2,0	101,9%	135,7	1,20	20,4%
Barbán (2008)	L6	134,6	74,0	1,8	82,0%	121,3	1,11	11,0%

Autor	Laje	Hipótese 4				Hipótese 5		
		Vu (kN)	Vc (kN)	Vu/Vc	Varição (%)	Vc (kN)	Vu/Vc	Varição (%)
Barbán (2008)	L7	105,3	62,2	1,7	69,3%	100,9	1,04	4,3%
Barbán (2008)	L8	183,0	106,6	1,7	71,7%	121,7	1,50	50,3%
Barbán (2008)	L9	161,9	95,7	1,7	69,2%	107,4	1,51	50,8%
Barbán (2008)	L10	137,9	85,5	1,6	61,2%	98,6	1,40	39,9%
Barbán (2008)	L11	161,5	87,3	1,9	85,1%	137,5	1,17	17,4%
Barbán (2008)	L12	160,6	86,6	1,9	85,4%	136,3	1,18	17,8%
Barbán (2008)	L13	146,6	84,2	1,7	74,0%	136,0	1,08	7,8%
Barbán (2008)	L14	134,5	85,4	1,6	57,6%	136,7	0,98	-1,6%
Barbán (2008)	L15	104,3	66,4	1,6	57,0%	106,9	0,98	-2,4%
Gomes (2010)	L01	126,0	84,5	1,5	49,2%	131,6	0,96	-4,2%
Gomes (2010)	L02	136,9	83,8	1,6	63,4%	94,9	1,44	44,2%
Gomes (2010)	L03	255,8	156,3	1,6	63,7%	204,8	1,25	24,9%
Gomes (2010)	L04	183,5	105,4	1,7	74,1%	139,8	1,31	31,2%
Gomes (2010)	L05	211,0	188,3	1,1	12,1%	232,8	0,91	-9,4%
Gomes (2010)	L06	146,8	140,2	1,0	4,7%	172,6	0,85	-15,0%
Gomes (2010)	L07	210,5	178,0	1,2	18,3%	223,5	0,94	-5,8%
Gomes (2010)	L08	167,5	141,5	1,2	18,4%	169,4	0,99	-1,1%



Tabela 4.3.4 – Carga de ruptura estimada – Hipótese 6 - ACI 318:14

<b>Hipótese 6</b>					
<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Vu (kN)</b>	<b>Vc (kN)</b>	<b>Vu/Vc</b>	<b>Variação (%)</b>
Dilger (1989)	S1	180,0	304,5	0,59	-41%
Dilger (1989)	S2	180,0	351,2	0,51	-49%
Foutch (1990)	S1	58,2	102,9	0,57	-43%
Foutch (1990)	S2	83,8	142,4	0,59	-41%
Foutch (1990)	S3	67,6	146,0	0,46	-54%
Foutch (1990)	S4	114,6	199,3	0,58	-42%
Barbán (2008)	L1	254,2	344,2	0,74	-26%
Barbán (2008)	L2	237,6	296,1	0,80	-20%
Barbán (2008)	L3	211,0	297,1	0,71	-29%
Barbán (2008)	L4	184,1	260,7	0,71	-29%
Barbán (2008)	L5	163,4	229,5	0,71	-29%
Barbán (2008)	L6	134,6	204,9	0,66	-34%
Barbán (2008)	L7	105,3	171,9	0,61	-39%
Barbán (2008)	L8	183,0	197,0	0,93	-7%
Barbán (2008)	L9	161,9	168,7	0,96	-4%
Barbán (2008)	L10	137,9	155,2	0,89	-11%
Barbán (2008)	L11	161,5	222,8	0,72	-28%
Barbán (2008)	L12	160,6	223,9	0,72	-28%
Barbán (2008)	L13	146,6	217,7	0,67	-33%
Barbán (2008)	L14	134,5	218,7	0,61	-39%
Barbán (2008)	L15	104,3	168,1	0,62	-38%
Gomes (2010)	L01	126,0	180,5	0,70	-30%
Gomes (2010)	L02	136,9	179,0	0,76	-24%
Gomes (2010)	L03	255,8	317,4	0,81	-19%
Gomes (2010)	L04	183,5	212,8	0,86	-14%
Gomes (2010)	L05	211,0	342,7	0,62	-38%
Gomes (2010)	L06	146,8	265,9	0,55	-45%
Gomes (2010)	L07	210,5	412,1	0,51	-49%
Gomes (2010)	L08	167,5	306,4	0,55	-45%

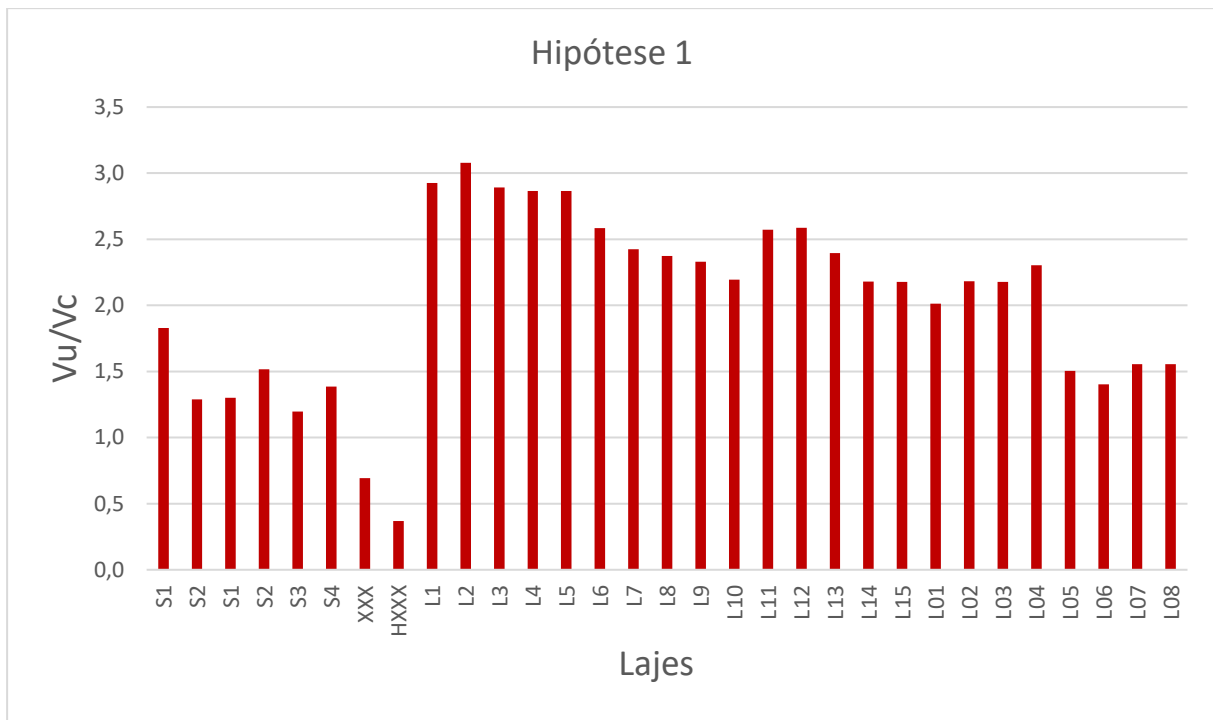


Figura 4.5 – Relação entre força de ruptura e estimada pela primeira hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14

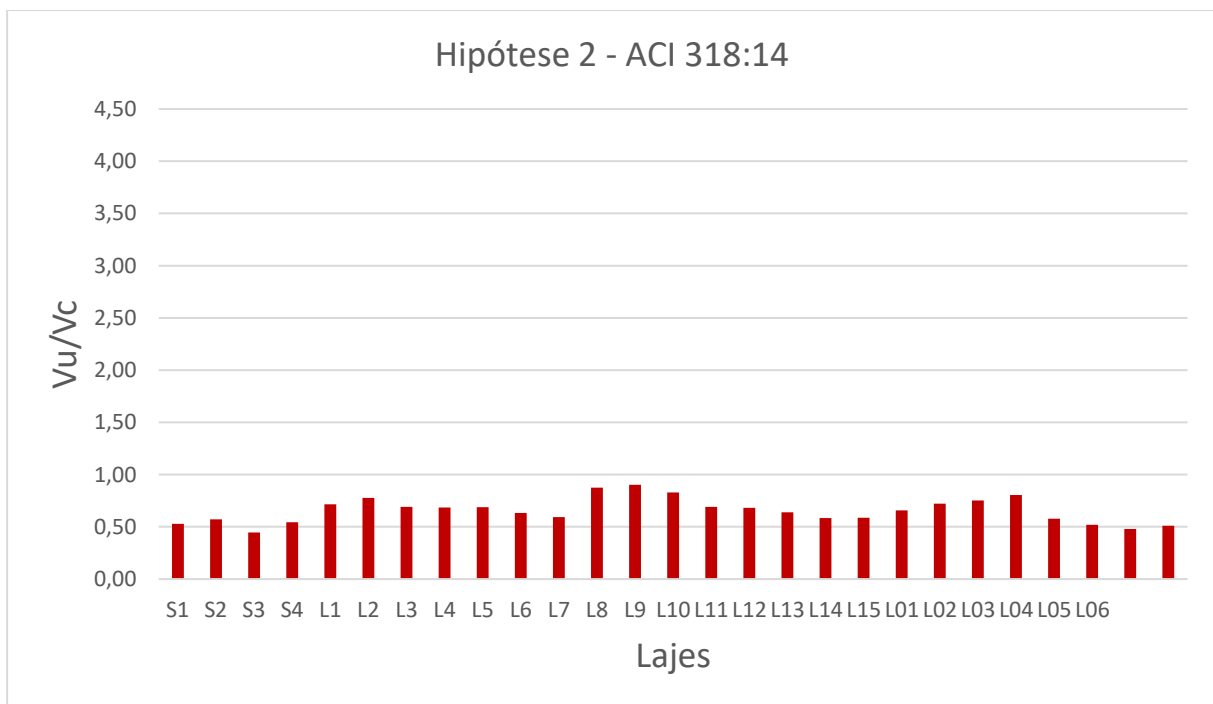


Figura 4.6 – Relação entre força de ruptura e estimada pela segunda hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14

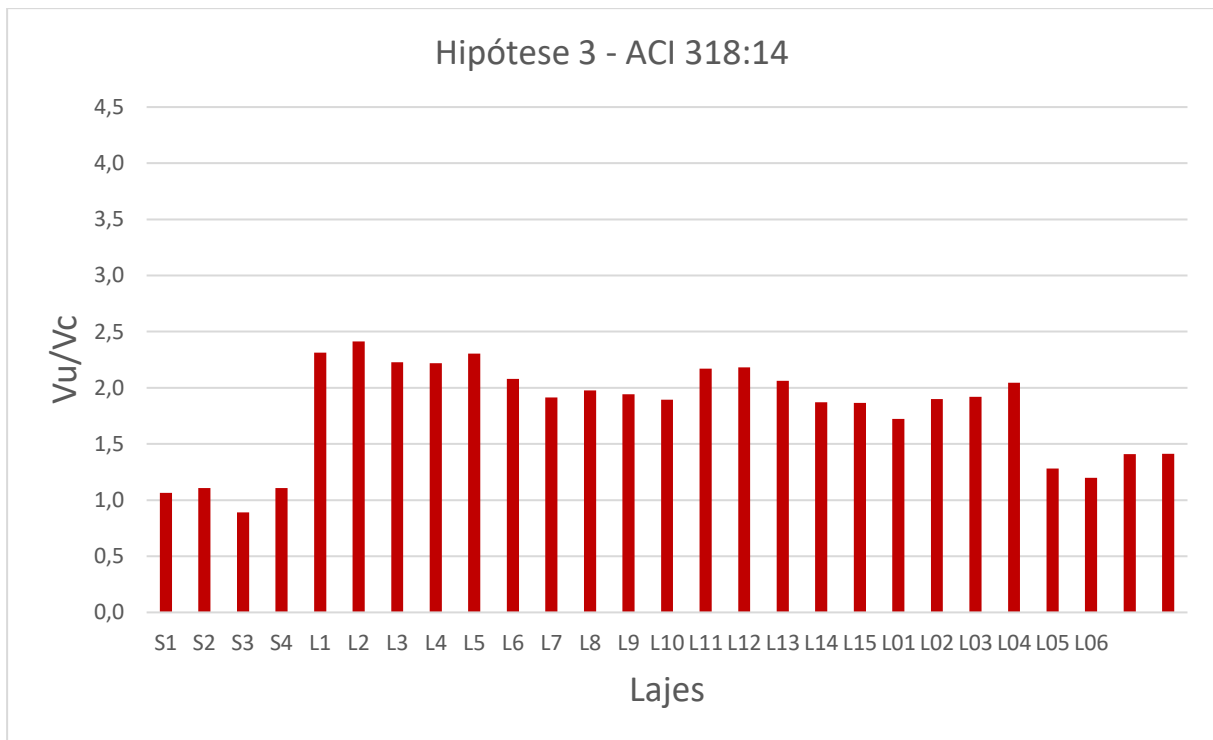


Figura 4.7 – Relação entre força de ruptura e estimada pela terceira hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14

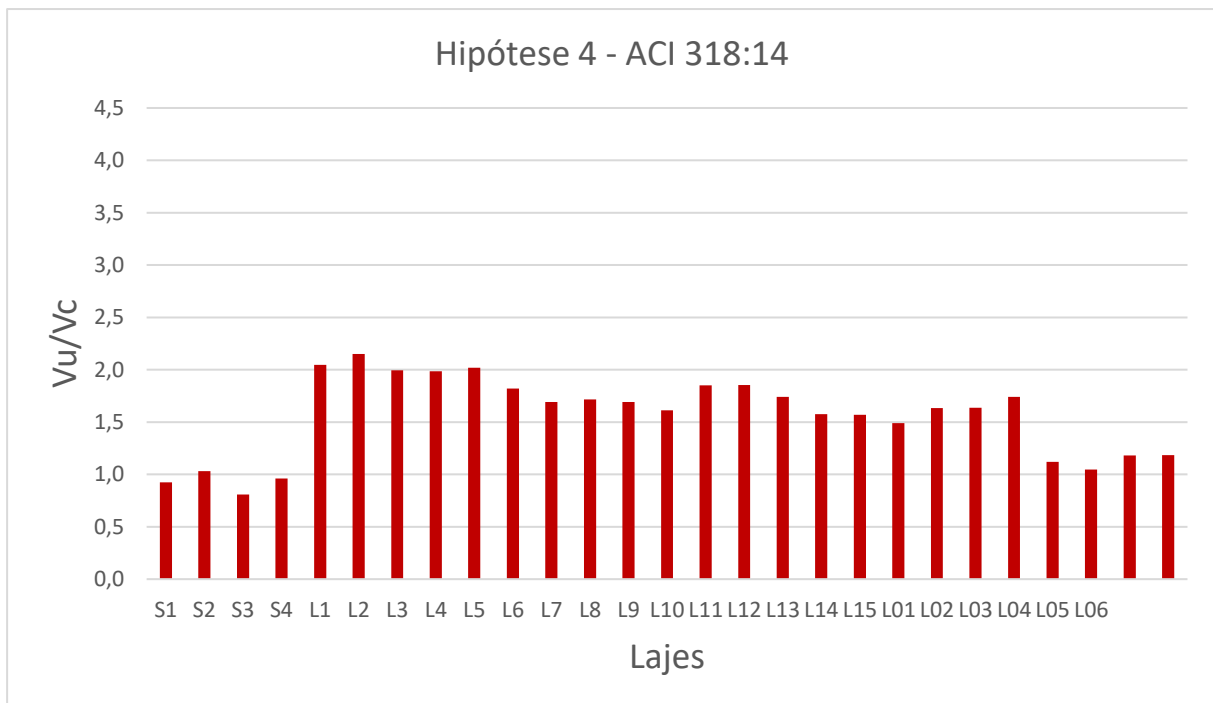


Figura 4.8 – Relação entre força de ruptura e estimada pela quarta hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14

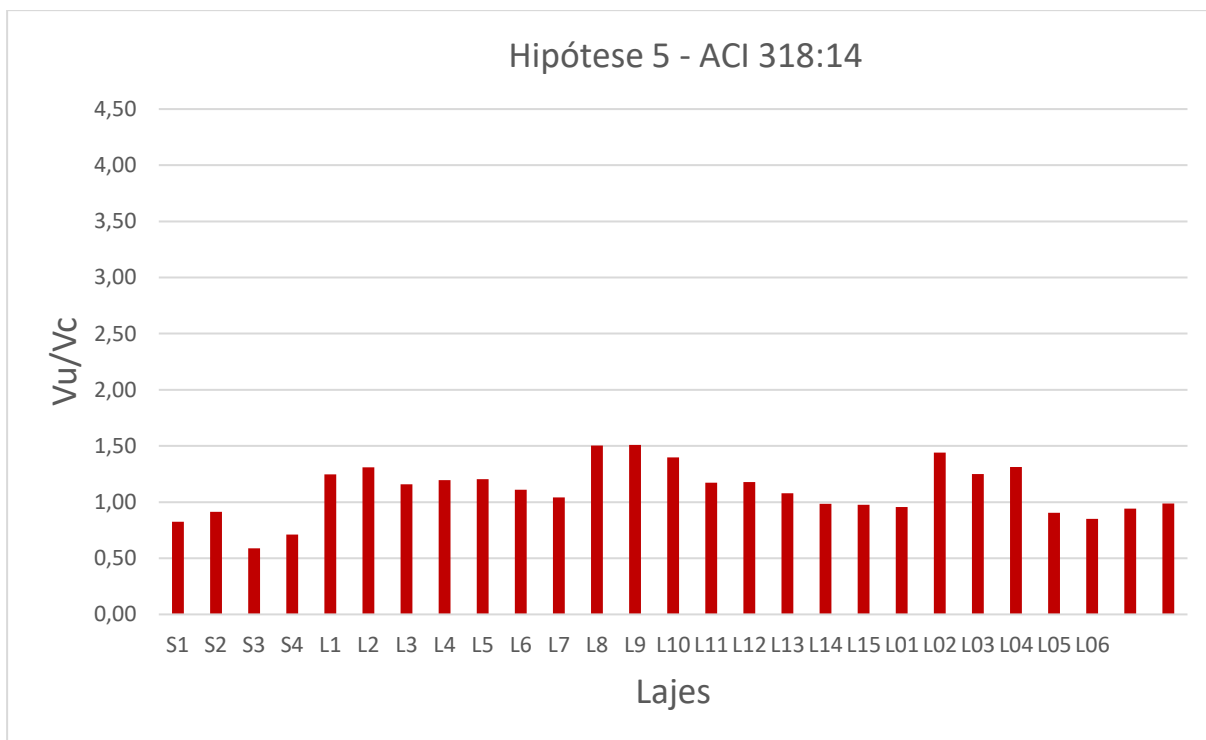


Figura 4.9 – Relação entre força de ruptura e estimada pela quinta hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14

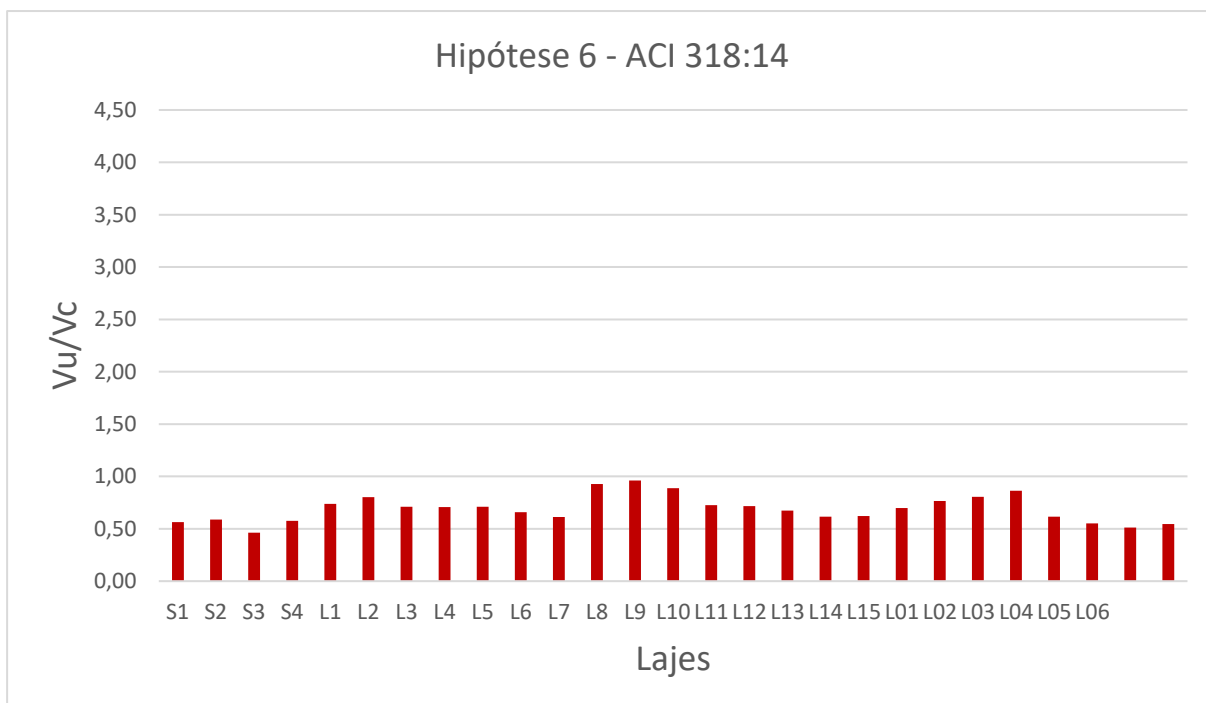


Figura 4.10 – Relação entre força de ruptura e estimada pela sexta hipótese da metodologia de cálculo do ACI 318:14

Tabela 4.3.5 – Média e desvio padrão dos resultados – ACI 318:14

<b>Norma</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Descrição</b>
ACI <sup>1</sup>	2,02	0,68	Desconsiderando a protensão na laje
ACI <sup>2</sup>	0,65	0,12	Protensão sem considerar limitações
ACI <sup>3</sup>	1,75	0,46	Protensão considerando todas as limitações
ACI <sup>4</sup>	1,53	0,40	Protensão considerando apenas a limitação do $f_{cp}$
ACI <sup>5</sup>	1,10	0,23	Protensão considerando apenas a limitação da seção transversal da coluna a menos de 4.h
ACI <sup>6</sup>	0,68	0,13	Protensão considerando apenas a limitação de $\sqrt{f_c}$

A partir dos resultados obtidos nas seis hipóteses de cálculo do ACI, foi possível perceber que a hipótese mais favorável foi a hipótese 5, sendo que nesta os valores de  $f_{ck}$  e de  $f_{cd}$  não foram limitados, levando-se em consideração apenas a limitação referente à distância entre a borda e a face do pilar. Como a distância entre a borda e a face do pilar era menor que 4.h, apenas os cabos paralelos foram considerados como atuantes na ligação laje e pilar.

Pode-se notar também que na hipótese 1, onde se desprezou ao efeito da protensão, os valores de cálculo e experimentais foram muito destoantes entre si, o que confirma a influência da protensão na resistência à punção.

A hipótese 2, onde não se considerou nenhuma das limitações impostas pelo ACI, a diferença entre os resultados experimentais e calculados foram muito grandes, já que os resultados obtidos foram superestimados em relação aos reais. Já na hipótese 3, em que se leva em consideração todas as limitações impostas pela norma, os valores calculados foram subestimados em relação aos valores experimentais, resultando em uma diferença de 75%.

Por fim, para avaliar a influência de cada limitação no resultado da resistência à punção estimada, pode-se analisar as hipóteses 4,5,6. Como observado, a hipótese 4, na qual se limita somente o  $f_{cp}$ , possui resultados muito diferentes da hipótese 2, em que não se limita nenhum valor. Na hipótese 5, onde há apenas a limitação imposta por 4.h, repara-se que o resultado também se diferencia em muito, entretanto, a hipótese 6, em que a limitação é referente ao  $f_{ck}$ , traz valores muito parecidos ao da hipótese 2, mostrando que essa limitação é a que menos influencia nos resultados de resistência à punção.

A partir dessa análise, nota-se que o parâmetro de maior relevância no cálculo da resistência à punção em lajes protendidas utilizando a metodologia prescrita no ACI318:14 é o  $f_{cp}$ .

Vale ressaltar, que para a comparação entre as prescrições normativas, apenas será considerada a hipótese 3, já que essa cumpre com todos os requisitos e limitações estabelecidas pelo ACI318:14.

Analisando a influência do *overhang* nos resultados da hipótese 3, pode-se perceber que as estimativas de cálculo de resistência a punção foram mais próximas da realidade nos casos em que haviam a presença de *overhang*.

#### 4.4. RESULTADOS PARA O *fib* MODEL CODE 2010

A Tabela 4.2.1 mostra os valores de carga última de ruptura estimada segundo o *fib* Model Code 2010:

Tabela 4.4.1 – Cargas estimadas de ruptura – *fib* Model Code 2010 – Níveis I e II

Autor	Laje	Nível I				Nível II		
		Vu (kN)	Vr (kN)	Vu/Vr	Variação (%)	Vr (kN)	Vu/Vr	Variação (%)
Dilger (1989)	S1	180,0	74,3	2,4	142,2%	119,5	1,5	50,6%
Dilger (1989)	S2	180,0	90,6	2,0	98,8%	100,9	1,8	78,4%
Foutch (1990)	S1	58,2	23,8	2,4	144,1%	37,3	1,6	55,9%
Foutch (1990)	S2	83,8	40,9	2,0	105,0%	52,9	1,6	58,3%
Foutch (1990)	S3	67,6	41,9	1,6	61,5%	53,4	1,3	26,7%
Foutch (1990)	S4	114,6	82,9	1,4	38,3%	71,0	1,6	61,4%
El - Salakawy (1998)	XXX	125,0	69,1	1,8	80,9%	93,2	1,3	34,1%
El - Salakawy (1998)	HXX X	69,7	45,3	1,5	53,8%	52,7	1,3	32,4%
Barbán (2008)	L1	254,2	62,1	4,1	309,1%	130,8	1,9	94,3%
Barbán (2008)	L2	237,6	55,1	4,3	331,1%	111,6	2,1	113,0%
Barbán (2008)	L3	211,0	51,9	4,1	306,2%	102,3	2,1	106,2%
Barbán (2008)	L4	184,1	45,7	4,0	302,8%	86,7	2,1	112,4%
Barbán (2008)	L5	163,4	40,6	4,0	302,3%	72,8	2,2	124,5%
Barbán (2008)	L6	134,6	37,0	3,6	263,8%	65,2	2,1	106,5%
Barbán (2008)	L7	105,3	30,8	3,4	242,4%	53,8	2,0	95,8%
Barbán (2008)	L8	183,0	54,9	3,3	233,5%	86,6	2,1	111,2%
Barbán (2008)	L9	161,9	49,4	3,3	227,9%	76,0	2,1	113,1%
Barbán (2008)	L10	137,9	44,7	3,1	208,3%	66,3	2,1	107,9%
Barbán (2008)	L11	161,5	44,6	3,6	262,4%	77,1	2,1	109,5%
Barbán (2008)	L12	160,6	44,1	3,6	264,3%	72,0	2,2	123,1%
Barbán (2008)	L13	146,6	43,6	3,4	236,5%	72,8	2,0	101,4%
Barbán (2008)	L14	134,5	43,9	3,1	206,5%	73,7	1,8	82,4%
Barbán (2008)	L15	104,3	33,9	3,1	207,8%	55,6	1,9	87,5%
Gomes (2010)	L01	126,0	44,3	2,8	184,3%	75,6	1,7	71,8%
Gomes (2010)	L02	136,9	44,3	3,1	209,2%	72,6	1,9	88,5%
Gomes (2010)	L03	255,8	87,1	2,9	193,5%	147,7	1,7	73,2%
Gomes (2010)	L04	183,5	60,0	3,1	205,9%	92,5	2,0	98,4%
Gomes (2010)	L05	211,0	77,2	2,7	173,5%	114,2	1,8	84,8%
Gomes (2010)	L06	146,8	59,1	2,5	148,4%	73,4	2,0	99,9%
Gomes (2010)	L07	210,5	71,2	3,0	195,6%	106,8	2,0	97,1%
Gomes (2010)	L08	167,5	59,5	2,8	181,6%	75,7	2,2	121,3%

Tabela 4.4.2 – Cargas estimadas de ruptura – *fib* Model Code 2010 – Nível III

<b>Nível III</b>				
<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Vr (kN)</b>	<b>Vu/Vr</b>	<b>Varição (%)</b>
Dilger (1989)	S1	132,3	1,36	36,0%
Dilger (1989)	S2	115,1	1,56	56,4%
Foutch (1990)	S1	41,5	1,40	40,0%
Foutch (1990)	S2	58,2	1,44	43,9%
Foutch (1990)	S3	58,8	1,15	15,0%
Foutch (1990)	S4	79,4	1,44	44,3%
El - Salakawy (1998)	XXX	105,2	1,19	18,8%
El - Salakawy (1998)	HXXX	60,3	1,16	15,6%
Barbán (2008)	L1	141,2	1,80	80,1%
Barbán (2008)	L2	121,0	1,96	96,3%
Barbán (2008)	L3	111,4	1,89	89,4%
Barbán (2008)	L4	94,8	1,94	94,2%
Barbán (2008)	L5	80,2	2,04	103,8%
Barbán (2008)	L6	71,93	1,87	87,1%
Barbán (2008)	L7	59,42	1,77	77,2%
Barbán (2008)	L8	96,79	1,89	89,1%
Barbán (2008)	L9	85,12	1,90	90,2%
Barbán (2008)	L10	74,58	1,85	84,9%
Barbán (2008)	L11	85,25	1,89	89,4%
Barbán (2008)	L12	80,14	2,00	100,4%
Barbán (2008)	L13	80,82	1,81	81,4%
Barbán (2008)	L14	81,83	1,64	64,4%
Barbán (2008)	L15	61,89	1,69	68,5%
Gomes (2010)	L01	83,8	1,50	50,3%
Gomes (2010)	L02	80,8	1,69	69,4%
Gomes (2010)	L03	163,8	1,56	56,2%
Gomes (2010)	L04	103,6	1,77	77,1%
Gomes (2010)	L05	128,5	1,64	64,2%
Gomes (2010)	L06	84,0	1,75	74,8%
Gomes (2010)	L07	120,0	1,75	75,5%
Gomes (2010)	L08	86,4	1,94	93,9%



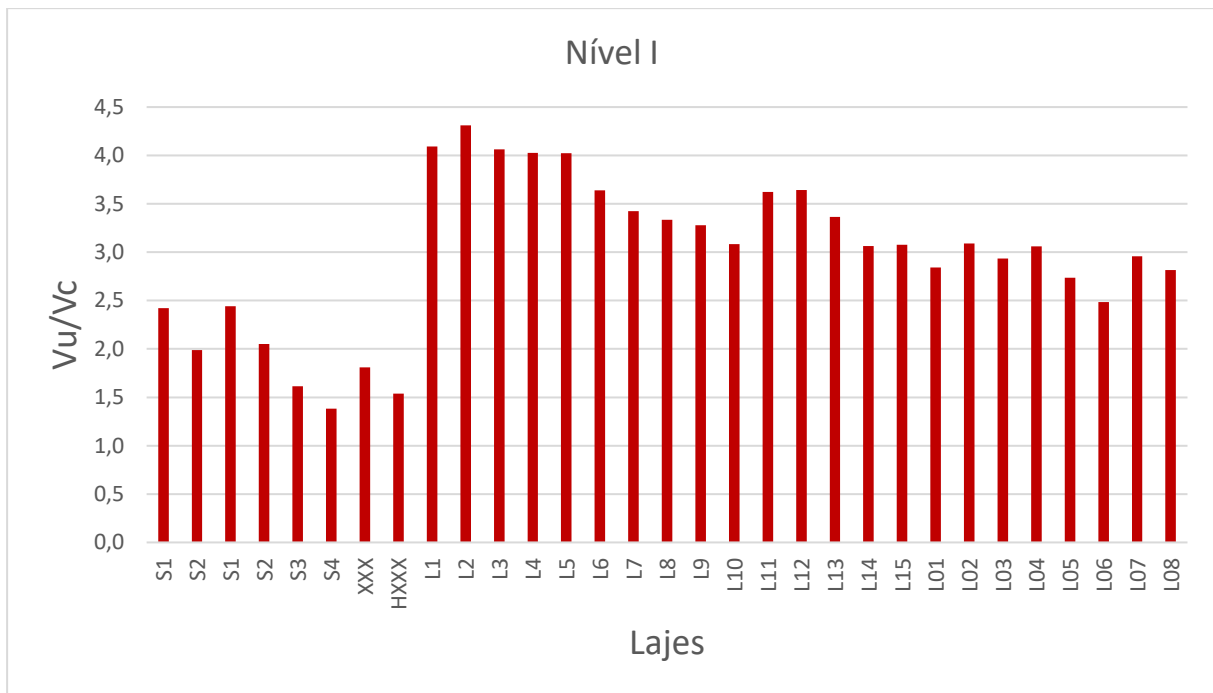


Figura 4.11 – Relação entre força de ruptura e estimada para o primeiro nível de cálculo do *fib* Model Code 2010

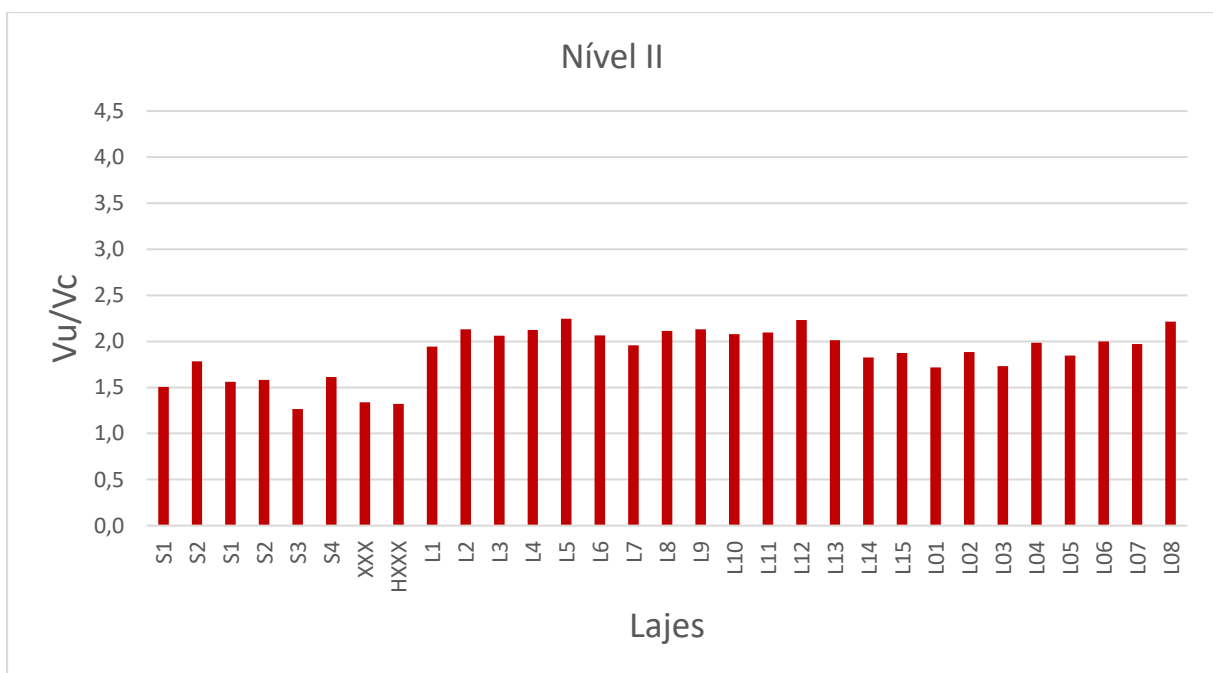


Figura 4.12 – Relação entre força de ruptura e estimada para o segundo nível de cálculo do *fib* Model Code 2010

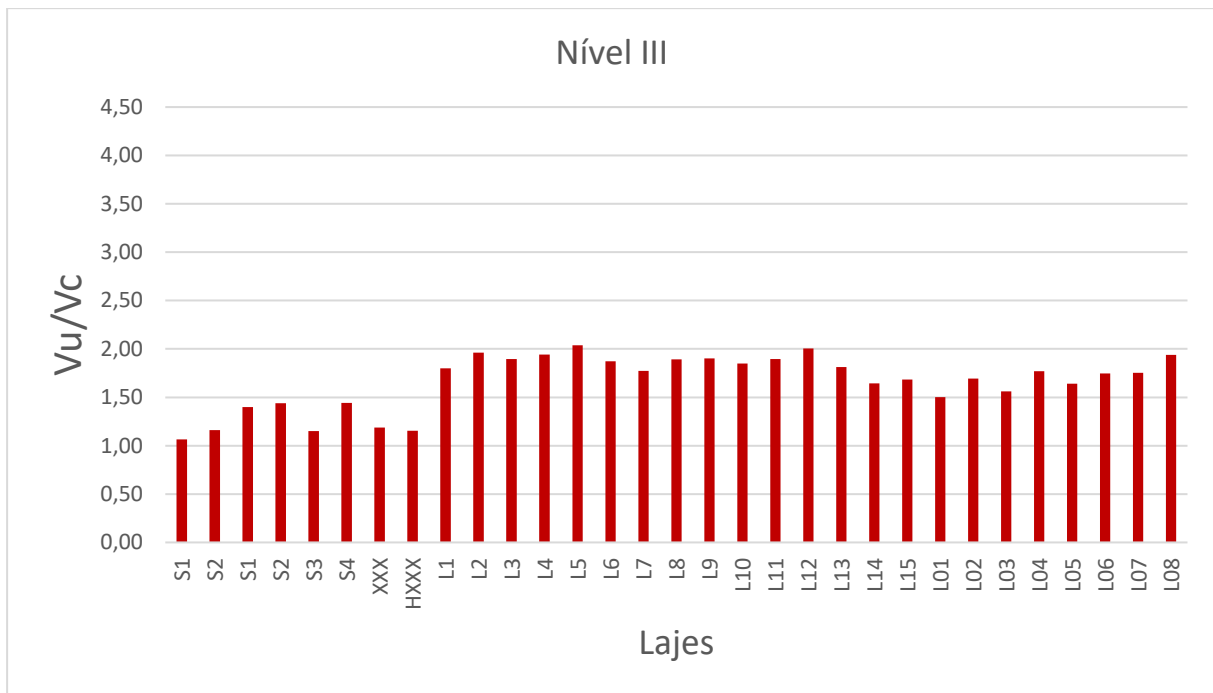


Figura 4.13 – Relação entre força de ruptura e estimada para o terceiro nível de cálculo do *fib* Model Code 2010

Tabela 4.4.3 – Média e desvio padrão dos resultados – *fib* Model Code 2010

Norma	Média	Desvio Padrão	Descrição
MC <sup>1</sup>	2,98	0,79	Nível I
MC <sup>2</sup>	1,87	0,27	Nível II
MC <sup>3</sup>	1,69	0,25	Nível III

Os resultados obtidos nos cálculos realizados a partir da metodologia de cálculo sugerida pelo *fib* Model Code 2010 foram coerentes com o previsto no código. O nível I de aproximação, geralmente utilizado para cálculos de pré-dimensionamento, trouxe estimativas de resistência à punção muito destoantes das resistências experimentais, obtendo uma porcentagem média de variação de 198%.

Os níveis II e III, são níveis de melhor aproximação, sendo que os resultados obtidos no nível III foram mais próximos da realidade quando comparados aos resultados presentes no nível II, mais uma vez mostrando coerência, já que o nível II é um nível de maior aproximação.

Observando a influência do *overhang* no nível III de aproximação, pode-se perceber que os resultados obtidos para as lajes com *overhang* foram piores quando comparados às lajes dos mesmos autores que não possuíam *overhang*.

#### 4.5. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

A fim de comparar a aproximação da estimativa da resistência à punção com a carga de ruptura real das normas utilizadas, foram considerados apenas cinco das hipóteses de cálculo: NBR<sub>1</sub>; NBR<sub>2</sub>; Eurocode (EUR); ACI<sup>3</sup> e MC<sup>3</sup>. Os resultados de acordo com o cálculo considerando as recomendações de Giordano (2008) da NBR 6118:2014 não serão analisados nessa seção por ser uma interpretação da norma e não sua metodologia em si. Em relação aos resultados da ACI, apenas a terceira hipótese é a que considera a protensão e todas as limitações impostas pela norma. O Eurocode 2:2014 possui apenas um resultado e, dos três níveis de aproximação do *fib* Model Code 2010, o que apresenta resultados menos aproximados é o nível III, sendo os níveis I e II mais voltados para pré-dimensionamentos.

Para efeitos comparativos, calculou-se também a média e desvio padrão para os resultados da razão entre  $V_u/V_d$ , apresentados na Tabela 4.5.1.

Tabela 4.5.1 – Média e desvio padrão dos resultados

Norma	Média	Desvio Padrão	Descrição
ACI <sup>3</sup>	1,75	0,46	Considerando todas as limitações do ACI 318:14
MC <sup>3</sup>	1,69	0,25	Nível III
EUC	1,67	0,27	$W_{p1}$ calculado de acordo com a formulação proposta pelo Eurocode 2:2014 para o caso de pilares de borda
NBR <sub>2</sub>	1,58	0,26	$W_{p1}$ em relação ao centro do perímetro crítico e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido
NBR <sub>1</sub>	1,25	0,17	$W_{p1}$ em relação ao centro do pilar e excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido

Como é possível observar pela Tabela 4.5.1, as metodologias mais precisas para o cálculo da estimativa da resistência à punção foram as duas primeiras interpretações da NBR 6118:2014, sendo que a primeira teve cálculo do  $W_{p1}$  realizado em relação ao centro do pilar e a segunda,

em relação ao centro do perímetro crítico. Ambas interpretações consideram a excentricidade em relação ao centro do perímetro crítico reduzido, como estabelecido por Norma.

Após a NBR 6118:2014, o *fib* Model Code 2010 e Eurocode 2:2014 apresentaram melhores médias de aproximação em relação da carga de ruptura real quando comparadas aos resultados obtidos por meio da metodologia proposta pelo ACI 318:14. É possível reparar que as médias de aproximação do *fib* Model Code 2010 (1,69) e do Eurocode 2:2014 (1,67) ficaram bastante próximas, assim como seus desvios padrão.

A metodologia do ACI 318:14 além de apresentar o resultado médio de relação da carga de ruptura real sobre a estimada mais elevada, teve o maior desvio padrão dos resultados compilados na tabela acima. Já o menor desvio padrão foi o da primeira interpretação da NBR 6118:2014, a qual também apresentou estimativa da carga de ruptura mais próxima da real. Os demais desvios padrão destoram pouco entre si, variando entre 0,25 e 0,27.

Vale ressaltar que, por se tratar de resultados de ensaios experimentais, não foram considerados os fatores de segurança nas normas, não sendo possível avaliar os respectivos níveis de conservadorismo. A comparação entre as normas utilizadas será considerando o quanto que os valores estimados para a carga de ruptura à punção se aproximam do resultado obtido experimentalmente.

## 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 5.1. CONCLUSÕES GERAIS

A partir da realização do presente trabalho, foi possível chegar às seguintes conclusões:

O levantamento do banco de dados de lajes lisas em concreto armado ou protendido apoiadas sobre pilar de borda permitiu uma comparação e análise considerada satisfatória das metodologias de cálculo da estimativa de resistência à punção das normas: NBR 6118:2014, Eurocode 2:2014, ACI 318:14 e *fib* Model Code 2010, entretanto, vale ressaltar que a falta de dados como: altura real, diâmetro máximo do agregado e tensão de escoamento do aço em algumas das lajes dos autores Dilger (1989), El-Salakawy (1998) e Foutch (1990), dificultaram o processo de cálculo e permitiram estimativas menos precisas.

Uma vez que foram usados os resultados reais de ensaios experimentais e, visando comparar os métodos de cálculo das normas estudadas, os coeficientes de segurança não foram atribuídos aos cálculos. Isto possibilitou uma análise de desempenho sem considerar o nível de conservadorismo das normas. Com os resultados obtidos, foi possível concluir que o método que mais se distanciou dos valores reais de ruptura foi o proposto pelo ACI 318:14, enquanto o que forneceu valores mais próximos aos obtidos através dos ensaios foi o da NBR 6118:2014.

Analisando os resultados obtidos a partir das três hipóteses de cálculo da estimativa de resistência à punção pela NBR 6118:2014, pôde-se perceber que a hipótese em que se considera o módulo de resistência plástica em relação ao centro do pilar apresentou resultados mais próximos aos valores experimentais. A interpretação de Giordano (2008) para esta norma mostrou cálculo mais conservador e resultados mais distantes dos experimentais. Dessa forma, com base na análise de resultados, recomenda-se o uso da Equação 3.1 e da Equação 3.2 para o cálculo do módulo de resistência plástica ( $W_{pl}$ ) em lajes apoiadas sobre pilares de borda, sem *overhang* e com *overhang*, respectivamente.

O Eurocode 2:2014, por sua vez, especificou a formulação para o cálculo do módulo de resistência plástica para o caso de lajes lisas apoiadas sobre pilares de borda e não abriu possibilidades para interpretações diversas. Após a NBR 6118:2014, o Eurocode 2:2014 foi a norma que obteve estimativas de carga de ruptura mais próximas dos valores experimentais.

Portanto, conclui-se que ambas metodologias de cálculo tratam de subestimar os valores de carga de ruptura à punção, sendo as duas, métodos seguros de dimensionamento.

O *fib* Model Code 2010 foi calculado para três níveis distintos e apresentou resultado para o terceiro nível bastante próximo do resultado do Eurocode 2:2014. Este cálculo do terceiro nível foi realizado de forma iterativa e fornece resultados mais precisos quando comparado ao primeiro e segundo níveis, de acordo com o esperado. Apesar de se tratar de um método racional de estimativa de resistência à punção, ele pouco se diferiu dos resultados obtidos por meio do uso das demais metodologias, obtendo valores mais destoantes dos experimentais quando comparados aos valores encontrados pelas metodologias empíricas da NBR 6118:2014 e do Eurocode 2:2014. Visto isso, conclui-se que o uso de metodologias empíricas em detrimento de metodologias racionais em nada atrapalha a qualidade do dimensionamento de lajes lisas.

Por fim, a metodologia do ACI 318:14 foi o que resultou em valores de estimativa de resistência à punção mais distantes dos dados experimentais de ensaios. A partir das seis hipóteses de cálculo realizadas, alterando-se as limitações impostas para o caso de lajes protendidas, percebeu-se que a presença de cabos de protensão e a força de compressão no plano resultante de sua atuação são os fatores que mais influenciam o resultado de estimativa de carga resistente à punção.

Com base nas hipóteses, em especial a hipótese 5, foi possível concluir que a limitação do valor da resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e da força de compressão atuante na seção devido à protensão ( $f_{cp}$ ), não favorecem os resultados de estimativas de cálculo. Entretanto, a limitação devido a descontinuidades mais próximas que 4.h da face do pilar, contribui para uma estimativa próxima dos valores experimentais. Portanto, ao se utilizar os valores reais de  $f_{ck}$  e  $f_{cp}$ , pode-se chegar a estimativas de cálculo de resistência à punção menos destoantes dos obtidos pelos ensaios.

Com base na análise realizada, pôde-se perceber que a influência do *overhang* nos resultados varia de acordo com a norma. Nos resultados obtidos pela hipótese cálculo da NBR<sub>1</sub>, as lajes com *overhang* não obtiveram grande distinção quando comparadas com as lajes sem *overhang*, já na hipótese NBR<sub>2</sub>, os resultados de aproximação foram piores para os casos com *overhang*. Entretanto, na hipótese de cálculo 3 do ACI318:14 os valores de estimativa a punção nas lajes com *overhang* foram mais próximos dos obtidos nos ensaios. Já na metodologia de cálculo da do Eurocode2:214 e no Nível III do *fib* Model Code 2010, os resultados se distanciaram mais

da realidade nas lajes com *overhang*. Com isso, pode-se concluir que faltam informações acerca das considerações a serem feitas nos casos de lajes que possuem *overhang*, o que dificulta uma análise mais precisa nesses casos, gerando resultados mais aproximados em uma metodologia e menos aproximados em outras metodologias.

Desta forma, conclui-se que o presente trabalho cumpriu seus objetivos ao: levantar banco de dados composto por 31 lajes lisas em concreto armado e protendido apoiadas sobre pilar de borda a partir de autores diversos; avaliar e comparar o desempenho de quatro métodos teóricos de estimativa de capacidade resistente à punção; além de avaliar de forma individual as possíveis interpretações de cálculo para as metodologias das normas utilizadas visando obtenção de resultados otimizados.

## **5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Para trabalhos futuros sugere-se a expansão do banco de dados, compilando lajes de diferentes características e que permitam um estudo mais específico de cada parâmetro de influência na resistência à punção. Um exemplo seria a inclusão de mais lajes que possuem *overhang* possibilitando uma avaliação mais aprofundada desse fator. Além disso, a inserção de lajes com características semelhantes e que variem apenas o formato dos pilares, mas que mantém a área da seção transversal, contribuiria para uma melhor análise da influência desse fator na resistência à punção.

Outra sugestão seria expandir o banco de dados para o caso de lajes que usam armadura de cisalhamento e analisar a influência dessa armadura na resistência à punção e na forma de ruptura. Outra possibilidade de expansão para o banco de dados seria a partir da inclusão de lajes com momentos aplicados tanto na direção perpendicular quanto paralela à borda livre.

Por fim, a busca por interpretações de normas de outros autores pode auxiliar na realização dos cálculos, uma vez que nem todas as normas especificam o cálculo de todos os parâmetros necessários para o cálculo da estimativa de resistência à punção, abrindo possibilidade de diversas interpretações. O entendimento da interpretação de autores com artigos publicados nessa área pode contribuir para a realização dos cálculos das capacidades resistentes à punção e análises mais aprofundadas acerca desses parâmetros.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318 – *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary*. Farmington Hills, EUA, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – *Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

BARBÁN, V.V. *Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Protendido com Cabos Não-Aderentes na Ligação Laje-Pilar de Borda*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil – Universidade de Brasília. Brasília, 2008. 337p.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. *Cálculo e Detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*. v. 2. 2. ed. Pini. São Paulo, Brasil, 2013.

CLÉMENT, T. *Design for Punching of Prestressed Concrete Slabs*. Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin, 2013.

Comité Euro-International du Béton. *fib Model Code 2010. Design Code*. CEB/FIP. Londres, Inglaterra, 2011.

CORDOVIL, F. A. B. *Lajes de concreto armado – Punção*. Editora UFSC, Florianópolis, 1997.

DILGER, W.H.; SHATILA, M. *Shear strength of prestressed concrete edge slab-column connections with and without shearstud reinforcement*. Department of Civil Engineering, The University of Calgary. Canadá. 1989. 13p.

EMERICK, A. A. *Projeto e Execução de Lajes Protendidas*. Brasília. 2002. 188p.

EUROPEAN STANDARD. EUROCODE 2: *Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. European Committee for Standardization. Brussels, 2004.

FERREIRA, M. P. *Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD – 007 A/10, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2010. 275p.



- FOUTCH, D. A. *et. al. Tests of Pos-Tensioned Concrete Slab-Edge Column Connections*. ACI Structural Journal. American Concrete Institute. Title no. 87-S18. 1990. 13p.
- HAWKINS, N.M. *Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures*, ACI Publication. 1971. 127-146p.
- GIORDANO, J.L. *Contribuição ao Cálculo da Punção – NBR 6118:2003*. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza. 2005.
- GOMES, H. P. *Puncionamento em Lajes Lisas Protendidas com Pilares de Extremidade e Momentos Desbalanceados nas duas Direções*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2010. 309p.
- GRAF, O. *Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager*. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 73, Berlim, Alemanha, 1933. 16p.
- GRAF, O. *Versuche über die Widerstandsfähigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten*. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 88, Berlim, Alemanha, 1938. 22p.
- KINNUNEN, S. ; NYLANDER, H., *Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement*, Transactions of the Royal Institute of Technology. No. 158. Stockholm, Suíça, 1960.112 p.
- MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. *Experimental Investigation on the Behavior of Hight-Strength Concrete Slabs*. ACI Structural Journal, v. 88, n. 6. 1991.
- MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K.. *Reinforced Concrete – Mechanics & Design*. Pearson Higher Education. 6ª edição. EUA, 2012. 1157 p.
- MELGES, J.L.P. *Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido*. São Carlos, 2001. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 414p.
- MELO, G. S. S. A., *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, Londres, Inglaterra, 1990, 214p.

- MOE, J. *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads*. Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, EUA, 1961. 129p.
- MUTTONI, A. et al. *Punching of flat slabs: Design Example – fib Model Code 2010*. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suíça, EUA, 2010. 13p.
- OLIVEIRA, M. H.; FILHO, M. J. M. P.; GOMES, D. R. C.; FERREIRA, M. P.; MELO, G. S. S. A. *Resistência à punção de ligações laje-pilar interno com conectores de cisalhamento*. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. v. 5. n. 5. 2012. 659p.
- OLIVEIRA, M. H. *Punção em Lajes Lisas com Pilar de Borda Protendidas com Cordoalhas não Aderentes*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2008. 195p.
- OLIVEIRA, M. H. *Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD – 02 A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2013. 223p.
- REGAN, P. E. *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs*. Report 89. Construction Industry Research and Information Association (CIRIA). Londres, Inglaterra, 1981. 89p.
- REGAN, P. E.; BRAESTRUP, M. W. *Punching Shear in Reinforced Concrete*. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information. n. 168. 1985. 232p.
- RICHART, F. E. *Reinforced Concrete Wall and Column Footings*. ACI Journal, Proceedings. v. 45. n. 10. 1948.
- SALAKAWY, E.F. et al. *Reinforced Concrete Slab-Column Edge Connections with Shear Studs*. Department of Civil Engineering, University of Waterloo. Waterloo, Canada. 2000. 11p.
- SHERIF, A. G.; DILGER, W. H. *Punching Failure of a Full Scale High Strength Concrete Flat Slab*. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – Proceedings, TRITA-BKN Bulletin 57, Estocolmo, Suécia, 2000.

SUDARSANA, I.K. *Punching Shear in Edge Corner Column Slab Connections of Flat Structures*. Tese de pós-doutorado. Departamento de Engenharia Civil. University of Ottawa. 2001. 254p.

VANDERBILT, M. D. *Shear Strength of Continuous Plates*. Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE. v. 98. n. ST5. 1972.

WOOD, J. G. M. *Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997*. Report presented to Structural Studies & Design Ltd. Inglaterra, 1997. 209p.

## ANEXO I

Nesse anexo serão apresentadas as tabelas referentes aos resultados intermediários dos cálculos para a determinação da carga de ruptura estimada.

Tabela Anexo 1.1 – Perímetros das superfícies críticas – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>u/u_0</math> (mm)</b>	<b><math>u'/u_1</math> (mm)</b>	<b><math>u^*/u_1^*</math> (mm)</b>
Dilger (1989)	S1	750,0	1566,8	1316,8
Dilger (1989)	S2	1000,0	2086,8	1316,8
Foutch (1990)	S1	915,0	1430,2	1066,2
Foutch (1990)	S2	915,0	1430,2	1066,2
Foutch (1990)	S3	915,0	1430,2	1066,2
Foutch (1990)	S4	915,0	1430,2	1066,2
El - Salakawy (1998)	XXX	750,0	1378,3	1128,3
El - Salakawy (1998)	HXXX	750,0	1378,3	1128,3
Barbán (2008)	L1	600,0	1215,8	1015,8
Barbán (2008)	L2	600,0	1215,8	1015,8
Barbán (2008)	L3	600,0	1228,3	1028,3
Barbán (2008)	L4	600,0	1222,0	1022,0
Barbán (2008)	L5	600,0	1209,5	1009,5
Barbán (2008)	L6	600,0	1215,8	1015,8
Barbán (2008)	L7	600,0	1222,0	1022,0
Barbán (2008)	L8	600,0	1228,3	1028,3
Barbán (2008)	L9	600,0	1231,5	1031,5
Barbán (2008)	L10	600,0	1215,8	1015,8
Barbán (2008)	L11	600,0	1225,2	1025,2
Barbán (2008)	L12	600,0	1225,2	1025,2
Barbán (2008)	L13	600,0	1209,5	1009,5
Barbán (2008)	L14	600,0	1215,8	1015,8
Barbán (2008)	L15	600,0	1228,3	1028,3
Gomes (2010)	L01	600,0	1228,3	1028,3
Gomes (2010)	L02	600,0	1240,9	1040,9
Gomes (2010)	L03	750,0	1397,2	1097,2
Gomes (2010)	L04	750,0	1378,3	1078,3
Gomes (2010)	L05	800,0	1634,6	1034,6
Gomes (2010)	L06	800,0	1640,9	1040,9
Gomes (2010)	L07	800,0	1590,6	990,6
Gomes (2010)	L08	800,0	1622,0	1022,0

Tabela Anexo 1.2 – Taxas de armadura das lajes – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>\rho_y</math></b>	<b><math>\rho_x</math></b>	<b><math>\rho_y</math></b>
Dilger (1989)	S1	0,31%	0,32%	0,32%
Dilger (1989)	S2	0,30%	0,32%	0,31%
Foutch (1990)	S1	0,38%	0,52%	0,44%
Foutch (1990)	S2	0,38%	0,52%	0,44%
Foutch (1990)	S3	0,38%	0,52%	0,44%
Foutch (1990)	S4	0,38%	0,52%	0,44%
El - Salakawy (1998)	XXX	0,91%	0,39%	0,60%
El - Salakawy (1998)	HXXX	0,91%	0,39%	0,60%
Barbán (2008)	L1	0,49%	0,61%	0,55%
Barbán (2008)	L2	0,48%	0,61%	0,54%
Barbán (2008)	L3	0,49%	0,62%	0,55%
Barbán (2008)	L4	0,50%	0,62%	0,56%
Barbán (2008)	L5	0,49%	0,62%	0,55%
Barbán (2008)	L6	0,48%	0,60%	0,53%
Barbán (2008)	L7	0,47%	0,59%	0,53%
Barbán (2008)	L8	0,49%	0,62%	0,55%
Barbán (2008)	L9	0,50%	0,62%	0,56%
Barbán (2008)	L10	0,51%	0,64%	0,57%
Barbán (2008)	L11	0,76%	0,95%	0,85%
Barbán (2008)	L12	0,50%	0,42%	0,46%
Barbán (2008)	L13	0,50%	0,53%	0,52%
Barbán (2008)	L14	0,71%	0,51%	0,61%
Barbán (2008)	L15	0,72%	0,62%	0,67%
Gomes (2010)	L01	0,47%	0,49%	0,48%
Gomes (2010)	L02	0,48%	0,50%	0,49%
Gomes (2010)	L03	0,53%	0,52%	0,53%
Gomes (2010)	L04	0,54%	0,54%	0,54%
Gomes (2010)	L05	0,59%	0,51%	0,55%
Gomes (2010)	L06	0,57%	0,50%	0,54%
Gomes (2010)	L07	0,53%	0,53%	0,53%
Gomes (2010)	L08	0,53%	0,52%	0,53%

Tabela Anexo 1.3 – Tensão normal devido à protensão nos cabos – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>P<sub>0x</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>P<sub>0y</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>Nº</b> <b>Barras</b> <b>(y)</b>	<b>Nº</b> <b>barras</b> <b>(x)</b>	<b>σ<sub>cp</sub>x</b> <b>(MPa)</b>	<b>σ<sub>cp</sub>y</b> <b>(MPa)</b>	<b>σ<sub>cp</sub></b> <b>(MPa)</b>
Dilger (1989)	S1	110,5	110,5	6	2	5,74	2,89	4,31
Dilger (1989)	S2	110,5	110,5	6	2	5,74	1,91	3,83
Foutch (1990)	S1	71,2	71,2	7	2	7,72	2,98	5,35
Foutch (1990)	S2	71,2	71,2	7	2	7,72	2,98	5,35
Foutch (1990)	S3	71,2	71,2	2	5	2,21	7,44	4,82
Foutch (1990)	S4	71,2	71,2	2	5	2,21	7,44	4,82
El - Salakawy (1998)	XXX	-	-	-	-	-	-	-
El - Salakawy (1998)	HXX X	-	-	-	-	-	-	-
Barbán (2008)	L1	129,6	126,0	4	2	6,81	5,24	6,02
Barbán (2008)	L2	129,1	115,0	4	2	6,17	5,17	5,67
Barbán (2008)	L3	143,2	122,9	4	2	6,72	5,87	6,29
Barbán (2008)	L4	132,9	127,6	4	2	7,02	5,47	6,25
Barbán (2008)	L5	133,4	129,7	4	2	7,06	5,42	6,24
Barbán (2008)	L6	130,5	128,4	4	2	6,78	5,15	5,96
Barbán (2008)	L7	129,2	128,8	4	2	6,75	5,07	5,91
Barbán (2008)	L8	130,5	129,0	2	2	3,52	5,35	4,44
Barbán (2008)	L9	125,0	119,2	2	2	3,27	5,15	4,21
Barbán (2008)	L10	130,5	124,1	2	2	3,49	5,49	4,49
Barbán (2008)	L11	125,9	120,8	4	2	6,46	5,05	5,76
Barbán (2008)	L12	126,3	124,6	4	2	6,95	5,28	6,11
Barbán (2008)	L13	127,7	118,2	4	2	6,59	5,31	5,95
Barbán (2008)	L14	128,2	119,1	4	2	6,49	5,22	5,86
Barbán (2008)	L15	132,9	118,0	4	2	6,45	5,45	5,95
Gomes (2010)	L01	119,3	112,9	4	2	5,93	4,70	5,31
Gomes (2010)	L02	128,5	122,4	4	1	6,44	2,54	4,49
Gomes (2010)	L03	125,2	121,0	4	2	6,89	3,96	5,42
Gomes (2010)	L04	123,7	111,7	4	2	6,50	3,96	5,23
Gomes (2010)	L05	137,2	112,0	4	2	6,08	3,74	4,91
Gomes (2010)	L06	137,4	126,3	4	2	6,70	3,67	5,19
Gomes (2010)	L07	133,7	121,4	4	2	6,74	3,64	5,19
Gomes (2010)	L08	127,3	120,0	4	2	6,60	3,49	5,05

Tabela Anexo 1. 4 – Tensão vertical devido à protensão nos cabos – NBR 6118:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>Nº Barras x (d/2)</b>	<b>Nº Barras y (d/2)</b>	<b><math>\alpha_x</math> (rad)</b>	<b><math>\alpha_y</math> (rad)</b>	<b><math>\tau_{cp}</math> (MPa)</b>
Dilger (1989)	S1	2	4	0,033	0,020	0,095
Dilger (1989)	S2	2	4	0,033	0,020	0,095
Foutch (1990)	S1	2	5	0,083	0,022	0,224
Foutch (1990)	S2	2	5	0,083	0,024	0,232
Foutch (1990)	S3	4	2	0,083	0,024	0,309
Foutch (1990)	S4	4	2	0,083	0,024	0,309
El - Salakawy (1998)	XXX	-	-	-	-	-
El - Salakawy (1998)	HXXX	-	-	-	-	-
Barbán (2008)	L1	2	4	0,038	0,014	0,169
Barbán (2008)	L2	2	4	0,038	0,014	0,162
Barbán (2008)	L3	2	4	0,040	0,016	0,188
Barbán (2008)	L4	2	4	0,039	0,015	0,178
Barbán (2008)	L5	2	4	0,036	0,013	0,168
Barbán (2008)	L6	2	4	0,038	0,014	0,171
Barbán (2008)	L7	2	4	0,039	0,015	0,175
Barbán (2008)	L8	1	2	0,040	0,018	0,096
Barbán (2008)	L9	1	2	0,039	0,017	0,086
Barbán (2008)	L10	1	2	0,034	0,017	0,087
Barbán (2008)	L11	2	4	0,039	0,013	0,157
Barbán (2008)	L12	2	4	0,039	0,015	0,169
Barbán (2008)	L13	2	4	0,035	0,012	0,150
Barbán (2008)	L14	2	4	0,038	0,014	0,164
Barbán (2008)	L15	2	4	0,039	0,015	0,169
Gomes (2010)	L01	2	2	0,017	0,007	0,056
Gomes (2010)	L02	1	4	0,005	0,007	0,039
Gomes (2010)	L03	2	2	0,014	0,007	0,047
Gomes (2010)	L04	2	2	0,007	0,007	0,030
Gomes (2010)	L05	2	2	0,011	0,007	0,043
Gomes (2010)	L06	2	2	0,007	0,007	0,036
Gomes (2010)	L07	2	2	0,006	0,007	0,035
Gomes (2010)	L08	2	2	0,005	0,007	0,029

Tabela Anexo 1. 5 –  $W_{p1}$  utilizados – NBR 6118:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>W_{p1}</math> (mm<sup>2</sup>) Centro do pilar</b>	<b><math>W_{P1}</math> (mm<sup>2</sup>) Centro de <math>\mu'</math></b>	<b><math>W_{P1}</math> (mm<sup>2</sup>) Giordano</b>
Dilger (1989)	S1	364801,76	212885,35	212885,35
Dilger (1989)	S2	497401,76	239049,79	239049,79
Foutch (1990)	S1	275408,23	195251,47	195251,47
Foutch (1990)	S2	275408,23	195251,47	195251,47
Foutch (1990)	S3	275408,23	195251,47	195251,47
Foutch (1990)	S4	275408,23	195251,47	195251,47
El - Salakawy (1998)	XXX	271039,82	173972,71	173972,71
El - Salakawy (1998)	HXXX	271039,82	173972,71	173972,71
Barbán (2008)	L1	217607,22	130031,25	130031,25
Barbán (2008)	L2	217607,22	130031,25	130031,25
Barbán (2008)	L3	222831,85	132103,75	132103,75
Barbán (2008)	L4	220211,53	131067,59	131067,59
Barbán (2008)	L5	215018,90	128994,73	128994,73
Barbán (2008)	L6	217607,22	130031,25	130031,25
Barbán (2008)	L7	220211,53	131067,59	131067,59
Barbán (2008)	L8	222831,85	132103,75	132103,75
Barbán (2008)	L9	224148,01	132621,76	132621,76
Barbán (2008)	L10	217607,22	130031,25	130031,25
Barbán (2008)	L11	221519,69	131585,69	131585,69
Barbán (2008)	L12	221519,69	131585,69	131585,69
Barbán (2008)	L13	215018,90	128994,73	128994,73
Barbán (2008)	L14	217607,22	130031,25	130031,25
Barbán (2008)	L15	222831,85	132103,75	132103,75
Gomes (2010)	L01	222831,85	132103,75	132103,75
Gomes (2010)	L02	228120,49	134175,53	134175,53
Gomes (2010)	L03	280347,21	202135,06	202135,06
Gomes (2010)	L04	271747,78	197412,52	197412,52
Gomes (2010)	L05	305468,17	146314,23	146314,23
Gomes (2010)	L06	308120,49	147312,88	147312,88
Gomes (2010)	L07	287349,94	139332,37	139332,37
Gomes (2010)	L08	300211,53	144317,84	144317,84



Tabela Anexo 1. 6 –  $W_1$  utilizado – Eurocode 2:2014

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>W_1</math> (mm<sup>2</sup>) Formulação Eurocode</b>
Dilger (1989)	S1	445426,76
Dilger (1989)	S2	445426,76
Foutch (1990)	S1	348684,48
Foutch (1990)	S2	348684,48
Foutch (1990)	S3	348684,48
Foutch (1990)	S4	348684,48
El - Salakawy (1998)	XXX	336664,82
El - Salakawy (1998)	HXXX	336664,82
Barbán (2008)	L1	266807,22
Barbán (2008)	L2	266807,22
Barbán (2008)	L3	272831,85
Barbán (2008)	L4	269811,53
Barbán (2008)	L5	263818,90
Barbán (2008)	L6	266807,22
Barbán (2008)	L7	269811,53
Barbán (2008)	L8	272831,85
Barbán (2008)	L9	274348,01
Barbán (2008)	L10	266807,22
Barbán (2008)	L11	271319,69
Barbán (2008)	L12	271319,69
Barbán (2008)	L13	263818,90
Barbán (2008)	L14	266807,22
Barbán (2008)	L15	272831,85
Gomes (2010)	L01	272831,85
Gomes (2010)	L02	278920,49
Gomes (2010)	L03	307634,61
Gomes (2010)	L04	297748,89
Gomes (2010)	L05	275868,17
Gomes (2010)	L06	278920,49
Gomes (2010)	L07	254949,94
Gomes (2010)	L08	269811,53

Tabela Anexo 1. 7 – Resultado das excentricidades – NBR 6118:2014 e Eurocode 2:2014

<b>Referência</b>	<b>Laje</b>	<b>e (Eurocode) (mm)</b>	<b>e* (NBR) (mm)</b>	<b>e' (Giordano) (mm)</b>
Dilger (1989)	S1	522,2	265,17	212,89
Dilger (1989)	S2	772,2	265,17	96,30
Foutch (1990)	S1	1157,0	224,09	160,04
Foutch (1990)	S2	748,5	224,09	160,04
Foutch (1990)	S3	746,5	224,09	160,04
Foutch (1990)	S4	462,2	224,09	160,04
El - Salakawy (1998)	XXX	300,0	226,37	173,97
El - Salakawy (1998)	HXXX	657,0	226,37	173,97
Barbán (2008)	L1	256,5	204,39	162,54
Barbán (2008)	L2	315,1	204,39	162,54
Barbán (2008)	L3	359,8	206,97	165,13
Barbán (2008)	L4	432,5	205,68	163,83
Barbán (2008)	L5	523,0	203,10	161,24
Barbán (2008)	L6	610,0	204,39	162,54
Barbán (2008)	L7	779,1	205,68	163,83
Barbán (2008)	L8	356,6	206,97	165,13
Barbán (2008)	L9	428,0	207,62	165,78
Barbán (2008)	L10	496,9	204,39	162,54
Barbán (2008)	L11	515,3	206,33	164,48
Barbán (2008)	L12	523,7	206,33	164,48
Barbán (2008)	L13	519,0	203,10	161,24
Barbán (2008)	L14	524,3	204,39	162,54
Barbán (2008)	L15	778,9	206,97	165,13
Gomes (2010)	L01	515,0	206,97	165,13
Gomes (2010)	L02	537,0	209,55	167,72
Gomes (2010)	L03	262,0	235,01	168,45
Gomes (2010)	L04	472,8	231,14	164,51
Gomes (2010)	L05	311,0	208,26	76,76
Gomes (2010)	L06	530,0	209,55	78,08
Gomes (2010)	L07	311,0	199,22	67,49
Gomes (2010)	L08	521,0	205,68	74,11

Tabela Anexo 1. 8 – Parâmetros de cálculo – ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>b<sub>0</sub> (mm)</b>	<b>λ</b>	<b>α<sub>s</sub></b>	<b>γ<sub>f</sub></b>	<b>γ<sub>v</sub></b>
Dilger (1989)	S1	1010	1	30	0,62	0,38
Dilger (1989)	S2	1530	1	30	0,55	0,45
Foutch 1990)	S1	1079	1	30	0,61	0,39
Foutch 1990)	S2	1079	1	30	0,61	0,39
Foutch 1990)	S3	1079	1	30	0,61	0,39
Foutch 1990)	S4	1079	1	30	0,61	0,39
El - Salakawy (1998)	XXX	950	1	30	1,00	0,00
El - Salakawy (1998)	HXXX	950	1	30	1,00	0,00
Barbán (2008)	L1	796	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L2	796	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L3	800	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L4	798	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L5	794	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L6	796	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L7	798	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L8	800	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L9	801	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L10	796	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L11	799	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L12	799	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L13	794	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L14	796	1	30	0,62	0,38
Barbán (2008)	L15	800	1	30	0,62	0,38
Gomes (2010)	L01	800	1	30	0,62	0,38
Gomes (2010)	L02	804	1	30	0,62	0,38
Gomes (2010)	L03	956	1	30	0,56	0,44
Gomes (2010)	L04	950	1	30	0,56	0,44
Gomes (2010)	L05	1202	1	30	0,55	0,45
Gomes (2010)	L06	1204	1	30	0,55	0,45
Gomes (2010)	L07	1188	1	30	0,55	0,45
Gomes (2010)	L08	1198	1	30	0,55	0,45

Tabela Anexo 1. 9 – Parâmetros geométricos – ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>b<sub>1</sub> (mm)</b>	<b>b<sub>2</sub> (mm)</b>	<b>C<sub>ab</sub> (mm)</b>	<b>J<sub>c</sub> (mm<sup>4</sup>)</b>
Dilger (1989)	S1	315	380	98,24	1556929474
Dilger (1989)	S2	575	380	216,09	7398668280
Foutch 1990)	S1	346	387	110,95	1207010950
Foutch 1990)	S2	346	387	110,95	1207010950
Foutch 1990)	S3	346	387	110,95	1207010950
Foutch 1990)	S4	346	387	110,95	1207010950
El - Salakawy (1998)	XXX	300	350	94,74	997368421,1
El - Salakawy (1998)	HXXX	300	350	94,74	997368421,1
Barbán (2008)	L1	249	298	77,89	574420188,1
Barbán (2008)	L2	249	298	77,89	574420188,1
Barbán (2008)	L3	250	300	78,13	595052083,3
Barbán (2008)	L4	249,5	299	78,01	584678435,7
Barbán (2008)	L5	248,5	297	77,77	564276464,6
Barbán (2008)	L6	249	298	77,89	574420188,1
Barbán (2008)	L7	249,5	299	78,01	584678435,7
Barbán (2008)	L8	250	300	78,13	595052083,3
Barbán (2008)	L9	250,25	300,5	78,18	600282456,9
Barbán (2008)	L10	249	298	77,89	574420188,1
Barbán (2008)	L11	249,75	299,5	78,07	589850779,6
Barbán (2008)	L12	249,75	299,5	78,07	589850779,6
Barbán (2008)	L13	248,5	297	77,77	564276464,6
Barbán (2008)	L14	249	298	77,89	574420188,1
Barbán (2008)	L15	250	300	78,13	595052083,3
Gomes (2010)	L01	250	300	78,13	595052083,3
Gomes (2010)	L02	251	302	78,36	616149100,1
Gomes (2010)	L03	351,5	253	129,24	1401436764
Gomes (2010)	L04	350	250	128,95	1337061404
Gomes (2010)	L05	450,5	301	168,84	2772627592
Gomes (2010)	L06	451	302	168,94	2812735271
Gomes (2010)	L07	447	294	168,19	2499987282
Gomes (2010)	L08	449,5	299	168,66	2693288580

Tabela Anexo 1. 10 – Parâmetros referentes à protensão – ACI 318:14

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>f_{pc}</math> – Todos cabos (MP a)</b>	<b><math>V_p</math> – Todos cabos (kN)</b>	<b><math>F_{cp}</math> - Cabos paralelos (MPa)</b>	<b><math>V_p</math> - Cabos paralelos (kN)</b>
Dilger (1989)	S1	14,34	16,20	5,40	7,36
Dilger (1989)	S2	11,90	16,20	2,96	7,36
Foutch 1990)	S1	11,75	16,47	5,02	11,83
Foutch 1990)	S2	11,75	16,91	5,02	11,83
Foutch 1990)	S3	12,02	21,13	7,53	17,74
Foutch 1990)	S4	12,02	21,13	7,53	17,74
Barbán (2008)	L1	23,57	15,04	10,62	9,75
Barbán (2008)	L2	22,39	14,54	10,58	9,71
Barbán (2008)	L3	23,75	17,35	11,46	11,45
Barbán (2008)	L4	23,69	16,05	10,76	10,31
Barbán (2008)	L5	24,57	14,78	11,07	9,72
Barbán (2008)	L6	23,89	15,21	10,70	9,82
Barbán (2008)	L7	23,51	15,82	10,46	10,02
Barbán (2008)	L8	13,82	9,86	5,22	5,22
Barbán (2008)	L9	12,86	8,90	4,97	4,85
Barbán (2008)	L10	13,85	8,67	5,35	4,45
Barbán (2008)	L11	22,29	14,48	10,13	9,77
Barbán (2008)	L12	22,71	15,41	10,16	9,80
Barbán (2008)	L13	22,90	13,26	10,60	9,01
Barbán (2008)	L14	22,74	14,65	10,51	9,65
Barbán (2008)	L15	22,43	15,62	10,63	10,31
Gomes (2010)	L01	17,07	5,74	9,54	4,16
Gomes (2010)	L02	16,94	3,24	5,02	0,67
Gomes (2010)	L03	16,20	5,32	6,92	3,63
Gomes (2010)	L04	16,00	3,28	7,07	1,68
Gomes (2010)	L05	13,40	4,53	6,03	2,97
Gomes (2010)	L06	14,17	3,82	5,97	1,97
Gomes (2010)	L07	19,54	4,05	6,36	1,63
Gomes (2010)	L08	17,88	3,79	5,72	1,16

Tabela Anexo 1. 11 – Parâmetros geométricos – *fib* Model Code 2010

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>e_{u,i}</math></b>	<b><math>B_u</math> (mm)</b>	<b><math>K_e</math></b>	<b><math>b_0</math> (mm)</b>	<b><math>r_s</math> (mm)</b>	<b><math>E_s</math> (MPa)</b>	<b><math>K_{dg}</math></b>
Dilger (1989)	S1	440,64	387,42	0,47	446,4	1175	187500	1,0
Dilger (1989)	S2	753,39	466,73	0,38	472,1	1175	190555	1,0
Foutch (1990)	S1	1060,47	310,38	0,23	196,3	1219,3	207000	1,0
Foutch (1990)	S2	651,97	310,38	0,32	279,6	762,1	207000	1,0
Foutch (1990)	S3	649,98	310,38	0,32	280,1	762,1	207000	1,0
Foutch (1990)	S4	365,68	310,38	0,46	397,9	457,3	207000	1,0
El - Salakawy (1998)	XXX	226,98	363,76	0,62	558,6	806,8	195000	1,0
El - Salakawy (1998)	HXXX	583,93	363,76	0,38	348,2	806,8	195000	1,0
Barbán (2008)	L1	192,91	305,23	0,61	462,0	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L2	251,49	305,23	0,55	413,4	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L3	295,62	306,80	0,51	385,6	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L4	368,67	306,02	0,45	342,7	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L5	459,71	304,44	0,40	299,7	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L6	546,45	305,23	0,36	270,2	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L7	715,25	306,02	0,30	226,4	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L8	292,47	306,80	0,51	387,6	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L9	363,76	307,19	0,46	347,0	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L10	433,30	305,23	0,41	311,6	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L11	451,29	306,41	0,40	305,8	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L12	459,66	306,41	0,40	302,5	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L13	455,74	304,44	0,40	301,3	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L14	460,73	305,23	0,40	300,4	800	206000	1,1
Barbán (2008)	L15	714,76	306,80	0,30	227,4	800	206000	1,1
Gomes (2010)	L01	450,86	306,80	0,40	306,6	800,0	190000	1,1
Gomes (2010)	L02	472,33	308,37	0,39	300,3	800,0	190000	1,1
Gomes (2010)	L03	198,92	334,33	0,63	571,7	800,0	190000	1,1
Gomes (2010)	L04	410,56	331,73	0,45	405,4	800,0	190000	1,1
Gomes (2010)	L05	292,68	366,17	0,56	536,1	800,0	190000	1,1
Gomes (2010)	L06	512,74	368,58	0,42	406,6	800,0	190000	1,1
Gomes (2010)	L07	285,17	349,21	0,55	501,8	800,0	190000	1,12
Gomes (2010)	L08	500,54	361,35	0,42	398,1	800,0	190000	1,12

Tabela Anexo 1. 12 – Taxas de armadura – *fib* Model Code 2010

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>\rho</math> passiva</b>	<b><math>f_{yk}</math> passiva (MPa)</b>	<b><math>\rho</math> ativa</b>	<b><math>f_{yk}</math> ativa (MPa)</b>
Dilger (1989)	S1	0,0051	375	0,008	540,8
Dilger (1989)	S2	0,0051	343	0,008	550,8
Foutch (1990)	S1	0,0057	414	0,00792	407,1
Foutch (1990)	S2	0,0057	414	0,00792	407,1
Foutch (1990)	S3	0,0057	414	0,00792	407,1
Foutch (1990)	S4	0,0076	414	0,00587	407,1
El - Salakawy (1998)	XXX	0,0111	545	-	-
El - Salakawy (1998)	HXXX	0,0111	545	-	-
Barbán (2008)	L1	0,0107	592	0,007	338,0
Barbán (2008)	L2	0,0107	592	0,007	446,8
Barbán (2008)	L3	0,0105	592	0,007	368,7
Barbán (2008)	L4	0,0106	592	0,007	322,1
Barbán (2008)	L5	0,0108	592	0,007	301,3
Barbán (2008)	L6	0,0107	592	0,007	314,2
Barbán (2008)	L7	0,0106	592	0,007	310,3
Barbán (2008)	L8	0,0105	592	0,003	308,3
Barbán (2008)	L9	0,0104	592	0,003	405,3
Barbán (2008)	L10	0,0107	592	0,003	356,8
Barbán (2008)	L11	0,0105	592	0,007	389,4
Barbán (2008)	L12	0,0084	592	0,007	351,8
Barbán (2008)	L13	0,0095	592	0,007	415,2
Barbán (2008)	L14	0,0094	592	0,007	406,3
Barbán (2008)	L15	0,0099	592	0,007	417,15
Gomes (2010)	L01	0,0096	548	0,007	467,6
Gomes (2010)	L02	0,0095	548	0,007	373,6
Gomes (2010)	L03	0,0094	548	0,005	387,5
Gomes (2010)	L04	0,0097	548	0,005	479,5
Gomes (2010)	L05	0,0095	548	0,007	476,5
Gomes (2010)	L06	0,0095	548	0,007	335,0
Gomes (2010)	L07	0,0103	548	0,007	383,5
Gomes (2010)	L08	0,0097	548	0,007	397,4

Tabela Anexo 1. 13 – Momentos resistentes, de descompressão e solicitante – *fib* Model Code 2010

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>m<sub>r</sub></b> <b>(kN.m/m)</b>	<b>n</b> <b>(kN/m)</b>	<b>e</b> <b>(mm)</b>	<b>m<sub>p</sub></b> <b>(kN.m/m)</b>	<b>V<sub>p</sub></b> <b>(KN)</b>	<b>m<sub>sd</sub></b>
Dilger (1989)	S1	101,41	1178,67	-7	31,93	18,06	72,30
Dilger (1989)	S2	100,70	1178,67	-7	31,93	18,23	93,35
Foutch (1990)	S1	36,39	700,33	0	19,59	14,08	29,81
Foutch (1990)	S2	36,13	700,33	0	19,59	15,41	31,44
Foutch (1990)	S3	36,18	700,33	0	19,59	15,41	31,74
Foutch (1990)	S4	36,03	518,99	0	14,51	8,63	41,06
El - Salakawy (1998)	XXX	54,96					39,81
El - Salakawy (1998)	HXXX	55,49					47,46
Barbán (2008)	L1	78,43	840,00	16	39,97	7,23	55,19
Barbán (2008)	L2	85,12	766,67	16	36,48	6,62	57,11
Barbán (2008)	L3	81,91	819,33	18	39,33	8,05	58,23
Barbán (2008)	L4	78,10	850,67	17	40,64	7,84	58,30
Barbán (2008)	L5	75,47	864,67	15	41,01	6,92	58,70
Barbán (2008)	L6	77,10	856,00	16	40,73	7,37	59,86
Barbán (2008)	L7	77,52	858,67	17	41,02	7,91	60,42
Barbán (2008)	L8	68,44	430,00	20	21,50	4,83	50,10
Barbán (2008)	L9	72,01	397,33	19	19,32	4,24	52,46
Barbán (2008)	L10	68,82	413,67	19	20,92	4,40	52,46
Barbán (2008)	L11	83,56	805,33	15	36,55	6,46	61,93
Barbán (2008)	L12	70,17	830,67	17	39,36	7,66	57,33
Barbán (2008)	L13	76,56	788,00	14	36,59	5,85	59,21
Barbán (2008)	L14	76,85	794,00	16	37,78	6,85	59,72
Barbán (2008)	L15	83,04	786,67	17	36,97	7,26	63,66
Gomes (2010)	L01	80,70	752,67	26	42,15	3,34	63,37
Gomes (2010)	L02	76,27	816,00	26	44,53	3,61	62,96
Gomes (2010)	L03	73,39	645,33	26	34,79	3,60	56,23
Gomes (2010)	L04	75,91	595,73	25	32,77	3,41	59,88
Gomes (2010)	L05	82,01	746,67	25	40,52	3,39	67,91
Gomes (2010)	L06	73,65	842,00	25	45,11	3,98	68,05
Gomes (2010)	L07	70,90	809,33	21	45,56	3,45	62,03
Gomes (2010)	L08	75,71	800,00	25	44,62	3,77	68,99



Tabela Anexo 1. 14 – Coeficientes de rotação – *fib* Model Code 2010

Autor	Laje	Nível I		Nível II	Nível III
		$\Psi$	$K\Psi$	$K\Psi$	$K\Psi$
Dilger (1989)	S1	0,027	0,21	0,34	0,38
Dilger (1989)	S2	0,024	0,23	0,26	0,29
Foutch (1990)	S1	0,045	0,21	0,33	0,36
Foutch (1990)	S2	0,028	0,28	0,36	0,40
Foutch (1990)	S3	0,028	0,28	0,36	0,39
Foutch (1990)	S4	0,017	0,37	0,31	0,35
El - Salakawy (1998)	XXX	0,034	0,22	0,29	0,33
El - Salakawy (1998)	HXXX	0,034	0,22	0,25	0,29
Barbán (2008)	L1	0,035	0,20	0,42	0,46
Barbán (2008)	L2	0,035	0,20	0,41	0,44
Barbán (2008)	L3	0,034	0,20	0,40	0,43
Barbán (2008)	L4	0,035	0,20	0,38	0,42
Barbán (2008)	L5	0,036	0,20	0,36	0,40
Barbán (2008)	L6	0,035	0,20	0,35	0,39
Barbán (2008)	L7	0,035	0,20	0,35	0,39
Barbán (2008)	L8	0,034	0,20	0,32	0,35
Barbán (2008)	L9	0,034	0,20	0,31	0,35
Barbán (2008)	L10	0,035	0,20	0,30	0,33
Barbán (2008)	L11	0,035	0,20	0,35	0,38
Barbán (2008)	L12	0,035	0,20	0,33	0,36
Barbán (2008)	L13	0,036	0,20	0,34	0,37
Barbán (2008)	L14	0,035	0,20	0,34	0,37
Barbán (2008)	L15	0,034	0,20	0,33	0,37
Gomes (2010)	L01	0,035	0,20	0,34	0,38
Gomes (2010)	L02	0,034	0,20	0,33	0,37
Gomes (2010)	L03	0,034	0,20	0,34	0,38
Gomes (2010)	L04	0,035	0,20	0,31	0,35
Gomes (2010)	L05	0,034	0,20	0,30	0,33
Gomes (2010)	L06	0,034	0,20	0,25	0,28
Gomes (2010)	L07	0,037	0,20	0,30	0,34
Gomes (2010)	L08	0,035	0,20	0,25	0,29