

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL**

**PROJETO DE GALPÕES LEVES DE AÇO EM DUAS ÁGUAS  
EM REGIME PLÁSTICO**

**DANIEL ALENCAR DO VALE – 12/0009625**

**ORIENTADOR: JOSÉ HUMBERTO MATIAS DE PAULA**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS**

**BRASÍLIA / DF: JULHO / 2017**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E**  
**AMBIENTAL**

**PROJETO DE GALPÕES LEVES DE AÇO EM DUAS ÁGUAS**  
**EM REGIME PLÁSTICO**

**DANIEL ALENCAR DO VALE**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

---

**José Humberto Matias de Paula**

**Mestre (UnB), (Orientador)**

---

**Lenildo Santos da Silva**

**Doutor (UnB), (Examinador Externo)**

---

**Marco Aurélio Souza Bessa**

**Mestre (UnB), (Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, MARÇO de 2017.**

## Ficha Catalográfica

VALE, DANIEL ALENCAR DO

Projeto de Estruturas de galpões leves de aço em duas águas em regime plástico [Distrito Federal] 2017.

98 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, E.S., Estruturas, 2017).

Estruturas de Aço - Universidade de Brasília.  
Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

## Referência Bibliográfica

VALE, DANIEL ALENCAR DO; 2017 Projeto de Estruturas de galpões leves de aço em duas águas em regime plástico. Monografia de projeto final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 98 p.

Brasília-DF, Julho de 2017.

## Cessão de Direitos

**Nome do Autor:** Daniel Alencar do Vale

**Título da Monografia de Projeto Final:** Projeto de Estruturas de galpões leves de aço em duas águas em regime plástico.

**Grau:** Engenheiro Civil

**Ano:** 2017

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Daniel Alencar do Vale  
SQS 214 Bloco E apto.202  
70.293-050 Asa Sul  
Brasília – DF

Brasília-DF, Julho de 2017.

## Sumário

|  |    |
|--|----|
| 1. Introdução.....   | 11 |
| 2. Colapso plástico .....  | 11 |
| 2.1. Conceito de colapso plástico.....   | 11 |
| 2.2. Rótula plástica.....  | 12 |
| 2.3. Relação tensão deformação para o aço temperado .....                            | 12 |
| 2.4. Deflexão elasto-plástica .....  | 14 |
| 2.5. Caso de uma seção transversal retangular .....                                  | 14 |
| 2.6. Caso de uma seção transversal em forma de I.....                                | 16 |
| 2.7. Caso de seção com um único eixo de simetria .....                               | 19 |
| 2.8. Cálculo do momento plástico .....   | 20 |
| 2.9. Redistribuição do momento e mecanismos .....                                    | 22 |
| 3. Casos simples de colapso plástico.....  | 22 |
| 3.1. Viga biapoiada .....  | 23 |
| 3.2. Viga Biengastada .....  | 24 |
| 3.3. Efeito do engaste parcial.....  | 26 |
| 3.4. Pórtico retangular.....   | 27 |
| 3.4.1. Princípio dos trabalhos virtuais.....   | 28 |
| 3.4.2. Equações de equilíbrio pelo método dos deslocamentos virtuais .....           | 29 |
| 3.4.3. Equações de compatibilidade pelo método das forças virtuais .....             | 29 |
| 3.4.4. Determinação da carga de ruptura para o pórtico com cargas proporcionais .... | 30 |
| 3.5. Deflexões pelo método da carga unitária.....                                    | 32 |
| 3.6. Invariância das cargas de colapso .....   | 32 |
| 3.7. Fatores de carga de colapso em relação ao projeto.....                          | 32 |
| 4. Princípios fundamentais para o cálculo do colapso plástico .....                  | 33 |
| 4.1. Teorema estático .....  | 33 |
| 4.2. Teorema Cinemático .....  | 34 |
| 4.3. Teorema da Unicidade .....  | 34 |
| 4.4. Cálculos com cargas distribuídas.....   | 34 |
| 4.4.1. Exemplo de pórtico submetido à carga distribuída .....                        | 35 |
| 4.5. Colapso parcial e supercompleto .....   | 37 |
| 5. Métodos para projetos de análise plástica .....                                   | 37 |
| 5.1. Método da tentativa e erro .....  | 37 |

|          |  |    |
|----------|--|----|
| 5.2.     | Método da combinação de mecanismos .....   | 40 |
| 6.       | Fatores que modificam o momento de plastificação .....                             | 42 |
| 6.1.     | Efeito das cargas axiais .....   | 42 |
| 6.1.1.   | Carregamento axial em seção I com mesas iguais .....                               | 42 |
| 6.1.2.   | Aproximações para seções com mesas iguais .....                                    | 47 |
| 6.2.     | Efeito de forças de cisalhamento no momento plástico .....                         | 47 |
| 6.3.     | Flexão biaxial .....   | 50 |
| 6.4.     | Variações nas tensões de projeto .....   | 53 |
| 6.5.     | Endurecimento .....  | 53 |
| 6.6.     | Tensões residuais .....  | 54 |
| 6.7.     | Estabilidade local .....   | 55 |
| 7.       | Análise de instabilidade global .....  | 56 |
| 8.       | Procedimento para o projeto de galpões leves metálicos de acordo com o Eurocode .. | 59 |
| 8.1.     | Efeitos de segunda ordem em galpões leves .....                                    | 60 |
| 8.2.     | Estado Limite último .....   | 61 |
| 8.2.1.   | Generalidades .....  | 61 |
| 8.2.2.   | Imperfeições .....   | 61 |
| 8.2.2.1. | Forças Horizontais Equivalentes .....  | 61 |
| 8.2.2.2. | Análise Elástica .....   | 62 |
| 8.2.2.3. | Análise Plástica .....   | 62 |
| 8.2.2.4. | Comparação entre análise plástica e elástica .....                                 | 63 |
| 8.2.3.   | Análises de primeira e segunda ordem .....   | 63 |
| 8.2.3.1. | Fator $\alpha_{cr}$ .....  | 63 |
| 8.2.3.2. | Análise de primeira ordem modificada, para análise elástica .....                  | 64 |
| 8.2.3.3. | Análise de segunda ordem modificada, para análise plástica .....                   | 64 |
| 8.2.4.   | Rigidez da base .....  | 65 |
| 8.2.4.1. | Bases verdadeiramente rotuladas .....  | 65 |
| 8.2.4.2. | Bases de pilares consideradas rígidas .....  | 65 |
| 8.2.4.3. | Bases de pilares consideradas semirrígidas .....                                   | 65 |
| 8.2.4.4. | Bases consideradas rotuladas .....   | 66 |
| 8.3.     | Estado limite de serviço .....   | 66 |
| 8.4.     | Resistência da seção transversal .....   | 66 |

|          |   |    |
|----------|---|----|
| 8.5.     | Estabilidade dos membros .....  | 67 |
| 8.5.1.   | Flambagem dos membros em galpões leves .....                                      | 67 |
| 8.5.2.   | Resistência à flambagem.....  | 67 |
| 8.5.3.   | Travamento fora do plano .....  | 68 |
| 8.5.4.   | Comprimentos estáveis adjacentes a rótulas plásticas .....                        | 69 |
| 8.6.     | Projeto da viga .....   | 71 |
| 8.6.1.   | Estabilidade de viga fora do plano .....  | 71 |
| 8.6.1.1. | Estabilidade da viga e da mísula no caso de cargas gravitacionais máximas.        | 71 |
| 8.6.1.2. | Estabilidade da viga e da mísula para condições de carga de levantamento..        | 73 |
| 8.6.2.   | Estabilidade no plano .....   | 74 |
| 8.7.     | Projeto do pilar.....   | 74 |
| 8.7.1.   | Resistência da alma .....   | 74 |
| 8.7.2.   | Estabilidade do pilar.....  | 74 |
| 8.7.2.1. | Estabilidade do pilar nas combinações gravitacionais máximas .....                | 74 |
| 8.7.2.2. | Estabilidade fora do plano para combinações gravitacionais.....                   | 75 |
| 8.7.2.3. | Estabilidade para combinações de carga de levantamento.....                       | 75 |
| 8.7.3.   | Estabilidade no plano .....   | 75 |
| 8.8.     | Sistema de contraventamento .....   | 75 |
| 8.8.1.   | Contraventamento vertical .....   | 75 |
| 8.8.1.1. | Contraventamento com o uso de seções circulares ocas.....                         | 76 |
| 8.8.1.2. | Contraventamento cruzado.....   | 76 |
| 8.8.1.3. | Contraventamento em um único vão .....  | 76 |
| 8.8.1.4. | Contraventamento em um único vão central .....                                    | 76 |
| 8.8.1.5. | Contraventamento com o uso de membros resistentes a momento .....                 | 76 |
| 8.8.1.6. | Contraventamento para travar pilares.....   | 77 |
| 8.8.1.7. | Contraventamento para travar cargas longitudinais proveniente de guindastes<br>77 |    |
| 8.8.2.   | Contraventamento em plano.....  | 77 |
| 8.8.2.1. | Contraventamento com o uso de seções circulares ocas .....                        | 78 |
| 8.8.2.2. | Contraventamento cruzado.....   | 78 |
| 8.8.3.   | Travamento nas mesas internas.....  | 78 |
| 8.8.4.   | Contraventamento nas rótulas plásticas .....                                      | 78 |
| 8.9.     | Empenas.....  | 79 |

|           |   |    |
|-----------|---|----|
| 8.9.1.    | Tipos de pórticos para empenas .....                            | 79 |
| 8.9.2.    | Colunas da empena.....  | 79 |
| 8.9.3.    | Vigas da empena .....   | 80 |
| 8.10.     | Conexões .....  | 80 |
| 8.10.1.   | Conexões nos beirais .....                                      | 80 |
| 8.10.2.   | Conexões no topo do pórtico .....                               | 81 |
| 8.10.3.   | Bases, placas de base e fundações .....                         | 81 |
| 8.10.3.1. | Segurança durante o erguimento .....                            | 81 |
| 8.10.3.2. | Resistencia a forças horizontais.....                           | 81 |
| 8.10.3.3. | Placas de base e seus parafusos fixadores .....                 | 82 |
| 8.10.3.4. | Projeto de fundações no estado limite de incêndio .....         | 82 |
| 8.11.     | Elementos estruturais secundários .....                         | 82 |
| 8.11.1.   | Viga do beiral .....  | 82 |
| 8.11.2.   | Escoramento do beiral .....                                     | 82 |
| 9.        | Dimensionamento de um galpão a partir da análise plástica ..... | 83 |
| 9.1.      | Considerações gerais.....                                       | 83 |
| 9.2.      | Características geométricas e dos materiais.....                | 84 |
| 9.2.1.    | Características Geométricas: .....                              | 84 |
| 9.2.2.    | Características dos materiais .....                             | 84 |
| 9.3.      | Estados limites .....   | 84 |
| 9.3.1.    | Estado limite último .....                                      | 84 |
| 9.3.2.    | Estado limite de serviço .....                                  | 84 |
| 9.4.      | Ações atuantes no galpão.....                                   | 85 |
| 9.4.1.    | Ações permanentes.....  | 85 |
| 9.4.2.    | Ações variáveis .....   | 86 |
| 9.4.2.1.  | Sobrecarga .....  | 86 |
| 9.4.2.2.  | Ações de vento .....  | 86 |
| 9.5.      | Combinações de carga .....                                      | 88 |
| 9.6.      | Análise Estrutural .....  | 89 |
| 9.6.1.    | Estado limite último .....                                      | 94 |
| 9.6.2.    | Estado limite de serviço .....                                  | 96 |
| 10.       | Avaliação do consumo de aço .....                               | 98 |

|         |                                 |     |
|---------|---------------------------------|-----|
| 10.1.1. | Pórtico.....                    | 98  |
| 10.1.2. | Terças.....                     | 98  |
| 10.1.3. | Espaçadores de terça.....       | 99  |
| 10.1.4. | Travamentos .....               | 99  |
| 10.1.5. | Contraventamentos .....         | 99  |
| 10.1.6. | Ligações.....                   | 99  |
| 10.1.7. | Consumo de aço por área.....    | 99  |
| 11.     | Conclusão .....                 | 100 |
|         | Referências Bibliográficas..... | 101 |

## Índice de Ilustrações

|  |    |
|--|----|
| Figura 1: Diagrama tensão deformação do aço .....  | 13 |
| Figura 2: Diagrama tensão deformação simplificado.....   | 13 |
| Figura 3: Deformações elasto-plásticas em seção transversal retangular.....  | 15 |
| Figura 4: Relação curvatura-momento para viga de seção transversal retangular .....                                    | 16 |
| Figura 5: Relação momento curvatura teórica para viga I.....   | 17 |
| Figura 6: Seção transversal em I idealizada .....  | 18 |
| Figura 7: Distribuição de tensões em viga com único eixo de simetria .....   | 19 |
| Figura 8: Viga biapoiada com carga concentrada central.....  | 23 |
| Figura 9: Viga contínua apoiada em 4 apoios .....  | 27 |
| Figura 10: Pórtico retangular.....   | 28 |
| Figura 11: Mecanismo de colapso para o pórtico analisado.....  | 31 |
| Figura 12: Diagrama de momentos fletores para um membro submetido a carregamento uniformemente variável.....           | 35 |
| Figura 13: Pórtico com carga uniformemente distribuída vertical .....  | 36 |
| Figura 14: Pórtico de telhado inclinado.....   | 38 |
| Figura 15: Diagrama de momentos fletores para um pórtico de telhado inclinado.....                                     | 39 |
| Figura 16: Mecanismo tipo viga com rótula plástica corrigida .....   | 40 |
| Figura 17: Pórtico retangular.....   | 41 |
| Figura 18: Seção em I plastificada devido a momento e força axial, linha neutral na alma .....                         | 42 |
| Figura 19: Seção em I plastificada devido a momento e força axial, linha neutral na mesa .....                         | 43 |
| Figura 20: Seção transversal de forma I fletida em torno do eixo de menor inercia.....                                 | 45 |
| Figura 21.....   | 46 |
| Figura 22: Momento plástico de uma seção transversal I no eixo de maior inercia, na presença de força cisalhante ..... | 48 |
| Figura 23: Momento plástico de uma seção transversal I no eixo de maior inercia, na presença de força cisalhante ..... | 49 |
| Figura 24: flexão biaxial de seção transversal retangular.....   | 51 |
| Figura 25: Momento biaxial em uma seção transversal I.....   | 52 |
| Figura 26: Distribuição de tensões com ocorrência de endurecimento .....   | 54 |
| Figura 27: Limites da esbeltes local da alma.....  | 56 |
| Figura 28: Cargas de colapso experimentais.....  | 57 |
| Figura 29: Tipos de travamento para flambagem fora do plano.....   | 68 |
| Figura 30.....   | 73 |
| Figura 31: Forma dos perfis estruturais utilizados para vigas e pilares.....   | 83 |
| Figura 32: Carregamentos devido ao vento de sucção mais crítico atuante no pórtico (em kgf/m).....                     | 87 |
| Figura 33: Carregamentos devido ao vento de pressão mais crítico atuante no pórtico (em kgf/m).....                    | 88 |
| Figura 34: Cargas referentes à combinação a).....  | 91 |
| Figura 35: Cargas referentes à combinação b) .....   | 92 |
| Figura 36: Cargas referentes à combinação c).....  | 93 |
| Figura 37: Rótulas plásticas formadas para a combinação a).....  | 94 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 38: Rótulas plásticas formadas para a combinação b) ..... | 95 |
| Figura 39: Rótulas plásticas formadas para a combinação c).....  | 95 |
| Figura 40: Deslocamentos para a combinação a) .....              | 96 |
| Figura 41: Deslocamentos para a combinação b).....               | 97 |
| Figura 42: Deslocamentos para a combinação c).....               | 97 |

## **1. Introdução**

A análise plástica é bastante empregada na construção de estruturas de aços, em particular as consideradas como pórticos, em um ou mais pavimentos e/ou vãos, sendo obtida maior economia e aproveitamento do material ao se utilizar este método de análise. Grande parte das estruturas de aço construídas no Brasil são galpões leves de armazenamento, sendo este tipo de análise bastante interessante para este tipo de estrutura.

O cálculo plástico é mais barato se compara com o método de cálculo elástico, tradicionalmente utilizado, por fornecer um maior aproveitamento do material utilizado. Apesar do maior conhecimento teórico necessário para o uso do método aqui apresentado, com o uso de softwares para auxílio nos cálculos, este obstáculo torna-se trivial, sendo portanto favorável um maior uso deste tipo de análise em projetos de aço.

O cálculo plástico é extremamente proveitoso em estruturas estaticamente indeterminadas, com diversos graus de hiperstaticidade, devido a estas estruturas possuírem diversos pontos de momento máximo. Com isto, quando o maior destes valores atingir o momento de plastificação, este ponto específico plastifica, porém o resto da estrutura permanece elástico, o que controla sua deformação total. Devido à ductilidade do aço, suas outras seções podem resistir à carga adicional posterior, em geral sem a formação de deformações excessivas. Não é recomendado, porém, o uso do cálculo plástico em estruturas isostáticas e rotuladas, visto que, nestas estruturas, deformações excessivas já surgirão ao se atingir o momento de plastificação, não sendo a mesma capaz de resistir a cargas dignificantes após este valor ser atingido.

## **2. Colapso plástico**

Para o entendimento dos métodos plásticos de análise estrutural, é fundamental o conhecimento de diversas hipóteses básicas fundamentais para que este tipo de projeto esteja adequado às situações práticas, de forma a poder ser utilizado. Os mesmos são apresentados nesta seção.

### **2.1. Conceito de colapso plástico**

A análise plástica é bastante empregada na construção de estruturas de aços, em particular as consideradas como pórticos, em um ou mais pavimentos e/ou vãos, sendo obtida maior economia e aproveitamento do material ao se utilizar este método de análise. Com o uso da análise plástica, baseado no princípio das rótulas plásticas, é possível se obter as cargas de colapso plástico de estruturas complexas, o que a torna uma ferramenta útil para projetos de estruturas metálicas.

Procura-se com a análise plástica prever as cargas para as quais a estrutura irá romper devido à deformação excessiva. Para se obter um melhor entendimento disto, pode-se utilizar o exemplo do caso mais simples de estrutura, uma viga bi apoiada submetida a uma carga concentrada  $P$ , localizada em seu ponto médio. Até um certo acréscimo de carga, a sua deflexão aumenta de forma elástica em relação à carga, até que, para um certo valor de carga  $P_c$ , a deflexão passa a variar de forma elevada para reduzidos aumentos de carga. Após maior aumento de carga, ocorre a flambagem desta viga, porém considera-se que o

colapso é anterior a este fato, devido às grandes deformações ocorridas, inaceitáveis para a integridade estrutural deste elemento.

Pode-se simplificar este comportamento com a consideração de que a deflexão aumenta indefinidamente sobre a carga  $P_c$ , o que desconsidera um pequeno aumento de capacidade resistiva da viga, sendo, portanto, uma simplificação conservadora. Diz-se, então, que o colapso plástico ocorre quando, para uma carga constante a deformação de uma estrutura cresce indefinidamente, sendo a carga para a qual isto ocorre, a carga de colapso plástico. Isto permite o aproveitamento de uma reserva de resistência da estrutura acima do limite elástico, sendo este valor bastante significativo para estruturas com maiores graus de hiperestaticidade.

De forma geral, estruturas calculadas por análise plástica permanecem em estado elástico quando submetidas a cargas de serviço, o que limita a sua deformabilidade. Somente se deve utilizar os métodos plásticos para se obter a carga última caso o colapso plástico seja a causa governante do colapso. Caso haja o colapso da estrutura devido a outros fatores anteriores ao plástico, estes deverão ser os critérios utilizados, sendo, para o uso do método, considerado que não haverá flambagem de nenhuma parte da estrutura anteriormente ao colapso plástico ser atingido.

## **2.2.Rótula plástica**

Ao se aumentar a carga sobre uma estrutura, aumenta-se o momento fletor sobre a mesma. Ao se analisar a seção transversal submetida ao momento de maior intensidade nesta estrutura, verifica-se que, à medida que este momento aumenta, também aumenta a deformação de suas fibras. Esta deformação varia linearmente em relação à distância da fibra à linha neutra, e a tensão à qual a fibra encontra-se submetida também aumenta proporcionalmente, conforme previsto pela relação tensão-deformação. Ao se atingir uma deformação equivalente à tensão de escoamento, a deformação da fibra continua a aumentar, porém a tensão à qual a mesma encontra-se submetida permanece constante. Quando toda a seção transversal atinge o valor da tensão de escoamento, tem-se a plastificação da mesma, o que significa que esta não é capaz de resistir a valores superiores de momento fletor. Ao momento no qual isto ocorre, dá-se o nome de momento de plastificação ( $M_p$ ). Então, esta seção transversal sofre rotação indeferida enquanto submetida a este valor de momento constante. Chama-se este fenômeno de formação de rótula plástica. Está rótula sofre rotação somente quando o momento fletor atinge  $M_p$ , porém ao se atingir este valor, a rotação ocorre de forma indeferida, com um aumento indeferido de deflexão

## **2.3.Relação tensão deformação para o aço temperado**

O momento plástico de uma viga de aço é diretamente relacionado à sua tensão de escoamento. A relação tensão deformação de um aço com patamar de escoamento é linear no trecho elástico, até ser alcançado a sua tensão de escoamento superior ( $\sigma_s$ ). Após se alcançar este valor, a tensão cai de forma abrupta para a tensão de escoamento inferior, com a ocorrência, então, do patamar de escoamento, em regime plástico, com grandes aumentos da deformação para pequenos aumentos de tensão. Ao se alcançar grandes valores de

deformação (b), torna-se novamente necessário um aumento de tensão para que se tenham novas deformações, com a ocorrência do encruamento do material. Após alcançar a tensão de ruptura (c), a tensão passa a cair, devido à formação de um pescoço no material, culminando com a sua ruptura (d). Este processo encontra-se apresentado na Figura 1.

O trecho elástico e o patamar de escoamento (trecho Ob na figura) são os mais interessantes do ponto de vista da análise plástica. A inclinação do trecho elástico é o módulo de Young do aço. As deformações ao se alcançar a tensão de escoamento e imediatamente anterior ao encruamento são definidos como  $\epsilon_y$  e  $\epsilon_s$ , respectivamente. Ao se descarregar o elemento, verifica-se que o patamar de escoamento superior não é mais presente, em decorrência do encruamento do elemento. Os valores da tensão de escoamento ( $f_y$ ), de  $\epsilon_y$  e  $\epsilon_s$  são dependentes do tipo de material utilizado, em particular do teor de carbono presente no aço. Quanto maior o teor de carbono, maior o valor da tensão de escoamento, porém menos dúctil o material. Para aço estrutural, utiliza-se um valor de  $\epsilon_s$  aproximadamente 10 vezes maior que  $\epsilon_y$ .

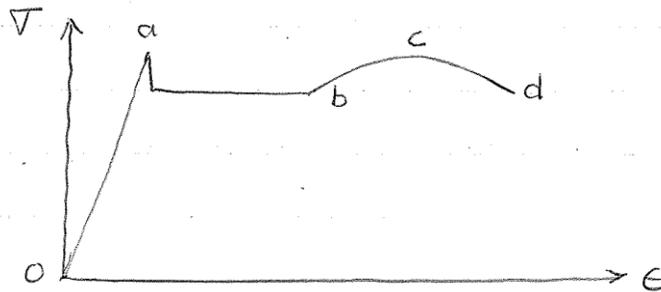


Figura 1: Diagrama tensão deformação do aço

É comum se ignorar o encruamento do material e a tensão de escoamento superior ao se utilizar o diagrama tensão deformação. Ao se desprezar este, não há diferenças no valor do momento plástico. A desconsideração do encruamento nas aproximações causa erros nos valores obtidos, contudo estes são pequenos e a favor da segurança, o que torna a aproximação justificável, visando a simplificação. O diagrama simplificado encontra-se apresentado na Figura 2.

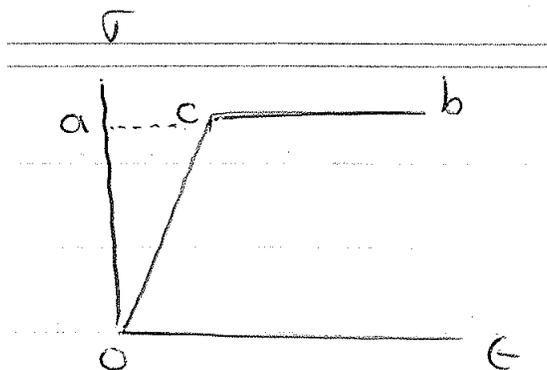


Figura 2: Diagrama tensão deformação simplificado

## 2.4. Deflexão elastoplástica

Para uma viga homogênea de certa seção transversal, a relação entre momento fletor e curvatura a partir do limite elástico pode ser derivada da relação tensão deformação, desde que as hipóteses de Bernoulli-Euler sejam obedecidas, sendo estas:

- (a) A viga é fletida somente pelo momento, sem presença de forças cortantes e axiais.
- (b) As deformações são pequenas, sendo as tensões além das longitudinais normais, desprezíveis.
- (c) A relação entre tensões longitudinais e deformação é a mesma tanto para tração como para compressão.
- (d) Seções inicialmente planas permanecem planas.

Também se considera que a relação entre tensão e deformação siga o modelo elastoplástico simplificado conforme apresentado na Figura 2, sem tensão de escoamento superior, que todas as fibras longitudinais da viga obedecem a esta relação e que não há tensões residuais no elemento.

Supondo que uma viga inicialmente reta seja curvada em um arco de círculo de raio  $R$ , por um momento  $M$ . A deformação  $\epsilon$  a uma distância  $y$  do eixo neutro é dada por:

(1)

Sendo  $\kappa = 1/R$  a curvatura da viga. Esta relação é derivada somente de considerações geométricas, sendo independente das propriedades do material. Esta relação é verdadeira mesmo para um caso de viga inicialmente curvada, desde que  $\kappa$  represente a mudança de curvatura provocada por  $M$ , em vez da curvatura total.

## 2.5. Caso de uma seção transversal retangular

Considera-se uma seção transversal retangular de largura  $B$  e altura  $D$  mostrada na Figura 3, submetida a um momento  $M$ , atuando sobre o eixo  $x$ , este paralelo à largura  $B$ . A linha neutra divide a seção de em duas metades iguais, devido à sua dupla simetria e as deformações da seção seguem uma relação linear com a distância à linha neutra. Ao se considerar que as fibras mais externas da seção transversal sofrem uma deformação  $\epsilon$  superior a  $\epsilon_y$  correspondente à tensão de escoamento  $f_y$ , tem-se a deformação  $\epsilon_y$  à distância  $\pm z$  da linha neutra. Assim, há um núcleo elástico de altura  $2z$ , aonde a deformação  $\epsilon$  é menor ou igual a  $\epsilon_y$ . Fora deste núcleo elástico, a tensão atuante é  $f_y$ . Esta distribuição de tensões pode ser vista na Figura 3.

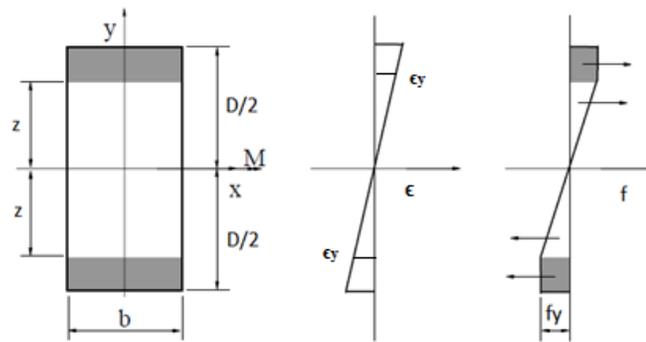


Figura 3: Deformações elasto-plásticas em seção transversal retangular.

O momento fletor correspondente à distribuição de tensões pode ser obtido através da integração das áreas de tensões, o que, para uma seção retangular, resulta na multiplicação das forças resultantes em cada metade do núcleo elástico e da zona plástica pelas suas distâncias à linha neutra, sendo este momento dado por:

$$M = \frac{b D^2}{6} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{f_y}{z} \right) \left( \frac{D}{2} - z \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{f_y}{z} \right) \left( \frac{D}{2} + z \right)^2 \right] \quad (2)$$

Quando  $z$  é igual a  $D/2$ , não há zona plástica, e o núcleo elástico compreende toda a seção transversal, sendo a tensão de escoamento só alcançada nas fibras mais externas. O momento  $M_y$ , desta situação, é o maior momento que a seção resiste sem escoar, sendo denominado como momento de início de escoamento. O valor deste momento é dado por:

$$M_y = \frac{b D^3}{6} \left( \frac{f_y}{D/2} \right) \quad (3)$$

Em que  $W$  é o módulo de resistência elástica.

Quando  $z$  é igual a 0, há o desaparecimento da zona elástica, estando toda a seção transversal submetida à tensão de escoamento  $f_y$ . Devido ao fato de que se considera a tensão  $f_y$  como a maior tensão a qual qualquer fibra desta seção possa estar submetida, o momento que resulta nesta distribuição de tensões é o maior cuja tensão pode resistir, sendo chamado de momento plástico ( $M_p$ ). Este momento é dado por:

$$M_p = \frac{b D^2}{4} f_y \quad (4)$$

A partir da relação  $\epsilon = \kappa \cdot y$ , tem-se que  $\epsilon_y = \kappa \cdot z$ , sendo, ao se atingir o momento de escoamento  $M_y$ , quando a tensão de escoamento atua somente nas fibras mais externas:

A partir das equações vistas, obtém-se a relação entre momento fletor e curvatura como sendo da seguinte forma:

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\kappa}{\kappa_y} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa}{\kappa_y} \right)^2 \right] \quad (5)$$

Conforme mostrado na Figura 4, quando  $M$  é menor que  $M_y$ , tem-se uma relação elástica.  $M$  tende a um valor limite de  $1,5M_y$  quando  $\kappa$  é de valor elevado. Quando  $\kappa$  tem valor infinito, o que resulta, segunda a equação (1) em  $z$  igual a zero, sem presença de núcleo elástico. Toda a seção transversal é plástica, com  $M = M_p$ . Assim:

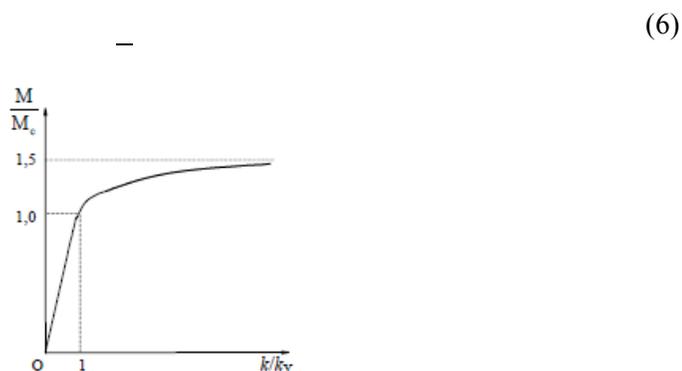


Figura 4: Relação curvatura-momento para viga de seção transversal retangular

Para o desenvolvimento do momento plástico, é necessário, portanto, uma curvatura infinita, que é a explicação para o comportamento de rótulas plásticas observado em vigas metálicas. Na prática, as condições de plasticidade completa não são possíveis, visto que isto demanda uma curvatura infinita, que depende de uma deformação infinita, algo impossível de ocorrer.

A partir de uma certa curvatura, as deformações nas fibras exteriores tornam-se elevadas o suficiente para que se ocorra o encruamento. Ao se fazer a suposição de que o encruamento comece quando  $\epsilon = 10\epsilon_y$ , por exemplo, verifica-se através das equações 1 e 5, que  $M = 1,495M_y = 0,997 M_p$ . Assim, a diferença entre o momento imediatamente anterior ao encruamento e o momento plástico é muito baixa, podendo então haver a consideração de que algo muito próximo a uma rótula plástica ocorre na prática, com grandes curvaturas ocorrendo na seção em que este momento é alcançado.

## 2.6.Caso de uma seção transversal em forma de I

Para uma seção transversal de forma I, fletida em torno de seu eixo de maior inercia, a diferença entre o momento de escoamento e o momento de plastificação é pequeno, devido à sua área se concentrar nas almas, distantes do centroide, conforme visto

na Figura 5 Figura 6. Nesta figura, 1 representa o ponto onde a tensão de escoamento é atingindo nas fibras mais externas. 2 refere-se a um ponto em que as mesas e parte da alma encontram-se sobre efeito da tensão de escoamento. 3 é o ponto no qual a seção encontra-se plastificada.

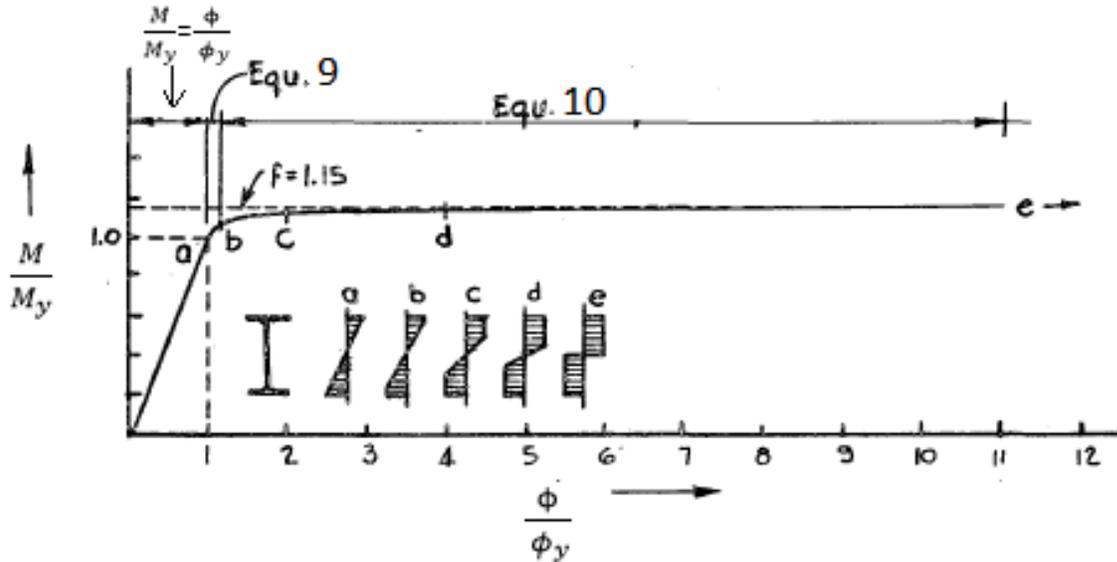


Figura 5: Relação momento curvatura teórica para viga I

Ao se atingir a plastificação, toda a seção se encontra-se submetida à tensão de escoamento  $f_y$ , e a linha neutra divide a seção em duas áreas iguais, uma comprimida e outra tracionada, submetidas respectivamente a uma força de compressão e uma força de tração. O valor de cada uma destas forças é  $f_y A/2$ . O momento de plastificação  $M_p$ , resultado destas forças, é encontrado ao se multiplicar o valor destas forças pela distância  $e$ , distancia da linha neutra ao centro de gravidade da área na qual cada força atua. Este momento é dado por:

$$M_p = f_y A e \quad (7)$$

Sendo estes parâmetros os exibidos na Figura 6.

O termo  $A$  é o módulo plástico da seção transversal, referido como  $Z$ . Define-se também o módulo elástico da seção ( $W$ ) fletida em torno do eixo  $XX$ , sendo:

$$W = \frac{I}{e} \quad (8)$$

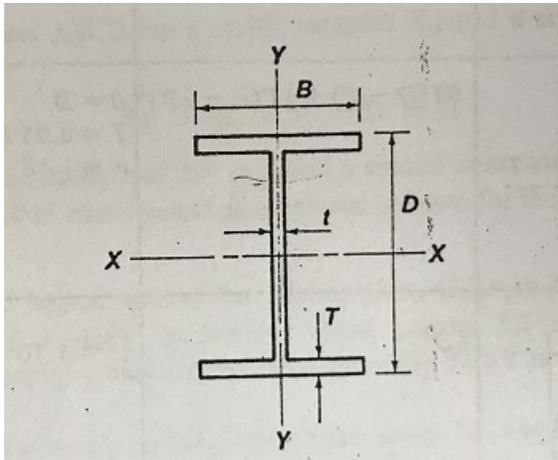


Figura 6: Seção transversal em I idealizada

A relação momento-curvatura, no caso de uma seção I, depende da posição da zona escoada na seção transversal. Caso o limite da zona plástica, a fibra de deformação  $\epsilon_y$ , encontre-se dentro da mesa, a relação momento curvatura pode ser dada por:

$$\frac{M}{I} = \frac{\sigma_y}{r} \left( \frac{B}{2} \left( \frac{D}{2} - t \right) + \frac{t^2}{4} \right) \quad (9)$$

Ao se aumentar a curvatura, mais fibras da seção transversal passam a estar submetidas à tensão de escoamento. Ao se aumentar esta curvatura o suficiente, a fibra de deformação  $\epsilon_y$ , limitante da zona plástica, passa a estar na alma da seção transversal. Nesta situação, o momento é dado por:

$$\frac{M}{I} = \frac{\sigma_y}{r} \left( \frac{B}{2} \left( \frac{D}{2} - t \right) + \frac{t^2}{4} \right)$$

Ao se dividir este valor por  $M_y$ , é possível encontrar a seguinte relação momento curvatura:

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\sigma_y}{\sigma_{yL}} \left( \frac{B}{2} \left( \frac{D}{2} - t \right) + \frac{t^2}{4} \right) \quad (10)$$

O fator de forma deste tipo de seção, igual a  $Z/W$  tem valor de aproximadamente 1,14.

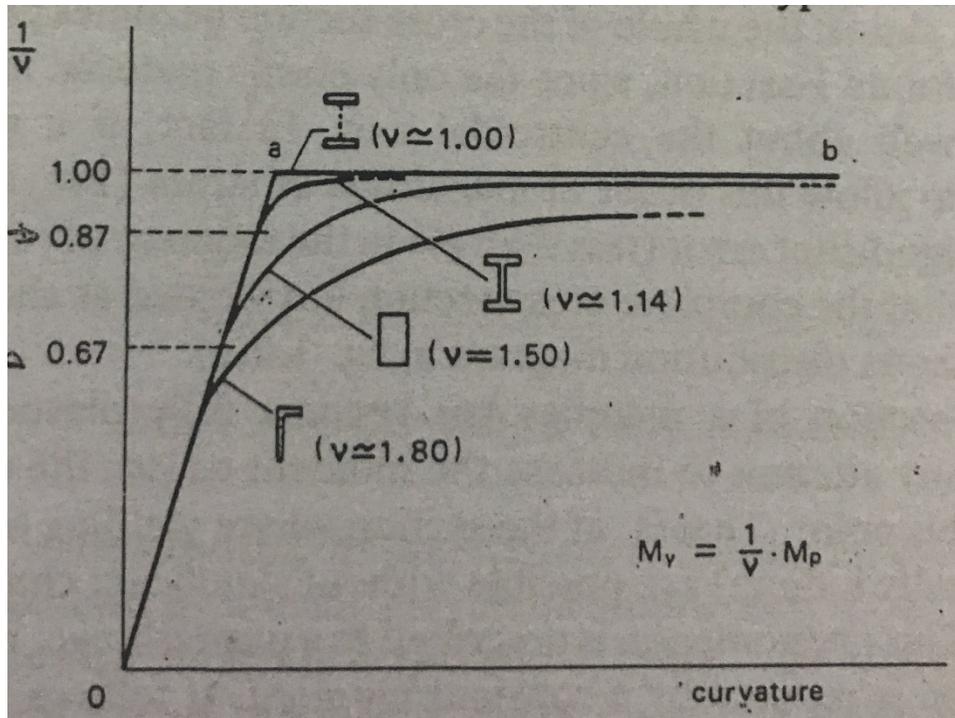


Figura 7: Relação entre o momento resistente e o momento plástico para várias seções, e sua relação à curvatura.

### 2.7. Caso de seção com um único eixo de simetria

No caso de seções transversais com um único eixo de simetria, a linha neutra é perpendicular ao eixo de simetria, contendo o centroide da seção. O escoamento ocorre primeiramente na fibra mais afastada da linha neutra. Com o aumento do momento, ocorre o desenvolvimento de uma zona plástica na parte da seção transversal aonde já ocorreu o escoamento, havendo a alteração da posição da linha neutra, obedecendo o fato de que a resultante da força normal na seção transversal deve ser zero. Um aumento posterior do momento acarreta em uma proliferação da zona plástica, além do aparecimento de outra destas zonas na extremidade da seção mais próxima da linha neutra, até se ter o encontro destas duas zonas, caracterizando a condição de plasticidade completa, sendo este momento o momento de plastificação. Este processo pode ser visto na Figura 8.

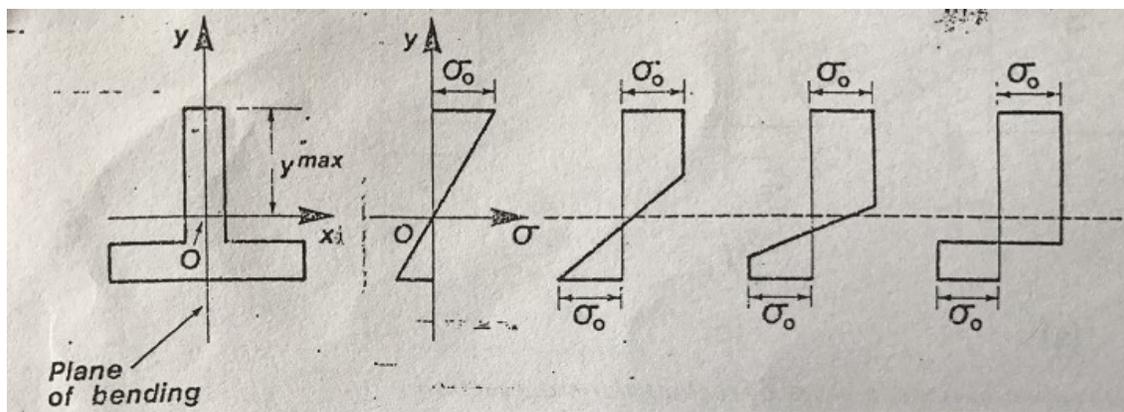


Figura 8: Distribuição de tensões em viga com único eixo de simetria.

## 2.8. Cálculo do momento plástico

É possível calcular o momento plástico de forma direta. Como a força resultante axial em uma seção transversal em condição completamente plástica é zero, esta seção deve ser dividida em duas áreas iguais, uma comprimida e uma tracionada. Assim, as resultantes da força de compressão e de tração serão ambas iguais a  $\frac{1}{2} Af_y$ , sendo A a área total da seção. Se estas duas áreas iguais tiverem centroides  $G_1$  e  $G_2$  a distâncias  $\bar{y}_1$  e  $\bar{y}_2$  da linha neutra, as resultantes das forças atuarão em  $G_1$  e  $G_2$  e o momento plástico será dado por:

$$- \quad (11)$$

Define-se o módulo de resistência plástica Z pela relação  $M_p = Zf_y$ . Assim:

$$- \quad (12)$$

Considera-se uma seção retangular de largura B e altura D, fletida em torno de um eixo paralelo ao lado B, com área  $A = BD$  e  $\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = D/4$ , sendo o momento plástico  $M_p = \frac{1}{4} BD^2 f_y$ , conforme visto anteriormente. Seu momento de escoamento é dado por  $M_y = \frac{1}{6} BD^2 f_y$ . Para esta seção, a relação  $M_p/M_y$  tem valor de 1,5, sendo esta relação denominada fator de forma, representada por v. Assim:

$$\text{---} \quad (13)$$

Sendo esta relação dependente somente da forma da seção.

A relação entre curvatura e momento fletor de uma seção transversal de aço qualquer pode ser descrita a partir da seguinte fórmula:

$$\text{---} \quad (14)$$

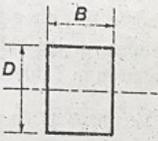
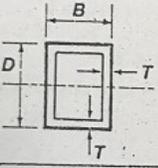
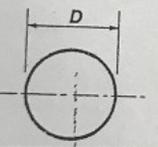
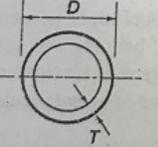
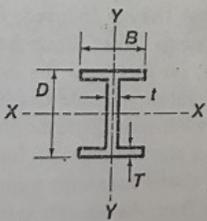
| Section  | $Z_p$  | $\nu$   |
|--|--|---|
| Solid rectangular<br>           | $\frac{1}{4}BD^2$  | 1.5   |
| Rectangular hollow section<br>  | $BT(D - T) + \frac{1}{2}T(D - 2T)^2$   | $B = D$<br>$T = 0.05 D$<br>$\nu = 1.18$                                   |
| Solid circular<br>              | $\frac{1}{8}D^3$   | $\frac{16}{3\pi} = 1.70$  |
| Circular hollow section<br>     | $\frac{1}{8}D^3 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2T}{D} \right)^3 \right]$<br>$T \ll D; TD^2$                 | $T = 0.05 D$<br>$\nu = 1.34$<br>$T \ll D$<br>$\nu = \frac{4}{\pi} = 1.27$ |
| Approximation to I-section<br> | Axis XX<br>$BT(D - T) + \frac{1}{4}t(D - 2T)^2$<br>Axis YY<br>$\frac{1}{2}TB^2 + \frac{1}{4}(D - 2T)t^2$ | About 1.14 for universal beams<br>About 1.60 for universal beams          |

Tabela 1: Módulo de resistência plástica e fator de forma para seções transversais usuais.

O momento plástico de uma seção representa o valor limite de momento fletor que uma seção transversal pode resistir, independentemente da presença de tensões residuais na mesma. Isso deriva do fato que a tensão máxima não pode exceder a tensão de escoamento  $f_y$ , sendo o momento plástico o máximo momento resistível por esta seção devido ao fato da mesma estar completamente submetida a  $f_y$ , visto que para qualquer outra distribuição de tensões deve haver um núcleo elástico. As análises aqui vistas consideram que as únicas tensões atuantes nas seções transversais são as longitudinais normais provenientes da flexão. Contudo, geralmente também haverá tensões provenientes forças cisalhantes e axiais. Essas forças, porém, alteram o valor de momento plástico de forma em geral desprezível, sendo possível a análise de seus efeitos quando julgado necessário.

Os valores dos módulos de resistência plástica e fatores de forma para diferentes tipos de seções transversais podem ser encontrados na Tabela 1.

## **2.9.Redistribuição do momento e mecanismos**

Além do pequeno aumento da capacidade de resistir carga devido à formação de rótulas plásticas, outro fator contribui para a reserva de força em uma estrutura estaticamente indeterminada além do limite elástico, a redistribuição de momentos, sendo esta uma consequência da formação da ação de rótulas plásticas. Ao se aumentar o carregamento sobre a estrutura, o momento plástico é eventualmente atingido em uma seção crítica, sendo formada uma rótula plástica. À medida que mais carga é adicionada, esta seção mais crítica sofre rotação, com momento constante  $M_p$ , porém outras seções, menos solicitadas, desta estrutura continuam a ter um aumento em seu momento. Este processo continua até sejam formadas rótulas plásticas suficientes para que a estrutura torne-se estaticamente determinada, quando a formação de mais uma rótula plástica causa o colapso plástico.

Ao ser formada a derradeira rótula plástica, deslocamentos passam a ocorrer sobre carga constante. Os segmentos da estrutura são capazes de se mover sem que se tenha aumento de carga, sendo este movimento acompanhado de rotação das rótulas plásticas, mas não de aumentos de curvatura. A este sistema de membros, dá-se o nome de mecanismo.

## **3. Casos simples de colapso plástico**

Quando um pórtico estaticamente indeterminado é submetido a cargas que aumentam de forma gradual, a formação da primeira rótula plástica, de forma generalizada, não causa o colapso plástico. Aumentos posteriores de carga podem usualmente ser efetuados, e outras rótulas plásticas podem ser formadas, até que hajam rótulas suficientes para que se tenha um mecanismo. Então, ocorre o colapso plástico. Existem diversos métodos para se determinar a carga de colapso plástico e o mecanismo de ruptura correspondente. É importante, contudo, entender o procedimento pelo qual as rotulas plásticas participam do mecanismo de colapso e como às mesmas são formadas, e para isto este processo será analisado para diversas estruturas simples, através de cálculos de passo a passo. Estes cálculos permitem também demonstrar dois fatos importantes sobre a análise plástica, sendo estes que a valor do colapso plástico não é afetado por tensões residuais ou pela ordem em que a carga é aplicada à estrutura.

### 3.1. Viga biapoiada

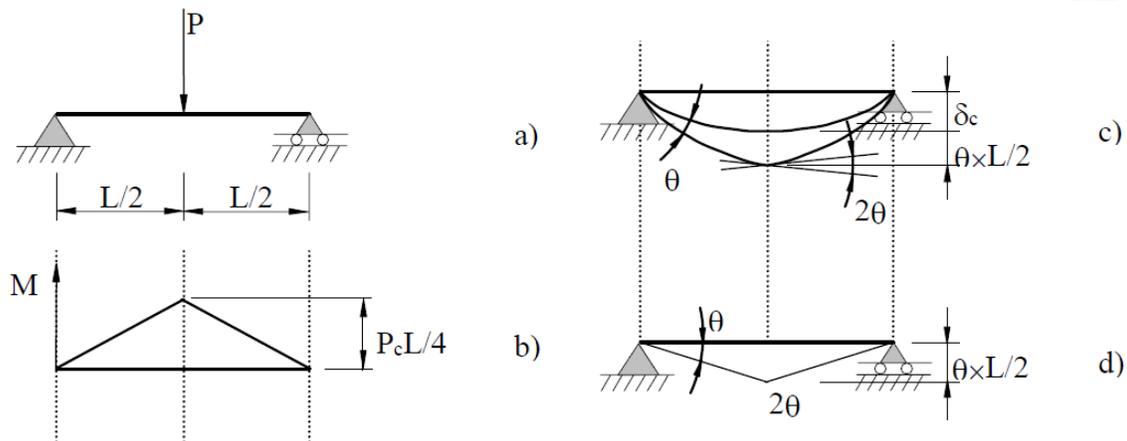


Figura 9: Viga biapoiada com carga concentrada central

- Carregamento
- Diagrama de momento fletor
- Deflexões à  $P_c$ , imediatamente anterior (i) e posterior (ii) ao colapso
- Mudanças de deflexão durante o colapso

Considera-se uma viga biapoiada de comprimento  $l$ , submetida a uma carga concentrada  $P$ , conforme visto em na Figura 9(a). O máximo momento nesta viga ocorre em seu centro, tendo valor de  $Pl/4$ . Como a viga é estaticamente determinada, este valor independe de suas propriedades, incluindo a relação entre momento e curvatura. Ao se aumentar  $P$ , partindo de zero, a viga inicialmente comporta-se de forma elástica, até atingir o valor de  $M_p$ , quando uma rótula plástica se forma sob o ponto de aplicação da carga. A viga então continua a se deformar a uma carga constante enquanto a rotula plástica rotaciona, até ocorrer o colapso plástico. A carga de colapso plástico  $P_c$  pode ser obtida ao se igualar o momento atuante na viga ao seu momento de plastificação:

$$(15)$$

O momento fletor em todas as seções transversais desta viga exceto a central é menor que  $M_p$ , portanto a viga permanece elástica em todos os seus pontos exceto no centro. O colapso plástico e, portanto, os momentos fletores durante o colapso plástico implicam em curvaturas constantes. O aumento de deformação durante o colapso deve-se somente à rotação da rotula plástica localizada no centro. Isto pode ser observado na Figura 9(c). As curvaturas de cada metade da viga antes e após o colapso plástico são as mesmas, sendo a diferença de deflexão proveniente da rotação  $2\theta$  na rótula plástica. A Figura 9(d) mostra a diferença de deflexão devido ao colapso plástico. Percebe-se que cada metade da viga permanece reta.

Para se encontrar carga de colapso plástico para esta viga, igualou-se o momento fletor máximo ao momento plástico, sendo este chamado procedimento estático, porem a carga de colapso plástico também pode ser encontrada através de um procedimento cinemático. Como durante o colapso plástico não há mudança na distribuição de momento fletor na viga, a energia armazenada na mesma devido à deformação elástica não varia.

Com isso, o trabalho realizado pelas cargas devido ao deslocamento do mecanismo de colapso é igual ao trabalho absorvido nas rótulas plásticas.

No mecanismo representado na Figura 9(d), a carga  $P_c$  percorre a distância  $—$ , realizando o trabalho de  $—$ . A rotação da rótula plástica tem valor de  $2\theta$ , portanto o trabalho absorvido pela mesma é  $2M_p\theta$ . Assim:

$$—$$

valor igual ao encontrado pelo método estático.

### 3.2. Viga Biengastada

O segundo caso a ser analisado é o de uma viga biengastada de comprimento  $L$  submetida à uma carga distribuída  $p$ . O digrama de momentos fletores desta viga tem forma parabólica. Com uma análise estática, obtém-se a equação de equilíbrio:

$$— \tag{16}$$

Esta viga é estaticamente indeterminada, possuindo uma redundância, não sendo possível obter os valores de  $M_1$  e  $M_2$ , sendo estes respectivamente o máximo momento negativo e positivo na viga, somente através da equação de equilíbrio.

Ao se considerar que a viga se comporta elasticamente, e se analisando uma situação em que a viga desenvolveu um ângulo  $\Phi_1$  em cada uma de suas extremidades, é possível a obtenção da seguinte equação de compatibilidade:

$$— \tag{17}$$

E também:

$$— \tag{18}$$

Ao se aumentar a carga  $p$  a partir de 0, o comportamento da viga é inicialmente elástico, com rotação  $\Phi_1=0$  em suas extremidades. Assim, as equações (14), (15) e (16) fornecem os seguintes resultados:

$$—$$

Como o valor absoluto de  $M_1$  é superior ao de  $M_2$ , o comportamento elástico é interrompido quando  $M_1=M_p$ , com a ocorrência das primeiras rótulas plásticas nos pontos em que este momento é alcançado, no caso as rótulas da viga. Quando isto ocorre, o carregamento  $p_p$  pode ser obtido por:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{p_p L}{p_p L} \quad (19)$$

Para este carregamento,  $M_2 = 0,5M_p$ , e  $\frac{M_1}{M_2} = 2$ . Ao se aumentar o valor de  $p_p$  para  $p_p + \Delta p$ ,  $M_1$  permanece constante no valor  $M_p$ , havendo o aparecimento de uma rotação nas rótulas plásticas. Com isso, sendo:

, tem-se as seguintes equações:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{p_p L}{p_p L} \quad (20)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{p_p L}{p_p L} \quad (21)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{p_p L}{p_p L} \quad (22)$$

sendo estas equações as mesmas que as das vigas biapoiadas. A viga biengastada comporta-se como uma viga biapoiada após a formação das rotulas plásticas em suas extremidades.

Para que a próxima rótula plástica seja formada, o momento  $M_2$  deve ser igual ao momento plástico. Com isso:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{p_p L}{p_p L}$$

Com isso, tem-se que o colapso plástico ocorre quando o carregamento  $p_p$  é igual a  $\frac{M_p}{L}$ .

Visto que só há um mecanismo de ruptura plástica possível para a viga biengastada, o colapso plástico pode ser calculado diretamente pelo procedimento estático ou cinemático. O procedimento estático consiste em simplesmente se substituir  $M_1$  por  $-M_p$  e  $M_2$  por  $M_p$  na equação (16), sendo:

$$\frac{pL^2}{8EI} \left( \frac{L}{4} - x \right) \left( \frac{L}{4} + x \right) - M_p \left( \frac{L}{4} - x \right) + M_p \left( \frac{L}{4} + x \right) = 0$$

O processo cinemático é obtido a partir dos deslocamentos causados pela ruptura plástica. A deflexão central na viga é  $\theta L/2$ . Assim, o deslocamento médio da carga total  $pL$  é  $\theta L/4$ , sendo o trabalho total realizado pela mesma  $pL^2\theta/4$ . As rótulas plásticas 1 e 3 sofrem rotações de  $-\theta$  enquanto 2 rotaciona  $2\theta$ . Ao se igualar o trabalho realizado pela carga com o trabalho absorvido pelas rótulas, tem-se que:

$$pL^2\theta/4 = 2M_p\theta - 2M_p\theta$$

Se o carregamento sobre a viga for removido após a formação das rótulas plásticas, a rotação destas rótulas seria interrompida, sendo o comportamento do descarregamento completamente elástico. Com isso, haverá uma deflexão residual na viga, de valor  $M_pL/6EI$ . Esta deflexão residual se deve ao fato de que a viga descarregada possui momentos residuais causado pela rotação das rótulas plásticas,  $M_pL/6EI$ . Para se encontrar estes momentos residuais, pode-se utilizar as equações (16) e (17), com a consideração de que  $p = 0$  e  $\theta = 0$ . O fato de que momentos residuais podem ser introduzidos em uma estrutura devido a carregamentos anteriores mostra que o princípio da superposição não pode ser utilizado nestes casos, visto que os momentos e deflexões produzidos por uma dada carga será diferente do que os resultantes do primeiro carregamento.

### 3.3. Efeito do engaste parcial

Engastes perfeitos não podem ser garantidos na prática. Para se analisar o efeito de engastes parciais, considera-se uma viga com 3 vãos, apoiada em 4 apoios, conforme visto na Figura 10(a). O vão central é de comprimento fixo  $L$  e está submetido a uma carga concentrada central  $P$ . Os vãos externos têm comprimento variável  $kL$ . Com  $k = 0$ , as extremidades da viga central tornam-se engastadas, e com  $k = \infty$  o vão central está efetivamente simplesmente apoiado em suas extremidades.

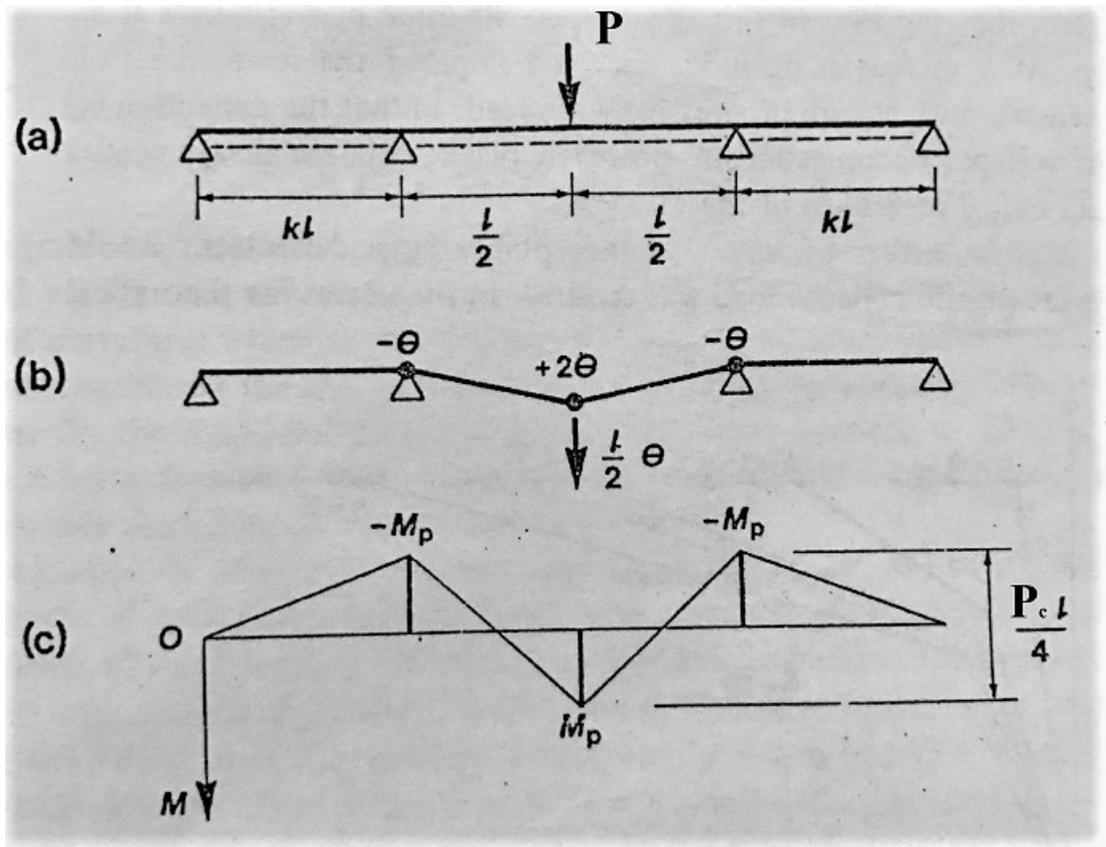


Figura 10: Viga continua apoiada em 4 apoios

Como só há um mecanismo de colapso possível, o mesmo pode ser calculado diretamente, através do procedimento cinemático. Assim:

—

—

$P_c$  independe de  $k$ , portanto a carga de colapso independe da rigidez do engaste. É necessário lembrar, contudo, que caso  $k$  possua um valor muito alto, haverá elevadas deflexões na estrutura, o que torna o seu uso indevido.

### 3.4. Pórtico retangular

Considera-se agora um pórtico retangular, conforme visto na Figura 11. Todos os membros deste pórtico possuem rigidez à flexão  $EI$  e momento plástico  $M_p$ . Este pórtico está submetido a duas cargas,  $H$  horizontal e  $V$  vertical. Os 4 segmentos do pórtico, 12, 23, 34 e 45 são retos e não estão submetidos a qualquer carga externa. O momento fletor varia linearmente nestes segmentos.

As cinco seções transversais nomeadas, 1, 2, 3, 4 e 5 são os únicos pontos em que pode ocorrer rótulas plásticas nesta estrutura, e a estrutura possui 3 graus de

hiperestaticidade. Assim, devem haver duas equações de equilíbrio relacionando os cinco momentos fletores, e três equações de equilíbrio. Para se obter as equações de equilíbrio e compatibilidade, usa-se o princípio dos trabalhos virtuais.

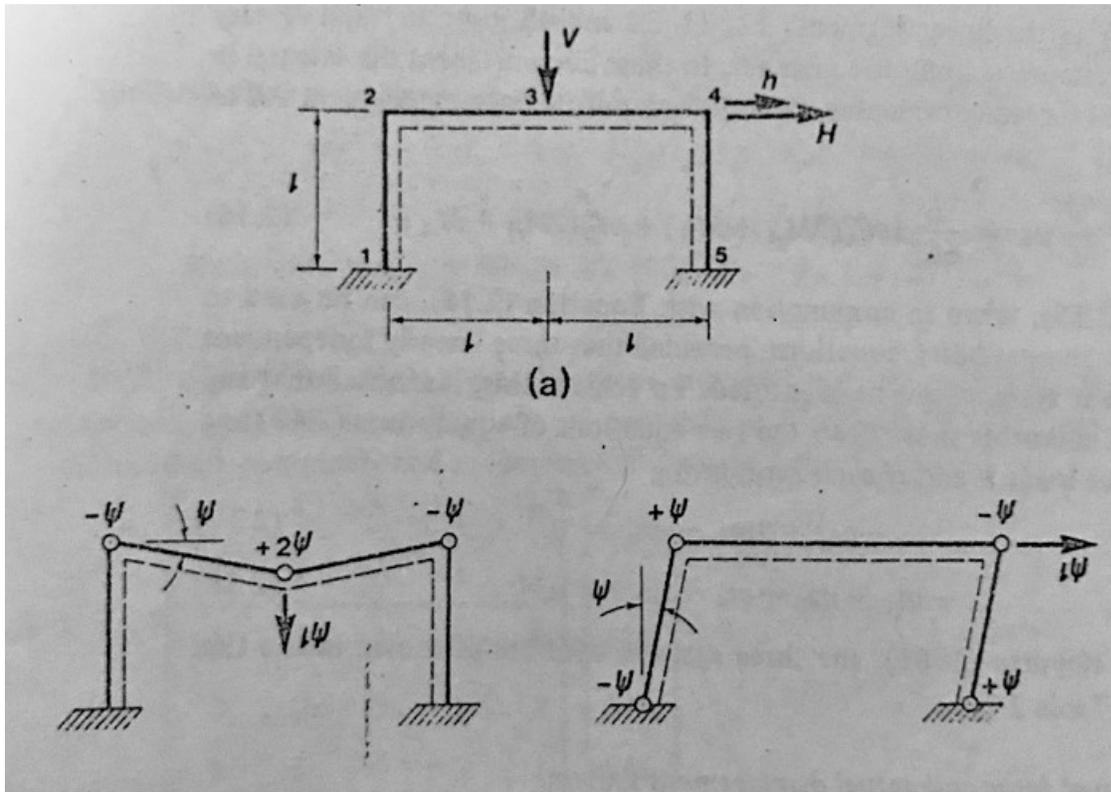


Figura 11: Pórtico retangular

### 3.4.1. Princípio dos trabalhos virtuais

Para pórticos, o princípio dos trabalhos envolve sistemas de forças (carregamentos e momentos fletores) que satisfazem os requisitos de equilíbrio e sistemas de deslocamento (deflexões, curvaturas e rotação das rótulas plásticas) que satisfazem os requisitos de compatibilidade, sendo representado pela seguinte equação:

(23)

sendo  $M$  qualquer distribuição de momentos fletores que satisfaça os requisitos de equilíbrio com as cargas concentradas externas  $P$ .  $\psi$  representa qualquer distribuição de curvaturas que seja compatível com as deflexões  $\delta$  e rotações  $\theta$ .

Esta equação pode ser utilizada de duas formas. Primeiramente, considera-se que o sistema de deslocamentos ( $\delta$ ,  $\theta$ ) seja virtual, podendo ser escolhidos arbitrariamente, dependendo apenas das equações de compatibilidade, sendo utilizado para se obter as equações de equilíbrio. A outra possibilidade é a utilização de um sistema de forças virtuais ( $P$ ,  $M$ ), se escolhendo forças e momentos de força arbitrária, obedecendo as equações de equilíbrio, de forma a se obter as equações de compatibilidade.

### 3.4.2. Equações de equilíbrio pelo método dos deslocamentos virtuais

As duas equações de equilíbrio são obtidas a partir dos mecanismos de ruptura de viga e deslizamento, representados respectivamente pelas Figura 11 (b) e (c). Como nesta situação a curvatura é zero em todos os pontos do pórtico, a equação (21) é reduzida para

Os sistemas de equilíbrio consistem nas cargas H e V mostradas na Figura 11(a) em conjunto com os momentos nas 5 seções numeradas. As usar este sistema em conjunto com os deslocamentos virtuais de (b) e (c), tem-se:

Cancelando , obtêm-se as equações de equilíbrio:

(24)

(25)

### 3.4.3. Equações de compatibilidade pelo método das forças virtuais

As equações de compatibilidade são obtidas se utilizando um sistema de forças virtuais no qual todas as forças externas P são nulas. Os momentos fletores serão então momentos residuais referidos como m. Assim, a equação 21 é reduzida para:

(26)

Como a curvatura de qualquer seção é relacionada ao momento fletor M pela relação , a equação (24) é equivalente a:

(27)

Em cada um dos segmentos lineares 12, 23, 34 e 45, m e M variam linearmente com a distância s ao longo do membro. Assim, a integral da equação pode ser, para um segmento AB de comprimento L, representada por:

(28)

As equações (25) e (26) podem ser utilizadas em conjunto para a obtenção das equações de compatibilidade, desde que três sistemas linearmente independentes de momentos residuais possam ser encontrados. Para isso, podem-se utilizar as equações de

equilíbrio (22) e (23), com a consideração de que as cargas V e H são nulas, sendo obtidas as seguintes relações:

(29)

(30)

Então, usam-se os três sistemas arbitrários a seguir, que obedecem às equações (24) e (25):

- (i)  $m_1 = 1; m_2 = 1; m_3 = 0,5; m_4 = 0; m_5 = 0$
- (ii)  $m_1 = 0; m_2 = 0; m_3 = 0,5; m_4 = 1; m_5 = 1$
- (iii)  $m_1 = 0; m_2 = 1; m_3 = 1; m_4 = 1; m_5 = 0$

Ao se utilizar o sistema (iii) em conjunto com as equações (26) e (27), têm-se que:

—

sendo esta equação reduzida para:

(31)

De forma similar, o mesmo procedimento também é adotado para os sistemas (ii) e (iii), se obtendo as seguintes equações:

(32)

(33)

sendo (29), (30) e (31) as equações de compatibilidade do pórtico.

#### **3.4.4. Determinação da carga de ruptura para o pórtico com cargas proporcionais**

Ao se aumentar  $P = V = H$ , o pórtico inicialmente se comporta de forma elástica, com rotações nas rótulas plásticas,  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  e  $\theta_4$ , nulas. Utilizando-se as equações de equilíbrio (24) e (25) e as equações de compatibilidade (31), (32), e (33), têm-se as seguintes soluções:

O maior dentre estes momentos é \_\_\_\_\_, que ocorre na seção 5. Quando este atinge o valor  $M_p$ , a carga  $P_y$  é:

\_\_\_\_\_

Ao se aumentar  $P$  acima deste valor, a rótula plástica formada na seção 5 rotaciona, enquanto o momento  $M_5$  permanece constante em  $M_p$ . Todas as outras rotações são nulas. Nestas condições, utilizando-se as equações de equilíbrio e compatibilidade, obtêm-se que:

\_\_\_\_\_

A próxima rótula plástica se forma na seção 4. O valor de \_\_\_\_\_ quando isto ocorre é dado por:

\_\_\_\_\_

Este procedimento é repetido até que se tenha uma quantidade suficiente de rótulas plásticas, obtendo-se sempre os momentos das seções não plastificadas e as rotações nas rótulas plásticas. Ao se proceder com o método, verifica-se que as próximas rótulas plásticas são formadas nas seções 3 e 1 e o valor da carga de colapso é  $P = 3M_p/L$ .

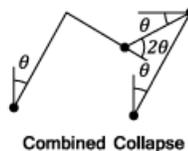


Figura 12: Mecanismo de colapso para o pórtico analisado

### 3.5. Deflexões pelo método da carga unitária

É possível se obter a deflexão ao fim de cada passo com o uso de um sistema de forças virtual adequado em conjunto com o sistema de deslocamentos correto. Caso se queira obter o deslocamento  $\delta$ , considera-se a carga  $P$  unitária, sendo todos os outros carregamentos externos nulos. Com isso, a equação (21) torna-se:

(34)

em que  $M$  representa qualquer distribuição de momentos que obedeça aos requisitos de equilíbrio.

### 3.6. Invariância das cargas de colapso

Caso uma estrutura esteja sujeita a mais de uma carga, é muito difícil que estas aumentem de forma proporcional entre si. Isto, contudo, não é um problema, pois a ordem na qual as cargas são aplicadas não afetam o mecanismo de colapso. A carga de colapso plástico também não é afetada por tensões residuais, independentemente de suas origens. Estas invariâncias se devem ao fato de que o colapso somente ocorre quando uma quantidade suficiente de rótulas plásticas surgirem, de forma a transformar a estrutura em um mecanismo, visto que quando o mecanismo de ruptura é conhecido, somente as equações de equilíbrio são necessárias para que se encontre o valor da carga de ruptura, sendo estas equações independentes das tensões residuais, da rigidez das ligações ou da ordem de aplicação das cargas.

### 3.7. Fatores de carga de colapso em relação ao projeto

Para se projetar uma estrutura, deve-se sempre ter uma margem de segurança. Para se garantir esta margem, o projeto deve ser feito de modo que as cargas de serviço sejam menores do que as cargas de colapso. O fator de carga é o nome dado à relação entre a carga de colapso e a carga de serviço, sendo um fator ao qual a carga de serviço é multiplicada para se obter a carga para a qual o colapso será calculado, dando à estrutura uma margem de segurança. Para que o cálculo do colapso seja realizado de forma correta, deve-se considerar diferentes combinações de carga, podendo também ser necessário limitar as deflexões da estrutura às cargas de serviço, quando a mesma trabalha usualmente no regime plástico.

O procedimento utilizado para o projeto de estruturas de aço é o método dos estados limites. Há dois tipos de estados limites, o estado limite de estabilidade estrutural e o estado limite de serviço. Para se calcular estes estados limites, deve-se multiplicar as cargas específicas por fatores de carga parciais,  $\gamma_f$ . Estes fatores de segurança dependem não só do tipo de estado limite trabalhado, mas também do tipo de carga, da incerteza de seus valores e da frequência da mesma. Além disso, há também os fatores dos materiais, cuja função é tratar de incertezas quanto à resistência dos materiais envolvidos, sendo esta resistência dividida por este fator  $\gamma_m$ . Assim, o fator de segurança total é dado por  $\gamma_f \times \gamma_m$ .

O cálculo do colapso plástico de uma estrutura é feito de forma que a mesma não sofra entre em ruína enquanto as cargas sejam menores do que as cargas de projeto, sendo

estas as cargas de serviço multiplicadas por  $\gamma_f$ , sendo utilizada a menos favorável das combinações destas cargas. Também é necessário a verificação da estrutura quanto aos estados limites de serviço, em particular quanto às deflexões calculadas. Para este cálculo, as cargas de serviço são utilizadas, isto é, utiliza-se  $\gamma_f = 1$ .

Não é geralmente necessária a verificação de que a estrutura permanece em estado elástico quando submetida às cargas de serviço, contudo não é desejável que a estrutura apresente um alto grau de plasticidade nestas condições, pois isto invalidaria o uso da teoria elástica no cálculo das deflexões. Para se evitar este problema, limita-se o fator de forma de seções transversais trabalhando em regime plástico ao valor 1,25, de forma que seu momento plástico não seja significativamente maior do que o momento de escoamento. Isto afeta principalmente seções transversais de forma I e H quando fletidas em torno de seu eixo de menor inercia, visto que seu fator de forma é de ordem 1,65, o que significa que a estrutura ainda resiste a significante carga após o seu escoamento, o que resulta em grandes deflexões. Ao se limitar este valor, as deflexões consequentes são reduzidas.

#### **4. Princípios fundamentais para o cálculo do colapso plástico**

É possível se calcular facilmente o colapso plástico com o conhecimento do mecanismo de ruptura, porém, poucas estruturas possuem somente um mecanismo possível, portanto há a necessidade de teoremas que possibilitam a seleção do verdadeiro mecanismo de colapso entre as várias possibilidades. A hipótese básica feita é que uma rótula plástica se forma em qualquer membro que atingir o valor de momento  $M_p$ , considerado uma constante. O colapso plástico ocorre quando um número suficiente de rótulas plásticas foi atingido para que a estrutura se transforme em um mecanismo. As deflexões nestas rótulas podem aumentar enquanto os momentos fletores permanecem constantes, em seu valor plástico. Os teoremas apresentados a seguir possibilitam a determinação de qual o mecanismo responsável pelo colapso plástico de uma estrutura.

##### **4.1. Teorema estático**

Em geral, existem várias distribuições de momento em um pórtico hiperestático para os quais todas as equações de equilíbrio estático sejam obedecidas, quando este encontra-se submetido a um conjunto de carregamentos externos. Greenberg e Prager nomearam este tipo de distribuição de momento fletor como estaticamente admissível. Além disso, caso nenhum dos momentos atuantes na estrutura supere o momento plástico, diz-se que esta estrutura é segura. Para que um pórtico seja capaz de suportar uma distribuição de cargas, deve haver ao menos uma distribuição de momentos fletores que seja tanto segura quanto estaticamente admissível. O teorema estático diz que esta condição é suficiente para a garantia de que o pórtico possa suportar estas cargas.; Supondo que uma estrutura esteja submetida a uma série de cargas fixas  $\lambda P_1, \lambda P_2, \dots, \lambda P_n$ , sendo  $P_1, P_2, \dots, P_n$  valores fixos,  $\lambda$  um valor de fator de carga variável e  $\lambda_c$  o valor de fator de carga que causa o colapso plástico. Desta forma, o teorema pode ser enunciado como:

**Teorema estático:** Se há uma distribuição de momentos fletores em uma estrutura que seja tanto segura quanto estaticamente determinada, para um conjunto de cargas  $\lambda P_1, \lambda P_2, \dots, \lambda P_n$ , o valor de  $\lambda$  deve ser menor ou igual a  $\lambda_c$ .

#### 4.2. Teorema Cinemático

Ao se conhecer qual o mecanismo de ruptura de uma estrutura submetida a um certo carregamento, pode-se obter o fator de carga de colapso se igualando o trabalho realizado pelas cargas e o trabalho absorvido pelas rótulas plásticas. Caso o mecanismo de ruptura não seja conhecido, uma equação desse tipo pode ser desenvolvida para cada mecanismo. Então, encontra-se um valor de  $\lambda$  correspondente a cada possível mecanismo. O teorema cinemático se refere a estes valores e pode ser enunciado como:

**Teorema cinemático:** Para uma certa estrutura submetida a um conjunto de cargas  $\lambda P_1, \lambda P_2, \dots, \lambda P_n$ , o valor de  $\lambda$  que corresponde a um mecanismo deve ser igual ou superior ao fator de carga de colapso  $\lambda_c$ .

#### 4.3. Teorema da Unicidade

O teorema estático dita que para qualquer valor de  $\lambda$  superior a  $\lambda_c$  não há distribuição de momentos que seja segura e estaticamente admissível. O teorema cinemático, por sua vez, dita que não há mecanismo cujo fator de carga seja inferior ao fator de carga de colapso  $\lambda_c$ . Combinando estes dois teoremas, obtém-se o teorema da unicidade, que diz que:

**Teorema da Unicidade:** Para uma certa estrutura submetida a um conjunto de cargas  $\lambda P_1, \lambda P_2, \dots, \lambda P_n$ , se há pelo menos uma distribuição de momentos segura e estaticamente admissível na qual o momento plástico ocorre em seções suficientes para causar um mecanismo, então o fator de carga correspondente  $\lambda$  é o fator de carga de colapso  $\lambda_c$ .

#### 4.4. Cálculos com cargas distribuídas

Caso um pórtico seja submetido a uma carga uniformemente distribuída, a distribuição de momentos fletores é parabólica, com momentos plásticos podendo ocorrer em qualquer seção. Caso o mecanismo de colapso correto envolva uma rótula plástica em posição de momento fletor máximo, a localização desta rótula deve ser determinada, o que gera nestes casos um cálculo mais trabalhoso, apesar de técnicas de limites superiores e inferiores através dos teoremas apresentados nesta seção gerarem aproximações adequadas.

Caso um membro esteja submetido a um carregamento uniformemente distribuído, deve-se obter o valor máximo deste momento neste membro. A Figura 13 mostra um membro de uma estrutura de comprimento  $L$  submetido a uma carga total  $P = p \cdot L$ , sendo esta uniformemente distribuída. Supõe-se que os valores de momento  $M_c$ ,  $M_L$  e  $M_R$  sejam conhecidos, com  $C$  sendo o centro do membro, e  $L$  e  $R$  sendo suas extremidades direita e esquerda. Para este caso, o valor de momento máximo ocorre na posição que pode ser descrita por  $x_0$ ,  $y_0$  ou  $z_0$  dependendo do referencial. As seguintes equações são obtidas através de estática elementar:

(35)

(36)

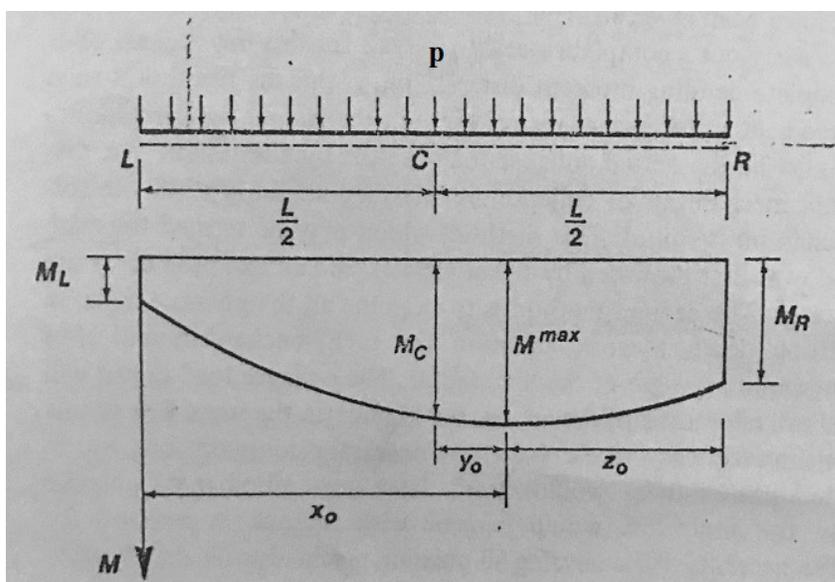


Figura 13: Diagrama de momentos fletores para um membro submetido a carregamento uniformemente variável.

#### 4.4.1. Exemplo de pórtico submetido à carga distribuída

Considera-se um pórtico retangular de dimensões e cargas apresentadas na Figura 14(a), com carga total na sua viga de  $48\lambda$  kN, uniformemente distribuída. A resistência plástica de todos os membros é 40 kNm.

Para se saber qual dos três mecanismos resulta em colapso plástico, encontra-se o valor de  $\lambda$  para cada um deles. Aquele que resultar no menor valor de  $\lambda$  será o mecanismo do colapso plástico. Inicialmente, considera-se que a rótula plástica encontra-se na metade da barra 24. Usa-se o método cinemático, se igualando o trabalho realizado pelas forças no pórtico ao momento absorvido por suas rótulas plásticas de forma a se encontrar o valor de  $\lambda$  para cada um dos três mecanismos apresentados:

Portanto, o mecanismo combinado é o responsável pela ruptura plástica.

Neste mecanismo, devido à formação de rótulas plásticas:

Ao se substituir estes valores nas equações de equilíbrio, encontra-se que  $M_2 = 0$ .

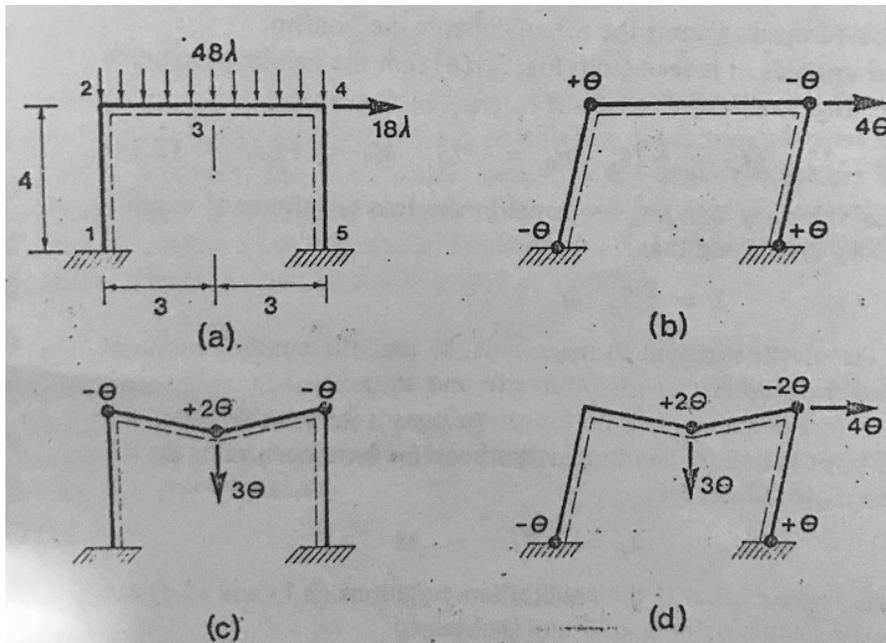


Figura 14: Pórtico com carga uniformemente distribuída vertical

Com estes valores, pode-se utilizar as equações (33) e (34) com o intuito de se encontrar o momento fletor máximo na viga. A partir delas, é encontrado:

Isto resulta em um momento máximo não seguro. Para tornar esta estrutura segura, pode-se multiplicar todos os carregamentos e o fator de carga por  $24/25 = 0,96$ , obtendo-se um fator de carga de 1,6,

Assim,

Para se encontrar um valor de  $\alpha$  aproximado, deve-se repetir o cálculo de  $\alpha$  para o mecanismo combinado, com a rótula plástica no ponto de momento máximo no lugar do centro da viga, com a alteração dos ângulos do mecanismo, devido à mudança da posição da rótula plástica. Ao se realizar este procedimento, encontra-se que

#### **4.5. Colapso parcial e supercompleto**

Caso uma estrutura com  $r$  graus de hiperestaticidade sofra colapso plástico com a presença de  $(r+1)$  rótulas plásticas, com um grau de liberdade, diz-se que esta estrutura sofreu colapso completo. Isto nem sempre ocorre, podendo este colapso ser parcial ou supercompleto. No caso do colapso supercompleto, dois ou mais mecanismos diferentes ocorrem à mesma carga, o que significa que haverá mais que  $(r+1)$  rótulas plásticas. Já no caso do colapso parcial, as rótulas plásticas formadas não tornam todo o pórtico estaticamente determinado, havendo diferentes combinação de momentos fora da área de ruptura para a qual o mecanismo ocorra. Este mecanismo ainda é válido, desde que seja encontrada uma combinação de momentos qualquer que torne este mecanismo seguro.

### **5. Métodos para projetos de análise plástica**

Para se encontrar a carga de colapso plástico, diferentes métodos foram desenvolvidos. Dentre eles, destacam-se o método de tentativa e erro, e o método da combinação de mecanismos. O primeiro método é utilizado quando, a partir de experiência prévia já se conhece qual o tipo de mecanismo para o qual o colapso plástico ocorre em uma estrutura. Este método consiste na verificação de que é possível encontrar uma distribuição de momentos fletores estaticamente determinada e segura para o mecanismo de colapso admitido. Quando o mecanismo de colapso não é conhecido, o método de combinação de mecanismos é mais apropriado. O mesmo consiste na análise de uma série de mecanismos combinados formados a partir de mecanismos independentes. Ao se encontrar um mecanismo que se imagine ser o de colapso, procede-se de forma similar ao método da tentativa e erro.

#### **5.1. Método da tentativa e erro**

O método da tentativa e erro é apresentado a partir de sua aplicação em um pórtico de telhado inclinado conforme visto na Figura 15. Este pórtico está sobre efeito de cargas distribuídas, que para efeito de conveniência encontram-se representadas por suas resultantes, agindo no centro de cada membro do pórtico, e deve possuir um fator de carga de colapso de 1,6. Visto que o método consiste na verificação estática do mecanismo considerado, deve-se inicialmente obter as equações de equilíbrio, utilizando-se o método dos deslocamentos virtuais. Este pórtico possui 3 graus de hiperestaticidade e 9 posições de

possíveis rótulas, o que resultam em 6 equações de equilíbrio relacionando os 9 momentos fletores desconhecidos. 4 das equações são obtidas a partir dos mecanismos de viga, conforme visto na Figura 15(b), enquanto uma se refere ao mecanismo de deslizamento (c), e outra ao mecanismo de deslizamento (d).

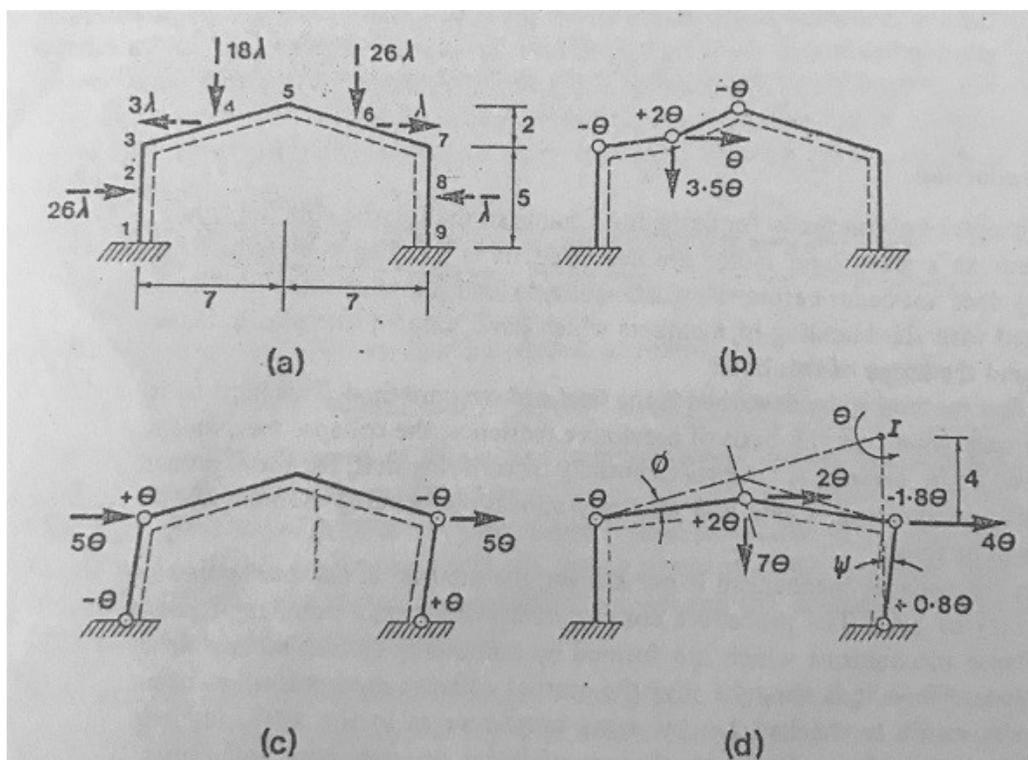


Figura 15: Pórtico de telhado inclinado

Ao se analisar estes diferentes mecanismos, igualando os trabalhos realizados pelos carregamentos ao trabalho absorvido pelas rótulas plásticas, chega-se às seguintes equações:

Os cálculos são efetuados considerando um valor fixo de  $M_p$  e atuando como se  $\lambda_c$  fosse o valor a ser encontrado, efetuando-se as correções necessárias nestes valores posteriormente, através de uma relação de proporção. É sabido que para este tipo de pórtico, a ruptura se dá devido a mecanismos do tipo (d), sendo somente necessário o ajuste

da posição das rótulas plásticas no meio dos membros. Assim, para que haja colapso plástico por este mecanismo, deve-se ter:

Substituindo estes valores nas equações de equilíbrio, encontra-se que:

Nenhum destes momentos excede o valor de  $M_p$ , portanto este é de fato o mecanismo de colapso plástico. Contudo, devido à carga ser distribuída, é possível que um dos membros possua um valor de momento máximo superior que o momento plástico, o que significa que a posição de uma ou mais rótulas plásticas encontra-se equivocada. Isto de fato ocorre neste pórtico, pois há um momento fletor máximo de 45,2 no telhado direito do mesmo, como visto na Figura 16. Assim, realiza-se uma nova análise, com uma rótula plástica neste ponto, chamado agora de 10.

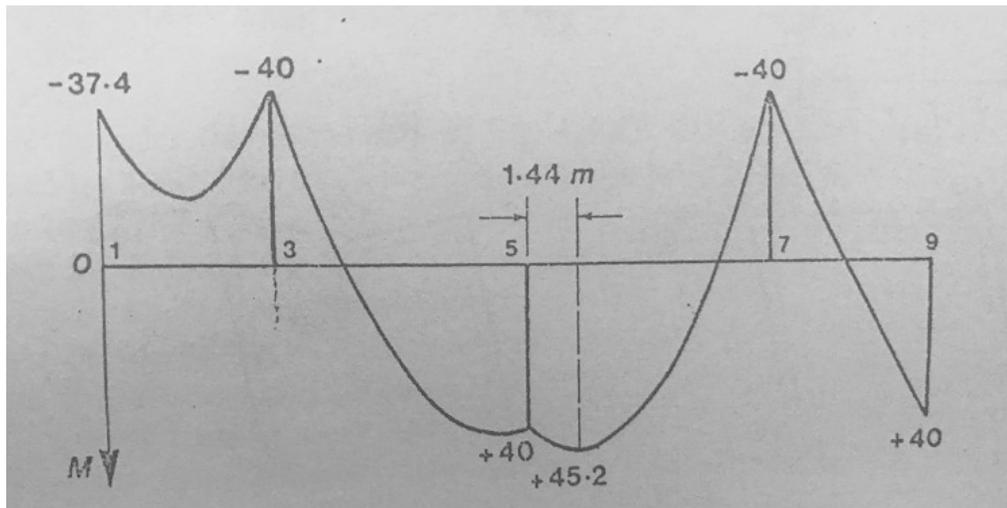


Figura 16: Diagrama de momentos fletores para um pórtico de telhado inclinado

Com esta mudança de posição na rótula plástica, é necessária a alteração da equação de equilíbrio do tipo viga relacionado ao telhado direito. Assim, com a mudança de ângulos mostrada na Figura 17, tem-se a seguinte equação:

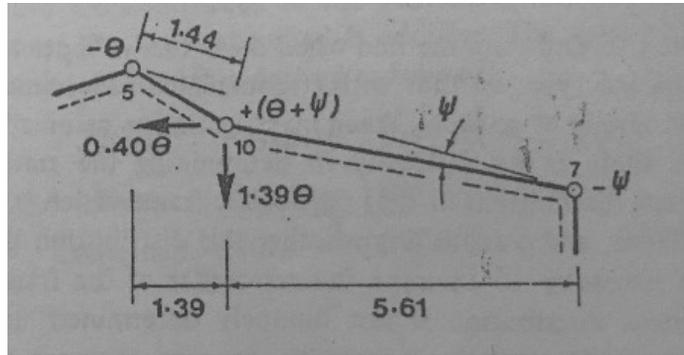


Figura 17: Mecanismo tipo viga com rótula plástica corrigida

A partir destes cálculos, encontra-se que os momentos do novo mecanismo são:

Como se quer um valor de  $\lambda = 1,6$ :

—

Assim, o valor de  $M_p$  necessário é 45,6 kNm.

## 5.2.Método da combinação de mecanismos

Este método parte do princípio de que para uma certa estrutura e carregamento, os mecanismos de colapso podem ser obtidos através da combinação de um certo número de mecanismos independentes, sendo possível formar uma equação para cada mecanismo, de forma a se encontrar o seu fator de carga  $\lambda$ . O mecanismo de ruptura distingue-se dos outros devido ao fato de possuir o menor  $\lambda$ . Assim, este método procura combinar os mecanismos independentes com menor valor de  $\lambda$ , de forma a encontrar outros mecanismos que valores ainda menores deste parâmetro. Após se obter um mecanismo, deve-se realizar a análise estática do mesmo, de forma a se verificar que realmente se trata do mecanismo responsável pelo colapso plástico.

Para se exemplificar este método, utiliza-se como exemplo um pórtico retangular, cujas dimensões e carregamento são mostrados na Figura 18.

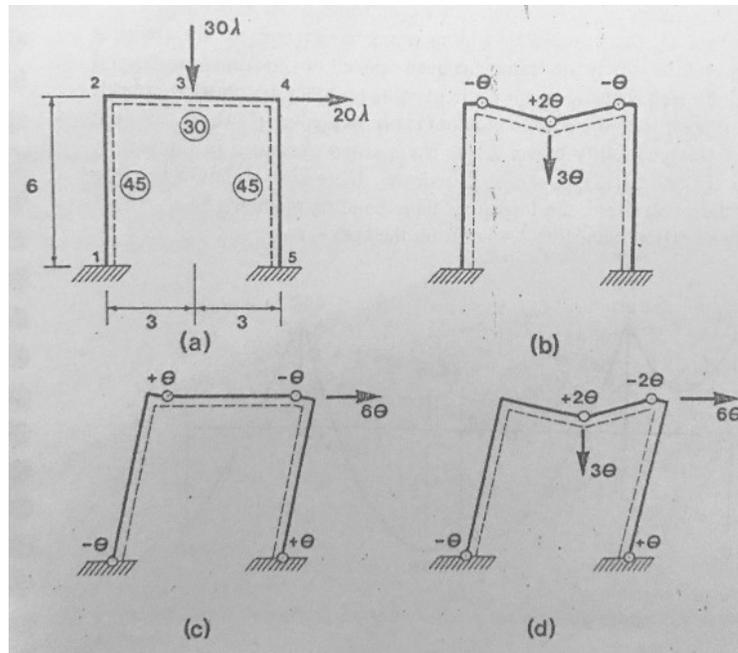


Figura 18: Pórtico retangular

Neste pórtico, o momento plástico das colunas é 50% superior ao da viga. Pede-se que se encontre os momentos plásticos que garantem um fator de carga de 1,5. Considera-se inicialmente o momento das colunas 45kNm e o momento da viga 30kNm para a resolução deste problema.

Este pórtico possui três graus de hiperstaticidade, e há 5 posições possíveis para rótulas plásticas, portanto há 2 equações de equilíbrio independentes. Estas equações podem ser obtidas a partir do mecanismo de viga e de deslizamento, representados por (b) e (c), sendo estes:

$$(37)$$

$$(38)$$

Primeiramente, considera-se o mecanismo de viga (b) como um possível mecanismo de colapso plástico. Com isso:

Faz-se a mesma coisa para o mecanismo de deslizamento:

Pode-se procurar um mecanismo com  $\lambda$  menor com a combinação dos mecanismos de viga (b) e deslizamento (c). Verifica-se que ao se somar as rotações e deflexões destes mecanismos, obtêm-se o mecanismo (d). Percebe-se que isto anula a rotação em 2, o que implica em um menor trabalho realizado. Através de uma análise cinemática, obtêm-se a seguinte equação para este mecanismo:

Percebe-se que esta equação é a soma de (37) e (38). Ao se considerar este mecanismo como o de ruptura plástica:

O valor de  $\lambda$  mais baixo deve-se ao fato de que, ao se somar os mecanismos (b) e (c), há o cancelamento da rotação em 2, o que acarreta em menor trabalho absorvido. Para se confirmar que este se trata realmente do mecanismo de ruptura, faz-se a análise estática. No colapso plástico, os momentos neste mecanismo são:

Substituindo estes valores nas outras equações de equilíbrio, encontra-se que:

o que confirma a hipótese de que este se trata do mecanismo de colapso.

## 6. Fatores que modificam o momento de plastificação

### 6.1. Efeito das cargas axiais

#### 6.1.1. Carregamento axial em seção I com mesas iguais

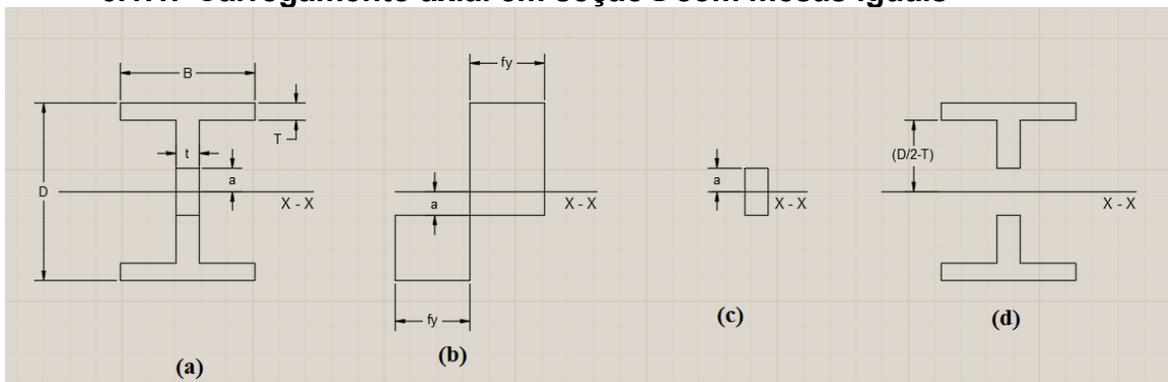


Figura 19: Seção em I plastificada devido a momento e força axial, linha neutra na alma

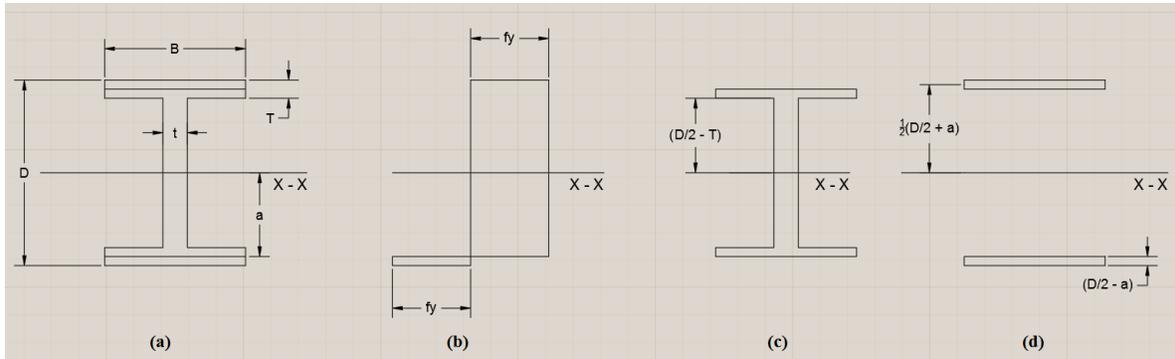


Figura 20: Seção em I plastificada devido a momento e força axial, linha neutra na mesa

Quando há a presença de uma força axial em uma seção I simultaneamente fletida, o momento plástico desta seção é reduzido de  $M_p$ , valor de momento plástico para seção submetida somente a flexão, para o valor  $M_{pr}$ . Ao mesmo tempo, a linha neutra sofre um deslocamento, afastando-se do eixo do centroide.

Supondo uma seção transversal de forma I, que se torna completamente plástica sobre a ação combinada de uma força axial de compressão  $P$ , aplicada no centroide, e um momento fletor  $M_{prx}$ . Até certo valor de  $P$ , a linha neutra se encontra na alma da seção, entre suas mesas, porém ao se aumentar o valor desta força, a linha neutra passa a se encontrar esta linha neutra passa a se localizar dentro de uma das mesas.

Para se encontrar a relação entre o momento plástico reduzido  $M_{prx}$  e a força de compressão  $P$ , pode-se dividir a seção em um núcleo interno, que resiste à força de compressão  $P$ , e a duas áreas externas, uma submetida a tração e a outra a compressão, responsáveis por resistir ao momento. Sendo “ $a$ ” a distância entre o eixo da linha neutra e o eixo do centroide, o primeiro caso se aplica quando  $a < (D/2 - T)$ , e o segundo caso se aplica quando  $(D/2 - T) < a < D/2$ .

No primeiro caso, a força  $P$  é dada por:

$$(39)$$

Dessa forma, o momento de resistência reduzido pode ser obtido ao se subtrair do momento plástico da seção sem carga axial a resistência utilizada para se resistir à carga  $P$ . Assim:

$$(40)$$

Caso a seção sofresse fosse plastificada somente devido a uma força axial  $P_p$ , o valor desta força seria  $P_p = Af_y$ . Sendo  $n$  a relação  $P/P_p$ , tem-se pela equação (39) que:

Substituindo na equação (40):

(41)

Sendo esta fórmula válida desde que a linha neutra encontre-se na alma da seção transversal. A força limite para a qual isto ocorre é dada por  $a = D/2 - T$ . Como  $a = nA/2t$ , a fórmula é válida para:

(42)

Caso a linha neutra se encontre em uma das mesas, percebe-se que o núcleo que resiste à força  $P$  é obtido ao se remover da área total duas mesas de largura  $B$  e de altura  $(D/2 - a)$ , portanto:

(43)

A resistência ao momento  $M_{prx}$  provem das duas mesas citadas, cujo centroide dista de  $\frac{1}{2}(D/2 + a)$  da linha neutra. Desse modo:

(44)

A partir desta equação, encontra-se que:

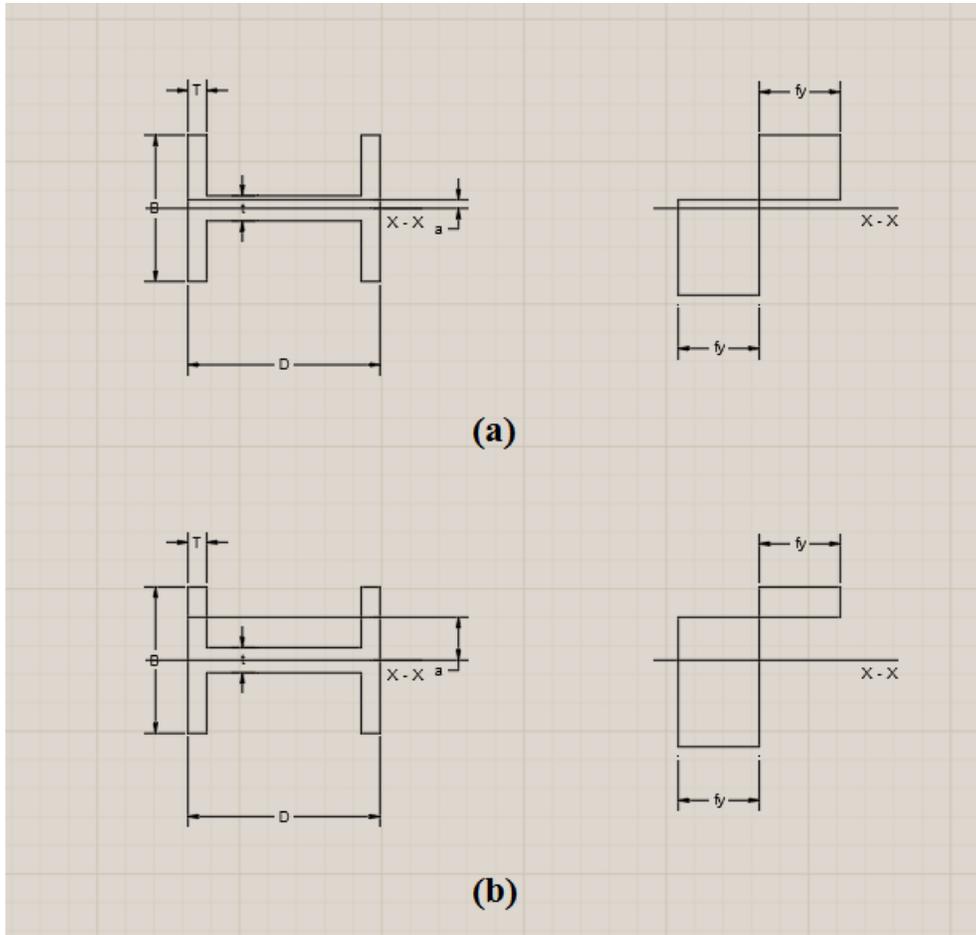


Figura 21: Seção transversal de forma I fletida em torno do eixo de menor inercia.

No caso da seção transversal ser fletida em torno de seu eixo de menor inercia, o momento plástico reduzido pode ser obtido de maneira similar, podendo o eixo neutro se encontrar dentro ou fora da alma.

Caso o eixo neutro esteja na alma, a carga  $P$  tem valor  $P = 2aDf_y$ . Com isso,  $a = P/2Df_y = nP_p/2Df_y = nA/2D$ .

O momento plástico reduzido  $M_{p_{ry}}$  é obtido ao se reduzir do momento plástico o momento plástico da área que resiste à carga  $P$ . Deste momento, pode-se encontrar o módulo resistente plástico reduzido  $Z_{p_{ry}}$ .

$$\frac{M_{p_{ry}}}{M_p} = \frac{P_p}{P} \left( 1 - \frac{P}{2Df_y} \right) \quad (45)$$

Esta relação é válida até  $a = t/2$ , em que  $n$  atinge o valor  $n_2 = Dt/A$ .

Caso a linha neutra se encontre fora da alma, área do núcleo que resiste à força axial é dada por  $(A - 4T(B/2 - a))$ . Consequentemente:

O momento plástico reduzido  $M_{pry}$  é obtido considerando as partes das mesas fora do núcleo que resiste à força, cada uma com área  $T(B/2 - a)$ , com centroide à distância  $\frac{1}{2}(B/2 + a)$  do centroide do eixo. Assim:

$$\dots \dots \dots (46)$$

$$\dots \dots \dots (47)$$

Válido para  $n$  maior que  $n_2$ .

É provado, de modo similar, que para uma seção retangular, o valor de  $Z_{pr}$  é dado, para todo valor possível de  $n$ , por:

A relação entre  $n$  e  $Z_{pr}/Z_p$  é mostrada na seguinte figura, para as seções transversais retangulares e em I simétricas em ambos os eixos:

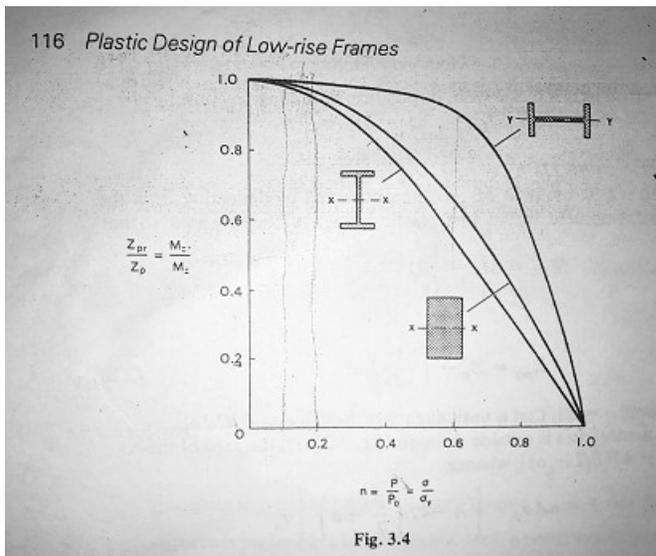


Figura 22

### 6.1.2. Aproximações para seções com mesas iguais.

É visto, a partir da relação entre  $n$  e  $Z_{pr}/Z_p$ , que para valores de  $n$  reduzidos, a redução de momento plástico é desprezível, sendo frequentemente ignorada. Deste modo, as equações relacionando  $n$  e  $Z_{pr}$  podem ser simplificadas da seguinte maneira:

(a) Perfil I fletido em torno do eixo de maior inércia:

(b) Perfil I fletido em torno do eixo de menor inércia:

(c) Perfil H fletido em torno do eixo de maior inércia:

+

(d) Perfil H fletido em torno do eixo de menor inércia:

### 6.2. Efeito de forças de cisalhamento no momento plástico

Quando um elemento é simultaneamente submetido a uma tensão axial  $f$  e uma tensão de cisalhamento  $\tau$ , o mesmo sofre escoamento quando

(48)

No caso de cisalhamento puro ( $\sigma = 0$ ), o escoamento ocorre quando  $\tau = \tau_y = f_y / \bar{\tau} = 0,577 f_y$ . Em uma seção transversal em I, a alma é responsável por resistir à praticamente toda a tensão cisalhante, sendo a resistência proveniente das mesas desprezadas. Assim, a força cisalhante máxima da seção é dada por  $F_p = \tau_y A_w = 0,577 f_y A_w$ .

Ao contrário de cargas axiais, cargas cisalhantes e momentos fletores geralmente não ocorrem na mesma seção transversal, portanto o momento de plastificação de uma seção depende, de forma detalhada, da geometria e carregamento do elemento analisado, não sendo simplesmente uma propriedade de uma seção transversal. Apesar disso, o efeito da força cisalhante no momento plástico é de importância secundária, podendo ser utilizadas aproximações seguras com base em somente uma seção transversal.

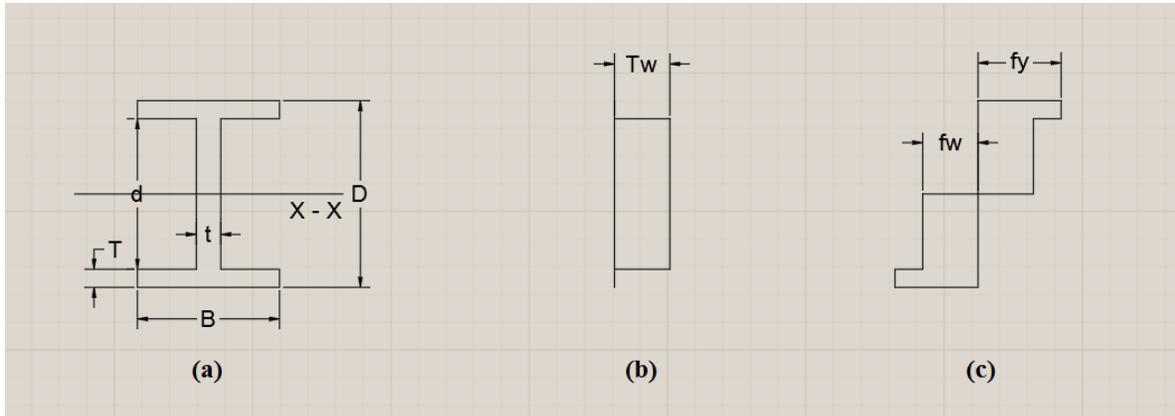


Figura 23: Momento plástico de uma seção transversal I no eixo de maior inercia, na presença de força cisalhante

A seção transversal I simétrica, representada na Figura 23, é submetida a uma força cisalhante  $F$ , agindo no plano da alma juntamente com um momento fletor  $M_{pr}$ . A força cortante máxima que a seção é capaz de resistir é dada por  $F_p = dt\tau_y$ , enquanto o momento plástico máximo, na ausência de força cisalhante, é dado por  $M_p = Z_p f_y$ , sendo  $Z_p$  o módulo de resistência plástico da seção.

Considera-se que a força  $F$  é resistida por uma tensão de cisalhamento uniforme  $\tau_w$ , resistida ao longo da alma, de forma que  $\tau_w = F/dt$ . Se o momento  $M_{pr}$  for suficiente para plastificar toda a seção, as mesas estarão submetidas à tensão de escoamento  $f_y$ , porém a tensão longitudinal da alma é reduzida para  $f_w$ . Para se encontrar o valor de  $f_w$ , utiliza-se a equação 48 com  $f = f_w$  e  $\tau = \tau_w$ , de forma que:

$$\frac{M_{pr} - Z_p f_w}{Z_p} = \frac{F}{dt} \left( \frac{d}{2} - t \right) \quad (49)$$

em que  $\tau_y = f_y / \bar{\tau}$ , sendo este a tensão de escoamento em cisalhamento puro.

A capacidade resistiva ao momento perdida devido à redução da tensão na alma de  $f_y$  para  $f_w$  é a diferença entre  $M_p$  e  $M_{pr}$ . Desta forma:

$$M_p - M_{pr} = Z_p (f_y - f_w) \quad (50)$$

A partir desta equação, é possível encontrar o valor do módulo resistente plástico reduzido,  $Z_{prx}$ , sendo  $Z_{pw}$  o módulo resistente plástico da alma  $= d^2 t / 4$ , e  $q$  a relação  $F/F_p$ .

$$Z_{prx} = Z_p (1 - q) \quad (51)$$

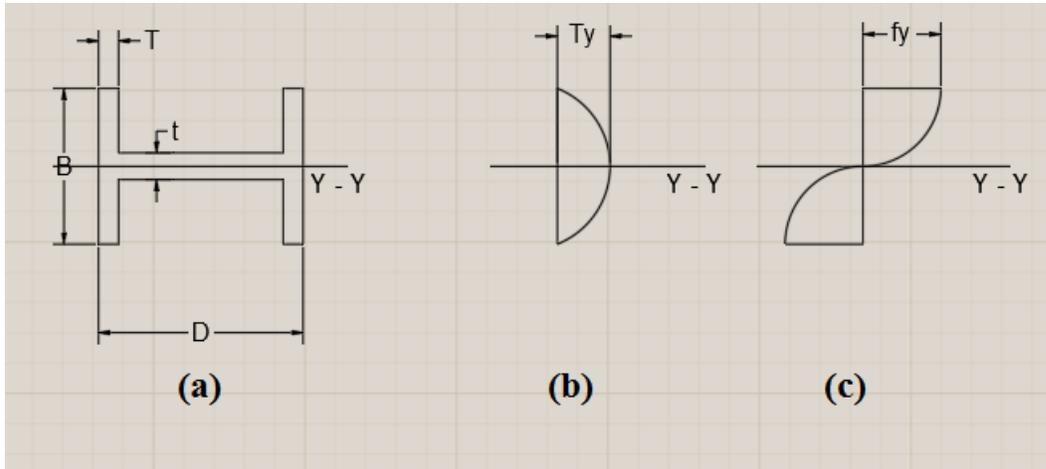


Figura 24: Momento plástico de uma seção transversal I no eixo de maior inércia, na presença de força cisalhante

No caso de uma seção transversal I fletida em torno de seu eixo de menor inércia e também resistindo a uma força de cisalhamento  $F$ , as tensões de cisalhamento são recebidas pelas mesas. Neste caso, não é apropriado considerar a tensão cisalhante uniforme, pois a mesma se torna nula no limite das mesas. Estas tensões se distribuem de forma aproximadamente parabólica. Como as tensões longitudinais se relacionam com as cisalhantes, as mesmas também deixam de ser uniformes. Neste caso, tem-se as seguintes relações:

$$(52)$$

sendo  $\tau_w$  a tensão cisalhante calculada na área das mesas, podendo esta fórmula ser aplicada até  $\tau_w = 0,8 \tau_y$ . A partir da equação 52, pode-se obter, com  $q = \tau_w/\tau_y = F/F_p$  e  $F_p = 2BT\tau_y = 1,155BTf_y$  a seguinte relação:

$$(53)$$

A análise mostrada, para seções em I, é bastante conservadora. Tanto experimentos quanto teorias mais avançadas mostram que não há redução aparente na capacidade de resistir momentos neste tipo de seção ao devido ao cisalhamento, a não ser que a carga cisalhante se aproxime bastante do valor que produziria plastificação total da seção somente devido a esta carga. Isto se deve ao fato de que seções transversais submetidas a cisalhamentos e momentos fletores máximos simultaneamente são de extensão limitada e encontram-se cercadas por zonas elásticas, que restringem o deslocamento plástico. Tendo em vista isso, a relação entre  $F$  e  $M_{pr}$  no caso de uma seção transversal I fletida em torno de seu eixo de maior inércia pode ser simplificada, com a consideração que o momento plástico não sofre redução até  $F$  atingir o valor de  $0,5F_p$ . Ao se atingir o valor de  $F_p$ , considera-se que a área cisalhada não é capaz de resistir a momento fletor sendo o momento reduzido  $M_{pr}$  chamado  $M_{pf}$ , cujo valor é  $M_{pf} = M_p - (D^2t/4)f_y$ . Caso  $F$  esteja entre  $0,5F_p$  e  $F_p$ , tem-se as seguintes relações:

(54)

(55)

Sendo  $Z_{pv}$  o módulo de resistência plástica da área sobre efeito de cisalhamento.

No caso da flexão em torno do eixo de menor momento de inércia, para uma seção transversal de forma I ou H com a presença de uma força cisalhante calcula-se a tensão cisalhante  $\tau_w$  com base na área combinada das mesas. Quando  $F < 0,5F_p$ ,  $Z_{rpy} = Z_{py}$ . No caso de  $F > 0,5F_p$ , o módulo plástico decresce de forma parabólica, tendo valor zero quando  $F = 0,6F_p$ . Com isso, tem-se a formula:

(56)

De forma alternativa, pode-se considerar que a força cisalhante cause uma redução na espessura da área em que este cisalhamento atua, de  $t$  para  $t'$  no caso de seções fletidas em torno de seu eixo de maior inércia, ou de  $T$  para  $T'$  no caso de seções fletidas em torno de seu eixo de menor inércia. Quando  $F < 0,5F_p$ ,  $T = T'$  ou  $t = t'$ . Estes valores de espessura reduzida podem então ser utilizados para o cálculo do módulo de resistência plástico reduzido,  $Z_{prx}$  ou  $Z_{pry}$ .

### 6.3.Flexão biaxial

Quando uma seção transversal está submetida a flexão em ambos os seus eixos, sendo completamente plastificada, seu eixo neutro sofre uma mudança de inclinação, porém este eixo continua a dividir a seção em duas áreas iguais.

Pode-se tomar como exemplo o caso de uma seção transversal retangular, de dimensões  $b \times d$ , submetida simultaneamente a um momento fletor  $M_x$  no eixo  $XX$  e  $M_y$  no eixo  $YY$ , que em conjunto, provocam a plastificação total desta seção transversal. Esta seção encontra-se representada na Figura 25. Para o cálculo desta figura, pode-se considerar a distribuição de tensões como a soma das distribuições de tensões mostradas na Figura 25(b), equivalente a um momento plástico no eixo  $x$ , e na Figura 25(c), em que a zona OAC encontra-se submetida à tensão  $+2f_y$  e a zona OBD encontra-se submetida à tensão de valor  $-2f_y$ . Ao se utilizar a dimensão  $y$  para a determinação da inclinação da linha neutra na Figura 25(a), tem-se que:

(57)

Sendo estas expressões validas para

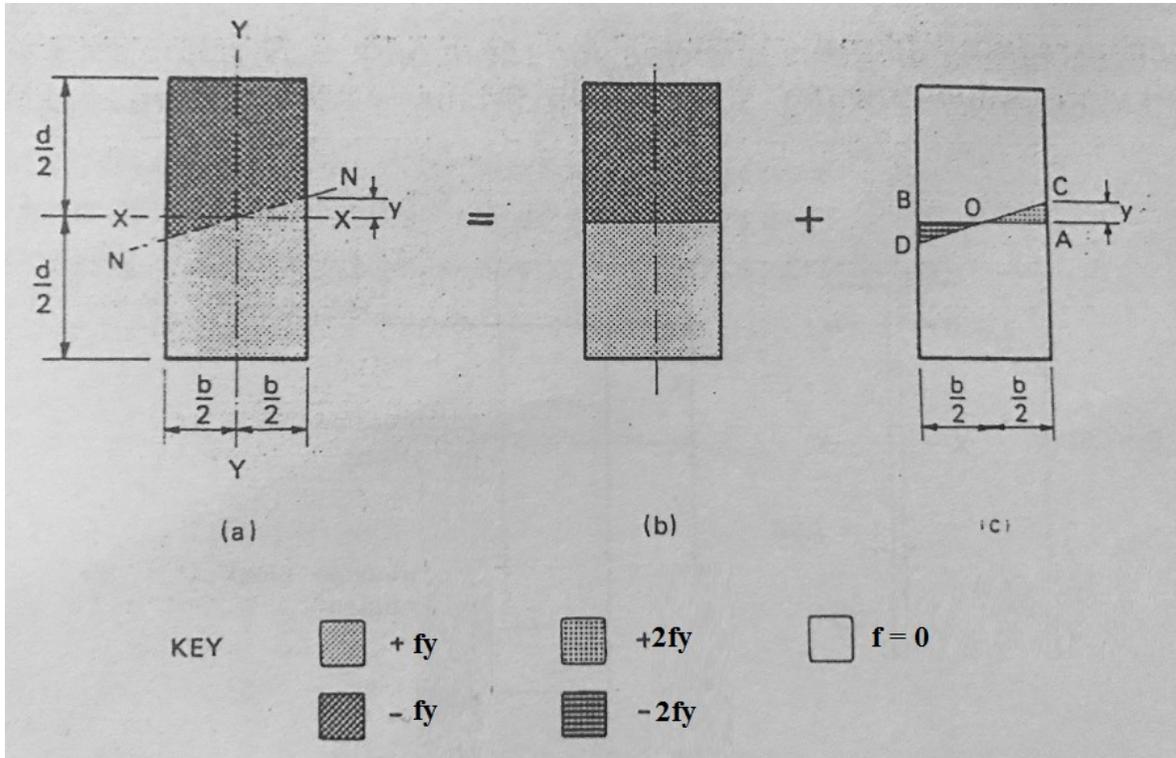


Figura 25: flexão biaxial de seção transversal retangular

Pode-se eliminar a incógnita  $y$  entre as duas equações e, utilizando os módulos plásticos da seção nos eixos  $XX$  e  $YY$ ,  $Z_{px} = bd^2/4$  e  $Z_{py} = b^2d/4$ , se obter que:

$$\frac{M_x}{Z_{px}} + \frac{M_y}{Z_{py}} = \sigma_y \quad , \text{ se } \frac{M_x}{Z_{px}} - \frac{M_y}{Z_{py}} = \sigma_x \quad (58)$$

De forma similar, se a linha neutra intercepta a borda da dimensão  $b$ , encontra-se que:

$$\frac{M_x}{Z_{px}} - \frac{M_y}{Z_{py}} = \sigma_y \quad , \text{ se } \frac{M_x}{Z_{px}} + \frac{M_y}{Z_{py}} = \sigma_x \quad (59)$$

Empiricamente, é observado que tem-se uma relação muito próxima a um resultado real quando se emprega a equação:

$$\frac{M_x}{Z_{px}} + \frac{M_y}{Z_{py}} = \sigma_y \quad (60)$$

sendo esta válida tanto para seções sólidas retangulares, quando para seções ocas quadradas, quando suas paredes tem espessura uniforme. Os resultados para seções ocas retangulares são parecidos, porém apresentam pequenas divergências.

Para seções transversais circulares, tanto maciças quanto ocas, a relação é dada por:

(61)

Para uma seção cantoneira, tem-se:

(62)

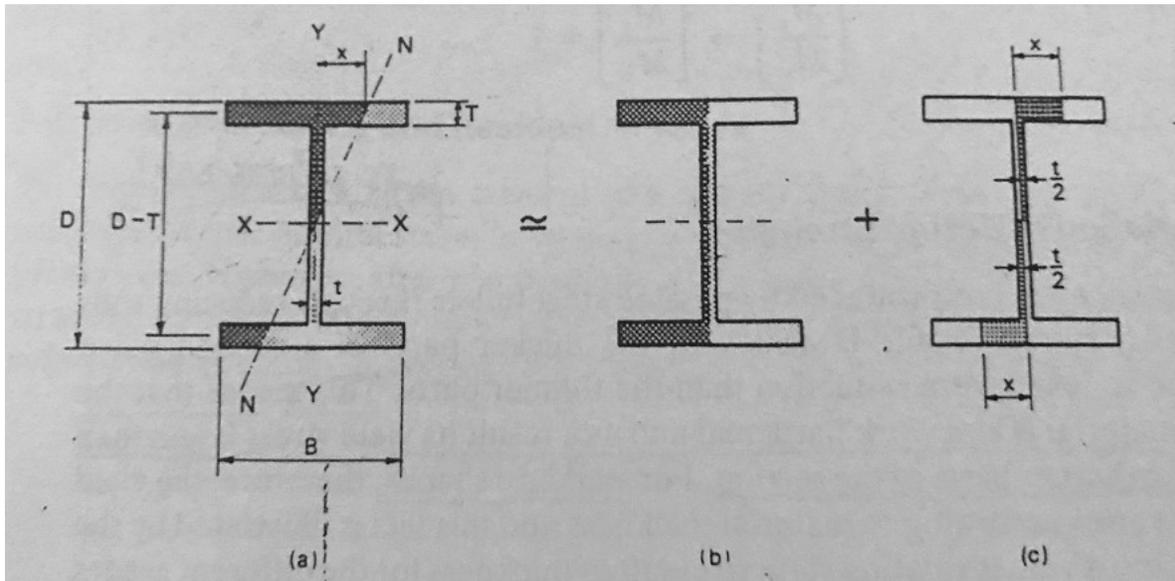


Figura 26: Momento biaxial em uma seção transversal I

Para uma seção transversal de forma I simétrica, com mesas de largura B e espessura T, altura D e espessura de alma t, uma distribuição de tensões típica é como a representada na Figura 26(a). Sendo as relações  $t/D$  e  $T/B$  muito inferiores a 1, esta distribuição de tensões pode ser tomada como a soma das distribuições mostradas na mesma figura, em (b) e (c). Desta forma, encontram-se os seguintes valores de  $M_x$  e  $M_y$ :

Usando os seguintes valores aproximados para  $Z_{py}$  e  $Z_{px}$ :

A partir destes valores, encontra-se as seguintes relações:

$$\frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}} + \sigma_{\text{adm}}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}} + \sigma_{\text{adm}}} \quad (63)$$

Estes valores são válidos para  $0 \leq x/B \leq 1/2$  equivalente a:

$$\frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}}$$

Fórmulas mais simples podem ser utilizadas em vez das já calculadas. As equações apresentadas a seguir são seguras e precisas o suficiente para serem utilizadas em projetos, sendo estas as utilizadas para situações práticas:

(a) Seções em I (64)

$$\frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}}$$

(b) Todas as seções maciças e ocas fechadas (65)

$$\frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}}$$

(c) Todas as outras seções (66)

$$\frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{adm}}}$$

**6.4. Variações nas tensões de projeto**

Perfis de aço estruturais são produzidos com a passagem de tarugos por perfis de rolagem até a obtenção da forma desejada, sendo as partes mais espessas submetidas a reduções menores do que partes mais finas. Assim, o material de maior espessura sofre menos encruamento, o que resulta em uma tensão de escoamento inferior à das partes de menor espessura. Isto significa que, em perfis padronizados, a tensão de escoamento varia de acordo com a espessura do material. Para seções divididas em mesas e almas, a espessura considerada é a espessura das mesas. Podem-se encontrar valores de tensões de escoamento para seções padronizadas em diferentes normas e catálogos de fabricantes.

**6.5. Endurecimento**

Como visto anteriormente, a definição de rótula plástica é obtida a partir da consideração de que deformações infinitas em tração ou compressão ocorrem na tensão de escoamento. Contudo, após uma deformação da ordem de 6 a 10 vezes a deformação de limite elástico ocorrer no escoamento, há um aumento na tensão em aços estruturais, sendo

este referido como seu endurecimento. A relação entre tensão e deformação incremental não é linear, sendo seu valor de inclinação inicial da ordem de 5% da curva elástica.

Apesar do aumento de tensões devido ao endurecimento não ser de valor elevado, este já é suficiente para prevenir a ocorrência de curvaturas infinitas nas seções transversais nas quais o momento plástico seria teoricamente atingido. Na verdade, devido a este aumento de tensões, é possível inclusive o aparecimento de momentos resistentes com valores superiores ao momento de plastificação teórico, adotando a forma mostrada na Figura 27. Em consequência disto, tem-se que, para o caso prático de uma viga isostática submetida a uma carga pontual central, há um espalhamento da plasticidade ao longo do centro da viga, resultando em valores de carga superiores ao estimado pelo método plástico. No caso de uma viga submetida a duas cargas simétricas, contudo, verifica-se que a ruptura realmente ocorre na carga estimada pelo método plástico, devido ao fato de que, sobre esta carga toda a zona entre os dois carregamentos encontra-se plastificada, resultando em deformações excessivas antes da ocorrência do endurecimento.

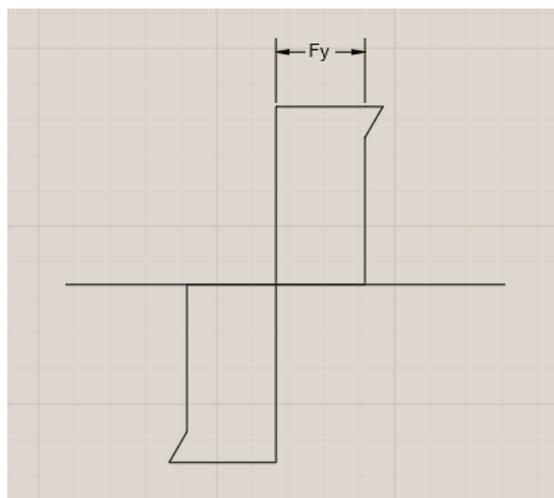


Figura 27: Distribuição de tensões com ocorrência de endurecimento

Em pórticos rígidos submetidos à carga de colapso plástico prevista, o fenômeno do endurecimento resulta em momentos se valores superiores ao momento plástico nas regiões nas quais as primeiras rótulas plásticas são formadas, enquanto o valor do momento de plastificação não é totalmente alcançado nas regiões aonde as últimas rótulas plásticas são previstas. O endurecimento previne as deflexões ilimitadas na carga de colapso plástico, porém a mesma é elevada o suficiente para que se tenha um estado de colapso, sendo os momentos geralmente permanecendo em valores até 10% inferior ou superior ao momento plástico. Esta variação não tem importância, desde que as ligações tenham uma margem de resistência acima da rótula plástica de forma a prevenir sua ruptura, e que tenham suficiente capacidade de rotação.

### 6.6. Tensões residuais

A progressão de tensões considerada para se chegar à plastificação ignora a presença de tensões residuais existentes anteriormente ao carregamento, tensões estas

praticamente sempre presentes. Em zonas de ligações, tensões residuais próximas ao escoamento podem ocorrer, enquanto tensões residuais compressivas podem chegar a 25% deste valor. O efeito destas tensões na relação momento curvatura é o fim da linearidade antes do valor previsto. Independentemente da tensão residual inicial, esta relação comporta-se novamente de forma aproximadamente igual à da curva sem tensões iniciais caso a curvatura exceda 2,5 vezes o valor da curvatura na qual o escoamento inicialmente ocorre sem a presença de tensões iniciais. Como os mecanismos de colapso plástico somente ocorrem quando se tem valores elevados de curvatura, tensões residuais não tem efeito sobre a carga de colapso plástico, com exceção do caso em que hajam influências das condições de estabilidade, visto que neste caso a redução de rigidez resulta em menor capacidade resistente.

### 6.7. Instabilidade local

Considera-se que pode ocorrer deformação plástica sem que a geometria da estrutura seja alterada de forma suficiente para causar modificações significantes nas condições de equilíbrio. Estas mudanças de geometria podem ocorrer em três níveis:

- a) Deformação contida na seção transversal de um membro (resultando de flambagem local da mesa ou da alma);
- b) Deslocamento ao longo do comprimento de um membro em relação a retas traçadas entre pontos correspondentes a suas extremidades (devido à flexão ou torção do membro);
- c) Mudança na geometria total da estrutura, resultando em movimentação relativa entre si.

Estes três níveis de deformação são respectivamente associados a problemas de instabilidade local, de membro e global. O problema de instabilidade de membro é o mais conhecido, e é refletido no método elástico pelo uso de tensões seguras de acordo com o grau de esbeltes do membro. No método plástico, considera-se que deformações plásticas resultando em redistribuições de tensões e momentos podem ocorrer antes de se ter instabilidade, o que significa que a carga de instabilidade elástica deve se encontrar significativamente acima da carga do limite plástico.

Para se evitar problemas de instabilidade local, seções transversais utilizadas em projetos em análise plástica devem ser classificadas como compactas, o que limita a relação entre comprimento e espessura para suas mesas e almas. Estas restrições são suficientes para que se garanta que o momento plástico ocorra anteriormente à flambagem local de suas partes. O valor limite das relações  $b/T$  para mesas e  $d/t$  para almas são dadas por diferentes normas, sendo algumas destas apresentadas na Tabela 2 e na Figura 28.

| <i>NORMA</i>     | <i>b/t</i>                                  | <i>F<sub>y</sub>=300<br/>(Mpa)</i> |
|------------------|---|------------------------------------|
| <b>AISC-LRFD</b> | <b>0,38 (E/F<sub>y</sub>)<sup>1/2</sup></b> | <b>10</b>                          |

|                                 |                       |     |
|---------------------------------|-----------------------|-----|
| AISC-ASD                        | $0,30 (E/F_y)^{1/2}$  | 7,8 |
| CAN/CSA-S16.1/94                | $145 / (F_y)^{1/2}$   | 8,4 |
| A-4000/90                       | $8,3 (250/F_y)^{1/2}$ | 7,6 |
| BS-5950/2000 (Perfis laminados) | $8,5 (275/F_y)^{1/2}$ | 8,1 |
| BS-5950/2000 (Perfis soldados)  | $7,5 (275/F_y)^{1/2}$ | 7,2 |
| NBR-8800/86                     | $0,30 (E/F_y)^{1/2}$  | 7,8 |

Tabela 2: Limites de esbeltez local da mesa

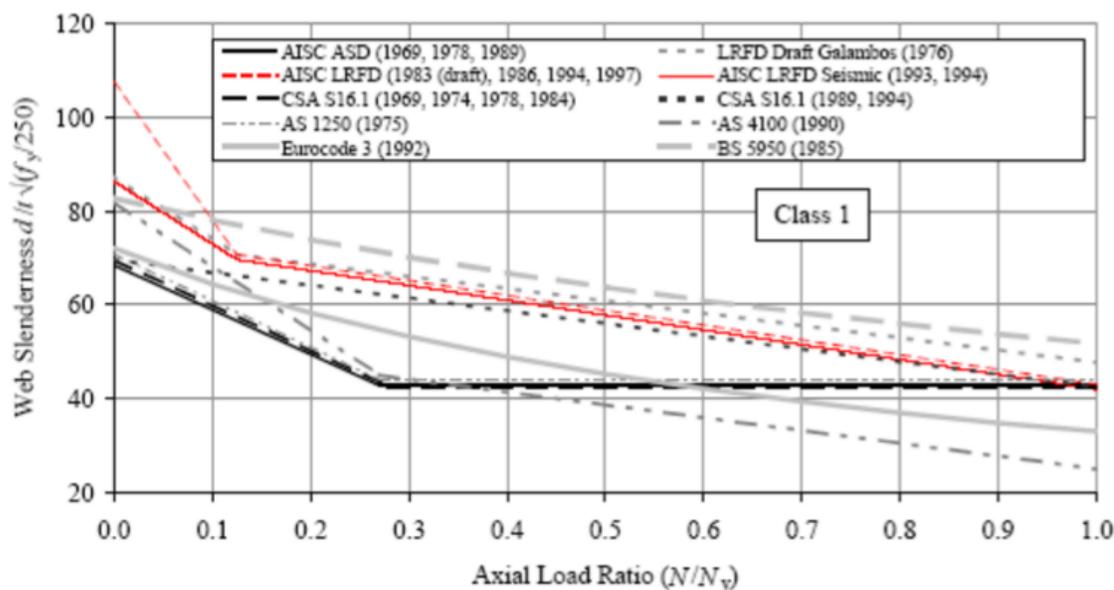


Figura 28: Limites da esbeltez local da alma

## 7. Análise de instabilidade global

Uma estimativa adequada para o fator de colapso com a consideração da instabilidade global é obtida através do método de Rankine-Merchant, que leva em conta os efeitos de não linearidade geométrica e física e fornece uma aproximação para o fator de colapso  $\lambda_R$  a partir do fator de carga do colapso plástico  $\lambda_p$  e do fator de colapso para instabilidade elástica  $\lambda_{crit}$ . A fórmula deste método, de origem empírica, é dada por:

(67)

Comparações entre resultados experimentais e os valores obtidos por esta equação evidenciaram que a mesma resulta em valores razoáveis em casos nas quais as cargas



utilizar prescrições normativas nas equações (68), pode-se considerar que  $\lambda_f$  corresponde à carga de cálculo fatorado, ou seja, o coeficiente médio de majoração das cargas nominais corresponde ao mínimo valor de carga de colapso plástico  $\lambda_f$ . Como este fator de carga já é conhecido, é conveniente fazer:

$$\lambda_f = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \quad (69)$$

O fator de colapso plástico  $\lambda_p$  de uma estrutura é derivado a partir de um mecanismo de ruptura plástica, função do limite de escoamento do aço  $f_y$ . Visto isso, considera-se que o fator de carga de ruína  $\lambda_f$  seja um fator de carga plástica limite, determinado a partir de um mecanismo de colapso plástico, porém, devido aos efeitos de segunda ordem devido à mudança de geometria, com limite de escoamento reduzido,  $f_{ry}$ , sendo este dado por:

$$f_{ry} = f_y \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \right) \quad (70)$$

A partir desta relação, pode ser rescrever  $\lambda_p$  como:

$$\lambda_p = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \frac{f_y}{f_{ry}} \quad (71)$$

E disso tem-se que:

$$\lambda_p = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \frac{f_y}{f_y \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \right)} \quad (72)$$

Ao se analisar esta equação para os limites mínimos e máximos de  $\lambda_{crit}/\lambda_p$  vistos em (68), obtém-se os limites em função de  $\lambda_f$ . Para o limite mínimo,  $\lambda_{crit}/\lambda_p = 4$ , tem-se que:

$$\lambda_{crit}/\lambda_p = 4 \Rightarrow \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \frac{f_y}{f_y \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \right)} = 4$$

Logo, o limite inferior da equação é  $\lambda_f = 0,2$ . Da mesma forma, analisa-se o limite máximo de  $\lambda_{crit}/\lambda_p$ , de valor 10:

$$\lambda_{crit}/\lambda_p = 10 \Rightarrow \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \frac{f_y}{f_y \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} \right)} = 10$$

Assim, tem-se equações para se avaliar a rigidez de uma estrutura baseando-se no fator de instabilidade elástica  $\lambda_{crit}$  e no fator de ponderação das cargas nominais,  $\lambda_f$ . Ao

contrário das equações propostas por Wood, estas não necessitam da determinação de  $\lambda_p$  a partir de análise elastoplástica. Assim:

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{quando } 4,6 \leq \lambda_{\text{crit}}/\lambda_f \leq 10; \quad (73)$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{quando } \lambda_{\text{crit}}/\lambda_f \geq 10$$

Para  $\lambda_{\text{crit}}/\lambda_f < 4,6$ , recomenda-se a elaboração de uma análise elastoplástica de segunda ordem para obtenção do fator de carga de ruína  $\lambda_f$ .

Considerando  $\lambda_f$  o fator de carga de ruína já ponderada, tem-se que  $\lambda_f = 1$ , e então encontra-se a relação entre  $\lambda_f$  e  $\lambda_p$  em função de  $\lambda_{\text{crit}}$ , e não da relação  $\lambda_f/\lambda_{\text{crit}}$ . Assim:

1- Para  $4,6 \leq \lambda_{\text{crit}} \leq 10$ :

$$\text{---} \quad (74)$$

2- Para  $\lambda_{\text{crit}} > 10$ :

$$(75)$$

3- Para  $\lambda_{\text{cri}} \leq 4,6$ :

É necessária a elaboração de uma análise elastoplástica de segunda ordem para obtenção do fator de carga de ruína  $\lambda_f$ .

No caso de uma carga não majorada, devem-se multiplicar os limites de 4,6 e 10 pelo fator de segurança. No caso usual deste fator ter valor de 1,4, os limites se tornam 6,44 e 14,0. Para a avaliação da carga crítica elástica  $\lambda_{\text{crit}}$  e conseqüentemente a estimativa da carga de ruína  $\lambda_f$ , é necessário um modelo matemático consistente, por processo manual ou computacional. A utilização de métodos mais simplificados, contudo, não é um problema, pois erros nos valores de  $\lambda_{\text{crit}}$ , desde que não significantes, não alteram de forma grave o valor de  $\lambda_f$ . Para o caso de uma relação  $\lambda_{\text{crit}}/\lambda_p \approx 5,0$ , um erro de  $\beta\%$  no valor de  $\lambda_{\text{crit}}$  resulta em um erro de aproximadamente  $0,2\beta\%$  em  $\lambda_f$ , sendo este valor ainda menor para relações de  $\lambda_{\text{crit}}/\lambda_p$  maiores.

## 8. Procedimento para o projeto de galpões leves metálicos de acordo com o Eurocode

Como já mencionado, estruturas metálicas porticadas são bastante eficientes e econômicas quando utilizadas para edificações de um só pavimento, desde que os detalhes do projeto sejam custo-efetivos, seja utilizada uma análise adequada para o projeto e os parâmetros sejam adotados de forma correta. Além disso, o método de análise plástica é bastante adequado para o dimensionamento deste tipo de estrutura, apesar da análise elástica também ser bastante utilizada para o dimensionamento das mesmas.

Os procedimentos aqui apresentados não são indicados para estruturas com nós entre seus beirais, sendo estas relativamente raras. A adição destes nós altera a distribuição

de momentos fletores e aumenta as forças axiais de forma substancial, o que torna necessário o uso de softwares de segunda ordem para o seu projeto.

A análise estrutural de galpões leves pode ser feita por métodos manuais ou a partir de softwares. É recomendável a utilização do segundo, visto que isto torna o procedimento bastante simplificado e apresenta resultados mais precisos. Métodos manuais podem ser uteis para se obter um dimensionamento inicial dos membros da estrutura e o entendimento de seu comportamento.

### **8.1.Efeitos de segunda ordem em galpões leves**

As verificações de resistência de qualquer estrutura só podem ser consideradas válidas caso a análise global represente de forma adequada o comportamento real desta estrutura. Ao se carregar um pórtico qualquer, o mesmo sofre deflexão, e então sua forma quando submetido a esta carga é diferente de sua forma não deformada. Estas deflexões fazem com que as cargas axiais atuantes nos membros da estrutura atuem em linhas diferentes das consideradas na análise. Caso as deflexões sejam pequenas, as consequências das mesmas serão muito baixas, e a análise de primeira ordem é considerada adequada. Contudo, se as deflexões forem de valores altos o suficiente para que a carga axial deslocada cause momentos adicionais significantes e deformações posteriores, diz-se que o pórtico é sensível a efeitos de segunda ordem, podendo estes efeitos serem suficientes para reduzir a resistência do mesmo.

Os efeitos de segunda ordem são divididos em duas categorias, aqueles causados por deflexões ao longo do comprimento dos membros das estruturas, geralmente chamados de  $P-\delta$ , e aqueles causados por deslocamentos das interseções dos membros, geralmente chamados de  $P-\Delta$ . A consequência prática destes efeitos é a redução da rigidez dos pórticos e seus elementos para um valor abaixo daquele calculado pela análise de primeira ordem. Pórticos de um pavimento são sensíveis ao efeito de forças axiais de compressão em suas vigas e pilares. Estas forças axiais são geralmente da ordem de 10% da carga crítica de flambagem para estes pilares e vigas, valor perto do qual a redução de rigidez torna-se importante.

A análise de segunda ordem é aquela em que são utilizados métodos de análise nos quais os aumentos de deflexão sobre uma carga progressiva são considerados explicitamente na solução. A norma EN 1993-1-1 considera estes efeitos a partir do fator  $\alpha_{cr}$ , definido como visto na seção 7 deste trabalho, por:

---

Sendo  $\alpha_{cr}$  o fator de carga para instabilidade global obtida através da rigidez elástica, e  $\alpha_{cr}$  fator de colapso de projeto da estrutura, sendo no caso de uma análise plástica o fator de colapso plástico.

O efeito da segunda ordem pode ser obtida através de softwares ou com a utilização do método mostrado no item 7 deste trabalho.

## 8.2. Estado Limite último

### 8.2.1. Generalidades

Os métodos de análise de pórticos no estado limite último se dividem amplamente em duas categorias, análises elásticas e análises plásticas, esta se referindo tanto a análises elastoplásticas quanto rígido-plásticas.

A formação de rótulas, pontos de momentos máximos e a distribuição de momentos pela estrutura que são inerentes à análise plástica resultam em economia na maioria dos galpões leves, havendo o alívio das regiões mais solicitadas e permitindo que as partes menos utilizadas da estrutura sejam utilizadas de forma mais eficiente. Para se otimizar a distribuição de momentos na estrutura, pode-se alterar as dimensões da mísula.

### 8.2.2. Imperfeições

Para que a análise do estado limite último de uma estrutura seja feita adequadamente, é necessário se levar em conta eventuais imperfeições na forma da mesma. Imperfeições de galpões leves são abordadas no item EM 993-1-1§ 5.3.2 da norma Eurocode. As imperfeições podem ser consideradas como alterações na própria forma estrutural, ou sendo substituídas por cargas horizontais equivalentes aplicadas no pórtico, sendo este último o método de análise recomendado, devido ao fato de ser mais simples e fornecer resultados satisfatórios.

#### 8.2.2.1. Forças Horizontais Equivalentes

Forças horizontais equivalentes são utilizadas como substituição dos efeitos de imperfeições causadas por pequenas inclinações da estrutura. A imperfeição inicial ( $\phi$ ) é dada pela seguinte expressão:

(76)

Sendo:

o valor básico:  $\phi = 1/200$ .

$\phi = \frac{1}{200} \cdot \frac{h}{m}$ , com  $\phi \leq 0,005$ .

h, a altura da estrutura em metros.

$$\phi = \frac{1}{200} \cdot \frac{h}{m}$$

m é o número de pilares em uma fileira.

No caso de um pórtico de com um único vão, h é a altura de seu pilar e m = 2.

A força horizontal equivalente pode ser calculada como sendo multiplicado pela reação vertical na base do pilar. Esta força é aplicada horizontalmente, na mesma direção e no topo de cada pilar.

O item 5.4.2 do Eurocode permite desconsiderar a força horizontal equivalente caso haja uma força horizontal no pórtico com valor de pelo menos 0,15 vezes a reação vertical, isto é,  $H_{Ed} \geq 0,15 V_{Ed}$ .

### **8.2.2.2. Análise Elástica**

A análise elástica é o método mais comum de análise de estruturas, apesar de resultar em menos economia que ao se utilizar análises plásticas. A norma EN 1993-1-1 permite que a resistência plástica da seção transversal seja utilizada em conjunto com a análise elástica desde que esta seção seja de classe 1 ou 2. Além disso, pode-se também redistribuir 15% do momento, conforme indicado pelo item  $\xi$  5.4.1.4(B) desta norma. Estas permissões são justificáveis pelo fato de que, devido a tensões residuais, imperfeições dos membros, inércias que diferem dos valores esperados e rigidez de ligações que diferem do que se espera, já é provável que a distribuição de momentos seja diferente do valor previsto pela análise elástica, e também pelo fato de que seções transversais de classe 1 e 2 são capazes de alguma rotação plástica antes de que haja alteração na resistência da peça à flambagem.

Se a análise elástica mostrar que o momento de um ponto supera o seu momento plástico, o momento mínimo deste ponto após a redistribuição deve ser o momento plástico. Permitir uma redução a um valor abaixo deste seria ilógico e poderia causar considerações perigosas para o cálculo de resistência à flambagem.

### **8.2.2.3. Análise Plástica**

A análise plástica é um método para projetos com eficiência comprovada, porém ainda é utilizada menos que a análise elástica apesar de ser em geral mais econômica que esta. Para a análise plástica, utiliza-se na maioria das vezes o método elastoplástico perfeito, no qual se considera que o membro sofre deformação linear elástica até atingir o momento plástico, a partir do qual se considera comportamento perfeitamente plástico, sem endurecimento.

No modelo elastoplástico perfeito, a carga é aplicada de forma gradual, com a colocação de rótulas plásticas no modelo de análise em cada ponto no qual o momento plástico  $M_p$  é atingido. Ao se fazer uma análise correta, a partir de softwares ou conforme já mostrado neste trabalho, é possível prever o mecanismo de colapso correto, o qual terá o menor fator de carga dentre todos os mecanismos possíveis.

Podem-se citar como vantagens do método elastoplástico perfeito o fato de que o verdadeiro mecanismo de colapso é identificado, de que é possível identificar todas as rótulas plásticas formadas, incluindo aquelas as que não aparecem no mecanismo final, sendo então possível aplicar travamento nos pontos identificados, sendo também possível identificar as rótulas que seriam formadas para uma carga superior ao estado limite último, que não precisam de travamento. É também possível encontrar o verdadeiro diagrama de momentos fletores em qualquer estágio até o colapso.

#### 8.2.2.4. Comparação entre análise plástica e elástica

Como já mencionado, a análise plástica resulta, em geral, em estruturas mais econômicas, pois redistribuições plásticas permitem que membros menores resistam às mesmas cargas. Para pórticos analisados plasticamente, o comprimento da mísula é de aproximadamente 1/10 do vão.

Nos casos nos quais deflexões governem o projeto, não há vantagem em utilizar análise plástica para o estado limite último. Ao se selecionar seções mais rígidas de forma a controlar deflexões, é provável que não haja a formação de rótulas plásticas e que o pórtico permaneça elástico no estado limite último. A economia devido à análise plástica também depende do sistema de travamentos, visto que a redistribuição plástica impõe maior rigor no travamento dos membros, portanto dependendo da facilidade com a qual pode-se realizar este travamento. Vê-se também que nos casos em que comprimentos de mísula de aproximadamente 15% do vão são aceitáveis e a carga lateral é baixa, os diagramas de momentos elástico e plástico serão praticamente os mesmos, sendo a solução elástica equivalente à plástica.

A limitação da análise plástica a seções transversais de classe 1, que são necessárias para a formação de rótulas plásticas, não é considerada como uma limitação significativa para a escolha deste método, visto que este tipo de seção é eficiente e comum.

#### 8.2.3. Análises de primeira e segunda ordem

Tanto para análises plásticas quanto para análises elásticas, a escolha entre análises de primeira e segunda ordem é governada tanto pela flexibilidade em plano do pórtico, medida por  $\alpha_{cr}$ , quanto pela disponibilidade de softwares. Mesmo que um pórtico seja suficientemente rígido para os efeitos de segunda ordem possam ser ignorados, a consideração destes pode ser conveniente caso seja utilizado um software que trabalhe com análise de segunda ordem para o seu cálculo.

No caso de ser necessária uma análise de segunda ordem, mas não haja a disponibilidade de software, análises de primeira ordem modificadas podem ser úteis para o cálculo.

##### 8.2.3.1. Fator $\alpha_{cr}$

A expressão 5.2 da EN 1993-1-1 § 5.2.1(4)B, diz que  $\alpha_{cr}$  é dado por:

$$\alpha_{cr} = \frac{H_{Ed}}{V_{Ed} h}$$

Sendo  $H_{Ed}$  a carga horizontal no pórtico,  $V_{Ed}$  a carga vertical no mesmo,  $h$  a altura da estrutura e  $e$  o deslocamento horizontal causado devido à carga horizontal.

Esta equação é limitada para pórticos com tetos de baixa inclinação, e com força axial não significativa em sua viga. A inclinação do telhado é considerada baixa se for inferior a  $26^\circ$  e a força axial é considerada não significativa se

Esta limitação de forma axial pode ser expressada de forma conveniente por:

Sendo  $N_{cr}$  a carga crítica de flambagem elástica para o vão completo da viga dada por  $\frac{N_{cr}}{A}$  e  $L$  o comprimento da viga entre os pares de colunas.

No caso de uma força axial elevada, o fator  $\alpha_{cr}$  deve ser calculado de outra forma.

### **8.2.3.2. Análise de primeira ordem modificada, para análise elástica**

O método mais simples de se permitir efeitos de segunda ordem para uma análise elástica de pórticos é o método do momento de deslizamento ampliado, dado na EN 1993-1-1 §5.2.2(5B).

Primeiro, é realizada uma análise linear elástica de primeira ordem. Então, todas as cargas horizontais são aumentadas pelo fator de amplificação para permitir efeitos de segunda ordem, sendo estas cargas tanto as cargas externamente aplicadas, como o vento, como a carga utilizada para representar imperfeições no pórtico. Sendo  $\alpha_{cr} \geq 3$ , o fator de amplificação é dado por:

$$\alpha_{cr} = 1 + \frac{1}{\alpha_{cr}}$$

Caso  $\alpha_{cr} < 3$ , é necessário o uso de softwares de segunda ordem.

### **8.2.3.3. Análise de segunda ordem modificada, para análise plástica**

Na ausência de software de análise elastoplástica de segunda ordem, deve-se amplificar as cargas para se considerar os efeitos de segunda ordem. Os momentos fletores, forças axiais e forças cortantes obtidas a partir de uma análise elastoplástica de primeira ordem com o uso desta carga amplificada será aproximadamente o valor obtido com uma análise de segunda ordem.

A amplificação é calculada com a partir do método de Merchant-Rankine, já apresentado neste trabalho. Para uma análise plástica, deve-se amplificar todas as cargas na estrutura, e não somente as cargas horizontais. O método de Merchant-Rankine divide os pórticos em duas categorias, nas quais se aplicam formulas diferentes, a categoria A, para pórticos regulares, simétricos e de somente um vão, e a categoria B, para todos os pórticos restantes, excluindo-se os pórticos conectados.

O método de Merchant-Rankine é comprovadamente verificado para pórticos nos quais  $\alpha_{cr} \geq 3$  e  $\frac{N_{cr}}{A} \geq 100$ .

Para pórticos na categoria A, o fator de amplificação é dado por:

---

---

Para pórticos de classe B, o fator de amplificação é dado por:

---

---

#### **8.2.4. Rigidez da base**

Para as análises estruturais de galpões leves, deve-se levar em conta a rigidez das bases. É importante distinguir a resistência da base do pilar e a rigidez da base do pilar. A resistência só é relevante para o cálculo elastoplástico ou rígido-plástico da resistência do pórtico, mas não para suas deflexões, enquanto a rigidez é relevante tanto para análises elastoplásticas quanto para análises elásticas, influenciando ambas resistência e deflexões. Caso se considere rigidez na base para os cálculos em estado limite último, é necessário projetar a base e a fundação de forma que os momentos e forças calculados sejam resistidos.

##### **8.2.4.1. Bases verdadeiramente rotuladas**

No caso de bases rotuladas, a rigidez rotacional é zero. Dificilmente é possível justificar o uso deste tipo de bases em casos reais. Quando adotadas, considerações rigorosas devem ser dadas para a transferência de cortante para as fundações e para a estabilidade do pilar durante a sua construção.

##### **8.2.4.2. Bases de pilares consideradas rígidas**

No caso de colunas rigidamente conectadas a fundações adequadas, diferentes recomendações são dadas dependendo do tipo de análise empregada.

No caso de uma análise elástica global, a rigidez da base pode ser considerada como igual à rigidez do pilar para o cálculo do estado limite último, enquanto para o estado limite de serviço, a base pode ser tratada como rígida para a determinação das deflexões sobre carga de serviço.

Para uma análise plástica global, qualquer capacidade de momento pode ser considerada na base, desde que a fundação seja projetada para resistir a este momento considerado em conjunto com as forças obtidas pela análise, podendo ser considerado o momento plástico da coluna, desde que compatível.

Para uma análise Elastoplástica global, a rigidez da base deve ser consistente com a capacidade de momento na base, sem que a rigidez da coluna seja superada.

##### **8.2.4.3. Bases de pilares consideradas semirrígidas**

Pode se considerar uma rigidez igual a até 20% a rigidez da coluna em análises globais elásticas, desde que as fundações sejam projetadas para as cargas provenientes desta análise.

#### **8.2.4.4. Bases consideradas rotuladas**

No caso do pilar ser conectado à uma fundação projetada com a consideração de que o momento na base é zero, a base deve ser considerada como rotulada ao se utilizar uma análise elástica global para o cálculo dos outros momentos e forças nas cargas do estado limite último.

A rigidez na base pode ser considerada como 10% da rigidez do pilar quando calculando o  $\delta$  e 20% da rigidez do pilar quando calculando as deflexões devido às cargas de serviço.

#### **8.3. Estado limite de serviço**

Para o cálculo dos estados limites de serviço, deve ser utilizada a carga de serviço, para que se garanta que as deflexões sejam aceitáveis a cargas de trabalho.

A norma Eurocode EN 1993-1-1 não faz referenciais a deflexões limites específicas, sendo este limite determinado para cada projeto e concordância com o cliente. Algumas normas nacionais ditam certos limites para diferentes tipos de projeto, devendo estes serem obedecidos em seu domínio de validade.

A verificação dos estados limites de serviço é feita através de uma análise elástica de primeira ordem. Deve-se verificar a não formação de rótulas plásticas nos estados de serviço, para que as hipóteses de cálculo das deflexões possam ser consideradas válidas.

#### **8.4. Resistência da seção transversal**

A EN 1993-1-1 demanda que a resistência da seção transversal e a resistência a flambagem dos membros sejam verificadas por cálculos separados, sendo também necessária a verificação da resistência das almas e mesas a flambagem local, podendo ser utilizados os procedimentos já apresentados neste trabalho para estas verificações.

Na EN 1993-1-1, as seções transversais são classificadas de acordo com as espessuras relativas de suas mesas e alma, em conjunto com a magnitude de momento e compressão axial na seção. A partir destes fatores, dividem-se as seções transversais em 4 classes. As seções de classe 1 podem suportar a formação de uma rótula plástica sem que haja perda de resistência devido a flambagem local. As seções de classe 2 podem desenvolver momento de plastificação completo com alguma capacidade de rotação antes da ocorrência da flambagem local reduzir sua resistência. As seções de classe 3 conseguem atingir a tensão de escoamento em suas fibras mais extremas, porém a ocorrência de flambagem local não permite o alcance do momento de plastificação. As seções de classe 4 possuem dimensões para as quais a flambagem local ocorre antes do primeiro escoamento.

Como já mencionado, para a análise plástica, todos os membros que contenham rótulas plásticas devem possuir seções transversais da classe 1. No caso de membros nos quais não há a formação de rótulas plásticas, seções de classe 2 também podem ser utilizadas.

## **8.5. Estabilidade dos membros**

Os membros da estrutura devem ser verificados quanto ao efeito combinado de carga axial e flambagem. Esta verificação é feita a partir de dadas equações, como as expressões 6.61 e 6.62 do eurocode EN 1993-1-1. No caso de haverem rótulas plásticas nos membros, há a necessidade de precauções especiais.

Deve-se verificar a flambagem quanto a dois eixos de inércia. Verifica-se a flambagem no plano, que acontece no eixo de maior inércia do membro, geralmente sem travamentos imediatos e a flambagem fora do plano, que ocorre no eixo de menor inércia, nos quais elementos secundários podem ser utilizados como travamento de forma a aumentar a resistência a flambagem.

### **8.5.1. Flambagem dos membros em galpões leves**

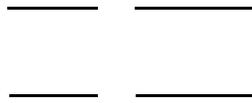
No caso das considerações de estabilidade de membros em galpões leves, deve se levar em conta que:

- Não pode haver pontos de travamento para flambagem no plano entre os nós do pórtico.
- Travamentos podem ser introduzidos em relação a flambagem fora do plano.
- Lida-se com a estabilidade fora do plano perto das rótulas plásticas através do conceito de comprimentos estáveis, as distâncias mínimas requeridas entre os travamentos.
- As expressões utilizadas para o cálculo também devem levar em consideração a iteração entre momento fletor e força axial, sendo feitas a verificação no eixo de maior inércia e no eixo de menor inércia, para o caso mais desfavorável.

### **8.5.2. Resistência à flambagem.**

A análise da resistência a flambagem é feita dependendo das condições sobre as quais se encontra o membro. Para o eurocode EN 1993-1-1, tem-se os seguintes itens para diferentes casos:

- 6.3.1. Membros uniformes em compressão: Este item cobre a influência dos tipos de apoio na flambagem e qual a curva de flambagem adequada. Preocupa-se principalmente com a flambagem a flexão, porém também se aborda flambagem a torção e a flexo-torção, apesar destes não governarem o colapso para galpões leves.
- 6.3.2. Membros uniformes fletidos: Este item cobre a flambagem lateral-torcional de vigas, sendo a distribuição de momentos fletores e o comprimento livre da viga de importante influência na resistência de flambagem da mesma.
- 6.3.3 Membros uniformes em flexão e compressão axial: Este item aborda o efeito da iteração entre carga axial e momento tanto no plano como fora do plano. As seguintes verificações devem ser realizadas:



Em que  $N_{Ed}$  e  $M_{y,Ed}$  são os valores solicitantes, os valores nos denominadores são os valores resistentes, e  $k$  é um valor função da variação de momento no membro, sendo o momento constante o pior caso para a resistência a flambagem.

- 6.3.5 Flambagem torcional lateral de membros com rótulas plástica: Este item aborda membros em pórticos que tenham sido analisados plasticamente e apresentem rótulas plásticas. É necessário travamento na localização das rótulas plásticas e verificação do comprimento estável entre estes e os outros travamentos laterais.

### 8.5.3. Travamento fora do plano

Conforme apresentado na Figura 30, existem 3 tipos básicos de travamentos que podem ser utilizados de forma a reduzir ou prevenir a flambagem fora do plano:

- (a) Travamento lateral, que previne movimentos laterais da compressão da mesa
- (b) Travamento torcional, que previne a rotação de um membro em torno de seu eixo longitudinal.
- (c) Travamento intermediário da tração da alma, sendo estes de benefício limitado, porem capazes de reduzir aumentar a distância entre travamentos torcionais, visto que aumentam a resistência à flambagem fora do plano.

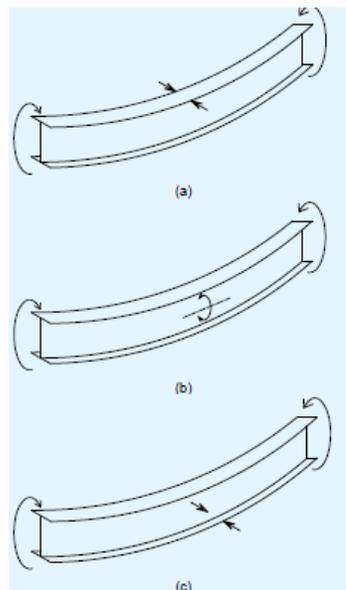


Figura 30: Tipos de travamento para flambagem fora do plano.

É possível que detalhes práticos causem mais de um tipo de travamento. Terças conectadas à mesa superior da viga e trilhos laterais conectados à mesa exterior de um pilar

geram estabilidade para a viga de diversas formas, como travamento direto lateral quando a mesa encontra-se em compressão, travamento intermediário lateral quando a mesa exterior está em tração e travamento lateral e torcional para a viga, quando a terça está conectada à mesa tracionada e é usado em conjunto com um fixador na mesa comprimida.

A posição das terças e dos trilhos laterais deve ser balanceado em função de sua capacidade e do espaçamento necessário para travar os membros de aço primários. Geralmente, o espaçamento utilizado é o valor máximo possível, porém espaçamentos menores podem ser utilizados, de forma a fazer com que o travamento da mesa interna aconteça em pontos estratégicos. É usual que se adote uma terça no final da mísula e outro perto da cumeeira, sendo o comprimento entre estas dividido em intervalos regulares da ordem de 1,6 a 1,8 metros.

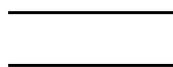
#### **8.5.4. Comprimentos estáveis adjacentes a rótulas plásticas**

A norma Eurocode EN 1993-1-1 estabelece quatro tipos de comprimento estável,  $L_{stable}$ ,  $L_m$ ,  $L_k$  e  $L_s$ , cada um utilizado em diferentes situações, de forma a determinar qual espaçamento a ser utilizado entre os travamentos. Os comprimentos  $L_{stable}$ ,  $L_m$  são referentes ao espaçamento entre os travamentos laterais e os comprimentos  $L_k$  e  $L_s$  são referentes ao espaçamento entre os travamentos torcionais.

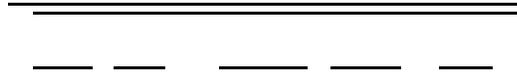
$L_{stable}$  (dado no item 6.3.5.3(1)B) é o comprimento estável básico para um seguimento uniforme de viga submetido a um momento linear e sem a presença de compressão axial significativa. Ao se chamar a compressão axial de  $N_{Ed}$ , a limitação desta compressão para o uso deste comprimento é dado pela fórmula apresentada no item 8.2.3.1. Os casos em que  $L_{stable}$  é utilizado são limitados na verificação de galpões leves práticos.

Para seções transversais em forma I ou H, com relação  $h/t_f \leq 40\epsilon$ ,  $L_{stable}$  é dado por:

Sendo



$L_m$  (dado no apêndice BB.3.1.1) é o comprimento estável entre o travamento torcional na rótula plástica e o travamento lateral adjacente. Este comprimento leva em conta tanto a compressão no membro quanto a distribuição de momentos ao longo do mesmo. Para membros uniformes, este valor é dado pela expressão:



Sendo:

$I_z$  o menor raio de giração ao longo do segmento;

$N_{Ed}$  o valor de projeto da compressão no membro;

$A$  a área da seção transversal do membro, em  $mm^2$ ;

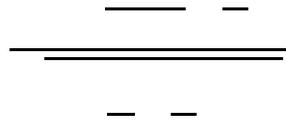
$W_{pl,y}$  o módulo plástico da seção do membro;

$I_t$  a constante de torção do membro;

$F_y$  a tensão de escoamento dada em MPa;

$C_1$  um fator dependente do carregamento e das condições de extremidade, tirado da literatura.

$L_k$  (dado no apêndice BB.3.1.2 (1)B) é o comprimento estável entre a localização de uma rótula plástica e o travamento torcional adjacente, sendo o membro uniforme submetido a momento constante, desde que o espaçamento dos travamentos até a mesa comprimida ou tracionada não seja superior a  $L_m$ . De forma conservadora, também pode ser utilizado para momento não uniforme. Este valor é dado pela expressão:



$L_s$  (dado no apêndice BB.3.1.2 (2)B e (3)B) é o comprimento estável entre a localização de uma rótula plástica e o travamento torcional adjacente, sendo o membro uniforme submetido a compressão axial e momento gradiente linear, desde que o espaçamento dos travamentos até a mesa comprimida ou tracionada não seja superior a  $L_m$ .

Para momento gradiente linear,  $L_s$  é dado pela seguinte expressão:



Sendo:

$C_m$  o fator de modificação para momento gradiente linear;

$a$  a distância entre o centroide do membro com a rótula plástica e o centroide dos membros usados para travamento;

$M_{pl,y,Rk}$  é o momento plástico resistente característico para a seção transversal em torno do eixo  $y$ ;

$M_{N,y,Rk}$  é o momento plástico resistente característico para a seção transversal em torno de eixo  $y$ , considerando a redução devido à força axial  $N_{Ed}$ .

Para momento gradiente não linear,  $L_s$  é dado pela seguinte expressão:

—

Sendo  $C_n$  o fator de modificação para momento gradiente não linear.

## **8.6. Projeto da viga**

O projeto de galpões leves é geralmente governado pela verificação dos membros no estado limite último. As verificações de estado limite de serviço são importantes, mas pórticos comuns são rígidos o suficiente para que os limites de deformação do estado limite de serviço sejam satisfeitas. Pode-se obter economia no projeto deste tipo de estrutura com o uso de análise plástico, o que requer seções transversais de classe 1 ou 2, e exclusivamente de classe 1 nas localizações aonde se prever a ocorrência de rótulas plásticas que sofrerão rotação. Em galpões leves, vigas estão submetidas a elevados valores de momento fletor no plano do pórtico, que variam do momento negativo na conexão com o pilar até o momento positivo, no centro do vão, equivalente ao ponto mais alto do pórtico. As vigas também encontram-se submetidas a compressão devido às ações do pórtico, não se encontram submetidas a momentos no eixo de menor inércia.

Apesar da resistência do membro ser um fator importante, também é necessária uma rigidez suficiente no pórtico para que os efeitos da geometria deformada e as deflexões no estado limite de serviço sejam limitados. Tendo isso em vista, geralmente membros de alta resistência não são utilizados em galpões leves, sendo comumente utilizados elementos de menor resistência porém com alta inércia. Para se obter um projeto de galpão leve eficiente, usam-se seções transversais de classe 1 ou 2 com uma alta relação de inércia em  $y$  para inércia em  $x$ , e mísulas que se estendam por aproximadamente 10% do vão.

A norma Eurocode EN 1993-1-1 determina que as vigas de um galpão leve sejam verificadas de acordo com sua seção 6.

### **8.6.1. Estabilidade de viga fora do plano**

#### **8.6.1.1. Estabilidade da viga e da mísula no caso de cargas gravitacionais máximas**

São necessárias tanto verificações no plano e fora do plano. Verifica-se primeiramente a estabilidade fora do plano, para que se tenha certeza que os travamentos encontram-se localizados nas posições corretas e seus espaçamentos são adequados.

As terças são espaçadas em aproximadamente 1,8m, mas pode ser necessário aumentar ou diminuir este espaçamento nas regiões de momento elevado próximos ao beiral. Para que a análise possa ser feita de forma adequada, três zonas de estabilidade são definidas. A zona A é definida como o trecho entre a ligação da viga com o pilar e o fim da

mísula, a zona B é o trecho entre o fim da mísula e o ponto de momento nulo, e a zona C vai do ponto de momento nulo até a cumeeira, aonde o momento positivo é máximo. O tipo de verificação apropriado a ser utilizado depende também do formato do diagrama de momentos fletores, da geometria da seção e da presença ou não de rótulas plásticas, sendo este último fator dependente do carregamento, da geometria e das seções transversais do pilar e da viga. O objetivo destas verificações é obter uma quantidade suficiente de travamentos que garantam que a viga é estável fora do plano.

#### **Estabilidade da mísula na zona A**

Na zona A, a mesa inferior da mísula se encontra comprimida. As verificações de geometria são complicadas devido à mudança de geometria ao longo da mísula. A ligação da mesa do pilar com a parte de baixo da mísula deve sempre estar travada. A outra extremidade da mísula geralmente tem travamentos em sua mesa inferior, proveniente de uma terça nesta posição, o que forma um travamento neste ponto. Caso preveja-se a formação de uma rótula plástica neste trecho, deve-se ter um travamento a pelo a uma distância de menos de  $h/2$  da posição desta rótula, sendo  $h$  a altura da viga. É necessário também verificar a distância entre travamentos torcionais em ambos os lados da rótula plástica, de forma que nenhum excede a distância  $L_s$  dada no item BB.3.2.2 da norma.

#### **Estabilidade da viga na zona B**

A zona B se estende entre o fim da mísula e o ponto de momento nulo. Neste intervalo, a mesa inferior se encontra sobre compressão. Dependendo da análise, esta zona pode apresentar rótulas plásticas, no final da mísula.

A extremidade da mísula deve apresentar travamentos torcionais e longitudinal. No ponto de momento nulo, travamentos devem ser obtidos através da colocação de uma terça. No caso de haver uma rótula plástica no final da mísula, deve-se colocar um travamento torcional dentro de uma distância limite, dada em BB.3.1.2 da Eurocode. Além disso, o espaçamento entre travamentos laterais deve satisfazer os requisitos de  $L_m$ , dado no item BB.3.1.1. da norma Eurocode. No caso de não haverem rótulas plásticas, e em regiões elásticas, a verificação deve ser feita a partir das equações apresentadas no item 8.5.2 deste trabalho.

#### **Estabilidade da viga na zona C**

Na zona C, pode-se considerar que as terças causem travamento lateral para as mesas superiores, submetidas a compressão, desde que eles estejam conectados a algum sistema de travamento geral. Para as normas adotadas em muitos países, considera-se que a ação de diafragma do revestimento do telhado é suficiente para carregar as forças de travamento para o sistema de contraventamento. Para outras normas, é necessário que qualquer terça que cause travamento seja conectada diretamente ao sistema de contraventamento.

É necessário a verificação da estabilidade fora do plano do membro de acordo com as equações apresentadas em 8.5.2 deste trabalho. Em geral, se as terças forem espaçadas

regularmente, é suficiente verificar a viga entre travamentos, com a consideração de momento fletor e carga axial máximos.

Caso se preveja a formação de uma rótula plástica adjacente cumeeira, esta rótula deve ser travada, e os requisitos usuais para a estabilidade de uma rótula plástica devem ser atendidos, isto é, a distância entre o travamento na rótula plástica e o próximo “travamento lateral não deve exceder a distância  $L_m$  e a distância em cada lado da rótula plástica até o próximo travamento não deve exceder o limite  $L_k$  ou  $L_s$ , com o espaçamento dos travamentos intermediários não excedendo  $L_m$ .

Mesmo no caso em que não há rótulas plásticas no centro do pórtico, ainda assim deve-se ter travamento torcional neste ponto, visto que este será necessário no caso da combinação de cargas de levantamento, quando a mesa inferior estará submetida a compressão.

#### 8.6.1.2. Estabilidade da viga e da mísula para condições de carga de levantamento.

No caso de levantamento, a maior parte da mesa inferior estará em compressão. Um diagrama de momento fletor típico desta situação, em que seus sinais encontram-se invertidos em comparação ao usual, é apresentado na Figura 1Figura 31

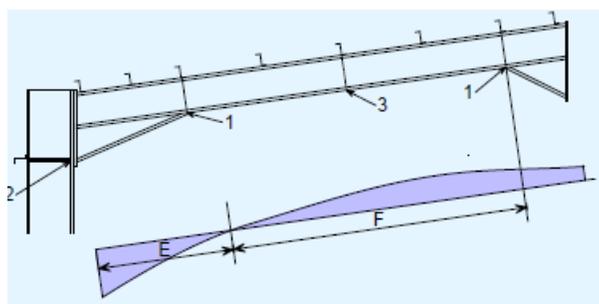


Figura 31

Este tipo de diagrama de momento fletor geralmente ocorre devido a pressão interna e levantamento devido ao vento. Normalmente, os momentos fletores são inferiores às combinações de cargas gravitacionais e os membros permanecerão elásticos. As verificações recomendadas para esta situação consideram que não há a formação de rótulas plásticas neste caso.

#### Estabilidade da mísula na zona E

Denomina-se zona E o segmento da viga no qual o momento fletor é positivo, ocorrendo próximo a sua região de ligação com o pilar. Neste caso, a mesa superior se encontra comprimida e travada pelas terças. Os momentos fletores e cargas axiais são inferiores a aqueles causados pela combinação de cargas gravitacionais. Deve-se verificar o membro pelas equações apresentadas em 8.5.2 deste trabalho. A inspeção deixa clara que esta região é satisfatória para o projeto.

## **Estabilidade da zona F**

A zona F é o trecho da viga na qual o momento fletor é positivo. Neste caso, as terças não travam a mesa inferior, que está em compressão.

Deve-se verificar a viga entre travamentos torcionais, sendo que um destes deve ser colocado adjacente ao topo do pórtico. A viga deve se encontrar estável entre este ponto e o ponto de momento nulo, caso contrário, deve-se adicionar mais travamentos torcionais e cada comprimento da viga deve ser verificado. As verificações devem ser feitas com o uso das equações apresentadas em 8.5.2 deste trabalho.

### **8.6.2. Estabilidade no plano**

Além das verificações de estabilidade fora do plano, a estabilidade no plano também deve ser checada. Estas verificações devem ser feitas também com o uso das equações apresentadas em 8.5.2. Para as verificações no plano, a resistência axial é baseada no sistema de comprimento da viga, enquanto a resistência a flambagem deve ser a menor resistência de qualquer uma das zonas utilizadas para a estabilidade fora do plano.

### **8.7. Projeto do pilar**

Em galpões leves, a região mais carregada da viga é reforçada pela mísula. Os pilares são submetidos a um momento fletor similar, porém sem reforço, portanto os mesmos devem ter seções transversais significativamente maiores que as vigas, geralmente da ordem de 150% destas. Para um projeto eficiente destes pilares, deve-se utilizar uma seção transversal com uma alta relação de inércia em y para inércia em x e com um módulo plástico aproximadamente 50% maior que o da viga.

As dimensões do pilar geralmente são determinadas no pré-dimensionamento, com base nos valores de resistência a flexão a compressão exigidos.

#### **8.7.1. Resistência da alma**

A alma do pilar está sujeita a altos valores de compressão no nível da mesa inferior da mísula. Além disso, o Eurocode EN 1993-1-1 § 5.6(2) exige que enrijecedores de alma sejam utilizados na localização das rótulas plásticas, se a força transversal exceder 10% da resistência a cisalhamento do membro. Desta forma, geralmente é necessário o uso de enrijecedores ao longo de todo o comprimento do pilar, de forma a fortalecer sua alma.

#### **8.7.2. Estabilidade do pilar**

##### **8.7.2.1. Estabilidade do pilar nas combinações gravitacionais máximas**

A presença de travamento torcional na parte inferior da mísula é necessária tanto para pórticos projetados elástica quanto plasticamente. Pode também ser necessário mais travamentos torcionais ao longo do pilar, pois os trilhos laterais são conectados à mesa externa, tracionada, em vez da mesa interna, comprimida. Não se pode considerar que um trilho lateral que não é contínuo cause travamento adequado. Pode ser necessário aumentar a seção do pilar no caso de não ser possível a colocação de travamentos intermediários.

Pode se obter travamento a partir de fixadores colocados na mesa interior. No nível da base da mísula, geralmente colocam-se enrijecedores, não sendo estes em geral necessários no resto do pilar. No nível da base da mísula, pode-se também utilizar um membro laminado a quente, geralmente de seção oca, para se obter travamento. É essencial que haja a conexão do contraventamento na alma interna até a alma externa em algum ponto da construção.

Assim como para a viga, é necessária a verificação de estabilidade fora do plano e no plano.

#### **8.7.2.2. Estabilidade fora do plano para combinações gravitacionais**

Se há uma rótula plástica na base da mísula, a distância desta até um travamento torcional deve ser menor que a distância limite  $L_s$ , dada pelo Eurocode EM 19931-1-1 § BB.3.1.2, e o espaçamento entre os travamentos intermediários laterais deve satisfazer os requisitos de  $L_m$ , do item BB.3.1.1 da mesma norma.

Se a estabilidade entre travamentos torcionais não for verificada, pode ser necessário a adição de mais travamentos torcionais. Caso não seja possível a colocação de travamentos intermediários adicionais, deve-se aumentar as dimensões dos membros. Em todos os casos, deve haver um travamento lateral a até uma distância  $L_m$  da rótula plástica. No caso de não haverem rótulas plásticas, a estabilidade do pilar deve ser verificada com o uso das equações apresentadas em 8.5.2.

#### **8.7.2.3. Estabilidade para combinações de carga de levantamento.**

Quando o pórtico está sujeito a cargas de levantamento, os momentos fletores no pilar serão invertidos. Estes momentos em geral têm valores significativamente menores que os das combinações de cargas gravitacionais, e o pilar permanecerá elástico. Assim, as verificações devem ser feitas com o uso das equações apresentadas em 8.5.2.

#### **8.7.3. Estabilidade no plano**

Esta estabilidade deve ser verificada com o uso das equações apresentadas em 8.5.2. Para esta verificação, a resistência axial é baseada no sistema de comprimento do pilar, enquanto a resistência à flambagem é a menor das resistências para o caso de estabilidade fora do plano.

### **8.8. Sistema de contraventamento**

O sistema de contraventamento é necessário para que se tenha resistência a esforços longitudinais, principalmente vento, e para que se tenha travamento nos membros. O contraventamento deve ser posicionado corretamente e ter resistência e rigidez suficiente para que as hipóteses feitas nas análises verificações de membros tenham fundamento.

#### **8.8.1. Contraventamento vertical**

As principais funções do contraventamento vertical nas paredes laterais dos galpões leves são transmitir cargas horizontais, como vento e guinchos, para o solo, garantir uma estrutura rígida na qual os trilhos laterais possam ser fixados de forma que estes forneçam estabilidade aos pilares, e fornecer estabilidade temporária durante a construção. De acordo

com a norma Eurocode EN 1993-1-1 o contraventamento deve satisfazer os itens 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3 desta norma, quanto a análise globais e imperfeições no sistema de contraventamento.

Geralmente, o sistema de contraventamento consiste de uma única diagonal em seção oca, seções ocas em forma de K ou barras cruzadas atuando somente em tração. O contraventamento pode estar localizado em uma ou ambas as extremidades da estrutura, a depender de seu comprimento, no seu centro, ou em cada parte entre juntas de dilatações, aonde estas ocorrem.

Quando o contraventamento na parede lateral não for de mesmo vão que o contraventamento de plano no telhado, deve-se ter uma barra comprimida no beiral que possa transmitir as forças do contraventamento do telhado para o contraventamento da parede.

#### **8.8.1.1. Contraventamento com o uso de seções circulares ocas.**

Seções ocas são bastante eficientes em compressão, o que elimina a necessidade de contraventamento cruzado. Quando a altura até o beiral é aproximadamente igual ao espaçamento entre os pórticos do galpão, é econômico se colocar apenas um único elemento de contraventamento em cada ponto de contraventamento. No caso da altura do beiral superior ao espaçamento entre os pórticos, usa-se em geral um espaçamento em 'K'. Dependendo da configuração do contraventamento do plano no telhado, pode-se necessitar de uma barra comprimida no beiral.

#### **8.8.1.2. Contraventamento cruzado**

No caso de contraventamento cruzado, considera-se que somente os membros diagonais em tração estão trabalhando.

#### **8.8.1.3. Contraventamento em um único vão**

No caso de um contraventamento vertical em um único vão, uma barra comprimida é necessária no beiral para que se transmitam cargas de vento do contraventamento do telhado para o contraventamento vertical.

#### **8.8.1.4. Contraventamento em um único vão central**

O uso de um único vão contraventado no centro da estrutura não é difundido, devido à necessidade de se erguer em primeiro lugar um vão contraventado e então continuar a construção a partir deste ponto. Apesar disto, o contraventamento em um vão central possui a vantagem de permitir expansões térmicas livremente, o que é bastante vantajoso em locais com elevadas amplitudes térmicas. Caso este tipo de estrutura seja utilizado, pode ser necessário o uso de contraventamentos temporários para auxílio na construção da estrutura.

#### **8.8.1.5. Contraventamento com o uso de membros resistentes a momento**

Quando for difícil ou impossível fazer o contraventamento vertical do pórtico de forma convencional, é necessário a introdução de membros resistentes a momento nas elevações. Existem duas formas básicas de fazer isto, que é com o uso de seções

transversais resistentes ao momento em um ou mais vãos, ou com o uso de toda elevação para resistir a forças longitudinais, sendo uma conexão resistente a momento geralmente colocado nas extremidades dos vãos, aonde o pilar é girado em 90% de forma a fornecer rigidez na direção longitudinal. Esta disposição só é possível no caso dos pórticos extremos serem constituídos de vigas e pilares, e não de um pórtico contínuo. No projeto de ambos os casos, sugere-se que a resistência a flexão dos pórticos que constituem cada vão seja verificada com uma análise elástica, que as deflexões devido a forças horizontais sejam limitadas a  $h/1000$  e que a rigidez seja garantida com a limitação das deformações de serviço a  $h/360$ , sendo  $h$  a altura dos pórticos que constituem os vãos.

#### **8.8.1.6. Contraventamento para travar pilares**

Se trilhos laterais e fixadores de pilar fornecem travamento lateral ou vertical para o pilar, é importante identificar a rota da força de travamento até o sistema de contraventamento vertical. Caso haja mais de uma abertura na lateral da edificação, pode ser necessário contraventamento intermediário adicional. O contraventamento de ser fornecido o mais próximo possível do plano dos trilhos laterais, de preferência na face interior da mesa externa. Em geral, não é necessário que os trilhos laterais que travam as posições dos fixadores de pilar seja alinhado com o nó do sistema de contraventamento vertical. Pode-se considerar que a ação de diafragma na cobertura vertical e a rigidez transversal da coluna podem transmitir esta carga ao sistema de travamento vertical.

No caso de um membro ser utilizado para travar a posição da rótula plástica no pilar, é essencial que este seja conectado de forma correta ao sistema de contraventamento.

#### **8.8.1.7. Contraventamento para travar cargas longitudinais proveniente de guindastes**

No caso de um guindaste ser suportado diretamente pelo pórtico, a força longitudinal resultante será excêntrica ao pilar, o que fará o mesmo sofrer torção, a não ser que seja fornecido o travamento necessário. Este travamento é fornecido de forma adequado com o uso de uma treliça horizontal no nível da mesa superior da viga do guindaste, ou a partir de um membro horizontal localizado na face interior da mesa do pilar ligado ao contraventamento horizontal, no caso de guindastes mais leves. Para forças horizontais elevadas, deve-se fornecer contraventamento adicional no plano da viga do guindaste.

#### **8.8.2. Contraventamento em plano**

Faz-se contraventamento em plano no plano horizontal ou no plano do telhado. As principais funções deste tipo de contraventamento são transmitir as forças horizontais das colunas da empena para o contraventamento vertical das paredes, transmitir qualquer força de arrasto devido ao vento do telhado para o contraventamento vertical, prover estabilidade durante o erguimento e fornecer uma ancoragem rígida para as terças que serão utilizados para travar as vigas.

Para que as cargas de vento sejam transmitidas de forma eficiente, o contraventamento em plano deve se conectar à parte superior das colunas da empena.

De acordo com a norma Eurocode EN 1993-1-1, o contraventamento deve satisfazer os requisitos dos itens 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3 desta norma, quanto a análise globais e imperfeições no sistema de contraventamento.

#### **8.8.2.1. Contraventamento com o uso de seções circulares ocas**

Membros com seções circulares ocas geralmente são utilizados no telhado, sendo projetados para resistir tanto tração quanto compressão. Dependendo do espaçamento dos pórticos e das posições das colunas da empena, muitos arranjos são possíveis para estes elementos. Este contraventamento geralmente é conectado através de grampos à alma da viga. Esta conexão deve ser feita o mais próximo possível da mesa superior. O uso de uma barra comprimida no beiral pode ser necessário nos vãos externos, dependendo da configuração do contraventamento em plano.

#### **8.8.2.2. Contraventamento cruzado**

O uso de contraventamento cruzado não é comum, mas estes apresentam a vantagem de que seus membros diagonais podem ser de dimensões reduzidas, devido ao fato de que somente resistem tração.

#### **8.8.3. Travamento nas mesas internas**

O travamento em mesas internas de vigas ou pilares é na maioria das vezes mais conveniente quando formado por escoramentos diagonais indo das terças ou das barras que sustentam a cobertura lateral até placas soldadas na mesa interna e na alma. A eficiência deste travamento depende da rigidez do sistema, em especial das terças.

#### **8.8.4. Contraventamento nas rótulas plásticas**

A seção 6.3.5.2 da Eurocode EN 1993-1-1 recomenda que deve haver contraventamento tanto para a mesa tracionada quanto para a mesa comprimida até  $0,5h$  das rótulas plásticas calculadas, sendo  $h$  a altura do membro aonde a rótula está localizada. Também se recomenda que este contraventamento seja projetado com a consideração que a mesa comprimida exerce uma carga lateral igual a 2,5% da força da mesa, considerada como a razão entre o momento plástico e a altura da seção, perpendicularmente à alma do membro. A mesma norma diz também, no item 6.3.5.2(5)B que o sistema de contraventamento deve resistir ao efeito das forças locais  $Q_m$ , aplicadas em cada membro estabilizado na localização de sua rótulas plásticas. O valor de  $Q_m$  é dado por:

---

Sendo  $N_{f,Ed}$  a força axial na mesa comprimida do elemento estabilizado na localização da rótula plástica e  $\alpha_m$  é o coeficiente que representa os benefício de travar um grupo de membros em comparação a um membro individual, dado por

— , em que  $m$  é o número de membros a serem travados.

Nos casos em que as rótulas plásticas foram contraventadas pelas diagonais das terças, a rigidez do pórtico formado pelas terças e as diagonais é bastante importante. Na

ausência de outros métodos de verificação, a rigidez do membro de suporte deve ter  $I_{y,s}$  tal que:

---

Sendo  $f_y$  a tensão de escoamento do membro do pórtico,  $I_{y,s}$  o momento de inércia do membro de suporte no eixo paralelo ao eixo longitudinal do membro do pórtico,  $I_{y,f}$  é o momento de inércia do membro do pórtico em seu eixo principal,  $L$  é o comprimento das terças ou das barras que sustentam a cobertura lateral e  $L_1$  e  $L_2$  são as distâncias entre a rótula plástica e o mais próximo entre os beirais ou ponto de momento nulo, em cada um de seus lados.

As rótulas plásticas que sofrem rotação porém, ao se aumentar a carga ainda mais desaparecem também devem ser contraventadas, porém rótulas plásticas que somente aparecem a um carregamento superior ao do estado limite último não precisam ser consideradas.

## **8.9. Empenas**

### **8.9.1. Tipos de pórticos para empenas**

Geralmente são utilizados dois tipos diferentes de pórticos para empenas. No primeiro caso, utiliza-se um pórtico idêntico aos pórticos utilizados no resto da estrutura. Neste caso, as colunas que não são as externas não oferecem suporte à sua viga. Este tipo de empena é utilizado devido à sua simplicidade, ou por que há a possibilidade de se estender a estrutura no futuro. No segundo caso, o pórtico da empena consiste de colunas de empena e vigas simplesmente apoiadas. Neste caso, todas as colunas oferecem suporte às vigas. Este tipo de pórtico de empena requer contraventamento em seu plano. Este tipo de empena tem a vantagem de poder utilizar vigas e colunas externas menores que aquelas no resto do galpão

### **8.9.2. Colunas da empena**

As colunas da empena são projetadas como vigas verticais, se estendendo entre a base e a viga. No nível da viga, a carga horizontal proveniente da coluna da empena é transferida para o contraventamento do telhado, para os beirais e então para o solo por meio do contraventamento nas elevações.

As colunas da empena devem ser projetadas para resistir a ações de pressão e sucção. A sucção máxima pode ocorrer quando há um vento de cima para baixo atuando na estrutura, ou, em maior frequência, quando há um vento atuando paralelamente à empena. A pressão interna ou sucção contribui para as cargas totais na empena. Quando as cargas totais forem equivalentes a uma pressão externa, as mesas externas das colunas da empena estão em compressão, mas são travados fora do plano pelos trilhos laterais. Quando as cargas totais forem equivalentes a uma sucção externa, as mesas internas das colunas da empena estão em compressão. O projeto é feito para o caso mais desfavorável dentre estes dois. Pode ser possível reduzir o comprimento não travado da mesa interior com a introdução de fixadores de coluna provenientes dos trilhos laterais.

### **8.9.3. Vigas da empena**

Caso se projete a empena como vigas simplesmente apoiadas nas colunas, seções I são geralmente utilizadas para as vigas. Além de suportar as cargas verticais, as vigas da empena muitas vezes também trabalham como membros no contraventamento do telhado, e devem ser verificadas quanta a isto.

No caso de se adotar a empena como um pórtico similar aos outros pórticos do galpão, o comum é utilizar as mesmas dimensões que para o resto desta estrutura, mesmo que as cargas verticais sejam menos nas extremidades da estrutura, e conseqüentemente na empena. Em geral, as cargas verticais reduzidas resultam nas vigas poderem acomodar cargas axiais como parte do contraventamento do telhado sem necessitar de aumento na área de sua seção.

### **8.10. Conexões**

As principais conexões em galpões leves são as conexões nos beirais e em seu ponto mais alto, no centro do vão, ambas sendo resistentes ao momento. As conexões nos beirais em particular, estão submetidas a elevados valores de momentos. É possível que haja a reversão dos momentos em ambos estes tipos de conexões, e isto pode ser fator importante para o projeto. Para a economia, conexões devem ser dispostas de modo que se diminua a necessidade de reforços adicionais. Isso geralmente é possível quando se tomem certas medidas, como aumentar a altura da mísula, estender a conexão acima da mesa superior da viga, com a adição de linhas de parafusos e com a seleção de uma seção mais resistente para o pilar.

#### **8.10.1. Conexões nos beirais**

A presença de uma mísula é importante nas conexões dos beirais. Além destes aumentarem a resistência ao momento das vigas, eles também aumentam o braço de alavanca dos parafusos na zona tracionada, o que é importante se a conexão é submetida a um momento fletor elevado. Normalmente, os parafusos na zona tracionada, parafusos superiores no caso de carga gravitacional, são dispostos de forma a resistir a tração devido ao momento aplicado, enquanto os parafusos inferiores, adjacentes ao enrijecedor de compressão, são normalmente dispostos de forma a resistir à carga de cisalhamento vertical, que é geralmente baixa.

Como os membros do galpão leve são escolhidos para se ter resistência a momento fletor, membros de alturas elevadas com almas relativamente finas são comuns, portanto enrijecedores de compressão são geralmente necessários nos pilares. As faces da alma também podem necessitar de reforço, ou a partir de um enrijecedor diagonal, ou a partir de adições face da alma.

A extremidade do pilar pode ser estendida acima do topo da viga, com um par adicional de parafusos. A extremidade final na viga não necessita de enrijecedores, visto que pode-se aumentar as suas dimensões, porém é comum que as almas dos pilares necessitem de enrijecedores locais para os parafusos tracionados. Visto que enrijecedores são caros, recomenda-se escolher uma disposição geométrica que minimize o uso destes.

No caso de momentos de sinais inversos, pode ser necessário o uso de enrijecedor na alma do pilar, em seu topo, alinhado com a mesa superior da viga.

### **8.10.2. Conexões no topo do pórtico**

Em uma típica conexão no centro do vão do pórtico, em seu ponto mais alto, seu lado inferior está submetido a tração em cargas convencionais. A mísula sob a viga, que em galpões pouco carregados pode ser uma placa de extremidade simplesmente estendida, serve para aumentar o braço de alavanca dos parafusos tracionados, assim aumentando a resistência a compressão. A mísula é geralmente pequena, não sendo considerado em outros pontos do projeto.

### **8.10.3. Bases, placas de base e fundações**

Definem-se como base a disposição associada de placa de base, parafusos fixadores e fundação de concreto, a placa de base como a placa metálica utilizada na base do pilar, conectada a mesma através de filetes soldados, e placas de ancoragem como as placas que ancoram os parafusos a fundação.

Na maioria dos casos, usa-se uma base rotulada, devido à dificuldade e preço de providenciar bases rígidas resistentes ao momento. No caso de se apoiarem vigas de guindastes nos pilares, bases resistentes ao momento podem ser necessárias para reduzir as deflexões a limites aceitáveis. Em uma base considerada rotulada para pilares de maiores dimensões, os parafusos podem ser locados inteiramente dentro do perfil do pilar, enquanto para colunas de menos de 400mm, a placa de base deve ser maior, de forma que os parafusos possam ser dispostos fora das mesas.

Para se ter uma base considerada rígida e resistente a momento, deve-se fornecer um braço de alavanca maior aos parafusos e uma placa de base mais rígida, o que se obtém com o aumento de sua espessura. Placas enrijecedoras adicionais podem ser necessárias em caso de conexões com momentos elevados.

#### **8.10.3.1. Segurança durante o erguimento**

É comum colocar ao menos 4 parafusos na placa de base para que se tenha estabilidade durante o erguimento da estrutura, sendo uma alternativa o uso de suportes imediatos imediatamente ao erguimento do pilar, visto que isto não é prático em muitos canteiros de obra, podendo causar riscos à segurança.

#### **8.10.3.2. Resistência a forças horizontais.**

As maiores forças horizontais atuando na base dos pilares são em geral aquelas que agem de dentro para fora devido à flexão dos pilares causada pela carga vertical no telhado.

Pode-se resistir a reações horizontais atuando de dentro para fora de diversas maneiras, sendo possível utilizar a resistência passiva da terra nos lados das fundações, com o grampeamento do solo e sua conexão à base do pilar, ou com a conexão da base de todos os pilares da edificação, ao longo do solo. O método mais comum de se obter esta resistência é com a utilização da pressão passiva do solo. Este método tem a vantagem de que as dimensões de fundação necessárias para resistir ao levantamento são geralmente suficientes para que se tenha a resistência passiva do solo suficiente. Contudo, é possível

que a resistência passiva do solo tenha valor menor que o previsto se o solo não for compactado corretamente.

Alternativamente, uma barra conectada ao pilar e fundida com uma laje feito no nível do solo pode ser relativamente barata. Este mecanismo pode fazer com que a laje do solo sofra maiores fissuras, o que pode ser um problema.

Uma conexão ao longo de todo comprimento do galpão e conectada ao pilar de cada extremidade é o modo mais certo de garantir resistências a forças horizontais, sendo porém mais caro em termos de materiais e mão de obra, além de dificultar o erguimento da estrutura.

#### **8.10.3.3. Placas de base e seus parafusos fixadores**

O fornecedor de aço é, em geral, o responsável por detalhar a placa de base e seus parafusos fixadores. O diâmetro dos parafusos na maioria das vezes é determinado através da consideração de levantamento e das forças de cisalhamento aplicadas nos mesmos, não sendo normalmente menores que 20mm. Geralmente se é conservador no dimensionamento dos parafusos, para que se permitam efeitos incalculáveis de locação incorreta destes, assim como ações de cisalhamento e momento quando sua fixação está incompleta.

O comprimento dos parafusos deve ser determinado a partir das propriedades do concreto, o espaçamento entre os parafusos e a força de tração. Um método simples para se determinar este comprimento é considerar que a força nos parafusos é resistida por uma superfície cônica do concreto. Quando maior resistência a levantamento for necessária, podem-se utilizar placas ou ligações e forma a conectar os parafusos em pares. Cálculos devem ser feitos de forma a verificar a viabilidade do espaçamento entre os parafusos proposto.

#### **8.10.3.4. Projeto de fundações no estado limite de incêndio**

Caso a fundação seja projetada de forma a resistir um momento devido ao colapso da viga em um incêndio, tanto a placa de base quanto a própria fundação devem resistir aos momentos derivados desta situação.

### **8.11. Elementos estruturais secundários**

#### **8.11.1. Viga do beiral**

O membro treilhado que conecta os pórticos do galpão no nível do beiral é conhecido como viga do beiral. Sua função primária é suportar o revestimento do telhado, as paredes laterais e as calhas ao longo do beiral. Este elemento pode também ser utilizado como travamento lateral para o topo da mesa externa do pilar.

#### **8.11.2. Escoramento do beiral**

Caso a estrutura possua um contraventamento vertical em suas paredes laterais, capaz de resistir a tração e compressão em ambas as extremidades da estrutura, escoramentos do beiral não são necessários além dos vãos extremos, apesar de ser uma prática recomendada o uso de um membro entre as colunas que seja usado como ligação durante o erguimento e que gere robustez adicional para a estrutura.

Caso sejam utilizadas seções circulares ocas para travar as rótulas plásticas na base dos beirais, este elemento pode atuar como escoramento longitudinal além de travar a rótula plástica. Caso utilize-se um membro como escoramento do beiral acima deste nível, o mesmo será ineficiente em travar a rótula plástica na base da mísula.

## 9. Dimensionamento de um galpão a partir da análise plástica

### 9.1. Considerações gerais

De acordo com os procedimentos apresentados em toda a extensão deste documento, será efetuado o dimensionamento através do método plástico de um galpão leve de alma cheia com o propósito de armazenamento de grãos, localizado na área rural do Distrito Federal. Este galpão será composto de vários pórticos, sendo estes os elementos que resistirão aos esforços estruturais. Para a transmissão de esforços para estes pórticos, e também para a garantia de resistência a flambagem, estabilidade da estrutura e resistência a esforços transversais, que não são considerados nesta análise, adotam-se terças, travamentos, contraventamentos verticais e horizontais. Além destes, o galpão também possuirá elementos destinados a seu uso, como iluminação, dutos, vedações laterais e telhas. Não será utilizado forro abaixo destas telhas. Os elementos secundários serão compostos por perfis de chapa dobrada, enquanto os elementos estruturais principais, as vigas e pilares dos pórticos, serão perfis tipo I laminados Gerdau, fabricados com aço ASTM A 572 Grau 50. Para que possam ser desenvolvidas rótulas plásticas na estrutura, serão utilizados somente perfis de classe 1, sendo esta classe determinada de acordo com os critérios da norma britânica BS 5950.

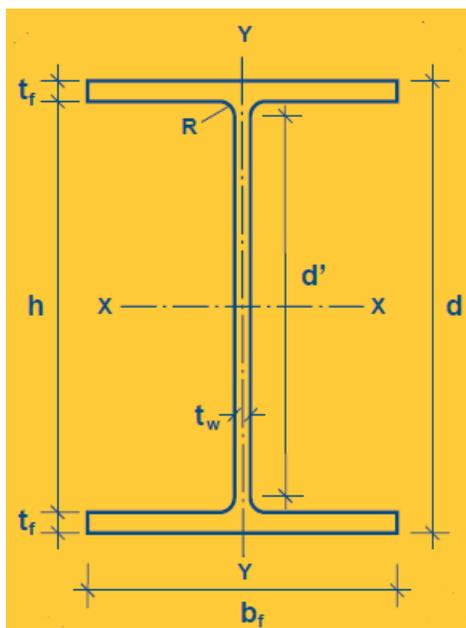


Figura 32: Forma dos perfis estruturais utilizados para vigas e pilares

O dimensionamento da estrutura será feito de acordo com os critérios da NBR 8800, sendo assim obedecidos os limites de estados limites últimos e de serviço. Devido ao fato da norma Brasileira ser pouco abrangente em relação ao cálculo de estruturas metálicas em regime plástico, a norma Britânica BS 5950 será utilizada de forma complementar.

## **9.2. Características geométricas e dos materiais**

### **9.2.1. Características Geométricas:**

- Vão livre: 20 metros
- Comprimento: 50 metros
- Altura dos pilares: 5 metros
- Inclinação das vigas: 15°
- Espaçamento entre as terças: 2 metros
- Espaçamento entre os pórticos: 5 metros

### **9.2.2. Características dos materiais**

Aço:

- ASTM A 572 Grau 50
- $F_y = 3500 \text{ kgf/cm}^2$
- $F_u = 4500 \text{ kgf/cm}^2$
- $\epsilon_s \geq \epsilon_s$
- $\epsilon_u = 18\%$

## **9.3. Estados limites**

Conforme já mencionado, o dimensionamento da estrutura é feito de forma que os limites da norma NBR 8800 quanto aos estados limites últimos e de serviço sejam obedecidos.

### **9.3.1. Estado limite último**

Para a verificação do estado limite último, tem-se que a solicitação de cálculo deve ser menor ou igual à resistência de cálculo, isto é:

A solicitação de cálculo  $S_d$  refere-se à uma combinação dos carregamentos da estrutura majorados por um coeficiente de segurança dependente das condições deste carregamento. A resistência de cálculo refere-se à resistência nominal reduzida por um fator de segurança. No caso de uma análise plástica, a resistência refere-se ao momento de plastificação  $M_p$ , sendo a resistência nominal este momento reduzido pelo fator de segurança de 0,9. No caso deste tipo de análise, o estado limite último é calculado com a obtenção de um fator de carga necessário para a formação de um número suficiente de rótulas plásticas capazes de transformar a estrutura em um mecanismo, devendo o carregamento para este fator de carga ser maior que o carregamento de cálculo.

### **9.3.2. Estado limite de serviço**

Os estados limites de serviço relacionam-se aos comportamentos da estrutura em serviço, sendo estes os limites para que haja a utilização adequada para a estrutura em

serviço. No caso desta estrutura, o estado limite de serviço a ser analisado será as o estado limite de serviço quanto a deformações excessivas. Assim, há um limite quando as deformações da estrutura quando submetida a suas cargas de serviço, sendo as limitações às seguintes:

- Para a viga:

—

- Para os pilares:

—

Sendo:

- o deslocamento vertical na viga
- o deslocamento horizontal na cabeça do pilar
- L o vão dos pórticos
- h a altura dos pilares

#### **9.4. Ações atuantes no galpão**

As ações atuantes no galpão dividem-se em ações permanentes e ações variáveis. As ações permanentes no caso deste galpão serão o peso próprio de todos os elementos que constituem o mesmo. As ações variáveis são aquelas que se alteram de forma significativa ao longo da vida da estrutura, incluindo aquelas que resultam do uso e ocupação desta. Neste galpão, as ações variáveis consideradas serão a sobrecarga e as ações decorrentes do vento.

##### **9.4.1. Ações permanentes**

As ações permanentes serão todas decorrentes do peso próprio dos elementos estruturais do galpão. Estes elementos são:

- Peso próprio do perfil utilizado: O perfil será escolhido para cada análise realizada, de forma a se encontrar o mais leve que obedeça aos estados limites. Assim, o peso destes perfis será adicionado para cada análise realizada.
- Terças: De acordo com a referência [13] Galpões Leves em Estruturas de Aço, o peso das terças pode ser encontrado em função dos perfis utilizados para estas terças e seus vãos. Neste projeto, as terças utilizadas serão perfis U de chapa dobrada, com um vão de 5m, encontrando-se espaçadas em 2,0m entre si. Assim, encontra-se um peso próprio de 2,5 kgf/m<sup>2</sup> para estas terças, aproximado para 3,0 kgf/m<sup>2</sup>.
- O peso próprio dos contraventamentos (XV e XH) será considerado como 2,0 kgf/m<sup>2</sup>, como indicado pela referência [13] Galpões Leves em Estruturas de Aço.

- Os acessórios estruturais, como espaçadores e travamentos, serão considerados como tendo peso de 1,0 kgf/m<sup>2</sup>, sendo este valor considerado adequado pela referência [13] Galpões Leves em Estruturas de Aço.
- É adotado o peso de 4,0 kgf/m<sup>2</sup> para representar os dutos e instalações no galpão, estando estes valores de acordo com os indicados pela referência [13] Galpões Leves em Estruturas de Aço.
- Serão utilizadas para a cobertura telhas trapezoidais galvanizadas Gerdau do tipo Telha Galvalume Trapézio 40. O dimensionamento destas telhas é feito a partir do tabelado para que se resista a carga de vento calculada para a estrutura. Desta forma, será utilizada uma telha de 5,0 mm de espessura, com peso próprio de 4,8 kgf/m<sup>2</sup>, aproximado para 5,0 kgf/m<sup>2</sup>

Assim, a carga permanente atuante na estrutura será 15,0 kgf/m<sup>2</sup> mais o peso do perfil estrutural utilizado para cada caso.

#### **9.4.2. Ações variáveis**

As ações variáveis atuantes no galpão serão o vento e a sobrecarga na cobertura.

##### **9.4.2.1. Sobrecarga**

Em coberturas comuns não sujeitas a acúmulos de qualquer material, a NBR 8800/08 prevê a utilização de uma sobrecarga de 25 kgf/m<sup>2</sup>. Contudo, este valor é bastante elevado para galpões leves de armazenamento de cereais. Esta sobrecarga equivaleria, por exemplo, à consideração de um homem de 75 quilos a cada 3 metros quadrados para a realização de manutenção na cobertura, algo que não é o que ocorre na prática. Por isso, conforme especificado na referência [13] Galpões Leves em Estruturas de Aço, utiliza-se uma sobrecarga de 10 kgf/m<sup>2</sup>

##### **9.4.2.2. Ações de vento**

As ações de vento foram calculadas conforme especificado pela NBR 6123/88. O carregamento foi calculado a partir das características da obra especificadas na norma. Assim, obtém-se que:

- Velocidade básica do vento ( $V_0$ ): 35 m/s, valor característico para o Distrito Federal.
- Fator topográfico  $S_1 = 1,0$ , pois considera-se que o galpão se encontra em terreno plano.
- Categoria III de rugosidade, pois considera-se o galpão construído em uma zona rural cercada de sebes.
- Classe B em relação às dimensões da edificação, pois a mesma possui comprimento de 50 metros.
- Fator  $S_2$  função da altura da edificação, de sua classe e categoria, é 0,89.
- Fator estatístico  $S_3 = 0,95$ , pois trata-se de uma edificação com baixo fator de ocupação.
- Velocidade característica de vento  $V_k = V_0 * S_1 * S_2 * S_3 = 29,6$  m/s.
- Pressão dinâmica  $q_v = 0,0625 * V_k^2 = 54,8$  kgf/m<sup>2</sup>

A pressão atuante nas paredes e coberturas da edificação são função da pressão dinâmica, dos coeficientes de pressão externos e do coeficiente de pressão interna.

O coeficiente de pressão interna é uma função da forma e das aberturas da edificação. O galpão adotado possui abertura predominante em uma face, e outras faces de igual permeabilidade. Ao se considerar uma razão de 1,75 entre a abertura principal e todas as outras aberturas, encontra-se um coeficiente  $C_{pi} = \pm 0,4$ .

Os coeficientes de pressão externa  $C_{pe}$  são função das dimensões da edificação. Estes coeficientes são encontrados através das tabelas 4 e 5 da NBR 6123, sendo dados valores para o caso em que o vento encontra-se na direção de  $0^\circ$  ou a  $90^\circ$  em relação ao galpão.

Para se encontrar a combinação  $C_p = (C_{pe} - C_{pi})$ , foram feitas 4 combinações, (vento a  $0^\circ$  ou  $90^\circ$  e  $C_{pi} = + 0,4$  ou  $C_{pi} = - 0,4$ ), sendo então tidos como relevantes os pórticos submetidos à carga de vento de sucção e de pressão mais críticas. O carregamento devido ao vento é, então:

Sendo  $p_v$  dado em  $\text{kgf/m}^2$ . Para se obter o carregamento linear devido ao vento, multiplica-se o carregamento  $p_v$  pela distância entre os pórticos, sendo neste caso 5,0m. Assim, tem-se as seguintes situações de carregamento de vento crítico:

a) Ventos de sucção

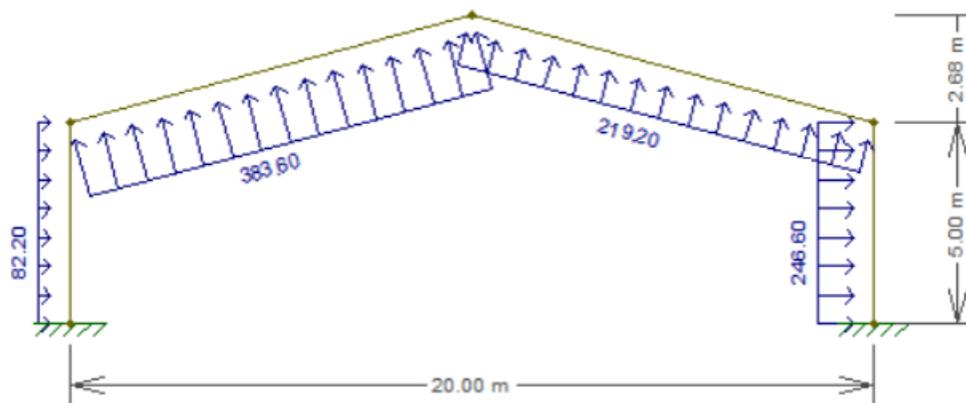


Figura 33: Carregamentos devido ao vento de sucção mais crítico atuante no pórtico (em  $\text{kgf/m}$ ).

b) Ventos de pressão

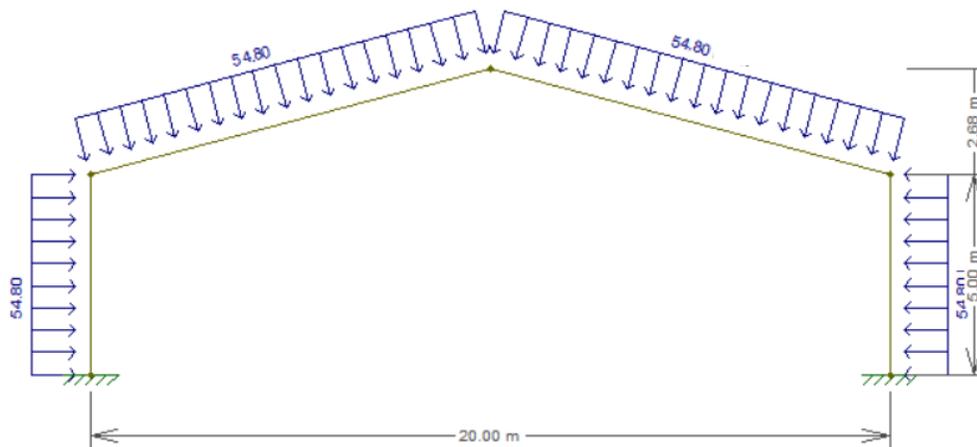


Figura 34: Carregamentos devido ao vento de pressão mais crítico atuante no pórtico (em kgf/m).

### 9.5. Combinações de carga

As combinações de carga serão realizadas conforme prescrito na NBR 8681:2003. As combinações de carga serão efetuadas através da equação:

Em que  $P$  são as cargas permanentes,  $V_p$  é a carga variável principal,  $V_s$  são as cargas variáveis secundárias e  $\Psi$  são os fatores de combinação de cargas. As cargas variáveis secundárias somente são consideradas quando desfavoráveis em relação à carga variável principal. Caso a carga permanente seja favorável em relação à carga variável principal (caso do vento de sucção), a mesma é multiplicada por um fator de 0,9. Os fatores de segurança, geralmente utilizados para a realização das combinações de carga, será aqui considerado quando forem analisados os fatores de cargas através da análise de *software*, devendo o coeficiente de carga de colapso ser superior ao valor do coeficiente de segurança adotado, no caso 1,4.

Para este projeto, serão consideradas 3 combinações de carga, o vento de sucção combinado com a carga permanente e a carga permanente combinada com o vento de pressão e a sobrecarga, sendo feita uma combinação na qual o vento de pressão é a carga variável principal e outra na qual esta é a sobrecarga.

Conforme explicitado na NBR 8681:2003, o coeficiente de combinação  $\Psi$  tem valor de 0,6 para o vento e 0,5 para sobrecargas de baixa ocorrência, como as deste projeto.

Sendo  $P$  a carga permanente,  $S$  a sobrecarga,  $V_s$  o vento de sucção e  $V_p$  o vento de pressão, as combinações de cargas utilizadas para a verificação dos estados limites são as seguintes:

- a)  $0,9P + V_s$
- b)  $P + V_p + 0,5S$
- c)  $P + S + 0,6V_p$

## 9.6. Análise Estrutural

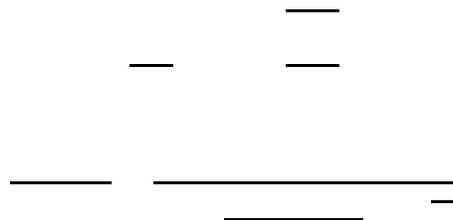
A análise estrutural foi feita a partir do software Mastan2. Este software é capaz de realizar análises elásticas de primeira e de segunda ordem, análises plásticas (ou inelásticas) de primeira e de segunda ordem e análises de carga crítica de primeira e segunda ordem. Este software também fornece o valor dos momentos fletores, cargas axiais e deformações para cada uma destas análises. Apesar do software Mastan2 ser capaz de realizar análises de pórticos espaciais, escolheu-se trabalhar com pórticos bidimensionais, devido às baixas cargas transversais, e à presença de travamentos nesta direção, o que garante que a análise 2d é representativa do comportamento real da estrutura.

Para a análise do estado limite último da estrutura, utiliza-se a análise plástica de segunda ordem, ou alternativamente o método de Rankine-Merchant a partir das análises plástica de primeira ordem e de carga crítica de primeira ordem. O mecanismo de ruptura obtido nesta análise deve ocorrer para um fator de carga acima de 1.4, o que significa que a estrutura obedece aos fatores de segurança especificados na norma. Além disso, é importante que a primeira rótula plástica ocorra para um fator de carga superior a 1,0, de forma a limitar os deslocamentos da estrutura quando atuando em serviço, e também que não haja a formação de rótulas plásticas em pilares para um fator de carga inferior a 1,4, de forma que não haja ruptura brusca na estrutura.

A análise do estado limite de serviço ocorre com a verificação das deformações que ocorrem no pórtico para a análise elástica de segunda ordem, com um fator de carga de 1,0, verificando-se que estas deformações são inferiores aos limites de norma para todas as combinações de carga.

Nas combinações nas quais todos os elementos encontram-se tracionados, utiliza-se a análise de primeira ordem, visto que não há carga crítica para as mesmas. Este é o caso da combinação a).

A escolha do perfil dos elementos estruturais de aço foi feita de forma a se ter o perfil mais leve capaz de respeitar a ambos os estados limites. Para que a primeira rótula plástica sempre seja formada nas vigas, escolheu-se um perfil com módulo de resistência plástica ligeiramente maior para os pilares. Todos os perfis utilizados devem ser de classe 1, isto é, devem possuir capacidade de rotação plástica sem perda de resistência. De acordo com a norma britânica BS 5950, para que um perfil soldado I seja de classe 1, tem-se que:



Sendo isto verificado para cada perfil adotado.

Também deve-se levar em conta a redução no momento plástico devido à força axial em cada elemento do pórtico. Esta redução é feita conforme apresentado no item 6.1.2.(a). Em conjunto com esta redução, também deve-se reduzir o momento plástico de acordo com o fator de segurança para resistência, tendo este o valor de 0,9.

---

Neste projeto, devido à insignificância das forças axiais, não há redução de momento devido a estas em nenhum dos casos analisados.

Ao se analisarem as análises descritas no *software* Mastan2 para diferentes perfis, verifica-se o estado limite de serviço é o que irá determinar o dimensionamento.

Assim, de forma que se tenha os perfis mais leves que respeitem aos estados limites de serviço, são adotados os perfis W 310 x 23,8 para as vigas e W 310 x 28,3 para os pilares. Para estes perfis, têm-se os seguintes carregamentos nos pórticos para as diferentes combinações de carga, sendo considerados os carregamentos distribuídas como cargas concentradas aplicadas nas terças:

a) Combinação de cargas a) (em kgf):

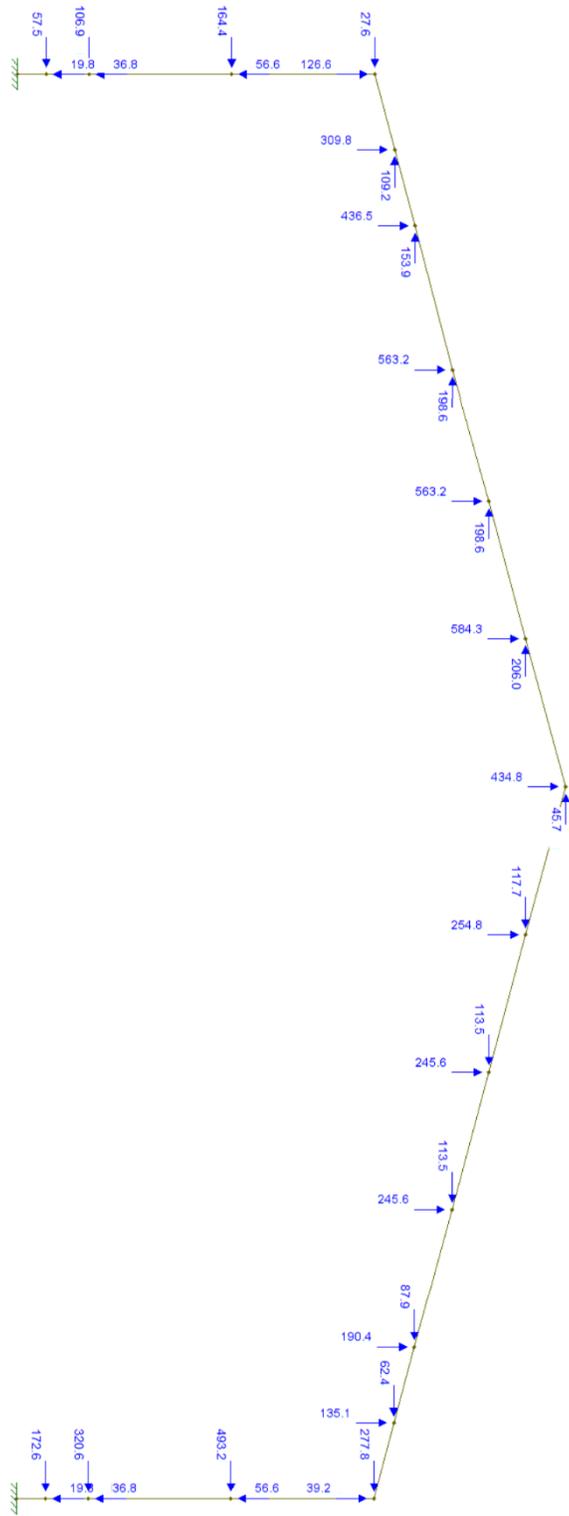


Figura 35: Cargas referentes à combinação a)

b) Combinação de cargas b) (em kgf):

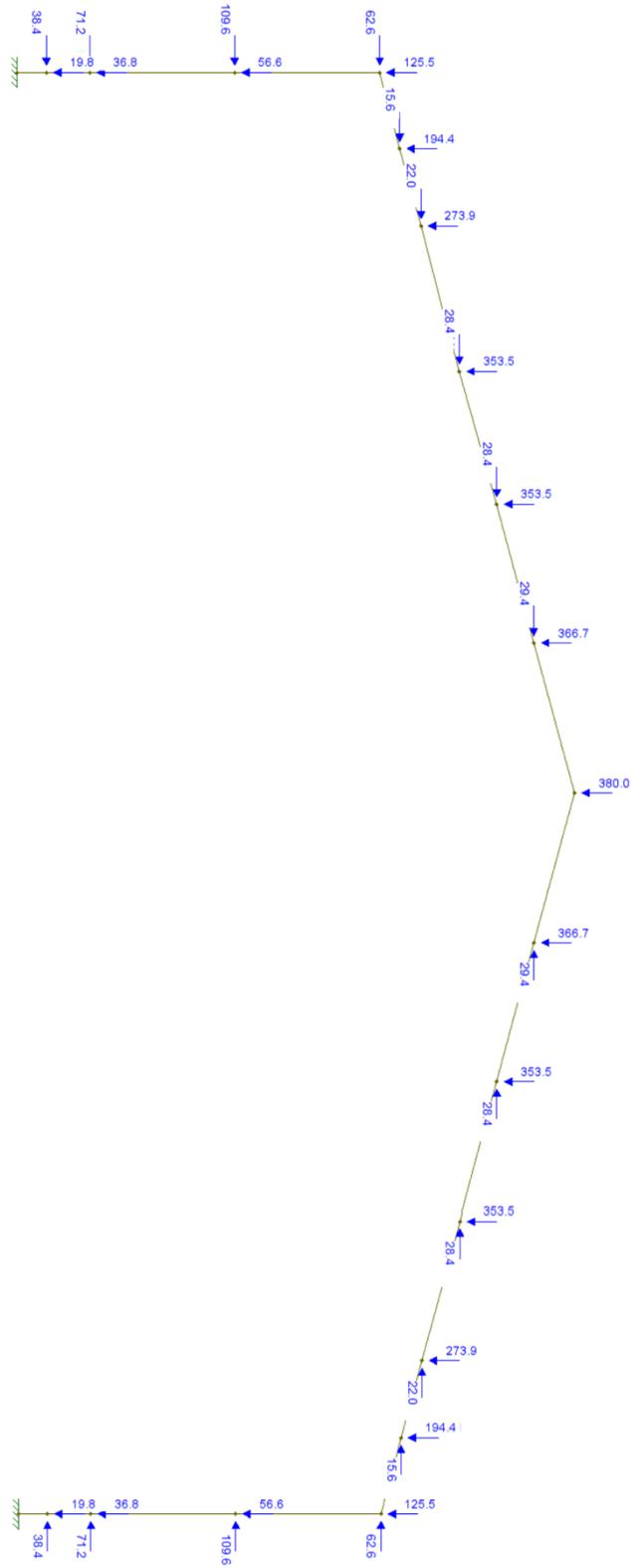


Figura 36: Cargas referentes à combinação b)

c) Combinação de cargas c) (em kgf):

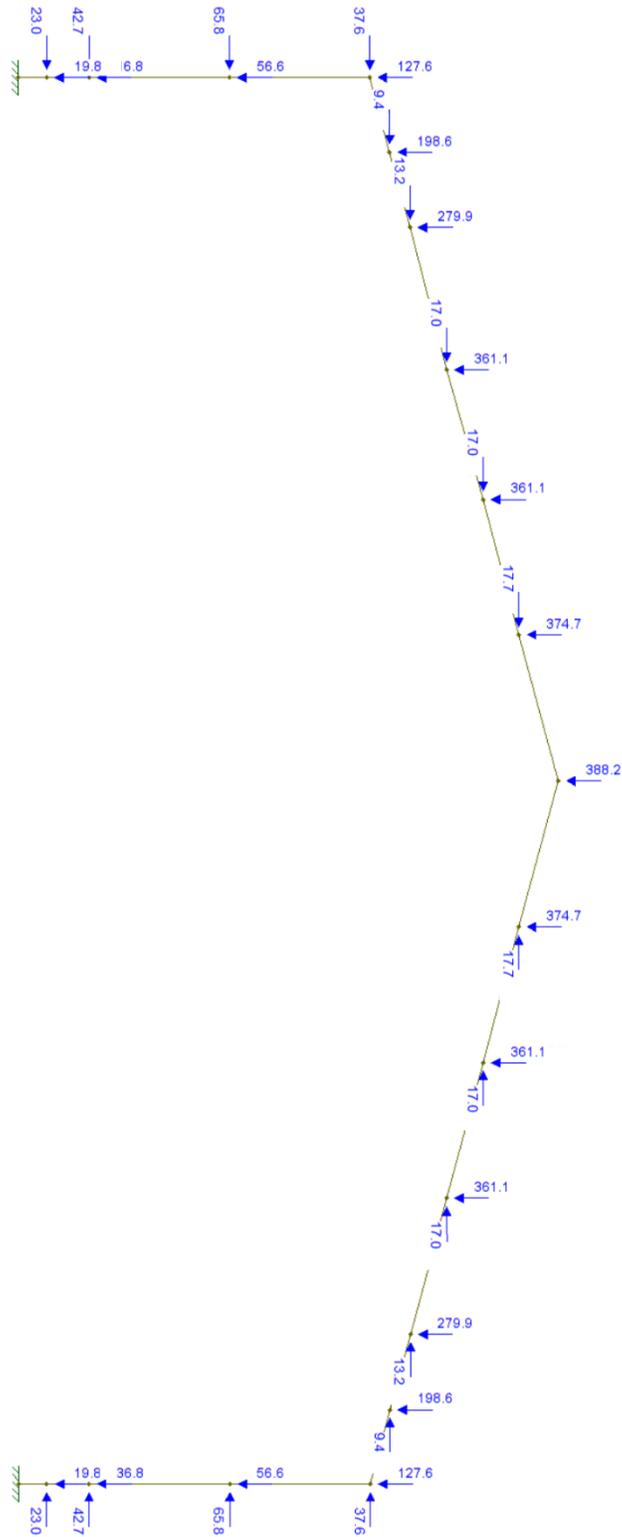


Figura 37: Cargas referentes à combinação c)

As características relevantes para os perfis adotados são:

| BITOLA<br>mm x kg/m | Massa<br>Linear<br>kg/m | d<br>mm | b,<br>mm | ESPESSURA            |                      | h<br>mm | d'<br>mm | Área<br>cm <sup>2</sup> | EIXO X - X                        |                                   |                      |                                   |
|---------------------|-------------------------|---------|----------|----------------------|----------------------|---------|----------|-------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------------------|
|                     |                         |         |          | t <sub>w</sub><br>mm | t <sub>f</sub><br>mm |         |          |                         | I <sub>x</sub><br>cm <sup>4</sup> | W <sub>x</sub><br>cm <sup>3</sup> | r <sub>x</sub><br>cm | Z <sub>x</sub><br>cm <sup>3</sup> |
| W 310 x 23,8        | 23,8                    | 305     | 101      | 5,6                  | 6,7                  | 292     | 272      | 30,7                    | 4346                              | 285,0                             | 11,89                | 333,2                             |
| W 310 x 28,3        | 28,3                    | 309     | 102      | 6,0                  | 8,9                  | 291     | 271      | 36,5                    | 5500                              | 356,0                             | 12,28                | 412,0                             |

### 9.6.1. Estado limite último

a) Combinação a)

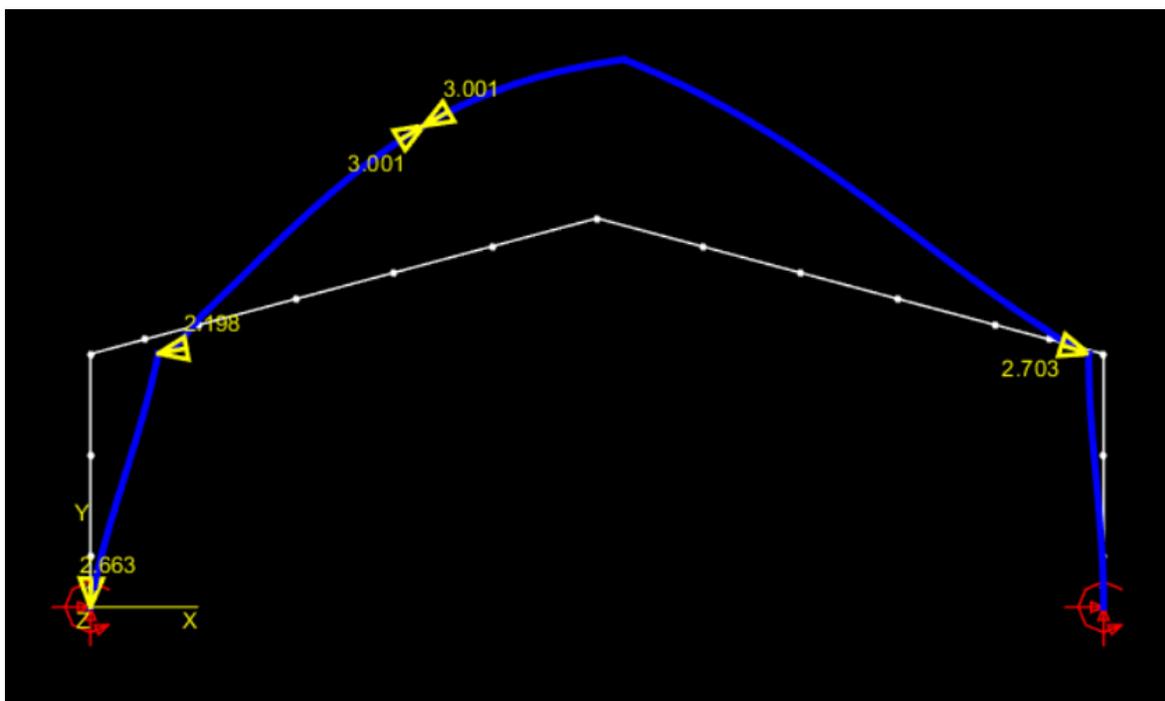


Figura 38: Rótulas plásticas formadas para a combinação a)

Ao se efetuar análise plástica para esta combinação de cargas, encontra-se um fator de carga de 3,0, valor muito acima do fator de segurança 1,4. A primeira rótula plástica é formada na viga para um fator de carga de  $2,2 > 1,0$ , estando este pórtico portanto seguro. Como todos os elementos encontram-se tracionados nesta situação, as análises realizadas são de primeira ordem.

b) Combinação b)

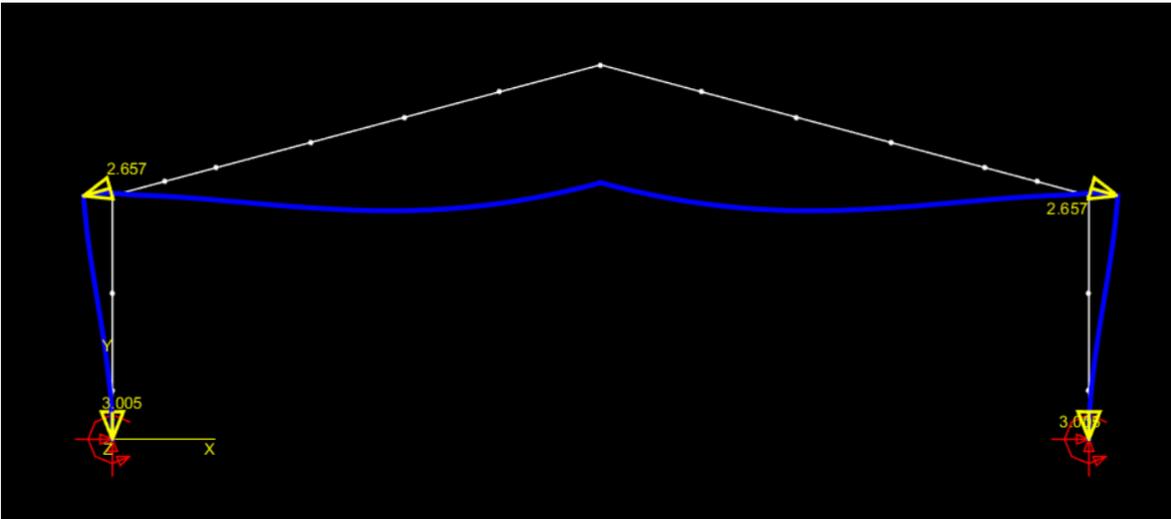


Figura 39: Rótulas plásticas formadas para a combinação b)

O fator de carga encontrado para esta combinação através de uma análise plástica de segunda ordem é de 3,0, valor muito acima do fator de segurança 1,4. A primeira rótula plástica é formada na viga para um fator de carga de  $2,66 > 1,0$ , estando este pórtico portanto seguro. Ao se efetuar uma análise plástica de primeira ordem, encontra-se um fator de carga de 3.15. A carga de colapso crítica encontrada através de uma análise elástica de carga crítica é de 50,3. Como  $\lambda_{cr} \geq 14$ , o método de Rankine-Merchant prevê que o fator de carga de colapso plástico de primeira e de segunda ordem são aproximadamente o mesmo, realidade constatada através do *software*, havendo uma diferença de apenas 5% entre eles.

c) Combinação c)

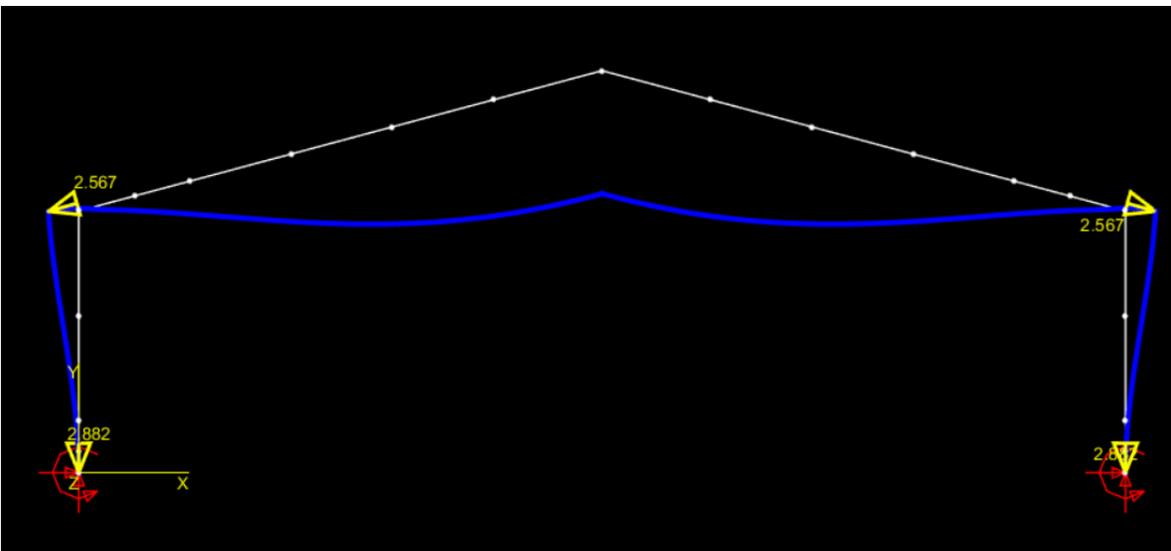


Figura 40: Rótulas plásticas formadas para a combinação c)

O fator de carga encontrado para esta combinação através de uma análise plástica de segunda ordem é de 2,88, valor muito acima do fator de segurança 1,4. A primeira rótula plástica é formada na viga para um fator de carga de  $2,57 > 1,0$ , estando este pórtico portanto seguro. Ao se efetuar uma análise plástica de primeira ordem, encontra-se um fator de carga de 3,01. A carga de colapso crítica encontrada através de uma análise elástica de carga crítica é de 50,2. Como  $\lambda_{cr} \geq 14$ , o método de Rankine-Merchant prevê que o fator de carga de colapso plástico de primeira e de segunda ordem são aproximadamente o mesmo, realidade constatada através do *software*, havendo uma diferença de apenas 5% entre eles.

Assim, efetuando-se análise das três combinações de carga, constata-se que o fator de carga do mesmo será 2,88, portanto maior que o fator de segurança, e que a primeira rótula dentre todas as situações ocorrerá quando o fator de carga for 2,20, sendo portanto este galpão seguro quanto à ruptura devido às cargas atuantes no mesmo.

### 9.6.2. Estado limite de serviço

O estado limite de serviço é feito com a verificação das deformações da carga da estrutura quando submetida a cargas de serviço ( $\lambda = 1,0$ ), em análise elástica. Como visto anteriormente, o limite de deformações verticais é 80mm, e o limite de deformações horizontais é 16,7mm. As deformações serão calculadas a partir de uma análise elástica.

a) Combinação a)

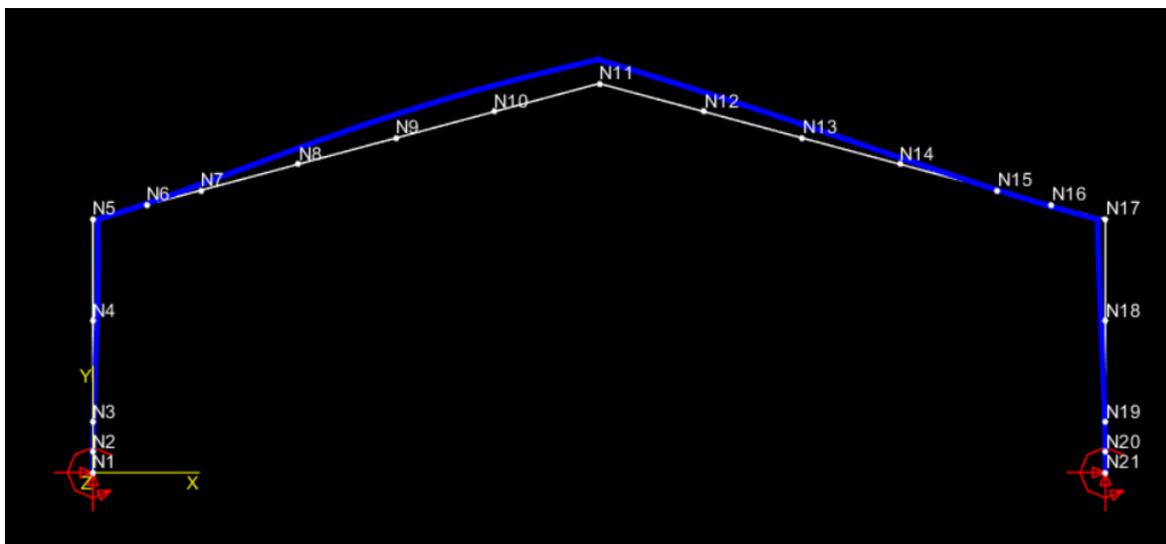


Figura 41: Deslocamentos para a combinação a)

Devido ao fato de todos os elementos da estrutura encontrarem-se tracionados nesta combinação de cargas, é utilizada a análise elástica de primeira ordem para a determinação das deformações. A maior deformação vertical é encontrada no nó representado na figura como N10, de 51,0 mm, valor dentro do limite permitido. A maior deformação horizontal é encontrada para o nó representado na figura como N17, de 15,1 mm. Este valor encontra-se próximo porém ainda dentro do limite da norma.

b) Combinação b)

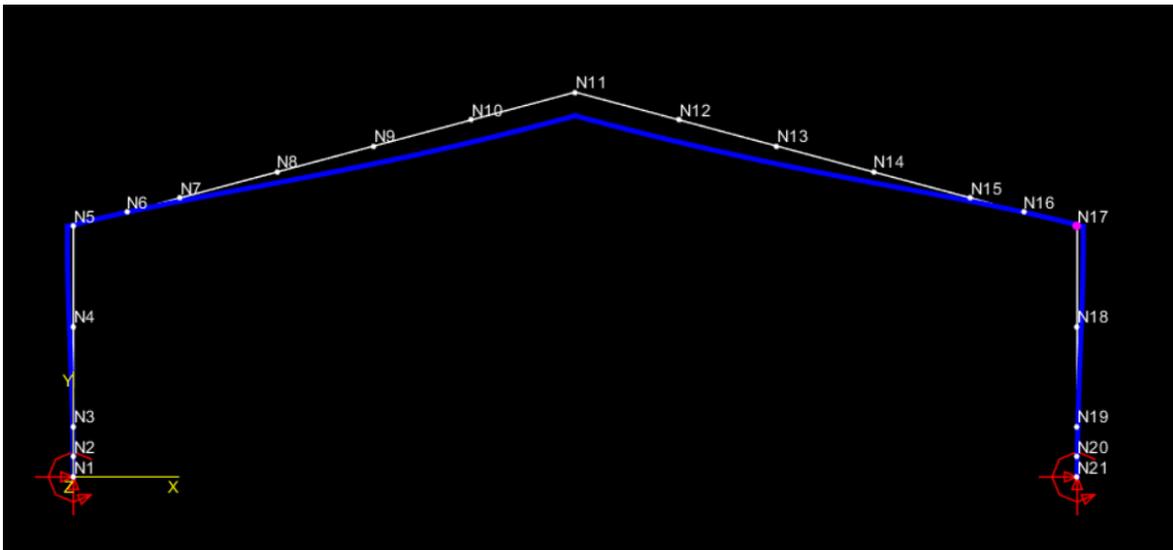


Figura 42: Deslocamentos para a combinação b).

Para a obtenção dos deslocamentos devido à esta combinação de cargas, utiliza-se uma análise elástica de segunda ordem. A maior deformação vertical é encontrada no nó representado na figura como N11, de 47,2 mm, valor dentro do limite permitido. A maior deformação horizontal é encontrada para os nós representados na figura como N5 e N17, de 12,2 mm, valor abaixo do permitido pela norma.

c) Combinação c)

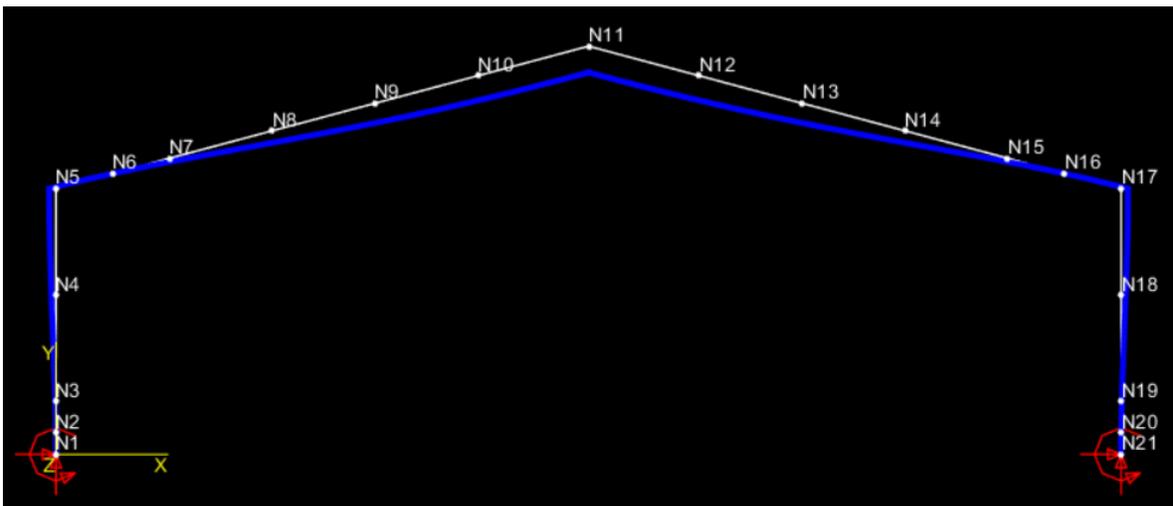


Figura 43: Deslocamentos para a combinação c)

Para a obtenção dos deslocamentos devido à esta combinação de cargas, utiliza-se uma análise elástica de segunda ordem. A maior deformação vertical é encontrada no nó representado na figura como N11, de 49,5 mm, valor dentro do limite permitido. A maior

deformação horizontal é encontrada para o nós representado na figura como N5 e N17, de 12,8 mm, valor abaixo do permitido pela norma.

Percebe-se que para estas combinações de carga, há deslocamentos bastante próximos aos valores limite impostos pela norma. Ao se tentar utilizar perfis mais leves, estes deslocamentos tornam-se inadmissíveis. Isto explica o uso destes perfis estruturais apesar dos altos valores de fator de carga para o estado limite último. O dimensionamento é governado pelo estado limite de serviço. Portanto, o uso de perfil W310 x 23,8 nas vigas e W310 x 28,3 nos pilares é o mais leve possível para este galpão.

## **10. Avaliação do consumo de aço**

Com os perfis utilizados no galpão definidos, é importante que se encontre o consumo de aço no mesmo. Isto se deve ao fato de que o aço é comprado por peso (kg), e que a mão de obra a ser empregada na construção da estrutura é estimada de acordo com a quantidade de aço utilizado na mesma.

Para o cálculo deste consumo de aço, consideram-se os seguintes elementos:

- Pórtico (vigas + pilares).
- Terças da cobertura.
- Terças laterais.
- Espaçadores de terça.
- Travamentos
- Contraventamentos horizontais
- Contraventamentos frontais
- Ligações (estimadas em 15% do peso total)

### **10.1.1. Pórtico**

Os pórticos possuem um vão de 20 metros e encontram-se espaçados em 5m. Para se encontrar o peso por área destes pórticos, pode-se encontrar seu peso total e dividir por  $20 \times 5$ . Este peso total é encontrado com a multiplicação da massa linear dos perfis pelo comprimento dos mesmos

Assim:

Assim, o peso por metro quadrado, considerando-se que os pórticos encontram-se espaçados em 5 metros é  $755,66 / (20 \times 5) = 7,56 \text{ kg/m}^2$

### **10.1.2. Terças**

As terças utilizadas no projeto são perfis U enrijecido 150 x 60 x 20 x 2mm, com massa linear de 5,0 kg/m, obtida ao se multiplicar a massa por área da chapa de 2mm ( $16,0 \text{ kg/m}^2$ ) pelo perímetro do perfil. Para se encontrar o peso por área destes elementos, pode-se calcular o peso total dos mesmos e dividi-lo pela área total do galpão. Neste galpão, há 19 terças, estando 13 destas na cobertura e 3 em cada uma das laterais. Assim:

---

Assim, tem-se para as terças um consumo de 4,75 kg/m<sup>2</sup>

#### **10.1.3. Espaçadores de terça**

Os espaçadores de terça têm como comprimento toda a largura do telhado do galpão e localizam-se no centro do vão entre os pórticos. Assim, há 10 destes espaçadores, e eles encontram-se espaçados em 5,0 metros. O perfil adotado para os mesmos é um perfil L 20 x 20 x 2mm, com uma massa linear de 0,64 kg/m, obtida da mesma forma que para as terças. Assim, o peso por área destes espaçadores será:

---

#### **10.1.4. Travamentos**

Os travamentos encontram-se entre a terça da cumeeira e suas terças adjacentes. O perfil utilizado para os mesmos é uma barra de 8mm de diâmetro e massa linear de 0,39 kg/m. 40 destes espaçadores são utilizados no galpão. Assim, seu peso por metro quadrado é:

---

#### **10.1.5. Contraventamentos**

O contraventamento será colocada nos pórticos extremos, e a cada 3 pórticos. Assim, haverá 4 fileiras de contraventamentos. Para os contraventamentos horizontais, utilizam-se perfis L 30 x 30 x 2mm, com massa linear de 0,96kg/m. Para os contraventamentos verticais, utilizam-se perfis L 40 x 40 x 3mm, com massa linear de 1,92 kg/m Assim, seu peso por metro quadrado é:

---

#### **10.1.6. Ligações**

Considera-se que as ligações representam 15% do peso de aço da estrutura.

#### **10.1.7. Consumo de aço por área**

Assim, o consumo de aço por área encontrado é  $1,15 \cdot (7,56 + 4,75 + 0,13 + 0,05 + 0,70) = 15,2 \text{ kg/m}^2$ , valor dentro do esperado para uma estrutura deste tipo, entre 15 e 25 kg/m<sup>2</sup>.

## 11. Conclusão

Através do galpão projetado e de toda a teoria vista ao longo deste projeto, conclui-se que o uso da análise plástica é bastante proveitoso para o projeto de estruturas de aço, especialmente aquelas com elevados graus de hiperestaticidade. O uso de *softwares* como o Mastan2, usado neste projeto, elimina uma das maiores barreiras para a realização de projetos em análise plástica, que é a complexidade dos cálculos, sendo o uso destes bastante simples, prático e rápido, desde que se tenha o conhecimento teórico deste tipo de análise.

Em relação ao galpão projetado, percebe-se que apesar dos perfis obtidos pelo dimensionamento serem compactos, o aproveitamento da plasticidade da estrutura não é tão alto quanto previsto. Isto se deve ao fato de que as rótulas plásticas ocorrem a elevados fatores de carga, visto que o dimensionamento é dominado pelo estado limite de serviço, isto é, pelas deformações. Para que se possa ter um maior proveito da plasticidade, pode-se tentar limitar as deformações na estrutura, através por exemplo do emprego de mísulas, ou ainda reconsiderar os limites de deformações, de forma a se admitir um valor superior ao limite da norma, desde que se constate que isto não terá efeito significativo sobre a estrutura, suas telhas e revestimentos.

O fato observado anteriormente provavelmente justifica a razão de grande parte dos projetos de galpão leve em alma cheia possuírem mísula. Constata-se no entanto, que estes elementos podem não ser sempre vantajosos, visto que o custo de instalação dos mesmos, seja por material, por ligações, ou por mão de obra, é bastante elevado, sendo por vezes mais proveitoso o uso de um perfil ligeiramente maior, como o deste projeto.

De forma geral, considera-se proveitoso o uso de análise plástica neste tipo de estrutura, visto que o consumo de aço para construção da mesma encontra-se dentro de valores esperados, os perfis utilizados são leves, e o alto fator de carga para ruptura garante que a estrutura encontra-se segura, mesmo no caso de cargas inesperadas que possam vir a ocorrer. O uso do método plástico em conjunto com *softwares* também permite saber a ordem nas quais as rótulas plásticas são formadas, qual o fator de carga para o qual isto ocorre e aonde as mesmas se localizarão, o que permite que se tenha um maior rigor na verificação destes pontos durante a construção da estrutura, e também durante a sua manutenção.

## Referências Bibliográficas

- [1] ABNT – Associação Brasileira de normas técnicas – NBR 8800, Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, 2008.
- [2] ABNT – Associação Brasileira de normas técnicas – NBR 6123, Forças devido ao vento em edificações; 1987.
- [3] ABNT – Associação Brasileira de normas técnicas – NBR 8681, Ação e segurança mas estruturas – Procedimento, 2003.
- [4] Neal, B. G., (1977), Plastic Methods of Structural Analysis, 3rd edition, Chapman & Hall, London, England.
- [5] Horne, M. R. and Morris, L. J., (1981), Plastic Design of Low Rise Frames-, Collins, London, England.
- [6] Horne, M. R., (1979), Plastic Theory of Structures, 2<sup>nd</sup> edition, Pergamon Press, London, England.
- [7] Beedle, S. Lynn, (1958), Plastic Design of Steel Frames, 5<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons, INC. New York City, USA.
- [8] R M. Natal, Jorge, (2001), Análise Elasto-Plástica de Estruturas Reticuladas, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto. Porto, Portugal.
- [9] De Paula, J. H. M.; 2016. Projeto e Construções de Edifícios de Aço. Publicação Interna, UnB-FT-ENC.
- [11] Steel Building in Europe, Single-Storey Steel Buldings, Part 4: Detailed Design of Portal Frames.
- [12] EM 1993-1-1, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings.
- [13] De Paula, J. H. M.; Galpões Leves em Estruturas de Aço.
- [14] BS 5950 – Structural use of steelwork in building.
- [15] Beedle, L. S.; Thürlimann B.; Ketter, R. L. (1955), Plastic Design in Structural Steel.