



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA INÉRCIA
DE ROTAÇÃO DE COMPONENTES DE
TURBINAS EÓLICAS**

Por,
Raphael Ugolini Santana

Brasília, 28 de junho de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA INÉRCIA
DE ROTAÇÃO DE COMPONENTES DE
TURBINAS EÓLICAS**

POR,

Raphael Ugolini Santana

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz,
UnB/ENM (Orientador)

Prof. Dr. Marcus Vinicius Girão de Moraes,
UnB/ENM (Orientador)

Profa. Dra. Dianne Magalhães Viana, UnB/ENM

Prof. Dr. Antonio Piratelli Filho, UnB/ENM

Brasília, 28 de junho de 2017

RESUMO

O presente projeto de graduação tem como objetivo determinar experimentalmente o momento de inércia dos componentes internos de uma turbina eólica tipo HAWT. É importante o conhecimento do momento de inércia de uma turbina eólica para determinar sua eficiência na transformação de energia cinética do vento em energia elétrica no gerador. Uma turbina de vento comercial de baixa potência foi usada para o experimento. Uma metodologia experimental, chamada de massa em queda, permite a determinação precisa da inércia de uma turbina eólica sem a sua desmontagem. A metodologia, utilizada neste projeto, utiliza as filmagens realizadas por uma câmera para determinar a velocidade angular da turbina, e o Guia para a Expressão de Incerteza na Medição para avaliar a incerteza experimental. Para avaliar os resultados obtidos usando a massa em queda, o mesmo componente de uma turbina eólica foi avaliado usando a metodologia do pêndulo trifilar. Apesar dos resultados terem pouca discrepância, a análise estatística demonstrou que os resultados obtidos nos dois métodos não tiveram significância estatística. Com a metodologia usada foi possível determinar a inércia de rotação do gerador da turbina eólica ensaiada.

Palavras-chaves: Momento de inércia de rotação, Turbina eólica, Pêndulo trifilar, Massa em queda, Análise de incertezas.

ABSTRACT

The present graduation project has the objective to experimentally determine the moment of inertia of the internal components of horizontal axis wind turbines (HAWT). It is importance the knowledge of the moment of inertia of a wind turbine to determine its efficiency in the transformation of kinetic energy of the wind into electrical energy at the generator. A low power commercial wind turbine is used for the experiment. An experimental methodology, called string-weight, allows a precise determination of the inertia of a wind turbine without its disassembly. The methodology, used at this project, uses a camera to determine the angular velocity of the wind turbine and the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement to evaluate the experimental uncertainty. To evaluated the results of the string-weight methodology, the same component in a wind turbine was measured using trifilar pendulum methodology. Although the results had little discrepancy, the statistical analysis showed that the results obtained in the two methods were not statistically significant. With the methodology used, it was possible to determine the rotational inertia of the wind turbine generator tested.

Key-words: moment of inertia, wind turbine, trifilar pendulum, string-weight, uncertainty measurement,

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO MOMENTO DE INÉRCIA DE ROTAÇÃO	3
2.1 O MOMENTO DE INÉRCIA.....	3
2.1.1 Momento de inércia de massa versus de área	5
2.2 MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE MASSA	7
2.3 MÉTODO DA ACELERAÇÃO POR UMA MASSA EM QUEDA	9
2.3.1 Modelagem física	10
3 O MÉTODO ISO-GUM PARA CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO	13
3.1 O GUIA PARA EXPRESSÃO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO	13
3.1.1 Conceitos básicos	13
3.2 O MÉTODO ISO-GUM	14
3.2.1 Avaliando a incerteza-padrão	15
3.2.1.1 Avaliação Tipo A da incerteza-padrão	15
3.2.1.2 Avaliação Tipo B da incerteza-padrão	16
3.2.2 Determinação da incerteza-padrão combinada	17
3.2.3 Incerteza expandida	18
3.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	19
4 DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO	23
4.1 O APARATO EXPERIMENTAL.....	23
4.1.1 Turbina eólica	24
4.1.2 Hub metálico de acoplamento	25
4.1.3 Massa e corda	26
4.1.4 Coleta dos dados	27
4.2 FONTES DE INCERTEZAS	28
5 METODOLOGIA E CÁLCULO DA INCERTEZA EXPERIMENTAL	29
5.1 METODOLOGIA DE DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO MOMENTO DE INÉRCIA.....	29
5.2 CÁLCULO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO.....	32
6 PÊNDULO TRIFILAR	35
6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	35
6.2 DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO.....	36
6.3 ENSAIO PRELIMINAR	38
6.4 ENSAIO FINAL	41
7 ENSAIO DA TURBINA EÓLICA	45
7.1 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	45
7.2 ENSAIOS PRELIMINARES	47
7.3 ENSAIOS FINAIS	50
8 CONCLUSÃO	57
REFERÊNCIAS	59

ANEXOS	63
ANEXO A: O TESTE <i>T</i> DE <i>STUDENT</i>	64
A.1 METODOLOGIA DO TESTE <i>T</i> DE <i>STUDENT</i> PARA OBSERVAÇÕES INDEPENDENTES.....	64
A.2 ESTUDO DE CASO: MOMENTO DE INÉRCIA DO DISCO METÁLICO	65
A.3 ESTUDO DE CASO: MOMENTO DE INÉRCIA DAS PÁS EÓLICAS	66
A.4 DISTRIBUIÇÃO <i>T</i> DE <i>STUDENT</i> (JCGM100:2008)	68
A.5 TABELA DE VALORES DE F PARA $\alpha = 2,5\%$	69
ANEXO B: SOLUÇÃO DO SISTEMA OSCILATÓRIO AMORTECIDO NO PÊNDULO TRIFILAR	70
B.1 VALORES DOS COEFICIENTES NOS ENSAIOS DA BANCADA E DISCO METÁLICO.....	70
B.2 VALORES DOS COEFICIENTES NOS ENSAIOS DA BANCADA, <i>HUB</i> E <i>HUB</i> + PÁS EÓLICAS.....	71
ANEXO C: RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS NA TURBINA EÓLICA PELO MÉTODO DA MASSA EM QUEDA.....	72
C.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS NA TURBINA EÓLICA COM PÁS.....	72
C.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS NA TURBINA EÓLICA COM PÁS (CONT.).....	73
C.2 RESULTADOS OBTIDOS NA TURBINA EÓLICA SEM PÁS.....	74
ANEXO D: VALORES DOS COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE NOS ENSAIOS COM PÁS NA MASSA EM QUEDA.....	75

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Representação de uma massa dm a distância r do seu eixo de rotação.	4
Figura 2.2 - Momento de Inércia de Massa de sólidos homogêneos.	6
Figura 2.3 - Representação de um elemento de área dA a distância x e y do eixo cartesiano. ..	7
Figura 2.4 - (a) pêndulo bifilar; (b) pêndulo trifilar; (c) pêndulo multifilar.....	8
Figura 2.5 - Sistema de aceleração e desaceleração do rotor	9
Figura 2.6 - Esquema do experimento para determinar momento de inércia pelo método <i>String and Weight</i>	10
Figura 4.1 - Esquema da montagem utilizada no experimento	23
Figura 4.2 - Turbina eólica iSTA Breeze® i-500.....	24
Figura 4.3 - Cubo da turbina eólica.....	25
Figura 4.4 - Hub em aço SAE 1020	26
Figura 4.5 - Massa com corda de nylon	27
Figura 4.6 - Garfo e os pesos.....	27
Figura 5.1 – Velocidade angular em um ensaio típico.	29
Figura 6.1 - Bancada experimental	36
Figura 6.2 - Plataforma inferior do pêndulo trifilar	37
Figura 6.3 - Disco metálico no <i>software</i> CAD.....	39
Figura 6.4 – Deslocamento lateral da bancada vazia	40
Figura 6.5 – Deslocamento lateral da bancada com disco metálico.....	40
Figura 6.6 - Densidade de probabilidade do momento de inércia do disco	41
Figura 6.7 - Pás eólicas montadas no <i>hub</i> metálico e posicionadas no pêndulo trifilar.....	42
Figura 6.8 - <i>Hub</i> metálico posicionado no pêndulo trifilar	42
Figura 6.9 - Deslocamento lateral das pás + <i>hub</i> metálico.....	43
Figura 6.10 - Deslocamento lateral do <i>hub</i> metálico	43
Figura 7.1 - Montagem final do experimento com pás (a) e sem pás (b).....	46
Figura 7.2 - Haste utilizada para estabilização da cauda da turbina	48
Figura 7.3 - Origem do eixo cartesiano.....	49
Figura 7.4 - Alvo (ponto vermelho) para o processamento de imagens	50
Figura 7.5 - Velocidade angular (azul) e a suavização por média móvel (laranja) de um ensaio com as pás e massa de 834g	51
Figura 7.7 - Representação do processo de cálculo das inércias rotacionais dos componentes da turbina eólica	52
Figura 7.8 - Curva de distribuição de probabilidade da inércia experimental das pás.....	53
Figura 7.9 - Torque dissipativo (azul) e a interpolação de segundo grau (laranja) nos ensaios com pás (a) 414g, (b) 624g, (c) 834g, (d) 1042g, (e) 1250g e sem pás (f) 414g	54
Figura 7.6 - Coeficientes de sensibilidade da incerteza experimental	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Fator de abrangência para um determinado nível de confiança para uma distribuição normal.....	18
Tabela 3.2 - Leitura, média, variância e incerteza-padrão (LIRA, 2001)	20
Tabela 3.3 - Dados do certificado de calibração do calibrador (LIRA, 2001).....	20
Tabela 4.1 - Momento de inércia do <i>hub</i> de acoplamento	26
Tabela 4.2 - Instrumentos utilizados nos ensaios	28
Tabela 6.1 - Instrumentos utilizados no ensaio do pêndulo trifilar	38
Tabela 6.2 - Momento de inércia do disco metálico	41
Tabela 6.3 - Inércia experimental das pás eólicas e <i>hub</i> no pêndulo trifilar	43
Tabela 7.1 - Instrumentos utilizados no ensaio da turbina eólica	51
Tabela 7.2 - Aceleração, desaceleração e inércia rotacional da turbina eólica	52
Tabela 7.3 - Inércia experimental dos componentes da turbina eólica	53

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

F	Força	[N]
m	Massa	[Kg]
v	Velocidade	[m/s]
a	Aceleração	[m/s ²]
I	Momento de inércia	[Kg.m ²]
R, r	Raio	[m]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]
Y	Grandeza de saída	
X	Grandeza de entrada	
\bar{X}	Média aritmética	
s^2	Variância	
u, s	Incerteza-padrão	
u_c	Incerteza combinada	
$r(x, y)$	Coefficiente de correlação	
U	Incerteza expandida	
h	Altura	[m]
T_d	Torque dissipativo	[N.m]
t	Tempo	[s]
v_0	Velocidade inicial	[m/s]
h_0	Altura inicial	[m]

Símbolos Gregos

$\ddot{\theta}, \alpha$	Aceleração angular	[rad/s ²]
$\dot{\theta}, \omega$	Velocidade angular	[rad/s]
θ	Posição angular	[rad]
Δ	Varição entre duas grandezas similares	
v	Graus de liberdade	

Subscritos

eff	Efetivos
i, k	Número de medições de uma grandeza

Abreviaturas

CG	Centro de Gravidade
ENM	Departamento de Engenharia Mecânica
FPS	Frames per Seconds
FT	Faculdade de Tecnologia
GDS	Grupo de Dinâmica de Sistemas
GUM	Guide to Uncertainty Measurements
INMETRO	Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
ISO	International Organization for Standardization
JCGM	Joint Committee for Guides in Metrology
UnB	Universidade de Brasília
VIM	Vocabulário Internacional de Metrologia

1 INTRODUÇÃO

Com a crise do petróleo e tratados de redução de emissão de dióxido de carbono cada vez mais severos, viu-se a necessidade de investir em fontes de energias renováveis a fim de reduzir o uso de combustíveis fósseis para produção de energia elétrica. Desta forma, surgiram soluções para produção de energia elétrica a partir de fontes renováveis e limpas, como rios, ventos e o sol. Um exemplo disso é o uso de turbinas eólicas que aproveitam a energia cinética dos ventos para geração de energia elétrica. Estudos para otimização dessas turbinas são realizados pelo Grupo de Dinâmica de Sistemas (GDS) do Departamento de Engenharia Mecânica (ENM) da Faculdade de Tecnologia (FT) na Universidade de Brasília (UnB).

Um dos componentes estudados pelo grupo é o sistema de transmissão (*powertrain*) das turbinas. Ele consiste em um eixo de baixa rotação que transmite a rotação das pás para a caixa de transmissão, onde a rotação é multiplicada ao eixo de alta rotação que aciona o gerador. Pesquisas têm sido realizadas sobre esse tema, por exemplo, Kalkmann (2015) apresentou uma modelagem em MATLAB® para simulação do comportamento dinâmico do sistema de transmissão. Esse modelo leva em consideração as perdas devido ao torque dissipativo dos rolamentos e eficiência da caixa de transmissão.

Além do conhecimento das perdas presentes no sistema de transmissão, outra importante propriedade do sistema de transmissão é a sua inércia de rotação, pois ele tem impacto direto na eficiência da transmissão da energia cinética do rotor ao gerador, além de absorver flutuações de velocidade sofridas pelas pás, tornando o sistema mais estável. Povey e Paniagua (2012) afirmam que um erro de 1% na determinação da inércia causa um erro de 1% na determinação da eficiência do sistema. A determinação experimental da inércia das turbinas é usualmente utilizada devido à complexidade geométrica das pás e a grande quantidade de componentes no sistema de transmissão.

Com o aumento da troca de informações entre indústrias, laboratórios, comércios, e agências reguladoras, viu-se a necessidade de padronizar a forma que cada setor expressa os resultados experimentais de medições. Em 1993, organizações internacionais se reuniram e passaram a responsabilidade de criar o *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM) à *International Organization for Standardization* (ISO). O objetivo do ISO-GUM é padronizar a expressão da incerteza de medição, além de apresentar a metodologia do seu cálculo.

O presente projeto tem como objetivo determinar o momento de inércia de componentes de uma turbina eólica tipo HAWT, como as pás eólicas e o gerador, presente na nacelle. Enquanto que, nos objetivos específicos, será aplicado o método ISO-GUM para o cálculo de incerteza de medição no procedimento experimental com o estudo da influência das incertezas de medição. Em seguida, a metodologia da massa em queda será comparada com outro método de avaliação de inércia rotacional, o pêndulo trifilar, a fim de aperfeiçoar a metodologia utilizada neste projeto.

É utilizada uma turbina eólica modelo iSAT Breeze i-500 que se encontra no bloco G, da Faculdade de Tecnologia na Universidade de Brasília. O experimento consiste na medição, via filmagem, da aceleração do rotor da turbina utilizando uma massa em queda e na seguida desaceleração livre do rotor.

O presente relatório está organizado em seis capítulos, incluindo essa introdução.

O segundo capítulo define o momento de inércia de um corpo, diferenciando-o de outras inércias descritas na literatura. Após, são apresentados diversos métodos experimentais utilizados para obter o momento de inércia de um corpo. Por fim, o método experimental utilizado neste trabalho é apresentado, junto com a modelagem física.

O terceiro capítulo trata da metodologia ISO-GUM a ser utilizada no ensaio experimental. É apresentado o passo a passo para a aplicação da metodologia, explicando como funciona cada etapa da aplicação. Por fim, um estudo de caso é apresentado no qual a metodologia ISO-GUM é aplicada, com o objetivo de auxiliar o leitor a entender essa metodologia.

O quarto capítulo descreve o aparato experimental e os componentes utilizados neste trabalho. Os métodos para a coleta de dados são apresentados, listando suas vantagens e desvantagens. As fontes de incertezas do experimento são avaliadas e os instrumentos utilizados para a coleta de dados são citados. Por fim, o procedimento experimental é descrito.

O quinto capítulo apresenta o modelo físico e o modelo de medição que serão utilizados neste projeto. Logo após, a metodologia ISO-GUM é aplicada ao modelo de medição gerando a expressão da incerteza expandida para a inércia rotacional experimental.

O sexto capítulo apresenta o método do pêndulo trifilar para medir um componente da turbina eólica. Primeiro é utilizado um corpo com inércia conhecida para calibração do pêndulo trifilar e, após é utilizado a metodologia para medir a inércia das pás da turbina eólica. Este resultado foi utilizado para comparação com o resultado obtido pelo método da massa em queda livre.

O sétimo capítulo aplica a metodologia apresentada no quinto capítulo ao aparato experimental. É estabelecido um procedimento experimental e aplicado a um conjunto de ensaios na turbina eólica para se obter a inércia das pás eólicas. Os resultados então são comparados e avaliados com base nos resultados obtidos no pêndulo trifilar.

O oitavo capítulo conclui os resultados obtidos e as comparações realizadas entre os dois métodos de obtenção do momento de inércia rotacional do aparato experimental, realizando sugestões para futuros trabalhos usando o método da massa em queda livre.

2 DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO MOMENTO DE INÉRCIA DE ROTAÇÃO

Este capítulo apresenta uma visão geral sobre o momento de inércia, a sua formulação analítica e a razão da necessidade de determinar experimentalmente o momento de inércia de um corpo rígido. Um corpo pode assumir movimentos translacional e rotacional, porém, nem sempre o componente da máquina possui geometria simples, havendo a necessidade de métodos experimentais para definir com exatidão o seu momento de inércia.

Para Schedlinski (2001), os métodos dinâmicos servem para determinar o momento de inércia e podem ser divididos em três grupos:

- 1) Métodos sem limitação no movimento de corpos rígidos;
- 2) Métodos baseados no movimento em pequenos ângulos; e
- 3) Métodos baseados no movimento em ângulos muito pequenos e pequenas velocidades angulares.

Neste projeto de graduação foi usado o método da queda livre de uma massa ligada ao rotor do componente do qual o momento de inércia deve ser determinado, que corresponde a um método dinâmico de pequenas velocidades angulares.

2.1 O MOMENTO DE INÉRCIA

O estudo da tendência dos objetos em manter seu movimento iniciou-se no século XVI. A descrição da inércia surgiu com Galileu Galilei como uma ideia para explicar essa tendência, porém, foi Isaac Newton, em sua obra *Principia* publicada no final do século XVII, que formulou a primeira lei do movimento dos corpos, conhecida como **Princípio da Inércia**, com a sentença: “Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que seja forçado a mudar aquele estado por forças aplicadas sobre ele” (NEWTON, 1999, p. 416).

Além do princípio da inércia, Isaac Newton formulou a segunda lei do movimento dos corpos, conhecida como princípio fundamental da dinâmica, afirmando que a força resultante em uma partícula é igual à variação temporal do seu momento linear:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (2.1)$$

onde, \vec{F} é o vetor força resultante, m é a massa e \vec{v} é o vetor velocidade da partícula.

Em um sistema onde a massa é constante, a equação (2.1) pode ser simplificada em:

$$F = m \cdot a \quad (2.2)$$

onde, a é a aceleração da partícula.

A partir da segunda lei de Newton, pode-se introduzir o conceito físico chamado **massa inercial**, que consiste na resistência de um corpo a mudança de movimento, quantificada pela massa do corpo rígido (SERWAY; JEWETT JR, 2004).

A propriedade dos objetos de resistirem à alteração no seu movimento é chamada de inércia. Por outro lado, a propriedade de um objeto de resistir a alterações em seu estado de movimento de rotação é chamada de **inércia rotacional**, também conhecido por momento de inércia (HEWITT, 2011).

Hibbeler (2011) descreve que, sabendo a dimensão e a forma do corpo a ser analisado, a aplicação de forças externas pode fazer o corpo apresentar movimento translacional (equação 2.2) e rotacional (equação 2.3). O movimento translacional do corpo é governado pela segunda lei de Newton, enquanto o rotacional é governado pela seguinte equação:

$$M = I \cdot \alpha \quad (2.3)$$

onde, I é denominado como o momento de inércia e α é a aceleração angular do corpo.

O momento de inércia é uma propriedade dimensional do corpo rígido e é determinado pela integral de um elemento infinitesimal dm a distância r do eixo de referência z , conforme ilustrado na Figura (2.1). Esta relação resulta na seguinte equação:

$$I = \int_m r^2 dm \quad (2.4)$$

onde, r é o raio e está representado na figura (2.1).

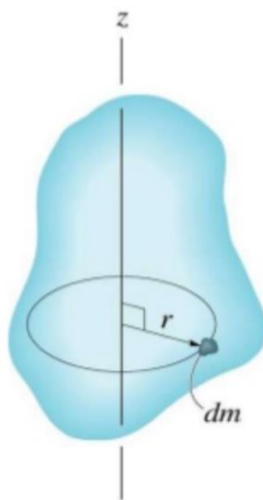


Figura 2.1 - Representação de uma massa dm a distância r do seu eixo de rotação.

Fonte: HIBBELER, 2011.

O eixo escolhido para análise do momento de inércia geralmente passa pelo Centro de Gravidade (CG) do corpo e é sempre perpendicular ao plano de movimento, desta forma, a matriz I_{CG} se resume ao seguinte tensor de inércia:

$$|I|_{CG} = \begin{vmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

onde, I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} representam a inércia do corpo em relação ao centro de gravidade.

O momento de inércia de sólidos com geometria simples e homogênea pode ser determinado pela solução da integral (2.4) utilizando o método dos elementos de casca ou de disco. A Figura (2.2) apresenta os momentos de inércia de sólidos homogêneos simples.

Objetos com geometria não simétrica ou não homogênea resultam em soluções complexas, sendo necessário, por exemplo, o método de elementos finitos, utilizados nos *softwares* tipo CAD, capazes de dividir a geometria complexa em pequenos elementos de forma simples que possuem momento de inércia conhecidos. Por meio do teorema dos eixos paralelos, o somatório do momento de inércia de todos esses pequenos elementos resulta no momento de inércia do corpo.

2.1.1 Momento de inércia de massa *versus* de área

É comum a confusão entre o conceito de momento de inércia de massa e de área. O momento de inércia de massa é definido como a integral do “segundo momento” em relação a um eixo de todos os elementos de massa dm que compõem o corpo, conforme representado pela Figura (2.1). Já o momento de inércia de área é definido como uma propriedade de uma seção plana de um corpo, que possui relação com a resistência à deformação.

Segundo a Figura (2.3), a derivada neste caso é em relação a dA , ou seja, em função da área, e não em função da massa como no caso do momento de inércia de massa. Enquanto, o momento de inércia de área é utilizado no dimensionamento de estruturas sujeita a deformação, o momento de inércia de massa é utilizado no estudo de rotação e dinâmica de corpos rígidos.

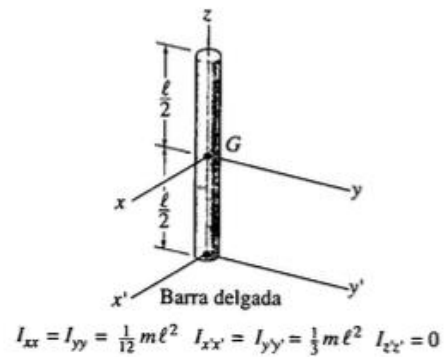
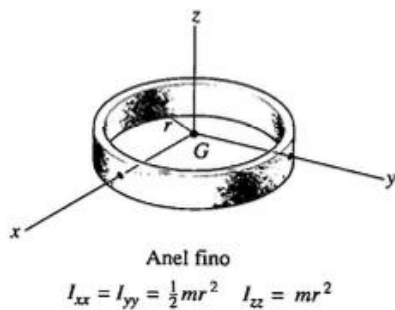
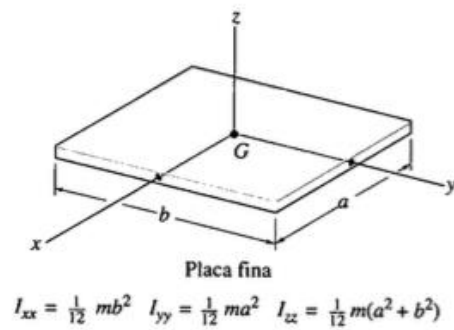
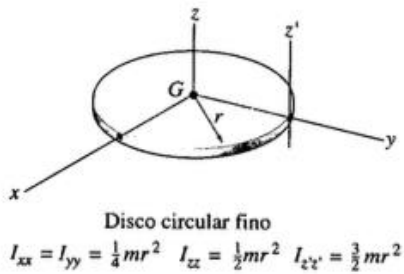
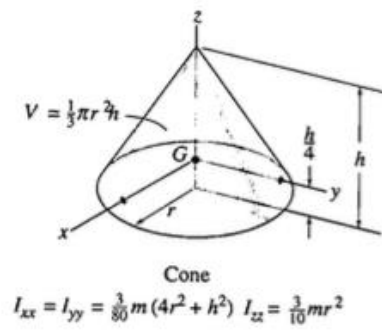
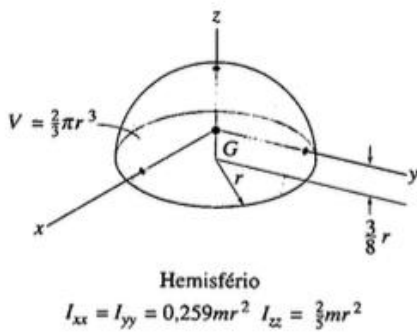
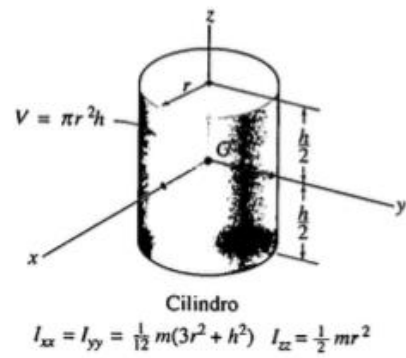
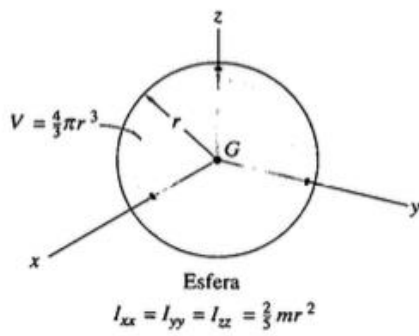


Figura 2.2 - Momento de Inércia de Massa de sólidos homogêneos.

Fonte: HIBBELER, 2004

Para Silva (2016), geralmente utiliza-se a mesma simbologia I para os dois momentos de inércia, porém, com o objetivo da distinção entre os dois sendo utilizado o símbolo J para os momentos de inércia de área. Beer, Johnston e Dewolf (2010) apresentam a equação do momento de inércia de área do corpo em relação à coordenada cartesiana XY da seguinte maneira:

$$J_x = \int_A y^2 dA$$

$$J_y = \int_A x^2 dA$$
(2.6)

onde, x e y representam a distância do elemento de área dA ao eixo de coordenadas XY

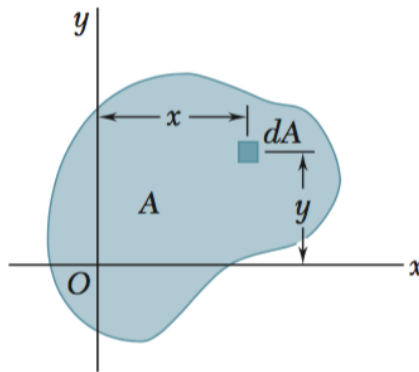


Figura 2.3 - Representação de um elemento de área dA a distância x e y do eixo cartesiano.

Fonte: HIBBELER, 2011

2.2 MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE MASSA

Os métodos analíticos apresentam limitações em geometrias complexas, mesmo quando são tratados em *softwares* de elementos finitos, e não podem ser utilizados de forma satisfatória para determinação experimental. Além disso, no caso de turbinas de alta eficiência, qualquer discrepância geométrica entre a peça modelada em CAD e a peça real, resultando em diferentes valores de inércia, tem impacto direto na eficiência final da máquina. Por consequência desses fatores, são necessários métodos experimentais capazes de quantificar o momento de inércia da peça.

Existem diversos métodos para medição do momento de inércia de um corpo. Eles podem ser classificados em dois grupos: os métodos oscilatórios (baseados em movimentos de pêndulos) e os métodos de aceleração (baseados na conservação de energia). O GDS/UnB apresenta trabalhos e pesquisas relacionadas a esses dois métodos experimentais. Mendonça (2017) e Silva (2014) utilizaram o método oscilatório para medição do momento de inércia de pás eólicas, e Santoro e Morais (2015)

utilizam para medição de corpos homogêneos. Nestes trabalhos foram observados divergência dos resultados experimentais menores que 1,5% em relação ao modelo CAD. Além disso, Silva (2014) aplicou o método de aceleração em seu trabalho para medição da inércia de rotação de pás eólicas.

Os métodos oscilatórios, representados na Figura (2.4), mais comumente utilizados para a medição do momento de inércia são: pêndulo bifilar (JARDIN, 2009), trifilar (MENDONÇA, 2017) e multifilar (GOBBI, 2011). O pêndulo consiste numa plataforma suspensa por dois ou mais fios que permitem a torção da plataforma, sendo possível avaliar a inércia rotacional. A estimativa da inércia do corpo desejado consiste na comparação da inércia rotacional da plataforma com o corpo e a inércia rotacional apenas da plataforma.

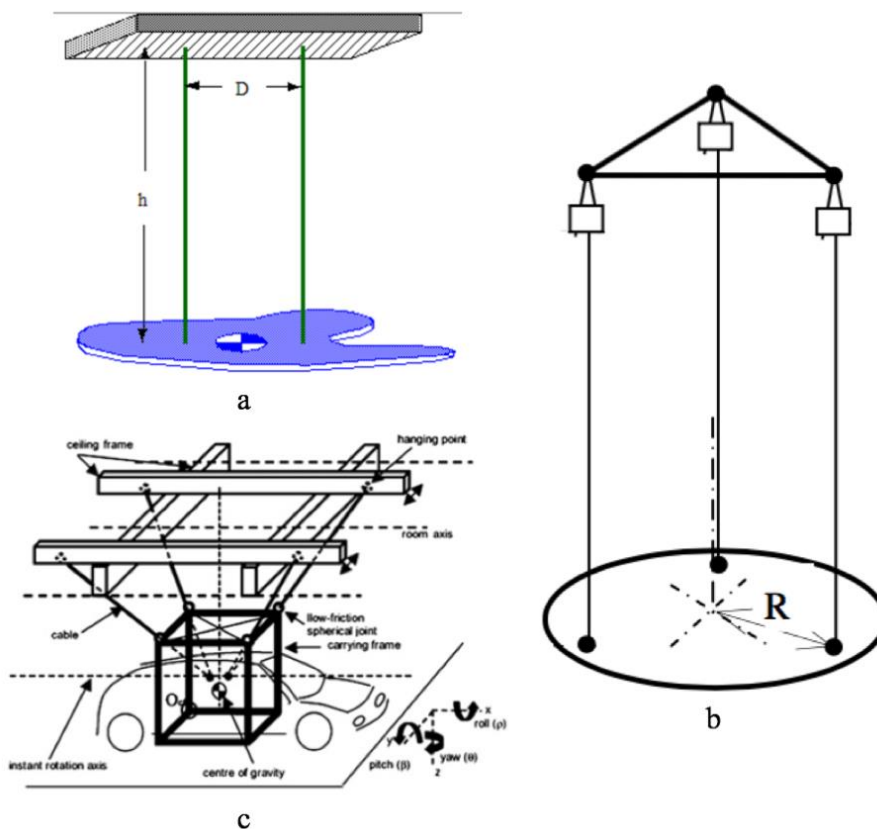


Figura 2.4 - (a) pêndulo bifilar; (b) pêndulo trifilar; (c) pêndulo multifilar

Fonte: JARDIN, 2009; MENDONÇA, 2017; GOBBI, 2011.

Mendonça (2017) observou que quanto menor o ângulo do movimento, melhor era a aproximação do problema a uma solução linear. Esta aproximação é verdadeira em ângulos de movimento entre zero e quatro graus. A solução linear do problema pode ser resumida a equação (2.7). Para a determinação da inércia rotacional de um corpo, realiza-se duas séries de ensaios: no primeiro ensaio avalia-se a inércia da bancada vazia e na segunda série avalia-se a inércia da bancada com o corpo de inércia a ser determinada.

$$I = \frac{mr^2gT^2}{4\pi^2L} \quad (2.7)$$

onde;

m = massa da plataforma e/ou objeto de inércia desconhecida;

r = raio de rotação da plataforma;

g = aceleração da gravidade;

T = período de oscilação do pêndulo;

L = comprimento do fio suspenso que liga a plataforma a base superior.

O método da aceleração utiliza a aceleração de uma massa em queda livre acoplada ao rotor por meio de um fio para causar a aceleração angular do rotor, seguida por uma livre desaceleração (método *String and Weight*), conforme ilustrado na Figura (2.5). Esse método foi avaliado por Paniagua e Yasa (2007) e Haldeman et al. (2012) e foi escolhido para o desenvolvimento deste projeto por fatores que serão demonstrados na seção seguinte.

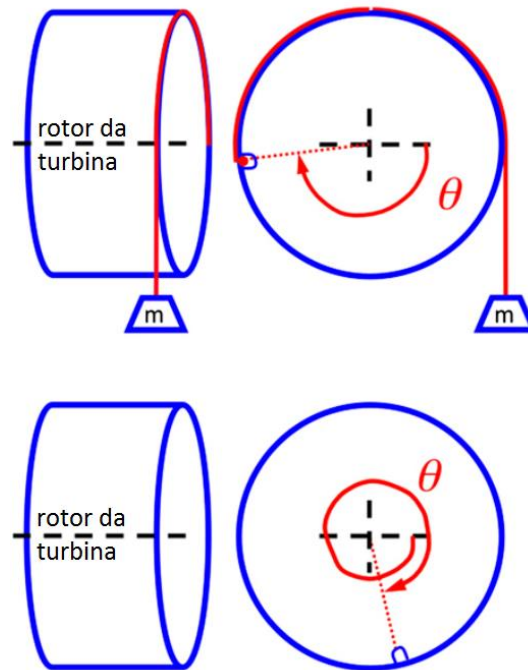


Figura 2.5 - Sistema de aceleração e desaceleração do rotor

Fonte: adaptado de POVEY, PANIAGUA, 2012

2.3 MÉTODO DA ACELERAÇÃO POR UMA MASSA EM QUEDA

Este método, conhecido na literatura por *String and Weight*, consiste em uma bancada, esquematizada na Figura (2.6), onde o corpo de inércia desconhecida é acoplado a um eixo rotativo.

Uma massa m é ligada ao rotor por meio de uma corda, que é enrolada ao rolamento ou eixo com raio R até a massa adquirir uma altura H previamente estabelecida. A massa então é solta e o sistema começa a adquirir velocidade angular. O tempo que a massa gasta desde o ponto de repouso até a chegada ao solo é medido por um cronômetro, assim como a velocidade angular do rotor acoplado ao eixo após a massa tocar no chão (SILVA, 2014).

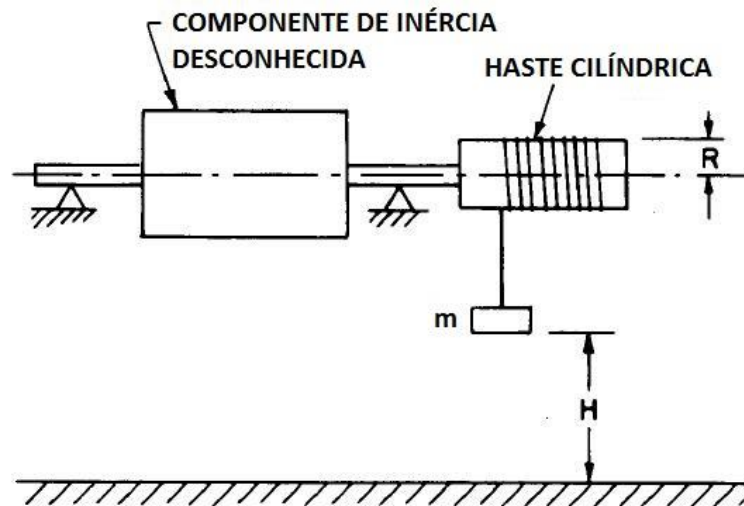


Figura 2.6 - Esquema do experimento para determinar momento de inércia pelo método *String and Weight*

Fonte: adaptado de SILVA, 2014

Para determinar o momento de inércia do corpo, duas montagens diferentes são utilizadas. Primeiro, roda-se a bancada sem o corpo acoplado e mede-se o momento de inércia da bancada. Após isso, roda-se a bancada com o corpo acoplado e mede-se novamente o momento de inércia do conjunto. A diferença entre os dois momentos de inércia é igual à inércia do corpo (SILVA, 2014).

2.3.1 Modelagem física

Para avaliar a inércia do conjunto (turbina e bancada) usando aceleração por uma massa em queda e livre desaceleração, é preciso considerar as seguintes perdas: fricção dos rolamentos, arrasto aerodinâmico das pás da turbina e ventilação gerada pela circulação das pás. Povey e Paniagua (2012) descrevem que em baixas velocidades de rotação ($\omega \leq 3$ rad/s) os efeitos de arrasto e ventilação são da ordem de 10^{-3} e 10^{-5} Nm, enquanto a fricção dos rolamentos possui uma magnitude da ordem de 3 e 5 vezes maior. Portanto os efeitos de arrasto e ventilação das pás serão desconsiderados e apenas o atrito dos rolamentos será considerado na modelagem física.

Povey e Paniagua (2012) descrevem três hipóteses distintas que podem ser aplicadas no estudo cinemático dos rolamentos. A primeira hipótese assume que o atrito no rolamento é igual a uma constante c_1 . A equação governante neste caso é:

$$(I + mR)\ddot{\theta} + mgR + c_1 = 0 \quad (2.7)$$

onde,

$\theta(t)$ = função posição angular do rotor, portanto $\ddot{\theta}$ é função aceleração angular do rotor;

m = massa da massa em queda;

R = raio do rotor;

g = aceleração da gravidade.

A segunda hipótese assume que o atrito no rolamento é função da velocidade angular. Portanto, na segunda hipótese o atrito nos rolamentos é categorizado $c_1 + c_2\omega(t)$. A equação governante neste caso é:

$$(I + mR)\ddot{\theta} + c_2\dot{\theta} + mgR + c_1 = 0 \quad (2.8)$$

A terceira hipótese assume que o atrito no rolamento é uma função exponencial da velocidade angular. Contudo, essa hipótese gera funções geométricas complexas que necessitam ser avaliadas numericamente. Por isso, essa hipótese foi descartada.

As equações (2.7) e (2.8) descrevem o conjunto (turbina e bancada) durante a fase de aceleração pela queda da massa. Após o desprendimento da corda que sustenta a massa do rotor, o conjunto entra no regime de livre desaceleração, no qual a variação da energia cinética da turbina é igual à perda por fricção que ocorre nos rolamentos.

As constantes c_1 e c_2 da equação (2.8) foram analisadas por Povey e Paniagua (2012), concluindo que assumindo a constante $c_2 = 0$ (atrito dos rolamentos não dependente da velocidade angular), o erro gerado no resultado do momento de inércia do motor é menor que 1%, para velocidades angulares $0,5 \leq \omega \leq 4,5$ rad/s. Portanto, o atrito dos rolamentos pode ser considerado constante sem prejuízo no cálculo do momento de inércia. Desta forma, a equação a seguir pode ser utilizada de forma satisfatória para o cálculo do momento de inércia do conjunto:

$$I = mR \left(\frac{2g - r \cdot a_1}{a_1 - b_1} \right) \quad (2.9)$$

$$a_1 = \left(\frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{\theta_b - \theta_a} \right); \quad b_1 = \left(\frac{\omega_c^2 - \omega_d^2}{\theta_c - \theta_d} \right)$$

onde,

a_1 é a taxa de aceleração e b_1 é a taxa de desaceleração.

3 O MÉTODO ISO-GUM PARA CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Este capítulo apresenta a metodologia ISO-GUM para cálculo de incerteza de medição. Essa metodologia tem como objetivo estabelecer critérios e regras gerais, bem como harmonizar métodos e procedimentos relacionados à expressão de incertezas associadas ao processo de medição.

Este método é adotado pelos metrologistas ao redor do mundo para expressar e avaliar a incerteza de medição. O método além de propor um padrão para expressar a incerteza, também propõe um método de cálculo da propagação da incerteza de medição por meio de uma série de Taylor. Grande parte do conteúdo deste capítulo foi escrito baseando-se no ISO-GUM, elaborado no ano de 2008 e traduzido pelo Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (INMETRO).

3.1 O GUIA PARA EXPRESSÃO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

A incerteza de medição está associada ao valor de uma quantidade física e o seu intervalo de confiança, pois nenhuma medição é isenta de erros. Entretanto como não havia uma padronização na expressão de uma incerteza, havia uma limitação na intercambialidade das medições entre áreas científicas e técnicas de medição. Portanto, em 1993, as organizações internacionais em metrologia se reuniram e passaram a responsabilidade à ISO de desenvolver o GUM e Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM) com o objetivo de anular estes conflitos e criar uma linguagem universal para expressão de incerteza de medição. Em 1997, essas organizações criaram o Joint Committee for Guides in Metrology (JGGM) com o objetivo de promover o uso do VIM e ISO-GUM e de como preparar suplementos e outros documentos para a ampla aplicação do ISO-GUM.

O ISO-GUM apresenta os conceitos, os princípios estatísticos e metrológicos, assim como o procedimento que deve ser adotado pelos metrologistas para expressar os resultados adquiridos a fim de promover uma universalização da comparação de resultados entre diferentes organizações.

3.1.1 Conceitos básicos

A medição tem o propósito de fornecer informação e caracterizar a dispersão dos valores que podem ser atribuídos a grandeza de interesse, ou seja, um **mensurando**. Nenhuma medição é exata por conta do mensurando depender do sistema de medição, do procedimento de medição, da perícia do operador, do ambiente, entre outros efeitos. Mesmo que as condições sejam mantidas constantes, repetidas medições do mensurando podem atribuir diferentes indicações de valor (INMETRO, 2012b).

Uma boa estimativa do valor verdadeiro da grandeza é obtida fazendo a média aritmética das indicações. Porém, essa estimativa nem sempre é totalmente apropriada para a apresentação do valor verdadeiro. A apresentação da dispersão é uma indicação da qualidade da medição. Essa dispersão está relacionada à grandeza erro da medição, que pode ser de dois tipos: erro sistemático e erro aleatório (INMETRO, 2012a).

O **erro sistemático** consiste na dispersão dos valores não em torno do valor verdadeiro, mas em um valor desviado dele. Portanto, ele permanece constante ou depende de outra grandeza quando mantidas as mesmas condições de medição. A estimativa desse erro é dada pela **tendência**, que consiste na diferença entre a média dos valores e o valor conhecido do mensurando. Já o **erro aleatório** está relacionado a uma dispersão aleatória dos valores em condições idênticas. A estimativa desse erro é dada pelo desvio padrão experimental dos valores (INMETRO, 2012b).

Antes do uso do ISO-GUM, uma abordagem frequentemente utilizada para conhecer o mensurando era a expressão dos valores dos erros sistemáticos e aleatórios na medição, além da melhor estimativa do mensurando (média). O ISO-GUM possui outro modo de interpretar a qualidade da medição. Ele introduz o conceito da incerteza de medição associado a melhor estimativa do mensurando.

3.2 O MÉTODO ISO-GUM

O item 8 do ISO-GUM 2008 (INMETRO, 2012a) resume os passos que devem ser seguidos na avaliação e expressão da incerteza do resultado de uma medição. Os passos são apresentados a seguir:

- 1) A relação entre o mensurando Y e as grandezas de entrada X_i , das quais Y é dependente, são expressados matematicamente por meio de uma função;
- 2) É determinado x_i , o valor estimado da grandeza de entrada X_i , com base em análise estatística de uma série de observações ou por outros meios;
- 3) A incerteza-padrão $u(x_i)$ de cada estimativa de entrada x_i é avaliada;
- 4) As covariâncias associadas com quaisquer estimativas de entrada são avaliadas, caso essas sejam correlacionadas;
- 5) A estimativa y do mensurando Y é calculado utilizando as estimativas x_i para as grandezas de entrada X_i ;
- 6) A incerteza-padrão combinada $u_c(y)$ do resultado da medição y é determinada a partir das incertezas-padrão e covariâncias associadas com as estimativas de entrada;
- 7) Se necessário, a incerteza expandida U é determinada utilizando um valor k que corresponde ao intervalo de confiança e número de graus de liberdade;
- 8) O resultado da medição y deve ser apresentado juntamente com a sua incerteza-padrão $u_c(y)$ ou incerteza expandida U .

As subseções a seguir detalham cada um desses passos, seguindo a ordem na qual são apresentadas no item 8 do ISO-GUM.

3.2.1 Avaliando a incerteza-padrão

Na avaliação da incerteza de medição pelo ISO-GUM, é fundamental estabelecer uma função de medição com a grandeza de saída denotada por Y , cuja equação é representada por:

$$Y = f(X_1, \dots, X_N) \quad (3.1)$$

Sendo Y o mensurando e X_i os N valores de entrada das grandezas. Os componentes da incerteza são categorizados em dois grupos (tipo A e B) baseados no método de avaliação. Esses grupos possuem o propósito de indicar duas maneiras diferentes de avaliação e não indicam qualquer diferença na natureza dos componentes resultantes das duas avaliações, pois ambas são baseadas em distribuições de probabilidade. Na abordagem proposta no ISO-GUM, cada grandeza possui uma função de densidade de probabilidade e, conseqüentemente, os parâmetros estatísticos mais relevantes são a esperança (valor esperado de uma variável aleatória) e a variância (esperança do quadrado do desvio de uma variável aleatória) ou desvio padrão (raiz quadrada positiva da variância) (INMETRO, 2012a).

3.2.1.1 Avaliação Tipo A da incerteza-padrão

Em grande parte dos casos, a média aritmética é a melhor estimativa disponível da esperança de uma grandeza que varia aleatoriamente. A média aritmética ou média \bar{X} de n observações é definida por:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{i,k} \quad (3.2)$$

Desta forma, a grandeza de entrada X_i é estimada a partir de n observações repetidas independentes $X_{i,k}$. As estimativas de entrada que não podem ser avaliadas por observações repetidas devem ser obtidas pela avaliação Tipo B da incerteza-padrão. As observações individuais $X_{i,k}$ podem ter valores diferentes por conta de variações aleatórias nas grandezas (INMETRO, 2012a). A variação experimental das observações, denominada como a variância s^2 da distribuição de probabilidade, é definida por:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_{i,k} - \bar{X}_i)^2 \quad (3.3)$$

Sabendo-se que o desvio padrão experimental s é a raiz quadrada positiva da variância, tanto a variância quanto o desvio padrão quantificam e qualificam bem a esperança e, por conta disso, qualquer um deles pode ser utilizado na medida de incerteza de medição. Por conveniência, a variância s^2 é conhecida como variância do Tipo A e o desvio padrão é definido como incerteza-padrão do Tipo A (INMETRO, 2012a).

3.2.1.2 Avaliação Tipo B da incerteza-padrão

Segundo o ISO-GUM 2008 (INMETRO, 2012a), quando a estimativa não pode ser avaliada por meio de observações repetidas, a variância estimada ou a incerteza-padrão são obtidas baseadas em informações previamente disponíveis da variabilidade da esperança. Essas estimativas podem ser obtidas por meio de dados de medições prévias, especificações do fabricante, dados fornecidos por certificados de calibração e outros, ou extraídos de manuais.

Se a estimativa x_i é obtida por meio de especificação de um catálogo do fabricante, certificado de calibração, manual técnico ou outra fonte, e a sua incerteza for declarada por ser um determinado múltiplo de um desvio padrão, a incerteza-padrão é determinada pela divisão do valor mencionado pelo multiplicador, e a variância é o quadrado desse quociente. Esse multiplicador é determinado a partir da estimativa da densidade de probabilidade do valor esperado.

Estimando que o valor X_i esteja dentro do intervalo a até a_+ e a diferença entre os limites forem $2a$, em uma distribuição de probabilidade retangular, o multiplicador aplicado para este caso é **raiz de 12**. Utilizando essas estimativas, porém assumindo que o valor esteja próximo ao ponto médio, então a distribuição de probabilidade assume uma forma triangular e, desse modo, o multiplicador aplicado para esse caso é **raiz de 6**.

Porém, nem sempre a incerteza é dada por um múltiplo de um desvio padrão. Nesses casos define-se o intervalo de confiança de 90, 95 ou 99% (INMETRO, 2012a). Assume-se uma distribuição normal da esperança e, portanto, a incerteza conhecida pelo fator apropriado ao intervalo de confiança para uma distribuição normal.

3.2.2 Determinação da incerteza-padrão combinada

O método ISO-GUM trata de expressar e avaliar o resultado da medição de um mensurando e a sua incerteza-padrão combinada a partir das várias grandezas de entrada que consistem no modelo de medição. As grandezas de entrada podem ser independentes ou interdependentes (ou correlacionadas).

O ISO-GUM propõe para o cálculo da incerteza-padrão combinada uma aproximação de primeira ordem da série de Taylor do modelo matemático da medição (equação 3.1). Dessa forma, a incerteza-padrão $u(y)$ combinada é a raiz quadrada positiva da variância $u^2(y)$ combinada, que é dada por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (3.4)$$

onde,

x_i e x_j são as estimativas de X_i e X_j e $u(x_i, x_j)$ é a covariância estimada entre x_i e x_j (INMETRO, 2012a).

A equação (3.4) descreve o caso em que as grandezas de entrada são correlacionadas. O grau de correlação entre x_i e x_j é definido pelo coeficiente de correlação, dado por:

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)} \quad (3.5)$$

onde,

$-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$. Se as estimativas x_i e x_j são independentes, o coeficiente $r(x_i, x_j)$ assume valor nulo e, portanto a equação (3.4) é simplificada para:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (3.6)$$

As derivadas parciais $\partial f / \partial x_i$ são denominadas coeficientes de sensibilidade c_i e descrevem como a estimativa de saída y varia de acordo com as estimativas de entrada x_i (INMETRO, 2012a). Dessa forma, a variância combinada u_c^2 pode ser reescrita como:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (3.7)$$

Algumas vezes, ao invés de serem calculados por meio da derivada parcial, os coeficientes de sensibilidade são determinados experimentalmente medindo a variação na estimativa Y causada por uma grandeza, mantendo as outras grandezas de entrada constantes (INMETRO, 2012a).

3.2.3 Incerteza expandida

Apesar do ISO-GUM defender a ideia do uso da incerteza-padrão combinada $u_c(y)$ como parâmetro para expressar quantitativamente a incerteza do resultado de medição, em indústrias, comércios ou agências regulamentadoras, é vista a necessidade de fornecer uma medida de incerteza que defina um intervalo em torno do resultado de medição que se espera abranger uma extensa parte dos valores que podem ser atribuídos ao mensurando (MARTINS, 2010). A incerteza expandida U é obtida por meio da multiplicação da incerteza-padrão combinada $u_c(y)$ por um fator de abrangência k .

$$U = k u_c(y) \quad (3.8)$$

Geralmente, o valor de k estará entre 2 e 3. Esses valores correspondem a um intervalo de confiança de aproximadamente 95% ($k=2$) e 98% ($k=3$). Entretanto, nem sempre esse intervalo é apropriado para o caso estudado e, por isso, o ISO-GUM indica então valores para k para um dado nível de confiança (INMETRO, 2012a).

Estes intervalos de confiança são listados a seguir na Tabela (3.1). Como o valor estimado para o fator de abrangência k é baseado no nível de confiança que a aplicação requer, é necessária uma experiência prévia e conhecimento da utilização, pois irá facilitar a escolha do valor apropriado do k .

Tabela 3.1 - Fator de abrangência para um determinado nível de confiança para uma distribuição normal.

Nível de confiança	Fator de abrangência
68,27	1
90	1,645
95	1,96
95,45	2
99	2,576
99,73	3

Fonte: JCGM (2008)

Outra forma de determinar o fator de abrangência k é a partir dos graus de liberdade efetivos numa distribuição t de *student*. Os graus de liberdade são estimados pela fórmula de *Welch-Satterhwaite*.

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (3.9)$$

em que,

v_i é o número de observações e $u_i(y)$ são as contribuições para a incerteza-padrão.

Se v_{eff} não for inteiro, utiliza-se o próximo número menor inteiro. A partir dos graus de liberdade efetivo, utiliza-se a distribuição t de *student* para obter o valor t para um dado nível de confiança. O valor t obtido é tomado como o fator de abrangência k (LIRA, 2001).

3.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Para um completo entendimento da avaliação da incerteza de medição usando a metodologia ISO-GUM, um estudo de caso será apresentado e que consiste na calibração de multímetro digital, problema descrito por Lira (2001, p.100-104).

O multímetro digital é um instrumento utilizado para medir várias grandezas elétricas, por exemplo, tensão ou corrente AC/DC, resistência, indutância, entre outros. A calibração de um multímetro digital consiste na comparação direta da sua indicação com um multímetro de maior exatidão.

O primeiro passo é descrever o problema em um modelo matemático. Para este estudo de caso, o erro de indicação é muito simples, pois é o resultado da subtração entre o valor obtido no multímetro e a grandeza fornecida pelo calibrador. Portanto, o modelo matemático será:

$$E_x = V_{iX} - V_s - \delta V_s \quad E_x = f(V_{iX}, V_s, \delta V_s) \quad (3.10)$$

onde,

E_x = erro de indicação do multímetro;

V_{iX} = indicação do multímetro;

V_s = tensão gerada pelo calibrador;

δV_s = correção da tensão gerada pelo calibrador.

Após definido o modelo matemático, é realizada a aquisição de dados do multímetro digital conforme apresentado na Tabela (3.2).

Tabela 3.2 - Leitura, média, variância e incerteza-padrão (LIRA, 2001)

Leitura (V)			Média (V)	Variância (nV ²)	Desvio padrão (mV)
1	2	3			
10,0004	10,0000	10,0008	10,0004	53	0,23

Para a definição da incerteza de medição do calibrador (multímetro de maior exatidão), o certificado de calibração do equipamento é utilizado para obter os dados da incerteza de medição. Os dados obtidos são apresentados na Tabela (3.3).

Tabela 3.3 - Dados do certificado de calibração do calibrador (LIRA, 2001)

Indicação (V)	Valor verdadeiro convencional (V)	Erro (V)	Incerteza de medição (V)	Fator de abrangência k
10,00000	9,99906	0,00094	0,00007	2,13

A próxima etapa é o cálculo da incerteza-padrão. Aplicando a equação (3.6) neste estudo de caso, a seguinte equação é obtida:

$$u(E_X) = [c_1^2 u^2(V_{iX}) + c_2^2 u^2(V_S) + c_3^2 u^2(\delta V_S)]^{1/2} \quad (3.11)$$

onde,

os coeficientes de sensibilidade são: $c_1 = 1$, $c_2 = 1$ e $c_3 = 1$

Assumindo que a variância da leitura do multímetro seja uma distribuição retangular, então a incerteza das leituras do multímetro $[u(V_{iX})]$ é calculada por:

$$u(V_{iX}) = [s^2(V_{iX}) + (1/12)(\delta x)^2]^{1/2} = 0,23 \text{ mV} \quad (3.12)$$

em que,

δx é a resolução do multímetro.

Sabendo que o calibrador possui uma certificação de calibração, então a incerteza do calibrador $[u(V_S)]$ é calculada por:

$$u(V_S) = [(u(V_{certif})/k)^2]^{1/2} = 32 \mu V \quad (3.13)$$

Assumindo que a variância da leitura no calibrador assuma uma distribuição triangular, então a incerteza devido às correções do calibrador é calculada por:

$$u(\delta V_S) = [(1/3)(\delta V)^2]^{1/2} = 0,18 \text{ mV} \quad (3.14)$$

em que, δV é a exatidão do calibrador conforme o manual do fabricante.

Desta forma, sabendo as três incertezas, a incerteza-padrão combinada $u(E_X)$ é de 0,29 mV.

Após a incerteza-padrão combinada, o próximo passo será determinar a incerteza expandida. Para que isso ocorra, devem ser definidos os graus de liberdade da amostra. Assim, foram realizadas cinco medições no multímetro, então o valor ν_{eff} será $5 - 1 = 4$.

Aplicando a fórmula de *Welch-Satterhwaite*, equação (3.9), o ν_{eff} do erro de indicação do multímetro será 10. Olhando na distribuição de t de *student* (Anexo I), para uma probabilidade de 95,45%, o valor t , que será o fator de abrangência k , é 2,28. A incerteza expandida é obtida multiplicando o fator de abrangência k pela incerteza combinada ficando em 0,66 mV.

Seguindo todos esses passos, o resultado obtido para o erro de indicação do multímetro a 10 V é de $0,0013 \pm 0,0006 \text{ V}$.

4 DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

Este capítulo apresenta o aparato experimental que será utilizado para a determinação do momento de inércia de uma turbina eólica pelo método da massa em queda. O experimento em si não é complexo, envolve poucos componentes e apresenta fácil montagem e coleta de dados simplificada. Os componentes são descritos quanto a sua forma e função no experimento. Por fim, é apresentado o método para a coleta de dados, listando as suas características.

Outro aspecto importante deste capítulo é a indicação e avaliação das fontes de incertezas de medição presentes. A avaliação destas incertezas de medição segue a metodologia explicada no capítulo 3 e a aplicação direta no cálculo da inércia será feita no capítulo 5.

4.1 O APARATO EXPERIMENTAL

O aparato experimental no ensaio é composto basicamente por quatro componentes: uma turbina eólica, um *hub* metálico, a massa (ou suporte de massa) e uma corda, que conecta a massa ao disco metálico. Um esquema da montagem experimental é apresentado na figura (4.1).

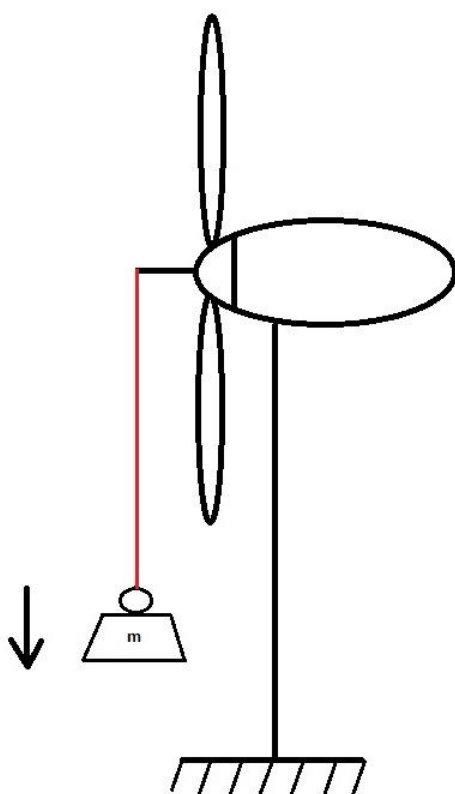


Figura 4.1 - Esquema da montagem utilizada no experimento

4.1.1 Turbina eólica

A turbina eólica de eixo horizontal, no inglês *Horizontal Axial Wind Turbine* (HAWT) com três pás encontra-se no bloco G da Universidade de Brasília (UnB), conforme apresentado na Figura (4.2). A turbina eólica, do modelo iSTA Breeze® i-500, foi adquirida comercialmente, tem 1 metro de diâmetro e possui capacidade de gerar até 500 watts de energia elétrica a ventos de 15 m/s.

A turbina apresenta três pás conectadas ao cubo por dois parafusos em cada pá, conforme mostrado na Figura (4.3). Esse cubo está ligado à nacele por um eixo. Nesta configuração não é possível determinar as perdas presentes dentro da nacele, haja vista que a nacele é fechada e não permite o acesso aos componentes internos. Porém, uma das vantagens do método da queda de massa é que as perdas dentro da nacele são anuladas quando comparamos os resultados na aceleração pela queda da massa com a livre desaceleração, conforme discutido na seção 2.3.1. Isto acontece, pois, o torque dissipativo dentro da nacele pode ser considerado constante, anulando-o quando combinamos as equações governantes na aceleração e desaceleração da turbina (POVEY; PANIAGUA, 2012).



Figura 4.2 - Turbina eólica iSTA Breeze® i-500



Figura 4.3 - Cubo da turbina eólica

4.1.2 *Hub* metálico de acoplamento

O *hub* metálico, em aço SAE 1020, possui 130 mm de diâmetro em sua base, 6 mm de espessura e 742 g. No centro deste disco há uma base cilíndrica de 25 mm de diâmetro capaz de acoplar uma haste cilíndrica em alumínio com 14 g de 75 mm de comprimento e 16 mm de diâmetro por meio de um parafuso estrangulador. A Figura (4.4) apresenta uma fotografia tirada pelo autor do *hub* e o seu desenho técnico. Na extremidade desta haste há um rasgo onde a corda é presa. Este *hub* conecta-se ao cubo por meio de três parafusos.

Para que seja possível acoplar o *hub* ao cubo, é necessário retirar o parafuso externo de cada uma das pás. Quando é desejado medir a inércia do cubo sem as pás, são necessários extensores que devem ser adicionados aos parafusos do disco.

O *hub* metálico possui a sua inércia conhecida. Seu momento de inércia foi previamente determinado experimentalmente pelo método do pêndulo trifilar por Santoro e Moraes (2015) e os resultados são exibidos na tabela (4.1). No ensaio experimental, é determinada a inércia de rotação de todo o aparato (nacele, pás e *hub*). Como é conhecida a inércia de rotação do *hub*, essa inércia é subtraída do resultado final, obtendo a inércia de rotação da nacele e pás.

Tabela 4.1 - Momento de inércia do *hub* de acoplamento

Momento de Inércia (Kg.mm ²)		
Analítico	Numérico	Experimental
1299	1314,4	1298 ± 18%

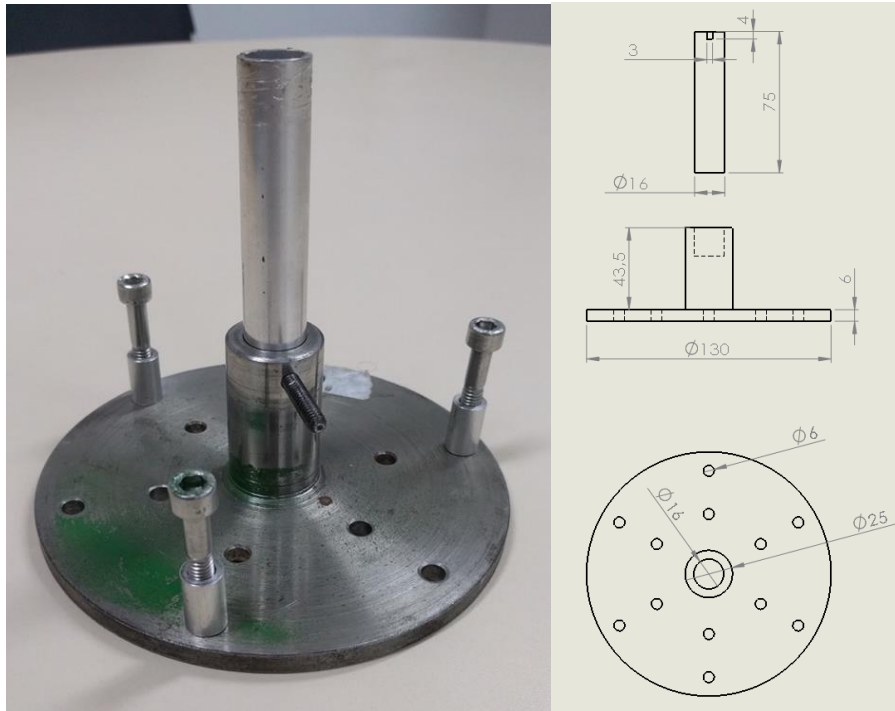


Figura 4.4 - Hub em aço SAE 1020

4.1.3 Massa e corda

O sistema massa e corda possui duas configurações. A primeira configuração é composta por uma massa de 414 gramas ligada a uma corda de nylon, conforme mostrado na Figura (4.5). A segunda configuração é composta por um garfo, com 6 gramas, onde é possível adicionar discos da massa padrão, com 208 gramas cada disco, sendo possível variar a massa do sistema. Esta configuração está ilustrada na Figura (4.6).

Nas duas configurações o arranjo é o mesmo. Em uma das extremidades da corda está presa a massa que irá sofrer uma queda de uma altura pré-determinada. A outra extremidade da corda é ligada ao *hub* e enrolado na sua haste.

Existem duas possibilidades diferentes de conectar a extremidade da corda no hub. A primeira possibilidade é utilizar o chanfro presente na haste cilíndrica. Desta forma, a extremidade da corda é presa no chanfro e a corda enrolada até a altura desejada da massa. Já a segunda possibilidade é utilizar

os furos presentes no *hub*, prender a corda nestes furos e enrolar a corda na haste até a altura desejada da massa.

Nas duas possibilidades é importante garantir que o fio esteja bem preso à haste porém, que esse se solte facilmente quando a massa chegar ao solo.



Figura 4.5 - Massa com corda de nylon



Figura 4.6 - Garfo e os pesos

4.1.4 Coleta dos dados

A coleta dos dados no ensaio será realizada por uma câmera fotográfica. Este método consiste em montar uma câmera fotográfica em um tripé ou uma base fixa e filmar o movimento das pás na aceleração e desaceleração. Três pontos são feitos na base das pás com o objetivo de facilitar a visualização do movimento das pás pelo *software* Tracker. Este *software* é uma ferramenta grátis de análise de vídeos programado em código Java, sendo utilizado na análise de ensaios dinâmicos

registrado em vídeos, podendo traçar gráficos de posição, velocidade, trajetórias entre outras variáveis cinemáticas.

Este método tem a vantagem de o tratamento dos dados ser rápido e fácil, devido a interface amigável do *software*. Além disso, o ensaio é feito sem contato, descartando o uso de acelerômetros ou outros sensores que podem alterar a característica dinâmica do ensaio adicionando massas e inércias. A grande desvantagem desse método é a necessidade de uma câmera fotográfica com alta resolução e/ou taxa de *frames* para produzir resultados satisfatórios.

Para reduzir o erro no tratamento dos dados, é importante uma boa resolução e taxa de *frames* da câmera fotográfica, pois o programa rastreia os pontos previamente selecionados pelo operador do *software* a fim de serem rastreados. Esses pontos não podem ter o passo maior do que o pixel de rastreamento do programa, senão haverá o erro na localização dos pontos no próximo *frame* do vídeo, acarretando em falhas no gráfico da trajetória do ponto rastreado. Neste projeto será utilizada uma câmera semiprofissional Canon T3i, pertencente ao autor. A câmera é capaz de filmar a 30 quadros por segundo em 1920x1080 (Full HD) ou 60 quadros por segundo em 1280x720, e possui ajustes avançados para gravação de vídeos.

4.2 FONTES DE INCERTEZAS

De maneira a garantir a confiabilidade das medições, as fontes de incertezas de medição do ensaio devem ser identificadas e quantificadas utilizando o método de cálculo de incertezas de medição ISO-GUM conforme descrito no capítulo 3.

Uma das fontes de incerteza de medição presente no ensaio é a determinação dimensional dos seus componentes. Esta incerteza de medição é avaliada com repetidas medições dos seus componentes, a partir das quais será determinada a média, variância e desvio padrão do mensurando, ou seja, uma avaliação tipo A da incerteza-padrão.

As resoluções dos equipamentos utilizados nas medições é uma avaliação Tipo B da incerteza-padrão e são apresentados na Tabela (4.2) a seguir.

Tabela 4.2 - Instrumentos utilizados nos ensaios

Instrumento	Modelo	Resolução	Observações
Trena	Starrett Y12-3ME9	1 mm	3 m
Balança digital	Toledo 9094C/5	2 g	6 Kg
Paquímetro	Mitutoyo	0,05 mm	-
Câmera Fotográfica	Canon T3i	0,03 s	1080p (29,97 fps)
		0,016 s	720p (60 fps)

5 METODOLOGIA E CÁLCULO DA INCERTEZA EXPERIMENTAL

O capítulo 2 introduziu os conceitos básicos para o cálculo do momento de inércia e apresentou a metodologia descrita por Povey e Paniagua (2012) para determinação do momento de inércia de uma turbina axial pelo método da aceleração por uma massa em queda. Após investigação da influência da perda de carga nos rolamentos, eles chegaram à conclusão de que neste método é possível desconsiderar estas perdas quando estudado a aceleração e desaceleração do rotor da turbina.

Como visto no capítulo 3, a metodologia ISO-GUM trata da expressão e avaliação das incertezas de medição e nele foi demonstrado como funciona a metodologia.

Neste capítulo será tratada a aplicação desta metodologia ao experimento proposto para este projeto. Como visto no capítulo 4, o experimento apresenta diversas fontes de incertezas que devem ser tratadas para uma satisfatória demonstração dos resultados, e assim será possível retirar as conclusões quanto à metodologia utilizada.

Este capítulo apresenta a modelagem utilizada neste projeto para o cálculo do momento de inércia da turbina eólica, assim como a modelagem da incerteza experimental do cálculo da inércia.

5.1 METODOLOGIA DE DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO MOMENTO DE INÉRCIA

Como visto no capítulo 2, a modelagem do sistema no método da massa em queda é um problema de conservação de energia mecânica. O experimento é dividido em duas partes distintas, conforme ilustrado na figura (5.1):

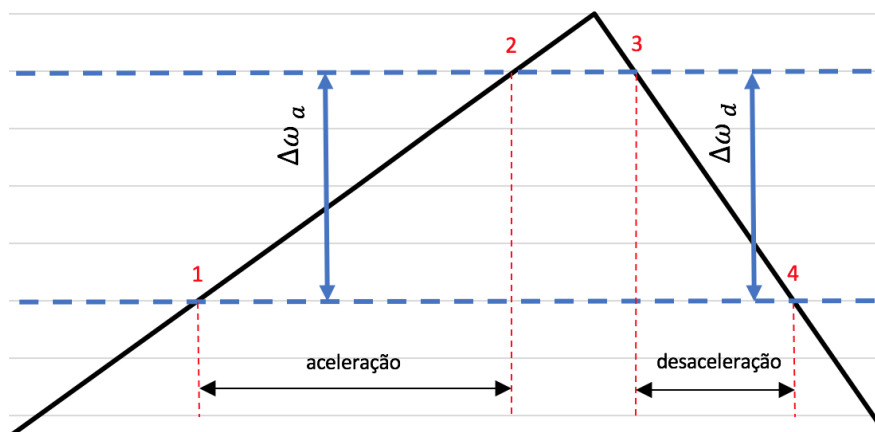


Figura 5.1 – Velocidade angular em um ensaio típico.

A primeira parte é a aceleração do rotor entre t_1 e t_2 : Esta aceleração é causada por uma massa em queda. A energia potencial da massa m é transformada em energia cinética da massa m e do rotor de inércia I e energia dissipada por atrito nos rolamentos. A equação governante que descreve esse sistema é:

$$mg\Delta h = \frac{I(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2} + \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} + T_d(\theta_2 - \theta_1) \quad (5.1)$$

onde,

I : inércia do rotor;

g : aceleração da gravidade;

m : massa da massa, corda e discos de massa;

Δh : altura da massa e discos de massa

ω_2^2, ω_1^2 : velocidade angular da turbina nos pontos 2 e 1, respectivamente;

v_2^2, v_1^2 : velocidade da massa m nos pontos 2 e 1, respectivamente;

θ_2, θ_1 : posição do alvo nos pontos 2 e 1, respectivamente.

A segunda parte é a desaceleração do rotor entre t_3 e t_4 : após a massa se soltar da haste, o rotor é desacelerado pelo atrito com os rolamentos. Neste caso a equação governante é:

$$0 = \frac{I(\omega_4^2 - \omega_3^2)}{2} + T_d(\theta_4 - \theta_3) \quad (5.2)$$

onde,

variação da velocidade angular da turbina: $\Delta\omega_d = \omega_4^2 - \omega_3^2$;

variação da posição do alvo: $\Delta\theta_d = \theta_4 - \theta_3$.

Combinando as equações (5.1) e (5.2), obtêm-se a seguinte equação:

$$mg\Delta h = \frac{I(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2} + \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} - \frac{I(\omega_4^2 - \omega_3^2)\Delta\theta_d}{2\Delta\theta_d} \quad (5.3)$$

A variação da altura sofrida pela massa em queda pode ser reescrita em função da variação da posição do alvo da seguinte forma:

$$\Delta h = r \cdot \Delta\theta_d \quad (5.4)$$

onde, r é o raio da haste onde a corda é enrolada. A variação da velocidade da massa em queda pode ser reescrita em função da variação da velocidade angular da turbina da seguinte forma:

$$v_2^2 - v_1^2 = (r \cdot \omega_2)^2 - (r \cdot \omega_1)^2 = r^2 \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad (5.5)$$

onde, r é o raio da haste onde a corda é enrolada. Dessa forma, substituindo as equações (5.4) e (5.5) na equação (5.3), é obtido a seguinte equação:

$$mgr\Delta\theta_a = \frac{I \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2} + \frac{m \cdot r^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2} - \frac{I \cdot (\omega_4^2 - \omega_3^2) \Delta\theta_a}{2\Delta\theta_d} \quad (5.6)$$

Sabendo o seguinte produto notável:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b), \quad (5.7)$$

podemos reescrever os termos da velocidade angular da seguinte forma:

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_2 + \omega_1)(\omega_2 - \omega_1) = 2\bar{\omega}_a \cdot \Delta\omega_a \quad (5.8)$$

$$\omega_4^2 - \omega_3^2 = (\omega_4 + \omega_3)(\omega_4 - \omega_3) = 2\bar{\omega}_d \cdot \Delta\omega_d \quad (5.9)$$

onde $\bar{\omega}_a$ e $\bar{\omega}_d$ são a velocidade média angular na aceleração e desaceleração da turbina, respectivamente, e $\Delta\omega_a$ e $\Delta\omega_d$ são a variação da velocidade na aceleração e desaceleração da turbina, respectivamente. Substituindo as equações (5.8) e (5.9) na (5.7), encontra-se a seguinte equação:

$$mgr\Delta\theta_a = I(\bar{\omega}_a\Delta\omega_a) + mr^2(\bar{\omega}_a\Delta\omega_a) - \frac{I(\bar{\omega}_d\Delta\omega_d)\Delta\theta_a}{\Delta\theta_d}. \quad (5.10)$$

Utilizando a mesma variação de velocidade na aceleração e desaceleração, o torque dissipativo deve ser o mesmo na aceleração e desaceleração (PANIAGUA, 2007), portanto a equação (5.10) pode ser simplificada para:

$$mgr\Delta\theta_a = I\bar{\omega}\Delta\omega + mr^2\bar{\omega}\Delta\omega + \frac{I\bar{\omega}\Delta\omega\Delta\theta_a}{\Delta\theta_d}. \quad (5.11)$$

Dividindo a equação (5.11) por $\Delta\theta_a$ e sabendo que velocidade média é igual a variação da posição por unidade de tempo, obtêm-se a seguinte equação:

$$mgr = \frac{I\Delta\omega}{\Delta t_{1\rightarrow 2}} + \frac{mr^2\Delta\omega}{\Delta t_{1\rightarrow 2}} + \frac{I\Delta\omega}{\Delta t_{3\rightarrow 4}} \quad (5.12)$$

Sabendo que a aceleração angular é igual a variação da velocidade angular por unidade de tempo, se isola o momento de inércia e se obtém a seguinte equação:

$$I = \frac{mr \cdot (g - r \cdot \alpha_{t_{1\rightarrow 2}})}{\alpha_{t_{1\rightarrow 2}} + \alpha_{t_{3\rightarrow 4}}} \quad (5.13)$$

A equação (5.13) será a principal equação utilizada no presente trabalho para o cálculo do momento de inércia. Serão realizados vários ensaios e analisando a tendência que cada incerteza de entrada possui na incerteza expandida.

Na equação governante, pode-se observar que para obter o momento de inércia do sistema, a equação tem que ser alimentada com cinco variáveis distintas que são obtidas pela realização do procedimento, com exceção da aceleração da gravidade, que é um valor dado por um relatório de medição presente no laboratório de vibrações, no bloco G da Universidade de Brasília.

5.2 CÁLCULO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

O primeiro passo é definir o modelo matemático da grandeza de saída Y. No ensaio realizado, a grandeza de saída é o momento de inércia I do sistema. A grandeza de saída I é uma função de estimativas de entrada independentes entre si. Este modelo matemático é representado na equação abaixo:

$$I = f(m, r, g, t, \omega) \quad (5.14)$$

onde,

m = arranjo de massa [g];

r = raio do cilindro aonde está atada a corda da massa [m];

g = aceleração da gravidade [m/s^2];

t = tempo da queda da massa [s];

ω = velocidade angular da turbina [rad/s].

Após a definição do modelo matemático, a incerteza padrão de cada estimativa de entrada é encontrada avaliando o tipo de incerteza de medição e calculando as médias, variâncias e desvios padrão de cada estimativa. A partir disso a avaliação da incerteza-padrão combinada da grandeza I é

determinada pela equação (3.7). Desta forma, a incerteza-padrão combinada do momento de inércia será:

$$u_c^2(I) = c_1^2 u^2(m) + c_2^2 u^2(r) + c_3^2 u^2(g) + c_4^2 u^2(t_{1 \rightarrow 2}) + c_5^2 u^2(t_{3 \rightarrow 4}) + c_6^2 u^2(\omega) \quad (5.15)$$

As fontes de incertezas associadas aos coeficientes de sensibilidade na equação (5.15) são:

- $u(m)$, incerteza associada a massa, avaliada pela resolução da balança digital = 2 g;
- $u(r)$, incerteza associada a medição do raio do cilindro, avaliada por repetitivas medições do paquímetro = 0,00002 m;
- $u(g)$, incerteza associada a aceleração da gravidade, avaliada pelo certificado de calibração presente no laboratório do GDS = 0,0000005 m/s²;
- $u(t_{1 \rightarrow 2})$ e $u(t_{3 \rightarrow 4})$, incertezas associadas ao tempo, avaliadas pela taxa de quadros por segundo da câmera = 0,0167 s;
- $u(\omega)$, incerteza associada a velocidade angular, avaliada pela resolução da câmera = 0,00005 rad/s.

Os coeficientes de sensibilidade c_i são dados por:

$$c_1 = \frac{\partial I}{\partial m} = \frac{r \Delta t_{3 \rightarrow 4} (g \Delta t_{1 \rightarrow 2} - r \Delta \omega)}{\Delta \omega (\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})} \quad (5.16)$$

$$c_2 = \frac{\partial I}{\partial r} = \frac{m \Delta t_{3 \rightarrow 4} (g \Delta t_{1 \rightarrow 2} - 2r \Delta \omega)}{\Delta \omega (\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})} \quad (5.17)$$

$$c_3 = \frac{\partial I}{\partial g} = \frac{mr \Delta t_{3 \rightarrow 4} \Delta t_{1 \rightarrow 2}}{\Delta \omega (\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})} \quad (5.18)$$

$$c_4 = \frac{\partial I}{\partial t_{1 \rightarrow 2}} = \frac{mr \Delta t_{3 \rightarrow 4} (g \Delta t_{3 \rightarrow 4} + r \Delta \omega)}{\Delta \omega (\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})^2} \quad (5.19)$$

$$c_5 = \frac{\partial I}{\partial t_{3 \rightarrow 4}} = \frac{mr \Delta t_{1 \rightarrow 2} (g \Delta t_{1 \rightarrow 2} - r \Delta \omega)}{\Delta \omega (\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})^2} \quad (5.20)$$

$$c_6 = \frac{\partial I}{\partial \omega} = -\frac{mr g \Delta t_{3 \rightarrow 4} \Delta t_{1 \rightarrow 2}}{\Delta \omega^2 (\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})} \quad (5.21)$$

A incerteza de medição expandida U é obtida multiplicando o fator de abrangência pela incerteza-padrão $u_c(I)$. O fator de abrangência é obtido por meio da fórmula de *Welch-Satterhwaite* (equação 3.9), que relaciona os graus de liberdade efetivos v_{eff} na distribuição t de *student* com o fator de abrangência k . Neste caso do problema estudado, a equação do número de graus de liberdade assume a seguinte forma:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(I)}{\frac{u^4(m)}{v_{m-1}} + \frac{u^4(r)}{v_{r-1}} + \frac{u^4(g)}{v_{g-1}} + \frac{u^4(t_{1 \rightarrow 2})}{v_{t_{1 \rightarrow 2}-1}} + \frac{u^4(t_{3 \rightarrow 4})}{v_{t_{3 \rightarrow 4}-1}} + \frac{u^4(\omega)}{v_{\omega-1}}} \quad (5.22)$$

6 PÊNULO TRIFILAR

Este capítulo apresenta os ensaios realizados usando um pêndulo trifilar para determinar o momento de inércia de corpos rígidos. A metodologia dos ensaios foi baseada no trabalho de Mendonça (2017) e a bancada experimental foi a mesma utilizada por ele. É apresentada a motivação para a realização de ensaios no pêndulo trifilar e como eles serão utilizados para atingir o objetivo deste trabalho.

São realizados ensaios para a calibração do pêndulo trifilar com um objeto de inércia rotacional conhecida. Após isso, são realizadas as medições do momento de inércia de componentes da turbina eólica.

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Uma forma para validar os resultados obtidos pela metodologia experimental proposta neste projeto foi considerada. Um dos métodos mais estudados pelo GDS/UnB para medição da inércia rotacional é o pêndulo trifilar, devido a sua alta exatidão utilizando o GUM. Mendonça (2017) utilizou o pêndulo trifilar para avaliar a inércia rotacional de diferentes corpos, comprovando a eficácia do método experimental.

Baseado no trabalho de Mendonça, foram realizados duas séries de ensaios. Na primeira determina-se a inércia de rotação do disco metálico presente no *hub* de fixação das pás de uma turbina eólica de pequeno porte. O resultado obtido foi comparado com a solução analítica e numérica do disco, possível devido a simplicidade da geometria da peça. Esta comparação tem a finalidade de calibrar, pois o pêndulo trifilar este em repouso por longo período, e validar o método do pêndulo trifilar para posterior série de ensaios realizado no pêndulo trifilar.

A segunda série de ensaios tem o objetivo de determinar a inércia rotacional das pás eólicas. O procedimento desta série de ensaios consiste nos seguintes passos:

1. No pêndulo trifilar, medir o momento de inércia do conjunto *hub* metálico e pás eólicas;
2. Ainda no pêndulo trifilar, medir o momento de inércia do *hub* metálico;
3. Subtrair os resultados obtidos nos passos 1 e 2, dessa forma é possível obter o momento de inércia das pás eólicas;
4. Usando a massa em queda, medir o momento de inércia de todo o conjunto na turbina eólica: *hub* metálico + pás eólicas;
5. Ainda na massa em queda, medir o momento de inércia da turbina sem as pás;
6. Subtrair os resultados obtidos nos passos 4 e 5, dessa forma é possível obter o momento de inércia das pás eólicas;

Com o objetivo de comparar as duas metodologias, os resultados obtidos da inércia rotacional das pás eólicas no método do pêndulo trifilar (passo 3) e na massa em queda (passo 6) são comparados. Em ambas séries de ensaios foram consideradas as incertezas de medição (inclusive na solução analítica) usando o método ISO-GUM.

6.2 DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

A bancada utilizada neste ensaio encontra-se no laboratório do GDS/UnB. A figura (6.1) mostra a bancada e ela é composta por:

- Uma plataforma superior presa ao teto do laboratório. A plataforma é fixada ao teto por meio de apoios para garantir o nivelamento com a plataforma inferior;
- Três fios de aço. Foi utilizado fios de aço para evitar o acréscimo de comprimento com o acréscimo de peso na plataforma inferior, mantendo o seu comprimento;
- Uma plataforma inferior triangular suspensa pelos fios. Esta plataforma é um triângulo equilátero com um furo no centro geométrico (figura 6.2);
- Um alvo para auxílio no processamento das filmagens.

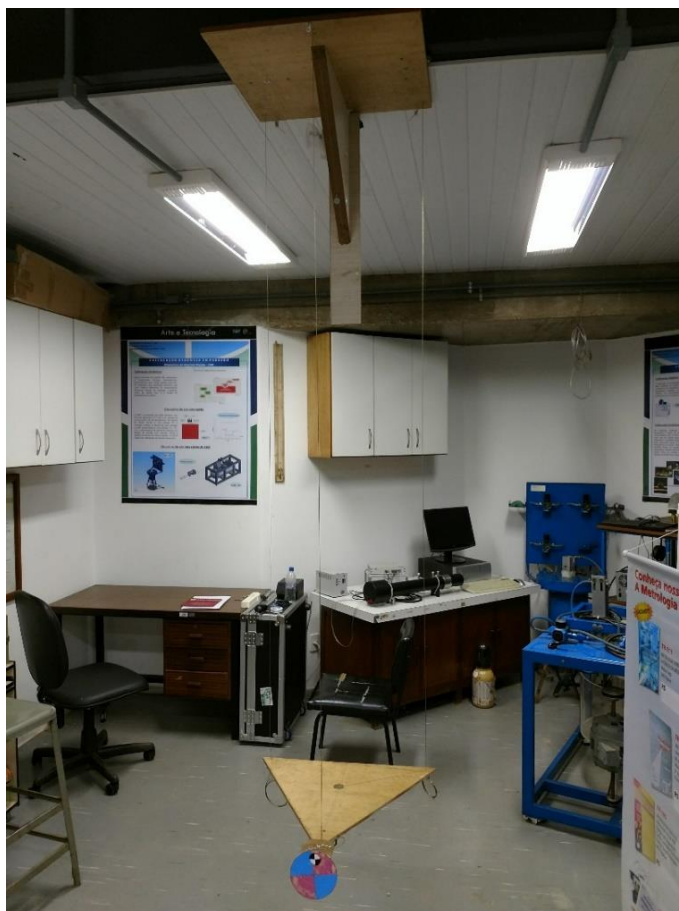


Figura 6.1 - Bancada experimental



Figura 6.2 - Plataforma inferior do pêndulo trifilar

A bancada esteve fora de uso por vários meses, portanto ao ser posicionado para a realização dos ensaios, foi observado o desnivelamento da plataforma triangular com o auxílio de uma régua de nivelamento. Um dos fios de aço estava com o comprimento maior que os outros. O nivelamento dos fios foi corrigido para utilização da bancada.

A equação (6.1) é utilizada para o cálculo do momento de inércia de um corpo no pêndulo trifilar. Este corpo de inércia desconhecida deve ser posicionado no centro geométrico da plataforma triangular.

$$I = \frac{R^2 g}{4\pi^2} \left(\frac{(m_1 + m_2) T_2^2}{L_2} - \frac{m_1 T_1^2}{L_1} \right) \quad (6.1)$$

onde,

m_1 : massa da plataforma;

m_2 : massa do objeto de inércia desconhecida;

R : raio de rotação da plataforma;

g : aceleração da gravidade;

T_2, T_1 : períodos de oscilação do pêndulo com e sem o objeto, respectivamente;

L_2, L_1 : comprimento do fio de aço no ensaio com e sem o objeto, respectivamente.

A equação (6.1) consiste na diferença do momento de inércia da bancada com e sem o corpo na qual deseja-se conhecer a inércia rotacional. Portanto o procedimento experimental consiste em realizar dois ensaios:

1. Medir o período da oscilação da bancada vazia;
2. Medir o período da oscilação da bancada com o corpo de inércia rotacional desconhecida.

O software Tracker foi utilizado para o processamento das filmagens. O processamento gera uma onda característica na qual obtém-se o período de oscilação da plataforma triangular nos ensaios com o auxílio do alvo presente na região frontal da plataforma triangular. O ensaio do pêndulo trifilar foi dividido em duas etapas:

- A primeira parte tem objetivo de compreender a bancada experimental e estudar o procedimento experimental, comprovando a sua eficácia através da comparação do resultado experimental com resultados analítico e numérico;
- A segunda parte tem objetivo de determinar a inércia rotacional das pás eólicas da turbina através do procedimento experimental.

A tabela (6.1) apresenta os instrumentos utilizadas na coleta de dados nos ensaios no pêndulo trifilar, assim como a resolução dos instrumentos na qual será utilizada no cálculo da incerteza experimental. A incerteza experimental do período de oscilação é dependente da resolução da câmera fotográfica e também da quantidade de períodos contabilizados na filmagem, conforme a equação (6.2). Portanto quanto maior a contagem de períodos numa filmagem, menor será a incerteza experimental.

$$T = \frac{\Delta t}{n} \pm \frac{\delta t}{n} \quad (6.2)$$

Tabela 6.1 - Instrumentos utilizados no ensaio do pêndulo trifilar

Instrumento	Modelo	Resolução	Observações
Balança digital	Toledo 9094C/5	2 g	6 Kg
Trena	Starrett Y12-3ME9	1 mm	3 m
Paquímetro	Mitutoyo	0,05 mm	-
Câmera Fotográfica	Canon T3i	0,03 s	1080p (29,97 fps)

6.3 ENSAIO PRELIMINAR

Na primeira etapa, foram realizados ensaios preliminares para o entendimento do funcionamento da bancada, a instrumentação experimental e avaliação das fontes de incertezas. Nestes ensaios preliminares, foi utilizado um disco metálico como corpo de prova. Este disco metálico foi escolhido por causa da sua geometria simples, portanto é possível obter a sua inércia rotacional pelos modelos analítico e numérico. Para determinação numérica, foi construído um modelo (figura 6.3) usando o software de modelamento em 3D SolidWorks.

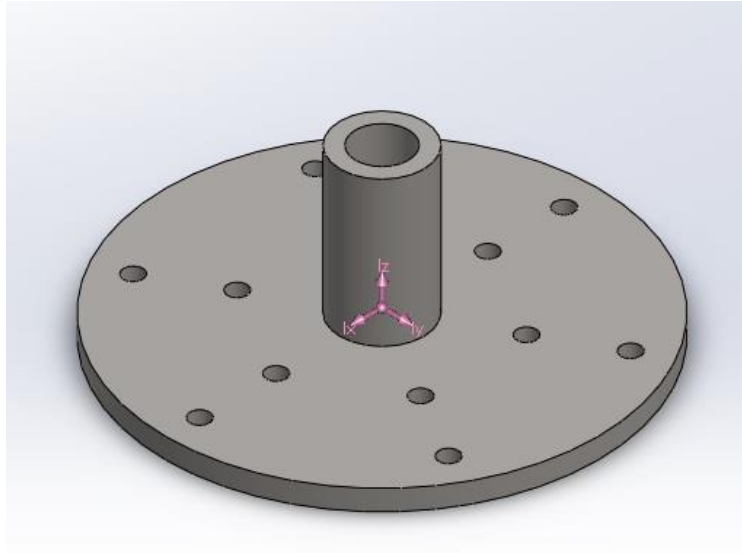


Figura 6.3 - Disco metálico no *software* CAD

O procedimento experimental deste ensaio consiste nos seguintes passos:

1. Medir a massa da plataforma triangular usando a balança digital com a ajuda de um banco;
2. Retirar a balança e verificar o nivelamento da plataforma;
3. Montar o tripé com a câmera próximo ao alvo presente na parte dianteira da plataforma e na mesma altura do alvo;
4. Com a plataforma vazia:
 - 4.1. Excita-la com pequenos toques nas extremidades a fim de garantir a torção em ângulos inferiores a cinco graus;
 - 4.2. Esperar o movimento oscilatório torcional estabilizar, verificando se a plataforma está oscilando em torno do centro de gravidade, fazendo as devidas correções quando necessário;
 - 4.3. Iniciar a filmagem;
 - 4.4. Contabilizar dez períodos completos, encerrando a filmagem após o décimo;
 - 4.5. Repetir dez vezes os passos anteriores;
5. Registrar o comprimento dos três fios de sustentação após a realização do ensaio;
6. Posicionar o disco metálico no centro de massa da plataforma triangular;
7. Registrar a massa do disco metálico sobre a plataforma inferior na balança digital, com a ajuda de um banco;
8. Com o corpo de teste sobre a plataforma inferior:
 - 8.1. Excitar a plataforma realizando pequenos toques nas suas extremidades, evitando torção em ângulo superior a cinco graus;
 - 8.2. Repetir os passos 4.1 a 4.5;
9. Importar todas as filmagens realizadas para o software Tracker.

As filmagens foram analisadas e processadas no software Tracker a fim de obter o período de oscilação de cada uma das filmagens realizadas. Com a ferramenta CFTool do *software* Matlab foi feita a interpolação das ondas obtidas pelo Tracker através da solução de um movimento oscilatório amortecido, conforme equação (6.3). As figuras (6.4) e (6.5) apresentam as evoluções temporais e a interpolação pela equação (6.3) do deslocamento lateral do ensaio da bancada vazia e do ensaio com o disco metálico. Os coeficientes resultantes da solução da interpolação do deslocamento lateral dos ensaios estão presentes no anexo B. O coeficiente C representa o período de oscilação, em radianos, que deseja-se encontrar para alimentar a equação (6.1), dessa forma é possível obter a inércia experimental do disco.

$$Y = A \cdot e^{-b \cdot t} \sin(c \cdot t + d) + e \quad (6.3)$$

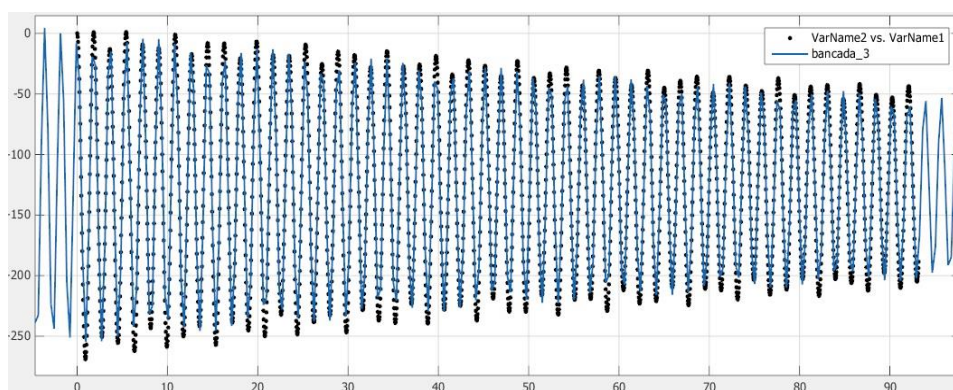


Figura 6.4 – Deslocamento lateral da bancada vazia

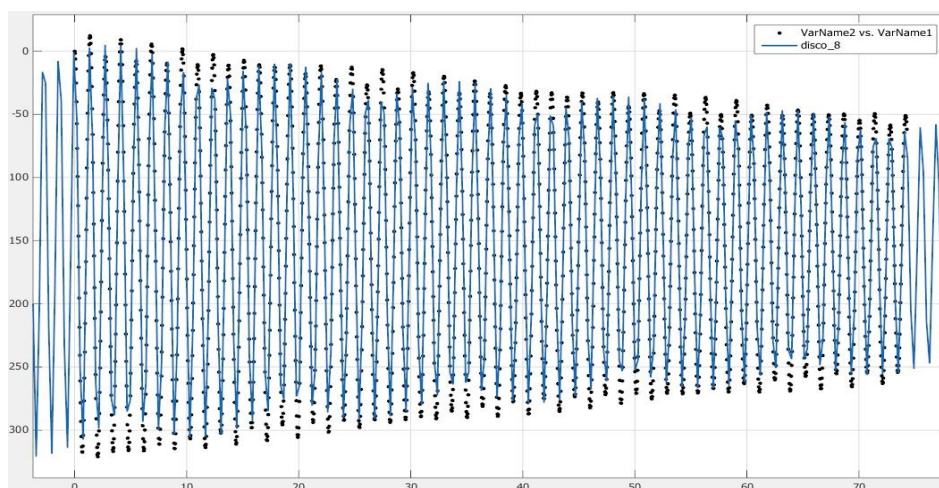


Figura 6.5 – Deslocamento lateral da bancada com disco metálico

O resultado experimental obtido foi então comparado com os resultados analítico e numérico, conforme tabela (6.2). A diferença entre o resultado analítico e o numérico foi de 0,1%. Entretanto, a diferença do resultado experimental e analítico foi de 0,6%.

Tabela 6.2 - Momento de inércia do disco metálico

Momento de Inércia (g.m ²)				
Experimental		Analítico		Numérico
1,2831 ±	0,6059	1,27472 ±	0,00344	1,27319
	4,7%		0,27%	

Considerando que tanto o resultado analítico como o experimental utilizam dados obtidos por meio de medição, e, portanto, sujeitos a incertezas, é possível se determinar o valor mais provável (média) e a variância desses valores. Dessa forma foi possível aplicar um teste estatístico de hipóteses para comparação desses dois resultados. O teste mais usado para comparação de duas populações independentes é o teste *t* de *student*. A metodologia, descrita por Vieira (1998), e a aplicação do teste *t* de *student* na comparação dos resultados do momento de inércia experimental no pêndulo trifilar e analítico são detalhados no anexo A. Para um nível de significância de 95%, a hipótese de que inércia rotacional do disco obtida experimentalmente e analiticamente são iguais é verdadeira. A figura (6.6) apresenta as curvas de densidade de probabilidade do momento de inércia do disco calculado analiticamente (laranja) e experimentalmente (azul).

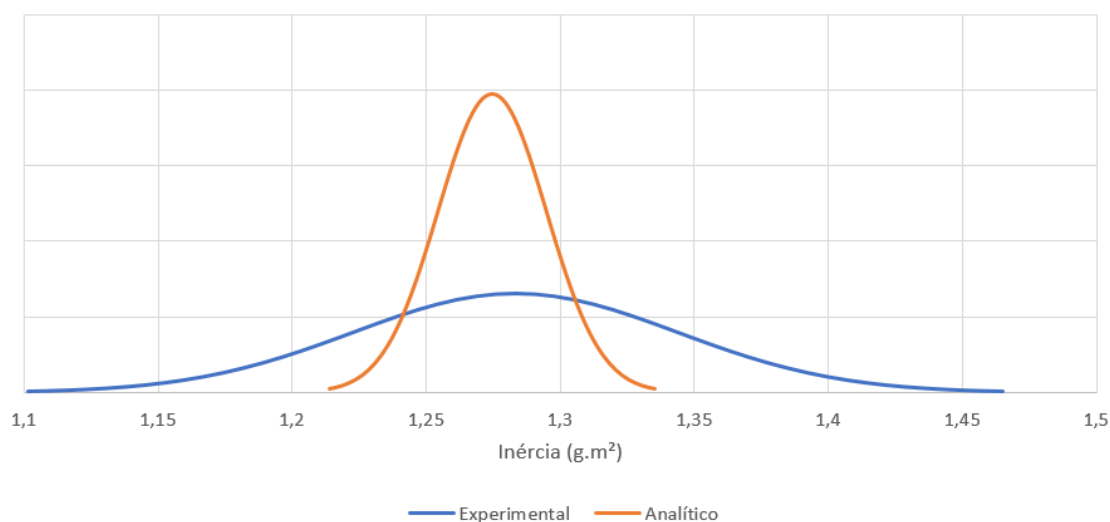


Figura 6.6 - Densidade de probabilidade do momento de inércia do disco

6.4 ENSAIO FINAL

Após a realização do ensaio preliminar e a conclusão de que o resultado experimental obtido no pêndulo trifilar está condizente com os modelos analítico e numérico, a próxima etapa do ensaio consistiu na realização do experimento com as pás eólicas da turbina. Este ensaio consistiu em duas etapas:

- Medição do período de oscilação da plataforma triangular com o *hub* e parafusos de fixação das pás eólicas (figura 6.7);
- Medição do período de oscilação da plataforma triangular com as pás eólicas fixadas no *hub* por meio dos parafusos (figura 6.8).

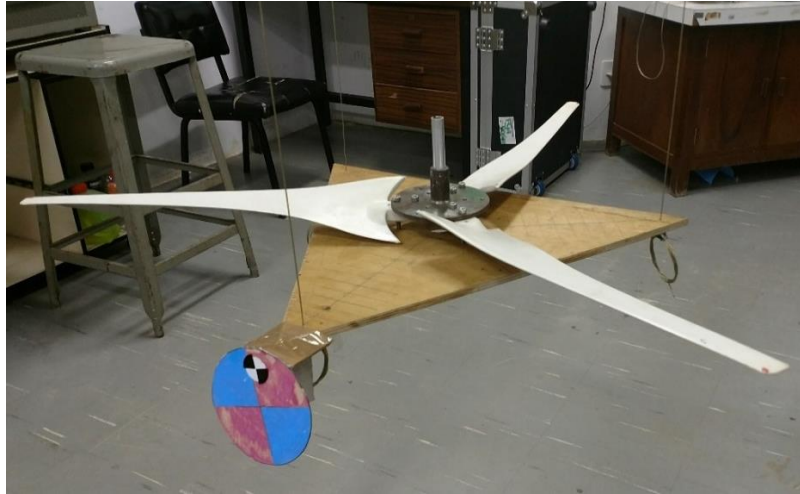


Figura 6.7 - Pás eólicas montadas no *hub* metálico e posicionadas no pêndulo trifilar

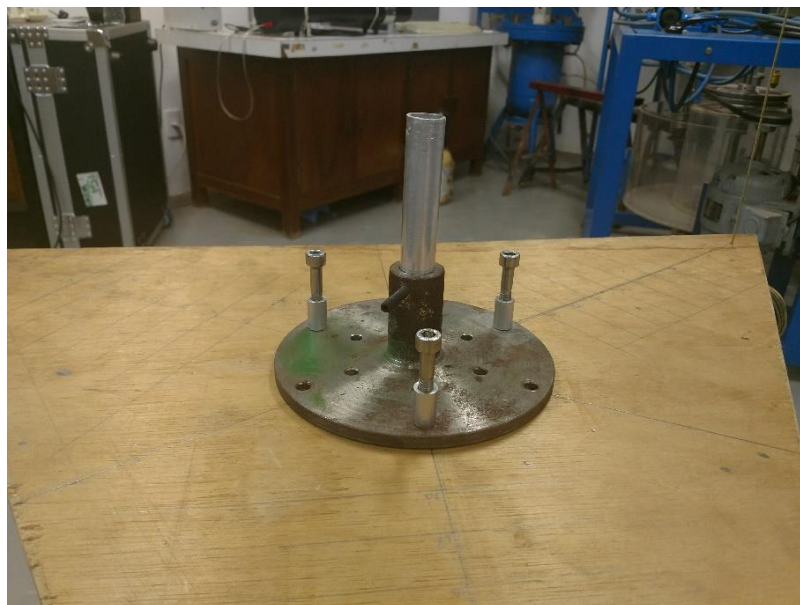


Figura 6.8 - *Hub* metálico posicionado no pêndulo trifilar

Para o procedimento experimental neste ensaio, seguiu-se as mesmas etapas do procedimento na seção 6.3. O processamento e análise das filmagens foram realizadas no software Tracker seguindo o mesmo procedimento do item 6.3. As figuras (6.9) e (6.10) apresentam os deslocamentos laterais do ensaio das pás montadas no *hub* metálico e do ensaio apenas do *hub*. Os coeficientes resultantes da solução da interpolação do deslocamento lateral dos ensaios estão presentes no anexo B.

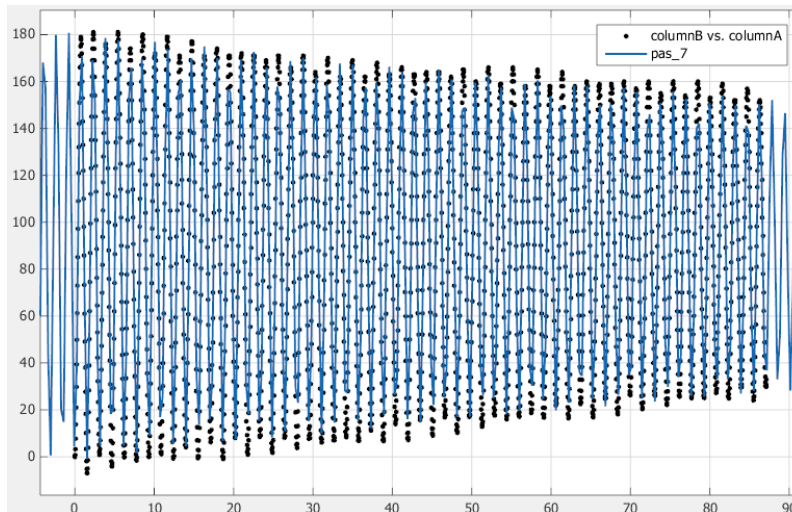


Figura 6.9 - Deslocamento lateral das pás + *hub* metálico

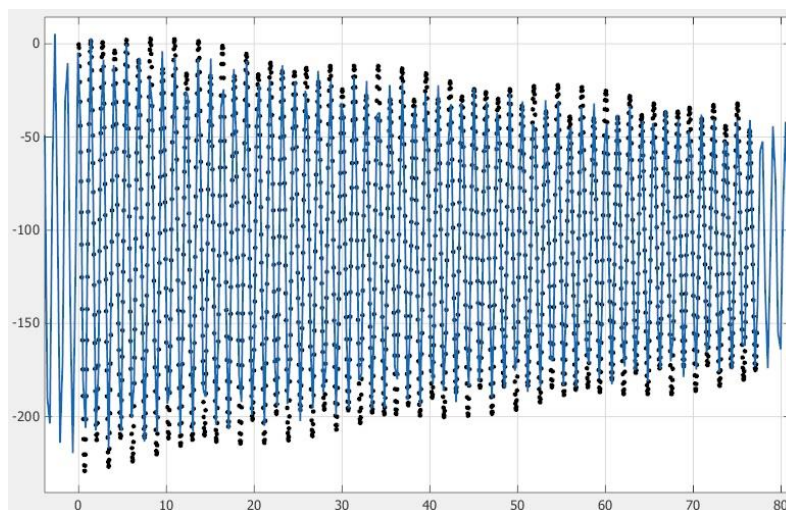


Figura 6.10 - Deslocamento lateral do *hub* metálico

Com isso, os períodos do deslocamento lateral de cada ensaio foram obtidos e, utilizando a equação (6.1), a inércia rotacional experimental é obtida e apresentado na tabela (6.3). O valor da inércia experimental das pás será comparado com o valor obtido pelo método da massa em queda, que será realizado no próximo capítulo. Além disso, o valor da inércia experimental do *hub* será utilizado para se obter a inércia do gerador na turbina eólica, como será explicado no próximo capítulo.

Tabela 6.3 - Inércia experimental das pás eólicas e *hub* no pêndulo trifilar

Inércia experimental (g.m ²)			
Pás eólicas		<i>Hub</i>	
24,320 ±	0,114	1,5360 ±	0,0620
	0,47%		4,04%

7 ENSAIO DA TURBINA EÓLICA

O capítulo 5 apresentou a modelagem física do método da massa em queda para a determinação do momento de inércia de uma turbina eólica. Com o modelo físico definido, o procedimento para coleta de dados no ensaio da turbina eólica é determinado para satisfazer o modelo físico. Com isso foram realizados ensaios preliminares para o entendimento do aparato experimental e identificação de possíveis melhorias no experimento e coleta de dados.

A partir da compreensão do procedimento experimental, um conjunto de ensaios foram realizados para avaliar a inércia rotacional da turbina pelo método da massa em queda sob a metodologia ISO-GUM. Estes resultados são comparados com o resultado obtido no capítulo anterior com objetivo de validar o modelo físico.

7.1 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental necessário para a aquisição de dados é relativamente simples. A montagem do aparato experimental consiste na retirada dos parafusos externos das pás eólicas e o acoplamento do *hub* metálico no cubo da turbina por meio de parafusos. A montagem final do experimento é mostrada na figura (7.1).

A equação (7.1) será utilizada nos ensaios da turbina eólica modelo iSTA Breeze® i-500, que foram conduzidos no Bloco G da Faculdade de Tecnologia da UnB.

$$I = \frac{mr \cdot (g - r \cdot \alpha_{t_{1 \rightarrow 2}})}{\alpha_{t_{1 \rightarrow 2}} + \alpha_{t_{3 \rightarrow 4}}} \quad (7.1)$$

onde,

m : massa em queda livre;

r : raio da haste cilíndrica onde a corda é enrolada;

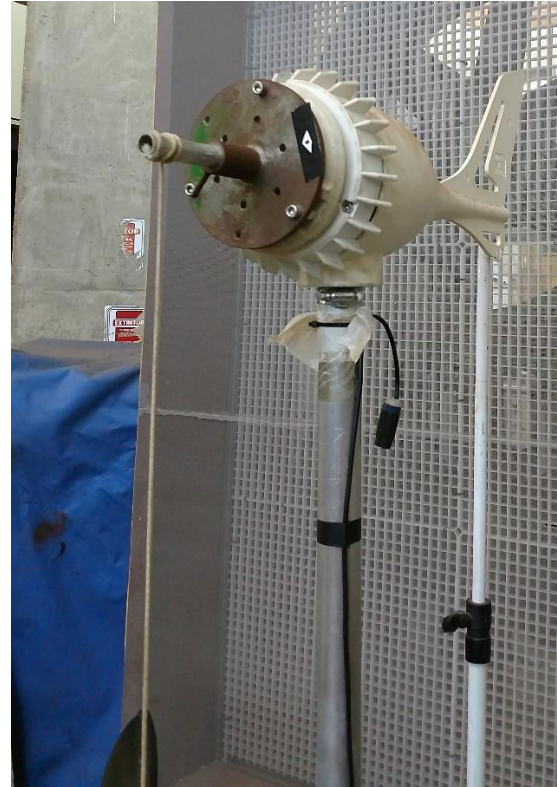
g : aceleração da gravidade;

$\alpha_{t_{1 \rightarrow 2}}$: aceleração média na fase de aceleração do rotor;

$\alpha_{t_{3 \rightarrow 4}}$: aceleração média na fase de desaceleração do rotor.



a



b

Figura 7.1 - Montagem final do experimento com pás (a) e sem pás (b)

Os ensaios na turbina eólica foram executados a partir do seguinte procedimento experimental:

1. Registrar a massa dos discos e corda e anotar a precisão da balança;
2. Registrar o diâmetro do disco metálico e anotar a incerteza de medição;
3. Registrar o diâmetro da haste cilíndrica e anotar a incerteza de medição;
4. Fixar a haste cilíndrica no disco pelo parafuso de estrangulamento, verificando a excentricidade do mesmo com relação ao disco metálico;
5. Retirar o parafuso externo de cada uma das pás;
6. Fixar o *hub* no cubo pelos parafusos presente no disco, verificando o aperto correto dos parafusos;
7. Fixar um alvo na superfície do disco metálico;
8. Montar o tripé com uma haste atrás da turbina eólica, prendendo na cauda da turbina eólica;
9. Verificar se a nacele da turbina eólica não apresenta movimentação com relação ao seu ponto de fixação;
10. Montar o tripé com a câmera fotográfica a frente da turbina eólica, verificando se a altura da câmera coincide com a altura da haste cilíndrica;

11. Ajustar o foco da câmera fotográfica ao alvo presente no *hub*;
12. Prender a corda da massa no chanfro presente na haste cilíndrica e enrolá-la na haste até uma altura predeterminada;
13. Com a massa suspensa, acionar a gravação da câmera fotográfica, esperando alguns segundos até soltar a massa para a queda livre;
14. Esperar a turbina eólica acelerar e desacelerar completamente;
15. Terminar a gravação da câmera fotográfica;
16. Repetir cinco vezes os passos 12 a 15 com a mesma resolução e taxa de quadros por segundo;
17. Retirar o *hub* e as pás do cubo da turbina eólica;
18. Fixar novamente o *hub* no cubo utilizando seis parafusos, porém utilizando os extensores dos parafusos entre o a base do *hub* e o cubo da turbina;
19. Repetir cinco vezes os passos 12 a 15.

7.2 ENSAIOS PRELIMINARES

Com o objetivo de entender como seriam realizados as filmagens e o funcionamento do *software* Tracker, foram realizados ensaios preliminares em diferentes posições de câmera e massas distintas. Nos ensaios preliminares, foi observada a necessidade de ajustes no aparato experimental. Um problema observado foi a movimentação da turbina em torno do seu ponto de fixação no suporte. Quando se iniciava a queda da massa presa na haste cilíndrica, a turbina possuía a tendência de se movimentar. Portanto, foram utilizados barbante e uma haste em um tripé para aumentar a rigidez e imobilizar a cauda da turbina, conforme figura (7.2).

Outro ajuste foi realizado na haste cilíndrica do *hub*. Foi observado que a haste cilíndrica no *hub*, aonde a corda da massa é enrolada, não era concêntrica com o eixo de rotação da peça. Foi realizada um novo aperto no parafuso estrangulador e no posicionamento da haste, sendo possível obter a concentricidade das partes. Além deste ajuste físico, foi realizado um ajuste virtual no *software* Tracker posicionando a origem do eixo cartesiano no centro do eixo de rotação, conforme figura (7.3).



Figura 7.2 - Haste utilizada para estabilização da cauda da turbina

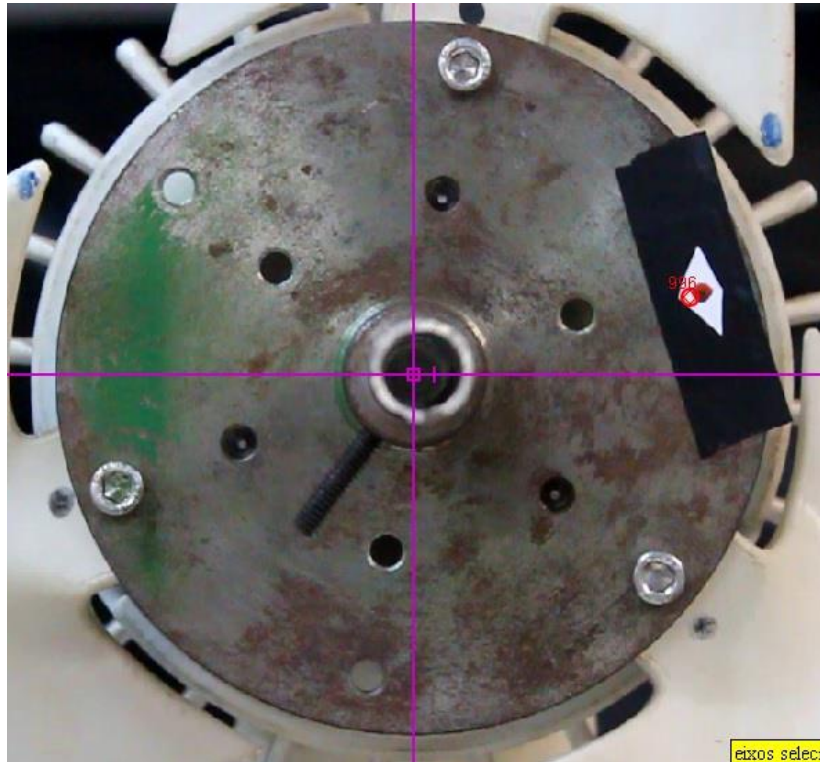


Figura 7.3 - Origem do eixo cartesiano

O último problema foi observado na realização do rastreamento do alvo no software Tracker. Foi constatado que nas filmagens a 30 quadros por segundo, o software possuía uma extrema dificuldade de rastrear o alvo quando a velocidade angular era igual ou superior a 6 radianos por segundo. Isso acontecia porque o alvo na filmagem não possuía nitidez suficiente, representando o alvo como um borrão. Nas filmagens realizadas a 60 quadros por segundo, esta dificuldade de rastreamento do alvo acontecia apenas em velocidades angulares iguais ou superiores a 13 radianos por segundo. Portanto, as filmagens posteriores dos ensaios foram realizadas a 60 quadros por segundo, pois em alguns ensaios não era possível manter a velocidade angular máxima abaixo de 6 radianos por segundo.

Um resumo dos problemas observados e soluções adotadas são descritos no quadro (7.1).

Quadro 7.1 - Problemas identificados e soluções adotadas

Problemas	Soluções
Rastreamento do alvo a 30 quadros por segundo	Escolha de um alvo com alto contraste; Filmagem a 60 quadros por segundo.
Haste não concêntrica ao disco	Aperto do parafuso de fixação Ajuste do eixo de rotação no software
Torque residual na turbina com o acionamento da queda da massa	Uso de uma haste em um tripé e barbante para imobilizar a cauda da turbina

Considerando a importância que o alvo possui na definição da velocidade angular pelo *software* Tracker, diferentes modelos de alvos foram testados com o objetivo de determinar qual possuía maior nitidez em altas velocidade angulares da turbina. Entre os modelos testados, foi escolhido a configuração de alvo que consiste na marcação de um ponto vermelho em um papel branco, fixado na extremidade externa do *hub* por uma fita preta, conforme apresentado na Figura (7.4).

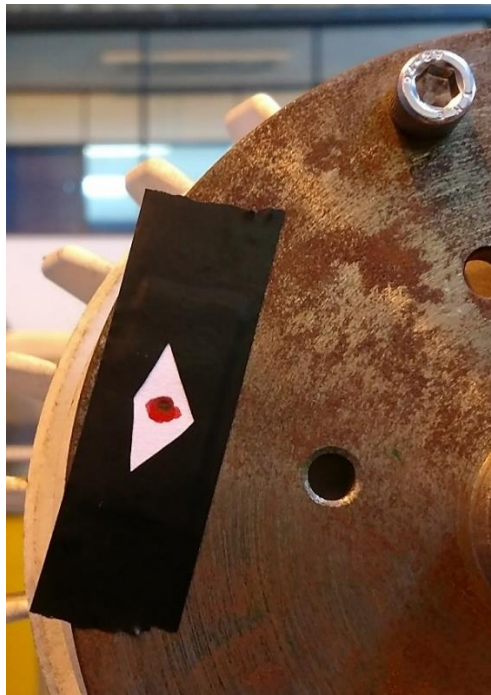


Figura 7.4 - Alvo (ponto vermelho) para o processamento de imagens

7.3 ENSAIOS FINAIS

Após a assimilação do procedimento experimental e método de filmagem, foram feitos os ensaios na turbina eólica com o objetivo de atingir o propósito deste trabalho. Foram realizados ensaios com as seguintes configurações da massa de queda: 414 g, 624 g, 834 g, 1042 g e 1250 g. Além disso, foram utilizadas duas configurações da turbina eólica: uma com as 3 pás e *hub* acoplados ao cubo da turbina e outra com apenas o *hub* acoplado ao cubo. Os ensaios foram realizados conforme o procedimento experimental proposto na seção 7.1 e as filmagens obtidas foram importadas para o *software* Tracker para definição da velocidade angular do rotor. Não foi possível realizar os ensaios com a massa em queda de 624 g ou superior na configuração sem pás da turbina eólica devido à alta velocidade angular alcançada pelo rotor ($\omega \geq 13$ rad/s). Portanto, não foi possível realizar o rastreamento do alvo nesses ensaios.

Após finalizado o rastreamento do alvo, o *software* gera um conjunto de dados da velocidade do alvo em cada instante de tempo. Os dados obtidos foram exportados para o Excel e foi realizada a

suavização da curva pelo método da média móvel. O método da média móvel consiste na suavização de pequenas flutuações através do valor médio dos valores anteriores. Esta suavização gera uma linha de tendência dos valores adquiridos pelo *software* Tracker mantendo a inclinação da progressividade da velocidade na aceleração e desaceleração. A figura (7.5) apresenta a velocidade angular na fase de aceleração e desaceleração do rotor da turbina eólica com as pás eólicas e a suavização da curva pelo método da média móvel em um ensaio com massa em queda de 834 g.

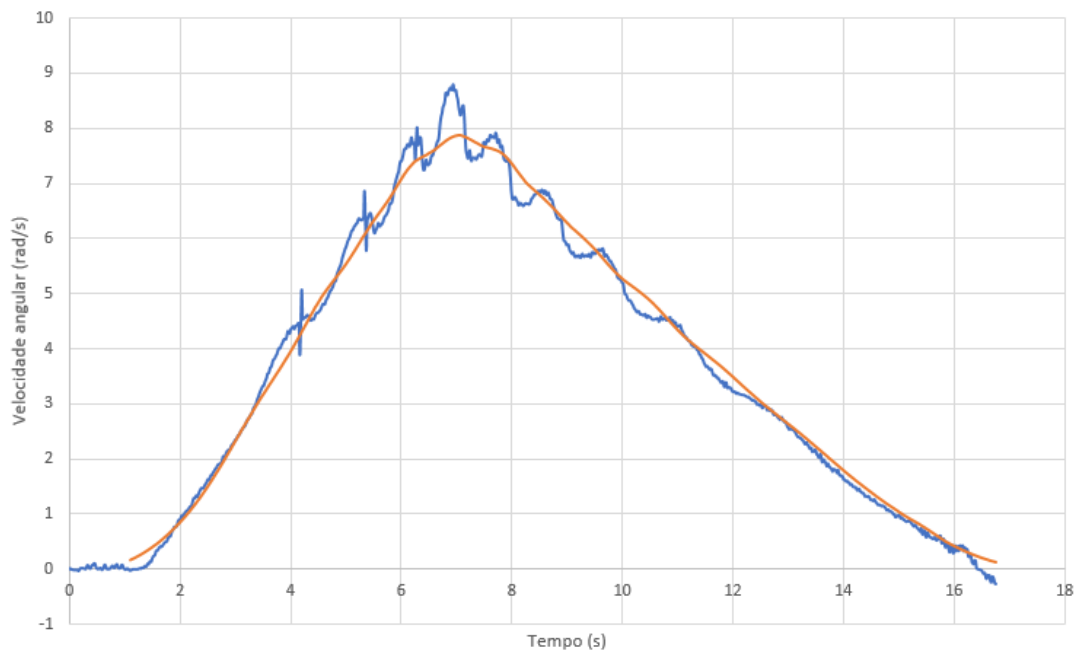


Figura 7.5 - Velocidade angular (azul) e a suavização por média móvel (laranja) de um ensaio com as pás e massa de 834g

Utilizando a equação (7.1), pode-se calcular a taxa de aceleração angular na faixa da aceleração e desaceleração. O mesmo intervalo de velocidade angular na aceleração e desaceleração do rotor foi definido (Paniagua e Povey, 2007) e utilizado para a formulação da modelo físico que gerou a equação (7.1). A tabela (7.1) apresenta a resolução dos instrumentos utilizados e a tabela (7.2) os dados obtidos nos ensaios. Os resultados obtidos, na íntegra, em cada ensaio realizado estão presentes no anexo C.

Tabela 7.1 - Instrumentos utilizados no ensaio da turbina eólica

Instrumento	Modelo	Resolução	Observações
Balança digital	Toledo 9094C/5	2 g	6 Kg
Paquímetro	LEE Tools 682626	0,02 mm	150 mm
Câmera Fotográfica	Canon T3i	0,0167 s	720p (60 fps)

Tabela 7.2 - Aceleração, desaceleração e inércia rotacional da turbina eólica

	COM pás					SEM pás
Massa (g)	414	624	834	1042	1250	414
Aceleração média (rad/s ²)	0,4084	0,9851	1,5833	2,1394	2,6332	4,2249
Desaceleração média (rad/s ²)	0,8283	0,8821	0,9049	0,9313	0,9223	7,4669
Inércia de rotação (g.m ²)	26,185 ± 0,305	26,129 ± 0,304	26,192 ± 0,137	26,505 ± 0,190	27,460 ± 0,563	2,7625 ± 0,084

Com os resultados da inércia rotacional definidos, é possível obter a inércia dos componentes da turbina eólica conforme a metodologia ilustrada no fluxograma apresentado na figura (7.7). A tabela (7.3) apresenta os resultados obtidos para a inércia rotacional das pás eólicas e dos componentes internos da nacela da turbina eólica, que consiste no eixo de transmissão e o gerador.

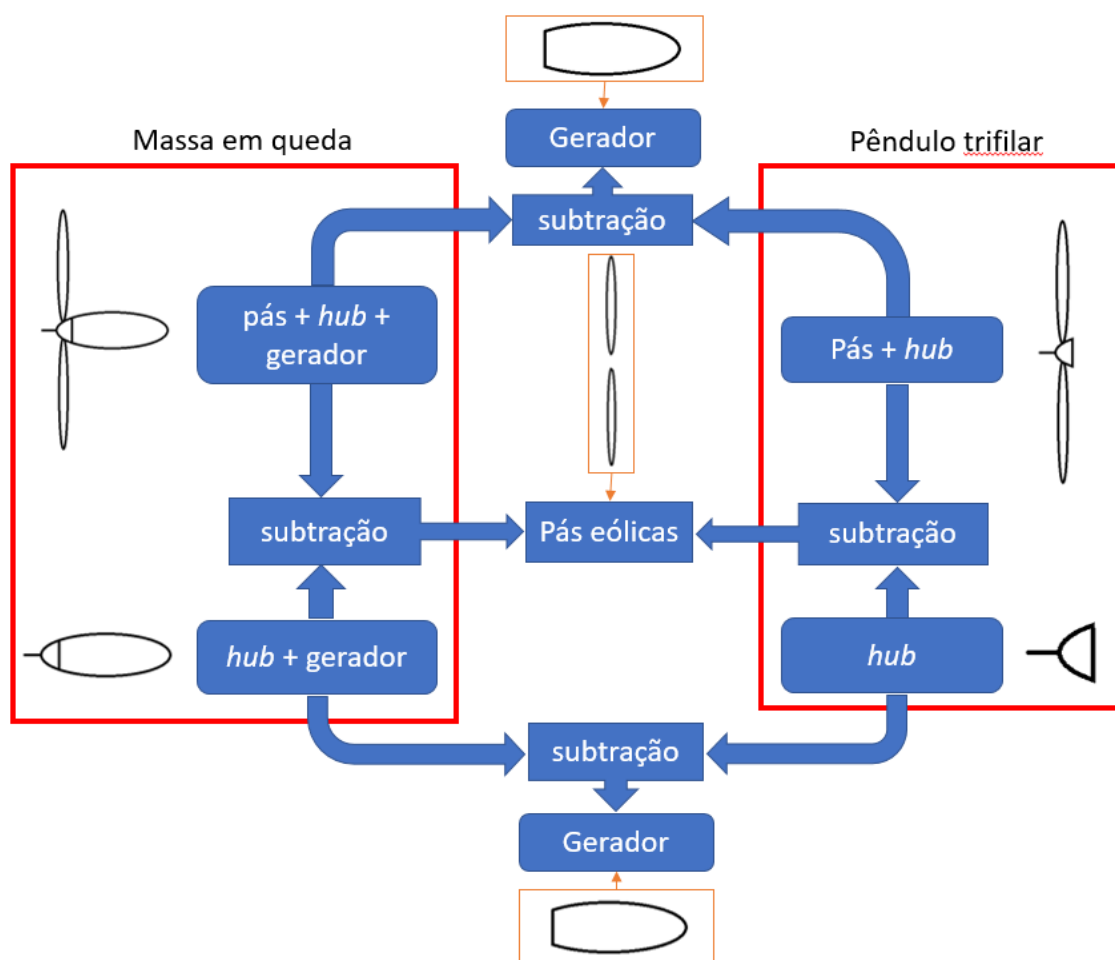


Figura 7.7 - Representação do processo de cálculo das inércias rotacionais dos componentes da turbina eólica

Tabela 7.3 - Inércia experimental dos componentes da turbina eólica

Inércia Experimental (g.m ²)							
Massa em queda (414g)				Pêndulo trifilar			
Pás + <i>hub</i> + gerador		<i>Hub</i> + gerador		Pás + <i>hub</i>		<i>Hub</i>	
26,185 ±	0,305 1,16%	2,7625 ±	0,0844 3,06%	25,857 ±	0,127 0,5%	1,5363 ±	0,0620 4,04%
Pás eólicas							
	23,423 ±	0,316 1,35%		24,321 ±	0,114 0,47%		
Gerador							
	1,2262 ±	0,1048 8,55%		0,3283 ±	0,3315 101%		

Após obter o momento de inércia experimental das pás eólicas na massa em queda, este resultado é comparado com o resultado obtido no pêndulo trifilar utilizando a mesma metodologia do teste *t* de *student* que foi utilizado na seção 6.2 e descrito no anexo A.1. Para que, estatisticamente, o resultado obtido na massa em queda seja significativo perante ao resultado no pêndulo trifilar, é necessário que o *t* calculado seja menor que o *t* estimado na distribuição *t* de *student* (anexo A.4) para dado grau de liberdade e grau de confiabilidade de 95%. A figura 7.8 apresenta a curva gaussiana da densidade de probabilidade dos dois resultados, massa em queda (azul) e pêndulo trifilar (laranja) da inércia experimental das pás eólicas.

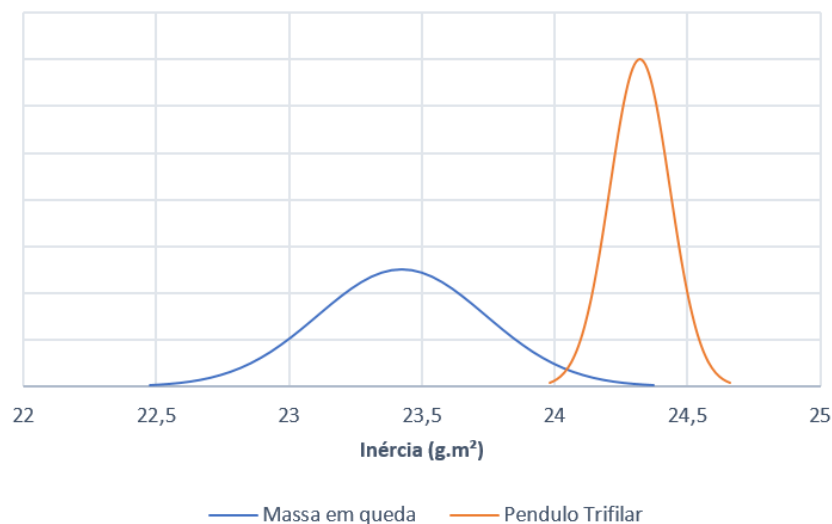


Figura 7.8 - Curva de distribuição de probabilidade da inércia experimental das pás

O valor de *t* calculado foi superior ao valor presente da tabela, portanto, rejeita-se a hipótese que os valores do momento de inércia das pás obtidos no pêndulo trifilar e na massa em queda são iguais

concluindo que as duas metodologias experimentais são, estatisticamente, diferentes e não podem ser comparados. A rejeição da hipótese de que as médias dos dois grupos de amostras são iguais demonstra que o modelo físico apresentado no método da massa em queda ou do pêndulo trifilar não corresponde ao modelo real.

Na modelagem física apresentado no método da massa em queda, a força de atrito foi considerada constante, portanto o torque dissipativo provocado pelo atrito nos rolamentos internos da nacele e o efeito aerodinâmico das pás seriam funções lineares da velocidade angular. Porém, quando o torque dissipativo é calculado, de acordo com a equação (5.2), e representado em um gráfico de torque dissipativo em função da velocidade angular (figura 7.9), observa-se que o torque dissipativo não apresenta o comportamento de uma função linear da velocidade angular, e sim uma função de segundo grau da velocidade.

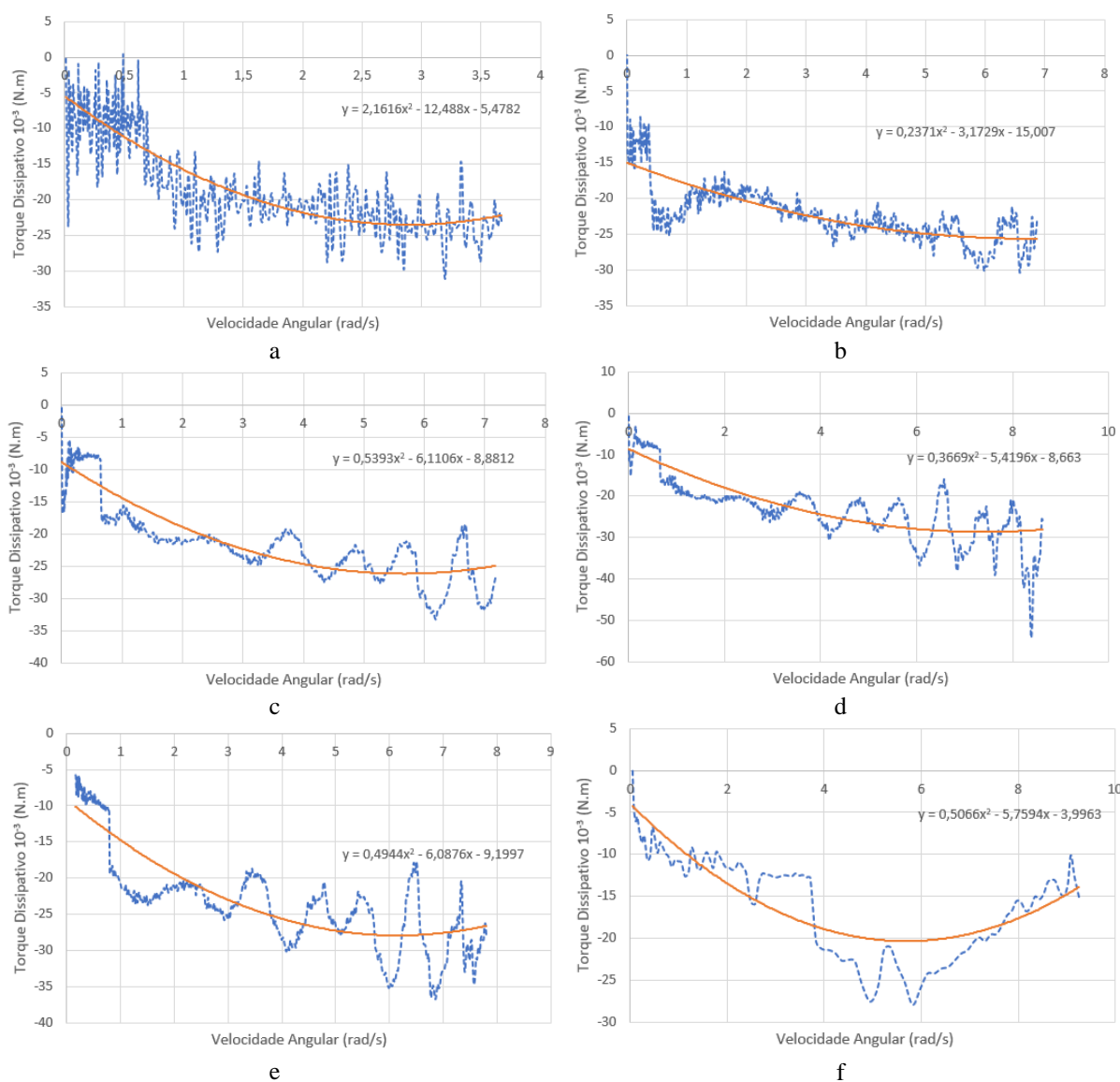


Figura 7.9 - Torque dissipativo (azul) e a interpolação de segundo grau (laranja) nos ensaios com pás (a) 414g, (b) 624g, (c) 834g, (d) 1042g, (e) 1250g e sem pás (f) 414g

Uma das consequências do perfil aerodinâmico das pás é a geração de um arrasto aerodinâmico quando as pás estão girando. A equação (7.2), atribuída a Rayleigh, calcula a força de arrasto a partir da seguinte expressão:

$$F_d = -C_d \frac{\rho v^2}{2} A \quad (7.2)$$

Na equação (7.2) pode-se notar que a força de arrasto aumenta, em módulo, com o quadrado da velocidade. Conclui-se que o torque dissipativo não pode ser uma função linear da velocidade angular devido ao comportamento quadrático da força de arrasto.

No pêndulo trifilar, as pás eólicas não sofrem o efeito de força dissipativa provocada pelo atrito de rolamentos e arrasto aerodinâmico. A energia dissipada advém do amortecimento viscoso da plataforma triangular provocado pelo ar e fios de aço. No capítulo 6 é demonstrado que o modelo físico é coerente com o modelo linear quando se compara a inércia analítica e experimental do disco metálico. Portanto, pode-se comprovar a confiabilidade do resultado obtido no pêndulo trifilar. Por consequência, conclui-se que o modelo físico na massa em queda não condiz com o modelo real.

O gerador, dentro da nacela, é outro componente na qual é possível determinar a inércia rotacional, ilustrado na figura (7.7). Nos dois valores obtidos para a inércia rotacional, o valor obtido pela subtração da inércia rotacional do conjunto pás + *hub* + gerador e pás + *hub* apresentou uma incerteza muito maior do que o esperado. Este resultado inesperado pode ser explicado pela subtração de dois resultados experimentais extraídos de duas metodologias diferentes, acumulando a propagação de erros e incertezas das duas metodologias. Além disso, foi visto que a metodologia da massa em queda apresenta uma disparidade com o modelo real devido ao torque dissipativo não constante causado pelo efeito aerodinâmico das pás eólicas. Coincidentemente, foi o valor calculado pela subtração dos ensaios com as pás eólicas que apresentou a incerteza maior do que o esperado.

Uma avaliação dos coeficientes de sensibilidade da incerteza experimental expandida foi realizada. A evolução da contribuição de cada coeficiente de sensibilidade é representada na figura (7.6). Os valores dos coeficientes de sensibilidades utilizados para a construção da figura (7.6) estão presentes, na íntegra, no anexo D.

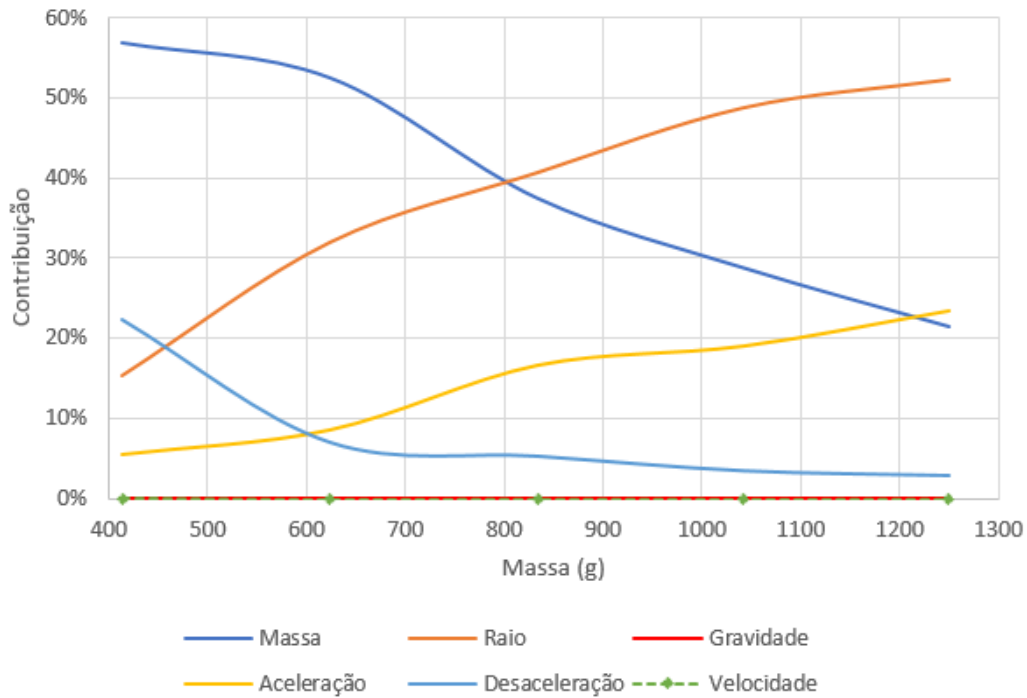


Figura 7.6 - Coeficientes de sensibilidade da incerteza experimental

Foi observado nos ensaios que o coeficiente de sensibilidade que possuía a maior parcela no resultado final era a incerteza da massa de queda livre. Esta influência pode ser diminuída com a utilização de uma balança de maior precisão para a definição da massa em queda.

Com o aumento da massa nos ensaios, o coeficiente de sensibilidade da incerteza do raio foi tornando-se o maior influenciador no resultado final da incerteza experimental. Neste caso, a parcela de influência pode ser diminuída se utilizado um equipamento com maior precisão, por exemplo um micrômetro, na avaliação do raio da haste em que a corda da massa em queda é enrolada.

O coeficiente de sensibilidade da incerteza do tempo de aceleração (taxa de quadros por segundos) também apresentou um aumento com a adição de massa da massa em queda nos ensaios. Os ensaios foram filmados a 60 quadros por segundo. Portanto, a utilização de um equipamento capaz de filmar a 120 quadros por segundos ou superior na mesma resolução, diminuirá a incerteza experimental nos ensaios.

8 CONCLUSÃO

O propósito do trabalho foi apresentar e desenvolver a metodologia para encontrar o momento de inércia de uma turbina eólica, aplicando a metodologia ISO-GUM para o cálculo das incertezas experimentais. Um estudo foi realizado sobre a inércia dos corpos e foram apresentados os diferentes tipos de inércia que um corpo rígido possui, destacando o momento de inércia rotacional (de massa) que será determinada no ensaio experimental proposto neste trabalho. Entre os diversos métodos experimentais para determinação do momento de inércia de massa, foi estudado detalhadamente o método da massa em queda que será utilizado para desenvolver este trabalho.

Foi apresentada e estudada o método para expressar e avaliar as incertezas de medição proposto no ISO-GUM. Com o entendimento do guia, o método foi aplicado ao ensaio experimental proposto, resultando no modelo matemático para determinação da incerteza experimental.

Com a base teórica definida, a equação do movimento e a conservação da energia mecânica foram utilizadas na modelagem física para a aplicação do ensaio experimental em questão deste trabalho. O resultado deste estudo gerou o modelo físico para a definição do momento de inércia da turbina eólica para que seja alcançado o objetivo.

O aparato experimental foi apresentado assim como a forma de coleta de dados que foi utilizado no projeto. Sabendo as grandezas de entrada necessárias para a determinação do momento de inércia, foi possível definir o procedimento experimental que foi utilizado no ensaio da turbina eólica pelo método da massa em queda.

Para validar os resultados obtidos no método da massa em queda livre, foi utilizado o procedimento experimental desenvolvido por Mendonça (2017) para avaliar o momento de inércia no pêndulo trifilar. Primeiramente, foram realizados ensaios para a calibração da bancada, obtendo-se excito. Após isso é avaliado a inércia rotacional das pás da turbina eólica, que foi comparada com o resultado obtido na massa em queda livre. Os resultados obtidos no pêndulo trifilar foram satisfatórios e a incerteza da inércia rotacional das pás foi abaixo de 1%

O procedimento experimental proposto no trabalho foi aplicado na turbina eólica presente no bloco G da Universidade de Brasília. Ensaios preliminares foram realizados para analisar e avaliar possíveis modificações no aparato experimental visando a redução das fontes de incertezas. Com isso, modificações no aparato experimental e na coleta de dados foram realizadas, e em seguida foi quantificado a inércia de rotação das pás eólicas com diferentes massas. Os resultados obtidos foram satisfatórios e a incerteza experimental foi em geral abaixo de 2%. Apesar da inércia das pás terem tido uma diferença de apenas 3,7% entre os dois métodos, os resultados não foram estatisticamente significativos, concluindo que o modelo físico proposto na massa em queda livre não condiz com o modelo real do experimento.

A majoritária causa apontada para que o modelo físico da massa em queda fosse rejeitado foi a desconsideração do arrasto aerodinâmico das pás eólicas. Foi observado na teoria que a força do arrasto

aerodinâmico é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade angular, portanto, a aceleração e desaceleração do rotor da turbina apresenta um comportamento quadrático, e não linear conforme proposto no modelo físico.

Porém mesmo com a rejeição do modelo físico proposto neste trabalho, o objetivo principal do trabalho foi alcançado com sucesso. O método da massa em queda livre foi compreendido e aperfeiçoado para futuros estudos, além da observação de suas vantagens em relação a outros métodos de avaliação de inércia de rotação. Derivado dos ensaios realizados na turbina eólica e no pêndulo trifilar, foi possível estimar a inércia rotacional dos componentes internos da turbina, como o sistema de transmissão e o gerador. Este dado é uma boa estimativa para futuros trabalhos na área de perdas energéticas causados por estes componentes devido à dificuldade de avaliar a sua inércia rotacional.

Novos estudos utilizando uma modelagem física que considera o arrasto aerodinâmico das pás eólicas devem ser realizados nesta turbina eólica, com o objetivo de ratificar a nova modelagem física pelo método da massa em queda livre. Outros estudos podem ser realizados em aparatos experimentais nas quais as forças dissipativas sejam conhecidas ou de fácil modelagem. São necessários novos estudos sobre a influência que a resolução e a taxa de quadros por segundo utilizada pela câmera nos ensaios tem na incerteza experimental. Estas influências não foram abordadas no presente trabalho.

No final, conclui-se que o método da massa em queda é simples, possui boa precisão e é facilmente executado em qualquer tipo de rotor. Este método é menos invasivo pois não exige a desmontagem dos componentes da turbina. Para reduzir as incertezas experimentais, um sistema de polias pode ser utilizado para melhor suavidade da aceleração do rotor provocado pela massa em queda, beneficiando a coleta de dados via filmagem. Além disso, o acoplamento de um disco de massa e inércia conhecida no rotor é outro artifício que pode ser utilizado para obter maior precisão nos resultados experimentais, conforme demonstrado por Paniagua e Yasa (2007).

REFERÊNCIAS

- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; DEWOLF, J. *Mechanics of Materials*, 2002. **McGraw-Hill**, New York, 2002.
- GOBBI, Massimiliano; MASTINU, Giampiero; PREVIATI, Giorgio. A method for measuring the inertia properties of rigid bodies, **Mech. Syst. Signal Process.** v. 25, p. 305–318, 2011.
- HALDEMAN, Charles; DUNN, Michael; MATHISON, Randall; TROHA, William; VANDER HOEK, Timothy; RIAHI Ardeshir. Aeroperformance measurements for a fully cooled high-pressure turbine stage. In: **Proceedings of the ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition**, v. 4, Copenhagen, Denmark, 2012, ASME Paper GT2012-69941, p. 765-776, 2012.
- HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 11. ed. Porto Alegre: bookman, 2011.
- HIBBELER, R. C. **Dinâmica: mecânica para engenharia**. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.
- HIBBELER, Russell C. **Resistência dos materiais**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.
- INMETRO - INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA QUALIDADE E TECNOLOGIA.
Avaliação de dados de medição: Guia para a expressão de incerteza de medição - GUM. Duque de Caxias, RJ: INMETRO/CICMA/SEPIN, 2012a. Disponível em:
<http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/gum_final.pdf>. Acesso em: 04 nov. 2016.
- INMETRO - INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA QUALIDADE E TECNOLOGIA.
Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos fundamentais e gerais e termos associados - VIM. Duque de Caxias, RJ: INMETRO, 2012b. Disponível em:
<http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/vim_2012.pdf>. Acesso em: 07 mar. 2017.
- JARDIN, Matt; MUELLER, Eric. Optimized measurements of unmanned-air-vehicle mass moment of inertia with a Bifilar Pendulum. **J. Aircr.** v. 46, n. 3, p. 763–775, 2009.
- KALKMANN, Anderson. **Modelagem de bancada de testes para avaliação do comportamento dinâmico de powertrains de turbinas eólicas ou hidrocínéticas**. 2015. 101 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, 2015

- LIRA, Francisco Adval de. **Metrologia na indústria**. São Paulo: Érica, 2001.
- MARTINS, Márcio André Fernandes. **Contribuições para a avaliação da incerteza de medição no regime estacionário**. 2010. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, Salvador. 2010.
- MENDONÇA, Vinicius de Abreu. **Incerteza experimental do momento de inércia polar no pendulo trifilar: aplicação para pás eólicas comerciais**. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, 2017.
- NEWTON, Isaac. **The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy**. A new translation by I.B. Cohen and A. Whitman, University of California press, Berkeley, p. 371-430, 1999. Disponível em: <<http://web.mit.edu/jwk/www/docs/Cohen-Whitman%201999%20Principia.pdf>>. Acesso em: 04 nov. 2016.
- PANIAGUA, Guillermo; YASA, Tolga. Accurate turbine inertia measurement. In: *Experimental Mechanics an International Journal*. **J. Exp. Mech.** n. 47, v. 5, p. 693-700, 2007.
- POVEY, Thomas; PANIAGUA, Guillermo. Method to improve precision of rotation inertia and friction measurements in turbomachinery applications. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 30, p. 323-329, July 2012.
- SANTORO, Carlos L.; DE MORAIS, Marcus V. G. Determinação Experimental do Momento Polar de Inércia de Corpos pelo Método do Pêndulo Multifilar. **Anais do VII Encontro de Ciência e Tecnologia**, 2015. Gama, Distrito Federal. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/282912571_Determinacao_Experimental_do_Momento_Polar_de_Inercia_de_Corpos_pelo_Metodo_do_Pendulo_Multifilar>. Acesso em: 16 nov. 2016
- SCHEDLINSKI, Carsten; LINK, Michael. A survey of current inertia parameter identification methods. **Mechanical systems and signal processing**, v. 15, n. 1, p. 189-211, 2001.
- SERWAY, Raymond A.; JEWETT JR, John W. **Princípios de física**. 3. ed. São Paulo, SP: Pioneira Thomson Learning, 2004.
- SILVA, Adriano de Aquino Paiva. **Momento de Inércia, de massa ou de área?** Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/~cardona/mat2455/artigoAdriano.pdf>>. Acesso em: 19 set. 2016.

SILVA, Romualdo Braga Alves da. **Avaliação da inércia de rotação em rotores de turbinas eólicas.**
TCC (Graduação) – Curso de Engenharia de Energia, Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

VIEIRA, Sônia. **Introdução à bioestatística.** Elsevier Brasil, 1998.

ANEXOS

		Pág.
Anexo A	O teste <i>t</i> de <i>Student</i>	64
Anexo B	Solução do sistema oscilatório amortecido no pêndulo trifilar	70
Anexo C	Resultados experimentais obtidos na turbina eólica pelo método da massa em queda	72
Anexo D	Valores dos coeficientes de sensibilidade nos ensaios com pás na massa em queda	75

ANEXO A: O teste *t* de *student*

No campo estatístico, o teste *t* de *student* é utilizado quando deseja-se realizar a comparação de duas populações (amostras, grupos ou resultados experimentais) obtidas em observações independentes. O teste assume que a população segue uma distribuição normal e consiste em um teste de hipótese onde pode-se rejeitar ou não uma hipótese nula. Este anexo apresenta a metodologia do teste utilizada neste trabalho assim como os dois casos na qual o teste foi utilizado para comparação dos resultados experimentais obtidos.

A.1 Metodologia do teste *t* de *student* para observações independentes

Primeiramente, define-se os dois grupos, 1 e 2, na qual deseja-se realizar o teste de hipóteses. Comumente, a hipótese utilizada é de que os dois grupos possuem médias iguais. Para o teste desta hipótese, segue-se os seguintes passos:

1. Para a média de cada grupo, indica-se:

\bar{x}_1 : média do grupo 1

\bar{x}_2 : média do grupo 2

2. Para a variância de cada grupo, indica-se

s_1^2 : variância do grupo 1

s_2^2 : variância do grupo 2

3. Realizar o teste F para testar a hipótese de que as variâncias das duas populações são iguais. Se $s_1^2 > s_2^2$, o valor de F é definido por:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

e está associado a $n_1 - 1$ (numerador) e $n_2 - 1$ (denominador) graus de liberdade. Utiliza-se a tabela de valores de F para procurar o valor de F, com nível de significância, associado aos graus de liberdade do numerador e denominador. Portanto, se o valor de F calculado for:

- Menor do que o valor da tabela, aceita-se a hipótese de que as variâncias são iguais e o número de graus de liberdade associado ao valor de *t* é calculado por:

$$g = n_1 + n_2 - 2$$

onde n_1 é o número de elementos do grupo 1 e n_2 é o número de elementos do grupo 2.

- Igual ou maior do que o valor da tabela, rejeita-se a hipótese de que as variâncias são iguais e o número de graus de liberdade associado ao valor de t é calculado por:

$$g = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

4. Calcular o valor de t :

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Se o valor calculado de t , em valor absoluto, for igual ou maior do que o valor da tabela ao nível de significância estabelecido, rejeita-se a hipótese de que as médias das duas populações são iguais.

A.2 Estudo de caso: momento de inércia do disco metálico

Esta seção aplica a metodologia do teste t de *student* na comparação entre o momento de inércia do disco metálico obtido analiticamente e experimentalmente no pêndulo trifilar.

1. A média de cada grupo:

$$\bar{x}_1: \text{média do resultado experimental} = 1,2831$$

$$\bar{x}_2: \text{média do modelo analítico} = 1,27472$$

2. A variância de cada grupo:

$$s_1^2: \text{variância do resultado experimental} = 0,003675$$

$$s_2^2: \text{variância do modelo analítico} = 0,0000118$$

3. O valor de F:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 311$$

No anexo A.5 da tabela de F para numerador com 9 graus de liberdade e denominador com 2 graus de liberdade para $\alpha = 2,5\%$ encontra-se o valor de 39,4. Como o valor de F calculado é maior do que o valor obtido na tabela, então pode-se dizer que as variâncias são desiguais. Portanto, o número de graus de liberdade é calculado por:

$$g = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_2 - 1}} = 9,189$$

4. O valor de t :

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = 0,992$$

O valor de t de *student* ao nível de significância de 5% e com 9 graus de liberdade é de 2,26. O valor calculado de t é menor do valor obtido na tabela de t de *student*, portanto não se rejeita a hipótese que a média dos dois grupos são iguais.

A.3 Estudo de caso: momento de inércia das pás eólicas

Esta seção aplica a metodologia do teste t de *student* na comparação entre o momento de inércia das pás eólicas obtidos experimentalmente no pêndulo trifilar e na massa em queda.

1. A média de cada grupo:

$$\bar{x}_1: \text{média na massa em queda} = 23,423$$

$$\bar{x}_2: \text{média no pêndulo linear} = 24,321$$

2. A variância de cada grupo:

$$s_1^2: \text{variância na massa em queda} = 0,10018$$

$$s_2^2: \text{variância no pêndulo linear} = 0,01293$$

3. O valor de F:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 7,75$$

No anexo A.5 da tabela de F para numerador com 9 graus de liberdade e denominador com 9 graus de liberdade para $\alpha = 2,5\%$ encontra-se o valor de 4,03. Como o valor de F calculado é maior do que o valor obtido na tabela, então pode-se dizer que as variâncias são desiguais. Portanto, o número de graus de liberdade é calculado por:

$$g = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_2 - 1}} = 11,28$$

4. O valor de t :

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = 8,44$$

O valor de t de *student* ao nível de significância de 5% e com 11 graus de liberdade é de 2,20. O valor calculado de t é maior do valor obtido na tabela de t de *student*, portanto rejeita-se a hipótese que a média dos dois grupos são iguais.

A.4 Distribuição *t* de student (JCGM100:2008)

Graus de liberdade ν	Fração p em porcentagem					
	68,27 ^{a)}	90	95	95,45 ^{a)}	99	99,73 ^{a)}
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,78
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,69	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

a) Para uma grandeza z descrita por uma distribuição normal, com esperança μ_z e desvio-padrão σ , o intervalo $\mu_z \pm k\sigma$ abrange $p = 68,27, 95,45$ e $99,73$ por cento da distribuição para $k = 1, 2$ e 3 , respectivamente.

A.5 Tabela de valores de F para $\alpha = 2,5\%$

Nº de g. l. do de- nomi- nador	Número de graus de liberdade do numerador								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	648	800	864	900	922	937	948	957	963
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,6	14,5	14,5
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21

ANEXO B: Solução do sistema oscilatório amortecido no pêndulo trifilar

$$Y = A \cdot e^{-b \cdot t} \sin\left(\frac{2\pi}{c} \cdot t + d\right) + e$$

B.1 Valores dos coeficientes nos ensaios da bancada e disco metálico

Ensaio		A	b	c	d	e
Bancada	1	-56,99	0,004565	1,804	1,608	63,02
	2	118,4	0,00537	-1,805	-7,806	103,3
	3	129,3	0,005695	1,805	-4,776	-127,2
	4	61,7	0,004696	1,804	1,744	-58,56
	5	-113,3	0,00534	1,805	1,626	111,7
	6	44,76	0,004248	1,804	1,864	-31,96
	7	-80,72	0,00494	1,805	1,444	75,01
	8	-65,93	0,004744	1,804	1,534	54,15
	9	-133,6	0,005569	1,805	1,56	154,5
	10	-139,1	0,005557	1,805	1,454	-145,5
Disco metálico	1	-50,77	0,004936	1,372	-1,108	-45,99
	2	-84,85	0,005856	-1,373	-1,298	-91,82
	3	-144,2	0,006338	1,373	1,475	160,6
	4	38,9	0,004628	1,372	1,354	-34,43
	5	59,61	0,00524	1,372	1,478	-58,73
	6	94,62	0,005754	1,373	1,553	-101,2
	7	104,26	0,005572	1,373	1,526	-86,11
	8	163,3	0,006524	1,374	1,56	-154,1
	9	47,15	0,005242	1,372	1,316	-61,93
	10	75,27	0,005577	1,373	1,479	-50,61

B.2 Valores dos coeficientes nos ensaios da bancada, *hub* e *hub + pás* eólicas

	Ensaio	A	b	c	d	e
<i>Bancada</i>	1	148,6	0,00589	1,821	1,431	-149,4
	2	-80,96	0,005257	1,82	1,458	82,29
	3	-49,35	0,004265	1,819	1,603	49,21
	4	-93,09	0,005152	1,82	10,93	-90,89
	5	-56,83	0,004521	1,819	1,572	57,53
	6	37,38	0,004155	1,819	1,657	-35,82
	7	-103,1	0,005361	1,821	1,639	96,76
	8	-87,95	0,004975	1,82	7,868	81,87
	9	-54,69	0,004684	1,819	1,421	54,31
	10	-34,78	0,004375	1,819	1,53	38,38
<i>Hub metálico</i>	1	-62,38	0,005332	1,364	-1,644	-66,02
	2	-38,61	0,004543	1,363	-1,649	-33,76
	3	75	0,005582	1,364	-4,708	-79,87
	4	-44,22	0,005009	1,363	-1,749	-48,23
	5	27,6	0,004694	1,363	1,526	-18,95
	6	88,18	0,005973	1,364	1,586	-103,6
	7	52,67	0,005695	1,364	-1,665	63,7
	8	32,86	0,004967	1,363	0,1421	4,284
	9	19,07	0,003954	1,636	1,383	-8,544
	10	111,7	0,006487	1,364	1,544	-107,6
<i>Hub + pás eólicas</i>	1	-67,78	0,004144	1,554	1,639	61,62
	2	48,18	0,003893	1,554	1,495	-48,04
	3	-31,6	0,003801	1,554	1,513	37,4
	4	83,81	0,004426	1,554	1,507	-80,17
	5	55,42	0,004222	1,554	1,614	-49,8
	6	37,26	0,003708	1,554	7,767	-42
	7	-91,38	0,00433	1,554	1,57	89,85
	8	59,04	0,004178	1,554	1,648	-61,89
	9	38,7	0,003712	1,554	1,651	-38,89
	10	27,67	0,003516	1,554	7,933	-26,27

ANEXO C: Resultados experimentais obtidos na turbina eólica pelo método da massa em queda

C.1 Resultados experimentais obtidos na turbina eólica com pás

$r = 0,008 \pm 0,00003 \text{ m}$ e $g = 9,780439 \pm 0,0000005 \text{ m/s}^2$				
Massa (g)	Taxa de aceleração (rad/s ²)		Inércia experimental (g.m ²)	
	Aceleração	Desaceleração	Média	Incerteza
414	0,4094	0,8154	26,4386	0,169237463
	0,4063	0,8121	26,5775	0,169957891
	0,4044	0,8397	26,0285	0,168282426
	0,4066	0,8407	25,9617	0,16788044
	0,4074	0,8176	26,4343	0,169384949
	0,4101	0,8287	26,1398	0,168180432
	0,4081	0,8324	26,1040	0,168225312
	0,4056	0,8304	26,1991	0,168746003
	0,4083	0,8253	26,2500	0,168694049
	0,4181	0,8408	25,7222	0,166155892
624	0,9592	0,8793	26,5356	0,117198172
	0,9982	0,8843	25,9145	0,114570981
	0,9781	0,8801	26,2538	0,115978009
	0,9986	0,8933	25,7858	0,114177331
	0,9933	0,8838	25,9892	0,114888673
	0,9825	0,8885	26,0741	0,115351507
	0,9778	0,8776	26,2935	0,116103604
	0,9889	0,8871	26,0045	0,11501894
	0,9738	0,8604	26,5975	0,117104546
	1,001	0,887	25,8390	0,114290986

C.1 Resultados experimentais obtidos na turbina eólica com pás (cont.)

$r = 0,008 \pm 0,00003 \text{ m e } g = 9,780439 \pm 0,0000005 \text{ m/s}^2$				
Massa (g)	Taxa de aceleração (rad/s ²)		Inércia experimental (g.m ²)	
	Aceleração	Desaceleração	Média	Incerteza
834	1,5914	0,9005	26,1528	0,10252052
	1,5803	0,9045	26,2278	0,102884164
	1,6056	0,8917	26,0959	0,102128555
	1,5919	0,899	26,1633	0,102529404
	1,59	0,8975	26,1991	0,102633404
	1,5897	0,9129	26,0410	0,102353134
	1,5785	0,908	26,2099	0,102888612
	1,5787	0,9046	26,2436	0,102945949
	1,5617	0,9089	26,3789	0,103543708
	1,5652	0,9217	26,2059	0,103156694
1024	2,1299	0,9340	26,5634	0,094955938
	2,1385	0,9314	26,5113	0,094731381
	2,1259	0,9150	26,7644	0,095297579
	2,1377	0,9329	26,5053	0,094737891
	2,1778	0,9314	26,1754	0,093586157
	2,1346	0,9502	26,3834	0,094634548
	2,1428	0,9195	26,5770	0,094741004
	2,1167	0,9331	26,6865	0,0953593
	2,1446	0,9386	26,3968	0,094470779
	2,1457	0,927	26,4870	0,094569301
1250	2,6023	0,9188	27,7175	0,094993126
	2,6633	0,9727	26,8403	0,093246668
	2,6695	0,9349	27,0755	0,09323468
	2,6636	0,9628	26,9113	0,093274385
	2,6326	0,8953	27,6634	0,094331708
	2,6869	0,9429	26,8856	0,092779512
	2,6543	0,9238	27,2748	0,093655802
	2,5695	0,8957	28,1654	0,095967135
	2,5176	0,9153	28,4316	0,097240285
	2,6719	0,8605	27,6273	0,093503182

C.2 Resultados obtidos na turbina eólica sem pás

$r = 0,008 \pm 0,00003 \text{ m}$ e $g = 9,780439 \pm 0,0000005 \text{ m/s}^2$				
Massa (g)	Taxa de aceleração (rad/s ²)		Inércia experimental (g.m ²)	
	Aceleração	Desaceleração	Média	Incerteza
414	4,2934	7,0118	2,8552	0,051043498
	4,1549	7,5287	2,7631	0,053277251
	4,2949	7,4134	2,7569	0,052141203
	4,2418	7,0758	2,8522	0,051516323
	4,3044	7,7329	2,6816	0,052950395
	4,2753	7,2924	2,7905	0,051922469
	4,1707	7,8315	2,6897	0,054002724
	4,1714	7,9112	2,6718	0,054211939
	4,1617	7,3574	2,8025	0,052766149
	4,1774	7,5140	2,7612	0,053102582

ANEXO D: Valores dos coeficientes de sensibilidade nos ensaios com pás na massa em queda

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) = \sum_{i=1}^N (c_i)^2 u^2(x_i)$$

$$c_1 = \frac{\partial I}{\partial m} = \frac{r\Delta t_{3 \rightarrow 4}(g\Delta t_{1 \rightarrow 2} - r\Delta\omega)}{\Delta\omega(\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})}$$

$$c_2 = \frac{\partial I}{\partial r} = \frac{m\Delta t_{3 \rightarrow 4}(g\Delta t_{1 \rightarrow 2} - 2r\Delta\omega)}{\Delta\omega(\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})}$$

$$c_3 = \frac{\partial I}{\partial g} = \frac{mr\Delta t_{3 \rightarrow 4}\Delta t_{1 \rightarrow 2}}{\Delta\omega(\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})}$$

$$c_4 = \frac{\partial I}{\partial t_{1 \rightarrow 2}} = \frac{mr\Delta t_{3 \rightarrow 4}(g\Delta t_{3 \rightarrow 4} + r\Delta\omega)}{\Delta\omega(\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})^2}$$

$$c_5 = \frac{\partial I}{\partial t_{3 \rightarrow 4}} = \frac{mr\Delta t_{1 \rightarrow 2}(g\Delta t_{1 \rightarrow 2} - r\Delta\omega)}{\Delta\omega(\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})^2}$$

$$c_6 = \frac{\partial I}{\partial \omega} = -\frac{mrg\Delta t_{3 \rightarrow 4}\Delta t_{1 \rightarrow 2}}{\Delta\omega^2(\Delta t_{1 \rightarrow 2} + \Delta t_{3 \rightarrow 4})}$$

Coeficientes de sensibilidade						
Massa (g)	$u(m) = 2$ g	$u(r) =$ 0,00002 m	$u(g) =$ 0,0000005 m/s ²	$u(t_{1 \rightarrow 2}) =$ 0,0167 s	$u(t_{1 \rightarrow 2}) =$ 0,0167 s	$u(\omega) =$ 0,00005 rad/s
	$\frac{\partial I}{\partial m}$	$\frac{\partial I}{\partial r}$	$\frac{\partial I}{\partial g}$	$\frac{\partial I}{\partial t_{1 \rightarrow 2}}$	$\frac{\partial I}{\partial t_{3 \rightarrow 4}}$	$\frac{\partial I}{\partial \omega}$
414	0,016313058	0,004365813	1,82806E-12	0,001604795	0,006357459	1,94296E-07
	0,01648497	0,004411843	1,84731E-12	0,00160101	0,006387665	1,96343E-07
	0,015810978	0,004231477	1,77178E-12	0,001559872	0,00671646	1,88315E-07
	0,015729898	0,004209762	1,7627E-12	0,001564496	0,006679499	1,8735E-07
	0,016307786	0,004364416	1,82746E-12	0,001596692	0,006422173	1,94233E-07
	0,015946407	0,004267682	1,78697E-12	0,001589326	0,006481052	1,8993E-07
	0,015902783	0,004256021	1,78208E-12	0,001579256	0,006561507	1,89409E-07
	0,016018856	0,004287103	1,79508E-12	0,001575205	0,006593858	1,90791E-07
	0,016081176	0,004303762	1,80207E-12	0,001589013	0,006483539	1,91534E-07
0,01544106	0,004132383	1,73037E-12	0,001594521	0,006439633	1,83913E-07	

		Coeficientes de sensibilidade				
Massa (g)	$u(m) = 2 \text{ g}$	$u(r) =$ 0,00002 m	$u(g) =$ 0,0000005 m/s ²	$u(t_{1 \rightarrow 2}) =$ 0,0167 s	$u(t_{1 \rightarrow 2}) =$ 0,0167 s	$u(\omega) =$ 0,00005 rad/s
	$\partial I / \partial m$	$\partial I / \partial r$	$\partial I / \partial g$	$\partial I / \partial t_{1 \rightarrow 2}$	$\partial I / \partial t_{3 \rightarrow 4}$	$\partial I / \partial \omega$
624	0,007233486	0,004393944	1,84316E-12	0,001147044	0,000960888	4,89752E-08
	0,006898858	0,004190408	1,758E-12	0,001143047	0,000894149	4,67125E-08
	0,007080706	0,004301006	1,80428E-12	0,001145028	0,000924111	4,79423E-08
	0,006830469	0,004148866	1,74058E-12	0,00114434	0,000912741	4,62495E-08
	0,006938664	0,004214621	1,76813E-12	0,00114363	0,000902446	4,69817E-08
	0,006984105	0,004242297	1,77968E-12	0,001145628	0,000933893	4,72885E-08
	0,007102097	0,004314001	1,80973E-12	0,001144718	0,000919183	4,80871E-08
	0,006946853	0,004219625	1,7702E-12	0,001144674	0,000918157	4,70368E-08
	0,007267268	0,004414359	1,85181E-12	0,001142631	0,000889167	4,92051E-08
	0,006858691	0,004165991	1,74777E-12	0,001143087	0,000894614	4,64408E-08
834	0,003933363	0,004263668	1,79222E-12	0,001754516	0,000558862	4,76217E-08
	0,003955946	0,004288224	1,80247E-12	0,001765535	0,000575399	4,78943E-08
	0,00391628	0,004245051	1,78448E-12	0,001736174	0,00053269	4,7416E-08
	0,003936519	0,004267085	1,79366E-12	0,001752588	0,000556039	4,766E-08
	0,0039473	0,004278784	1,79856E-12	0,001752119	0,000555365	4,77903E-08
	0,003899811	0,00422731	1,77693E-12	0,001768738	0,000580257	4,72154E-08
	0,00395055	0,004282388	1,80001E-12	0,001770319	0,000582762	4,78288E-08
	0,003960736	0,004293429	1,80465E-12	0,001766608	0,000577047	4,79521E-08
	0,004001672	0,004337925	1,82325E-12	0,001781354	0,0006003	4,84464E-08
	0,003949365	0,004281197	1,79943E-12	0,001792341	0,000618352	4,78134E-08
1042	0,002599519	0,00439472	1,85057E-12	0,001698084	0,000324271	3,61266E-08
	0,002589331	0,004377435	1,84335E-12	0,001689062	0,000318171	3,59855E-08
	0,002639008	0,004461509	1,87867E-12	0,001673254	0,000307821	3,66751E-08
	0,002588154	0,00437545	1,84251E-12	0,001691694	0,000319934	3,59691E-08
	0,002524124	0,004266923	1,79704E-12	0,001664919	0,000302368	3,50815E-08
	0,002564394	0,004335305	1,82558E-12	0,001717923	0,00033804	3,56387E-08
	0,002602181	0,004399127	1,85251E-12	0,001669285	0,000305229	3,61643E-08
	0,002623667	0,004435642	1,86772E-12	0,001705005	0,000329045	3,64614E-08
	0,002567014	0,004339663	1,82748E-12	0,001695519	0,000322496	3,56757E-08
	0,002584583	0,004369357	1,83999E-12	0,001678315	0,000311061	3,59199E-08

		Coeficientes de sensibilidade				
Massa (g)	$u(m) = 2 \text{ g}$	$u(r) =$ 0,00002 m	$u(g) =$ 0,0000005 m/s ²	$u(t_{1 \rightarrow 2}) =$ 0,0167 s	$u(t_{1 \rightarrow 2}) =$ 0,0167 s	$u(\omega) =$ 0,00005 rad/s
	$\partial I / \partial m$	$\partial I / \partial r$	$\partial I / \partial g$	$\partial I / \partial t_{1 \rightarrow 2}$	$\partial I / \partial t_{3 \rightarrow 4}$	$\partial I / \partial \omega$
1250	0,00196675	0,004781172	2,01643E-12	0,002025388	0,000250344	3,93644E-08
	0,001844228	0,004482872	1,891E-12	0,002091273	0,000276531	3,69159E-08
	0,001876688	0,004561727	1,92431E-12	0,002009884	0,00024437	3,7566E-08
	0,001854004	0,004506633	1,90103E-12	0,00207117	0,000268266	3,71116E-08
	0,001959078	0,004762284	2,00866E-12	0,001953117	0,000223952	3,92128E-08
	0,001850462	0,00449785	1,89747E-12	0,002013856	0,000245832	3,70421E-08
	0,001904425	0,004629264	1,9527E-12	0,001997781	0,000239901	3,81202E-08
	0,002030825	0,004937207	2,08201E-12	0,002000557	0,000241061	4,06447E-08
	0,002069397	0,005031409	2,12138E-12	0,002081904	0,000272921	4,14132E-08
	0,001953964	0,004749545	2,00355E-12	0,001849171	0,000190126	3,9113E-08