

# PROJETO DE GRADUAÇÃO

# APLICAÇÃO DE MODELOS COMBINADOS DE PLANOS CRÍTICOS E ENERGIA DE DEFORMAÇÃO NA PREVISÃO DE VIDA DE FADIGA MULTIAXIAL DA LIGA AL 7050-T7451

Por **Luana Caldeira Araújo** 

Brasília, 28 de Junho de 2017

# **UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

## UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA Faculdade de Tecnologia Departamento de Engenharia Mecânica

# PROJETO DE GRADUAÇÃO

# APLICAÇÃO DE MODELOS COMBINADOS DE PLANOS CRÍTICOS E ENERGIA DE DEFORMAÇÃO NA PREVISÃO DE VIDA DE FADIGA MULTIAXIAL DA LIGA AL 7050-T7451

## **POR**

## Luana Caldeira Araújo

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

## Banca Examinadora

Jorge Luiz de Almeida Ferreira, UnB/ ENM (Orientador)	
José Alexander Araújo, UnB/ ENM	
Daniel Monteiro Rosa, UnB/ ENM	

Brasília, 28 de Junho de 2017

## Dedicatória

Aos meus pais, irmão, família e amigos que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Luana Caldeira Araújo

## **Agradecimentos**

Agradeço ao corpo docente da Universidade de Brasília por sua excelência no sistema de educação, especialmente aos professores Cosme Roberto, Jorge Almeida e Carlos Alberto Gurgel, pelo apoio e pelos ensinamentos acadêmicos e profissionais.

Agradeço aos meus colegas de curso pelos momentos compartilhados de dedicação, lazer e estudo.

Agradeço aos meus colegas da Agência Espacial Brasileira, Alexandre e Fábio, pela amizade sincera e pelos ensinamentos técnico.

Agradeço aos meus pais e ao meu irmão Yuri Caldeira, uma pessoa incrível que é acima de tudo um grande amigo.

Agradeço à minha amiga e irmã de coração, Carolina Dias, pelos 13 anos de amizade, pelo suporte emocional, pelas risadas e choros e por ser sempre minha melhor companhia.

Finalmente, agradeço à minha mãe, Débora Mara: meu pilar e meu exemplo. Agradeço pela amizade, pelo companheirismo, pela dedicação, pelo cuidado, pelo apoio, pelos conselhos, pela sabedoria, pelo bom humor, pela presença, pelo amor, por sempre acreditar em mim e nos meus sonhos. Ela é tudo para mim.

Luana Caldeira Araújo

## **RESUMO**

O material analisado neste trabalho é a liga de alumínio AL 7050-T7451 de aplicação estrutural e largamente utilizada na indústria aeroespacial. Uma vez que a maioria dos componentes estruturais está sujeita a carregamentos complexos, torna-se crucial prever e estimar a vida em fadiga de componentes mecânicos reais solicitados por carregamentos multiaxiais, otimizando assim o dimensionamento de peças. Esse trabalho estuda a aplicação dos modelos de Liu e de Chu, Conle e Bonnen (CCB), modelos combinados de plano crítico e energia de deformação, na previsão de vida em fadiga multiaxial de espécimes entalhados fabricados em AL 7050 T7451, usando modelagem computacional. Para isso, foi realizado inicialmente um método de cálculo de fator de dano em componentes sem entalhe segundo os modelos propostos. Em seguida, foi feita a calibração das curvas de distância crítica versus vida para componente entalhados. E finalmente, por meio de um processo iterativo entre as duas curvas, foi feita a previsão de vida. Os resultados mostraram previsões significativas para ambos os modelos, chegando a atingir 74% de acerto dentro da margem de erro aceitável. De qualquer forma, comparativamente com modelos previamente estudados, percebe-se que os modelos de Liu e de CCB demonstraram desempenho relativamente inferior ao modelo SWT e de MMWC. Por fim, foi feito mapeamento de planos críticos, visando contribuir futuramente com a análise comportamento real do material sob condições de ensaio multiaxiais.

**Palavras chave:** Fadiga multiaxial, Modelo de Liu, Modelo de Chu Conle e Bonnen, liga AL 7050-T7451, previsão de vida, planos críticos.

## **ABSTRACT**

The material in focus for this given work consists in the aluminum alloy AL 7050-T7451 of structural application and widely used in the aerospace industry. Since most structural components are subject to complex loads, it is crucial to predict and estimate the fatigue life of actual mechanical components required by multiaxial loads, thereby optimizing components design. This work studies the application of the Liu and Chu, Conle and Bonnen (CCB) models. combined critical plane and strain energy models, in the multiaxial fatigue life prediction of notched specimens fabricated in AL 7050 T7451, using computational modeling. To accomplish this, a method that calculates the damaging factor was initially applied for nonnotched components according to the proposed models. Next, the calibration of the critical distance versus life for the notched components was performed. And finally, through an iterative process between the two curves, the life estimative was made. The results showed significant predictions for both models, reaching 74% accuracy within the acceptable margin of error. However, compared to previously studied models, it can be seen that the Liu and CCB models showed a relatively lower performance than the SWT and MMWC models. Finally, critical planes were mapped, aiming to contribute in the future to the analysis of the real behavior of this material under multiaxial test conditions.

**Keywords:** Multiaxial fatigue, Liu Model, Chu Conle e Bonnen Model, AL 7050-T7451 alloy, life prediction, critical planes.

# **SUMÁRIO**

1	INTRODUÇÃO	2
	1.1 O TEMA EM ESTUDO E SUA RELEVÂNCIA	
	1.2 ESTADO DA ARTE	
	1.3 OBJETIVOS E METAS	
	1.4 ESTRUTURA DO RELATÓRIO	
2	CONCEITOS PRELIMINARES	
	2.1 VETOR TENSÃO	
	2.2 INVARIANTES DE TENSÃO	
_	2.3 HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO	
3	REVISÃO TEÓRICA – FADIGA	
	3.1 CONCEITO DE FADIGA	15
	3.2 DEFINIÇÕES FUNDAMENTAIS E CLASSIFICAÇÃO	
	3.3 MÉTODOS DE PREVISÃO DE VIDA EM FADIGA	
	3.3.1 Método Tensão vs Vida (S-N)	
	3.3.3 Método da Mecânica da Fratura Linear Elástica (LEFM)	
	3.4 MÉTODOS S-N (CURVA DE WÖHLER)	
	3.4.1 Fatores Modificadores da curva S-N	
	3.4.2 Influência da tensão média	
	3.4.3 Estimativa de vida com a tensão média	
	3.5 PREVISÃO DA VIDA EM FADIGA USANDO CURVAS S-N	
	3.6 INFLUÊNCIA DO ENTALHE NA VIDA EM FADIGA	
	3.6.1 Concentradores de tensão	
	3.6.2 Fatores de Redução de Resistência à Fadiga	
	3.7 TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS	
	3.7.1 Método do Ponto	
	3.7.2 3.6.1 Método da Linha	
_	3.7.3 Método da Área e do Volume	
4	REVISÃO TEÓRICA – MECÂNICA DA FRATURA	
	4.1 CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO	
	4.2 MODOS DE ABERTURA DE TRINCAS	
	4.4 TENACIDADE À FRATURA	
	4.5 MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA	
5	REVISÃO TEÓRICA – FADIGA MULTIAXIAL	
J	5.1 CRITÉRIOS DE FADIGA MULTIAXIAL	
	5.2 MODELOS COMBINADOS DE PLANO CRÍTICO E ENERGIA DE DEFORMAÇÃO	
	5.2.1 Modelo de Liu	
	5.2.2 Modelo de Chu, Conle e Bonnen	
	5.3 AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE	
	5.3.1 Contextualização	
	5.3.2 Métodos para determinar a máxima amplitude de tensão cisalhante	59
6	PROPRIEDADES DO MATERIAL	
	6.1 HISTÓRICO DO ALUMÍNIO	
	6.2 LIGAS DE ALUMÍNIO E PROPRIEDADES	
	6.2.1 Série 7XXX	
	6.3 PROCESSO DE LAMINAÇÃO	68
	6.4 SOLUBILIZAÇÃO DE LIGAS DE ALUMÍNIO	
	6.5 TÊMPERAS	
	6.6 ENVELHECIMENTO ARTIFICIAL	
	6.7 LIGA DE ALUMINIO AL/050-1/451	
7	MÉTODOLOGIA E ALGORITMO	
•	7.1 VISÃO GERAL	

	7.2 ALGORITMO PARA CÁLCULO DA ENERGIA DE DEFORMAÇÃO	76
	7.3 OBTENÇÃO DAS CURVAS $\sigma-1-N$ e $\tau-1-N$	80
	7.4 CALIBRÁÇÃO DA CURVA L — N	82
	7.5 PREVISÕES BASEADAS EM LFator – N e PFator – N	85
	7.6 ENSAIOS EXPERIMENTAIS	87
8 R	RESULTADOS E DISCUSSÃO	89
	8.1 CURVA P – N	89
	8.1.1 Curva P — N para o Fator de Chu, Conle e Bonnen 8.1.2 Curva P — N para o Fator de Liu	89
	8.1.2 Curva P – N para o Fator de Liu	91
	8.2 CURVA L – N	94
	8.3 PREVISÃO DE VIDA UTILIZANDO AS CURVAS P — N E L — N	96
	8.3.1 Previsão para carregamentos de torção e tração puras	96
	8.3.2 Previsão para carregamentos multiaxiais	99
	8.3.3 Planos críticos	101
	8.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	106
9	CONCLUSÃO	109
10	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	112
11	ANEXOS	

# **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1-1. Exemplos de acidentes por falha de fadiga (a) Acidente durante o voo 243 da Aloha
Airlines e (b) Acidente com o trem ICE 884 na Alemanha e (c) falha em trem de pouso
Figura 2-1. Plano de corte no ponto O de um corpo sob carregamentos externos (DANTAS, 2009) 8
Figura 2-2. Plano material elementar $\Delta$ e volume elementar $V$ (PAPADOPOULOS, 1997)
Figura 2-3. Plano material com tensão normal R e tensão cisalhante C (PAPADOPOULOS, 1997) 9
Figura 2-4. Histórias de tensão proporcional e não proporcional (DANTAS, 2009)
Figura 2-5. Possibilidades de diagramas de fase no espaço das tensões para carregamentos assíncronos.
Figura 3-1. Representação esquemática das etapas de falha por fadiga (BRANCO, 1986)
Figura 3-2. Sítios de nucleação de trincas (RABBI,1998)
Figura 3-3. Processo de Intrusões e Extrusões na superfície do material
Figura 3-4. Mecanismos de crescimento da trinca, apresentando Estágio I, de nucleação e crescimento microscópico da trinca, e Estágio 2, de crescimento macroscópico e ruptura final (BRANCO, 1986)
Figura 3-5. Processo de avanço da trinca por fadiga (GARCIA, 2000)
Figura 3-6. Esboço da formação e estrias na propagação de trincas em fadiga (GARCIA, 2000) 19
Figura 3-7. Marcas de estrias, com destaque para marca formada após um ciclo (FERREIRA, 2015)
Figura 3-8. Marcas de praia e marcas de rio (FERREIRA, 2015)
Figura 3-9. Esquema ilustrativo dos estágios de propagação da trinca
Figura 3-10. Superfície de falha por fadiga. Uma trinca formada na extremidade superior. A região lisa próxima ao topo corresponde à área sobre a qual a trinca se propagou lentamente. A fratura catastrófica ocorreu sobre a área que apresenta aparência áspera e rugosas (a maior área) (BOYER, 1978) 20
Figura 3-11. Ciclos de amplitude constante. Caso (a) ciclo de amplitude de tensão completamente reverso $\sigma \mathbf{m} = 0$ ; (b) tensão média diferente de zero; (c) ciclo com $\sigma \mathbf{m} \mathbf{\hat{n}} = 0$ (DOWLING, 2013) 21
Figura 3-12. Tipos de ciclos de tensão de fadiga. a) Alternado; b) Repetido; c) Blocos; d) Irregular ou aleatório; e) ciclos com onda de tensão triangular e trapezoidal (BRANCO, 1986)

Figura 3-13. Exemplos de curvas S-N. Ambas apresentam uma tensão linear idêntica, mas uma possu número de ciclos plotada em escala linear (a) e a outra em escala logarítmica (b). (DOWLING, 2013
Figura 3-14. Abordagem baseada em deformação na fadiga, na qual deformação e tensão locais são estimadas pelo local onde a formação de trinca é mais provável. (DOWLING, 2013)
Figura 3-15. Curvas S-N para carregamento axial a variadas tensões média para espécimes sen entalhes de uma liga de alumínio. As curvas conectam tensões médias variando para diferente materiais (HOWELL 55, apresentado em DOWLING, 2013)
Figura 3-16. Diagrama de vida constante para alumínio 7075-T6, tirada da curva S-N da Figura anterior. (DOWLING, 2013)
Figura 3-17. Diagrama de amplitude de tensão normalizada para alumínio 7075-T6. (DOWLING 2013)
Figura 3-18. Diagrama de fadiga comparando alguns critérios de falha. (FADEL, 2010)
Figura 3-19. Ilustração das distâncias críticas: (a) ML – expresso por $\epsilon$ (b) MP – expresso por $\delta$ 39
Figura 3-20. Método do Ponto (MP)
Figura 3-21. Método da Linha (ML)
Figura 3-22. Métodos da Área e do Volume
Figura 4-1. (a) Furo elíptico em placa sob tensão remota uniforme. (b) Distribuição de tensão ao longo do eixo x nas proximidades de furo (DOWLING, 2007)
Figura 4-2. Frentes de trincas em diferentes tipos materiais (DOWLING, 2007)
Figura 4-3. Os três modos básicos de abertura de trincas: (a) modo I, (b) modo II e (c) modo III 4:
Figura 4-4. (a) Trinca sujeita a cisalhamento, irregularidades retardam o crescimento; (b) Trinca sujeita a tensão normal, provocando abertura da trinca e acentuando seu crescimento
Figura 4-5. Sistema de coordenadas polares no plano x-y para uma região próxima á ponta de trinca
Figura 4-6. Distribuição da tensão na região da trinca
Figura 5-1. Combinação de pressão cíclica e flexão constante em um tubo de parede fina
Figura 5-2. Comportamento de fadiga uniaxial esquemático representado pela relação de lei de pode de dois termos em escala log-log, plote de $\Delta \varepsilon$ versus $Nf$
Figura 5-3. Energias de deformação elástica e plástica.
Figura 5-4 Parâmetro VSE nara modo I

Figura 5-5. Parâmetros de VSE de modo II para (a) trincas de tipo A e (b) trincas de tipo B
Figura 5-6. (a) Explicação da amplitude da tensão cisalhante e valor médio de acordo com o método da maior projeção (b) inconsistência do método da maior projeção. (DANTAS, 2009)
Figura 5-7. (a) Definição da amplitude da tensão cisalhante e valor médio de acordo com o método da maior corda (b) inconsistência do método da maior corda. (DANTAS, 2009)
Figura 5-8. Definição da amplitude da tensão cisalhante e valor médio para o método do mínimo círculo. (DANTAS, 2009)
Figura 5-9. Gráfico para o problema de min-max para o método do mínimo círculo. (DANTAS, 2009
Figura 5-10. Menor elipse contendo a história de tensões projetada ψ no plano de corte Δ. (DANTAS 2009)
Figura 5-11. (a) Inconsistência da proposta de Bin Li et al. [39] para obter os semieixos maiores da duas histórias das tensões cisalhantes. (b) Elipses envolvendo corretamente as duas histórias da tensões cisalhantes. (DANTAS, 2009)
Figura 5-12. Retângulo de lados $ai$ , $i = 1, 2$ circunscrevendo a projeção da história de tensões com a faces tangentes em $pi$ e $qi$ , $i = 1, 2$ . (DANTAS, 2009)
Figura 5-13. Amplitude das componentes τ(t) para uma história de carregamentos não proporcional fora de fase e síncrona. (DANTAS, 2009)
Figura 6-1. Esquema ilustrativo do processo de laminação e tipos de laminadores. (ABAL, 2016) 69
Figura 6-2. Diagrama de solubilização (a) e têmpera (b) da liga de alumínio - Modificado de (MELLO 2009)
Figura 6-3. Designação e condição da liga AL 7050 T-7451. (CASTRO, 2016)
Figura 6-4. Designação e condição da liga AL 7050 T-7451. (CASTRO, 2016)
Figura 6-5. Micrografia da liga AA 7050 T-7451. (GFFM, UnB, 2016)
Figura 6-6. Amostras de AL 7050 T-7451. (GFFM, UnB, 2016)
Figura 7-1. Tetraedro de Cauchy (CASTRO, 2011)
Figura 7-2. Representação da base (e_A, e_B, n) no tetraedro de Cauchy (CASTRO, 2011)
Figura 7-3. Representação geométrica da transformação de coordenadas (CASTRO, 2011)
Figura 7-4. Representação geométrica da transformação de coordenadas (CASTRO, 2011)
Figura 7-5. Representação geométrica da transformação de coordenadas (CASTRO, 2011)

Figura 7-6. Corpos de prova entalhados sob condição de tração pura	81
Figura 7-7. Corpos de prova entalhados sob condição de torção pura	82
Figura 7-8. Curvas $S - N$ dos espécimes entalhados e não entalhados e o ponto inicial $Nf$ , 1,	dentro
do intervalo de vida, definido para começar o processo iterativo de construção da curva ${\it L}-{\it N}$ .	83
Figura 7-9. Determinação de $\sigma SENf$ , $1$ e $\sigma CENf$ , $1$	83
Figura 7-10. Representação esquemática do campo de tensões utilizando análise de elementos	finitos
(ANSYS)	84
Figura 7-11. Aplicação do Método do Ponto para determinação da distância crítica	84
Figura 7-12. Representação esquemática da curva $\boldsymbol{L}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{N}\boldsymbol{f}\boldsymbol{b}$ .	85
Figura 7-13. Curvas <i>PCCB</i> – <i>N</i> dos espécimes não entalhados.	85
Figura 7-14. Determinação de um chute inicial dentro do intervalo de vida (representado por [ ]	) 86
Figura 7-15. Identificação da distância crítica para o chute inicial definido anteriormente	86
Figura 7-16. Identificação do fator de dano para a distância crítica definida anteriormente	86
Figura 7-17. Definição de um novo chute para continuidade do processo iterativo	87
Figura 7-18. Dimensões do corpo de prova entalhado utilizado nos ensaios experimentais	87
Figura 7-19. Detalhe do entalhe no corpo de prova	88
Figura 8-1. Curva de ajuste de CCB para ensaios de tração pura	90
Figura 8-2. Curva de ajuste de CCB para ensaios de torção pura	91
Figura 8-3. Curva de ajuste de Liu para ensaios de tração pura	92
Figura 8-4. Curva de ajuste de Liu para ensaios de torção pura	93
Figura 8-5. Curvas $\mathbf{L} - \mathbf{N}$ dos modelos de fadiga em estudo.	95
Figura 8-6. Previsão de vida para corpos entalhados sob tração pura.	97
Figura 8-7. Previsão de vida para corpos entalhados sob torção pura	98
Figura 8-8. Previsão de vida para corpos entalhados sob carregamentos multiaxiais - Mode	
Liu	99
Figura 8-9. Previsão de vida para corpos entalhados sob carregamentos multiaxiais - Modelo de	
Conle e Bonnen	100

# **LISTA DE TABELAS**

Tabela 3-1. Valores Típicos para o Parâmetros de Entalhe, n
Tabela 3-2. Valores Típicos para o Parâmetros de Material, M
Tabela 6-1. Série das ligas de alumínio trabalháveis ( <i>Aluminum Association</i> , 2016, modificado) 68
Tabela 6-2. Têmperas e suas características (Junior, 2007, modificado)
Tabela 6-3. Composição química da liga AL 7050 – T7451, (%peso) (LABMAT, 2007)
Tabela 6-4. Propriedades mecânicas da liga AL 7050 – T7451, (%peso) (MATWEB, 2017)
Tabela 6-5. Variação dos tamanhos de grão nos diferentes pontos de retirada das amostras, em função dos planos de laminação
Tabela 7-1. Condições dos ensaios experimentais realizados nos corpos de prova sem entalhe 80
Tabela 7-2. Condições dos ensaios experimentais realizados nos corpos de prova sem entalhe 81
Tabela 7-3. Coeficientes das equações que descrevem os comportamentos dos corpos de prova entalhados
Tabela 7-4. Ensaios experimentais realizados nos corpos de prova entalhados sob condição de
carregamento multiaxial
Tabela 8-1. Fator CCB para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de tração pura
Tabela 8-2. Fator CCB para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de tração pura
Tabela 8-3. Fator Liu para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de tração pura
Tabela 8-4. Fator Liu para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de torção pura
Tabela 8-5. Coeficientes das equações que descrevem os comportamentos dos corpos de prova não entalhados pelo ajuste de curva do Excel
Tabela 8-6. Coeficientes das equações que descrevem os comportamentos dos corpos de prova não entalhados pelo ajuste de curva do Matlab
Tabela 8-7. Comparativo entre os coeficientes de aiuste do Matlab em relação aos do Excel

Tabela 8-8. Coeficientes das equações de distância crítica versus vida para os corpos o	de prova
entalhados	94
Tabela 8-9. Tamanho de amostra necessário (ASTM E739, 1991)	95
Tabela 8-10. Replicações necessárias (ASTM E739, 1991)	96
Tabela 8-11. Percentual de previsões que se encontram dentro dos limites aceitáveis	98
Tabela 8-12. Comparativo entre os percentuais de acerto dos modelos de fadiga multiaxial	101
Tabela 8-13. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de Liu	102
Tabela 8-14. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de Liu	103
Tabela 8-15. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de CCB	104
Tabela 8-15. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de CCB	105
Tabela 11-1. Previsões para ensaios de torção pura em corpos entalhados.	116
Tabela 11-2. Previsões para ensaios de tração pura em corpos entalhados.	116
Tabela 11-3. Previsões para ensaios de fadiga multiaxial em corpos entalhados	117
Tabela 11-4. Previsões para ensaios de fadiga multiaxial em corpos entalhados	118
Tabela 11-5. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de Liu	119
Tabela 11-6. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de Liu	120
Tabela 11-7. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de CCB	121
Tabela 11-8. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de CCB	122

# LISTA DE SÍMBOLOS

## **Símbolos Latinos**

а	Comprimento de trinca ou área de contato entre a partícula abrasiva e a superfície
A	Razão de amplitude ou coeficiente das curvas de ajuste
b	Expoente das curvas de ajuste
B	Coeficiente linear da reta
$B_f$	Número de repetições até a fadiga
c	Semieixo principal de um furo elíptico
d	Semieixo secundário de um furo elíptico
E	Módulo de Elasticidade
$\boldsymbol{G}$	Módulo de Cisalhante
f	Frequência de aplicação da carga em ciclos por segundo
F	Força normal ou fator genérico de forma
$k_a$	Fator de modificação de condição de superfície
$k_b$	Fator de modificação de tamanho
$k_c$	Fator de modificação de carga
$k_d$	Fator de modificação de temperatura
$k_e$	Fator de confiabilidade
$k_f$	Fator de modificação por efeitos variados
$K_f$	Fator de redução de resistência a fadiga
$K_t$	Fator concentrador de tensões
$K_I$	Fator intensidade de tensão no modo I de carregamento
$K_{IC}$	Tenacidade a fratura do material no modo I de carregamento
$K_t$	Fator de concentrador de tensão
L	Comprimento característico do material
$l_{MA}$	Distância crítica segundo o método da área
$l_{ML}$	Distância crítica segundo o método da linha
$l_{MP}$	Distância crítica segundo o método do ponto
$l_{MV}$	Distância crítica segundo o método do volume
L-N	Curva da distância crítica versus vida obtida
N	Força normal
N	Número de ciclos
$N_f$	Número de ciclos até a fadiga
$N_{f,1}$	Vida de falha numa primeira iteração
q	Taxa de desgaste de uma partícula
r	Distância radial da raiz de um concentrador de tensão até uma posição específica
$r_{ent}$	Raio na raiz do entalhe
$r_p$	Região de zona plástica a frente da ponta da trinca
R	Razão de carregamento
S	Tensão Genérica
$S_e$	Limite de resistência no local crítico de uma peça
t	Tempo

## Símbolos Gregos

 $\boldsymbol{t}(t)$ 

Tempo Vetor tensão

$\Delta \alpha$	Avanço do comprimento da trinca	[kJ/kg.K]
$\Delta arepsilon$	Amplitude de deformação normal	
$\Delta \gamma$	Amplitude de deformação cisalhante	

$\Delta\sigma$	Intervalo de tensão	[MPa]
$\Delta K$	Fator de intensidade de tensão	$[MPa.m^{1/2}]$
$\Delta K_{th}$	Fator de intensidade de tensão limiar	$[MPa.m^{1/2}]$
$\sigma(t)$	Tensor das tensões	
$\sigma_0$	Resistência a fadiga do material	[MPa]
$\sigma_a$	Tensão alternada ou faixa de tensão dinâmica (pico a pico)	[MPa]
$\overline{\sigma}_a$	Amplitude de tensão efetiva	[MPa]
$\sigma_{aeq}$	Tensão limite de fadiga no ciclo alternado com $\sigma_m = 0$ para cada critério	[MPa]
$\sigma_{ar}$	Tensão alternada para o caso particular de tensão média igual a zero	[MPa]
$\sigma_{CE}(N_{f,1})$	Tensão de fadiga que gera uma vida $N_{f,I}$ num corpo de prova com entalhe.	
${\sigma_f}'$	Coeficiente de resistência à fadiga ou tensão limite de resistência	à fadiga do
	material	[MPa]
$\widetilde{\sigma}_f$	Tensão de falha real	[MPa]
$ ilde{\sigma}_{\!fB}$	Tensão verdadeira de resistência à fadiga	[MPa]
$\sigma_{n,a}$	Amplitude da tensão normal num plano crítico	[MPa]
$\sigma_{n,m}$	Tensão normal média num plano crítico	[MPa]
$\sigma_{n,max}$	Tensão normal máxima num plano crítico	[MPa]
$\sigma_m$	Tensão média	[MPa]
$ar{\sigma}_m$	Tensão média efetiva	[MPa]
$\sigma_{mcute{a}x}$	Tensão máxima	[MPa]
$\sigma_{mcute{n}}$	Tensão mínima	[MPa]
$\sigma_{rt}$	Tensão equivalente, a ser ajustada de acordo com o método de avaliação de t	ensão média,
	quando $\sigma_m \neq 0$ . É igual a $\sigma_u$ ou $\sigma_y$ dependendo do método	[MPa]
$\sigma_{sE}(N_{f,1})$	Tensão de fadiga que gera uma vida $N_{f,I}$ num corpo de prova sem entalhe.	[MPa]
$\sigma_u$	Tensão última ou limite de resistência	[MPa]
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle W}$	Tensão nominal ou limite de resistência à fadiga	$[MPa^4]$
$\sigma_w'$	Limite de resistência à fadiga estimado	[MPa]
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle \chi}$	Tensão da direção <i>x</i>	[MPa]
$\sigma_y$	Tensão limite de escoamento do material e tensão na direção y	[MPa]
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle Z}$	Tensão da direção z	[MPa]
$ au_a$	Amplitude da tensão cisalhante	[MPa]
$ au_{max}$	Máxima tensão cisalhante	[MPa]
$ au_{xy}$	Tensão cisalhante	[MPa]
ν	Coeficiente de viscosidade cinemática	$[m^2/s]$
$\psi$	Caminho fechado percorrido pelo vetor da tensão cisalhante num deter-	minado plano
ω	Frequência	[Hz]

# Siglas

AA	Alumínio Aeronáutico
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ASTM	American Society for Testing and Materials
CCB	Chu, Conle e Bonnen
CE	Com Entalhe
CIGRE	Conseil Internationaldes Grands Réseaux Electriques (International Council on Large
	Electric System)
CP	Corpo de prova
MA	Método da Área
ML	Método da Linha
MMWC	Método da Curva de Wohler Modificada

MP Método do Ponto MV Método do Volume

EPD Estado Plano de Deformações EPT Estado Plano de Tensões

SE Sem Entalhe

S-N Abordagem de fadiga: tensão – vida

SWT Smith, Watson e Topper TDC Teoria das Distâncias Críticas

 $\varepsilon$  – N Abordagem de fadiga: deformação – vida

# 1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é feito uma revisão geral do contexto histórico pertinente ao estudo, citando a relevância do tema de estudo e trabalhos desenvolvidos na área. Discute-se também os objetivos almejados nesse trabalho.

## 1.1 O TEMA EM ESTUDO E SUA RELEVÂNCIA

A confiabilidade e segurança dos componentes e estruturas mecânicas tem ganhado cada vez mais relevância devido à necessidade das empresas de corresponder às expectativas dos usuários. Estudos comprovam que cerca de 80% das falhas nos componentes são resultado de carregamento cíclicos, o que se traduz numa falha por fadiga. Dessa forma, a compreensão da degradação dos materiais é crítica em inúmeras aplicações, especialmente no que tange à garantia da confiabilidade a longo prazo de um componente ou estrutura (POST & CASE, 2008). Essa preocupação é justificada pelo fato de as falhas poderem causar grandes perdas econômicas, danos ambientais e até mesmo comprometer vidas humanas, como é o caso de linhas de transmissão de energia elétrica.

Os componentes mecânicos, em sua maioria, operam em regimes de carregamentos multiaxiais cíclicos, nos quais a iniciação e a propagação de trinca consequentes desses carregamentos apresentam comportamentos diferentes dos consequentes de carregamentos uniaxiais. O fenômeno da fadiga multiaxial está relacionado a efeitos de tensões e deformações na orientação e crescimento de trincas durante a vida útil de um componente. Dessa forma, nos últimos anos, vem ocorrendo um aprimoramento do estudo da mecânica da fratura, juntamente com a fadiga, principalmente devido às exigências de segurança, confiabilidade e redução de custos do mercado.

Nesse cenário, a mecânica da fratura mostra-se como uma alternativa para aumentar a confiabilidade e segurança dos processos associados a falha por fadiga, uma vez que analisa a propagação das trincas em seus diversos aspectos, especialmente em relação às tensões, aos modos de carregamento, à estimativa de vida e à taxa de propagação.

Uma das principais indústrias que se beneficiam com o estudo da mecânica da fratura é a indústria aeroespacial, devido à demanda por precisão e confiabilidade dos componentes estruturais, que são constantemente submetidos a esforços cíclicos.

Apesar dos engenheiros conhecerem a relevância da fadiga nas estruturas, falhas por esforço continuado de carregamentos cíclico de componentes estruturais são ainda muito comuns. A evidência está no fato de cerca de 60% do total de falhas em componentes aeronáuticos ocorrem por fadiga (BHAUMIK, 2008).

Historicamente, podemos mapear diversos registros de acidentes severos ocasionados por falhas ligadas à fadiga. Alguns exemplos marcantes são: (a) o acidente do *Boeing* 737, da *Aloha Airlines* (Figura 1.1, esquerda), durante o voo 243 em 28 de abril de 1988, cuja fuselagem foi parcialmente arrancada devido a falha por fadiga (AIRLINES, 2016); (b) o acidente com o trem de alta velocidade ICE-884, no dia 03 de junho de 1998 na Alemanha (Figura 1.1, meio), no qual uma das rodas do primeiro vagão sofre falha catastrófica pela propagação de uma trinca iniciada por fadiga. (VOLKER ESSLINGER, 2003); e (c) a falha no trem de pouso de uma aeronave, também por falha catastrófica de trinca iniciada por fadiga (Figura 1.1, direita).







Figura 1-1. Exemplos de acidentes por falha de fadiga (a) Acidente durante o voo 243 da Aloha Airlines e (b) Acidente com o trem ICE 884 na Alemanha e (c) falha em trem de pouso.

Visando prevenir esse tipo de acidente, aperfeiçoar os testes de fadiga, prever o crescimento de tricas e a vida em fadiga dos componentes, institutos aeronáuticos europeus vêm elaborando estudos que visam padronizar os carregamentos para diferentes tipos de aeronave. Para se produzir dados de fadiga e/ou de crescimento de trinca realísticos, os modelos de fadiga deverão ser capazes de simular magnitudes e sequenciamentos de esforços próximos aos que se observa na prática. Dessa forma, um dos principais objetivos é simular os esforços multiaxiais cíclicos sofridos pelas estruturas e monitorar o crescimento das trincas, analisando suas dimensões e taxa de propagação.

#### 1.2 ESTADO DA ARTE

A previsão de vida à fadiga de componentes reais submetidos a carregamentos complexos envolve inúmeras variáveis, o que eleva a complexidade dos problemas nessa área. Para isso, surgiram nas últimas décadas inúmeras metodologias de previsão e estimativa de dano em componentes mecânicos reais solicitados por estados de tensão/deformação multiaxiais.

Até hoje, não é possível identificar um critério de fadiga multiaxial que seja amplamente aceito, o que estimula o surgimento de novas propostas. Os modelos existentes atualmente podem ser classificados em:

· Critérios empíricos;

- · Critérios baseados nos invariantes do tensor tensão;
- · Critérios de energia;
- Critérios baseados em tensões médias;
- · Critérios baseados em tensões mesoscópica,
- · Critérios associados a planos crítico.

O pioneiro no estudo de fadiga multiaxial foi o estudioso Gough *et. al.*, 1951, cuja pesquisa de natureza empírica resultou na equação de uma elipse para o critério de fadiga multiaxial. Depois de seu trabalho, inúmeras outras técnicas foram testadas e validadas, incluindo trabalhos baseados nos invariantes de tensão, métodos de plano crítico e ainda abordagens baseadas em tensões mesoscópicas.

Os critérios baseados nos invariantes de tensão assumem que o dano à fadiga depende de dois fatores: (a) a raiz quadrada do segundo invariante do tensor desviador e (b) a tensão hidrostática. Nesse ramo de pesquisa, podemos destacar os trabalhos de Sines, 1955, e Crossland, 1956. Sines estabeleceu um critério baseado no primeiro e segundo invariantes do tensor tensão, após verificar que tensões médias cisalhantes não produzem efeito na vida à fadiga. Crossland, por sua vez, utilizava o valor máximo da tensão hidrostática como variável fundamental no processo de nucleação de trincas. Esses dois modelos são muito satisfatórios para modelar computacionalmente o limite de fadiga multiaxial a alto ciclo. Todavia, não conseguem prever eficientemente o efeito de carregamentos não proporcionais (PAPADOPOULOS, 1997).

Outras teorias utilizam a energia calculada no ponto de iniciação da trinca para obter os danos à fadiga. Esse modelo pode ser calibrado com muita facilidade por uma simples curva de fadiga uniaxial, pois a energia é grandeza escalar independente dos estados de tensão/deformação nos pontos críticos. A partir desses conceitos, Garud, 1981, sugeriu um modelo de estimativa de vida em fadiga multiaxial utilizando a energia associada à deformação plástica cíclica. Infelizmente, o método de Garud era inconsistente em alguns pontos e, nesse contexto que apareceu o modelo de Ellyin, 1991, cujo trabalho considera a energia associada à deformação plástica e à deformação elástica. Essa consideração partiu de evidencias experimentais que indicavam que o dano à fadiga depende das tensões elásticas de tração já que falhas em regime de alto ciclo podem ocorrer mesmo quando as contribuições da plasticidade são desprezíveis.

Os critérios baseados em tensões médias no interior de volumes elementares definem os componentes básicos como quantidades médias, associadas a tensões normais cisalhantes atuantes sobre planos específicos e calculadas no interior destes volumes elementares. Nesse modelo, destacam-se os trabalhados de Grubisic e Simburger, 1976, e de Zenner, Simbürger e Liu, 2000. (GONÇALVES, 2006)

Os critérios de fadiga em nível mesoscópico, por outro lado, afirmam que o processo de falha pode ser previsto por análises das tensões ou deformações em nível de grãos cujos planos de escorregamento sejam preferencialmente orientados com a máxima tensão cisalhante. Esse modelo afirma que a acumulação de deformações plásticas conduz a um esgotamento da ductilidade do grão, levando à nucleação de trincas e futuramente ruptura. Supondo que haja acomodação elástica dessa deformação permanente localizada, a falha não ocorrerá. Aqui, destacam-se os trabalhos de Dang Van e Papadopoulos, explicados a seguir.

Dang-Van, 1993, estima o dano à fadiga combinando linearmente a máxima tensão cisalhante e a tensão hidrostática e, logo, definindo um fator de dano que deve ser comparado a um parâmetro de referência empírico associado ao limite de fadiga nas condições uniaxial e torcional completamente reverso. Papadopoulos, 1987, 1995, combinou conceitos de tensões mesoscópicas e conceitos de acomodação elástica para formular um modelo de previsão de fadiga de alto ciclo, analisando o dano à fadiga em materiais dúcteis e frágeis. O uso desse método permitiu estimativas com uma faixa de erro de +/- 10% quando aplicados carregamentos complexos em fase e fora de fase à componentes sem entalhe.

Finalmente, as abordagens de plano crítico consideram que as trincas de fadiga se original em planos materiais cujas combinações de tensões ou deformações cisalhantes e normais são particularmente severas. Esses critérios preveem a resistência a fadiga do material, o local de iniciação da trinca e a orientação da trinca. Dentre os métodos de plano crítico, vale ressaltar alguns autores: Findley (1958), Brown e Miller (1973), Matake (1977), Socie (1987), Mc Diarmid (1994), Carpentieri e Spagnoli (2001) e Susmel e Lazzarin (2002).

Findley, 1958, sugere que o plano crítico é aquele cuja combinação linear da amplitude da tensão de cisalhamento com a tensão normal máxima é máxima. Brown e Miller, 1973, definem que a vida pode ser estimada pelas componentes de deformações perpendiculares e paralelas ao plano de iniciação da trinca (Modo I de propagação). Eles definem também que o dano à fadiga sob condições de carregamento multiaxial varia com a direção da propagação da trinca e que trincas que se propagam na superfície devem ser analisados em conjunto com a curva de Manson-Coffin. Dando continuidade ao trabalho de Brown e Miller, Wang e Brown, 1993, acrescentaram de maneira mais correta a influência da tensão normal média no plano crítico.

Matake, 1977, usa uma combinação linear entre a máxima amplitude da tensão cisalhante no plano crítico com a máxima tensão normal nesse plano para definir o fator de dano. Fatemi e Socie, 1988, usam a máxima tensão perpendicular ao plano crítico em vez da deformação normal, já que essa tensão pode ser melhor relacionada com a taxa de crescimento de trinca. Dessa forma, o método de Socie se relaciona ao mecanismo de falha do material, uma vez que, quando a trinca é iniciada pelo Modo I, o plano de máxima tensão/deformação normal é crítico — a vida á fadiga ser estimada por meio dos parâmetros de Smith-Watson-Topper; quando a trinca é iniciada pelo Modo II, o plano crítico de máxima

amplitude de deformação cisalhante é crítico – a vida à fadiga pode ser prevista utilizando-se a curva de Manson-Coffin.

Carpiteri e Spagnoli, 2000 e 2001, estimaram o limite de fadiga de componentes sob carregamentos multiaxiais, correlacionando a orientação do plano crítico com as direções das tensões principais, de modo que o dano à fadiga pode ser estimado por uma correlação não linear da máxima tensão normal e amplitude da tensão cisalhante relativa ao plano de iniciação da trinca.

Susmel e Lazzarin(2002) Susmel e Lazzarin, 2002, utilizam as uma Curva de Wohler modificada para realizar estimativas de vida. Essas curvas são capazes de relacionar a resistência a fadiga com a máxima amplitude de tensão cisalhante macroscópica, considerando a componente normal da tensão e os ângulos de fase nos diversos planos de análise. O plano crítico é definido como o plano cuja amplitude de tensão cisalhante é máximo. O modelo proposto pelos pesquisadores consegue estimar a resistência à fadiga de alto ciclo em condições de carregamento multiaxial em componentes com ou sem entalhes submetidos a carregamentos em fase ou fora de fase.

Em relação à previsão de vida em componentes entalhados submetidos a carregamentos multiaxiais, Susmel e Taylor, 2008, propuseram uma metodologia baseada na Curva de Wohler, na Curva de Wohler Modificada e na Teoria das Distâncias Críticas, utilizando a curva  $L_{\sigma} - N$ .

#### 1.3 OBJETIVOS E METAS

O presente trabalho tem como objetivo geral a aplicação de modelos combinados de plano crítico e energia de deformação na previsão de vida à fadiga de componentes entalhados sob condições de carregamento multiaxial em fase e fora de fase. Nesse sentido, pretende-se investigar a aplicabilidade dos Modelos de Liu e de Chu, Conle e Bonnen na previsão da vida a fadiga multiaxial da liga de alumínio AL 7050 T7451, material amplamente empregado na confecção de peças na indústria aeroespacial. Este trabalho parte da hipótese que as curvas L - N (distância crítica vs vida) e P - N (fator de dano vs vida) podem fornecer previsões aceitáveis de vida a fadiga.

#### 1.4 ESTRUTURA DO RELATÓRIO

Ao longo deste trabalho serão abordados diversos assuntos que visam como objeto final o desenvolvimento de uma rotina computacional de previsão da vida em fadiga multiaxial seguindo os modelos de Liu e Chu, Conle e Bonnen. Esses conteúdos serão aqui subdivididos em diferentes capítulos a fim de auxiliar o leitor na assimilação do conteúdo.

O capítulo inicial possui um caráter introdutório e têm como objetivo principal posicionar o leitor quanto às metas desse projeto, assim como quanto às relevâncias desse estudo. Sendo assim, foi realizada uma revisão bibliográfica citando de forma cronológica trabalhos e estudos realizados no ramo

de fadiga multiaxial, assim como a importância de compreensão da fadiga em componentes estruturais feitos de ligas de alumínio.

No segundo capítulo, é realizada uma introdução de conceitos e definições preliminares, essenciais ao entendimento do comportamento de corpos sob carregamentos multiaxiais combinados.

Nos capítulos 3 e 4, são realizadas revisões teóricas referentes à falha por fadiga e mecânica da fratura, incluindo os conceitos de curva S-N, propagação de trincas, influência de entalhes, modos de abertura de trincas e fator intensidade de tensão, entre outros.

No capítulo 5, encontra-se uma descrição mais aprofundada sobre modelos de fadiga multiaxiais, com ênfase nos modelos estudados nesse trabalho, e métodos de cálculo da amplitude de tensão cisalhante.

Nos subsequentes, capítulos 6 e 7, são apresentados materiais e métodos de modelagem, contendo as propriedades da liga Al 7050-T7451, as considerações de cada etapa da metodologia, os algoritmos de elaboração dos códigos e os dados experimentais utilizados como base para desenvolvimento do estudo.

O capítulo 8 apresenta os resultados e a discussão das informações encontradas, analisando e comparando-as com outros modelos de fadiga multiaxial previamente estudados.

Por fim, no nono capítulo, é feita uma conclusão de resultados sumarizando os dados principais e destacando a aplicabilidade dos modelos estudados para o material de estudo.

## **2 CONCEITOS PRELIMINARES**

Este segundo capitulo do trabalho traz uma revisão teórica, rica em definições e conceitos preliminares que devem compor o problema de modelagem de carregamentos multiaxiais.

#### 2.1 VETOR TENSÃO

Se considerarmos um plano de corte passando por um ponto O num corpo de prova submetido a carregamentos externos (Figura 2.1), podemos analisar a maneira como essas forças influenciam o ponto no interior desse corpo.

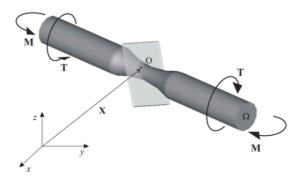


Figura 2-1. Plano de corte no ponto O de um corpo sob carregamentos externos (DANTAS, 2009)

A partir de um volume elementar na vizinhança do ponto O (Figura 2.2), podemos definir uma tensão atuante  $\sigma$  no volume V e denotar a interseção desse volume com o plano que passa pelo ponto como  $\Delta$ , sendo esse o plano material elementar definido pelo vetor normal unitário  $\mathbf{n}$ .

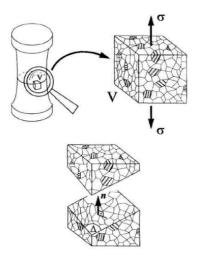


Figura 2-2. Plano material elementar Δ e volume elementar V (PAPADOPOULOS, 1997)

Considerando ainda um sistema de coordenadas ortogonais composto pelos vetores unitários  $\mathbf{n}_x$ ,  $\mathbf{n}_y$  e  $\mathbf{n}_z$  e definindo um tensor de tensão de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}(t)$ , que especifica completamente o estado de tensão no ponto material, temos:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \sigma_{yx}(t) & \sigma_{zx}(t) \\ \sigma_{xy}(t) & \sigma_{yy}(t) & \sigma_{zy}(t) \\ \sigma_{xz}(t) & \sigma_{yz}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{pmatrix}$$

Onde  $\sigma_{ij}$ , i=j são componentes normais e ,  $i\neq j$  são as componentes cisalhantes do tensor, nos quais, por equilíbrio de momentos no elemento de tensão,  $\sigma_{xy}(t)=\sigma_{yx}(t)$ ,  $\sigma_{xz}(t)=\sigma_{zx}(t)$  e  $\sigma_{yz}(t)=\sigma_{zy}(t)$ .

Vemos que, em  $\Delta$ , atua o vetor tensão  $S_n$  (Figura 2.3), como resultado de uma força  $\Delta F$  em um elemento de área  $\Delta A$ .

$$\mathbf{S_n} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta A} \tag{2.1}$$

Esse vetor de tensão é definido pela Equação 3.2.

$$\mathbf{S}_{\mathbf{n}} = \mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{n} \tag{2.2}$$

A projeção de  $\mathbf{S}_{\mathbf{n}}$  em  $\mathbf{n}$  resulta no vetor tensão normal  $\mathbf{R}$  (Figura 2.3), definido pela Equação 3.3.

$$\mathbf{R} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{S_n})\mathbf{n}$$

$$\mathbf{R} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$$
(2.3)

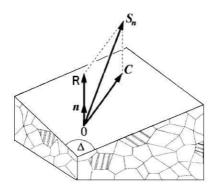


Figura 2-3. Plano material com tensão normal R e tensão cisalhante C (PAPADOPOULOS, 1997)

Dado o plano  $\Delta$ , em um carregamento cíclico, **R** varia em magnitude, mas não em direção. Dessa forma, **R** pode ser totalmente descrito pelo valor algébrico R.

$$R = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{S_n})$$

$$R = \mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{n}$$
(2.4)

Carregamentos cíclicos dependentes do tempo apresentam  $R = \mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma}(t) \cdot \mathbf{n}$  como função periódica e escalar, podendo assim ter sua amplitude  $R_a$  e valor médio  $R_m$  definidos por:

$$R_a = \frac{1}{2} \{ \max_{t \in P} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma}(t) \cdot \mathbf{n}) - \min_{t \in P} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma}(t) \cdot \mathbf{n}) \}$$
 (2.5)

$$R_m = \frac{1}{2} \{ \max_{t \in P} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma}(t) \cdot \mathbf{n}) + \min_{t \in P} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma}(t) \cdot \mathbf{n}) \}$$
 (2.6)

onde t é o tempo e P é o período do carregamento.

O valor máximo da tensão normal é dado pela soma da média com a amplitude.

$$R_{max} = R_m + R_a \tag{2.7}$$

A projeção de  $\mathbf{S_n}$  no plano  $\Delta A$  resulta no vetor tensão cisalhante  $\mathbf{C}$  (Figura 2.3), definido pela Equação 3.8.

$$\mathbf{C} = \mathbf{S_n} - \mathbf{R}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$$
(2.8)

Diferentemente da variação do vetor tensão normal, que varia em magnitude apenas, a variação do vetor tensão cisalhante C em um carregamento cíclico varia em magnitude e em direção, descrevendo uma curva fechada  $\psi$  em  $\Delta$ , durante um período P.

$$\mathbf{C}_m : \min_{\mathbf{C}'} \{ \max_{t \in P} \|\mathbf{C}(t) - \mathbf{C}' \| \}$$
 (2.9)

Existem algumas interpretações geométricas para o problema de máximo, mínimo e amplitude. Por esse motivo, descreveremos com maior atenção esses métodos nos capítulos subsequentes

#### 2.2 INVARIANTES DE TENSÃO

O tensor de tensão de Cauchy apresentado anteriormente pode ser decomposto em duas partes: (a) tensor de tensão desviador em função do tempo S(t), e (b) pressão hidrostática em função do tempo  $p_h(t)$  vezes a matriz identidade I.

$$\sigma(t) = S(t) + p_h(t)I \tag{2.10}$$

A pressão hidrostática pode ser calculada pela Equação 2.12.

$$p_h(t) = \frac{1}{3} \operatorname{tr}(\sigma(t))$$
 (2.11)

onde  $tr(\sigma(t))$  é o traço de  $\sigma(t)$  e representa o primeiro invariante do tensor de tensão:

$$tr(\sigma(t)) = \sigma_{xx}(t) + \sigma_{yy}(t) + \sigma_{zz}(t)$$
 (2.12)

Carregamentos cíclicos apresentam pressão hidrostática como função periódica e escalar do tempo com período P, cuja amplitude e o valor médio podem ser definidos pelas Equações 2.13 e 2.14.

$$p_{h_a} = \frac{1}{2} \{ \max_{t \in P} \left( \frac{\text{tr}(\sigma(t))}{3} \right) - \min_{t \in P} \left( \frac{\text{tr}(\sigma(t))}{3} \right) \}$$
 (2.13)

$$p_{h_{m}} = \frac{1}{2} \{ \max_{t \in P} \left( \frac{\operatorname{tr}(\sigma(t))}{3} \right) + \min_{t \in P} \left( \frac{\operatorname{tr}(\sigma(t))}{3} \right) \}$$
 (2.14)

O valor máximo da pressão hidrostática é dado pela soma da média com a amplitude.

$$p_{h_{max}} = p_{h_m} + p_{h_a} \tag{2.15}$$

Reescrevendo a equação 2.11, temos que  $S(t) = \sigma(t) - p_h(t)I$ , apresentado em notação matricial como:

$$S = \begin{pmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & s_{yy} & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_{zz} \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{3} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \frac{-\sigma_{xx} + 2\sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{3} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2\sigma_{zz}}{3} \end{pmatrix}$$
(2.16)

Que também pode se transcrever como:

$$S = s_{xx} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + s_{yy} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + s_{zz} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + s_{xy} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + s_{yz} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + s_{yz} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2.17)$$

Repare que as matrizes formam base simétrica, algumas com traço não nulo. Descrevendo S(t) como uma função de base cujo todos elementos sejam desviadores (traço nulo) e ortogonais (ortogonal e com elementos de norma unitária), temos:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{5} s_i(t) \mathbf{N}_i$$
 (2.18)

O tensor tensão desviador S(t) apresenta traço nulo (Equação 2.19) e, logo, qualquer uma de suas componentes pode ser escrita em função de outras duas (Equação 2.20).

$$S(t) = \sigma - \frac{1}{3} \operatorname{tr}(\sigma)I$$
 (2.19)

$$tr(S) = tr(\sigma) - tr(\frac{1}{3}tr(\sigma)I) = 0$$

$$S_{xx} + S_{yy} + S_{zz} = 0$$
  
 $S_{zz} = -(S_{xx} + S_{yy})$ 
(2.20)

É importante ainda definir a raiz quadrada do segundo invariante do tensor tensão desviador  $\sqrt{J_2}$ , que pode ser descrita por meio de um vetor s de um espaço euclidiano de cinco dimensões (E<sub>5</sub>), expressa pela Equação 2.20.

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2}S \cdot S} = \sqrt{s \cdot s} \tag{2.21}$$

Dessa forma, o tamanho do vetor E<sub>5</sub> é igual à raiz quadrada do segundo invariante do tensor tensão desviador S. O estado de tensão desviador pode ser totalmente representado pelo vetor S (Equação 2.18). Durante um carregamento periódico, este vetor descreve em E<sub>5</sub> a curva fechada φ.

Para definir a amplitude e o valor de média de  $\sqrt{J_2}$ , realiza-se uma construção de hiperesfera de cinco dimensões que circunscreva a curva  $\phi$ , analogamente à forma de construção do círculo no plano bidimensional definido pela variação do vetor tensão cisalhante C. O valor médio menor  $\sqrt{J_{2,m}}$  equivale ao tamanho do vetor  $S_m$  (encontrado pela Equação 2.) que aponta o centro da menor hiperesfera, e a amplitude equivale ao raio desta esfera  $\sqrt{J_{2,a}}$ .

$$S_{m} : \min_{S'} \{ \max_{t \in P} ||S(t) - S'|| \}$$
 (2.22)

Supondo que a curva  $\phi$  possui um centro de simetria, ele representa o centro da menor hiperesfera que circunscreve  $\phi$ . Dessa forma, tendo  $S_m$ ,  $\sqrt{J_{2,a}}$  pode ser obtido pela Equação 2.23.

$$\sqrt{J_{2,a}} = \max_{t \in P} ||S(t) - S_m||$$
 (2.23)

#### 2.3 HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO

Carregamentos variando no tempo, apesar de muito distintos entre si, podem causar danos por fadiga. Em carregamentos cíclicos, os fatores mais significativos são a amplitude, os valores médios da tensão ou da deformação e o número total de ciclos de tensão/deformação, representado pela Equação 2.24.

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \sigma_{yx}(t) & \sigma_{zx}(t) \\ \sigma_{xy}(t) & \sigma_{yy}(t) & \sigma_{zy}(t) \\ \sigma_{xz}(t) & \sigma_{yz}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{ij}(t) = \overline{\sigma}_{ij} + \sigma_{ij,a}g(\cdot)(\omega t)$$

$$\sigma'_{ij}(t) = \overline{\sigma'}_{ij} + \sigma'_{ij,a}g(\cdot)(\lambda_{ij}\omega t - \beta_{ij})$$
(2.24)

Onde:

- ·  $\sigma_{ij,a}$  e  $\sigma'_{ij,a}$  são as amplitudes das tensões;
- ·  $\overline{\sigma}_{ij}$  e  $\overline{\sigma'}_{ij}$  são as tensões médias;
- ·  $\lambda_{ij}$  é a ração entre as frequências angulares de  $\sigma_{ij}$  e  $\sigma'_{ij}$ ;
- ·  $\omega$  é a frequência angular;
- $g(\cdot)$  são funções periódicas.

Existem algumas classificações para as histórias de tensões: proporcionais, não proporcionais, síncronas e assíncronas. A proporcionalidade se dá quando as componentes mantêm uma relação fixa ou de proporcionalidade durante a evolução da história.

$$\sigma_{ij} = \kappa \sigma'_{ij} \tag{2.25}$$

Sendo  $\kappa$  um coeficiente ou fator de proporcionalidade real.

A não proporcionalidade de um carregamento de tensão se dão quando as componentes não mantêm relação de proporcionalidade. O entendimento da diferença entre proporcionalidade e não proporcionalidade pode ser mostrado pela Figura 2.4.

O espaço das tensões  $\sigma_1(t)$  x  $\sigma_2(t)$  apresenta duas possibilidades para histórias de carregamento combinado de tração e torção, sendo que o segmento de reta que passa na origem representa uma história de carregamento proporcional, e a eclipse representa uma história de carregamento combinado tração e torção não proporcional sem tensão média ( $\sigma_m = 0$ ).

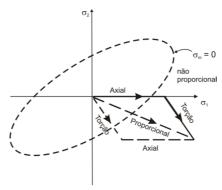


Figura 2-4. Histórias de tensão proporcional e não proporcional (DANTAS, 2009)

A vida em fadiga de um material pode ser influenciada ainda pela relação entre as frequências angulares  $\lambda_{ij}$  e as componentes  $\sigma_{ij}$  e  $\sigma'_{ij}$  de uma história de tensão. Histórias síncronas podem ser identificadas quando as componentes do tensor de tensões estão na mesma frequência ou quando seus períodos são iguais. Caso contrário, são assíncronas (Figura 2.5).

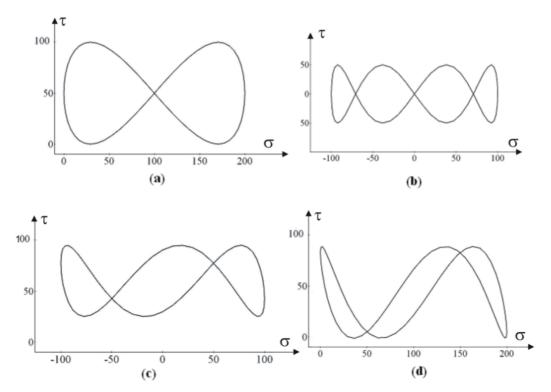


Figura 2-5. Possibilidades de diagramas de fase no espaço das tensões para carregamentos assíncronos.

## 3 REVISÃO TEÓRICA – FADIGA

O capítulo 3 deste trabalho apresenta os conceitos fundamentais sobre carregamentos dinâmicos ou cíclicos assim como sua influência em estruturas mecânicas.

#### 3.1 CONCEITO DE FADIGA

"Fadiga é um processo de alteração estrutural permanente, progressivo e localizado, que ocorre num material sujeito a condições que produzem, num ponto ou em vários pontos, tensões ou deformações dinâmicas, capazes culminar em trincas ou numa fratura completa após um número suficiente de variáveis de carga" (ASTM STP E1823, 1996)

Em 1850, August Wöhler, começou as primeiras metodologias formais de estudo de metais submetidos a esforços cíclicos, motivado pelas falhas nos eixos ferroviários. Ele demonstrou, por exemplo, que a fadiga não era afetada apenas pelos esforços cíclicos, mas também pela tensão média das cargas. Estudos mais detalhados na previsão dos efeitos da tensão média foram realizados por Gerber e Goodman, dando continuidade ao trabalho de Wöhler.

Atualmente, a falha por fadiga ainda é um dos fatores mais críticos dos projetos de engenharia, estando relacionada a cerca de 80% do custeio de fratura e prevenção de falha de máquinas e equipamentos. Os Estados Unidos, por exemplo, apresentam um gasto equivalente a 3% do seu PIB (Produto Interno Bruto) na fadiga de materiais. (DOWLING, 2013)

Dessa forma, pode-se notar que o estudo de máxima resistência à fadiga permite o desenvolvimento de novos componentes e estruturas com mais economia e segurança aos projetos.

## CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO DE FADIGA

A fadiga é um fenômeno pelo qual uma trinca cresce lentamente devido à atuação de cargas dinâmicas ou repetidas. O colapso ligado a esse processo ocorre quando a trinca atinge um tamanho crítico para o componente, resultando na falha por colapso plástico por propagação instável de trinca, ou pela interação entre os dois modos mencionados (BRANCO, 1986).

A falha em si está associada a tensões cisalhantes e deformação plástica, enquanto que a propagação é significativamente influenciada pela aplicação de cargas trativas (tensão média positiva). Materiais cristalinos apresentam deformação plástica decorrente do movimento de discordâncias, sob ação de tensões cisalhantes, causando o deslocamento relativo entre dois planos atômicos. A intensidade desse deslizamento é diretamente proporcional à tensão cisalhante. Materiais policristalinos (nos quais os grãos têm orientação aleatória no plano atômico) apresentam deformação plástica iniciada nos grãos com orientação desfavorecida (planos de deslizamento alinhado com a direção da tensão cisalhante

máxima). Nesse caso, o deslizamento pode ocorrer apenas em alguns grãos, gerando deformação plástica pequena e de difícil detecção. Assim, temos que, para materiais reais, a ocorrência apenas de deformações plásticas não pode ser garantida, mesmo para tensões abaixo da tensão limite de proporcionalidade ou do limite elástico.

A ruptura por fadiga inicia-se com a nucleação e é continuada pela propagação relativamente lenta da trinca (BRANCO, 1986). Esse processo pode ser dividido em quatro etapas: nucleação da trinca, crescimento microscópico, propagação da trinca (crescimento macroscópico) e ruptura final (Figura 3.1).

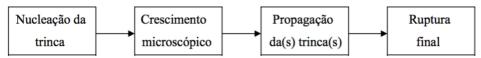


Figura 3-1. Representação esquemática das etapas de falha por fadiga (BRANCO, 1986)

A primeira e segunda etapas compõem o período de iniciação, caracterizado pela nucleação e crescimento microscópico da trinca em zonas de alta concentração de tensão ou regiões de baixa resistência local (apresentando defeitos de superfície, por exemplo. Figura 3.2b)

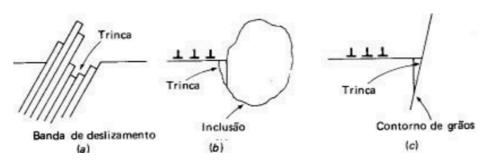


Figura 3-2. Sítios de nucleação de trincas (RABBI,1998)

Materiais dúcteis, por sua vez, apresentam nucleação proveniente da formação de planos de deslizamento (resultado da deformação plástica no grão com orientação desfavorecida. Figura 3.2a). O aparecimento desses planos ocorre logo nos primeiros ciclos do carregamento e a continuidade da solicitação provoca a formação de novos planos para continuidade da acomodação da deformação plástica. Cada plano atua apenas uma vez, durante meio ciclo, devido ao encruamento do material.

Forma-se então uma banda de deslizamento com esse conjunto de planos. A densidade dos planos aumenta gradativamente. Normalmente, essas bandas de deslizamento se formam plenamente após apenas 1% do número de ciclos da vida em fadiga (BRANCO, 1996).

Regiões livres de defeitos apresentam trincas que podem ser nucleadas por concentração localizada de tensão. Isso pode ocorrer por deformações locais em bandas de deslizamento particulares.

A Figura 3.3 apresenta dois mecanismos físicos atuantes no crescimento da trinca. No caso de uma carga cíclica, ocorre movimentação dos planos deslizantes na microestrutura do grão, resultando em micro extrusões e intrusões na superfície do componente, como apresentado na Figura 3.3.

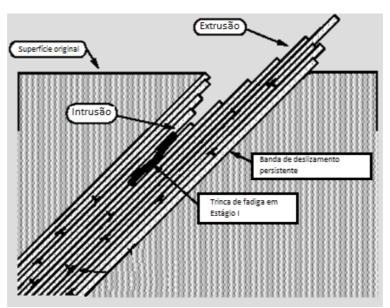


Figura 3-3. Processo de Intrusões e Extrusões na superfície do material

No estágio I da Figura 3.4, a trinca é embrionária (10 mícrons de comprimento) e vai se propagando de grão em grão gradativamente. Ao atingir três grãos, a trinca ganha tamanho suficiente para formar um concentrador geométrico de tensão, representado pelo Estágio II. Na extremidade da trinca, formase uma zona de tensão plástica na qual, desse ponto em diante, a trinca cresce em direção perpendicular à carga aplicada.

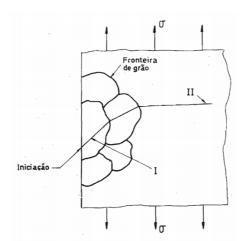


Figura 3-4. Mecanismos de crescimento da trinca, apresentando Estágio I, de nucleação e crescimento microscópico da trinca, e Estágio 2, de crescimento macroscópico e ruptura final (BRANCO, 1986)

A Figura 3.5 representa um esboço das etapas do processo de crescimento de uma trinca em fadiga. Note que a tração (concentração de tensão) na ponta da trinca favorece o deslizamento dos planos de 45 graus com os planos da trinca (Figuras 3.5a, b e c). Como resposta à deformação plástica localizada, a ponta

da trinca se torna curva com aplicação de tensões de tração (Figura 3.5d). Na tensão de compressão  $\sigma_D$  (recuperação da tensão), por sua vez, a ponta é comprimida formando uma ponta aguda (Figura 3.5e). A cada novo ciclo, ocorre um aumento do comprimento relativo da trinca de  $\Delta a$ .

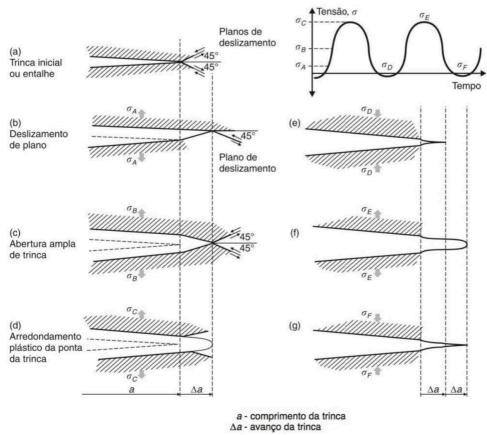


Figura 3-5. Processo de avanço da trinca por fadiga (GARCIA, 2000)

Nota-se ainda que a trinca em fadiga prossegue de maneira progressiva e cíclica, se modo que, a cada novo ciclo (etapa de abertura e fechamento), esse avanço deixa na superfície de fratura marcas microscópicas características (chamadas de estrias) que podem ser observadas no microscópio eletrônico (Figuras 3.6 e 3.7). Evidencia-se ainda na superfície, marcas visíveis a olho nu, que estão relacionadas ao carregamento indutor da falha. Essa característica macroscópica das trincas de fadiga pode aparecer nas formas de marcas de praia ("beach marks") ou marcas de rio (Figura 3.8).

Essas marcas de praia evidenciam-se curvadas em relação à origem da falha, apresentando, no geral, bandas mais claras (que representam uma propagação essencialmente plana) e bandas mais escuras (que representam uma propagação mais tortuosa, logo com marcas mais rugosas). Isso permite afirmar que bandas mais claras correspondem a níveis de tensão mais baixos, e vice-versa. Dentro de marcas de praia há dezenas, centenas ou milhares de estrias.

## Níveis de tensão cíclica

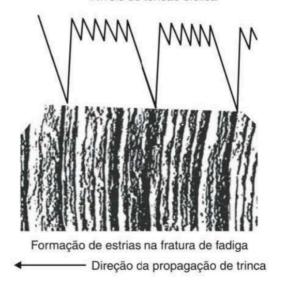


Figura 3-6. Esboço da formação e estrias na propagação de trincas em fadiga (GARCIA, 2000)

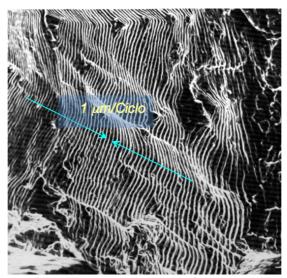


Figura 3-7. Marcas de estrias, com destaque para marca formada após um ciclo (FERREIRA, 2015)

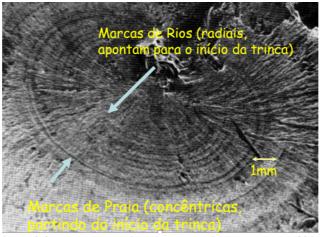


Figura 3-8. Marcas de praia e marcas de rio (FERREIRA, 2015)

A última etapa do processo de fadiga é a ruptura final ou falha catastrófica (Figuras 3.9 e 3.10), onde o valor da tenacidade à fratura, o valor crítico do comprimento da trinca  $a_c$  ou o fator de intensidade de tensão atingem um valor crítico. Nesse momento, a seção transversal remanescente não suporta a carga aplicada e a peça falha.

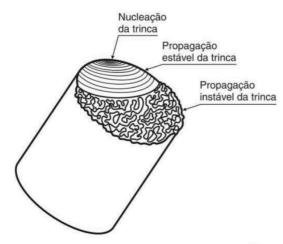


Figura 3-9. Esquema ilustrativo dos estágios de propagação da trinca

As características da ruptura podem ser diversas: dúcteis ou frágeis. Isso varia de acordo com o tipo de material e os níveis de tensão as quais a peça é submetida. Componentes operando sob tração de esforços cíclicos (tensões médias positivas) terão dinâmica de processo de falha por fadiga diferente daqueles operando sob tensões médias negativas, uma vez que aquele tende a favorecer o crescimento da trinca.

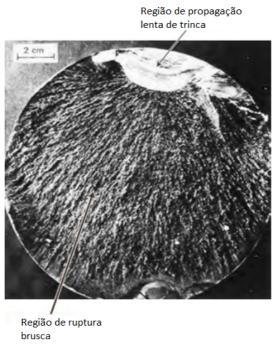


Figura 3-10. Superfície de falha por fadiga. Uma trinca formada na extremidade superior. A região lisa próxima ao topo corresponde à área sobre a qual a trinca se propagou lentamente. A fratura catastrófica ocorreu sobre a área que apresenta aparência áspera e rugosas (a maior área) (BOYER, 1978)

## 3.2 DEFINIÇÕES FUNDAMENTAIS E CLASSIFICAÇÃO

Primeiramente, a fadiga só ocorre se a tensão sofrida variar com o tempo, ou seja, há a necessidade de compreensão dos ciclos de carregamento (elementos que traduzem a variação da tensão aplicada ao componente no tempo).

Algumas aplicações práticas e diversas aplicações experimentais de fadiga envolvem carregamentos cíclicos que variam entre tensões máxima e mínima constantes, o que é chamado de amplitude de tensão constante. A diferença entre os valores máximo e mínimo é chamada de intervalo de tensão ( $\Delta \sigma = \sigma_{máx} - \sigma_{mín}$ ); e a média entre esses valores é chamada de tensão média ( $\sigma_{m}$ ).

A tensão média pode ser zero (caso conhecido como completamente reverso), mas geralmente não é o caso.

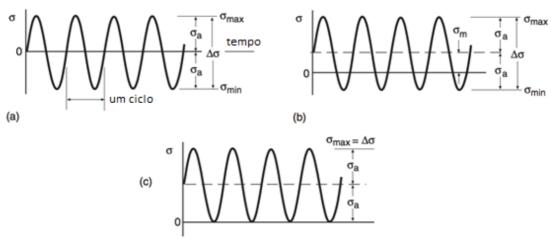


Figura 3-11. Ciclos de amplitude constante. Caso (a) ciclo de amplitude de tensão completamente reverso  $\sigma_m=0$ ; (b) tensão média diferente de zero; (c) ciclo com  $\sigma_{mín}=0$  (DOWLING, 2013)

É possível notar na Figura 3.11, que a forma de carregamento mais empregada na caracterização da curva de resistência à fadiga é a onda senoidal (Equação 3.1).

$$\sigma = \sigma_{\rm m} + \sigma_{\rm a} {\rm sen}(2\pi {\rm tf}) \tag{3.1}$$

O parâmetro f é a frequência de aplicação da carga e indica a relação entre o tempo e número de ciclos ( $f = \frac{N}{t}$ ) em ciclos por segundo, na qual N é o número de ciclos e t é o tempo correspondente ao número de ciclos.

Nota-se ainda a existência de um termo  $\sigma_a$ , que representa a amplitude de tensão (também chamada por alguns autores de tensão alternante ou tensão alternada). Pode ser calculada como metade do intervalo de tensão (Equação 3.2)

$$\sigma_{\rm a} = \frac{\Delta \sigma}{2} = \frac{\sigma_{\rm máx} - \sigma_{\rm mín}}{2} \tag{3.2}$$

$$\sigma_{\rm m} = \frac{\sigma_{\rm m\acute{a}x} + \sigma_{\rm m\acute{i}n}}{2} \tag{3.3}$$

Repare que como  $\sigma_{m\acute{a}x} > \sigma_{m\acute{i}n}$ , os sinais de  $\sigma_a$  e  $\Delta\sigma$  são sempre positivos. Já os valores de  $\sigma_{m\acute{a}x}$ ,  $\sigma_{m\acute{i}n}$  e  $\sigma_m$  podem ser tanto positivos como negativos.

Há ainda duas variáveis que são frequentemente utilizadas nos ensaios de fadiga: a razão de tensão (R) e a razão de amplitude (A), calculadas pelas Equações 3.4 e 3.5.

$$R = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{mín}}} \tag{3.4}$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \tag{3.5}$$

A partir dessas equações, podemos apresentar ainda algumas relações adicionais.

$$\sigma_{a} = \frac{\Delta \sigma}{2} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{2} (1 - R) \tag{3.6}$$

$$\sigma_{\rm m} = \frac{\sigma_{\rm m\acute{a}x}}{2} (1 + R) \tag{3.7}$$

$$R = \frac{1 - A}{1 + A} \tag{3.8}$$

$$A = \frac{1 - R}{1 + R} \tag{3.9}$$

Observe que o caso de ciclo de tensão completamente reversa ( $\sigma_m = 0$ , conforme apresentado na Figura 3.11a), também pode ser caracterizado por R = -1. Analogamente, o caso de ciclo de tensão com  $\sigma_{min} = 0$  apresenta R = 0.

Os ciclos de tensão em fadiga podem ser classificados em tipos, conforme apresentado na Figura 3.12. A Figura 3.12a mostra um ciclo alternado de aplicação de tensão de forma senoidal com tensão média nula. Note que, nesse tipo de ciclo, as tensões máxima e mínima equivalem em valor absoluto. Os valores positivos correspondem a tensões de tração, enquanto que valores negativos representam tensões de compressão.

A Figura 3.12b expõe um o ciclo de tensão repetido (tensão média  $\sigma_m$  não nula), no qual os módulos das tensões máxima e mínima não são iguais. Esse ciclo pode variar no eixo das ordenadas, podendo se situar totalmente no campo de tração ou da compressão. Na figura, a tensão média é positiva, indicando tração da peça na condição de repouso.

Na Figura 3.12c, a amplitude de tensão varia por blocos de sucessões bem definidas de ciclos de tensão. Nesse tipo de ciclo de carregamento, a caracterização dos blocos é feita pela amplitude de tensão alternada  $\sigma_a$ , pela tensão média  $\sigma_m$  e pelo número de ciclos em que este par ocorre.

O carregamento aleatório apresentado na Figura 3.12d pode ser observada em asas de avião, sobrecarregadas por corrente de vento, por exemplo. Ocorre em casos cuja variação do ciclo de tensão é irregular ou randômico.

Outros exemplos de função que definem a forma do ciclo de tensões podem ser observados nas Figuras 3.12e (linear ou triangular) e 3.12f (trapezoidal), lembrando ainda que existem inúmeras outras formas, como a parabólica e a exponencial, por exemplo.

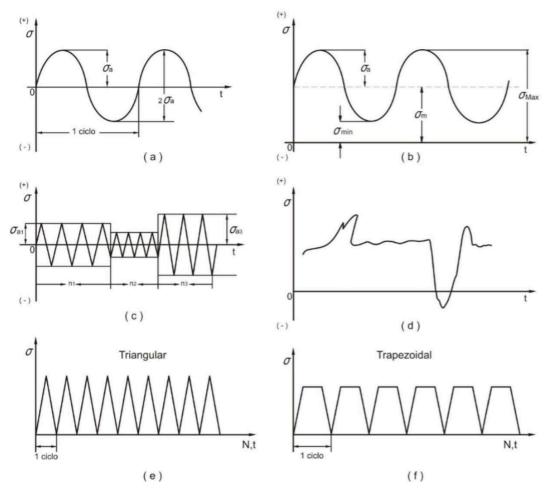


Figura 3-12. Tipos de ciclos de tensão de fadiga. a) Alternado; b) Repetido; c) Blocos; d) Irregular ou aleatório; e) ciclos com onda de tensão triangular e trapezoidal (BRANCO, 1986)

# 3.3 MÉTODOS DE PREVISÃO DE VIDA EM FADIGA

Normalmente, projetos de vida livre de fadiga exigem a consideração das cargas previstas em serviço e do material utilizado nas peças. Para prever a vida de um componente sob esforços cíclicos, existem três métodos principais: projetos para vida segura (métodos S-N e  $\varepsilon$ -N) e projeto para falha segura (Método da mecânica de Fratura Linear Elástica, MFLE).

O projeto para falha segura oferece recursos redundantes de distribuição do carregamento na estrutura para que, caso haja falha de um membro primário da estrutura, um membro secundário pode suportar todo o carregamento no caso de uma emergência, até que a falha da primeira estrutura seja detectada. Sendo assim, assume-se que o material contém ou irá desenvolver falhas ou defeitos (trincas) que afetarão a capacidade do componente de resistir às solicitações mecânicas, mas sem que isso comprometa a operacionalidade da estrutura, pelo menos temporariamente.

O projeto para vida segura se dá na seleção cuidadosa de um fator de segurança de projeto e no estabelecimento de intervalos de inspeção que assegurem que níveis de tensão, tamanhos potenciais de defeitos e níveis de resistência do material combinados proporcionarão uma taxa de crescimento de trinca tão baixo, que ela poderá ser detectada antes de atingir um tamanho crítico. Em outras palavras, assume-se que o material está livre de defeitos e dimensiona-se o componente para operar a níveis de tensão suficientemente baixos que evitem o crescimento de trincas. Portanto, dadas as condições de carregamento, procura-se estabelecer uma "vida segura" para a estrutura.

# 3.3.1 Método Tensão vs Vida (S-N)

Um material submetido a uma tensão cíclica suficientemente severa desenvolverá uma trinca de fadiga ou qualquer outro tipo de dano, o que levará à falha desse componente. Se repetirmos esse experimento, sob condições de tensão mais elevadas, o número de ciclos necessários para que ocorra a falha diminui. Esses resultados podem ser plotados gerando curvas de tensão x vida, também chamadas de curvas S-N, nas quais normalmente utiliza-se a amplitude de tensão  $\sigma_a$  ou tensão nominal  $S_a$  versus o número de ciclos ate a fadiga  $N_f$  (Figura 3.13).

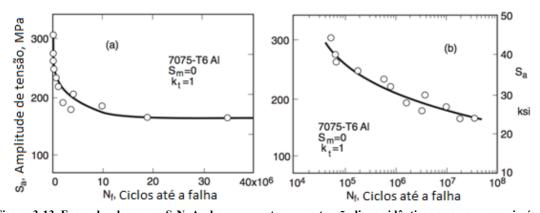


Figura 3-13. Exemplos de curvas S-N. Ambas apresentam uma tensão linear idêntica, mas uma possui número de ciclos plotada em escala linear (a) e a outra em escala logarítmica (b). (DOWLING, 2013)

É importante ressaltar ainda que descontinuidades geométricas que são inevitáveis no design, como furos, filetes, ranhuras e chavetas causam elevação da tensão localizada e são chamados de concentradores de tensão, genericamente chamados por Dowling *et al*, 2013, de entalhes por motivos de brevidade. Apesar de projetar cuidadosamente equipamentos para mitigar a severidade dos entalhes,

a possibilidade de surgimento de trincas originadas por fadiga pode existir. Aqui, analisaremos o caso ideal de uma peça sem entalhes.

Dessa forma, a abordagem baseada em tensão utiliza tensões nominais na região do componente em análise, que pode ser determinada considerando as tensões médias com os devidos ajustes para os concentradores de tensão.

Após a geração dos gráficos, nota-se que, caso os dados S-N possam ser aproximados a uma linha reta num plote logarítmico-linear, a seguinte equação pode ser utilizada para obter uma representação matemática da curva (Equação 3.10).

$$\sigma_a = C + D \log N_f \tag{3.10}$$

Sendo que *C* e *D* representam constantes. Para dados aproximando uma linha reta num gráfico loglog, a Equação 3.11 pode ser usada.

$$\sigma_a = A N_f^{\ B} \tag{3.11}$$

Essa equação também pode ser representada da seguinte forma.

$$\sigma_a = \sigma_f'(2N_f)^b \tag{3.12}$$

As constantes da Equações 3.11 e 3.12 se relacionam da seguinte forma:  $A = 2^b \sigma_f'$  e B = b.

As excitações são caracterizadas por baixas cargas e altos números de ciclos, o que é conhecido por *Fadiga de Alto Ciclo* ou *Fadiga Controlada por Tensão*.

É importante tomar nota que, sob baixos ciclos de vida, as altas tensões envolvidas podem ser acompanhadas por deformação plástica, tornando esse método inadequado para esses casos. Assim como, geralmente, a constante  $\sigma_f$  mostra-se aproximadamente igual à tensão de falha real  $\tilde{\sigma}_f$  do teste de tensão, que para materiais dúcteis aparece como sendo maior que a última tensão de engenharia  $\sigma_u$ .

Mais informações sobre o Método S-N serão vistas na Seção 3.5.

# 3.3.2 Método Deformação vs Vida ( $\varepsilon$ -N)

A abordagem baseada em deformação considera a deformação plástica que pode ocorrer em regiões localizadas onde a trinca se inicia, como bordas de vigas ou em concentradores de tensão. Tensão e deformação nessas regiões são analisados e usados como base para estimação da vida em fadiga.

Esse método difere muito do método tensão x vida, uma vez que este enfatiza tensão nominal (média), enquanto que aquele enfatiza a tensão e deformação locais, empregando fatores de concentração de tensão elásticos e modificações empíricas (Figura 3.14). A utilização da curva tensão-deformação cíclica é ferramenta exclusiva do método deformação versus vida, por exemplo.

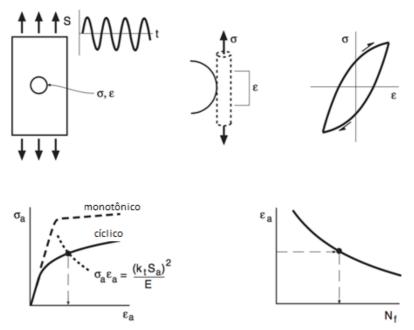


Figura 3-14. Abordagem baseada em deformação na fadiga, na qual deformação e tensão locais são estimadas pelo local onde a formação de trinca é mais provável. (DOWLING, 2013)

Esse método também permite o manuseio de efeitos mais acurados e racionais da tensão média, pois coloca a tensão média local no entalhe em vez da tensão média nominal.

De qualquer forma, uma similaridade entre as abordagens baseadas em tensão e as baseadas em deformação é que nenhuma delas inclui uma análise específica do crescimento da trinca, como na abordagem de mecânica da fratura (LEFM)

# 3.3.3 Método da Mecânica da Fratura Linear Elástica (LEFM)

Se um carregamento aplicado sobre uma peça contendo uma trinca for muito elevado, a trinca pode repentinamente crescer e causar a falha do componente por fratura de maneira frágil, ou seja, com baixa deformação plástica. Pela teoria da mecânica da fratura, pode-se definir um fator de intensidade de tensão, K, que é a medição da severidade da situação da trinca quando afetada pelo tamanho da trinca, tensão e geometria. Após a definição de K, assume-se que o material se comporta de maneira elástica linear de acordo com a Lei de Hooke, dessa forma, a abordagem recebe o nome em inglês de *Linar-Elastic Fracture Mechanics* (LEFM).

Resumidamente, esse método assume que uma trinca já existe e foi detectada, e prevê seu crescimento em relação à intensidade de tensão. Uma boa aplicação para essa abordagem é em grandes estruturas juntamente com códigos computacionais e inspeções periódicas. A Mecânica da fratura será explicada em maiores detalhes no capítulo 4.

# 3.4 MÉTODOS S-N (CURVA DE WÖHLER)

O método S-N é muito utilizado em estudos como o do presente trabalho por apresentar as seguintes vantagens: Rica literatura de informações técnicas; Trabalho no regime linear, admitindo o uso do princípio da superposição; Facilidades computacionais; Capacidade de prevenção de falhas, antes de sua ocorrência.

A curva S-N primeiro surgiu com o trabalho de August Wöhler, em torno das décadas de 1850 a 1860. Em seu trabalho, o engenheiro estabeleceu um gráfico para avaliar resultados de testes de fadiga em eixos de trens sujeitos a flexão rotativa, estudando de forma sistemática o comportamento de falha.

Dentre suas contribuições, podemos destacar: ajuda da melhoria dos procedimentos de testes de eixos (aumentando a vida útil do eixo), desenvolvimento do teste de fadiga rotativa de flexão, introdução do conceito de limite de fadiga, início do desenvolvimento de estratégias de projeto contra fadiga e identificação dos efeitos das tensões alternadas e médias e da presença de descontinuidades sobre o processo de falha.

#### 3.4.1 Fatores Modificadores da curva S-N

Normalmente, espécimes usados em laboratório para determinar limites de resistência são preparados com cuidado e ensaiado sob condições controladas atentamente. No entanto, membros mecânicos ou estruturais não se igualam aos valores obtidos em laboratório, sendo elas: material (composição, base de falha, variabilidade), manufatura (método, tratamento térmico, corrosão por microabrasão, condição de superfície, concentração de tensão), ambiente (corrosão, temperatura, estado de tensão, tempo de relaxação) e projeto (tamanho, forma, vida, estado de tensão concentração de tensão, velocidade, microabrasão, escoriação).

Para isso, Marin identificou fatores corretivos que quantificam os efeitos da condição de superfície, tamanho, carregamento, temperatura, entre outros. A equação 3.13 descreve a solução de Marin.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_e' \tag{3.13}$$

Em que,

- ·  $k_a$  = fator de modificação de condição de superfície
- ·  $k_b$  = fator de modificação de tamanho
- ·  $k_c$  = fator de modificação de carga
- ·  $k_d$ = fator de modificação de temperatura
- ·  $k_e$ = fator de confiabilidade
- ·  $k_f$ = fator de modificação por efeitos variados

- ·  $S_e'$  = limite de resistência de espécime de teste do tipo viga rotativa
- ·  $S_e$ = limite de resistência no local crítico de uma peça de máquina na geometria e na condição de uso

Para a correção desses fatores, existem gráficos e tabelas padrão que podem ser utilizadas como referência.

#### 3.4.2 Influência da tensão média

Um dos fatores de mais importante influência na curva S-N é o efeito da tensão média. Para uma dada amplitude de tensão, as tensões médias de tração fornece menores vidas em fadiga que tensões médias iguais a zero, e tensões média de compressão fornecem vidas maiores. Alguns resultados experimentais podem ser observados na Figura 3.15, na qual é possível notar o efeito de tensões médias menores ou maiores na curva S-N, de modo que, para uma dada vida, a amplitude que pode ser permitida é inferior se a tensão média for de tensão e superior se a tensão média for de compressão. Concentradores de tensão reduzem também a estimativa de vida da peça, tendo efeitos relativamente mais severos e materiais de alta resistência e baixa ductilidade.

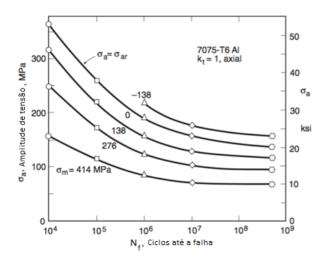


Figura 3-15. Curvas S-N para carregamento axial a variadas tensões média para espécimes sem entalhes de uma liga de alumínio. As curvas conectam tensões médias variando para diferentes materiais (HOWELL 55, apresentado em DOWLING, 2013).

Curvas S–N que incluem dados para variadas tensões médias são comumente utilizadas para metais de aplicação na engenharia e, às vezes, para outros metais. Como apresentado na figura acima, um dos procedimentos utilizados para desenvolver dados sobre a tensão média é selecionar diferentes valores de tensão média e fazer testes a diferentes amplitudes para cada um deles. Os resultados podem ser plotados como uma família de curvas S-N, cada uma para uma tensão média diferente.

Uma maneira alternativa de apresentar a mesma informação é em um *diagrama de vida constante* (Figura 3.16), que é feito pegando pontos de uma curva S-N a variados valores de vida em ciclos e então

plotar combinações de amplitudes de tensão e tensão média que produz cada uma dessas vidas. Esse diagrama mostra claramente que, para manter a mesma vida, o aumento da tensão média na direção de tração deve ser acompanhado por um decréscimo da amplitude de tensão.

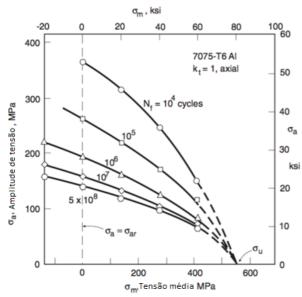


Figura 3-16. Diagrama de vida constante para alumínio 7075-T6, tirada da curva S-N da Figura anterior. (DOWLING, 2013)

Chamando a amplitude de tensão de  $\sigma_{ar}$  para o caso particular de tensão média igual a zero. No diagrama de vida constante,  $\sigma_{ar}$  é logo o intercepto em  $\sigma_m = 0$  da curva para qualquer vida particular. Esse gráfico pode então ser normalizado de forma útil plotando valores da razão  $\sigma_a/\sigma_{ar}$  versus a tensão média  $\sigma_m$ . O resultado da normalização da figura acima pode ser observado na Figura 3.16. Esse diagrama de amplitude de tensão normalizada a  $\sigma_m = 0$ , onde  $\sigma_a/\sigma_{ar} = 1$ , tende a consolidar os dados a diferentes tensões médias e vidas em uma mesma curva.

Tem-se então a oportunidade de ajustar uma única curva que fornece uma equação representando os dados. Para valores de amplitude de tensão tendendo a zero, a tensão média deve abordar a tensão última de resistência do material, de modo que a linha ou curva representando esses dados deva também pelo ponto  $(\sigma_m, \sigma_a/\sigma_{ar}) = (\sigma_u, 0)$ .

Frequentemente, utiliza-se uma linha reta, como apresentado na figura, o que pode ser justificado pela observação de que, para tensões médias de tração, a maioria dos dados para materiais dúcteis tende a cair próximo ou acima dessa linha. Logo, a linha reta é geralmente conservativa (o erro causa segurança extra nas estimativas de vida). A equação dessa linha pode ser dada pela Equação 3.14, chama de *Equação de Goodman Modificada*.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \tag{3.14}$$

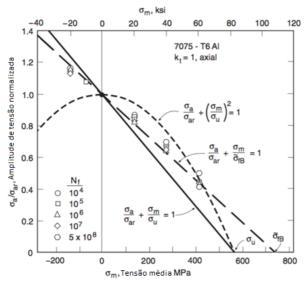


Figura 3-17. Diagrama de amplitude de tensão normalizada para alumínio 7075-T6. (DOWLING, 2013)

Além da equação apresentada acima, vários outros estudiosos tentaram procurar teorias que traduzissem matematicamente os resultados experimentais que investigam o efeito da tensão média na vida em fadiga. Pode-se dizer que nomes de destaque seriam Gerber e Soderberg. Abaixo, as expressões desenvolvidas para descrever o fenômeno:

Equação de Goodman (Inglaterra, 1899), mais utilizada para materiais quebradiços:

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)} \tag{3.15}$$

Equação de Gerber (Alemanha, 1874), mais utilizada para materiais dúcteis:

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2} \tag{3.16}$$

Equação de Soderberg (Estados Unidos, 1930), para projetos mais conservadores:

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_v}\right)} \tag{3.17}$$

Equação de Morrow (Estados Unidos, anos 1960), para aços dúcteis onde  $\sigma_f' > \sigma_u$ . Este modelo é menos sensível à tensão média.

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f'}\right)} \tag{3.18}$$

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\tilde{\sigma}_{fR}}\right)} \tag{3.19}$$

Equação de Smith-Thomson-Watson, STW, (Estados Unidos, anos 1960), aplicável a todos os materiais, pois não possui variáveis relativas ao material.

$$\sigma_{ar} = \sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}\sigma_a} \tag{3.20}$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a \left(\frac{2}{1-R}\right)^2 \tag{3.21}$$

Sendo:

·  $\sigma_m$ : tensão normal média

·  $\sigma_{ar}$ : limite de fadiga para  $\sigma_m = 0$ 

·  $\sigma_a$ : limite de fadiga em presença de  $\sigma_m \neq 0$ 

·  $\sigma_{v}$ : tensão limite de escoamento do material

·  $\sigma_u$ : limite de resistência

 $\sigma_f'$ : coeficiente de resistência à fadiga

·  $ilde{\sigma}_{fB}$ : tensão verdadeira de resistência à fadiga

Esses pesquisadores indicaram curvas padrão que permitem correções dos efeitos do valor da tensão média não nula sobre a vida em fadiga, utilizando dados obtidos em uma tensão padrão. Essas curvas são muito úteis, uma vez que permitem extrapolar o comportamento do material a partir das curvas com tensão média nula. A Figura 3.18 apresenta uma comparação gráfica entre os métodos escritos acima.

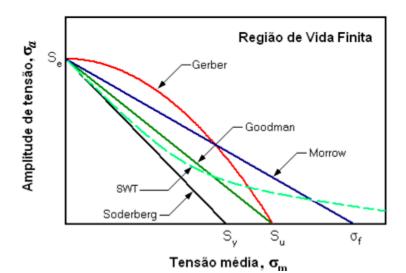


Figura 3-18. Diagrama de fadiga comparando alguns critérios de falha. (FADEL, 2010)

A vantagem desse tipo de diagrama é que ele permite estabelecer zona de projeto seguro, de modo que pontos representativos do ciclo de tensões que estão localizados no interior das áreas formadas pelas linhas não romperão por fadiga. Em contrapartida, caso esses pontos fiquem fora dos limites estabelecidos pelas curvas, haverá ruptura por fadiga (região de vida finita, à direita das linhas).

Branco et al. (1986) afirma que a Equação 3.22 pode ser aplicada para análise comparativa entre os modelos de Gerber, Goodman e Soderberg.

$$S_a = \sigma_a = \sigma_{aeq} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{rt}} \right)^x \right]$$
 (3.22)

Sendo,

- ·  $\sigma_{aeq}$ : tensão limite de fadiga no ciclo alternado com  $\sigma_m=0$  para cada critério
- ·  $\sigma_{rt}$ : tensão equivalente, a ser ajustada de acordo com o método de avaliação de tensão média, quando  $\sigma_m \neq 0$ . É igual a  $\sigma_u$  ou  $\sigma_y$  dependendo do método
- x = 1: para a reta Goodman
- · x = 2: para a curva de Gerber

Nessa equação, para a reta de Soderberg,  $\sigma_u$  é substituída pela tensão de escoamento,  $\sigma_y$ . Entretanto, é importante ressaltar que, para casos em que a tensão média é pequena em relação à tensão alternada  $(R \ll 1)$ , há certa divergência entre os critérios.

O método de Soderberg é muito conservativo e fornece margem de segurança mais alta quando usado para dimensionamento (tensão limite de fadiga mais baixa). Dessa forma, ele apresenta-se como o mais utilizado justamente por definir até a tensão de escoamento, o que traduz melhor o comportamento real do material e garante a não ocorrência de falhas por fadiga ou escoamento do material.

As curvas de Morrow e Goodman, por sua vez, são praticamente equivalentes para metais duros, em que o limite de ruptura se aproxima da tensão verdadeira de fratura, com o detalhe de que, para aços dúcteis ( $\sigma_f > S_u$ ), o modelos de Morrow é menos sensível à tensão média. De modo geral, considerase que materiais dúcteis são melhor representados pela curva parabólica de Gerber. Porém, por causa da dispersão de resultados e da facilidade de utilização, prefere-se utilizar a relação linear no dimensionamento.

Normalmente, materiais com baixa ductilidade como aços de alta resistência tendem a se ajustar bem à curva de Goodman, já os materiais frágeis como ferro fundido tentem a apresentar dados experimentais abaixo dessa linha. Para esses materiais, algumas equações especiais são usadas. Na primeira edição da Sociedade Automotiva de Engenheiros, J.Morrow sugeriu modificações na equação de Goodman: substituição do limite de resistência  $\sigma_u$  pelo coeficiente de resistência à fadiga do material  $\sigma_f'$ . O coeficiente de resistência à fadiga é aproximadamente igual à tensão verdadeira de resistência à fadiga  $\tilde{\sigma}_{fB}$ , sendo ambos valores maiores que o limite de resistência  $\sigma_u$  para materiais dúcteis. Dessa

forma, a substituição de  $\sigma_u$  e  $\sigma_f'$  na equação de Goodman é apresentada nas equações de Morrow. A equação com  $\sigma_f'$  apresenta resultados razoáveis para aços e para ligas de alumínio, enquanto que a equação com  $\tilde{\sigma}_{fB}$  apresenta bons resultados.

A equação de SWT, por sua vez, apresenta resultados razoáveis para a maioria dos metais e apresenta ótimos resultados para ligas de alumínio. Note que o critério de Smith-Thomson-Watson apresenta as variáveis  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  e  $\sigma_{ar}$  da mesma forma que as demais relações, mas sem apresentar constante de material diferente dos outros. Isso prova que a escolha de uma equação de vida constante depende de como essa se ajusta aos materiais em interesse de estudo e a dados de materiais similares.

#### 3.4.3 Estimativa de vida com a tensão média

Se usarmos a formulação de Morrow (Equação 3.18), representando o comportamento da amplitude média, para a tensão  $\sigma_{ar}$  completamente reversível, espera-se que a substituição dos valores de amplitude de tensão  $\sigma_a$  e de tensão média  $\sigma_m$  forneçam a mesma vida que uma tensão média igual a zero forneceria.

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f'}\right)} \tag{3.23}$$

Dessa forma,  $\sigma_{ar}$  pode ser visto como uma amplitude de tensão completamente reversível equivalente, ou seja, a substituição de  $\sigma_{ar}$  em uma curva tensão-vida para tensão média igual a zero fornece a estimativa de vida para a combinação  $(\sigma_a, \sigma_m)$ .

Por exemplo, supondo de a curva S-N para carregamento completamente reversível seja conhecida e apresenta a forma  $\sigma_a = \sigma_f'(2N_f)^b$ . Uma vez que os testes a  $\sigma_m = 0$  fornecem as constante  $\sigma_f'$  e b, a amplitude de tensão  $\sigma_a$  corresponde a  $\sigma_{ar}$ , que pode ser representado por  $\sigma_{ar} = \sigma_f'(2N_f)^b$ .

Combinando essa formulação com a equação de Morrow, temos que a Equação 3.24 pode ser aplicada para casos de tensão média diferente de zero:

$$\sigma_{ar} = (\sigma_f' - \sigma_m)(2N_f)^b \tag{3.24}$$

Combinando essa equação com as relações de SWT, temos:

$$\sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}\sigma_{a}} = \sigma'_{f}(2N_{f})^{b} \qquad (a)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x}\sqrt{\frac{1-R}{2}} = \sigma'_{f}(2N_{f})^{b} \qquad (5m\acute{a}x)^{b} \qquad (5m\acute{a}x)^{$$

$$N_f = \infty$$
  $\sigma_{m\acute{a}x} \leq$  (c)

Note que as equações (a) e (b) devem ser usadas conforme for mais conveniente, enquanto que (c) é necessária, uma vez que  $\sigma_{ar} = 0$  se  $\sigma_{m\acute{a}x} = 0$  e  $\sigma_{ar}$  é indefinido se  $\sigma_{m\acute{a}x} < 0$ . Logo, a equação de SWT prevê que a falha por fadiga só é possível se a tensão cíclica entrar em estado de tensão.

# 3.5 PREVISÃO DA VIDA EM FADIGA USANDO CURVAS S-N

O estabelecimento da previsão da vida restante de certo componente em fadiga se faz possível pela estimativa do dano sofrido em operação. Para isso, existem duas abordagens relativas ao tipo de carregamento sofrido pelo componente.

Carregamento de amplitude constante

Nesse caso, assume-se que o ciclo de tensão média apresenta amplitude constante. Esse método permite o cálculo rápido do número de ciclos até a falha e representa a condição de carregamento apresentada nesse trabalho.

Carregamento de amplitude variável

Esse caso aproxima-se mais do real, uma vez que os componentes historicamente apresentam mais cargas variáveis em termos de amplitude. Dessa forma, uma metodologia mais genérica e realista considera a aplicação de cargas nas quais as tensões, embora repetidas ao longo do tempo, possuem amplitude variável, permitindo a divisão de carga em blocos. Os dados desses blocos permitem a utilização de duas metodologias: a Regra de Miner e a Contagem de Rainflow.

Na Regra de Miner, o resultado é o "Fator de dano" D, expresso como fração da falha, ou seja, o valor máximo de D é 1. Então, se um componente apresenta fator de dano D=0,67, por exemplo, esse componente já teve 67% de sua vida consumida. Nessa teoria, assume-se ainda que o dano causado por um ciclo de tensão é independente de onde ele ocorre no histórico de carga, e a razão de acumulação de danos é independente do nível de tensão.

No critério de Rainflow, por sua vez, ocorre a extração de ciclos de fadiga de um sinal de deformação variando aleatoriamente e de um sinal de carregamento com amplitude variável.

#### 3.6 INFLUÊNCIA DO ENTALHE NA VIDA EM FADIGA

#### 3.6.1 Concentradores de tensão

Conforme descrito anteriormente, em máquinas reais, os componentes nem sempre têm seções transversais uniformes, apresentando furos, chavetas, estrias e trincas, por exemplo. Essas

descontinuidades geométricas alteram a distribuição de tensões, causando aumentos localizados na intensidade do campo de tensões.

O fator  $K_t$ , apresentado na Eq (3.26), representa o fator de concentração de tensão, dado pela razão entre a tensão máxima observada e a tensão nominal. Esse fator pode ser obtido experimentalmente por fotoelasticidade e extensometria, por métodos numéricos de modelagem por elementos finitos, ou por métodos analíticos pela teoria da elasticidade.

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \tag{3.26}$$

# 3.6.2 Fatores de Redução de Resistência à Fadiga

A presença de entalhes sempre influencia, em menor ou maior escala, a vida à fadiga de um determinado componente, dependendo das propriedades do material. O fator que define essa sensibilidade ao entalhe é representado pela sigla q. Segundo Norton, 2004, o aumento da ductilidade de um material tende a reduzir a sensibilidade ao entalhe e vice-versa. Da mesma forma, a geometria do entalhe pode influenciar por meio do raio de arredondamento.

O fator de sensibilidade q foi introduzido por Gough, 1926, para caracterizar a redução da resistência mecânica de entalhes sob carregamentos cíclicos. Em 1996, Schütz definiu o fator de redução de resistência a fadiga  $K_f$  como a razão entre o limite de fadiga para um espécime não entalhado e o limite de fadiga de um espécime entalhado. A relação entre o fator de redução de resistência a fadiga,  $K_f$ , com o fator de sensibilidade ao entalhe, q, e o fator de concentrador de tensões,  $K_t$  é dado pela equação 3.28.

$$K_f = \frac{\sigma_e}{\sigma_{entalhe}} \tag{3.27}$$

$$K_f = 1 + q(K_t + 1) (3.28)$$

Inúmeros outros modelos foram propostos em seguida para modelar a influência de entalhes no comportamento em fadiga. Dentre eles, podemos destacar Kuhn e Hardrath, 1952, cujo trabalho se baseou nas tensões médias a frente da raiz do entalhe

$$K_f = 1 + \frac{(K_t + 1)}{1 + \frac{\pi}{\pi - w} \sqrt{\frac{A}{r_{ent}}}}$$
(3.29)

Sendo,

·  $r_{ent}$ : raio na raiz do entalhe

· w: abertura do ângulo

• A: constante material em função da resistência a tração do material.

Outro notável trabalho foi desenvolvido por Neuber, 1958, o qual considerou que a falha por fadiga ocorre quando a média das tensões ao longo de uma distância a frente do entalhe se equivalem ao limite de fadiga. A Equação 3.30 a seguir, foi formulada por ele em 1961.

$$K_f = 1 + \frac{(K_t - 1)}{1 + \sqrt{\frac{a_N}{r_{ent}}}}$$
(3.30)

Onde  $a_N = f(\sigma_{rt})$  é uma constante empírica quantificada em função da resistência à tração  $\sigma_{rt}$  e do raio da raiz do entalhe,  $r_{ent}$ . Para aços com  $\sigma_{rt} > 550$  MPa, Neuber define que  $a_N$  pode ser estimado pela Eq. 3.31.

$$a_N = 10^{\frac{134 - \sigma_{rt}}{586}} \tag{3.31}$$

Em outro estudo, o pesquisador Peterson, 1959, formulou relações físicas e matemáticas baseado na ideia de que a falha por fadiga ocorre quando a tensão em um ponto específico a frente da raiz do entalhe corresponde ao limite de resistência à fadiga do material. Da mesma forma, sugeriu que a distribuição de tensões a frente do concentrador de tensões decai linearmente.

$$K_f = 1 + \frac{(K_t - 1)}{1 + \frac{a_N}{r_{ent}}}, \sigma_{rt} < 1520 MPa$$
 (3.32)

$$a_{P} = \begin{cases} 0,185 \left(\frac{700}{\sigma_{rt}}\right), \sigma_{rt} < 700 \, MPa \\ 0,254 \left(\frac{2079}{\sigma_{rt}}\right)^{1,8}, \sigma_{rt} > 700 \, MPa \end{cases}$$

$$(3.33)$$

Sendo,

· a<sub>P</sub>: constante material da função da resistência à tração estimada

Baseado em uma diferente formulação, Heywood, 1962, observou que espécimes entalhados normalmente apresentam limites de resistência a fadiga maiores que os previstos na literatura. Isso permitiu concluir que a teoria elástica rege o aumento do limite de resistência a fadiga de corpos entalhados, devido ao fato de a região de concentração de tensão ser muito localizada em extensão.

A proposta de Heywood foi então que a resistência fosse representada pela Equação 3.34.

$$H = \frac{S_{notched} - S_{elástico}}{S_{elástico}} = \frac{\frac{S_e}{K_f} - \frac{S_e}{K_t}}{\frac{S_e}{K_t}} = \frac{K_t}{K_f} - 1$$
 (3.34)

Sendo,

S<sub>notched</sub>: limite de resistência a fadiga de espécimes entalhados

- · S<sub>elástico</sub>: valor previsto para o limite de resistência
- · K<sub>t</sub>: fator teórico de resistência a fadiga
- S<sub>e</sub>: limite de resistência a fadiga do material.

Segundo Heywood, o efeito do concentrador sobre a resistência a fadiga pode ser representado em função de  $\sqrt{n\cdot r}$ , sendo que o tipo de entalhe é definido por n e o raio da raiz do entalhe é definido por r, conforme descrito na equação a seguir.

$$H = \frac{K_t}{K_f} - 1 = \frac{M}{\sqrt{n \cdot r}} \tag{3.35}$$

Nessa equação, M é uma constante associada ao tipo de material.

Matematicamente, podemos observar que o aumento de *M* implica no aumento relativo da resistência à fadiga e logo na diminuição da sensibilidade ao entalhe. As Tabelas 3.1 e 3.2 correlacionam alguns valores de *M* e *n* para alguns materiais e concentradores de tensão.

Tabela 3-1. Valores Típicos para o Parâmetros de Entalhe, n

Componente	Eixo		
	Pescoço	Ombro	Furo transversal
Forma do entalhe	200		St.
Valor de n	1,00	0,35	0,26

Tabela 3-2. Valores Típicos para o Parâmetros de Material, M

Classe do Material	Valor de M	
Ligas de Alumínio	0,090	
Ligas de Cobre	0,070	
Aços Carbonos Planos	0,065	
Ligas de Magnésio	0,044	
Aços Tratados Termicamente	0,030	

A Equação 3.36 é uma representação alternativa da relação de Heywood.

$$K_f = 1 + \frac{K_t}{1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{c_H}{\rho}}} \tag{3.36}$$

O fator onde  $c_H$  é uma função da geometria dos corpos de prova e do limite de resistência a tração  $S_{rt}$  do material. Para uma placa com furo central, utiliza-se a Equação 3.37.

$$\sqrt{c_H} = \frac{174}{\overline{S_{rt}}} \tag{3.37}$$

Para eixos com redução de seção na forma de ombro, utiliza-se a Equação 3.38.

$$\sqrt{c_H} = \frac{139}{\overline{S_{rt}}} \tag{3.38}$$

Para eixos com redução de seção na forma de pescoço, utiliza-se a Equação 3.39.

$$\sqrt{c_H} = \frac{104}{\overline{S_{rt}}} \tag{3.39}$$

Finalmente, vale citar ainda o trabalho de Chapetti, 1998, cujo foco principal é encontrar uma relação para o efeito do tamanho do entalhe. Seu trabalho se baseia em evidências experimentais de que o limiar da tensão necessária para a nuclear e propagar microestruturalmente trincas curtas é equivalente ao limite de fadiga. Em suas análises, ele definiu a seguinte formulação matemática.

$$K_f = \frac{K_t}{1 + 4.5 \cdot \sqrt{\frac{L_0}{\rho}}} \tag{3.40}$$

Na equação 3.40,  $L_0$  pode ser obtido na condição limite de fadiga de espécimes não entalhados  $S_e$ , sendo definido pela não propagação de trincas intrínsecas, com dimensões iguais ou inferiores a  $L_0$ . A mecânica da fratura propõe uma equação para estimar esse valor.

$$L_0 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{Q \cdot \Delta S_e} \right) \tag{3.41}$$

Sendo,

- ·  $\Delta K_{th}$ : amplitude do fator de intensidade de tensões;
- · Q: parâmetro geométrico;
- ·  $\Delta S_e$ : amplitude do limite de resistência à fadiga do material

O valor de  $K_f$  foi discutido por dois autores: (a) Siebel e Stieler, 1955; e (b) Wang e Zhao, 1992, que propuseram as Equações 3.42 e 3.43, respectivamente.

$$K_f = \frac{K_t}{\sqrt{1 + c_s \cdot \chi}} \tag{3.42}$$

$$K_f = \frac{K_t}{0.88 + A \cdot \chi^b} \tag{3.43}$$

Sendo,

·  $c_s$ , A e b: parâmetros de material;

 $\chi$ : o gradiente de tensão relativo da tensão atuante na raiz do entalhe, na direção do carregamento. É dado por:  $\chi = \frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \frac{\partial \sigma(r=0)}{\partial r}$ .

# 3.7 TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS

O interesse de prever falhas por fadiga em componentes metálicos na presença de concentradores de tensões, foram paralelamente desenvolvidas por Neuber (Alemanha) e Peterson (Estados Unidos) durante as décadas de 1930 a 1950.

A proposta de Neuber é hoje conhecida como Método da Linha (ML). Nele, define-se uma linha com origem na raiz do entalhe e com comprimento igual à distância crítica, ao longo da qual é feita uma avaliação da média das tensões elásticas. A abordagem de Peterson (Método do Ponto - MP), por sua vez, analisa as tensões num ponto localizado a uma distância crítica da raiz do entalhe.

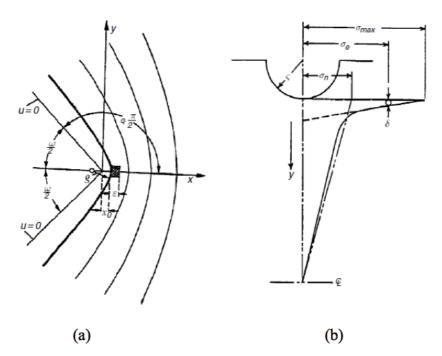


Figura 3-19. Ilustração das distâncias críticas: (a) ML – expresso por  $\epsilon$  (b) MP – expresso por  $\delta$ .

Em 1965, McClintock e Irwin realizaram estudos utilizando o espaçamento atômico como distância crítica na previsão de fraturas frágeis, empregando MP e ML. McClintock propôs também o emprego da média das deformações em vez da média de tensões, para definir o critério de falha em condições de severa plasticidade.

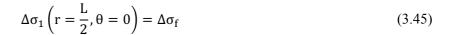
A partir desse período, inúmeros estudos subseguiram as teorias desenvolvidas, de modo que a Teoria das Distâncias Críticas se tornou um conjunto de métodos que analisam as tensões linear-elásticas. Destacamos os seguintes modelos: Método do Ponto (MP), Método da Linha (ML), Método da Área (MA) e Método do Volume (MV).

#### 3.7.1 Método do Ponto

Nesse método, a falha é observada quando a tensão em dada distância crítica for igual ou superior ao limite de resistência a fadiga do material analisado,  $\Delta \sigma_0$ .

$$\Delta \sigma_1(r = l_{MP}, \theta = 0) = \Delta \sigma_0 \tag{3.44}$$

Tanaka (1983), Whitney e Nuismer (1974) e Taylor (1999) desenvolveram trabalhos mostrando fortes indícios teóricos que  $r_c = \frac{L}{2}$  onde  $\Delta \sigma_1$  é a faixa da máxima tensão principal.



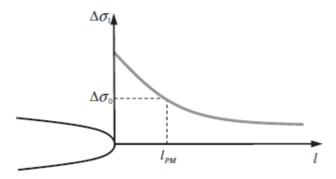


Figura 3-20. Método do Ponto (MP)

# 3.7.2 3.6.1 Método da Linha

No Método da Linha (ML), define-se uma linha com comprimento igual à  $l_{ML}$  e origem na raiz do entalhe. Então, considera-se que a falha irá ocorrer quando a média das tensões atuantes ao longo dessa linha for igual ou superior ao limite de resistência a fadiga do material. Fundamentos teóricos indicam que  $l_{ML}$  também se relaciona com o comprimento característico do material, 2L.

$$\frac{1}{l_{ML}} \int_0^{l_{ML}} \Delta \sigma_1(l, \theta = 0) dl = \Delta \sigma_0$$
 (3.46)

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \Delta \sigma_1(l, \theta = 0) dl = \Delta \sigma_0 \tag{3.47}$$

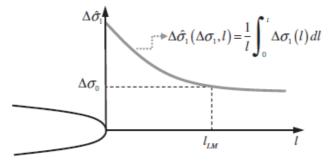


Figura 3-21. Método da Linha (ML)

# 3.7.3 Método da Área e do Volume

O Método da Área (MA) define uma área semicircular nas proximidades do concentrador de tensão e, então, considera a média das máximas tensões principais sobre essa área. Já o Método do Volume (MV), segundo Taylor, 2007, realiza a mesma análise sobre um volume de semiesférico. As equações para esses dois métodos são explicitadas respectivamente.

$$\frac{4}{\pi d_{MA}^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{d_{MA}} \Delta \sigma_1(r,\theta) dr d\theta = \Delta \sigma_0$$
(3.48)

$$\frac{1}{V} \int_0^{l_{MV}} \Delta \sigma_1(r, \theta) dV = \Delta \sigma_0 \tag{3.49}$$

Por meio de integrações, o raio da semicircunferência é igual a 1,32L para o MA enquanto que o raio da semi-esfera é igual a 1,54L para o MV.

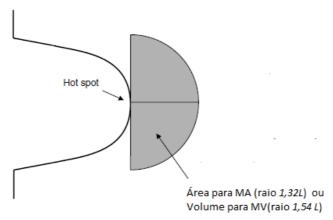


Figura 3-22. Métodos da Área e do Volume

# 4 REVISÃO TEÓRICA – MECÂNICA DA FRATURA

Este capítulo visa a apresentação de conceitos pertinentes relacionados à mecânica da fratura, como os modos de abertura de trincas, fator de intensidade de tensão e tenacidade à fratura.

A Mecânica da Fratura (MF) consegue antecipar o comportamento e a vida em fadiga de componentes na presença de defeitos, determinando se uma trinca causará falha catastrófica para tensões normais de serviço e prevendo o grau de segurança do componente entalhado.

Na primeira metade do século XX, os projetos de componentes baseavam-se em testes de tração, compressão e flexão, sob a premissa de que o material era isento de defeitos intrínsecos. A partir das décadas de 1950 e 1960, passou-se a analisar o comportamento mecânico dos equipamentos na presença de trincas de diferentes formas e tamanhos, garantindo maior confiabilidade aos projetos mecânicos.

O uso efetivo da Mecânica da Fratura requer inspeções periódicas nos componentes, que podem ser realizados com ultrassom, raio-x ou inspeção visual com lentes de aumento. A partir das verificações, o tamanho da trinca definirá se a peça deve ser reparada ou substituída (DOWLING, 2007).

Dessa forma, começaram a surgir alguns conceitos e definições na MF próprios para o auxílio do projeto e análise de comportamento dos materiais. Dentre eles, podemos destacar a tolerância ao dano, que representa a capacidade de uma estrutura de suportar a presença de uma trinca de maneira segura. Sua modelagem matemática fornece as equações necessárias para a determinação do crescimento da trinca, considerando o campo de tensões e deformações junto ao defeito (DOWLING, 2007).

Historicamente, vale ressaltar ainda a linha de desenvolvimento da Mecânica da Fratura pela enumeração de alguns acontecimentos.

- 1. Em 1889, o engenheiro alemão Kirsch estudou a ordem de grandeza de um concentrador de tensão (furo circular) em uma placa plana (TIMOSHENKO &GOODIER, 1982).
- 2. Inglis, 1913, ampliou a solução do problema de concentração em uma placa plana com furo circular para o caso de um furo elíptico, investigando falhas inesperadas em navios
- 3. Mais tarde, Griffith, estudando a resistência de barras de vidro para diferentes diâmetros e temperaturas (GORDON, 1988), sugeriu a ação de falhas internas como concentradores de tensões. Dessa forma observou a influência de falhas elípticas na redução da resistência do vidro, do valor teórico para o valor real.

- 4. Em seguida, Griffith estudou a variação total da energia durante o trincamento da estrutura, verificando que a energia potencial de trabalho externo e a energia interna de deformação são liberadas e transferidas para criar uma nova superfície de trinca.
- 5. Em 1939, Westergaard, 1939, formulou uma expressão para o campo de tensões próximo da zona da trinca.
- 6. A mecânica da fratura só recebeu a devida atenção de pesquisadores e engenheiros após a Segunda Guerra Mundial, período no qual ocorreram inúmeros episódios de fratura repentina e catastrófica em navios. Foi nesse período que George Irwin, pesquisador da Marinha Americana, deu continuidade ao trabalho de Griffth e outros pesquisadores:
  - a. Desenvolveu a Teoria Modificada de Griffith, a qual o trabalho original foi estendido para metais, considerando o escoamento na ponta da trinca.
  - Introduziu o conceito de fator de intensidade de tensão por meio da alteração da solução generalizada de Westergaard.
  - c. Introduziu o conceito de taxa de liberação de energia, G.
- 7. Em seguida, Paris, 1961, estudou o crescimento subcrítico de trincas e propôs a primeira equação empírica relacionando a variação do fator de intensidade de tensão com a taxa de crescimento da trinca.
- 8. Ainda em 1961, Wells utilizou o COD (crack opening displacement) como um parâmetro para caracterizar a resistência de uma trinca em um sólido elastoplástico (WELLS, 1961).
- 9. Em 1968, Rice introduziu o conceito de uma integral de linha com caminho independente. Essa formulação, chamada de integral *J*, apresenta a taxa de variação da energia potencial para um sólido elástico não linear ao longo da extensão da trinca.
- 10. Ainda nos anos 60, Erdogan e Sih introduziram o primeiro modelo para propagação de trinca em diferentes modos. Dai em diante, o estudo da mecânica da fratura só evoluiu ao longo dos anos.

Por fim, podemos dividir a Mecânica da Fratura em 2 tipos:

- Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE): define um parâmetro representativo do campo de tensões a frente de um defeito, fornecendo bons resultados para materiais mais frágeis, como aços de alta resistência, vidro, concreto, entre outros. Em materiais muito dúcteis, observa-se que a plastificação precede a fratura (WANG, 1996).
- · Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP): representa a capacidade de deformação localizada a frente de um defeito, fornecendo boa aproximação para os casos de cargas mais baixas onde podem acontecer carregamentos cíclicos.

# 4.1 CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

Para analisar a natureza da trinca e seus efeitos, iremos considerar um furo elíptico relativamente pequeno numa placa de comprimento considerável, com semieixo principal alinhado perpendicularmente com a direção da tensão uniforme *S*, aplicada remotamente. A alteração do campo de tensão uniforme na vizinhança do furo ocorre de acordo com a ilustração 4.1

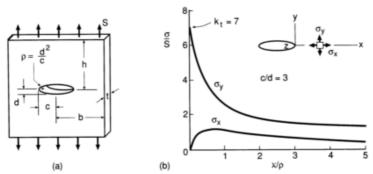


Figura 4-1. (a) Furo elíptico em placa sob tensão remota uniforme. (b) Distribuição de tensão ao longo do eixo x nas proximidades de furo (DOWLING, 2007).

A presença do furo gera efeito mais notável na influência sobre a tensão  $\sigma_y$ , paralela a S. No eixo x, o valor de S cresce rapidamente conforme se aproxima do furo, atingindo valor máximo na borda. Esse valor máximo depende das proporções da elipse e do raio  $\rho$  da raiz deste entalhe, conforme expresso na equação abaixo.

$$\sigma_{y} = S\left(1 + 2\frac{c}{d}\right) = S\left(1 + 2\sqrt{\frac{c}{\rho}}\right) \tag{4.1}$$

Para uma elipse, o fator de concentrador de tensão pode ser dado pela razão entre a tensão máxima sobre a tensão remota.

$$K_{t\_elipse} = \frac{\sigma_{y}}{S} \tag{4.2}$$

Observe que, uma elipse de semieixo secundário *d* tendendo a zero (logo, de raio tendendo a zero) pode ser considerada uma trinca idealizada.

Na engenharia, o conceito de tensões infinitas em materiais é inaplicável. Em casos de cargas pouco elevadas, ocorre de o material se acomodar à presença da trinca, reduzindo a tensão infinita prevista teoricamente a um valor finito. Em casos de materiais dúcteis, ocorrem extensas deformações plásticas nas proximidades da frente da trinca, formando uma frente de trinca aguda com raio pequeno, porém diferente de zero, de modo que a tensão na frente da trinca não atinge valor infinito.

Um efeito similar é verificado em outros tipos de materiais. Em alguns polímeros, a frente de trinca desenvolve vazios alongados e estruturas fibrosas ligando as faces da trinca. Em materiais frágeis como os cerâmicos, a frente da trinca principal é desenvolvida por uma região contendo alta densidade de

microtrincas. Dessa forma, verifica-se que as intensas deformações na frente da trinca de diferentes materiais redistribuem as altas tensões por uma extensa região material, de modo a gerar um valor finito de tensão nessa região, que pode ser suportado pelo material.

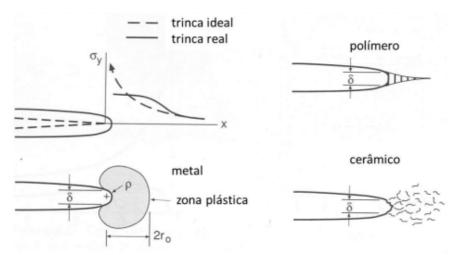


Figura 4-2. Frentes de trincas em diferentes tipos materiais (DOWLING, 2007).

#### 4.2 MODOS DE ABERTURA DE TRINCAS

No contexto da mecânica da fratura, há três tipos básicos de separação das superfícies chamados modo I, II e III esquematizados na Figura 4.3. O modo I deriva-se de carregamentos de tração, com deslocamento perpendicular das superfícies da trinca. Problemas de engenharia relacionados à propagação de trincas normalmente envolvem este modo. O modo II ocorre devido a carregamentos em cisalhamento (escorregamento) com deslocamento paralelo das superfícies da trinca e perpendicular à frente de propagação. O modo III de abertura deve-se a solicitação cisalhante (rasgamento) com deslocamento paralelo das superfícies da trinca e paralelo à frente de propagação. Tensões normais contribuem para a degradação por fadiga, por agirem no processo de abertura de microtrincas que, eventualmente existam nos materiais, essencialmente no modo I.

Para cada modo de carregamento existe um fator de intensidade de tensão associado, de tal forma que os fatores de intensidade de tensão  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$  estão associados aos modos I, II e III .

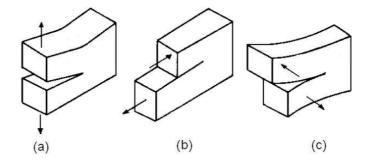


Figura 4-3. Os três modos básicos de abertura de trincas: (a) modo I, (b) modo II e (c) modo III

Como as tricas podem crescer ao longo dos contornos de grãos do material, podem apresentar formas irregulares. Desse modo, notamos dificuldade na propagação de trincas devido somente à tensão cisalhante, já que as irregularidades nas faces aumentam o efeito do atrito (Figura 4.4). Tensões normais ao plano da trinca, por outro lado, têm maior efeito neste comportamento, acelerando seu crescimento se tais tensões tenderem à abertura da trinca no modo I.

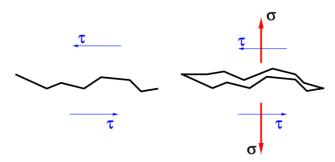


Figura 4-4. (a) Trinca sujeita a cisalhamento, irregularidades retardam o crescimento; (b) Trinca sujeita a tensão normal, provocando abertura da trinca e acentuando seu crescimento

## 4.3 FATOR INTENSIDADE DE TENSÃO

O fator de intensidade de tensão K caracteriza a magnitude das tensões existentes na frente de trinca para um material linear elástico e isotrópico. Na Figura 4.5 podemos identificar o sistema de coordenadas que descreve o campo de tensões nas proximidades da frente de trinca: as coordenadas polares r e  $\theta$  são projetadas sobre o plano x-y, que é normal ao plano da trinca, e a direção z é paralela á frente da trinca.

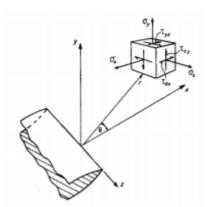


Figura 4-5. Sistema de coordenadas polares no plano x-y para uma região próxima á ponta da trinca

As tensões para o modo I de propagação são expressas pelas equações propostas por Westergaard em 1939, que tem base na teoria da elasticidade linear e descrevem o campo de tensões nas proximidades da ponta da trinca. As soluções são explicitadas a seguir.

$$\sigma_{x} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{\rho}{2r} \right) \cos \frac{3\theta}{2}$$
 (4.3)

$$\sigma_{y} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{\rho}{2r} \right) \cos \frac{3\theta}{2}$$
 (4.4)

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\rho}{2r}\right) \sin\frac{3\theta}{2} \tag{4.5}$$

$$\sigma_z = 0 \text{ EPT} \tag{4.6}$$

$$\sigma_z = \vartheta(\sigma_x + \sigma_y) \text{ EPD} \tag{4.7}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \tag{4.8}$$

Notamos a partir dessas equações que as tensões aumentam rapidamente nas proximidades da trinca, na medida que as componentes não-nulas se aproximam de infinito quando r tende a zero. Como as tensões são inversamente proporcionais a r, é possível afirmar que existe uma singularidade matemática na ponta da trinca, de modo que nenhum valor de tensão na ponta da trinca pode ser previsto por estas equações.

É possível verificar ainda que as componentes não nulas também são proporcionais a  $K_I$ , de modo a magnitude do campo de tensões próximo à ponta da trinca pode ser caracterizada pelo valor desse fator, descrito por:

$$K_I = \lim_{r,\theta \to 0} \sigma_y \sqrt{2\pi r} \tag{4.9}$$

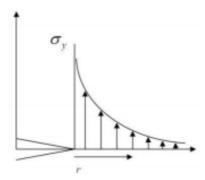


Figura 4-6. Distribuição da tensão na região da trinca

Na prática, observa-se que os materiais apresentam tensão de escoamento acima da qual eles se deformam plasticamente, ou seja, sempre haverá uma região ao redor da ponta da trinca onde a deformação plástica ocorrerá, implicando que a singularidade no campo de tensões não ocorrerá.

# 4.4 TENACIDADE À FRATURA

A resistência ao crescimento de uma trinca pode ser caraterizada pela tenacidade à fratura  $K_{IC}$ . Essa propriedade define a quantidade de energia que o material pode absorver até o momento da falha, expressando quantitativamente a sua resistência à fratura frágil na presença de trinca. Quando o campo

de tensões na ponta da trinca superarem as tensões que o material pode suportar ( $K > K_{IC}$ ), a fratura ocorre. Intuitivamente, é fácil perceber que materiais frágeis tendem a apresentar baixos valores de  $K_{IC}$ , no lugar que materiais dúcteis apresentam atos valores de  $K_{IC}$ .

Resultados experimentais indicam que valores constantes de  $K_{IC}$  podem ser obtidos testando corpos de prova de determinado material, com diferentes geometrias e sob combinações críticas de tamanhos, formas de trinca e campo de tensões. Dessa forma, é possível garantir a universalidade das equações para o estado de tensões na ponta da trinca, que podem ser aplicadas a qualquer tipo de entalhe.

# 4.5 MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA

Em situações cuja fratura ocorre ainda no regime linear-elástico, normalmente utiliza-se a MFLE. O que define se o regime é o estado plano de deformação – estado triaxial de tensões, em que a mecânica da fratura linear-elástica é aplicável – ou o estado plano de tensão – estado biaxial de tensões, em que a mecânica da fratura elastoplástica é aplicável – é a espessura.

Contanto que a zona plástica seja pequena em relação ao tamanho da trinca e das dimensões da estrutura que a contém, a MFLE pode ser empregada com sucesso para estabelecer um tamanho de trinca crítico. É importante ressaltar ainda que tanto a espessura como o comprimento da trinca devem obedecer a uma relação para que o estado plano de deformações seja considerado (ASTM E399), descrita a seguir.

$$B, a, (W - a) \ge 2.5 \left(\frac{K_{IC}}{S_{\nu}}\right)^2$$
 (4.10)

Sendo:

B: espessura;

a: comprimento da trinca;

W: largura do espécime;

 $K_{IC}$ : tenacidade à fratura do material;

 $S_{v}$ : tensão de escoamento do mesmo.

Apesar de eventualmente ser possível verificar uma região plastificada na ponta da fissura após a fratura, a existência dessa plastificação usualmente pode ser negligenciada sem prejuízo para a simulação do comportamento da fissura, quando esta tem dimensão pequena em relação à região K dominante. Todavia, nos casos em que estas condições não se verificam, é preciso considerar a plastificação, aplicando-se então os conceitos da mecânica da fratura elastoplástica.

# 5 REVISÃO TEÓRICA - FADIGA MULTIAXIAL

O capítulo 5 visa introduzir os modelos de fadiga multiaxial pertinentes a esse projeto, assim como os métodos de cálculo da amplitude de tensão cisalhante.

Em componentes de engenharia, carregamentos cíclicos que causam estados complexos de tensão são muito comuns. Alguns exemplos são tensões biaxiais devido a pressões cilíndricas em tubos ou encanamentos, combinação entre flexão e torção de eixos, flexão de placas em mais de um eixo, entre outros. Aplicação de carregamentos constantes que causam tensão média também podem ser combinados com esses carregamentos cíclicos, porém diferentes fontes de carregamento cíclico podem diferir em fase e/ou frequência. (DOWLING, 2013)

Vasos de pressão ou tubos submetidos a pressão ou tubos submetidos a pressões internas que variam com o tempo podem apresentar tensões de tração sincronizadas e em fase com origem em uma única fonte de carregamento (Figura 5.1). Outro caso que se encaixa nessa teoria é o de um eixo em rotação sob flexão e torção combinadas, pois a componente alternada da tensão principal devido à flexão atua em uma direção constante.

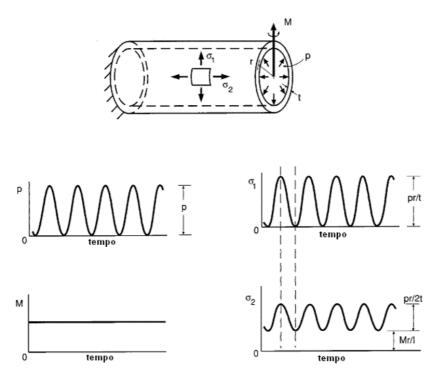


Figura 5-1. Combinação de pressão cíclica e flexão constante em um tubo de parede fina

As situações nas quais as direções das tensões principais variam com o tempo, ou nas quais tensões não são sincronizadas ou defasadas, são chamadas de tensão multiaxial complexa. A SAE Fatigue Design Handbook, todavia, afirma que "A análise desta situação está, em geral, além do presente estado da tecnologia. O processo de projeto deve proceder de análises aproximadas, fundamentadas em extensivos estudos experimentais simulando o material e a geometria, assim como o carregamento".

Sendo assim, uma das grandes questões no estudo desse fenômeno é ampliar o conhecimento sobre fadiga uniaxial para fadiga multiaxial.

O desafio primeiro é encontrar os limites de resistência à fadiga para carregamentos combinados. Conforme apresentado anteriormente, o limite de resistência à fadiga é definido como o nível de tensão abaixo do qual não aparecem trincas macroscópicas após um grande número de ciclos de carregamento (≥ 10<sup>7</sup>), delimitando a separação de duas regiões distintas: uma região segura e uma região de falha. A insuficiência de experimentos caracterizando carregamento multiaxial mostra a necessidade de se apoiar em dados de carregamento uniaxial. Dessa forma surgiram os critérios de fadiga multiaxial.

A região segura de um carregamento é composta pela origem e por toda a região delimitada por uma curva limite de falha, definida por um critério qualquer independente da base na qual o tensor tensão é expresso que reproduz o comportamento do material submetido a um carregamento uniaxial e incorpora o efeito das tensões médias. Sendo assim, um critério de fadiga acaba sendo uma desigualdade, de modo que a satisfação dessa desigualdade implica que o estado de tensão produzido pelo carregamento cíclico externo permanece na parte segura do espaço das tensões.

Existem inúmeros modelos de critério de resistência à fadiga multiaxial, e o desenvolvimento deste estudo se baseia em dois modelos que combinam os critérios de plano crítico com os critérios de energia: (a) Modelo de Liu e (b) Modelo de Chu, Conle e Bonnen, que serão melhor explicados a seguir. A motivação para utilização desses modelos nasceu pelo fato de, na Universidade de Brasília, não existirem estudos da aplicação deles na previsão de vida em fadiga multiaxial. E esse trabalho assume o papel pioneiro de fazer um estudo preliminar do emprego desses métodos.

#### 5.1 CRITÉRIOS DE FADIGA MULTIAXIAL

Após o estabelecimento do conceito de tensão segura de trabalho por Wohler, engenheiros direcionaram seus estudos para carregamentos multiaxiais. Os primeiros modelos de fadiga multiaxial se baseavam em estimativas de deformações elásticas de tensões combinadas.

Em 1949, estudos já começavam a apontar a importância da flexão e torção reversas e tensões médias de torção e flexão, no projeto de componentes mecânicos. Até hoje, essas variáveis são de extrema relevância na previsão do comportamento a fadiga em estado de tensões mais complexos.

A partir de 1970, os estudos foram direcionados para modelos de fadiga multiaxial baseados em deformação, amplamente utilizados em fadiga a baixo-ciclo. De modo geral, esses modelos ainda são mais utilizados por preverem situações de operação acima e abaixo dos limites de fadiga, já que as deformações elásticas são relativamente pequenas.

Atualmente, os critérios multiaxiais encontrados na literatura classificam-se segundo as seguintes abordagens:

- Critérios empíricos;
- · Critérios baseados nos invariantes do tensor tensão;
- · Critérios de energia;
- · Critérios baseados em tensões médias;
- · Critérios baseados em tensões mesoscópicas;
- · Critérios associados a planos críticos.

No presente trabalho será dada ênfase a alguns modelos baseados em energia e plano crítico, então os outros modelos não serão explicados em detalhes.

Cabe ressaltar que, dentro dos modelos baseados em energia e plano crítico, temos modelos que se fundamentam apenas na análise de energia, como Morrow, Garud, Ellyin; modelos que se fundamentam na análise de planos críticos, como Brown e Miller, Fatemi e Socie e Smith, Watson and Topper; e modelos que combinam os dois conceitos, como Liu, Chu, Chonle e Bonnen e Ginka, Wang e Plumtree.[SOCIE E MARQUIS, 1999]

Em relação aos modelos de energia, eles se justificam pelo fato de que, em nível microscópico, a deformação plástica cíclica está relacionada ao movimento de deslocamentos, enquanto a tensão cíclica está relacionada à resistência ao seu movimento. Assim, a energia de deformação plástica por ciclo pode ser considerada como uma medida composta da quantidade de dano por fadiga por ciclo, e a resistência à fadiga de um metal pode ser caracterizada em termos de sua capacidade de absorver e dissipar energia de deformação plástica. [MORROW, 1965]

Os modelos de plano crítico, por sua vez, evoluíram a partir de observações experimentais da nucleação e crescimento de trincas durante o carregamento. Dependendo do material, do estado de tensão, do ambiente e da amplitude da deformação, a vida em fadiga será normalmente dominada pelo crescimento da trinca ao longo dos planos de cisalhamento ou ao longo dos planos de tração. Modelos de plano crítico bem-sucedidos devem ser capazes de prever tanto a vida de fadiga como o(s) plano(s) de falha dominante(s).

Aqui, daremos ênfase aos modelos de fadiga multiaxial combinados de plano crítico e energia de deformação, detalhados a seguir.

# 5.2 MODELOS COMBINADOS DE PLANO CRÍTICO E ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

No contexto de mecânica da fratura, fatores de intensidade de tensão podem ser definidos para os modos I e II de carregamento.

$$\Delta K_I(\varepsilon) = Y E \Delta \varepsilon (\pi \alpha)^{1/2} \tag{5.1}$$

$$\Delta K_{II}(\varepsilon) = YG\Delta\gamma(\pi a)^{1/2} \tag{5.2}$$

onde Y é um parâmetro adimensional dependente da geometria do componente, da forma e do tamanho da trica.

Estudos propõem que a taxa de liberação de energia é a força motriz para o crescimento de trincas, enquanto que a propagação se dá na direção da maior taxa de liberação de energia de deformação. Os fatores de intensidade de deformação para as trincas de modos I e II podem ser combinados em um fator de intensidade de deformação equivalente, baseado na taxa de liberação de energia.

$$\Delta K_{eq}(\varepsilon) = \left[ \left( \Delta K_I(\varepsilon) \right)^2 + \left( \Delta K_{II}(\varepsilon) \right)^2 \right]^{1/2} \tag{5.3}$$

Considerando E = 2,6G e rearranjando os termos de comprimento de trinca, temos:

$$\Delta K_{eq}(\varepsilon) = GY \sqrt{\pi a} [\Delta \gamma^2 + 2.6 \Delta \varepsilon^2]^{1/2}$$
(5.4)

Se assumirmos que taxas iguais de crescimento geram vidas iguais, quaisquer combinações de  $\Delta\varepsilon$  e  $\Delta\gamma$  que resulte num valor constante para a equação acima irão produzir a mesma vida em fadiga. Modelos de plano crítico como o proposto por Brown e Miller e a mecânica da fratura elástica linear identificam os mesmos parâmetros mecânicos que controlam a vida em fadiga, nomeadamente deformação cisalhante cíclica e deformação normal cíclica.

## 5.2.1 Modelo de Liu

O método de Liu é proposto para a predição de vida de fadiga multiaxial usando parâmetros de correlação baseados na energia de deformação virtual como uma medida de dano de fadiga em planos críticos de fratura. Os parâmetros virtuais de tensão-energia são fisicamente associados a dois modos diferentes de planos de fratura por fadiga. O plano crítico que conduz à fratura do Modo I é impulsionado pela tensão e pela deformação principais, e o outro, levando à fratura do Modo II, é conduzido pela tensão e pela deformação de cisalhamento máximos. O modo de iniciação e propagação da fenda depende do material, da temperatura, da faixa de deformação e das histórias de tensões e de deformações, mas não da magnitude relativa dos parâmetros de tensão virtual.

Liu et al. analisou os dados de fadiga biaxial obtidos na literatura para o aço inoxidável 304 testado à temperatura ambiente e à temperaturas elevadas e para o aço SAE 1045 testado à temperatura ambiente em condições de carga em fase e 90° fora de fase.

#### 5.2.1.1 Contextualização

A fadiga é uma consideração fundamental na concepção de componentes estruturais sujeitos a carga cíclica. Para entender o comportamento de fadiga, uma grande quantidade de dados de fadiga cíclica uniaxial foi gerada para muitos materiais estruturais. Uma abordagem usada para caracterizar o

comportamento de fadiga é estabelecer a relação entre a tensão ou a deformação aplicada e a vida em fadiga, em termos de número de ciclos até a falha (Fig 5.2). Manson e Coffin propuseram de forma independente a relação de vida expressa em uma equação lei de poder de dois termos, a qual inúmeras ligas metálicas estruturais obedecem em situação de fadiga (Eq. 5.5)

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_n + \Delta \varepsilon_e = A N_f^{-\alpha} + B N_f^{-\beta}$$
 (5.5)

em que:

$$\cdot \quad \Delta \varepsilon_p = A N_f^{-\alpha}$$

$$\Delta \varepsilon_e = B N_f^{-\beta}$$

onde

- · Δε representa a amplitude total de deformação por ciclo,
- ·  $\Delta \epsilon_e$  representa a componente elástica de  $\Delta \epsilon$ ,
- ·  $\Delta \varepsilon_p$  representa a componente plástica de  $\Delta \varepsilon$ ,
- · N<sub>f</sub> representa a vida em fadiga, ciclos até a falha,
- · A, B,  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes do material.

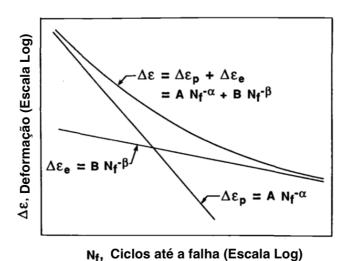


Figura 5-2. Comportamento de fadiga uniaxial esquemático representado pela relação de lei de poder de dois termos em escala log-log, plote de  $\Delta \varepsilon$  versus  $N_f$ .

Considerando que o estado de tensões em componentes estruturais é usualmente complexo durante a vida útil, é evidente que uma extensão à multiaxialidade é necessária se o método for utilizado em concepções práticas. A contabilização da multiaxialidade na Eq 5.8 é usualmente realizada substituindo a deformação uniaxial com uma deformação equivalente deduzida da formulação de deformação de von Mises. Este esquema baseia-se na observação de que a deformação equivalente de von Mises se reduz a uma deformação uniaxial sob carga uniaxial. No entanto, esta abordagem muitas vezes não consegue

trazer os dados de teste para a curva representada pela equação 5.5. Outra deficiência é que a deformação equivalente de von Mises não pode ser racionalmente dividida em componentes de deformação elástica e plástica equivalentes (lado direito da Eq. 5.5). Esta não é uma deficiência grave se as igualdades  $\Delta \varepsilon_p = AN_f^{-\alpha}$  e  $\Delta \varepsilon_e = BN_f^{-\beta}$  não forem requisitos obrigatórios.

Inúmeros outros métodos para a previsão da vida em fadiga multiaxial foram propostos até agora. Alguns são baseados em abordagens filosóficas, tais como as discutidas acima, enquanto outros são baseados em abordagens físicas, que têm mostrado algum sucesso. No entanto, nenhuma abordagem única demonstrou ser superior a outras quando aplicada a situações gerais. Geralmente, os métodos de previsão da vida em fadiga baseiam-se na tensão, na deformação ou na energia como parâmetro de correlação.

Os critérios de fadiga baseados no conceito de dano em termos de energia foram propostos e avaliados com dados de fadiga experimental gerados em condições de carga uniaxial e biaxial. A maioria dos métodos baseados em energia utiliza a energia plástica dos ciclos de histerese de tensão-deformação como um parâmetro correlacionado. Entretanto, houve pouco sucesso na predição da vida em fadiga para regimes de baixo ciclo, onde a energia plástica dos ciclos de histerese está bem definida. No entanto, é difícil estimar a energia de histerese plástica em regime de fadiga de alto ciclo, onde o comportamento tensão-deformação é praticamente elástico. A incapacidade de prever adequadamente a vida de fadiga de alto ciclo é uma deficiência clara do método baseado em energia plástica.

Embora não seguindo o mesmo conceito de energia no sentido clássico, dois parâmetros expressos em termos de energia de deformação virtual (VSE – *Virtual Strain Energy*) são introduzidos como uma medida de dano de fadiga e mostraram ser eficazes em se correlacionar com a vida em fadiga multiaxial. Os parâmetros VSE estão fisicamente associados com dois modos diferentes de fratura por fadiga ocorrendo em respectivos planos críticos: um está associado com o produto do vetor tesão normal máximo com deformação; e o outro com o produto do vetor tensão cisalhante com deformação. O modo de fratura de fadiga varia dependendo do material, temperatura, intervalo de deformação e história de carregamento. Com base nas observações da formulação de fissuras para vários materiais testados em modos biaxiais, Socie apresentou um modelo de deformação por cisalhamento e um modelo de deformação por tração baseado no plano crítico para a nucleação e crescimento da trinca. O primeiro utiliza um parâmetro de correlação baseado em deformações composto por três componentes de deformação, enquanto o segundo usa o parâmetro Smith-Watson-Topper (SWT).

# 5.2.1.2 Explicação do modelo

O Modelo de Energia de Deformação Virtual (VSE – *Virtual Strain Energy*) proposto por Liu é uma generalização direta de um modelo de previsão de vida em fadiga uniaxial baseado em análise de energia, semelhante ao sugerido pela Equação 5.8. Vale lembrar que o trabalho plástico é muito pequeno a vidas longas e não pode ser computado com acurácia suficiente. O modelo de Liu pode ser considerado

como um modelo de plano crítico, pois as quantidades de trabalho são definidas para planos específicos dentro do material.

A quantidade de energia virtual de deformação em um plano,  $\Delta W$ , é dividido em componentes de trabalho plástico e elástico. O trabalho elástico  $\Delta W^e$  seria a soma das duas regiões sombreadas em tom mais escuro na Figura 5.3, enquanto que o trabalho plástico  $\Delta W^p$  seria aproximadamente o produto  $\Delta\sigma\Delta\varepsilon^p$ . Considerando a relação de deformação de vida total, temos:

$$\Delta W = \Delta W^e + \Delta W^p \cong \Delta \sigma \Delta \varepsilon$$

$$\Delta W = 4\sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} + \frac{4\sigma'_f^2}{E} (2N_f)^{2b}$$
(5.6)

O trabalho cisalhante também pode ser definido como  $\Delta \tau \Delta \gamma$  e as constantes do material sob tração na Equação 5.6 podem ser substituídos pelas suas contrapartes cisalhantes. A Figura 5.3 mostra que  $\Delta W^p$  é maior do que a energia de histerese plástica, quando calculada como  $\Delta \sigma \Delta \varepsilon^p$ , sendo a diferença representada pela área branca.

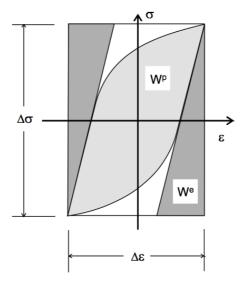


Figura 5-3. Energias de deformação elástica e plástica

Para tensões multiaxiais, o Modelo de Liu considera duas possibilidade de modo de falha: um modo de falha por tração  $\Delta W_I$ , e um modo de falha por cisalhamento  $\Delta W_{II}$ . Em carregamentos de tensãotorção,  $\Delta W$  é soma do trabalho axial  $\Delta W_I$  e cisalhante  $\Delta W_{II}$  atuando em um plano.

$$\Delta W = \Delta W_I + \Delta W_{II} \tag{5.7}$$

Espera-se que a falha ocorra no plano do material que contenha maior quantidade de VSE. A componente  $\Delta W_I$  é calculada de modo a primeiro identificar o plano onde o trabalho axial é maximizado e depois somar o trabalho cisalhante no mesmo plano. Analogamente, a componente  $\Delta W_{II}$  é calculada

de modo a primeiro identificar o plano onde o trabalho cisalhante é maximizado e depois somar o trabalho axial no mesmo plano.

$$\Delta W_I = (\Delta \sigma_n \Delta \varepsilon_n)_{max} + (\Delta \tau \Delta \gamma)$$

$$\Delta W_I = 4\sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} + \frac{4\sigma'_f}{E} (2N_f)^{2b}$$
(5.8)

$$\Delta W_{II} = (\Delta \sigma_n \Delta \varepsilon_n) + (\Delta \tau \Delta \gamma)_{max}$$

$$\Delta W_{II} = 4\tau'_f \gamma'_f (2N_f)^{bo+co} + \frac{4\tau'_f^2}{G} (2N_f)^{2bo}$$
(5.9)

Aqui, o sobescrito "max" indica o máximo valor considerando todos os planos em relação à quantidade entre parênteses. O modo II VSE pode ser divido em tipos A e B de trinca, sendo aqui definidos por  $\Delta W_{II,A}$  e  $\Delta W_{II,B}$ , respectivamente.

Considerando o volume de material mostrado na Figura 5.4, tirado de um espécime de teste tubular com eixos coordenados r,  $\theta$  e z, representando as direções radial, circunferencial e axial, respectivamente, tem-se que os ciclos de Mohr biaxiais para tensão e deformação produzidos durante um carregamento tensão-torção seguem a representação ilustrada a seguir. O parâmetro VSE para modo I é determinado pelo plano crítico Z', que contém o valor máximo  $\Delta \sigma_Z \Delta \varepsilon_Z$  durante carregamento cíclico. O ângulo entre o plano crítico de modo I e o eixo do espécime é dado por  $\phi_n$ . Por causa do efeito de Poisson, o plano Z' não é coincidente nem com o plano de tensão normal principal e nem com o plano de deformação normal principal, até mesmo em casos de carregamento proporcional.

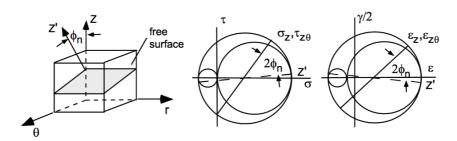


Figura 5-4. Parâmetro VSE para modo I

Planos de VSE de modo II, tipo A, são representados na Figura 5.5.a e são determinados pelo plano crítico A', que tem o valor máximo  $\Delta \tau \Delta \gamma$  durante o carregamento cíclico. Panos de VSE de modo II, tipo B, são apresentados na Figura 5.5.b. e recebem a designação de B'.

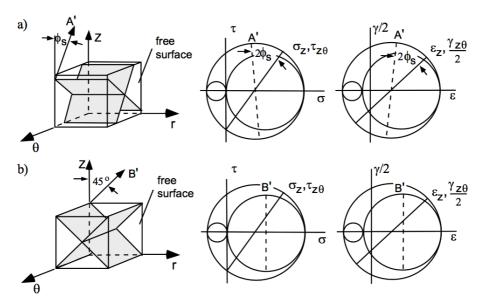


Figura 5-5. Parâmetros de VSE de modo II para (a) trincas de tipo A e (b) trincas de tipo B

Os parâmetros virtuais de energia de deformação são essencialmente modelos de plano crítico baseados em energia e estão fisicamente associados com dois modos diferentes de fratura por fadiga. Dependendo do material, temperatura e carga, um dos três parâmetros VSE irá dominar. O modelo é capaz de correlacionar fissuras observadas fisicamente com danos à fadiga.

As histórias de tensão e deformação são mais complexas sob cargas fora de fase ou não proporcionais quando comparadas com o carregamento em fase que foi mostrado na Fig. 5.5. Ambos  $\Delta W_I$  e  $\Delta W_{II}$  são quantidades virtuais cujo significado físico está relacionado, mas não é igual à energia de deformação elástica e à energia de histerese plástica. Para um caminho de tensão-deformação complexo, a quantidade  $\Delta\sigma\Delta\varepsilon$  ou  $\Delta\tau\Delta\gamma$  pode ser facilmente calculada, mas sua relação com a energia de histerese plástica torna-se mais abstrata.

#### 5.2.2 Modelo de Chu, Conle e Bonnen

Chu et al. usa um parâmetro similar para combinar cisalhamento e trabalho normal. Na tentativa de incluir o efeito de tensões médias, eles substituem as faixas de tensão com as tensões máximas, como um modelo de plano crítico, pois as quantidades de trabalho são definidas para planos específicos dentro do material.

$$\Delta W * = \left(\tau_{n,max} \frac{\Delta \gamma}{2} + \sigma_{n,max} \frac{\Delta \varepsilon}{2}\right)_{max}$$
 (5.10)

Adicionalmente, o parâmetro de dano é baseado no valor máximo de  $\Delta W$  \* em vez de ser definido no plano de tensão máxima normal ou cisalhamento. Para desenvolver uma expressão para a vida em fadiga, nota-se que, durante a carga uniaxial, a magnitude das tensões máximas e intervalos de tensões são iguais. O plano  $\theta$  onde Eq. 5.10 é um máximo para um teste uniaxial deve ser encontrado. Um teste

uniaxial tem uma amplitude de deformação  $\varepsilon_a$  e amplitude de tensão  $\sigma_a$ . As seguintes substituições podem ser feitas para obter uma formulação deste parâmetro de dano em termos das constantes padrão de material.

$$\tau_{\theta,max} = \tau_{\theta}$$

$$\sigma_{\theta,max} = \sigma_{\theta}$$

$$\tau_{\theta} = \sigma_{a} \left[ \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{a} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta \right]$$

$$\gamma_{\theta} = \varepsilon_{a} [(1 + \nu) \sin 2\theta]$$

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{a} \left[ \frac{1 - \nu}{2} + \frac{1 + \nu}{2} \cos 2\theta \right]$$

$$\tau_{\theta} \gamma_{\theta} + \sigma_{\theta} \varepsilon_{\theta} = \sigma_{a} \varepsilon_{a} \left[ \frac{1 + \nu}{2} \sin^{2} 2\theta + \frac{1 - \nu}{4} + \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{1 + \nu}{4} \cos^{2} 2\theta \right]$$
(5.11)

O valor máximo desta função ocorre em 20,7°. Substituindo os valores apropriados de elasticidade e de coeficiente de Poisson, temos:

$$\Delta W * = 1.02 \frac{{\sigma'_f}^2}{E} (2N_f)^{2b} + 1.04 {\sigma'_f} {\varepsilon'_f} (2N_f)^{b+c}$$
(5.12)

A base física desse modelo tenta fazer a média da contribuição das tensões e tensões trativas, de cisalhamento e deformação. Em tensão, a trinca do modo I ocorre em planos de 0° e a trinca de modo II ocorre em planos de 45°. As trincas normalmente começam no modo II e passam para o modo I, dando uma direção de fenda média de 22,5°.

### 5.3 AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE

### 5.3.1 Contextualização

Conforme citado anteriormente, existem diferentes critérios de fadiga multiaxial: aqueles baseados em plano crítico, os baseados na energia de deformação, os combinados, entre outros. Entretanto, para fadiga multiaxial de alto ciclo, notamos um aumento na importância dos modelos baseados ou relacionados a plano crítico. Nessas abordagens, o dano por fadiga em um determinado ponto do material ou em um plano qualquer passando por esse ponto necessita a medida da amplitude da tensão agindo tangencialmente a esse plano com a combinação (linear ou não linear) da tensão normal.

Durante um ciclo de carregamento, não há mudança de direção da tensão normal que age em um plano material, permanecendo então perpendicular, independente se o carregamento é proporcional ou

não. Dessa forma, a amplitude, o valor médio ou o valor máximo da tensão normal podem ser calculados com base no seu valor algébrico, uma vez que a variação em função do tempo é uma grandeza escalar.

Em contrapartida, a tensão cisalhante projetada no plano em função do tempo, varia na magnitude, na direção e no sentido, criando um desafio quando se trata do cálculo da tensão cisalhante  $\tau_a$ , devido à complexidade do problema. Por esse motivo, surgiram algumas propostas para calcular  $\tau_a$ , algumas com inconsistências, outras com problemas de não unicidade ou de difícil implementação. Nesse capítulo, faremos uma revisão dos principais métodos utilizados para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante.

### 5.3.2 Métodos para determinar a máxima amplitude de tensão cisalhante

A avaliação da máxima amplitude da tensão cisalhante em histórias de tensões sob condições de carregamentos biaxiais e não proporcionais foram primeiro conduzidas por Little, 1996, os quais avaliaram a máxima amplitude da tensão cisalhante para carregamentos de flexão e torção totalmente alternados, síncronos e fora de fase usando uma combinação de procedimentos gráficos e analíticos. Todavia, os trabalhos desses autores são um pouco limitados em se tratando das avaliações particulares de  $\tau_a$ .

Ao longo do tempo, surgiram então métodos mais gerais para avaliação da amplitude de  $\tau$  em histórias de tensões mais complexas, como:

- · Método da maior corda;
- Método da maior projeção;
- Método do mínimo círculo circunscrito;
- · Método da mínima elipse;
- · Método do maior retângulo circunscrito.

### 5.3.2.1 Método da maior projeção

Esse método foi proposto por Grubisic e Simbürger para obter a amplitude da tensão cisalhante por meio da projetação da história de tensões cisalhantes formada pela curva fechada  $\psi$  em segmentos de reta sobre o plano de corte  $\Delta$ , com origem no ponto de aplicação O sobre esse plano. No método da maior projeção, calculamos a metade da medida do maior segmento de todas as projeções de  $\psi$  sobre o plano  $\Delta$  e esse valor equivale à amplitude da tensão cisalhante. Em seguida, calculamos o módulo do vetor partindo da origem O até o ponto médio da maior projeção e esse valor é a tensão média (Figura 5.6).

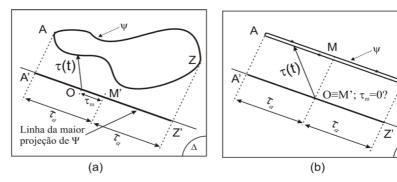


Figura 5-6. (a) Explicação da amplitude da tensão cisalhante e valor médio de acordo com o método da maior projeção (b) inconsistência do método da maior projeção. (DANTAS, 2009)

Na Figura 5.6 podemos notar uma aplicação prática desse método. Observe que a maior projeção se dá pelo segmento A'Z', de modo que  $\tau_a = \frac{A'Z'}{2}$ , enquanto que o valor médio da tensão cisalhante é dado pelo segmento OM', sendo M' o ponto médio da maior projeção da história das tensões cisalhantes  $\psi$ , de modo que  $\tau_m = OM'$ .

Infelizmente, esse método apresenta algumas inconsistências, por exemplo: considerando a história de tensão cisalhantes sobre o plano  $\Delta$  descrevendo o percurso  $A \to Z \to A$  (que, de fato, seria o segmento de reta AZ da Figura 5.6 (b)), a qual está localizada de modo a ocorrer coincidência entre a origem do vetor tensão cisalhante O com o ponto médio da maior projeção da história da tensão cisalhante, teríamos que a amplitude da tensão cisalhante equivaleria à metade do segmento A'Z', ou seja,  $\tau_a = \frac{A'Z'}{2} = \frac{AZ}{2}$  e que o valor médio da tensão cisalhante seria  $\tau_m = 0$ . Observe que isso seria incoerente, pois o valor da tensão média deveria ser  $\tau_m = OM$ .

### 5.3.2.2 Método da maior corda

Essa proposta, feita por Lemaitre & Chaboche e Fuchs & Stephens, se baseia na obtenção da maior corda da curva fechada  $\psi$ , ou seja, o maior segmento entre dois pontos pertencentes à curva  $\psi$ . O vetor tensão média é identificado pelo ponto médio do segmento dessa reta, de forma que  $\tau_m$  é obtido pelo módulo desse vetor, enquanto que a amplitude da tensão cisalhante é calculado pela metade da distância da maior corda corresponde (Figura 5.7).

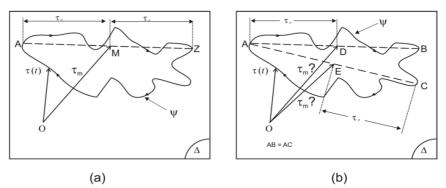


Figura 5-7. (a) Definição da amplitude da tensão cisalhante e valor médio de acordo com o método da maior corda (b) inconsistência do método da maior corda. (DANTAS, 2009)

A amplitude da tensão cisalhante é dada pela equação 5.13. Se  $t_i^*$  e  $t_j^*$  forem instantes de tempo correspondentes à solução do processo de dupla maximização, então temos que  $\tau_m$  pode ser definido pela equação 5.14.

$$\tau_{a} = \frac{1}{2} \max_{t_{i} \in P} \{ \max_{t_{j} \in P} \| \mathbf{\tau}(t_{i}) - \mathbf{\tau}(t_{j}) \| \}$$
 (5.13)

$$\tau_m = \frac{1}{2} \| \mathbf{\tau}(t_i^*) - \mathbf{\tau}(t_j^*) \|$$
 (5.14)

Onde  $\|\cdot\|$  denota a norma de um vetor.

Todavia, a dupla maximização admite mais de uma solução, de modo que as equações 5.13 e 5.14 podem conduzir à resultados ambíguos, gerando mais de um valor de  $\tau_m$ .

Um exemplo de inconsistência pode ser feito admitindo que a história das tensões cisalhante projetadas sobre o plano  $\Delta$  é a curva  $\psi$  (Figura 5.7(b)). Notamos que essa história aceita duas cordas máximas de dimensões iguais representadas pelos segmentos de reta AB e AC. Nesse caso, o valor de  $\tau_a$  não é comprometido, mas o valor médio da tensão, por sua vez, é obtido de modo equívoco, pois, se os pontos D e E são os pontos médios de AB e AC, não conseguimos saber qual dos segmentos – OD ou OE – deve ser utilizado para calcular o valor médio da tensão cisalhante  $\tau_m$ .

#### 5.3.2.3 Método do mínimo círculo circunscrito

O método do mínimo círculo circunscrito (MCC) começa assumindo a localização de um vetor tensão médio sobre um plano  $\Delta$  de uma dada história de tensões cisalhante  $\psi$  projetada nesse plano conforme a Figura 5.8, temos que a amplitude da tensão cisalhante é pela dimensão do segmento que une o vetor tensão médio à maior distância de um ponto da curva  $\psi$ . Dessa forma, devemos identificar o vetor  $\tau_m$  que aponta para o centro do círculo que circunscreve a curva  $\psi$ , pois a amplitude da tensão cisalhante será igual ao raio desse círculo.

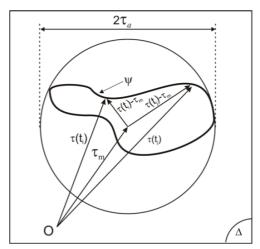


Figura 5-8. Definição da amplitude da tensão cisalhante e valor médio para o método do mínimo círculo. (DANTAS, 2009)

Como na prática a expressão analítica da história de tensões geralmente é desconhecida, a curva contínua  $\psi$  fica aproximada por uma curva poligonal cujos vértices formam um conjunto de m pontos provenientes da discretização das histórias de tensões numa sequencia de componentes da tensão cisalhante no plano de corte. Dessa forma, o problema se torna análogo à obtenção do menor círculo que circunscreve todos os pontos de um polígono de m vértices.

Algumas abordagens podem ser utilizadas para obter esse mínimo círculo, dentro das quais podemos destacas: (a) Algoritmo de combinação de pontos, (b) Algoritmos aleatórios, (c) Algoritmo incremental e (d) Algoritmos pré-definidos em pacotes comerciais.

Como existem muitos algoritmos, nos restringiremos a explicar apenas o algoritmo incremental, dada sua maior utilização.

Para um número finito de instantes  $t_i$ , i=1,2,...m, do carregamento periódico, assumimos um plano  $\Delta$  definido pelo seu vetor unitário  $\mathbf{n}$  e obtemos as componentes do vetor tensão cisalhante sobre esse plano. Teremos então um conjunto  $\tau(t_i)$ , i=1,2,...m, formando um polígono Pol de m vértices. O menor círculo que circunscreve essa curva poligonal define o valor da tensão média  $\tau_m$  no plano  $\Delta$  (determinado pelo centro desse círculo).

Matematicamente, o problema em obter  $\tau_m$  é formulado por:

$$\tau_m = \min_{w} \{ \max_{t_i} \| \tau(t_i) - w \| \}$$
 (5.15)

sendo  $\tau(t_i)$  um elemento do conjunto de m vértices de Pol, e w um ponto de  $\Delta$ .

Para obter a relação min-max, fazemos a escolha inicial arbitrária de um ponto w' pertencente ao plano  $\Delta$  e escolhemos o menor dos círculos que circunscreve todos os vértices da curva poligonal Pol com centro nesse ponto. O raio desse círculo é igual a mais longa corda entre todos os segmentos que une w' todos os vértices de Pol. Portanto, podemos definir que esse raio R' pode ser calculado pela equação 5.13, enquanto que a amplitude de tensão pode ser obtida pela equação 5.17.

$$R' = \max_{t_i} \|\tau(t_i) - w'\| \tag{5.16}$$

$$\tau_a = \max_{t_i} \|\tau(t_i) - \tau_m\|$$
 (5.17)

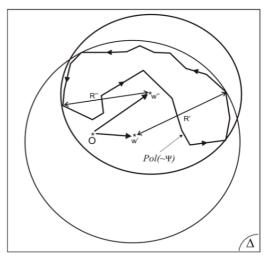


Figura 5-9. Gráfico para o problema de min-max para o método do mínimo círculo. (DANTAS, 2009)

Após definir o menor círculo com origem em w', escolhemos um outro ponto w'' para determinar um outro círculo de raio R'', menor que o anterior mas também circunscrito à curva poligonal Pol, e assim por diante. Depois de procurar entre todos os pontos o centro de um círculo que fornece o menor raio, temos a nossa solução.

### 5.3.2.4 Método da mínima elipse

Proposto por Bin Li *et al.* Como uma alternativa que consegue diferenciar histórias de tensões proporcionais e não proporcionais, esse método segure o cálculo da amplitude de tensão cisalhante por meio do menor elipsoide (espaço das tensões desviadoras) ou a menor elipse que contenha uma curva  $\psi$  (história de tensões cisalhantes no plano de corte  $\Delta$ ).

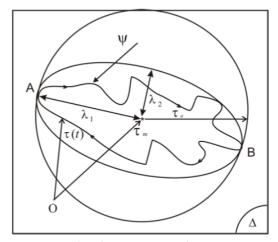


Figura 5-10. Menor elipse contendo a história de tensões projetada  $\psi$  no plano de corte  $\Delta$ . (DANTAS, 2009)

A eclipse é construída por primeiro obter o raio do menor círculo – correspondente ao semieixo maior do elipsoide  $\lambda_1$  - e segundo obter o semieixo menor  $\lambda_2$ , com o seguinte processo:

$$\lambda_2 = \max_{t_i} \|\tau(t_i) - \tau_m\| \le \lambda_1 \tag{5.18}$$

sendo  $\tau_m$  o centro do MCC, e  $\tau(t_i)$  as componentes do vetor tensão cisalhante projetadas no plano de corte para  $t_i$ , i=1,2,...m.

Consequentemente, podemos definir  $\tau_a$  pela expressão 5.19.

$$\tau_a = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \tag{5.19}$$

Uma inconsistência encontrada nesse método pode ser evidenciada na figura 5.11, onde observamos duas histórias de tensões distintas com valores iguais de semieixos maiores, quando, de fato, deveriam ser diferentes.

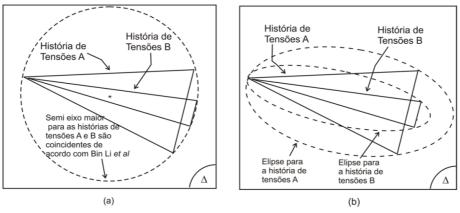


Figura 5-11. (a) Inconsistência da proposta de Bin Li et al. [39] para obter os semieixos maiores das duas histórias das tensões cisalhantes. (b) Elipses envolvendo corretamente as duas histórias das tensões cisalhantes. (DANTAS, 2009)

### 5.3.2.5 Método do maior retângulo circunscrito - MRC

O modelo proposto por Mamiya e Araújo *et al.*, considera que apenas os estados de tensão pertencentes ao contorno de uma curva fechada são relevantes para caracterizar o "tamanho" da história de tensões cisalhantes no plano crítico.

Considerando uma figura geométrica retangular com orientação arbitrária circunscrevendo a história de tensões (Figura 5.12), temos que o retângulo é tangente à história de tensões nos pontos:

$$p_{i}(\varphi) = p(t^{*}) \in \tau; \arg\left(\max_{t} \tau_{i}(\varphi, t)\right)$$

$$i = 1, 2$$

$$q_{i}(\varphi) = q(t^{*}) \in \tau; \arg\left(\max_{t} \tau_{i}(\varphi, t)\right)$$
(5.20)

pertencentes ao contorno  $\partial \tau$ , onde  $\tau_i(\varphi, t)$ , i = 1, 2 indicam a i-ésima componente da tensão cisalhante  $\tau$  projetada no plano de corte no instante t, descrita em uma base de orientação  $\varphi$ .

Analisando todas as as possíveis orientações  $\varphi$  do retângulo, o contorno  $\partial \tau$  da curva poligonal de m vértices pode ser recuperado pela identificação de todos os pontos  $p_i(\varphi)$  e  $q_i(\varphi)$  correspondentes, definindo uma relação direta entre a curva poligonal e os retângulos que a circunscrevem.

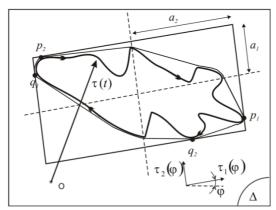


Figura 5-12. Retângulo de lados  $a_i$ , i=1,2 circunscrevendo a projeção da história de tensões com as faces tangentes em  $p_i$  e  $q_i$ , i=1,2. (DANTAS, 2009)

A amplitude da i-ésima componente  $a_i(\varphi)$  da história de tensões cisalhantes (metade dos lados do retângulo) é definida para cada orientação  $\varphi$  do retângulo, p:

$$a_{i}(\varphi) = \frac{1}{2} \left[ \max_{t} \tau_{i}(\varphi, t) - \min_{t} \tau_{i}(\varphi, t) \right]$$

$$i = 1, 2$$
(5.21)

Por fim, a amplitude da tensão cisalhante é definida como:

$$\tau_a = \max_{\varphi} \sqrt{a_1^2(\varphi) + a_2^2(\varphi)} \tag{5.22}$$

Como para carregamento multiaxiais senoidais em fase e fora de fase síncronos há uma invariância do retângulo, temos que:

$$\tau_a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \tag{5.23}$$

onde  $a_i$ , i = 1, 2 são as amplitudes das componentes  $\tau(t)$  definidas por 5.23.

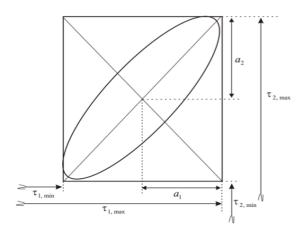


Figura 5-13. Amplitude das componentes τ(t) para uma história de carregamentos não proporcional, fora de fase e síncrona. (DANTAS, 2009)

# 6 PROPRIEDADES DO MATERIAL

Neste capítulo será feita uma revisão sobre as propriedades do material estudado nesse trabalho.

### 6.1 HISTÓRICO DO ALUMÍNIO

Em 1886, se iniciava a produção em escala industrial do alumínio quando o metal puro foi obtido pela dissolução eletrolítica de óxido de alumínio (alumina), em um banho de criolita, por Charles Martin Hall nos Estados Unidos e Louis Toussaint Héroult na França. Ainda atualmente, observamos que esse método de produção ainda é o mais o utilizado, sendo conhecido por processo Hall-Héroult. (ABAL, 2016).

Em 1906, Alfred Wilm desenvolveu um método de endurecimento de uma liga de Al-Cu (Alumínio-Cobre) por meio do processo de solubilização seguido de precipitação natural, processo que fomentou a utilização do alumínio em larga escala para a construção de componentes aeronáuticos. Esta liga ficou conhecida como duralumínio e foi muito utilizada na criação de componentes mais leves e resistentes durante a primeira guerra mundial (1914-1918). A partir desse período, é possível notar uma maior força do alumínio na indústria, em diversos setores da economia (CAMARGO, 2007).

A necessidade de reduzir ainda mais o peso das aeronaves na década de 30 motivou o surgimento das ligas da série 2XXX (Al-Cu-Mg/Si), que se mostraram, além de leves, muito resistentes mecanicamente, altamente dúcteis e usináveis. Na década de 40, a liga 7075 foi desenvolvida na condição T6, submetida aos processos de solubilização e envelhecimento artificial. Ela foi utilizada em componentes das aeronaves B29 durante a segunda guerra mundial (1939-1945). Nos anos 60, os avanços nos estudos da mecânica da fratura revelaram a necessidade de aprimoramento das ligas no âmbito da resistência e da tenacidade à fratura, o que incentivou na década seguinte o surgimento das ligas da série AA 7XXX, com destaque para 7050-T74, por sua alta resistência mecânica, boa resistência à corrosão, tenacidade à fratura e resistência à fadiga mais elevadas.

Atualmente, a recorrente necessidade de produtos com características específicas para determinadas aplicações vem motivando cada vez mais o desenvolvimento das ligas de alumínio de alta resistência (ABAL, 2016). Levantamentos feitos em 2013 mostram que o Brasil aparece em terceiro lugar no *ranking* mundial de produção de bauxita, com 12,7% do total produzido, o que representa 32,8 milhões de toneladas. A bauxita é o principal minério para fabricação de alumínio, contendo de 35 a 40% de óxido de alumínio (DNPM, 2016). Isso mostra a importância do país no cenário mundial, dada a crescente demanda desse metal no mundo.

## 6.2 LIGAS DE ALUMÍNIO E PROPRIEDADES

O alumínio puro não apresenta bons níveis de resistência mecânica e dureza quando submetido a esforços mecânicos. Por esse motivo surgiu a necessidade de trabalhar a liga para obter melhores características para usos específicos (Abal, 2016). O aprimoramento da resistência de uma liga depende da adoção de vários processos que estão intimamente relacionados às propriedades específicas almejadas em determinado material. Os métodos incluem acréscimo de elementos químicos, laminação, prensagem, estiramento, tratamentos térmicos, entre outros (A. Heinz et al, 2000).

No caso das ligas de alumínio, os elementos químicos mais utilizados são: zinco, silício, manganês, magnésio e cobre, e suas proporções variam dependendo das características da liga que se deseja obter. As manipulações das ligas de alumínio são sempre feitas visando a melhoria das propriedades mecânicas, como aumento da tenacidade à fratura, melhoria da resistência à fadiga e aumento da resistência a corrosão (ABAL, 2016).

As ligas de alumínio podem ser agrupadas em duas divisões, segundo a *Aluminum Association*: as ligas trabalháveis e as ligas fundidas. A nomenclatura utilizada para caracterizar as ligas trabalháveis é feita com quatro dígitos, no formato XXXX, sendo que: o primeiro dígito indica a série da liga, informando o principal elemento de liga; o segundo dígito, caso diferente de zero, indica a ocorrência de modificação na liga básica; e o terceiro e o quarto dígito identificam o grupo de composição específica (*Aluminum Association*, 2016). A nomenclatura que caracteriza ligas fundidas, por sua vez, é feita com três dígitos agrupados, e um separado por um ponto, no formato XXX.X, em que: primeiro dígito indica a série a qual a liga pertence e o principal elemento de liga; o segundo e o terceiro dígitos caracterizam as ligas de composição especifica; e o quarto dígito, caso seja zero, indica peça fundida em moldes, e seja um, indica o material na forma de lingote (MELLO, 2009).

Em suas publicações, Abal, 2016, explicita a seguinte comparação entre as ligas:

- · A série 3XXX é uma das mais utilizadas, por apresentarem resistência à corrosão próxima à do alumínio puro.
- · A série 5XXX é a mais resistente, mantendo as principais qualidades do alumínio puro, como elevada resistência à corrosão e boa capacidade de ser trabalhada.
- · A série 6XXX é bastante resistente à corrosão, porém com pouca capacidade de ser trabalhada.
- As séries 2XXX, com cobre, e 7XXX, com zinco, possuem resistência mecânica comparável com o aço industrial, porém são menos resistentes à corrosão e geralmente necessitam de alguma proteção superficial. São bastantes utilizadas em aplicações que necessitam de um alto fator resistência/peso, como na aviação

As composições químicas das ligas trabalháveis e fundidas são relacionadas na Tabela 6.1.

Tabela 6-1. Série das ligas de alumínio trabalháveis (Aluminum Association, 2016, modificado)

Série	Indicação da Composição (Principais elementos)				
Serie	Alumínio e suas ligas - trabalháveis	Alumínio e suas ligas - fundidas			
1XXX	99% min. De Alumínio	99% min. De Alumínio			
2XXX	Cobre	Cobre			
3XXX	Manganês	Silício e cobre e/ou magnésio			
4XXX	Silício	Silício			
5XXX	Magnésio	Magnésio			
6XXX	Magnésio e Silício	Série não utilizada			
7XXX	Zinco	Zinco			

Na engenharia, as ligas mais utilizadas geralmente contêm silício como elemento de liga, pois facilita a fundição. O cobre, por sua vez, é muito utilizado para aumentar a dureza e a resistência mecânica. O magnésio agrega boa resistência e ductilidade às ligas, sendo bastante empregado em ambientes agressivos, mas, em contrapartida, dificulta a fundição da liga.

### 6.2.1 Série 7XXX

Na série 7XXX, o zinco (Zn) é o principal elemento de liga, sendo encontrado em quantidades de 1 a 8%. Ele é adicionado juntamente com Magnésio (Mg), proporcionando uma liga com elevada resistência mecânica, devido à possibilidade de tratamento térmico. Essa série pode apresentar ainda, em pequenas quantidades, outros elementos de liga como cobre (Cu) e Cromo (Cr). (ALCOA, 2016)

A dureza elevada característica dessa série se dá pelo modo de fabricação da liga, a qual é sujeita a processos como: tratamento térmico controlado, precipitação e envelhecimento (ABAL, 2016). Como resultado, obtemos um material com ótimas propriedades mecânicas aplicáveis a componentes aeronáuticos. (E. A. Stake, 1995)

# 6.3 PROCESSO DE LAMINAÇÃO

O processo de laminação consiste na redução da seção transversal de um material por meio de sua compressão entre dois rolos de eixos paralelos e que giram em torno de si mesmos, com sentidos de rotação contrários um em relação ao outro.

A laminação a quente consiste no aquecimento da liga a uma temperatura mínima de aproximadamente 350°C, levando o material à recristalização dinâmica na deformação plástica. A laminação à frio, por sua vez, é realizada em temperaturas bem inferiores às de recristalização do material. Nesse caso, o alumínio sofre encruamento, adquirindo maiores limites de resistência à tração e ao escoamento, e diminuição do alongamento. Este processo produz um metal com bom acabamento superficial e preciso controle dimensional. (Chiaverini, 1996).

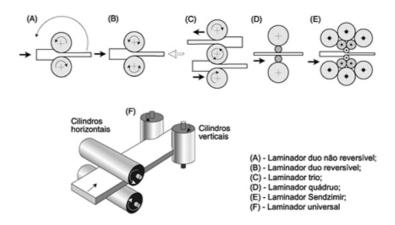


Figura 6-1. Esquema ilustrativo do processo de laminação e tipos de laminadores. (ABAL, 2016)

# 6.4 SOLUBILIZAÇÃO DE LIGAS DE ALUMÍNIO

A solubilização consiste no aquecimento da liga até uma temperatura elevada, próxima à temperatura de fusão. Após certo tempo, todos os elementos da liga são dissolvidos no alumínio, formando uma única fase na matriz de alumínio, que consistirá em uma estrutura uniforme e monofásica da solução sólida. Para o tratamento térmico de solubilização, podemos usar um diagrama Temperatura versus Tempo como referência (Figura 6.2).

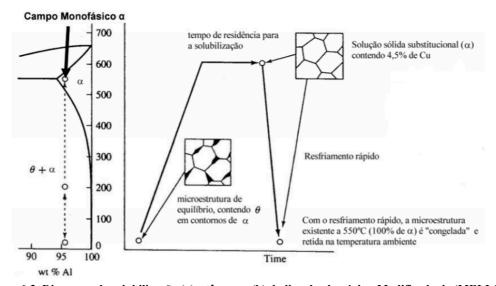


Figura 6-2. Diagrama de solubilização (a) e têmpera (b) da liga de alumínio - Modificado de (MELLO, 2009)

# 6.5 TÊMPERAS

A American National Standards Institute (ANSI) H35.1 normaliza as têmperas aplicadas nas ligas de alumínio tratáveis termicamente. A caracterização pode ser dividida entre mecânico, térmico, ou ambos, sendo que cada um é especificamente utilizado para obter propriedades desejáveis do material (Junior, 2007).

Junior, 2007, explica ainda a nomenclatura das têmperas: uma letra maiúscula individual seguido de um ou mais dígitos, caso existam subdivisões da têmpera básica. Os dígitos numéricos indicam a sequência de tratamentos, caracterizando, assim, as propriedades da liga.

Geralmente, as têmperas são caracterizadas pelas letras "O", "W", "T", "F" e "H". No nosso caso de estudo, a tempera ocorre após o processo de solubilização, sendo submetida a um resfriamento rápido (geralmente realizado por imersão em água), conforme descrito na Tabela 6.2.

Esse processo evita temporariamente a precipitação dos elementos da liga durante o resfriamento, mas, em contrapartida, gera estruturas instáveis, nas quais os elementos gradualmente se precipitam de maneira extremamente fina, maximizando o endurecimento do material (Junior, 2007).

Letra da têmperaCaracterísticas obtidasOMaterial recozido - Têmpera com menor valor de resistênciaWMaterial em condição instável - Têmpera obtida após solubilizaçãoTMaterial tratado termicamente, para produzir uma têmpera estável e diferente de OFMaterial como fabricadoHMaterial endurecido por deformação

Tabela 6-2. Têmperas e suas características (Junior, 2007, modificado)

#### 6.6 ENVELHECIMENTO ARTIFICIAL

O envelhecimento é um processo de endurecimento de materiais que pode ser utilizado após o a solubilização e a têmpera. Ele é dividido em dois tipos: artificial (ocorre em uma faixa de temperatura de 120°C a 200°C, e com menor tempo de conclusão) e natural (ocorre em temperatura ambiente e apresenta tempo de conclusão elevado). (TOTTEN, 1996).

No caso das ligas 7XXX, é possível obter elevados valores de resistência mecânica por meio do envelhecimento artificial. Os elementos de liga são aquecidos até temperaturas 120°C a 200°C por certo tempo, formando precipitados metaestáveis compatíveis com a matriz da solução sólida. O processo provoca mudanças microestruturais no interior da matriz e nos contornos de grãos, aumentando a dureza do material. (JUNIOR, 2007)

## 6.7 LIGA DE ALUMÍNIO AL7050-T7451

Esse trabalho se baseia na análise comportamental mecânica da liga de alumínio da série 7XXX com a designação 7050, na condição T7451, de aplicação estrutural. Conforme observado na figura a seguir, a nomenclatura alfanumérica T7451 define os processos de tratamento sob os quais a liga foi submetida. O número acompanhando a T representa a sequência específica de tratamentos básicos da liga: solubilização e estabilização, nesse caso. A aplicação desses processos visa elevar a resistência mecânica

da liga. O digito seguinte, 4, indica variação do tratamento térmico (resfriamento rápido, para essa liga). Os últimos dois dígitos, 5 e 1, sugerem alívio de tensão por estiramento permanente (onde pode ocorrer até 2% na variação da dimensão original), seguido de duplo envelhecimento artificial, respectivamente.

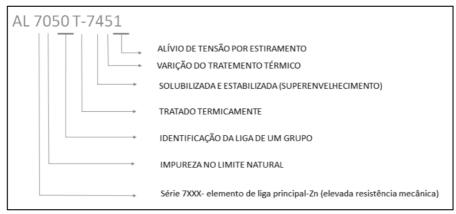


Figura 6-3. Designação e condição da liga AL 7050 T-7451. (CASTRO, 2016)

Para analisar o tratamento térmico utilizado na liga, podemos observar a imagem a seguir: primeiro, o material é aquecido até 475°C, para solubilização (formando uma solução sólida monofásica); em seguida, após o resfriamento, a estrutura é submetida a outros dois processos de aquecimento menos intensos que representam o processo de envelhecimento da liga.

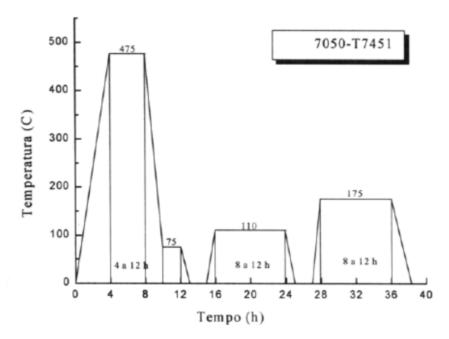


Figura 6-4. Designação e condição da liga AL 7050 T-7451. (CASTRO, 2016)

Em relação à análise química da liga, o grupo LABMAT – Laboratório de Materiais da USP/São Carlos – realizou o mapeamento dos componentes da liga, apresentados na Tabela 6.3.

Tabela 6-3. Composição química da liga AL 7050 - T7451, (%peso) (LABMAT, 2007)

Nouma			Componente Químico (% de massa)						
Norma	Zn	Ti	Mg	Cu	Zr	Fe	Mn	Cr	Si
ASM (%)	5,7 - 6,7	0,006	1,9 - 2,6	0,008 - 0,15	0,15	0,1	0,04	0,12	
LABMAT (%)	5,85	0,0024	2,11	0,12	0,07	0,01		0,03	

O site *MatWeb – Material Property Data* – fornece as propriedades mecânicas, físicas e elétricas do material para a liga de alumínio com tratamento térmico similar (temperatura de solubilização: 477°C e temperaturas de envelhecimento de: 121°C e 177°C).

Tabela 6-4. Propriedades mecânicas da liga AL 7050 - T7451, (%peso) (MATWEB, 2017)

Propriedades	Métrico	Inglês	Comentários
Dureza Brinell	140	140	Carregamento de 500kg com esfera de 10mm
Limite de Resistência à tração	524 [MPa]	78000 [psi]	
Limite de Escoamento	469 [MPa]	68000 [psi]	
Alongamento médio até a Fratura	11%	11%	
Módulo de Elasticidade	71,7 [GPa]	10400 [ksi]	
Coeficiente de Poisson	0,33	0,33	
Resistência à Fratura	28 [MPa√m]	25,5 [ksi√in]	K (IC) na direção S-L
Resistência à Fratura	32 [MPa√m]	28,2 [ksi√in]	K (IC) na direção T-L
Resistência à Fratura	35 [MPa√m]	31,9 [ksi√in]	K (IC) na direção L-T
Módulo de Cisalhamento	26,9 [GPa]	3900 [ksi]	
Densidade	2,83 [g/cm <sup>3</sup> ]	0,102 [lb/in³]	

## 6.8 TAMANHO DE GRÃO

O GFFM – Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais – da Universidade de Brasília mapeou a microestrutura típica de regiões da liga AL 7050 T-7451, apresentada na figura abaixo. Os grãos finos indicam as regiões que sofreram recristalização, enquanto que as áreas claras e alongadas, com grãos grosseiros, representam as áreas não recristalizadas. Os pontos pretos correspondem a partículas intermetálicas Al<sub>7</sub>Cu<sub>2</sub>Fe e Mg<sub>2</sub>Si.



Figura 6-5. Micrografia da liga AA 7050 T-7451. (GFFM, UnB, 2016)

Inicialmente, o material em estudo estava na forma de um tarugo de 160 x 150 x 305 mm, cujas dimensões representam orientações diferentes em relação ao sentido de laminação. Os processos de fabricação da liga incluem a laminação, processo com o qual a microestrutura do material tende a sofrer modificações. Para relacionar essas modificações às dimensões do tarugo, os sentidos de laminação foram identificados pelas letras S, L e T.

A avaliação dos tamanhos de grão se deu pela retirada de um lingote do tarugo que abrangesse toda a variação de seus tamanhos de grãos. Devido à forma de incidência do rolo de laminação no tarugo, definiu-se uma posição que incluísse grãos da superfície, do meio e da extremidade (superfície de contato com o rolo de laminação), uma vez que estes últimos tendem a ficar mais alongados que os grãos do meio. A figura abaixo apresenta uma comparação qualitativa das micrografías obtidas das 3 amostras no respectivos planos.

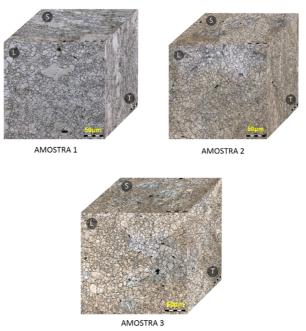


Figura 6-6. Amostras de AL 7050 T-7451. (GFFM, UnB, 2016)

Os tamanhos de grãos de cada amostra para cada plano específico foram mapeados quantitativamente pelo software Stream Essentials®, desenvolvido pela empresa Olympus®, e os dados estão explicitados na Tabela 6.5.

Tabela 6-5. Variação dos tamanhos de grão nos diferentes pontos de retirada das amostras, em função dos planos de laminação

Planos de Laminação	Amostra 01 [G(µm)]	Amostra 02 [G(µm)]	Amostra 03 [G(µm)]
Plano L	12,51 (4,18)	12,80 (3,79)	12,94 (3,61)
Plano S	12,07 (4,88)	12,76 (3,84)	12,97 (3,57)
Plano T	12,25 (4,58)	12,98 (3,56)	13,03 (3,50)

A partir da análise da tabela, fica evidente que os tamanhos de grãos variam em função das posições de retirada no tarugo. Sabendo que a amostra 1 representa a superfície do lingote, a amostra 2 representa o meio e a amostra 3 representa a extremidade, podemos observar que a amostra 01 no plano L apresentou tamanho de grão de 10,30% maior que o da amostra 02, e 15,80% maior do que a amostra 03. Em referência ao plano S, a amostra 01 apresentou tamanho de grão 27,1% maior do que a amostra 02, e 36,7% maior do que a amostra 03. Em relação ao plano T, a amostra 01 apresentou tamanho de grão 28,65% maior que o da amostra 02, e 30,85% maior do que a amostra 03. Essa análise pode ser feita analogamente para as outras amostras.

Agora, se compararmos as amostras em relação às diferenças entre planos, temos que a amostra 01 no plano L apresenta tamanho de grão 14,35% menor do que no plano S, e 8,75% menor do que no plano T. A amostra 2, por sua vez, apresenta tamanho de grão 1,30% menor no plano L se comparado ao plano S, e 6,45% maior se comparado ao plano T. Por fim, a amostra 3, no plano L, apresentou tamanho de grão 1,10% maior do que no plano S, e 3,15% maior do que no plano T.

Os levantamentos acima mostram que a maior variação nos tamanhos dos grãos ocorre na comparação entre as amostras 01 e 03, e na comparação entre os planos T-S de laminação.

# 7 MÉTODOLOGIA E ALGORITMO

Neste capitulo será apresentada a metodologia utilizada nesse trabalho, assim como o algoritmo dos modelos computacionais que suportaram a obtenção de resultados.

### 7.1 VISÃO GERAL

A metodologia de desenvolvimento desse trabalho pode ser dividida nas seguintes etapas:

- · Elaborar código computacional em Matlab capaz de calcular o parâmetro de dano ΔW (descrito no Capítulo 5) segundo os modelos de Liu e de Chu, Conle e Bonnen para corpos de prova sem entalhe sob condições de carregamento previamente estabelecidas.
- · Associar os fatores calculados às respectivas vidas desses componentes. As vidas dos corpos de prova foram obtidas em número de ciclos até a falha, por meio de experimentos laboratoriais realizados previamente pelo GFFM da Universidade de Brasília.
- Após associar os valores computacionais dos Fatores de dano aos dados experimentais previamente fornecidos, plotar um gráfico em base log-log de Fator de Dano versus Vida (P-N). Ajustando os dados pelo método de mínimos quadrados, esse gráfico fornecerá uma linha de tendência na forma  $P = A_g \left( N_f^{\ bg} \right)$ .
- · Paralelamente, a partir de resultados experimentais, plotar um gráfico tensão versus vida para componentes entalhados sob estados de carregamento de tração pura e torção pura. Esses gráficos  $\sigma_{-1} N$  e  $\tau_{-1} N$  apresentarão linhas de tendência também na forma  $\sigma_{-1} = A_{p'} \left( N_f^{\ b_{p'}} \right)$  e  $\tau_{-1} = A_{p''} \left( N_f^{\ b_{p''}} \right)$ .
- · Utilizar os valores dos coeficientes dos gráficos P-N ( $A_g$  e  $b_g$ ) e  $\tau_{-1}-N$  ( $A_p$  e  $b_p$ ) para gerar um código computacional de calibração das curvas de distância crítica em função da vida em fadiga L-N para os modelos sob análise. As curvas obtidas apresentam a forma  $L=A_m$  ( $N_f^{b_m}$ ).
- Repetir o procedimento anterior com coeficientes dos gráficos P-N ( $A_g$  e  $b_g$ ) e  $\sigma_{-1}-N$  ( $A_p$  e  $b_p$ ).
- · Utilizar os valores dos coeficientes da curva de calibração  $(A_m e b_m)$  e da curva de fator de dano versus vida  $(A_g e b_g)$  para gerar códigos computacionais de previsão da vida em fadiga para os componentes entalhados, de acordo com os modelos estudados.

Os algoritmos dos códigos utilizados foram explicados com maior detalhe a seguir.

# 7.2 ALGORITMO PARA CÁLCULO DA ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

Conforme explicado anteriormente, trabalharemos com dois critérios de fadiga multiaxial, ambos baseados na energia de deformação  $\Delta W$  do material para previsão de vida. Chamaremos nesse trabalho a energia de deformação como fator de dano (P) e a metodologia para cálculo desse termo é semelhante para os dois casos, de modo que as explicações dadas a seguir se aplicam para ambos.

Primeiramente, é importante entender que a força motriz para falha de um material (nucleação das tricas) são as forças internas que agem sobre os planos materiais, ou seja, tensões normais e cisalhantes. Dessa forma, o primeiro passo é calcular as forças internas em um plano material.

Supondo um tetraedro de Cauchy, é fácil observar que o equilíbrio de forças implica na existência de um vetor tensão t no plano normal ao vetor unitário n, de modo que o vetor tensão depende linearmente de n:  $t = \sigma n$ .

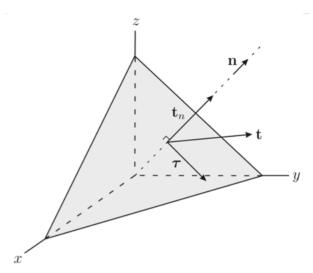


Figura 7-1. Tetraedro de Cauchy (CASTRO, 2011)

Por decomposição do vetor tensão, temos  $t = t_n + \tau$ , sendo  $t_n$  o vetor tensão normal e  $\tau$  a tensão cisalhante, que podem ser descritas por:

$$\mathbf{t}_{\mathbf{n}} = \sigma_{\mathbf{n}} \mathbf{n} \tag{7.1}$$

$$\sigma_{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \tag{7.2}$$

$$\tau = \sigma \mathbf{n} - (\sigma \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \tag{7.3}$$

Em uma história de tensão, a direção do vetor tensão normal não varia e o vetor tensão cisalhante descreve uma trajetória no plano (assunto que já foi abordado anteriormente no Capítulo 5).

Para implementar os modelos de fadiga, introduziremos a base ( $\mathbf{e}_A$ ,  $\mathbf{e}_B$ ,  $\mathbf{n}$ ), onde  $\mathbf{e}_A$  é paralelo à superfície do componente (plano XY) e  $\mathbf{e}_B$  aponta para o eixo Z (Figura 7.2).

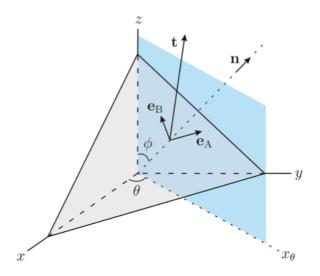


Figura 7-2. Representação da base (e\_A, e\_B, n) no tetraedro de Cauchy (CASTRO, 2011)

O primeiro passo é fazer a decomposição do vetor tensão.

$$\mathbf{t} = \tau_{\mathbf{A}} \mathbf{e}_{\mathbf{A}} + \tau_{\mathbf{B}} \mathbf{e}_{\mathbf{B}} + \sigma_{\mathbf{n}} \mathbf{n} \tag{7.4}$$

$$\tau_{\mathbf{A}} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{A}} \tag{7.5}$$

$$\tau_{\rm B} = \sigma \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_{\rm B} \tag{7.6}$$

$$\sigma_{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \tag{7.7}$$

Sabendo que a descrição da base base  $(\mathbf{e}_{A}, \mathbf{e}_{B}, \mathbf{n})$  com coordenadas esféricas  $\theta$  e  $\phi$  é dada por:

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \sin \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \phi \end{pmatrix} \tag{7.8}$$

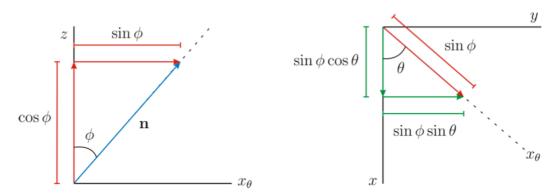


Figura 7-3. Representação geométrica da transformação de coordenadas (CASTRO, 2011)

$$\mathbf{e}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \tag{7.9}$$

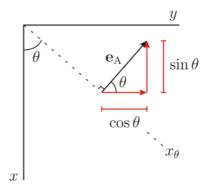


Figura 7-4. Representação geométrica da transformação de coordenadas (CASTRO, 2011)

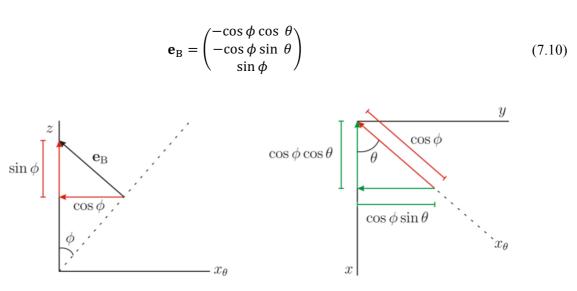


Figura 7-5. Representação geométrica da transformação de coordenadas (CASTRO, 2011)

Uma vez entendida a decomposição de um vetor tensão num plano qualquer, é possível calcular a intensidade desses componentes nos diferentes planos contidos num elemento de tensão. A intensidade desses componentes sob cada plano definirá um fator de dano, pelo qual será identificado também um plano crítico (aquele com maior fator de dano).

Dessa forma, podemos resumir a atuação do programa em 5 etapas:

- 1. Define-se um intervalo de theta  $\theta$  entre 0 e 180°, com incremento de 1° por ciclo, usando a função *for* do Matlab;
- 2. Dentro do intervalo de theta, define-se um intervalo de phi  $\phi$  entre 0 e 180°, com incremento de 1° por ciclo, usando novamente a função *for* do Matlab;
- 3. Dentro do intervalo de phi, define-se um intervalo de tempo de 0 a  $2\pi$ , com incremento de tempo razoavelmente pequeno, para o qual será feita a análise das componentes do carregamento aplicados naquele plano para aquele intervalo de tempo.

- 4. Por fim, obtém-se diversas combinações de theta e phi, para cada intervalo de tempo e cada combinação fornece um conjunto de componentes  $\sigma_n$ ,  $\tau_A$  e  $\tau_B$ .
- 5. Após a varredura para todos os instantes de tempo, aplica-se os critérios de cada modelo:
  - a. Critério de Liu: para definir o fator de Liu definido para o Modo I de abertura de trinca, encontra-se os planos cujo produto  $\Delta\sigma_n\Delta\varepsilon_n$  é máximo e soma-se o produto  $\Delta\tau\Delta\gamma$ , referente à tensão cisalhante e à deformação cisalhante nos respectivos planos sob análise. Para definir o fator de Liu definido para o Modo II de abertura de trinca, encontra-se os planos cujo produto  $\Delta\tau\Delta\gamma$  é máximo e soma-se o produto  $\Delta\sigma_n\Delta\varepsilon_n$ , referente à tensão normal e à deformação normal nos respectivos planos sob análise. O fator de maior intensidade (Modo I ou Modo II) definirá o fator de Liu do plano.
  - b. Critério de Chu, Conle e Bonnen: encontra-se os planos cuja soma  $\tau_{m\acute{a}x}\frac{\Delta\gamma}{2}+\sigma_{n}\frac{\Delta\varepsilon}{2}$  é máxima e esse valor representa o fator de Chu, Conle e Bonnen.

Repare que os cálculos de ambos critérios dependem diretamente da deformação normal  $\Delta \varepsilon$ , da deformação cisalhante  $\Delta \gamma$  e das tensões normal e cisalhante nos planos. As tensões são calculadas com a metodologia descrita anteriormente. As deformações normal e cisalhante, por sua vez, foram calculadas a partir da premissa de que o material permanece sempre dentro da zona elástica.

Dessa forma, podemos fazer as seguintes suposições:

$$\Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G} \tag{7.11}$$

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} \tag{7.12}$$

O cálculo da amplitude da tensão cisalhante foi feito utilizando o Método do Maior Retângulo Circunscrito (MRC), descrito no Capítulo 5. Já a amplitude da tensão normal foi calculada pela diferença entre a tensão normal máxima e mínima.

$$\Delta \sigma = \sigma_{\text{n,max}} - \sigma_{\text{n,min}} \tag{7.13}$$

Uma vez finalizados os modelos computacionais, foi feita a análise dos fatores de dano para os corpos de prova sem entalhe sob os carregamentos apresentados na Tabela a seguir. Repare que os CPs estão submetidos a condições de carregamento completamente reversos ( $\tau_m = 0$ ), isto é R = -1. Esses dados foram retirados de ensaios experimentais realizados previamente em laboratório.

Por meio dos resultados obtidos pelo modelo computacional, os fatores de dano dos CPs foram associados às suas respectivas vidas. Os resultados estão apresentados no Capítulo 8.

Tabela 7-1. Condições dos ensaios experimentais realizados nos corpos de prova sem entalhe.

Ensaios em corpos de prova sem entalhe					
Torção pura		Tr	ação pura		
$\tau_{-1}$ [MPa]	$N_f$	$\sigma_{-1}$ [MPa]	$N_f$		
173,21	2,86.10 <sup>4</sup>	205,0	4,58.10 <sup>4</sup>		
173,21	5,63.10 <sup>4</sup>	180,0	5,45.10 <sup>4</sup>		
173,21	8,90.10 <sup>4</sup>	205,0	7,80.10 <sup>4</sup>		
118,35	3,68.10 <sup>5</sup>	180,0	9,49.10 <sup>4</sup>		
108,63	5,00.10 <sup>5</sup>	180,0	1,19.10 <sup>5</sup>		
108,63	6,54.10 <sup>5</sup>	146,0	2,13.10 <sup>5</sup>		
108,63	1,54.10 <sup>6</sup>	112,0	8,23.10 <sup>6</sup>		
86,60	2,07.10 <sup>6</sup>	112,0	2,92.10 <sup>5</sup>		
86,60	2,42.10 <sup>6</sup>	112,0	1,27.10 <sup>6</sup>		
86,60	2,76.10 <sup>6</sup>				
86,60	3,24.10 <sup>6</sup>				
79,67	2,35.10 <sup>6</sup>				
79,67	2,50.10 <sup>6</sup>				
67,72	5,11.10 <sup>6</sup>				
67,72	9,47.10 <sup>6</sup>				

Os programas utilizados para realizar os cálculos podem ser consultados virtualmente pelo CD entregue junto a esse relatório.

# 7.3 OBTENÇÃO DAS CURVAS $\sigma_{-1} - \mathrm{N}$ e $\tau_{-1} - \mathrm{N}$

A calibração da curva L-N depende diretamente dos ensaios experimentais em corpos entalhados. Os dados experimentais para corpos de prova entalhados sob tração pura  $(\sigma_{-1})$  e torção pura  $(\tau_{-1})$  em condições de carregamento R=-1, permitiram o plote das duas curvas  $\sigma_{-1}-N$  e  $\tau_{-1}-N$  e a obtenção das respectivas linhas de tendência.

Tabela 7-2. Condições dos ensaios experimentais realizados nos corpos de prova sem entalhe

	Ensaios em cor	pos de prova entalhados	
To	rção pura	Tı	ação pura
$\tau_{-1}$ [MPa]	$N_f$	$\sigma_{-1}$ [MPa]	$N_f$
40,31	1,30.10 <sup>5</sup>	60,88	5,713.10 <sup>3</sup>
40,31	1,40.10 <sup>5</sup>	75,83	5,774.10 <sup>3</sup>
35,3	7,00.10 <sup>5</sup>	46,00	3,255.10 <sup>4</sup>
30,19	1,11.10 <sup>6</sup>	25,50	2,462.10 <sup>5</sup>
30,19	1,32.10 <sup>6</sup>	35,70	1,643.10 <sup>6</sup>
25,11	3,57.10 <sup>6</sup>	24,05	8,210.10 <sup>6</sup>
25,11	4,55.10 <sup>6</sup>	24,05	9,216.10 <sup>6</sup>
20,07	4,70.10 <sup>6</sup>		
20,07	1,79.10 <sup>7</sup>		

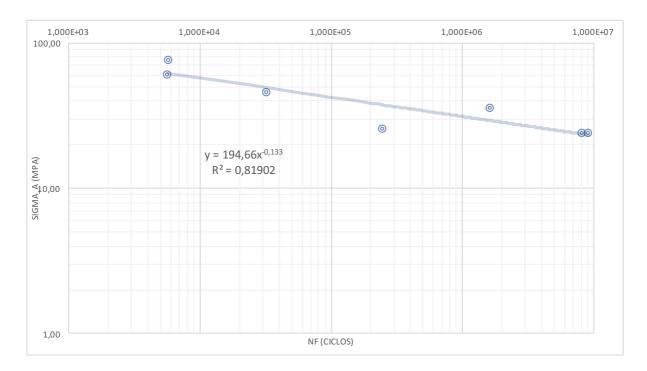


Figura 7-6. Corpos de prova entalhados sob condição de tração pura

Pelo ajuste de curva, os valores das constantes da curva  $\sigma_{-1}$  vs N para tração pura de corpos de prova entalhados são  $A_p=194,656724$  e  $b_p=-0,132644$ .

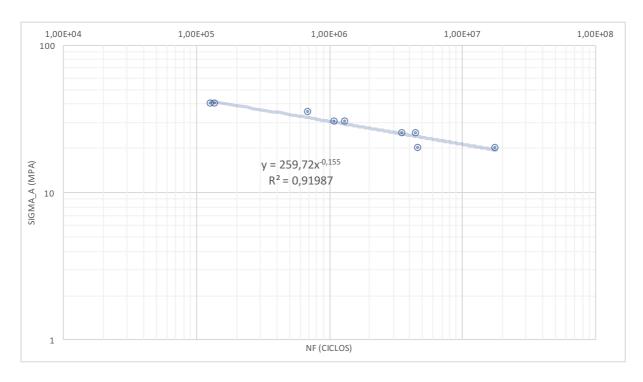


Figura 7-7. Corpos de prova entalhados sob condição de torção pura

Pelo ajuste de curva, os valores das constantes da curva  $\tau_{-1}$  vs N para torção pura de corpos de prova entalhados são  $A_p=259{,}724585$  e  $b_p=-0{,}155347$ .

Para facilitar a visualização, sumarizamos os resultados na tabela 7.3.

Tabela 7-3. Coeficientes das equações que descrevem os comportamentos dos corpos de prova entalhados

Coeficientes	Ensaios Experimentais			
Coefficientes	Tração Pura	Torção Pura		
$A_p$	194,656724	259,724585		
$b_p$	- 0,132644	-0,155347		

## 7.4 CALIBRAÇÃO DA CURVA L - N

A partir das relações de Vida (N) versus Fator de dano (P) de corpos de prova sem entalhe e de Tensão  $(\sigma_{-1}$  ou  $\tau_{-1})$  versus Vida (N) de corpos de prova entalhados, foi possível utilizar um código computacional em Matlab para calibração.

Para calibrar as curvas  $L_{\sigma} - N$  e  $L_{\tau} - N$ , que relacionam a distância crítica e a vida do componente, utiliza-se as curvas S - N e  $\tau - N$  dos cps entalhados e não entalhados. Assume-se que o dano por fadiga pode ser estimado pelo campo de tensões na proximidade de um determinado concentrador de tensões.

A rotina abaixo descreve a metodologia para calibração da curva  $L_{\sigma} - N$ , que também pode ser aplicada para calibrar a curva  $L_{\tau} - N$ .

Primeiro, define-se um intervalo de vida (baseado nos dados experimentais) em que a curva  $L_{\sigma}-N$  deverá ser estimada. Esse intervalo é representado pelos colchetes nas Figuras 7.8 e 7.9.

a. Escolhemos, dentro do intervalo, uma vida de falha,  $N_{f,1}$ .

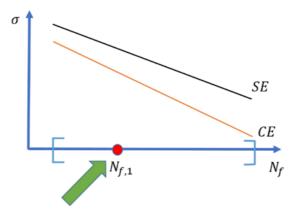


Figura 7-8. Curvas S-N dos espécimes entalhados e não entalhados e o ponto inicial  $N_{f,1}$ , dentro do intervalo de vida, definido para começar o processo iterativo de construção da curva L-N

b. Pelas linhas de tendência que descrevem os gráficos, podemos definir as tensões necessárias para induzir falha por fadiga nos CPs sem entalhe,  $\sigma_{SE}(N_{f,1})$ , e com entalhe  $\sigma_{CE}(N_{f,1})$ , conforme ilustrado na Fig. (5.8)

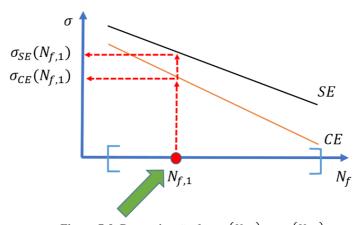


Figura 7-9. Determinação de  $\sigma_{SE}(N_{f,1})$  e  $\sigma_{CE}(N_{f,1})$ .

c. A distribuição das tensões principais nas proximidades da raiz do entalhe havia sido realizada previamente por pesquisadores do Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais da Universidade de Brasília - GFFM. Sabendo a solução numérica, localiza-se a distância da raiz do entalhe na qual a 1ª componente de tensão principal atinge o valor de  $\sigma_{SE}(N_{f,1})$ . Essa posição  $\frac{L_{\sigma}(N_{f,1})}{2}$  corresponde à distância crítica segundo o Método do Ponto.

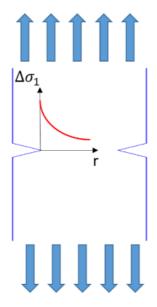


Figura 7-10. Representação esquemática do campo de tensões utilizando análise de elementos finitos (ANSYS)

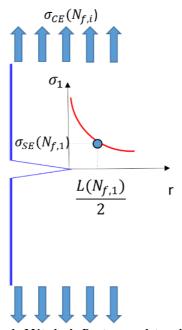


Figura 7-11. Aplicação do Método do Ponto para determinação da distância crítica.

d. Um vez definido o par ordenado  $\left(N_{f,1}, \frac{L_{\sigma}(N_{f,1})}{2}\right)$ , repetimos os procedimentos realizando incrementos em  $N_f$  para obter a curva  $L_{\sigma} = AN_f^b$ .

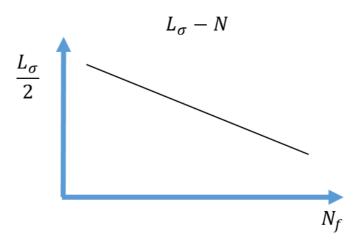


Figura 7-12. Representação esquemática da curva  $L_{\sigma}=AN_{f}^{b}$ .

A curva  $L_{\tau}-N$  é obtida de modo análogo com as respectivas curvas  $\tau-N$  e  $\tau_1-r$ .

# 7.5 PREVISÕES BASEADAS EM $L_{Fator}-N$ e $P_{Fator}-N$

O processo de previsão de vida segue o mesmo padrão para os modelos de Chu, Conle e Bonnen e de Liu. Dessa forma, por questões didáticas, apenas o processo de previsão de vida a partir da curva calibrada  $L_{CCB}-N$  e da curva  $P_{CCB}-N$  será explicado, mas a metodologia é igual para o método de Liu.

Primeiramente, utiliza-se a curva  $P_{CCB} - N$  (Figura 7.13),

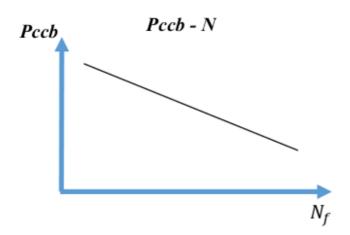


Figura 7-13. Curvas  $P_{CCB} - N$  dos espécimes não entalhados.

a. Dentro do intervalo de vida definido anteriormente (representado pelos colchetes nas Figuras 7.14 a 7.17), realiza-se um chute inicial  $N_1$  na curva  $P_{CCB} - N$ , esse chute, me fornecerá um valor  $P_{CCB,1}$  inicial.

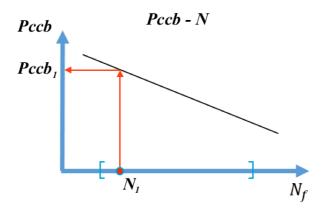


Figura 7-14. Determinação de um chute inicial dentro do intervalo de vida (representado por [])

b. Dentro do intervalo de vida definido anteriormente, realiza-se o mesmo chute inicial  $N_1$  na curva  $L_{CCB} - N$ . Esse chute fornece um valor  $L_{CCB,1}$  inicial.

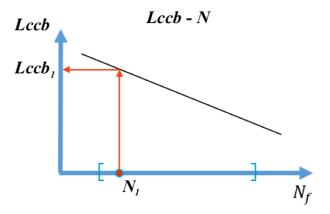


Figura 7-15. Identificação da distância crítica para o chute inicial definido anteriormente

c. Com esse valor de  $L_{CCB,1}$ , utiliza-se a curva  $P_{CCB} - L_{CCB}$  para obtenção de um valor  $P_{CCB,n1}$ .

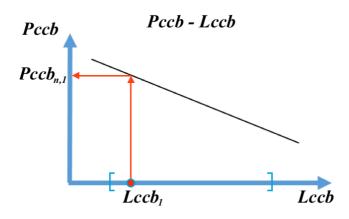


Figura 7-16. Identificação do fator de dano para a distância crítica definida anteriormente

d. Se o valor de  $P_{CCB,n1} \neq P_{CCB,1}$ , a previsão não foi atingida e o procedimento deve iniciar novamente a partir de um novo chute  $N_1 + \Delta N = N_2$ .

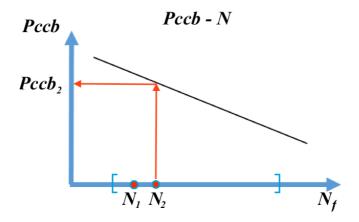


Figura 7-17. Definição de um novo chute para continuidade do processo iterativo

e. A rotina numérica segue esse procedimento iterativo até que ocorra a conversão de resultados, ou seja que a condição  $P_{CCB,ni} = P_{CCB,i}$  seja satisfeita. Quando isso ocorrer, obtivemos a previsão de vida  $(N_f = N_i)$ , o fator de Chu, Conle e Bonnen  $(P_{CCB} = P_{CCB,i})$  e a distância crítica  $(L_{crit} = L_{CCB,i})$  para o estado de tensão analisado.

#### 7.6 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Com auxílio dos códigos computacionais descritos anteriormente, foram feitas as previsões de vida de corpos de prova entalhados (Figuras 7.18 e 7.19), previamente testados em 23 condições específicas de carregamento multiaxial em fase ( $\varphi = 0$ ) e fora de fase ( $\varphi = 90$ ). Os ensaios experimentais variam em amplitude de tensão axial, ( $\sigma_a$ ), e na amplitude de tensão cisalhante, ( $\tau_{xy}$ ), visando garantir distintos valores de amplitude de tensão cisalhante e normal no plano critico. Os testes também foram conduzidos em três proporções ( $\sigma_a/\tau_{xy}$ ): 0,5, 0,8 e 2,0.

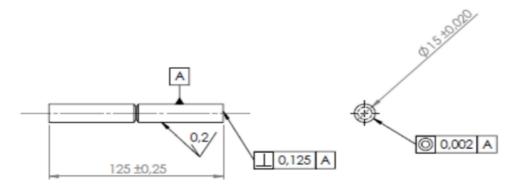


Figura 7-18. Dimensões do corpo de prova entalhado utilizado nos ensaios experimentais

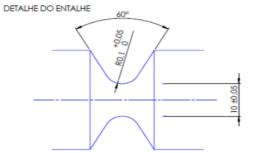


Figura 7-19. Detalhe do entalhe no corpo de prova

A Tabela 7.4 apresenta as condições dos ensaios sob as quais os corpos de prova foram submetidos: tensões de tração e torção para carregamentos com R = -1. Repare que o sobescrito "gross" indica a tensão da seção cheia do corpo de prova, ou seja, onde não há o entalhe. A partir das previsões computacionais de vida em fadiga dos corpos de prova, os resultados foram comparados com os valores experimentais, identificando os modelos que melhor descrevem o comportamento real do material.

Tabela 7-4. Ensaios experimentais realizados nos corpos de prova entalhados sob condição de carregamento multiaxial

Dados Experimentais					
CP	Proporção	$\sigma_{gross}$	$ au_{gross}$	Fase	N
FF4	0,5	11,0	22,0	0	5,843.10 <sup>6</sup>
DD4	0,5	11,0	22,0	0	3,340.10 <sup>6</sup>
F6	0,5	13,0	26,0	0	3,276.10 <sup>5</sup>
D6	0,5	13,0	26,0	0	7,237.10 <sup>5</sup>
DD3	0,5	16,0	32,0	0	2,319.10 <sup>5</sup>
EE5	0,5	16,0	32,0	0	2,416.10 <sup>5</sup>
I6	0,5	18,0	36,0	0	3,188.10 <sup>4</sup>
P6	0,5	18,0	36,0	0	1,040.10 <sup>5</sup>
R5	0,8	16,0	20,0	0	5,744.10 <sup>6</sup>
EE4	0,8	16,0	20,0	0	3,448.10 <sup>6</sup>
DD5	0,8	16,0	20,0	0	4,392.10 <sup>6</sup>
Н6	0,8	18,4	23,0	0	2,108.10 <sup>6</sup>
EE1	0,8	18,4	23,0	0	1,764.10 <sup>6</sup>
EE6	0,8	25,6	32,0	0	1,130.10 <sup>5</sup>
SOBRA 1	0,8	25,6	32,0	0	9,912.10 <sup>4</sup>
FF5	2,0	38,0	19,0	0	9,115.10 <sup>4</sup>
FF3	2,0	38,0	19,0	0	6,000.10 <sup>4</sup>
Q6	2,0	25,2	12,6	0	8,021.10 <sup>5</sup>
O6	2,0	36,6	18,3	0	8,817.10 <sup>4</sup>
J6	2,0	30,0	15,0	0	8,627.10 <sup>5</sup>
N/A	0,5	11,0	22,0	90	6,360.10 <sup>6</sup>
N/A	0,5	16,0	32,0	90	1,027.10 <sup>6</sup>
N/A	0,5	18,0	36,0	90	4,952.10 <sup>4</sup>

# **8 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Este capítulo apresenta os resultados obtidos nesse estudo, incluindo as curvas de calibração e de previsão, assim como as previsões de vida dos componentes. Em seguida, é feita uma análise e discussão dos dados apresentados.

#### **8.1 CURVA P - N**

Com o auxílio da Tabela 7.1, os fatores de dano foram calculados para cada estado de tensão sob o qual os corpos de prova sem entalhe foram submetidos. Uma vez de posse das vidas experimentais, foi possível relacionar a vida (*N*) ao Fator de Dano (*P*) computacional.

O plote dos dados em um gráfico log-log no Excel fornece uma linha de tendência  $\left(P = A_g \left(N_f^{\ bg}\right)\right)$  que posteriormente foi utilizada para calibração do gráfico L-N e para previsão da vida em fadiga dos componentes entalhados.

Empiricamente, notou-se que as curvas apresentavam ajustes melhores quando englobavam apenas ensaios de tração pura ou de torção pura. Por esse motivo, os resultados foram separados em duas curvas distintas para aumentar a acurácia dos resultados. Abaixo é possível verificar as os ajustes de curva para os respectivos modelos.

## 8.1.1 Curva P - N para o Fator de Chu, Conle e Bonnen

O Fator de Chu Conle e Bonnen foi chamado de  $P_{CCB}$ .

### Tração pura

Tabela 8-1. Fator CCB para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de tração pura

$\sigma_a$ [MPa]	$\tau_a$ [MPa]	$N_f$ [ciclos]	$P_{CCB}$ [kPa]
205,0	0	4,58.10 <sup>4</sup>	0,0886
180,0	0	5,45.10 <sup>4</sup>	0,0683
205,0	0	7,80.10 <sup>4</sup>	0,0886
180,0	0	9,49.10 <sup>4</sup>	0,0683
180,0	0	1,19.10 <sup>5</sup>	0,0683
146,0	0	2,13.10 <sup>5</sup>	0,0449
112,0	0	8,23.10 <sup>6</sup>	0,0264
112,0	0	2,92.10 <sup>5</sup>	0,0264
112,0	0	1,27.10 <sup>6</sup>	0,0264

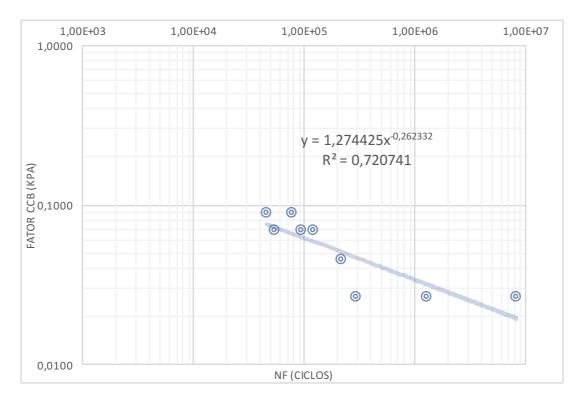


Figura 8-1. Curva de ajuste de CCB para ensaios de tração pura

Pelo ajuste de curva, os valores das constantes da curva  $P_{CCB}$  vs N para tração pura são  $A_g=1,274425$  e  $b_g=-0,262332$ .

# Torção pura

Tabela 8-2. Fator CCB para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de tração pura

$\sigma_a$ [MPa]	$\tau_a$ [MPa]	$N_f$ [ciclos]	$P_{CCB}$ [kPa]
0	173,21	2,86.10 <sup>4</sup>	0,4971
0	173,21	5,63.10 <sup>4</sup>	0,4971
0	173,21	8,90.10 <sup>4</sup>	0,4971
0	118,35	3,68.10 <sup>5</sup>	0,2321
0	108,63	5,00.10 <sup>5</sup>	0,1955
0	108,63	6,54.10 <sup>5</sup>	0,1955
0	108,63	1,54.10 <sup>6</sup>	0,1955
0	86,60	2,07.10 <sup>6</sup>	0,1242
0	86,60	2,42.10 <sup>6</sup>	0,1242
0	86,60	2,76.10 <sup>6</sup>	0,1242
0	86,60	3,24.10 <sup>6</sup>	0,1242
0	79,67	2,35.10 <sup>6</sup>	0,1052
0	79,67	2,50.10 <sup>6</sup>	0,1052
0	67,72	5,11.10 <sup>6</sup>	0,076
0	67,72	9,47.10 <sup>6</sup>	0,076

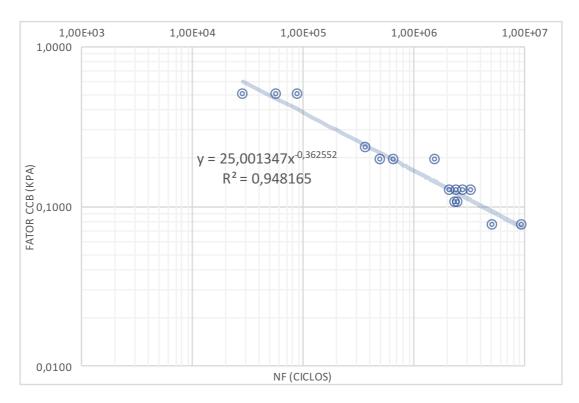


Figura 8-2. Curva de ajuste de CCB para ensaios de torção pura

Pelo ajuste de curva, os valores das constantes da curva  $P_{CCB}$  vs N para torção pura são  $A_g=25,001347$  e  $b_g=-0,363552$ .

# 8.1.2 Curva P - N para o Fator de Liu

O Fator de Liu será chamado de  $P_{Liu}$ .

## Tração pura

Tabela 8-3. Fator Liu para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de tração pura

$\sigma_a$ [MPa]	$\tau_a$ [MPa]	$N_f$ [ciclos]	$P_{Liu}$ [kPa]
205,0	0	4,58.10 <sup>4</sup>	0,1929
180,0	0	5,45.10 <sup>4</sup>	0,1487
205,0	0	7,80.10 <sup>4</sup>	0,1929
180,0	0	9,49.10 <sup>4</sup>	0,1487
180,0	0	1,19.10 <sup>5</sup>	0,1487
146,0	0	2,13.10 <sup>5</sup>	0,0978
112,0	0	8,23.10 <sup>6</sup>	0,0576
112,0	0	2,92.10 <sup>5</sup>	0,0576
112,0	0	1,27.10 <sup>6</sup>	0,0576

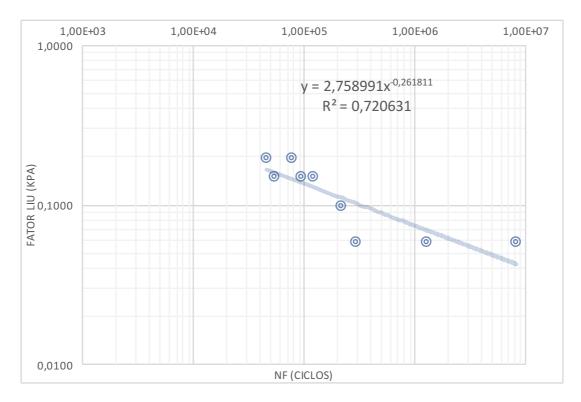


Figura 8-3. Curva de ajuste de Liu para ensaios de tração pura

Pelo ajuste de curva, os valores das constantes da curva  $P_{Liu}$  vs N para tração pura são  $A_g=2,758991$  e  $b_g=-0,261811$ .

# Torção pura

Tabela 8-4. Fator Liu para os corpos de prova não entalhados sob condições de carregamento de torção pura

$\sigma_a$ [MPa]	$\tau_a$ [MPa]	$N_f$ [ciclos]	$P_{CCB}$ [kPa]
0	173,21	2,86.10 <sup>4</sup>	1,3337
0	173,21	5,63.10 <sup>4</sup>	1,3337
0	173,21	8,90.10 <sup>4</sup>	1,3337
0	118,35	3,68.10 <sup>5</sup>	0,6227
0	108,63	5,00.10 <sup>5</sup>	0,5246
0	108,63	6,54.10 <sup>5</sup>	0,5246
0	108,63	1,54.10 <sup>6</sup>	0,5246
0	86,60	2,07.10 <sup>6</sup>	0,3334
0	86,60	2,42.10 <sup>6</sup>	0,3334
0	86,60	2,76.10 <sup>6</sup>	0,3334
0	86,60	3,24.10 <sup>6</sup>	0,3334
0	79,67	2,35.10 <sup>6</sup>	0,2822
0	79,67	2,50.10 <sup>6</sup>	0,2822
0	67,72	5,11.10 <sup>6</sup>	0,2039
0	67,72	9,47.10 <sup>6</sup>	0,2039

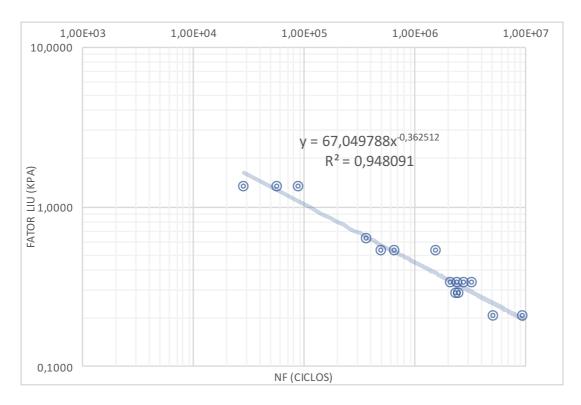


Figura 8-4. Curva de ajuste de Liu para ensaios de torção pura

Pelo ajuste de curva, os valores das constantes da curva  $P_{Liu}$  vs N para torção pura são  $A_g=67,049788$  e  $b_g=-0,362512$ .

Para facilitar a visualização, os resultados foram sumarizados na Tabela 8.5.

Tabela 8-5. Coeficientes das equações que descrevem os comportamentos dos corpos de prova não entalhados pelo ajuste de curva do Excel

Coeficientes	Chu, Conle e Bonnen		Liu	
	Tração	Torção	Tração	Torção
$A_g$	1,274425	25,001347	2,758991	67,049788
$b_g$	- 0,262332	-0,363552	-0,261811	-0,362512

Utilizando o código de ajuste de curva do Matlab, obteve-se os seguintes coeficientes  $A_g$  e  $b_g$ , para os mesmos dados apresentados nas tabelas 8.1, 8.2, 8.3 e 8.4.

Tabela 8-6. Coeficientes das equações que descrevem os comportamentos dos corpos de prova não entalhados pelo ajuste de curva do Matlab

Coeficientes	Chu, Conle e Bonnen		Liu	
	Tração	Torção	Tração	Torção
$A_g$	4,103105	17,382268	8,864935	46,615910
$b_g$	- 0,359523	-0,333259	-0,358834	-0,332545

Analisando as tabelas 8.5 e 8.6, obteve-se as seguintes razões entre os valores do Matlab e os valores do Excel.

Tabela 8-7. Comparativo entre os coeficientes de ajuste do Matlab em relação aos do Excel

Coeficientes	Chu, Conle e Bonnen		Liu	
	Tração	Torção	Tração	Torção
$A_g$	3,212	0,695	3,213	0,695
$b_g$	1,370 0,917		1,371	0,917

Para os valores de tração, os resultados computacionais mostraram-se na faixa 321% maiores para  $A_g$  e 137% maiores para  $b_g$  quando comparados aos resultados do Excel. Para os resultados de torção, por sua vez, os valores se mostraram na faixa de 31% menores para  $a_g$  e 8% menores para  $a_g$ .

Nota-se que resultados foram mais próximos para os ensaios de torção, possivelmente devido à maior amostra de dados. De qualquer forma, optou-se por utilizar os resultados do Excel (apresentados na Tabela 8.5), para manter unicidade com a metodologia de ajuste utilizada nas curvas de torção e tração de componentes entalhados, apresentados na seção 7.3.

#### 8.2 CURVA L - N

Por meio da rotina de calibração descrita na Seção 7.3, foi possível definir os coeficientes das equações que descrevem os comportamentos de  $L_{\tau}-N$  e  $L_{\sigma}-N$  para ambos modelos de fadiga estudados. Os resultados são apresentados na Tabela 8.6.

Tabela 8-8. Coeficientes das equações de distância crítica versus vida para os corpos de prova entalhados

Coeficientes	Chu, Conle e Bonnen		Liu	
	Tração	Torção	Tração	Torção
$A_m$	1,2150	1,2150 0,22350		0,25020
$b_m$	0,001214	0,001214 0,05292		0,05136

Repare que essas curvas de calibração apresentam coeficientes  $b_m$  positivos, o que traduz curvas crescentes (Figura 8.5). Apesar de os coeficientes  $b_m$  terem apresentado valores bem próximos de zero, esse resultado é contraditório ao que se esperava inicialmente ( $b_m$  negativo) e tal comportamento pode ser justificado ao restrito número de ensaios que foram realizados até o presente momento.

Nos corpos de prova sem entalhe, foram analisados 9 experimentos para tração pura e 15 experimentos para torção pura, enquanto que, nos corpos de prova entalhados, foram realizados 7 experimentos para tração pura e 9 experimentos para torção pura.

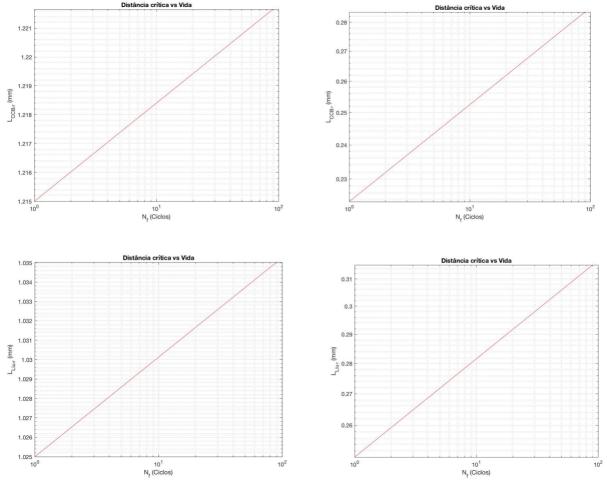


Figura 8-5. Curvas L-N dos modelos de fadiga em estudo

A ASTM E739, 1991, quantifica o número de espécimes necessários para a realização de ensaios, determinando os números mínimos de espécimes e de replicações necessários para realização de testes. Os ensaios são divididos em 4 classes: (1) preliminares e exploratórios; (2) testes de pesquisas e desenvolvimento de componentes e espécimes; (3) dados admissíveis para projeto; e (4) dados de confiabilidade. Tais informações encontram-se resumidas nas Tabelas 8.9 e 8.10.

Tabela 8-9. Tamanho de amostra necessário (ASTM E739, 1991)

Tipos de Ensaio	Número de Espécimes
Preliminares e exploratórios (pesquisa e ensaios para desenvolvimento)	6 a 12
Testes de pesquisas e desenvolvimento de componentes e espécimes	6 a 12
Dados admissíveis para projeto	12 a 24
Dados de confiabilidade	12 a 24

Tabela 8-10. Replicações necessárias (ASTM E739, 1991)

Tipos de Ensaio	Número de Espécimes
Preliminares e exploratórios (pesquisa e ensaios para desenvolvimento)	17 a 33 %
Testes de pesquisas e desenvolvimento de componentes e espécimes	33 a 50 %
Dados admissíveis para projeto	50 a 75 %
Dados de confiabilidade	75 a 88%

Considerando que os dados obtidos nesse projeto visam uma segurança admissível para projeto, entende-se pela norma que o número necessário de espécimes para se montar as curvas padrão S-N e  $\tau-N$  (utilizadas para calibração da curva L-N) deve ser de 12 a 24 corpos de prova com um percentual de replicação dos testes entre 50 e 75%. Dentre os testes realizados até o momento, apenas os ensaios de torção pura para corpos de prova não entalhados respeitam essa indicação.

Dessa forma, pela quantidade limitada de ensaios realizados, pode-se assumir que a amostra de dados não apresenta um resultado completamente satisfatório para o comportamento do material. Essa razão pode justificar o fato de as curvas L - N terem apresentado coeficientes de ajuste positivos.

## 8.3 PREVISÃO DE VIDA UTILIZANDO AS CURVAS $P-N \to L-N$

A partir das curvas  $L_{\tau} - N$  e  $L_{\sigma} - N$  dos modelos de fadiga estudados, utilizamos os coeficientes das equações de ajuste para realizar a previsão de vida em fadiga dos corpos de prova entalhados. Os resultados são apresentados nas Tabela 11.1 e 11.2 no Anexo I.

Nas seções abaixo, foi feita a comparação das previsões computacionais com as previsões experimentais  $(N_{f\_exp})$ .

Para analisar a acurácia dos resultados, foram adicionadas duas margens de erro admissíveis: uma de 2, englobando resultados dentro da faixa entre  $N_{f\_exp}/2$  e  $N_{f\_exp}*2$ ; e outra de 4, englobando resultados dentro da faixa entre  $N_{f\_exp}/4$  e  $N_{f\_exp}*4$ .

#### 8.3.1 Previsão para carregamentos de torção e tração puras

Os resultados se encontram nas Figuras 8.6 e 8.7.

A Figura 8.6 mostra os resultados para corpos entalhados sob condição de tração pura. Pela análise gráfica, é possível perceber que os modelos estudados não apresentam boa aplicação, uma vez que não se aproximaram dos resultados experimentais. O modelo de Chu, Conle e Bonnen gerou valores na ordem de 500 a 10<sup>5</sup> vezes maiores do que os resultados experimentais, sendo que nenhum das previsões caiu dentro do limite aceitável.

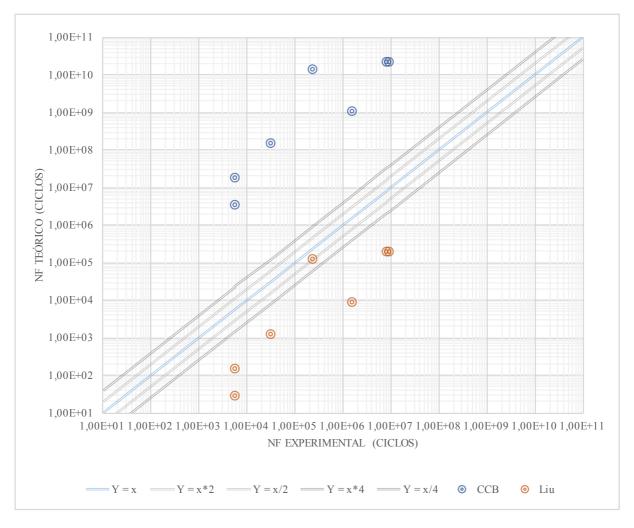


Figura 8-6. Previsão de vida para corpos entalhados sob tração pura

O modelo de Liu, embora igualmente pouco satisfatório, conseguiu se aproximar um pouco mais do limite aceitável, gerando valores cerca de 20 a 300 vezes menores do que os valores experimentais. Além disso, o modelo chegou a obter uma previsão dentro da margem de 2, o que representa 14% da amostra (Tabela 8.11).

Apesar de ambos critérios se mostrarem pouco precisos para previsão de vida em condição de tração pura, é justo assumir que o modelo de Liu está mais próximo de atingir valores aceitáveis, uma vez que o erro foi consideravelmente menor em relação ao modelo de CCB.

De qualquer forma, vale ressaltar que o limitado número de testes experimentais influenciou significativamente nas percentagens de alcance dos modelos, de modo que não é possível garantir com certeza se o modelo de Liu apresenta de fato um acerto de 14%.

Em relação aos ensaios de torção pura em corpos de prova entalhados, os resultados estão apresentados na Figura 8.7. Diferentemente das resoluções para tração pura, as previsões para torção foram bastante satisfatórias para ambos os modelos, gerando resultados dentro dos limites aceitáveis.

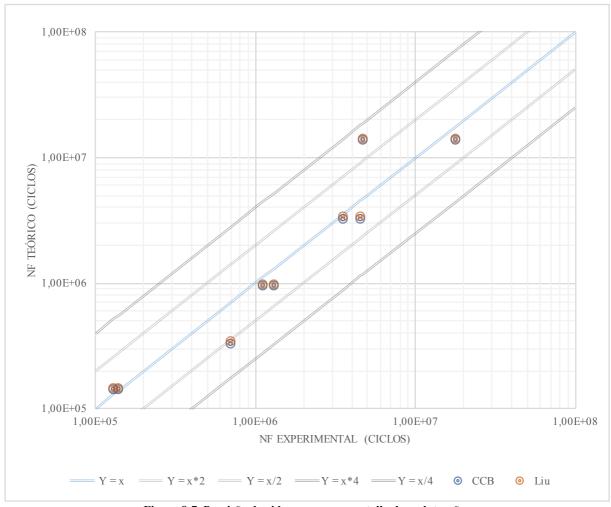


Figura 8-7. Previsão de vida para corpos entalhados sob torção pura

Pela Figura 8.7, é possível perceber que os Modelos de Liu e CCB apresentaram previsões muito semelhantes, nas quais 78% dos resultados ficaram dentro da margem de 2 e 100% dos resultados ficaram dentro da margem de 4. Com esse nível de acurácia, infere-se que os critérios representam boa aplicação para casos de torção pura em componentes entalhados.

Tabela 8-11. Percentual de previsões que se encontram dentro dos limites aceitáveis

Modelo	$L_{\sigma}$ -	- N	$L_{ au}$	- N
	2	4	2	4
ССВ	0%	0%	78%	100%
Liu	14%	14%	78%	100%

#### 8.3.2 Previsão para carregamentos multiaxiais

Os corpos de prova submetidos a carregamentos multiaxiais também foram analisados e os resultados estão apresentados nas Figuras 8.8 e 8.9. As tabelas com maiores detalhes podem ser consultadas no Anexo II.

Nas Figura 8.8 e 8.9, Ls-Nf se refere às previsões feitas utilizando a curva de distância crítica versus vida, calibrada com ensaios de tração pura. Lt-Nf se refere às previsões feitas utilizando a curva de distância crítica versus vida, calibrada com ensaios de torção pura.

As previsões realizadas com o modelo de Liu (Figura 8.8) mostraram-se mais assertivos para a curva de torção do que para a curvas de tração. De fato, nenhum dos resultados obtidos com a curva de tração caiu dentro do limite permitido, gerando valores cerca de 30 a 400 vezes menores do que os valores experimentais.

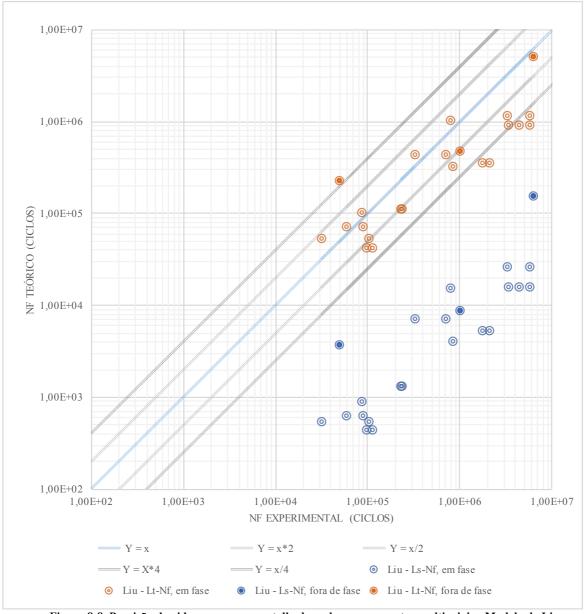


Figura 8-8. Previsão de vida para corpos entalhados sob carregamentos multiaxiais - Modelo de Liu

Os resultados obtidos com a curva de torção, por sua vez, apresentaram uma acurácia de 48% para a margem de 2 e de 74% para a margem de 4.

Por outro lado, as previsões realizadas com o modelo de Chu, Conle e Bonnen (Figura 8.9) mostraram-se mais assertivos para a curva de tração do que com a curvas de torção. Apesar de ambos terem apresentado algum percentual de acerto dentro dos limites estabelecidos, a curva de tração apresentou 52% dos resultados dentro da margem de 2 e 74% dos resultados dentro da margem de 4; em contrapartida aos 13% e 57%, respectivamente, para a curva de torção.

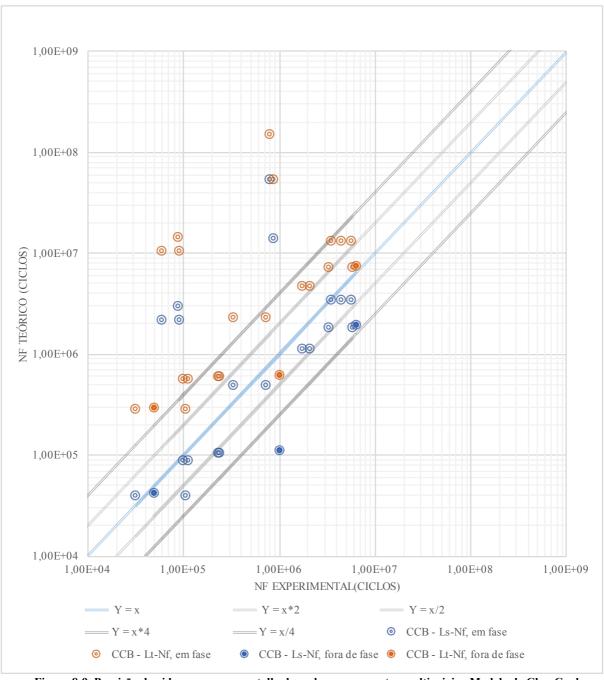


Figura 8-9. Previsão de vida para corpos entalhados sob carregamentos multiaxiais - Modelo de Chu, Conle e Bonnen

Comparando as previsões dos modelos aqui estudados com outros critérios previamente analisados por pesquisadores do Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais da Universidade de Brasília - GFFM (Tabela 8.12), pode-se fazer algumas afirmações:

- A curva de tração do modelo CCB apresentou o melhor índice de acerto em relação aos outros modelos, tanto para a margem de 2 quanto para a margem de 4. Os percentuais encontrados para a margem de 4 foram 24% maiores que o modelo de Fatemi e Socie e 59% maiores que o modelo MMWC.
- · A curva de tração do modelo Liu mostrou a pior previsão dentre todos os modelos, com índice de acerto igual a zero.
- A curva de torção do modelo CCB apresentou o pior índice de acerto em relação aos outros modelos, com percentual de acerto de 38% abaixo do modelo MMWC e 13% abaixo do modelo de Fatemi e Socie, para a margem de 4.
- · A curva de torção do modelo de Liu apresentou resultados significativos, mas ainda assim com percentuais inferiores aos dos modelos SWT e MMWC para a margem de 4. Para a margem de 2, por sua vez, apresentou percentuais 3% maiores do que o SWT, mas 7% menores do que o Fatemi e Socie.

Tabela 8-12. Comparativo entre os percentuais de acerto dos modelos de fadiga multiaxial

Modelo	$L_{\sigma}$	- N	$L_{\tau}-N$		
Modelo	Margem 2 Margem 4		Margem 2	Margem 4	
ССВ	52%	74%	13%	57%	
Liu	0%	0%	48%	74%	
SWT	15%	35%	45%	75%	
Fatemi e Socie	10%	50%	55%	70%	
MMWC	**	15%	**	95%	

Dessa forma, entende-se que as melhores previsões foram atingidas com a curva de torção do Modelo de Liu, e com a curva de tração do Modelo de Chu, Conle e Bonnen. Todavia, a acurácia dos resultados não supera as curvas de torção dos modelos SWT e MMWC.

#### 8.3.3 Planos críticos

Analisando ainda os resultados para carregamentos multiaxiais, foram encontrados os planos críticos respectivos a cada ensaio, de acordo os modelos estudados. Os resultados estão explicitados nas Tabelas 8.13 a 8.16.

Mais detalhes sobre as tensões nos planos críticos podem ser consultados no Anexo III.

Tabela 8-13. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de Liu

	M	odelo Liu – curva tra	ação		
	(	Carregamentos em fa	ise		
Propor.	Carrega	mento	Plano crítico		
1 10por.	$\sigma_{gross}$ [MPa]	$ au_{gros}$ [MPa]	φ [°]	θ [°]	
	11,0	22,0	41	90	
	11,0	22,0	41	90	
	13,0	26,0	41	90	
0,5	13,0	26,0	41	90	
0,3	16,0	32,0	41	90	
	16,0	32,0	41	90	
	18,0	36,0	41	90	
	18,0	36,0	41	90	
	16,0	20,0	39	90	
	16,0	20,0	39	90	
	16,0	20,0	39	90	
0,8	18,4	23,0	39	90	
	18,4	23,0	39	90	
	25,6	32,0	39	90	
	25,6	32,0	39	90	
	38,0	19,0	32	90	
	38,0	19,0	32	90	
2,0	25,2	12,6	32	90	
	36,6	18,3	32	90	
	30,0	15,0	32	90	
	Carr	egamentos fora de fa	ase 90°		
	11,0	22,0	41 e 139	90	
0,5	16,0	32,0	41 e 139	90	
	18,0	36,0	41 e 139	90	

Foi observado que a tabela apresenta um padrão nos resultados: ensaios com mesmas proporções de carregamento apresentam os mesmos planos críticos.

- · Carregamentos em fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 41^{\circ}$ ;
- · Carregamentos em fase com proporção de 0,8 apresentaram plano crítico em  $\phi = 39^{\circ}$ ;
- · Carregamentos em fase com proporção de 2,0 apresentaram plano crítico em  $\phi = 32^{\circ}$ ;
- Carregamentos fora de fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 41^{\circ}$  e 139°.

Tabela 8-14. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de Liu

	M	odelo Liu – curva to	rção		
	(	Carregamentos em fa	ise		
D	Carrega	mento	Plano crítico		
Propor.	$\sigma_{gross}$ [MPa]	$ au_{gros}$ [MPa]	φ [°]	heta [°]	
	11,0	22,0	42	90	
	11,0	22,0	42	90	
	13,0	26,0	42	90	
0.5	13,0	26,0	42	90	
0,5	16,0	32,0	42	90	
	16,0	32,0	42	90	
	18,0	36,0	42	90	
	18,0	36,0	42	90	
	16,0	20,0	40	90	
	16,0	20,0	40	90	
	16,0	20,0	40	90	
0,8	18,4	23,0	40	90	
	18,4	23,0	40	90	
	25,6	32,0	40	90	
	25,6	32,0	40	90	
	38,0	19,0	34	90	
	38,0	19,0	34	90	
2,0	25,2	12,6	33	90	
	36,6	18,3	34	90	
	30,0	15,0	34	90	
	Carr	egamentos fora de fa	ase 90°		
	11,0	22,0	42 e 138	90	
0,5	16,0	32,0	42 e 138	90	
	18,0	36,0	42 e 138	90	

Analogamente à análise da Tabela 8.13, pode-se retirar as seguintes observações da Tabela 8.14:

- · Carregamentos em fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 42^{\circ}$ ;
- · Carregamentos em fase com proporção de 0,8 apresentaram plano crítico em  $\phi = 40^{\circ}$ ;
- · Carregamentos em fase com proporção de 2,0 apresentaram plano crítico em  $\phi = 34^{\circ}$ ;
- · Carregamentos fora de fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 42^{\circ}$  e 138°.

É perceptível que os planos críticos nas previsões do modelo de Liu são muito semelhantes para ambas curvas (tração e torção), como era esperado.

Tabela 8-15. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de CCB

		odelo CCB – curva t		
	(	Carregamentos em f	ase	
Propor.	Carrega	mento	Plano crítico	
	$\sigma_{gross}$ [MPa]	$ au_{gros}$ [MPa]	φ [°]	θ [°]
	11,0	22,0	86 e 176	90
	11,0	22,0	86 e 176	90
	13,0	26,0	176	90
0,5	13,0	26,0	176	90
0,3	16,0	32,0	176	90
	16,0	32,0	176	90
	18,0	36,0	176	90
	18,0	36,0	176	90
	16,0	20,0	84 e 174	90
	16,0	20,0	84 e 174	90
	16,0	20,0	84 e 174	90
0,8	18,4	23,0	84 e 174	90
	18,4	23,0	84 e 174	90
	25,6	32,0	84	90
	25,6	32,0	84	90
	38,0	19,0	76	90
	38,0	19,0	76	90
2,0	25,2	12,6	76 e 166	90
	36,6	18,3	76	90
	30,0	15,0	76	90
	Carr	egamentos fora de f	ase 90°	
	11,0	22,0	90	90
0,5	16,0	32,0	90	90
	18,0	36,0	90	90

Em relação à Tabela 8.15, percebe-se o seguinte padrão:

- · Carregamentos em fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico majoritariamente em  $\phi=176^{\circ}$ .
- · Carregamentos em fase com proporção de 0,8 apresentaram plano crítico majoritariamente em  $\phi = 84^{\circ}$  e 71,4% apresentam plano crítico também em  $\phi = 174^{\circ}$ .
- · Carregamentos em fase com proporção de 2,0 apresentaram plano crítico majoritariamente em  $\phi = 76^{\circ}$  e 20% apresentam plano crítico também em  $\phi = 166^{\circ}$ .
- · Carregamentos fora de fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 90^{\circ}$ .

Tabela 8-16. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de CCB

		odelo CCB – curva t		
		Carregamentos em f		
Propor.	Carrega	mento	Plano crítico	
1	$\sigma_{gross}$ [MPa]	$ au_{gros}$ [MPa]	φ [°]	θ [°]
	11,0	22,0	87	90
	11,0	22,0	87	90
	13,0	26,0	87	90
0,5	13,0	26,0	87	90
0,5	16,0	32,0	87 e 177	90
	16,0	32,0	87 e 177	90
	18,0	36,0	177	90
	18,0	36,0	177	90
	16,0	20,0	175	90
	16,0	20,0	175	90
	16,0	20,0	175	90
0,8	18,4	23,0	175	90
	18,4	23,0	175	90
	25,6	32,0	175	90
	25,6	32,0	175	90
	38,0	19,0	168	90
	38,0	19,0	168	90
2,0	25,2	12,6	168	90
	36,6	18,3	168	90
	30,0	15,0	168	90
	Carr	egamentos fora de f	ase 90°	
	11,0	22,0	90	90
0,5	16,0	32,0	90	90
	18,0	36,0	90	90

Em relação à Tabela 8.16, é possível retirar as seguintes observações:

- Carregamentos em fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico majoritariamente em  $\phi = 87^{\circ}$ , sendo que 33% desses apresentam plano crítico também em  $\phi = 177^{\circ}$ .
- Carregamentos em fase com proporção de 0,8 apresentaram plano crítico em  $\phi = 175^{\circ}$ .
- · Carregamentos em fase com proporção de 2,0 apresentaram plano crítico em  $\phi = 168^{\circ}$ .
- · Carregamentos fora de fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 90^{\circ}$ .

Em contrapartida ao modelo de Liu, o modelo de CCB apresenta planos críticos relativamente diferentes para as duas curvas (tração e torção). A maior discrepância está entre os resultados para

proporções de carregamento iguais 2,0: a curva de tração apresenta planos críticos majoritariamente em  $\phi=76^\circ$  enquanto que a curva de torção apresenta planos críticos em  $\phi=168^\circ$ . Também é possível notar resultados divergentes para as curvas de proporção 0,5: a curva de tração apresenta dados majoritariamente em  $\phi=176^\circ$  enquanto que a curva de torção apresenta dados majoritariamente em  $\phi=87^\circ$ .

### 8.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Comparando os resultados, é possível notar diferença entre os modelos de fadiga multiaxial. Isso pode ocorrer devido às propriedades do material, que podem fazer com que a peça seja mais facilmente danificada por cargas de tração ou de torção e vice, versa, em um determinado modelo.

Pela análise da curva de torção para o modelo de Liu, é possível notar que 75% dos pontos que caíram fora do limite aceitável apresentam proporção de carregamento igual a 0,8, e esses pontos representam 71,4% do total de ensaios com essa proporção. Os outros 25% dos pontos que não atenderam o limite apresentavam proporção de carregamento igual a 0,5.

Nota- se ainda que 33% dos pontos com carregamento fora de fase caíram fora do limite. Esse ponto foi o submetido aos maiores valores de tensão de seu grupo,  $\sigma_{gross}=18$  MPa e  $\tau_{gross}=36$  MPa, proporção de carregamento 0,5. Além disso, foi verificado ainda que todos os pontos com proporção de carregamento igual a 2,0 ficaram dentro do limite aceitável. Por isso, suspeita-se que a curva de torção para o modelo Liu apresenta resultados piores para ensaios com maior influência de tensões torcionais.

Em relação à curva de tração do modelo de Liu, dos valores que apresentaram os piores resultados (200 a 400 vezes menores que os dados experimentais) 70% apresentavam proporção de carregamento igual a 0,8, 10% apresentava proporção de carregamento igual a 2,0, e 20% apresentavam proporção de carregamento igual a 0,5. É importante notar aqui 100% dos ensaios com proporção de carregamento 0,8 estavam na faixa de pior desempenho, enquanto que apenas 25% dos de proporção 0,5 ficaram nessa faixa.

É evidente que todos os resultados da curva de tração foram insatisfatórios, uma vez que nenhuma previsão ficou dentro da margem estabelecida. Todavia, vale notar que novamente os carregamentos com maior influência de tensões torcivas apresentaram os piores valores.

Analisando a curva de torção do modelo de CCB, 50% dos valores que caíram fora da margem aceitável apresentavam proporção de carregamento igual a 2,0, sendo que esses dados representam 100% das previsões com essa proporção. Ainda analisando os pontos fora do limite, observa-se que 30% apresentavam proporção igual a 0,5 (sendo 1/3 desses pontos fora de fase) e 20% apresentavam proporção igual a 0,8. Os pontos com proporção 0,8 encontrados fora da faixa aceitável foram aqueles com maiores tensões sigma e tau,  $\sigma_{qross} = 25,6$  MPa e  $\tau_{qross} = 32$  MPa.

Em relação à curva de tração do modelo de CCB, 100% dos pontos em fase que caíram fora da margem apresentam proporção de carregamento igual a 2,0, sendo que esses pontos representam todos os valores testados com essa proporção.

Sendo assim, suspeita-se que o modelo de CCB mostra mais sensibilidade a carregamentos com maior influência de tensões de tração, apresentando os piores resultados para esses casos.

As discrepâncias nos resultados podem ser atribuídas também a restrições dos próprios modelos estudados. O modelo de Liu, por exemplo, considera que a energia de deformação calculada apresenta componentes de trabalho plástico e elástico. Entretanto, sua proposta de cálculo desses componentes faz algumas aproximações, o que já agrega um erro intrínseco ao modelo.

Além disso, vale ressaltar que Liu et al. analisou dados de fadiga biaxial para o aço inoxidável 304 testado à temperatura ambiente e a temperaturas elevadas, e para o aço SAE 1045 testado à temperatura ambiente para carregamentos em fase e fora de fase 90°. Isto significa que seus ensaios foram feitos para um material muito mais duro do que o que estamos testando nesse trabalho, e possivelmente as propriedades do alumínio podem ter corroborado para o baixo desempenho da curva de tração desse modelo quando comparado aos demais.

De forma semelhante, o Modelo de Chu, Conle e Bonnen também apresenta aproximações de cálculo que agregam erros à previsão, mas, ainda assim, esse modelo mostrou-se mais satisfatório do que o modelo de Liu por ter gerado uma maior quantidade de pontos dentro da margem, considerando as curvas de tração e torção somadas.

Cabe destacar também que algumas suposições feitas na metodologia podem ter afetado o resultado final. Por exemplo, assumimos aqui nesse trabalho que o componente não entra na zona plástica e as amplitudes de deformação normal e cisalhante podem ser aproximadas por  $\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E}$  e  $\Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G}$ . Entretanto, sabe-se que no caso real há uma contribuição pequena da deformação plástica.

Adicionalmente, o restrito número de amostras utilizados na calibração dos modelos podem ter influenciado o resultado final da previsão, uma vez que não se pode garantir com convicção que as curvas calibradas L-N representam boa aproximação do caso real.

Uma boa evidência desse efeito se dá pelo fato os corpos de prova com vidas experimentais maiores do que  $10^6$  apresentaram maior concentração fora do margem aceitável para a curva de torção de Liu: 62,5% dos pontos com  $N_{f\_exp} > 10^6$ . De modo semelhante, as previsões feitas pela curva de tração de CCB para CPs com vidas experimentais menores que  $10^5$  mostraram-se pouco eficazes, uma vez que 100% dos pontos com essa condição caíram fora da faixa admissível.

Analogamente, evidenciou-se que as previsões feitas para corpos de prova com vidas experimentais menores que 10<sup>5</sup> mostraram menor eficácia que as demais, já que 50% dos pontos com essa condição caíram fora da faixa admissível. Em contrapartida, todos as as previsões feitas para corpos de prova com

vidas experimentais acima de  $10^6$  (tanto com as curvas de tração quanto de torção) apresentaram acerto de 100% dentro da margem de 4.

Esse tipo de discrepância entre os resultados não apresenta justificativa física plausível, uma vez que o modelo deveria atender todas as condições de carregamento. Dessa forma, assume-se que essa disparidade ocorreu provavelmente devido a erros de tendência das curvas de ajuste, causados pelo restrito número de ensaios experimentais.

Finalmente, vale ressaltar que o mapeamento de planos críticos foi feito visando a análises de dados experimentais futuros que irão verificar se os modelos atendem de fato ao comportamento real do material sob condições multiaxiais.

## 9 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como foco a aplicação de modelos combinados de plano crítico e energia de deformação na previsão de vida de fadiga multiaxial da liga AL 7050-T7451. Tomando como base dados experimentais de curvas S-N e  $\tau-N$  previamente levantadas no laboratório GFFM da Universidade de Brasília, foi feita uma rotina computacional para cálculo do fator de dano das tensões sob os corpos de prova sem entalhe. Com esses resultados e com as curvas S-N e  $\tau-N$  de corpos de prova SE e CE, foi feita a calibração das curvas L-N para corpos entalhados e, finalmente, foi feita a previsão de vida em fadiga multiaxial de corpos entalhados.

Com base nos resultados iniciais, foi possível fazer as seguintes afirmações:

- · Ambas as curvas de calibração  $L_{\sigma} N$  e  $L_{\tau} N$  apresentam um comportamento semelhante: a distância aumenta com o aumento do número de ciclos. Entretanto, as curvas  $L_{\sigma} N$  apresentaram um expoente bem próximo de zero.
- · Os resultados da previsão para tração pura em corpos entalhados foram insatisfatórios e quase 100% das previsões caíram fora da margem aceitável. Logo, os modelos não são recomendados para previsão desse tipo de carregamento.
- · Os resultados da previsão para torção pura em corpos entalhados foram bastante satisfatórios: todos as previsões caíram dentro da margem de 4, sendo que 78% caíram dentro da margem de 2. Logo, os modelos são aconselhados para previsão desse tipo de carregamento.

A análise das previsões para corpos entalhados sob carregamentos mutiaxiais contatou as seguintes conclusões:

- As previsões para o modelo de Liu mostraram-se melhores quando feitas utilizando  $L_{\tau} N$  (74% de acerto dentro da margem) do que com quando utilizavam  $L_{\sigma} N$  (0% de acerto dentro da margem).
- As previsões para o modelo de CCB mostraram-se melhores quando feitas com  $L_{\sigma} N$  (74% de acerto) do que com as feitas com  $L_{\tau} N$  (57% de acerto).
- Quando comparados a outros modelos que utilizaram curva  $L_{\sigma} N$ , o modelo de CCB apresentou resultados consideravelmente superiores, enquanto que o modelo de Liu apresentou o pior resultado.
- · Quando comparados a outros modelos que utilizaram curva  $L_{\tau} N$ , o modelo de CCB apresentou o pior resultado. Já o modelo de Liu se mostrou superior ao modelo de Fatemi e Socie, mas inferior aos modelos SWT e MMWC.

Adicionalmente, o estudo das previsões para corpos entalhados sob carregamentos mutiaxiais evidenciaram alguns comportamentos:

- A curva L<sub>τ</sub> N do modelo de Liu apresentou resultados piores para carregamentos com proporção igual a 0,8: 71,4% caíram fora do limite aceitável. Em contrapartida, apresentou melhor desempenho para proporção de carregamento igual a 2,0: 100% das previsões caíram dentro da faixa permitida.
- · Apesar ter apresentado resultados insatisfatórios, a curva  $L_{\sigma} N$  do modelo de Liu apresentou resultados ainda piores para proporção de carregamento igual a 0,8.
- · O modelo de Liu, no geral, apresenta resultados piores para proporções de carregamento iguais a 0,8, e resultados melhores para proporções de carregamento iguais a 2,0.
- · A curva  $L_{\tau} N$  do modelo CCB apresentou resultados piores para carregamentos com proporção igual a 2,0: 100% caíram fora do limite aceitável, sendo que esses representam 50% do total de pontos fora da margem.
- · A curva  $L_{\sigma} N$  do modelo CCB também apresentou resultados piores para carregamentos com proporção igual a 2,0: 100% caíram fora do limite aceitável, sendo que esses representam 100% do total de pontos fora da margem.
- · O modelo CCB, no geral, apresenta resultados piores para proporções de carregamento iguais a 2,0.

Dessa forma, suspeita-se que o modelo Liu apresenta resultados piores para ensaios com maior influência de tensões torcionais, enquanto que o modelo de CCB mostra resultados piores para carregamentos com maior influência de tensões de tração.

Em relação aos planos críticos, pode-se fazer as seguintes afirmações:

- · O modelo de Liu apresentou os seguintes resultados:
  - Carregamentos em fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi=41^\circ$  ou  $\phi=42^\circ$ .
  - Carregamentos em fase com proporção de 0,8 apresentaram plano crítico em  $\phi=39^\circ$  ou  $\phi=40^\circ$ .
  - Carregamentos em fase com proporção de 2,0 apresentaram plano crítico em  $\phi=32^\circ$  ou  $\phi=34^\circ$ .
  - Carregamentos fora de fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 41^{\circ}/139^{\circ}$  ou  $\phi = 42^{\circ}/138^{\circ}$ .
- · O modelo de CCB apresentou os seguintes resultados:

- Carregamentos em fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 176^{\circ}/87^{\circ}$  ou  $\phi = 177^{\circ}$ .
- Carregamentos em fase com proporção de 0,8 apresentaram plano crítico em  $\phi = 84^{\circ}/174^{\circ}$  ou  $\phi = 175^{\circ}$ .
- Carregamentos em fase com proporção de 2,0 apresentaram plano crítico em  $\phi=76^\circ$  ou  $\phi=166^\circ/168^\circ$ .
- Carregamentos fora de fase com proporção de 0,5 apresentaram plano crítico em  $\phi = 90^{\circ}$ .

Por fim, vale ressaltar que as suposições físicas feitas na metodologia, somadas às aproximações matemáticas intrínsecas de cada modelo, aos ajustes de curva e ao limitado número de dados experimentais, podem se tornar fontes de erro. Da mesma forma, o fato de os modelos originais de Liu e de Chu, Conle e Bonnen terem sido desenvolvidos baseados no comportamento de outros materiais, como o aço SAE 1045, pode também ser um fator que influencia a acurácia dos resultados quando esses critérios são aplicados para a liga de alumínio AL 7050 –T7451.

De qualquer forma, o estudo atingiu seu objetivo final de analisar a aplicabilidade dos modelos de Liu e de Chu, Conle e Bonnen na previsão de vida em fadiga multiaxial de componentes entalhados. O modelo, no geral, não se mostrou superior aos demais apesar de ter alcançado resultados significativos.

# 10 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

- Airlines, A. (15 de Maio de 2016). Aloha Flight 243 Air Disaster. Fonte: Aloha Flight 243 Air Disaster: http://www.aloha.net/~icarus/
- ALCOA. (01/06/2016 de Junho de 2016). ALCOA. Fonte: ALCOA: www.alcoa.com
- Aluminum Association, T. A. (10 de Maio de 2016). The Aluminum Association. Fonte: The Aluminum Association: http://www.aluminum.org/aluminum-advantage/history- aluminum
- Anderson, T. L. (13 de Julho de 2011). Fracture Mechanics Fundamentals and Applications Third Edition. Fracture Mechanics Fundamentals and Applications Third Edition. CRC Press Taylor & Francis Group.
- ASM 1987. Metals Hand book-Fractography. Second Edition.In: ASM International Vol.12.
- ASTM 2012.Standard terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing. Astm E 1823-2012.
- ASTM STP E1823 (1996), "Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing Definitions of Terms Relating to Fatigue", Annual Book of Standards, ASTM, Philadelphia, P A, vol. 3.01, pp. 740-49.
- Boyce, B. L.; Ritchie, R. O. Effect of load ratio and maximum stress intensity on the fatigue threshold in Ti-6Al-4V. Engineering Fracture Mechanics, v. 68, n. 2, p. 129–147, 2001.
- Boyer, R. R. (1996), "An overview on the use of titanium in the aerospace industry". Materials Science and Engineering: A, v. 213, n. 1-2, p. 103–114, Ago.
- Branco C. M., Fernandes A. A., Castro, M.S. T. (1986), "Fadiga de Estrutura Soldadas". Ed. Gulbenkian, Lisboa, Portugal.
- Brown M. W., Miller K. J., 1973, "A theory for fatigue failure under multiaxial stress- strain condition", Proc Inst Mech Engrs, 187:745–755
- Callister Jr., W. D. (2007) "Materials Science and Engineering: An introduction". 7th Edition. John Wiley & Sons, Inc.
- Castro, J. T. P.; Meggiolaro, M. A. Fadiga sob cargas reais de serviço. Departamento de Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 1039p, 2002.
- Castro, L. J. B. (2016), "Análise da seguência de carregamento na vida em fadiga da liga de alumínio Al 7040 T7451" Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF.
- Crossland, B. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals. Anais...Institution of Mechanical Engineers London, 1956
- Crossland, B., 1956, "Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel", Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals, IMechE, London, pp. 138–149.
- Dang Van, K., 1973, "Sur la résistance à la fatigue des métaux", Sciences et techniques de l'armement, Vol. 47, pp. 429–453.
- Dang Van, K., Papadopoulos, I. V., 1987, "Multiaxial fatigue failure criterion: a new approach", Proc. Third Int. Conf. on Fatigue and Fatigue Thresholds, Fatigue 87, Ritchie, R. O. & Starke Jr., E. A., eds., EMAS Warley, U.K., pp.997–1008.
- Dantas, A. P., 2009, "Proposta Alternativa para cálculo da amplitude de tensão cisalhante e uso de algoritmos genéticos para determinação do plano crítico em fadiga multiaxial", Publicação ENM.TD-003/2009 Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF
- DNPM. (09 de Maio de 2016). DNPM Departamento Nacional de Produção Mineral. Fonte: Departamento Nacional de Produção Mineral Ministério de Minas e Energia: http://www.dnpm.gov.br/
- Dowling, Norman E. (2013), "Mechanical Behavoir of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue", Prentice Hall, Fourth Ed., New Jersey EUA
- Fadel, A. A. (2010), "Avaliação do efeito de tracionamento em elevados níveis de EDS sobre a resistência em fadiga do condutor IBIS (CAA 397,5 MCM)" Publicação ENM.DM Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF
- Fatemi, A. Cyclic Deformation & Strain-Life Approach. University of Toledo: Slide, 2006.
- Ferreira, A. L. J.; Efeito da Presença de Tensão Média sobre a Vida do aço ASTM A743

- Findley W. N., 1959, "A theory for the effect of mean stress of fatigue under combined torsion and axial load or bending", Trans. ASME Ser.B, 81:301–306
- Garud, Y. S., 1979, "A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loading" Proceedings Symposium on Methods of Predicting Material Life in Fatigue, ASME, New York, pp. 247–264.
- Garcia, A., Spim, J. A., Santos, C. A. (2000), "Ensaios dos Materiais", LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 247p.
- Gonçalves, C. A., 2006, "Fadiga Multiaxial Policíclica: Modelagem e Simulação", Publicação ENM.DM-99A/06 Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF
- Gonçalves, C. A., Araújo, J. A. Mamiya, E. N., 2005, "Measuring the stress amplitude within the context of multiaxial fatigue", (COBEM 2005).
- Gonçalves, C. A., Araújo, J. A. Mamiya, E. N., 2005, "Measuring the stress amplitude within the context of multiaxial fatigue", (COBEM 2005).
- Gough, H. J., Pollard, H. V., Cleushaw, W. J., 1951, "Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stress", Memo 2522, Aeronautical Research Council, HMSO, London.
- Grubisic, V.; Simbürger, A. Fatigue under combined out-of-phase multiaxial stresses. Fatigue Testing and Design 2, Proceedings of SEE International Conference. London, 27.1–27.8
- Heinz et al, A. H. (2000). Recent development in aluminium alloys for aerospace application. Materials Science and Engineering A280 (2000) 102–107, p. 6. ABAL. (09 de Maio de 2016). ABAL. Fonte: Associação Brasileira do Alumínio: http://www.abal.org.br/aluminio/historia-da-industria/
- Hernández, K. V. F., 2016, "Fadiga e comportamento tensão deformação cíclico da liga de alumínio 7050–T7451", Publicação ENM.DM–238/2016 Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF
- Heywood, R. B. Designing against fatigue of metals. [s.l.] Reinhold, 1962.
- Junior, C. WD Ciência e engenharia de materiais: uma introdução. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- Juvinal, R. C. (1967), Stress, Strain, and Strength, McGraw-Hill, New York, NY.
- Kirsch, G. Theory of Elasticity and Application in Strength of Materials. Zeitchrift Vevein Deutscher Ingenieure, v. 42, n. 29, p. 797–807, 1898.
- Kuhn, P.; Hardrath, H. F. An engineering method for estimating notch-size effect in fatigue tests on steel. 1952.
- Lazzarin, P.; Susmel, L. A stress-based method to predict lifetime under multiaxial fatigue loadings. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, v. 26, n. 12, p. 1171–1187, 2003.
- Lemaitre, J.; ChabochE, J. L. 1985, Mecanique des materiaux solides, Dunod, Paris. [s.d.].
- Lemos, R. F., 2016, "Caracterização do desvio do plano de propagação de trincas em corpos de prova CT fabricados com a liga AA 7050–T7451", Publicação FGA.DM–034A/2016 Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF
- Little, R. E. Fatigue stresses from complex loadings (Fatigue stress analysis, using graphical technique for complex problem of bending and torsional out-of-phase variable frequency vibrations). Machine Design, v. 38, p. 145–149, 1966.
- Mamiya, E. N.; Araújo, J. A.; Castro, F. C. Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue. International Journal of Fatigue, v. 31, n. 7, p. 1144–1153, 2009.
- Matake T., 1977, "An explanation on fatigue limit under combined stress", Bull. JSME, 20:257–263.
- Marin, J. Mechanical behavior of engineering materials. [s.l.] Prentice-Hall, 1962.
- Mcclintock, F. A. Ductile fracture instability in shear. J. appl. Mech, v. 25, n. 4, 1958.
- McDiarmid, D.L. Fatigue under out-of-phase bending and torsion. Fatigue Eng Mater Struct 9(6):457–75. 1987;
- Mello, S. R. C. de Mello, C. O. (2009). Alumínio e Suas Ligas. Alumínio e Suas Ligas. Volta Redonda, Rio de Janeiro, Brasil.
- Miller, K. J. The short crack problem. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, v. 5, n. 3, p. 223–232, 1982.
- Miller, K. J. The two thresholds of fatigue behaviour. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, v. 16, n. 9, p. 931–939, 1993.
- Mecânica, Crb. Aluminium 7050-T7451 (7050-T73651). Disponível em: <a href="http://www.crpmeccanica.eu/PDF/aluminium-7050-t7451-7050-t73651.pdf">http://www.crpmeccanica.eu/PDF/aluminium-7050-t7451-7050-t73651.pdf</a>. Acesso em: 20/10/2015.

- Neuber, H. Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material. [s.l.] USAEC Office of Technical Information, 1961. v. 4547
- Norton, R. L. Projeto de Máquinas: uma abordagem integrada. Trad. João Batista de Aguiar, José Manoel de Aguiar. [et al.]—20 edição—EdBookman-Porto Alegre, , 2004.
- Papadopoulos, I. Critical Plane Approaches in High-Cycle Fatigue: on the Definition of the Amplitude and Mean Value of the Shear Stress Acting on the Critical Plane. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, v. 21, n. 3, p. 269–285, 1998.
- Papadopoulos, I. V., 1996, "Exploring the high-cycle fatigue behavior of metals from the mesoscopic sacele", Mech. Behavio Mater, Vol. 6.
- Peterson, R. E. Stress Concentration Factors: Chart and Relations Useful in Making Strength Calculations for Machine Parts and Structural Element. [s.l.] John Wiley and Sons, 1974.
- Poffenberger, J. C., and Swart, R. L. (1965), "Differential Displacement and Dynamic Conductor Strain", IEEE Transactions Paper, Vol PAS 84, pp. 281-289.
- Post, N. L., Lesko, J. J. & Case, S. W. (2008), "Modeling the variable amplitude fatigue of composite materials: A review and evaluation of the state of the art for spectrum loading". International Journal of Fatigue.
- Rabbi, M. S. (1998), "Comportamento em Fadiga de Dois Aços Microligados Utilizados na Fabricação de Discos de Rodas Automobilísticas", Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Schütz, W. A history of fatigue. Engineering fracture mechanics, v. 54, n. 2, p. 263–300, 1996.
- Shigley, Joseph Edward and Mischke, Charles R. (1989), "Mechanical Engineering Design", Copyright, by McGraw-Hill Book Co., Fifth Edition.
- Siebel, E.; Stieler, M. Ungleichförmige Spannungsverteilung bei schwingender Beanspruchung. VDI-Z, v. 97, n. 5, p. 121–126, 1955.
- Sines, G. (1955), "Failure of Materials Under Combined Repeated Stress With Superimposed Static Stress", NACA tech, Note 3495.
- Socie, D. Multiaxial Fatigue Damage Models. Journal of Engineering Materials and Technology, v. 109, n. 4, p. 293–298, 1 out. 1987.
- Socie, D. F., Marquis, G. B., 1999, "Multiaxial Fatigue". Society of Automotive Engineers Inc, 1999.
- Stake, J. J. (1995). Application of modern aluminum alloys to. Pergamon, p. 42.
- Susmel, L., Lazzarin, P., 2002, "A bi-parametric Wo'hler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment", Fatigue and Fracture Engng Mater Struct, Vol. 25, pp. 63–78.
- Susmel, L.; Taylor, D. The modified Wöhler curve method applied along with the theory of critical distances to estimate finite life of notched components subjected to complex multiaxial loading paths. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, v. 31, n. 12, p. 1047–1064, 2008.
- Tanaka, K. Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches. International Journal of Fracture, v. 22, n. 2, p. R39–R46, 1983.
- Taylor, D. Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model. International Journal of Fatigue, v. 21, n. 5, p. 413–420, 1999.
- Taylor, D. The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics. [s.l.] Elsevier, 2010. Timoshenko, S. P.; Goodier, J. N. Theory of elasticity. 1982. MacGraw Hill International Book, [s.d.].
- Van, D. Sur la résistance ala fatigue des métaux. Extrait de sciences et techniques de l'armement. Mémorial de l'artillerie. Troisieme fascicule, 1973.
- Wang, C. H. Introduction to fracture mechanics. [s.l.] DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory Melbourne, Australia, 1996.
- Wang, C. H.; Brown, M. W. A PATH-INDEPENDENT PARAMETER FOR FATIGUE UNDER PROPORTIONAL AND NON-PROPORTIONAL LOADING. Fatigue & fracture of engineering materials & structures, v. 16, n. 12, p. 1285–1297, 1993.
- Wang, Z.; Zhao, S. Fatigue designMechanical Industry Publisher, 1992.
- Wells, A. Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture. Proceedings of the crack propagation symposium. Anais...1961
- Westergaard, H. Bearing Pressures and Cra; c]; < si. Journal of applied mechanics, v. 18, 1939.
- Whitney, J. M.; Nuismer, R. J. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. Journal of composite materials, v. 8, n. 3, p. 253–265, 1974.

# 11 ANEXOS

		Pág.
Anexo I	Resultados para cargas de tração e torção puras	116
Anexo II	Resultados para cargas multiaxiais	117
Anexo III	Mapeamento de planos críticos e sua tensões	119

Tabela 11-1. Previsões para ensaios de torção pura em corpos entalhados.

Experim	Experimento		Chu, Conle e Bonnen			Liu	
N	$\tau_{-1}$	N <sub>CCB</sub>	$L_{crit,CCB}$	$P_{crit,CCB}$	$N_{Liu}$	$L_{crit,Liu}$	$P_{crit,Liu}$
1,30.10 <sup>5</sup>	40,31	1,3975.10 <sup>5</sup>	0,418378	0,336792	1,4415.10 <sup>5</sup>	0,460515	0,904205
1,40.10 <sup>5</sup>	40,31	1,3975.10 <sup>5</sup>	0,418378	0,336792	1,4415.10 <sup>5</sup>	0,460515	0,904205
7,00.10 <sup>5</sup>	35,3	3,2375.10 <sup>5</sup>	0,437399	0,24815	3,3821.10 <sup>5</sup>	0,481134	0,663744
1,11.10 <sup>6</sup>	30,19	9,3967.10 <sup>5</sup>	0,462772	0,168452	9,7200.10 <sup>5</sup>	0,507942	0,452686
1,32.10 <sup>6</sup>	30,19	9,3967.10 <sup>5</sup>	0,462772	0,168452	9,7200.10 <sup>5</sup>	0,507942	0,452686
3,57.10 <sup>6</sup>	25,11	3,2356.10 <sup>6</sup>	0,494065	0,107463	3,3515.10 <sup>6</sup>	0,541282	0,289014
4,55.10 <sup>6</sup>	25,11	3,2356.10 <sup>6</sup>	0,494065	0,107463	3,3515.10 <sup>6</sup>	0,541282	0,289014
4,70.10 <sup>6</sup>	20,07	1,3602.10 <sup>7</sup>	0,533073	0,063758	1,4130.10 <sup>7</sup>	0,582798	0,17155
1,79.10 <sup>7</sup>	20,07	1,3602.10 <sup>7</sup>	0,533073	0,063758	1,4130.10 <sup>7</sup>	0,582798	0,17155

 $[N] = \text{ciclos}; [\tau] = \text{MPa}; [L] = \text{mm}; [P] = \text{kPa}$ 

Tabela 11-2. Previsões para ensaios de tração pura em corpos entalhados.

Experim	Experimento		Conle e Boni	nen	Liu			
N	$\sigma_{-1}$	N <sub>CCB</sub>	$L_{crit,CCB}$	$P_{crit,CCB}$	$N_{Liu}$	$L_{crit,Liu}$	$P_{crit,Liu}$	
$5,71.10^3$	60,88	1,7431.10 <sup>7</sup>	1,239845	0,016058	$1,4325.10^2$	1,036076	0,752077	
5,77.10 <sup>3</sup>	75,82	3,4511.10 <sup>6</sup>	1,237409	0,024558	2,8046.10 <sup>1</sup>	1,032425	1,152605	
3,26.10 <sup>4</sup>	46,00	1,4706.10 <sup>8</sup>	1,243059	0,009177	1,2264.10 <sup>3</sup>	1,040904	0,428662	
2,46.10 <sup>5</sup>	25,50	1,4139.10 <sup>10</sup>	1,249968	0,00277	1,2016.10 <sup>5</sup>	1,051288	0,129068	
1,64.10 <sup>6</sup>	35,70	1,0405.10 <sup>9</sup>	1,246015	0,005493	8,7473.10 <sup>3</sup>	1,045341	0,256286	
8,21.10 <sup>6</sup>	24,05	2,0841.10 <sup>10</sup>	1,250557	0,002502	1,9042.10 <sup>5</sup>	1,052336	0,114409	
9,22.10 <sup>6</sup>	24,05	2,0841.10 <sup>10</sup>	1,250557	0,002502	1,9042.10 <sup>5</sup>	1,052336	0,114409	

 $[N] = \text{ciclos}; [\tau] = \text{MPa}; [L] = \text{mm}; [P] = \text{kPa}$ 

Tabela 11-3. Previsões para ensaios de fadiga multiaxial em corpos entalhados.

I	Experime	ento		Liu - Cal	ibração Tra	ção Pura	Liu - Calibração Torção Pura		
N	$\sigma_{gross}$	$ au_{gross}$	Fase	$N_{Liu}$	$L_{crit,Liu}$	$P_{crit,Liu}$	$N_{Liu}$	$L_{crit,Liu}$	$P_{crit,Liu}$
5,84.10 <sup>6</sup>	11,0	22,0	0	2,581.10 <sup>4</sup>	1,047793	0,193057	1,143.10 <sup>6</sup>	0,512189	0,426845
3,34.10 <sup>6</sup>	11,0	22,0	0	2,581.10 <sup>4</sup>	1,047793	0,193057	1,143.10 <sup>6</sup>	0,512189	0,426845
$3,28.10^5$	13,0	26,0	0	$6,999.10^3$	1,044836	0,271697	4,271.10 <sup>5</sup>	0,486937	0,609891
7,24.10 <sup>5</sup>	13,0	26,0	0	$6,999.10^3$	1,044836	0,271697	4,271.10 <sup>5</sup>	0,486937	0,609891
$2,32.10^5$	16,0	32,0	0	$1,322.10^3$	1,041073	0,420313	1,113.10 <sup>5</sup>	0,454429	0,993229
2,42.10 <sup>5</sup>	16,0	32,0	0	$1,322.10^3$	1,041073	0,420313	1,113.10 <sup>5</sup>	0,454429	0,993229
$3,19.10^4$	18,0	36,0	0	$5,410.10^2$	1,039061	0,531098	5,310.10 <sup>4</sup>	0,437489	1,298669
1,04.10 <sup>5</sup>	18,0	36,0	0	$5,410.10^2$	1,039061	0,531098	5,310.10 <sup>4</sup>	0,437489	2,298669
5,74.10 <sup>6</sup>	16,0	20,0	0	1,586.10 <sup>4</sup>	1,046688	0,219324	$9,063.10^5$	0,506120	0,464315
$3,45.10^6$	16,0	20,0	0	1,586.10 <sup>4</sup>	1,046688	0,219324	$9,063.10^5$	0,506120	0,464315
$4,39.10^6$	16,0	20,0	0	1,586.10 <sup>4</sup>	1,046688	0,219324	$9,063.10^5$	0,506120	0,464315
$2,11.10^6$	18,4	23,0	0	$5,234.10^3$	1,044180	0,293166	$3,488.10^5$	0,481896	0,656376
$1,76.10^6$	18,4	23,0	0	$5,234.10^3$	1,044180	0,293166	$3,488.10^5$	0,481896	0,656376
$1,13.10^5$	25,6	32,0	0	$4,378.10^2$	1,038585	0,561361	4,144.10 <sup>4</sup>	0,431956	1,420750
9,91.10 <sup>4</sup>	25,6	32,0	0	$4,378.10^2$	1,038585	0,561361	4,144.10 <sup>4</sup>	0,431956	1,420750
9,11.10 <sup>4</sup>	38,0	19,0	0	$6,190.10^2$	1,039364	0,512694	7,110.10 <sup>4</sup>	0,444099	1,168250
$6,00.10^4$	38,0	19,0	0	$6,190.10^2$	1,039364	0,512694	7,110.10 <sup>4</sup>	0,444099	1,168250
$8,02.10^5$	25,2	12,6	0	1,530.10 <sup>4</sup>	1,046607	0,221385	$1,005.10^6$	0,508825	0,447167
8,82.10 <sup>4</sup>	36,6	18,3	0	8,810.10 <sup>2</sup>	1,040159	0,467432	$1,001.10^5$	0,451965	1,032075
8,63.10 <sup>5</sup>	30,0	15,0	0	$3,960.10^3$	1,043549	0,315390	$3,162.10^5$	0,479476	0,680118
$6,36.10^6$	11	22	90	1,535.10 <sup>5</sup>	1,051845	0,121053	4,997.10 <sup>6</sup>	0,552501	0,250055
1,02.10 <sup>6</sup>	16	32	90	8,645.10 <sup>3</sup>	1,045315	0,257074	$4,749.10^5$	0,489595	0,586906
4,95.10 <sup>4</sup>	18	36	90	3,631.10 <sup>3</sup>	1,043353	0,322634	$2,250.10^5$	0,471163	0,769475

 $[N] = \text{ciclos}; [\tau] = \text{MPa}; [L] = \text{mm}; [P] = \text{kPa}$ 

Tabela 11-4. Previsões para ensaios de fadiga multiaxial em corpos entalhados.

F	Experime	ento		CCB - Ca	libração Tra	ação Pura	CCB - Calibração Torção Pura		
N	$\sigma_{gross}$	$ au_{gross}$	Fase	$N_{CCB}$	$L_{crit,CCB}$	$P_{crit,CCB}$	$N_{CCB}$	$L_{crit,CCB}$	$P_{crit,CCB}$
5,84.10 <sup>6</sup>	11,0	22,0	0	1,802.10 <sup>6</sup>	1,236434	0,029121	7,123.10 <sup>6</sup>	0,515135	0,080660
3,34.10 <sup>6</sup>	11,0	22,0	0	1,802.10 <sup>6</sup>	1,236434	0,029121	7,123.10 <sup>6</sup>	0,515135	0,080660
$3,28.10^5$	13,0	26,0	0	4,890.10 <sup>5</sup>	1,234477	0,041005	$2,260.10^6$	0,484774	0,122433
7,24.10 <sup>5</sup>	13,0	26,0	0	4,890.10 <sup>5</sup>	1,234477	0,041005	$2,260.10^6$	0,484774	0,122433
2,32.10 <sup>5</sup>	16,0	32,0	0	1,039.10 <sup>5</sup>	1,232158	0,061560	5,896.10 <sup>5</sup>	0,451498	0,199554
$2,42.10^5$	16,0	32,0	0	1,039.10 <sup>5</sup>	1,232158	0,061560	5,896.10 <sup>5</sup>	0,451498	0,199554
$3,19.10^4$	18,0	36,0	0	3,885.10 <sup>4</sup>	1,230688	0,079681	2,792.10 <sup>5</sup>	0,433985	0,261874
1,04.10 <sup>5</sup>	18,0	36,0	0	3,886.10 <sup>4</sup>	1,230688	0,079681	2,792.10 <sup>5</sup>	0,433985	0,261874
5,74.10 <sup>6</sup>	16,0	20,0	0	3,412.10 <sup>6</sup>	1,237392	0,024631	1,288.10 <sup>7</sup>	0,531529	0,065041
$3,45.10^6$	16,0	20,0	0	$3,412.10^6$	1,237392	0,024631	1,288.10 <sup>7</sup>	0,531529	0,065041
4,39.10 <sup>6</sup>	16,0	20,0	0	3,412.10 <sup>6</sup>	1,237392	0,024631	1,288.10 <sup>7</sup>	0,531529	0,065041
2,11.10 <sup>6</sup>	18,4	23,0	0	1,098.10 <sup>6</sup>	1,235690	0,033165	4,686.10 <sup>6</sup>	0,503845	0,093924
1,76.10 <sup>6</sup>	18,4	23,0	0	1,098.10 <sup>6</sup>	1,235690	0,033165	4,686.10 <sup>6</sup>	0,503845	0,093924
$1,13.10^5$	25,6	32,0	0	8,746.10 <sup>4</sup>	1,231901	0,064404	5,633.10 <sup>5</sup>	0,450410	0,202892
9,91.10 <sup>4</sup>	25,6	32,0	0	8,746.10 <sup>4</sup>	1,231901	0,064404	5,633.10 <sup>5</sup>	0,450410	0,202892
9,11.10 <sup>4</sup>	38,0	19,0	0	2,146.10 <sup>6</sup>	1,236696	0,027818	1,028.10 <sup>7</sup>	0,525228	0,070594
6,00.10 <sup>4</sup>	38,0	19,0	0	2,146.10 <sup>6</sup>	1,236696	0,027818	1,028.10 <sup>7</sup>	0,525228	0,070594
$8,02.10^5$	25,2	12,6	0	5,312.10 <sup>7</sup>	1,241523	0,011988	1,462.10 <sup>8</sup>	0,604460	0,026889
8,82.10 <sup>4</sup>	36,6	18,3	0	2,911.10 <sup>6</sup>	1,237153	0,025681	1,417.10 <sup>7</sup>	0,534231	0,062815
8,63.10 <sup>5</sup>	30,0	15,0	0	1,381.10 <sup>7</sup>	1,239494	0,017071	5,235.10 <sup>7</sup>	0,572485	0,039060
6,36.10 <sup>6</sup>	11	22	90	1,904.10 <sup>6</sup>	1,236516	0,028706	7,323E+06	0,515888	0,079854
1,02.10 <sup>6</sup>	16	32	90	1,098.10 <sup>5</sup>	1,232240	0,060680	6,086E+05	0,452256	0,197268
4,95.10 <sup>4</sup>	18	36	90	4,177.10 <sup>4</sup>	1,230796	0,078184	2,874E+05	0,434652	0,259129

 $[N] = \text{ciclos}; [\tau] = \text{MPa}; [L] = \text{mm}; [P] = \text{kPa}$ 

Tabela 11-5. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de Liu

			Modelo Li	u – curva tra	ação		
			Carregan	nentos em fa	ase		
D	Carrega	amento	Plano cr	ítico	Amplitudes de tensões		
Propor.	$\sigma_{gross}$	$ au_{gros}$	$\phi$	$\theta$	$ au_{amp}$	$\sigma_{amp}$	
	11,0	22,0	41	90	0,6377	118,4452	
	11,0	22,0	41	90	0,6377	118,4452	
	13,0	26,0	41	90	0,7601	140,1830	
0.5	13,0	26,0	41	90	0,7601	140,1830	
0,5	16,0	32,0	41	90	0,9517	173,0445	
	16,0	32,0	41	90	0,9517	173,0445	
	18,0	36,0	41	90	1,0767	194,8669	
	18,0	36,0	41	90	1,0767	194,8669	
	16,0	20,0	39	90	0,4444	125,5025	
	16,0	20,0	39	90	0,4444	125,5025	
	16,0	20,0	39	90	0,4444	125,5025	
0,8	18,4	23,0	39	90	0,5194	144,5324	
	18,4	23,0	39	90	0,5194	144,5324	
	25,6	32,0	39	90	0,7456	201,6616	
	25,6	32,0	39	90	0,7456	201,6616	
	38,0	19,0	32	90	0,4672	191,0966	
	38,0	19,0	32	90	0,4672	191,0966	
2,0	25,2	12,6	32	90	0,3363	126,2427	
	36,6	18,3	32	90	0,4585	183,8994	
	30,0	15,0	32	90	0,3898	150,4801	
			Carregament	os fora de fa	ase 90°		
	11	22	41 e 139	90	8,1172	91,8562	
0,5	16	32	41 e 139	90	11,8402	134,0831	
	18	36	41 e 139	90	13,3313	151,0001	

Tabela 11-6. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de Liu

			Modelo Li	u – curva to	rção		
			Carregan	nentos em fa	ise		
Propor.	Carrega	amento	Plano crítico		Amplitudes de tensões		
110рог.	$\sigma_{gross}$	$ au_{gros}$	φ	$\theta$	$ au_{amp}$	$\sigma_{amp}$	
	11,0	22,0	42	90	0,1000	172,0671	
	11,0	22,0	42	90	0,1000	172,0671	
	13,0	26,0	42	90	0,0830	206,9134	
0.5	13,0	26,0	42	90	0,0830	206,9134	
0,5	16,0	32,0	42	90	0,0191	263,9699	
	16,0	32,0	42	90	0,0191	263,9699	
	18,0	36,0	42	90	0,0179	301,9595	
	18,0	36,0	42	90	0,0179	301,9595	
	16,0	20,0	40	90	0,3288	180,3075	
	16,0	20,0	40	90	0,3288	180,3075	
	16,0	20,0	40	90	0,3288	180,3075	
0,8	18,4	23,0	40	90	0,4964	214,5857	
	18,4	23,0	40	90	0,4964	214,5857	
	25,6	32,0	40	90	0,9031	314,5611	
	25,6	32,0	40	90	0,9031	314,5611	
	38,0	19,0	34	90	0,8772	284,7032	
	38,0	19,0	34	90	0,8772	284,7032	
2,0	25,2	12,6	33	90	0,6298	176,5621	
	36,6	18,3	34	90	0,9048	269,8262	
	30,0	15,0	34	90	0,7980	217,2572	
			Carregament	os fora de fa	ase 90°		
	11	22	42 e 138	90	9,3314	130,9026	
0,5	16	32	42 e 138	90	14,2392	201,0815	
	18	36	42 e 138	90	16,2718	230,2486	

Tabela 11-7. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de tração de CCB

			Mo	odelo CC	B – curva traçã	ão			
				Carregan	nentos em fase				
Propor.	Carrega	mento	Plano crí	tico		Tensões			
1 10por.	$\sigma_{gross}$	$ au_{gros}$	φ	$\theta$	$ au_{amp}$	$ au_{max}$	$\sigma_{amp}$	$\sigma_{max}$	
	11,0	22,0	86 e 176	90	39,3875	39,39	29,1221	14,56	
	11,0	22,0	86 e 176	90	39,3875	39,39	29,1221	14,56	
	13,0	26,0	176	90	46,6167	46,62	33,3645	16,68	
0.5	13,0	26,0	176	90	46,6167	46,62	33,3645	16,68	
0,5	16,0	32,0	176	90	57,4299	57,43	41,0768	20,54	
	16,0	32,0	176	90	57,4299	57,43	41,0768	20,54	
	18,0	36,0	176	90	64,6702	64,67	46,2243	23,11	
	18,0	36,0	176	90	64,6702	64,67	46,2243	23,11	
	16,0	20,0	84 e 174	90	36,2841	36,28	41,4798	20,74	
	16,0	20,0	84 e 174	90	36,2841	36,28	41,4798	20,74	
	16,0	20,0	84 e 174	90	36,2841	36,28	41,4798	20,74	
0,8	18,4	23,0	84 e 174	90	41,7666	41,77	47,7411	23,87	
	18,4	23,0	84 e 174	90	41,7666	41,77	47,7411	23,87	
	25,6	32,0	84	90	58,2481	58,25	66,5567	33,28	
	25,6	32,0	84	90	58,2481	58,25	66,5567	33,28	
	38,0	19,0	76	90	38,2935	38,29	98,6213	49,31	
	38,0	19,0	76	90	38,2935	38,29	98,6213	49,31	
2,0	25,2	12,6	76 e 166	90	25,3310	25,33	65,2445	32,62	
	36,6	18,3	76	90	36,8827	36,88	94,9879	47,49	
	30,0	15,0	76	90	30,1938	30,19	77,7655	38,88	
			Carr	egament	os fora de fase	90°			
		22	90	90	39,0356	39,04	18,1544	9,08	
0,5	16	32	90	90	56,9186	56,92	26,4547	13,23	
	18	36	90	90	64,0953	64,10	29,7817	14,89	

Tabela 11-8. Planos críticos para modelos de previsão usando a curva de torção de CCB

			1V1		CB – curva torç			
					mentos em fase			
Propor.	Carregamento		Plano cr	ítico		Ten	sões	
P	$\sigma_{gross}$	$ au_{gros}$	φ	θ	$ au_{amp}$	$ au_{max}$	$\sigma_{amp}$	$\sigma_{max}$
	11,0	22,0	87	90	64,4276	64,43	41,2871	20,64
	11,0	22,0	87	90	64,4276	64,43	41,2871	20,64
	13,0	26,0	87	90	79,0731	79,07	50,6215	25,31
0,5	13,0	26,0	87	90	79,0731	79,07	50,6215	25,31
0,5	16,0	32,0	87 e 177	90	101,0027	101,00	64,6344	32,32
	16,0	32,0	87 e 177	90	101,0027	101,00	64,6344	32,32
	18,0	36,0	177	90	115,6354	115,64	73,8579	36,93
	18,0	36,0	177	90	115,6354	115,64	73,8579	36,93
	16,0	20,0	175	90	57,9379	57,94	58,8814	29,44
	16,0	20,0	175	90	57,9379	57,94	58,8814	29,44
	16,0	20,0	175	90	57,9379	57,94	58,8814	29,44
0,8	18,4	23,0	175	90	69,2465	69,25	69,8155	34,91
	18,4	23,0	175	90	69,2465	69,25	69,8155	34,91
	25,6	32,0	175	90	101,8562	101,86	101,7826	50,89
	25,6	32,0	175	90	101,8562	101,86	101,7826	50,89
	38,0	19,0	168	90	60,1698	60,17	141,6738	70,84
	38,0	19,0	168	90	60,1698	60,17	141,6738	70,84
2,0	25,2	12,6	168	90	37,0590	37,06	88,5127	44,26
	36,6	18,3	168	90	56,8679	56,87	134,3503	67,18
	30,0	15,0	168	90	44,9396	44,94	106,9263	53,46
			Car	regamen	tos fora de fase	90°		
	11	22	90	90	64,0624	64,06	27,8193	13,91
0,5	16	32	90	90	100,4497	100,45	43,5191	21,76
	18	36	90	90	115,0061	115,01	49,8427	24,92