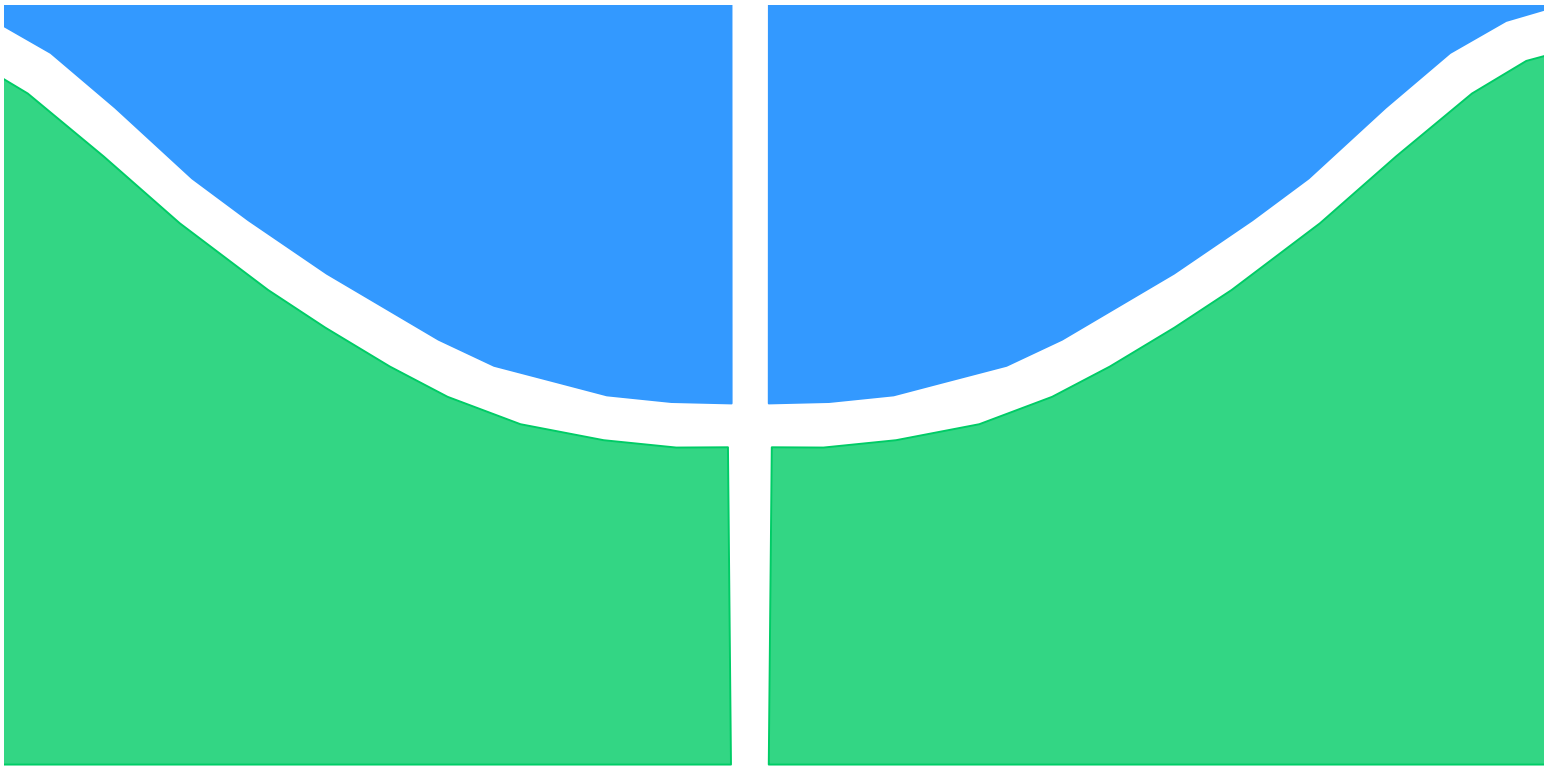


PROJETO DE GRADUAÇÃO

UM ESTUDO SOBRE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Por,
Tiago Ferreira da Fonseca

Brasília, 11 de Julho de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASILIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

UM ESTUDO SOBRE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

POR,

Tiago Ferreira da Fonseca

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Fábio Comes de Castro, UnB/ENM (Orientador) _____

Prof. Edgar Nobuo Mamiya, UnB/ENM _____

Prof. Edson Paulo da Silva, UnB/ENM _____

Brasília, 11 de Julho de 2017

Dedicatória

Dedico este projeto a minha mãe Silvânia, ao meu pai Robson, a minha irmã Letícia e a minha namorada Thaís por me apoiarem nos momentos difíceis e tornarem este sonho possível.

Tiago Ferreira da Fonseca.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais por sempre batalharem para me proporcionar uma educação de qualidade. Agradeço também aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília por todo o conhecimento ensinado ao longo desta jornada. Em especial, agradeço ao Professor Fábio Comes pela excelente orientação e pela disponibilidade constante. Por fim, agradeço a todos os amigos da "diretoria" pelo companheirismo e apoio durante a minha formação.

Tiago Ferreira da Fonseca.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar os modelos constitutivos para ligas com memória de forma propostos por Tanaka (1986) e Liang & Rogers (1990) por meio de comparação com dados experimentais disponibilizados pela S3T para um fio de NiTi submetido a um carregamento uniaxial. A metodologia utilizada baseia-se na implementação numérica destes modelos por meio do *software* MATLAB, seguida da comparação do comportamento tensão-deformação simulado com o observado experimentalmente. Os resultados obtidos revelam que os modelos constitutivos propostos por Tanaka e Liang & Rogers são capazes de descrever o comportamento de uma liga com memória de forma sujeita a um carregamento uniaxial à temperatura constante.

ABSTRACT

This project aims to analyze the constitutive models for shape memory alloys proposed by Tanaka (1986) and Liang & Rogers (1990) by comparison with experimental data provided by S3T for a NiTi wire subjected to a uniaxial loading. The methodology is based on the numerical implementation of these models through MATLAB software, followed by a comparison between the stress-strain behavior of the simulated process with that observed experimentally. The results show that the constitutive models proposed by Tanaka and Liang & Rogers are able to describe the behavior of a shape memory alloy subjected to a uniaxial load at constant temperature.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1
1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO 1
1.2 OBJETIVO 2
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO 2

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 3
2.1 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA 3
2.1.1 Contexto Histórico 3
2.1.2 Fenomenologia da Transformação de Fase 4
2.1.3 Pseudoelasticidade 6
2.1.4 Efeito Memória de Forma 8
2.1.5 Aplicações 9
2.1.5.1 Aplicações Biomédicas 9
2.1.5.2 Aplicações Automotivas 9
2.1.5.3 Aplicações Aeroespaciais 9
2.2 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA 10
2.2.1 Modelos Fenomenológicos Macromecânicos 10
2.2.2 Modelos Micromecânicos 11
2.2.3 Modelos Macromecânicos Baseados em Micromecânica e Termodinâmica 11
2.2.3.1 Modelo de Tanaka 14
2.2.3.2 Modelo de Liang & Rogers 16

3 EXEMPLO NUMÉRICO 18
3.1 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MODELOS 18
3.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO 20

4 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS DISPONÍVEIS NA LITERATURA 24
4.1 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL ADOTADO PELA S3T 24
4.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MODELOS 26
4.3 RESULTADO DAS SIMULAÇÕES E DISCUSSÃO 30

5 CONCLUSÃO 36

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 37

ANEXOS 43

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 Transformação de fase induzida termicamente na ausência de cargas aplicadas. 5
Figura 2-2 Demaclação de um material sujeito à aplicação de uma carga mecânica. 5
Figura 2-3 Esquema do efeito memória de forma mostrando o descarregamento e o subsequente aquecimento em austenita na ausência de carga aplicada. 6
Figura 2-4 Diagrama esquemático do comportamento pseudoelástico. 7
Figura 2-5 Diagrama esquemático do comportamento pseudoelástico completo e parcial. 7
Figura 2-6 Diagrama esquemático do efeito memória de forma. 8
Figura 2-7 Diagrama de fase tensão-temperatura pseudoelástico. 16
Figura 3-1 Bancada de teste utilizada nos ensaios sob tensão constante (Sayyaadi et al., 2012). 18
Figura 3-2 Diagrama de fase do modelo de Tanaka para a liga NiTi estudada por Sayyaadi et al. (2012). 19
Figura 3-3 Diagrama de fase de Tanaka acoplado às simulações realizadas. 20
Figura 3-4 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 100\,°C$. 21
Figura 3-5 Relação entre a fração volumétrica de martensita e a curva tensão-deformação. 21
Figura 3-6 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 73{,}8\,°C$. 22
Figura 3-7 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 70\,°C$. 22
Figura 3-8 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 68\,°C$. 23
Figura 4-1 Equipamento utilizado nos ensaios de tração/torção combinados (Sittner et al., 2009). 25
Figura 4-2 Ensaio de tração cíclica (100 ciclos) à temperatura ambiente (Sittner et al., 2009). 25
Figura 4-3 Determinação das temperaturas de transformação utilizando o DSC (Sittner et al., 2009). 26
Figura 4-4 Experimentos de carregamento-descarregamento sob temperatura constante (Sittner et al., 2009). 27
Figura 4-5 Determinação dos módulos de elasticidade e das tensões de transformação. 27
Figura 4-6 Experimentos de ciclagem térmica sob tensão constante (Sittner et al., 2009). 28

Figura 4-7 Determinação da máxima deformação residual e das temperaturas de transformação. 28
Figura 4-8 Faixas de transformação obtidas experimentalmente. 29
Figura 4-9 Diagrama de fase do modelo de Tanaka. 30
Figura 4-10 Diagrama tensão-deformação para $T = -20\,°C$. 31
Figura 4-11 Diagrama tensão-deformação para $T = -10\,°C$. 31
Figura 4-12 Diagrama tensão-deformação para $T = 0\,°C$. 32
Figura 4-13 Diagrama tensão-deformação para $T = 10\,°C$. 32
Figura 4-14 Diagrama tensão-deformação para $T = 20\,°C$. 33
Figura 4-15 Diagrama tensão-deformação para $T = 40\,°C$. 33
Figura 4-16 Diagrama tensão-deformação para $T = 60\,°C$. 34

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 Modelos constitutivos macromecânicos 1-D (Lagoudas et al., 2008; Solomou, 2016)..... 12
Tabela 2-2 Tabela 2 2 Modelos constitutivos macromecânicos 3-D (Lagoudas et al., 2008; Solomou, 2016)..... 13
Tabela 3-1 Parâmetros da liga NiTi obtidos por Sayyaadi et al. (2012). 20
Tabela 4-1 Propriedades termomecânicas da liga NiTi investigada. 30

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

a_A	Constante da função que define a fração volumétrica de martensita	[°C^{-1}]
a_M	Constante da função que define a fração volumétrica de martensita	[°C^{-1}]
b_A	Constante da função que define a fração volumétrica de martensita	[Pa^{-1}]
b_M	Constante da função que define a fração volumétrica de martensita	[Pa^{-1}]
C_A	Coeficiente angular da faixa de transformação austenítica	[Pa/°C]
C_M	Coeficiente angular da faixa de transformação martensítica	[Pa/°C]
E_A	Módulo de elasticidade no estado completamente austenítico	[Pa]
E_M	Módulo de elasticidade no estado completamente martensítico	[Pa]
t_0	Instante inicial	[s]
A_f	Temperatura final da transformação martensítica reversa	[°C]
A_s	Temperatura inicial da transformação martensítica reversa	[°C]
E	Módulo de elasticidade	[Pa]
M_f	Temperatura final da transformação martensítica	[°C]
M_s	Temperatura inicial da transformação martensítica	[°C]
T	Temperatura	[°C]
t	Tempo	[s]

Símbolos Gregos

ε_L	Deformação residual máxima	
ε_r	Deformação residual	
ξ_A	Fração volumétrica inicial de martensita na transformação martensítica	
ξ_M	Fração volumétrica inicial de martensita na transformação martensítica reversa	
ξ_S	Fração do material transformada em martensita demaclada devido á aplicação de tensão	
ξ_T	Fração do material transformada em martensita maclada devido à variação de temperatura	
σ_{A_f}	Tensão final da transformação da austenita induzida por tensão	[Pa]
σ_{A_s}	Tensão inicial da transformação da austenita induzida por tensão	[Pa]
σ_{M_f}	Tensão final da transformação da martensita induzida por tensão	[Pa]
σ_{M_s}	Tensão inicial da transformação da martensita induzida por tensão	[Pa]
σ_f	Tensão final da transformação da martensita demaclada	[Pa]
σ_s	Tensão inicial da transformação da martensita demaclada	[Pa]
Ω_S	Constante do material	[Pa]
Ω_T	Constante do material	[Pa]
ε	Deformação	
θ	Constante termoelástica	[Pa/°C]
ξ	Fração volumétrica de martensita	
π	Constante	
σ	Tensão	[Pa]
Ω	Constante associada à transformação de fase	[Pa]

Subscritos

0	Estado inicial
A	Austenita
f	*Finish* (final)
M	Martensita
s	*Start* (inicial)

Sobrescritos

·	Variação temporal
cr	Crítico

Siglas

LMF	Liga com Memória de Forma
NiTi	Níquel-Titânio
S3T	*Smart Structural Systems Technologies*

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

As ligas com memória de forma (LMF) são ligas metálicas que exibem duas propriedades características, denominadas de *efeito memória de forma* e *pseudoelasticidade*. O efeito memória de forma pode ser entendido como a capacidade do material de memorizar uma forma previamente definida e recuperá-la, após sofrer uma deformação quasiplástica ou pseudoplástica, por meio da imposição de uma temperatura. A pseudoelasticidade, por sua vez, caracteriza-se como a capacidade do material de recuperar deformações resultantes de transformações martensíticas induzidas por tensão.

Devido a estas propriedades, as ligas com memória de forma se tornaram populares em aplicações envolvendo sensores, atuadores, e amortecedores de impacto e vibração. A crescente demanda da indústria por materiais inteligentes (i.e., materiais capazes de responder à estímulos externos de maneira funcional) impulsionou a produção de trabalhos voltados à investigação dos mecanismos microestruturais, propriedades e aplicações das ligas com memória de forma (Lagoudas et al., 2008).

Nas últimas três décadas, as LMFs foram profundamente investigadas do ponto de vista da modelagem e análise computacional, com foco em diversos aspectos como, por exemplo, as transformações de fase induzidas por tensão e/ou temperatura, a reorientação da martensita e os efeitos cíclicos (Auricchio et al., 2014). Em termos de modelagem, houve várias tentativas de reproduzir adequadamente as propriedades exibidas pelas ligas com memória de forma. Os modelos resultantes podem ser categorizados como macro, micro ou micro-macro (Khandelwal & Buravalla, 2009).

Numerosas análises de modelos constitutivos existentes mostram que os modelos atuais atingiram um alto nível de sofisticação. Alguns pesquisadores incluíram em seus modelos variáveis como a fração volumétrica de martensita maclada/demaclada (Lexcellent et al., 2000; Panico & Brinson, 2007; Popov e Lagoudas, 2007), a viscoplasticidade (Chemisky et al., 2014), o acoplamento termomecânico (Morin et al., 2011a, b; Zaki & Moumni, 2007a, b) e a deformação plástica (Auricchio et al., 2007; Hartl et al., 2010; Zaki et al., 2010; Saint-Sulpice et al., 2009; Peng et al., 2012). No entanto, os modelos mais eficazes conseguem precisão ao custo da complexidade, pois consideram processos múltiplos e simultâneos

(Popov & Lagoudas, 2007; Chemisky et al., 2011) ou requerem calibrações dispendiosas de um grande número de parâmetros (Saleeb et al., 2011, 2013).

Frequentemente, a complexidade exacerbada se transforma em desperdício de tempo e dinheiro. Deste modo, a busca por modelos constitutivos capazes de predizer o comportamento de uma LMF de maneira satisfatória e, ao mesmo tempo, com um baixo custo computacional, torna-se necessária. Dentre as diversas categorias existentes, os modelos constitutivos macromecânicos baseados em micromecânica mostram-se mais eficazes e adequados para aplicações de engenharia. Nesta categoria, os modelos constitutivos propostos por Tanaka (1986) e Liang & Rogers (1990) destacam-se por sua simplicidade, abordagem comum e abrangência à diversas condições de operação.

Neste sentido, o presente trabalho almeja analisar a capacidade destes dois modelos de predizer o comportamento de uma liga com memória de forma submetida a um carregamento uniaxial.

1.2 OBJETIVO

O objetivo do presente trabalho consiste em analisar os modelos constitutivos para ligas com memória de forma propostos por Tanaka (1986) e Liang & Rogers (1990) por meio de comparação com dados experimentais disponibilizados pela S3T para uma liga de NiTi submetida a um carregamento uniaxial.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho encontra-se estruturado em cinco capítulos. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre as ligas com memória de forma e suas propriedades termomecânicas. Ainda no segundo capítulo, alguns dos principais modelos constitutivos para ligas com memória de forma são revisados. O capítulo 3 apresentada um exemplo numérico dos modelos propostos por Tanaka e Liang & Rogers para uma LMF sujeita a um carregamento uniaxial isotérmico. O capítulo 4 apresenta uma comparação entre o comportamento tensão-deformação simulado com os modelos de Tanaka e Liang & Rogers, e o observado experimentalmente em laboratório para um fio de NiTi submetido a um ciclo de carregamento uniaxial à temperatura constante. Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões e as considerações finais deste trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

As ligas com memória de forma constituem uma classe específica de ligas metálicas com propriedades mecânicas e termomecânicas singulares. As LMFs são capazes de memorizar a sua forma original e retornar a ela, através de processos de ativação térmica, mesmo após submetidas a grandes deformações (tipicamente de 8%) quando comparadas às deformações reversíveis observadas em materiais metálicos convencionais. Essa habilidade de reconstituição do material é chamada de efeito memória de forma (Ölander, 1932). Além desta propriedade, as LMFs são capazes de deformar-se pseudoelasticamente quando submetidas à esforços externos, podendo atingir deformações reversíveis da ordem de 10%. Este comportamento, conhecido como pseudoelasticidade, só é observado em temperaturas superiores à temperatura final de formação da austenita, que varia de acordo com a composição da liga (Delaey et al., 1974).

2.1.1 Contexto Histórico

O físico sueco Arne Ölander (1932) observou, pela primeira vez, o efeito memória de forma em ligas metálicas. Este efeito foi estudado posteriormente por Kurdjumov & Khandros (1949) e por Chang & Read (1951). Apesar dos avanços obtidos nos anos que se sucederam, o alto custo das ligas e a dificuldade de manufaturá-las impediam a utilização das LMFs em escala industrial (Jani et al., 2014).

Buehler et al. (1963) identificaram a presença do efeito memória de forma em ligas de níquel-titânio (NiTi). Essas ligas foram batizadas de Nitinol, em referência ao *U.S. Naval Ordnance Laboratory* (NOL), laboratório onde trabalhavam os cientistas responsáveis pela descoberta. O Nitinol se mostrou mais barato de produzir, mais fácil e seguro de manusear e possuía melhores propriedades mecânicas quando comparado com outras LMFs existentes na época (Jani et al., 2014).

A primeira aplicação das LMFs em escala industrial data de 1969, quando a empresa *Raychem Corporation* desenvolveu elementos de fixação e uniões para a indústria aeronáutica utilizando estas ligas (Jani et al., 2014). Desde então, as ligas com memória de forma, em especial as ligas de NiTi, vêm sendo empregadas em diversos segmentos do mercado. As aplicações mais relevantes se concentram na área biomédica, entretanto estas ligas também são utilizadas na indústria aeroespacial, automotiva e civil (Mahtabi et al., 2015).

2.1.2 Fenomenologia da Transformação de Fase

Em geral, as LMFs possuem duas fases bem definidas, que se diferenciam quanto à estrutura cristalina e, por consequência, quanto às propriedades exibidas. A fase de alta temperatura é denominada austenita e, comumente, possui estrutura cúbica. A fase de baixa temperatura é denominada martensita, podendo apresentar estrutura ortorrômbica, tetragonal ou monoclínica (Lagoudas et al., 2008). A transformação de uma estrutura em outra não ocorre por difusão de átomos, mas sim por distorção da estrutura de cisalhamento. Tal transformação é conhecida como transformação martensítica (Delaey et al., 1974).

Os cristais que compõem a fase martensítica podem estar orientados de maneira aleatória ou possuírem uma direção preferencial de orientação. A martensita maclada é caracterizada pela orientação randômica dos cristais, enquanto a martensita demaclada se caracteriza pelo alinhamento dos mesmos (Funakubo, 1987)

Quando resfriada na ausência de uma carga aplicada, a estrutura cristalina da LMF se transforma de austenita em martensita. A transformação de fase de austenita em martensita é conhecida como transformação direta. Esta transformação ocorre de modo que a variação macroscópica da forma seja desprezível, e resulta na formação da martensita maclada. Quando o material é aquecido a partir da fase martensítica, a estrutura cristalina retorna à fase austenítica. A transformação de fase de martensita em austenita é conhecida como transformação reversa, e transcorre sem alterações macroscópicas da forma. A transformação de fase reversível de austenita em martensita e vice-versa forma a base para o comportamento característico exibido pelas ligas com memória de forma (Lagoudas et al., 2008).

Existem quatro temperaturas principais associadas ao processo de transformação de fase em ligas com memória de forma, são elas: A_s (temperatura inicial de formação da austenita), A_f (temperatura final de formação da austenita), M_s (temperatura inicial de formação da martensita) e M_f (temperatura final de formação da martensita). Durante o resfriamento, na ausência de cargas aplicadas, a austenita inicia o processo de transformação em martensita maclada no momento em que a temperatura se iguala a M_s. Quando a temperatura M_f é atingida, o processo de transformação de fase chega ao fim, restando apenas martensita maclada. De maneira similar, durante o aquecimento, a transformação reversa tem início em A_s e se completa quando a temperatura A_f é alcançada (Lagoudas et al., 2008). A Figura 2-1 ilustra a estrutura cristalina da martensita maclada e da austenita, bem como o processo de transformação de fase induzido termicamente.

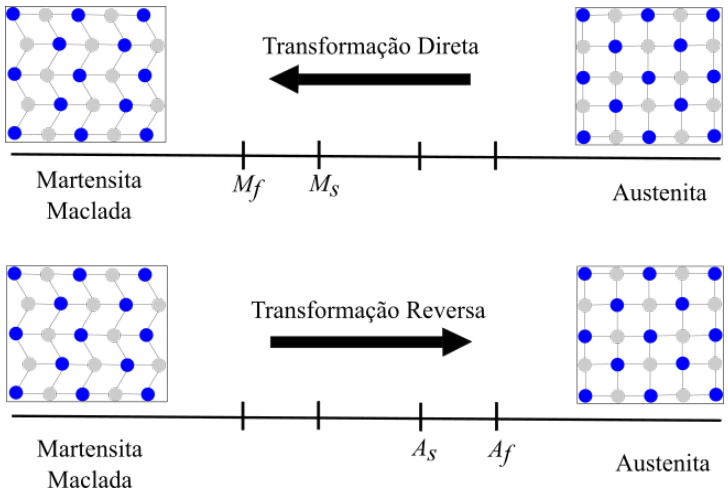


Figura 2-1 Transformação de fase induzida termicamente na ausência de cargas aplicadas.

Um material na fase martensítica maclada pode ter seus cristais reorientados através da aplicação de uma carga mecânica. Esta reorientação dos cristais é conhecida como demaclação (ver Fig. 2-2). O processo de demaclação resulta em uma variação macroscópica da forma, onde a configuração deformada é mantida quando a carga é retirada.

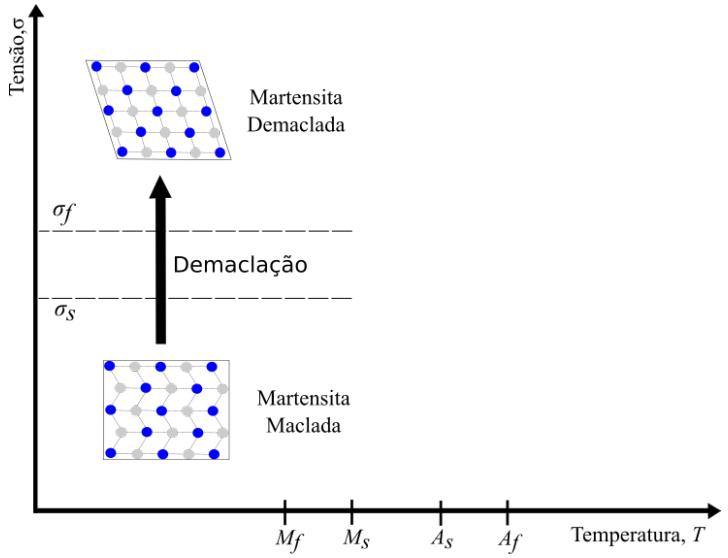


Figura 2-2 Demaclação de um material sujeito à aplicação de uma carga mecânica.

Um subsequente aquecimento do material a temperaturas superiores a A_f resultará em uma transformação de fase reversa (de martensita demaclada em austenita) e induzirá a recuperação completa da forma (ver Fig. 2-3). O resfriamento do material em temperaturas inferiores a M_f leva novamente à formação da martensita maclada (transformação direta), sem alterações da forma. O processo descrito acima é conhecido como efeito memória de forma (Lagoudas et al., 2008).

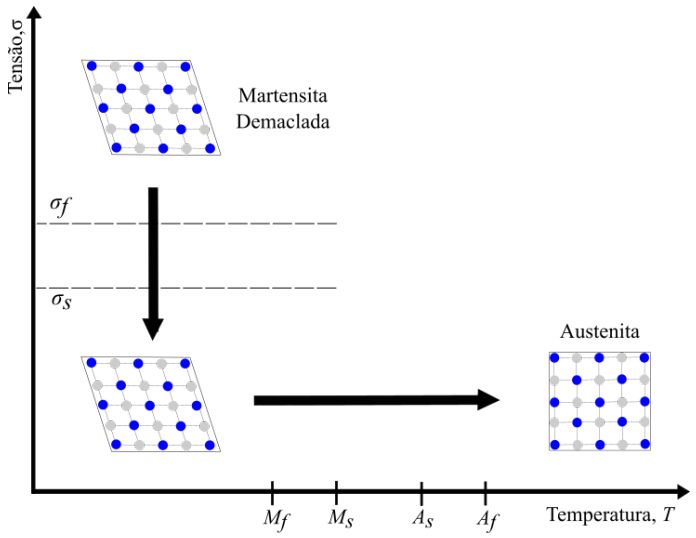


Figura 2-3 Esquema do efeito memória de forma mostrando o descarregamento e o subsequente aquecimento em austenita na ausência de carga aplicada.

A carga aplicada ao material deve ser suficientemente elevada para que possa dar início ao processo de demaclação. A tensão mínima requerida para a iniciação da demaclação é denotada por σ_s. Níveis de tensão suficientemente elevados resultam na demaclação completa da martensita, onde a tensão correspondente ao fim do processo de demaclação é denotada por σ_f.

Em contrapartida à transformação de fase induzida termicamente, pode-se observar ainda a transformação de fase induzida pela aplicação de cargas mecânicas ao material na fase austenítica. O resultado da aplicação de uma carga mecânica suficientemente elevada é a formação de martensita demaclada a partir da austenita. Se a temperatura do material estiver acima de A_f, observa-se a recuperação total da forma após o descarregamento em austenita. Este comportamento é conhecido como efeito pseudoelástico (Lagoudas et al., 2008).

2.1.3 Pseudoelasticidade

A pseudoelasticidade é um fenômeno mecânico resultante de transformações martensíticas na estrutura cristalina da LMF. O comportamento pseudoelástico não é desencadeado por mudanças de temperatura, sendo função somente da tensão aplicada (Delaey et al., 1974). A Figura 2-4 ilustra o comportamento tensão-deformação pseudoelástico em temperaturas superiores à A_f.

Quando submetida a uma tensão inferior à tensão crítica (σ_{M_s}) e em temperaturas superiores à A_f, a liga exibe inicialmente um comportamento elástico. No instante em que a tensão aplicada ultrapassa a tensão crítica, a fase austenítica se torna instável e o processo de

transformação martensítica tem início. A reorganização da estrutura cristalina da liga transcorre sem grandes alterações na tensão e resulta em uma deformação macroscópica do material (Chopra & Sirohi, 2013).

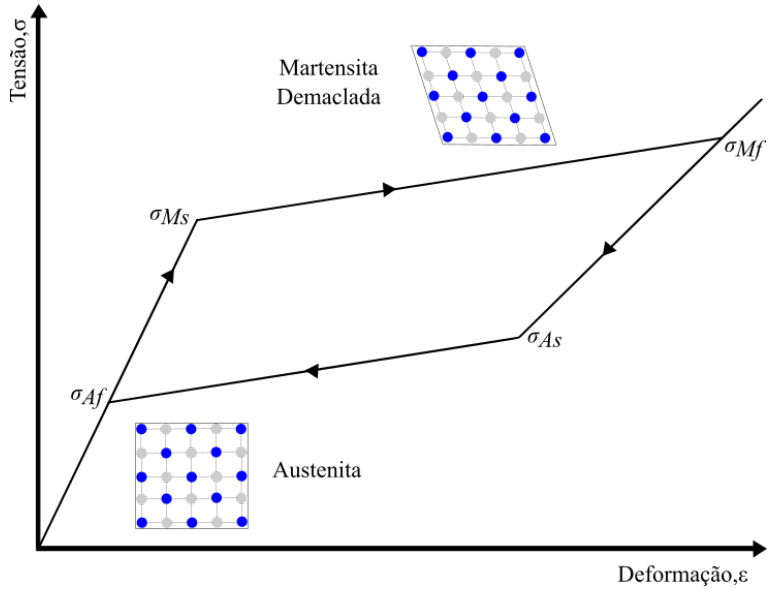
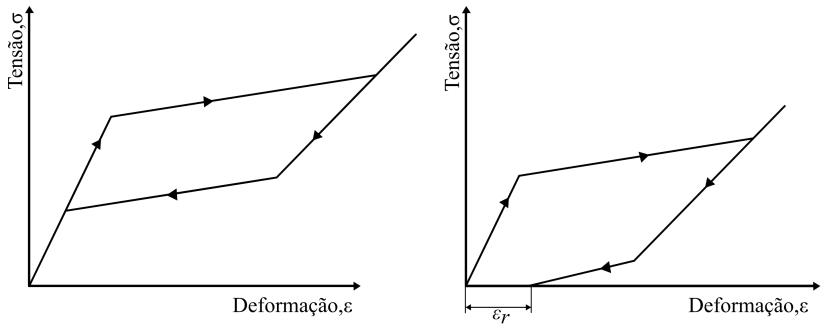


Figura 2-4 Diagrama esquemático do comportamento pseudoelástico.

Durante o descarregamento, em um primeiro momento, a liga exibe novamente um comportamento elástico. Em seguida, o material retorna à fase austenítica, recuperando boa parte da deformação sofrida. Se a temperatura de operação estiver acima de A_f, o material irá se reconstituir integralmente, caracterizando o comportamento pseudoelástico completo. Entretanto, se a temperatura for mantida entre A_s e A_f, a reconstituição do material se dará de maneira incompleta, resultando assim em uma deformação residual (ε_r). Nesse caso, tem-se um comportamento pseudoelástico parcial. A deformação residual pode ser recuperada posteriormente através do aquecimento da liga a temperaturas superiores à A_f (Chopra & Sirohi, 2013). Os comportamentos pseudoelástico completo e parcial são ilustrados no diagrama tensão-deformação apresentado pela Fig. 2-5.



(a) Pseudoelasticidade completa, $T > A_f$ (b) Pseudoelasticidade parcial, $A_S < T < A_f$

Figura 2-5 Diagrama esquemático do comportamento pseudoelástico completo e parcial.

2.1.4 Efeito Memória de Forma

O efeito memória de forma em LMFs surge a partir da imposição de uma deformação macroscópica ao material acompanhada pela reorientação dos cristais que compõem a fase martensítica, a qual não é revertida após a remoção da tensão aplicada; posteriormente, a transformação reversa e a subsequente recuperação da deformação sofrida são induzidas por aquecimento (Delaey et al., 1974). A natureza do efeito memória de forma poder ser melhor compreendida através do diagrama tensão-deformação-temperatura apresentado na Fig. 2-6.

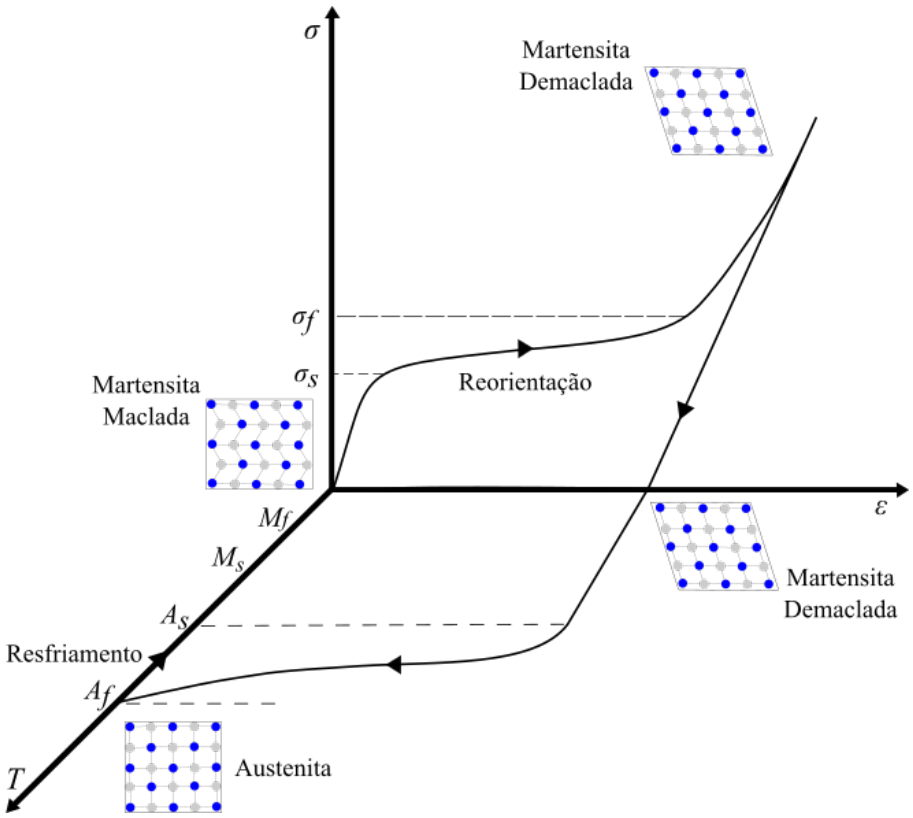


Figura 2-6 Diagrama esquemático do efeito memória de forma.

O material, inicialmente na fase austenítica, é submetido a um processo de resfriamento na ausência de esforços externos. O resfriamento, em temperaturas inferiores à M_f, resulta na transformação da austenita em martensita maclada. A aplicação de tensões superior à σ_s desencadeia o processo de reorientação dos cristais que compõem a fase martensítica. O processo de reorientação chega ao fim quando a tensão se iguala à σ_f. Nesse momento, a estrutura cristalina do material se encontra na fase martensítica demaclada. O material é então descarregado elasticamente, permanecendo como martensita demaclada. A transformação reversa, de martensita demaclada em austenita, ocorre em função do aquecimento do material a temperaturas superiores à A_f e livre de tensões. Na ausência de deformações plásticas permanentes, que podem ser geradas durante o processo de

reorientação dos cristais, a forma original do material é recuperada quando este retorna à fase austenítica. Um subsequente resfriamento do material induzirá, novamente, a formação da martensita maclada, possibilitando a repetição do ciclo de memória de forma (Lagoudas et al., 2008).

2.1.5 Aplicações

Nas últimas décadas, a demanda por materiais inteligentes, capazes de converter energia térmica em trabalho mecânico, cresceu de maneira significativa. Engenheiros e cientistas de todo o mundo vêm desenvolvendo métodos que visam incorporar as ligas com memória de forma em dispositivos reais. As propriedades únicas encontradas nas LMFs, aliadas à sua confiabilidade e funcionalidade, foram responsáveis pela difusão destas em diversos segmentos da indústria (Lagoudas et al., 2008).

2.1.5.1 Aplicações Biomédicas

Para que um material possa ser utilizado no corpo humano, é necessário que o mesmo seja biocompatível e biofuncional. A biocompatibilidade está associada à habilidade do material de permanecer não tóxico durante sua vida funcional, enquanto que a biofuncionalidade está relacionada ao bom funcionamento do material no interior do corpo humano (Miyazaki, 1999).

As propriedades de memória de forma e pseudoelasticidade, juntamente com a biocompatibilidade e biofuncionalidade, tornam as ligas NiTi excelentes candidatas para aplicações biomédicas. Em decorrência da combinação dessas características únicas, as ligas de Nitinol passaram a ser utilizadas na fabricação de *stents*, fios ortodônticos e dispositivos para cirurgias minimamente invasivas (Miyazaki, 1999).

2.1.5.2 Aplicações Automotivas

As aplicações envolvendo as ligas com memória de forma na indústria automotiva variam desde dispositivos para absorção de impacto até sensores e atuadores. O comportamento pseudoelástico propicia um sistema eficiente para dissipar vibrações e impactos, sendo utilizado por veículos militares e comerciais. Com relação aos atuadores, a utilização de materiais com memória de forma pode reduzir significativamente o tempo de resposta do dispositivo (Stoeckel, 1990)

2.1.5.3 Aplicações Aeroespaciais

A implementação de estruturas inteligentes na indústria aeroespacial contribuiu para o

aumento da resistência e da carga útil suportada pelas aeronaves; reduziu os custos operacionais e aumentou o conforto dos passageiros, reduzindo os ruídos e vibrações transmitidos à cabine (Chopra & Sirohi, 2013).

Recentemente, as ligas com memória de forma passaram a ser utilizadas na construção de dispositivos destinados à redução dos ruídos emitidos pelo motor das aeronaves. Os chevrons, como são conhecidos estes dispositivos, são responsáveis por misturar o fluxo de gases na exaustão e, assim, reduzir o ruído emitido. Durante a decolagem, as tiras de LMF defletem a estrutura dos chevrons em direção ao fluxo de gases, aumentando a taxa de mistura e reduzindo o ruído. Em contrapartida, quando a aeronave se encontra em velocidade de cruzeiro, as tiras de LMF se resfriam em martensita, aumentando a rigidez dos chevrons e aprimorando a performance do motor (Lagoudas et al., 2008)

2.2 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Os modelos constitutivos são desenvolvidos com o intuito de simular a resposta macro-mecânica das ligas com memória de forma e, assim, facilitar o processo de criação de estruturas envolvendo tais materiais. Os modelos constitutivos para LMFs são, usualmente, divididos em: 1) modelos fenomenológicos macromecânicos, 2) modelos micromecânicos e 3) modelos macromecânicos baseados em micromecânica e termodinâmica (Solomou, 2016). Esta seção apresenta os trabalhos mais significativos relacionados às três categorias mencionadas acima.

2.2.1 Modelos Fenomenológicos Macromecânicos

Desde o início da década de 1980, a comunidade científica tem se dedicado ao desenvolvimento de modelos constitutivos capazes de descrever o comportamento das ligas com memória de forma. Os modelos iniciais eram baseados em observações experimentais e, portanto, fenomenológicos e derivados de resultados experimentais unidimensionais (Solomou, 2016). O primeiro modelo fenomenológico tridimensional para uma LMF foi proposto por Bertram (1983). O modelo é inspirado na teoria clássica da plasticidade e descreve o efeito memória de forma. Posteriormente, Tanaka et al. (1995) apresenta uma estrutura teórica macroscópica para explicar o comportamento das ligas com memória de forma durante um carregamento cíclico térmico e/ou mecânico. Auricchio & Sacco (1997) reportaram um modelo fenomenológico unidimensional baseado na plasticidade, abordando a pseudoelasticidade isotérmica das ligas com memória de forma e incorporando um termo de endurecimento linear. Anos depois, Bouvet et al. (2004) formula um modelo fenomenológico

tridimensional para descrever o comportamento pseudoelástico das LMFs sujeitas a carregamentos multiaxiais, incluindo o acoplamento termomecânico.

Os modelos fenomenológicos parecem descrever de maneira adequada o comportamento global das ligas com memória de forma. Entretanto, em determinadas situações, a eficiência destes modelos pode ser comprometida devido ao comportamento complexo exibido pelas LMFs. Neste contexto, a micromecânica entra em cena para tentar compreender o comportamento destas ligas de maneira detalhada.

2.2.2 Modelos Micromecânicos

Os modelos micromecânicos buscam prever o comportamento das ligas com memória de forma, levando em consideração a microestrutura granular das LMFs policristalinas. Neste sentido, os modelos que representam a microestrutura do material sobre um elemento de volume representativo podem ser desenvolvidos e o comportamento macroscópico médio do material pode ser capturado. No entanto, os modelos micromecânicos não são ideais para aplicações de engenharia. A simulação de uma estrutura real exigiria a modelagem de toda a microestrutura, o que não é possível de ser realizado e, caso fosse, demandaria um alto custo computacional (Solomou, 2016).

2.2.3 Modelos Macromecânicos Baseados em Micromecânica e Termodinâmica

Na tentativa de superar as limitações mencionadas acima, surge uma nova classe de modelos baseados na micromecânica e na termodinâmica. Neste caso, um potencial de energia livre (e.g. energia livre de Gibbs, energia livre de Helmholtz) é obtido diretamente da modelagem micromecânica. Além disso, são escolhidas as variáveis de estado que melhor representam o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma quando sujeitas a alterações microestruturais. O potencial de energia livre é utilizado em conjunto com a primeira e segunda leis da termodinâmica, e as leis constitutivas que regem o comportamento das LMFs são derivadas com base na termodinâmica de processos irreversíveis (Solomou, 2016).

Tipicamente, as variáveis de estado que definem as tensões de transformação e a fração volumétrica de martensita são utilizadas na formulação dos modelos constitutivos para LMFs. No entanto, alguns pesquisadores optam por definir diferentes variáveis de estado na tentativa de capturar determinados efeitos (e.g. demaclação e reorientação da fase martensítica). A função de transformação define o critério de transformação e, usualmente, é

baseada na teoria clássica de plasticidade (Dunne & Petrinic, 2005)

O presente trabalho enfatiza esta última categoria de modelos constitutivos, visto que os mesmos são considerados eficazes e adequados para aplicações de engenharia. Para este fim, é apresentado abaixo (Tabelas 2-1 e 2-2) um breve resumo histórico dos principais modelos macromecânicos disponíveis na literatura.

Tabela 2-1 Modelos constitutivos macromecânicos 1-D (Lagoudas et al., 2008; Solomou, 2016)

Modelo 1-D	Formulação	Características
Tanaka (1986)	Energia livre de Helmholtz	Utiliza uma lei de endurecimento exponencial para a transformação de fase. As propriedades do material permanecem constantes durante a transformação de fase.
Achenbach (1989)	Potenciais poços de energia	Considera três fases: austenita, martensita trativa, e martensita compressiva. O método de potenciais poços de energia é usado para determinar, de maneira probabilística, quando a transformação irá ocorrer.
Liang & Rogers (1990)	Energia livre de Helmholtz	Utiliza uma lei de endurecimento do tipo cosseno para a transformação de fase. As propriedades do material permanecem constantes durante a transformação de fase.
Brinson (1993)	Energia livre de Helmholtz	Introduz duas variáveis internas que permitem modelar tanto a martensita demaclada quando a martensita maclada. Utiliza uma lei de endurecimento do tipo cosseno e rigidez elástica variável durante a transformação de fase.
Auricchio & Sacco (2001)	Energia livre de Helmholtz	Apresenta um dos primeiros modelos termo-mecanicamente acoplados baseados em termodinâmica. É desenvolvido no âmbito do modelo tridimensional proposto por Lubliner e Auricchio (1996).
Shaw (2002)	Energia livre de Helmholtz	O modelo é capaz de simular tanto o comportamento pseudoelástico quanto o efeito memória de forma, e é capaz de modelar a martensita maclada e a demaclada.
Seelecke & Müller (2004)	Potenciais poços de energia	Expande o trabalho de Achenbach (1989), considerando três fases: austenita, martensita trativa, e martensita compressiva. Enfatiza o acoplamento termomecânico.

Tabela 2-2 Tabela 2 2 Modelos constitutivos macromecânicos 3-D (Lagoudas et al., 2008; Solomou, 2016).

Modelo 3-D	Formulação	Características
Liang & Rogers (1992)	Energia livre de Helmholtz	Este modelo é uma extensão tridimensional do modelo proposto anteriormente por Liang & Rogers (1990). Baseia-se em uma superfície de transformação do tipo J_2 e considera uma lei de endurecimento do tipo cosseno para a transformação de fase.
Boyd & Lagoudas (1996)	Energia livre de Gibbs	Utiliza a fração volumétrica de martensita como variável interna e uma equação de evolução de transformação para conectá-la à deformação de transformação. Uma superfície de transformação do tipo J_2 é usada na transformação de fase direta. Utiliza uma função de endurecimento polinomial.
Raniecki & Lexcellent (1998)	Energia livre de Gibbs	Modela a assimetria tensão-compressão usando uma superfície de transformação do tipo J_2 - J_3. Faz uso de funções de endurecimento de transformações exponenciais. Capaz de capturar a pseudoelasticidade das LMFs.
Qidwai & Lagoudas (2000)	Energia livre de Gibbs	Modelagem abrangente da assimetria tensão-compressão. Este modelo é uma extensão do trabalho de Boyd e Lagoudas (1996). Propõe diversas superfícies de transformação distintas baseadas em invariantes do tipo I_1, J_2 e J_3.
Lagoudas & Entchev (2004)	Energia livre de Gibbs	O modelo explica o desenvolvimento simultâneo da transformação e das deformações plásticas durante a transformação de fase induzida por tensão. O trabalho estende e implementa em 3-D o modelo apresentado por Lagoudas e Bo (1999).
Popov & Lagoudas (2007)	Energia livre de Gibbs	Considera três variáveis de estado internas para a martensita maclada, martensita demaclada e austenita, respectivamente. As variáveis internas descrevem as três possíveis transições entre as diferentes fases do material. Além disso, o modelo utiliza uma função de endurecimento linear e uma superfície do tipo J_2.

Nas próximas seções serão apresentados dois modelos constitutivos macromecânicos unidimensionais destinados à descrição do comportamento de ligas com memória de forma. Estes modelos foram escolhidos devido à sua abordagem comum e abrangência à diversas condições de operação. Os parâmetros utilizados por estes modelos são determinados

experimentalmente, a fim de acomodar as grandes variações nas propriedades das LMFs devido à composição, tratamento térmico, fabricação e outros (Chopra & Sirohi, 2013). Por simplicidade, apenas carregamentos uniaxiais serão considerados, e deformações quase-estáticas serão assumidas, resultando em condições isotérmicas.

Nestes modelos, assume-se que a deformação, a temperatura e a fração volumétrica de martensita são as únicas variáveis de estado. Tanaka (1986) desenvolveu uma expressão exponencial para descrever o comportamento da tensão e da temperatura, ao invés de determinar a expressão para energia livre. Liang & Rogers (1990) apresentaram um modelo baseado na relação constitutiva proposta por Tanaka. Em seu modelo, a equação de Tanaka é integrada em relação ao tempo e assume-se que os coeficientes da equação são constantes. Liang & Rogers modelam a equação evolutiva para a fração volumétrica de martensita através de uma função do tipo cosseno, ao invés da forma exponencial utilizada por Tanaka. Um grande inconveniente destes modelos é que eles não capturam a demaclação induzida por tensão da fase martensítica. Entretanto, ambos os modelos descrevem a transformação de fase de martensita para austenita e vice-versa. (Chopra & Sirohi, 2013).

2.2.3.1 Modelo de Tanaka

No modelo de Tanaka (1986), o comportamento termomecânico de uma liga com memória de forma é descrito por três variáveis de estado,

$$(\varepsilon, \mathrm{T}, \xi)\,, \tag{1}$$

onde ε é a deformação, T é a temperatura e ξ é a fração volumétrica de martensita. A relação constitutiva entre a tensão, σ, e as variáveis de estado possui a forma:

$$\dot{\sigma} = E\,\dot{\varepsilon} + \theta\,\dot{T} + \Omega\,\dot{\xi}\,, \tag{2}$$

onde E é o módulo de elasticidade, θ é uma constante termoelástica e Ω é uma constante associada à transformação de fase do material.

Tendo em vista que a transformação de fase em ligas com memória de forma é um processo não-difusivo, assume-se que a fração volumétrica de martensita é uma função da tensão e da temperatura,

$$\xi = \xi(\sigma, T)\,. \tag{3}$$

Durante a transformação de austenita em martensita, a variação da fração volumétrica

de martensita é descrita pela seguinte função exponencial:

$$\xi = 1 - exp[a_M(M_s - T) + b_M\,\sigma]\,, \tag{4}$$

onde a_M e b_M são constantes do material e M_s é a temperatura em que ocorre o início da transformação martensítica no material livre de tensões $(\sigma = 0)$.

Seja σ_{M_s} a tensão de ativação da transformação martensítica. Como $\xi = 0$ no início da transformação, segue da relação (4) que

$$\sigma_{M_s} = C_M(T - M_s)\,, \tag{5}$$

onde $C_M = a_M/b_M$. Os pontos (σ, T) que satisfazem a relação (5) representam uma reta no diagrama de fase $\sigma - T$ que define o início do processo de transformação martensítica (ver Fig. 2-7). Considerando que o término da transformação martensítica ocorre quando $\xi = 0{,}99$ (critério geralmente adotado em metalurgia física) e denotando σ_{M_f} o valor da tensão no término da transformação, segue da relação (4) que

$$\sigma_{M_f} = -\frac{2\,ln\,10}{b_M} + C_M(T - M_s)\,. \tag{6}$$

Os pontos (σ, T) que satisfazem a relação (6) representam uma reta no diagrama de fase $\sigma - T$ que define o término do processo de transformação martensítica (ver Fig. 2-7). Como as derivadas das Eqs. (5) e (6) são iguais, conclui-se que as retas no diagrama $\sigma - T$ que definem o início e término da transformação martensítica são paralelas.

A interseção da reta que define o término da transformação martensítica, Eq. (6), com a abscissa do diagrama $\sigma - T$ é o ponto M_f. Portanto, obtém-se a partir da Eq. (6) a relação

$$a_M = -\frac{2\,ln\,10}{M_s - M_f}\,. \tag{7}$$

Durante a transformação martensítica reversa, a variação da fração volumétrica de martensita é obtida com a seguinte função exponencial:

$$\xi = exp[a_A(A_s - T) + b_A\,\sigma]\,, \tag{8}$$

onde a_A e b_A são constantes do material e A_s é a temperatura em que ocorre o início da transformação reversa no material livre de tensões $(\sigma = 0)$. Denotando σ_{A_s} a tensão de

ativação da transformação austenítica e considerando que no início da transformação $\xi = 1$, resulta da Eq. (8) que

$$\sigma_{A_s} = C_A(T - A_s)\,, \tag{9}$$

onde $C_A = a_A/b_A$. Substituindo $\xi = 0{,}01$ na Eq. (8) e chamando σ_{A_f} a tensão no término da transformação martensítica reversa, obtém-se a relação

$$\sigma_{A_f} = -\frac{2\,ln\,10}{b_A} + C_A(T - A_s)\,. \tag{10}$$

Como $T = A_f$ quando $\sigma = 0$, resulta da Eq. (10) que

$$a_A = \frac{2\,ln\,10}{A_f - A_s}\,. \tag{11}$$

O diagrama de fase $\sigma - T$ mostrado na Fig. 2-7 ilustra as regiões de transformação de fase definidas pelas Eqs. (5), (6), (9) e (10).

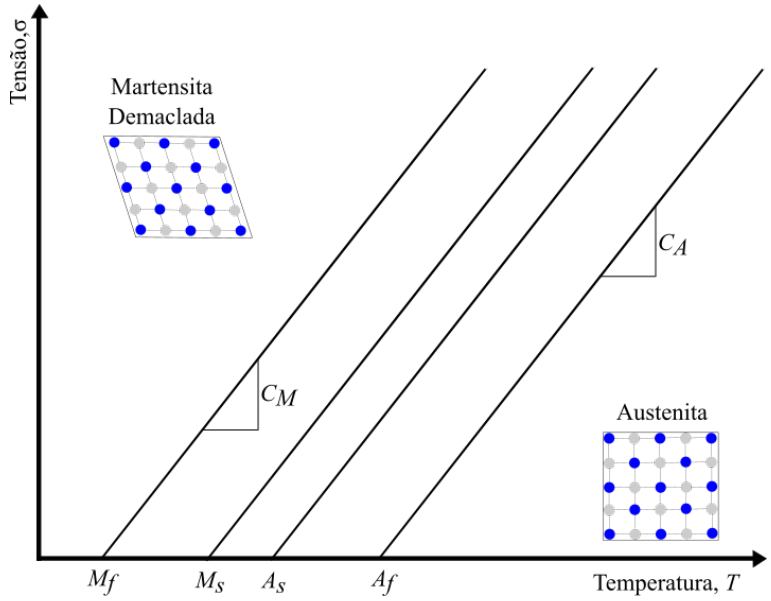


Figura 2-7 Diagrama de fase tensão-temperatura pseudoelástico.

2.2.3.2 Modelo de Liang & Rogers

O modelo proposto por Liang & Rogers (1990) utiliza a mesma relação constitutiva desenvolvida por Tanaka. A diferença entre os dois modelos se encontra na função escolhida para descrever a variação da fração volumétrica de martensita, Eq. (3). De acordo com Liang & Rogers, $\xi(\sigma, T)$ é modelado por uma função cosseno.

Na transformação de austenita em martensita, a fração volumétrica de martensita é descrita pela seguinte função:

$$\xi = \frac{(1-\xi_A)}{2} cos\left[a_M\left(T - M_f\right) + b_M\,\sigma\right] + \frac{(1-\xi_A)}{2}, \tag{12}$$

onde ξ_A é a fração volumétrica inicial de martensita na transformação martensítica. As constantes do material, a_Me b_M, são dadas por:

$$a_M = \frac{\pi}{\left(M_s - M_f\right)}, \tag{13}$$

$$b_M = -\frac{a_M}{C_M}. \tag{14}$$

Na transformação reversa, de martensita em austenita, a fração volumétrica de martensita é obtida pela seguinte função:

$$\xi = \frac{\xi_M}{2}\{cos[a_A(T - A_s) + b_A\,\sigma] + 1\}, \tag{15}$$

onde ξ_{M} é a fração volumétrica inicial de martensita na transformação martensítica reversa. As constantes do material, a_A e b_A, são expressas por:

$$a_A = \frac{\pi}{\left(A_f - A_s\right)}, \tag{16}$$

$$b_A = -\frac{a_A}{C_A}. \tag{17}$$

3 EXEMPLO NUMÉRICO

Os algoritmos computacionais desenvolvidos para os modelos constitutivos de Tanaka e Liang & Rogers são utilizados nesta seção para simular o comportamento de uma LMF quando submetida à carregamentos uniaxiais isotérmicos. Os *scripts* escritos no programa MATLAB, contendo os algoritmos desenvolvidos, encontram-se disponíveis nos anexos deste relatório. As simulações têm o objetivo de avaliar, de forma qualitativa, a capacidade dos modelos em descrever os fenômenos básicos observados em ligas com memória de forma. As simulações reproduzem um carregamento uniaxial simples. As propriedades termomecânicas do material, necessárias para a realização das simulações, foram obtidas a partir dos experimentos conduzidos por Sayyaadi et al. (2012) em uma liga de NiTi.

3.1 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MODELOS

Os experimentos foram realizados em fios de NiTi de 0,25 mm de diâmetro fornecidos pela empresa Dynalloy, Inc. As propriedades termomecânicas do fio foram determinadas a partir de ensaios sob tensão constante e ensaios isotérmicos. A bancada de teste utilizada para a realização dos ensaios está mostrada na Fig. 3-1. A escolha destes métodos se baseia nos conceitos definidos por Tanaka para a determinação das temperaturas de transformação de fase do material (Sayyaadi et al., 2012).

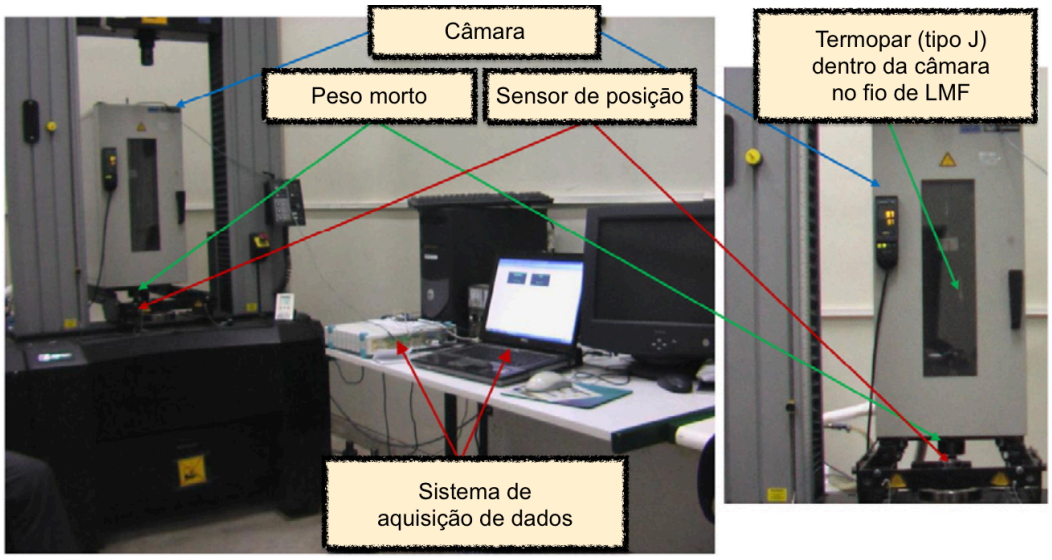


Figura 3-1 Bancada de teste utilizada nos ensaios sob tensão constante (Sayyaadi et al., 2012).

Uma vez que as temperaturas características de transformação de fase estão diretamente relacionadas a tensão aplicada, seus valores devem ser determinados para diferentes valores de tensão. A fim de obter as temperaturas de transformação para diferentes

níveis de tensão, foram realizados ensaios sob tensão constante no fio de NiTi. Os ensaios sob tensão constante têm o objetivo de produzir curvas do tipo deformação-temperatura. A determinação das temperaturas em que ocorrem o início e o fim das transformações de fase, para diferentes valores de tensão constante, possibilitou a construção do diagrama de fase final (ver Fig. 3-2). Em seguida, através de uma simples extrapolação, foram obtidas as temperaturas de transformação características M_s, M_f, A_s e A_f do fio quando as tensões atuantes forem nulas.

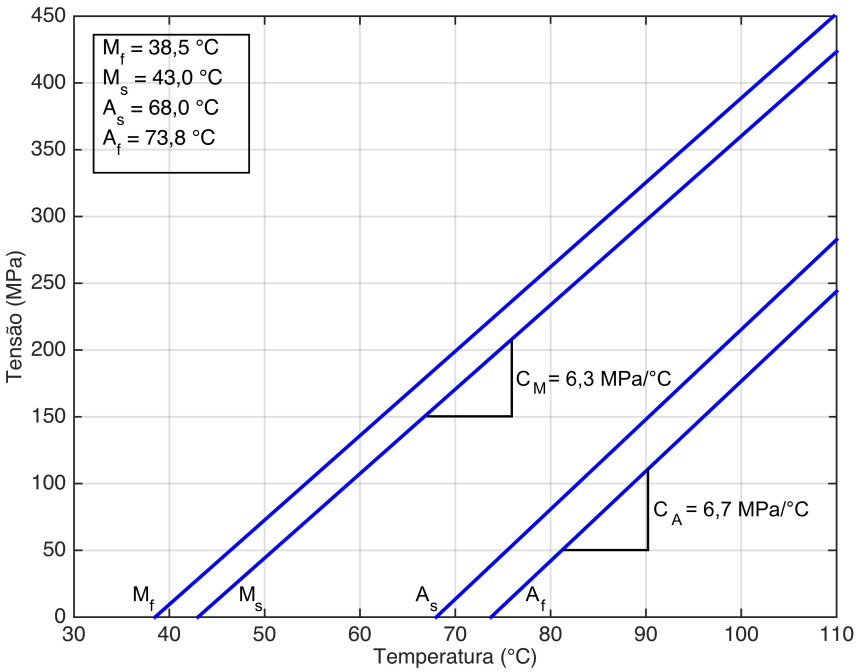


Figura 3-2 Diagrama de fase do modelo de Tanaka para a liga NiTi estudada por Sayyaadi et al. (2012).

`Com o intuito de obter as demais propriedades termomecânicas do fio de NiTi, foram conduzidos ensaios isotérmicos na amostra. Dois tipos de ensaio foram realizados: primeiro, um carregamento monotônico em temperatura inferior a M_f e segundo, um carregamento monotônico em temperatura superior a A_f. A partir do primeiro ensaio isotérmico, determinou-se os valores das tensões de início e fim do processo de demaclação (σ_s, σ_f), bem como o módulo de elasticidade na fase martensítica (E_M) e a máxima deformação residual (ε_L). O valor do módulo de elasticidade na fase austenítica (E_A) foi determinado através do segundo ensaio isotérmico. Os resultados derivados dos ensaios sob tensão constante e ensaios isotérmicos encontram-se resumidos na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 Parâmetros da liga NiTi obtidos por Sayyaadi et al. (2012).

Parâmetros do material	Valor
M_f	38,5 °C
M_s	43,0 °C
A_s	68,0 °C
A_f	73,8 °C
C_A	6,7 MPa/°C
C_M	6,3 MPa/°C
ε_L	4,1%
E_A	31,5 GPa
E_M	20,0 GPa
σ_s	25 MPa
σ_f	78 MPa

3.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir dos dados apresentados na Tabela (3-1), e utilizando os algoritmos computacionais desenvolvidos, obtém-se as curvas tensão-deformação da liga analisada para diferentes temperaturas. A Figura 3-3 apresenta o diagrama de fase de Tanaka acoplado às simulações realizadas. As simulações foram conduzidas até um valor de tensão igual a σ_{M_f}. As temperaturas foram selecionadas de modo a demonstrar a influência da mesma no comportamento da liga.

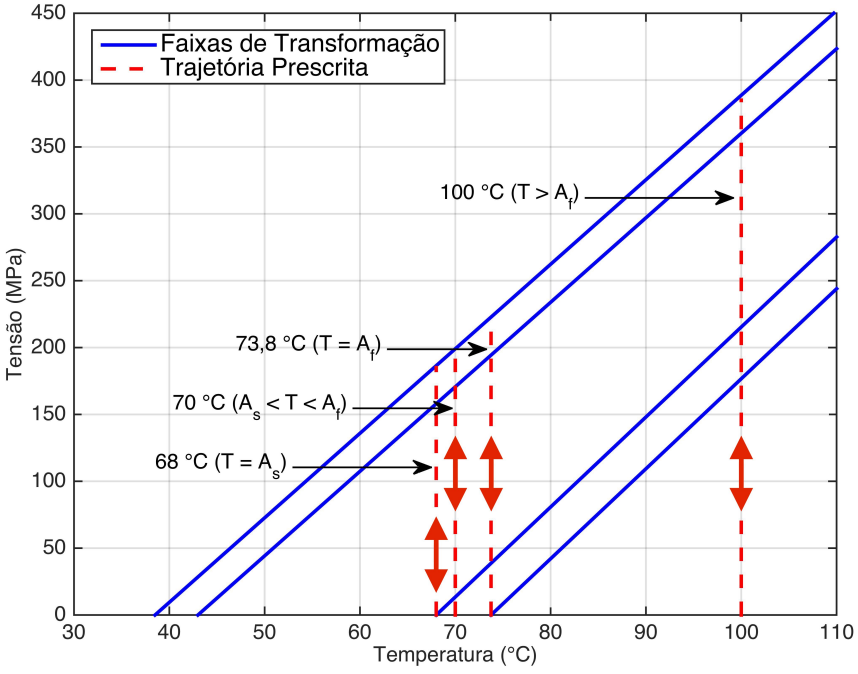


Figura 3-3 Diagrama de fase de Tanaka acoplado às simulações realizadas.

As curvas tensão-deformação em $T = 100\,°C$ (Fig. 3-4) demonstram claramente o comportamento pseudoelástico característico das LMFs. A relação entre a evolução da fração volumétrica de martensita e a curva tensão-deformação pode ser melhor compreendida através da Fig. 3-5. A Figura 3-6, em conjunto com o diagrama de fase apresentado na Fig. 3-3, reforça o conceito de que, enquanto operando em temperatura igual à A_f, a transformação martensítica reversa só tem fim quando a tensão atuante no material se torna nula.

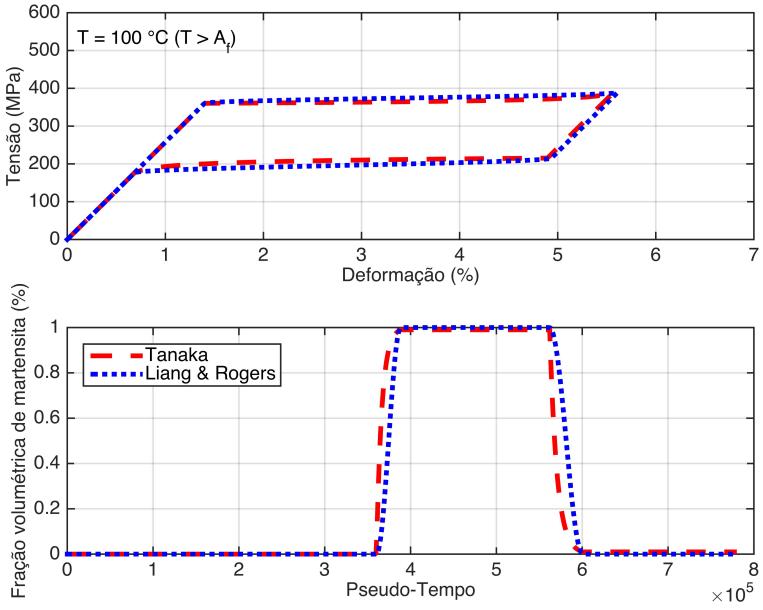


Figura 3-4 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 100\,°C$.

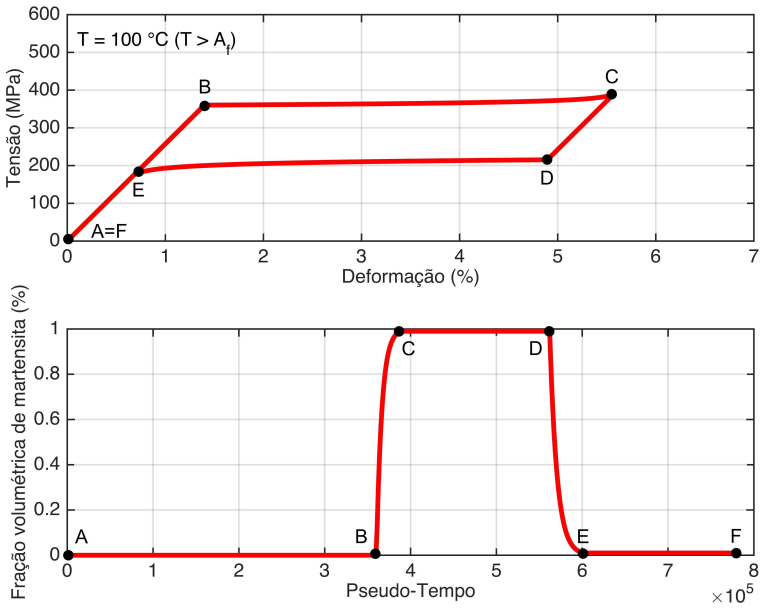


Figura 3-5 Relação entre a fração volumétrica de martensita e a curva tensão-deformação.

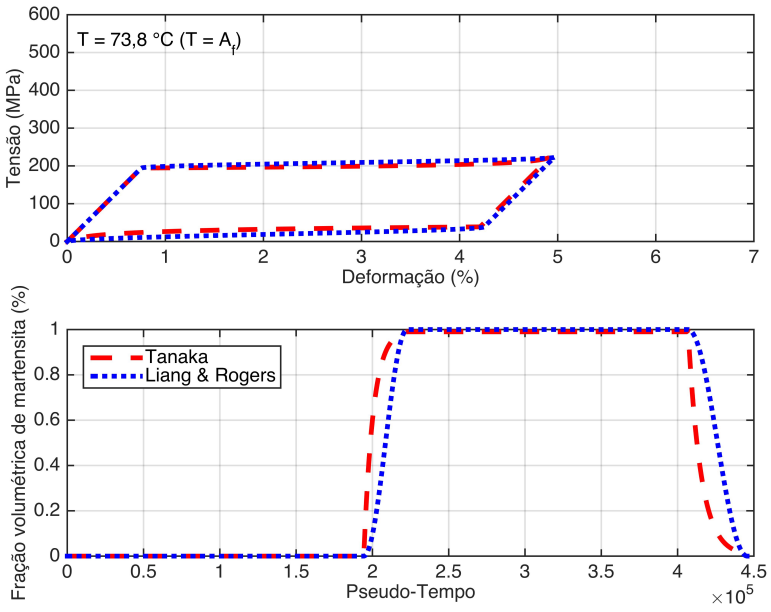


Figura 3-6 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 73,8\ °C$.

As Figuras 3-7 e 3-8 evidenciam a capacidade dos modelos de Tanaka e Liang & Rogers de descrever o comportamento das ligas com memória de forma na faixa de temperatura situada entre os pontos A_f e M_s. Pode-se observar a partir da Fig. 3-7 que a transformação martensítica reversa não chega ao fim quando a temperatura é mantida entre A_s e A_f, resultando assim em uma deformação residual. Neste cenário, o material apresenta duas fases cristalográficas distintas ao fim do carregamento; martensita demaclada e austenita.

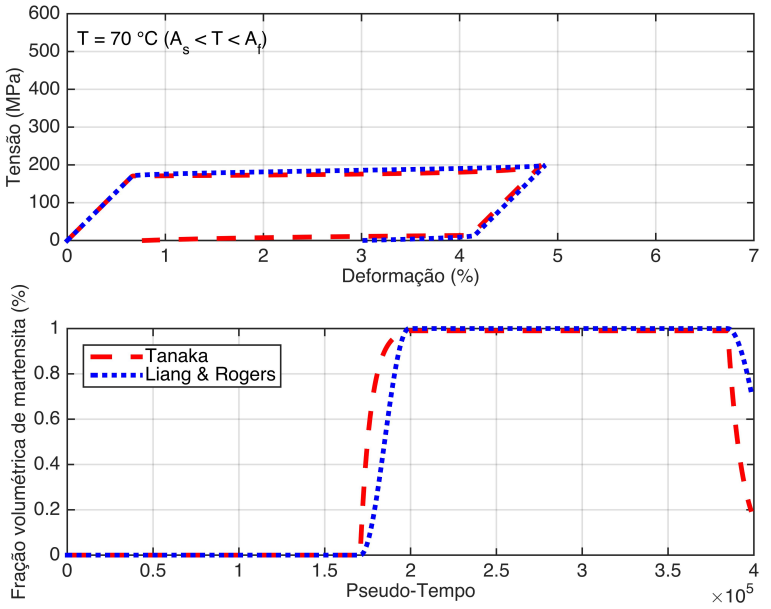


Figura 3-7 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 70\ °C$.

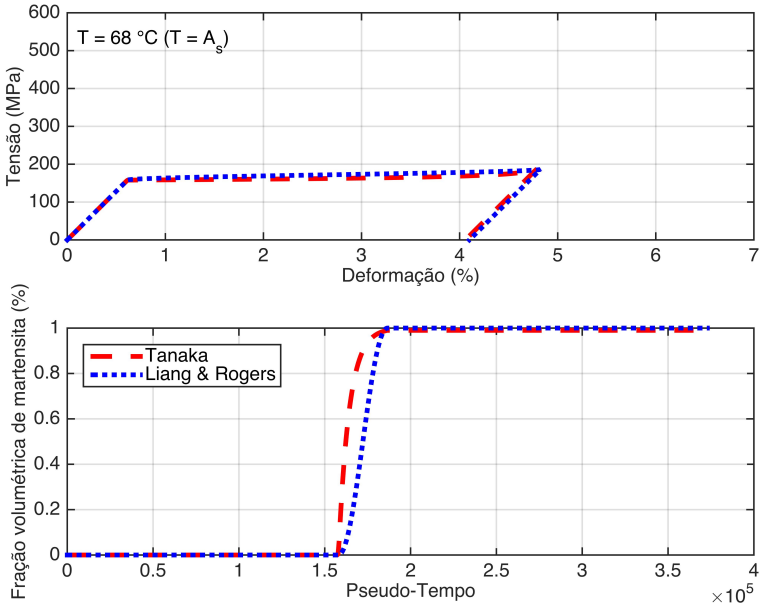


Figura 3-8 Diagramas tensão-deformação e fração volumétrica de martensita-tempo para $T = 68\ °C$.

Quando $T = 68\ °C$ (A_s) (Fig. 3-8), o processo de transformação martensítica reversa não tem início e, consequentemente, nenhuma porção do material se transforma em austenita. Este cenário gera uma deformação residual ainda maior se comparado ao caso anterior.

4 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS DISPONÍVEIS NA LITERATURA

Para que um modelo constitutivo possa ser considerado eficiente, o mesmo deve ser capaz de predizer o comportamento real de um material quando sujeito à carregamentos diversos. Na tentativa de avaliar a eficiência dos modelos constitutivos revisados, são apresentadas a seguir uma série de comparações realizadas entre resultados experimentais e resultados obtidos via simulação numérica. Os *scripts* escritos no programa MATLAB, contendo os algoritmos desenvolvidos para os modelos constitutivos revisados, encontram-se disponíveis nos anexos deste relatório.

Os dados experimentais utilizados nesta seção foram gerados pela *Smart Structural Systems Technologies* (S3T) durante uma ação conjunta entre diversos grupos de pesquisa da União Europeia. Esta ação, denominada de *Roundrobin SMA modeling*, foi organizada com o objetivo de avaliar as predições de diversos modelos termomecânicos para ligas com memória de forma (Sittner et al., 2009).

4.1 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL ADOTADO PELA S3T

De acordo com Sittner et al. (2009), os experimentos foram realizados em fios de NiTi de 0,1 mm de diâmetro fornecidos pela empresa *Fort Wayne Metals*. O comportamento do material foi estudado por meio de ensaios termomecânicos de tração, torção e tração/torção combinados. Os testes foram realizados em três equipamentos otimizados para ensaios termomecânicos de filamentos finos de NiTi. A Figura 4-1 mostra o equipamento utilizado para efetuar os ensaios de tração/torção combinados. O dispositivo consiste, basicamente, em um motor de passo para aplicar torque na amostra, um transdutor indutivo linear para medir a elongação axial da amostra, uma carga morta para aplicar tensão à amostra, um forno Peltier para controlar a temperatura do ensaio e rodas codificadoras para medir o deslocamento angular dos filamentos.

Apenas uma amostra de fio de NiTi foi utilizada nos ensaios destinados à obtenção dos dados experimentais. Antes que fossem realizados os ensaios termomecânicos de tração e torção, a amostra foi submetida à 100 ciclos de carregamento (ver Fig. 4-2). No caso dos ensaios de tração/torção combinados, utilizou-se uma nova amostra a cada ensaio. Tais amostras foram submetidas à 10 ciclos de tração, em temperatura igual a 50°C, antes da

realização dos ensaios. Estes procedimentos foram realizados com o objetivo de estabilizar a resposta mecânica do fio (Sittner et al., 2009).

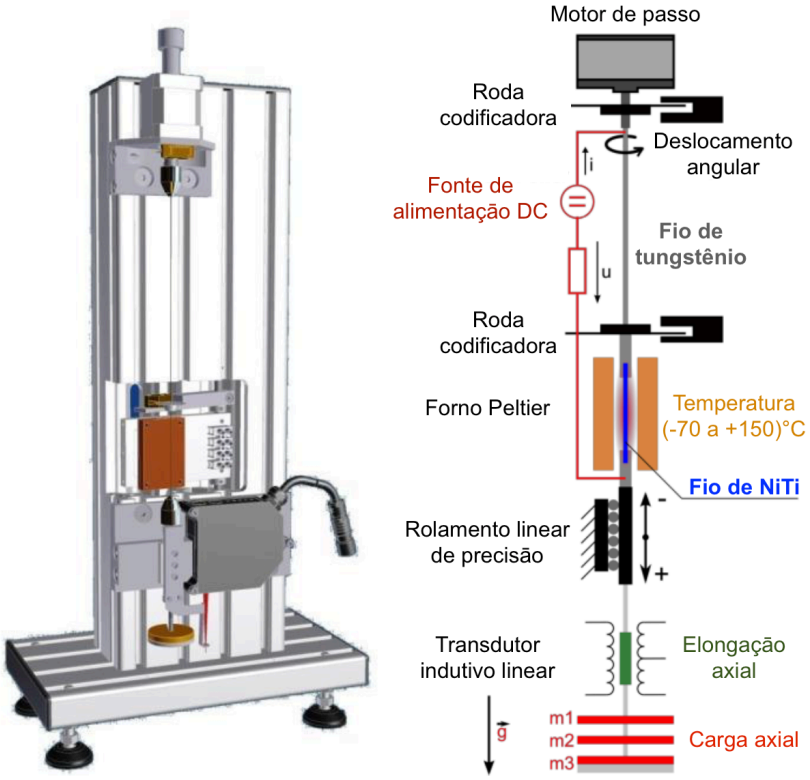


Figura 4-1 Equipamento utilizado nos ensaios de tração/torção combinados (Sittner et al., 2009).

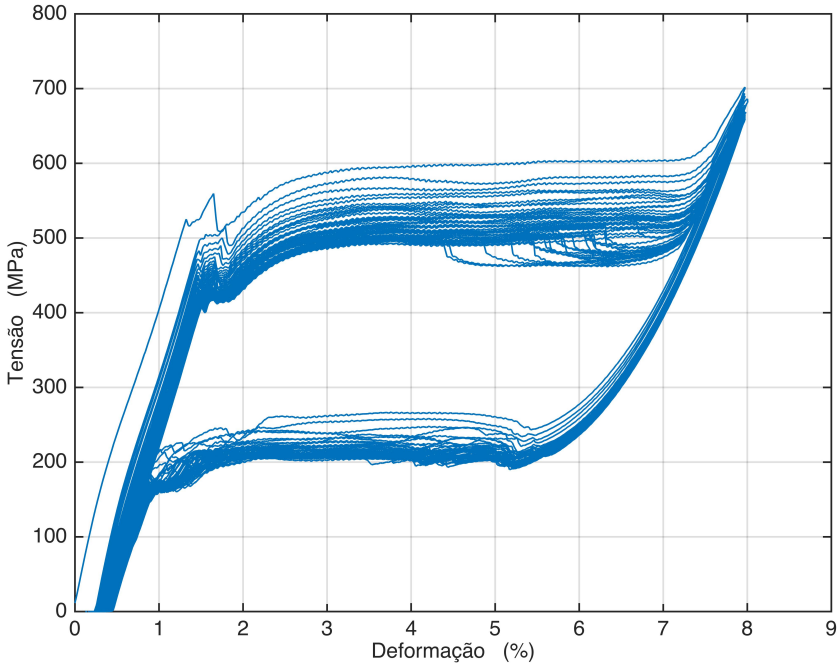


Figura 4-2 Ensaio de tração cíclica (100 ciclos) à temperatura ambiente (Sittner et al., 2009).

Antes de cada ensaio, a amostra foi aquecida bem acima da temperatura A_f e, posteriormente, resfriada até a temperatura do teste. Este procedimento, realizado em estado livre de tensão, tem por objetivo minimizar o efeito da história na resposta tensão-deformação do material. A temperatura dos ensaios foi controlada por meio de um forno Peltier. Tal controle é de extrema importância para a manutenção da confiabilidade dos ensaios, uma vez que alterações na temperatura ambiente, ou nas condições de transferência de calor na superfície da amostra, podem ter um impacto significativo sob as tensões e deformações registradas (Sittner et al., 2009). Os testes foram realizados a baixas taxas de deformação ($< 10^{-3}\ s^{-1}$) a fim de minimizar os efeitos do auto-aquecimento. No caso dos ensaios com temperatura variável, adotou-se baixas taxas de temperatura ($< 10\ °C/min$) para assegurar condições de teste bem definidas.

4.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MODELOS

Para quantificar experimentalmente as propriedades termomecânicas de uma liga com memória de forma, deve-se sujeitar uma amostra representativa do material a uma ampla gama de carregamentos pré-definidos, enquanto seu comportamento é monitorado.

O primeiro passo no processo de caracterização consiste na determinação das temperaturas de transformação da amostra na ausência de tensão aplicada. Este procedimento permite identificar qual a fase (e.g. austenita, martensita) presente na liga em qualquer estado de temperatura. Além disso, este primeiro procedimento é crucial na concepção do restante do processo de caracterização. Para avaliar essas temperaturas, utilizou-se um Calorímetro Diferencial de Varredura (DSC). O resultado deste ensaio está representado na Fig. 4-3.

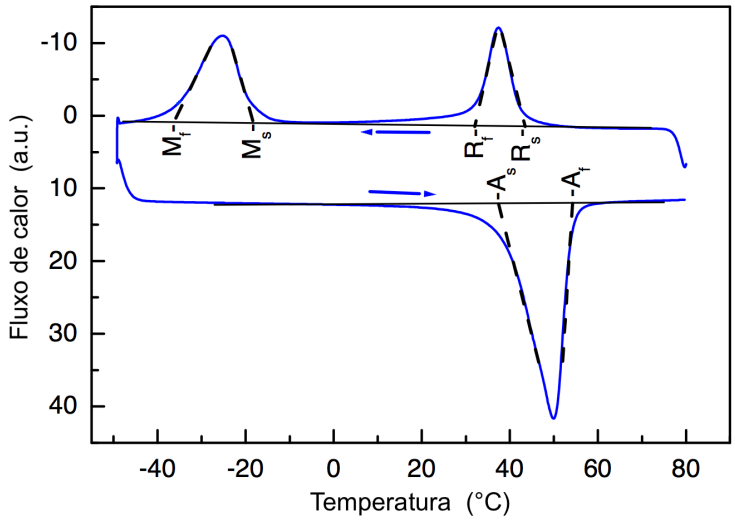


Figura 4-3 Determinação das temperaturas de transformação utilizando o DSC (Sittner et al., 2009).

Baseado nas informações obtidas através do DSC, pode-se determinar a faixa de temperatura adequada para a realização dos próximos ensaios. O segundo passo no processo de caracterização consiste na determinação do módulo de elasticidade nas fases austenítica (E_A) e martensítica (E_M), e das tensões de transformação (i.e. σ_{M_s}, σ_{M_f}, σ_{A_s}, σ_{A_f}) para diferentes níveis de temperatura. Para tanto, realizaram-se ensaios de tração sob temperatura constante (ver Fig. 4-4). A partir das curvas tensão-deformação obtidas, determinou-se as propriedades citadas acima conforme procedimento ilustrado pela Fig. 4-5.

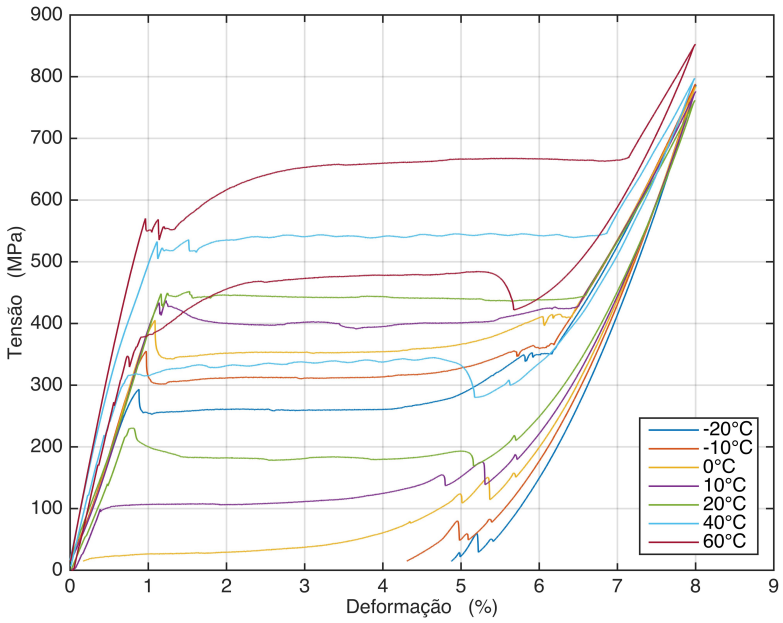


Figura 4-4 Experimentos de carregamento-descarregamento sob temperatura constante (Sittner et al., 2009).

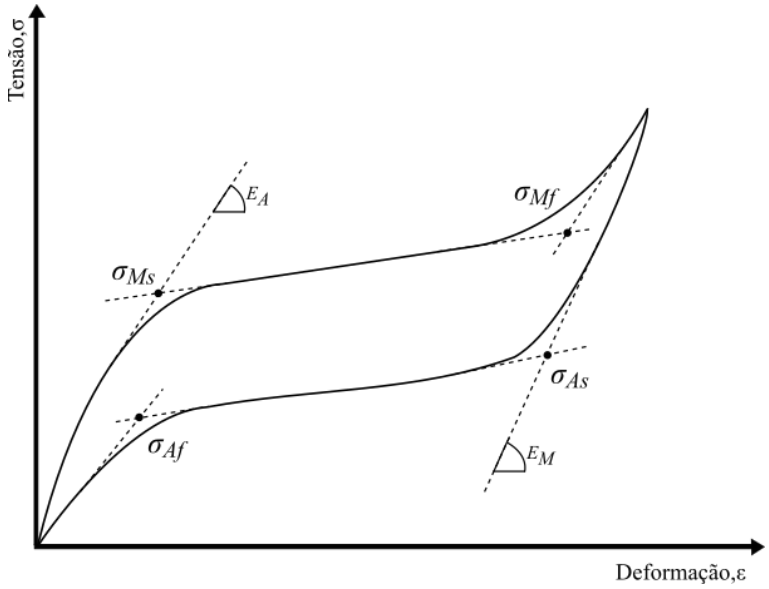


Figura 4-5 Determinação dos módulos de elasticidade e das tensões de transformação.

O terceiro passo no processo de caracterização consiste na determinação da máxima deformação residual (ε_L) e das temperaturas de transformação (i.e. M_s, M_f, A_s, A_f) para diferentes níveis de tensão. Para tanto, realizaram-se ensaios de ciclagem térmica sob tensão constante (ver Fig. 4-6). A partir das curvas deformação-temperatura obtidas, determinou-se as propriedades citadas acima conforme procedimento ilustrado pela Fig. 4-7.

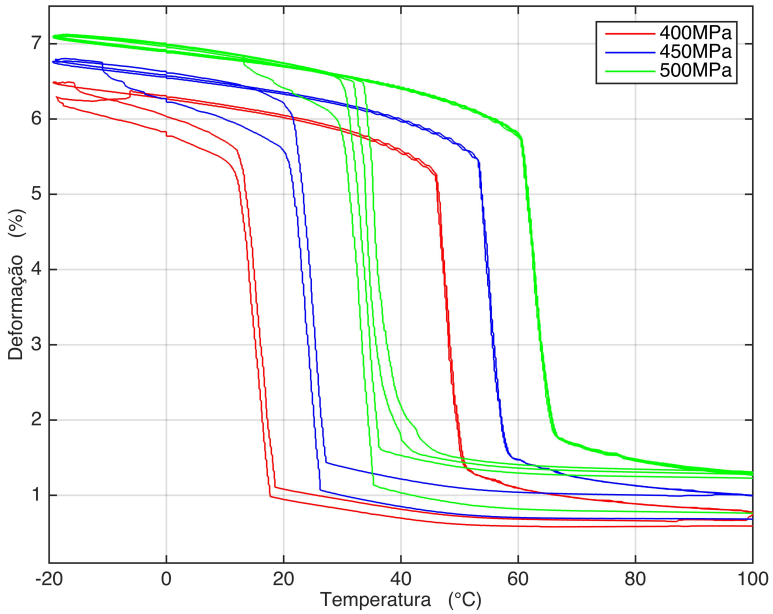


Figura 4-6 Experimentos de ciclagem térmica sob tensão constante (Sittner et al., 2009).

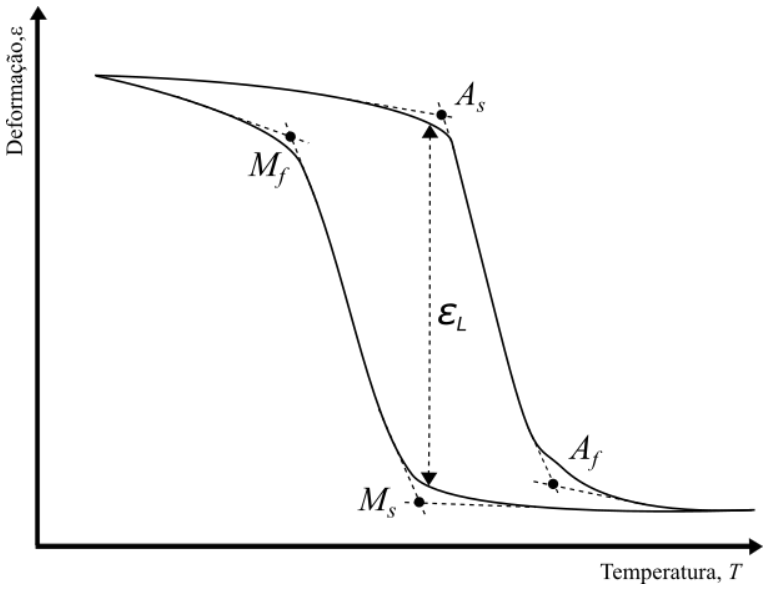


Figura 4-7 Determinação da máxima deformação residual e das temperaturas de transformação.

Por fim, o quarto passo no processo de caracterização consiste na determinação dos coeficientes angulares (i.e. C_M,C_A) através do diagrama de fase proposto por Tanaka (ver Fig. 2-7). Tal diagrama pode ser traçado utilizando-se as tensões de transformação obtidas durante os ensaios de tração e/ou utilizando-se as temperaturas de transformação obtidas durante os ensaios de ciclagem térmica. Para assegurar uma maior confiabilidade, utilizaram-se os dados provenientes de ambos os ensaios na confecção do diagrama de fase. Regressões lineares foram utilizadas na obtenção das faixas de transformação. As faixas de transformação e o diagrama de fase obtidos são mostrados nas Figs. 4-8 e 4-9, respectivamente. As propriedades do fio de NiTi analisado encontram-se listadas na Tabela 4-1.

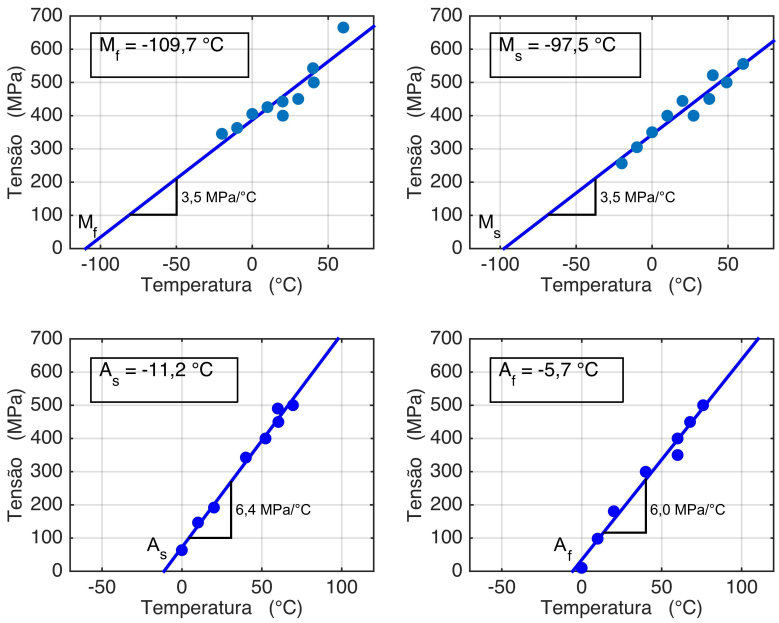


Figura 4-8 Faixas de transformação obtidas experimentalmente.

É importante observar que as temperaturas de transformação no estado livre de tensão derivadas por meio do diagrama de fase são diferentes das temperaturas obtidas no DSC. Esta diferença pode estar associada à estabilização da resposta mecânica do material. O ensaio no DSC é realizado na amostra como recebida, porém, no caso dos ensaios de tração e ciclagem térmica, a amostra é submetida previamente à ciclos de carregamento a fim de estabilizar a sua resposta. De acordo com Lagoudas et al. (2008), as temperaturas de transformação no estado livre de tensão obtidas via diagrama de fase são mais confiáveis e aplicáveis na predição do comportamento de transformação da liga. Deste modo, torna-se prudente utilizar as informações obtidas via diagrama de fase.

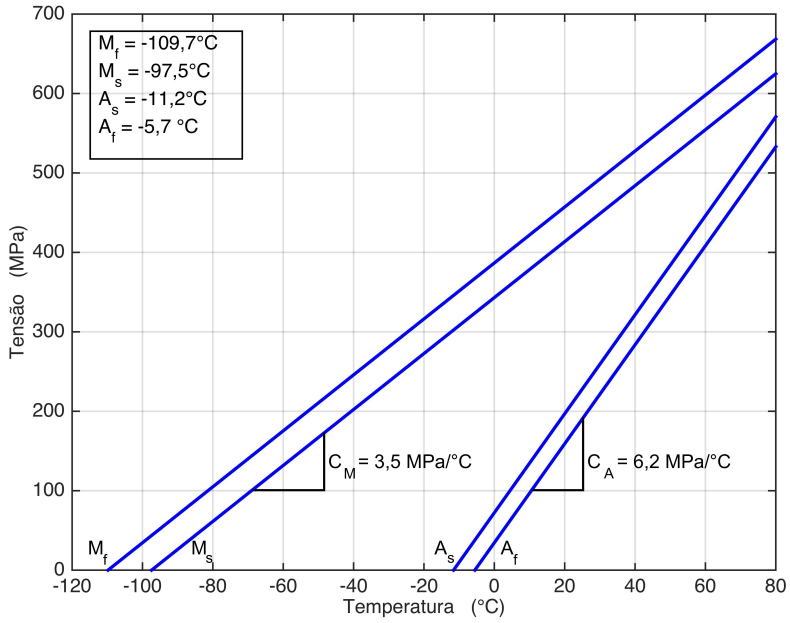


Figura 4-9 Diagrama de fase do modelo de Tanaka.

Tabela 4-1 Propriedades termomecânicas da liga NiTi investigada.

Parâmetros do material	Valor
M_f	-109,7 °C
M_s	-97,5 °C
A_s	-11,2 °C
A_f	-5,7 °C
C_A	6,2 MPa/°C
C_M	3,5 MPa/°C
ε_L	5,2%
E_A	39,3 GPa
E_M	28,0 GPa

4.3 RESULTADO DAS SIMULAÇÕES E DISCUSSÃO

A partir dos dados apresentados na Tabela 4-1, e utilizando os algoritmos computacionais desenvolvidos, obtém-se a modelagem das curvas tensão-deformação da liga analisada para diferentes temperaturas. A comparação gráfica entre os resultados experimentais e os resultados obtidos via simulação numérica são apresentados nas Figs. 4-10 a 4-16.

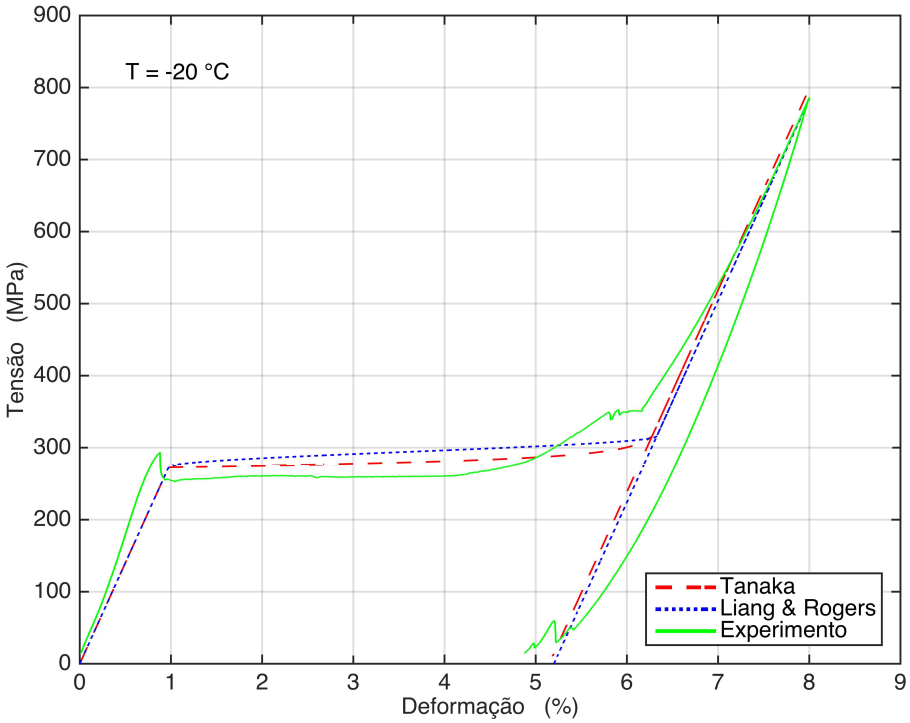


Figura 4-10 Diagrama tensão-deformação para $T = -20\ °C$.

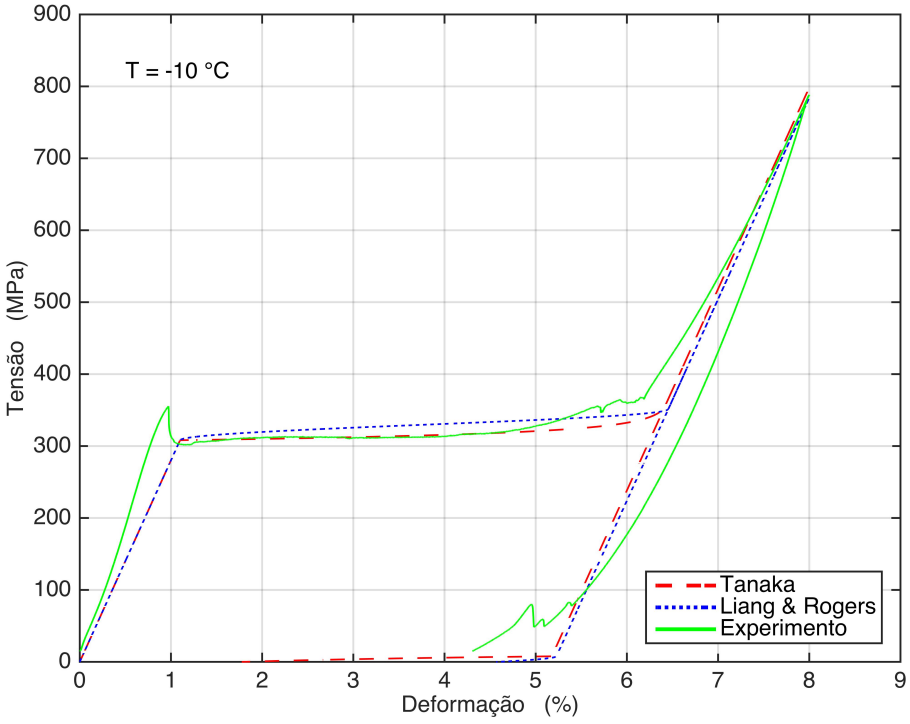


Figura 4-11 Diagrama tensão-deformação para $T = -10\ °C$.

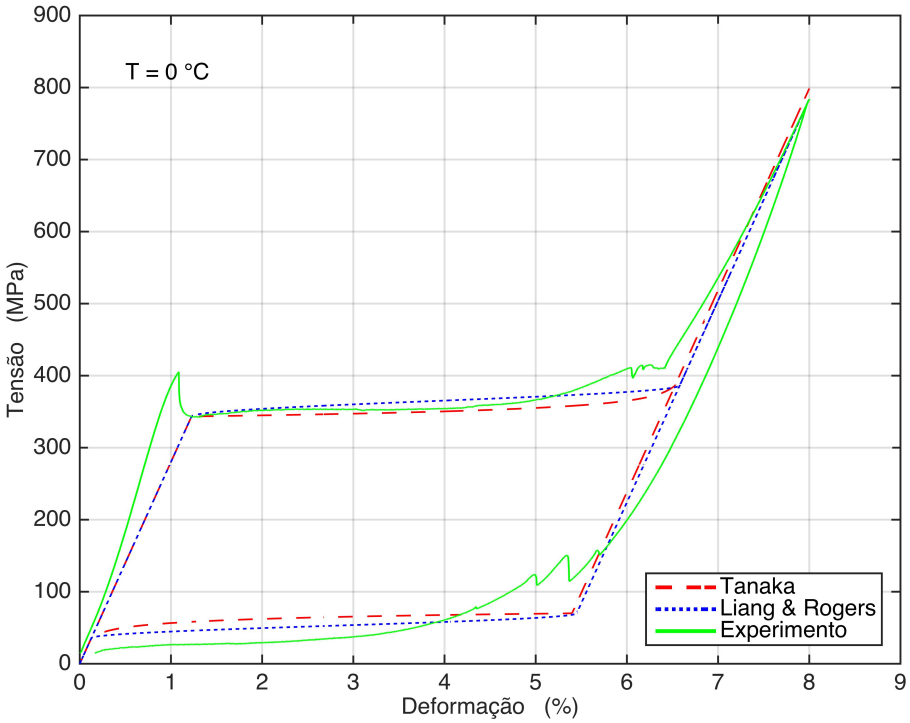


Figura 4-12 Diagrama tensão-deformação para $T = 0\ °C$.

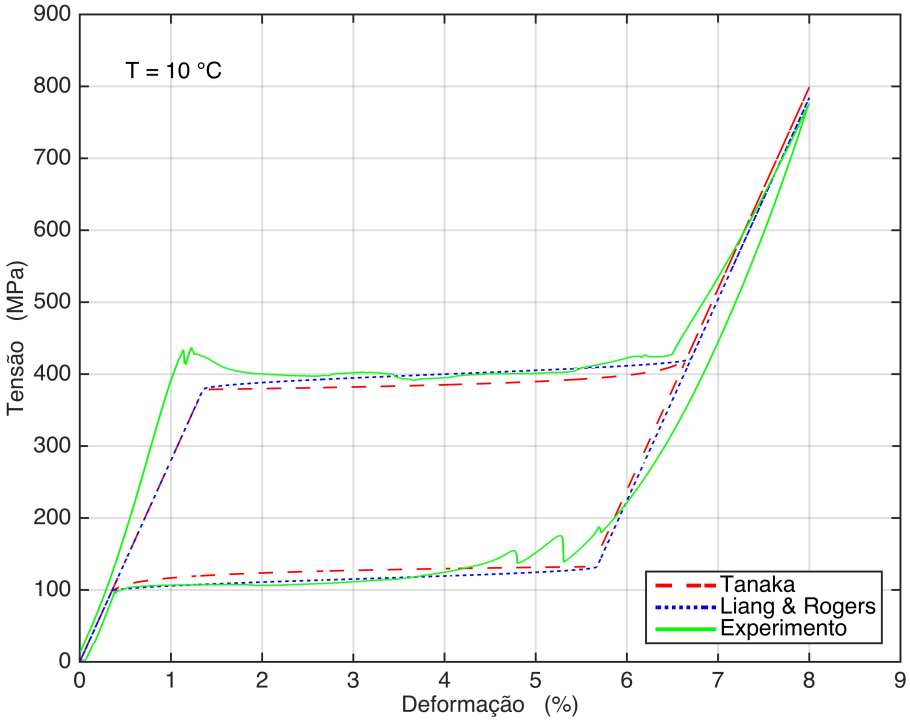


Figura 4-13 Diagrama tensão-deformação para $T = 10\ °C$.

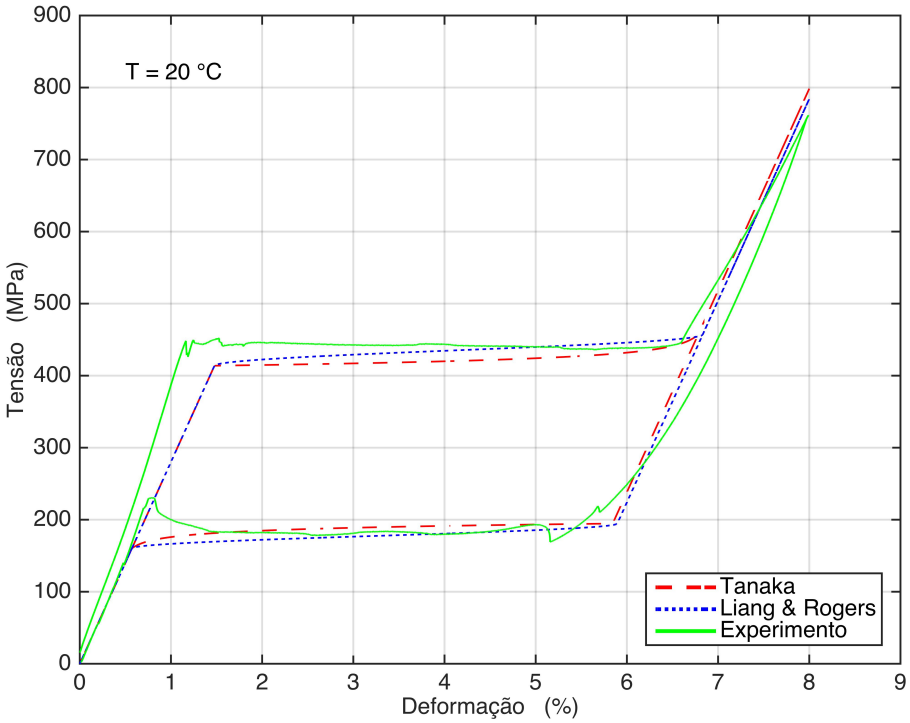


Figura 4-14 Diagrama tensão-deformação para $T = 20\ °C$.

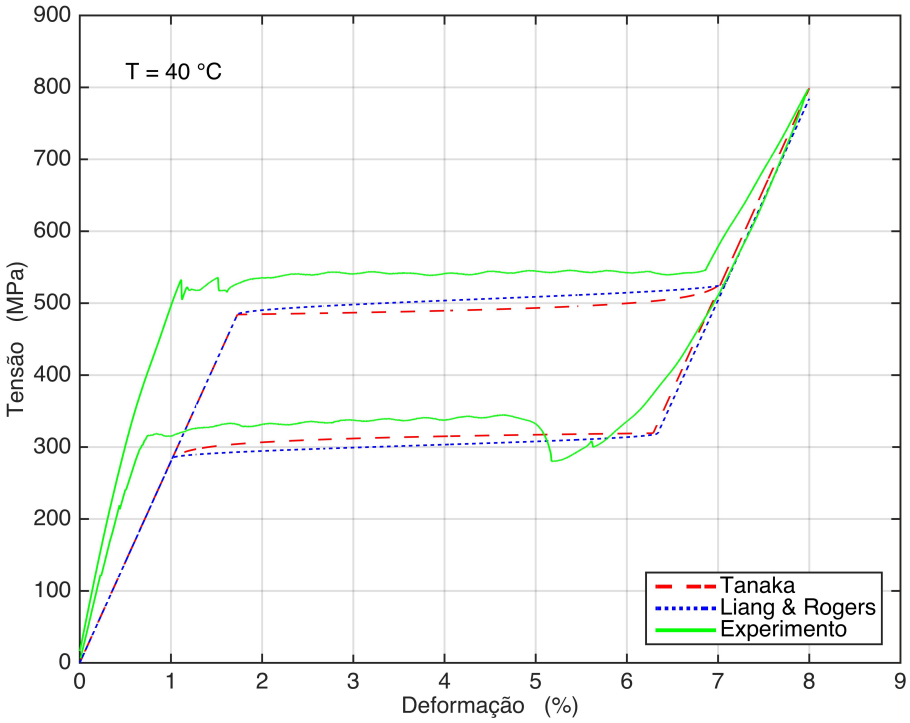


Figura 4-15 Diagrama tensão-deformação para $T = 40\ °C$.

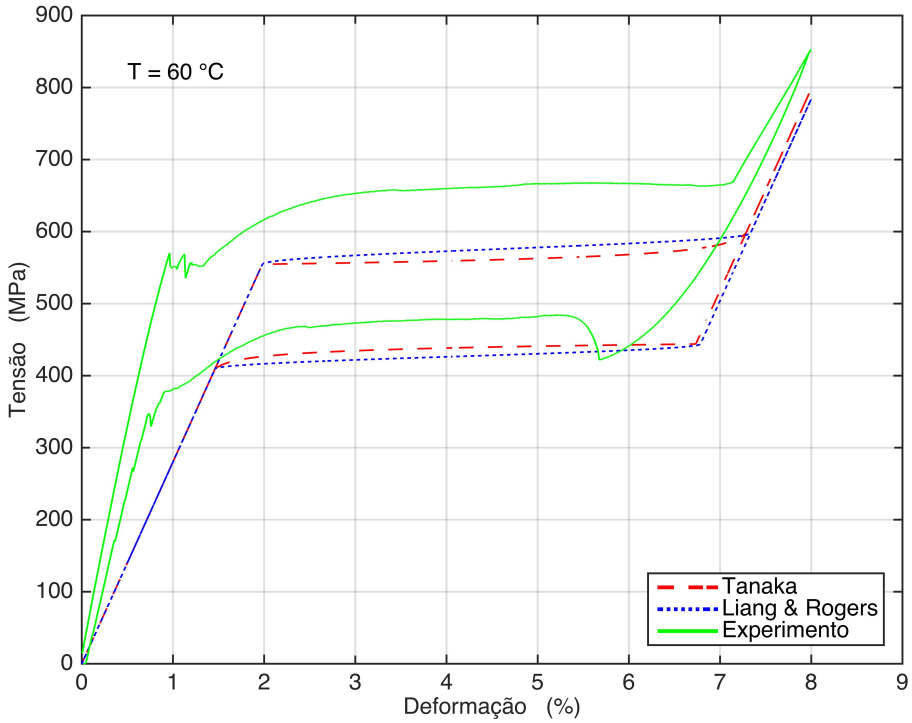


Figura 4-16 Diagrama tensão-deformação para $T = 60\ °C$.

As simulações realizadas revelem que os modelos constitutivos analisados, apesar do baixo número de parâmetros utilizados, são capazes de reproduzir o comportamento tensão-deformação de uma LMF quando sujeita a carregamentos uniaxiais simples. Entretanto, algumas observações devem ser feitas com relação às diferenças existentes entre as simulações e os resultados experimentais:

- Os módulos de elasticidade do material nas fases austenítica e martensítica variam de acordo com a temperatura (ver Fig. 4-4). Para o conjunto de dados apresentados, estas variações aproximam-se de 43%. Os modelos de Tanaka e Liang & Rogers desconsideram tais variações e, portanto, erram ao predizer as inclinações das retas que definem as regiões de deformação elástica do material. O erro associado à consideração de um valor médio para os módulos de elasticidade varia entre 6% e 34% para o conjunto de dados analisados.
- No ensaio a $-10\ °C$, a deformação residual prevista pelo modelo de Tanaka é 58% menor do que a observada experimentalmente. Enquanto isso, a deformação residual prevista pelo modelo de Liang & Rogers é 6% maior do que a observada.

- Nos ensaios a $40\ °C$ e $60\ °C$, a diferença entre os platôs de transformação observados experimentalmente e os previstos pelos modelos é de, aproximadamente, 10%.
- No ensaio a $60\ °C$, a tensão máxima prevista pelos modelos de Tanaka e Liang & Rogers é, aproximadamente, 7% inferior à observada experimentalmente.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma análise dos modelos constitutivos propostos por Tanaka e Liang & Rogers para descrever o comportamento de ligas com memória de forma. Os modelos foram implementados numericamente e avaliados por meio de comparação com dados experimentais fornecidos pela S3T para uma liga de NiTi.

Apesar de haver algumas diferenças entre as simulações e os resultados experimentais, pode-se afirmar que os modelos constitutivos propostos por Tanaka e Liang & Rogers são capazes de descrever o comportamento de uma LMF submetida a um carregamento uniaxial à temperatura constante.

Para trabalhos futuros, sugere-se a utilização de carregamentos uniaxiais complexos, e não isotérmicos, na análise dos modelos constitutivos. Este cenário proposto tem por objetivo tornar a análise mais fidedigna quanto às condições reais de operação das ligas com memória de forma.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHENBACH, Manfred. A model for an alloy with shape memory. **International Journal of Plasticity**, v. 5, n. 4, p. 371-395, 1989.

AURICCHIO, F. et al. Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation. **International Journal of Plasticity**, v. 59, p. 30-54, 2014.

AURICCHIO, F.; REALI, A.; STEFANELLI, U. A three-dimensional model describing stress-induced solid phase transformation with permanent inelasticity. **International Journal of Plasticity**, v. 23, n. 2, p. 207-226, 2007.

AURICCHIO, F.; SACCO, E. A one-dimensional model for superelastic shape-memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 32, n. 6, p. 1101-1114, 1997.

AURICCHIO, Ferdinando; MORGANTI, Simone; REALI, Alessandro. SMA numerical modeling versus experimental results. In: **ESOMAT 2009-8th European Symposium on Martensitic Transformations**. EDP Sciences, 2009. p. 08004.

AURICCHIO, Ferdinando; SACCO, Elio. Thermo-mechanical modelling of a superelastic shape-memory wire under cyclic stretching–bending loadings. **International Journal of Solids and Structures**, v. 38, n. 34, p. 6123-6145, 2001.

BERTRAM, A. Thermo-mechanical constitutive equations for the description of shape memory effects in alloys. Nuclear engineering and design, v. 74, n. 2, p. 173-182, 1983.

BOUVET, Christophe; CALLOCH, Sylvain; LEXCELLENT, Christian. A phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and nonproportional loadings. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, v. 23, n. 1, p. 37-61, 2004.

BOYD, James G.; LAGOUDAS, Dimitris C. A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy. **International Journal of Plasticity**, v. 12, n. 6, p. 805-842, 1996.

BRINSON, L. Catherine. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys:

thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. **Journal of intelligent material systems and structures**, v. 4, n. 2, p. 229-242, 1993.

BUEHLER, William J.; GILFRICH, J. V.; WILEY, R. C. Effect of low- temperature phase changes on the mechanical properties of alloys near composition TiNi. **Journal of applied physics**, v. 34, n. 5, p. 1475-1477, 1963.

CHANG, L. C.; READ, T. A. Behavior of the elastic properties of AuCd. **Trans Met Soc AIME**, v. 191, p. 47, 1951.

CHEMISKY, Y. et al. Numerical tool for Shape Memory Alloys structures simulations including twinning eff ects. In: **ESOMAT 2009-8th European Symposium on Martensitic Transformations**. EDP Sciences, 2009. p. 08003.

CHEMISKY, Yves et al. A constitutive model for cyclic actuation of high-temperature shape memory alloys. **Mechanics of Materials**, v. 68, p. 120-136, 2014.

CHEMISKY, Yves et al. Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation. **Mechanics of Materials**, v. 43, n. 7, p. 361-376, 2011.

CHOPRA, Inderjit; SIROHI, Jayant. **Smart structures theory**. Cambridge University Press, 2013.

DELAEY, L. et al. Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations. **Journal of Materials Science**, v. 9, n. 9, p. 1521-1535, 1974.

DUNNE, Fionn; PETRINIC, Nik. **Introduction to computational plasticity**. Oxford University Press on Demand, 2005.

DYE, Tracy Earl. **An experimental investigation of the behavior of nitinol**. 1990. Tese de Doutorado. Virginia Tech.

FROST, Miroslav; SEDLÁK, Petr. Modeling of Two-dimensional Thermomechanical Loading of NiTi Wires. In: **ESOMAT 2009-8th European Symposium on Martensitic Transformations**. EDP Sciences, 2009. p. 08002.

FUNAKUBO, H. Shape memory alloys. Precision machinery and robotic series. **Gordon and**

Breach Science Publisher, New York, 1987.

GIBEAU, Elie; LEXCELLENT, Christian; BOUBAKAR, Lamine. Application with the experimental results of the Roundrobin of a 3D modelling SMA based on the based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions. In: **ESOMAT 2009-8th European Symposium on Martensitic Transformations**. EDP Sciences, 2009. p. 08007.

HARTL, D.; OEHLER, S.; LAGOUDAS, D. C. Constitutive Modeling of Phase Transformation and Plastic Yield in SMAs: Application to the S3T-RoundRobin. In: **ESOMAT 2009-8th European Symposium on Martensitic Transformations**. EDP Sciences, 2009. p. 08006.

HARTL, Darren J.; CHATZIGEORGIOU, George; LAGOUDAS, Dimitris C. Three-dimensional modeling and numerical analysis of rate-dependent irrecoverable deformation in shape memory alloys. **International Journal of Plasticity**, v. 26, n. 10, p. 1485-1507, 2010.

JANI, Jaronie Mohd et al. A review of shape memory alloy research, applications and opportunities. **Materials & Design**, v. 56, p. 1078-1113, 2014.

KHANDELWAL, Ashish; BURAVALLA, Vidyashankar. Models for shape memory alloy behavior: an overview of modeling approaches. **The International Journal of Structural Changes in Solids**, v. 1, n. 1, p. 111-148, 2009.

KURDJUMOV, G. V.; KHANDROS, L. G. First reports of the thermoelastic behaviour of the martensitic phase of Au-Cd alloys. **Doklady Akademii Nauk SSSR**, v. 66, p. 211-213, 1949.

LAGOUDAS, D. C., **Shape Memory Alloys**: Modeling and Engineering Applications. Ed. springer, 2008.

LAGOUDAS, Dimitris C.; BO, Zhonghe. Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part II: Material characterization and experimental results for a stable transformation cycle. **International Journal of Engineering Science**, v. 37, n. 9, p. 1141-1173, 1999.

LAGOUDAS, Dimitris C.; ENTCHEV, Pavlin B. Modeling of transformation-induced plasticity and its effect on the behavior of porous shape memory alloys. Part I: constitutive model for fully dense SMAs. **Mechanics of Materials**, v. 36, n. 9, p. 865-892, 2004.

LEXCELLENT, Christian et al. The two way shape memory effect of shape memory alloys: an experimental study and a phenomenological model. **International Journal of Plasticity**, v. 16, n. 10, p. 1155-1168, 2000.

LIANG, C.; ROGERS, C. A. A multi-dimensional constitutive model for shape memory alloys. **Journal of Engineering Mathematics**, v. 26, n. 3, p. 429-443, 1992.

LIANG, Chen; ROGERS, Craig A. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. **Journal of intelligent material systems and structures**, v. 1, n. 2, p. 207-234, 1990.

MAHTABI, M. J.; SHAMSAEI, Nima; MITCHELL, M. R. Fatigue of Nitinol: The state-of-the-art and ongoing challenges. **Journal of the mechanical behavior of biomedical materials**, v. 50, p. 228-254, 2015.

MIYAZAKI, S. et al. Medical and dental applications of shape memory alloys. **Shape memory materials**, v. 12, p. 267-281, 1999.

MORIN, Claire; MOUMNI, Ziad; ZAKI, Wael. A constitutive model for shape memory alloys accounting for thermomechanical coupling. **International Journal of Plasticity**, v. 27, n. 5, p. 748-767, 2011a.

MORIN, Claire; MOUMNI, Ziad; ZAKI, Wael. Thermomechanical coupling in shape memory alloys under cyclic loadings: experimental analysis and constitutive modeling. **International Journal of Plasticity**, v. 27, n. 12, p. 1959-1980, 2011b.

ÖLANDER, Arne. An electrochemical investigation of solid cadmium-gold alloys. **Journal of the American Chemical Society**, v. 54, n. 10, p. 3819-3833, 1932.

PANICO, M.; BRINSON, L. C. A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 55, n. 11, p. 2491-2511, 2007.

PENG, Xianghe et al. A constitutive model for transformation, reorientation and plastic deformation of shape memory alloys. **Acta Mechanica Solida Sinica**, v. 25, n. 3, p. 285-298, 2012.

POPOV, Peter; LAGOUDAS, Dimitris C. A 3-D constitutive model for shape memory alloys

incorporating pseudoelasticity and detwinning of self-accommodated martensite. **International Journal of Plasticity**, v. 23, n. 10, p. 1679-1720, 2007.

POPS, Horace. Stress-induced pseudoelasticity in ternary Cu-Zn based beta prime phase alloys. **Metallurgical Transactions**, v. 1, n. 1, p. 251-258, 1970.

QIDWAI, M. A.; LAGOUDAS, D. C. On thermomechanics and transformation surfaces of polycrystalline NiTi shape memory alloy material. **International Journal of Plasticity**, v. 16, n. 10, p. 1309-1343, 2000.

RANIECKI, Bogdan; LEXCELLENT, Ch. Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, v. 17, n. 2, p. 185-205, 1998.

RIO, Gérard; FAVIER, Denis; LIU, Yinong. Elastohysteresis model implemented in the finite element sofware HEREZH++. In: **ESOMAT 2009-8th European Symposium on Martensitic Transformations**. EDP Sciences, 2009. p. 08005.

SAINT-SULPICE, Luc; CHIRANI, Shabnam Arbab; CALLOCH, Sylvain. A 3D super-elastic model for shape memory alloys taking into account progressive strain under cyclic loadings. **Mechanics of materials**, v. 41, n. 1, p. 12-26, 2009.

SALEEB, A. F.; PADULA, S. A.; KUMAR, A. A multi-axial, multimechanism based constitutive model for the comprehensive representation of the evolutionary response of SMAs under general thermomechanical loading conditions. **International Journal of Plasticity**, v. 27, n. 5, p. 655-687, 2011.

SALEEB, Atef F. et al. Calibration of a three-dimensional multimechanism shape memory alloy material model for the prediction of the cyclic “attraction” character in binary NiTi alloys. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 24, n. 1, p. 70-88, 2013.

SAYYAADI, Hassan; ZAKERZADEH, Mohammad Reza; SALEHI, Hamid. A comparative analysis of some one-dimensional shape memory alloy constitutive models based on experimental tests. **Scientia Iranica**, v. 19, n. 2, p. 249-257, 2012.

SEELECKE, Stefan; MULLER, Ingo. Shape memory alloy actuators in smart structures: Modeling and simulation. **Applied Mechanics Reviews**, v. 57, n. 1, p. 23-46, 2004.

SHAW, John A. A thermomechanical model for a 1-D shape memory alloy wire with propagating instabilities. **International Journal of Solids and Structures**, v. 39, n. 5, p. 1275-1305, 2002.

SITTNER, P. et al. Roundrobin SMA modeling. In: **ESOMAT 2009-8th European Symposium on Martensitic Transformations**. EDP Sciences, 2009. p. 08001.

SOLOMOU, Alexandros. **Development and validation of thermo-mechanically coupled finite elements for the simulation of the nonlinear time response of multi-layered shape memory alloy beams**. 2016.

STOECKEL, Dieter. Shape memory actuators for automotive applications. **Materials & Design**, v. 11, n. 6, p. 302-307, 1990.

TANAKA, K. et al. Phenomenological analysis on subloops and cyclic behavior in shape memory alloys under mechanical and/or thermal loads. **Mechanics of Materials**, v. 19, n. 4, p. 281-292, 1995.

TANAKA, Kikuaki; KOBAYASHI, Shigenori; SATO, Yoshio. Thermomechanics of transformation pseudoelasticity and shape memory effect in alloys. **International Journal of Plasticity**, v. 2, n. 1, p. 59-72, 1986.

VERNON, Lester B.; VERNON, Harold M. **Process of manufacturing articles of thermoplastic synthetic resins**. U.S. Patent n. 2,234,993, 18 mar. 1941.

ZAKI, Wael; MOUMNI, Ziad. A 3D model of the cyclic thermomechanical behavior of shape memory alloys. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 55, n. 11, p. 2427-2454, 2007a.

ZAKI, Wael; MOUMNI, Ziad. A three-dimensional model of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 55, n. 11, p. 2455-2490, 2007b.

ZAKI, Wael; ZAMFIR, Sorin; MOUMNI, Ziad. An extension of the ZM model for shape memory alloys accounting for plastic deformation. **Mechanics of Materials**, v. 42, n. 3, p. 266-274, 2010.

ANEXOS

		Pág.
Anexo I	**Modelo de Tanaka**	**44**
Anexo II	**Modelo de Liang & Rogers**	**46**

ANEXO I: Modelo de Tanaka

```
%%%Modelo de Tanaka

clc
clear all
close all

%%DeclaraÁao das Variaveis de Entrada

%Propriedades do Material

Ms=-97.4934;        %∞C
Mf=-109.7089;       %∞C
As=-11.2385;        %∞C
Af=-5.7198;         %∞C
cA=6.23065;         %MPa/∞C
cM=3.5219;          %MPa/∞C
eL=0.052;
EA=39.27e3;         %MPa
EM=28.01e3;         %MPa

%Temperatura de Trabalho

T=20;               %∞C

%%Determinacao das Constantes do Modelo

%Constantes do Material

E=EM;
omega=-eL*E;
aM=-2*log(10)/(Ms-Mf);
aA=2*log(10)/(Af-As);
bM=aM/cM;
bA=aA/cA;

%Tensoes de Ativacao

sigmaMs=cM*(T-Ms);
sigmaMf=-(2*log(10)/bM)+cM*(T-Ms);
sigmaAs=cA*(T-As);
sigmaAf=-(2*log(10)/bA)+cA*(T-As);

%%Definicao da Historia de Carregamento

emax=0.08;
deltae=10^-7;
e=[0:deltae:emax,emax-deltae:-deltae:0];

%%Determinacao da Tensao

sigma=zeros(1,length(e));
sigmaT=zeros(1,length(e));
n=length(e);

for i=1:n-1

    deltae=e(i+1)-e(i);

    sigmaT(i+1)=sigma(i)+(E*deltae);

    if deltae>0 && sigmaT(i+1)>sigmaMs && sigmaT(i+1)<sigmaMf;

        sigma(i+1)=sigma(i)+((E*deltae)/(1+(omega*bM*exp(aM*(Ms-T)+bM*sigma(i)))));
```

```
    elseif deltae<0 && sigmaT(i+1)<sigmaAs && sigmaT(i+1)>sigmaAf;

        sigma(i+1)=sigma(i)+((E*deltae)/(1-(omega*bA*exp(aA*(As-T)+bA*sigma(i)))));

    else

        sigma(i+1)=sigmaT(i+1);

    end
end

%%Visualizacao

plot (e*100,sigma,'b','linewidth',2)
xlabel('DeformaÁ„o   (%)','FontSize',14);
ylabel('Tens„o   (MPa)','FontSize',14);
axis([0 9 0 900]);
grid on;
hold on

plot(VarName1,VarName2)
```

ANEXO II: Modelo de Liang & Rogers

```
%%%Modelo de Liang e Rogers

clc
clear all
close all

%%DeclaraÁao das Variaveis de Entrada

%Propriedades do Material

Ms=-97.4934;        %∞C
Mf=-109.7089;       %∞C
As=-11.2385;        %∞C
Af=-5.7198;         %∞C
cA=6.23065;         %MPa/∞C
cM=3.5219;          %MPa/∞C
eL=0.052;
EA=39.27e3;         %MPa
EM=28.01e3;         %MPa

%Temperatura de Trabalho

T=20;               %∞C

%%Determinacao das Constantes do Modelo

%Constantes do Material

E=EM;
omega=-eL*E;
aM=pi/(Ms-Mf);
aA=pi/(Af-As);
bM=-aM/cM;
bA=-aA/cA;

%Tensoes de Ativacao

sigmaMs=(pi-aM*(T-Mf))/bM;
sigmaMf=(-aM*(T-Mf))/bM;
sigmaAs=(-aA*(T-As))/bA;
sigmaAf=(pi-aA*(T-As))/bA;

%%Definicao da Historia de Carregamento

emax=0.08;
deltae=10^-7;
e=[0:deltae:emax,emax-deltae:-deltae:0];

%%Determinacao da Tensao

sigma=zeros(1,length(e));
sigmaT=zeros(1,length(e));
n=length(e);

for i=1:n-1

    deltae=e(i+1)-e(i);
    ksiA=0;
    ksiM=1;

    sigmaT(i+1)=sigma(i)+(E*deltae);

    if deltae>0 && sigmaT(i+1)>sigmaMs && sigmaT(i+1)<sigmaMf;
```

```
        sigma(i+1)=sigma(i)+((E*deltae)/(1+omega*(((1-ksiA)/2)*bM...
                   *sin(aM*(T-Mf)+bM*sigma(i)))));

    elseif deltae<0 && sigmaT(i+1)<sigmaAs && sigmaT(i+1)>sigmaAf;

        sigma(i+1)=sigma(i)+((E*deltae)/(1+omega*(((ksiM)/2)*bA...
                   *sin(aA*(T-As)+bA*sigma(i)))));

    else

        sigma(i+1)=sigmaT(i+1);

    end
end

%%Visualizacao

plot (e*100,sigma,'b','linewidth',2)
xlabel('DeformaÁ„o   (%)','FontSize',14);
ylabel('Tens„o   (MPa)','FontSize',14);
axis([0 9 0 900]);
grid on;
hold on

plot(VarName1,VarName2)
```