## UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

## FACULDADE DE TECNOLOGIA

## DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

## ATRITO EM MATERIAIS GRANULARES, UTILIZANDO ESFERAS DE VIDRO

# JOSÉ RICARDO GIRARDI JÚNIOR

# **ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS**

## CO-ORIENTADOR: ROBINSON ANDRÉS GIRALDO ZULUAGA

## MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM GEOTECNIA

BRASÍLIA / DF: julho / 2016

## UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

## ATRITO EM MATERIAIS GRANULARES, UTILIZANDO ESFERAS DE VIDRO

# JOSÉ RICARDO GIRARDI JÚNIOR

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

**APROVADA POR:** 

Prof. MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD (UnB) (ORIENTADOR)

MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, PhD (UnB) (EXAMINADOR INTERNO)

BERNARDO CASCÃO PIRES E ALBUQUERQUE, Bel. (UnB) (EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 06 de JULHO de 2016.

# FICHA CATALOGRÁFICA

## GIRARDI, JOSÉ RICARDO JÚNIOR

Atrito em Materiais Granulares, utilizando Esferas de Vidro [Distrito Federal] 2016.
xii, 49 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2016)
Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Solos granulares

2. Ângulo de atrito de pico

4. Ângulo de repouso

3. Ângulo de atrito crítico

# **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

GIRARDI, J.R.J. (2016). Atrito em Materiais Granulares, utilizando Esferas de Vidro. Monografia de Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 49 p.

# **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: José Ricardo Girardi Júnior TÍTULO DA MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL: Atrito em Materiais Granulares, utilizando Esferas de Vidro GRAU / ANO: Bacharel em Engenharia Civil / 2016

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

José Ricardo Girardi Júnior QMS 30 A, Bloco D, Lote 8, Apartamento 4 CEP: 73080-430 - Brasília/DF - Brasil junior-girardi@hotmail,com

## **RESUMO**

A presente monografia de graduação trata do estudo da resistência ao cisalhamento de materiais granulares não coesivos, enfocando no aspecto especificamente o processo de determinação do ângulo de atrito do material.

Utilizou-se, como material representativo do comportamento de solos granulares, esferas de vidro, cuja forma dos grãos é padronizada. Foram realizados ensaios de caracterização das esferas de vidro, para três diâmetros nominais (A072, A120 e A170) com distribuição granulométrica supostamente uniforme, bem como em uma mistura de esfera de modo a gerar uma curva bem graduada (BG). Foram realizados ensaios de disposição das amostras, formando pilhas cônicas, com vistas a determinar o ângulo de repouso. Também foram determinadas as densidades de cada pilha depositada. As amostras foram submetidas a ensaios de cisalhamento direto para cinco níveis de tensão normal (0, 40, 80, 160, 320 kPa) com o objetivo de determinar os ângulos de atrito de pico e residual.

Os resultados mostram que a resistência do material, medida pelos diversos ângulos de atrito, cresce com o diâmetro nominal da amostra uniforme e também é maior para amostras bem graduadas. O ângulo de atrito no repouso é maior que o ângulo de atrito de pico, o qual por sua vez é obviamente maior que o residual. A diferença entre o ângulo de repouso e de pico é inferior a 4°. A comparação entre os ângulos de atrito de repouso com os valores de pico, para as quatro amostras ensaiadas, mostra uma boa correlação obtida por regressão linear. Uma correlação semelhante também foi obtida entre os ângulos de repouso e residual. Tais correlação permitem a determinação do ângulo de atrito de maneira indireta, relacionando esta propriedade com o ângulo de repouso, determinado através de ensaios simples.

# SUMÁRIO

Capítulo					
1	INT	RODUÇÃO	1		
	1.1	IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA	2		
	1.2	HIPÓTESE	2		
	1.3	JUSTIFICATIVA	2		
	1.4	OBJETIVO	2		
	1.5	METODOLOGIA DA REALIZAÇÃO DA PESQUISA	2		
	1.6	ESTRUTURA DO PROJETO FINAL	2		
2	REV	/ISÃO BIBLIOGRÁFICA: SOLOS GRANULARES	4		
	2.1	PROPRIEDADES E CARACTERIZAÇÃO DOS SOLOS GRANULARES	4		
	2.1.1	I COEFICIENTE DE ATRITO INTERGRANULAR	4		
	2.1.2	2 TAMANHO E DISTRIBUIÇÃO DAS PARTÍCULAS	5		
	2.1.3	3 FORMA DA PARTÍCULA	7		
	2.1.4	4 GRANULOMETRIA	11		
	2.1.5	5 ÍNDICES FÍSICOS	13		
	2.1.6	5 DENSIDADE RELATIVA DAS AREIAS	16		
	2.2	ENSAIOS DE RESISTÊNCIA	16		
	2.2.1	I COMPRESSÃO TRIAXIAL	16		
	2.2.2	2 CISALHAMENTO DIRETO	20		
	2.3	COMPORTAMENTO DAS AREIAS (SOLOS GRANULARES)	22		
	2.3.1	I ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA DE MOHR-COULOMB	22		
	2.3.2	2 FATORES QUE INFLUENCIAM O ÂNGULO DE ATRITO DAS ARI	EIAS 25		
	2.3.3	3 COMPORTAMENTO SOB BAIXOS NÍVEIS DE TENSÕES	26		
	2.3.4	4 ESTADO CRÍTICO	27		
	2.3.5	5 ANALOGIA DO DENTE DE SERRA	27		

	2.3.6	INFLUÊNCIA DO NÍVEL DE TENSÕES	29
	2.3.7	NÃO-LINEARIDADE DA ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA	31
3	ÂNGU	LO DE REPOUSO	32
	3.1 HI	STÓRICO DE INFORMAÇÕES SOBRE O ÂNGULO DE REPOUSO	32
	3.1.1	TRAIN (1958)	33
	3.1.2	PINPEL (1966)	34
	3.1.3	KALMAN ET AL. (1993)	34
	3.1.4	ATKINSON (1993)	36
	3.1.5	MIURA, MAEDA & TOKI (1997)	36
	3.1.6	ASTM (1999)	39
	3.1.7	HERLE & GUDEHUS (1999)	39
	3.1.8	GRASSELLI & HERRMANN (1999)	39
	3.1.9	HERRMANN ET AL. (2000)	41
	3.1.10	SANTAMARINA & CHO (2001)	41
	3.1.11	DODDS (2003)	42
	3.1.12	CHIK & VALLEJO (2005)	42
	3.1.13	GUZMÁN (2008)	44
4	METC	DOLOGIA E MATERIAIS	47
4	4.1 M	ATERIAL UTILIZADO	47
4	4.2 EN	ISAIOS DE CARACTERIZAÇÃO	50
	4.2.1	ENSAIO DE GRANULOMETRIA	50
	4.2.2	ENSAIO DE MASSA ESPECÍFICA DOS GRÃOS	52
	4.2.3	ENSAIO DE ÍNDICE DE VAZIOS MÁXIMO E MÍNIMO	53
	4.2.4	VERIFICAÇÃO DO TEOR DE UMIDADE	54
4	4.3 EN	ISAIO DE ÂNGULO DE REPOUSO	55
4	4.4 EN	ISAIO DE CISALHAMENTO DIRETO	58
5	ANÁL	ISE DOS RESULTADOS	59

	5.1	ANÁLISE GRANULOMÉTRICA E DEFINIÇÃO DAS AMOSTRAS	59
	5.2	DEFINIÇÃO DA MASSA ESPECÍFICA DOS GRÃOS DAS ESFERAS DE VID	RO
		61	
	5.3	ANÁLISE DOS ÍNDICES DE VAZIOS MÁXIMO E MÍNIMO	62
	5.4	ÂNGULO DE REPOUSO: ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO MÉTODO	DE
	ENSA	AIO	65
	5.5	ENSAIO DE CISALHAMENTO DIRETO: ANÁLISE DOS RESULTADOS	β E
	COM	PARAÇÃO COM OS RESULTADOS DE ÂNGULO DE REPOUSO	70
б	CO	NCLUSÕES E SUGESTÕES	75
	6.1	CONCLUSÕES	75
	6.2	SUGESTÕES	76
R	EFER	ÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77

## LISTA DE FIGURAS

Figura Pág	<b>jina</b>
Figura 2.1 – Ângulo de atrito de pico em função do coeficiente de atrito intergran	ular
(Santamarina & Shin, 2009)	5
Figura 2.2 – Influência do tamanho das partículas na compressibilidade de uma areia sí	lica
(Nakata et al., 2001b)	6
Figura 2.3 – Variação dos ângulos de atrito de pico e crítico de acordo com o diâmetro	das
partículas (Kara, Meghachou & Aboubekr, 2013)	6
Figura 2.4 – Análise da forma da partícula, em função da escala de análise (Guzmán, 2008)	) 7
Figura 2.5 - Esfericidade de alguns objetos (Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Sphericity	') 8
Figura 2.6 – Escala de classificação da forma das partículas (Krumbein & Sloss, 1965)	9
Figura 2.7 – Influência da forma da partícula nos valores dos índices de vazios extremos	s de
areias naturais e com Cu $\leq$ 2,5 (Cho <i>et al.</i> , 2006)	10
Figura 2.8 - Ângulo de atrito crítico em função do arredondamento de partículas para are	eias
(naturais e comprimidas) (Cho et al., 2006)	11
Figura 2.9 – Escalas Granulométricas adotadas pela ASTM, AASHTO, M.I.T E ABNT	12
Figura 2.10 – Tipos de graduação (Notas de aula Prof. Luís Fernando Ribeiro, UnB, 2013)	13
Figura 2.11 – Volumes e pesos de uma amostra de solo não saturado, onde: $V =$ volume to	otal;
Vs = volume de sólidos; Vw = volume de água; Vo = volume de ar; Vv = volume de vazios	; W
ou P = peso total; Ws ou Ps = peso de sólidos; Ww ou Pw = peso da água (Ortigão, 2007)	14
Figura 2.12 - Índices físicos, equações para sua definição e relações eles (Ortigão,2007)	14
Figura 2.13 - Arranjos regulares de esferas uniformes: (a) arranjo hexagonal, mais denso (Fo	nte:
http://pt.slideshare.net/LucasSilva49/arranjo-atmico); (b) arranjo cúbico, mais fofo (Fo	nte:
http://estagionaobra.blogspot.com.br/2013/03/hoje-na-aula_2926.html)	15
Figura 2.14 – Célula triaxial (Ortigão, 2007)	18
Figura 2.15 – Caixa utilizada no ensaio de cisalhamento direto (Ortigão, 2007)	21
Figura 2.16 – Curvas de tensão-deformação resultantes de ensaios triaxiais CID (Ortigão, 20	07)
	23
Figura 2.17 – Círculos de Mohr e envoltória de resistência de Mohr-Coulomb (Pinto, 2006)	) 23
Figura 2.18 – Exemplo de obtenção da envoltória de resistência de Mohr-Coulomb, utiliza	ndo
resultados de ensaios de cisalhamento direto (Ortigão, 2007)	24
Figura 2.19 – Deslizamento e rolamento entre grãos (Ortigão, 2007)	25

Figura 2.20 - Comportamento típico das areias em ensaios de cisalhamento direto, para nív	veis
de tensões baixos (Atkinson, 1993 por Gúzman, 2008)	26
Figura 2.21 – Analogia do dente de serra (Ortigão, 2007)	27
Figura 2.22 – Resultados de ensaios de cisalhamento: determinação de \$\$\phi'_{cr}\$ e \$\$e_{cr}\$ (Ortigão, 20)	)07)
	28
Figura 2.23 – Resultados de ensaios triaxiais referentes a areias densas (Ortigão, 2007)	30
Figura 2.24 - Resultados de ensaios triaxiais referentes a areias fofas (Ortigão, 2007)	30
Figura 2.25 – Variação do ângulo de atrito interno com a tensão confinante (Pinto, 2006)	31
Figura 3.1 – Determinação do ângulo de repouso (Guzmán, 2008)	32
Figura 3.2 – Métodos de Train para determinar o ângulo de repouso (Guzmán, 2008)	34
Figura 3.3 - Métodos de Kalman et. al. para determinar o ângulo de repouso (Guzmán, 20	)08)
	35
Figura 3.4 – Mecanismo de formação de uma pilha de areia (Miura, Maeda & Toki, 1997)	36
Figura 3.5 – Análise de estabilidade da camada deslizante (Miura, Maeda & Toki, 1997)	37
Figura 3.6 – Método proposto para determinar o ângulo de repouso (Miura et al., 1997)	38
Figura 3.7 - Caixa Hele Shaw (University of Minnesota, 2013)	40
Figura 3.8 – Método do Cilindro "Santamarina" para determinar o ângulo de repouso (Guzm	ıán,
2008)	41
Figura 3.9 - Equipamento utilizado por Guzmán (2008) para determinar o ângulo de repo	uso
	45
Figura 4.1 – Diagrama: ordem cronológica das etapas do projeto e produtos a serem obtidos	s ao
final de cada etapa	47
Figura 4.2 – Material estudo: Esferas de Vidro Potters	48
Figura 4.3 – Local de armazenamento das Esferas de Vidro	50
Figura 4.4 – Picnômetro com aguá e amostra bem graduada	52
Figura 4.5 – Procedimentos dos ensaios de índice de vazios máximo e mínimo	54
Figura 4.6 – Equipamento construído para o ensaio de ângulo de repouso	55
Figura 4.7 – Pedestal e anel externo utilizados no ensaio de ângulo de repouso	56
Figura 4.8 – Ensaio de ângulo de repouso: forma da pilha antes e após a ruptura	57
Figura 4.9 – Equipamento utilizado para o ensaio de cisalhamento direto	58
Figura 5.1 – Curvas Granulométricas das Esferas de Vidro Potters	59
Figura 5.2 - Curvas Granulométricas das amostras definidas	61
Figura 5.3 - Relação entre os índices de vazios extremos e o diâmetro da partícula, p	para
amostras uniformes (Cu $\approx$ 1)	64

Figura 5.4 – Resultados do ensaio de ângulo de repouso (e, φrep)	67
Figura 5.5 – Relação entre o ângulo de repouso e o diâmetro médio das amostras	70
Figura 5.6 – Influência do tamanho da partícula na compressão confinada (Zuluaga, 2016)	70
Figura 5.7 – Envoltórias de resistência (tensão cisalhante de pico)	72
Figura 5.8 – Envoltórias de resistência no estado crítico	72
Figura 5.9 - Ângulo de atrito de pico, crítico e de repouso em função do diâmetro médio	das
partículas, para amostras uniformes (Cu $\approx$ 1)	73
Figura 5.10 – Ângulos de atrito de pico e crítico em função do ângulo de repouso	74

# LISTA DE TABELAS

Tabela Pá	gina
Tabela 2.1 – Resultados dos ensaios triaxiais CD (Ortigão, 2007)	22
Tabela 4.1 – Propriedades das Esferas de Vidro Potters (dados fornecidos pelo fabricante)	49
Tabela 4.2 – Tipos de esferas utilizáveis (dados fornecidos pelo fabricante)	49
Tabela 4.3 – Peneiras utilizadas nos ensaios de granulometria	51
Tabela 4.4 – Propriedades do cilindro utilizado no ensaio de índice de vazios	53
Tabela 4.5 – Dimensões dos equipamentos utilizados no ensaio de ângulo de repouso	56
Tabela 5.1 – Dados das Esferas de Vidro Potters, estimados através da curva granulomé	trica
	59
Tabela 5.2 - Dados das amostras definidas, estimados através da curva granulométrica	61
Tabela 5.3 – Resultados do ensaio de massa específica dos grãos	61
Tabela 5.4 - Índices de vazios e frações de volume extremos para cada amostra	62
Tabela 5.5 – Análise estatística dos resultados do ensaio de índice de vazios	63
Tabela 5.6 - Comparação entre os valores extremos de índice de vazios determinados	nos
ensaios com os limites estabelecidos por pesquisadores para amostras uniformes	65
Tabela 5.7 – Resultados do ensaio de ângulo de repouso	66
Tabela 5.8 - Comparação entre o índice de vazios máximo e o índice de vazios médio	das
amostras no ensaio de ângulo de repouso	68
Tabela 5.9 – Ângulo de atrito de pico e crítico para cada tipo de amostra	71
Tabela 5.10 – Diferença de valores entre os ângulos de atrito	73

## 1 INTRODUÇÃO

Na Mecânica dos Solos, entende-se como solos granulares aqueles cujo diâmetro da maioria absoluta dos grãos é maior que 0,075 mm (ASTM e AASHTO). Outra característica marcante nos solos granulares é a existência de pouca ou nenhuma força de coesão entre os grãos, sendo que a resistência deste tipo de solo depende basicamente do atrito interno entre as partículas.

Os solos granulares são utilizados na engenharia como elementos de fundação, material constituinte de barramentos, taludes, etc. Devido a sua importância e diversas aplicações na construção civil, os parâmetros de resistência destes solos devem ser quantificados com precisão aceitável, sendo que para solos granulares o parâmetro de resistência fundamental é seu ângulo de atrito.

A determinação do ângulo de atrito requer a realização de ensaios de resistência, que demandam tempo e a utilização de equipamentos especializados e com custos elevados, sendo inviável realizar estes tipos de ensaio na própria obra. Na prática, geralmente são utilizadas correlações empíricas ou semi-empíricas para determinar o ângulo de atrito em campo a partir dos resultados de ensaios in situ.

Um modo simples de determinar o ângulo de atrito para solos granulares é através do ângulo de repouso, sendo este tradicionalmente considerado equivalente ao ângulo de atrito crítico. Essa igualdade foi comprovada experimentalmente por Herle & Gudehus (1999), apud Guzmán (2008).

A determinação do ângulo de repouso é teoricamente simples, porém existem muitos fatores que influenciam no seu valor. Vários pesquisadores analisaram os diversos fatores que influenciam na magnitude do ângulo de repouso e vários métodos foram desenvolvidos com a finalidade de determiná-lo de forma precisa, porém nenhum método conseguiu unanimidade entre os pesquisadores da área.

Caso se consiga determinar um método que meça o ângulo de repouso de forma precisa e que haja uma correlação válida entre este e o ângulo de atrito para os solos granulares, será possível realizar um ensaio simples em campo que permita definir a variável de resistência fundamental para solos granulares.

## 1.1 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

Como determinar a propriedade macroscópica ângulo de atrito de uma amostra de solo granular a partir de ensaios simples?

### **1.2 HIPÓTESE**

Utilizando procedimentos simples para determinar o ângulo de repouso e um material padronizado que represente o comportamento típico dos solos granulares para avaliar a influência de propriedades deste no processo, pode-se determinar os ângulos de atrito de pico e residual.

### **1.3 JUSTIFICATIVA**

A utilização de procedimentos simples dispensa a utilização de equipamentos especializados e a utilização de um material padronizado, que represente o comportamento típico dos solos granulares, fornecerá em condições ideais os elementos necessários para avaliar como as propriedades próprias do solo interferem no processo de determinação do ângulo de repouso.

#### **1.4 OBJETIVO**

Determinar o ângulo de atrito, utilizando procedimentos simples para determinar o ângulo de repouso e um material padronizado que represente o comportamento típico dos solos granulares para avaliar a influência de propriedades deste no processo.

### 1.5 METODOLOGIA DA REALIZAÇÃO DA PESQUISA

A abordagem adotada nesta tese foi a hipotética dedutiva. Fez-se apenas observações diretas, já que todos os dados necessários para alcançar o objetivo proposto são determinados por ensaios.

#### 1.6 ESTRUTURA DO PROJETO FINAL

O primeiro capítulo desta monografia, já apresentado, mostra uma breve apresentação do tema escolhido, a importância de se abordar o mesmo, o problema central, a hipótese, a justificativa da hipótese, o objetivo, a metodologia de pesquisa e a presente estrutura da tese.

O segundo capítulo apresenta a teoria e as técnicas relacionadas ao estudo de solos granulares, necessárias para que o leitor tenha compreensão dos métodos a serem utilizados, da obtenção e análise dos resultados a serem apresentados.

No terceiro capítulo, descrevem-se as teorias e técnicas relacionadas ao estudo do ângulo de repouso, fazendo-se um resumo das informações existentes em ordem cronológica, destacandose os métodos de determinação adotados e as conclusões de cada processo.

No quarto capítulo detalha-se toda a metodologia a ser empregada a fim de alcançar o objetivo proposto para esta monografia. Nesta etapa, mostram-se todos os ensaios e procedimentos a serem realizados e apresentam-se todas as premissas adotadas no trabalho, junto com as justificativas destas.

No quinto capítulo serão mostrados os resultados experimentais e a análise destes de acordo com a teoria apresentada.

No sexto capítulo serão apresentadas as conclusões da presente monografia, de acordo com a hipótese adotada e o objetivo estipulado.

### 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA: SOLOS GRANULARES

Neste capítulo apresentam-se as propriedades (físicas e características) dos solos granulares, os ensaios utilizados na prática para determinar os parâmetros de resistência de solos e informações sobre o comportamento típico de solos granulares quando submetidos a estes ensaios, de acordo com o estado da amostra.

### 2.1 PROPRIEDADES E CARACTERIZAÇÃO DOS SOLOS GRANULARES

As características físicas dos solos granulares são determinadas pelas seguintes propriedades: tamanho e forma das partículas, textura superficial e distribuição de tamanhos. Estas características dos grãos influenciam na relação tensão-deformação e na resistência do solo (Guzmán, 2008).

Algumas propriedades dos solos granulares são essenciais para sua caracterização, entre elas estão a granulometria, os índices físicos e a densidade relativa das areias.

#### 2.1.1 COEFICIENTE DE ATRITO INTERGRANULAR

O atrito entre duas ou mais superfícies minerais envolve vários fenômenos que ocorrem na interface fina entre os corpos sólidos, sendo afetado pelas características físico-químicas da camada externa dos minerais (Santamarina & Shin, 2009). Os aspectos mais relevantes são;

- Topografia da superfície: desempenha um papel secundário quando o contato se dá entre grandes superfícies, mas nos contatos entre grãos pode ocasionar o intertravamento destes;
- Velocidade de deslizamento: o coeficiente de atrito é inversamente proporcional a velocidade de deslizamento do material. Isso ocorre porque a área de contato entre as superfícies aumenta com a duração da interação entre as asperezas (interpenetração), sendo esta duração, portanto, maior para baixas velocidades de deslizamento.
- Rugosidade;
- Tamanho e forma dos grãos;
- Mineralogia.

Estudos mostram que o ângulo de atrito macroscópico cresce à medida que o coeficiente de atrito intergranular ( $\mu$ ) também aumenta, até chegar a um ponto em que o valor do ângulo de atrito fica constante, independente do quanto se aumente o coeficiente de atrito intergranular.

Quando  $\mu$  possui valor muito elevado ( $\mu \ge 0,5$ ), as partículas deixam de deslizar sobre as outras e tendem a um movimento de rotação, o que reduz o impacto do coeficiente entre as partículas e leva a estabilização do valor do ângulo de atrito.





Figura 2.1 – Ângulo de atrito de pico em função do coeficiente de atrito intergranular (Santamarina & Shin, 2009)

## 2.1.2 TAMANHO E DISTRIBUIÇÃO DAS PARTÍCULAS

O tamanho das partículas pode ser determinado mediante uma base estatística (granulometria, por exemplo) ou realizando uma análise individual (microscópio), observando cada partícula da amostra. Pelo tamanho das suas partículas, um solo é classificado como pedregulho, areia, silte ou argila. Os limites entre os tamanhos variam de acordo com a norma, como será mostrado na Figura 2.9.

O tamanho das partículas influencia diretamente diversas propriedades do solo, como a resistência dos grãos e a compressibilidade do solo. A Figura 2.2 mostra a influência do tamanho das partículas na compressibilidade de amostras de sílica, ensaiadas em compressão confinada, partindo de um mesmo valor de índice de vazios inicial. Estes resultados, apresentados por Nakata et al. (2001b), mostram a mesma compressibilidade no trecho inicial (elástico) e um aumento na compressibilidade total para as amostras com grãos maiores, a partir de um certo nível de tensão (da ordem de 10 MPa). Este aumento de compressibilidade pode estar relacionado com uma maior quebra de grãos com maiores diâmetros (Zuluaga, 2016).



Figura 2.2 – Influência do tamanho das partículas na compressibilidade de uma areia sílica (Nakata et al., 2001b)

A resistência do solo também é afetada pelo tamanho das partículas. A Figura 2.3 mostra a influência do tamanho das partículas nos valores dos ângulos de atrito de pico e crítico de areias uniformes submetidas a ensaios de cisalhamento direto. Estes resultados, apresentados por Kara, Meghachou & Aboubekr (2013), mostram um aumento do ângulo de atrito de pico para partículas maiores, enquanto que o ângulo de atrito crítico manteve-se quase constante.



Figura 2.3 – Variação dos ângulos de atrito de pico e crítico de acordo com o diâmetro das partículas (Kara, Meghachou & Aboubekr, 2013)

Uma amostra de solo pode ser composta por partículas de tamanhos distintos, sendo a análise granulométrica (item 2.1.4) a forma mais comum de determinar a distribuição das partículas que constituem o solo.

### 2.1.3 FORMA DA PARTÍCULA

A forma da partícula é uma característica inerente do solo que reflete sua origem mineralógica e processo de formação. A forma dos grãos é um dos principais fatores que influencia no comportamento mecânico de um solo. A análise da forma da partícula depende da escala em que esta é feita (Figura 2.4). Para análises em grande escala, a morfologia da partícula pode ser descrita como esférica, arredondada, laminar, etc. Para análises em escalas menores, pode-se descrever também a textura da partícula, rugosidade superficial e circularidade das quinas (Guzmán, 2008).



Figura 2.4 – Análise da forma da partícula, em função da escala de análise (Guzmán, 2008)

Quando se fala da esfericidade de uma partícula refere-se a sua forma global e a similaridade entre o comprimento, altura e largura desta. A esfericidade (S) pode ser quantificada como a relação (d/D) entre o diâmetro da maior esfera inscrita (d) e o diâmetro da menor esfera circunscrita (D) à partícula (Santamarina & Cho, 2006). Alternativamente a esfericidade pode ser calculada como a relação entre a área de uma esfera equivalente com o mesmo raio da partícula pela área superficial real da partícula (Wadell, 1935). De acordo com este critério a valores esfericidade Figura 2.5 apresenta os de de vários sólidos (Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Sphericity).

Nome	fotografia	Volume	Área de superfície	Esfericidade			
Sólidos platônicos							
tetraedro		$\frac{\sqrt{2}}{12}s^3$	$\sqrt{3}s^2$	$\left(rac{\pi}{6\sqrt{3}} ight)^{rac{1}{3}}pprox 0.671$			
cube (Hexaedro)		$s^3$ $6 s^2$ $\left(\frac{\pi}{6}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0$		$\left(rac{\pi}{6} ight)^{rac{1}{3}}pprox 0.806$			
octaedro		$rac{1}{3}\sqrt{2}s^3$	$2\sqrt{3}s^2$	$\left(rac{\pi}{3\sqrt{3}} ight)^{rac{1}{3}}pprox 0.846$			
dodecaedro		$rac{1}{4}\left(15+7\sqrt{5} ight)s^3$	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}}s^2$	$\left(rac{ig(15+7\sqrt{5}ig)^2\pi}{12ig(25+10\sqrt{5}ig)^{rac{3}{2}}} ight)^{rac{1}{3}}pprox 0.910$			
icosaedro		$\frac{5}{12}\left(3+\sqrt{5}\right)s^3$	$5\sqrt{3}s^2$	$\left(rac{ig(3+\sqrt{5}ig)^2\pi}{60\sqrt{3}} ight)^{rac{1}{3}}pprox 0.939$			

Figura 2.5 - Esfericidade de alguns objetos (Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Sphericity)

A angularidade cresce à medida que aumenta o número faces de uma partícula equidimensional. Considerado duas partículas equidimensionais, uma esférica e uma cúbica, a esfericidade assume um valor S=1,0 para uma esfera perfeita e S=0,806 para uma partícula cúbica. Portanto, a esfericidade não fornece uma ideia completa sobre equidimensionalidade nem forma uma partícula e necessita ser complementada com informações relativas à angularidade do grão.

O arredondamento (ou angularidade) descreve o grau de suavização das bordas de uma partícula devido à abrasão (Folk, 1965). A abrasão ocorre pela ação de agentes de transporte, tais como a corrente de rios, o vento, a gravidade e o movimento de geleiras. O grau de arredondamento de uma partícula é um importante indicador de sua origem e se relaciona com a distância e tempo de transporte entre a fonte e a área de depósito. A resistência ao arredondamento é função da composição, dureza e clivagem do mineral constituinte do grão. O arredondamento é quantificado como sendo a relação entre o raio médio de curvatura da das quinas e arestas e o raio da maior esfera na qual a partícula pode ser inscrita. Embora possa ser quantificado numericamente, os geólogos costumam usar um guia visual que divide as partículas em seis categorias: muito angular, angular, sub-angular, sub-arredondada, arredondada e muito arredondada.

A Figura 2.6 mostra ilustra diferentes formas de grãos de acordo com os índices de arredondamento (angularidade) e esfericidade (Krumbein & Sloss, 1965). Em função do intertravamento das partículas, espera-se um melhor comportamento mecânico no caso solos com grãos equidimensionais e de quinas angulares como ilustrado no canto superior esquerdo da figura.



Figura 2.6 – Escala de classificação da forma das partículas (Krumbein & Sloss, 1965)

A forma das partículas influencia na densidade do solo, no índice de vazios, no ângulo de atrito do solo e na resistência ao fraturamento sob compressão ou compactação. A Figura 2.7, reproduzida de Cho et al. (2006), ilustra como os índices de arrendondamento (a) e esfericidade afetam a compacidade de solos granulares uniformes (Cu<2,5), em termos de índice de vazios para a condição mais fofa (*e*max) e para a condição de máxima densidade (*e*min). De um modo geral, observa-se que se atinge uma maior compacidade (menores índices de vazios tanto máximo quanto mínimo) para grão uniformes mais equidimensionais e esféricos. A diferença entre (*e*max) e (*e*max) também tende a diminuir para grão mais equidimensionais e de faces arredondadas.



Figura 2.7 – Influência da forma da partícula nos valores dos índices de vazios extremos de areias naturais e com Cu ≤ 2,5 (Cho *et al.*, 2006)

O valor do índice de vazios tende a crescer à medida que os valores do arredondamento e da esfericidade decrescem. Youd (1973) determinou os índices de vazios extremos em função do arredondamento das partículas, para uma amostra com partículas de mesmo diâmetro (coeficiente de uniforme igual a 1), de acordo com as seguintes expressões:

$$e_{max} = 0,554 + 0,154.R^{-1}$$
  $e_{min} = 0,359 + 0,082.R^{-1}$  (2.1)

Cho et al. (2006) analisaram a relação entre o ângulo de atrito crítico e o arredondamento de partículas para areias (Figura 2.8). Partículas com bordas muito arredondadas apresentam menor intertravamento mecânico e, portanto, menor ângulo de atrito no estado crítico ( $\phi$ cs). Para partículas de areias naturais com esfericidade S>0,7 e arredondadas (R=1,0), a correlação na figura aponta para um ângulo de atrito no estado crítico em torno de 25°, sendo observado valores medidos em torno de 22°.



Figura 2.8 - Ângulo de atrito crítico em função do arredondamento de partículas para areias (naturais e comprimidas) (Cho *et al.*, 2006)

#### 2.1.4 GRANULOMETRIA

A análise da distribuição das dimensões dos grãos, denominada análise granulométrica, objetiva determinar uma curva granulométrica. Para realizar essa análise, uma amostra de material granular é submetida a peneiramento em uma série padrão de peneiras, empilhadas com aberturas progressivamente menores em direção ao fundo.

Após o peneiramento, determina-se a massa de material retido em cada peneira e os resultados são plotados em um gráfico, no qual o eixo das abscissas corresponde à abertura de malha, em escala logarítmica, e as ordenadas à porcentagem do material que passa pela peneira. Esse ensaio tem procedimento normatizado pela ABNT NBR 7181. Os solos muito finos, com granulometria inferior a 0,075 mm, são tratados de forma diferenciada através do ensaio de sedimentação.

A interpretação dos resultados é feita mediante comparação com escalas granulométricas padronizadas. Na Figura 2.9 é mostrada a escala adotada por algumas associações e instituições de referência.

TAN	MANHO	(mm)							
1111	10 	L 1 1	1,0 		0,1 		0,01 1	1	0,001
ASTM									
DEDDE	ORIDA	Second Second	AREL	AREIA		(sn	OWTE		COLOIDE
FEDRE	oumo	G	м	1 1	F		.15	AROLA	COLOIDE
AASHTO	4	.75 2,0 14 @ 10	0	(425 ¥-40	0,07 #20	5	0,	005	0,001
		A	AREIA						
PED	REGULIO	' T	G	G F		SILIE		AROLA	COLOIDE
60 <u>M. I. T.</u>		2,0	0	(425	0,07	5	0,	005	0,001
PEI	DREGULH	0	A	REIA	200100		SILTE		and other
G	M	F	G	M	F	G	M	F	COPOIDE
60 20 ABNT	6	2,0	0,6	0,3	28 U (	0,06		0,002	
PEI	DREGULH	0	A	REIA	-		ALC: NOT OF THE OWNER.	8.00	COMPANY AND
G	М	F	G	M	F	1	SILTE		AROILA
60 20	б	2,0	0,6	0,3	2 (	0,06		0,002	

Figura 2.9 - Escalas Granulométricas adotadas pela ASTM, AASHTO, M.I.T E ABNT

A seguir são denominados os mais importantes tipos de graduação, ilustradas na Figura 2.10:

- Curva A: Granulometria contínua aberta. Apresenta granulometria contínua, mas com insuficiência de material fino para preencher os vazios entre as partículas maiores, resultando em maior volume de vazios. Nas frações de menor tamanho, a curva granulométrica é abatida e próxima a zero.
- Curva B: Granulometria descontínua. Apresenta pequena porcentagem de agregados com tamanhos intermediários, formando um patamar na curva granulométrica correspondente às frações intermediárias.
- Curva C: Granulometria uniforme: apresenta a maioria de suas partículas com tamanhos em uma faixa bastante estreita, sendo a curva granulométrica bastante íngreme.
- Curva D: Granulometria contínua densa ou bem-graduada. Apresenta distribuição granulométrica continua, próxima à de densidade máxima.

Para definir o tipo de graduação de uma amostra, deve-se analisar o coeficiente de uniformidade (Cu) e o coeficiente de curvatura (Cv) desta. O coeficiente de uniformidade fornece a inclinação média da curva, quanto mais próximo de 1 for o valor de Cu mais vertical será a curva granulométrica, portanto mais uniforme será a amostra. O coeficiente de curvatura dá uma indicação sobre a forma da curva granulométrica, indicando o grau de evolução desta. Para um solo ser definido como bem graduado, este deve possuir "Cu > 3" e "1 < Cv > 3" (Vargas, 2015).

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} \qquad C_v = \frac{D_{30}^2}{D_{60} \cdot D_{10}}$$
 (2.2)

onde:

 $D_{10}$  = diâmetro correspondente a 10% em peso do total de partículas com dimensões inferiores a  $D_{10}$ . Também é conhecido como diâmetro efetivo;

 $D_{30}$  e  $D_{60}$  = diâmetro correspondente a 30% e 60 % em peso do total de partículas com dimensões inferiores a  $D_{30}$  e  $D_{60}$ , respectivamente.



Figura 2.10 - Tipos de graduação (Notas de aula Prof. Luís Fernando Ribeiro, UnB, 2013)

## 2.1.5 ÍNDICES FÍSICOS

Geralmente, uma amostra de solo contém sólidos, água e ar (Figura 2.11). A partir do volume e massa destes constituintes, são determinados os índices físicos para solos. Os índices físicos, as equações para sua definição e algumas relações eles são apresentados na Figura 2.12.

O índice de vazios é usado para representar o estado em que se encontra o material. As deformações volumétricas são proporcionais a uma variação de índice de vazios. Quanto maior o índice de vazios, maior a deformação volumétrica quando o material é comprimido.



Figura 2.11 – Volumes e pesos de uma amostra de solo não saturado, onde: V = volume total; Vs = volume de sólidos; Vw = volume de água; Vo = volume de ar; Vv = volume de vazios; W ou P = peso total; Ws ou Ps = peso de sólidos; Ww ou Pw = peso da água (Ortigão, 2007)

Nome	Símbolo	Equação
Índice de vazios	е	$e = V_{\rm v} / V_{\rm s}$
Porosidade	п	$n = V_v / V$
Grau de saturação	S	${\rm s}=V_{\rm w} \: / \: V_{\rm v}$
Umidade	w	$w = P_s / P_s$
Peso específico aparente úmido	γ	$\gamma = P / V$
Peso específico aparente saturado	∕∕sat	Idem, para S = 100%
Peso específico aparente submerso	$\gamma_{\rm sub}$ ou $\gamma^2$	$\gamma_{\rm sub} = \gamma_{\rm sat} - \gamma_{\rm w}$
Peso específico aparente seco	γa	$\gamma_{\rm d} = P_{\rm s} / V$
Densidade dos grãos	$G_{\rm s}$	$G_{\rm s} = \gamma_{\rm s} / \gamma_{\rm w}$
Equações		
$n = \frac{e}{1+e} \qquad \qquad e = \frac{n}{1-e}$	1 - n	$G_s w = Se$
$\gamma = \frac{G_s(1+w)}{1+e}\gamma_w \qquad \qquad \gamma_d = \frac{1}{1}$	$\frac{\gamma}{w}$	$\gamma_{sat} = \frac{(G_s + e)}{1 + e} \gamma_w$

Figura 2.12 - Índices físicos, equações para sua definição e relações eles (Ortigão,2007)

Outro índice físico utilizado para representar o estado do solo é a fração de volume ( $F_v$ ), que é a relação entre o volume de sólidos e o volume total de uma amostra:

$$F_{v} = \frac{V_{S\acute{o}lidos}}{V_{Total}} = 1 - n$$
(2.3)

Analisando os arranjos possíveis para partículas perfeitamente esféricas, Gauss (1831) demonstrou que a fração de volume máxima ocorre quando as esferas possuem arranjo hexagonal (Figura 2.13(a)). Neste caso a fração de volume é  $\pi/(3\sqrt{2})$ , ou aproximadamente 74%, o que corresponde a um índice de vazios mínimo, *e*min=0,35. Kepler conjecturou que este arranjo também seria o mais para qualquer arranjo regular ou irregular de esferas uniformes. Esta conjectura foi provada apenas recentemente por Hales (1998, 2014). Para esferas colocadas de maneira aleatória em um recipiente, a fração máxima de volume é de 63,4%, ou índice de vazios *e*min=0,58 (Song, Wang e Makse, 2008). Por outro lado, o arranjo mais fofo de esferas uniformes é obtido para um arranjo cúbico (Figura 2.13(b)), que produz uma fração de volume igual a 0,5236, ou que corresponde a um índice de vazios máximo, *e*max=0,91. Entretanto, um arranjo tão fofo e estrutura não é obtido em deposições aleatórias de esferas reais.



Figura 2.13 - Arranjos regulares de esferas uniformes: (a) arranjo hexagonal, mais denso (Fonte: http://pt.slideshare.net/LucasSilva49/arranjo-atmico); (b) arranjo cúbico, mais fofo (Fonte: http://estagionaobra.blogspot.com.br/2013/03/hoje-na-aula\_2926.html)

O grau de saturação é igual a 100% nos materiais saturados, ou seja, os vazios estão totalmente preenchidos pela água. A umidade tem menor importância nas areias, ao contrário do que ocorre nas argilas.

O peso específico aparente úmido permite calcular as pressões na massa de solo. Para as areias obtém-se  $\gamma$  entre 17 e 20 kN/m<sup>3</sup>. O peso específico aparente submerso ( $\gamma_{sub}$ ) permite descontar o empuxo hidrostático específico, sendo empregado para o cálculo de pressões efetivas.

A massa específica dos grãos refere-se à relação entre o peso específico do material seco e o da água, sendo portanto uma grandeza adimensional. Para solos naturais, valor obtido para  $G_s$  está geralmente na faixa de 2,7  $\pm$  0,1, sendo uma média dos minerais constituintes dos grãos.

#### 2.1.6 DENSIDADE RELATIVA DAS AREIAS

Como este trabalho está direcionado para a análise de solos granulares, outro índice físico que destaca-se é a densidade relativa das areias (D<sub>r</sub>), que é definida pela equação a seguir:

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \tag{2.4}$$

onde:

 $e_{\text{max}}$  = índice de vazios máximo no estado mais fofo;

 $e_{\min}$  = índice de vazios mínimo possível, no estado mais denso;

e = índice de vazios no estado durante a análise.

O valor de  $D_r$  é expresso em percentagem, o que é uma indicação da compacidade da areia. As areias com  $D_r$  inferior a 30% são consideradas fofas, com  $D_r$  entre 30 e 70%, medianamente densas, e com  $D_r$  maior que 70%, densas ou compactas.

## 2.2 ENSAIOS DE RESISTÊNCIA

Os materiais granulares, como as areias e os pedregulhos, têm como característica mais importante a alta permeabilidade e se comportam com características de drenagem livre. Neste caso, utilizam-se ensaios drenados para representar seu comportamento em laboratório, exceto no caso de carregamentos transientes ou cíclicos, como os de terremotos, em que pode haver acréscimos de poropressão e liquefação de areias finas e fofas.

Os ensaios de laboratório têm grande importância para o estudo de propriedades de tensãodeformação e resistência dos solos, como o ângulo de atrito. O ensaio triaxial e o ensaio de cisalhamento direto estão detalhados a seguir, por serem os ensaios de resistência mais utilizados na prática.

## 2.2.1 COMPRESSÃO TRIAXIAL

O ensaio de compressão triaxial refere-se à compressão em uma amostra cilíndrica em que se controla as tensões radial e axial. O nome dado ao ensaio é inapropriado, pois as condições impostas à amostra são axissimétricas, e não triaxiais verdadeiras.

Em geral, o ensaio é conduzido em duas fases: na primeira, aplica-se uma tensão confinante  $(\sigma_c)$  isotrópica e, na segunda, denominada fase de cisalhamento, mantém-se constante o valor

de  $\sigma_c$  e aumenta-se o valor da tensão axial  $\sigma_1$ , através da aplicação da tensão-desvio ou desviatória " $\Delta \sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_c$ ".

O ensaio de compressão triaxial se presta tanto ao estudo de resistência quanto ao de relações tensão-deformação. É muito versátil, permitindo a aplicação de trajetórias de tensão diversas e pode ser considerado como o ensaio padrão de Mecânica dos Solos. O custo do equipamento necessário à sua execução é acessível à maioria dos laboratórios de solos.

### 2.2.1.1 EQUIPAMENTOS E TÉCNICAS DO ENSAIO TRIAXIAL

A abordagem aqui feita é bastante simplificada, abrangendo a célula triaxial, as medições de poropressão e variação de volume e a saturação do corpo de prova. A abordagem completa está descrita por Ortigão (2007).

A célula triaxial (Figura 2.14) consiste em uma câmara de acrílico transparente assentada sobre uma base de alumínio, uma bucha e um pistão. O corpo de prova é colocado sobre um pedestal, através do qual há uma ligação com a base da célula. A carga axial é aplicada pelo pistão e a pressão confinante, através da água da célula. Entre o pedestal e a amostra utiliza-se uma pedra porosa para facilitar a drenagem.

O corpo de prova é envolvido por uma membrana de borracha, vedada no topo e na base por anéis de borracha ou elásticos comuns, para evitar contato com a água e variação de umidade durante o ensaio. Em contato direto com o corpo de prova utiliza-se uma tira de papel-filtro em espiral, cujo objetivo é diminuir o caminho de drenagem ao longo do mesmo para obter equalização de poropressões e facilitar a drenagem. O papel-filtro é utilizado também entre o corpo de prova e a pedra porosa, para evitar o ingresso de solo e a colmatação da pedra.



Figura 2.14 – Célula triaxial (Ortigão, 2007)

Os instrumentos necessários para a medição da variação volumétrica e da poropressão são um transdutor de pressão, uma válvula para controle da drenagem e uma bureta graduada. A drenagem é controlada através da válvula, que é o único caminho possível de entrada ou saída de água, sendo que fechando-a, o ensaio é realizado em condições não drenadas. Nesse tipo de ensaio há interesse no controle das poropressões, que são medidas pelo transdutor de pressão. Trata-se de instrumento que possui um diafragma muito sensível à variação de pressão na água, produzindo um sinal elétrico proporcional, que é medido por instrumentos eletrônicos digitais (Ortigão, 2007).

Quando o ensaio é realizado em condições drenadas, deseja-se medir a variação de volume do corpo de prova para conhecer as deformações volumétricas. Isso pode ser feito facilmente em materiais saturados, bastando observar, através da bureta graduada, a quantidade de água que sai ou entra no corpo de prova.

A linha de drenagem na base do corpo de prova permite aplicar uma pressão inicial (u<sub>0</sub>) no interior da amostra, denominada contrapressão, ao mesmo tempo em que se altera o valor da pressão da água na célula ( $\sigma_{cel}$ ). Com isso, a pressão confinante ( $\sigma_c$ ) não é alterada, pois  $\sigma_c = \sigma_{cel} - u_0$ . Aplicada desta forma, a contrapressão não tem qualquer influência nos cálculos, equivalendo a aumentar a pressão atmosférica.

A contrapressão tem por objetivos saturar o corpo de prova e facilitar as medições de deformação volumétrica e de poropressão durante o ensaio, conforme o caso.

Medições internas de variação de volume do corpo de prova, ou seja, através da água que entra ou sai do mesmo, só serão possíveis se o corpo de prova estiver completamente saturado. Por isso, é sempre conveniente a saturação por contrapressão.

## 2.2.1.2 CLASSIFICAÇÃO DOS ENSAIOS QUANTO À DRENAGEM

As primeiras classificações de ensaios empregavam a velocidade de cisalhamento como característica mais importante, o que levava a classificá-las como lentos ou rápidos (Lambe, 1951). Nas classificações mais recentes, que empregam as condições de drenagem, os ensaios podem ser drenados ou não-drenados.

Como já foi visto, os ensaios são realizados em duas fases, uma de consolidação e outra de cisalhamento. As condições de drenagem podem variar nas duas fases e os ensaios serão: consolidado drenado CD, consolidado não-drenado CU e não-consolidado não-drenado UU.

No ensaio consolidado drenado CD, ao se aplicar a tensão confinante ainda com as válvulas de drenagem fechadas, será observado um acréscimo de poropressão ( $\Delta u$ ). Abrem-se então as válvulas, permitindo a drenagem e, ao final da consolidação, o acréscimo  $\Delta u$  terá se dissipado. A tensão confinante efetiva e de consolidação é  $\sigma'_c$ . Inicia-se então a fase de cisalhamento em condições drenagem total, com as válvulas abertas e na velocidade de cisalhamento, ou seja, de aplicação da tensão-desvio " $\Delta \sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_3$ ", ajustada de forma a permitir a drenagem e a dissipação dos acréscimos de poropressão durante o ensaio.

Se o ensaio for conduzido em areia, a velocidade de cisalhamento poderá ser grande, com a ruptura ocorrendo, por exemplo, em 20 minutos. Ensaiando-se uma argila com permeabilidade muito baixa, a velocidade de cisalhamento também terá de ser muito baixa para que a drenagem ocorra, o que pode demorar, por exemplo, uma semana.

No ensaio consolidado não-drenado CU, apenas a fase de consolidação é drenada e igual à do ensaio CD. O cisalhamento é conduzido em condições não drenadas e com medições de poropressões.

No ensaio não-consolidado não-drenado UU, as duas fases são não-drenadas e, em geral, as poropressões não são medidas.

Os ensaios CD, CU e UU têm finalidades específicas. Nas areias, cujo comportamento in situ é quase sempre drenado, é utilizado o tipo CD. Os ensaios não-drenados nesse material visam simular casos de solicitação transiente, como os terremotos.

Os ensaios também podem ser classificados quanto a trajetória de tensões de consolidação, sendo que a trajetória de tensões mais comum nos ensaios triaxiais durante a fase de consolidação é a isotrópica. Como não se abordará outro tipo de trajetória de tensões neste trabalho, entende-se que todas serão do tipo isotrópica, dispensando a especificação desta.

#### 2.2.2 CISALHAMENTO DIRETO

Pioneiro dos ensaios de solo, o de cisalhamento direto foi utilizado por Coulomb, em 1776, e permite o estudo de resistência em um único plano de ruptura, que é imposto (Ortigão, 2007).

A amostra é colocada em uma caixa bipartida, onde se aplica a força normal (N), aumentando em seguida a força tangencial (T), provocando o deslocamento de uma das partes da caixa em relação à outra, até a ruptura. As tensões normal e cisalhante no plano de ruptura são, respectivamente,  $\sigma = N/A$  e  $\tau = T/A$ , onde "A" é a área da seção transversal da amostra.

Uma vez iniciada a aplicação da força cisalhante T, o campo de deformações passa a ser não uniforme, ou seja, diferente para cada ponto considerado no interior do corpo de prova. As deformações específicas lineares ou distorcionais não podem ser determinadas a partir de observações na superfície da amostra. A única possibilidade é a utilização de sensores instalados no interior de uma amostra de grandes dimensões. Como em ensaios convencionais de pequenas dimensões isto é inviável, uma vez iniciado o cisalhamento não se tem qualquer informação sobre o estado de tensão ou de deformação da amostra, sendo impossível saber quais as trajetórias de tensões e deformações obtir módulos de deformação, como o de Young e o coeficiente de Poisson. As únicas informações obtidas são as tensões no plano de ruptura. Assim, o resultado do ensaio de cisalhamento direto em um corpo de prova é somente um ponto no diagrama de Mohr, pelo qual podem ser traçados vários círculos. Com os resultados de pares ( $\sigma_n$ ,  $\tau_f$ ) de tensão normal imposta e tensão cisalhante na ruptura (pico ou residual) é possível ajustar uma reta e se obter os parâmetros do critério de Mohr-Coulomb.

## 2.2.2.1 EQUIPAMENTOS E TÉCNICAS DO ENSAIO DE CISALHAMENTO DIRETO

O equipamento empregado no ensaio de cisalhamento direto é uma célula, ou caixa bipartida (Figura 2.15), onde o corpo de prova é colocado. Para facilitar a drenagem são colocadas duas pedras porosas, no topo e na base da amostra. A força normal é aplicada através de uma placa

rígida de distribuição de carga e é possível manter o corpo de prova submerso, evitando a perda excessiva de umidade durante o ensaio em amostras saturadas (Ortigão, 2007).



Figura 2.15 – Caixa utilizada no ensaio de cisalhamento direto (Ortigão, 2007)

A força lateral é aplicada na parte inferior da caixa, provocando seu deslocamento em relação à parte superior, mantida imóvel durante o ensaio. Rolamentos lineares atuando abaixo da caixa eliminam o atrito. A força lateral é medida através de um transdutor de força, um dispositivo elétrico ou mecânico que permite a medição da carga aplicada. Deflectômetros permitem medir os deslocamentos verticais e horizontais durante ensaio.

A descrição dos dispositivos de aplicação das cargas vertical e horizontal e dos procedimentos para a preparação do corpo de prova variam de acordo com o tipo de equipamento, devendo as informações estarem contidas nos manuais do laboratório.

Uma deficiência importante do ensaio de cisalhamento direto é a impossibilidade de controle da drenagem no corpo de prova, pois a caixa não tem um sistema de vedação adequado. Mesmo que fossem usadas placas impermeáveis no topo e na base da amostra, seria impossível impedir a saída da água, pois, logo que se inicia o ensaio, o deslocamento de uma parte da caixa sobre a outra provoca uma abertura entre elas, permitindo a drenagem. Com isso, as pressões efetivas seriam alteradas, tornando difícil a análise dos resultados. Por estas razões, a única solução é conduzir o ensaio em condições totalmente drenadas, mantendo nulas as poropressões.

No ensaio de cisalhamento direto, a imposição do plano de ruptura é uma desvantagem quando se trata de testar solos aparentemente homogêneos, cujo plano de fraqueza não foi detectado a priori. Isto pode acarretar no erro de se moldar o corpo de prova segundo a direção de maior resistência, obtendo-se resultados contra a segurança.

#### 2.3 **COMPORTAMENTO DAS AREIAS (SOLOS GRANULARES)**

Na Geotecnia, a expressão areia se refere a materiais granulares com tamanho majoritariamente entre 0,075 mm e 4,75 mm, com reduzida porcentagem de finos, que não interferem significativamente no comportamento do conjunto.

Como já foi visto, a resistência ao cisalhamento das areias pode ser determinada tanto em ensaios de cisalhamento direto como em ensaios de compressão triaxial. Neste tópico, está apresentado o comportamento típico dos solos granulares quando submetidos a estes ensaios, de acordo com as condições iniciais do corpo de prova e com a tensão confinante aplicada.

### 2.3.1 ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA DE MOHR-COULOMB

A Figura 2.16 mostra as curvas de tensão-deformação resultantes de ensaios triaxiais CD, com pressões confinantes ( $\sigma'_c$ ) de 100, 200 e 300 kPa, realizados em três corpos de prova extraídos de uma amostra de areia. Para cada corpo de prova, o ponto correspondente à ruptura está indicado por uma pequena seta para baixo. Os valores da tensão desvio de ruptura " $(\sigma_1 - \sigma_3)_{f}$ " constam na Tabela 2.1, sendo que o valor da tensão efetiva principal menor ( $\sigma_3$ ) é igual ao da tensão confinante, mantida constante durante o ensaio, e o da tensão efetiva principal maior de ruptura ( $\sigma'_{1f}$ ), incluído na terceira coluna, resulta da soma das colunas anteriores, pois  $\sigma'_{1f}$  é equivalente a " $\sigma$ '<sub>3</sub> + ( $\sigma$ <sub>1</sub> -  $\sigma$ <sub>3</sub>)<sub>f</sub>" (Ortigão, 2007).

Corpos de prova	$\sigma'_{c} = \sigma'_{3} (kPa)$	(σ'1 - σ'3) (kPa)	σ'1f (kPa)
1	100	269	369

Tabela 2.1 - Resultados dos ensaios triaxiais CD (Ortigão, 2007)

1	100	269	369
2	200	538	738
3	300	707	1007



Figura 2.16 - Curvas de tensão-deformação resultantes de ensaios triaxiais CID (Ortigão, 2007)

Como se dispõe das tensões efetivas principais na ruptura  $\sigma'_{1f} e \sigma'_{3f}$ , podem ser traçados os círculos de Mohr correspondentes (Figura 2.17).



Figura 2.17 – Círculos de Mohr e envoltória de resistência de Mohr-Coulomb (Pinto, 2006)

Obtém-se uma reta tangente aos três círculos de Mohr, denominada envoltória de resistência de Mohr-Coulomb, que delimita duas regiões no gráfico: região abaixo da reta corresponde a estados de tensão antes da ruptura, portanto são possíveis de serem alcançados; a região acima é impossível de ser alcançada, pois o material irá romper antes disso. A envoltória de Mohr-Coulomb, em sua forma geral, pode ser representada pela equação:

$$\tau_{\rm f} = c' + \sigma'_{\rm f} \tan \phi' \tag{2.5}$$

onde:

 $\tau_f$  = tensão cisalhante no plano de ruptura, por ocasião da ruptura;

 $\sigma'_{f}$  = tensão normal efetiva no plano de ruptura, por ocasião da ruptura;

c' e  $\phi$ ' = parâmetros efetivos de resistência, onde c' é o intercepto da envoltória no eixo das ordenadas, denominado coesão efetiva, e  $\phi$ ' é o ângulo de inclinação da envoltória, denominado ângulo de atrito efetivo.

Para as areias, considerando que para tensões normais efetivas nulas a resistência ao cisalhamento também é nula, pode-se tomar c' = 0. Então pode-se simplificar a equação para:

$$\tau_{\rm f} = \sigma'_{\rm f} \tan \phi' \tag{2.6}$$

A envoltória de resistência de Mohr-Coulomb também pode ser obtida utilizando ensaios de cisalhamento direto.

As tensões normais no plano de ruptura não variam durante o ensaio de cisalhamento direto. As tensões cisalhantes aumentam à medida que a caixa se desloca lateralmente, passando por um valor máximo, que pode ser admitido como o de ruptura ( $\tau_f = \tau_{max}$ ). Os valores de  $\tau_f$  obtidos nas curvas de ensaio são plotados versus o valor de  $\sigma'_f$  correspondente. A envoltória de Mohr-Coulomb é obtida através dos pares de pontos "( $\sigma'_f$ ,  $\tau_f$ )". Como se trata de areia, admite-se c' = 0 e  $\phi$ ' equivale a inclinação da reta que representa a envoltória de resistência.



Figura 2.18 – Exemplo de obtenção da envoltória de resistência de Mohr-Coulomb, utilizando resultados de ensaios de cisalhamento direto (Ortigão, 2007)
## 2.3.2 FATORES QUE INFLUENCIAM O ÂNGULO DE ATRITO DAS AREIAS

O ângulo de atrito das areias durante o cisalhamento é influenciado pelo deslizamento e pelo rolamento entre grãos (Figura 2.19), pois os grãos podem deslizar uns sobre os outros, provocando o atrito, e também podem também rolar uns sobre os outros, influenciando o atrito entre partículas. Estes dois fatores são, por sua vez, influenciados pela forma e pela rugosidade superficial das partículas.



Figura 2.19 – Deslizamento e rolamento entre grãos (Ortigão, 2007)

Outro fator que influencia o ângulo de atrito durante o cisalhamento é o entrosamento entre grãos. Uma amostra de areia bem graduada, com uma distribuição granulométrica suave, sem predominância de partículas com um mesmo diâmetro, e que tenha sido compactada, poderá apresentar um bom entrosamento entre grãos, com os menores ocupando o espaço entre os maiores. Ao ser iniciado o cisalhamento, as partículas tenderão a subir ou a cavalgar umas sobre as outras, o que resultará no aumento do volume da amostra.

Quanto maior o entrosamento entre partículas, maior a tendência da amostra em aumentar o volume durante o cisalhamento. Este fenômeno é denominado de dilatância e tem grande importância na resistência, pois uma boa parcela da energia despendida para cisalhar a amostra é utilizada na variação de seu volume. Se o material, ao contrário, estiver fofo e suas partículas forem todas do mesmo diâmetro, não haverá tendência ao aumento de volume durante o cisalhamento. O atrito resultante será devido somente às parcelas de deslizamento e rolamento.

O entrosamento entre grãos pode ser caracterizado pela compacidade ou pelo índice de vazios inicial (e<sub>0</sub>) da amostra, que se for fofa apresentará maior valor de e<sub>0</sub> que o de uma areia compacta ou densa. As parcelas de atrito devidas ao deslizamento e ao rolamento dependem da forma e da rugosidade das partículas, que são propriedades intrínsecas do material ensaiado. Já a dilatância depende da compacidade, que é função do estado em que o material está no momento do ensaio.

# 2.3.3 COMPORTAMENTO SOB BAIXOS NÍVEIS DE TENSÕES

Para entender o comportamento de areias sob níveis de tensões relativamente baixos (100 a 300 kPa), mais comuns em obras de engenharia, apresenta-se na Figura 2.20 os resultados de dois ensaios de cisalhamento direto CD em uma mesma areia, com a mesma tensão confinante, porém com um corpo de prova em estado inicial denso (D) e o outro em estado inicial fofo (W).



Figura 2.20 – Comportamento típico das areias em ensaios de cisalhamento direto, para níveis de tensões baixos (Atkinson, 1993 por Gúzman, 2008)

As curvas de tensão-deformação (Figura 2.20b) têm comportamento bem distinto, apesar de ambas amostras estarem submetidas a mesma tensão confinante. A areia densa apresenta maiores valores de resistência e um pico bem definido, correspondente à resistência máxima. Traçando-se o círculo de Mohr correspondente e a envoltória, obtém-se o ângulo de atrito máximo ou de pico ( $\phi'_f$ ). O comportamento pós-pico é de amolecimento, ou seja, o material perde resistência com o aumento da deformação. Pode-se representar também o círculo correspondente ao estado de tensões na condição residual, sendo que neste caso obtém-se o ângulo de atrito residual. Já a areia fofa apresenta comportamento suave, sem um pico definido, e o valor máximo só é atingido para deformações elevadas, da ordem de 6 a 8%. Observa-se

que as duas curvas de tensão-deformação tendem para o mesmo valor de resistência a grandes deformações, independentemente do estado inicial.

As deformações volumétricas ( $\varepsilon_v$ ) são bastante diferentes nos dois corpos de prova (Figura 2.20c). A areia densa apresenta inicialmente uma pequena redução de volume, mas logo após o volume aumenta gradativamente (dilatância), tendendo no final à estabilização. A redução inicial de volume ocorre devido ao acomodamento dos grãos, já o comportamento dilatante é explicado pela tendência dos grãos a subirem uns nos outros. A areia fofa, ao contrário, apresenta uma gradativa redução de volume, tendendo também a estabilizar-se no final.

O índice de vazios (Figura 2.20d), na areia fofa decresce gradativamente, enquanto que na areia densa aumenta continuamente, a despeito de uma pequena diminuição, logo recuperada, no início do ensaio. Nota-se que, a grandes deformações, as duas amostras tendem ao mesmo índice de vazios.

# 2.3.4 ESTADO CRÍTICO

Os corpos de prova de areia fofa e densa em análise tendem, ao final do ensaio, a um estado estável, a grandes deformações, em que a resistência e o índice de vazios não variam mais. Este estado é denominado estado crítico.

O ângulo de atrito correspondente a esse estado é denominado ângulo de atrito crítico ( $\phi'_{cr}$ ).

### 2.3.5 ANALOGIA DO DENTE DE SERRA

O fenômeno da dilatância e seu efeito na resistência podem ser visualizados através da analogia do dente de serra, idealizado por Rowe (1961 e 1963). A Figura 2.21 mostra um bloco bipartido, cuja superfície entre suas partes é denteada. Essa superfície é a de ruptura, que ocorrerá durante o cisalhamento provocado por forças tangenciais entre as duas partes do bloco.



Figura 2.21 – Analogia do dente de serra (Ortigão, 2007)

A inclinação ( $\psi$ ) do dente, que corresponde à inclinação do plano *AA* com a horizontal, controla a variação de volume do bloco durante o cisalhamento. Uma areia cuja variação de volume durante o cisalhamento é nula, será representada neste modelo por  $\psi = 0$ , então as partes do bloco não tenderão a se afastar na direção vertical durante o cisalhamento. Se  $\psi$  for diferente de zero, uma vez iniciado o cisalhamento haverá deslocamento entre as partes do bloco na direção vertical e, portanto, o solo terá comportamento dilatante.

Ainda de acordo com esse modelo, o ângulo de atrito efetivo máximo ( $\phi$ '<sub>f</sub>), correspondente ao valor de pico, pode ser analisado como sendo constituído de duas parcelas:

$$\phi'_{\rm f} = \phi'_{\rm cr} + \psi \tag{2.7}$$

onde:

 $\phi'_{cr}$  = ângulo de atrito efetivo correspondente ao estado crítico;

 $\psi$  = inclinação do dente de serra, ou seja, parcela influenciada pela dilatância.

Para exemplificar a aplicação desta equação, observe na Figura 2.22 os resultados de ensaios de cisalhamento direto nem uma areia grossa. Os ensaios foram realizados em corpos de prova moldados com vários índices de vazios iniciais, determinando-se o valor do ângulo de atrito de pico e o ângulo de atrito crítico. A curva interpolada entre os valores de  $\phi'_{\rm f}$  cruza a reta horizontal correspondente a  $\phi'_{\rm cr}$  no ponto *A*, cujas coordenadas são "(e<sub>cr</sub>,  $\phi'_{\rm cr}$ )". Este índice de vazios (e<sub>cr</sub>) é definido como índice de vazios crítico da areia, para qual o corpo de prova não apresenta variação de volume por ocasião da ruptura. O valor de e<sub>cr</sub> pode ser obtido na condição  $\psi = 0$ .



Figura 2.22 - Resultados de ensaios de cisalhamento: determinação de \$\phi'\_{cr} e e\_{cr} (Ortigão, 2007)

Ao realizar o ensaio de cisalhamento direto ou compressão triaxial para uma areia com densidade semelhante, variando-se apenas o índice de vazios inicial, observa-se que, à medida que se aumenta  $e_0$ , o valor de  $\phi'_f$  de pico tende para o valor crítico  $\phi'_{cr}$ , o que gera duas conclusões imediatas para aplicação prática:

- φ'<sub>cr</sub> pode ser interpretado como um parâmetro do material, pois é independente do estado, ou seja, da compacidade;
- $\phi'_{cr}$  é um valor conservador e, adotando-o em projetos, fica-se a favor da segurança.

# 2.3.6 INFLUÊNCIA DO NÍVEL DE TENSÕES

A influência do nível de tensões confinantes é aqui abordada utilizando os dados de Lee (1965), publicados também por Holtz e Kovacs (1981) e referentes a ensaios triaxiais CD em areias compactas e fofas, em que se variou a tensão confinante  $\sigma'_c$  de valores baixos (100 kPa) a muito altos (13,7 MPa) e se normalizaram as curvas de tensão-deformação dividindo o valor de  $\sigma'_1$ por  $\sigma'_3$ .

Os resultados obtidos para areias densas (Figura 2.23) mostram que, sob tensões confinantes baixas, as amostras apresentam um pico de resistência e dilatância durante o cisalhamento, que vai diminuindo até desaparecer totalmente, à medida que as tensões confinantes aumentam. A inclinação inicial da curva de tensão-deformação apresenta elevada redução com o aumento da tensão confinante. Esta inclinação representa o módulo de Young normalizado pela tensão confinante ( $E/s_3$ ). Sabe-se que o módulo de areias também cresce com o confinamento, seguindo uma relação proporcional a  $s_3^k$ . O fato de a inclinação diminuir implica que o módulo cresce a uma taxa menor que  $s_3$ , ou seja, que a potência *k* é menor que a unidade. A variação de volume da amostra também sofre uma enorme influência do aumento da tensão confinante, passando de dilatante, sob baixas pressões, a contração volumétrica, sob pressões confinantes muito altas.

O comportamento das areias fofas (Figura 2.24) também é bastante influenciado pelo aumento das tensões confinantes, que provoca alterações na curva de tensão-deformação, com o aumento da deformação correspondente à ruptura, bem como na curva de deformações volumétricas, com significativa compressão durante o cisalhamento.



Figura 2.23 – Resultados de ensaios triaxiais referentes a areias densas (Ortigão, 2007)



Figura 2.24 - Resultados de ensaios triaxiais referentes a areias fofas (Ortigão, 2007)

A variação do ângulo de atrito com a pressão confinante é tanto mais sensível quanto mais compacta estiver a areia e quanto menos resistentes forem os grãos. De fato, análises granulométricas realizadas antes e após os ensaios triaxiais demonstram que as pressões muito elevadas são responsáveis pela quebra de grãos, vindo daí as deformações volumétricas (Ortigão, 2007).

### 2.3.7 NÃO-LINEARIDADE DA ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA

Na apresentação da resistência das areias sob pressões confinantes diferentes, afirmou-se que a máxima tensão desviadora é proporcional à tensão confinante de ensaio. Disto resultaria que a envoltória aos círculos representativos do estado de tensões na ruptura seria uma reta passando pela origem. Tal afirmativa é uma aproximação, geralmente empregada na prática. A Figura 2.25 mostra que a envoltória de ruptura de pico pode ser curva principalmente para baixos níveis de tensões, resultando em maiores valores de ângulos de atrito medidos individualmente pelas tangentes a cada círculo de Mohr. Nos materiais granulares, o fenômeno da não-linearidade pode ser resultante de algum tipo de cimentação entre grãos (que pode ser destruída à medida que as tensões aumentam), da variação na compacidade do material e da quebra de grãos com o aumento da tensão confinante. A adoção de um critério de ruptura linear, como o de Morhr-Coulomb, muitas vezes resulta em um intercepto coesivo irreal em solos não coesivos. Este intercepto deve ser interpretado apenas com um fator matemático para potencializar o ajuste linear dentro da faixa de tensões de interesse.



Figura 2.25 - Variação do ângulo de atrito interno com a tensão confinante (Pinto, 2006)

# 3 ÂNGULO DE REPOUSO

Ângulo de repouso é o ângulo de atrito de um material submetido a um esforço praticamente igual a zero, ou seja, sem confinamento (Guzmán, 2008). Uma "pilha" (Figura 3.1) qualquer de material está em equilíbrio quando os grãos menos estáveis na superfície também estão, então o ângulo de repouso é determinado pelos grãos menos estáveis da amostra.



Figura 3.1 – Determinação do ângulo de repouso (Guzmán, 2008)

De acordo com Taylor (1962), o procedimento mais antigo conhecido para se determinar o ângulo de atrito de um solo granular em estado seco é medindo o ângulo de repouso de uma amostra deste solo. O mesmo autor também cita algumas observações para se obter o ângulo de atrito por meio do ângulo de repouso:

- A superfície de uma pilha de areia possivelmente estará em um estado mais solto do que em seu interior, então o ângulo de atrito na região da superfície, onde o ângulo de repouso é medido, tenderá a ser menor que o de toda a amostra;
- O ângulo de repouso não inclui os esforços devido ao entrosamento entre os grãos;
- Raramente as areias estão em estado completamente seco, portanto possuem alguma coesão. Esta pequena coesão pode ser desprezível para a resistência ao cisalhamento, porém, na construção da pilha, pode levar a um ângulo de repouso maior.

Com isso, pode-se considerar o ângulo de repouso como uma aproximação do ângulo de atrito de um material. Em solos sem coesão, o ângulo de repouso geralmente é menor que o ângulo de atrito (Guzmán, 2008).

## 3.1 HISTÓRICO DE INFORMAÇÕES SOBRE O ÂNGULO DE REPOUSO

A seguir, há um resumo das informações existentes sobre o ângulo de repouso em ordem cronológica, mostrando os métodos de determinação adotados e as conclusões de cada processo.

A resumo a ser apresentado é uma síntese do feito por Guzmán (2008), sendo acrescentadas as conclusões obtidas pela própria autora em sua dissertação de mestrado e o trabalho desenvolvido por Miura *et al.* (1997).

#### 3.1.1 TRAIN (1958)

Train (1958) realizou experimentos para determinar o ângulo de repouso de materiais pulverulentos. Estes materiais apresentam resistência no movimento entre partículas quando submetidos a forças externas, comportamento similar ao de solos granulares, devido ao atrito entre as partículas.

O autor apresentou quatro métodos (Figura 3.2) para determinar o ângulo de repouso:

 Método I: utiliza-se um funil para formar uma pilha, mantendo-o a uma altura constante (H), e o material deve ser vertido cuidadosamente dentro do funil para que a pilha fique perfeitamente cônica. A pilha é construída até que toque no orifício de saída do funil. Mede-se o diâmetro da base da pilha (2R) e calcula-se o ângulo de repouso:

$$\varphi_{\rm rep} = \arctan \left( {\rm H/R} \right) \tag{3.1}$$

- Método II: utiliza-se um funil para formar a pilha. Deve-se levantar o funil lentamente a partir do centro de uma base circular de qualquer diâmetro. Quando a superfície da base for completamente preenchida, mede-se a altura e calcula-se o ângulo de repouso de modo similar ao método I.
- Método III: utiliza-se uma caixa retangular cheia do material, levanta-se esta levemente, com uma das quinas da base apoiada, até que o material comece a deslizar. O ângulo entre a superfície horizontal e a caixa é o ângulo de repouso.
- Método IV: utiliza-se um cilindro, enche-o até a metade com o material e feche-o. Girase o cilindro numa superfície plana até que o material alcance uma forma plana. O ângulo entre este plano e a superfície horizontal é o ângulo de repouso.



Figura 3.2 – Métodos de Train para determinar o ângulo de repouso (Guzmán, 2008)

Os resultados obtidos por cada método foram comparados e concluiu-se que os métodos influenciam na determinação do ângulo de repouso. Também concluiu-se que o ângulo de repouso diminui com o aumento do tamanho da pilha, ou seja, diminui à medida que a quantidade de material aumenta.

#### 3.1.2 PINPEL (1966)

Pinpel (1966) define o ângulo de repouso como o ângulo de inclinação de uma pilha de material pulverulento quando este começa a deslizar sobre si mesmo.

Para medir o ângulo de repouso, utilizou-se um cilindro aberto no fundo, com 7,62 cm de altura e 5,08 cm de diâmetro aproximadamente. Sobre uma superfície horizontal, encheu-se o cilindro com o material e o levantou lentamente, formando uma pilha cônica de raio r e hipotenusa h. Calculou-se o ângulo de repouso com a seguinte fórmula:

$$\varphi_{\rm rep} = \arccos(r/h) \tag{3.2}$$

O autor denominou este ângulo como sendo o ângulo de repouso estático do material.

### 3.1.3 KALMAN ET AL. (1993)

Kalman et al. (1993) analisaram a influência dos seguintes fatores no valor do ângulo de repouso: rugosidade da base, quantidade de material, tamanho das partículas, distribuição do tamanho das partículas e efeitos dinâmicos. Fatores como a rugosidade das partículas, velocidade e altura de queda do material, que também interferem no valor do ângulo de repouso, não foram analisados.

Foram apresentados os seguintes métodos (Figura 3.3):

- Método da injeção: o ângulo de repouso pode ser determinado de duas formas, mantendo a altura da pilha constante ou o diâmetro da base constante. É semelhante aos métodos I e II desenvolvidos por Train (1958), explicados anteriormente.
- Método da descarga.
- Método da inclinação: é semelhante aos métodos III e IV desenvolvidos por Train (1958), explicados anteriormente.

Utilizou-se o método da injeção para determinar a influência dos fatores a serem analisados. Durante a realização dos ensaios, observou-se três mecanismos fundamentais que ditam o comportamento no processo de formação das pilhas: as partículas que rolam pela superfície da pilha, as partículas que deslizam pela base da pilha e as partículas que deslizam e rolam no interior da pilha para preencher os vazios.



Figura 3.3 - Métodos de Kalman et. al. para determinar o ângulo de repouso (Guzmán, 2008)

Para analisar a influência da rugosidade da base, fez-se pilhas sobre dois tipos de superfície, uma com coeficiente de atrito baixo (vidro) e outra com coeficiente de atrito alto (vidro coberto com cola). Observou-se que nas pilhas feitas sobre o vidro, as partículas deslizaram sobre a base, e nas feitas sobre o vidro com cola, as partículas rolaram pela superfície da pilha. Concluiu-se que o ângulo de repouso varia cerca de 5° de acordo com a rugosidade da base. Foram feitas pilhas variando a quantidade de material e viu-se que, para alguns métodos, o ângulo de repouso diminui com o aumento da quantidade de material, até que um valor constante seja alcançado.

A influência do tamanho das partículas no ângulo de repouso é maior para pilhas feitas sobre superfícies com baixa rugosidade, variando cerca de 3°.

### 3.1.4 ATKINSON (1993)

Atkinson considerou que o ângulo de repouso de um talude inclinado é igual ao ângulo de atrito crítico e apresentou três maneiras de determiná-lo:

- Utilizando um cilindro horizontal;
- Construindo uma pilha de material, em estado seco;
- Construindo uma pilha de material, em estado submerso.

O método do material submerso consiste em verter o material em um recipiente cheio de água, drenar toda a água do recipiente e medir o ângulo da pilha após a drenagem.

### 3.1.5 MIURA, MAEDA & TOKI (1997)

Neste trabalho, os autores investigaram os mecanismos e fatores que influenciam no ângulo de repouso de areias e desenvolveram um método para medi-lo.

Ao formar uma pilha cônica de areia seca, um deslizamento ou colapso intermitente pode ser observado na superfície, conforme dito por Lambe & Whitman (1979). Como resultado, o deslizamento intermitente, mas não contínuo, da superfície forma uma pilha cônica que consiste em muitas camadas finas (Figura 3.4). De acordo com Ueno *et al.* (1994), a espessura de cada camada é equivalente a aproximadamente 10 vezes o diâmetro da partícula (Miura *et al.*, 1997).



Figura 3.4 - Mecanismo de formação de uma pilha de areia (Miura, Maeda & Toki, 1997)

O deslizamento da camada pode ser explicado através da análise de estabilidade para uma inclinação ilimitada (Figura 3.5). O ângulo de repouso é considerado igual ao ângulo de atrito interno mobilizado na camada. Então, consequentemente, pode se afirmar que o ângulo de repouso para areias é equivalente ao ângulo de atrito interno mobilizado por uma fina camada deslizante na superfície, submetida a uma tensão confinante quase nula (Miura, Maeda & Toki, 1997).



Figura 3.5 – Análise de estabilidade da camada deslizante (Miura, Maeda & Toki, 1997)

Realizando um ensaio de funil simples para determinar o ângulo de repouso, os autores analisaram a influência dos seguintes fatores no valor deste: quantidade de material (massa), rugosidade da base da pilha e velocidade de levantamento do funil. A fim de eliminar a influência destes fatores, foi desenvolvido um método para determinar o ângulo de repouso, descrito a seguir.

Fez-se um pedestal com uma depressão e um anel com diâmetro interno de valor próximo ao diâmetro do pedestal, sobre os quais será formada a pilha cônica de areia. A formação da pilha de areia deve seguir o seguinte processo (Figura 3.6):

- Posicione o pedestal e o anel com um suporte, de modo que a superfície do anel fique nivelada com a borda do pedestal;
- Forme a pilha sobre o pedestal e o anel, utilizando quantidade de material suficiente para cobrir toda a superfície de ambos. O material deve ser vertido utilizando um funil e a altura de queda deve ser zero (o funil deve manter contato com o topo da pilha durante o levantamento);
- Baixe o anel, retirando lentamente o suporte;

 Meça a altura da pilha e, com o valor do diâmetro do pedestal, calcule o ângulo de repouso.

O rebaixamento do anel provoca um cisalhamento a tensão confinante quase nula, sendo este procedimento necessário para eliminar a influência de vibrações e outros fatores inerentes ao processo de levantamento do funil. O fato de a pilha ser formada sobre uma depressão faz com que o próprio material seja a superfície da base da pilha, o que elimina a influência da rugosidade da base. Porém os autores não analisaram a influência da rugosidade da superfície do anel, que tem relação direta com a espessura da camada deslizante e, consequentemente, com o valor do ângulo de repouso.



Figura 3.6 – Método proposto para determinar o ângulo de repouso (Miura et al., 1997)

A influência da quantidade de material no valor do ângulo de repouso foi analisada por meio da variação do diâmetro do pedestal. Conforme aumentou-se o diâmetro, e a quantidade de material consequentemente, o ângulo de repouso diminuiu, podendo esta redução ser atribuída ao aumento da tensão vertical na base do prato. Para quantificar a variante relacionada a quantidade de material, os autores determinaram um parâmetro que relaciona o ângulo de atrito de repouso ao tamanho do diâmetro da base. Este parâmetro deve ser determinado para cada tipo de areia.

#### **3.1.6** ASTM (1999)

A Sociedade Americana para ensaios e materiais (ASTM) publicou, em 1999, a Norma D 6393-99, onde foram estabelecidos procedimentos e equipamentos para medir algumas propriedades do solo, entre elas o chamado ângulo "Carr" de repouso.

O procedimento do ensaio para medir o ângulo de repouso é praticamente uma combinação dos métodos I e II desenvolvidos por TRAIN (1958), mantendo a altura do funil e o diâmetro da base constantes.

### 3.1.7 HERLE & GUDEHUS (1999)

Herle & Gudehus (1999) fizeram uma estimativa simples do ângulo de atrito crítico através do ângulo de repouso, para materiais granulares secos.

O ângulo de repouso foi determinado pela inclinação de uma pilha, porém os autores recomendaram que se faça uma pequena escavação no pé do talude a fim de anular qualquer influência gerada no processo de construção da pilha.

Os autores apresentaram as seguintes análises:

- Durante a formação da pilha, os grãos grandes tendem a superar esforços mais elevados. Isto pode explicar o aumento do ângulo de repouso com o aumento do tamanho dos grãos.
- Para amostras com diâmetro d<sub>50</sub> < 0,2 mm, um aumento pequeno do ângulo de repouso deve-se possivelmente a presença de água nos capilares da amostra.
- Grãos mais angulares geram maior ângulo de repouso.

Com o decréscimo do tamanho dos grãos, a influência de fenômenos físico-químicos na interação entre os grãos cresce. O valor do ângulo de repouso torna-se pouco realista quando a porcentagem de grãos com diâmetro d < 0,1 mm é alta.

### 3.1.8 GRASSELLI & HERRMANN (1999)

Grasselli e Herrmann (1999) fizeram investigações experimentais sobre o ângulo de repouso utilizando caixas bidimensionais, chamadas de caixas Hele Shaw (Figura 3.7). Conseguiram definir três regiões distintas na superfície da pilha: uma região arredondada no topo, devido ao impacto das partículas; uma região linear central, onde mede-se o ângulo de repouso; e outra

região arredondada na base, com curvatura oposta à do topo. Destas, a mais estudada foi a região linear central, com a intenção de relacionar diretamente o ângulo de repouso com as propriedades microscópicas das partículas (tamanho, coeficiente de atrito e coeficiente de restituição).



Figura 3.7 - Caixa Hele Shaw (University of Minnesota, 2013)

O problema abordado pelos autores foi a influência da energia inicial e do fluxo de partículas na forma da pilha de material granular. Como material, utilizou-se grãos de vidro e areia.

Os experimentos foram realizados em uma caixa vertical de 20 x 30 cm e espessura de 5 mm, de forma que esta espessura fosse, no mínimo, 20 vezes maior que o diâmetro dos grãos, fazendo com que a parede da caixa não influenciasse no ângulo de repouso.

Nos ensaios, variou-se o comprimento longitudinal da caixa, a energia inicial das partículas e o fluxo de partículas. A energia inicial foi controlada variando a altura de queda do material e o fluxo variando o diâmetro de saída do funil. O ângulo de repouso foi medido através de análises de imagens fotográficas das pilhas.

Os autores observaram que o aumento da energia inicial e do fluxo geram uma superfície mais longa na região arredondada na base, aumentando-a. A região do topo independe destes dois fatores. Já a região linear depende dos três fatores analisados.

Nos ensaios com esferas de vidro, viu-se que o ângulo de repouso decresce com o aumento da energia inicial, mas em pilhas muito grandes pode não depender desta. O ângulo de repouso também decresce com o aumento do fluxo de partículas. Para diâmetros de saída do funil elevados, não era possível identificar claramente a região linear.

Foram feitos os mesmos ensaios utilizando areia e os resultados foram similares, porém a taxa de decrescimento do ângulo de repouso foi menor. Isto deve-se ao baixo coeficiente de restituição dos grãos de areia em relação as esferas de vidro.

Com este trabalho, concluiu-se que o ângulo de repouso decresce com o aumento da energia inicial e do fluxo de partículas.

#### 3.1.9 HERRMANN ET AL. (2000)

Herrmann *et al.* (2000) analisaram a forma do topo de uma pilha de material granular, dando enfoque para o efeito da energia de impacto entre as partículas. Com os resultados, foi proposto um modelo continuo simples para descrever as propriedades de estado dos grãos que fluem no topo da pilha, gerando uma expressão explícita para descrever o perfil da pilha.

### 3.1.10 SANTAMARINA & CHO (2001)

Santamarina & Cho (2001) elaboraram um procedimento simples para determinar parâmetros de estado crítico em solos granulares, com destaque para o ângulo de atrito crítico.

O método estabelecido para determinar o ângulo de repouso foi o seguinte: Coloque a amostra de solo em um cilindro graduado (1000 mL) cheio de água, incline o cilindro a mais de 60°, retorne-o para a posição vertical e meça o ângulo de repouso na metade da superfície.





A medida do ângulo de atrito em estado submerso é recomendada a fim de anular o efeito das forças de capilaridade entre as partículas.

Os resultados foram comparados com os gerados por ensaios triaxiais convencionais e houve boa proximidade entre eles.

#### 3.1.11 DODDS (2003)

Em sua dissertação de mestrado, Dodds (2003) fez uma análise dos diferentes métodos para determinar o ângulo de repouso e comparou os resultados obtidos com o ângulo de atrito crítico. Assim ele procurou o melhor método para determinar o ângulo de repouso.

A forma do ângulo de repouso varia de acordo com o método utilizado, podendo ser plana, côncava ou convexa. O ângulo convexo é criado pela queda de partículas sobre uma superfície plana e o ângulo côncavo é criado pela remoção de material localizado no centro da base da pilha. O ângulo de repouso plano é criado pela inclinação de uma caixa Hele Shaw a mais de 45°, colocando-a lentamente na posição vertical depois.

Há duas possíveis fontes de erro no procedimento da caixa Hele Shaw. De acordo com o tamanho das partículas, o material pode segregar-se e há variabilidade significativa no ângulo medido, já que a estabilidade do material só é alcançada após duas ou três rotações (Herrmann, 1998).

Dodds (2003) optou por utilizar o procedimento desenvolvido por Santamarina & Cho (2001), então a caixa Hele Shaw foi substituída por um cilindro graduado.

O ângulo de repouso plano foi determinado para 34 tipos de areia. Os resultados foram comparados com os de ensaios para ângulos convexos e côncavos realizados por Narsilio (2003) e com ângulos de atrito críticos determinados por ensaios triaxiais divulgados por Cho (2001).

Os ângulos com maior valor foram os medidos de forma côncava, seguidos pelos medidos de forma plana, convexa e por ensaios triaxiais. Os ensaios de ângulo de repouso foram realizados nas mesmas condições e materiais. Já os ensaios triaxiais foram realizados com materiais de nomenclatura similar, porém as propriedades podem não ter sido semelhantes.

A diferença do ângulo de repouso entre as superfícies plana e convexa deve-se provavelmente a variação do número e direção de contatos entre as partículas.

#### 3.1.12 CHIK & VALLEJO (2005)

Chik & Vallejo (2005) afirmam que o ângulo de atrito de um material granular solto pode ser medido através do ângulo de repouso, semelhante ao que foi dito por Taylor (1958). O ângulo

de repouso é uma propriedade única do material e é determinado por meio da construção de uma pilha de grãos secos que fluem livremente.

Os autores realizaram uma série de ensaios com base na Norma ASTM C1444-00 e perceberam que esta norma não considera a influência da rugosidade da base. Esta norma foi cancelada em dezembro de 2005 devido seu uso limitado para a indústria.

Fizeram um trabalho a fim de observar a influência da rugosidade da base no ângulo de repouso, realizando diferentes ensaios em dois tipos de superfície: base rugosa (pedra porosa) e base lisa (vidro).

Se o material da superfície sobre a qual se faz a pilha não é rugoso, a base desta se estenderá por uma área muito grande, então o atrito da base pode sim influenciar no ângulo de repouso.

Supondo que uma pilha de solo granular é construída formando um cone perfeito, parte do talude (região do pé) atua como uma cunha triangular. Nesta condição, supõe-se que a falha do sistema acontecerá devido ao deslizamento da cunha, causado pela pressão lateral ativa exercida pelo restante da pilha. Para a cunha que atua como um muro de contenção, a resistência ao deslizamento depende do equilíbrio de forças advindas do peso da pilha e do coeficiente de atrito da base.

Com isso, os autores fizeram uma análise de deslizamento por cunha a partir do empuxo ativo de Rankine e da teoria de atrito de Coulomb e deduziram uma equação que correlaciona o ângulo de atrito com a base com o ângulo de repouso e o ângulo de atrito do material.

Os ensaios foram feitos com materiais granulares de diferentes tamanhos, com os dois tipos de base já mencionados. Com os resultados, concluiu-se que a rugosidade tem maior influência no ângulo de repouso para amostras com partículas de maior tamanho. Quando a porcentagem de finos é maior ou igual a 70 %, a rugosidade da base não possui influência.

De acordo com os resultados dos ensaios para cada superfície, os autores fizeram as seguintes análises:

 Na base de vidro (lisa), as partículas menores possuem maior ângulo de repouso. Isto ocorre devido a maior área de contato entre as partículas e a base. Este contato faz com que haja maior resistência ao deslizamento e, portanto, um aumento gradual no ângulo de repouso.  Na base rugosa, as partículas maiores possuem maior ângulo de repouso devido ao intertravamento entre as partículas e a base. Se a amostra possui partículas finas, estas preenchem as depressões presentes na base rugosa, permitindo que as partículas movam-se com maior facilidade pela interface, o que reduz o atrito da base e, consequentemente, o ângulo de repouso.

Os autores também fizeram ensaios de cisalhamento direto com o intuito de determinar o ângulo de atrito para diferentes porcentagens de finos na amostra de solo. Pelos resultados, concluíram que o tamanho das partículas influência no ângulo de atrito, sendo que para partículas de menor diâmetro, o ângulo de atrito também é menor.

## 3.1.13 GUZMÁN (2008)

Em sua dissertação de mestrado, Guzmán (2008) fez uma comparação do ângulo de atrito crítico com o ângulo de repouso, analisando se, apesar de todos os fatores que influem na determinação no ângulo de repouso, é correto afirmar que este é equivalente ao ângulo de atrito crítico. Também demonstrou como se deve realizar um ensaio para que tal simplificação seja válida.

A autora analisou os seguintes fatores que influenciam no resultado do ângulo de repouso:

- Método de ensaio;
- Variação da quantidade de material (massa), para cada método de ensaio;
- Velocidade de saída do material (método do funil);
- Tamanho do funil;
- Tamanho e distribuição das partículas (método do funil);
- Forma das partículas (método do funil);
- Umidade (método do cilindro "Santamarina").

Os métodos de ensaio analisados foram: Funil, Cilindro "Santamarina", Cilindro "Train", Cilindro aberto. Variou-se a massa desde 250 g a 2000 g para cada método de ensaio, menos para o método do Cilindro aberto, que possui uma quantidade de massa fixa.

Nesta etapa, conclui-se que a influência da quantidade de material no ângulo de repouso é diferente para cada método. No Cilindro "Train", a massa não influencia no ângulo de repouso. No método do funil, o ângulo de repouso decresce com o aumento de massa (variação de 1,9°). Já no Cilindro "Santamarina", o ângulo de repouso tende a crescer com o aumento de massa e

a quantidade de material apresentou maior influência (3,2°). A autora propôs que o método do Cilindro "Santamarina" deve ser estudado para que uma relação entre quantidade de material, tamanho das partículas e diâmetro do cilindro seja estabelecida.

Nas análises que envolvem apenas o método do Funil, conclui-se que:

- Quanto maior a velocidade com que se levanta o funil, menor é o ângulo de repouso;
- O diâmetro de saída do funil não influência no ângulo de atrito, desde que o diâmetro de saída do funil seja maior ou igual a cinco vezes o diâmetro da partícula (D<sub>embudo</sub> ≥ 5d<sub>particula</sub>);
- O ângulo de repouso decresce com a diminuição do tamanho das partículas.

Para analisar a influência da umidade do material no ângulo de repouso, utilizou-se o método do Cilindro "Santamarina". Fez-se medidas com o material seco e submergido e concluiu-se que o ângulo de repouso não varia com a saturação do material.

A autora desenvolveu um equipamento para determinar o ângulo de repouso, tendo como base a norma DIN 18126 (1996) e partindo do princípio de que o material deve ficar no estado mais solto possível para determinar o ângulo de repouso.



Figura 3.9 – Equipamento utilizado por Guzmán (2008) para determinar o ângulo de repouso

Com os resultados do ângulo de repouso, utilizando diferentes métodos e analisando diversas variáveis, e do ângulo de atrito crítico, determinado por ensaios triaxiais, a autora concluiu que para se utilizar a simplificação de que o ângulo de repouso e o ângulo de atrito crítico são equivalentes, deve-se garantir as seguintes condições na determinação do ângulo de repouso:

- Utilizar no ensaio uma quantidade de material  $\geq$  1000 g;
- Construir a pilha levantando lentamente o funil e mantendo-o sempre em contato com o topo da pilha;
- Tomar uma amostra representativa do material (todos os tamanhos);
- Construir a pilha sobre uma superfície rugosa.

## **4 METODOLOGIA E MATERIAIS**

Com o intuito de alcançar o objetivo proposto neste projeto, foram estabelecidas cinco etapas de trabalho: Revisão Bibliográfica, Ensaios de caracterização, Ensaios simples de ângulo de repouso, Ensaios de cisalhamento direto, Conclusões com base nos resultados obtidos. Na Figura 4.1, está apresentado um diagrama que indica a ordem cronológica das etapas e o produto a ser obtido em cada etapa de trabalho.



Figura 4.1 – Diagrama: ordem cronológica das etapas do projeto e produtos a serem obtidos ao final de cada etapa

A seguir, serão apresentados o material de estudo e a metodologia de cada etapa de trabalho.

### 4.1 MATERIAL UTILIZADO

Neste projeto escolheu-se utilizar um material granular padronizado, que representasse o comportamento típico dos solos granulares. O material escolhido foi as **Esferas de Vidro Potters** (ver Figura 4.2), um material utilizado largamente na indústria e com diversas aplicações.



Figura 4.2 – Material estudo: Esferas de Vidro Potters

A razão da escolha deste material é que a forma das partículas é conhecida. Presume-se que todas são quase perfeitamente esféricas (S $\approx$ 1) e arredondadas (R $\approx$ 1). Por ser um produto feito em larga escala industrial, existem partículas defeituosas e não se pode garantir uma esfericidade perfeita das partículas, mas como os ensaios serão feitos com amostras de partículas e não com partículas individuais, é aceitável a premissa de que a forma das partículas é esférica.

Como já foi mostrado, a forma dos grãos é um dos fatores que influenciam no ângulo de atrito. A importância de se ter definida a forma dos grãos deve-se ao fato de que pode-se analisar de modo mais conciso a influência das outras variáveis determinantes no valor do ângulo de repouso. A definição da forma dos grãos também é fundamental para a realização de ensaios numéricos.

A Tabela 4.1 mostra algumas das propriedades do material, com dados fornecidos pelo fabricante.

1,5					
2,5					
1,50 - 1,52					
14000 - 36000					
5 - 6					
515					
0,9 - 1,0					
Propriedades químicas					
Vidro tipo soda-cal					
Nenhuma					

Tabela 4.1 – Propriedades das Esferas de Vidro Potters (dados fornecidos pelo fabricante)

**Propriedades físicas** 

Existem comercialmente Esferas de Vidro Potters de vários diâmetros. De acordo com a disponibilidade de tipos de esferas no laboratório na data deste projeto e com a faixa de diâmetro de cada tipo (as esferas devem ter diâmetro característico de solos granulares), existem seis tipos de esferas utilizáveis, mostradas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Tipos de esferas utilizáveis (dados fornecidos pelo fabricante)

Tipo	Peneira ASTM	Faixa de diâmetros (mm)	Esfericidade mínima (%)
A-205	8 - 12	2,3 – 1,7	80
A-170	10 - 14	2,0-1,4	80
A-120	14 - 18	1,4 – 1,0	80
A-090	18 - 20	1,0-0,8	80
A-072	20 - 30	0,85 - 0,60	80
AA	30-70	0,600 - 0,212	70

É importante ressaltar que para as classes com diâmetro mínimo característico acima de 0,6 mm o fabricante garante uma esfericidade e arredondamento mais "perfeito" para as partículas de menor diâmetro.

## 4.2 ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO

Para se realizar uma análise concisa de um determinado material, deve-se conhecer as características fundamentais deste. No caso dos solos, há diversos ensaios de laboratório que permitem descrever tais características.

No caso das esferas de vidro (material granular), deseja-se saber as seguintes características: granulometria, peso específico dos grãos, índice de vazios e umidade. A seguir estão os ensaios realizados para determinar tais características.

### 4.2.1 ENSAIO DE GRANULOMETRIA

O primeiro ensaio realizado foi o de granulometria, pois a partir dos resultados deste ensaio é que serão definidos os tipos de amostras a serem utilizadas e analisadas nas etapas seguintes, a fim de cumprir o objetivo estabelecido nesta monografia. Outro fator determinante para realizá-lo primeiro é a determinação da faixa de diâmetros de cada tipo de esfera, verificando se está de acordo com o informado pelo fabricante.

O ensaio foi realizado de acordo com a NBR 7181:1984. Foram selecionados cerca de 2 kg de cada tipo de Esferas de Vidro, sendo colocado cerca 1 kg por vez para o processo de peneiramento devido há limitações de tamanho das peneiras e do próprio agitador mecânico. O tempo de peneiramento para cada amostra foi de aproximadamente 30 minutos, tempo recomendado por Zuluaga (2016).

A Figura 4.3 mostra o armazenamento dos materiais, colocados em sacos lacrados com fita para evitar contaminações e umidade significativa nas amostras.



Figura 4.3 – Local de armazenamento das Esferas de Vidro

As peneiras utilizadas nos ensaios de granulometria estão na Tabela 4.3. Observa-se que as peneiras padrões Nº 60 e Nº 80 não foram utilizadas, pois estas não estavam disponíveis no laboratório no período de realização dos ensaios.

Nº (ASTM)	Abertura (mm)
7	2,800
8	2,360
10	2,000
12	1,700
14	1,400
16	1,180
18	1,000
20	0,850
25	0,710
30	0,600
35	0,500
40	0,425
45	0,355
50	0,300
70	0,212
100	0,150
120	0,125
140	0,106
170	0,090
200	0,075

Tabela 4.3 – Peneiras utilizadas nos ensaios de granulometria

A partir dos resultados de granulometria para cada tipo de Esferas de Vidro, serão selecionadas ou produzidas, através de combinações, quatro tipos de amostras:

- Amostra 1: granulometria uniforme com partículas de grande diâmetro ( $D_{50} \ge 1,4$  mm);
- Amostra 2: granulometria uniforme com partículas de pequeno diâmetro (D<sub>50</sub> ≤ 0,8 mm);
- Amostra 3: granulometria uniforme com partículas de médio diâmetro (0,8 < D<sub>50</sub> < 1,4 mm);</li>
- Amostra 4: granulometria bem-graduada (Cu > 3 e 1 < Cv < 3) com partículas de diversos tamanhos e com D<sub>50</sub> aproximadamente igual ao D<sub>50</sub> da amostra 3.

O intuito de trabalhar com estes quatro tipos de amostra é observar a influência do tamanho dos grãos e da granulometria nos resultados a serem obtidos.

# 4.2.2 ENSAIO DE MASSA ESPECÍFICA DOS GRÃOS

O ensaio de massa específica dos grãos (Gs) procedeu-se de acordo com a NBR 6508:1984. Esta norma foi cancelada pela ABNT em setembro de 2014, mas apesar disso optou-se pela utilização da mesma pelas seguintes razões:

- A justificativa apresentada pela ABNT para o cancelamento desta norma foi de que esta não é mais utilizada pelo setor, apesar de sua ampla utilização no meio acadêmico. Não foram apresentados problemas ou justificativas de ordem técnica;
- Até o presente momento, não foi apresentada outra norma certificada pela ABNT com objetivo semelhante ao da NBR 6508:1984;
- O método de ensaio apresentado por esta norma é de simples execução e os equipamentos necessários para o ensaio são comumente encontrados em laboratórios de Mecânica dos Solos.

Considerando que as Esferas de Vidro, independentemente do tamanho das partículas, são compostas pelo mesmo material (condição garantida pelo fabricante), jugou não ser necessário submeter todos os tipos de amostras ao ensaio de massa específica dos grãos. Apesar da adoção de tal premissa, optou-se por realizar o ensaio utilizando apenas a amostra bem graduada, visando a obtenção de um valor representativo para todos os tipos de esferas utilizados. A Figura 4.4 apresenta a amostra bem graduada submersa dentro do picnômetro durante o ensaio.



Figura 4.4 – Picnômetro com aguá e amostra bem graduada

# 4.2.3 ENSAIO DE ÍNDICE DE VAZIOS MÁXIMO E MÍNIMO

Os ensaios de índice de vazios máximo ( $e_{max}$ ) e de índice de vazios mínimo ( $e_{min}$ ) foram realizados de acordo com a NBR 12004:1990 e NBR 12051:1991, respectivamente. Ambas as normas foram canceladas pela ABNT em julho de 2015. Ainda sim optou-se pela utilização destas pelas seguintes razões:

- A justificativa apresentada pela ABNT para o cancelamento destas normas foi de que ambas não são mais utilizadas pelo setor, apesar da ampla utilização destas no meio acadêmico. Não foram apresentados problemas ou justificativas de ordem técnica;
- Até o presente momento, não foi apresentada outra norma certificada pela ABNT com objetivo semelhante ao destas normas;
- As normas NBR 12004:1990 e NBR 12051:1991 são muito semelhantes às normas americanas ASTM D4253-16 e ASTM D4254, respectivamente, sendo que as normas americanas ainda estão em vigor. A única razão para ter se utilizado as normas brasileiras ao invés das americanas é o fato que as dimensões dos equipamentos disponíveis para a realização dos ensaios seguem o padrão métrico de medida.

Foram realizados primeiramente 4 ensaios ( $e_{max} e e_{min}$ ) para cada tipo de amostra, sendo que para algumas amostras foi necessário realizar um número maior de repetições para a validação dos resultados. O tempo de submissão à vibração estipulado para todas as amostras foi de 8 minutos (tempo máximo estipulado pela NBR 12051:1991). Para determinar a variação de volume após o procedimento de compactação na mesa vibratória, fez-se três medidas da variação de altura da amostra utilizando um paquímetro universal e buscou-se realizar as medidas na mesma região do cilindro para todos os ensaios, tomando as roscas na base do cilindro como referência.

Na Tabela 4.4 estão as propriedades do cilindro utilizado nos ensaios.

Dados do cilindro			
Altura (cm)	15,56		
Área da base (cm <sup>2</sup> )	181,36		
Volume (cm <sup>3</sup> )	2822		
Massa (g)	3704		

Tabela 4.4 -	– Propriedades	do cilindro	o utilizado no	ensaio o	de índice	de vazios
--------------	----------------	-------------	----------------	----------	-----------	-----------

A Figura 4.5 – Procedimentos dos ensaios de índice de vazios máximo e mínimo apresenta respectivamente os seguintes procedimentos realizados nos ensaios de índices de vazios: deposição da amostra com o funil, de modo que o material fique na condição mais fofa possível; nivelamento da superfície, retira-se o excesso de material antes de medir a massa do conjunto esferas e cilindro; compactação na mesa vibratória, processo no qual cada amostra foi submetida por 8 minutos, após este procedimento mede-se a variação de volume.



Figura 4.5 - Procedimentos dos ensaios de índice de vazios máximo e mínimo

# 4.2.4 VERIFICAÇÃO DO TEOR DE UMIDADE

Determinou-se o teor de umidade para a amostra bem graduada no ensaio de massa específica dos grãos e antes do ensaio de índice de vazios. Também determinou-se o teor de umidade para a amostra uniforme com partículas de pequeno diâmetro antes do ensaio de índice de vazios.

Foram separadas amostras com cerca de 60 g. Estas permaneceram na estufa por 24 horas e mediu-se a massa novamente.

O valor do teor de umidade ficou entre 0,01% e 0,03%, para todas as amostras. Com isso, podemos considerar desprezível o teor de umidade para as esferas de vidro.

# 4.3 ENSAIO DE ÂNGULO DE REPOUSO

O método de ensaio desenvolvido nesta monografia para determinar o ângulo de repouso foi baseado no método apresentado por Miura *et al.* (1997), sendo basicamente uma variação deste. No método a ser apresentado, buscou-se também levar em conta as premissas e conclusões apresentadas por Guzmán (2008).

O processo manual de levantamento do funil gera muitas variações na medida do ângulo de repouso e dificulta o controle da velocidade do levantamento do funil. Tal controle é essencial para cumprir uma das premissas do ensaio: o funil deve manter-se sempre em contato com o topo da pilha

Para o processo de levantamento do funil, foi construído um equipamento (Figura 4.6) semelhante ao que fora feito por Guzmán (2008) para determinar o ângulo de repouso, baseado na norma DIN 18126 (1996). Com este equipamento tem-se um melhor controle da velocidade de levantamento do funil em relação ao levantamento manual, de modo que o funil sempre esteja em contato ou bem próximo do topo da pilha.



Figura 4.6 – Equipamento construído para o ensaio de ângulo de repouso

O pedestal, sobre o qual é feita a pilha, é constituído por um prato de alumínio fixado sobre um cilindro metálico. O anel externo é feito de papelão revestido com material acrílico (material utilizado na confecção de pastas escolares), gerando uma superfície pouco rugosa. Junto ao anel foi colocado um suporte de modo que a borda interna do anel e a borda do prato fiquem o mais próximo possível. Na Tabela 4.5 estão as medidas do prato e do anel externo.

Anel externo	Prato		
Espessura média (cm)	2,33	Diâmetro (cm)	7,47
		Altura (cm)	1,05



Figura 4.7 – Pedestal e anel externo utilizados no ensaio de ângulo de repouso

O tipo de funil utilizado foi determinado em função da amostra analisada, de modo que o diâmetro de saída do funil fosse maior ou igual a cinco vezes o diâmetro da partícula da amostra  $(D_{embudo} \ge 5d_{particula})$ . Para as amostras A-170 e Bem Graduada utilizou-se um funil com diâmetro de saída de 13,2 mm, já para as demais amostras utilizou-se um com diâmetro de saída de 8,4 mm.

Para determinar o ângulo de repouso, seguiu-se o seguinte procedimento:

- Verifica-se o nivelamento do funil e do pedestal, devendo ajustá-los caso estejam desnivelados;
- Posicione o pedestal de modo que o centro da saída do funil fique alinhado com o centro do prato;

- Coloque dois suportes sob o anel externo de modo que a superfície deste fique no mesmo nível da borda do prato;
- Desça o funil até que este encoste na superfície do prato, então coloque o material dentro do funil. Deve-se colocar uma quantidade suficiente de material a fim de que a superfície do prato e do anel externo fiquem completamente cobertas. No caso das Esferas de Vidro, utilizou-se cerca de 300 g em cada ensaio.
- Levante o funil lentamente, de modo que esteja sempre em contato com o topo da pilha. Assim que cessar o fluxo de material, verifique se a superfície do prato e do anel externo ficaram completamente cobertas e marque a altura da pilha.
- Retire os suportes simultaneamente, fazendo com que o anel externo caia e ocorra um deslizamento na superfície da pilha (ver Figura 4.8). Marque a altura da pilha e transfira cuidadosamente o material do pedestal para algum recipiente;
- Meça a altura da pilha antes e após o cisalhamento e a massa do material que ficou no pedestal.



Figura 4.8 – Ensaio de ângulo de repouso: forma da pilha antes e após a ruptura

Era desejado cumprir a premissa apresenta por Guzmán (2008) e utilizar no ensaio uma quantidade de material de no mínimo 1000 g. Porém as limitações de tamanho dos materiais e equipamentos disponíveis para realizar o ensaio não possibilitaram a utilização de quantidade de material desta magnitude.

A medida da altura da pilha antes da retirada dos suportes serve apenas como um parâmetro de controle, possibilitando verificar se o procedimento de levantamento do funil está mantendo um padrão.

A medida da altura da pilha após a retirada dos suportes, juntamente com o diâmetro do prato, é necessária para calcular o ângulo de repouso (Equação 4.1). Com a medida da massa do material que permaneceu no pedestal após a ruptura, pode-se determinar o índice de vazios da amostra, já que a massa específica dos grãos e o volume da amostra também são conhecidos.

$$\varphi_{rep} = \arctan \left( \text{Altura} / (\text{Diâmetro}/2) \right)$$
 (4.1)

### 4.4 ENSAIO DE CISALHAMENTO DIRETO

Para cada tipo de amostra, fez-se o ensaio de cisalhamento direto para as seguintes tensões normais: 1 kPa, 40 kPa, 80 kPa, 160 kPa e 320 kPa. A tensão normal de 1 kPa refere-se a condição em que a única carga normal aplicada sobre a amostra é a soma do peso próprio da placa porosa e da placa rígida de distribuição de carga. A Figura 4.9 mostra o equipamento utilizado no ensaio, nota-se que a carga normal a ser aplicada depende dos "pesos" colocados no suporte do equipamento.

A caixa bipartida utilizada possui área interna de 10000 mm<sup>2</sup> (100 cm<sup>2</sup>). As amostras foram moldadas diretamente na caixa bipartida, todas com altura de 20 mm (2 cm). A quantidade de material utilizado para cada tipo de amostra foi determinada de modo que o corpo de prova inicialmente estivesse no seu estado mais fofo.

A velocidade de cisalhamento determinada para os ensaios foi de 0,5 mm/min.



Figura 4.9 – Equipamento utilizado para o ensaio de cisalhamento direto

Durante o ensaio de cisalhamento direto, são aferidas três variáveis: a força horizontal aplicada na amostra, o deslocamento horizontal (controlado) e o deslocamento vertical da amostra.

# 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Realizados todos os ensaios, pode-se analisar os resultados, verificando se os valores estão condizentes com a teoria apresentada na etapa de revisão bibliográfica. Caso não estejam, devese identificar as possíveis fontes de erro nos procedimentos experimentais e nos parâmetros do próprio material de estudo.

# 5.1 ANÁLISE GRANULOMÉTRICA E DEFINIÇÃO DAS AMOSTRAS

Como já foi dito, a partir dos resultados do ensaio de granulometria, foram selecionados ou produzidos 4 tipos de amostras. Os resultados obtidos para os tipos de esferas disponíveis estão na Figura 5.1 e Tabela 5.1.



Figura 5.1 – Curvas Granulométricas das Esferas de Vidro Potters

	A-205	A-170	A-120	A-090	A-072	AA
<b>D</b> 60	1,87	1,87	1,13	0,93	0,76	0,50
<b>D</b> 50	1,82	1,83	1,11	0,92	0,73	0,47
<b>D</b> 30	1,69	1,75	1,06	0,88	0,67	0,39
<b>D</b> 10	1,49	1,57	1,02	0,85	0,60	0,25
Cu	1,26	1,19	1,11	1,10	1,25	1,97
Cv	1,03	1,04	0,98	0,98	0,99	1,19

Tabela 5.1 – Dados das Esferas de Vidro Potters, estimados através da curva granulométrica

\*Os diâmetros característicos foram obtidos por interpolação linear

Analisando as curvas granulométricas e os dados da Tabela 5.1, pode-se descartar a possibilidade de utilização de dois tipos de esferas de vidro: A-205 e AA.

Cerca de 30% das partículas da amostra A-205 possuem diâmetro abaixo do estabelecido pelo fornecedor e a granulometria desta é muito semelhante à da amostra A-170. Com fim de verificação, coletou-se outra amostra A-205 e fez-se novamente o ensaio de granulometria. O resultado encontrado foi semelhante, o que leva a concluir que o material A-205 não cumpre com as prescrições do fabricante.

A amostra AA foi descartada por apresentar coeficiente de uniformidade muito distante de 1, quando comparada aos demais tipos de esferas.

Como amostra de granulometria uniforme com partículas de médio diâmetro, pode-se optar por utilizar A-120 ou A-090. Neste estudo, escolheu-se A-120 pelo fato de  $D_{50}(A-120)$  estar mais próximo da média "[ $D_{50}(A-120) + D_{50}(A-120)$ ]/2".

Com isso, já têm-se três tipos de amostras definidas:

- A-170: granulometria uniforme com partículas de grande diâmetro ( $D_{50} \ge 1,4$  mm);
- A-072: granulometria uniforme com partículas de pequeno diâmetro ( $D_{50} \le 0.8 \text{ mm}$ );
- A-120: granulometria uniforme com partículas de médio diâmetro  $(0,8 < D_{50} < 1,4 \text{ mm})$ ;

Para definir a amostra "Bem Graduada" fez primeiramente a curva granulométrica desta. Tentou-se criar uma curva de modo que o diâmetro mínimo da amostra fosse 0,5 mm e o máximo fosse 2 mm, ou seja, tentou-se utilizar uma combinação apenas entre as três amostras definidas mais a amostra A-090. Porém, neste intervalo, não foi possível cumprir os requisitos em relação a uniformidade e curvatura para uma amostra bem graduada (Cu > 3 e 1 < Cv < 3). Então, utilizou-se todos os tipos de esferas disponíveis para produzir a amostra Bem Graduada.

Foi realizada uma série de peneiramentos, semelhante ao realizado no ensaio de granulometria, para separar a quantidade necessária de partículas de cada diâmetro para criar a amostra Bem Graduada desejada.

A Figura 5.2 mostra as amostras definidas. Estas foram utilizadas a fim de cumprir o objetivo estabelecido nesta monografia.

A Tabela 5.2 mostra algumas das propriedades granulométricas das amostras.


Figura 5.2 - Curvas Granulométricas das amostras definidas

Tabela 5.2 - Dados das amostras definidas, estimados através da curva granulométrica

	A-170	A-120	A-072	Bem Graduado
<b>D</b> 60	1,87	1,13	0,76	1,27
<b>D</b> 50	1,83	1,11	0,73	1,09
<b>D</b> 30	1,75	1,06	0,67	0,75
<b>D</b> 10	1,57	1,02	0,60	0,42
Cu	1,19	1,11	1,25	3,02
Cv	1,04	0,98	0,99	1,06

\*Os diâmetros característicos foram obtidos por interpolação linear

#### DEFINIÇÃO DA MASSA ESPECÍFICA DOS GRÃOS DAS ESFERAS DE 5.2 **VIDRO**

A definição da massa específica dos grãos (Gs) da Esferas de Vidro Potters procedeu-se conforme o processo preconizado pela NBR 6508:1984. O ensaio foi realizado duas vezes, analisando apenas a amostra Bem Graduada. Os resultados estão demonstrados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Resultados do ensaio de massa específica dos grãos

	1º Ensaio	2º Ensaio	Média
Gs	2,543	2,539	2,541

O ensaio de massa específica dos grãos é considerado satisfatório quando os valores de "Gs" não diferem mais do que 0,02 entre si, que é o caso do ensaio realizado.

Zuluaga (2016) determinou a massa específica para este mesmo material, encontrando Gs em torno de 2,51 a 2,53 (valores bem próximos ao determinado pelo ensaio).

O fabricante das esferas informa que o material possui uma "densidade de massa" (nome utilizado pelo fabricante para referir-se a massa específica do material) de 2,5. Assim, pode-se afirmar que os resultados foram coerentes.

O valor de Gs definido para as esferas de vidro nesta monografia será a média dos valores demonstrados, portanto: Gs = 2,541.

## 5.3 ANÁLISE DOS ÍNDICES DE VAZIOS MÁXIMO E MÍNIMO

Como já foi citado, foram realizados 4 ensaios ( $e_{max} e e_{min}$ ) para cada tipo de amostra, sendo excluída a amostra que apresentasse maior variabilidade em relação a quantidade de massa que coube inicialmente no cilindro. Além dos índices de vazios extremos, determinou-se também a fração de volume máxima e mínima de cada amostra, com o intuito de analisar a forma das partículas a partir destes dados. Na Tabela 5.4 apresenta-se os índices de vazios e as frações de volume extremos para cada amostra.

	Condição	o mais fo	ofa	Condição mais densa			
Material	γsmin (g/cm <sup>3</sup> )	<b>e</b> max	Fvmin	γsmax (g/cm <sup>3</sup> )	<b>e</b> min	<b>Fv</b> max	
	1,527			1,579			
A-170	1,526	0,665	60,1%	1,571	0,613	62,0%	
	1,524			1,574			
	1,521			1,575		62,0%	
A-120	1,526	0,667	60,0%	1,572	0,614		
	1,523			1,575			
	1,513			1,592	0,597	62,6%	
A-072	1,517	0,675	59,7%	1,605			
	1,518			1,575			
Bem Graduado	1,640			1,762		69,3%	
	1,642	0,548	64,6%	1,756	0,444		
	1,642			1,760			

Tabela 5.4 - Índices de vazios e frações de volume extremos para cada amostra

Como já foi dito, para esferas de mesmo tamanho colocadas de maneira aleatória em um recipiente, a fração máxima de volume é de 63,4% (Song, Wang e Makse, 2008). Analisando os resultados das amostras uniformes, observa-se que a amostra A-072 possui valor mais elevados e próximo ao máximo possível. Isto é um indicativo de que a premissa de que as

esferas de menor diâmetro possuem esfericidade e arredondamento mais "perfeitos" (próximos de 1), conforme informado pelo fabricante, é verdadeira.

Antes de se realizar uma análise comparativa entre os valores de índices de vazios, fez-se análises estatísticas para verificar se há similaridade entre as amostras, com relação aos índices de vazios extremos. O método utilizado para comparar simultaneamente as três amostras foi a Análise de Variância (ANOVA), e o método utilizado para comparar pares de amostras foi a distribuição t de Student.

A Análise de Variância (ANOVA) é um procedimento utilizado para comparar três ou mais tratamentos. Existem muitas variações da ANOVA, mas para esta monografia utilizou-se apenas a análise de variância com um fator. Quando os resultados da ANOVA levam à rejeição da hipótese nula, há evidências de que as médias entre os níveis diferem significativamente.

A variável analisada foi o peso específico seco determinado em cada ensaio. Através dos métodos de análise estatística apresentados, chegou-se as seguintes conclusões, apresentadas na Tabela 5.5.

		•	-	-	•			
Método de análise	ANOVA		t de Student					
Amostras comparadas	A-170, A-120, A-072		A-170, A-120		A-170, A-072		A-120, A-072	
Variável analisada	γsmax	γsmin	γSmax	γsmin	γSmax	γsmin	γSmax	γsmin
Resultado	H₀ Rejeitada	H₀ Aceita	H₀ Aceita	H₀ Aceita	H₀ Rejeitada	H₀ Aceita	H₀ Rejeitada	H₀ Aceita
*O parâmetro a para ambos os métodos foi de 0.05								

Tabela 5.5 – Análise estatística dos resultados do ensaio de índice de vazios

Hipótese Nula H<sub>0</sub>: as médias são iguais

O parâmetro α para ambos os métodos foi de 0,05

Através da análise estatística, pode-se considerar então que o índice de vazios mínimo é similar para todas as amostras. Em relação ao índice de vazios máximo, as amostras A-170 e A-120 são similares, sendo a amostra A-072 a única considerada diferente neste aspecto. Observando a Figura 5.3, nota-se que há proximidade dos valores de índices de vazios extremos das amostras uniformes. O ajuste da linha de tendência linear para ambos não ficou bom (ver valores de R<sup>2</sup> na Figura 5.3), devido a diferença do índice de vazios de A-072 em relação as outras amostras uniformes.



Figura 5.3 – Relação entre os índices de vazios extremos e o diâmetro da partícula, para amostras uniformes (Cu  $\approx$  1)

Observando os valores determinados no ensaio, percebe-se que os índices de vazios extremos das amostras A-170 e A-120 são praticamente iguais, enquanto que os valores da amostra A-072 diferem de forma perceptível, mesmo no índice de vazios mínimo onde concluiu-se que os resultados são considerados similares entre todas as amostras. Essa diferença de comportamento da amostra A-072 está associada a dois fatores:

- Forma: o fabricante das esferas de vidro Potters garante uma esfericidade e arredondamento mais "perfeitos" para amostras com partículas de menor diâmetro, fato comprovado pela análise do valor da fração de volume máximo.
- Granulometria: a amostra A-072 é mais bem graduada do que as demais consideradas uniformes (Cu (A-072) > Cu (A-170) > Cu (A-120)).

Quanto a magnitude dos valores dos índices de vazios extremos para amostras uniformes, fezse uma comparação entre os valores aqui encontrados e os limites determinados por Youd (1973) (Equação 2.1), e Cho et al. (2006) (Figura 2.5), em função do arredondamento e da esfericidade das partículas. Os resultados estão na Tabela 5.6. Os valores encontrados estão dentro dos limites estimados por todos os pesquisadores citados, mas os valores estipulados para o índice de vazios mínimo estão bem distantes do determinado pelo ensaio. O índice de vazios máximo ficou próximo apenas do estipulado por Cho *et al.* (2006) para R=1.

	Youd (1973): R=1	Cho et al. (2006): R=1	Cho et al. (2006): S=1	Valores extremos determinados nos ensaios
emax	0,704	0,68	0,74	0,675
emin	0,441	0,46	0,49	0,597

Tabela 5.6 – Comparação entre os valores extremos de índice de vazios determinados nos ensaios com os limites estabelecidos por pesquisadores para amostras uniformes

Os valores encontrados estão dentro dos limites estimados por todos os pesquisadores citados. Os índices de vazios extremos da amostra Bem Graduada deram bem abaixo dos valores das amostras uniformes, o que já era esperado.

# 5.4 ÂNGULO DE REPOUSO: ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO MÉTODO DE ENSAIO

De início, foram feitas 25 repetições deste ensaio para cada amostra. Entretanto, durante a análise destes resultados preliminares, detectou-se alguns erros no procedimento experimental e, com isso, a necessidade de refazer os ensaios de ângulo de repouso.

Na segunda série de ensaios, foram feitas 15 repetições para cada amostra e desta vez considerou-se que o procedimento foi bem executado. O número de repetições nesta série foi reduzido devido ao fato de o operador do equipamento ser o mesmo, portanto este já tinha experiência e melhor domínio do procedimento de ensaio, além do fato de ter se notado previamente uma redução considerável da variância dos resultados se comparado a primeira série de ensaios.

A dispersão dos resultados determinados por este ensaio deve-se principalmente aos seguintes fatores:

- Irregularidades nos equipamentos utilizados no ensaio;
- O processo de aferição da altura da pilha foi feito de modo visual, através de marcações no suporte vertical do equipamento de levantamento do funil, utilizando um paquímetro digital. As medidas foram aferidas com precisão de 0,05 cm;
- Dificuldade em manter o funil sempre em contato com a pilha, de modo que o fluxo do material não fosse interrompido por algum instante.

Para a série de resultados de cada amostra, foram feitas análises estatísticas com intuito de identificar e excluir dados que são considerados não pertencentes àquele conjunto amostral, os chamados "Outliers". Fez-se dois tipos de análises para detectar os Outliers de cada amostra:

Análise de distribuição normal: considera-se que os dados seguem uma distribuição normal, então determina-se um nível de confiança, sendo que os resultados que não atenderem a este nível são considerados Outliers. Neste caso, estabeleceu-se um nível de confiança de 95% (K ou Z igual a 1,96).

Análise interquartil: Os quartis são medidas de localização que dividem a amostra de dados de tipo quantitativo em quatro partes, cada uma com uma percentagem de dados aproximadamente igual. Nesta análise, são considerados Outliers os dados que estiverem fora do seguinte intervalo: " $Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1) \le X \le Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)$ ".

Em cada ensaio são determinadas duas variáveis: ângulo de repouso e índice de vazios da pilha. Para um dado ensaio, adotou-se o critério de que basta que uma destas variáveis seja considerada um Outlier para descartar os resultados deste ensaio.

Os resultados definitivos do ensaio de ângulo de repouso estão apresentados na Tabela 5.7. A média dos resultados foi considerado o valor representativo de cada amostra.

	A-	170	A-	120	A-	072	Bem G	raduada
Amostra	е	φrep (°)						
1	0,616	25,09	0,629	23,82	0,661	22,53	0,617	26,95
2	0,622	25,72	0,623	23,18	0,656	22,53	0,636	26,34
3	0,621	25,72	0,615	23,18	0,658	22,53	0,639	26,95
4	0,614	25,09	0,632	23,82	0,659	22,53	0,649	26,95
5	0,597	24,46	0,624	23,18	0,661	22,53	0,639	26,34
6	0,597	25,09	0,615	23,18	0,660	22,53	0,623	26,34
7	0,612	25,72	0,626	23,82	0,654	22,53	0,618	26,34
8	0,604	24,46	0,626	23,82	0,661	22,53	0,620	25,72
9	0,599	25,09	0,617	22,53	0,666	22,53	0,656	26,95
10	0,607	24,46	0,620	23,18	0,665	22,53	0,625	26,34
11	0,622	25,72	0,631	23,82	0,664	22,53	0,620	25,72
12	0,623	25,72	0,618	23,18	0,663	22,53	0,611	26,34
13	0,610	24,46	0,632	23,82	-	-	0,648	26,34
14	0,607	25,09	0,614	22,53	-	-	-	-
15	0,611	25,09	-	-	-	-	-	-
Média	0,611	25,13	0,623	23,36	0,661	22,53	0,631	26,43

Tabela 5.7 – Resultados do ensaio de ângulo de repouso

A Figura 5.4 apresenta os mesmos resultados da Tabela 5.7, mostrando a relação entre o ângulo de repouso e o índice de vazios da cada amostra. Pode-se observar uma dispersão considerável nos resultados obtidos em cada amostra, principalmente em relação ao índice de vazios.



Figura 5.4 - Resultados do ensaio de ângulo de repouso (e, prep)

Antes de se realizar uma análise dos resultados, fez-se análises estatísticas para verificar se há similaridade entre as amostras, semelhante ao que foi feito para o ensaio de índice de vazios, com relação ao ângulo de repouso. Neste caso, chegou-se à conclusão de que não há similaridade alguma entre as amostras.

Analisando os valores dos índices de vazios determinados, percebe-se que há uma variância perceptível entre os valores dentro de um mesmo conjunto amostral, mesmo após os Outliers terem sido identificados e excluídos.

Neste ensaio, parte-se do princípio de que o material deve ficar no estado mais fofo possível, portanto o índice de vazios das amostras deve ter valor próximo ao máximo determinado para aquele material. Observando os valores dos índices de vazios extremos determinados através de ensaios, a amostra A-072 é a única que atendeu esta condição. Para A-120 e A170, os índices de vazios ficaram mais próximos do valor mínimo que do valor máximo. Já para a amostra Bem Graduada, os valores deram muito acima do máximo estabelecido.

Na Tabela 5.8 apresenta-se o valor da densidade relativa (ver Equação 2.4) média das amostras uniformes submetidas ao ensaio de ângulo de repouso, considerando os índices de vazios

extremos determinados através de ensaios e os índices de vazios extremos teóricos determinados por outros autores (ver Tabela 5.6). Nota-se que ao calcular a densidade relativa das amostras pelos índices de vazios extremos teóricos, estas se apresentam em estado mais fofo (Dr mais róximo de 0 (zero)) do que o estipulado pelos índices de vazios extremos determinados pelos ensaios. Sabe-se que o método de deposição do material utilizando o funil deixa-o no estado próximo ao mais fofo possível, então os valores de índice de vazios máximo e mínimo determinados nos ensaios provavelmente não são coerentes com os valores característicos do material.

Tabela 5.8 – Densidade relativa das amostras no ensaio de ângulo de repouso, segundo Youd (1973), Cho *et al.* (2006) e os valores determinados pelos ensaios.

		Ensaios			Voud (1973): R-1			Cho et al. (2006):		Cho et al. (2006):			
Amostra	<i>e</i> médio	1	Elisalos		1 Jun (1975). K-1		R=1			S=1			
		emax	emin	Dr	emax	emin	Dr	emax	emin	Dr	emax	emin	Dr
A-170	0,611	0,665	0,613	1,04	0,704	0,441	0,35	0,68	0,46	0,31	0,74	0,49	0,52
A-120	0,623	0,667	0,614	0,83	0,704	0,441	0,31	0,68	0,46	0,26	0,74	0,49	0,47
A-072	0,661	0,675	0,597	0,18	0,704	0,441	0,16	0,68	0,46	0,09	0,74	0,49	0,32

Os valores dos índices de vazios calculados para amostras bem graduadas no ensaio de ângulo de repouso foram maiores que o esperado e apresentaram maior dispersão dentre todas as amostras. O método de determinação da densidade da amostra utilizado mostrou-se inadequado de ser aplicado para a amostra bem graduada.

A incompatibilidade dos índices de vazios dentro de uma mesma amostra pode estar associada aos seguintes fatores:

 Aferição da altura da pilha: A medida que se aumenta o diâmetro das partículas da amostra, torna-se mais difícil identificar o topo da pilha. Após o cisalhamento, algumas partículas isoladas ficavam próximas ao cume da pilha, o que interferiu diretamente na aferição da altura desta. Tal interferência torna-se mais relevante para partículas com maiores diâmetros devido a precisão da medida da altura. O valor do volume ocupado da amostra e consequentemente do índice de vazios desta varia muito com pequenas variações da altura, para uma variação de 0,05 cm (valor de precisão de medida) da altura, o índice de vazios da amostra varia aproximadamente 0,017, sendo este um valor de grandeza significativa na análise do índice de vazios;  Método de aferição do índice de vazios: Determinar o volume a partir da consideração de que a amostra ocupa um espaço em formato de cone perfeito pode não ser um processo adequado para este tipo de material. Para verificar essa hipótese seria necessário realizar o ensaio utilizando diversos materiais granulares, analisando a influência da forma e tamanho das partículas e da composição granulométrica da amostra.

A análise dos valores de ângulo de repouso obtidos foi realizada com base na teoria já apresentada nesta monografia. Vale destacar as seguintes observações:

- Durante a formação da pilha, os grãos grandes tendem a superar esforços mais elevados. Isto pode explicar o aumento do ângulo de repouso com o aumento do tamanho dos grãos (Herle & Gudehus, 1999);
- Grãos mais angulares geram maior ângulo de repouso (Herle & Gudehus, 1999);
- O tamanho das partículas influência no ângulo de atrito, sendo que para partículas de menor diâmetro, o ângulo de atrito também é menor (Chik & Vallejo, 2005);
- O ângulo de repouso decresce com a diminuição do tamanho das partículas (Guzmán, 2008);
- No equipamento desenvolvido por Guzmán (2008) para determinar o ângulo de repouso, tendo como base a norma DIN 18126 (1996), parte-se do princípio de que o material deve ficar no estado mais solto possível.

A ordem de grandeza dos resultados de ângulo de repouso está coerente com a teoria. Entre as amostras uniformes, o valor do ângulo de repouso é diretamente proporcional ao diâmetro das partículas (ver Figura 5.5). O ângulo de repouso para a amostra Bem Graduada é maior devido ao fato de teoricamente possuir maior densidade no estado mais fofo em relação a amostras uniformes.



Figura 5.5 - Relação entre o ângulo de repouso e o diâmetro médio das amostras

Para tirar conclusões sobre a eficácia do método de determinação do ângulo de repouso aqui apresentado, é preciso fazer comparações com os resultados determinados através do ensaio de cisalhamento direto.

# 5.5 ENSAIO DE CISALHAMENTO DIRETO: ANÁLISE DOS RESULTADOS E COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS DE ÂNGULO DE REPOUSO

Em todos os ensaios de cisalhamento direto foi colocado na caixa bipartida uma quantidade de material de modo que o corpo de prova inicialmente estivesse no seu estado mais fofo. Ao ser aplicada a tensão vertical sobre o corpo de prova, a densidade é alterada, porém esta variação não foi mensurada.

Zuluaga (2016) fez ensaios para analisar a compressibilidade de alguns tipos de esferas de vidro Potters (ver Figura 5.6) e pelos seus resultados observa-se que no nível de tensões aqui estipulado, com máximo de 320 kPa, é improvável que ocorra a quebra de partículas.



Figura 5.6 - Influência do tamanho da partícula na compressão confinada (Zuluaga, 2016)

Para determinar o ângulo de atrito de pico, observou-se as tensões cisalhantes máximas aplicadas durante o cisalhamento. Já para determinar o ângulo de atrito crítico é necessário calcular a deformação volumétrica da amostra e definir o momento em que esta torna-se constante. O equipamento utilizado permitia um deslocamento horizontal da caixa bipartida de no máximo 10 mm, mas por questões de segurança o máximo estabelecido no ensaio foi de 8 mm. Até este valor de deslocamento horizontal não foi possível identificar claramente o momento em a deformação volumétrica se estabiliza, a não ser para algumas amostras sob tensão confinante quase nula. As amostras em geral não chegaram ao estado crítico.

O ângulo de atrito residual foi determinado com base nas tensões cisalhantes para deslocamento horizontal acima de 7 mm.

Apresenta-se na Tabela 5.9 os valores do ângulo de atrito de pico e residual para cada amostra.

Amostra	φpico (°)	φresidual (°)
A-170	21,65	20,65
A-120	21,63	19,43
A-072	18,88	18,44
Bem Graduada	25,30	23,56

Tabela 5.9 – Ângulo de atrito de pico e residual para cada tipo de amostra

A Figura 5.7 apresenta as envoltórias de resistência máxima (pico) das amostras e a Figura 5.8 mostra as envoltórias de resistência do material na condição residual. Os resultados mostraram que os materiais A-170 e A-120 se comportam de maneira igual. O material A-072 tem comportamento diferente e seu menor ângulo de atrito deve-se principalmente à sua forma, mais arredondada e esférica. A amostra Bem Graduada apresentou maior ângulo de atrito devido a sua maior densidade em relação a amostras uniformes.



Figura 5.7 – Envoltórias de resistência máxima (pico)



Figura 5.8 – Envoltórias de resistência no estado residual

O ângulo de repouso foi maior que o ângulo de atrito de pico e residual. De acordo com as observações de Guzmán (2008), isto deve-se a pequena quantidade de material utilizada no ensaio de ângulo de repouso.

Na Tabela 5.10 é mostrada a diferença de valores entre os ângulos de atrito determinados para as esferas de vidro. Para as amostras uniformes, é observado que as diferenças entre o ângulo de repouso e o residual são bem próximas, e a diferença entre o ângulo de repouso e de pico são próximas para A-170 e A-072.

Amostra	φrep (°)	φrep - φpico	φrep - φresidual
A-170	25,13	3,48	4,48
A-120	23,36	1,73	3,93
A-072	22,53	3,65	4,09
Bem Graduada	26,43	1,13	2,87

Tabela 5.10 – Diferença de valores entre os ângulos de atrito

No gráfico da Figura 5.9 estão representadas as linhas de tendência linear para as amostras uniformes, mostrando a relação dos ângulos com o diâmetro médio das partículas. Nota-se que as inclinações das retas são próximas, dando a entender que a relação entre os ângulos se mantem constante com a variação do tamanho das partículas. Os pontos soltos são referentes aos resultados das amostras Bem Graduadas, não inclusas nas linhas de tendência.



Figura 5.9 – Ângulo de atrito de pico, crítico e de repouso em função do diâmetro médio das partículas, para amostras uniformes (Cu ≈ 1)

Na Figura 5.10 está apresentada a relação entre o ângulo de repouso e os ângulos de atrito de pico e residual. O ângulo de repouso apresenta melhor correlação com o ângulo residual.



Figura 5.10 – Ângulos de atrito de pico e residual em função do ângulo de repouso

### 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A fim de atingir o objetivo proposto, que foi "determinar o ângulo de atrito para diferentes densidades da amostra, utilizando procedimentos simples para determinar o ângulo de repouso e um material padronizado que represente o comportamento típico dos solos granulares para avaliar a influência de propriedades deste no processo", foram feitos ensaios de caracterização do material de estudo, foi desenvolvido um método de ensaio para determinar o ângulo de repouso e foram realizados ensaios de cisalhamento direto para verificar a correlação do ângulo de repouso com o ângulo de atrito de pico e o ângulo crítico. A seguir estão as conclusões obtidas nesta monografia e as sugestões para trabalhos futuros que contemplarão este tema.

#### 6.1 CONCLUSÕES

- O método de ensaio desenvolvido mostrou-se ser satisfatório para a determinação do ângulo de repouso. Apesar disso, tanto o equipamento quanto o procedimento são passíveis de melhoras.
- O material de estudo utilizado, as Esferas de Vidro Potters, apresentou comportamento similar ao de solos granulares, mas não há garantias de que os métodos de ensaios normatizados para caracterização de solos granulares sejam adequados para caracterizar este material.
- A resistência do material, medida pelos diversos ângulos de atrito, cresce com o diâmetro nominal da amostra uniforme e também é maior para amostras bem graduadas;
- A correlação do ângulo de repouso com o ângulo de atrito residual é melhor que a correlação com o ângulo de atrito de pico, porém ambas mostraram-se válidas para utilização.
- Definida a correlação entre o ângulo de repouso e o ângulo de atrito residual, há a
  possibilidade de realizar um ensaio simples em campo que permita definir esta variável
  de resistência para solos granulares. O ângulo de atrito residual é, por definição, menor
  ou igual ao ângulo de atrito de pico, então este pode ser utilizado para determinar a
  resistência de solos granulares de modo conservador.
- O ângulo de repouso foi superior ao ângulo de atrito de pico, que por definição é composto pelas parcelas "ângulo de atrito crítico" e "dilatância". Não foi possível definir o ângulo de atrito crítico para as amostras, mas pode-se afirmar que o ângulo de repouso foi superior ao ângulo de atrito crítico. Tal fato deve-se a pequena quantidade de material utilizado no ensaio de ângulo de repouso.

# 6.2 SUGESTÕES

- Os ensaios de índice de vazios máximo e mínimo (e<sub>min</sub>) realizados respectivamente de acordo com a NBR 12004:1990 e a NBR 12051:1991 mostraram-se inadequados para o material utilizado. Recomenda-se adotar outro procedimento para determinar os índices de vazios extremos das esferas de vidro.
- O método de aferição do índice de vazios da amostra submetida ao ensaio de ângulo de repouso mostrou-se bem impreciso. Caso deseje-se verificar a densidade da amostra no ensaio, é sugerido o aperfeiçoamento da aferição do volume da amostra ou a utilização de outro método para tal finalidade.
- A avaliação da influência da granulometria foi limitada neste trabalho. É aconselhável avaliar mais amostras variando o coeficiente de uniformidade destas.
- Sugere-se realizar o ensaio de resistência de modo que o material alcance o estado crítico e avaliar a relação entre o ângulo de atrito crítico e o ângulo de repouso determinado pelo método proposto.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

GUZMÁN, D. Comparación del ángulo de fricción crítico con el ángulo de reposo. Análisis de la influencia de algunos factores en la determinación del ángulo de reposo. 2008. 125 p. Dissertação (Mestrado) – Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Bogotá. 2008.

ORTIGÃO, J. A. R. Introdução à Mecânica dos Solos dos Estados Críticos. 3ª edição. Publicado via internet: Terratek, 2007. 391 p.

PINTO, C. S. Curso Básico de Mecânica dos Solos. 3ª edição. São Paulo: Oficina de Textos, 2006. 354 p.

BERNUCCI et al. Pavimentação Asfáltica: Curso Básico para Engenheiros. Rio de Janeiro: PETROBRÁS: ABEDA, 2006. 504 f.

SANTAMARINA, J. C.; SHIN, H. Friction in Granular Media. Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Tecnology, Atlanta, USA, p. 1-32, 2009.

SANTAMARINA, J. C. Soil Behavior at the Microscale: Particle Forces. MIT, USA, p. 1-32, 2001.

SANTAMARINA, J. C.; CHO, G. C. "Determination of Critical State Parameters in Sandy Soils—Simple Procedure," Geotechnical Testing Journal, GTJODJ, Vol. 24, No. 2, pp. 185–192, June 2001.

SANTAMARINA, J.C. AND CHO, G.C. Soil Behavior: The Role of Particle Shape, Proc. Skempton Conf., London, March 2004.

SANTAMARINA, J. C.; DODDS, J.; CHO, G. C. "Particle Shape Effects on Packing Density, Stiffness, and Strength: Natural and Crushed Sands", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, May 2006.

MIURA, K., MAEDA, K. e TOKI, S. Method of Measurement for the Angle of Repose of Sands. Japanese Geotechnical Society, Japan, Vol. 37, No. 2, p. 89-96, 1997.

KIM, D.; HA, S. Effects of Particle Size on the Shear Behavior of Coarse Grained Soils Reinforced with Geogrid. College of Engineering, Chosun University, Korea, February 2014.

KARA, E. M.; MEGHACHOU, M.; ABOUBEKR, N. Contribution of Particles Size Ranges to Sand Friction. Labo. Civil Engineering & Environment (LGCE) Sidi Bel Abbes, Algeria, Vol. 3, No. 4, 497-501, 2013. UNIVERSITY OF MINNESOTA. Avalanche Dynamics: Experimental Setup. Disponível em <<u>http://groups.physics.umn.edu/disorder/sand/avalanche.shtml</u>>. Acesso em: 02 fev. 2016.

VARGAS, R. Apresentação (ppt): "Principais ensaios de laboratório para caracterização dos solos". Rio de Janeiro: UFRRJ, 2015.

WADELL, H. Volume, Shape and Roundness of Quartz Particles. Journal of Geology 43 (3): 250–280, 1935.

<a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Sphericity>Acesso">https://en.wikipedia.org/wiki/Sphericity>Acesso</a> em: 29 julho. 2016.

<a href="http://pt.slideshare.net/LucasSilva49/arranjo-atmico">http://pt.slideshare.net/LucasSilva49/arranjo-atmico</a> Acesso em: 29 julho. 2016.

<http://estagionaobra.blogspot.com.br/2013/03/hoje-na-aula\_2926.html> Acesso em: 29 julho. 2016.

FOLK, R.L. Petrology of Sedimentary Rocks. Hemphill, 1965.

KRUMBEIN, W.C., SLOSS, L.L. Stratigraphy and Sedimentation, Freeman and Company, San Francisco CA, 1956.

RIBEIRO, L. Apresentação (pdf): "Introdução à mecânica dos solos e Tipos dos Solos: Granulometria e Limites de Consistência". Distrito Federal: UnB, 2013.