



## **PROJETO DE GRADUAÇÃO 2**

# **GERAÇÃO SINTÉTICA DE MODOS DE INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR**

Por,  
**Daniel de Oliveira da Silva**

**Brasília, 23 de Novembro de 2016**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

PROJETO DE GRADUAÇÃO 2

**GERAÇÃO SINTÉTICA DE MODOS DE  
INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR**

POR,

**Daniel de Oliveira da Silva**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

**Banca Examinadora**

Prof. Roberto Francisco Bobenrieth Miserda, UnB/  
ENM (Orientador)

\_\_\_\_\_

Prof. Luis Felipe de Aguilar Paulinyi, UnB/ ENM

\_\_\_\_\_

Prof. Braulio Gutierrez Pimenta, UnB/ ENM

\_\_\_\_\_

Brasília, 23 de Novembro de 2016

---

## RESUMO

O presente trabalho propõe a criação de uma técnica original para gerar modos sintéticos de interação rotor-estator, a qual consiste em gerar ondas de Mach a partir de uma fonte emissora de variações de pressão que se movimentam em velocidade supersônica em um fluido compressível. A implementação é realizada dentro do código VAT (Virtual Aeroacoustic Tunnel), desenvolvido pelo Laboratório de Aeroacústica Computacional do grupo de pesquisa VORTEX do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília.

---

## ABSTRACT

The present work proposes the creation of an original technique to generate synthetic modes of rotor-stator interaction. This technique consists of generating Mach waves from a source that emits pressure variations moving at supersonic speed immersed in a compressible fluid. The implementation is carried out within the VAT (Virtual Aeroacoustic Tunnel) code, developed by the Computational Aeroacoustics Laboratory of the VORTEX research group of the Department of Mechanical Engineering of the University of Brasilia.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	FONTES DE RUÍDOS EM AERONAVES . . . . .	1
1.2	VANTAGENS DA GERAÇÃO SINTÉTICA DE MODOS DE INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR . . . . .	2
1.3	OBJETIVOS . . . . .	2
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO . . . . .	3
<b>2</b>	<b>GERAÇÃO SINTÉTICA DE MODOS DE INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR</b>	<b>5</b>
2.1	MODOS DE INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR . . . . .	5
2.2	ONDAS DE MACH . . . . .	6
2.3	FONTE DE ONDAS SONORAS . . . . .	7
2.3.1	FONTE ISENTRÓPICA . . . . .	9
<b>3</b>	<b>MÉTODO NUMÉRICO</b>	<b>11</b>
3.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES . . . . .	11
3.2	IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO . . . . .	12
3.3	DISSIPACÃO ARTIFICIAL . . . . .	17
3.4	MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA . . . . .	19
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>24</b>
4.1	FONTE IMERSA EM UM FLUIDO ESTÁTICO . . . . .	24
4.2	FONTE EM UM ESCOAMENTO SUBSÔNICO . . . . .	25
4.3	FONTE EM UM ESCOAMENTO SÔNICO . . . . .	26
4.4	FONTE EM UM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO . . . . .	27
4.4.1	VALIDAÇÃO PELO ÂNGULO DE MACH . . . . .	28
4.5	ESTEIRA ADVECTIVA GERADA PELA FONTE . . . . .	29
4.6	EFEITO DO AUMENTO DA RESOLUÇÃO DE MALHA PARA FONTE ISOTÉRMICA	31

4.7	FONTE ISENTRÓPICA . . . . .	31
4.8	EFEITO DA FREQUÊNCIA DO SINAL DA FONTE NA ONDA DE MACH GERADA	33
4.9	EFEITO DA RESOLUÇÃO DE MALHA NA ONDA DE MACH . . . . .	40
4.10	FONTES COM SINAL PERIÓDICO NÃO SENOIDAL . . . . .	42
4.11	FONTE COM SALTO DE PRESSÃO CONSTANTE . . . . .	48
4.11.1	EFEITO DOS COEFICIENTES DE DISSIPACÃO ARTIFICIAL . . . . .	51
4.11.2	PROPAGAÇÃO DA ONDA DE MACH GERADA . . . . .	55
4.12	IMPOSIÇÃO DE ONDAS N AO LONGO DE UM EIXO VERTICAL . . . . .	56
4.13	INTERAÇÃO MODO-ESTATOR . . . . .	58
4.13.1	CASCATA COM TREZE ESTADORES . . . . .	59
4.13.2	RESOLUÇÃO DE MALHA NECESSÁRIA PARA CONVERGÊNCIA DA SIMULAÇÃO . . . . .	61
4.13.3	RESULTADO DA INTERAÇÃO DE CINCO MODOS COM CINCO ESTADORES . . . . .	64
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>76</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>78</b>

# Lista de Figuras

2.1	Esquema ilustrativo de um fonte de ondas sonoras se movendo com velocidade subsônica no lado esquerdo e supersônico do lado direito [8] . . . . .	7
4.1	Visualização da variável $\beta_T$ do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um fluido estático com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito) . . . . .	25
4.2	Visualização da variável $\beta_T$ do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme subsônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito) . . . . .	26
4.3	Visualização da variável $\beta_T$ do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme sônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito) . . . . .	27
4.4	Visualização da variável do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme supersônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito) . . . . .	28
4.5	Medição do ângulo de Mach formado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme supersônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito) 29	
4.6	Visualização da variável $\beta_P$ para o caso de uma fonte imersa em um escoamento supersônico, demonstrando que a esteira produzida pela fonte não afeita o seu campo acústico . . . . .	30
4.7	Visualização da simulação de uma fonte isentrópica estática imersa em um escoamento com velocidade $M = 2$ . . . . .	32
4.8	Sinal da variação de pressão em função da coordenada vertical para $x = 0$ (centro do domínio) . . . . .	33
4.9	Visualização da simulação de uma fonte com frequência de 3472hz . . . . .	34
4.10	Visualização da simulação de uma fonte com frequência de 20831hz . . . . .	35

4.11	Visualização da simulação de uma fonte com frequência de 41663hz . . . . .	36
4.12	Gráfico comparativo da variação de pressão em uma sonda localizada a 1 comprimento característico da fonte para diferentes frequências . . . . .	37
4.13	Ângulo da onda de Mach produzida pela fonte de 3472hz . . . . .	38
4.14	Ângulo formado pela onda de Mach produzida pela fonte de 20813hz . . . . .	39
4.15	Ângulo formado pela onda de Mach produzida pela fonte de 41663hz . . . . .	40
4.16	Visualização da simulação realizada para um fonte de 3472hz em um domínio computacional 2x2 com resolução de 2400 volumes por comprimento característico . . . . .	41
4.17	Gráfico comparativo da variação de pressão em uma sonda localizada a 1 comprimento característico da fonte para resoluções de 1600 e 2400 volumes por comprimento . . . . .	42
4.18	Visualização da simulação realizada para uma fonte com sinal em forma de ondas dente-de-serra . . . . .	43
4.19	Gráfico do sinal de pressão de ondas de Mach geradas pela fonte com ondas dente-de-serra	44
4.20	Visualização da simulação realizada para uma fonte com sinal em forma de ondas quadradas . . . . .	45
4.21	Gráfico do sinal de pressão de ondas de Mach geradas pela fonte com ondas quadradas .	46
4.22	Visualização da simulação realizada para uma fonte com sinal em forma de ondas triangulares . . . . .	47
4.23	Gráfico do sinal de pressão de ondas de Mach geradas pela fonte com ondas triangulares	48
4.24	Visualização da simulação de uma fonte com salto de pressão constante em movimento supersônico . . . . .	49
4.25	Sinal de variação de pressão em uma sonda localizada a 1 comprimento característico de distância da fonte . . . . .	50
4.26	Visualização da simulação de uma fonte estática com salto de pressão constante em um escoamento supersônico com $M = 2$ . . . . .	51
4.27	Simulação realizada com os valores de $K^{(2)}$ iguais a $10^{-6}$ e do $K^{(4)}$ igual a $10^{-1}$ . . . . .	52
4.28	Gráfico com o sinal da onda de Mach para os valores de $K^{(2)}$ iguais a $10^{-6}$ e do $K^{(4)}$ igual a $10^{-1}$ . . . . .	53
4.29	Simulação realizada com os valores de $K^{(2)}$ iguais a $10^{+1}$ e do $K^{(4)}$ igual a $10^{-1}$ . . . . .	54

4.30	Gráfico comparativo com o sinal da sonda de Mach para os valores de $K^{(2)}$ iguais a $10^{-6}$ e $10^{+1}$ e do $K^{(4)}$ igual a $10^{-1}$ . . . . .	55
4.31	Gráfico que representa a variação da amplitude de uma onda de Mach gerada por uma fonte com salto de pressão constante em função da distância percorrida . . . . .	56
4.32	Simulação de ondas de Mach geradas por oito ondas N se movimentando com velocidade $M = 2$ . . . . .	57
4.33	Sinal produzido pelas ondas de Mach geradas por oito ondas N se movimentando com velocidade $M = 2$ . . . . .	58
4.34	Geometria do estator utilizado neste trabalho . . . . .	59
4.35	Visualização da interação de 16 modos com uma cascata de 13 estatores . . . . .	60
4.36	Visualização ampliada da simulação de 16 modos interagindo com 13 pás de estator . . . . .	62
4.37	Resolução da geometria em uma malha de 1800 volumes de controle por comprimento característico . . . . .	63
4.38	Simulação de um modo $m=5$ com uma pá de estator em um domínio de $2 \times 1,23$ com resolução de 1800 volumes de controle por comprimento característico . . . . .	63
4.39	Sinal gerado pela simulação em domínio reduzido com alta resolução . . . . .	64
4.40	Simulação de um modo $m=5$ . . . . .	65
4.41	Sinal de pressão do modo $m=5$ sem estator . . . . .	66
4.42	Gráfico de SPL em função da frequência para simulação sem estator . . . . .	67
4.43	Simulação de um modo $m=5$ interagindo com 5 pás de estator . . . . .	67
4.44	Sinal de pressão do modo $m=5$ com 5 pás de estator . . . . .	68
4.45	Gráfico de SPL em função da frequência para simulação com 5 pás de estator . . . . .	69
4.46	Comparação entre os sinais de pressão com e sem o estator na posição $x = 0,75$ . . . . .	70
4.47	Gráfico comparativo dos valores de SPL em função da frequência para os casos com e sem o estator em $x = 0,75$ . . . . .	71
4.48	Comparação entre os sinais de pressão com e sem o estator na posição $x = 1,5$ . . . . .	72
4.49	Gráfico comparativo dos valores de SPL em função da frequência para os casos com e sem o estator em $x = 1,5$ . . . . .	73

4.50	Comparação entre os sinais de pressão com e sem o estator na posição $x = 2$ . . . . .	74
4.51	Gráfico comparativo dos valores de SPL em função da frequência para os casos com e sem o estator em $x = 2$ . . . . .	75

# LISTA DE SÍMBOLOS

<b>B</b>	Número de pás do rotor
$\beta_P$	Variável de visualização proporcional ao módulo do gradiente de pressão
$\beta_T$	Variável de visualização proporcional ao módulo do gradiente de temperatura
$c_p$	Calor específico à pressão constante
$c_v$	Calor específico à volume constante
$\Delta t$	Passo temporal numérico
$d$	Operador da dissipação artificial agindo sobre uma superfície de um volume finito
$D$	Soma dos operadores de dissipação artificial
$e$	Energia por unidade de massa
$e_k$	Energia cinética por unidade de massa
$e_T$	Energia total por unidade de massa
$\varepsilon^{(n)}$	Coefficiente de dissipação artificial de ordem n
<b>E</b>	Vetor fluxo na direção x
<b>F</b>	Vetor fluxo na direção y
$\tilde{f}_i$	Pseudo força volumétrica
$F$	Função fluxo
$\Psi$	Sensor de dissipação numérica
$\gamma$	Razão entre calores específicos
<b>G</b>	Vetor fluxo na direção z
<b>i</b>	Vetor unitário na direção x
<b>j</b>	Vetor unitário na direção y
<b>k</b>	Vetor unitário na direção z
$K^{(n)}$	Constante de dissipação artificial de ordem n
$M$	número de Mach

P	Pressão
$\Pi$	Tensor de fluxo
$q_s$	Fluxo volumétrico
$\rho$	Massa específica
R	Constante de gás
<b>R</b>	Vetor de lado direito
<b>S</b>	Vetor de superfície
$s_x$	Componente do vetor de superfície na direção x
$s_y$	Componente do vetor de superfície na direção y
$s_z$	Componente do vetor de superfície na direção z
T	Temperatura
t	Coordenada temporal
U	Magnitude da velocidade
<b>U</b>	Vetor de variáveis conservativas
<b>u</b>	Vetor velocidade
$u_i$	Componente da velocidade na iésima direção
V	Volume, número de pás do estator

### Subscritos

ref	Valor de referência
$\infty$	Valor no escoamento não perturbado

### Sobrescritos

*	Propriedade dimensional
n	Passo temporal
'	Flutuação da propriedade

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 FONTES DE RUÍDOS EM AERONAVES

Num momento em que cada vez mais nota-se a preocupação com a preservação do meio ambiente e, conseqüentemente, com a diminuição da poluição, não se pode desconsiderar a poluição sonora, um mal que nem sempre tem a atenção que merece, mas que pode causar danos à saúde e ao bem estar dos seres humanos.

A exposição a níveis elevados de poluição sonora pode causar, além da perda de audição, diversos problemas de saúde, como doenças cardiovasculares, hipertensão, distúrbios de sono[1], além de estresse e comportamento agressivo e antissocial[2].

Grande parcela da poluição sonora presente nas cidades é decorrente do ruído produzido por aeronaves em período de decolagem e pouso em aeroportos. Esse problema ainda se agrava quando os aeroportos se encontram em áreas urbanas densamente povoadas. Dessa forma, surgiu a necessidade de redução da poluição sonora em áreas próximas a aeroportos, que culminou com a criação de regulamentos que limitam o ruído máximo de uma aeronave.

Nesse sentido, despontou, nos últimos anos, uma demanda por pesquisas que visam a atenuar o ruído produzido por aeronaves, de modo a adequá-las às legislações cada vez mais restritivas.

Os principais ruídos produzidos por aeronaves são os do sistema propulsivo e do aerodinâmico, sendo este último causado de forma mais intensa pelos trens de pouso e pelos dispositivos hipersustentadores (asa, flaps e slaps). Com relação ao ruído associado ao sistema propulsivo, sabe-se que a grande maioria de aeronaves comerciais atuais são propulsionadas por turbofans, cujas principais fontes de ruído são o fan, o core e o jato.

Com o propósito de produzir aeronaves mais eficientes em termos de consumo de combustível e redução de ruído, a tendência futura no projeto de turbofans é a utilização de relações ultra altas de by-pass, que são a razão entre a massa de ar puxada pelo rotor que ultrapassa a entrada do core e a massa de ar que nele entra. Essa grandeza é proporcional ao tamanho do fan em relação aos outros componentes do turbofan, sendo assim, quanto maior é a relação de by-pass, maior é a parcela do ruído produzido pelo fan em relação ao total do motor. O mecanismo de geração de ruído de fan mais importante e diretamente relacionado ao tema deste trabalho é a interação rotor-estator, quando a esteira produzida pelo rotor interage com a superfície do estator, produzindo ruído com características tonais e de banda larga.

## **1.2 VANTAGENS DA GERAÇÃO SINTÉTICA DE MODOS DE INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR**

A aeroacústica computacional é um dos ramos da dinâmica de fluidos computacional que mais se beneficiaram nos últimos anos com o crescimento constante da capacidade de processamento dos computadores. Esse fato se deve à dependência de métodos de soluções transientes que requerem altas resoluções, capazes de captar as grandes diferenças de escala existentes entre os campos acústicos e aerodinâmicos de uma simulação, sendo, em alguns casos, utilizada a computação direta das equações de Euler ou Navier-Stokes.

Bobenrieth et al. [6] realizaram a computação direta de modos lineares e não lineares de interação rotor-estator em uma cascata transônica, utilizando um método de quarta ordem de precisão no espaço e terceira ordem de precisão no tempo para solucionar as equações compressíveis de Euler e fazendo o uso da técnica da fronteira imersa para impor as condições de contorno nos volumes de controle em que a geometria da fronteira imersa está contida.

Esse tipo de técnica necessita de malhas extremamente refinadas para captar todos os comprimentos de onda nas regiões lineares e não lineares da simulação, bem como geometrias de fronteira imersa igualmente refinadas, de modo que não haja nenhum volume vazio entre pontos adjacentes de fronteira. Sendo assim, este trabalho propõe o estudo de um método de geração sintética de modos cut-on (modos que se propagam) de interação rotor-estator através de fontes de ondas sonoras que se movimentam em velocidade supersônica, produzindo ondas de Mach. Esse método visa gerar modos que se propagam sem a necessidade de realizar uma simulação da cascata de rotores e estatores e, assim, obter resultados semelhantes com uma grande economia de carga computacional.

## **1.3 OBJETIVOS**

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um método de geração sintética de modos de interação rotor-estator, utilizando ondas de Mach produzidas por uma fonte sintética de ondas sonoras movimentada com velocidade supersônica. Esta abordagem inédita possibilita a realização de simulações de modos de forma mais econômica do ponto de vista computacional e assim permite tornar cada vez mais viável a análise de problemas que, em certos casos, tem como empecilho o custo da utilização de hardwares potentes o bastante para suprir a carga computacional que tais simulações aeroacústicas demandam. Sendo assim, o trabalho deve seguir os seguintes passos:

- Determinar a melhor forma de impor as condições de contorno necessárias a partir das variáveis

conservativas para que essa fonte forneça a variação de pressão desejada;

- Analisar o comportamento da fonte em situações de imersão em um fluido em movimento e movimentação em um fluido estático;
- Analisar os efeitos da resolução da malha e a frequência da fonte nos resultados obtidos;
- Determinar como deve ser o sinal da fonte para se obter ondas de Mach com qualidade satisfatória;
- Garantir que os modos sintéticos gerados por este método possam interagir com rotores ou estatores, gerando resultados com sentido puramente físico.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado em cinco capítulos. O primeiro capítulo contém uma breve motivação para o trabalho proposto bem como seus objetivos e sua organização.

No segundo capítulo, estão contidas uma breve síntese de como os modos são gerados em uma cascata de rotores e estatores e uma descrição de como ocorre sua propagação. Em seguida, é explanada a física compreendida na formação de uma onda de Mach e como ela pode ser utilizada para simular um modo de interação rotor-estator. Por último, explica-se a teoria envolvida na fonte de ondas sonoras, bem como uma previsão de seu potencial e suas limitações.

O terceiro capítulo é destinado à apresentação da metodologia utilizada neste trabalho, contendo as equações governantes e o método numérico utilizado no código VAT. A seção destinada ao método numérico contém os detalhes de implementação do código, por meio do qual as equações de Euler compressíveis são resolvidas através de um método de volumes finitos de quarta ordem de precisão no espaço e um passo temporal que utiliza um método explícito de Runge-Kutta de terceira ordem. É demonstrado também como é feita a implementação do mecanismo de dissipação artificial utilizada para estabilizar o método numérico e da técnica da fronteira imersa para impor as condições de contorno das geometrias utilizadas nas simulações.

Os resultados obtidos são expostos no quarto capítulo. Primeiramente, são apresentados os resultados obtidos para uma fonte de ondas sonoras em quatro situações: sem nenhum escoamento; com escoamento uniforme subsônico com  $M=0,5$ ; com escoamento uniforme sônico ( $M=1$ ); e com escoamento uniforme supersônico com  $M=2$ . Esses resultados são analisados, e é feita sua validação, comparando-os com o resultado esperado segundo a teoria. São obtidos resultados para diferentes tamanhos de volume finito, de modo que se possa observar o efeito do refinamento da malha nas ondas sonoras geradas

sinteticamente. Em seguida, são mostradas soluções alternativas de implementação que resolvem os problemas iniciais do método, demonstrando suas vantagens por meio da análise de resultados de variação de pressão em sondas localizadas na região de propagação das ondas geradas. Por fim, é realizada a validação do método mediante a simulação de casos de interação modo estator.

No último capítulo, encontram-se as conclusões deste trabalho, as possibilidades de estudos a serem realizados a partir do método desenvolvido e sugestões para trabalhos futuros.

# 2 GERAÇÃO SINTÉTICA DE MODOS DE INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR

## 2.1 MODOS DE INTERAÇÃO ROTOR-ESTATOR

O mecanismo físico em que os modos de interação são gerados consiste na formação de esteiras de queda de velocidade do escoamento a jusante das pás do rotor produzidas pelo seu movimento e, em seguida, a colisão dessas esteiras com as pás do estator. Dessa forma, ocorrem distúrbios de pressão na superfície do estator e, conseqüentemente, há emissão de ruído com característica tonal associada às frequências de passagem das pás do rotor por uma determinada pá do estator e seus harmônicos. Esse processo ocorre de forma semelhante para as esteiras de vorticidade formadas no bordo de fuga das pás do rotor.

Tyler and Sofrin[7] descrevem a relação que determina a ordem  $m$  de cada modo gerado em um duto azimutal, denominados de modos de Tyler-Sofrin. A relação é dada por:

$$m = hB + sV \quad (2.1)$$

em que  $B$  é o número de pás de rotor,  $V$  é o número de pás do estator,  $s$  é um número inteiro arbitrário e  $h$  é um multiplicador da frequência de passagem das pás do rotor, descrita pela relação  $f = B\Omega$ , sendo  $\Omega$  a frequência de rotação do eixo do rotor. A razão entre a velocidade azimutal dos modos de Tyler-Sofrin e a velocidade tangencial das pás do rotor é dada por:

$$\frac{U_{m\theta}}{U} = \frac{hB}{hB + sV} \quad (2.2)$$

Essa razão pode ser positiva ou negativa, sendo que um valor negativo indica que o determinado modo de interação se move no sentido oposto ao de rotação das pás.

A condição de propagação dos modos de interação é que sua velocidade azimutal seja supersônica. Essa condição existe, pois o fenômeno de propagação dos modos se deve ao processo de superposição das ondas sonoras geradas pela variação no campo de pressão de um modo supersônico, como ocorre na formação de uma onda de Mach. Dessa forma, é possível observar, pela equação 2.2, que baixos valores absolutos de  $m$  aumentam a razão entre as velocidades e, conseqüentemente, a probabilidade de o modo ser do tipo cut-on.

A teoria desenvolvida por Tyler and Sofrin é limitada à análise de geração e propagação de modos circunferenciais, não contendo informações a respeito dos modos radiais. Sendo assim, uma forma eficiente de simplificar o estudo da metodologia de geração sintética de modos de interação realizado neste trabalho é a utilização, por aproximação, de um duto anular fino como um turbofan[9] [10], que consiste em considerar uma diferença infinitesimal entre o raio do hub (interno ao duto) e o raio da nacelle (externo ao duto). Em adição a essa aproximação, é utilizada a formulação do duto como um cilindro desenvolvido, e, portanto, o escoamento dentro do turbofan é desenhado em um domínio bidimensional com coordenadas cartesianas.

## 2.2 ONDAS DE MACH

Uma onda de Mach pode ser definida como um caso limite de uma onda de choque oblíquo produzida por uma fonte de pequenas perturbações (ondas sonoras) em um escoamento compressível se movendo em velocidade supersônica, ou então uma onda de choque infinitesimalmente pequena [8].

O mecanismo físico de formação de uma onda de Mach pode ser observado na figura 2.1, na qual tem-se uma fonte de ondas sonoras imersa em um fluido compressível que se move com velocidade  $V$ . No instante de tempo  $t = 0$ , a fonte está localizada no ponto A e emite uma onda sonora que se propaga em todas as direções com velocidade  $a$  (velocidade do som). Em um tempo posterior  $t$ , essa onda se propaga, formando um círculo de raio  $at$  e centro no ponto A. Da mesma forma, a fonte se move a uma distância  $Vt$  do ponto A para o ponto B, emitindo outras ondas sonoras representadas pelos círculos de raios menores. Na esquerda, observa-se o caso subsônico, onde  $V < a$ . Nesse caso, nota-se que a fonte está dentro de todas as ondas emitidas. Na direita, tem-se o caso supersônico, em que  $V > a$ . Contrário ao caso subsônico, a fonte se movimenta estando sempre fora das ondas emitidas em pontos de tempo anteriores. Observa-se também que há formação de bordas que tangenciam as ondas sonoras emitidas, representadas pela linha BC. Essa linha, produto da superposição das perturbações emitidas pela fonte, é uma onda de Mach, e seu ângulo  $\mu$  com relação à horizontal é denominado ângulo de Mach, que, por geometria, pode ser obtido pela relação:

$$\text{sen } \mu = \frac{at}{Vt} = \frac{1}{M}. \quad (2.3)$$

Ou então, isolando  $\mu$  no lado esquerdo:

$$\mu = \text{arcsen } \frac{1}{M}. \quad (2.4)$$

Há, também, o caso sônico, onde  $V = a$ . Nesse caso, a fonte se move juntamente com as ondas emitidas, e a superposição é pontual e coincide com o ponto ocupado pela fonte sobre os círculos.

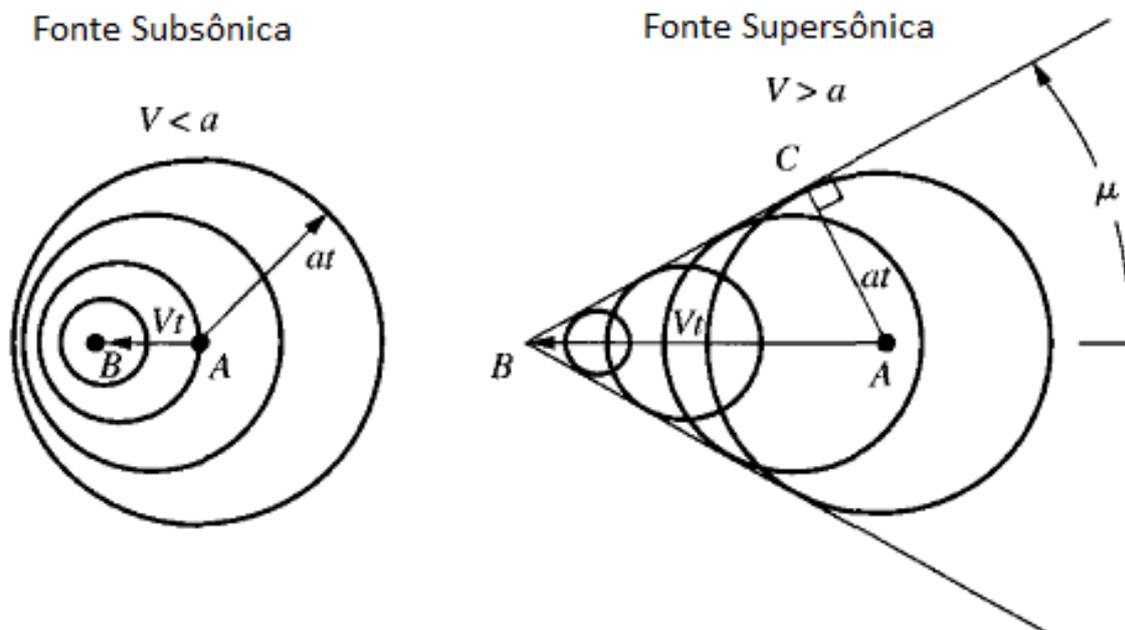


Figura 2.1: Esquema ilustrativo de um fonte de ondas sonoras se movendo com velocidade subsônica no lado esquerdo e supersônico do lado direito [8]

### 2.3 FONTE DE ONDAS SONORAS

A partir do processo explicado de geração dos modos de interação, observa-se que a variação do campo de pressão formado pela interação rotor-estator tem uma frequência associada. É possível afirmar que a intensidade do distúrbio provocado pela interação é máxima quando a distância entre uma pá de rotor e um de estator é mínima, ou seja, quando há um alinhamento, e decresce conforme essa distância aumenta. Quando esse alinhamento de pás com frequência associada possui velocidade supersônica, ocorre a formação de modos do tipo cut-on. As fontes de onda sonora propostas neste trabalho cumprem a função de estabelecer uma variação de pressão que produzirá ondas de Mach ao se movimentarem com velocidade supersônica, exercendo o mesmo papel do alinhamento das pás em comparação com o caso real.

Através de método numérico de volumes finitos como o que é utilizado no VAT, não há como implementar uma fonte pontual, mas, sim, uma fonte que provoca flutuações de pressão dentro de um volume finito, ou seja, uma fonte volumétrica. À medida que a malha computacional é refinada e os volumes finitos se tornam cada vez menores, essa formulação se aproxima do caso ideal.

Na aeroacústica, as variáveis de um gás em um determinado ponto são uma composição da mesma variável média do escoamento, aqui descrita pelo subscrito  $\infty$ , e da flutuação da variável naquele ponto, descritas pelo sobrescrito " ' ". Sabendo que a Equação de Estado do Gás Ideal é dada por

$$P = \rho RT \quad (2.5)$$

descreve-se a equação 2.5 na formulação aeroacústica como

$$P_{\infty} + P' = \rho_{\infty} RT_{\infty} + \rho' RT_{\infty}. \quad (2.6)$$

A fonte sintética implementada inicialmente neste trabalho impõe a flutuação de pressão dentro do volume finito no qual ela está localizada de forma isotérmica. Sendo assim, a flutuação de temperatura é nula e a equação 2.6 se torna:

$$P_{\infty} + P' = (\rho_{\infty} + \rho') RT_{\infty}. \quad (2.7)$$

Considerando-se que, para o escoamento médio tem-se

$$P_{\infty} = \rho_{\infty} RT_{\infty}, \quad (2.8)$$

subtrai-se a equação 2.8 da equação 2.7 e obtém-se

$$P' = \rho' RT_{\infty}. \quad (2.9)$$

Adimensionalisa-se, então, a equação, dividindo-se ambos os lados por  $\rho_{\infty} U_{ref}^2$

$$\frac{P'}{\rho_{\infty} U_{ref}^2} = \frac{\rho' RT_{\infty}}{\rho_{\infty} U_{ref}^2}. \quad (2.10)$$

Sabendo-se que  $P^{*'} = P' / \rho_{\infty} U_{ref}^2$  e  $\rho^{*'} = \rho' / \rho_{\infty}$ , a equação 2.10 pode ser escrita como:

$$P^{*'} = \rho^{*'} R \frac{T_{\infty}}{U_{ref}^2}. \quad (2.11)$$

Isolando-se  $\rho^{*'}$  no lado esquerdo, chega-se à relação:

$$\rho^{*'} = \frac{P^{*'}}{RT_{\infty}/U_{ref}^2}, \quad (2.12)$$

que descreve a variação de  $\rho^{*'}$  que deve ser imposta para se obter a variação de  $P^{*'}$  desejada

### 2.3.1 FONTE ISENTRÓPICA

Apesar de ser utilizada em testes realizados neste trabalho como primeira alternativa para a criação de flutuações de pressão em movimento supersônico a fim de gerar ondas de Mach, a fonte isotérmica apresenta certos fatores indesejados, como o aparecimento de uma esteira de entropia, que é deixada para trás com o movimento da fonte.

Considerando-se uma simulação com condições cíclicas, em que a fonte passa repetidamente no mesmo lugar, essa esteira pode contaminar a propagação das ondas produzidas pela fonte. Dessa forma, faz-se necessária a utilização de um modelo mais sofisticado: uma fonte isentrópica. Para implementar uma fonte isentrópica, a variação de pressão na fonte deve ser aplicada a partir de variações na temperatura e massa específica locais do fluido dadas pelas relações isentrópicas:

$$\frac{P}{P_{\infty}} = \left( \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \right)^{\gamma} = \left( \frac{T}{T_{\infty}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (2.13)$$

Considerando-se a relação entre  $P$  e  $\rho$  e sabendo que  $\rho$  pode ser decomposto em  $\rho = \rho' + \rho_{\infty}$  e  $P = P' + P_{\infty}$ , dividem-se ambos os lados por  $\rho_{\infty}U_{ref}^2$  para obter:

$$\frac{P' + P_{\infty}}{\rho_{\infty}U_{ref}^2} = \left( \frac{\rho' + \rho_{\infty}}{\rho_{\infty}} \right)^{\gamma} \frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty}U_{ref}^2}. \quad (2.14)$$

Sabendo que  $P^* = P/\rho_{\infty}U_{ref}^2$  e que  $\rho^* = \rho/\rho_{\infty}$  a equação 2.14 se torna:

$$P^{*'} + P_{\infty}^* = (\rho^{*'} + 1)^{\gamma} P_{\infty}^* \quad (2.15)$$

Isolando  $\rho^{*'}$  chega-se a:

$$\rho^{*'} = \left( \frac{P^{*'}}{P_{\infty}^*} + 1 \right)^{1/\gamma} - 1. \quad (2.16)$$

Considerando agora a relação entre  $P$  e  $T$ , isolando-se  $p$  do lado esquerdo e dividindo-se ambos os lados

por  $\rho_{\infty} U_{ref}^2$  chega-se a:

$$\frac{P}{\rho_{\infty} U_{ref}^2} = \left( \frac{T}{T_{\infty}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty} U_{ref}^2}, \quad (2.17)$$

que ao decompor p nos dá:

$$P^{*'} + P^{*\infty} = \left( \frac{T}{T_{\infty}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} P_{\infty}^*. \quad (2.18)$$

Por fim, ao isolar T, obtém-se:

$$T = \left( \frac{P^{*'}}{P_{\infty}^*} + 1 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_{\infty} \quad (2.19)$$

## 3 MÉTODO NUMÉRICO

Neste capítulo será apresentado o modelo numérico utilizado no código VAT e como ele será utilizado para geração sintética de modos de interação rotor-estator. Primeiramente será apresentado o método de cálculo de fluxos através de volumes de controle, utilizando-se um método de interpolação de quarta ordem de precisão e a aplicação de um passo temporal que utiliza um método Runge-Kutta de terceira ordem. Em seguida, será explanado o método de estabilização do código por meio da imposição de uma dissipação artificial. Por fim, será exposto o método utilizado para impor uma fonte sintética de ondas sonoras.

### 3.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES

O método numérico implementado no código VAT utiliza as equações compressíveis, não lineares e transientes de Euler, que, em sua forma conservativa, para um referencial não inercial, são descritas como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e_t) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho e_t u_i) = -\frac{\partial}{\partial x_i} (p u_i) + f_i u_i, \quad (3.3)$$

com todas as suas variáveis na forma adimensional. A adimensionalização de tais variáveis é descrita como:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L}, & y^* &= \frac{y}{L}, & z^* &= \frac{z}{L}, & t^* &= \frac{t}{L/U_{\text{ref}}}, & u^* &= \frac{u}{U_{\text{ref}}}, & v^* &= \frac{v}{U_{\text{ref}}}, & w^* &= \frac{w}{U_{\text{ref}}}, \\ p^* &= \frac{p}{\rho_{\text{ref}} (U_{\text{ref}})^2}, & \rho &= \frac{\rho}{\rho_{\text{ref}}}, & T^* &= \frac{T}{T_{\text{ref}}}, & e &= \frac{e}{(U_{\text{ref}})^2}, & f^* &= \frac{f}{\rho_{\text{ref}} (U_{\text{ref}})^2 / L}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sendo que o sobrescrito \* define as variáveis adimensionais; o subscrito  $\infty$ , as variáveis do escoamento não perturbado; e o subscrito  $_{ref}$ , os valores de referência utilizados. O sobrescrito \* será suprimido nas equações seguintes para torná-las mais transparentes. A energia total, dada pela soma das

energias interna e cinética, é

$$e_t = e + e_k = c_v T + \frac{u_i u_i}{2} \quad (3.5)$$

e o número de Mach é

$$M_{\text{ref}} = \frac{U_{\text{ref}}}{c_{\text{ref}}} = \frac{U_{\text{ref}}}{\sqrt{\gamma \mathcal{R} T_{\text{ref}}}}. \quad (3.6)$$

Considerando o ar como um gás calorificamente perfeito, as equações de estado são dadas por

$$p = (\gamma - 1) \rho e \quad (3.7)$$

e

$$T = \frac{\gamma M_{\text{ref}}^2 p}{\rho}. \quad (3.8)$$

O método utiliza uma pseudo-força  $f_i$  e um pseudo-trabalho  $f_i u_i$  por unidade de volume no lado direito das equações como forma de acelerar o escoamento até a velocidade desejada de forma contínua e simultânea em todos os volumes finitos. Essa técnica tem o objetivo de evitar oscilações numéricas causadas pelo método da fronteira imersa utilizado no programa ao se acelerar o escoamento de forma descontínua. Após esse período de aceleração, a pseudo-força e o pseudo-trabalho deixam de exercer sua função e são igualados a 0.

### 3.2 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO

Com a finalidade de resolver as equações de Euler utilizando a formulação de volumes finitos, escrevem-se as equações governantes em sua forma vetorial:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = \mathbf{R}. \quad (3.9)$$

Define-se o tensor  $\Pi$  como:

$$\Pi = \mathbf{E} \otimes \mathbf{i} + \mathbf{F} \otimes \mathbf{j} + \mathbf{G} \otimes \mathbf{k}, \quad (3.10)$$

a equação 3.9 é então reescrita como:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \Pi = \mathbf{R}. \quad (3.11)$$

Sendo assim, o vetor de variáveis conservativas  $\mathbf{U}$  e os vetores de fluxo  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{G}$  são dados por:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uu + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho e_t + p)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho vv + p \\ \rho vw \\ (\rho e_t + p)v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho ww + p \\ (\rho e_t + p)w \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

E o vetor de pseudo-forças e pseudo-trabalho é dado por:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_x \\ f_y \\ f_z \\ f_x u + f_y v + f_z w \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Integrado-se a equação 3.11 ao longo de um volume de controle  $V$  e aplicando-se o Teorema da Divergência para o primeiro termo do lado direito, chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{U} dV = - \int_V (\nabla \cdot \Pi) dV + \int_V \mathbf{R} dV = - \oint_S (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS + \int_V \mathbf{R} dV. \quad (3.14)$$

Definindo-se a média volumétrica dos vetores  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{R}$  dentro do volume de controle  $V$  como

$$\bar{\mathbf{U}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \mathbf{U} dV, \quad \bar{\mathbf{R}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \mathbf{R} dV, \quad (3.15)$$

a equação 3.14 é então escrita como:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} = - \frac{1}{V} \oint_S (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS + \bar{\mathbf{R}}. \quad (3.16)$$

Avaliando a equação 3.16 para um volume de controle hexaédrico chega-se a:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right)_{i,j,k} &= - \frac{1}{V_{i,j,k}} \left[ \int_{S_{i+1/2}} (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_{i-1/2}} (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS + \right. \\ &\quad \int_{S_{j+1/2}} (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_{j-1/2}} (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS + \\ &\quad \left. \int_{S_{k+1/2}} (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_{k-1/2}} (\Pi \cdot \mathbf{n}) dS \right] + \bar{\mathbf{R}}_{i,j,k}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

sendo os subscritos  $i_{-1/2}$  e  $i_{+1/2}$  utilizados para definir a superfície entre os volumes  $(i, j, k)$  e  $(i + 1, j, k)$ . O mesmo vale para os índices  $j$  e  $k$ .

Considerando que o tensor  $\Pi$  é constante dentro de um volume de controle, a equação anterior pode ser aproximada de forma discreta como:

$$\frac{\Delta \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}}{\Delta t} = -\frac{1}{V_{i,j,k}} \left[ (\Pi \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{i-1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{j+1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{j-1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{k+1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{k-1/2} \right] + \bar{\mathbf{R}}_{i,j,k}, \quad (3.18)$$

sendo  $\Delta t$  o passo temporal utilizado.

Defini-se  $\mathcal{F}_{i,j,k}$  como a função de fluxo do tensor  $\Pi$  através das superfícies do volume de controle  $V_{i,j,k}$  ao longo de um passo temporal  $\Delta t$ :

$$\mathcal{F}_{i,j,k} = \frac{\Delta t}{V_{i,j,k}} \left[ (\Pi \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{i-1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{j+1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{j-1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{k+1/2} + (\Pi \cdot \mathbf{S})_{k-1/2} \right], \quad (3.19)$$

e  $\mathcal{R}_{i,j,k}$  como a função do efeito das forças de campo agindo sobre o mesmo volume durante o mesmo passo temporal:

$$\mathcal{R}_{i,j,k} = \Delta t \cdot \bar{\mathbf{R}}_{i,j,k}, \quad (3.20)$$

definindo-se  $\mathcal{D}_{i,j,k}$  como o efeito da dissipação artificial utilizada para estabilizar o método, a equação 3.18 é então reescrita como:

$$\Delta \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k} = -\mathcal{F}_{i,j,k} + \mathcal{D}_{i,j,k} + \mathcal{R}_{i,j,k}. \quad (3.21)$$

Para realizar o passo temporal da equação 3.21, utiliza-se um método Runge-Kutta de terceira ordem de precisão proposto por Shu e relatado por Yee[12], descrito pelos passos:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^1 = \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^n - (\mathcal{F}_{i,j,k}^n - \mathcal{D}_{i,j,k}^n - \mathcal{R}_{i,j,k}^n), \quad (3.22)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^2 = \frac{3}{4} \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^n + \frac{1}{4} \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^1 - \frac{1}{4} (\mathcal{F}_{i,j,k}^1 - \mathcal{D}_{i,j,k}^1 - \mathcal{R}_{i,j,k}^1), \quad (3.23)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{3} \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^n + \frac{2}{3} \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^2 - \frac{2}{3} (\mathcal{F}_{i,j,k}^2 - \mathcal{D}_{i,j,k}^2 - \mathcal{R}_{i,j,k}^2). \quad (3.24)$$

Calcula-se então o valor do fluxo do tensor  $\Pi$  através de cada superfície do volume de controle  $V_{i,j,k}$  de modo que o valor de  $\mathcal{F}_{i,j,k}$  seja calculado em cada um dos passos descritos pelas equações 3.22, 3.23 e 3.24. Exemplificando para a superfície  $S_{i+1/2}$ , o fluxo é dado por:

$$(\Pi \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} = \begin{bmatrix} (\Pi \cdot \mathbf{S})_1 \\ (\Pi \cdot \mathbf{S})_2 \\ (\Pi \cdot \mathbf{S})_3 \\ (\Pi \cdot \mathbf{S})_4 \\ (\Pi \cdot \mathbf{S})_5 \end{bmatrix}_{i+1/2}. \quad (3.25)$$

A primeira componente do vetor definido pela equação 3.24 é associado à equação da continuidade e é dado por:

$$(\Pi \cdot \mathbf{S})_1 = \rho_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2}, \quad (3.26)$$

sendo que o fluxo volumétrico é

$$(q_s)_{i+1/2} = \mathbf{u}_{i+1/2} \cdot \mathbf{S}_{i+1/2} = u_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2} + v_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2} + w_{i+1/2} (s_z)_{i+1/2}. \quad (3.27)$$

O segundo, terceiro e quarto termos da equação 3.24 estão associados às três componentes da equação de momento e a quinta componente à equação da energia. Tais termos são dados pelas seguintes equações:

$$(\Pi \cdot \mathbf{S})_2 = (\rho u)_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2}, \quad (3.28)$$

$$(\Pi \cdot \mathbf{S})_3 = (\rho v)_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2}, \quad (3.29)$$

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_4 = (\rho w)_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (s_z)_{i+1/2}, \quad (3.30)$$

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_5 = (\rho e_t)_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2}. \quad (3.31)$$

Para calcular o fluxo  $(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})$  de acordo com as equações 3.28 a 3.31 é necessário realizar uma aproximação dos valores das variáveis ao longo da superfície de controle  $S_{i+1/2}$  a partir dos valores das variáveis conservativas dentro do volume de controle, dada pelo vetor:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho u} \\ \bar{\rho v} \\ \bar{\rho w} \\ \bar{\rho e_t} \end{bmatrix}_{i,j,k}. \quad (3.32)$$

De modo a se obter as variáveis primitivas, utiliza-se a média de Favre:

$$\tilde{u} = \frac{\bar{\rho u}}{\bar{\rho}}, \quad \tilde{v} = \frac{\bar{\rho v}}{\bar{\rho}}, \quad \tilde{w} = \frac{\bar{\rho w}}{\bar{\rho}}, \quad \tilde{e}_t = \frac{\bar{\rho e_t}}{\bar{\rho}}. \quad (3.33)$$

A média da energia total é dada por

$$\tilde{e}_t = \tilde{e} + \tilde{e}_k = \tilde{e} + \frac{\tilde{u}\tilde{u} + \tilde{v}\tilde{v} + \tilde{w}\tilde{w}}{2}, \quad (3.34)$$

Logo, a energia interna média é calculada como

$$\tilde{e} = \tilde{e}_t - \tilde{e}_k = \tilde{e}_t - \frac{\tilde{u}\tilde{u} + \tilde{v}\tilde{v} + \tilde{w}\tilde{w}}{2}, \quad (3.35)$$

e, por fim, a temperatura e a pressão médias no volume de controle são calculadas através da equação de estado:

$$\tilde{p} = (\gamma - 1) \bar{\rho} \tilde{e}, \quad \tilde{T} = \frac{\gamma M_{\text{ref}}^2 \tilde{p}}{\bar{\rho}}. \quad (3.36)$$

Para calcular os fluxos de massa, momento e energia através da superfície de controle  $S_{i+1/2}$  deve-se utilizar um método de interpolação das variáveis primitivas e conservativas que proporcione alta resolução e estabilidade ao método. Bobenrieth et al.[6] propõem um método de interpolação explícito

de quarta ordem de precisão:

$$f_{i+1/2,j,k} = \frac{9}{16} (f_{i+1,j,k} + f_{i,j,k}) - \frac{1}{16} (f_{i+2,j,k} + f_{i-1,j,k}). \quad (3.37)$$

Sendo  $f_{i+1/2,j,k}$  a variável a ser interpolada na superfície  $S_{i+1/2}$ . Desse modo, as fórmulas para interpolação das variáveis primitivas são dadas por:

$$u_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\tilde{u}_{i,j,k} + \tilde{u}_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\tilde{u}_{i-1,j,k} + \tilde{u}_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4), \quad (3.38)$$

$$v_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\tilde{v}_{i,j,k} + \tilde{v}_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\tilde{v}_{i-1,j,k} + \tilde{v}_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4), \quad (3.39)$$

$$w_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\tilde{w}_{i,j,k} + \tilde{w}_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\tilde{w}_{i-1,j,k} + \tilde{w}_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4), \quad (3.40)$$

$$p_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\tilde{p}_{i,j,k} + \tilde{p}_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\tilde{p}_{i-1,j,k} + \tilde{p}_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4). \quad (3.41)$$

E para as variáveis conservativas são dadas por:

$$\rho_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}_{i,j,k} + \bar{\rho}_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}_{i-1,j,k} + \bar{\rho}_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4), \quad (3.42)$$

$$(\rho u)_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho} u_{i,j,k} + \bar{\rho} u_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho} u_{i-1,j,k} + \bar{\rho} u_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4), \quad (3.43)$$

$$(\rho v)_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho} v_{i,j,k} + \bar{\rho} v_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho} v_{i-1,j,k} + \bar{\rho} v_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4), \quad (3.44)$$

$$(\rho w)_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho} w_{i,j,k} + \bar{\rho} w_{i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho} w_{i-1,j,k} + \bar{\rho} w_{i+2,j,k}) + O(\Delta x^4), \quad (3.45)$$

$$(\rho e_t)_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho} e_{t,i,j,k} + \bar{\rho} e_{t,i+1,j,k}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho} e_{t,i-1,j,k} + \bar{\rho} e_{t,i+2,j,k}) + O(\Delta x^4). \quad (3.46)$$

### 3.3 DISSIPACÃO ARTIFICIAL

A técnica de dissipação artificial utilizada neste método, incluída na equação 3.21, baseia-se na ideia proposta por Jameson et al.[13] e descreve o seguinte operador:

$$\mathcal{D}_{i,j,k} = (d_{i+1/2} - d_{i-1/2}) + (d_{j+1/2} - d_{j-1/2}) + (d_{k+1/2} - d_{k-1/2}), \quad (3.47)$$

Sendo, para a superfície  $S_{i+1/2}$ :

$$d_{i+1/2} = \varepsilon_{i+1/2}^{(2)} [\bar{\mathbf{U}}_{i+1,j,k} - \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}] - \varepsilon_{i+1/2}^{(4)} [\bar{\mathbf{U}}_{i+2,j,k} - 3\bar{\mathbf{U}}_{i+1,j,k} + 3\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k} - \bar{\mathbf{U}}_{i-1,j,k}]. \quad (3.48)$$

O primeiro e segundo termos da equação 3.48 são, respectivamente, os operadores de dissipação de segunda e quarta ordens. Os coeficientes de tais operadores são dados por:

$$\varepsilon_{i+1/2}^{(2)} = \max \left[ (\Psi_{\text{rot}})_{i+1/2}, (\Psi_{\text{div}})_{i+1/2}, (\Psi_{\text{prs}})_{i+1/2}, (\Psi_{\text{den}})_{i+1/2} \right] \quad (3.49)$$

e

$$\varepsilon_{i+1/2}^{(4)} = \max \left[ 0, \left( K^{(4)} - \varepsilon_{i+1/2}^{(2)} \right) \right], \quad (3.50)$$

sendo  $K^{(4)}$  a constante de calibração do operador de quarta ordem.

Com intuito de melhorar a estabilidade numérica do método em questão, são utilizados um sensor de vorticidade

$$(\Psi_{\text{rot}})_{i+1/2} = K_{\text{rot}}^{(2)} \cdot |\nabla \times \tilde{\mathbf{u}}|_{i+1/2}, \quad (3.51)$$

um sensor do divergente do campo de velocidade

$$(\Psi_{\text{div}})_{i+1/2} = K_{\text{div}}^{(2)} \cdot |\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}|_{i+1/2}, \quad (3.52)$$

um sensor do gradiente de pressão

$$(\Psi_{\text{prs}})_{i+1/2} = K_{\text{prs}}^{(2)} \cdot |\nabla \tilde{p}|_{i+1/2}, \quad (3.53)$$

e um sensor do gradiente de massa específica

$$(\Psi_{\text{den}})_{i+1/2} = K_{\text{den}}^{(2)} \cdot |\nabla \bar{\rho}|_{i+1/2}, \quad (3.54)$$

para amortecer a oscilação numérica das variáveis termodinâmicas e aerodinâmicas citadas, sendo  $K^{(2)}$  a constante de calibração de cada sensor de segunda ordem.

### 3.4 MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA

O método utilizado para impor as condições de contorno nos volumes de fronteira, que são os volumes de controle que possuem um ou mais pontos de superfície, é do tipo discreto, em que as condições de contorno são impostas diretamente nos volumes de fronteira. Os valores médios das variáveis conservativas, em todos os volumes, são dados por:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho u} \\ \bar{\rho v} \\ \bar{\rho w} \\ \bar{\rho e_t} \end{bmatrix}_{i,j,k} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \tilde{u} \\ \bar{\rho} \tilde{v} \\ \bar{\rho} \tilde{w} \\ \bar{\rho} \tilde{e}_t \end{bmatrix}_{i,j,k} . \quad (3.55)$$

A fim de impor as condições de livre escorregamento nos volumes de fronteira para as equações de Euler, a velocidade do fluido na superfície sólida é decomposta em componentes normais (subscrito n) e tangenciais (subscrito t), como

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}_n + \tilde{\mathbf{u}}_t = \tilde{u}_n \mathbf{n} + \tilde{u}_t \mathbf{t}. \quad (3.56)$$

E, como as condições de impenetrabilidade nos volumes de fronteira estabelecem que a componente normal da velocidade do fluido deve ser igual à componente normal da velocidade do corpo em movimento,  $u_{nB}$ , as componentes normal e tangencial da velocidade dos volumes de fronteira são dadas por:

$$\tilde{u}_n = u_{nB}^b, \quad \text{e} \quad \tilde{u}_t \neq 0. \quad (3.57)$$

É importante notar que, para o caso do estator,  $u_{nB} = 0$   $u_{nB} = \mathbf{v}_{rotor} \cdot \mathbf{n}$

Para as equações de Euler, não há difusão de momento na direção normal nas paredes dos rotores e estatores, logo:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x_n} = 0. \quad (3.58)$$

A condição de contorno para a pressão estática nas paredes é obtida considerando-se a equação de momento na direção normal

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_n) + \frac{\partial}{\partial x_n} (\bar{\rho} \tilde{u}_n \tilde{u}_n) + \frac{\partial}{\partial x_t} (\bar{\rho} \tilde{u}_n \tilde{u}_t) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n}, \quad (3.59)$$

em que a expansão dos termos da equação anterior resulta em

$$\tilde{u}_n \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial t} + (\tilde{u}_n)^2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_n} + (2\bar{\rho} \tilde{u}_n) \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial x_n} + (\tilde{u}_n \tilde{u}_t) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_t} + (\bar{\rho} \tilde{u}_t) \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial x_t} + (\bar{\rho} \tilde{u}_n) \frac{\partial \tilde{u}_t}{\partial x_t} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n}. \quad (3.60)$$

Aplicando-se a condição de impenetrabilidade na equação de momento na direção normal, tem-se

$$u_n^b \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial u_n^b}{\partial t} + (u_n^b)^2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_n} + (2\bar{\rho} u_n^b) \frac{\partial u_n^b}{\partial x_n} + (u_n^b u_t) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_t} + (\bar{\rho} u_t) \frac{\partial u_n^b}{\partial x_t} + (\bar{\rho} u_n^b) \frac{\partial u_t}{\partial x_t} = -\frac{\partial p}{\partial x_n}. \quad (3.61)$$

Para o caso do estator, em que  $u_{nB} = 0$ , a equação anterior se torna

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n} = 0. \quad (3.62)$$

Para o caso do rotor,  $u_{nB} \neq 0$ , se medido por um observador em um sistema inercial estacionário com relação ao estator. No entanto, a pressão estática é independente da velocidade do sistema inercial do observador e, se o mesmo está se movendo com uma mesma velocidade constate do rotor, isso também resulta em  $u_{nB} = 0$ , portanto tem-se também que

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n} = 0. \quad (3.63)$$

Considerando que as paredes do rotor e do estator são adiabáticas, as condições de contorno para temperatura são dadas por

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_n} = 0, \quad (3.64)$$

e derivando a equação de estado para um gás ideal com relação à direção normal, obtém-se

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n} = \frac{\partial}{\partial x_n} (\bar{\rho} \mathcal{R} \tilde{T}) = \mathcal{R} \bar{\rho} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_n} + \mathcal{R} \tilde{T} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_n}, \quad (3.65)$$

que resulta em

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_n} = 0. \quad (3.66)$$

Como

$$\tilde{e} = \frac{1}{\gamma(\gamma-1)M_{\text{ref}}^2 \tilde{T}}, \quad (3.67)$$

a condição adiabática na parede resulta em

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial x_n} = 0. \quad (3.68)$$

Como  $\mathbf{n}$  é um vetor unitário normal à parede com sentido para fora e  $\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$ , as derivadas das variáveis

$\tilde{\mathbf{u}}$   $\tilde{u}_n$   $\tilde{\rho}$   $\tilde{e}$  na direção normal são dadas por

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x_n} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial n} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} = n_x \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x} + n_y \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial y} + n_z \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial z}, \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x_n} = \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial n} = \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} = n_x \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} + n_y \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} + n_z \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z}, \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial x_n} = \frac{\partial \tilde{e}}{\partial n} = \frac{\partial \tilde{e}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{e}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{e}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} = n_x \frac{\partial \tilde{e}}{\partial x} + n_y \frac{\partial \tilde{e}}{\partial y} + n_z \frac{\partial \tilde{e}}{\partial z}. \quad (3.71)$$

Dependendo da resolução das malhas Cartesiana e da fronteira, mais de um ponto de superfície podem estar dentro do mesmo volume. Nesse caso, é utilizada a média de todos os vetores que estão dentro daquele volume.

As derivadas dos volumes de fronteira na direção normal podem ser calculadas de acordo com as condições de contorno como

$$0 = n_x \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x} \right)_{i,j,k}^b + n_y \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial y} \right)_{i,j,k}^b + n_z \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial z} \right)_{i,j,k}^b, \quad (3.72)$$

$$0 = n_x \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \right)_{i,j,k}^b + n_y \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} \right)_{i,j,k}^b + n_z \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} \right)_{i,j,k}^b, \quad (3.73)$$

$$0 = n_x \left( \frac{\partial \tilde{e}}{\partial x} \right)_{i,j,k}^b + n_y \left( \frac{\partial \tilde{e}}{\partial y} \right)_{i,j,k}^b + n_z \left( \frac{\partial \tilde{e}}{\partial z} \right)_{i,j,k}^b. \quad (3.74)$$

Se  $n_x > 0$ , a derivada  $\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x}$  nos volumes de fronteira na região regular da malha Cartesiana pode ser calculada utilizando um método de quarta ordem proposto por Tanehill[14]:

$$\left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \right)_{i,j,k}^b = \frac{1}{12\Delta x} \left[ -25\tilde{\rho}_{i,j,k}^b + 48\tilde{\rho}_{i+1,j,k}^b - 36\tilde{\rho}_{i+2,j,k}^b + 16\tilde{\rho}_{i+3,j,k}^b - 3\tilde{\rho}_{i+4,j,k}^b + O(\Delta x)^4 \right]. \quad (3.75)$$

Definindo o operador diferencial

$$D_i^+ \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left( 48\bar{\rho}_{i+1,j,k} - 36\bar{\rho}_{i+2,j,k} + 16\bar{\rho}_{i+3,j,k} - 3\bar{\rho}_{i+4,j,k} \right), \quad (3.76)$$

$$D_j^+ \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left( 48\bar{\rho}_{i,j+1,k} - 36\bar{\rho}_{i,j+2,k} + 16\bar{\rho}_{i,j+3,k} - 3\bar{\rho}_{i,j+4,k} \right), \quad (3.77)$$

$$D_k^+ \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left( 48\bar{\rho}_{i,j,k+1} - 36\bar{\rho}_{i,j,k+2} + 16\bar{\rho}_{i,j,k+3} - 3\bar{\rho}_{i,j,k+4} \right), \quad (3.78)$$

$$D_i^- \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left( 48\bar{\rho}_{i-1,j,k} - 36\bar{\rho}_{i-2,j,k} + 16\bar{\rho}_{i-3,j,k} - 3\bar{\rho}_{i-4,j,k} \right), \quad (3.79)$$

$$D_j^- \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left( 48\bar{\rho}_{i,j-1,k} - 36\bar{\rho}_{i,j-2,k} + 16\bar{\rho}_{i,j-3,k} - 3\bar{\rho}_{i,j-4,k} \right), \quad (3.80)$$

$$D_k^- \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left( 48\bar{\rho}_{i,j,k-1} - 36\bar{\rho}_{i,j,k-2} + 16\bar{\rho}_{i,j,k-3} - 3\bar{\rho}_{i,j,k-4} \right). \quad (3.81)$$

A equação 3.75 é escrita como

$$\left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} \right)_{i,j,k} = \frac{25}{12\Delta x} \left[ -\bar{\rho}_{i,j,k}^b + D_i^+ \bar{\rho} + O(\Delta x)^4 \right]. \quad (3.82)$$

Se  $\mathbf{n} = \mathbf{i}$  ( $n_x = 1, n_y = 0, n_z = 0$ ), a equação 3.74 se torna

$$0 = \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} \right)_{i,j,k}^b, \quad (3.83)$$

substituindo esse resultado na equação 3.82 tem-se

$$\bar{\rho}_{i,j,k}^b = D_i^+ \bar{\rho} + O(\Delta x)^4. \quad (3.84)$$

da mesma forma, se  $\mathbf{n} = \mathbf{j}$  ( $n_x = 0, n_y = 1, n_z = 0$ ),

$$\bar{\rho}_{i,j,k}^b = D_j^+ \bar{\rho} + O(\Delta y)^4, \quad (3.85)$$

e se  $\mathbf{n} = \mathbf{k}$  ( $n_x = 0, n_y = 0, n_z = 1$ ),

$$\bar{\rho}_{i,j,k}^b = D_k^+ \bar{\rho} + O(\Delta z)^4. \quad (3.86)$$

Para o caso geral, onde  $\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$ , a densidade no volume é calculada como

$$\bar{\rho}_{i,j,k}^b = \frac{|n_x| D_i^+ \bar{\rho} + |n_y| D_j^+ \bar{\rho} + |n_z| D_k^+ \bar{\rho}}{|n_x| + |n_y| + |n_z|}. \quad (3.87)$$

De forma análoga, como  $\partial\tilde{\rho}/\partial x_n = \partial\tilde{e}/\partial x_n = \partial\tilde{\mathbf{u}}/\partial x_n = 0$ , a energia interna e a velocidade tangencial são calculadas por

$$\tilde{e}_{i,j,k}^b = \frac{|n_x|D_i\tilde{e} + |n_y|D_j\tilde{e} + |n_z|D_k\tilde{e}}{|n_x| + |n_y| + |n_z|}, \quad (3.88)$$

e

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i,j,k}^b = \frac{|n_x|D_i\tilde{\mathbf{u}} + |n_y|D_j\tilde{\mathbf{u}} + |n_z|D_k\tilde{\mathbf{u}}}{|n_x| + |n_y| + |n_z|}. \quad (3.89)$$

Nas equações anteriores, os operadores diferenciais ( $D_i$ ,  $D_j$  e  $D_k$ ) podem apontar para frente ( $D_i^+$ ,  $D_j^+$  e  $D_k^+$ ), se os valores de  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  forem positivos, ou para trás ( $D_i^-$ ,  $D_j^-$  e  $D_k^-$ ) se os valores de  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  forem negativos

Como o vetor normal  $\tilde{\mathbf{u}}_n$  é conhecido em cada volume de fronteira, suas componentes Cartesianas também conhecidas são dadas por

$$(\tilde{\mathbf{u}}_n)_{i,j,k}^b = (\tilde{u}_{n_x}\mathbf{i} + \tilde{u}_{n_y}\mathbf{j} + \tilde{u}_{n_z}\mathbf{k})_{i,j,k}^b, \quad (3.90)$$

e como

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i,j,k}^b = (\tilde{\mathbf{u}})_{i,j,k}^b = (\tilde{\mathbf{u}}_n)_{i,j,k}^b + (\tilde{\mathbf{u}}_t)_{i,j,k}^b, \quad (3.91)$$

as componentes Cartesianas da velocidade tangencial  $\tilde{\mathbf{u}}_t$  são dadas por

$$(\tilde{u}_{t_x})_{i,j,k}^b = (\tilde{u} - \tilde{u}_{n_x})_{i,j,k}^b, \quad (\tilde{u}_{t_y})_{i,j,k}^b = (\tilde{v} - \tilde{u}_{n_y})_{i,j,k}^b, \quad (\tilde{u}_{t_z})_{i,j,k}^b = (\tilde{w} - \tilde{u}_{n_z})_{i,j,k}^b. \quad (3.92)$$

Dessa forma, o vetor de variáveis conservativas para os volumes de fronteira é dado por

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^b = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}(\tilde{u}_{t_x} + \tilde{u}_{n_x}) \\ \bar{\rho}(\tilde{u}_{t_y} + \tilde{u}_{n_y}) \\ \bar{\rho}(\tilde{u}_{t_z} + \tilde{u}_{n_z}) \\ \bar{\rho} \left[ \tilde{e} + \frac{1}{2} \left[ (\tilde{u}_{t_x} + \tilde{u}_{n_x})^2 + (\tilde{u}_{t_y} + \tilde{u}_{n_y})^2 + (\tilde{u}_{t_z} + \tilde{u}_{n_z})^2 \right] \right] \end{bmatrix}_{i,j,k}^b. \quad (3.93)$$

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados referentes às simulações da fonte de ondas sonoras proposta neste trabalho, bem como uma análise dos resultados obtidos. Também será feita a validação do código utilizado com base na comparação entre os resultados obtidos e a teoria dos fenômenos estudados.

As simulações apresentadas inicialmente consistem de uma fonte estática no centro de um domínio bidimensional de 2x2 metros. As condições do fluido não perturbado utilizadas foram de  $P_\infty = 101325Pa$  e  $T_\infty = 300K$ , resultando em uma velocidade do som de  $a_\infty = 347,2m/s$ . O comportamento de uma fonte de ondas sonoras de 3471,89 hz e nível de pressão sonora de 120dB foi analisado em um caso de imersão em um fluido estático e em três casos de escoamentos uniformes. Tais casos consistem em escoamentos subsônico, sônico e supersônico, com números de Mach iguais a  $M = 0,5$ ,  $M = 1$  e  $M = 2$ , respectivamente. Para um comprimento característico de 0,1m referente ao comprimento de onda das ondas sonoras emitidas pela fonte, as resoluções de malha utilizadas foram de 80 e 160 volumes finitos por comprimento característico, resultando em um domínio regular com 2560000 e 10240000 volumes finitos respectivamente. Contando com os volumes de dissipação fora da área regular, estes números sobem para 3240000 e 11560000 respectivamente.

As visualizações mostradas neste capítulo, que representam o campo aeroacústico formado pela fonte, fazem uso da variável de visualização aeroacústica  $\beta_T$ , com exceção da figura 4.6. A variável  $\beta_T$  é proporcional à magnitude do gradiente de temperatura e é dada por [11]:

$$\beta_T = |\nabla T|^{1/10}. \quad (4.1)$$

Esta variável possui a vantagem de mostrar ondas acústicas e características de campos acústicos, bem como campos de vorticidade, que são características de campos aerodinâmicos. Neste trabalho, em especial, essa variável de visualização possui a vantagem de mostrar o efeito da advecção das condições de contorno impostas pela fonte.

### 4.1 FONTE IMERSA EM UM FLUIDO ESTÁTICO

A figura 4.1 representa a visualização do campo acústico produzido pela fonte para duas resoluções de malha diferentes. Observa-se que, para este caso, onde os comprimentos de onda são constantes, não há diferença significativa entre as malhas computacionais utilizadas.

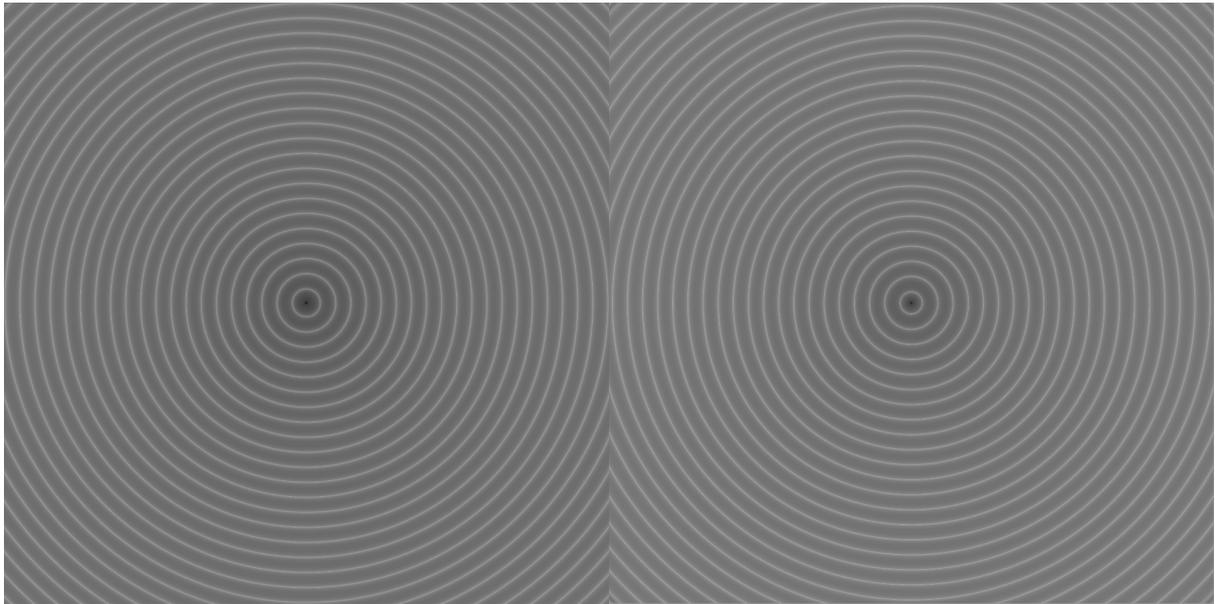


Figura 4.1: Visualização da variável  $\beta_T$  do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um fluido estático com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito)

## 4.2 FONTE EM UM ESCOAMENTO SUBSÔNICO

A figura 4.2 representa o caso do campo acústico gerado pela fonte em um escoamento subsônico com número de Mach  $M = 0,5$ . Neste caso, é possível observar que a fonte deixa uma esteira no escoamento e que, para uma malha mais refinada, a esteira tende a ser menor. Observa-se também o efeito Doppler causado pela velocidade relativa do fluido em relação à fonte, havendo diminuição do comprimento de onda a montante do escoamento e aumento a jusante.

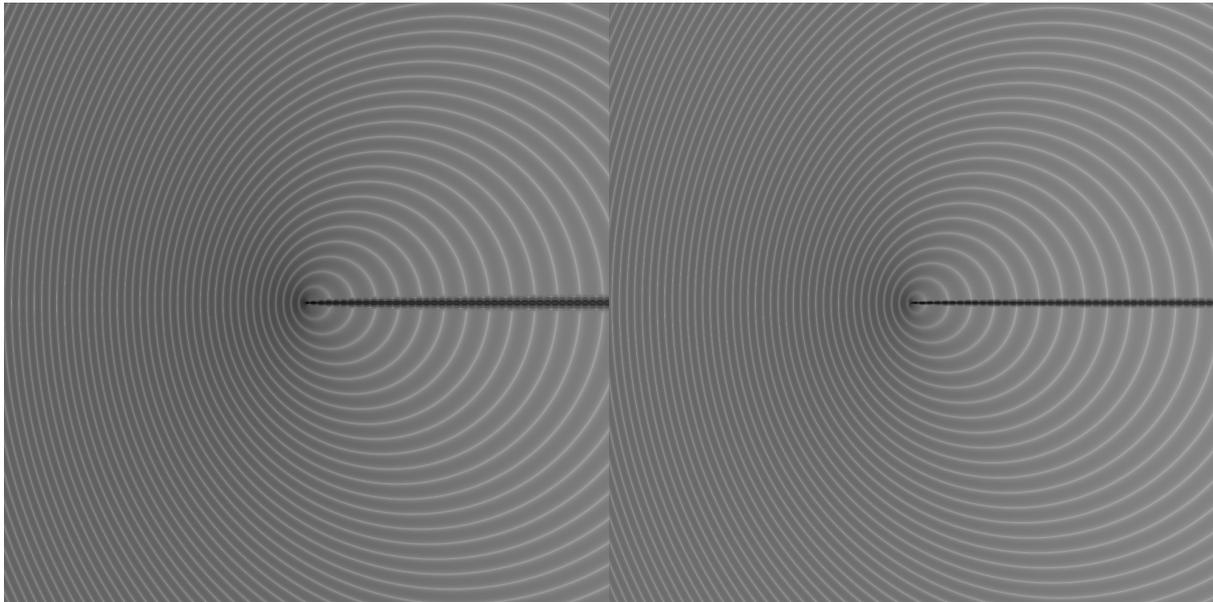


Figura 4.2: Visualização da variável  $\beta_T$  do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme subsônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito)

### 4.3 FONTE EM UM ESCOAMENTO SÔNICO

O caso sônico, em que a velocidade do escoamento uniforme imposto corresponde a  $M = 1$ , é observado na figura 4.3. Este caso é especialmente interessante, pois o fato de haver um completo silêncio a montante do escoamento, enquanto há propagação das ondas sonoras sem formação de ondas de Mach a jusante serve como validação do método utilizado. É possível observar, no entanto, a formação de linhas escuras que formam um cone na região próxima à fonte. Essas linhas representam a região onde as ondas geradas se tornam cada vez mais próximas. Assim, o comprimento de onda tende a zero conforme a linha se aproxima do ponto onde a fonte está localizada. Percebe-se um ligeiro afinamento nessa região escura para o caso da malha mais refinada. Esse fenômeno sugere a importância do refinamento da malha para captação de comprimentos de onda menores, bem como indica que, para uma malha com volumes finitos com comprimentos menores tendendo a zero, essa região escura tenderia a se concentrar apenas na região da fonte, demonstrando, assim, que as ondas geradas se tocam apenas no ponto onde a fonte está localizada.

Observa-se, também, que há formação de uma pequena área de oscilação numérica na região próxima à fonte na direção a montante do escoamento e que essa oscilação diminui significativamente para uma malha mais refinada.

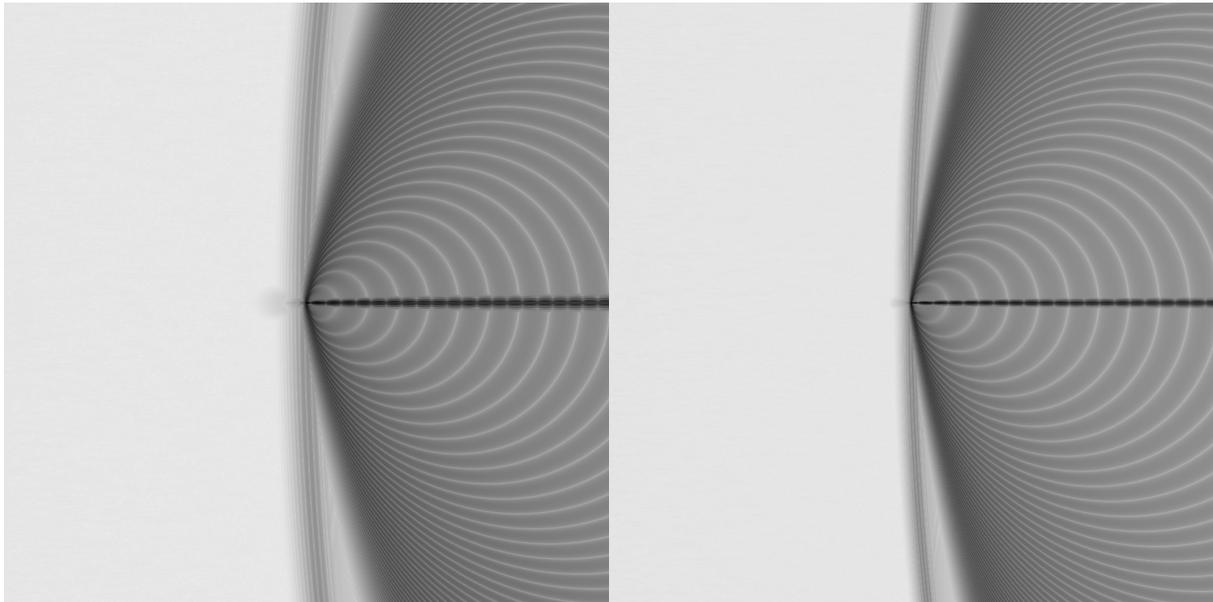


Figura 4.3: Visualização da variável  $\beta_T$  do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme sônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito)

#### 4.4 FONTE EM UM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO

Na figura 4.5, observa-se o caso supersônico com número de Mach  $M = 2$ . Nesta simulação também ocorrem os fenômenos de formação de uma pequena área de oscilação numérica à frente da fonte e de advecção das condições de contorno impostas por ela, formando uma esteira, que, da mesma forma como nos casos anteriores, é reduzida com o refinamento da malha.

Nota-se claramente a formação de ondas de Mach ocasionadas pela superposição das ondas sonoras geradas pela fonte sujeitas a um escoamento supersônico e conclui-se que, para uma malha mais refinada, a onda de Mach é mais fina, demonstrando que o fenômeno de superposição das ondas sonoras é capturado de forma mais eficiente. Dessa forma, demonstra-se o potencial da fonte formulada na geração sintética de modos de interação rotor-estator.

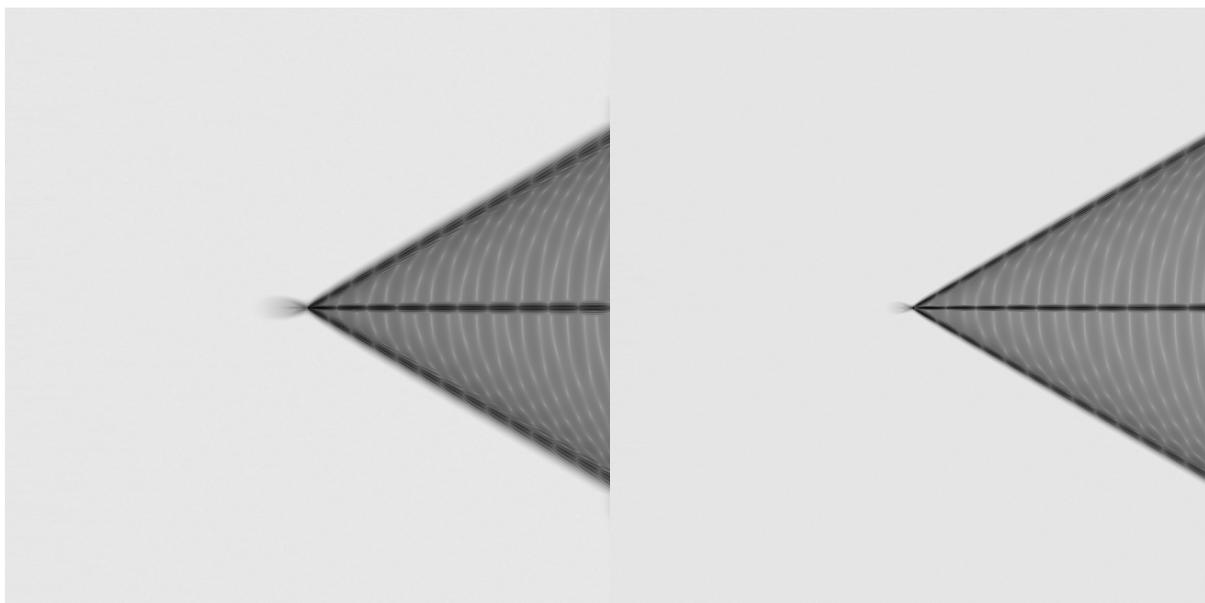


Figura 4.4: Visualização da variável do campo aeroacústico gerado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme supersônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito)

#### 4.4.1 VALIDAÇÃO PELO ÂNGULO DE MACH

Uma validação adicional que pode ser realizada ao método numérico utilizado neste trabalho se dá pela medição do ângulo de Mach formado no escoamento. O valor teórico, calculado pela equação 2.4 para  $M = 2$  é de  $\mu = 30^\circ$ . A figura 4.5 mostra os ângulos calculados experimentalmente através das simulações realizadas para os casos mostrados na figura 4.4 e verifica-se que os valores obtidos estão em conformidade com o valor teórico calculado.

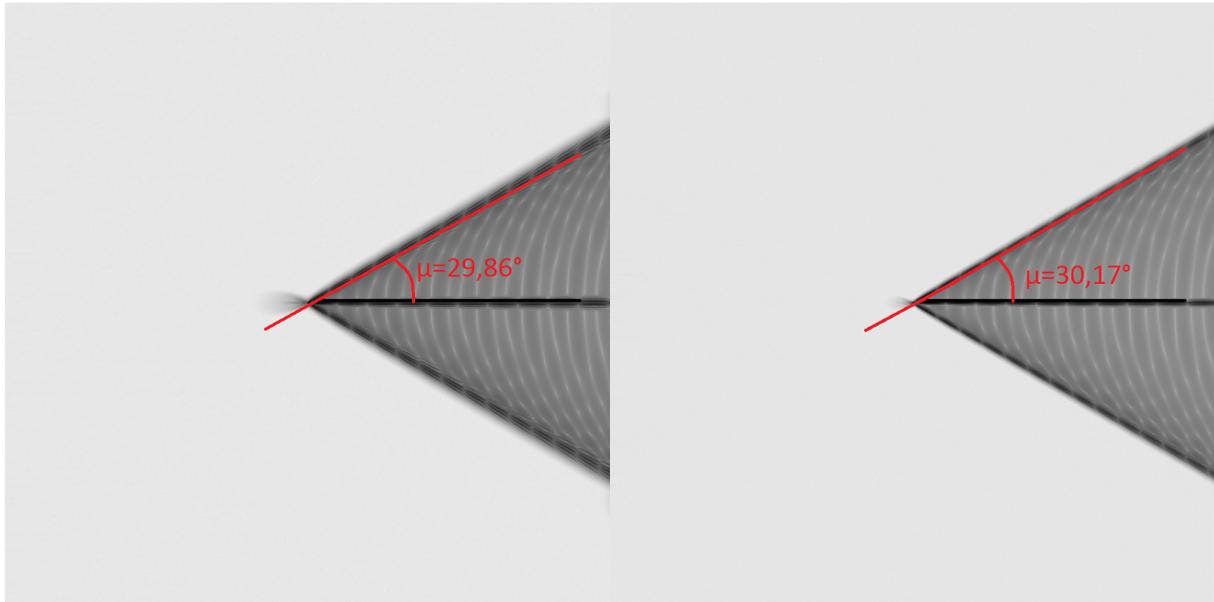


Figura 4.5: Medição do ângulo de Mach formado por uma fonte imersa em um escoamento uniforme supersônico com resoluções de malha de 80 volumes finitos por comprimento característico (lado esquerdo) e 160 volumes finitos por comprimento característico (lado direito)

#### 4.5 ESTEIRA ADVECTIVA GERADA PELA FONTE

Nas figuras 4.2 a 4.4, nota-se que, quando a fonte é exposta a um escoamento uniforme, é possível observar uma esteira deixada por ela. O fenômeno físico compreendido pela formação dessa esteira pode ser explicado pela advecção das condições de contorno impostas pela fonte. Ao se impor um salto de pressão de forma isotérmica, i.e., impondo-se um salto de massa específica dentro do volume finito que abriga a fonte, modifica-se o valor de uma variável do volume de fluido que ali está. À medida que o salto de pressão se propaga através de ondas sonoras, o salto de massa específica permanece naquela porção de fluido, que agora possui apenas uma flutuação de massa específica, visto que a flutuação de pressão já se propagou. Sendo assim, ocorrerá uma variação na temperatura dessa porção de fluido, que balanceia essa variação da massa específica. Apesar de a esteira ser um fenômeno físico provocado pela imposição de um fonte semi-pontual no escoamento, como dito anteriormente, ela não atrapalha o fenômeno de propagação acústica. Esse fato é demonstrado na figura 4.6, ao se utilizar a variável de visualização  $\beta_P$ , dada por:

$$\beta_P = |\nabla P|^{1/10} \quad (4.2)$$

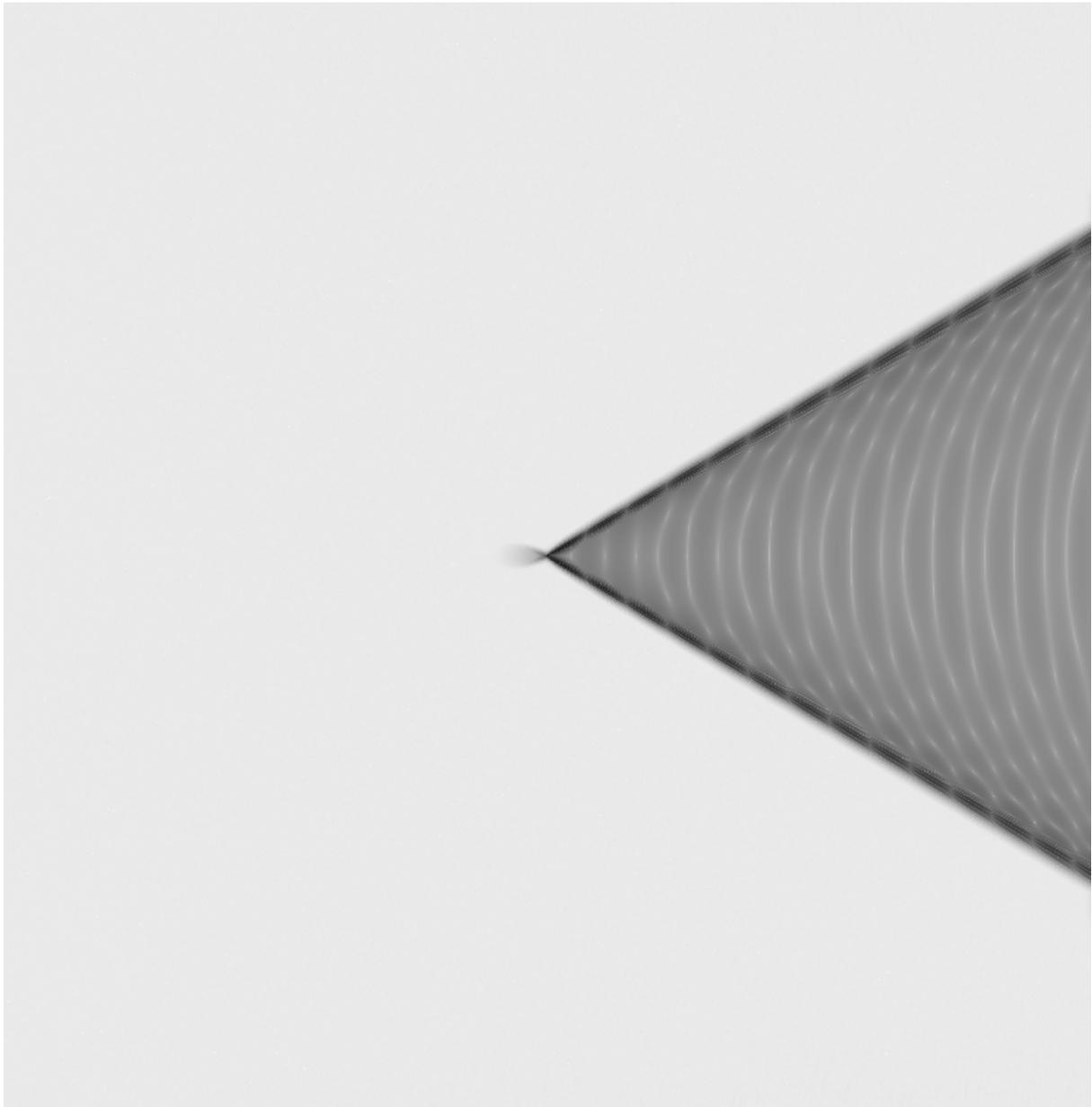


Figura 4.6: Visualização da variável  $\beta_p$  para o caso de uma fonte imersa em um escoamento supersônico, demonstrando que a esteira produzida pela fonte não afeta o seu campo acústico

O fato de a largura da esteira diminuir com malhas mais refinadas ocorre porque a fonte, que, em um caso ideal deveria ser pontual, é imposta dentro de um volume finito. Dessa forma, tem-se, na verdade, uma fonte volumétrica cujo volume é igual à do volume finito utilizado pela malha computacional adotada.

#### **4.6 EFEITO DO AUMENTO DA RESOLUÇÃO DE MALHA PARA FONTE ISOTÉRMICA**

Verifica-se, com base nos resultados obtidos nas seções anteriores, que o refinamento da malha proporciona melhores resultados tanto no controle de efeitos de oscilação numérica como na captura de ondas com pequenos comprimentos de onda, bem como na captura do fenômeno de superposição de ondas. Contudo, o refinamento da malha computacional aumenta significativamente a duração da simulação, o que não é recomendável em situações nas quais a melhoria dos resultados não compense o aumento do custo computacional.

#### **4.7 FONTE ISENTRÓPICA**

A simulação realizada com a fonte isentrópica em substituição da fonte isotérmica é mostrada na figura 4.7. Pode-se observar o desaparecimento da esteira na visualização a partir da variável  $\beta_T$ , indicando que não há mais as variações de temperatura e massa específica ao longo da esteira, e portanto chega-se à conclusão de que as ondas sonoras produzidas por essa fonte se aproximam mais com a realidade em comparação com a fonte isotérmica. O sinal obtido através da extração de uma linha vertical em  $x = 0$  (centro do domínio na direção horizontal) é mostrado na figura 4.8.

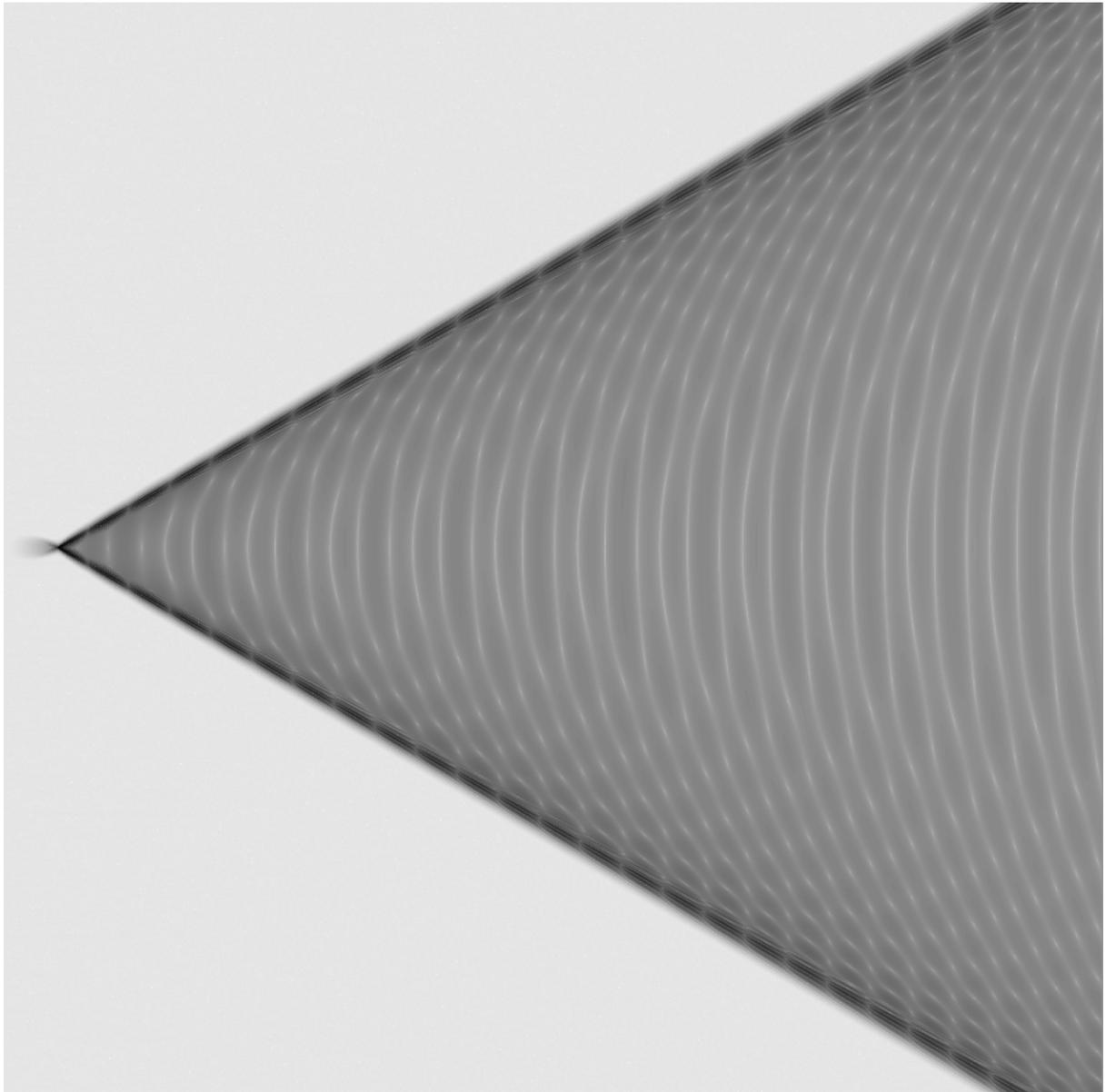


Figura 4.7: Visualização da simulação de uma fonte isentrópica estática imersa em um escoamento com velocidade  $M = 2$

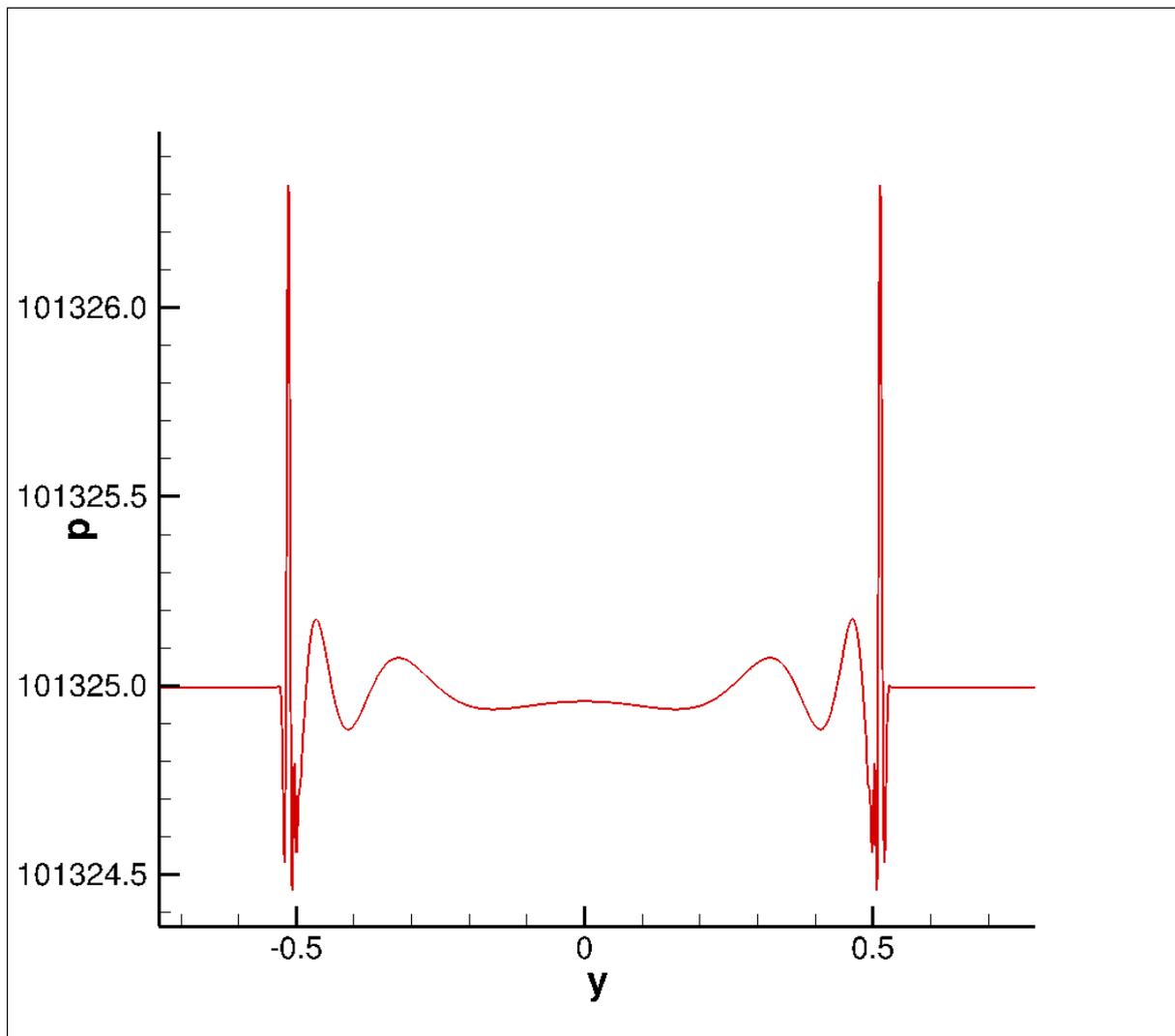


Figura 4.8: Sinal da variação de pressão em função da coordenada vertical para  $x = 0$ (centro do domínio)

#### 4.8 EFEITO DA FREQUÊNCIA DO SINAL DA FONTE NA ONDA DE MACH GERADA

As ondas sonoras sintéticas podem gerar ondas de Mach independente de sua frequência. Entretanto, é necessário analisar o efeito da frequência de excitação da fonte nos modos gerados. Nas figuras 4.9, 4.10 e 4.11 observa-se as ondas de Mach geradas pelas fontes com frequência de 3472hz, 20831hz e 41663hz, respectivamente. Percebe-se que o aumento da frequência proporciona o efeito positivo de uma onda de Mach mais homogênea, sem as regiões mais claras, ocasionadas pelo tempo em que o sinal da fonte é igual a zero. Porém, observa-se também o efeito negativo de que a região fora da onda de Mach possui cores mais escuras, indicando um nível de ruído maior.

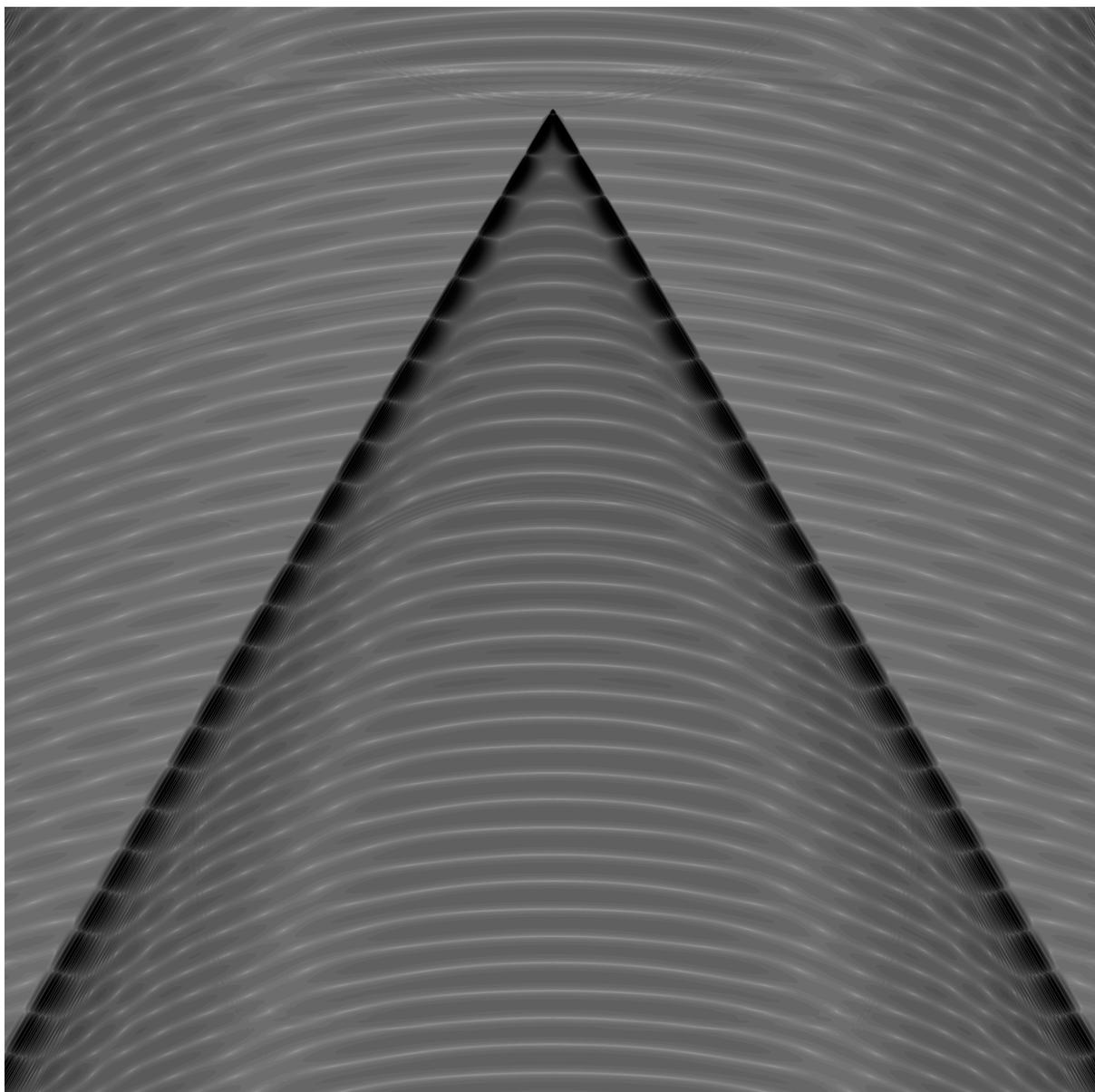


Figura 4.9: Visualização da simulação de uma fonte com frequência de 3472hz

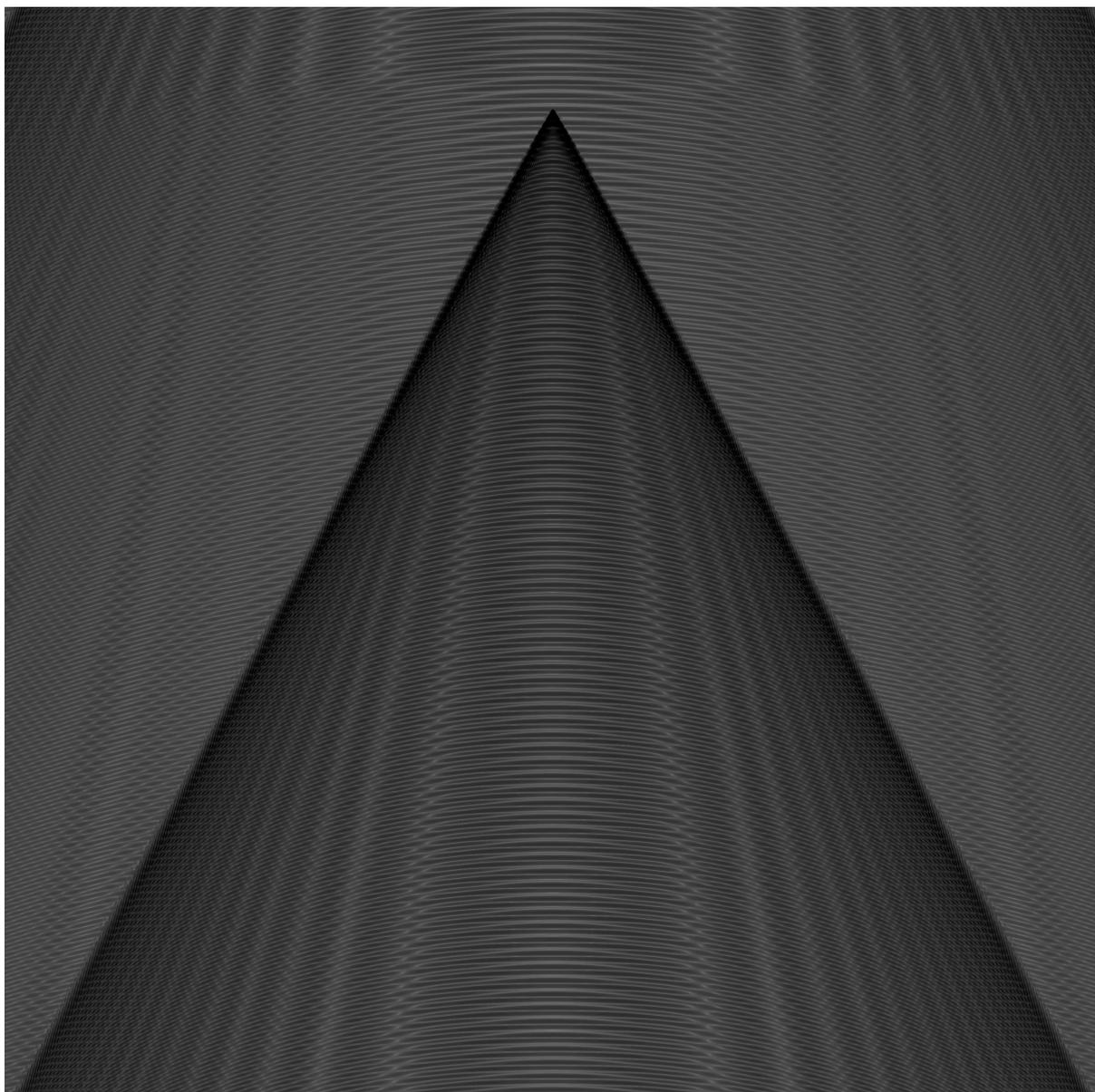


Figura 4.10: Visualização da simulação de uma fonte com frequência de 20831hz

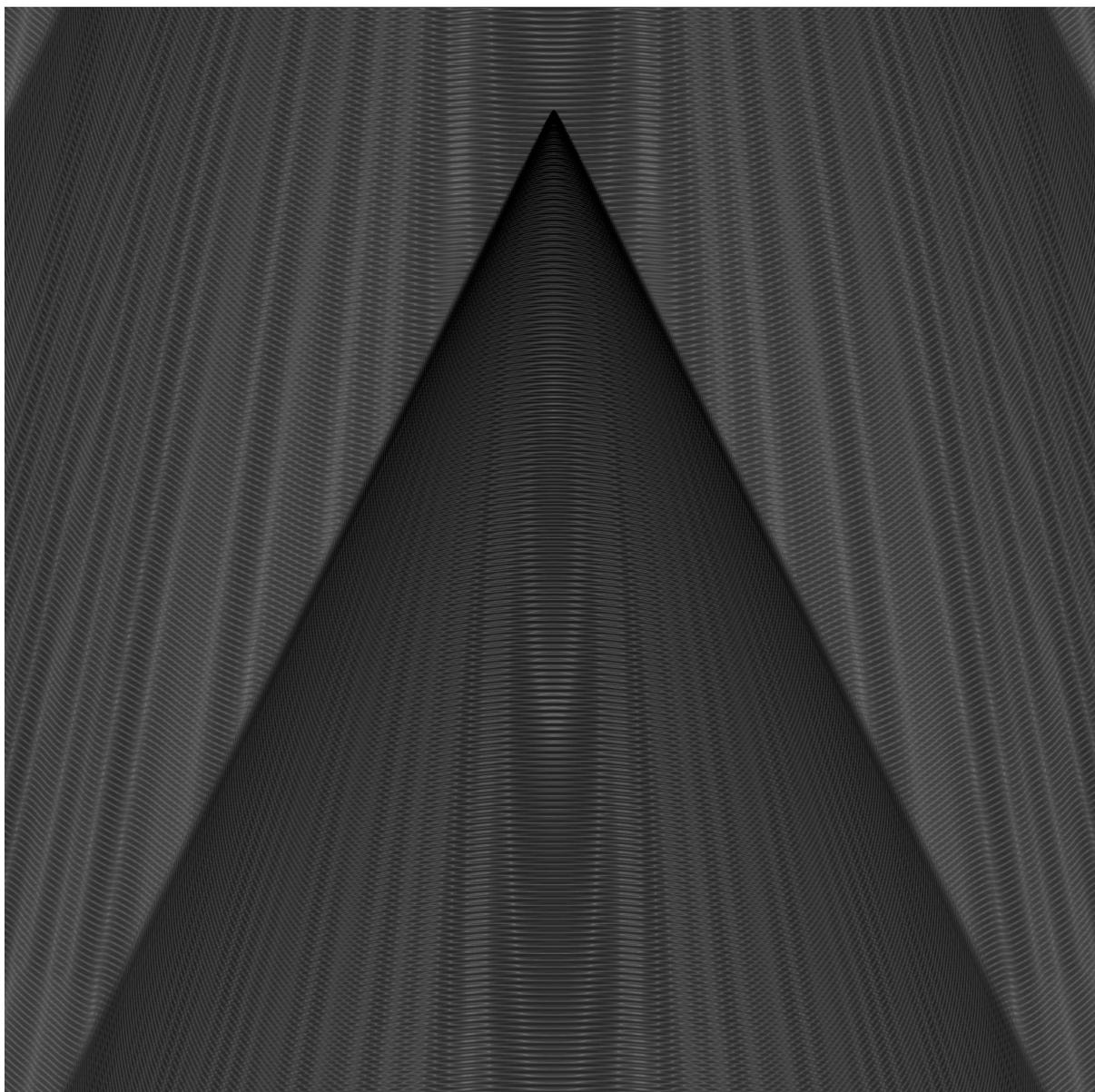


Figura 4.11: Visualização da simulação de uma fonte com frequência de 41663hz

O sinal de variação de pressão para cada uma das fonte pode ser analisado na figuras 4.12. Observa-se, como foi verificado, que o nível de ruído é bem maior nas frequências mais altas e que a superposição das ondas sonoras que formam a onda de Mach não é bem capturada quando a frequência da fonte é alta. Verifica-se também uma defasagem no sinal, indicando que a propagação da onda de Mach é comprometida quando a frequência da fonte é aumentada. Nas figuras 4.13, 4.14 e 4.15 é mostrado um zoom da onda de Mach formada em cada caso, bem como o ângulo formado pela mesma com relação à horizontal. Observa-se outro fator que indica um problema de propagação para as frequências mais altas, um aumento no ângulo citado em relação ao valor teórico de  $60^\circ$  para uma fonte se movimentando com velocidade de  $M = 2$ .

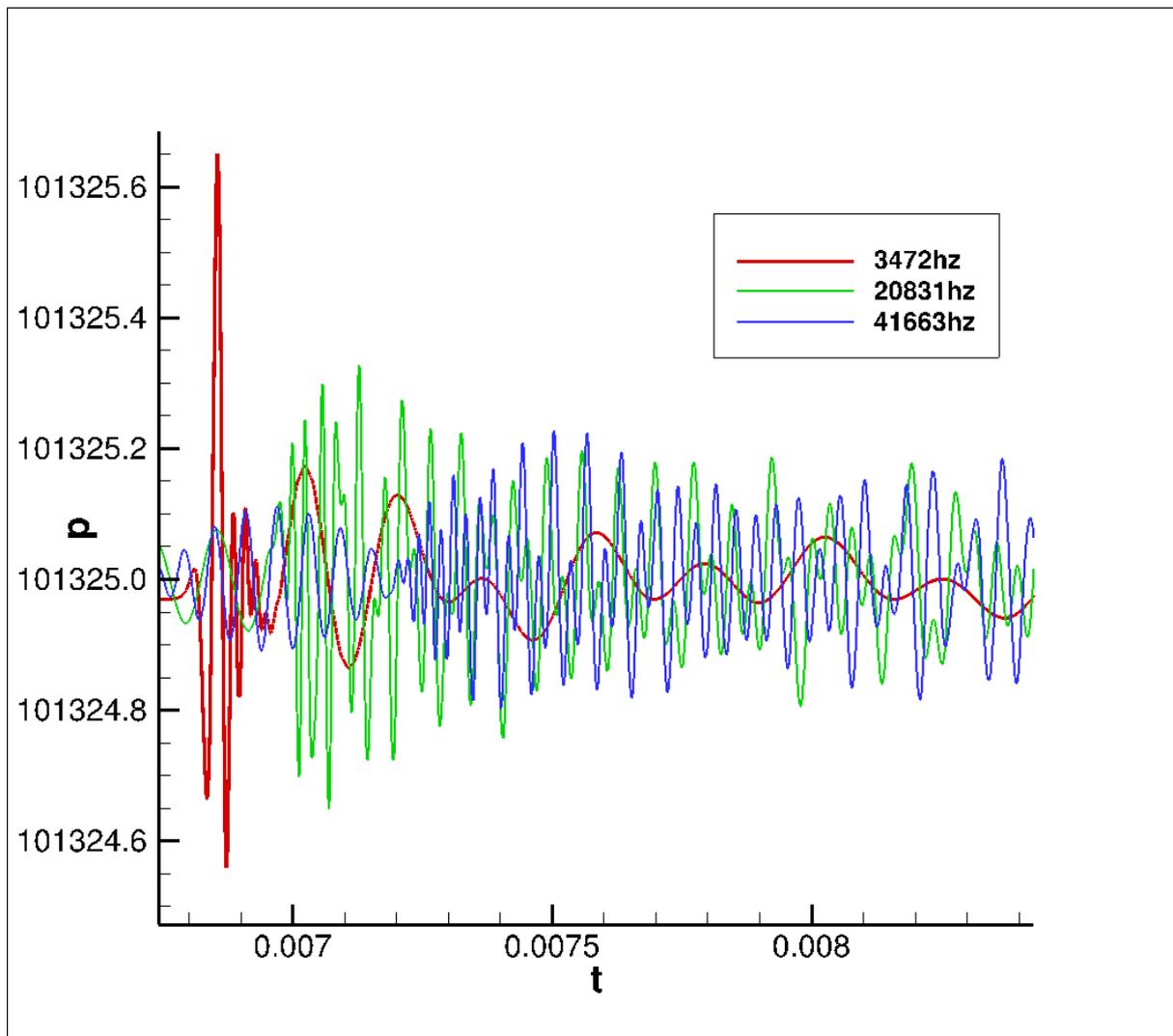


Figura 4.12: Gráfico comparativo da variação de pressão em uma sonda localizada a 1 comprimento característico da fonte para diferentes frequências

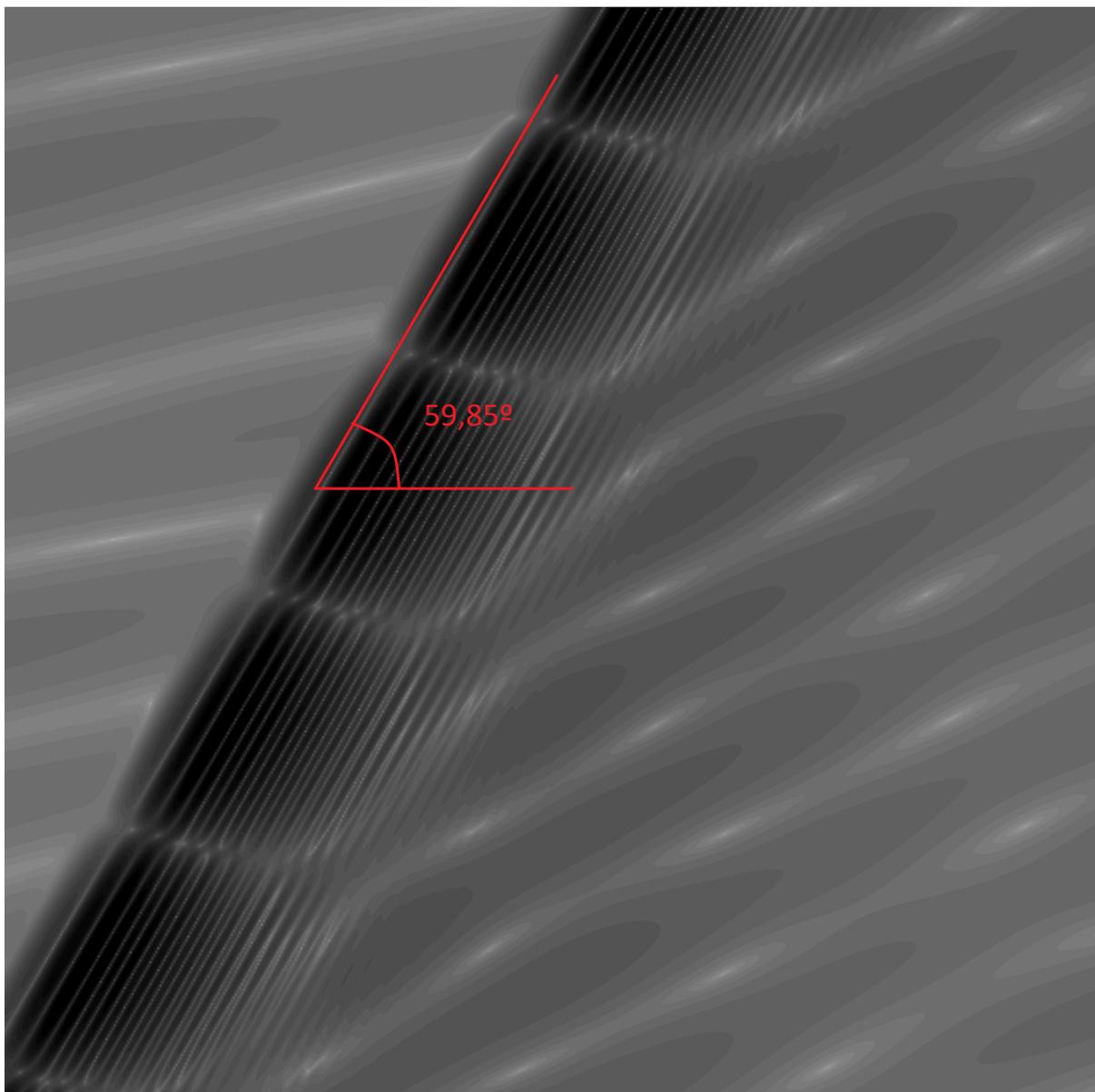


Figura 4.13: Ângulo da onda de Mach produzida pela fonte de 3472hz

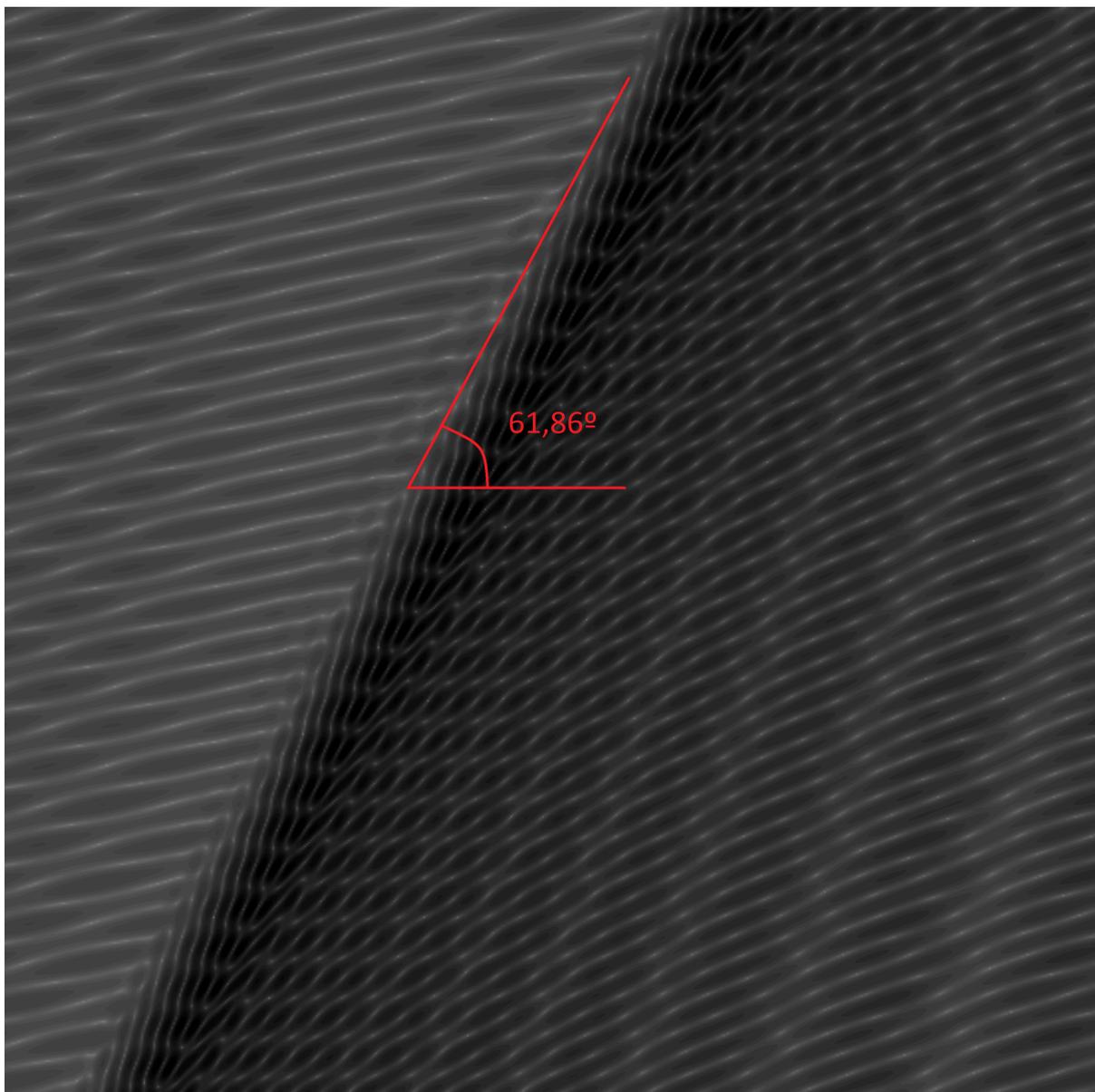


Figura 4.14: Ângulo formado pela onda de Mach produzida pela fonte de 20813hz

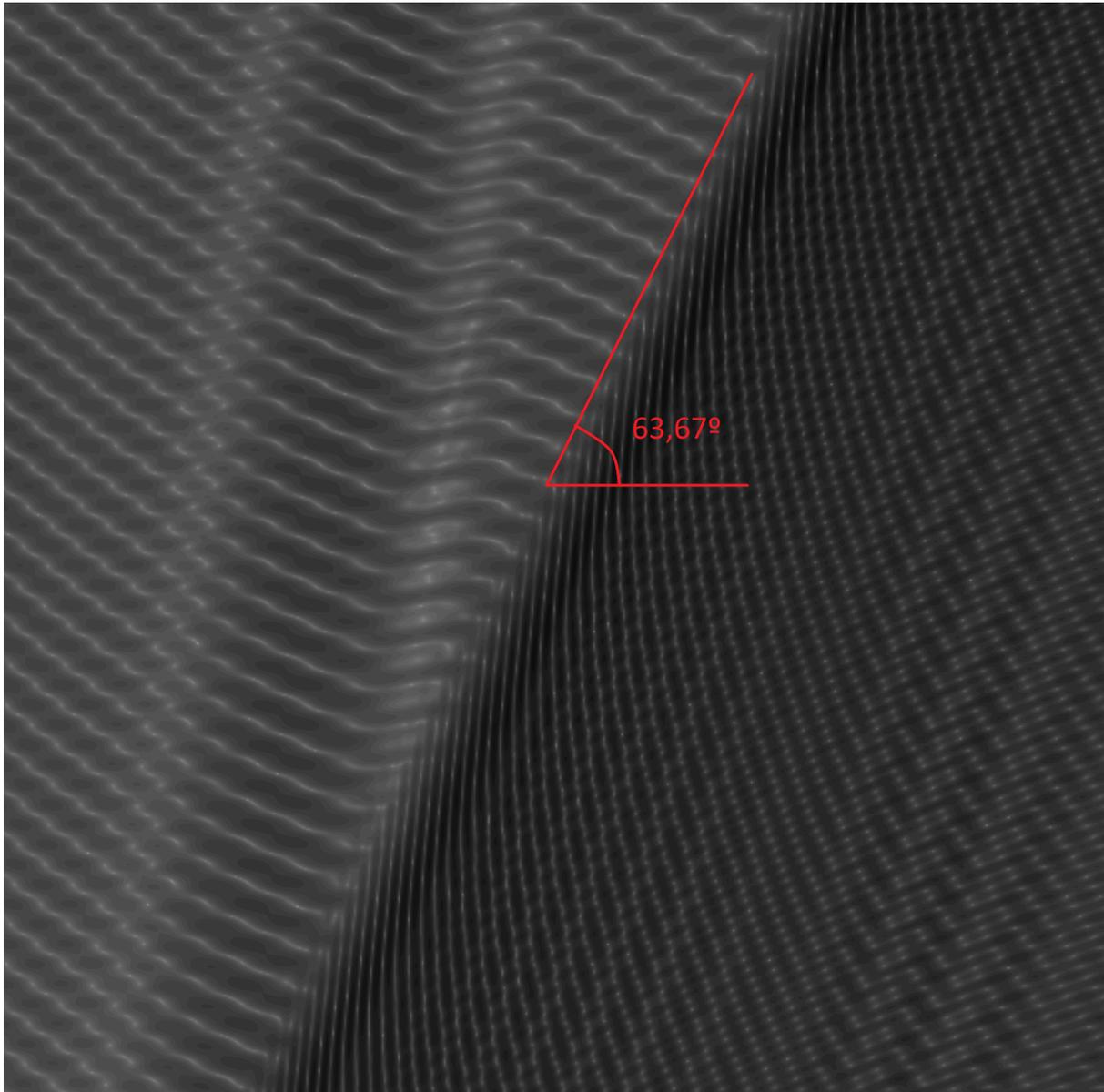


Figura 4.15: Ângulo formado pela onda de Mach produzida pela fonte de 41663hz

#### **4.9 EFEITO DA RESOLUÇÃO DE MALHA NA ONDA DE MACH**

Para que fosse feita uma análise do efeito da resolução de malha na onda de Mach foi realizada uma simulação para o caso de 3472hz com a resolução de 2400 volumes por comprimento característico mostrada na figura 4.16, em contraste com a de 1600 da figura 4.9. Na figura 4.17 é mostrado um gráfico comparativo com o sinal de um sonda localizada a uma distância de um comprimento característico da fonte para cada um dos casos. Observa-se que o aumento da resolução de malha proporciona uma amplitude maior para a onda de Mach e uma amplitude menor para o ruído gerado.

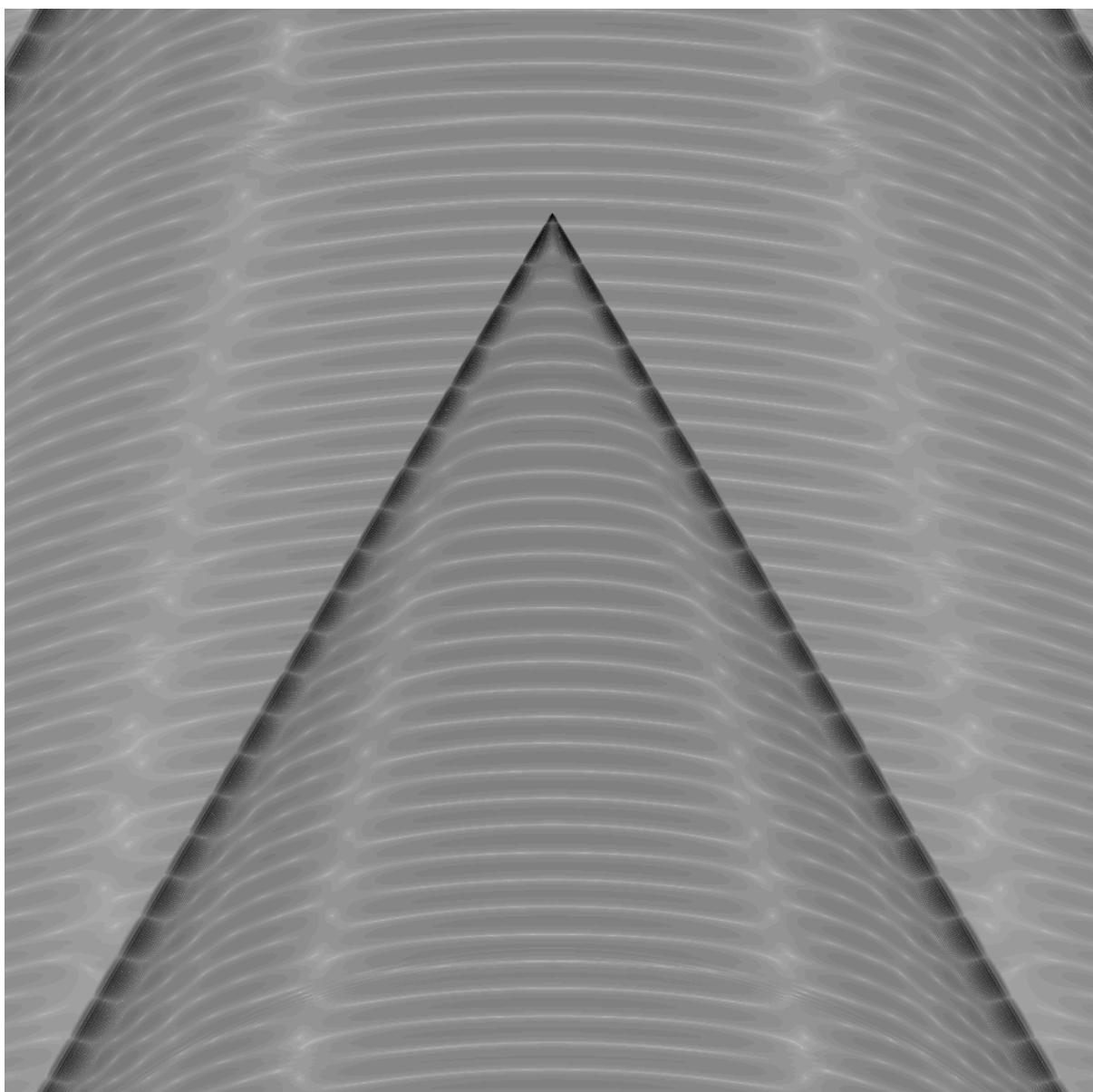


Figura 4.16: Visualização da simulação realizada para um fonte de 3472hz em um domínio computacional  $2 \times 2$  com resolução de 2400 volumes por comprimento característico

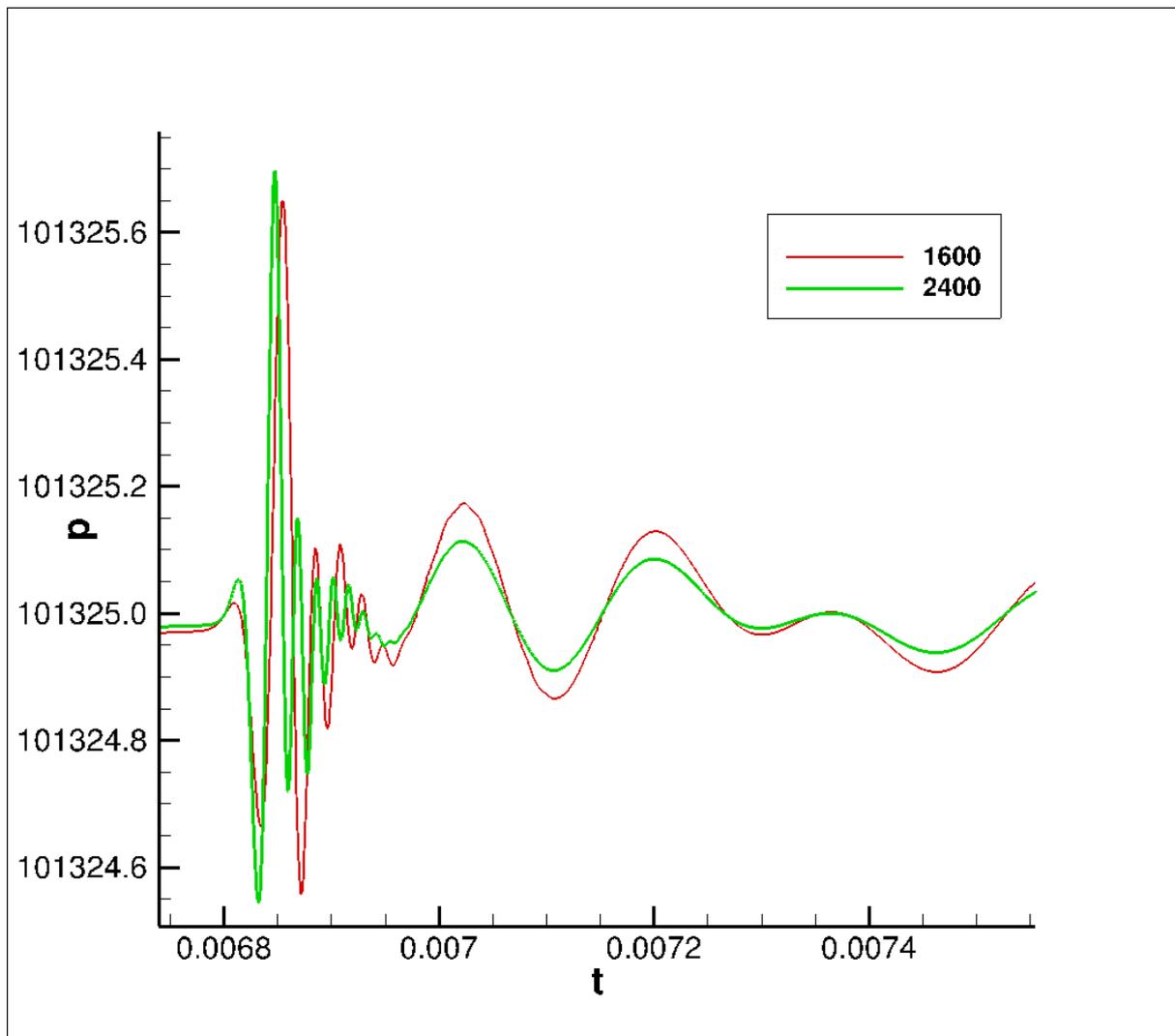


Figura 4.17: Gráfico comparativo da variação de pressão em uma sonda localizada a 1 comprimento característico da fonte para resoluções de 1600 e 2400 volumes por comprimento

#### 4.10 FONTES COM SINAL PERIÓDICO NÃO SENOIDAL

Devido ao efeito negativo do ruído gerado e das regiões claras nas ondas de Mach, a fonte com o sinal em forma de onda seno não é satisfatória no processo de geração sintética de modos. Sendo assim, foram testadas fontes com ondas do tipo dente de serra, quadrada e triangular na busca por uma alternativa mais eficiente.

O resultado da utilização de ondas não senoidais foi obtido utilizando-se fontes com frequência de 3472hz, amplitude de 2,8Pa e velocidade vertical de  $M=2$  em um domínio computacional de  $2 \times 2$  comprimentos característicos com uma resolução de malha de 400 volumes por comprimento. As simulações com a fonte com sinal no formato de ondas do tipo dente de serra, quadrada e triangular são mostradas nas figuras 4.18, 4.20 e 4.22, respectivamente, bem como seus sinais são mostrados de modo

respectivo nas figuras 4.19, 4.21 e 4.23.

Verifica-se que as ondas quadradas possuem a vantagem de produzir pouco ruído, porém nenhum dos casos se mostrou satisfatório com relação a homogeneidade da onda de Mach.

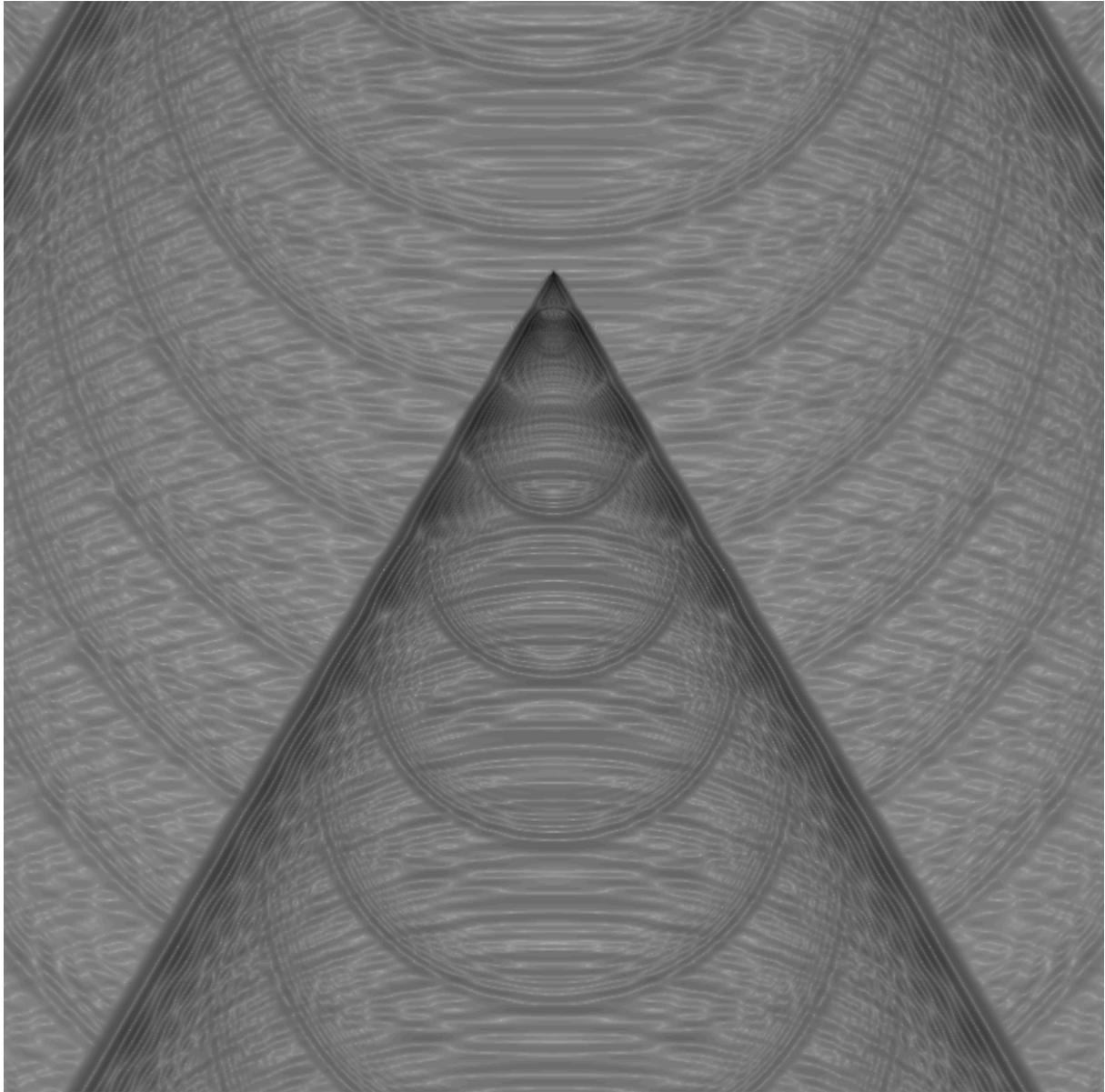


Figura 4.18: Visualização da simulação realizada para uma fonte com sinal em forma de ondas dente-de-serra

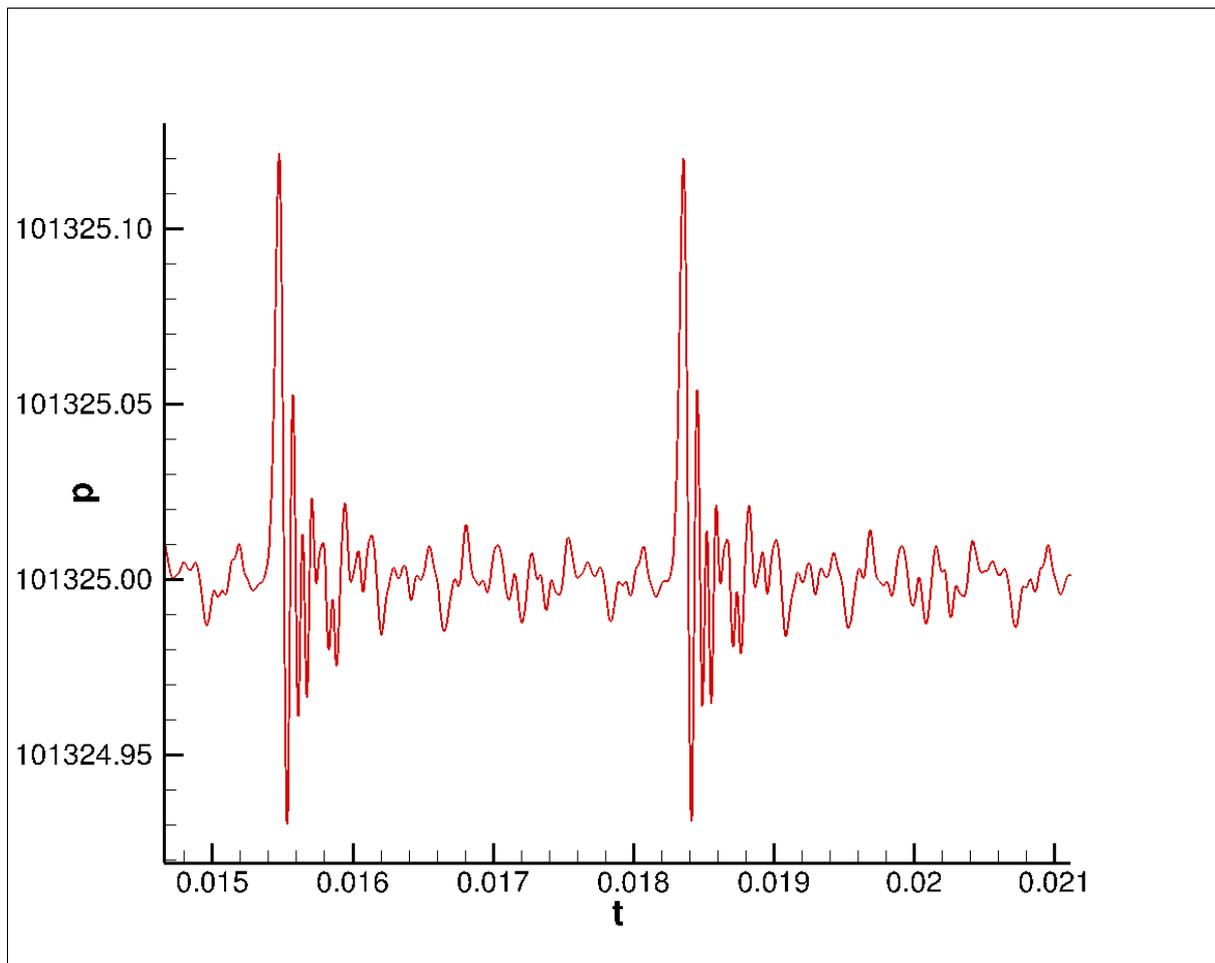


Figura 4.19: Gráfico do sinal de pressão de ondas de Mach geradas pela fonte com ondas dente-de-serra

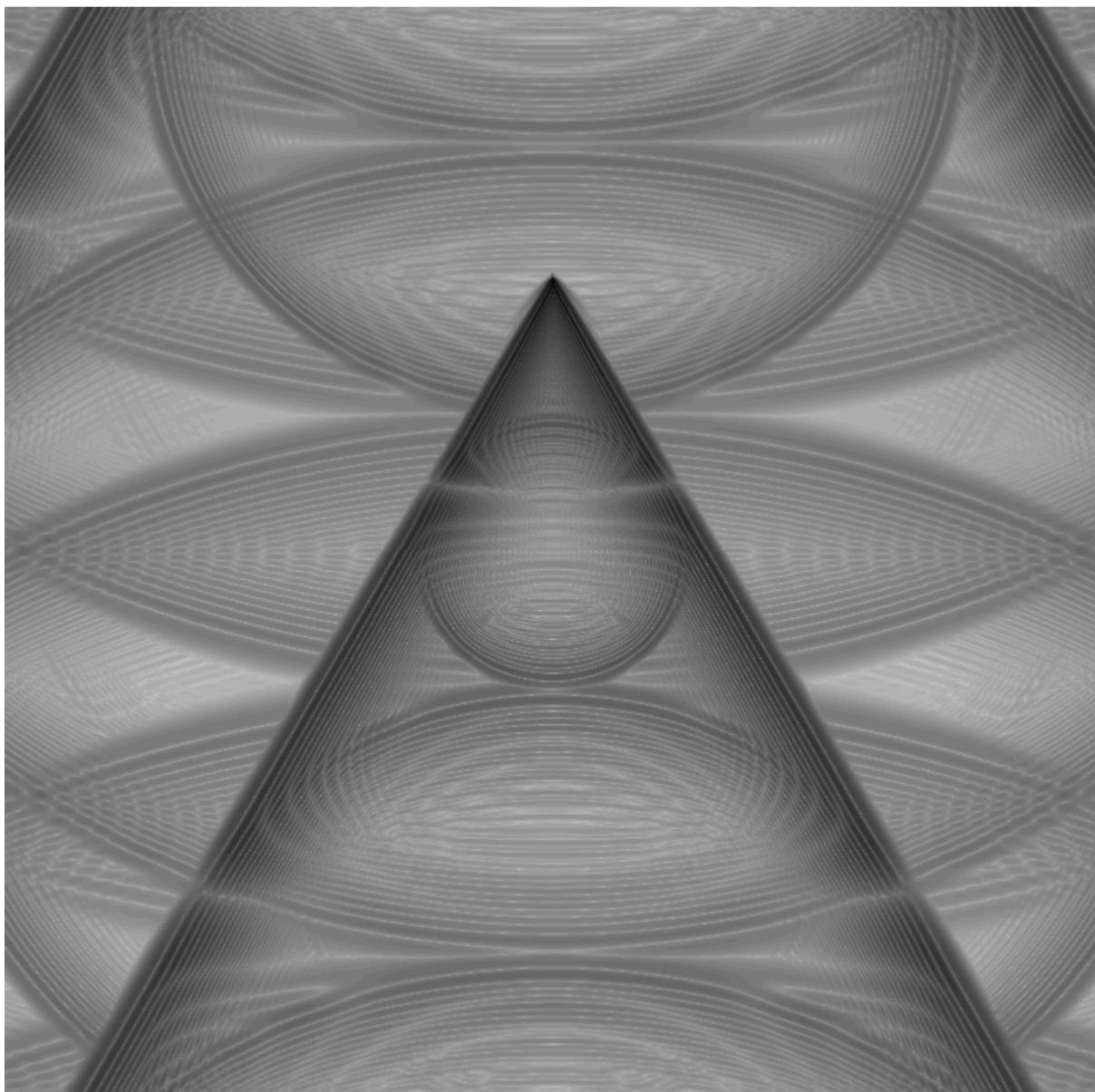


Figura 4.20: Visualização da simulação realizada para uma fonte com sinal em forma de ondas quadradas

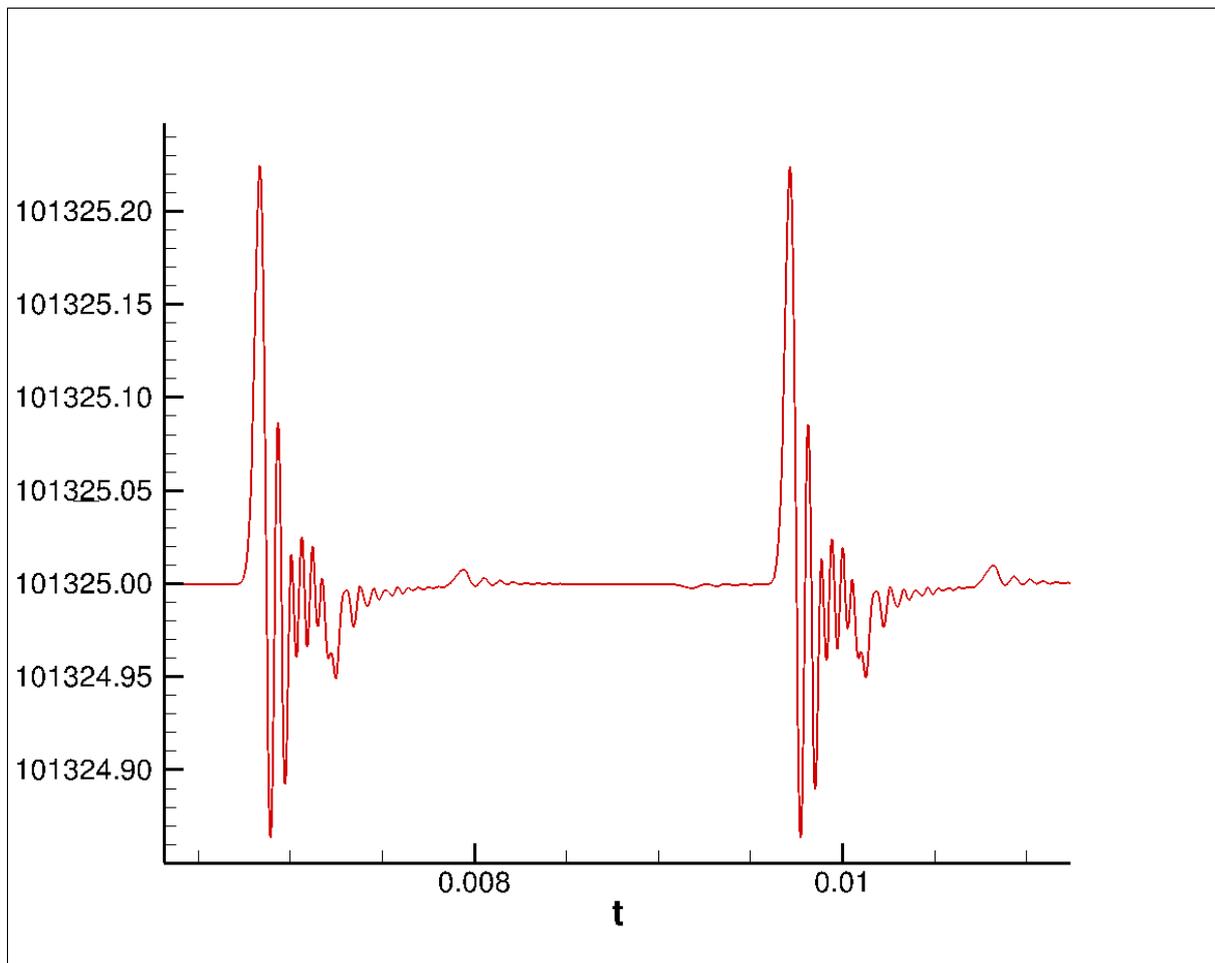


Figura 4.21: Gráfico do sinal de pressão de ondas de Mach geradas pela fonte com ondas quadradas

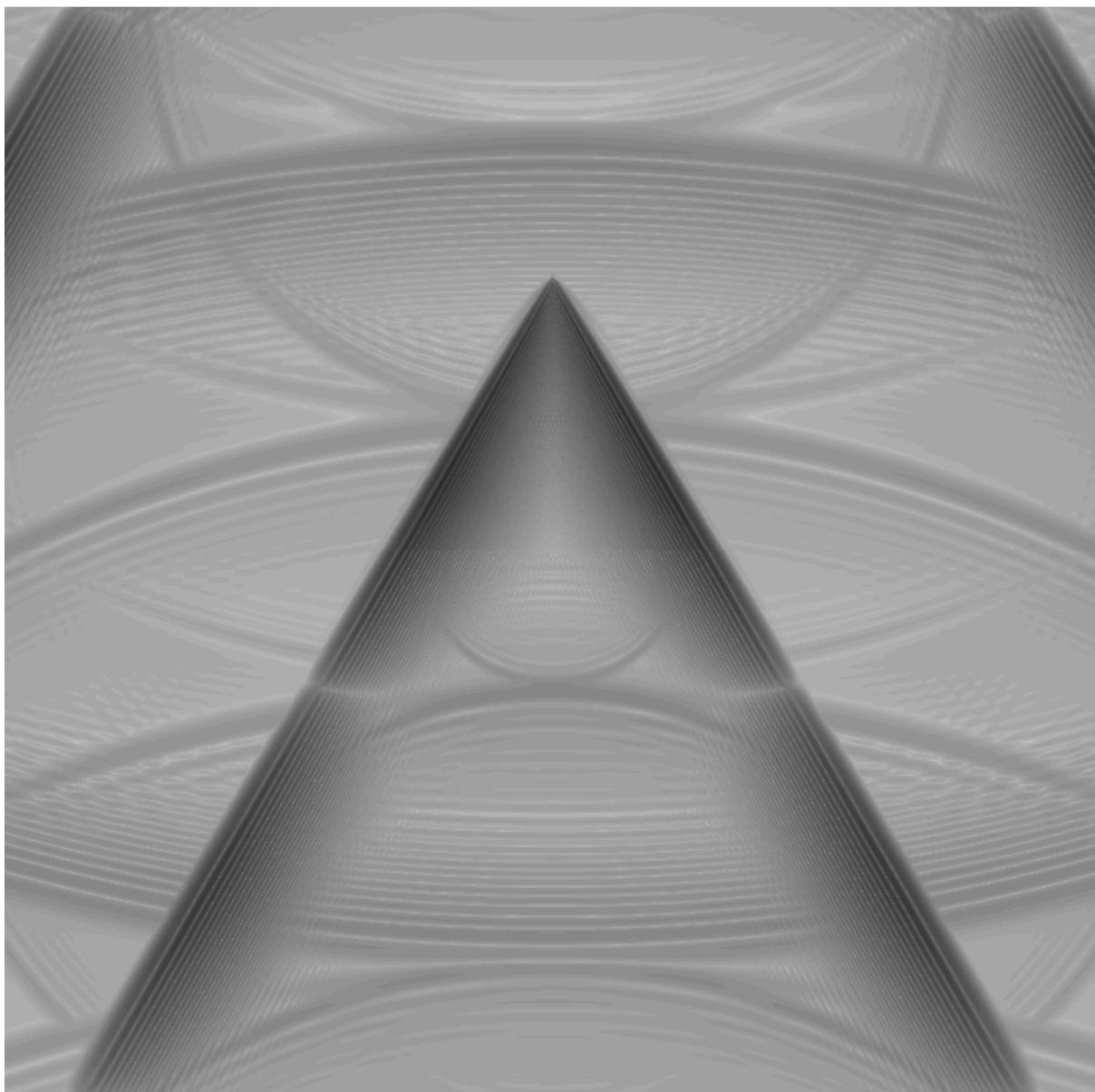


Figura 4.22: Visualização da simulação realizada para uma fonte com sinal em forma de ondas triangulares

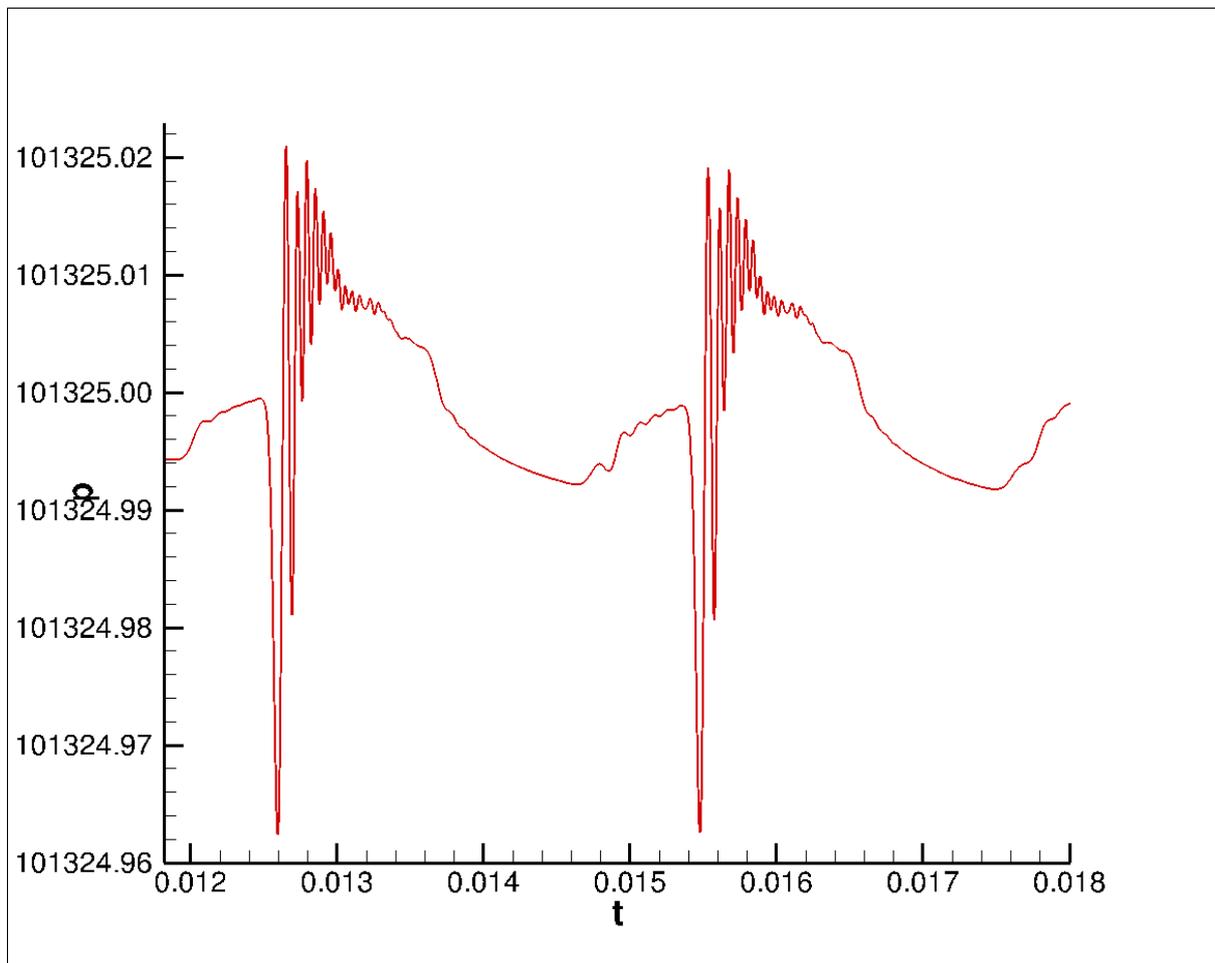


Figura 4.23: Gráfico do sinal de pressão de ondas de Mach geradas pela fonte com ondas triangulares

#### 4.11 FONTE COM SALTO DE PRESSÃO CONSTANTE

Motivado pelo sucesso da onda quadrada na geração de baixos níveis de ruído, bem como pelo fato de fontes de baixa frequência mostrarem vantagens com relação às de alta frequência, foi realizado um teste com uma fonte produzindo um salto de pressão constante (o que significa uma onda cosseno com frequência igual a zero). A onda de Mach formada pelo movimento supersônico da fonte com salto constante de pressão é mostrada na figura 4.24 e o sinal de variação de pressão na sonda é mostrado na figura 4.25. Uma breve avaliação do sinal e da visualização da onda de Mach gerada mostra que este tipo de fonte possui uma grande vantagem em relação as fontes com ondas periódicas tanto na qualidade do sinal, quase completamente livre de ruídos, como na formação de uma onda de Mach contínua.

Observa-se na visualização da simulação algumas ondas em formato circular, porém ao analisar o caso onde uma fonte estática é submetida a um escoamento supersônico, mostrada na figura 4.26, conclui-se que essas ondas são decorrentes das condições iniciais da simulação e podem ser advectadas por um escoamento.

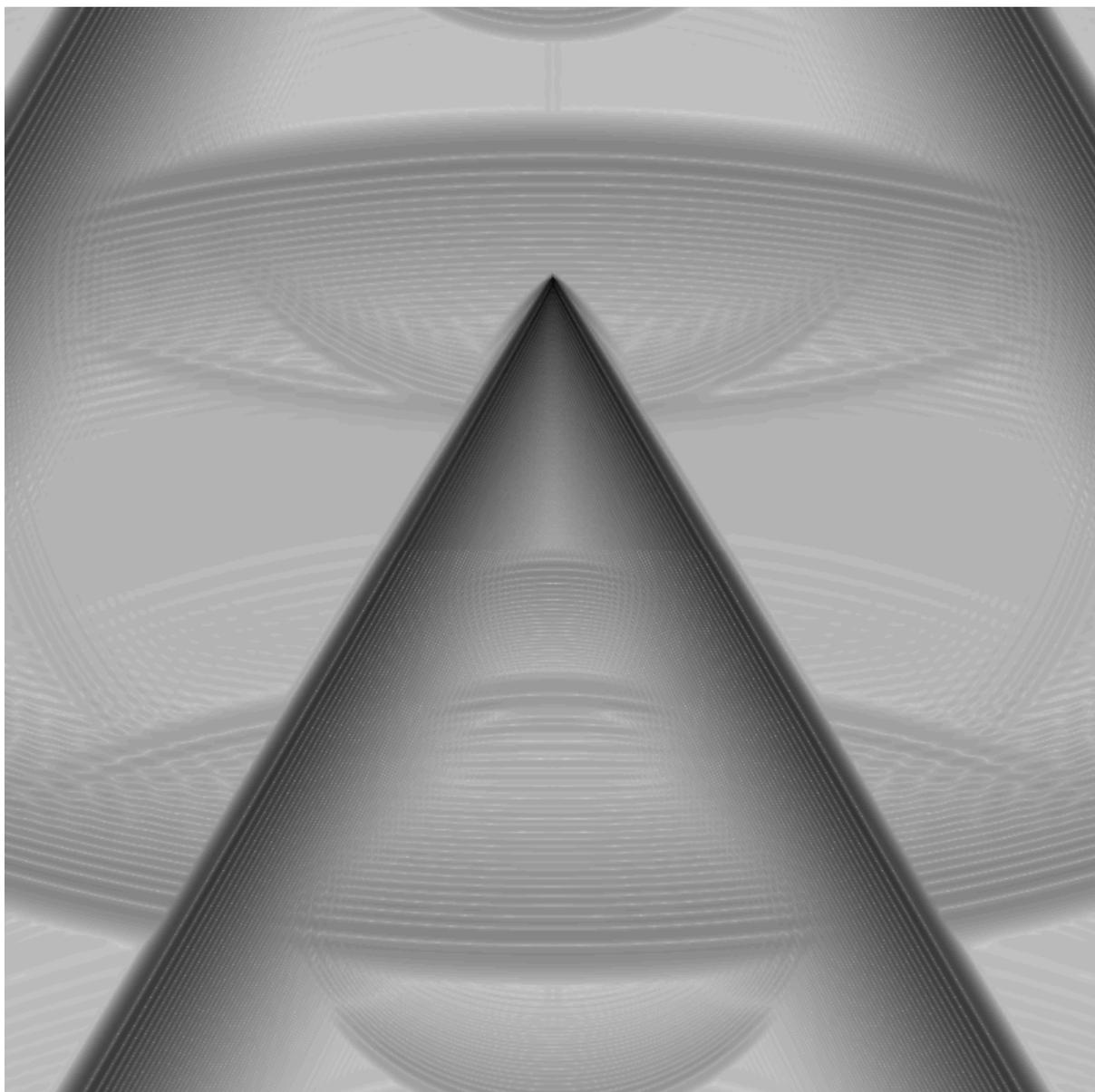


Figura 4.24: Visualização da simulação de uma fonte com salto de pressão constante em movimento supersônico

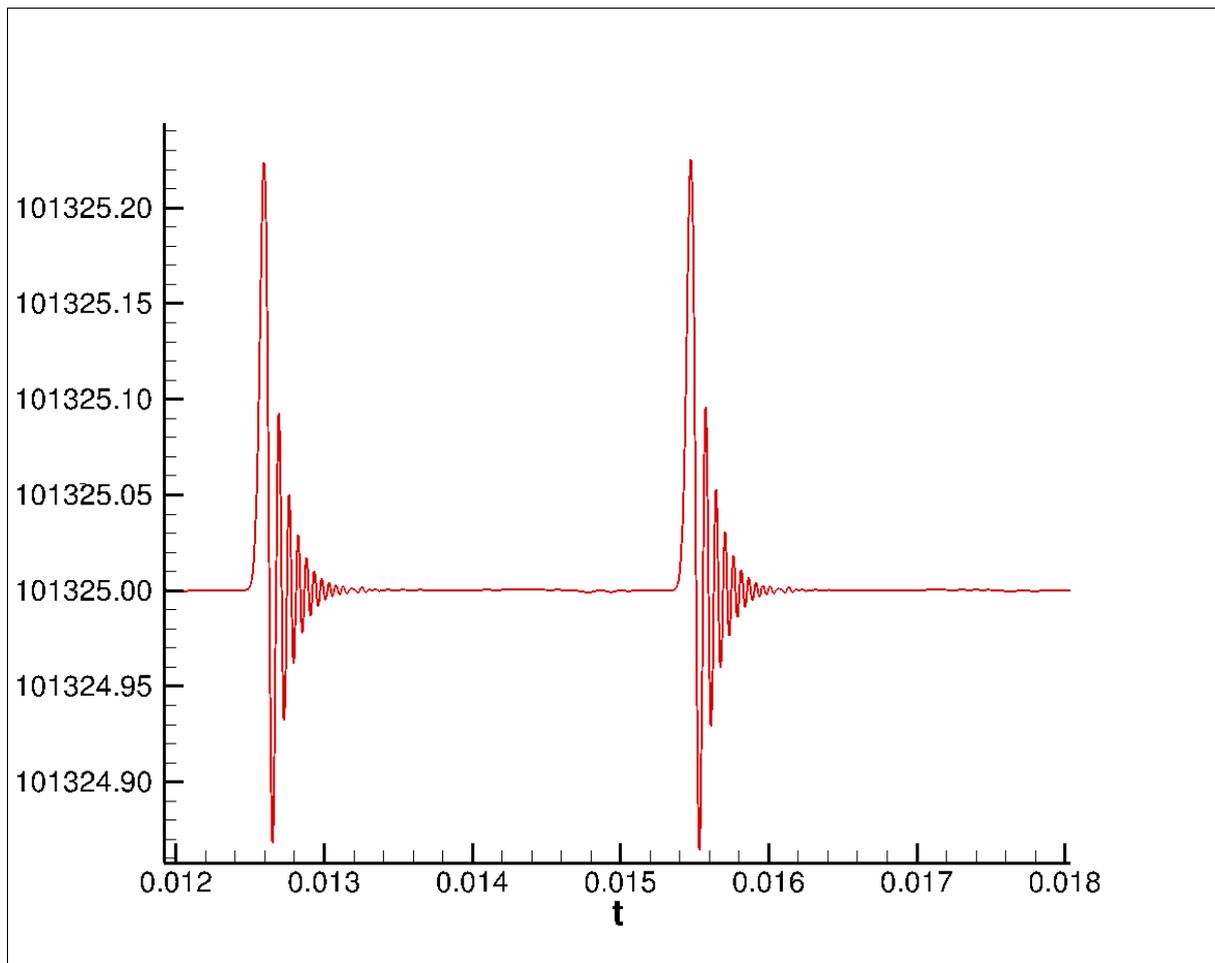


Figura 4.25: Sinal de variação de pressão em uma sonda localizada a 1 comprimento característico de distância da fonte

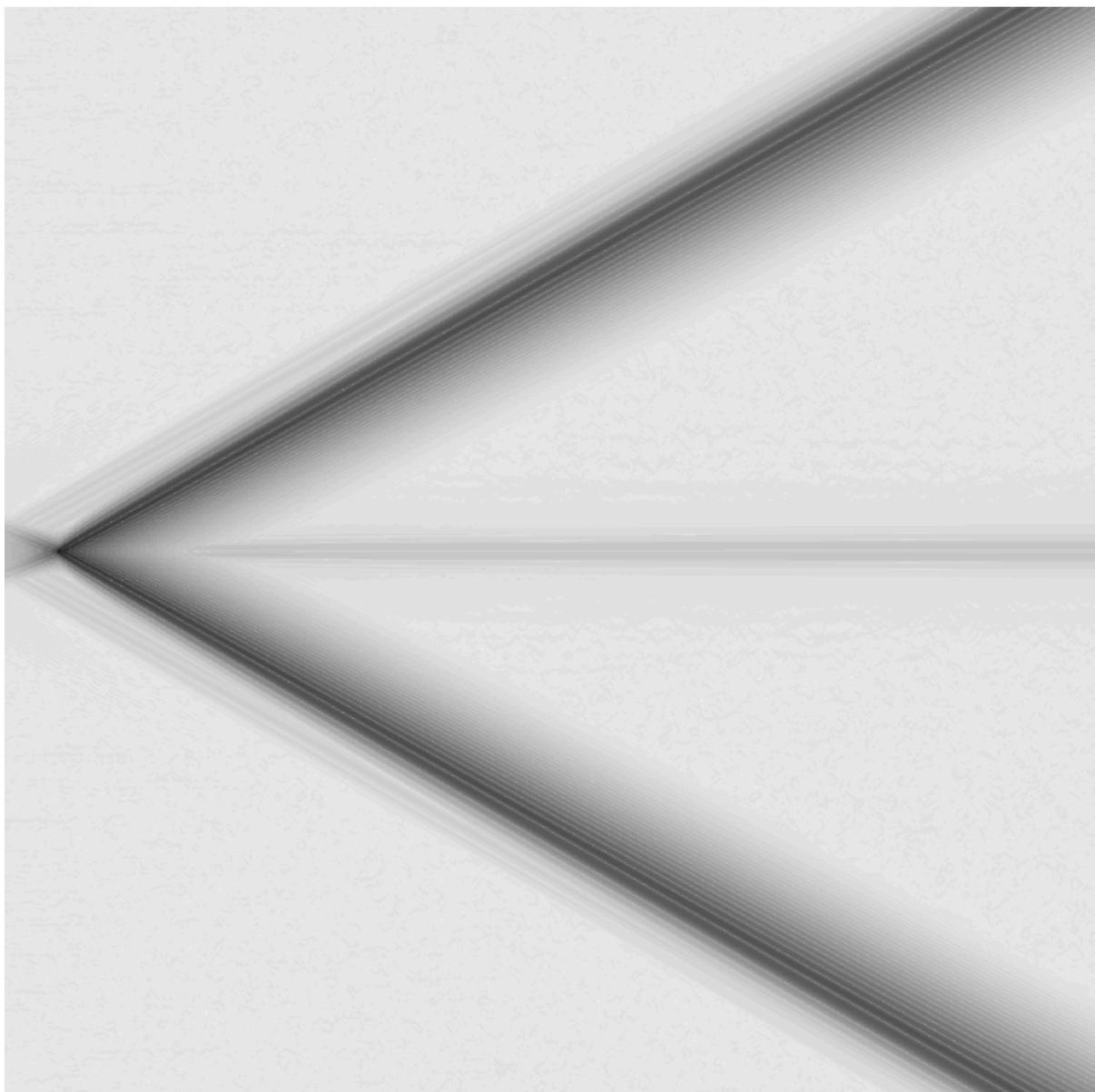


Figura 4.26: Visualização da simulação de uma fonte estática com salto de pressão constante em um escoamento supersônico com  $M = 2$

#### 4.11.1 EFEITO DOS COEFICIENTES DE DISSIPACÃO ARTIFICIAL

Apesar da fonte com salto de pressão constante ter se mostrado a melhor alternativa para geração de modos, observa-se no sinal mostrado na figura 4.25 uma oscilação numérica após a passagem da onda. Esta oscilação pode ser reduzida com o ajuste dos coeficientes de dissipação numérica. As simulações mostradas até agora foram realizadas com os coeficientes de segunda ordem no valor de  $10^{-6}$  e de quarta ordem no valor de  $10^{-2}$ .

Sendo assim, primeiramente o coeficiente de quarta ordem, utilizado pra tais tipos de oscilação, foi ajustado para o valor de  $10^{-1}$ . A simulação com este valor bem como o sinal obtido na sonda

são mostrados nas figuras 4.27 e 4.28, respectivamente. Em seguida, foi realizada uma nova simulação, mostrada na figura 4.29, a fim de verificar se os coeficientes de segunda ordem podem trazer algum ganho na qualidade do sinal, ajustando-os para o valor de  $10^1$ . Na figura 4.30, observando-se a comparação dos sinais pros diferentes valores dos coeficientes de segunda ordem, verifica-se que os mesmos não apresentam nenhum ganho na qualidade do sinal.

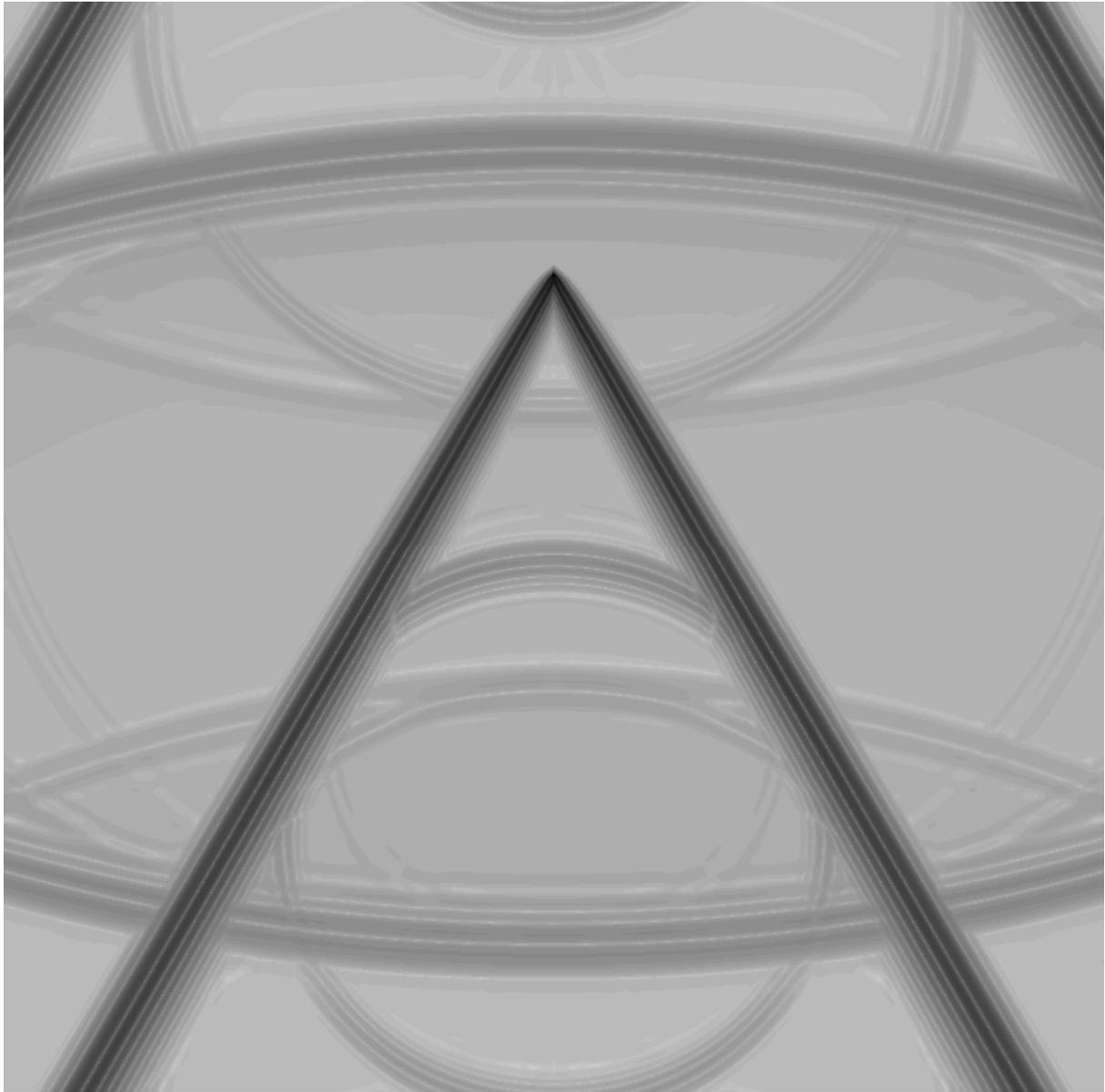


Figura 4.27: Simulação realizada com os valores de  $K^{(2)}$  iguais a  $10^{-6}$  e do  $K^{(4)}$  igual a  $10^{-1}$

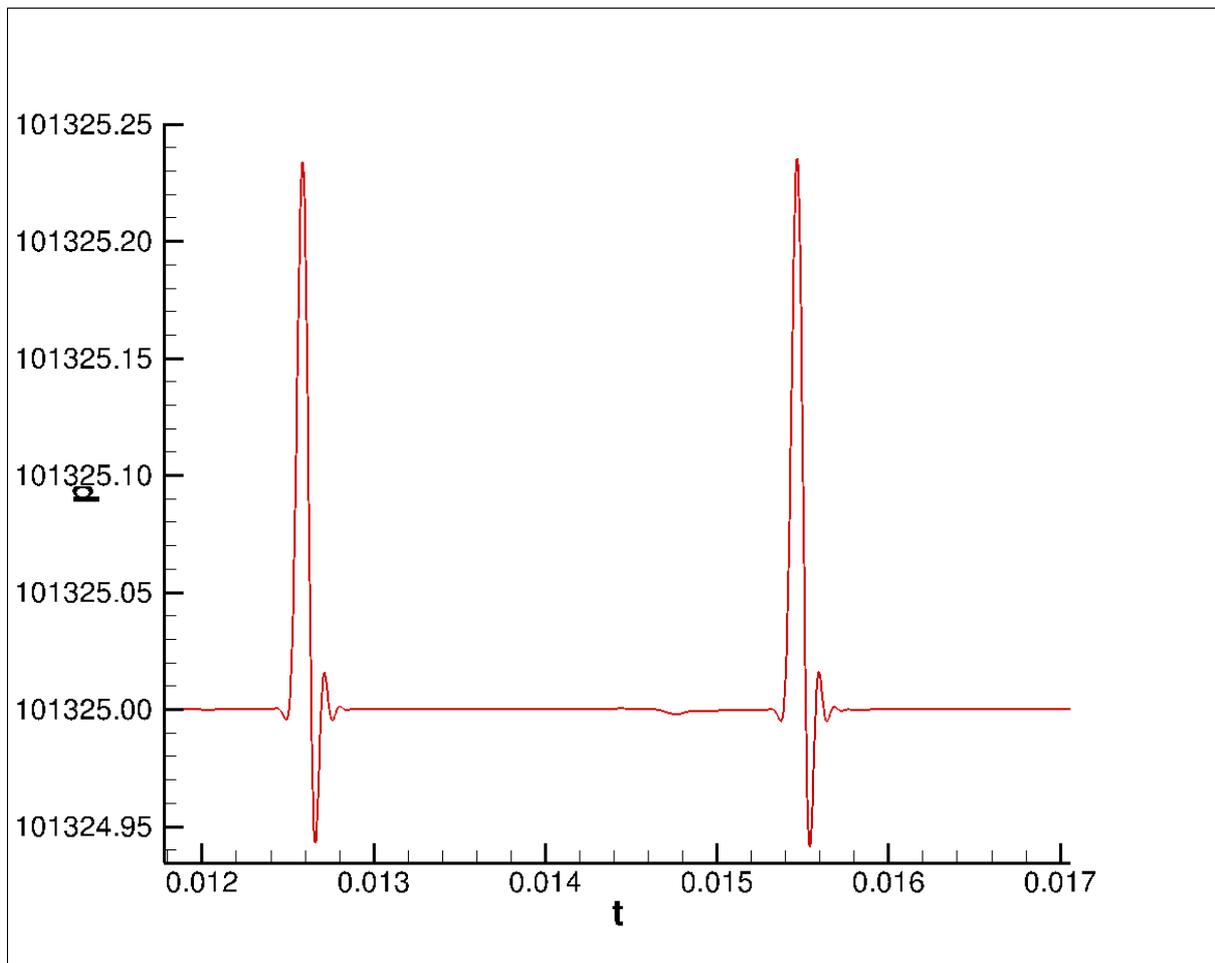


Figura 4.28: Gráfico com o sinal da onda de Mach para os valores de  $K^{(2)}$  iguais a  $10^{-6}$  e do  $K^{(4)}$  igual a  $10^{-1}$

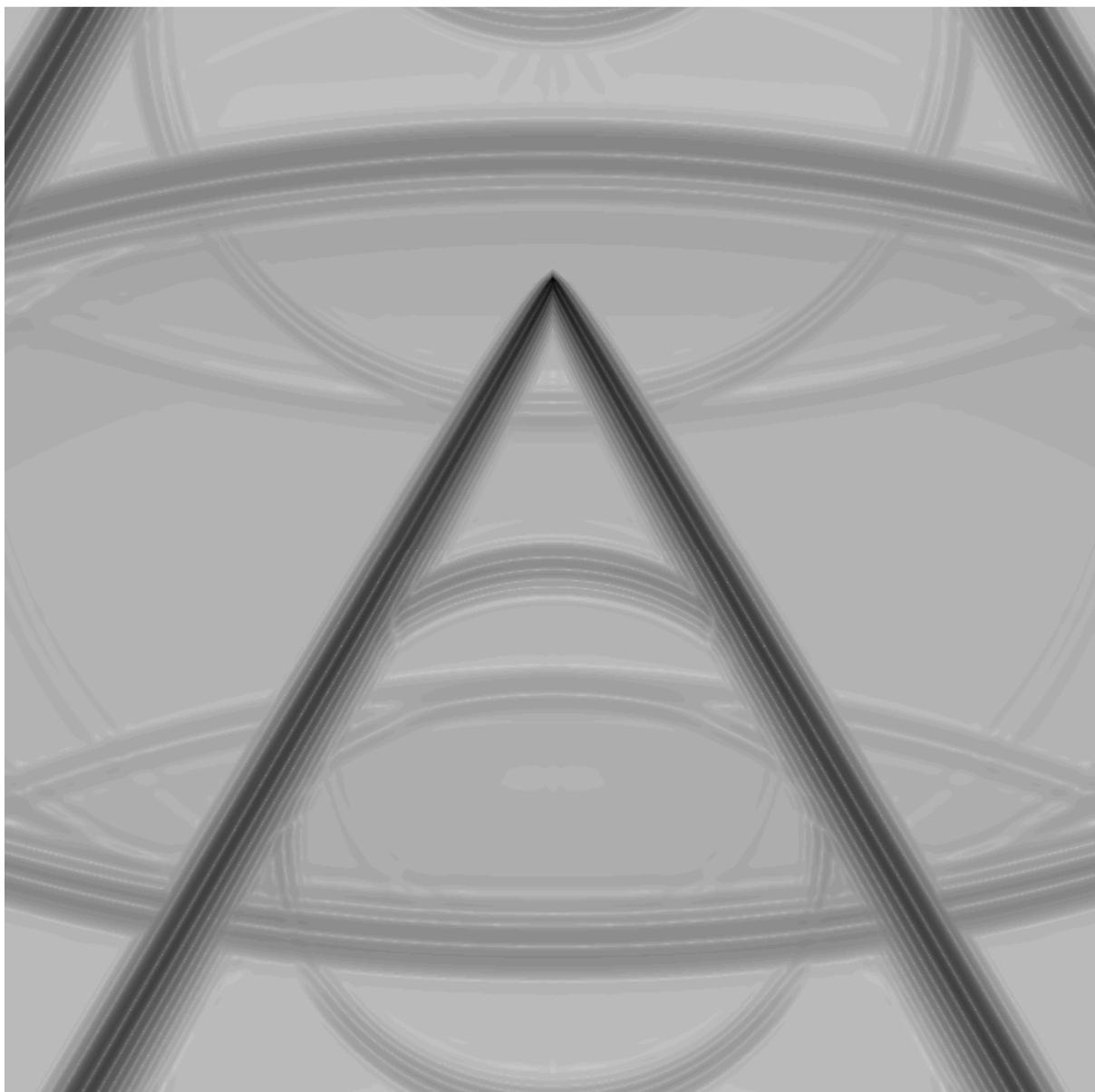


Figura 4.29: Simulação realizada com os valores de  $K^{(2)}$  iguais a  $10^{+1}$  e do  $K^{(4)}$  igual a  $10^{-1}$

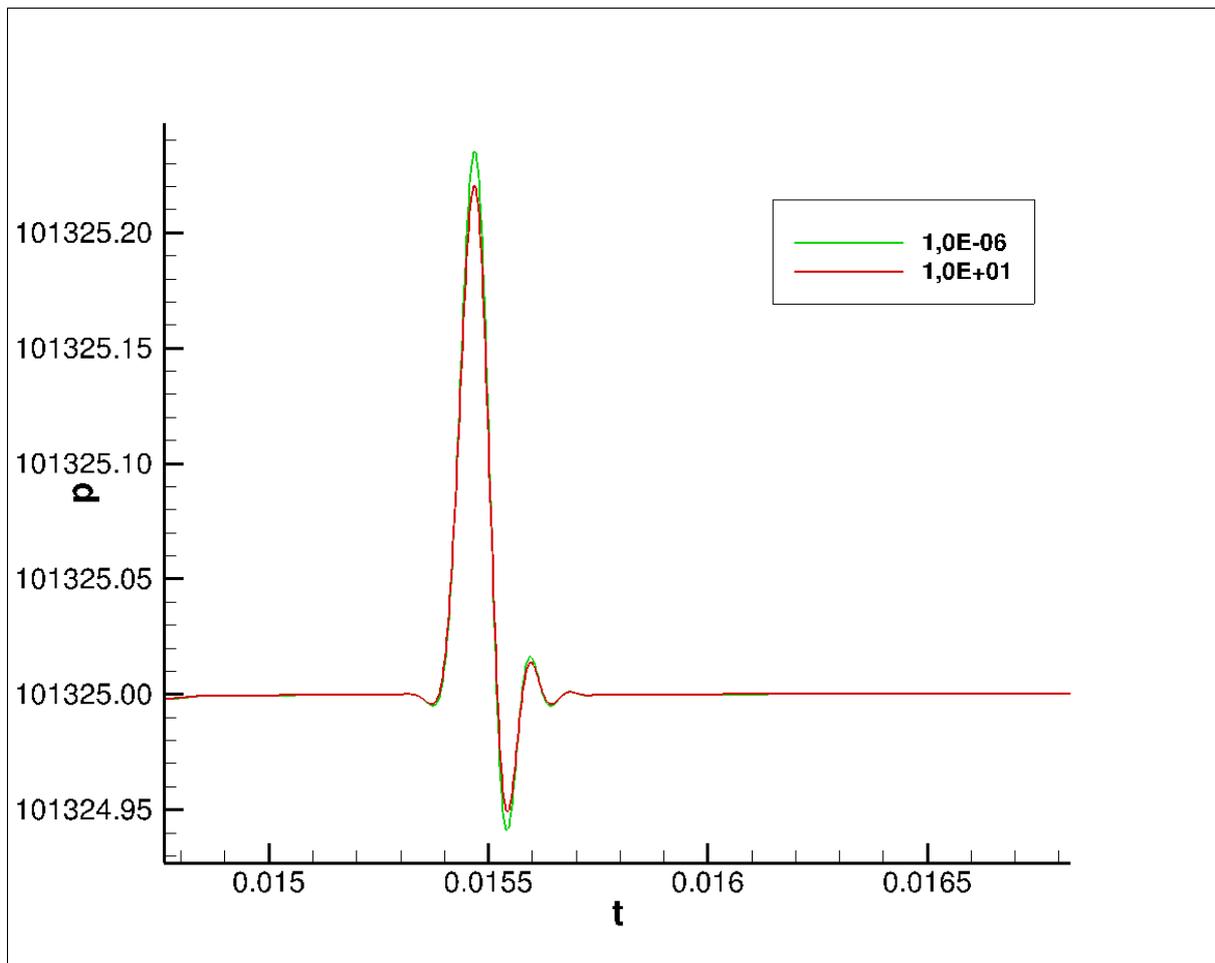


Figura 4.30: Gráfico comparativo com o sinal da sonda de Mach para os valores de  $K^{(2)}$  iguais a  $10^{-6}$  e  $10^{+1}$  e do  $K^{(4)}$  igual a  $10^{-1}$

#### 4.11.2 PROPAGAÇÃO DA ONDA DE MACH GERADA

Com os valores dos coeficientes de dissipação artificial ajustados, foi feito um gráfico comparativo com o sinal de pressão em sondas posicionadas em diferentes posições horizontais com o objetivo de realizar uma análise da propagação das ondas. Esse gráfico é mostrado na figura 4.31, sendo  $x = 0$  a posição da fonte. Observa-se a perda de amplitude com um alargamento do sinal conforme a onda se afasta da fonte.

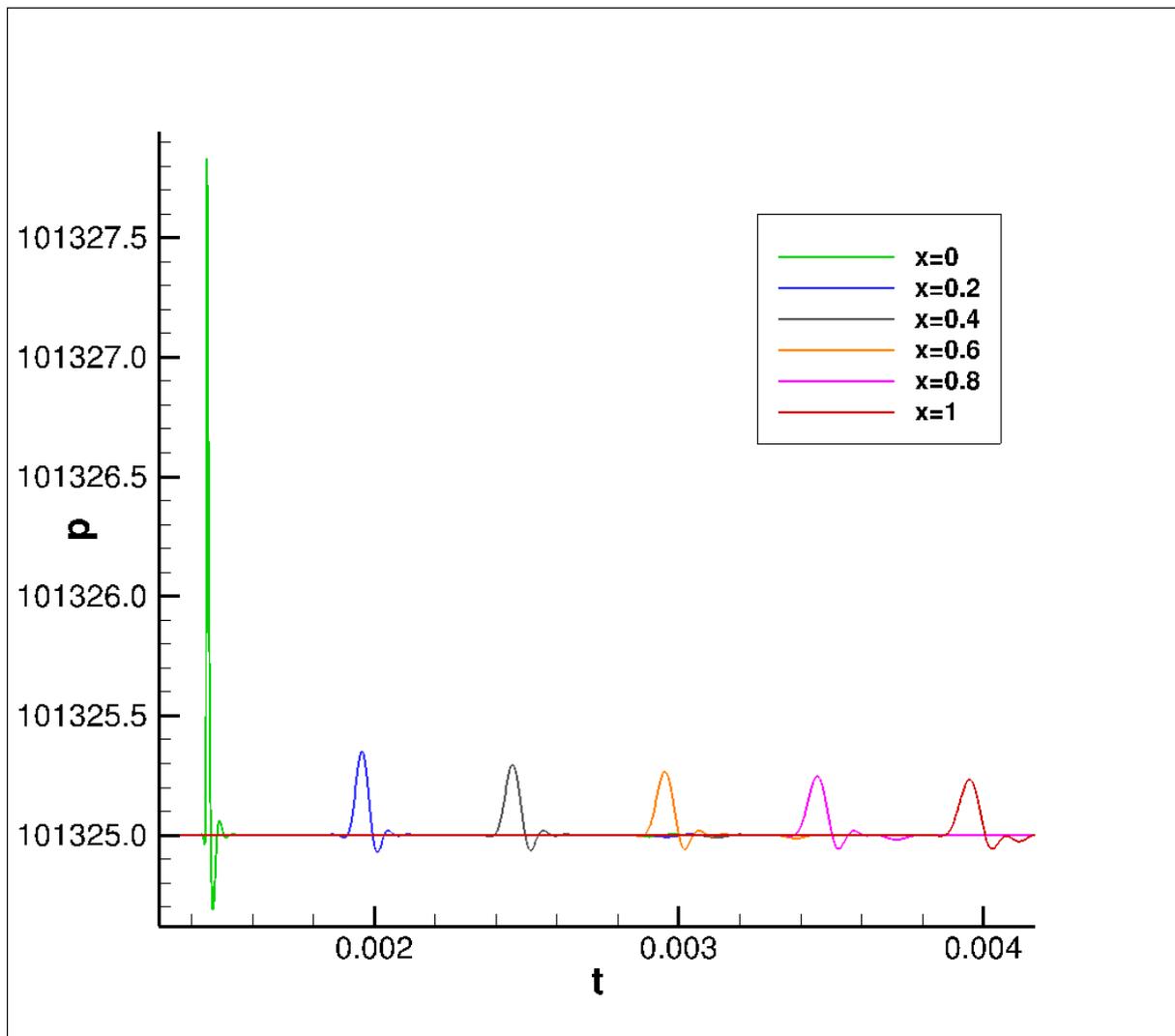


Figura 4.31: Gráfico que representa a variação da amplitude de uma onda de Mach gerada por uma fonte com salto de pressão constante em função da distância percorrida

#### 4.12 IMPOSIÇÃO DE ONDAS N AO LONGO DE UM EIXO VERTICAL

A fonte de ondas de Mach com salto de pressão constante pode ser utilizada em todos os volumes de um eixo vertical em alternativa à fonte pontual. Essa técnica permite que diferentes intensidades sejam utilizadas criando uma onda com o formato desejado ao longo do eixo vertical. O movimento supersônico dessas fontes irá gerar uma onda de Mach o mesmo formato. Ao analisar o sinal gerado pela fonte pontual, verifica-se que o formato da onda se assemelha a uma onda do tipo N, sendo assim, esse formato de onda foi será utilizado para geração dos modos sintéticos.

Na figura 4.32 é mostrada a visualização de uma simulação com oito ondas do tipo N em movimento vertical com velocidade de  $M = 2$ . A propagação das ondas pode ser observada na figura 4.33, que mostra o sinal de sondas em diferentes posições horizontais, sendo  $x = 0$  a posição da fonte.

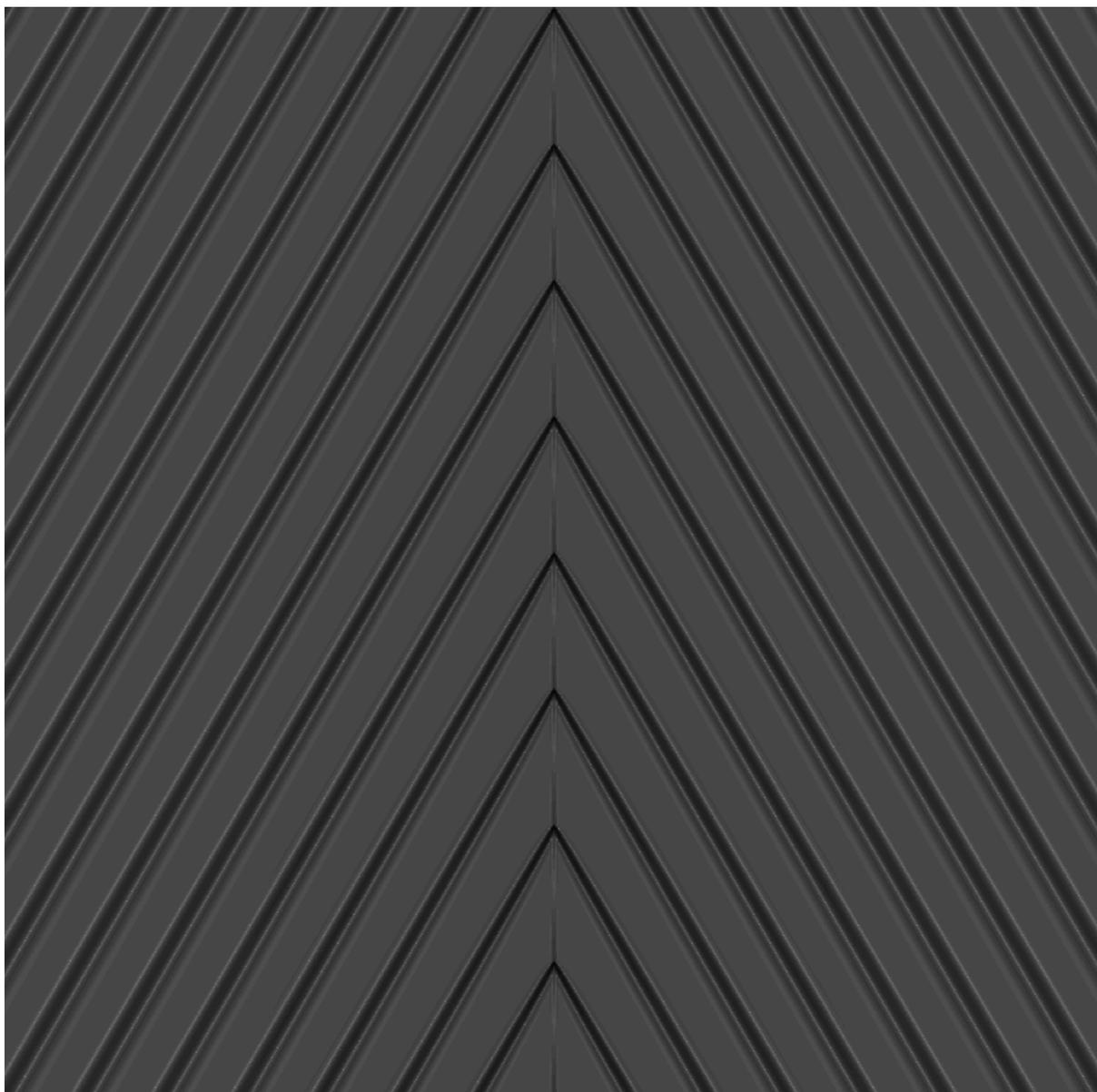


Figura 4.32: Simulação de ondas de Mach geradas por oito ondas N se movimentando com velocidade  $M = 2$

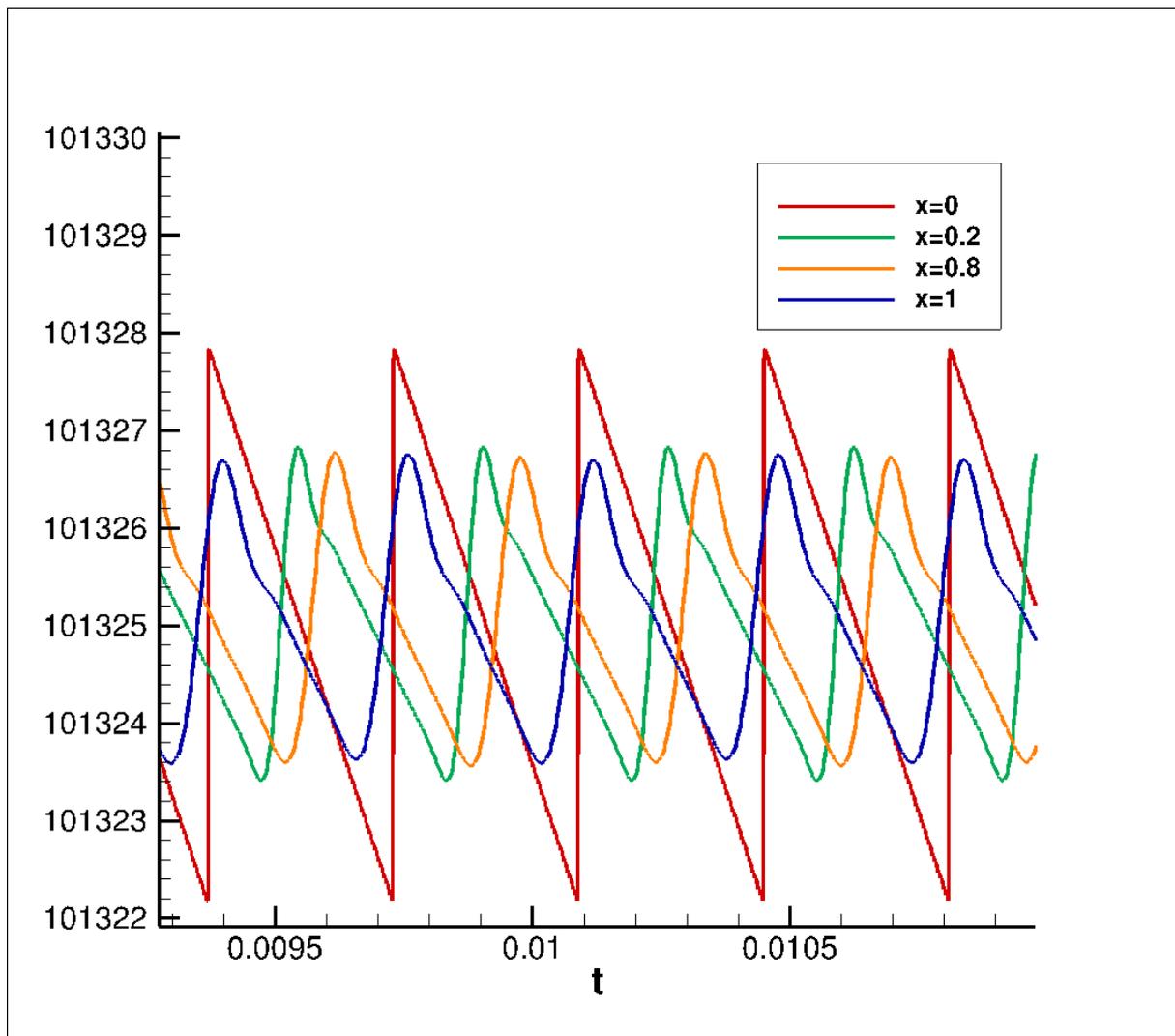


Figura 4.33: Sinal produzido pelas ondas de Mach geradas por oito ondas N se movimentando com velocidade  $M = 2$

#### 4.13 INTERAÇÃO MODO-ESTATOR

A simulação de uma interação dos Modos sintéticos gerados com estatores foi realizada como forma de testar a metodologia desenvolvida e garantir a sua utilização para testes em que haja interação com algum tipo de fronteira. A geometria do perfil da pá do estator utilizado é mostrada na figura 4.34.

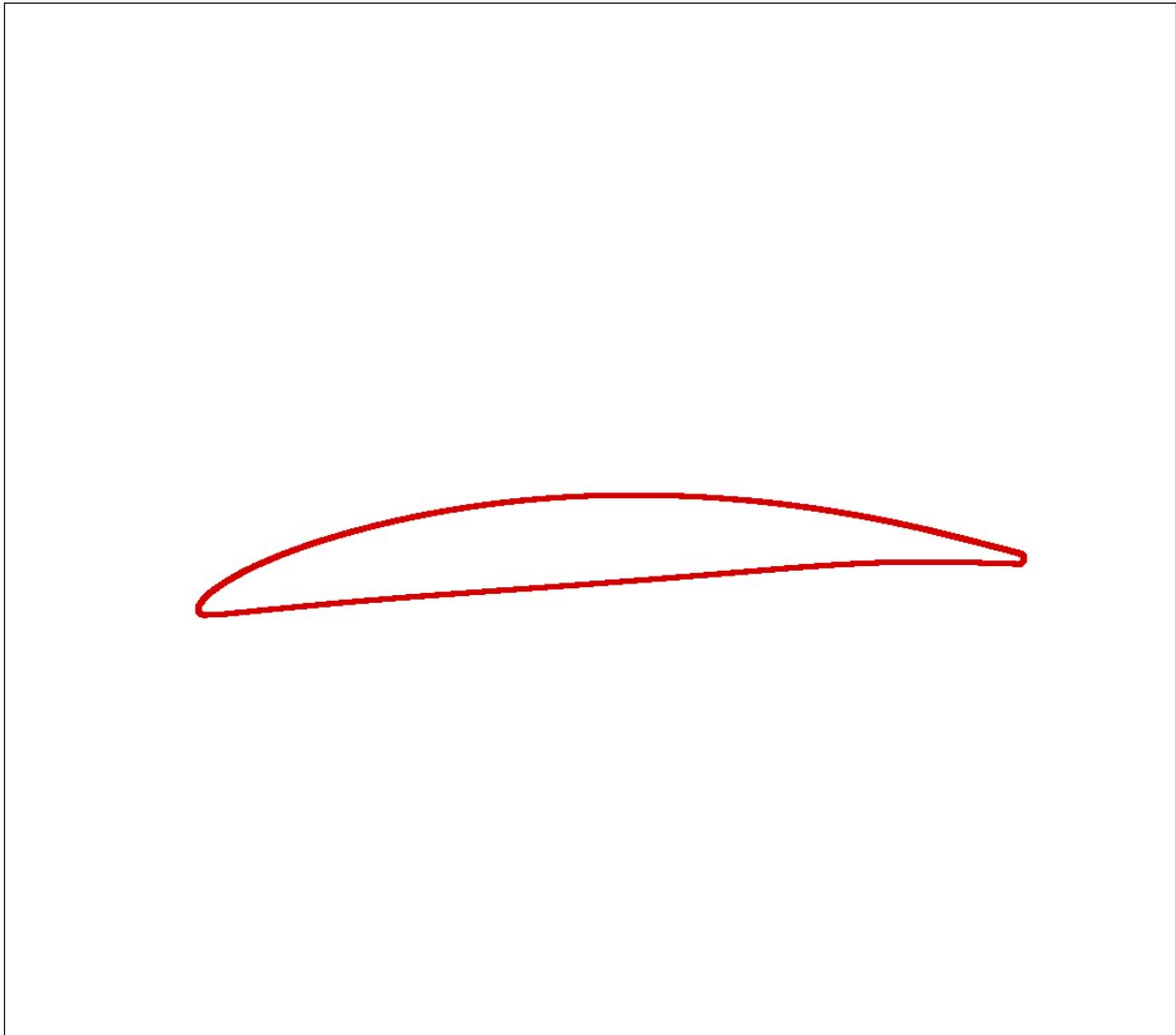


Figura 4.34: Geometria do estator utilizado neste trabalho

#### 4.13.1 CASCATA COM TREZE ESTADORES

Na figura 4.35 é mostrada a visualização de uma simulação com a interação de um modo  $m=16$  com uma cascata de estatores semelhante à utilizada por Bobenrieth Miserda et al. [6]. Foi utilizado um domínio computacional de  $4 \times 16$  com 400 volumes por comprimento característico, totalizando 10.240.000 de volumes de controle na região regular. À esquerda e à direita são mostradas visualização para tempos dimensionais de  $2,16 \cdot 10^{-5} s$  e  $3,6 \cdot 10^{-5} s$ , respectivamente. Observa-se o aparecimento de manchas escuras que contaminam a simulação emitindo ondas, representadas por círculos escuros, que não tem possuem explicação física, indicando a não convergência da simulação.

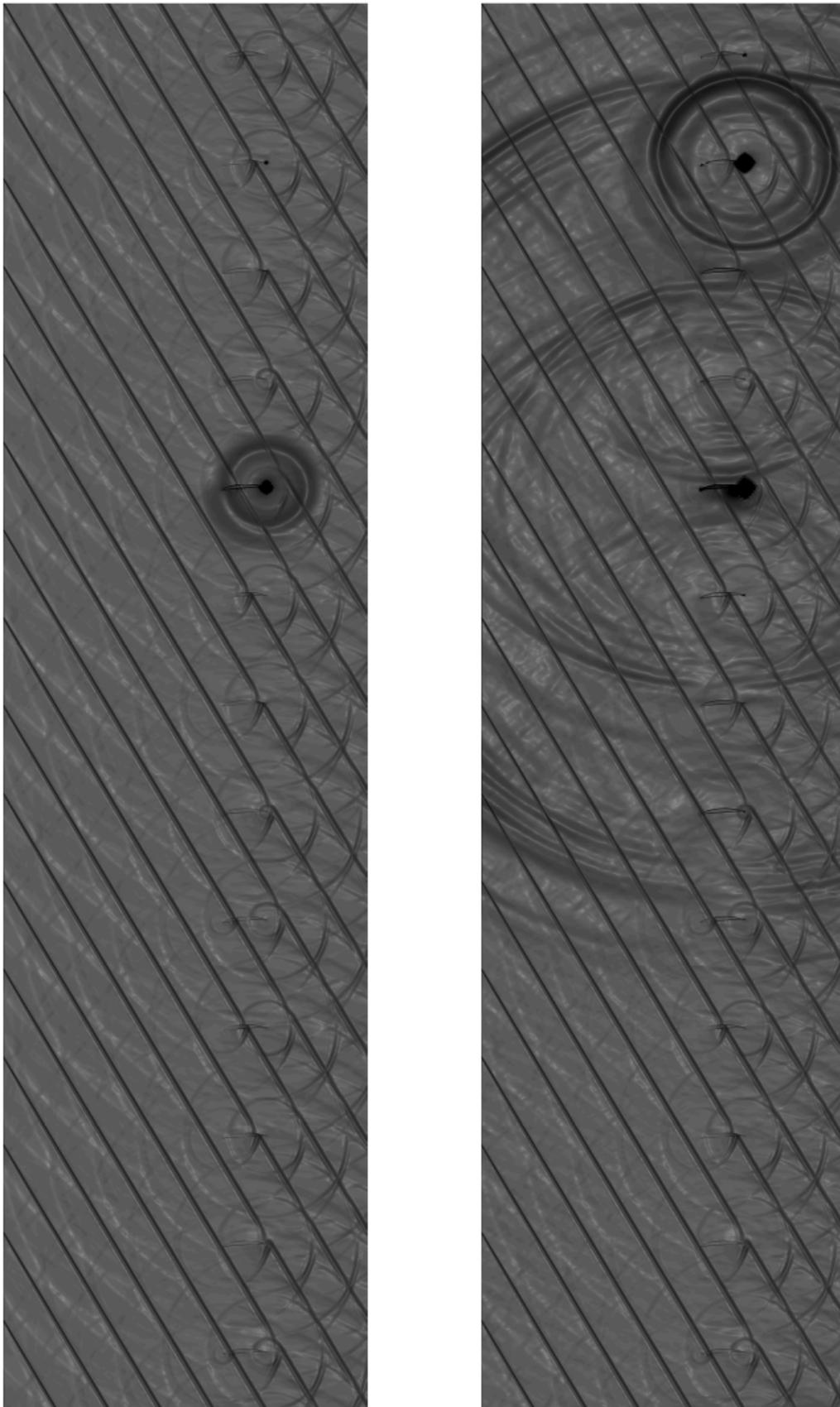


Figura 4.35: Visualização da interação de 16 modos com uma cascata de 13 estatores

#### **4.13.2 RESOLUÇÃO DE MALHA NECESSÁRIA PARA CONVERGÊNCIA DA SIMULAÇÃO**

A simulação mostrada na figura 4.35 foi realizada novamente, dessa vez com uma malha mais refinada com 600 volumes de controle por comprimento característico. Na figura 4.36 é mostrada uma visualização ampliada contendo 4 estatores para um tempo dimensional de  $6,48 \cdot 10^{-2} s$ . Observa-se que para uma malha computacional mais refinada, a contaminação da simulação ocorre de forma mais lenta, indicando que a provável causa da mesma é a falta de refinamento da malha gerando instabilidade na fronteira imersa.

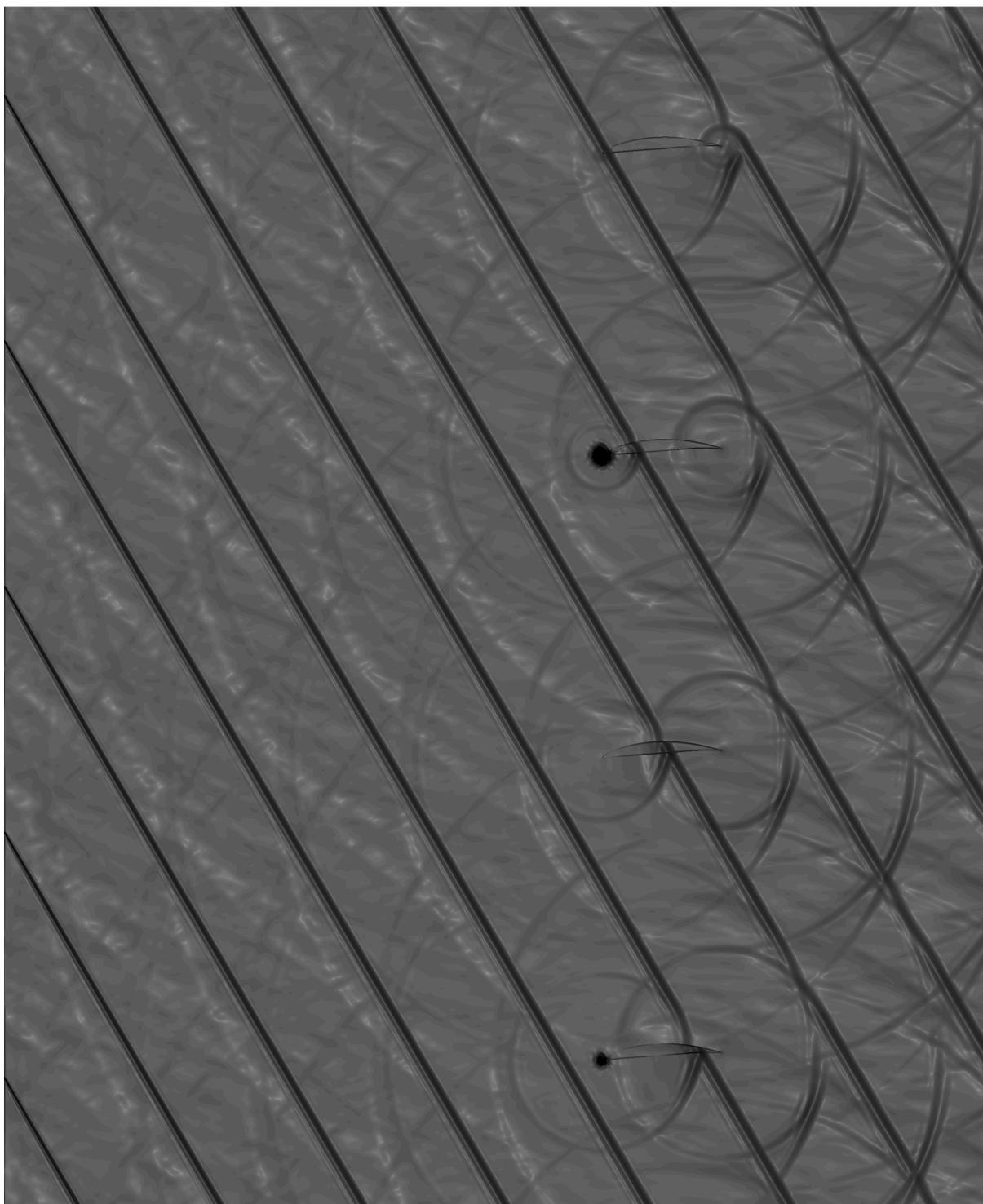


Figura 4.36: Visualização ampliada da simulação de 16 modos interagindo com 13 pás de estator

Sendo assim, é necessário definir a resolução necessária pra realizar a simulação sem a contaminação da instabilidade numérica provocada pela fronteira imersa. Foram realizadas, então, simulações em um domínio de  $2 \times 1,23$ , ou seja, reduzido treze vezes na direção vertical, contendo apenas uma lâmina de estator, e 2 vezes na direção horizontal até que fosse obtida uma malha estável. Na figura 4.38 é mostrada a visualização da simulação realizada para uma resolução de 1800 volumes por comprimento

característico em um tempo dimensional de 0,08s. A resolução de malha nas regiões do bordo de ataque e bordo de fuga do estator, que são as partes críticas para formação de regiões com instabilidade numérica, é mostrada na figura 4.37. Na figura 4.39, observa-se o sinal obtido por sondas localizadas verticalmente no meio do domínio computacional e horizontalmente em  $x = 0$ ,  $x = 0,75$ ,  $x = 1,5$  e  $x = 2$ . A geometria do estator está contida na direção horizontal entre os valores de  $x = 0,9$  e  $x = 1,4$ .

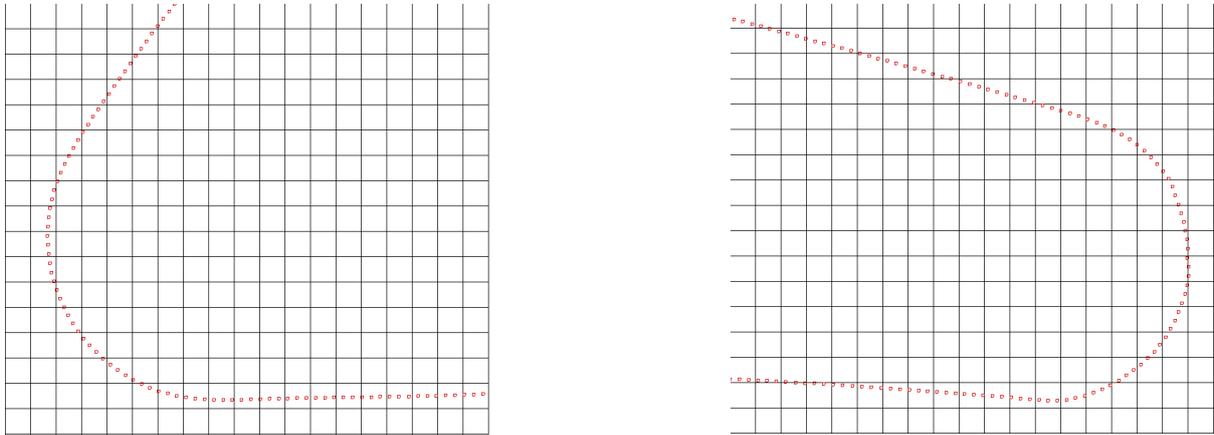


Figura 4.37: Resolução da geometria em uma malha de 1800 volumes de controle por comprimento característico

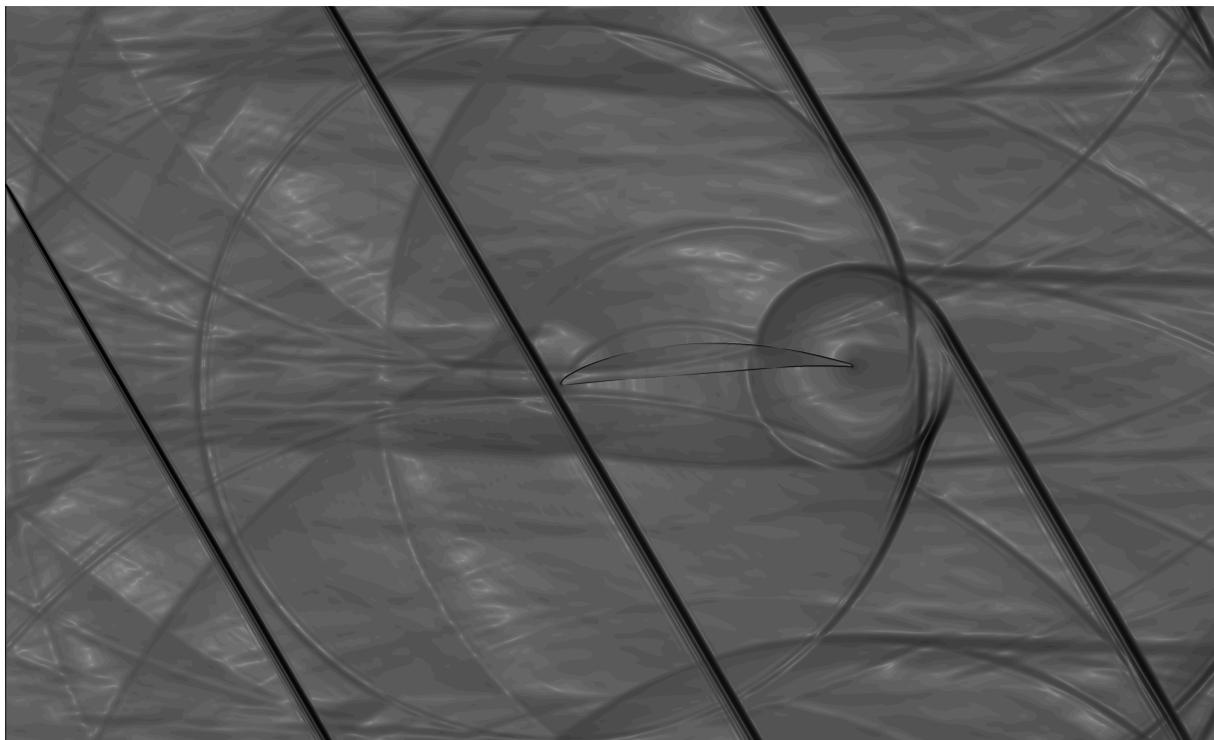


Figura 4.38: Simulação de um modo  $m=5$  com uma pá de estator em um domínio de  $2 \times 1,23$  com resolução de 1800 volumes de controle por comprimento característico

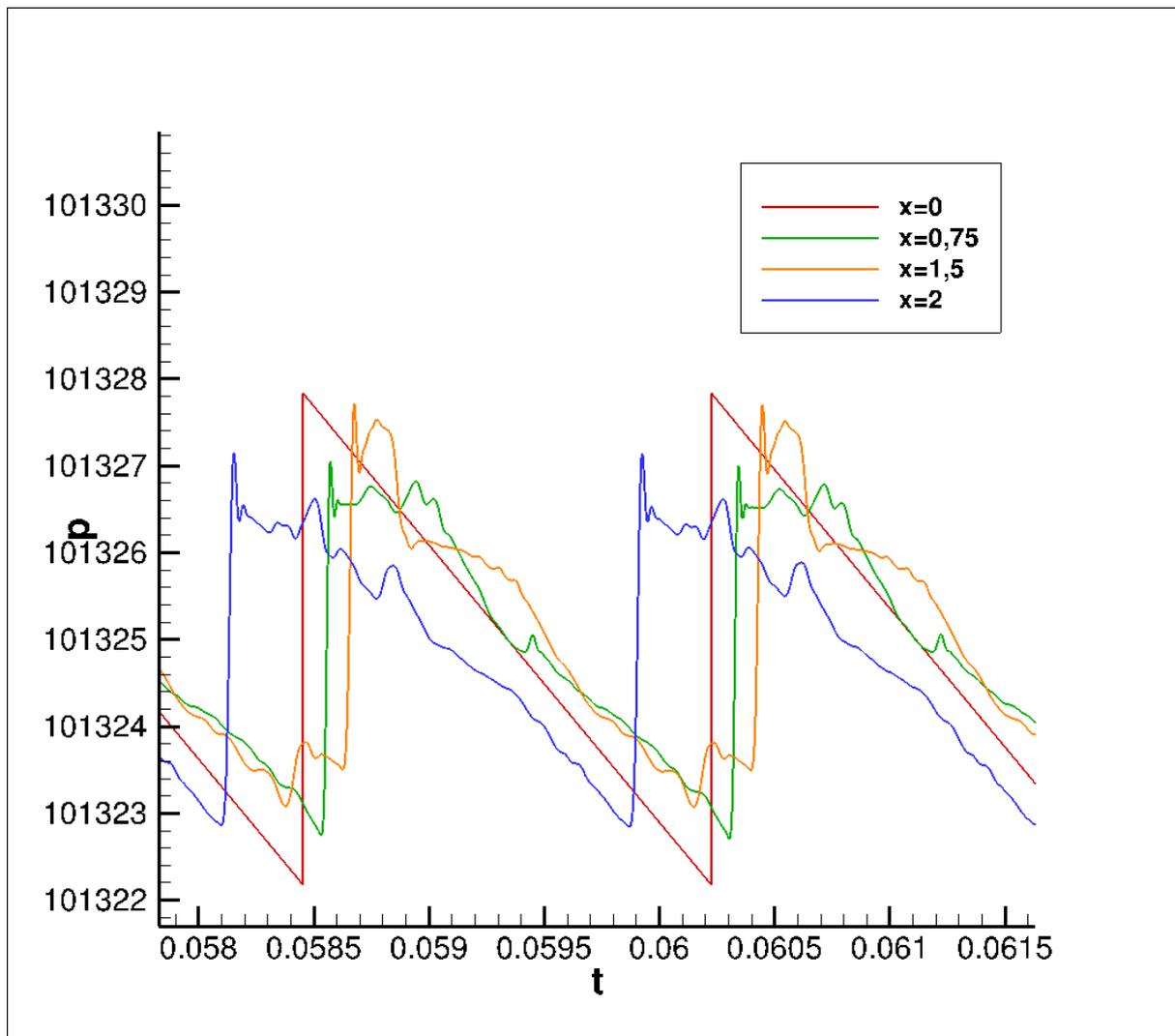


Figura 4.39: Sinal gerado pela simulação em domínio reduzido com alta resolução

#### 4.13.3 RESULTADO DA INTERAÇÃO DE CINCO MODOS COM CINCO ESTADORES

Agora que a resolução de malha foi regulada para garantir que não ocorram instabilidades nas simulações, o mesmo domínio computacional de  $2 \times 1,23$  foi utilizado para simular primeiramente a propagação de cinco modos sem nenhuma geometria e posteriormente a interação dos cinco modos com cinco estatores. As figuras 4.40, 4.41 e 4.42 representam respectivamente a visualização, os sinais de pressão nas sondas e o nível de pressão sonora (SPL, na sigla em inglês) em função da frequência para os cinco modos sem estator, assim como as figuras 4.43, 4.44 e 4.45 para o caso com cinco estatores.

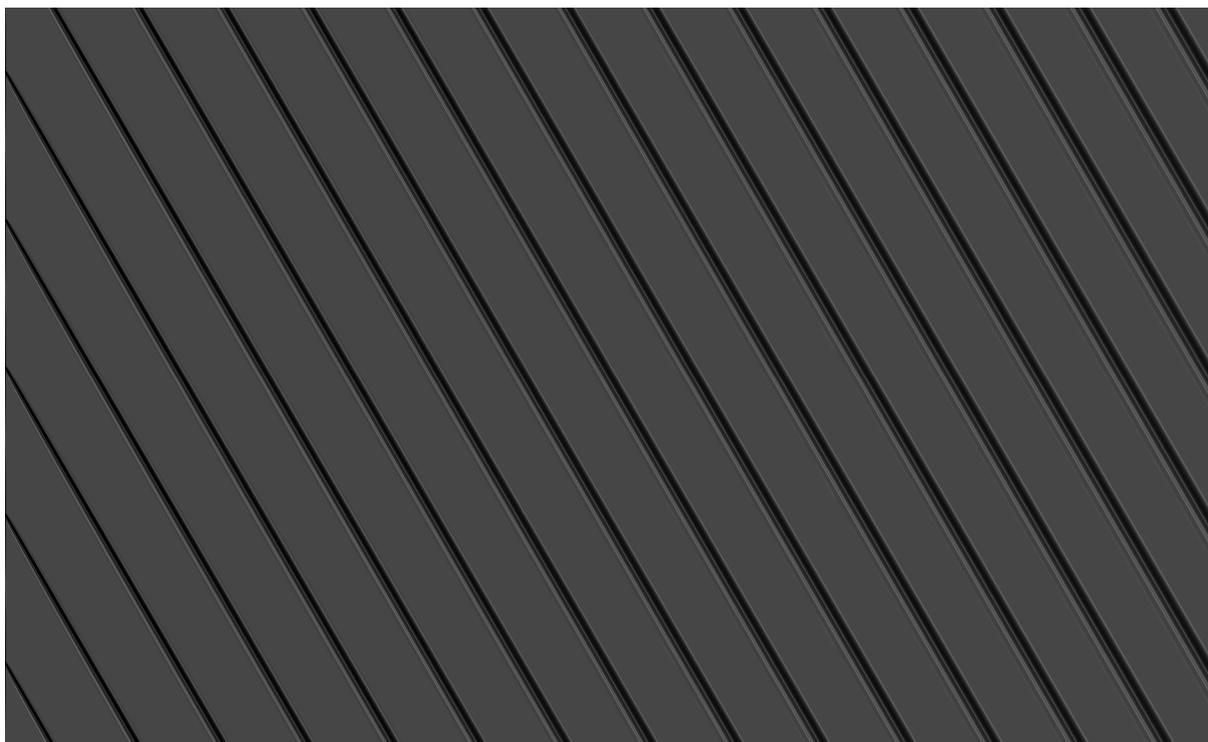


Figura 4.40: Simulação de um modo  $m=5$

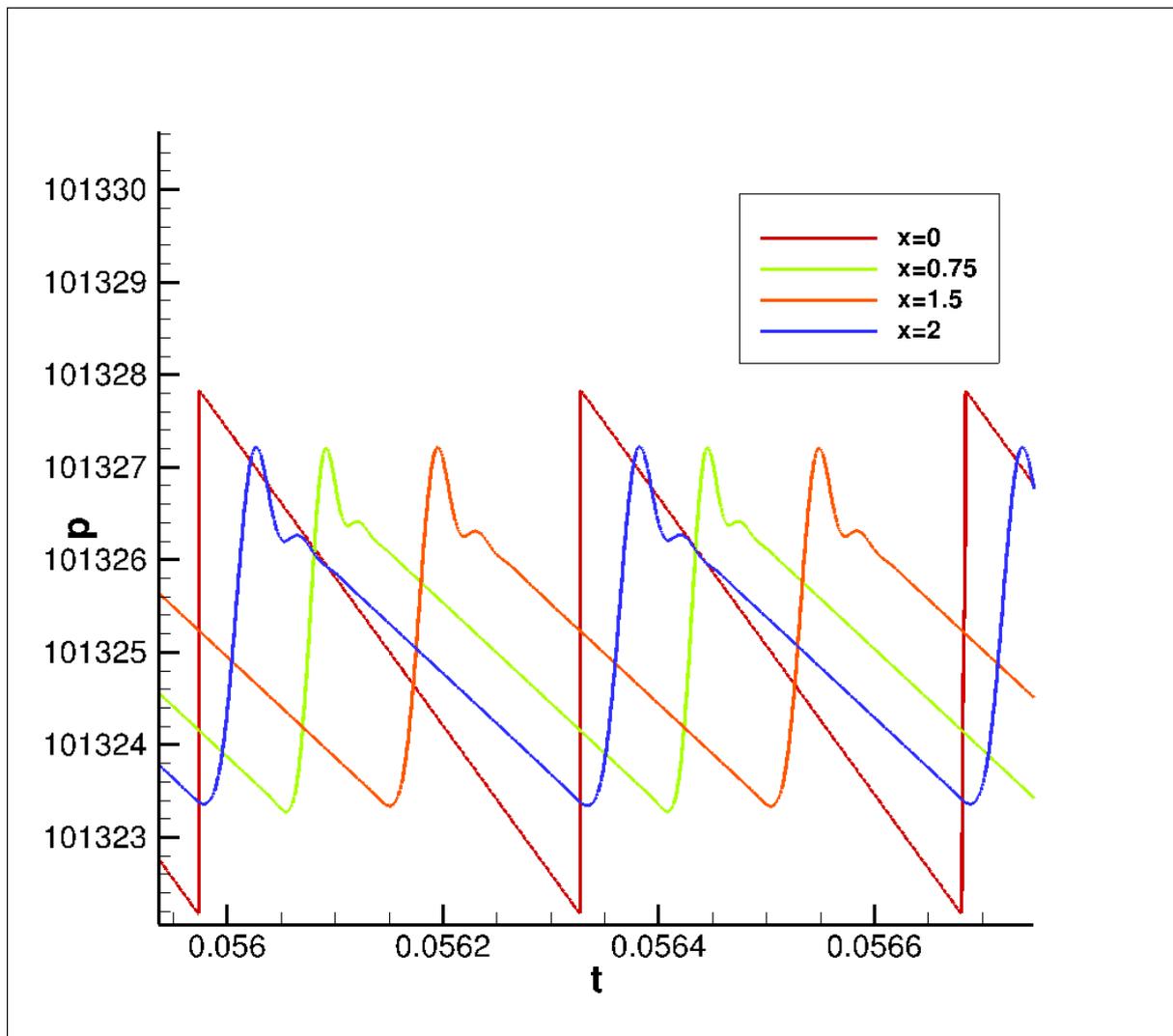


Figura 4.41: Sinal de pressão do modo  $m=5$  sem estator

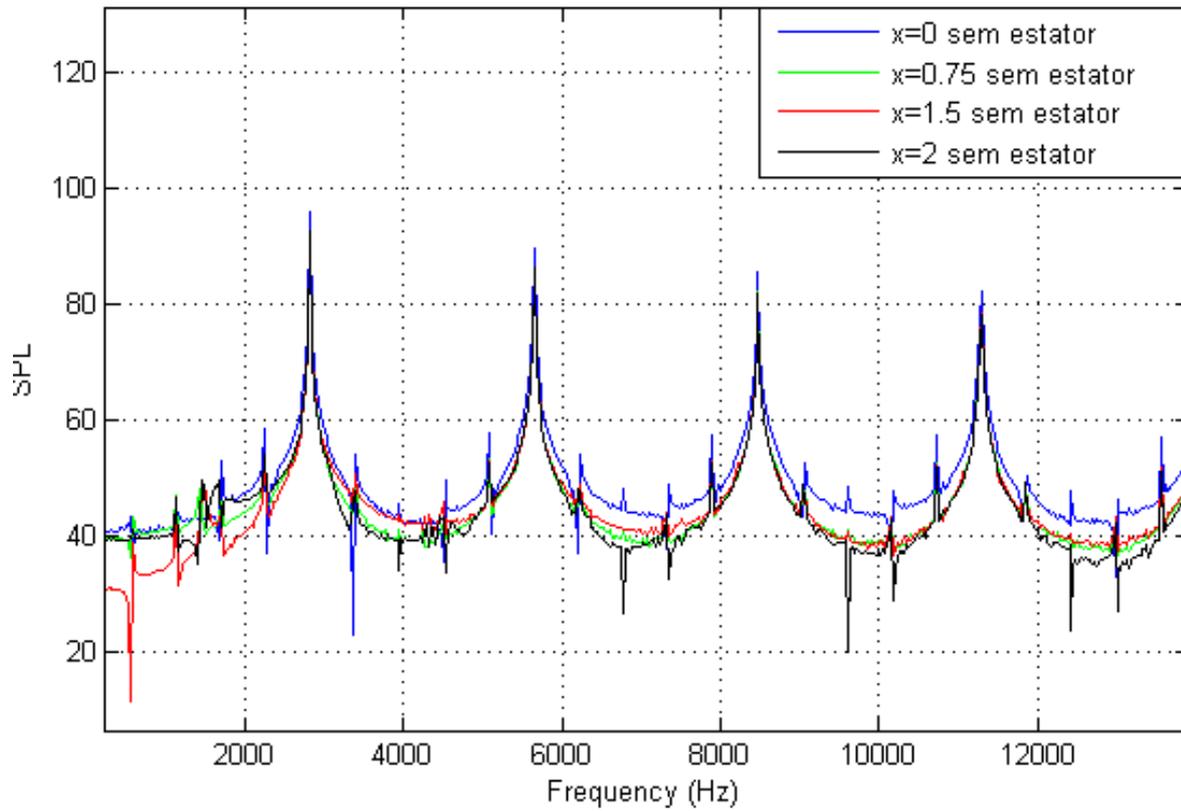


Figura 4.42: Gráfico de SPL em função da frequência para simulação sem estator

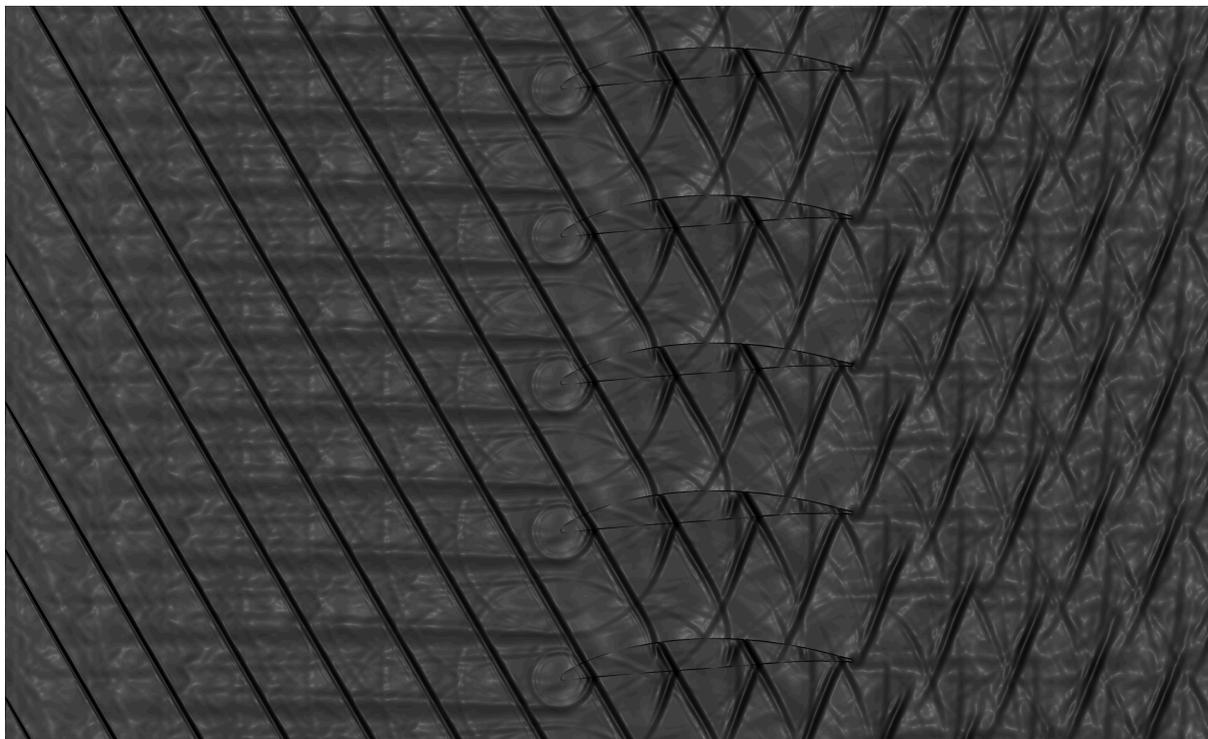


Figura 4.43: Simulação de um modo  $m=5$  interagindo com 5 pás de estator

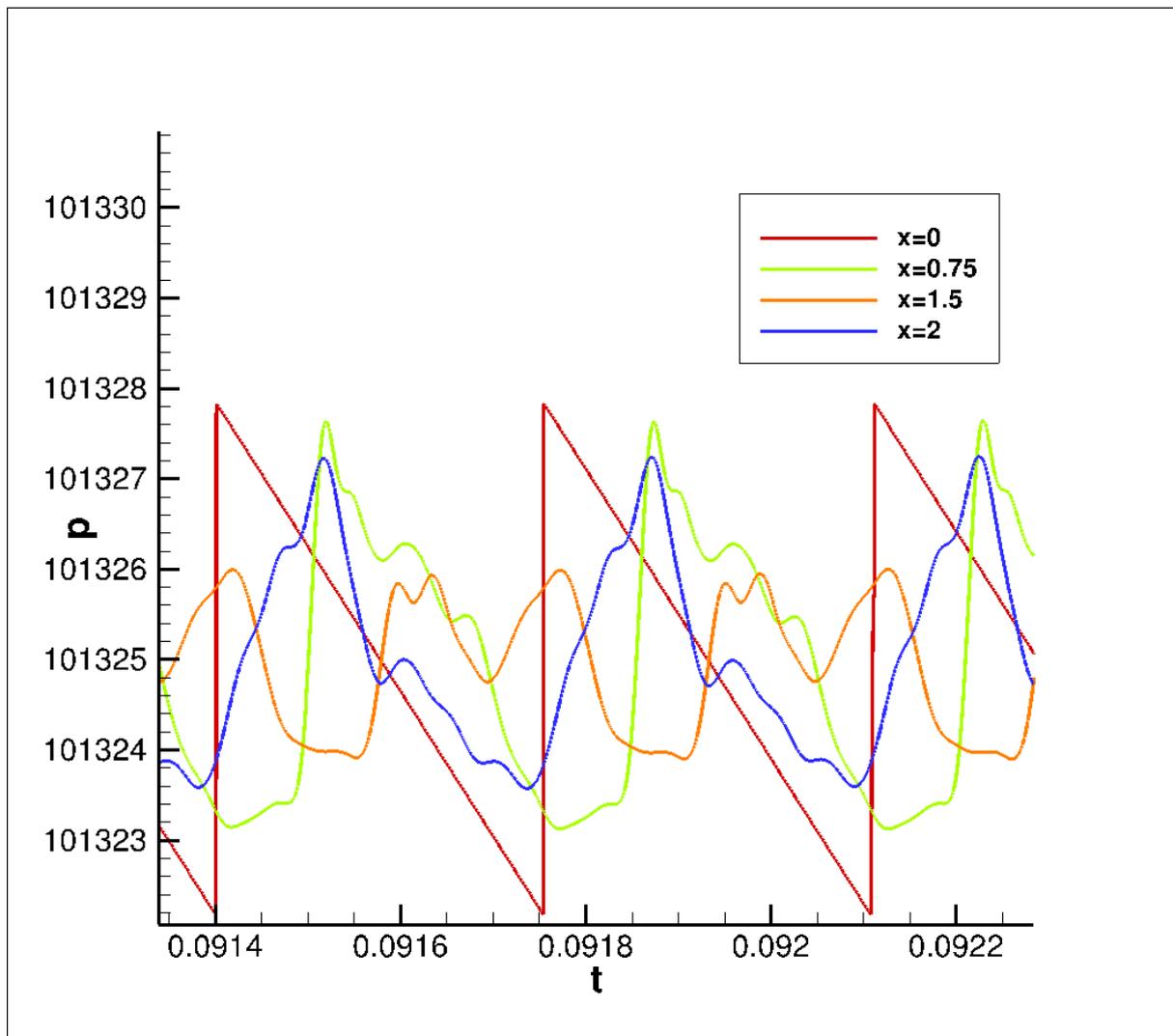


Figura 4.44: Sinal de pressão do modo  $m=5$  com 5 pás de estator

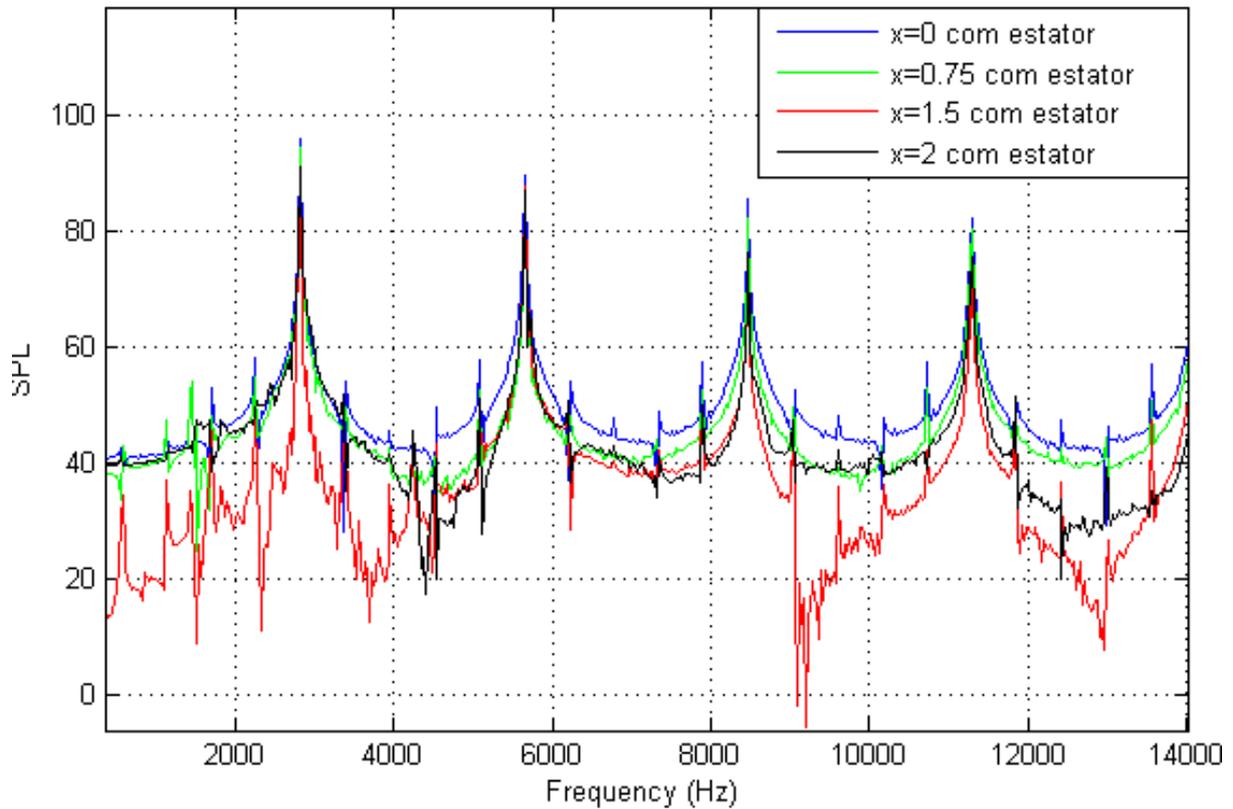


Figura 4.45: Gráfico de SPL em função da frequência para simulação com 5 pás de estator

Observa-se no caso com cinco estatores a formação de novos modos a esquerda dos estatores, associados à interação dos modos sintéticos com o bordo de ataque dos estatores, e a direita, associados à interação com o bordo de fuga e à reflexão dos modos na parede inferior do estator. Como o número de modos é igual ao número de estatores, a frequência característica de cada um desses processos vai ser igual à frequência de passagem dos modos  $f = 2822.67\text{Hz}$ . Dessa forma, observa-se nos gráficos de SPL pela frequência que não há uma mudança significativa com a presença da cascata. Verifica-se apenas uma pequena dispersão nas regiões entre os harmônicos no sinal da sonda localizada em  $x = 1,5$ , que representa a região de proximidade à borda de fuga dos estatores.

As comparações entre os sinais de pressão em função do tempo e SPL em função da frequência para os casos com e sem a cascata de estatores são mostradas nas figuras de 4.46 a 4.51.

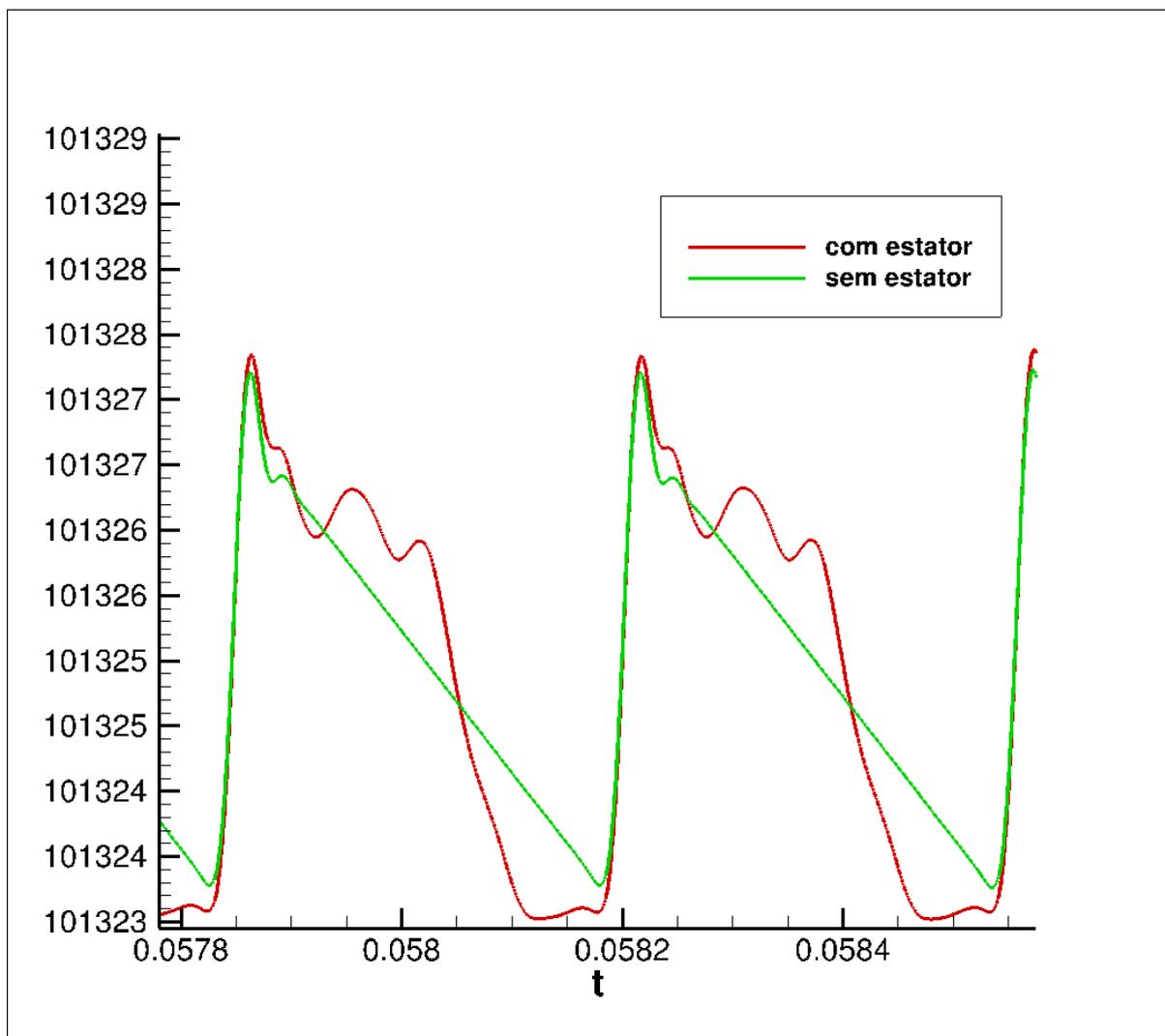


Figura 4.46: Comparação entre os sinais de pressão com e sem o estator na posição  $x = 0,75$

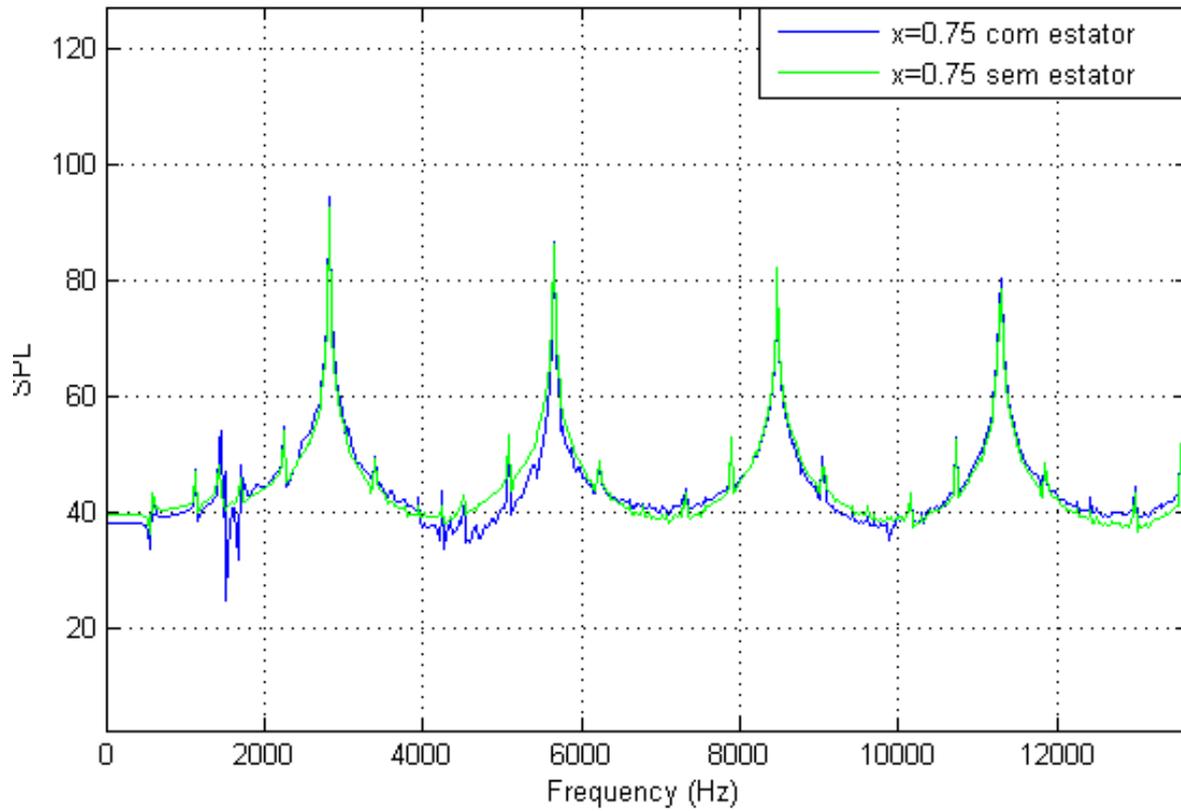


Figura 4.47: Gráfico comparativo dos valores de SPL em função da frequência para os casos com e sem o estator em  $x = 0,75$

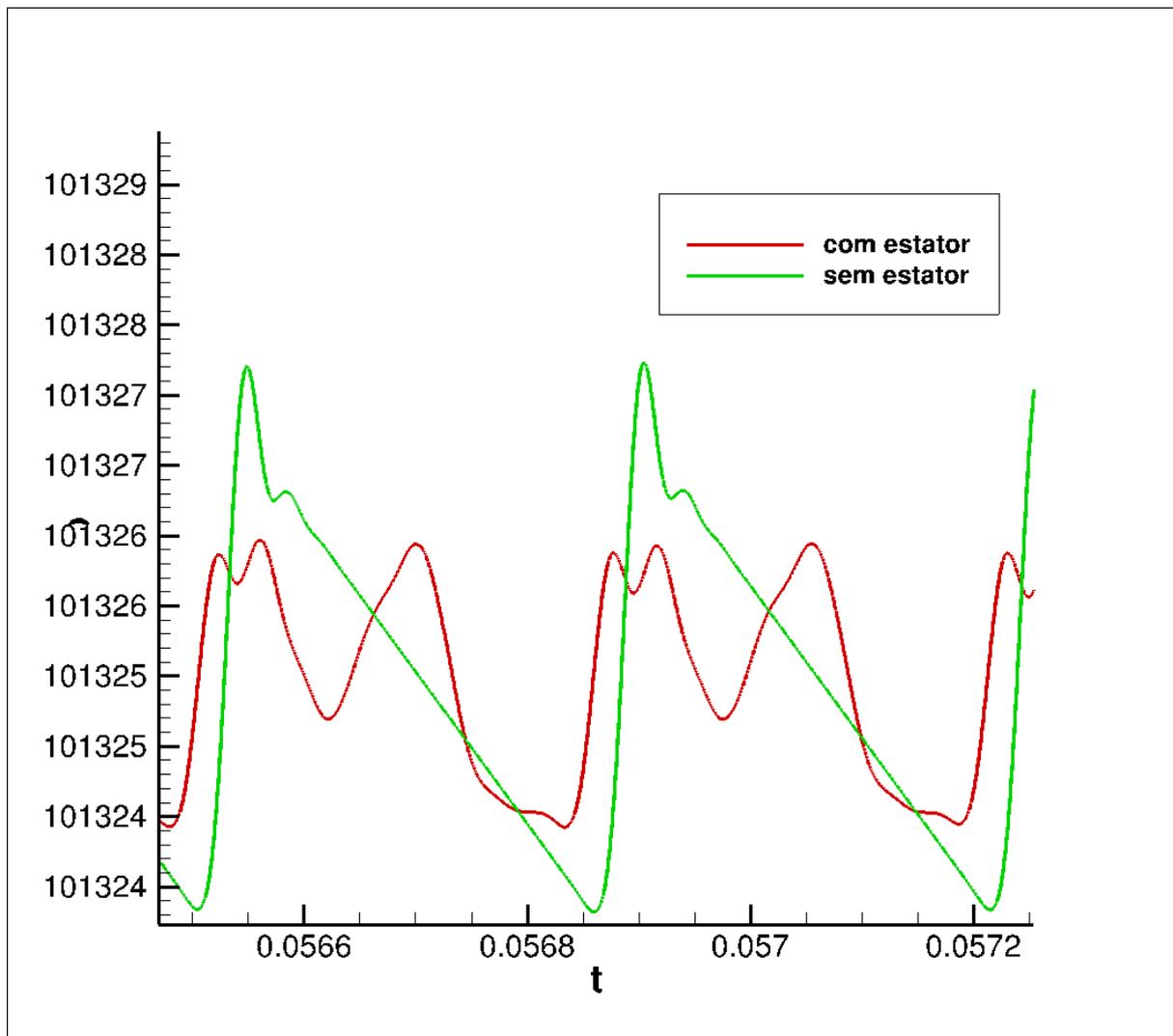


Figura 4.48: Comparação entre os sinais de pressão com e sem o estator na posição  $x = 1,5$

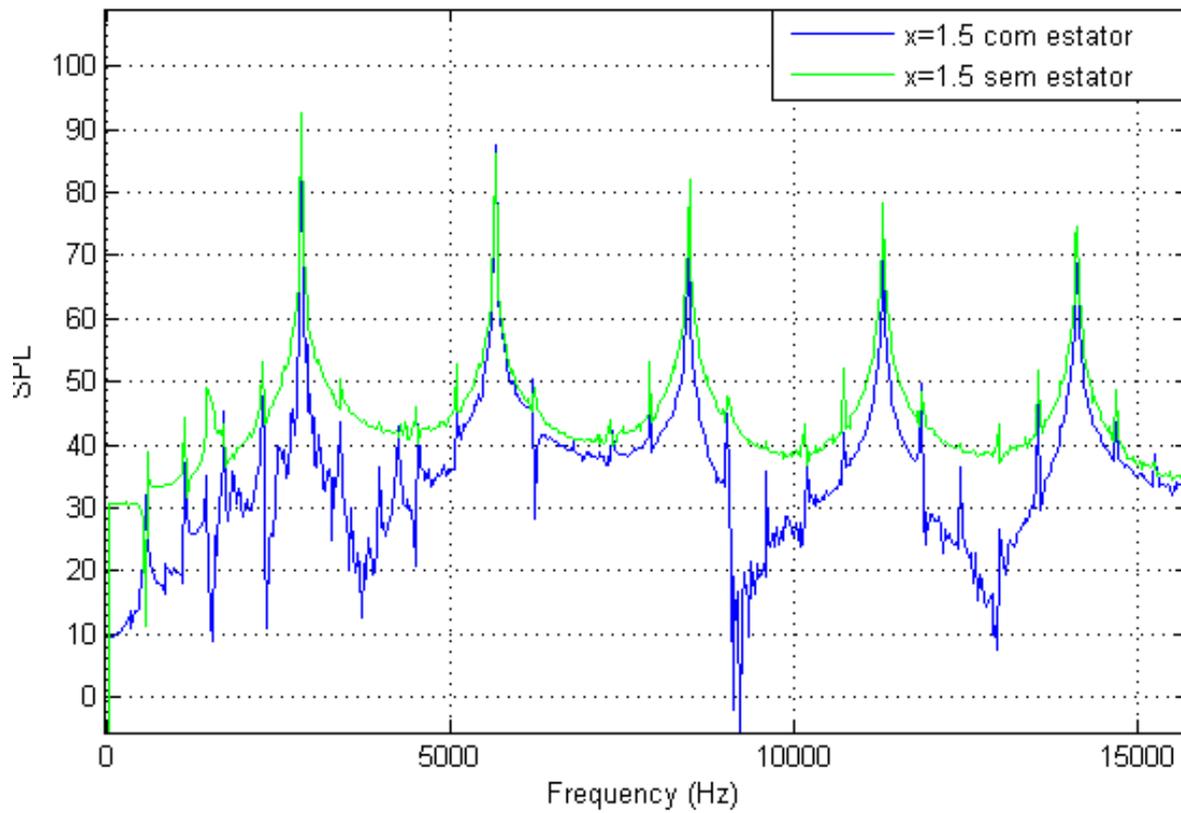


Figura 4.49: Gráfico comparativo dos valores de SPL em função da frequência para os casos com e sem o estator em  $x = 1,5$

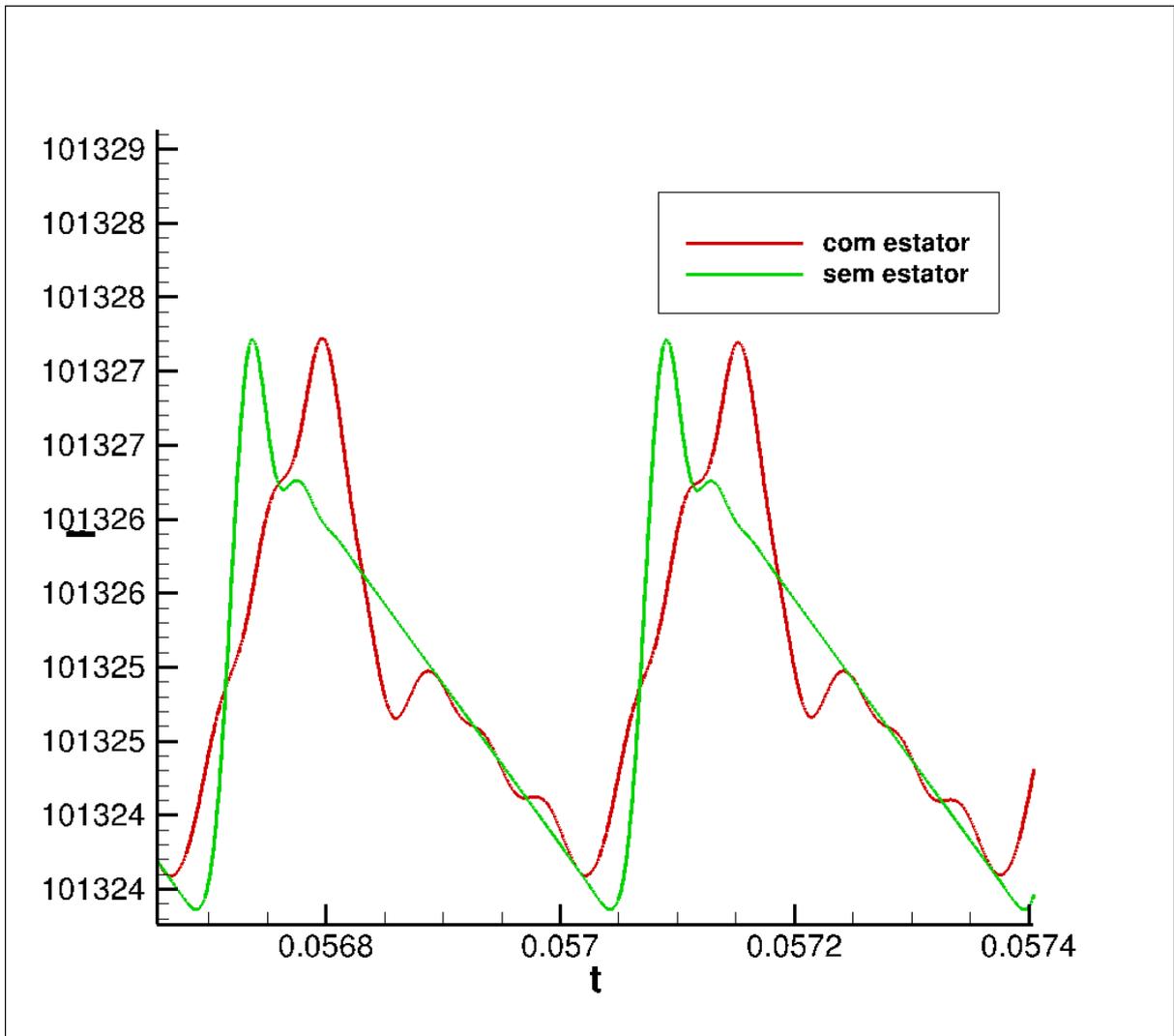


Figura 4.50: Comparação entre os sinais de pressão com e sem o estator na posição  $x = 2$

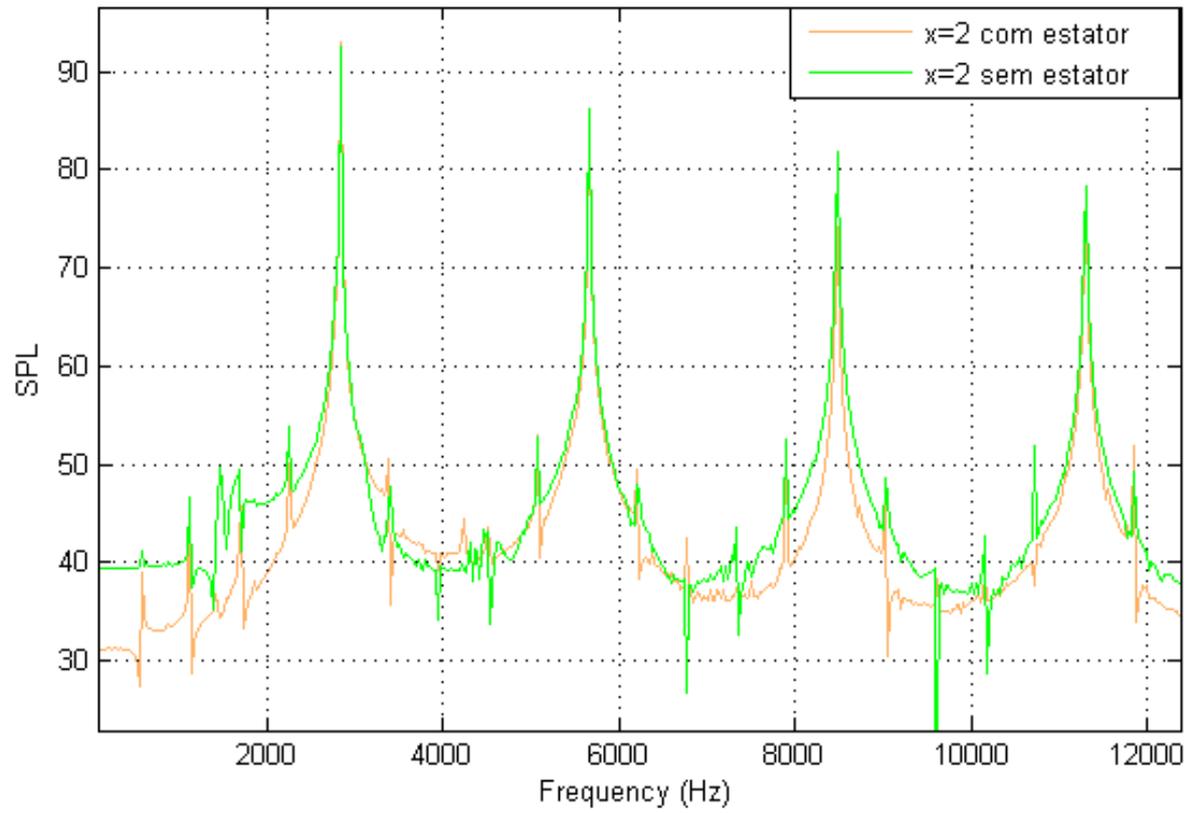


Figura 4.51: Gráfico comparativo dos valores de SPL em função da frequência para os casos com e sem o estator em  $x = 2$

## 5 CONCLUSÕES

Os resultados verificados neste trabalho mostram que a metodologia inédita de geração de modos sintéticos proposta pode ser utilizada para substituir, em uma simulação aeroacústica, qualquer modo decorrente de uma interação rotor-estator, bem como para estudar o efeito da interação do modo com uma cascata de estatores. O método possibilita que simulações aeroacústicas envolvendo modos de interação possam ser realizadas de modo econômico do ponto de vista computacional.

Foram propostas diferentes maneiras de emitir um sinal em uma fonte que se movimenta com velocidade supersônica com o propósito de gerar ondas de Mach e conseqüentemente modos de interação rotor-estator. Tais maneiras vão desde a utilização de ondas sonoras, como é mostrado por Anderson [8], até se chegar ao modelo final com a utilização de fontes com saltos de pressão constante dispostas ao longo de um eixo vertical com diferentes amplitudes definidas a fim de se desenhar uma série de ondas N ao longo deste eixo. A utilização dessas fontes com saltos de pressão é uma proposta original deste trabalho. O significado físico dessas fontes pode ser compreendido ao se analisar um fenômeno análogo em que uma onda de Mach é formada em um túnel de vento supersônico através de uma pequena rugosidade em sua parede. Esse caso citado é utilizado como forma de calibração do túnel de vento, onde a velocidade do escoamento no túnel determina o ângulo formado pela onda de Mach.

As simulações da interação dos modos sintéticos com a cascata de estatores permitiram a visualização dos mecanismos de formação de novos modos. Observa-se nas simulações que novos modos são formados a partir da reflexão do modo sintético na parede dos estatores e da passagem do modo pelos bordos de ataque e de fuga de suas geometria. Tais mecanismos fornecem a compreensão de como os modos são formados em uma interação de uma cascata de lâminas rotor com uma de estator, considerando que os modos sintéticos assumem um papel análogo ao do campo de pressão gerado pelo movimento do rotor. Sendo assim, vale ressaltar que a geração sintética de modos de interação rotor-estator pode ser utilizada na visualização do processo de formação de modos de interação, o que seria muito mais complexo em uma simulação com rotores e estatores, visto que a região próxima a eles é altamente não linear.

Nas simulações em que foi verificado o efeito do aumento de frequência para uma fonte que cria variações de pressão em formato senoidal observou-se um fenômeno de atenuação na velocidade propagação das ondas geradas. Isso ocorre pois o esquema de interpolação de quarta ordem formal utilizado no VAT assume um determinado número mínimo de volumes finitos por comprimento de onda para garantir um nível insignificante de erro numérico associado este processo de interpolação. Ao se

utilizar altas frequências no sinal emitido pela fonte, foram criadas ondas com baixos comprimentos de onda, que se tornaram ainda menores em alguns pontos devido ao efeito Doppler ocasionado pelo movimento da fonte. Dessa forma, o número de volumes finitos ao longo desses comprimentos de ondas não foi suficiente para garantir que não houvesse erros numéricos significantes no processo de interpolação e uma conseqüente atenuação na velocidade de propagação.

Para a continuação deste trabalho sugere-se a implementação de um formato de onda imposta no eixo vertical alternativo à onda N de modo que os modos gerados tenham as mesmas características dos modos de Tyler-Sofrin e a utilização dos modos sintéticos para o estudo do efeito da interação de cascatas de rotores e estatores com modos produzidos por outras cascatas em casos de fans multi-estágio.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Kryter, Karl D. (1994). The handbook of hearing and the effects of noise: physiology, psychology, and public health. Boston: Academic Press. ISBN 0-12-427455-2.
- [2] Thompson SJ. Non-auditory health effects of noise: an updated review. In Proceedings of Inter-Noise 1996, vol. 4. Liverpool, UK: Institute of Acoustics, 1996; 2177–82
- [3] <[https://www.faa.gov/about/office\\_org/headquarters\\_offices/apl/noise\\_emissions/airport\\_aircraft\\_noise\\_issues/](https://www.faa.gov/about/office_org/headquarters_offices/apl/noise_emissions/airport_aircraft_noise_issues/)>. Acesso em: 25/11/2015.
- [4] <[http://www.abag.org.br/materia\\_completa.html](http://www.abag.org.br/materia_completa.html)>. Acesso em: 25/11/2015.
- [5] <[http://www.aeronautics.nasa.gov/pdf/asm\\_presentations\\_promise\\_and\\_challenges1.pdf](http://www.aeronautics.nasa.gov/pdf/asm_presentations_promise_and_challenges1.pdf)>. Acesso em: 25/11/2015.
- [6] Bobenrieth Miserda, R. F., Pimenta, B. G., Direct Noise Computation of Linear and Nonlinear Rotor-Stator Interaction Modes in Transonic Cascades, 20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2014.
- [7] Tyler, J. M., Sofrin, T. G., Axial Flow Noise Compressor Studies, SAE Technical Paper 620532, 1962
- [8] Anderson, John D. Fundamentals of Aerodynamics. Boston: McGraw-Hill, 2001.
- [9] Envia, E., Benchmark Solution for the Category 3–Problem 2: Cascade-Gust Interaction, Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems, NASA/CP-2004-212954.
- [10] Morfey, C. L., Fisher, M. J., Shock-Wave Radiation from a Supersonic Ducted Rotor, The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautic Society, Vol. 74, pp. 579-585, 1970
- [11] Bobenrieth Miserda, R. F., Lauterjung Q., R., Maldonado, A. L. P., Ribeiro, I.D., Godoy, K., Neto, O.G., Direct Computation of Noise Generated by Complex Geometries Using a High-Order Immersed Boundary Method, 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA 2009-3181, 2009.

- [12] Yee, H. C., Explicit and Implicit Multidimensional Compact High-Resolution Shock-Capturing Methods: Formulation, *Journal of Computational Physics*, Vol. 131, 1997, pp. 216-232
- [13] Jameson, A., Schmidt, W., Turkel, E., Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes, *AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*, AIAA-81-1259, 1981.
- [14] Tanehill, John C., Anderson, Dale A., Pletcher, Richard H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Second Edition, Taylor and Francis, 1997.