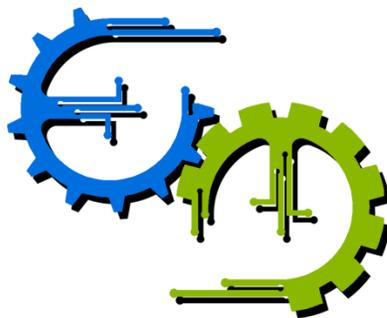


TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLE H_2 E H_∞
EM BANCADA DE GIROSCÓPIO E PÊNDULO
INVERTIDO**

Por,
Pedro Henrique Taveira Moreira da Fonseca

Brasília, Julho de 2015



**ENGENHARIA
MECATRÔNICA**
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLE H_2 E H_∞ EM BANCADA DE GIROSCÓPIO E PÊNDULO INVERTIDO

POR,

Pedro Henrique Taveira Moreira da Fonseca

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

Banca Examinadora

Prof. Renato Alves Borges, UnB/ENE
(Orientador)

Prof^a. Flavia Maria Guerra de Sousa Aranha
Oliveira, UnB/ENE

Prof. Alex da Rosa, UnB/ENE

Brasília, Julho de 2015

FICHA CATALOGRÁFICA

FONSECA, PEDRO HENRIQUE TAVEIRA MOREIRA DA
Implementação de controle robusto em bancada de giroscópio,
[Distrito Federal] 2015.
xi, 78p., 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2015). Trabalho de
Graduação – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

| | |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| 1. Estabilidade de Lyapunov | 2. Controladores H_2 e H_∞ |
| 3. Giroscópio | 4. Pêndulo Invertido |

I. Mecatrônica/FT/UnB

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FONSECA, P. H. T. M. da, (2015). Implementação de controle H_2 e H_∞ em bancada de giroscópio e pêndulo invertido. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação FT.TG-nº 07/2015, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 78p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Pedro Henrique Taveira Moreira da Fonseca.

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: Implementação de controle H_2 e H_∞ em bancada de giroscópio e pêndulo invertido.

GRAU: Engenheiro

ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Pedro Henrique Taveira Moreira da Fonseca
SQN 112 Bloco B ap 503 – Asa Norte.
70762-020 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer inicialmente à minha família, pela paciência e o suporte necessários para que eu pudesse completar este curso. Essa vitória só foi possível porque sempre tive vocês perto de mim, o que faz com que essa conquista também seja de todos vocês.

A meu orientador, professor Renato Borges, gostaria de agradecer por toda a paciência e orientação durante a execução deste trabalho. Seu conhecimento sobre o assunto é incrivelmente extenso e agradeço por ter compartilhado um pouco da sua experiência comigo.

Aos meus amigos e colegas da Universidade, veteranos e calouros, com que partilhei momentos de angústia e sucesso durante esses 6 anos de engenharia na Universidade de Brasília. Vocês sempre estavam lá para tirar alguma dúvida (e vice-versa) e para dar apoio quando as coisas não iam bem como esperado. Não menos importantes, os amigos que fiz durante o intercâmbio me ajudaram muito a conseguir passar por aquela experiência do jeito mais proveitoso possível, então quero deixar um agradecimento especial a todos os habitantes da Bomansplaats, Big House e Caverna.

À minha colega, melhor amiga, companheira e namorada Luisa Santiago. Você mais do que ninguém sabe todas as dificuldades que tivemos pra chegar até aqui, e eu sempre tive sua lealdade e apoio por qualquer etapa, seja acadêmica ou não, que tive que passar. Eu não sou capaz de frisar o quanto você é importante pra mim e o quanto sou agradecido por tê-la na minha vida.

Aos meus companheiros de aventura da Brotherhood: Bruno, Lipe, Mene, Parry, Pat, Pitta, PM, Vítor e Rafael. Vocês sempre me proporcionaram momentos de alegria entre amigos e estão a par da minha caminhada há muito tempo. Se eu tive a sanidade necessária para conseguir terminar esse curso, isto também se deve à vocês.

Por fim, a todos os professores, técnicos e funcionários da Universidade de Brasília, que tornaram possível que esse sonho se tornasse realidade.

Pedro Henrique Fonseca

RESUMO

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento e implementação de controladores H_2 e H_∞ por realimentação de estados em duas novas bancadas recentemente adquiridas pela Universidade de Brasília. A primeira é uma bancada de controle de momento giroscópico, produzida pela *Educational Control Products*, enquanto a segunda é um kit mecatrônico para controle de pêndulo invertido, produzido pela Quanser.

Serão apresentadas as descrições matemáticas do critério de estabilidade de Lyapunov e das normas em questão, além de suas adaptações para os sistemas propostos e os resultados de suas implementações. Guias de uso prático das bancadas também são fornecidos, de forma a facilitar a utilização das mesmas no futuro. Por fim, um filtro dinâmico tolerante a não-linearidades é implementado, de forma a se validar seu desenvolvimento teórico.

São descritos todos os processos que envolvem o controle da planta, passando por sua configuração e modelagem, projeto de controladores, simulações, projeto de algoritmos de controle, implementação e interpretação dos resultados.

Palavras chave: norma H_2 , norma H_∞ , estabilidade de Lyapunov, giroscópio, pêndulo invertido com roda de reação.

ABSTRACT

The goal of this work is the development and implementation of H_2 and H_∞ state feedback controllers in two new platforms recently acquired by the University of Brasília. The first one is called Control Moment Gyroscope moment, produced by Educational Control Products, while the second is a Mechatronic Kit for inverted pendulum control, produced by Quanser. The mathematical descriptions of the Lyapunov stability criterion and the norms involved, as well as their adaptations to the proposed systems and the results of their implementation are presented. Guides for practical use of the platforms are also provided in order to facilitate their future usage. Finally, a dynamic filter tolerant to nonlinearities is implemented to validate its theoretical development.

All processes involving plant control, through its configuration and modeling, controllers project, simulation, control algorithm design, implementation and interpretation of results are described.

Keywords: H_2 norm, H_∞ norm, Lyapunov stability, gyroscope, reaction wheel pendulum.

SUMÁRIO

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 1. | INTRODUÇÃO | 1 |
| 2. | CONCEITOS PRELIMINARES | 4 |
| 2.1. | MODELO | 4 |
| 2.2. | DEFINIÇÕES DE PROPRIEDADES MATRICIAIS | 4 |
| 2.3. | DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES | 5 |
| 2.4. | CRITÉRIO DE ESTABILIDADE..... | 6 |
| 2.5. | CRITÉRIO DE DESEMPENHO | 8 |
| 2.5.1. | <i>Crítério de desempenho em norma H_2</i> | 8 |
| 2.5.2. | <i>Crítério de desempenho em norma H_∞</i> | 11 |
| 3. | MODELAGEM MATEMÁTICA E DESCRIÇÃO DAS BANCADAS | 14 |
| 3.1. | GIROSCÓPIO..... | 14 |
| 3.1.1. | <i>Planta eletromecânica</i> | 15 |
| 3.1.2. | <i>Dinâmica da planta</i> | 16 |
| 3.1.3. | <i>Configuração da planta</i> | 17 |
| 3.2. | KIT MECATRÔNICO | 20 |
| 3.2.1. | <i>Pêndulo Invertido com Roda de reação</i> | 20 |
| 3.2.2. | <i>Modelagem por equação de Lagrange</i> | 21 |
| 4. | PROJETOS DE CONTROLADORES E RESULTADOS | 24 |
| 4.1. | PROJETO DE REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS | 24 |
| 4.2. | REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS EM NORMA H_2 | 24 |
| 4.3. | REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS EM NORMA H_∞ | 26 |
| 4.4. | RESULTADOS DO GIROSCÓPIO | 27 |
| 4.4.1. | <i>Norma H_2</i> | 27 |
| 4.4.2. | <i>Norma H_∞</i> | 31 |
| 4.5. | RESULTADOS DO PÊNDULO INVERTIDO | 34 |
| 4.5.1. | <i>Norma H_2</i> | 34 |
| 4.5.2. | <i>Norma H_∞</i> | 36 |
| 4.5.3. | <i>Dificuldades</i> | 38 |
| 5. | FILTRO ABSOLUTO PARA GIROSCÓPIO | 39 |
| 5.1. | DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO FILTRO | 39 |
| 5.2. | IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS | 41 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 6. | CONCLUSÃO | 46 |
| 7. | BIBLIOGRAFIA..... | 47 |
| 8. | ANEXOS..... | 49 |
| 8.1. | GUIA DE UTILIZAÇÃO DO <i>EXECUTIVE PROGRAM</i> | 56 |
| 8.1.1. | <i>Execução padrão</i> | 61 |
| 8.2. | KIT MECATRÔNICO | 66 |
| 8.2.1. | <i>Requisitos</i> | 66 |
| 8.2.2. | <i>Montagem e testes iniciais</i> | 67 |
| 8.2.3. | <i>Utilização do Software</i> | 69 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-------------------------------------|
| Figura 1 – Kit de controle mecatrônico..... | 2 |
| Figura 2 – Bancada de controle de momento giroscópico..... | 2 |
| Figura 3 – Montagem do Giroscópio de controle de momento..... | 15 |
| Figura 4 – Definições de coordenadas..... | 17 |
| Figura 5 – Configuração inicial da planta..... | 18 |
| Figura 6 – Ângulos de interesse do pêndulo invertido..... | 21 |
| Figura 7 – Diagrama de blocos do sistema controlado..... | 28 |
| Figura 8 – Simulação do sistema controlado usando norma H2..... | 29 |
| Figura 9 – Sinal de controle do sistema simulado usando norma H2..... | 29 |
| Figura 10 – Resposta do sistema controlado usando norma H2..... | 30 |
| Figura 11 – Sinal de controle do sistema controlado com norma H2..... | 31 |
| Figura 12 – Simulação do sistema controlado utilizando norma H^∞ | 32 |
| Figura 13 – Simulação do sinal de controle do sistema controlado com norma H^∞ | 32 |
| Figura 14 - Resposta do sistema controlado usando norma H^∞ | 33 |
| Figura 15 – Sinal do controlador implementado utilizando norma H^∞ | 33 |
| Figura 16 – Diagrama de blocos da simulação do sistema do pêndulo invertido..... | 35 |
| Figura 17 – Resposta de simulação da posição angular do pêndulo..... | 35 |
| Figura 18 – Resposta de simulação do sinal de controle do pêndulo..... | 36 |
| Figura 19 - Resposta de simulação da posição angular do pêndulo..... | 37 |
| Figura 20 - Resposta de simulação do sinal de controle do pêndulo..... | 38 |
| Figura 21 – Simulação do sistema aumentado..... | 41 |
| Figura 22 – Resposta do sistema controlado com controlador LQR..... | 42 |
| Figura 23 – Cone definindo área para tratamento da não-linearidade..... | 43 |
| Figura 24 – Velocidade ω_4 estimada..... | 45 |
| Figura 25 – Resposta do sistema utilizando ω_4 estimada..... | 45 |
| Figura 26 – Montagem do Giroscópio de controle de momento..... | Error! Bookmark not defined. |
| Figura 27 – Tela inicial do <i>Executive Program</i> | 56 |
| Figura 28 – Janela de edição de algoritmos de controle..... | 61 |
| Figura 29 – Seleção do sinal de referência..... | 62 |
| Figura 30 – Configurações do sinal de referência..... | 62 |
| Figura 31 – Dados de aquisição..... | 63 |
| Figura 32 – Definição da velocidade do rotor..... | 63 |
| Figura 33 – Execução de trajetória..... | 64 |
| Figura 34 – Definição das variáveis dos gráficos..... | 64 |
| Figura 35 – Gráfico gerado pelo <i>Executive Program</i> | 65 |
| Figura 36 – Montagem do pêndulo..... | 67 |
| Figura 37 – Diagnóstico de conexão..... | 68 |
| Figura 38 – Conexão entre o kit mecatrônico e o CCS..... | 69 |
| Figura 39 – Janela de navegação dos arquivos do projeto..... | 69 |

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

| | | |
|-----------|--|----------------------|
| J, K, I | Momentos de inércia | [kg·m ²] |
| T_i | Torque do motor i do giroscópio | [N·m] |
| m | Massa | [kg] |
| l | Comprimento | [m] |
| q_i | Posição angular do corpo i do giroscópio | [rad] |
| g | Aceleração da gravidade | [m/s ²] |

Símbolos Gregos

| | | |
|------------|---|---------|
| ω_i | Velocidade angular do corpo i do giroscópio | [rad/s] |
| Ω | Velocidade angular do rotor do giroscópio | [rad/s] |
| θ | Ângulo de movimentação da haste do pêndulo | [rad] |
| φ | Ângulo lido pelo encoder do pêndulo | [rad] |
| γ | Valor da norma para controladores | |
| Δ | Matriz limitante de região | |
| μ | Valor da norma para filtro | |
| τ | Torque do rotor do pêndulo | [N·m] |

Subscritos

| | |
|-----|---|
| o | Observabilidade |
| c | Controlabilidade |
| s | Referente à amostragem (do inglês <i>sampling</i>) |
| r | Referente ao rotor |

cl Malha fechada (do inglês *closed loop*)

Sobrescritos

• Variação temporal (derivada)

' Transposta da matriz

TM Marca Registrada (do inglês *Trade Mark*)

Siglas

CCS *Code Composer Studio* (programa)

DC Corrente Contínua (do inglês *Direct Current*)

DSP Processador Digital de Sinal (do inglês *Digital Signal Processor*)

ECP *Educational Control Products*

LMI Desigualdade Matricial Linear (do inglês *Linear Matrix Inequality*)

LQR Regulador Quadrático Linear (do inglês *Linear Quadratic Regulator*)

PWM Modulação por Largura de Pulso (do inglês *Pulse Width Modulation*)

RPM Rotações Por Minuto

SBAI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente

VANT Veículo Aéreo Não-Tripulado

1. INTRODUÇÃO

Sistemas de controle robusto são projetados quando se deseja reduzir a interferência de elementos de incerteza dinâmica das plantas utilizadas em um determinado projeto de controle (Ogata, 2011). Essas incertezas dinâmicas podem ser provenientes de limitações de modelagem ou perturbações interferindo com o sistema controlado. A implementação deste tipo de controlador utilizando espaço de estados é de grande relevância por um motivo principal, permitir tratar o problema de síntese de controladores como problema de otimização com restrições descritas por desigualdades matriciais lineares (LMIs, do inglês *Linear Matrix Inequalities*) (Oliveira, 1999) (Vidyasagar, 1993).

Nesse contexto, foi desenvolvido um estudo de controladores por realimentação de estados utilizando as normas de otimização H_2 e H_∞ , exemplos clássicos de implementação de controladores tolerantes à ruídos e incertezas (Bernussou, Geromel, & Peres, 1989) (Francis, 1987), em duas novas bancadas adquiridas pela Universidade de Brasília: o Kit de Controle Mecatrônico da empresa Quanser Inc. e a bancada de momento giroscópico da empresa ECP (do inglês *Educational Control Products*). O objetivo deste trabalho é portanto compreender o funcionamento das bancadas, complementar o guia de utilização das mesmas, e validar os controladores propostos assim como o processo de implementação realizado. No mesmo contexto, foi validado um filtro dinâmico absoluto à uma classe de não linearidades, que permitiu tratar a saturação de alguns sinais, resultado que será apresentado no Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI) 2015 (Chupel, Fonseca, & Borges, 2015).

O kit de controle mecatrônico desenvolvido pela Quanser é uma plataforma destinada ao estudo de controle de diversos tipos de montagens de pêndulos, entre eles o pêndulo invertido com roda de reação (Quanser Inc., 2006). Esse tipo de sistema envolve um motor atuando sobre a roda de reação, de forma que a reação do torque da roda atue sobre a haste do pêndulo, de forma a colocá-la em movimento. O sistema acompanha um software utilizado para fazer a interface entre o processador do kit mecatrônico e o computador. As maiores motivações para a modelagem e controle de pêndulos invertidos é seu comportamento dinâmico equivalente ao de outros sistemas de interesse, como por exemplo foguetes e robôs bípedes (Åström, Block, & Spong, 2001). A Figura 1 ilustra a bancada citada.

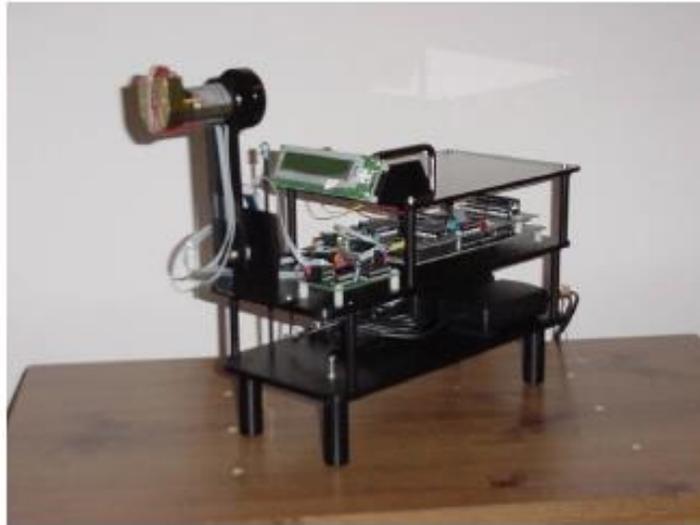


Figura 1 – Kit de controle mecatrônico.

A bancada de controle de momento giroscópico da ECP é destinada ao estudo de controle em uma planta um giroscópica (Educational Control Products, 1999). Giroscópios são mecanismo formados por um rotor suspenso acoplado a dois círculos articulados com juntas do tipo *gimbal*. São instrumentos utilizados principalmente para medir ou manter uma orientação, com aplicações essenciais em equipamentos de localização. Devido a sua precisão superior à de bússolas, são amplamente utilizados nos contextos de sistemas de navegação inercial, estabilização de veículos aéreos não tripulados (VANTs) e orientação de veículos aquáticos. Na Figura 2 pode-se visualizar o giroscópio da bancada da ECP.



Figura 2 – Bancada de controle de momento giroscópico.

O princípio que rege o funcionamento de giroscópios é a conservação do momento angular do sistema (Brain). Com os círculos livres, qualquer força aplicada em um deles resultará numa reação perpendicular, que visa a manutenção do sentido do rotor. Dessa forma, é possível ter um referencial de orientação fixo, muito útil em aplicações de alta precisão de orientação ou quando não há outra forma de se medi-la. Pode-se também aplicar uma lei de controle para compensar qualquer torque aplicado em um dos círculos para que se possa garantir uma trajetória, por exemplo, ou ainda para guiar um VANT.

Dentro deste contexto, foram testados e implementados controladores por realimentação de estados que asseguram um limitante superior para o desempenho H_2 e H_∞ do sistema em malha fechada. O ganho de realimentação é obtido como resultado de um problema de otimização com restrições LMIs, utilizando o *toolbox* ROLMIP, do Matab , que se baseia em algoritmos de pontos interiores (Agulhari, Oliveira, & Peres, 2012) e está disponível para *download* no site dos autores (Agulhari, de Oliveira, & Peres, 2012).

A organização do trabalho segue a seguinte estrutura. No capítulo 2, são mostrados os conceitos matemáticos necessários para se compreender as operações utilizadas durante o trabalho, além dos conceitos de estabilidade e as definições das normas utilizadas. No capítulo 3 são mostradas as modelagens matemáticas dos sistemas do giroscópio e do pêndulo invertido e sua representação em espaço de estados e explicado o funcionamento básico das bancadas e os seus principais componentes. No capítulo 4 são mostrados os projetos dos controladores, as simulações e os resultados, acompanhados dos gráficos referentes a cada uma dessas etapas. No capítulo 5 é mostrada a implementação de um filtro absoluto e os resultados obtidos em testes na bancada do giroscópio. No capítulo 6 são mostradas as conclusões do trabalho e as sugestões para futuros trabalhos na área.

Neste trabalho são apresentadas figuras obtidas nos manuais de utilização que acompanham cada uma das bancadas. As figuras são usadas para fins didáticos, sem fins lucrativos ou comerciais, utilizadas com o intuito de enriquecer o material apresentado, e não são indispensáveis para a apresentação dos resultados obtidos, portanto não representam uma quantidade significativa de informações se comparado com a totalidade da obra.

2. CONCEITOS PRELIMINARES

Neste capítulo serão apresentados os principais conceitos necessários para se compreender o projeto e implementação dos controladores apresentados neste trabalho. O objetivo é informar as principais teorias e definições utilizadas ao longo do trabalho, de forma a contextualizar a matemática envolvida nas soluções propostas. Assim, é necessário caracterizar o sistema que será utilizado, os critérios de estabilidade e as normas utilizadas para o projeto dos controladores, todos descritos utilizando desigualdades matriciais lineares.

2.1. MODELO MATEMÁTICO

Considere o seguinte modelo matemático de um sistema dinâmico linear, invariante no tempo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = 0 \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2)$$

em que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor representando os n estados, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de m entradas, o estado inicial é $x(0) = 0$ e as matrizes A, B, C e D dependem da planta a ser controlada. Portanto, este sistema produz uma saída $y(t)$ que depende do estado $x(t)$ atual e da entrada $u(t)$ aplicada como entrada. É possível definir que o modelo é estritamente próprio se $D = 0$, conceito que será abordado na definição das normas utilizadas para a análise de desempenho.

2.2. DEFINIÇÕES DE PROPRIEDADES MATRICIAIS

Várias propriedades e operações matriciais serão utilizadas nos cálculos ao longo do trabalho. Dessa forma, é importante que todos esses conceitos estejam enunciados de forma a facilitar o entendimento.

Definição 1 – positividade: dada a matriz simétrica $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$, tem-se:

- i. A é definida positiva se $x'Ax > 0 \forall x \in \mathbb{R}^m, x \neq 0$;
- ii. A é definida negativa se $x'Ax < 0 \forall x \in \mathbb{R}^m, x \neq 0$;
- iii. A é semi-definida positiva se $x'Ax \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}^m$;
- iv. A é semi-definida negativa se $x'Ax \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}^m$;
- v. A é indefinida se $\exists x, y \in \mathbb{R}^m$ tais que $x'Ax < 0 < y'Ay$.

Definição 2 – forma quadrática: *uma forma quadrática de variáveis $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ é uma função que pode ser escrita na forma $f(x) = x'Ax$, sendo A uma matriz simétrica e $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.*

Definição 3 – Transformação de congruência: *Duas matrizes simétricas $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ são congruentes se existir $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ não singular tal que $A = T'BT$.*

Se A e B são congruentes, então $A > 0$ se e somente se $B > 0$ e $A < 0$ se e somente se $B < 0$.

Lema 1 – complemento de Schur: *Dadas as matrizes A_{11} e A_{22} simétricas, o conjunto*

$$\{A_{11} > 0, A_{22} > A'_{12}A_{11}^{-1}A_{12}\}$$

É equivalente ao conjunto descrito pela desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A'_{12} & A_{22} \end{bmatrix} > 0.$$

Demonstração: Pode-se verificar que a matriz

$$V = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{22} - A'_{12}A_{11}^{-1}A_{12} \end{bmatrix}$$

é definida positiva se e somente se $A_{11} > 0$ e $A_{22} > A'_{12}A_{11}^{-1}A_{12}$. Definindo-se então uma matriz não singular

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -A'_{12}A_{11}^{-1} & I \end{bmatrix}$$

cujos autovalores são todos iguais a 1 e

$$V = T \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A'_{12} & A_{22} \end{bmatrix} T'$$

conclui-se que o Lema 1 é válido para o caso em que $V > 0$.

2.3. DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

As desigualdades matriciais lineares são expressões da forma (Boyd, El Ghaoui, Feron, & Balakrishnan, 1994):

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0$$

em que $x \in \mathbb{R}^m$ é a variável utilizada, $F(x)$ é uma função afim (uma função na forma $ax + b$) e as matrizes simétricas $F_i = F_i' \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, 1, \dots, m$ são dadas. Essa desigualdade garante que a matriz $F(x)$ é definida positiva.

Uma das principais motivações para a utilização dessa técnica é que uma LMI define um conjunto convexo, que é extremamente desejado para a solução de problemas de otimização. Isso se dá pois soluções encontradas em um conjunto convexo são sempre soluções globais (Bazaraa, Sherali, & Shetty, 1993), tornando possível reestruturar uma desigualdade não linear como uma LMI através do complemento de Schur, o que simplifica a formulação do problema estudado.

2.4. CRITÉRIO DE ESTABILIDADE

A estabilidade é um requisito primário para o bom funcionamento de um sistema físico real, seja ele mecânico ou elétrico. A dificuldade primordial quando se está lidando com um modelo dinâmico é conseguir manter sua estabilidade por todo o processo a ser executado. Existem diversas formas de se garantir a estabilidade deste tipo de problema, porém este trabalho restringir-se-á a mostrar o conceito de estabilidade no sentido de Lyapunov. Sua teoria foi desenvolvida no final do século XIX, e desde então foi sendo aprimorada para a utilização em problemas de sistemas de controle, principalmente na União Soviética, e é muito usada até os dias de hoje (Borges, 2004).

A palavra estabilidade em engenharia mecânica nos remete ao conceito de equilíbrio de um corpo em torno de um ponto específico. Caso o sistema seja capaz de se manter estático na posição de equilíbrio, ele é dito estável, caso contrário, é dito instável. Em geral, é possível descrever um sistema mecânico através de equações diferenciais e utilizá-las para definir sua estabilidade em torno de algum ponto de interesse. Em diversos casos utiliza-se um controlador para assegurar que o sistema seja estável em todos os pontos de interesse referentes a sua movimentação, garantindo o funcionamento correto da máquina.

Neste contexto, define-se a estabilidade de Lyapunov conforme visto em (Oliveira, 1999).

Definição 4 – Estabilidade no sentido de Lyapunov: *Dado o sistema formado pelas equação (1) autônomo, ou seja, $u(t) = 0$, então:*

- i. *O ponto de equilíbrio \tilde{x} será estável se para todo $\varepsilon > 0$ existir um $\delta > 0$ tal que $\|\tilde{x} - x_0\| \leq \delta \rightarrow \|x(t) - \tilde{x}\| \leq \varepsilon, \forall t \geq 0$;*
- ii. *O ponto de equilíbrio \tilde{x} é considerado atrativo se lá existir um $\varepsilon > 0$ tal que $\|\tilde{x} - x_0\| \leq \varepsilon \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \tilde{x}$;*

- iii. O ponto de equilíbrio \bar{x} é considerado assintoticamente estável se ele for ao mesmo tempo estável e atrativo.
- iv. O ponto de equilíbrio \bar{x} é considerado instável caso ele não seja estável.

O que a definição quer dizer é que para condições iniciais localizadas em uma esfera com raio menor que δ (representada por $\|\bar{x} - x_0\| \leq \delta$) pode-se fazer com que as trajetórias fiquem localizadas dentro de uma região cilíndrica especificada por ε (representado por $\|x(t) - \bar{x}\| \leq \varepsilon$). Dessa forma, essa definição só é válida caso a seleção das condições iniciais sejam feitas de forma apropriada. Porém, tem-se interesse em tornar o raio dessa esfera cada vez maior, fazendo com que seja possível alcançar a estabilidade através de quaisquer estados iniciais. Esta é a condição para que o ponto de equilíbrio desejado do sistema passe a ser considerado global e assintoticamente estável.

Com essas definições, pode-se analisar o método desenvolvido por Lyapunov para avaliar a estabilidade de sistemas, conhecido por funções de Lyapunov, enunciado a seguir (Vidyasagar, 1993).

Definição 4 – Função de Lyapunov: Uma função $V(x): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ é chamada de função de Lyapunov na vizinhança de um ponto de equilíbrio \bar{x} se:

- i. $V(\cdot)$ for contínua em \bar{x} ;
- ii. $V(\cdot)$ suportar um mínimo local \bar{x} , ou seja, existir uma função $g(w): \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ que seja contínua, estritamente crescente, com $g(0) = 0$, tal que $V(x) - V(\bar{x}) \geq g(\|x - \bar{x}\|)$;

Neste caso, a função $V(x)$ representa a energia total do sistema ao longo do tempo, mostrando o custo energético associado a determinado deslocamento entre pontos no espaço. Assim, a estabilidade estará diretamente relacionada a um custo energético finito para que ocorra este deslocamento. Portanto, pode-se dizer que a análise da estabilidade está associada à busca de uma função $V(x)$ para o sistema em questão. Para sistemas lineares, este problema pode ser resolvido utilizando LMIs, através de um problema de factibilidade.

Lema 4: O ponto de equilíbrio \bar{x} é assintoticamente estável se lá existir uma função de Lyapunov $V(x(t))$, com primeira derivada contínua em relação à t na vizinhança de \bar{x} tal que $\dot{V}(x(t)) < 0$ para todo $x(t) \neq \bar{x}$.

Demonstração: Ver (Vidyasagar, 1993).

Este lema garante uma condição suficiente de estabilidade, mas não uma condição necessária e suficiente. No entanto, para sistemas lineares é possível garantir também a necessidade utilizando funções quadráticas, já mencionadas anteriormente neste capítulo. Para

o sistema linear da equação (1) em sua forma autônoma, isto é, $\dot{x}(t) = Ax(t)$, uma candidata à função de Lyapunov é dada pela função quadrática do tipo $V(x(t)) = x'(t)Px(t)$ cuja derivada de primeira ordem em relação ao tempo avaliada nas trajetórias do sistema fornece

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t)) &= \dot{x}'(t)Px(t) + x'(t)P\dot{x}(t) \\ &= x'(t)A'Px(t) + x'(t)PAx(t) \\ &= x'(t)(A'P + PA)x(t)\end{aligned}\tag{3}$$

Assim, a partir do desenvolvimento de (3) e com base no Lema 2, pode-se enunciar o seguinte resultado para a verificação da estabilidade assintótica de um sistema autônomo

Lema 4: *As seguintes afirmações são equivalentes:*

- i. *O sistema descrito pela equação (1) é assintoticamente estável;*
- ii. *Todos os autovalores da matriz A possuem parte real menor do que zero;*
- iii. *Existe uma matriz $P = P' > 0$ tal que $A'P + PA < 0$;*
- iv. *$\forall Q = Q' > 0$ existe uma matriz $P = P' > 0$ tal que $A'P + PA = -Q$.*

Demonstração: Ver (Chen, 1999).

2.5. CRITÉRIO DE DESEMPENHO

Nem sempre é suficiente apenas garantir a estabilidade de um sistema controlado em projetos de engenharia. Muitas vezes é preciso que o controlador seja capaz de resguardar o processo em relação a perturbações inerentes à planta e a ruídos que porventura possam contaminar os sinais da planta. Esses tipos de interferência diminuem a eficácia do controlador e incorrem num gasto energético maior, o que pode tornar todo o sistema muito oneroso para ser implementado ou mesmo instabilizar seu comportamento. Dessa forma, serão utilizados os conceitos de norma H_2 e H_∞ para garantir tanto estabilidade quanto o melhor desempenho possível, de forma a garantir aspectos robustos ao controlador projetado.

2.5.1. CRITÉRIO DE DESEMPENHO EM NORMA H_2

De acordo com (Francis, 1987), a norma H_2 de uma função de variável complexa pode ser calculada no domínio da frequência como

$$\|H(s)\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}[H'(-j\omega)H(j\omega)]d\omega.\tag{4}$$

Aplicando o teorema de Parseval à equação (4) pode-se representar a norma H_2 no domínio do tempo conforme

$$\|H(s)\|_2^2 = \int_0^{\infty} \text{tr}[h'(t)h(t)]dt \quad (5)$$

Conforme pode ser visto em (Oliveira, 1999), uma interpretação da norma H_2 pode ser feita considerando um experimento hipotético em que impulsos unitários são aplicados a cada canal de entrada do sistema que se deseja avaliar. Neste caso, ao minimizar a norma H_2 , o que ativamente está sendo feito é minimizar os efeitos destes impulsos nas saídas do sistema, o que no caso de entradas ruidosas ou perturbações externas, implicaria em um melhor comportamento do mesmo. É interessante notar os diversos tipos de perturbações a que o giroscópio e o pêndulo invertido estão suscetíveis, como por exemplo uma perturbação mecânica da bancada de apoio, o que torna esse tipo de abordagem muito relevante para a aplicação em questão.

Sabendo que a norma H_2 só está definida para sistemas estritamente próprios, isto é, $D = 0$ (Oliveira, 1999), e que a resposta ao impulso para o sistema (1) e (2) é dada por $h(t) = Ce^{At}B, t \geq 0$, a expressão (5) fica:

$$\begin{aligned} \|H(s)\|_2^2 &= \int_0^{\infty} \text{tr}[h'(t)h(t)]dt \\ &= \int_0^{\infty} \text{tr}[B'e^{A't}C'Ce^{At}B]dt \\ &= \text{tr} \left[B' \left(\int_0^{\infty} e^{A't}C'Ce^{At}dt \right) B \right] \\ &= \text{tr}[B'P_oB] \end{aligned} \quad (6)$$

em que $P_o = \int_0^{\infty} e^{A't}C'Ce^{At}dt$, chamado Gramiano de observabilidade, é a solução da equação de Lyapunov na forma $A'P_o + P_oA = -C'C$ para A constante e assintoticamente estável, ou seja,

$$\begin{aligned} A'P_o + P_oA &= \int_0^{\infty} A'e^{A't}C'Ce^{At} + e^{A't}C'Ce^{At}Adt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{d}{dt}(e^{A't}C'Ce^{At})dt \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (e^{A't}C'Ce^{At}) - C'C &= -C'C. \end{aligned}$$

Vale mencionar que o resultado da última igualdade é garantido pela hipótese de A ser assintoticamente estável, ou seja, a parte real de seus autovalores é negativa, o que faz o limite em questão ser nulo. Destaca-se ainda que P_o é uma matriz simétrica e definida positiva caso o sistema seja observável. Observa-se que pela propriedade de comutatividade do traço,

isto é, $tr(AB) = tr(BA)$, pode-se pôr em evidência a matriz C no desenvolvimento de (6) e definir a norma como:

$$\|H(s)\|_2^2 = tr[CP_cC']$$

em que $P_c = \int_0^\infty e^{A't}BB'e^{At}dt$, chamado Gramiano de controlabilidade, é a solução da equação de Lyapunov $AP_c + P_cA' = -BB'$ para A constante e assintoticamente estável. De forma análoga à P_o , a matriz P_c é simétrica e definida positiva caso o sistema seja controlável.

O Lema a seguir será utilizado na definição do cálculo das normas H_2 e H_∞ via LMIs.

Lema 5: *Seja A uma matriz com autovalores no semi-plano esquerdo, então:*

- i. O conjunto definido por $A'P + PA + C'C < 0$ com $P = P' > 0$ é tal que $P > P_o$, em que P_o é o Gramiano de observabilidade;*
- ii. O conjunto definido por $AP + PA' + BB' < 0$ com $P = P' > 0$ é tal que $P > P_c$, em que P_c é o Gramiano de controlabilidade;*

Se existir uma $P = P' > 0$ tal que $A'P + PA + C'C < 0$, existe uma matriz $Q = Q' > 0$ tal que $A'P + PA + C'C + Q = 0$. Assim, a solução dessa equação será

$$\begin{aligned} P &= \int_0^\infty e^{A't}(CC' + Q)e^{At}dt \\ &= \int_0^\infty e^{A't}CC'e^{At}dt + \int_0^\infty e^{A't}Qe^{At}dt \\ &= P_o + \int_0^\infty e^{A't}Qe^{At}dt > P_o, \end{aligned}$$

pois $\int_0^\infty e^{A't}Qe^{At}dt$ é uma matriz definida positiva por hipótese. Sabendo então que $P > P_o > 0$ e que $P_o \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, tem-se que $B'PB > B'P_oB$, o que leva diretamente a $tr(B'PB) > tr(B'P_oB)$, permitindo concluir que o limitante da norma $\|H(s)\|_2^2$ é $tr(B'PB)$. O cálculo da norma H_2 pode então ser enunciado como

$$\|H(s)\|_2^2 = tr(B'P_oB) = \min_{P>0} \{tr(B'PB): A'P + PA + C'C < 0\}.$$

De forma análoga, mas utilizando o Gramiano de controlabilidade, item *ii* do Lema 5, tem-se:

$$\|H(s)\|_2^2 = tr(CP_cC') = \min_{P>0} \{tr(CPC'): AP + PA' + BB' < 0\}.$$

O Lema 6 a seguir resume estes resultados como um problema de otimização linear com restrições LMIs, como visto em (Borges, 2004).

Lema 6: Para o sistema das equações (1) e (2) estritamente próprio tem-se a equivalência das seguintes afirmações:

i. $\|H(s)\|_2^2 < \gamma;$

ii. Existem matrizes $P = P'$ e $W = W'$ tais que:

$$\text{tr}(W) < \gamma, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} W & B'P \\ PB & P \end{bmatrix} > 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} A'P + PA & C' \\ C & -I \end{bmatrix} < 0; \quad (9)$$

iii. Existem matrizes $P = P'$ e $W = W'$ tais que:

$$\text{tr}(W) < \gamma, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} W & CP \\ PC' & P \end{bmatrix} > 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} AP + PA' & B \\ B' & -I \end{bmatrix} < 0; \quad (12)$$

iv. A norma H_2 pode ser calculada resolvendo um dos problemas de otimização à seguir

$$\|H(s)\|_2^2 = \min_{\gamma, W, P} \{\gamma: \text{equações (7), (8) e (9)}\} \quad (13)$$

$$\|H(s)\|_2^2 = \min_{\gamma, W, P} \{\gamma: \text{equações (10), (11) e (12)}\} \quad (14)$$

É importante comentar que a equivalência entre os itens i. e ii. pode ser demonstrada utilizando o complemento de Schur na equação (7) de forma a obter $A'P + PA + C'C < 0$ e $W > B'PB$, o que implica em $\text{tr}(W) > \text{tr}(B'PB)$ e conseqüentemente $\|H(s)\|_2^2 < \text{tr}(B'PB) < \text{tr}(W) < \gamma$, de acordo com o problema (13). Pode-se utilizar um desenvolvimento equivalente para demonstrar a equivalência com o item iii., porém utilizando o Gramiano de controlabilidade para chegar em (14).

2.5.2. CRITÉRIO DE DESEMPENHO EM NORMA H_∞

A base teórica da norma H_∞ foi formulada pelo engenheiro George Zames, em 1981. Desde então, esta teoria vem sendo desenvolvida principalmente em problemas de engenharia de controle robusto.

De acordo com (Francis, 1987), a norma H_∞ de uma função complexa analítica e limitada no semi-plano direito do plano complexo pode ser calculada como

$$\|H(s)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}[H(j\omega)]. \quad (15)$$

O cálculo da norma H_∞ pode ser enunciado como um problema de otimização com restrições LMIs conforme descrito no Lema 7, como visto em (Oliveira, 1999).

Lema 7: Para o sistema dado pelas equações (1) e (2) tem-se a equivalência das seguintes afirmações

- i. $\|H(s)\|_\infty^2 < \gamma$;
- ii. Existe uma matriz $P = P' \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que:

$$\begin{bmatrix} A'P + PA & PB & C' \\ B'P & -\gamma I & D' \\ C & D & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$P > 0; \quad (17)$$

- iii. Existe uma matriz $P = P' \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que:

$$\begin{bmatrix} AP + PA' & B & PC' \\ B' & -I & D' \\ CP & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

$$P > 0. \quad (19)$$

- iv. A norma H_∞ pode ser obtida resolvendo um dos seguintes problemas de otimização

$$\|H(s)\|_\infty^2 = \min_{P, \gamma} \{\gamma: \text{(16) e (17)}\}$$

$$\|H(s)\|_\infty^2 = \min_{P, \gamma} \{\gamma: \text{(18) e (19)}\}$$

Demonstração: Primeiramente, considere a função de Lyapunov quadrática $V[x(t)] = x(t)'Px(t)$, $P > 0$. Utilizando o complemento de Schur em (16) obtém-se

$$\begin{bmatrix} A'P + PA + C'C & PB + C'D' \\ B'P + D'C & D'D - \gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

Multiplica-se então (20) pela esquerda por $[x'(t) \quad u'(t)]$ e pela direita por seu transposto para obter

$$\begin{aligned} x'(t)(A'P + PA + C'C)x(t) + x'(t)(PB + C'D')u(t) + u'(t)(B'P + D'C)x(t) \\ + u'(t)(D'D - \gamma I)u(t) < 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Notando que $\dot{V}[x(t)] = x'(t)(A'P + PA)x(t) + u'(t)(B'P)x(t) + x'(t)(PB)u(t)$ e sabendo que $y(t) = Cx(t) + Du(t)$ pode-se reescrever (21) como

$$\begin{aligned} \dot{V}[x(t)] + (Cx(t) + Du(t))'(Cx(t) + Du(t)) - \gamma u'(t)u(t) < 0 \\ \dot{V}[x(t)] < -(Cx(t) + Du(t))'(Cx(t) + Du(t)) + \gamma u'(t)u(t) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\dot{V}[x(t)] < -y'(t)y(t) + \gamma u'(t)u(t).$$

Considerando ainda que para um sistema estável descrito pelas equações (1) e (2), com condições iniciais nulas e sinal de entrada finito tem-se que

$$\int_0^{\infty} \dot{V}[x(t)]dt = \lim_{t \rightarrow \infty} V[x(t)] - V[x(0)] = 0.$$

Logo integrando a equação (22) e com base na igualdade acima tem-se

$$0 < - \int_0^{\infty} y'(t)y(t)dt + \gamma \int_0^{\infty} u'(t)u(t)dt, \quad (23)$$

o que implica

$$\|y(t)\|_2^2 < \gamma \|u(t)\|_2^2. \quad (24)$$

Sabendo que $y(t) = h(t) * u(t)$, pode-se reescrever (23) no domínio da frequência utilizando o teorema de Parseval, para chegar à seguinte equação

$$\int_{-\infty}^{\infty} u'(-j\omega)\{H'(-j\omega)H(j\omega) - \gamma I\}u(j\omega)d\omega < 0 \quad (25)$$

o que implica em $H'(-j\omega)H(j\omega) - \gamma I < 0, \forall \omega \in \mathbb{R}$. Dessa forma, a equação (25) garante que os autovalores de $H'(-j\omega)H(j\omega)$ serão sempre menores que γ para qualquer valor de $\omega \in \mathbb{R}$, o que a partir de (15) e (24) permite escrever

$$\|H(s)\|_{\infty}^2 = \max_{\|u(t)\|_2^2 \neq 0} \frac{\|y(t)\|_2^2}{\|u(t)\|_2^2}. \quad (26)$$

Resolvendo os problemas de otimização para cálculo dos limitantes das normas H_2 e H_{∞} , os valores obtidos se aproximam do valor exato, a menos de uma distância ε determinada pela precisão do método numérico utilizado para o cálculo. Dessa forma, tem-se que o item *ii.* implica em *i.* De forma análoga é possível mostrar que o item *iii.* Implica em *i.* e assim *iv.* fica caracterizado. A demonstração de *i.* implicar em *ii.* e *iii.* será omitida mas o leitor interessado pode verificar em (Francis, 1987).

Assim as normas estudadas neste trabalho ficam caracterizadas matematicamente para o sistema proposto. Estas definições serão vistas novamente no capítulo 5, onde são mostrados o projeto dos controladores e sua implementação, e serão adaptadas para os problemas de controle do giroscópio e do pêndulo invertido.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA E DESCRIÇÃO DAS BANCADAS

Neste capítulo, serão apresentados os modelos matemáticos do sistema do giroscópio e do kit mecatrônico, assim como as considerações feitas em cada caso para chegar aos resultados mostrados. O funcionamento geral das bancadas também será mostrado, de forma a explicar como interagem os componentes de cada uma delas.

3.1. GIROSCÓPIO

A bancada de controle de momento giroscópico da ECP é um kit educacional com o objetivo de fornecer um ambiente que permita a demonstração de princípios de sistemas de controle através de experimentação e implementação de controladores. É um sistema bastante flexível, capaz de dar suporte a uma vasta gama de especificações de controladores, geração de trajetórias, aquisição de dados e geração de gráficos. Para tanto, ela é composta de três subsistemas.

O primeiro é a planta eletromecânica, composta do giroscópio de controle de momento, dois motores DC, que podem ser controlados por dois controladores diferentes, e encoders para controlar as velocidades dos motores e medir a posição de eixos de interesse do giroscópio, detalhados na Seção **Error! Reference source not found.**

O segundo subsistema é a unidade de controle em tempo real, que contém um processador digital de sinais (do inglês *Digital Signal Processor*, DSP) onde são processados os algoritmos do controlador implementado, as interfaces servo-atuador e os amplificadores dos servos. Este DSP é baseado na família M56000, e é capaz de executar leis de controle com tempos de amostragem altos, o que permite que a implementação seja modelada a tempo discreto ou contínuo.

O terceiro subsistema é o *Executive program*, o programa que faz a interface entre o computador e sistema completo. Neste programa é possível criar, editar e carregar o algoritmo de controle no DSP, definir as trajetórias do sistema e quais dados devem ser coletados e plotados em gráficos. Para que o programa funcione corretamente, especifica-se que a instalação seja feita em um computador com sistema operacional Windows 7™ de 64 bits, com no mínimo 16MB de memória. É necessário também que o computador possua uma entrada PCI, para conexão com a unidade de controle em tempo real.

Para a instalação, basta inserir o CD “Executive™ Software” e executar o programa Setup.exe. É altamente recomendado que não se modifique a estrutura padrão de diretórios usada pelo programa de instalação.

3.1.1. PLANTA ELETROMECCÂNICA

A planta eletromecânica é montada sobre uma bancada de apoio e possui um rotor de bronze de alta inércia suspenso em uma montagem com 4 graus de liberdade, como se pode visualizar na Figura 3 (Educational Control Products, 1999):

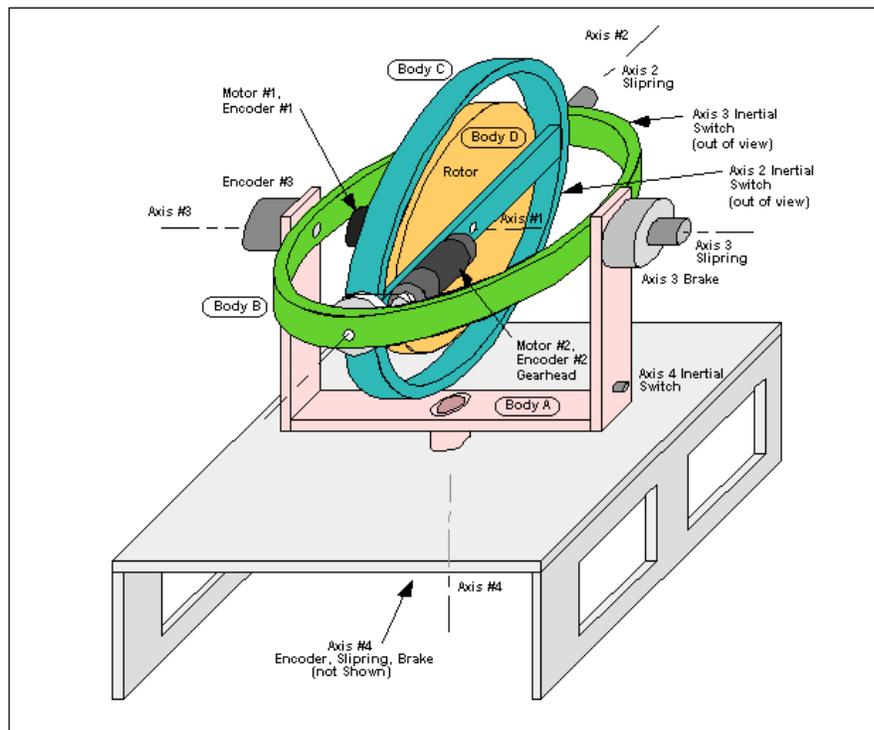


Figura 3 – Montagem do Giroscópio de controle de momento.

O rotor central é atuado pelo motor 1 de corrente contínua CC cuja posição angular é medida por um encoder óptico (encoder 1) com resolução de 2000 contagens por revolução. Há uma redução da atuação do motor em relação ao rotor de 3.33:1, o que amplifica tanto o torque quanto a resolução do encoder por este fator.

O primeiro *gimbal* (corpo C) é atuado por um outro motor CC (motor 2), que provoca movimento no sentido do eixo 2. O encoder 2, com resolução de 24400 contagens por revolução, está instalado no motor 2 para indicar as posições relativas dos corpos B e C.

O próximo elemento é o segundo *gimbal* (corpo B), que rotaciona no eixo 3 com relação ao corpo A. Não há torque sendo aplicado diretamente neste elemento. Na unidade de controle há um botão que ativa um freio mecânico neste corpo para travá-lo em relação ao corpo A, o que

reduz a quantidade de graus de liberdade do sistema. O ângulo relativo entre os corpos A e B é medido pelo encoder 3, que possui uma resolução de 16000 contagens por revolução.

Por fim, o corpo A rotaciona sobre a base da bancada, que é considerado nosso referencial inercial, sobre o eixo 4. Não há atuação direta de torque nesse elemento. Assim como no eixo 3, há um freio mecânico capaz de travar o movimento entre o corpo A e a base. Ainda há um encoder (encoder 4) com resolução igual à do encoder 3 instalado na base que mede o ângulo do corpo A com relação à referência do eixo 4.

Ainda há instalados nos corpos A, B e C interruptores inerciais, que são utilizados para medir velocidades muito altas aplicadas em algum dos elementos da montagem do giroscópio. Esses interruptores inerciais só são ativados quando há uma aceleração maior que 2.1g em algum dos eixos do equipamento. Caso algum deles seja ativado, ou seja, meça uma taxa de variação angular muito alta em algum dos eixos, um comando é enviado à unidade de controle, desligando-a. Quando essa alimentação é cancelada, os freios nos eixos 3 e 4 são automaticamente acionados, e os enrolamentos dos motores 1 e 2 são colocados em curto, o que gera um amortecimento eletromecânico. Dessa forma, todos os eixos são parados caso uma velocidade além do limite do aparelho seja detectada.

Para detalhes sobre o funcionamento do *Executive Program*, ver o Anexo E.

3.1.2. DINÂMICA DA PLANTA

Um giroscópio possui genericamente 4 graus de liberdade, representados pelos 4 eixos de movimento possíveis em uma montagem convencional, como pode ser visualizado no guia provido pela ECP (Educational Control Products, 1999). A Figura 4 mostra as convenções adotadas para este sistema:

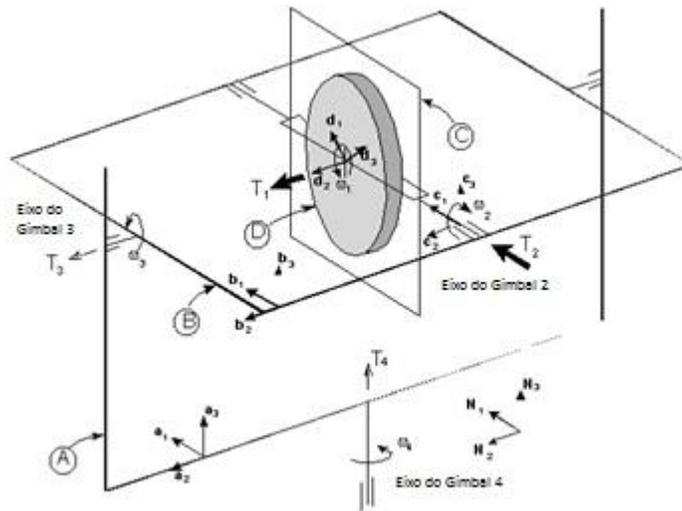


Figura 4 – Definições de coordenadas.

Os vetores ortogonais a_i , b_i , c_i e d_i são fixados nos planos A, B, C e D respectivamente e indicam a movimentação do plano nas 3 direções possíveis, assim como os vetores N_i informam o referencial inercial de todo o conjunto. Dessa forma, pode-se definir a posição angular de cada um dos corpos e mapeá-las nas seguintes variáveis:

- q_1 : Posição angular do rotor (corpo D) no plano C na direção d_2 .
- q_2 : Posição angular do *gimbal 1* (corpo C) em relação ao plano B na direção c_1 .
- q_3 : Posição angular do *gimbal 2* (corpo B) em relação ao plano A na direção b_2 .
- q_4 : Posição angular do corpo A em relação à base da bancada na direção a_3 , ou seja, em relação a N .

Para caracterizar o sistema, é necessário definir também as velocidades angulares ω de cada um dos corpos da montagem. Assim, mantendo as relações vetoriais das posições, tem-se:

- $\omega_N^A = \omega_4 a_3$ representa a velocidade do corpo A em relação a N em torno de a_3 ;
- $\omega_A^B = \omega_3 b_2$ representa a velocidade do corpo B em relação a A em torno de b_2 ;
- $\omega_B^C = \omega_2 c_1$ representa a velocidade do corpo C em relação a B em torno de c_1 ;
- $\omega_C^D = \omega_1 d_1$ representa a velocidade do corpo D em relação a C em torno de d_1 .

3.1.3. CONFIGURAÇÃO DA PLANTA

O objetivo da montagem em questão é controlar a posição do eixo 4 através do momento giroscópico através da atuação no eixo 2. Portanto é necessário que o freio do eixo 3 seja

acionado, já que não se deseja considerar a dinâmica de movimento do *gimbal* deste eixo. A Figura 5 mostra a posição inicial em que o sistema deve estar ao ser acionado.

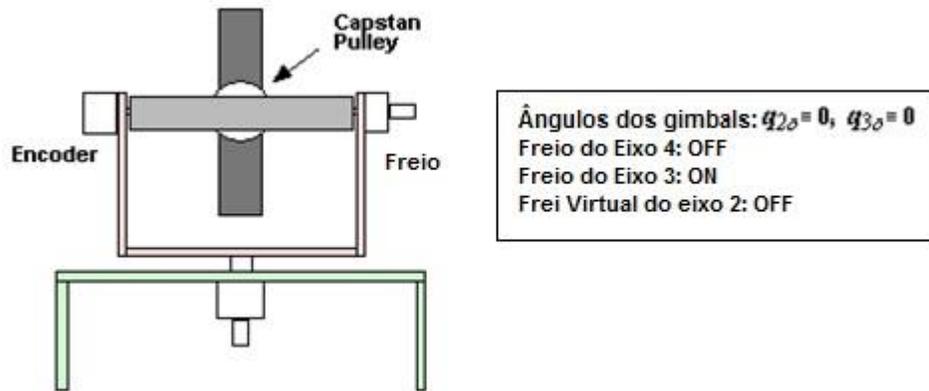


Figura 5 – Configuração inicial da planta.

Na imagem acima, observa-se que os ângulos relacionados à inclinação dos dois *gimbals*, q_{2o} para o *gimbal* 1 e q_{3o} para o *gimbal* 2, devem ser zero. Outro parâmetro inicial importante é a velocidade angular Ω do rotor central, mantida em 400 rpm para todas as aplicações. Estas informações são importantes pois o modelo não-linear da planta será linearizado em torno destes pontos de operação.

As matrizes de transformação, obtidas das relações entre os eixos coordenados mostrado na Figura 4 e utilizada para converter as coordenadas de cada um dos planos para o referencial inercial N são dadas pelas equações (27),(28),(29) e (30):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 \\ \sin q_4 & \cos q_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos q_3 & 0 & \sin q_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin q_3 & 0 & \cos q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 \\ 0 & \sin q_2 & \cos q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \\ \mathbf{c}_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{c}_2 = \mathbf{d}_2. \quad (30)$$

Os momentos de inércia total dos corpos, chamados M^A , M^B , M^C , M^D para os corpos A, B, C e D respectivamente, são dados por

$$M^A = \begin{bmatrix} I_A & 0 & 0 \\ 0 & J_A & 0 \\ 0 & 0 & K_A \end{bmatrix}, M^B = \begin{bmatrix} I_B & 0 & 0 \\ 0 & J_B & 0 \\ 0 & 0 & K_B \end{bmatrix}, M^C = \begin{bmatrix} I_C & 0 & 0 \\ 0 & J_C & 0 \\ 0 & 0 & K_C \end{bmatrix}, M^D = \begin{bmatrix} I_D & 0 & 0 \\ 0 & J_D & 0 \\ 0 & 0 & K_D \end{bmatrix}. \quad (31)$$

em que, de acordo com a Figura 4, I representa o momento de inércia de cada corpo na direção 1, J representa o momento de inércia de cada corpo na direção 2 e K representa o momento de inércia de cada corpo na direção 3.

Por fim, tem-se que equacionar as duas possíveis entradas do sistema. A primeira é o torque T_1 gerado pelo motor do rotor localizado no corpo D, cuja reação é aplicada em C. Sua formulação matemática é dada por

$$\mathbf{T}^D = T_1 \mathbf{d}_2 \quad (32)$$

$$\mathbf{T}^C = -T_1 \mathbf{d}_2. \quad (33)$$

A segunda entrada é o torque T_2 , aplicada pelo motor 2 em B, o que resulta em uma reação em C, que equacionada corresponde a

$$\mathbf{T}^C = T_2 \mathbf{c}_1 \quad (34)$$

$$\mathbf{T}^B = -T_2 \mathbf{c}_1. \quad (35)$$

O modelo não-linear, obtido utilizando as equações de Lagrange via computação simbólica, não será apresentado aqui, podendo ser visto em (Educational Control Products, 1999).

Para a configuração de testes utilizada neste trabalho, os pontos de operação utilizados foram $q_{2o} = q_{3o} = 0$ e $\Omega = 400 \text{ rpm}$. Isso significa que os ângulos dos gimbals 2 e 3 estão na posição mostrada na Figura 5 e que o motor 1 é acionado e não há acionamento do motor 2 até que ele esteja em regime permanente a 400 rpm . Além disso é feito o travamento do eixo 3, o que implica em $\omega_3 = 0$. Assim o modelo dinâmico linearizado é dado pelas seguintes equações

$$T_2 + J_D \Omega \omega_4 - (I_C + I_D) \dot{\omega}_2 = 0 \quad (36)$$

$$J_D \Omega \omega_2 + (I_D + K_A + K_B + K_C) \dot{\omega}_4 = 0. \quad (37)$$

cuja representação em espaço de estados é

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{(I_C + I_D)} \\ 0 & 0 & \frac{J_D \Omega}{(I_C + I_D)} \\ 0 & \frac{-J_D \Omega}{I_D + K_A + K_B + K_C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_4 \\ \omega_2 \\ \omega_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} T_2 \quad (38)$$

Neste ponto tem-se o modelo final do giroscópio em relação à dinâmica dos corpos que o compõem. Entretanto, esses não são os únicos parâmetros a se considerar para modelar a planta. Ambos os encoders 2 e 4 e o hardware do controlador utilizado (no caso o controlador 2) possuem ganhos estáticos associados à sua construção, que devem ser compensados na

planta para que as leituras fiquem condizentes e em escala com as unidades utilizadas na modelagem. Dessa forma, definindo k_{e2} e k_{e4} como ganhos dos encoders e k_{u2} como o ganho do hardware de controle, define-se seguinte forma final do espaço de estados (Educational Control Products, 1999):

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{(I_C + I_D)(k_{e2}/k_{e4})} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-J_D \Omega}{I_D + K_A + K_B + K_C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_4 \\ \omega_2 \\ \omega_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} T_2. \quad (39)$$

Os valores de momentos de inércia utilizados são calculados utilizando dois script de Matlab, “MassProperties.m” e “MeasInertia.m” fornecidos pelo fabricante. Com esses dados, é possível executar o script “DriveGain.m”, que gera os valores de ganhos dos encoders e do hardware de controle. Por fim, usa-se o script “PlantSpecial2.m”, para gerar a representação no espaço de estados dessa montagem experimental.

3.2. KIT MECATRÔNICO

O Kit mecatrônico da Quanser é uma plataforma que permite a execução de diversos projetos relacionados com o controle de pêndulos. O kit é composto por um DSP da Texas Instruments modelo DSK 6713, responsável pelo processamento dos sinais referentes aos encoders e ao motor e pela comunicação entre o kit e o computador; uma placa de modulação por largura de pulso (PWM, do inglês *pulse-width modulation*), utilizada para o acionamento do motor e controle de sua velocidade angular; um motor elétrico, responsável por fornecer o torque necessário para a movimentação e controle de posição do pêndulo; dois encoders ópticos de posição relativos, a serem montados na haste do pêndulo e no motor, responsável por fornecer os valores de posição do pêndulo e do rotor do motor; e diversas estruturas utilizadas para montagens de pêndulos de furuta, pêndulos duplos, pêndulo com roda de reação e rodas de reação simples para controle de posição e velocidade (Quanser Inc., 2006). Para detalhes de instalação e utilização dos programas e plugins necessário, ver o anexo F.

3.2.1. PÊNDULO INVERTIDO COM RODA DE REAÇÃO

Um diagrama esquemático do pêndulo com roda de reação é mostrado na Figura 6 (Åström, Block, & Spong, 2001).

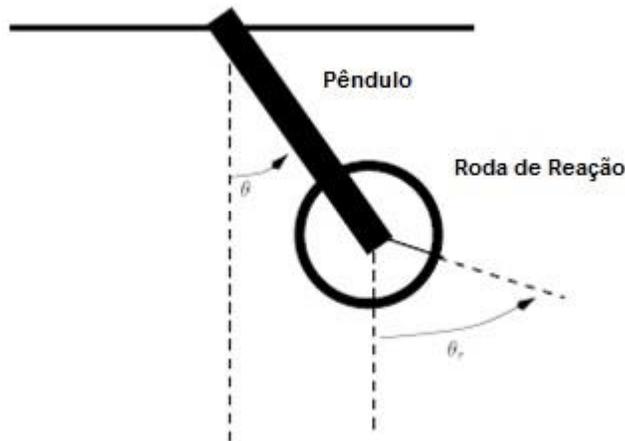


Figura 6 – Ângulos de interesse do pêndulo invertido

Para a medição dos ângulos de interesse são utilizados dois encoders relativos. O primeiro é montado na haste do pêndulo e mede o ângulo φ relativo entre esta e a base (referência). O segundo é montado no motor e mede o ângulo φ_r relativo entre a haste do pêndulo e a roda de reação. Desta forma, para que se possa utilizar as informações medidas por estes sensores é necessário descrever θ e θ_r em relação a φ e φ_r , ou seja

$$\theta = \varphi$$

$$\theta_r = \varphi + \varphi_r.$$

3.2.2. MODELAGEM POR EQUAÇÃO DE LAGRANGE

Para se equacionar o problema foi utilizado o Método de Lagrange. Ele consiste em modelar as equações diferenciais que representam o sistema com base na conservação do momento linear e conservação de energia. Sua vantagem em relação à uma descrição usando o método clássico de Newton é que apenas valores escalares são utilizados, tendo em vista que se faz uma análise da energia do sistema, em oposição ao método de Newton, que utiliza grandezas vetoriais. Assim, as equações de movimento utilizando esse método são da seguinte forma (Åström, Block, & Spong, 2001):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = \tau_k, \quad k = 1, \dots, n \quad (40)$$

em que τ_k representa o torque a ser aplicado na direção de q_k . A energia cinética rotacional T do sistema é calculada como a soma das energias cinéticas do pêndulo e do rotor

$$T = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_r\dot{\theta}_r^2. \quad (41)$$

em que J é o momento de inércia total referente ao pêndulo, $\dot{\theta}$ é sua velocidade angular, J_r é o momento de inércia do rotor e $\dot{\theta}_r$ é sua velocidade angular. Para a energia potencial V do sistema, considera-se apenas a componente relacionada à gravidade. Efeitos de elasticidade de partes do sistema foram consideradas desprezíveis (Åström, Block, & Spong, 2001), obtendo-se

$$V = mgl(1 - \cos \theta). \quad (42)$$

em que m é a massa combinada do rotor e do pêndulo, l é a distância do pivô ao centro de massa do conjunto pêndulo e rotor, g é a aceleração da gravidade e energia potencial foi definida como zero quando o pêndulo está na posição de equilíbrio estável. A função de Lagrange fica

$$L = T - V = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_r\dot{\theta}_r^2 + mgl(\cos \theta - 1) \quad (43)$$

que pode ser substituída em (40) para se definir as equações diferenciais do sistema. Calculando as derivadas de (43)

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= J\dot{\theta}, & \frac{\partial L}{\partial \theta} &= -mgl \sin \theta \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_r} &= J_r\dot{\theta}_r, & \frac{\partial L}{\partial \theta_r} &= 0. \end{aligned} \quad (44)$$

Finalmente, o torque produzido pelo motor resulta em τ atuando no rotor e $-\tau$ atuando no pêndulo, podendo ser modelado como:

$$\tau = -kI \quad (45)$$

sendo k a constante de torque do motor e I sua corrente elétrica. Dessa forma, as equações diferenciais do modelo do pêndulo podem ser representadas a partir (44) e (45) como

$$J\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -kI$$

$$J_r\ddot{\theta}_r = kI$$

que podem ser normalizadas por J e J_r respectivamente, fornecendo:

$$\ddot{\theta} + a \sin \theta = -b_p I \quad (46)$$

$$\ddot{\theta}_r = b_r I \quad (47)$$

em que $a = \frac{mgl}{J}$, $b_p = \frac{-k}{J}$, $b_r = \frac{k}{J_r}$ e todos os valores de constantes são informados pelo fabricante. O modelo é linearizado considerando pequenas oscilações em torno de $\theta = \pi$ e sua representação no espaço de estados fica

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_p \\ b_r \end{bmatrix} u.$$

Vale mencionar que o kit vem com dois programas do Matlab para a realização da modelagem. O primeiro, denominado “id_reaction_wheel.m” deve ser executado primeiro, para que possa gerar os valores das constantes mostradas acima. Ele gera um vetor P contendo os valores de J , J_r , ml e k que serve como entrada para outro programa, chamado “linRwhl.m”. Este segundo programa monta o modelo em espaço de estados linearizado do sistema em questão. Para mais informações sobre a modelagem do pêndulo, conferir em (Åström, Block, & Spong, 2001).

Com os modelos matemáticos definidos, é possível partir para o projeto de controladores para as duas bancadas. No próximo capítulo serão ilustrados os resultados das simulações e das implementações desses controladores nas bancadas.

4. PROJETOS DE CONTROLADORES E RESULTADOS

Neste capítulo serão mostrados os projetos de controladores por realimentação de estados feitos utilizando as normas H_2 e H_∞ , as simulações e os resultados gráficos de resposta do sistema.

4.1. PROJETO DE REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

Considere um sistema linear descrito pelas equações:

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_w w, \quad x(0) = 0 \quad (48)$$

$$y = Cx + Du \quad (49)$$

em que $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de entrada de controle, $w \in \mathbb{R}^r$ é um vetor de ruídos, e $y \in \mathbb{R}^q$ é o vetor da saída controlada. Deseja-se encontrar um conjunto de controladores parametrizados de forma convexa que estabilizem este sistema utilizando realimentação de estados, definida por (Ogata, 2011)

$$u = Kx. \quad (50)$$

As equações do sistema em malha fechada são:

$$\dot{x} = (A + BK)x + B_w w, \quad x(0) = 0 \quad (51)$$

$$y = (C + DK)x. \quad (52)$$

O problema a ser resolvido é determinar o valor de K de tal forma que os autovalores da matriz do sistema em malha fechada $A + BK$ se localizem no semi-plano esquerdo do plano complexo, e um limitante para a norma H_2 ou H_∞ seja garantido.

4.2. REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS EM NORMA H_2

O teorema a seguir apresenta uma solução para o problema de síntese de um controlador por realimentação de estados com garantia de um limitante superior para a norma H_2 .

Teorema 1: *As seguintes afirmações são equivalentes*

- i. *Existe um controlador na forma (50) que estabiliza o sistema linear contínuo (48) e (49) com $D = 0$, e que garante que a norma H_2 da saída controlada satisfaz $\|H(s)\|_2^2 < \gamma$;*
- ii. *Existem matrizes $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $X = X' \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $W = W' \in \mathbb{R}^{r \times r}$ de tal forma que*

$$\text{tr}(W) < \gamma, \quad (53)$$

$$\begin{bmatrix} W & B_w' \\ B_w & X \end{bmatrix} > 0, \quad (54)$$

$$\begin{bmatrix} AX + BL + XA' + L'B' & XC' \\ XC & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (55)$$

tal que o sistema (51) seja estável no sentido de Lyapunov, com $K = LX^{-1}$ e um limitante para a norma H_2 dado por γ pode ser calculado resolvendo-se o problema de otimização convexo

$$\min_{K \in \mathbb{K}} \|H(s)\|_2^2 = \lim_{L, X, \gamma} \{\gamma: (53), (54) \text{ e } (55)\}$$

Demonstração: Considere as mudanças $X = P^{-1}$ e $L = KP$ em (54) e (55) para obter

$$\begin{bmatrix} W & B_w' \\ B_w & P^{-1} \end{bmatrix} > 0, \quad (56)$$

$$\begin{bmatrix} P^{-1}A' + P^{-1}K'B' + AP^{-1} + BKP^{-1} & P^{-1}C' + P^{-1}K'D' \\ CP^{-1} + DKP^{-1} & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (57)$$

Em seguida aplique a transformação de congruência utilizando as matrizes $T = T' = \text{diag}(I, P^{-1})$ para (56) e $T = T' = \text{diag}(P^{-1}, I)$ para (57) a fim de se obter

$$\text{tr}(W) < \gamma, \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} W & B_w'P \\ PB_w & P \end{bmatrix} > 0, \quad (59)$$

$$\begin{bmatrix} (A + BK)'P + P(A + BK) & (C + DK)' \\ C + DK & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (60)$$

o que de acordo com o Lema 6, e considerando o sistema em malha fechada, demonstra a proposição do item ii..

O código escrito na *toolbox* ROLMIP pode ser visto no Anexo A.

4.3. REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS EM NORMA H_∞

O teorema a seguir apresenta uma solução para o problema de síntese de um controlador por realimentação de estados com garantia de um limitante superior para a norma H_∞ .

Teorema 2: *As seguintes afirmações são equivalentes*

- i. *Existe um controlador na forma (50) que estabiliza o sistema linear contínuo (48) e (49) e que garante que a norma H_∞ da saída controlada satisfaz $\|H(s)\|_\infty^2 < \gamma$;*
- ii. *Existem matrizes $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $X = X' \in \mathbb{R}^{m \times n}$ de tal forma que*

$$\begin{bmatrix} AX + BL + XA' + L'B' & B_w & XC' + L'D' \\ B_w' & -\gamma I & D' \\ CX + DL & D & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (61)$$

$$X > 0 \quad (62)$$

tal que o sistema (51) seja estável no sentido de Lyapunov, com $K = LX^{-1}$ e um limitante para a norma H_∞ dado por γ pode ser calculado resolvendo-se o problema de otimização convexo

$$\min_{K \in \mathbb{K}} \|H(s)\|_\infty^2 = \min\{\gamma: (61) \text{ e } (62)\}$$

Demonstração: Aplique o complemento de Schur em (61) e em seguida a transformação de congruência com a matriz $\begin{bmatrix} x'(t) & u'(t) \end{bmatrix}$ para se obter

$$\begin{bmatrix} AX + BL + XA' + L'B' & B_w + XC'D + L'D'D \\ B_w' & -\gamma I + D'D \end{bmatrix} < 0 \quad (63)$$

que pode ser reescrita usando novamente o complemento de Schur como

$$\begin{bmatrix} AX + BL + XA' + L'B' & B_w \\ B_w' & -\gamma I \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} XC' + L'D' \\ D' \end{bmatrix} (-I) \begin{bmatrix} CX + DL & D \end{bmatrix}. \quad (64)$$

Utilize a mudança de variável $L = KX$ e sabendo que $X = P^{-1}$ pode-se reescrever o problema como

$$\begin{bmatrix} (A + BK)'P + P(A + BK) & B_w & (C + DK)' \\ B_w' & -\gamma I & D' \\ C + DK & D & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (65)$$

$$X > 0 \quad (66)$$

o que de acordo com o Lema 7, considerando o sistema em malha fechada, demonstra a proposição do item ii.

Novamente, um script de Matlab usando a *toolbox* ROLMIP, uma ferramenta *open-source* que utiliza algoritmos de pontos interiores para resolver LMIs, foi utilizado para resolver as LMIs propostas e pode ser encontrado no Anexo B.

4.4. RESULTADOS DO GIROSCÓPIO

Substituindo os valores fornecidos para os momentos de inércia, ganhos de hardware e velocidade de rotação do rotor, ou seja

$$\begin{aligned}\Omega &= 400 \text{ rpm}, & J_D &= 0.0237 \text{ kg.m}^2, & I_C &= 0.0092 \text{ kg.m}^2, & I_D &= 0.0148 \text{ kg.m}^2, \\ K_A &= 0.0667 \text{ kg.m}^2, & K_B &= 0.0297 \text{ kg.m}^2, & K_C &= 0.0221 \text{ kg.m}^2, \\ k_{e2} &= 124256, & k_{e4} &= 81504, & k_{u2} &= 9.087e - 5,\end{aligned}$$

tem-se o sistema do giroscópio utilizado nos experimentos

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 72.6791 \\ 0 & -5.6296 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 470.6675 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8 \\ 0.2 \end{bmatrix} w \\ y &= [1 \ 0 \ 0]x\end{aligned}\tag{67}$$

em que $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de entrada de controle, $w \in \mathbb{R}^r$ é um vetor de ruídos, e $y \in \mathbb{R}^q$ é o vetor da saída controlada.

Deve-se salientar que o manual da bancada limita os valores máximos permitidos para os ganhos em cada um dos ramos de realimentação em $k_1 < |6|$, $k_2 < |0.08|$ e $k_3 < |0.25|$. É indicado que como k_1 é proporcional ao erro de posição, valores muito altos podem levar a uma margem de estabilidade muito reduzida e k_2 e k_3 , que são proporcionais às velocidades podem causar propagação excessiva de ruído no sistema. Estes parâmetros não foram levados em consideração na síntese, apenas verificados a posteriori.

4.4.1. NORMA H_2

Para o sistema (67), os valores de ganho resultantes da aplicação Teorema 1 que minimiza a norma H_2 foram

$$\begin{aligned}K &= [4.391 \quad -0.0621 \quad 0.2804], \\ \gamma &= 0.0014.\end{aligned}\tag{68}$$

O único valor que ultrapassa o valor estipulado no manual foi o de k_3 , e mesmo assim por uma pequena margem. Para que os problemas citados devido à magnitude deste ganho não aparecessem no resultado final, utilizou-se para este ganho o valor de 0.25. O valor do limitante

encontrado, $\gamma = 0.0014$, indica uma boa característica do controlador. Com os valores dos ganhos em mãos, prosseguiu-se para a validação em simulação. Utilizou-se a *toolbox* Simulink para montar o diagrama de blocos e simular o sistema, visto na Figura 7.

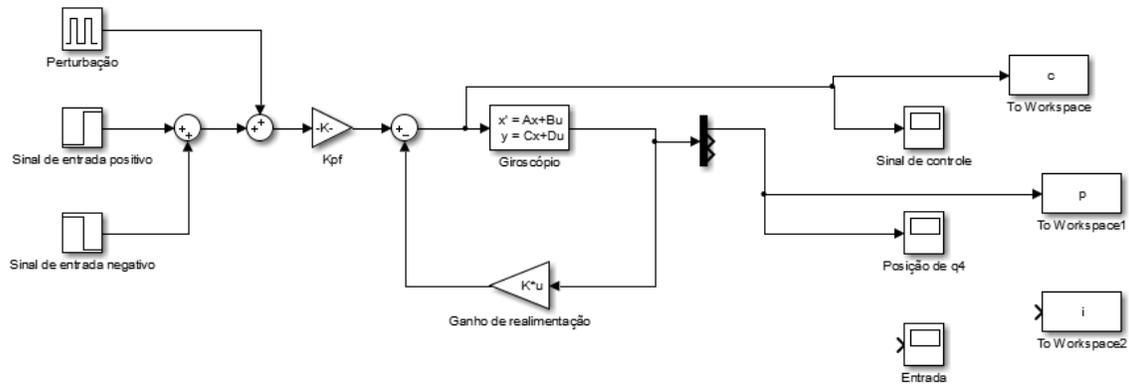


Figura 7 – Diagrama de blocos do sistema controlado.

É possível notar que há um ganho entre a entrada do sistema e a realimentação de estados em si. Esse ganho é referente a um filtro, implementado internamente no sistema, utilizado para que a posição q_4 esteja em escala em relação ao sinal de entrada. Caso este ganho não seja definido, a relação entre as contagens de encoder e a tensão de entrada aplicada não estará corretamente ajustada. Para tanto, pode-se usar o valor de $-k_1$ para que esse problema não ocorra. Em (Educational Control Products, 1999) é possível verificar mais informações sobre este filtro e a demonstração matemática de como calcular seu ganho.

O sinal de entrada utilizado é um degrau de magnitude 500, representando 500 contagens do encoder, ativa por 4 segundos, $k_{pf} = 4.391$, e $K = [-4.391 \quad 0.0621 \quad -0.25]$. A Figura 8 mostra a posição controlada do sistema e o sinal de entrada aplicado.

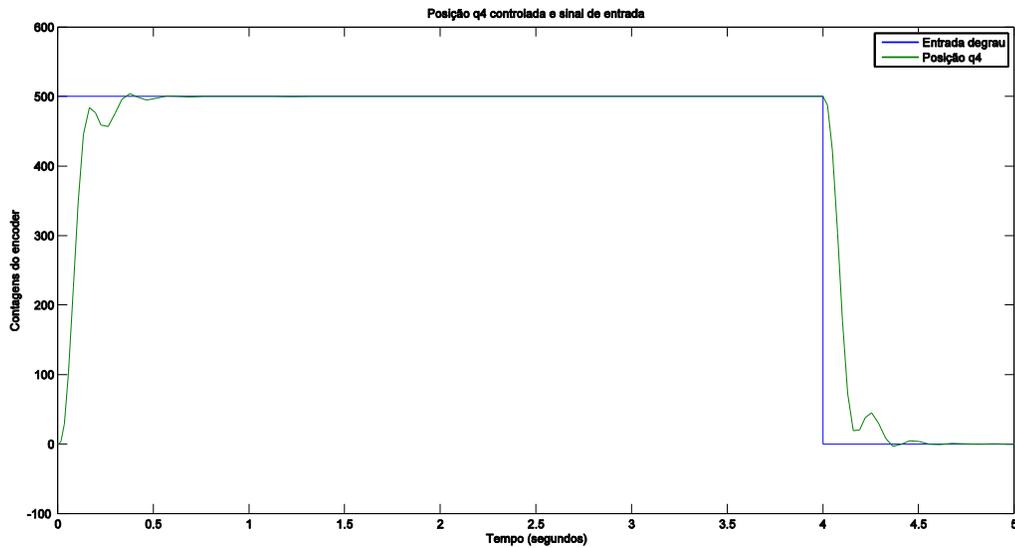


Figura 8 – Simulação do sistema controlado usando norma H_2 .

que mostra que os ganhos estáticos definidos no projeto do controlador são capazes de estabilizar o sistema. O sinal de controle pode ser visto na Figura 9.

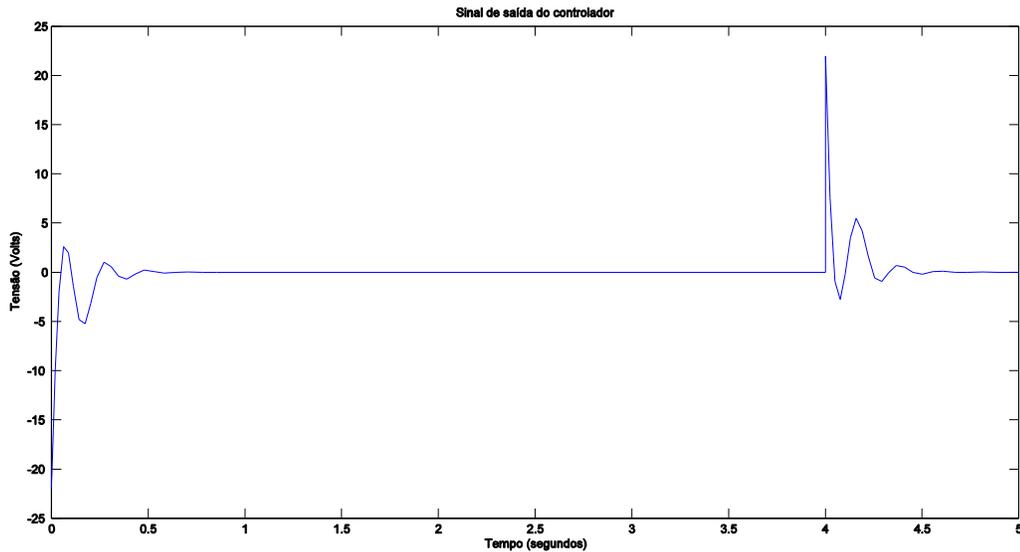


Figura 9 – Sinal de controle do sistema simulado usando norma H_2 .

Nota-se um pico de tensão no início das movimentações do giroscópio. Este comportamento é esperado, tendo em vista que o sistema simulado não considera a saturação de tensão para o sinal de controle em $\pm 10 V$ implementada na bancada.

Com a validação por simulação, pôde-se passar para a implementação direta na bancada. Para isso, é preciso redigir um programa no formato “.alg” para ser fornecido ao controlador. O

script do programa pode ser visualizado no Anexo C. Os resultados foram exportados no formato “.txt” para que os dados pudessem ser gerados utilizando o Matlab. A resposta da posição do sistema controlado por norma H_2 pode ser visto na Figura 10.

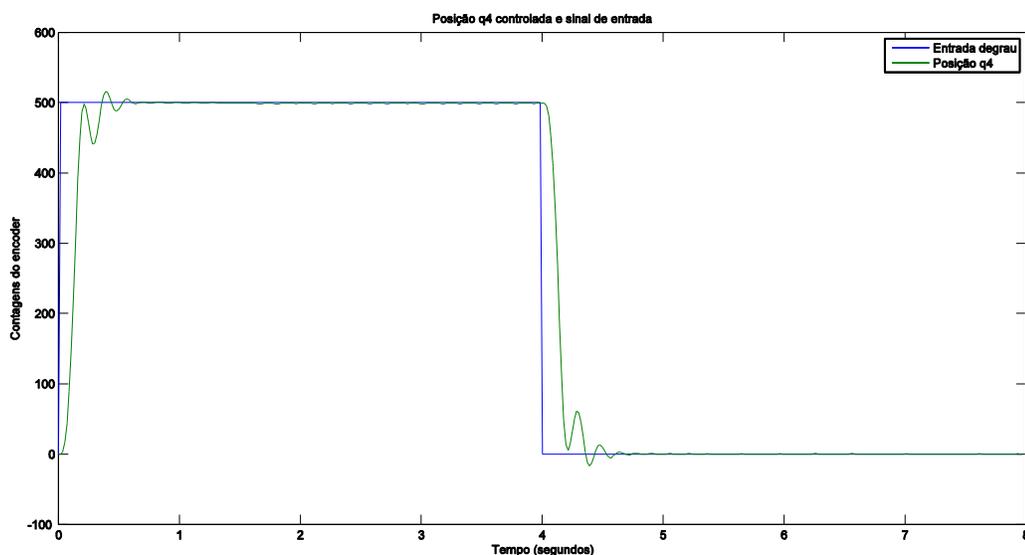


Figura 10 – Resposta do sistema controlado usando norma H_2 .

Pode-se notar um comportamento muito semelhante àquele visto na simulação. Os autovalores da matriz de malha fechada do sistema indicam um pólo real em -12.3325 e um par conjugado de pólos complexos em $-8.4571 \pm 29.5277i$. No que se refere à análise do transiente do sinal, pode-se verificar que o ponto máximo de posição atingido foi 516 contagens de encoder, o que equivale a 3.2% a mais do que o valor em que o sistema se estabiliza. Pode-se ainda verificar que o tempo de assentamento do sistema, isto é, o tempo em que o valor da posição atual se restringe a uma faixa de 2% do seu valor final, é 0.496 segundos. O tempo de atraso na resposta também é menor que 0.03 segundos tanto no início do movimento quanto no final. Além disso o erro em regime permanente é nulo.

O esforço de controle é mostrado na Figura 11.

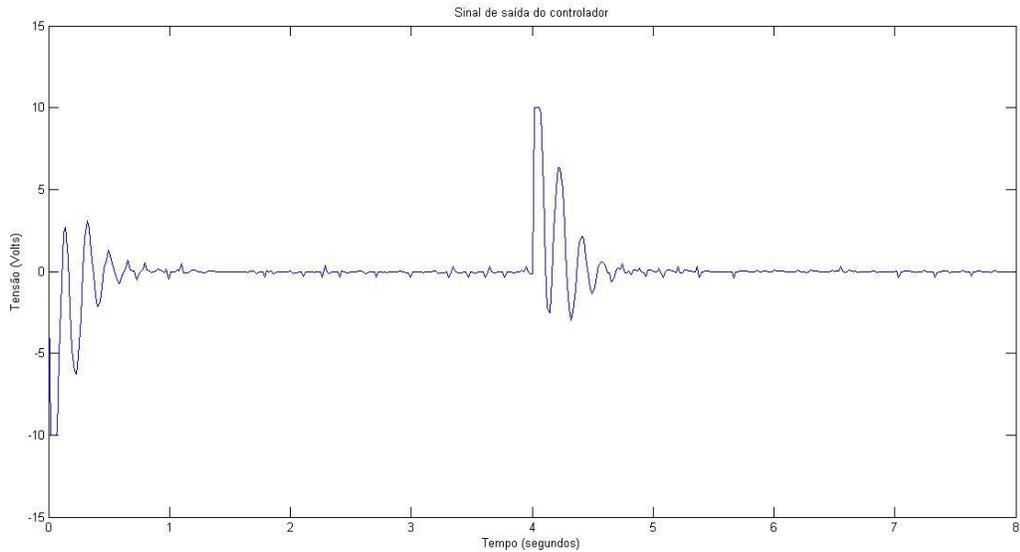


Figura 11 – Sinal de controle do sistema controlado com norma H_2 .

Nota-se um efeito menos amortecido no sinal de controle, que possui mais oscilações na saída real do que na simulação. Pode-se dizer que este comportamento é esperado, tendo em vista que a simulação não consegue considerar todas as dinâmicas envolvidas na movimentação do giroscópio. Nota-se também a saturação do sinal de tensão em $\pm 10 V$, que é uma saturação por software implementada diretamente na bancada de forma a preservar os componentes contra picos de tensão.

4.4.2. NORMA H_∞

Para a norma H_∞ , a única mudança foi a matriz referente ao ruído conforme pode ser visto a seguir

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 72.6791 \\ 0 & -5.6296 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 470.6675 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.15 \\ 0 \end{bmatrix} w$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0]x \tag{69}$$

Aplicando o Teorema 2 ao sistema (67) obtém-se o seguinte ganho de realimentação de estados

$$K = [-3.5984 \quad 0.0477 \quad -0.2371]$$

$$\gamma = 4.2083 \times 10^{-4}$$

em que o valor mínimo encontrado para a norma se aproxima o suficiente de zero para indicar um aspecto robusto do controlador projetado.

Fez-se então a simulação do sistema controlado utilizando o diagrama de blocos da Figura 7. O resultado pode ser visto na Figura 12.

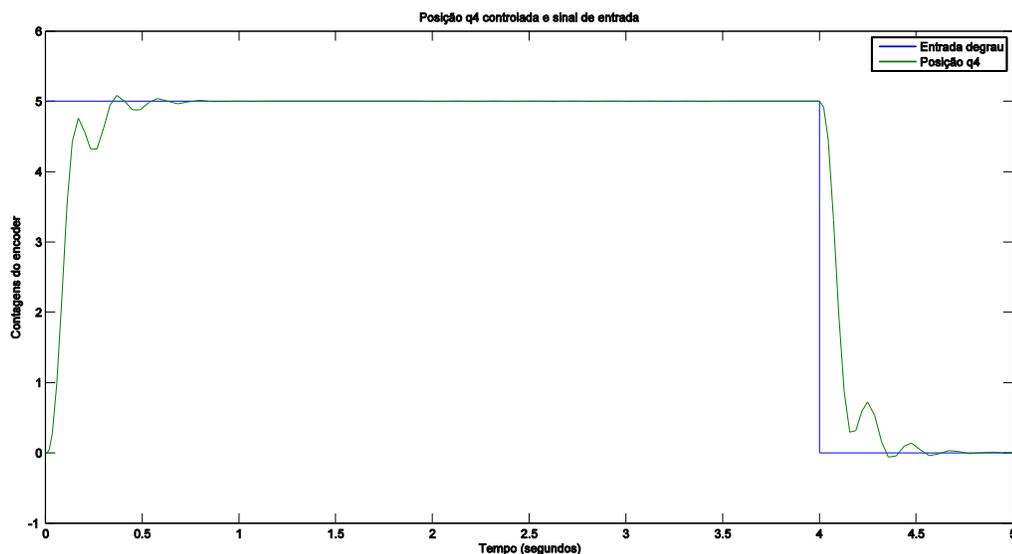


Figura 12 – Simulação do sistema controlado utilizando norma H_{∞} .

O resultado de posição do sistema controlado indica que o controlador projetado com norma H_{∞} também é capaz de estabilizar o sistema por realimentação de estados. O sinal de controle pode ser visualizado na Figura 13.

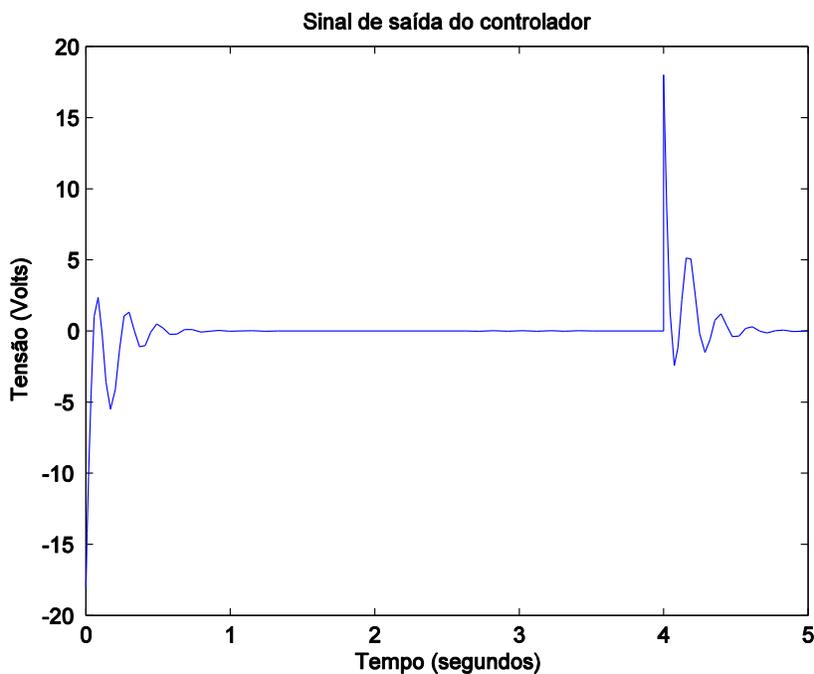


Figura 13 – Simulação do sinal de controle do sistema controlado com norma H_{∞} .

Novamente, pode-se perceber um pico de tensão no sinal de controle no início da movimentação do giroscópio, cuja presença já era antecipada, como exposto anteriormente.

Tendo obtido os resultados de simulação, foi feita a implementação do controlador na bancada do giroscópio, com os resultados mostrados nas Figura 14 e 26. O script utilizado para a implementação se encontra na seção D dos anexos.

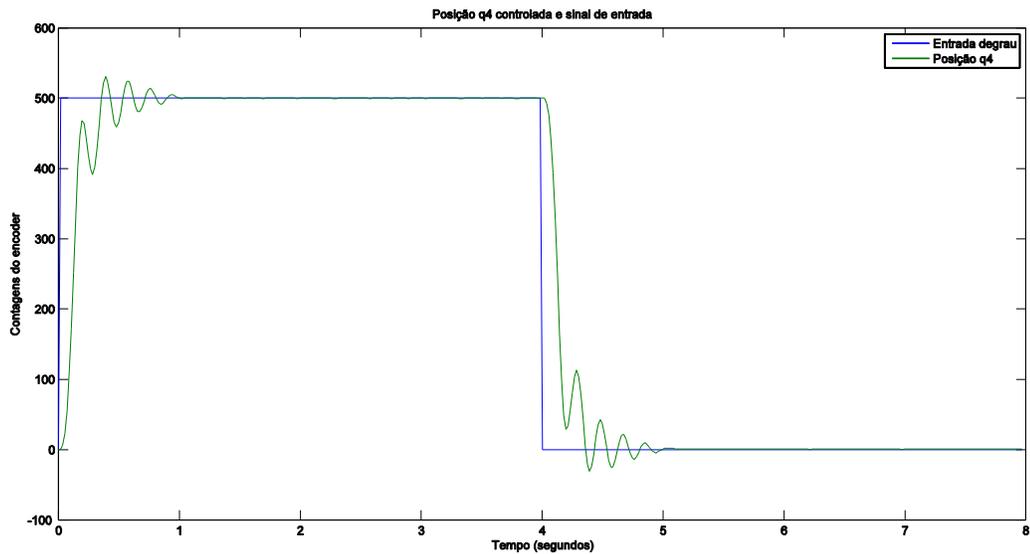


Figura 14 - Resposta do sistema controlado usando norma H_{∞} .

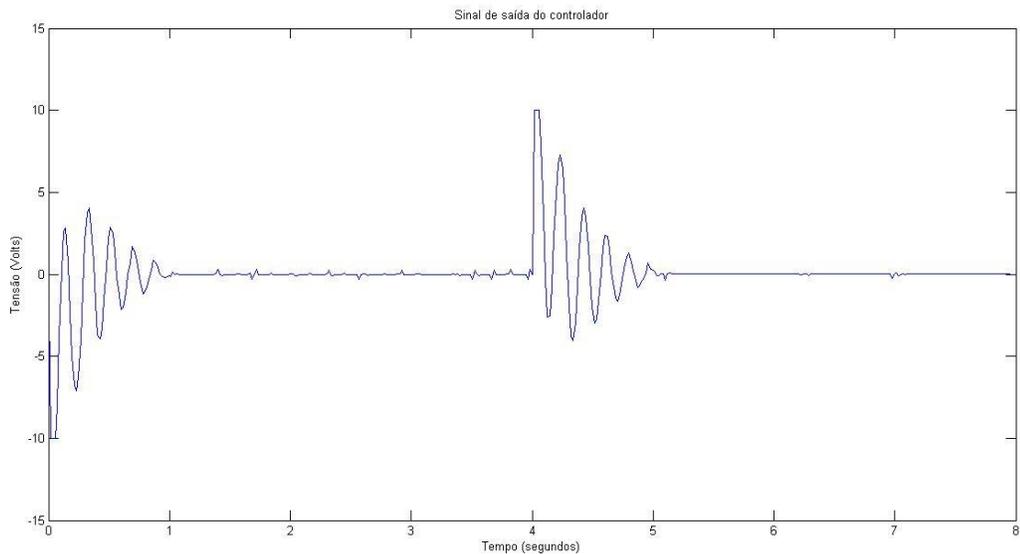


Figura 15 – Sinal do controlador implementado utilizando norma H_{∞} .

Nota-se que a resposta para esta implementação foi um pouco menos amortecida em relação ao indicado na simulação e em relação à norma H_2 . Mesmo assim, a resposta está

dentro do esperado, com uma variação máxima de posição de 6.2% em relação àquela para a qual o sistema converge e tempo de assentamento de 0.779 segundos. Os autovalores da matriz de malha fechada do sistema também possuem forma semelhante à do controlador H_2 , com um pólo real em -10.4549 e um par de pólos complexos conjugados em $-5.9956 \pm 29.5975i$. O sistema não apresenta erro de regime permanente.

4.5. RESULTADOS DO PÊNDBULO INVERTIDO

A representação em espaço de estados do pêndulo invertido com roda de reação é

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 77.5972 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -1.0817 \\ 198.0999 \end{bmatrix} u + B_w w$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] x. \quad (70)$$

O método utilizado para testar a implementação dos controladores na bancada, portanto, foi utilizar a ferramenta *Watch Window* na aba *View* do Code Composer Studio. Ela permite que os ganhos sejam alterados enquanto o experimento está sendo executado. Assim, utilizou-se o controlador programa fornecido pelo fornecedor para o experimento do *swing-up* do pêndulo invertido com roda de reação para estabilizar o sistema, e depois os ganhos das realimentações com H_2 e H_∞ foram inseridos. Deve-se ressaltar que o foco do trabalho não era projetar o controlador *swing-up* do pêndulo, apenas para o controle do pêndulo na posição invertida. Infelizmente, não foi possível coletar os dados da implementação utilizando apenas o CCS, apesar de várias tentativas por diferentes maneiras terem sido realizadas. Dessa forma, não foi possível obter os registros gráficos da implementação. Formas de obter esses dados além da utilização dos plugins de interface entre o Matlab e o CCS estão sendo investigadas.

4.5.1. NORMA H_2

Aplicando o Teorema 1 ao sistema (70) com matriz de perturbação

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

obtém-se os seguintes ganhos de realimentação:

$$K = [-207.1059 \quad -18.7789 \quad -0.0309]$$

$$\gamma = 0.0073$$

que foram utilizados para validar o sistema via simulação com o modelo a seguir (modelo disponibilizado pelo fabricante).

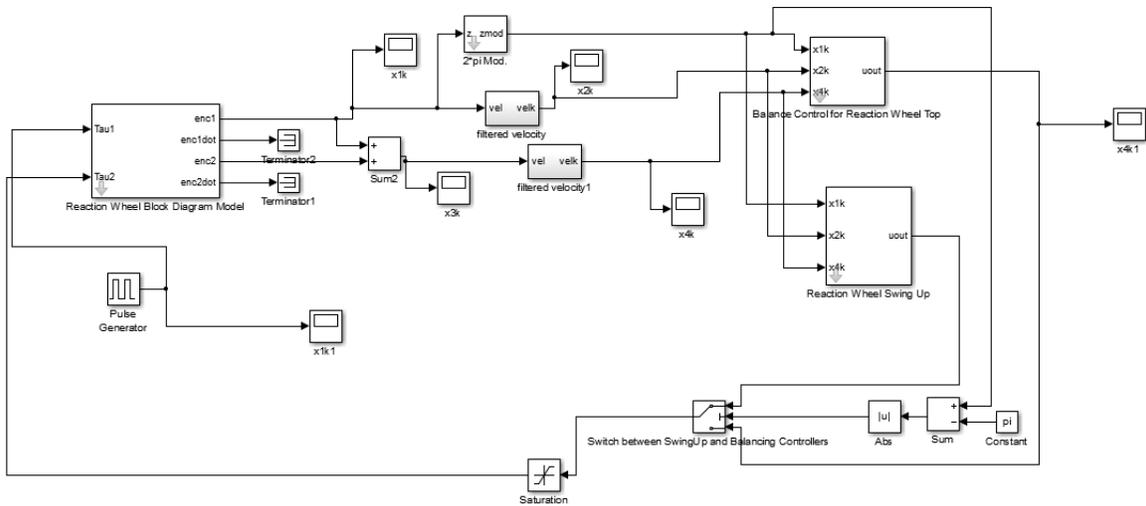


Figura 16 – Diagrama de blocos da simulação do sistema do pêndulo invertido.

que simula o pêndulo invertido estabilizado verticalmente e perturbado por um gerador de pulsos. Dessa forma, o que se espera é que o gráfico de posição do sistema permaneça estável, significando que o controlador é capaz de manter o sistema estável para perturbações do tipo pulso. Os resultados podem ser vistos na Figura 17.

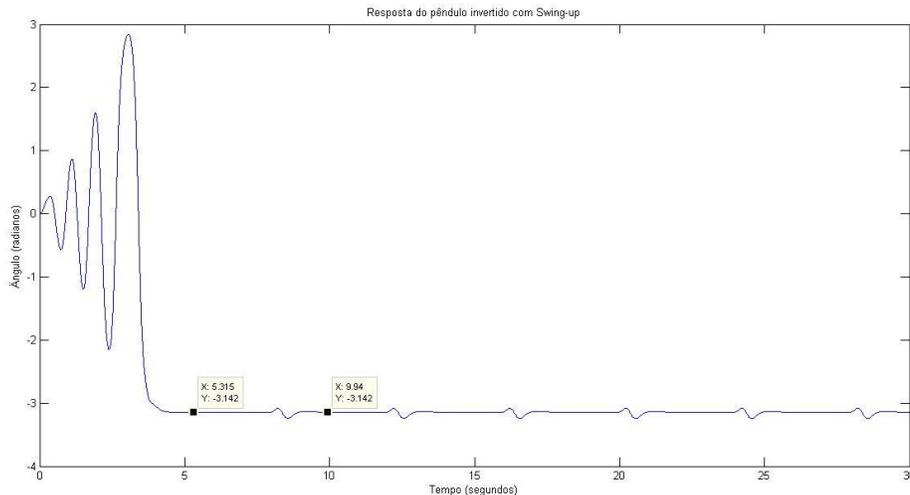


Figura 17 – Resposta de simulação da posição angular do pêndulo.

A oscilação inicial corresponde ao sistema de *swing-up* do pêndulo, ou seja, ele inicializa em seu ponto vertical mais baixo, $\theta = 0$ e através de sucessivos torques aplicados pelo motor se posiciona no ponto vertical superior, $\theta = \pi$. Pode-se notar que o valor angular em que o pêndulo se estabiliza é $\theta = -3.142 \approx -\pi$, que é exatamente o deslocamento angular total que o pêndulo percorre até se estabilizar. O sinal invertido é apenas uma questão de referencial, não descaracterizando o comportamento final do sistema. Considerando ainda que o valor da norma

encontrado foi de $\gamma = 0.0073$, pode-se inferir um comportamento tolerante às perturbações definidas para o problema. Os autovalores da matriz de malha fechada são -6.4144 e o par conjugado $-1.9099 \pm 10.8754i$. Não foi detectado erro de regime permanente.

A resposta do sinal de controle é vista na Figura 18.

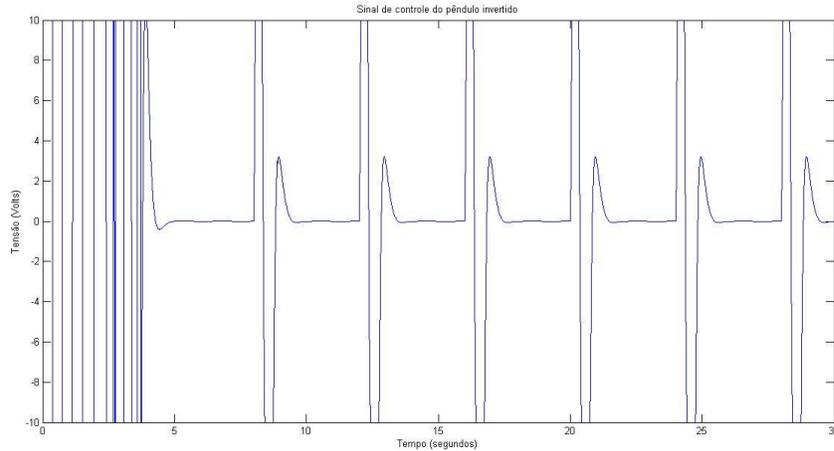


Figura 18 – Resposta de simulação do sinal de controle do pêndulo.

O sinal de controle também se comporta de forma esperada, acionando o motor com frequência mais alta no momento do *swing-up* e somente as respostas ao impulso durante o processo, compensando apenas os pulsos periódicos aplicados ao sistema. O modelo utilizado prevê a saturação em $\pm 10 V$ implementada diretamente no kit, de forma a não permitir que uma tensão elevada seja aplicada ao motor. Mesmo com a saturação limitando o valor do torque gerado pelo motor, ele ainda é capaz de estabilizar o pêndulo, como visto no resultado anterior.

4.5.2. NORMA H_∞

Aplicando o Teorema 2 ao sistema (70) com a matriz de perturbação

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

em script de Matlab para resolver as LMIs obtém-se os seguintes ganhos de realimentação:

$$K = [-973.1561 \quad -110.9373 \quad -0.1526]$$

$$\gamma = 0.0035.$$

Simulou-se o mesmo modelo da Figura 16 para encontrar a posição angular e o sinal de controle. Os resultados são mostrados nas Figura 19 e 31.

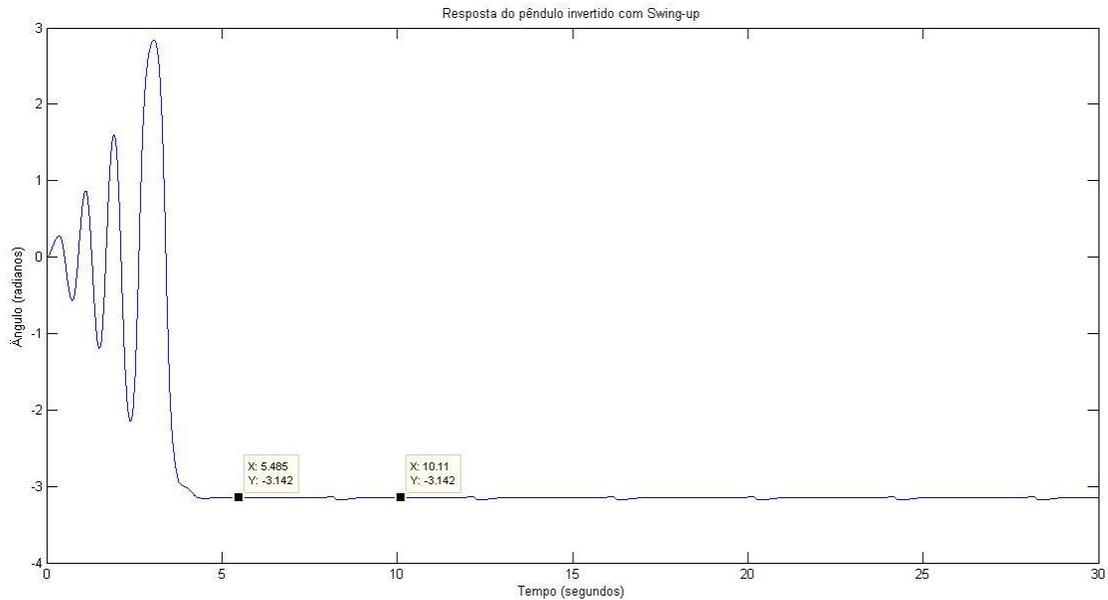


Figura 19 - Resposta de simulação da posição angular do pêndulo.

O pêndulo se estabiliza novamente em $-\pi$, ângulo correspondente à movimentação do pêndulo em relação à seu referencial inicial. A variação angular gerada pelos pulsos de entrada constatada neste controlador foi ainda menor que na implementação em norma H_2 , mas a magnitude da perturbação utilizada no projeto também foi menor. O limitante da norma encontrado foi $\gamma = 0.0035$, o que caracteriza uma tolerância às perturbações definidas. Os autovalores da matriz de malha fechada são do mesmo formato dos outros controladores, um valor real -52.9189 e um par complexo conjugado $-8.5193 \pm 0.8933i$. Por fim, não foi detectado erro de regime permanente.

O sinal de controle pode ser mostrado na Figura 20.

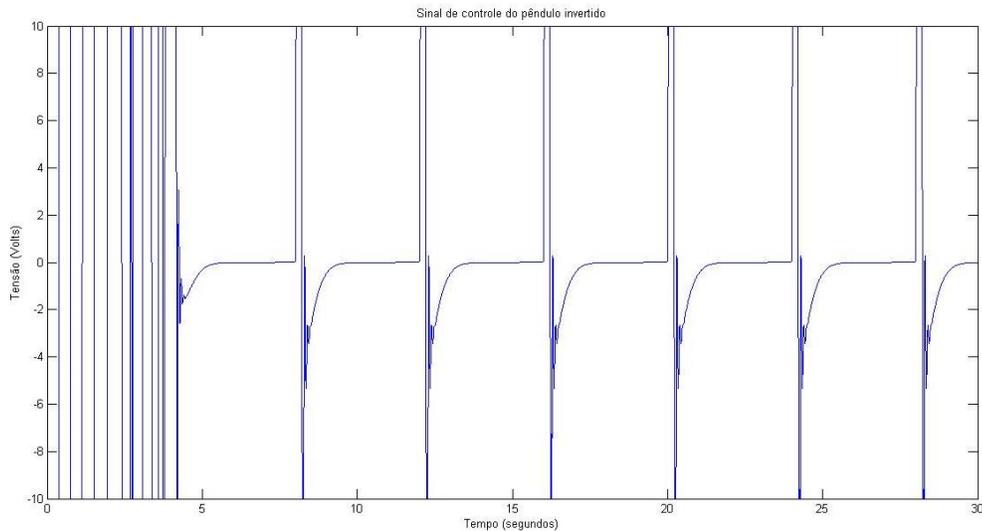


Figura 20 - Resposta de simulação do sinal de controle do pêndulo.

Que novamente mostra as reações do controlador aos impulso aplicados no sistema.

4.5.3. DIFICULDADES

Algumas dificuldades foram encontradas para se conseguir operar corretamente o Kit de Controle Mecatrônico. Não foi possível coletar os dados referentes à implementação em bancada dos controladores utilizando as ferramentas testadas, visto que o plugin que exporta este tipo de dados diretamente para o Matlab não está disponível e métodos que envolviam a recompilação dos arquivos resultaram em erros oriundos de incompatibilidade entre as bibliotecas utilizadas para a geração do programa e aquelas utilizadas na recompilação, cujas soluções não foram encontradas. Novos métodos serão investigados para que essa etapa possa ser concluída no futuro.

5. FILTRO ABSOLUTO PARA GIROSCÓPIO

No contexto de aplicações de técnicas robustas de controle das plantas em questão também foi desenvolvida a implementação de um filtro absoluto para a bancada do giroscópio, capaz de tornar o sistema aumentado (quando o filtro está acoplado à planta) absolutamente estável em relação a um grupo de não-linearidades restritas a um cone. Isso significa que o sistema aumentado é capaz de tolerar quaisquer não linearidades existentes na região definida pelo cone. Este problema também pode ser representado por um conjunto de LMIs, e foi obtido utilizando um problema de otimização da norma H_∞ . Um artigo intitulado “Filtragem de sistemas dinâmicos não-lineares com aplicação em plataforma de momento giroscópico” foi produzido a partir deste trabalho, que foi submetido e aceito no Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2015). Deve-se ressaltar que a formulação matemática do problema já estava concluída, faltando apenas validar os dados em bancada. O artigo pode ser visualizado no anexo G.

5.1. DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO FILTRO

O conceito de estabilidade absoluta empregado para o projeto do filtro em questão foi proposto por Lur’e e Postnikov, na década de 40. Eles propuseram análises de trajetórias de sistemas cujas malhas de realimentação são dadas por funções não-lineares desconhecidas. Dessa forma, é proposto um problema de filtragem de sistemas lineares do tipo descrito por Lur’e (Hinrichsen & Pritchard, 2011). Assim, propõe-se uma síntese de filtro dinâmico de forma que o sistema aumentado (sistema incluindo o filtro) seja absolutamente estável em relação a uma classe de não-linearidades limitadas em um cone, com garantia de desempenho H_∞ para o limitante superior. Tendo sintetizado o filtro, uma implementação na bancada de giroscópio foi realizada para validação do projeto teórico produzido. Utilizou-se o filtro para estimar a velocidade do eixo 4 do giroscópio controlado por uma realimentação de estados utilizando um regulador quadrático linear (LQR, do inglês *linear quadratic regulator*).

Dessa forma, considerando o sistema não-linear:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Nf(x) + B_w w(t) \quad (71)$$

$$y(t) = Cx(t) + Mf(x) + Dw(t)$$

$$z(t) = Lx(t)$$

em que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de variáveis de estado, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ é a saída medida, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ é o sinal a ser estimado e $w(t) \in \mathbb{R}^r$ é um ruído externo com norma L_2 limitada. Dessa forma, propõe-se as seguintes equações para representação do filtro:

$$\begin{aligned} \dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + N_f g(x_f) + B_f y(t) \\ z_f(t) &= C_f x_f(t) + M_f g(x_f) \end{aligned} \quad (72)$$

em que $x_f(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados do filtro e $z_f(t) \in \mathbb{R}^p$ o sinal estimado. Além disso, as funções f e g são não-lineares, radialmente limitadas e pertencentes à uma classe específica de funções (Chupel, Fonseca, & Borges, 2015). Assim, pode-se representar o sistema aumentado como:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= \tilde{A}\zeta(t) + \tilde{N}\tilde{f}(x(t)) + \tilde{B}w(t) \\ e(t) &= \tilde{C}\zeta(t) + \tilde{M}\tilde{f}(x(t)) \end{aligned} \quad (73)$$

em que $\zeta(t) = [x'(t) \quad x_f'(t)]$, $e(t) = z(t) - z_f(t)$, $\tilde{f}(x(t)) = [f'(x(t)) \quad g'(x_f(t))]$ e

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_f C & A_f \end{bmatrix}, \quad \tilde{N} = \begin{bmatrix} N & 0 \\ B_f M & N_f \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ B_f D \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}' = \begin{bmatrix} L' \\ -C'_f \end{bmatrix}, \quad \tilde{M}' = \begin{bmatrix} 0 \\ -M'_f \end{bmatrix}.$$

Dessa forma, é possível definir o problema do filtro que se quer projetar:

Problema 1: Encontrar matrizes $A_f \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $N_f \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_f \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C_f \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e $M_f \in \mathbb{R}^{p \times n}$ do filtro (71), tais que a dinâmica do sistema aumentado seja absolutamente estável em relação à classe de não linearidades \mathcal{F} , e um limitante superior μ do desempenho H_∞ do erro de estimação seja garantido, ou seja,

$$\sup_{\|w\|_2 \neq 0, w \in L^2[0, \infty)} \frac{\|e\|_2^2}{\|w\|_2^2} < \mu^2, \forall f \in \mathcal{F}.$$

É possível então formular o problema 1 utilizando LMIs, utilizando as matrizes Δ_{11} e Δ_{22} como limitantes da região em que se encontram as não linearidades definidas em \mathcal{F} .

Teorema 3: Dado um sistema não-linear do tipo (71), matrizes diagonais $\Delta_{11} > 0, \Delta_{22} > 0, Q_{11} > 0, Q_{22} > 0$ e um escalar positivo μ , se existirem matrizes simétricas $X, Z \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e matrizes $E, G, R \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{q \times n}, S, M_f \in \mathbb{R}^{p \times n}$ tais que

$$\begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & X \end{bmatrix} > 0 \quad (74)$$

$$Y = \begin{bmatrix} -Q_{11} & 0 & \mathfrak{F}_{13} & \mathfrak{F}_{14} & 0 & 0 \\ (*) & -Q_{22} & \frac{1}{2}R & G & 0 & -M'_f \\ (*) & (*) & \mathfrak{F}_{33} & \mathfrak{F}_{34} & Z'B & \mathfrak{F}_{36} \\ (*) & (*) & (*) & \mathfrak{F}_{44} & \mathfrak{F}_{45} & L' \\ (*) & (*) & (*) & (*) & -\mu^2 I & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} < 0$$

em que $\mathfrak{F}_{13} = N'Z + \frac{1}{2}Q_{11}\Delta_{11}$, $\mathfrak{F}_{36} = L' - S'$, $\mathfrak{F}_{14} = N'X + M'F + \frac{1}{2}Q_{11}\Delta_{11}$, $\mathfrak{F}_{33} = A'Z + ZA$, $\mathfrak{F}_{34} = A'X + C'F + E + ZA$, $\mathfrak{F}_{44} = A'X + C'F + XA + F'C$ e $\mathfrak{F}_{45} = XB + F'D$ então existe um filtro dado por (72) tal que o erro de estimação em (73) é absolutamente estável para toda $\tilde{f} \in \mathcal{F}$ com um limitante superior para a norma H_∞ dado por μ . As matrizes do filtro são dadas por

$$A_f = (U')^{-1}E'YV^{-1}, \quad B_f = (U')^{-1}F', \quad N_f = (U')^{-1}G', \quad C_f = SYV^{-1}, \quad M_f$$

em que

$$Y = Z^{-1}, \quad V = (Q_{22}\Delta_{22})^{-1}RZ^{-1}, \quad U = (V^{-1} - XZ^{-1}V^{-1})$$

A demonstração do Teorema 3 pode ser vista em (Chupel, Fonseca, & Borges, 2015).

5.2. IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS

O sistema foi então controlado em malha fechada usando um controlador LQR (Regulador quadrático linear) para garantir a estabilidade à uma entrada degrau, onde a matriz K é a matriz de ganho do controlador com se pode ver na Figura 21.

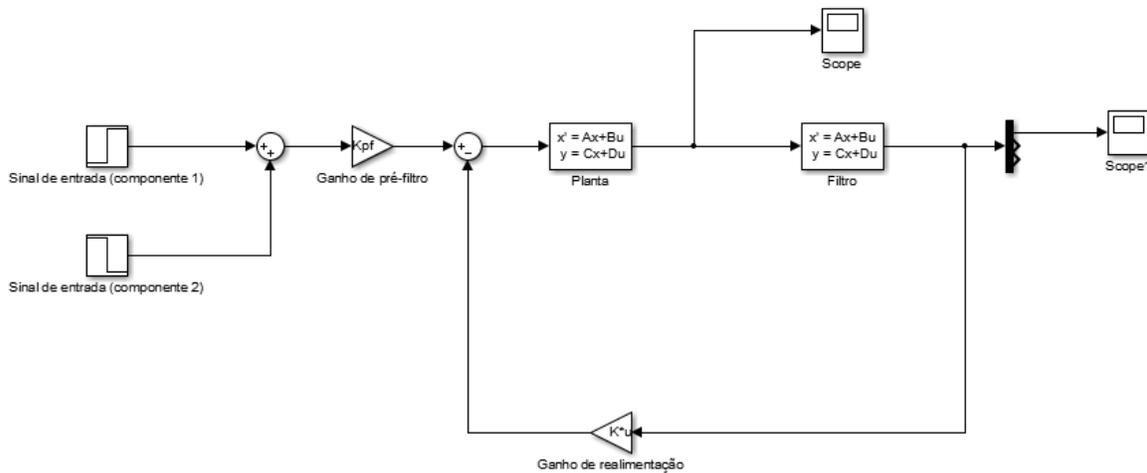


Figura 21 – Simulação do sistema aumentado.

O filtro absoluto foi colocado em cascata com o sistema controlado, e projetado para estimar dados da velocidade angular ω_4 do giroscópio, simulando uma possível falha no sistema de

aquisição de dados do mesmo. Para tanto, é preciso primeiro notar que há uma não-linearidade no sinal de controle produzido pelo sistema controlado, como pode-se ver na Figura 22:

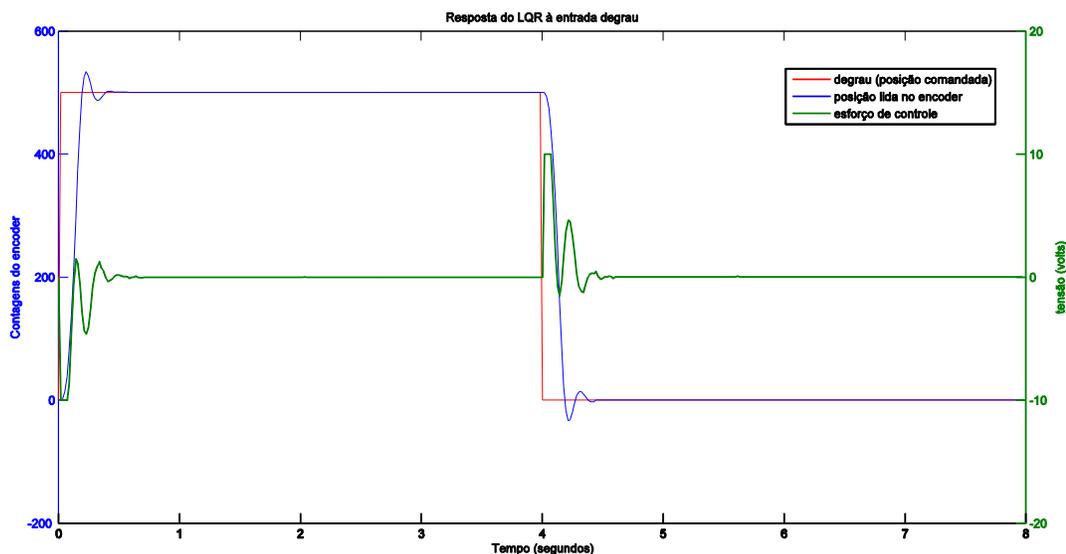


Figura 22 – Resposta do sistema controlado com controlador LQR.

Dessa forma, é necessário que o setor do filtro representado nas matrizes Δ_{11} e Δ_{22} sejam projetadas de forma a conter a não-linearidade. Para tanto, investigou-se a função do esforço de controle plotado em função da velocidade angular ω_2 , por se tratar da componente em que essa não-linearidade é visualizada. A parte de interesse desta função é:

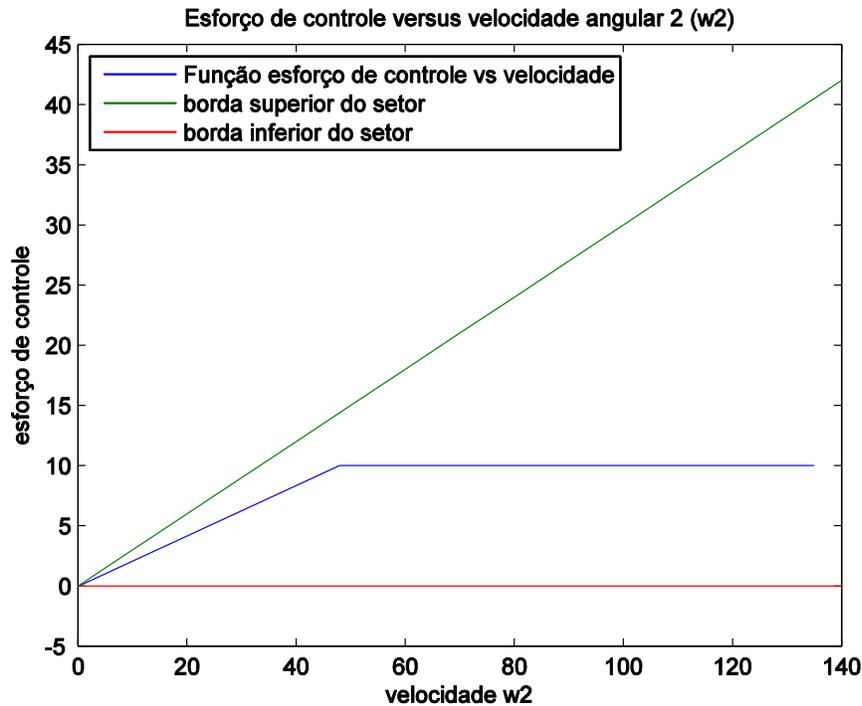


Figura 23 – Cone definindo área para tratamento da não-linearidade.

A Figura 23 mostra que o setor selecionado envolve a região onde a não-linearidade está contida, o que possibilita que ela seja considerada no cálculo do filtro sem complicações.

É necessário portanto encontrar uma solução realizável do problema utilizando o algoritmo já explicado para o filtro. Portanto, define-se o modelo do sistema como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B(x) + B_w(t) \\ y(t) &= Cx(t) + M(x) + D_w(t) \\ z(t) &= Lx(t) \end{aligned}$$

Como já explicado, o sistema está em malha fechado controlado por um controlador LQR. Portanto, para a entrada do filtro, utilizam-se as matrizes $A_{cl} = A - BK$ para representar a planta de malha fechada, a matriz $N = BK$ como a matriz de controle, a matriz. B_w representa ruídos de entrada, e as matrizes $M = D_w = 0$,

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2118 & -33.9 & 176,2 \\ 0 & -5.6 & 0 \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = |1 \quad 0 \quad 0|$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2118 & 33.9 & -103.5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K = |-4.5 \quad 0.072 \quad -022|.$$

Para essa entrada, deseja-se construir o filtro no modelo

$$\begin{aligned} \dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + N_f g(x_f) + B_f y(t) \\ z_f(t) &= C_f x_f(t) + M_f g(x_f) \end{aligned}$$

Será considerada uma saída não ruidosa do filtro ($N_f = M_f = 0$), além de utilizar como setores para o tratamento de não linearidades as matrizes:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \begin{vmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{vmatrix}, & \Delta_{22} &= 10^{-7} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \\ Q_{11} &= \begin{vmatrix} 5893,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0126 \end{vmatrix}, & Q_{22} &= \begin{vmatrix} 28830 & 0 & 0 \\ 0 & 28582 & 0 \\ 0 & 0 & 28696 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Aplicando o Teorema 3 através de implementação de algoritmo em Matlab utilizando o ROLMIP obteve-se o filtro:

$$\begin{aligned} A_f &= 10^7 \begin{vmatrix} 3.4347 & -0.5927 & 4.9878 \\ 3.8185 & -0.6589 & 5.5451 \\ -1.9120 & 0.3299 & -2.7765 \end{vmatrix} \\ B_f &= 10^6 \begin{vmatrix} -8.5506 \\ -9.5062 \\ 4.7597 \end{vmatrix} \\ C_f &= \begin{vmatrix} 4.0172 & -0.6932 & 5.8337 \\ 392.2914 & -71.0701 & 539.9837 \\ 166.4833 & -19.8862 & 260.0109 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

O fato de $N_f = M_f = 0$ está de acordo com o setor definido por $g(x_f)$, dado por Δ_{22} , já que ele possui um valor muito próximo de zero. O limitante da norma H_∞ obtido minimizando μ sujeito ao teorema 3 foi $\mu = 5.311 \times 10^{-7}$, o que indica uma ótima característica robusta do filtro à pequenas perturbações.

Com estes resultados, foi possível implementar o filtro na plataforma do giroscópio. Para validar os dados obtidos, utilizou-se a velocidade angular ω_4 estimada pelo controlador na realimentação do controle.

Uma peculiaridade para a implementação deste filtro na plataforma é que não há como representar filtros dinâmicos no formato de espaço de estados nos algoritmos de execução dos controladores. Dessa forma, para que a implementação fosse possível, foi necessário passar o sistema realimentado e filtrado para o domínio da frequência e discretizado, para que os coeficientes das amostras passadas pudessem ser caracterizados e realimentados na planta. Mesmo assim, a taxa de amostragem é suficientemente alta para que os sistemas sejam

considerados contínuos, como é explicado em (Educational Control Products, 1999). Assim, pode-se mostrar o comportamento da velocidade ω_4 estimada na Figura 24:

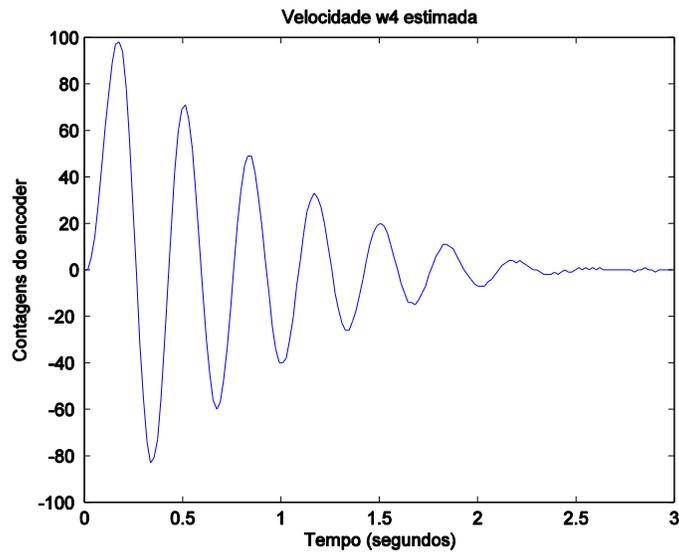


Figura 24 – Velocidade ω_4 estimada.

e a resposta final do sistema na Figura 25.

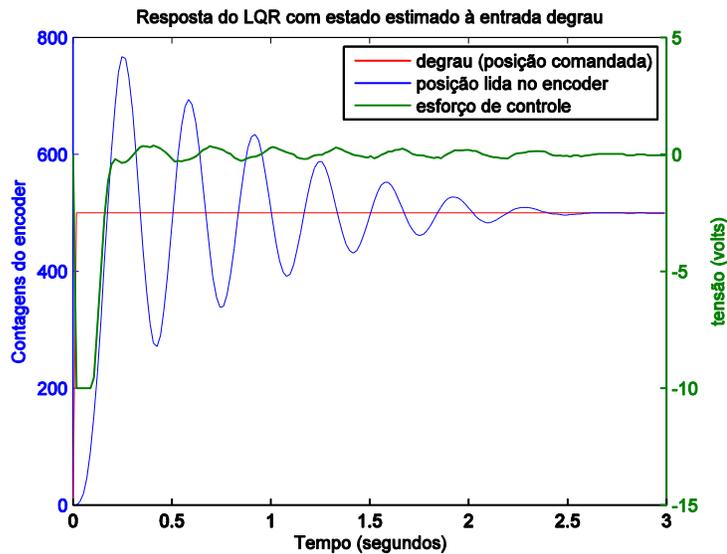


Figura 25 – Resposta do sistema utilizando ω_4 estimada.

O sistema final, apesar de conter muito mais oscilações iniciais que o sistema original, é capaz de ser estabilizado por um controlador LQR utilizando o sinal estimado de ω_4 pelo filtro absoluto proposto.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho tinha como finalidade investigar técnicas de controle H_2 e H_∞ por meio da teoria de Lyapunov, e validá-las em bancadas recentemente adquiridas pela Universidade de Brasília. Foi feita a implementação de controladores por realimentação de estados em norma H_2 e H_∞ nas bancadas de Controle de Momento Giroscópico da ECP e o Kit de Controle Mecatrônico da Quanser, garantindo robustez ao sistema em relação a perturbações externas, cujo conteúdo extrapola àqueles vistos durante a graduação. Por fim, foi apresentado um guia prático de uso de ambas as bancadas, idealizado para facilitar o uso das mesmas futuramente.

Infelizmente, devido a dificuldades encontradas na operação do Code Composer Studio, não foi possível coletar os dados da implementação dos controladores no kit mecatrônico. Dessa forma, os resultados apresentados de forma quantitativa em relação à essa bancada se resumem àqueles coletados por simulação. A empresa responsável já foi contatada para se obter suporte quanto a esse obstáculo. Portanto, este ponto está sob investigação e será contemplado em trabalhos futuros.

Pôde-se ainda implementar um filtro robusto, capaz de tolerar não-linearidades presentes na planta, no caso específico da saturação do esforço de controle, e estimar a velocidade de um dos eixos do giroscópio, cujo resultado foi submetido e aceito em uma conferência nacional (SBAI 2015).

Dessa forma, ficam como sugestões para a continuação dos trabalhos nestas bancada o desenvolvimento e implementação de novos filtros e controladores com o intuito de se realizar comparações entre diferentes estruturas. No caso específico da bancada do Kit de Controle Mecatrônico, sugere-se que se investigue os métodos possíveis de aquisição dos dados e que seja criado um modelo de projeto que contemple todas as estruturas necessárias para a implementação de novos controladores.

7. BIBLIOGRAFIA

- Agulhari, C. M., de Oliveira, R. C., & Peres, P. L. (2012). *Rolmip*. Retrieved 05 20, 2015, from Unicamp: <http://www.dt.fee.unicamp.br/~agulhari/rolmip/rolmip.htm>
- Agulhari, C. M., Oliveira, R. C., & Peres, P. L. (2012). *Robust LMI Parser: A toolbox to Construct LMI Conditions for Uncertain Systems*.
- Åström, K. J., Block, D. J., & Spong, M. W. (2001). *The Reaction Wheel Pendulum*. Lund, Sweden: Quanser.
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (1993). *Nonlinear Programming: theory and algorithms*. New York: John Wiley & Sons.
- Bernussou, J., Geromel, J. C., & Peres, P. L. (1989). A linear programming oriented procedure for quadratic stabilization of uncertain systems,. *Systems & Control Letters*, 65-72.
- Borges, R. A. (2004). *Projeto de Filtros Ótimos e suas respectivas realizações*. Campinas, SP: UNICAMP.
- Boyd, S. P., El Ghaoui, L., Feron, E., & Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, PA: SIAM.
- Brain, M. (n.d.). *How Stuff Works*. Retrieved 06 20, 2015, from How Stuff Works: <http://science.howstuffworks.com/gyroscope1.htm>
- Chen, C. T. (1999). *Linear System Theory Design*. Oxford University Press.
- Chupel, R. C., Fonseca, P. H., & Borges, R. A. (2015). *Filtragem de sistemas dinâmicos não-lineares com aplicação em plataforma de momento giroscópico*. Brasília, Brasil: Universidade de Brasília.
- Educational Control Products. (1999). *Manual fo Model 750 Control Moment Gyroscope Instructor's Edition*. Bell Canyon, California: Educational Control Products.
- Francis, B. A. (1987). *A Course in H-infinity Control Theory*. Springer-Verlag: New York.
- Hinrichsen, D., & Pritchard, A. J. (2011). Mathematical Systems Theory I: Modelling, State Space Analysis, Stability and Robustness. *Texts in Applied Mathematics*, Vol. 48.
- Nise, N. S. (2010). *Control Systems Engineering*. Wiley.
- Ogata, K. (2011). *Engenharia de Controle Moderno 5ª Ed*. São Paulo, SP: Pearson Education do Brasil.

Oliveira, M. C. (1999). *Controle de Sistemas Lineares baseado em desigualdades matriciais lineares*. Campinas, SP: UNICAMP.

Quanser Inc. (2006). *Mechatronics Control Kit User's Manual*. Quanser Inc.

Quanser Inc. (2006). *Mechatronics Control Kit User's Manual*. Quanser Inc.

UNICAMP/FEEC. (n.d.). *Tópicos em Controle I*. Retrieved Junho 20, 2015, from Introdução a LMIs: <http://www.dt.fee.unicamp.br/~sala225/ia360/PDF/introLMI.pdf>

Vidyasagar, M. (1993). *Nonlinear Systems Analysis*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

8. ANEXOS

Anexo A: Programa utilizado para o cálculo dos ganhos de realimentação de estados para a norma H_2 .

Anexo B: Programa utilizado para o cálculo dos ganhos de realimentação de estados para a norma H_∞ .

Anexo C: Programa que implementa realimentação de estados para a norma H_2 na bancada do giroscópio.

Anexo D: Programa que implementa realimentação de estados para a norma H_2 na bancada do giroscópio.

Anexo E: Guia de utilização da bancada de controle giroscópico

Anexo F: Guia de utilização do kit de controle mecatrônico.

Anexo G: Artigo submetido para o SBAI 2015.

Anexo A

```
function Info = h2_sf_rolmip_c(Ai,Bwi,Bi,Ci,Dwi,Di)
%H2 state feedback controller design via LMIs.
%
%System equations:
%Input: dx/dt = Aix + Bi_w w + Bi u;
%Output: y = Cix + Di_w w + Di u;
%
%Norm:

%Original system order and vertices

n=size(Ai,1); %system order
nv = size(Ai,2)/n; %number of vertices

%No. of inputs
ni = size(Bi,2)/nv; %control input
ni2 = size(Bwi,2)/nv; %noise input

%No. of outputs
no = size(Ci,1); %number of outputs

%Creating polystructures of all entries in the LMIs
poly_struct(Ai, 'Ai', nv, 1);
poly_struct(Bwi, 'Bwi', nv, 1);
poly_struct(Bi, 'Bi', nv, 1);
poly_struct(Ci, 'Ci', nv, 1);
poly_struct(Dwi, 'Dwi', nv, 1);
poly_struct(Di, 'Di', nv, 1);
poly_struct(eye(no), 'Ino', 0, 0);

Info.cpusec_m = clock;

%Defining the LMIs' variables
X = poly_struct(n, n, 'X', 'symmetric', nv, 0);
W = poly_struct(ni2, ni2, 'W', 'symmetric', nv, 0);
L = poly_struct(ni, n, 'L', 'full', nv, 0);

gamma = sdpvar(1, 1);
poly_struct(gamma, 'gamma', 0, 0);

%gamma = poly_struct(1, 1, 'gamma', 'full', 0, 0);

trW = trace(trace(W.data(1).value));
poly_struct(trW, 'trW', nv, 0);

%Defining the LMIs
LMIs = set([]);

Term{1,1} = parser_poly('Ai*X+Bi*L+X*Ai'+L'*Bi''');
Term{1,2} = parser_poly('X*Ci'+L'*Di''');
Term{2,2} = parser_poly('-Ino');
LMIs = LMIs + construct_lmi(Term, '<'); %1st LMI Mauricio PhD thesis - pag
63
```

```

Term2{1,1} = parser_poly('W');
Term2{1,2} = parser_poly('Bwi');
Term2{2,2} = parser_poly('X');
LMIs = LMIs + construct_lmi(Term2, '>');    %2nd LMI Mauricio PhD thesis - pag
63

LMIs = LMIs + construct_lmi(parser_poly('trW-gamma'), '<'); %3rd LMI Mauricio
PhD thesis - pag 63

%Solving the LMIs
Info.V = size(getvariables(LMIs),2); %number of variables

sol = solvesdp(LMIs,gamma,sdpsettings('verbose',0,'solver','sedumi'));
%sol = solvesdp(LMIs,[],sdpsettings('verbose',0,'solver','sedumi'));
Info.cpusec = sol.solvertime;
p=min(checkset(LMIs));
Info.delta = p;

%Capturing the solutions (if one exists)
if p > -1e-7 %adopted precision for the minimum primal residual
    Info.K = double(L.data(1).value)*inv(double(X.data(1).value));
    Info.beta = sqrt(double(gamma));
else
    disp(' ');
    disp('Failure. ');
    return;
end

Info.cpusec_m = etime(clock,Info.cpusec_m);
return

```

Anexo B

```
function Info = hinf_sf_rolmip_c(Ai,Bwi,Bi,Ci,Dwi,Di)
%Hinf state feedback controller design via LMIs.
%
%System equations:
%Input: dx/dt = Aix + Bi_w w + Bi u;
%Output: y = Cix + Di_w w + Di u;
%
%Norm:

%Original system order and vertices

n=size(Ai,1); %system order
nv = size(Ai,2)/n; %number of vertices

%No. of inputs
ni = size(Bi,2)/nv; %control input
ni2 = size(Bwi,2)/nv; %noise input

%No. of outputs
no = size(Ci,1); %number of outputs

%Creating polystructures of all entries in the LMIs
poly_struct(Ai, 'Ai', nv, 1);
poly_struct(Bwi, 'Bwi', nv, 1);
poly_struct(Bi, 'Bi', nv, 1);
poly_struct(Ci, 'Ci', nv, 1);
poly_struct(Dwi, 'Dwi', nv, 1);
poly_struct(Di, 'Di', nv, 1);
poly_struct(eye(no), 'Ino', 0, 0);

Info.cpusec_m = clock;

%Defining the LMIs' variables
X = poly_struct(n, n, 'X', 'symmetric', nv, 0);
L = poly_struct(ni, n, 'L', 'full', nv, 0);

gamma = sdpvar(1, 1);
poly_struct(gamma, 'gamma', 0, 0);

%gamma = poly_struct(1, 1, 'gamma', 'full', 0, 0);

%Defining the LMIs
LMIs = set([]);

Term{1,1} = parser_poly('Ai*X+Bi*L+X*Ai'+L''*Bi''');
Term{1,2} = parser_poly('Bwi');
Term{1,3} = parser_poly('X*Ci'+L''*Di''');
Term{2,2} = parser_poly('-gamma*Ino');
Term{2,3} = parser_poly('Dwi');
Term{3,3} = parser_poly('-Ino');
LMIs = LMIs + construct_lmi(Term, '<'); %1st LMI Mauricio PhD thesis - pag
65

Term2{1,1} = parser_poly('X');
```

```

LMIs = LMIs + construct_lmi(Term2, '>');    %2nd LMI Mauricio PhD thesis - pag
65

%Solving the LMIs
Info.V = size(getvariables(LMIs),2); %number of variables

sol = solvesdp(LMIs,gamma,sdpsettings('verbose',0,'solver','sedumi'));
%sol = solvesdp(LMIs,[],sdpsettings('verbose',0,'solver','sedumi'));
Info.cpusec = sol.solvertime;
p=min(checkset(LMIs));
Info.delta = p;

%Capturing the solutions (if one exists)
if p > -1e-7 %adopted precision for the minimum primal residual
    Info.K = double(L.data(1).value)*inv(double(X.data(1).value));
    Info.beta = sqrt(double(gamma));
else
    disp(' ');
    disp('Failure. ');
    return;
end

Info.cpusec_m = etime(clock,Info.cpusec_m);
return

```

Anexo C

```
; INITIALIZE ROTOR SPEED TO 400 RPM
; SET Ts=0.00884 sec

;*****define user variables *****
#define Ts q1
#define kpf q2
#define k1 q3
#define k2 q4
#define k3 q5
#define k2d q6
#define k3d q7
#define enc2_last q8
#define enc4_last q9

;*****Initialize variables*****
Ts=0.00884
;Input Control Parameters
k1=-4.3910
k2=0.0621
k3=-0.25
kpf=k1

k2d=k2/Ts ; Divide by Ts here to save on real-time computation
k3d=k3/Ts ;
enc2_last=0 ;Initialize Dynamic Variables
enc4_last=0

;*****Begin Real-time Algorithm
begin

;CONTROL LAW
control_effort2=kpf*cmd1_pos-k1*enc4_pos-k2d*(enc2_pos-enc2_last)-k3d*(enc4_pos-enc4_last)

;UPDATE
enc2_last=enc2_pos
enc4_last=enc4_pos
end
```

Anexo D

```
; INITIALIZE ROTOR SPEED TO 400 RPM  
; SET Ts=0.00884 sec
```

```
;*****define user variables *****
```

```
#define Ts q1  
#define kpf q2  
#define k1 q3  
#define k2 q4  
#define k3 q5  
#define k2d q6  
#define k3d q7  
#define enc2_last q8  
#define enc4_last q9
```

```
;*****Initialize variables*****
```

```
Ts=0.00884  
;Input Control Parameters  
k1=-3.5984  
k2=0.0477  
k3=-0.2371  
kpf=k1
```

```
k2d=k2/Ts ; Divide by Ts here to save on real-time computation  
k3d=k3/Ts ;  
enc2_last=0 ;Initialize Dynamic Variables  
enc4_last=0
```

```
;*****Begin Real-time Algorithm
```

```
begin
```

```
;CONTROL LAW
```

```
control_effort2=kpf*cmd1_pos-k1*enc4_pos-k2d*(enc2_pos-enc2_last)-k3d*(enc4_pos-enc4_last)
```

```
;UPDATE
```

```
enc2_last=enc2_pos  
enc4_last=enc4_pos  
end
```

Anexo E

Para que se possa utilizar a bancada e implementar novos controladores, é necessário que ela seja instalada e que se saiba utilizar todas as suas funcionalidades. Este guia serve para indicar os passos de instalação e utilização das ferramentas necessárias para a utilização da bancada de controle giroscópico.

8.1. GUIA DE UTILIZAÇÃO DO *EXECUTIVE PROGRAM*

A tela principal do *Executive Program* é mostrada na Figura 26 abaixo.

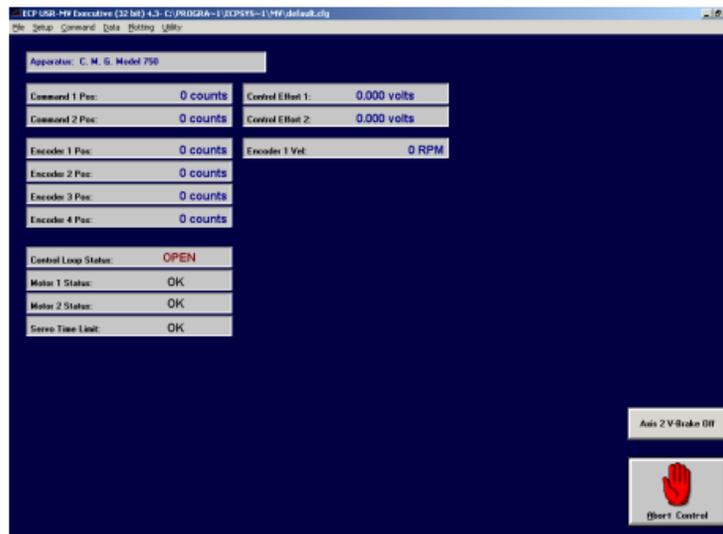


Figura 26 – Tela inicial do *Executive Program*.

Várias informações sobre o sistema já são apresentadas na tela inicial do programa, dispostas em 6 grupos de caixas de texto na cor cinza. Cada um dos grupos dá uma informação diferentes e são numerados de 1 a 4 na coluna da esquerda e 5 e 6 na coluna da direita. A descrição dos grupos é mostrada abaixo:

- Grupo 1: no canto superior esquerdo, a primeira caixa cinza indica o nome e modelo da bancada que está sendo utilizada;
- Grupo 2: possui informações sobre a posição instantânea do sinal de referência utilizado em ambos os controladores (*Command 1 Pos* e *Command 2 Pos*). O sistema utiliza o termo “posição comandada” ao invés de referência, portanto este será o termo utilizado neste trabalho. A unidade padrão utilizada no sistema é contagens do encoder;

- Grupo 3: indica a posição instantânea de cada um dos encoders instalados em cada um dos eixos;
- Grupo 4: indica se a malha de controle está aberta ou fechada. Além disso, ele mostra o status dos motores e o limite do tempo de espera pela resposta do servo, que podem estar em “OK” se estiver tudo certo ou “Exceeded” se o sistema falhou em estabilizar-se ou algum problema ocorreu na implementação;
- Grupo 5: mostra o esforço de controle em volts. É a tensão entregue aos atuadores de forma a executar a trajetória que o controlador define. Existe uma saturação por software que limita essa tensão em $\pm 10V$ para proteção;
- Grupo 6: mostra a velocidade do encoder 1, que corresponde à velocidade do rotor interno do giroscópio.

Além dessas informações, que são automaticamente atualizadas quando há alguma movimentação na planta, existem 2 botões, no canto inferior direito da tela. O primeiro se chama “Axis 2 V-Brake”, que pode estar definido como “Off” ou “On” e serve para ativar ou desativar o freio virtual no eixo 2 do giroscópio (não há freio mecânico neste eixo). O segundo botão, chamado “Abort Control” serve para abortar precocemente o controlador e trajetória que estejam sendo executados.

O menu do programa possui ainda 6 opções, que serão detalhadas a seguir.

FILE

A aba *File* possui 4 opções e será utilizada basicamente para iniciar o programa e fechá-lo. As opções são as seguintes:

- *load settings*: opção que é utilizada para carregar as configurações gerais dos parâmetros já utilizados em algum trabalho na bancada;
- *save settings*: salva os parâmetros atuais (controladores, aquisição de dados, trajetórias) em uma nova configuração;
- *about*: indica a versão do programa;
- *exit*: fecha o programa.

Deve-se ressaltar que, durante este trabalho, a primeira ação ao se iniciar o programa sempre foi carregar os parâmetros padrão, encontrados no arquivo “default.cfg”. Quaisquer tentativas de não carregá-lo resultou em falhas de execução do controlador. É recomendado que se carregue este arquivo, e caso seja necessário, que se salve novas configurações depois de tê-lo feito.

SETUP

A opção de *Setup* possui 4 opções, que permitem ao usuário interagir e criar algoritmos de controle para a bancada e determinar grandezas usadas no sistema.

- *Control algorithm*: essa opção abre uma nova janela para criar, carregar, editar e implementar algoritmos de controle. Além disso, é nessa nova janela que se define o período de amostragem do sistema. Os algoritmos são implementados usando uma linguagem de programação referenciada “C-like”, ou seja, semelhante à linguagem C. O código fica organizado em 3 partes, a definição dos sockets de memória onde as variáveis serão guardadas, seguido da inicialização das variáveis, e finalizado com um loop que atualiza a saída de controle com as variáveis utilizadas. Por último, é possível parar a ação de controle nessa janela, além da janela principal, como já mencionado;
- *Setup Sensor Calibration*: utilizado para calibrar os sensores antes da execução do programa;
- *User units*: definição das unidades a serem utilizadas no experimento (por exemplo, contagens do encoder ou ângulo de rotação para definir distância angular percorrida pelo giroscópio);
- *Communications*: define como se dá a comunicação do barramento entre o computador e o DSP.

COMMAND

A aba *command* é utilizada para definir e executar comandos de trajetória no giroscópio. Suas opções são:

- *Trajectory 1* e *Trajectory 2*: utilizados para definir até duas trajetórias a serem seguidas pelo controlador, ou seja, define o sinal de entrada do sistema. Como o giroscópio possui mais de um eixo que pode ser atuado, essas duas trajetórias podem ser definidas de forma independente. Ao clicar nessa opção, uma nova janela é aberta, indicando os diversos tipos de entradas que podem ser aplicadas (impulso, degrau, rampa, parábola, cúbica, senóide, varredura de senóide de frequência variável ou uma definida pelo usuário). No botão *setup* desta nova janela é possível configurar os detalhes da entrada. Por exemplo, para a entrada degrau, as opções de configuração são a amplitude do degrau, o tempo de atuação deste degrau e o número de repetições.
- *Disturbance*: permite a seleção de uma perturbação na saída do sistema além da possibilidade de programação de fricção viscosa.

- *Execute*: utilizado para aplicar a entrada no sistema controlado. Uma nova janela é aberta, e nela há a possibilidade de aplicar apenas uma das trajetórias, as duas ao mesmo tempo, ou uma seguida da outra com um atraso. Neste ponto, espera-se que um controlador já esteja carregado no DSP da bancada.
- *Initialize rotor speed*: para que o efeito giroscópico aconteça, é necessário que o rotor central do giroscópio esteja ligado. Esta opção permite que o rotor seja ligado em uma velocidade angular específica em rotações por minuto (RPM).

DATA

A aba *data* permite a manipulação dos dados coletados com o controlador implementado. Suas opções são:

- *Setup Data Aquisition*: esta opção abre uma janela que permite selecionar quais dados se deseja coletar do equipamento. É possível obter dados de quaisquer um dos encoders de 1 a 4, dos esforços de controle 1 e 2 e das trajetórias 1 e 2.
- *Upload data*: utilizado para carregar os últimos dados coletados com experimentos na bancada para visualização gráfica. Só é necessário utilizar essa opção se o programa tiver sido fechado desde o experimento.
- *Export Raw Data*: Utilizado para exportar os dados coletados com o experimento em formato .txt.

PLOTTING

A aba plotting permite que o usuário produza gráficos referentes aos experimentos feitos na bancada. Apesar de não ser uma ferramenta muito poderosa no que se refere à edição, é extremamente útil para gerar os gráficos dos controladores testados de forma rápida permitindo ajustes e testes durante a execução. As opções disponíveis nesta aba são:

- *Setup plot*: esta opção abre uma janela em que é possível selecionar quais dados serão inseridos no gráfico. É possível adicionar 4 dados de uma vez, 2 associados ao eixo y à esquerda e dois associados ao eixo y à direita. As opções de parâmetros a serem inseridos são: posição, velocidade e aceleração dos encoders de 1 a 4, os esforços de controle 1 e 2 e os sinais de referência 1 e 2. No caso do uso de entrada de varredura senoidal com frequência variável, ainda é possível determinar o eixo vertical para resposta em decibéis e o eixo horizontal como logarítmico, para que se obtenha a resposta em frequência do experimento realizado;

- *Plot data*: esta opção gera o gráfico contendo os parâmetros selecionados na opção *Setup plot*. As coordenadas horizontais e verticais já são dimensionadas de forma a acomodar os dados selecionados com o melhor *zoom*;
- *Axis scaling*: opção para caso se deseje redimensionar os valores máximos do gráfico;
- *Print plot*: imprime o último gráfico gerado pelo programa;
- *Load plot data*: carrega um gráfico previamente salvo no formato “.plt”. Este tipo de extensão não é compatível com outros softwares além do *Executive Program*, portanto, caso se deseje abrir os dados de gráficos com outro programa, deve-se utilizar o comando *Export raw data*, na aba *Data*;
- *Save plot data*: salva o gráfico atual, para que possa ser aberto depois sem a necessidade de executar o experimento novamente;
- *Realtime plot*: abre a janela de gráficos e mostra os parâmetros selecionados enquanto o experimento é executado;
- *Close window*: fecha a janela de gráfico atual aberta.

UTILITY

Esta aba possui opções gerais de personalização da bancada. As opções apresentadas são:

- *Configure auxiliary DACs*: permite ao usuário utilizar as saídas analógicas da unidade de controle do giroscópio para inspecionar os parâmetros analisados com um equipamento externo ao sistema, como por exemplo um osciloscópio. Os parâmetros para análise são os valores lidos nos encoders de 1 a 4, esforços de controle 1 e 2 e sinais de referência 1 e 2. O sinal emitido pela saída analógica varia de 10 V a -10 V , que representa em contagens (do encoder) os valores de 32767 a -32768 , o que torna necessário definir um fator de escala para que o sinal lido esteja de acordo com a realidade. Assim, caso se queira ler um sinal de referência de 2000 contagens, o fator de escala deve ser $2000/32767 = 0.061$.
- *Jog position*: esta opção não é utilizada no modelo 750.
- *Zero position*: redefine a posição atual como a posição zero. Desta forma, todas as informações de posição lidas nos encoders são redefinidas para zero.
- *Reset controller*: reseta o controlador atual. A malha do controle é fechada com todos os ganhos de realimentação em zero. Para voltar a utilizar o controlador, um algoritmo de controle deve ser carregado na opção *control algorithm* da aba *setup*.
- *Rephase motor*: esta opção não é utilizada no modelo 750.

- *Download controller personality file*: opção utilizada somente para o caso em que o controlador apresente uma falha irrecuperável. É possível baixar um arquivo “.pmc”, para tentar recuperar esta falha.

8.2. EXEMPLO DE EXECUÇÃO

De modo geral, pode-se definir uma sequência para realização dos experimentos na bancada. Primeiro inicialize *Executive Program* no computador em que está ligada a unidade de controle da bancada. A tela inicial pode ser visualizada na Figura 26.

Em seguida carregue o arquivo “default.cfg” através de *File* → *load settings*. Caso esse arquivo não seja carregado não há garantia de que o controlador implementado na bancada funcione de modo apropriado e que as leituras dos encoders sejam feitas de forma correta. Após isto, deve-se escrever o algoritmo de controle. Para tanto, seleciona-se *Setup* → *control algorithm*, que abre a tela mostrada na Figura 27:

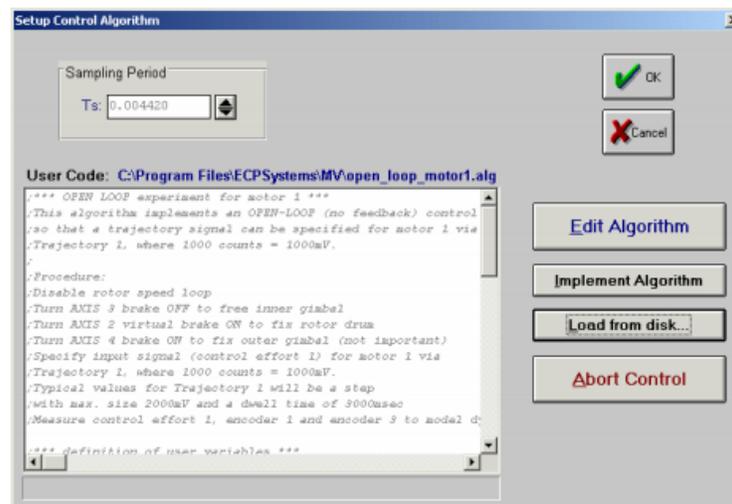


Figura 27 – Janela de edição de algoritmos de controle.

Nesta janela é possível carregar um algoritmo já implementado pela opção *Load from disk...* e editá-lo na opção *Edit algorithm*, ou pode-se ir já para a segunda opção e escrever um novo algoritmo. Aqui também se seleciona o tempo de amostragem do controlador, que é geralmente definido como $T_s = 0.00884s$.

Quando o algoritmo estiver pronto, deve-se definir as condições de teste do controlador. Inicialmente, na opção *Command* → *Trajectory*, o sinal de referência para o sistema pode ser selecionado de uma lista ou pode ser definido pelo usuário, como visto na Figura 28.

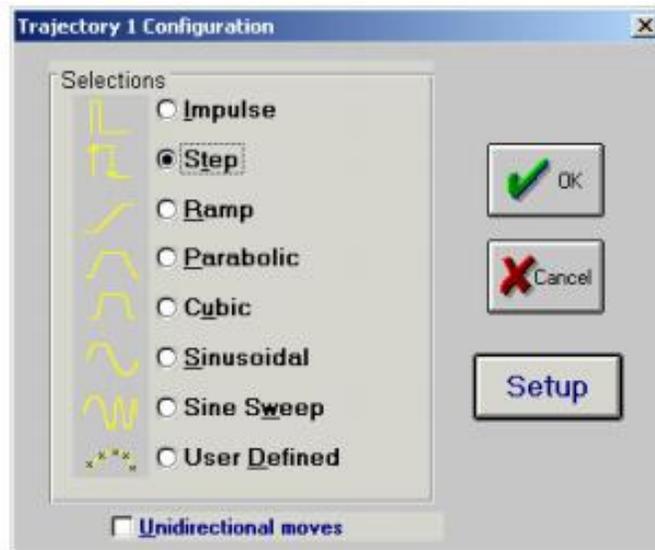


Figura 28 – Seleção do sinal de referência.

Neste projeto foi sempre utilizado o degrau como sinal de referência. Clicando no botão *setup*, é possível caracterizar a duração e amplitude do sinal, conforme mostrado na Figura 29

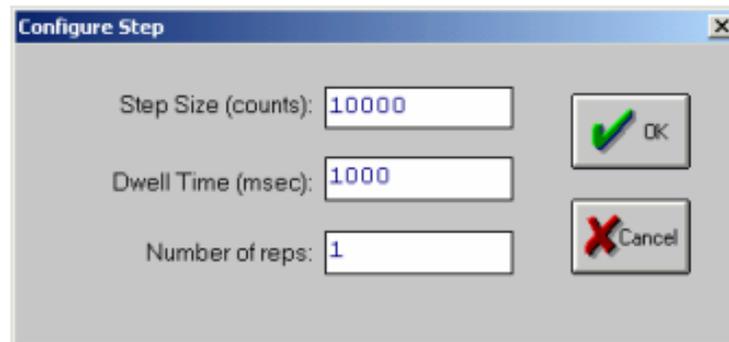


Figura 29 – Configurações do sinal de referência.

A primeira opção indica a amplitude do sinal em contagens do encoder, a segunda opção indica a quantidade de tempo que o sinal será mantido na posição definida, e a terceira opção a quantidade de vezes que o ciclo será repetido. Neste projeto se utilizou 500 contagens de encoder de amplitude e um tempo ativação do sinal de 4000 ms.

Em seguida são selecionadas as características do gráfico gerado após o experimento. Na aba *Data* → *Setup data acquisition* as variáveis de interesse que serão mostrada no gráfico podem ser estabelecidas. A Figura 30 representa a janela em que essa seleção pode ser feita.

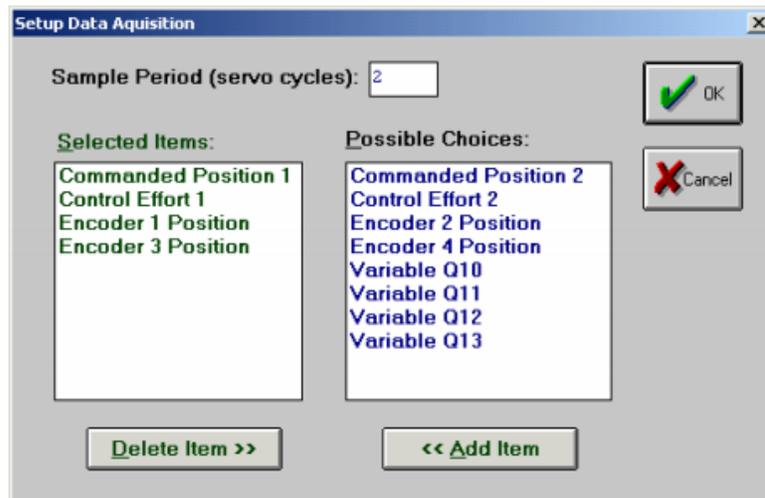


Figura 30 – Dados de aquisição.

Por fim o motor 1, que atua no rotor do giroscópio, pode ser inicializado. A velocidade de rotação em RPM pode ser selecionada na aba *Command* → *Initialize rotor speed*, que deve ser a mesma utilizada na modelagem do sistema. A Figura 31 mostra a janela utilizada para essa definição.

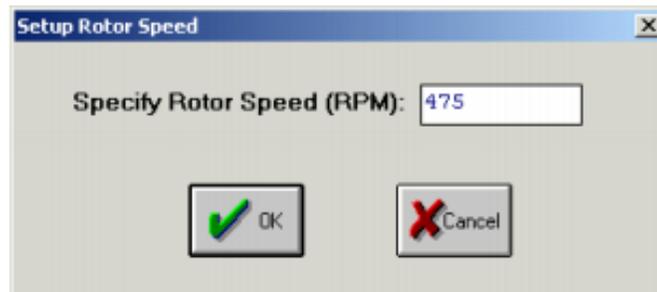


Figura 31 – Definição da velocidade do rotor.

Deve-se primeiro esperar o motor atingir a velocidade definida. Em seguida, na opção *Setup* → *control algorithm*, carregar o algoritmo que se deseja implementar através da opção *implement algorithm*. Com o algoritmo implementado, a execução da trajetória definida previamente na opção pode ser ativada em *Command* → *Execute*, como mostra a Figura 32.

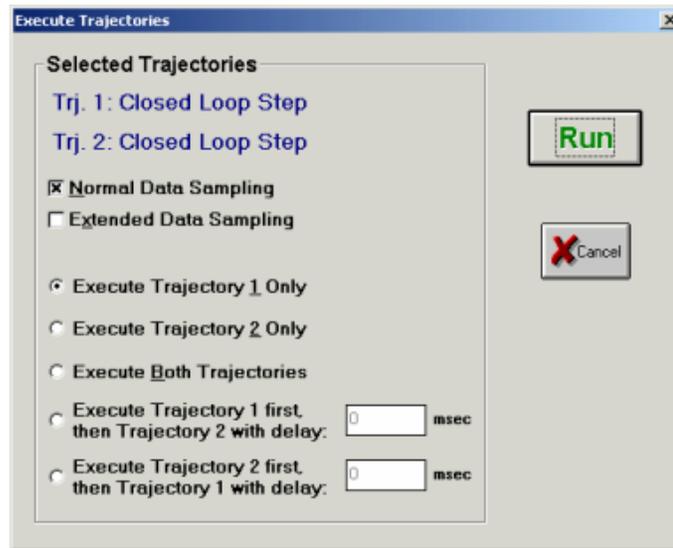


Figura 32 – Execução de trajetória.

Quando se clicar no botão *run*, a trajetória será executada e será possível visualizar o efeito do controlador implementado. Caso não existam erros de execução, o programa informará que as amostras foram carregadas com sucesso. Essas são as amostras utilizadas para gerar os gráficos referentes ao experimento. Depois da execução, é possível abortar o controlador, tanto na janela inicial do programa quanto na tela de edição dos algoritmos de controle.

Para gerar os gráficos, deve-se primeiro abrir a janela *Plotting* → *setup plot*, mostrada na Figura 33 para definir quais informações serão inseridas no gráfico, até um limite de 4:

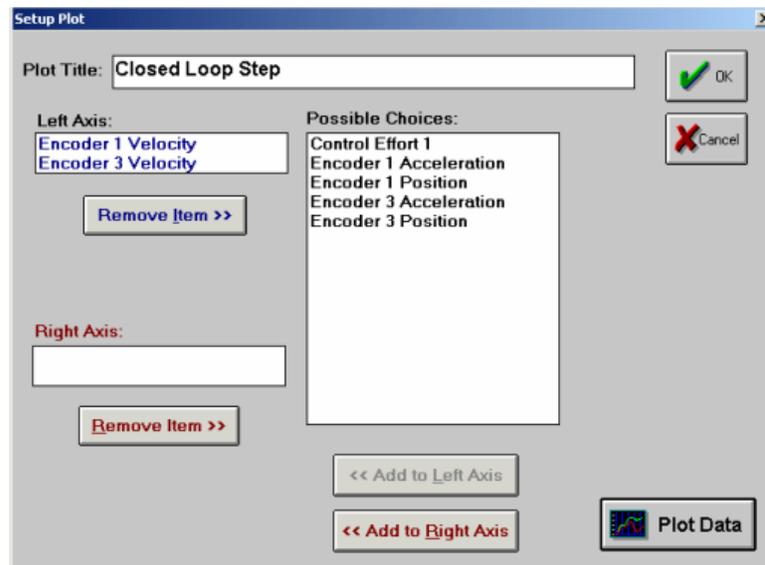


Figura 33 – Definição das variáveis dos gráficos.

Finalmente, a opção *Plotting* → *plot data* gera os gráficos das variáveis selecionadas. Como o exemplo mostrado na Figura 34.

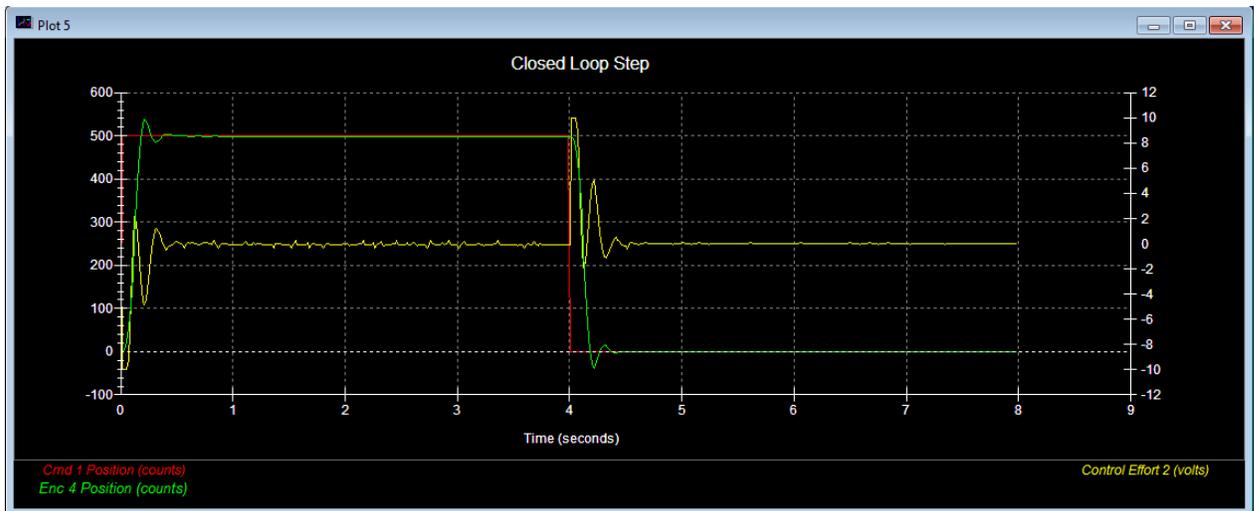


Figura 34 – Gráfico gerado pelo *Executive Program*.

Por fim, se utiliza a ferramenta de exportar os dados em formato “.txt”, no atalho *Data* → *Export Raw data*, caso se queira utilizá-los em um outro programa.

Anexo F

8.3. KIT MECATRÔNICO

O Kit mecatrônico da Quanser é uma plataforma que permite a execução de diversos projetos relacionados com o controle de pêndulos. O kit é composto por um DSP da Texas Instruments modelo DSK 6713, responsável pelo processamento dos sinais referentes aos encoders e ao motor e pela comunicação entre o kit e o computador; uma placa de modulação por largura de pulso (PWM, do inglês *pulse-width modulation*), utilizada para o acionamento do motor e controle de sua velocidade angular; um motor elétrico, responsável por fornecer o torque necessário para a movimentação e controle de posição do pêndulo; dois encoders ópticos de posição relativos, a serem montados na haste do pêndulo e no motor, responsável por fornecer os valores de posição do pêndulo e do rotor do motor; e diversas estruturas utilizadas para montagens de pêndulos de furuta, pêndulos duplos, pêndulo com roda de reação e rodas de reação simples para controle de posição e velocidade (Quanser Inc., 2006).

8.3.1. REQUISITOS

O programa básico de interface com o DSP, *Code Composer Studio* (CCS) versão 3.1, o driver correspondente e o plugin FlashBurn 2.80, requisitos para o funcionamento e operação da bancada, são descritos a seguir:

- *Code Composer Studio* 3.1 (CCS): Ambiente de Desenvolvimento Integrado da *Texas Instruments*, utilizado para fazer a comunicação entre o computador e o kit mecatrônico, além de proporcionar um ambiente para a programação e *debug* de códigos novos a serem implementados. Ele permite que os programas possam ser testados na placa enquanto houver a comunicação entre o computador e o DSP.
- FlashBurn 2.80: plugin para o CCS que permite ao usuário gravar um programa diretamente no DSP para que ele possa ser executado desconectado de um computador.
- Driver do DSK6713: necessário para que os dados de comunicação entre o computador e o DSP possam ser corretamente interpretados.

Por último, é necessário que o sistema operacional utilizado no computador seja Windows XP ou Windows 2000. Além disso, é recomendado a seguinte sequência de instalação: CCS, FlashBurn e Driver.

8.3.2. MONTAGEM E TESTES INICIAIS

O experimento a ser realizado com o kit é um controle de posição angular do pêndulo invertido com roda de reação. Dessa forma, é necessário montar o pêndulo, que consiste em uma haste metálica acoplada a um rotor. Na ponta do pêndulo se encaixam o motor e a roda de reação, como pode ser visto na Figura 35 (detalhes da montagem em (Quanser Inc., 2006)).

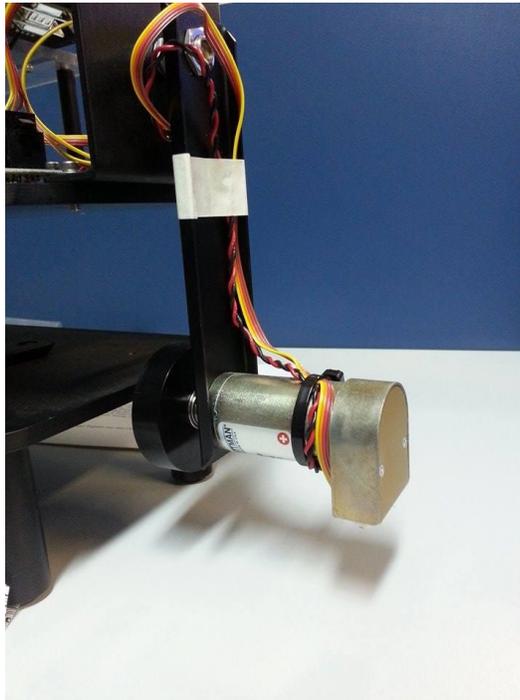


Figura 35 – Montagem do pêndulo.

Em seguida, deve-se executar a seguinte seqüência de ações para ativar o programa salvo na bancada.

- Ligar as duas fontes na tomada;
- Ligar os conectores das fontes nas respectivas placas: a fonte de 5V deve ser ligada na placa (C6713DSK) e a de 24V deve ser ligada na interface PWM AMP da Quanser;
- Nessa etapa, os 3 LEDs ao lado das chaves SW1 devem estar piscando e o visor digital deve indicar que o experimento pode ser iniciado;
- Apertar o botão número 3 (gravado na PCB) para indicar que o programa deve ser executado e acione a chave do PWM para a posição ON. Estas etapas podem ser feitas em qualquer ordem. Ao acionar o botão, o visor digital mostrará as informações de ângulo lidas pelo encoder.

Para verificar o funcionamento correto da bancada pode-se executar um dos programas demonstrativos carregados de fábrica na memória do kit.

Depois de instalados os softwares, pode ser feita a conexão do cabo USB da placa no computador. Ao fazê-lo, o assistente de instalação do Windows será acionado para fazer o reconhecimento da placa. Este é feito de forma automática pelo sistema operacional, mas caso isso não ocorra, pode-se indicar o diretório onde o driver da placa foi instalado.

Depois da conclusão dessa instalação, é necessário executar a ferramenta de diagnóstico para checar a comunicação da placa, que pode ser acionada pelo atalho “6713 DSK Diagnostics Utility”. Ela executa diversas checagens para garantir que a placa foi reconhecida pelo driver instalado. A Figura 36 mostra a janela de diagnóstico.

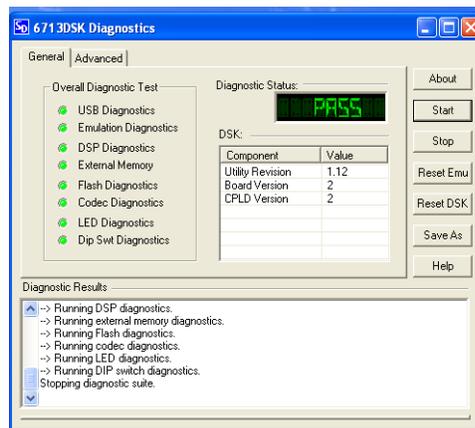


Figura 36 – Diagnóstico de conexão.

Por fim, deve-se testar a conexão com o Code Composer Studio através do atalho “6713 DSK CCStudio v3.1”. Isto é mencionado pois dois atalhos do Code Composer Studio estarão disponíveis depois da instalação. Não foi detectada qualquer diferença de uso entre quaisquer um dos dois. Dessa forma, o atalho normalmente usado foi o citado anteriormente. Já na interface do Code Composer Studio, clique na aba *Debug* → *connect*. A Figura 37 mostra como deve estar a configuração do programa caso a comunicação se dê de forma correta.

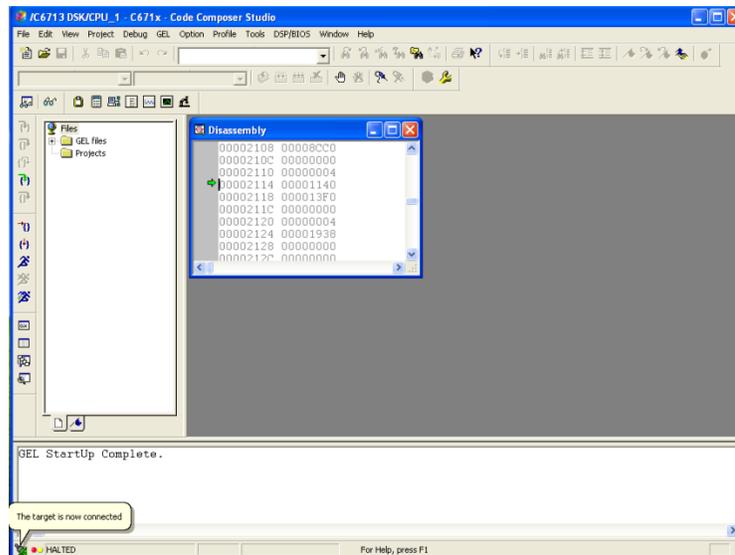


Figura 37 – Conexão entre o kit mecatrônico e o CCS.

8.3.3. UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE

O CCS permite que novos projetos sejam criados para gerar novos controladores para o pêndulo invertido. Ele utiliza uma plataforma com compilador de linguagens C/C++ e um editor de texto. Os projetos no formato do CCS contêm todos os arquivos necessários para implementar as funções específicas que interagem com as variáveis da planta montada, além dos códigos fonte utilizados para o controle do pêndulo. Sua estrutura básica pode ser visualizada na Figura 38.

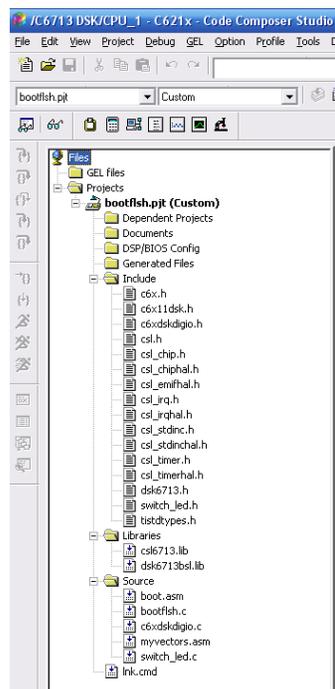


Figura 38 – Janela de navegação dos arquivos do projeto.

Para abrir um projeto, clica-se na aba Project → Open e utilizar o browser para encontrar o projeto preterido. Neste caso, utilizou-se o projeto fornecido pelo fabricante, pois ele já tem toda a estrutura de bibliotecas organizada. Os tipos de arquivos mais importantes encontrados em um projeto são:

- Include: inclui todos os headers do projeto. São utilizados para fazer a ligação entre os diversos source codes e para implementar algumas funções específicas;
- Libraries: inclui as bibliotecas de funções que podem ser usadas no programa. Essas não são funções em C/C++ convencional, e sim aquelas usadas pra fazer a interface entre os códigos fonte utilizados e o DSP;
- Source: inclui todos os códigos fontes utilizados no projeto. Desses, o principal alvo de estudo será o bootflsh.c, que contém as informações referentes aos controladores.

Ao abrir o projeto pela primeira vez, é possível que uma janela indique a falta alguns arquivos associados ao projeto. Caso o programa acuse a falta de algum dos headers C6x11dsk.h, c6xdskdigio.h ou swtich_led.h, deve-se copiá-los manualmente do CD do kit mecatrônico para a pasta *include* localizada no diretório em que o CCS foi instalado. Tipicamente estes arquivos estão localizados em *Mechatronics kit CD USB v1.13\include* e devem ser copiados para *C:\CCStudio_v3.1\C6000\cgtools\include* caso a instalação tenha sido feita no diretório padrão.

Caso seja acusada a falta da biblioteca rts6701.lib, deve-se renomear o arquivo rts6700.lib, utilizado na pasta do CD do kit mecatrônico já mencionada, e copiá-lo para o diretório *lib* da pasta em que o CCS foi instalado. O caminho padrão é *C:\CCStudio_v3.1\C6000\cgtools\lib*. Não foram constatados problemas de execução ao se fazer estas operações.

Para alterar o programa na placa usando o projeto “bootflsh.pjt”, fornecido pelo fabricante, pode-se abrir o código fonte bootflsh.c na aba source e alterá-lo da forma apropriada. O projeto em questão implementa a comunicação, as leituras das variáveis de interesse (como encoders e motor), os resultados mostrados no display e diversos tipos de controladores para os diversos setups de pêndulos (roda de reação, pendubot e furuta), sendo assim uma forma mais rápida de operacionalizar o uso do kit.

Para montar o projeto, deve-se clicar na aba project → Build. É interessante entrar na mesma aba na opção Build Options e entrar na categoria Basic para conferir se a placa confere com a Target Version. O default é C671x, que é a placa utilizada.

Há duas maneiras de carregar o programa no DSK6713, através do CCS ou do plugin FlashBurn. Da primeira maneira, o arquivo é carregado apenas enquanto houver a

comunicação ativa da placa com o computador. Da segunda forma, é possível gravar o programa de modo a executá-lo mesmo quando o cabo USB estiver desconectado.

Para carregar o programa somente enquanto houver comunicação com o computador, pode-se seguir as seguinte sequência de ações.

- Depois de montar o projeto, clique na aba File→Load Program;
- Clique em Debug→Run;
- Quando terminar de usar, clique em Debug→Halt.

Para carregar o programa e salvá-lo na memória da placa, deve-se seguir este outro roteiro.

- Abra o CCS, conecte o MechKit e vá em TOOLS/Flashburn;
- Com a tela do Flashburn ativa, vá em “abrir arquivos” e execute o flashconf.ccd, localizado no DVD da Quanser onde estão salvos os manuais do MechKit. A pasta onde ele se encontra se chama CD_Mechkit_Atualizado, na pasta flash_funcional;
- Com a tela para gravar arquivos no MechKit aberta, clique no botão “ERASE ENTIRE FLASH” e espere o processo terminar;
- Na opção FBTC Program File clique em “Browse” e procure o arquivo bootflash.out, que contém os Demos. Esse arquivo está na pasta flash_funcional. clique no botão “START PROGRAMMING” ao lado de “ERASE ENTIRE FLASH” e espere o processo terminar;
- Feche o programa e salve;
- Desconecte o MechKit do CCS usando ALT+C ou clicando em “DEBUG/DISCONNECT”;
- Desligue e ligue o MechKit.

Anexo G

