

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DE ANTENAS EM CAMPO PRÓXIMO POR  
VARREDURA UTILIZANDO A GEOMETRIA PLANAR

DANIEL BÓSIO

ORIENTADOR: PROF. FRANKLIN DA COSTA SILVA

PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO

BRASÍLIA-DF  
SETEMBRO DE 2010

## RESUMO

Nas técnicas de varredura, o campo eletromagnético produzido por uma antena é amostrado por uma ponta de prova posicionada em diversos pontos sobre uma superfície na região de campo próximo da antena. Apesar de suas complexidades e altos custos, estas técnicas permitem uma caracterização bastante detalhada dos diagramas de radiação. Este trabalho apresenta as técnicas de varredura enfatizando a caracterização da geometria plana, a correção de ponta de prova e seus aspectos práticos.

## ABSTRACT

In scanning techniques, the electromagnetic field produced by an antenna is sampled by a probe positioned at various points on a surface in the antenna's near-field region. Despite its complexities and high costs, these techniques allow a very detailed characterization of the radiation patterns. This paper presents the scanning techniques emphasizing the characterization of plane geometry, the probe correction and its practical aspects.

# SUMÁRIO

Resumo .....	ii
Abstract .....	iii
Sumário .....	iv
Lista de Figuras .....	vi
1 Introdução .....	1
2 Conceitos Gerais .....	3
2.1 Propagação de Ondas Eletromagnéticas .....	3
2.1.1 Propagação de Ondas Planas em Meios Sem Perdas .....	3
2.1.2 Vetor de Poynting .....	4
2.1.3 Equação Vetorial de Onda em Coordenadas Retangulares .....	5
2.1.4 Parâmetros-S .....	9
2.2 Parâmetros de Desempenho de Antenas .....	10
2.2.1 Diagrama de Radiação .....	10
2.2.2 Diagrama de Potência .....	10
2.2.3 Intensidade de Radiação .....	10
2.2.4 Diretividade .....	11
2.2.5 Ganho .....	11
2.2.6 Polarização .....	11
2.3 Funções e Sistemas em Duas Dimensões .....	12
2.3.1 Transformada de Fourier .....	12
2.3.2 Convolução .....	13
2.4 Amostragem em Duas Dimensões .....	14
3 Conceito Básico de Técnicas de Varredura em Campo Próximo .....	16
3.1 Fundamentação Teórica .....	17
3.2 Distância como Critério .....	17
3.3 Teoria de Huygens-Fresnel .....	20
3.4 Abordagem Geral da Técnica Planar .....	21

3.5	Correção de Ponta de Prova.....	25
4	Descrição da Técnica Planar Utilizando a Matriz Espalhamento .....	28
4.1	Correção de Ponta de Prova para Campos Escalares.....	29
4.2	Correção de Ponta de Prova para Campos Vetoriais .....	33
4.3	Transformação de Campo Próximo para Campo Distante .....	35
4.4	Amostragem.....	37
4.5	Processo de Medição .....	38
5	Aspectos Práticos das Técnicas de Varredura em Campo Próximo.....	40
5.1	Sistema de Posicionamento .....	40
5.2	Ponta de Prova .....	41
5.3	Absorvedores .....	42
5.4	Subsistema RF .....	42
5.5	Controle e Processamento.....	43
6	Conclusão.....	44
	Referências Bibliográficas.....	46

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 — Modelo da propagação de campos eletromagnéticos. ....	4
Figura 2.2 — Representação de um sistema de bases ortogonais para polarização em relação ao plano $z_0$ . ....	6
Figura 2.3 — Propagação em modo TE (à esquerda) e em modo TM (à direita) [3]. ....	7
Figura 2.4 — Esquema de rede de duas portas [3]. ....	9
Figura 2.5 — Representação das definições de Ludwig para polarização [5]. ....	12
Figura 2.6 — Em (a) é representado o espectro da função $g(x, y)$ enquanto em (b) é representado o ..... 15	15
Figura 3.1 — Representações em campo próximo e em campo distante ..... 18	18
Figura 3.2 — Convenções utilizadas para as representações vetoriais das posições. .... 18	18
Figura 3.3 — Onda plana incidindo sobre a abertura de comprimento $a$ . O campo é ..... 21	21
Figura 3.4 — Campo eletromagnético para diferentes distâncias do eixo $y$ [11]. .... 21	21
Figura 3.5 — O efeito do campo produzido pela antena descrito pela Teoria de Huygens-Fresnel. .... 23	23
Figura 3.6 — Efeito da reciprocidade ..... 26	26
Figura 3.7 — Efeito da correção de ponta de prova ..... 26	26
Figura 3.8 — Efeito da correção de ponta de prova alterando-se a posição da ponta de prova. .... 27	27
Figura 4.1 — Esquema de medição por varredura na geometria planar [2]. .... 29	29
Figura 4.2 — Relação entre duas referências ..... 30	30
Figura 4.3 — Processo para a determinação das características em campo distante. .... 39	39
Figura 5.1 — Subsistema RF para medições em campo próximo [17]. .... 43	43

# 1 INTRODUÇÃO

As técnicas de medição de antenas por varredura consistem na obtenção das características de radiação de uma antena a partir de amostras obtidas em campo próximo, sobre uma superfície. O tipo de superfície sobre a qual estão distribuídos os pontos de amostragem determina a geometria e, conseqüentemente, a formulação do problema que pode ser feita na geometria planar, cilíndrica ou esférica.

Na geometria planar, a amostragem ocorre em um plano posicionado à frente da antena, sendo indicado para antenas de alto ganho. Na geometria cilíndrica amostra-se sobre pontos posicionados em uma superfície cilíndrica envolvendo a antena. Sua aplicação mais usual é para medir antenas omnidirecionais. Já na geometria esférica, a amostragem ocorre sobre pontos posicionados em uma superfície esférica, o que possibilita a medição em todas as direções.

Em todas as geometrias é usual que a antena sendo medida opere como transmissora. Uma ponta de prova é posicionada em diversos pontos sobre a superfície para obter uma descrição do comportamento dos campos elétrico e magnético, nestes pontos, em relação ao sinal transmitido.

As técnicas de varredura vêm sendo desenvolvidas desde a década de 50, apresentando consideráveis avanços desde então. Inicialmente assumia-se que o valor medido pela ponta de prova representava a intensidade do campo elétrico ou magnético no ponto de amostragem. Embora em alguns casos isto possa ser assumido, sempre representa uma perda de precisão da medida. A partir da década de 60 os efeitos da ponta de prova sobre a medição foram sendo caracterizados nas diversas geometrias, introduzindo a correção de ponta de prova às técnicas de medição. A disponibilidade de teorias com correção de prova permitiu resultados mais precisos, contribuindo para a difusão dos métodos de varredura observada a partir dos anos 70.

Nos últimos quarenta anos as técnicas de varredura apresentaram significativas melhorias incrementais proporcionadas pelo desenvolvimento tecnológico nas diversas áreas que compõem um sistema de medidas por varredura. Melhoria dos dispositivos para medição de fase, fabricação de sistemas de posicionamento de pontas de prova, utilização de sistemas ópticos para medição de posicionamento, produção acessórios próprios para as necessidades de sistemas de medidas por varredura, aumento colossal no desempenho dos computadores,

todos estes fatores contribuíram para que as técnicas de medidas por varredura apresentem resultados cada vez mais rápidos e mais precisos.

Apesar de todas as perspectivas proporcionadas por esta área, nenhum trabalho abordando o assunto de medidas em campo próximo foi desenvolvido no Departamento de Engenharia Elétrica. Também quase não há bibliografia nacional, ou mesmo em Língua Portuguesa sobre o assunto. Este trabalho tem por objetivo introduzir alguns dos conceitos básicos, dando ênfase à varredura em um plano.

O Capítulo 2 trata de alguns conceitos necessários à compreensão das técnicas de varredura na geometria plana, tais como características de propagação, parâmetros de desempenho da antena, funções e sistemas em duas dimensões e amostragem em duas dimensões.

No Capítulo 3 são apresentados alguns dos fundamentos teóricos das técnicas de varredura e, a partir de um deles, a Teoria de Huygens-Fresnel, é desenvolvida uma abordagem intuitiva das técnicas de varredura em campo próximo utilizando a geometria planar. Uma abordagem mais rigorosa é apresentada no Capítulo 4. Primeiramente é utilizada uma representação escalar e, em seguida, é obtida a representação vetorial. Então é discutida a transformação de campo próximo para campo distante e a amostragem.

Os aspectos práticos dos sistemas de medidas em campo próximo, tais como a escolha das pontas de prova, o sistema RF utilizado na medição e os sistemas de posicionamento são discutidos no Capítulo 5.

## 2 CONCEITOS GERAIS

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos necessários à compreensão das técnicas de varredura em campo próximo, tais como algumas noções de propagação de ondas eletromagnéticas, de parâmetros de desempenho de antenas, de funções e sistemas lineares em duas dimensões e, finalmente, será discutida a amostragem em duas dimensões.

### 2.1 Propagação de Ondas Eletromagnéticas

O entendimento do fenômeno de propagação de ondas eletromagnéticas é fundamental para a compreensão das técnicas de varredura em campo próximo. Nas seções subseqüentes este fenômeno será discutido, sendo dada ênfase à descrição da propagação oblíqua aos eixos coordenados.

#### 2.1.1 Propagação de Ondas Planas em Meios Sem Perdas

As equações de Maxwell para campos variando harmonicamente em meio sem perdas ( $\sigma = 0$ ) são [1]:

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} \quad (2-1)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} \quad (2-2)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad (2-3)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (2-4)$$

Uma onda eletromagnética se propagando na direção  $\bar{k}$  pode ser expressa por seu campo elétrico e magnético, como expresso na equação (2-5). A figura 2.1 ilustra a situação:

$$\begin{cases} \bar{E} = \bar{E}_0 e^{j\omega t} e^{-j\bar{k} \cdot \bar{r}} \\ \bar{H} = \bar{H}_0 e^{j\omega t} e^{-j\bar{k} \cdot \bar{r}} \end{cases} \quad (2-5)$$

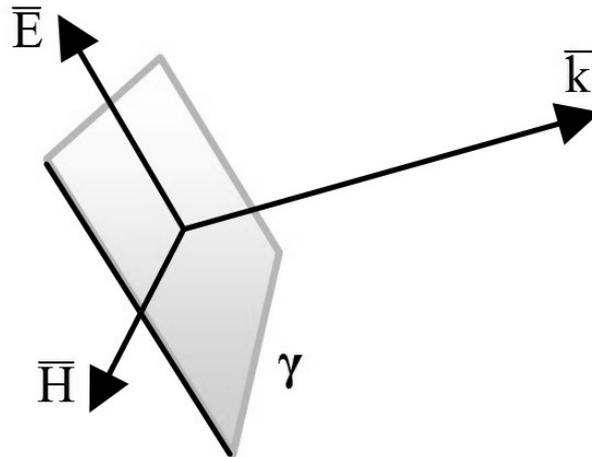


Figura 2.1 — Modelo da propagação de campos eletromagnéticos.

Sabemos então que  $\vec{E}_0$  e  $\vec{H}_0$  são vetores ortogonais entre si e à propagação. Estão relacionados pela seguinte equação:

$$\vec{H}_0 = \frac{1}{\omega\mu} \hat{k} \times \vec{E}_0 = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times \vec{E}_0 \quad (2-6)$$

Onde  $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ , é a impedância do meio, grandeza que relaciona os valores escalares de  $\vec{E}_0$  e  $\vec{H}_0$ .

O termo  $e^{j\omega t}$  representa a variação harmônica dos campos no tempo e o termo  $e^{-j\vec{r}\cdot\vec{k}}$  representa a variação no espaço. O vetor  $\vec{k}$  pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\vec{k} = k_x \hat{a}_x + k_y \hat{a}_y + k_z \hat{a}_z = k \hat{a}_k \quad (2-7)$$

Onde os vetores  $\hat{a}_n$ , com  $n = x, y, z, k$  representam vetores unitários. Assim:

$$k = \omega \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2-8)$$

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (2-9)$$

No espaço livre a equação (2-4) fica:

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2-10)$$

### 2.1.2 Vetor de Poynting

O vetor de Poynting é definido como [1]:

$$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H} \quad (2-11)$$

Ele representa vetorialmente a densidade de potência instantânea, sendo medido em  $W/m^2$ . Assim, o fluxo de potência total através de uma superfície é obtido pela equação:

$$P = \oint_S \bar{S} \cdot d\bar{s} \quad (2-12)$$

Para a obtenção da densidade de potência média, utiliza-se a definição do vetor de Poynting complexo:

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \bar{E} \times \bar{H}^* \quad (2-13)$$

Onde o asterisco representa o conjugado complexo. De (2-13) temos que  $Re(\bar{S})$  representa a densidade potência média ativa. Então, a potência média através de uma superfície é expressa por:

$$P = \oint_S Re(\bar{S}) \cdot d\bar{s} = \frac{1}{2} \oint_S Re(\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\bar{s} \quad (2-14)$$

### 2.1.3 Equação Vetorial de Onda em Coordenadas Retangulares

Para uma determinada direção de propagação  $\bar{k}$ , os vetores  $\bar{E}_0$  e  $\bar{H}_0$ , da equação (2-5), apresentam infinitas soluções que satisfazem (2-6). De fato, como  $\bar{k}$  define um plano — o plano  $\gamma$  da figura 1.1 —, para qualquer  $\bar{E}_0$  pertencente a este plano existe um  $\bar{H}_0$  satisfazendo (2-6).

Para que  $\bar{E}_0$  seja definido em  $\gamma$ , é necessária a definição de bases no plano  $\gamma$ . Vetores pertencentes a planos são expressos em duas bases e  $\bar{E}_0$  será uma combinação linear delas. Bases são importantes, pois definem a polarização de onda e a forma como ela será expressa. A definição de bases é arbitrária, então são escolhidas da forma mais conveniente.

Para medidas em campo próximo, é usual o estudo de ondas com direção transversal a superfícies tais como planos, superfícies cilíndricas e cascas esféricas. As bases serão obtidas para estas situações.

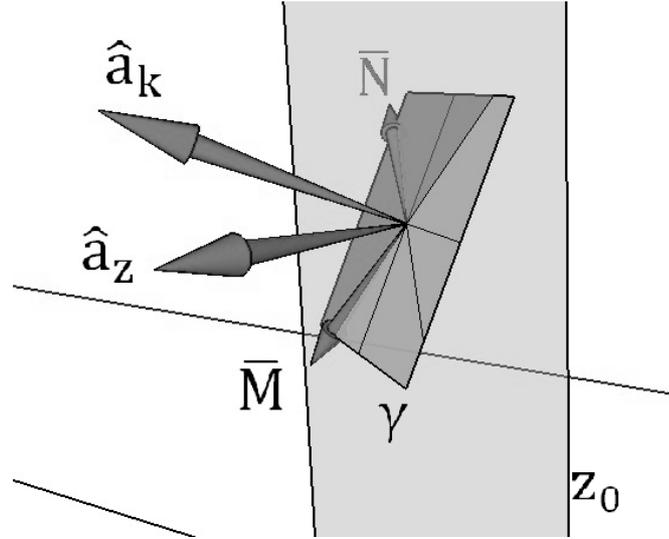


Figura 2.2 — Representação de um sistema de bases ortogonais para polarização em relação ao plano  $z_0$ .

Consideramos, conforme mostrado na figura 2.2, uma onda se propagando ao longo de  $k\hat{a}_k$ , transversalmente ao plano  $z_0$ . O vetor unitário  $\hat{a}_k$  define o plano  $\gamma$ , enquanto o vetor  $\hat{a}_z$  define o plano  $z_0$ . O vetor  $\bar{M}$ , mostrado na figura, tem a mesma direção da reta formada pela intersecção dos planos  $z_0$  e  $\gamma$ . O vetor  $\bar{N}$ , por sua vez, é ortogonal à  $\hat{a}_k$  e à  $\bar{M}$ .

Portanto,  $\bar{M}$  e  $\bar{N}$  são vetores ortogonais entre si, definidos a partir de  $e^{-j\bar{r}\cdot\bar{k}}$  da seguinte maneira [2]:

$$\bar{M}(\bar{r}) = \frac{1}{|\hat{a}_z \times \bar{k}|} \nabla \times \hat{a}_z e^{-j\bar{k}\cdot\bar{r}} \quad (2-15)$$

$$\bar{N}(\bar{r}) = \frac{1}{|\hat{a}_z \times \bar{k}|} \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \hat{a}_z e^{-j\bar{k}\cdot\bar{r}} \quad (2-16)$$

Resolvendo os rotacionais em (2-15) e (2-16):

$$\bar{M}(\bar{r}) = j \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}}{|\hat{a}_z \times \bar{k}|} e^{-j\bar{k}\cdot\bar{r}} \quad (2-17)$$

$$\bar{N}(\bar{r}) = -\frac{1}{k} \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}}{|\hat{a}_z \times \bar{k}|} \times \bar{k} \cdot e^{-j\bar{k}\cdot\bar{r}} \quad (2-18)$$

Temos ainda que  $\bar{M}$  e  $\bar{N}$  são relacionados da seguinte forma:

$$\bar{M} = \frac{1}{k} \nabla \times \bar{N} \quad (2-19)$$

$$\bar{N} = \frac{1}{k} \nabla \times \bar{M} \quad (2-20)$$

Para ilustrar a representação da polarização pelos vetores  $\bar{M}$  e  $\bar{N}$  considere as situações ilustradas pela figura 2.3 [3]. Ambas as situações apresentam a propagação ao longo de  $\hat{a}_k = \hat{a}_{z'}$ , paralela ao plano x-y, logo:

$$\bar{M} = j\hat{a}_{y'} = j\hat{a}_y \quad (2-21)$$

$$\bar{N} = -\hat{a}_{x'} \quad (2-22)$$

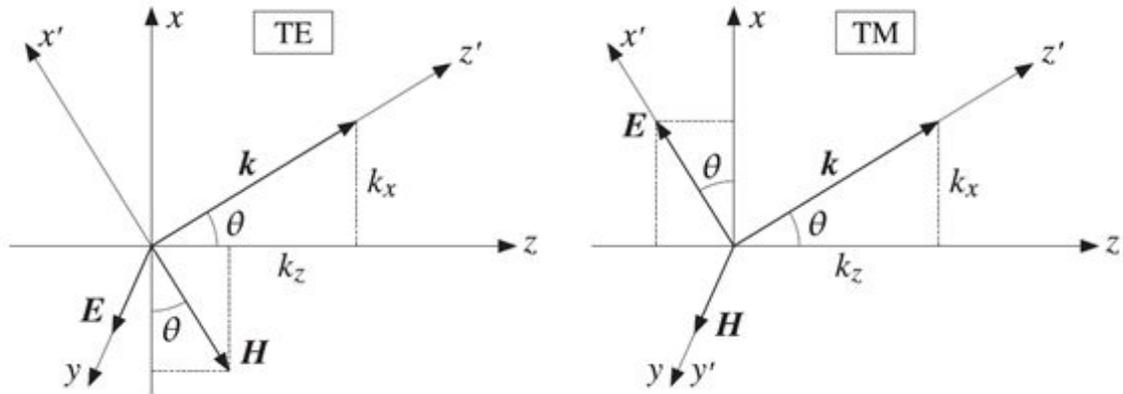


Figura 2.3 — Propagação em modo TE (à esquerda) e em modo TM (à direita) [3].

Para o caso à esquerda, temos uma propagação TE, onde apenas o campo elétrico é transversal ao plano  $z = z_0$ . Evidentemente, a propagação da onda não deixa de ser TEM, uma vez que se trata de uma onda plana no espaço livre. A denominação TE refere-se apenas ao modo de propagação em relação ao plano  $z_0$ . Desta forma, o campo elétrico no modo TE mostrado na figura 2.3 é dado por:

$$\bar{E}_{TE} = A_0 \bar{M} \quad (2-23)$$

Onde  $A_0$  é uma constante arbitrária representando um fator. Substituindo (2-23) em (2-2):

$$A_0 \nabla \times \bar{M} = -j\omega\mu\bar{H}_{TE} \quad (2-24)$$

Substituindo  $\nabla \times \bar{M}$  por  $k\bar{N}$ , conforme a equação (2-20):

$$\bar{H}_{TE} = -\frac{A_0 k \bar{N}}{j \omega \mu} \quad (2-25)$$

Colocando os campos em termos dos eixos coordenados  $\hat{a}_x'$  e  $\hat{a}_y'$ , segundo as equações (2-21) e (2-22):

$$\bar{E}_{TE} = j A_0 \hat{a}_y' \quad (2-26)$$

$$\bar{H}_{TE} = -j \frac{A_0 k \hat{a}_x'}{\omega \mu} \quad (2-27)$$

De forma análoga, para o modo TM:

$$\bar{E}_{TM} = B_0 \bar{N} \quad (2-28)$$

$$\bar{H}_{TM} = -\frac{B_0 k \bar{M}}{j \omega \mu} \quad (2-29)$$

Então:

$$\bar{E}_{TM} = -B_0 \hat{a}_x' \quad (2-30)$$

$$\bar{H}_{TM} = -\frac{B_0 k \hat{a}_y'}{\omega \mu} \quad (2-31)$$

Comparando as equações (2-26) e (2-27) para modo TE e as equações (2-30) e (2-31) para modo TM com a figura 2.3, observa-se uma diferença de fase entre os modos de polarização. Isto deve ser observado para a escolha apropriada das constantes  $A_0$  e  $B_0$ .

Inserindo os vetores de polarização no sistema de equações (2.5) fica:

$$\bar{E} = (A_0 \bar{M} + B_0 \bar{N}) e^{j \omega t} \quad (2-32)$$

$$\bar{H} = -\frac{k}{j \omega \mu} (A_0 \bar{N} + B_0 \bar{M}) e^{j \omega t} \quad (2-33)$$

Um problema apresentado por esta forma de expressar as ondas eletromagnéticas é a indeterminação de  $\bar{M}$  e  $\bar{N}$  quando  $\hat{a}_k$  e  $\hat{a}_z$  são paralelos.

### 2.1.4 Parâmetros-S

Em teoria de circuitos lineares é bastante comum a caracterização da operação de dispositivos com duas ou mais portas utilizando-se matrizes impedância ou admitância, que os descrevem por suas relações de tensão e corrente. Em circuitos de microondas, é usual o interesse nas características de transmissão e reflexão de ondas. Esta informação é obtida pela matriz espalhamento e seus parâmetros-S [3]. A figura 2.4 mostra um dispositivo de duas portas.

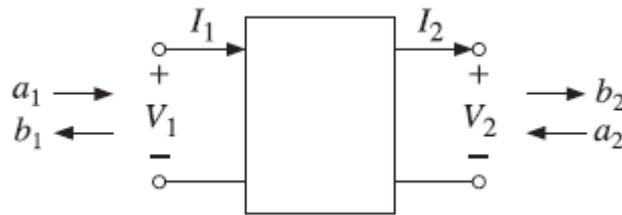


Figura 2.4 — Esquema de rede de duas portas [3].

O dispositivo, além das tensões e correntes, apresenta ondas entrando ( $a_n$ ) e saindo ( $b_n$ ) por suas portas. A onda  $b_1$ , aquela saindo pela porta 1, é resultado da soma entre a porção refletida do onda  $a_1$  e a porção transmitida de  $a_2$  para  $b_1$ . O raciocínio é análogo para  $b_2$ . Com isto obtém-se o seguinte sistema linear

$$\begin{cases} b_1 = a_1 S_{11} + a_2 S_{12} \\ b_2 = a_1 S_{21} + a_2 S_{22} \end{cases} \quad (2-34)$$

Sua notação vetorial:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

Onde os parâmetros  $S_{mn}$ , com  $m \neq n$ , representam os coeficientes de transmissão, de  $n$  para  $m$ , enquanto os parâmetros  $S_{mm}$  representam os coeficientes de reflexão. O mesmo vale para a notação mais geral, para redes de  $n$  portas.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (2-36)$$

## 2.2 Parâmetros de Desempenho de Antenas

O conhecimento dos parâmetros que descrevem o desempenho das antenas é fundamental para que as medidas sejam feitas adequadamente. Nesta seção alguns destes parâmetros serão descritos.

### 2.2.1 Diagrama de Radiação

O diagrama de radiação é a função que descreve a distribuição do campo elétrico ao longo da casca esférica centrada na antena. É normalizada e independente da distância. Sua forma mais geral é definida da seguinte maneira [4]:

$$F(\theta, \phi) = \frac{E(\theta, \phi)}{E(\text{máx})} \quad (2-37)$$

### 2.2.2 Diagrama de Potência

O diagrama de potência, de forma semelhante ao diagrama de radiação, busca expressar a forma como a potência é espalhada radialmente no espaço. Sua definição [4] é:

$$P(\theta, \phi) = |F(\theta, \phi)|^2 \quad (2-38)$$

O diagrama de potência também é normalizado e esta normalização fica implícita em  $F(\theta, \phi)$ .

### 2.2.3 Intensidade de Radiação

A potência através de uma superfície foi definida por (2-14). A potência radiada é obtida de (2-14) para uma casca esférica centrada na antena [4].

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{2} \text{Re}(\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot \hat{a}_r r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (2-39)$$

A intensidade de radiação  $U(\theta, \phi)$  é definida como [4]:

$$U(\theta, \phi) = \frac{1}{2} \text{Re}(\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot \hat{a}_r r^2 \quad (2-40)$$

$$U(\theta, \phi) = S(\theta, \phi) r^2 \quad (2-41)$$

O diagrama de potência e a intensidade de radiação estão relacionadas por:

$$U(\theta, \phi) = U_{\max} P(\theta, \phi) = U_{\max} |F(\theta, \phi)|^2 \quad (2-42)$$

Em uma casca esférica, a potência é espalhada radialmente pelo espaço. Uma frente de onda, a qualquer distância  $r$  de sua origem, apresenta a mesma potência  $P$ . Em uma antena isotrópica a densidade de potência radiada é a razão entre a potência radiada e a área da casca esférica,  $P/(4\pi r^2)$ . A radiação média é equivalente à radiação isotrópica, assim:

$$U_{\text{médio}} = \frac{P}{4\pi} \quad (2-43)$$

### 2.2.4 Diretividade

A diretividade é definida pela intensidade de radiação normalizada [4]:

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\text{med}}} \quad (2-44)$$

Ela descreve a maneira como a potência efetivamente radiada é distribuída pelas direções de propagação.

### 2.2.5 Ganho

Assim como a diretividade, o ganho também descreve a distribuição da potência em função das direções. No cálculo do ganho, entretanto, é considerado que nem toda potência é radiada, devido a perdas ôhmicas. Considera-se então  $P_{\text{rad}}$  a potência radiada,  $P_{\text{in}}$  a potência transmitida e  $e_r$  a eficiência de radiação [4]:

$$P_{\text{rad}} = e_r P_{\text{in}} \quad (2-45)$$

$$G(\theta, \phi) = e_r \frac{4\pi S(\theta, \phi) r^2}{P_{\text{rad}}} \quad (2-46)$$

### 2.2.6 Polarização

Embora o conceito de polarização não apresente grandes dificuldades, descrever a polarização de forma geral não é tão simples pois não é possível estabelecer uma convenção aplicável a todas as direções. Assim, não existe apenas uma maneira de fazer esta descrição, mas algumas, cuja escolha depende do tipo de medição realizada, do diagrama de radiação e de sua aplicação. Ludwig [5] sugere as três definições que estão na figura para avaliarmos polarização.

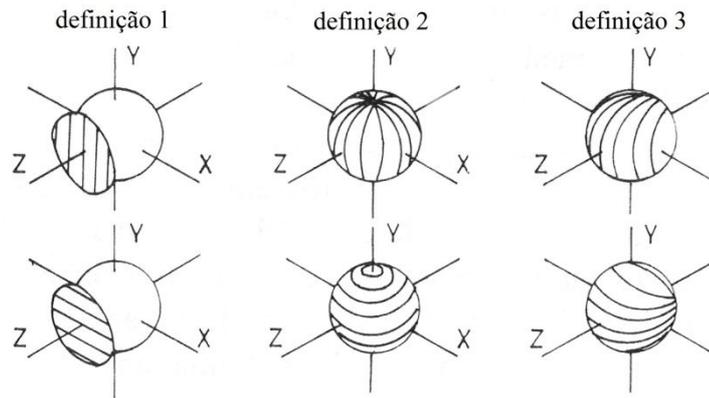


Figura 2.5 — Representação das definições de Ludwig para polarização [5].

Na primeira definição, o campo elétrico é descrito por componentes  $E_x$  e  $E_y$  projetadas em um plano  $z = z_0$ , sendo bastante apropriada para antenas de alto ganho. A segunda definição o campo elétrico é composto por  $E_\phi$  e  $E_\theta$ , utilizada em antenas omnidirecionais. A terceira definição apresenta orientação de campo típica de antenas de abertura.

## 2.3 Funções e Sistemas em Duas Dimensões

Nesta seção serão vistas algumas noções de funções e sistemas lineares em duas dimensões, as quais encontram muitas aplicações em diversas áreas, sobretudo aquelas que envolvem fenômenos ópticos.

### 2.3.1 Transformada de Fourier

A transformada de Fourier em duas dimensões é bastante semelhante à sua versão unidimensional. Considerando a função  $g(x, y)$ , sua transformada de Fourier  $G(f_x, f_y)$  é definida como [6]:

$$G(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-j2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy \quad (2-47)$$

A transformada inversa é dada por:

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) e^{j2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y \quad (2-48)$$

Utilizaremos a transformada na forma  $G(k_x, k_y)$ , onde  $k_x = 2\pi f_x$  e  $k_y = 2\pi f_y$ . Assim temos:

$$G(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2-49)$$

$$g(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} G(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2-50)$$

A existência da transformada de Fourier é garantida desde que satisfeitas algumas condições. São elas [7]:  $g(x, y)$  deve ser absolutamente integrável em todo o plano  $xy$ ; uma quantidade finita de descontinuidades, bem como de pontos de máximo e mínimo; e as descontinuidades que existirem devem ser finitas.

Tais condições são encontradas em todas as funções e sistemas fisicamente realizáveis. Já algumas funções utilizadas para modelagem matemática podem não satisfazer a estas condições, mas ainda assim apresentarem transformada de Fourier, visto que se tratam de condições suficientes, mas não necessárias. É o caso da função delta de Dirac, cuja transformada é obtida a partir de sua propriedade de amostragem:

$$\iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy = g(x_0, y_0) \quad (2-51)$$

Assim, encontra-se sua transformada:

$$\mathfrak{T}\mathfrak{T}\{\delta(x, y)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy = 1 \quad (2-52)$$

### 2.3.2 Convolução

A convolução bidimensional  $h(x, y)$  de duas funções  $f(x, y)$  e  $g(x, y)$  é definida da seguinte maneira [6]:

$$h(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) g(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad (2-53)$$

Utilizando-se a seguinte notação:

$$h(x, y) = f(x, y) ** g(x, y) \quad (2-54)$$

De (2-49) temos que qualquer ponto em  $h(x, y)$  é resultado de uma operação dependente de todos os valores de  $f(x, y)$  e  $g(x, y)$ , no plano  $x$ - $y$ . Esta característica da

convolução torna seu cálculo numericamente ou computacionalmente indesejável. A abordagem mais conveniente é a utilização da propriedade que liga a transformada de Fourier à convolução, que diz que a transformada da convolução é igual ao produto das transformadas:

$$\mathfrak{F}\mathfrak{F}\{f(x, y) ** g(x, y)\} = F(k_x, k_y)G(k_x, k_y) \quad (2-55)$$

Pela propriedade da simetria em transformadas de Fourier:

$$\mathfrak{F}^{-1}\mathfrak{F}^{-1}\{F(k_x, k_y) ** G(k_x, k_y)\} = f(x, y)g(x, y) \quad (2-56)$$

## 2.4 Amostragem em Duas Dimensões

Considera-se uma função  $g(x, y)$  que será amostrada em alguns pontos do plano  $xy$ . A amostragem será feita utilizando o produto de funções trem de impulsos, segundo a equação [6]:

$$\begin{cases} \delta_S(x) = \sum_a \delta(x - a\Delta x) \\ \delta_S(y) = \sum_b \delta(y - b\Delta y) \end{cases} \quad (2-57)$$

A função amostrada é dada por:

$$g_S(x, y) = g(x, y)\delta_S(x)\delta_S(y) \quad (2-58)$$

O trem de impulsos é uma função periódica e pode ser expresso por sua série de Fourier [8]. Assim, de (2-57) temos:

$$\begin{cases} \delta_S(x) = \frac{1}{\Delta x} \left( 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos(m\Delta k_x x) \right) \\ \delta_S(y) = \frac{1}{\Delta y} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\Delta k_y y) \right) \end{cases} \quad (2-59)$$

Onde  $\Delta k_x = 2\pi/\Delta x$  e  $\Delta k_y = 2\pi/\Delta y$ . Substituindo (2-59) em (2-58), temos:

$$g_S(x, y) = \frac{g(x, y)}{\Delta x \Delta y} \left( 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos(m\Delta k_x x) \right) \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\Delta k_y y) \right) \quad (2-60)$$

Esta equação pode ser desenvolvida e sua transformada feita termo a termo, obtendo-se:

$$G_S(k_x, k_y) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(k_x - m\Delta k_x, k_y - n\Delta k_y) \quad (2-61)$$

Considera-se que  $g(x, y)$  seja limitada em banda. Seu espectro é mostrado à esquerda da figura 2.6, enquanto à direita, é ilustrado o espectro da amostra  $g_S(x, y)$ . O espectro da função amostrada é composto por “cópias” de  $G(k_x, k_y)$  transladadas em  $\Delta k_x$  na direção  $k_x$  e em  $\Delta k_y$  na direção  $k_y$ .

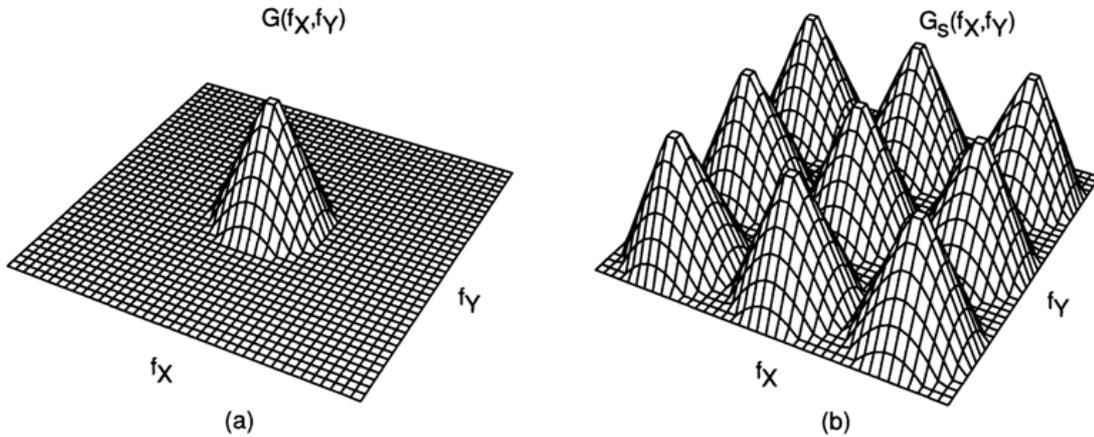


Figura 2.6 — Em (a) é representado o espectro da função  $g(x, y)$  enquanto em (b) é representado o espectro da amostragem realizada sobre  $g(x, y)$ .

Para uma amostragem apropriada deve-se preservar o espectro original, evitando que as “cópias” se sobreponham e impeçam a recuperação do sinal, que é realizada por filtragem.

Sabendo-se que  $g(x, y)$  é limitada em banda por  $B_x$  no eixo  $f_x$  e  $B_y$  no eixo  $f_y$ , a amostragem deve satisfazer às seguintes condições:

$$\begin{cases} \Delta f_x > 2B_x \\ \Delta f_y > 2B_y \end{cases} \quad (2-62)$$

Onde  $B_x$  e  $B_y$  são dados em  $m^{-1}$  e  $\Delta k = 2\pi\Delta f$ . Assim temos:

$$\begin{cases} \Delta x < \frac{1}{2B_x} \\ \Delta y < \frac{1}{2B_y} \end{cases} \quad (2-63)$$

### 3 CONCEITO BÁSICO DE TÉCNICAS DE VARREDURA EM CAMPO PRÓXIMO

Nas técnicas de varredura, o campo eletromagnético é escaneado por uma ponta de prova em uma superfície próxima da antena e diversas informações de desempenho desta antena são inferidas a partir da amplitude e da fase do campo. Isto é uma grande vantagem, por exemplo, sobre as técnicas tradicionais de medidas em campo distante, que apresentam erro resultante da medida não ser realizada infinitamente distante da antena, o que é especialmente importante para antenas eletricamente grandes em relação ao comprimento de onda.

As superfícies nas quais o campo é medido são superfícies planas posicionadas em frente à antena e superfícies cilíndricas ou esféricas envolvendo a antena. A escolha da geometria da superfície de medida é fundamental quanto à formulação utilizada para a interpretação dos resultados e também está relacionada às características da antena.

Medidas em campo próximo apresentam ainda as diversas vantagens advindas da realização dos experimentos em ambientes internos, onde não é necessário preocupações com as condições climáticas para realização dos testes ou com os efeitos das reflexões comuns à ambientes externos, tais como topologia, vegetação, edifícios, entre outros. As condições controladas permitem avaliação de reflexões que possam comprometer as medições e possibilita que elas possam ser evitadas utilizando-se, por exemplo, absorvedores. Há ainda a garantia de que as medidas sejam feitas sem sofrer interferência de fontes externas de radiação eletromagnética e que o experimento não interfira outros sistemas de comunicação.

Desfrutar destas vantagens tem alguns custos. A medição de fase representa um aumento na complexidade frente aos métodos de campo distante, além de ser um procedimento crítico em altas frequências. Uma grande quantidade de dados é armazenada e processada, possibilitando o cálculo de muitas informações quanto ao desempenho da antena. Todo o trabalho envolvido nesta técnica pode não ser justificável quando alguns poucos parâmetros são desejados e podem ser obtidos de outra forma. Para antenas eletricamente pequenas, cujo campo distante pode ser medido a poucos comprimentos de onda, as técnicas de varredura também não são indicadas.

### 3.1 Fundamentação Teórica

As técnicas de varredura em campo próximo estão fundamentadas no teorema da equivalência [9]. Por este teorema, sabe-se que o campo eletromagnético exterior a uma superfície fechada, produzido por uma estrutura arbitrária envolta por esta superfície, pode ser completamente caracterizado pelos campos elétrico e magnético tangenciais à superfície.

Os campos de interesse para medição de antenas representam oscilações e são resolvidos no domínio da frequência. Para determiná-los a partir destas superfícies é necessário resolver a equação de Helmholtz, que apresenta soluções em seis sistemas coordenados, o que limita a geometria do problema em, entre outras, superfícies planares, cilíndricas ou esféricas, que são aquelas em que as medidas são, de fato, realizadas [9].

Considerando uma superfície planar, o campo elétrico pode ser obtido pela seguinte equação [4]:

$$\bar{E}(\bar{r}) = -jk \frac{e^{-jk r}}{4\pi r'} \hat{a}_r \times \iint_S \left\{ \hat{a}_z \times \bar{E}_a(\bar{r}') - \eta \hat{a}_r \times [\hat{a}_z \times \bar{H}_a(\bar{r}')] \right\} e^{jk \hat{a}_r \cdot \bar{r}'} dS' \quad (3-1)$$

Onde os campos  $\bar{E}_a$  e  $\bar{H}_a$  são as componentes do campo elétrico e magnético sobre o plano e ortogonais a ele. Sabe-se pelas equações de Maxwell que  $\bar{E}_a$  e  $\bar{H}_a$  são ortogonais entre si e ambos são ortogonais à direção de propagação. Configura-se então uma situação semelhante àquela descrita na seção 2.1.3, em que são descritas as relações vetoriais entre os parâmetros de equações de ondas propagando-se em direções arbitrárias.

### 3.2 Distância como Critério

As antenas costumam ser caracterizadas por seu desempenho em campo distante, o que é adequado à maior parte de suas aplicações. Para fins de medição, entretanto, é necessário um conhecimento mais aprofundado acerca de como as propriedades de radiação variam com a distância. É a partir daí que se distingue o campo distante de campo próximo.

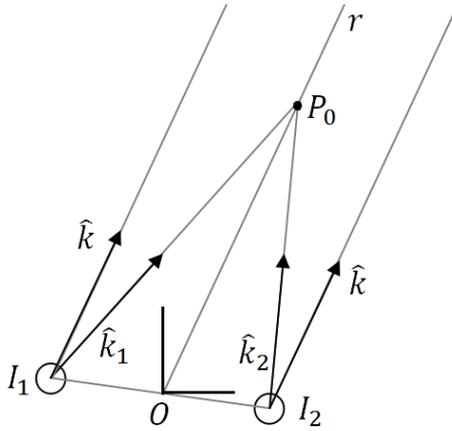


Figura 3.1 — O efeito na direção  $\hat{k}$  do campo produzido por duas fontes pontuais varia em campo próximo, mas em campo distante, converge assintoticamente.

A figura 3.1 mostra duas fontes pontuais  $I_1$  e  $I_2$  radiando um sinal harmônico. O sinal recebido em  $P_0$  é a soma dos sinais transmitidos na direção  $\hat{k}_1$  por  $I_1$  e do sinal transmitido por direção  $I_2$  por  $\hat{k}_2$ . À medida que distanciamos  $P_0$  da origem, ao longo da reta  $r$ , os vetores  $\hat{k}_1$  e  $\hat{k}_2$  terão direções convergindo para  $\hat{k}$ , o que ocorre quando a distância entre  $P_0$  e a origem  $O$  tende a infinito.

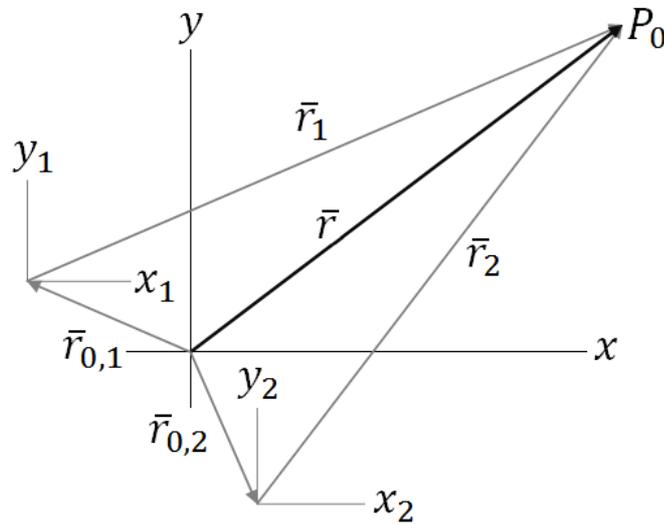


Figura 3.2 — Convenções utilizadas para as representações vetoriais das posições.

De forma análoga à situação anterior, consideramos agora a figura 3.2. Assim como na figura anterior, o ponto  $P_0$  recebe sinal das fontes pontuais  $I_1$  e  $I_2$ :

$$I_1(P_0) = \frac{I_1}{4\pi r_1} e^{-j\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1} \quad (3-2)$$

$$I_2(P_0) = \frac{I_2}{4\pi r_2} e^{-j\bar{k}_2 \cdot \bar{r}_2} \quad (3-3)$$

Utilizando as relações vetoriais:

$$\bar{r}_1 = \bar{r} - \bar{r}_{O,1} \quad (3-4)$$

$$\bar{r}_2 = \bar{r} - \bar{r}_{O,2} \quad (3-5)$$

Temos então:

$$I_1(P_0) = \frac{I_1}{4\pi r_1} e^{-j\bar{k}_1 \cdot \bar{r}_1} = \frac{I_1}{4\pi r_1} e^{-j\bar{k}_1 \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,1})} \quad (3-6)$$

$$I_2(P_0) = \frac{I_2}{4\pi r_2} e^{-j\bar{k}_2 \cdot \bar{r}_2} = \frac{I_2}{4\pi r_2} e^{-j\bar{k}_2 \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,2})} \quad (3-7)$$

O sinal recebido em  $P_0$  é a soma de  $I_1(P_0)$  e  $I_2(P_0)$  :

$$I(P_0) = \frac{I_1}{4\pi r_1} e^{-j\bar{k}_1 \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,1})} + \frac{I_2}{4\pi r_2} e^{-j\bar{k}_2 \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,2})} \quad (3-8)$$

Quando  $|\bar{r}| \rightarrow \infty$ , temos  $\bar{k}_1 = \bar{k}_2 = \bar{k}$ , então:

$$I(P_0) = \frac{I_1}{4\pi r_1} e^{-j\bar{k} \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,1})} + \frac{I_2}{4\pi r_2} e^{-j\bar{k} \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,2})} \quad (3-9)$$

As equações (3-8) e (3-9) diferem apenas pela aproximação de  $\bar{k}_1$  e  $\bar{k}_2$  à  $\bar{k}$  em (3-9). Em ambas as equações, cada termo representa um fasor no ponto  $P_0$ . Existe então uma diferença de fase entre as duas equações, especialmente quando  $|\bar{r}|$  é pequeno. Campo distante refere-se à distância  $|\bar{r}|$  grande o suficiente para que as equações (3-8) e (3-9) sejam suficientemente próximas.

Para fins práticos o campo distante é assumido a distâncias superiores a  $2D^2/\lambda$ , onde  $D$  é o comprimento da antena. Esta distância garante uma defasagem máxima de  $\lambda/16$  – aproximadamente  $22.5^\circ$  – entre o centro da antena e sua extremidade, suficiente para muitas aplicações. Quando maior precisão for requerida as medições devem ser feitas a maiores distâncias [2].

Além do campo distante, outra região de interesse é a região mais próxima à antena. Sabe-se que a antena representa a transição entre onda guiada e o espaço livre. Ocorre, então, que na região próxima à antena a relação entre os campos  $\bar{E}$  e  $\bar{H}$  não será dada por  $\eta_0 =$

$\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ . Isto se deve à predominância de componentes reativas na proximidade da antena. Tais componentes decrescem muito significativamente em relação à distância, de forma que a distâncias superiores à  $\lambda/2\pi$ , elas já podem ser consideradas desprezíveis. Assim, a região com distâncias inferiores à  $\lambda/2\pi$  é denominada campo-próximo reativo.

Finalmente, há uma região intermediária, suficientemente distante para que os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  estejam em fase e relacionados pela impedância  $\eta_0$  mas não o suficiente para que a componente  $\hat{a}_r$  dos campos possa ser desprezada. Esta região é denominada campo próximo radiante.

### 3.3 Teoria de Huygens-Fresnel

Apesar do estudo da óptica estar fundamentado na teoria eletromagnética, um de seus méritos é oferecer resultados satisfatórios sem a necessidade de envolvimento direto com as complexidades típicas do eletromagnetismo. Assim, a teoria de Huygens-Fresnel será apresentada por permitir uma conceituação mais intuitiva dos fundamentos das técnicas de varredura.

O princípio de Huygens trata cada ponto de uma frente de onda como sendo uma fonte secundária de ondas esféricas. O comportamento da propagação para além da frente de onda poderia então ser obtido pelo envelope das fontes secundárias [10].

Inspirado por este conceito Fresnel formulou sua teoria, que, assim como o princípio de Huygens, trata cada ponto em uma frente de onda como fonte secundária de ondas esféricas. A diferença aqui é que o comportamento da propagação seria obtido pela soma das fontes secundárias. Desta forma, teríamos:

$$E = \sum_{i=1}^N E_i \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \quad (3-10)$$

A teoria de Huygens-Fresnel costuma ser utilizada na descrição do fenômeno de difração. Considera-se uma frente de onda plana com comprimento de onda de 1,5 centímetros (20 GHz) incidindo sobre uma superfície plana com uma abertura de 5 centímetros de comprimento. Pode-se usar a equação (3-10) para calcular o campo ao longo de uma linha reta a uma distância  $R_0$  da abertura, conforme mostrado na figura 3.3. As medidas do campo para uma distância de 2,5 cm mostradas na figura 3.4a estão dentro da região de campo próximo (região de Fresnel). Aumentando-se  $R_0$ , os valores de campo ao longo desta linha variam até que seja alcançada a região de campo distante ou região de

Fraunhofer, como ilustram as figuras 3.4b, 3.4c e 3.4d. Uma vez na região de campo distante, a forma do diagrama permanecerá independente da distância [11].

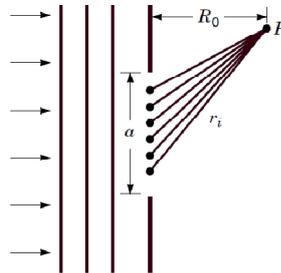


Figura 3.3 — Onda plana incidindo sobre a abertura de comprimento  $a$ . O campo é calculado em  $P$  utilizando-se a equação (3-10) [11].

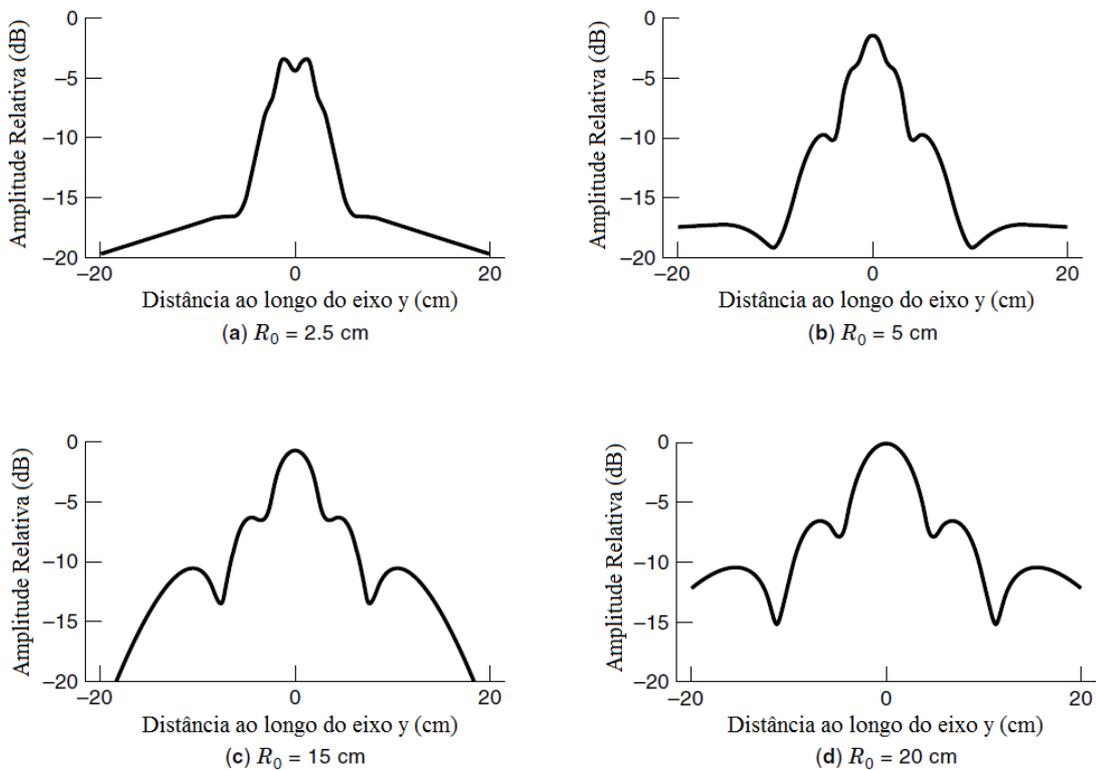


Figura 3.4 — Campo eletromagnético para diferentes distâncias do eixo  $y$  [11].

### 3.4 Abordagem Geral da Técnica Planar

Nesta seção será apresentada uma abordagem simplificada da técnica planar utilizando fontes de Huygens, de acordo com a teoria de Huygens-Fresnel. Por enquanto serão considerados campos escalares. Esta abordagem, embora pouco rigorosa, evidencia a similaridade dos conceitos da técnica planar de medição em campo próximo com conceitos de ótica e de conjuntos de antenas.

Considerando a figura 3.5 observamos a antena sob teste operando como transmissora. No plano  $z = z_0$ , à frente da transmissora, são feitas amostras da intensidade e fase do campo radiado, notadas por  $i_1, i_2, \dots, i_N$ . Assumimos que a amostragem seja significativa. As condições em que isto ocorre serão discutidas oportunamente.

As amostras no plano  $z = z_0$  serão utilizadas para caracterizar os campos em  $z > z_0$ . Cada amostra radia igualmente em todas as direções, sendo que a contribuição de cada ponto no campo do ponto  $P_0$  é dada por:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1(P_0) = i_1(\bar{r}) = \frac{i_1 e^{-j\bar{k}_1 \cdot \bar{r}_1}}{r_1} = \frac{i_1 e^{-j\bar{k}_1 \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,1})}}{r_1} \\ i_2(P_0) = i_2(\bar{r}) = \frac{i_2 e^{-j\bar{k}_2 \cdot \bar{r}_2}}{r_2} = \frac{i_2 e^{-j\bar{k}_2 \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,2})}}{r_2} \\ \vdots \\ i_n(P_0) = i_n(\bar{r}) = \frac{i_n e^{-j\bar{k}_n \cdot \bar{r}_n}}{r_n} = \frac{i_n e^{-j\bar{k}_n \cdot (\bar{r} - \bar{r}_{O,n})}}{r_n} \end{array} \right. \quad (3-11)$$

Onde  $\bar{r}$  representa a posição do ponto  $P_0$  em relação à origem,  $\bar{r}_n$  representa a posição do ponto  $P_0$  em relação à  $n$ -ésima amostra e  $\bar{r}_{O,n}$  a posição da amostra em relação à origem. A intensidade de campo para um ponto  $P_0$  em  $z > z_0$  será dada pela soma dos campos irradiados pelas fontes secundárias localizadas no plano  $z = z_0$ .

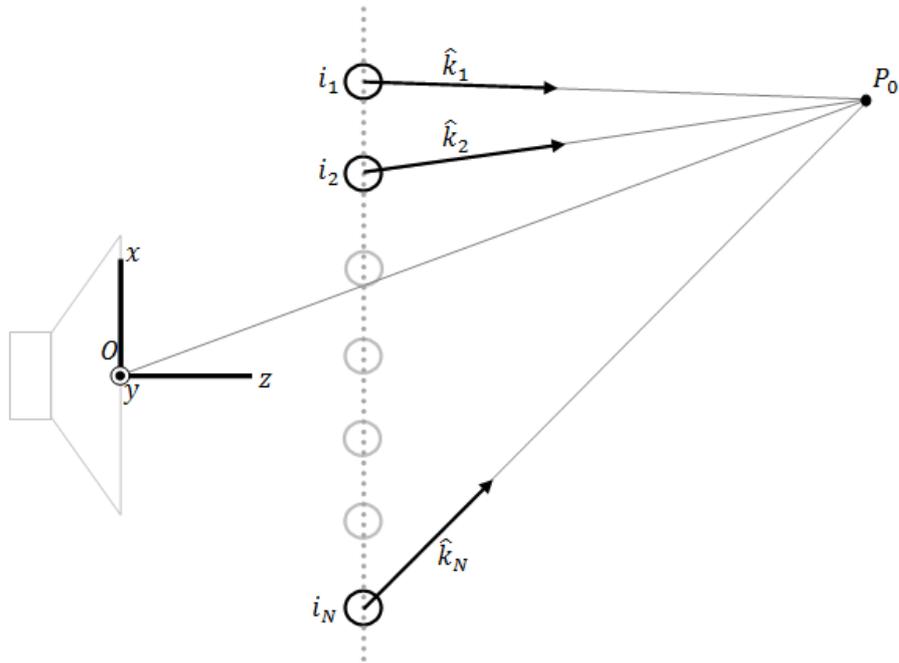


Figura 3.5 — O efeito do campo produzido pela antena no ponto  $P_0$  pode ser descrito pela Teoria de Huygens-Fresnel, considerando como fontes secundárias os valores conhecidos do campo sobre um plano em frente à antena.

$$i(\vec{r}) = \frac{i_1 e^{-j\vec{k}_1 \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{O,1})}}{r_1} + \frac{i_2 e^{-j\vec{k}_2 \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{O,2})}}{r_2} + \dots + \frac{i_n e^{-j\vec{k}_n \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{O,n})}}{r_n} \quad (3-12)$$

$$i(\vec{r}) = \sum_n \frac{i_n e^{-j\vec{k}_n \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{O,n})}}{r_n} \quad (3-13)$$

$$i(\vec{r}) = \sum_n \frac{i_n e^{-j\vec{k}_n \cdot \vec{r}} e^{j\vec{k}_n \cdot \vec{r}_{O,n}}}{r_n} \quad (3-14)$$

A equação (3-13) refere-se tanto ao campo próximo quanto ao campo distante. Para obter uma expressão para o campo distante faz-se  $|\vec{r}| \rightarrow \infty$ . Quando isto ocorre, a atenuação provocada pela distância torna-se indistinta para todas as fontes pontuais. Adicionalmente, temos que as contribuições terão direções convergentes à medida que o ponto de interesse é distanciado da antena. Temos então  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 = \vec{k}$  e  $\hat{a}_r = \hat{a}_k$ .

$$i(\vec{r}) = \sum_n \frac{i_n e^{-j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{O,n})}}{r} \quad (3-15)$$

$$i(\vec{r}) = \sum_n \frac{i_n e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}_{O,n}}}{r} \quad (3-16)$$

$$i(\bar{r}) = \frac{e^{-j\bar{k}\cdot\bar{r}}}{r} \sum_n i_n e^{j\bar{k}\cdot\bar{r}_{O,n}} \quad (3-17)$$

Na equação (3.17), o fator  $e^{-j\bar{k}\cdot\bar{r}}/r$  tem módulo unitário e representa apenas a variação de fase devido à distância. Para representação de  $P_0$  em campo distante e arbitrariamente distante da origem convém desprezar este fator. Um  $P_0$  arbitrariamente distante da origem do campo eletromagnético pode ser expresso apenas por sua direção  $\bar{k}$ . Assim:

$$I(\bar{k}) = \sum_n i_n e^{j\bar{k}\cdot\bar{r}_{O,n}} \quad (3-18)$$

Sabemos que:

$$\bar{k} = k_x \hat{a}_x + k_y \hat{a}_y + k_z \hat{a}_z \quad (3-19)$$

Como a frente de onda analisada se encontra no plano  $z = z_0$ , temos:

$$\bar{r}_{O,n} = x_n \hat{a}_x + y_n \hat{a}_y + z_0 \hat{a}_z \quad (3-20)$$

$$i_n = i(x_n, y_n) \quad (3-21)$$

Assim:

$$\bar{k} \cdot \bar{r}_{O,n} = k_x x_n + k_y y_n + k_z z_0 \quad (3-22)$$

$$I(\bar{k}) = e^{jk_z z_0} \sum_n i(x_n, y_n) e^{j(k_x x_n + k_y y_n)} \quad (3-23)$$

Como  $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$  é constante para variação harmônica e:

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (3-24)$$

Temos:

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (3-25)$$

Desta forma  $\bar{k}$  pode ser expresso apenas em função de  $k_x$  e  $k_y$ . O fator  $e^{jk_z z_0}$  apresenta módulo unitário e um desvio de fase relacionado à posição do plano  $z = z_0$ . Para  $z = 0$  temos o função densidade espectral:

$$I(k_x, k_y) = \sum_n i(x_n, y_n) e^{j(k_x x_n + k_y y_n)} \quad (3-26)$$

A função densidade espectral fornece, para cada direção  $\bar{k}$ , a intensidade irradiada e, portanto, a informação do campo distante da antena. A intensidade, para cada direção, é resultado da interferência, em cada ponto, de todos os pontos da frente de onda representada na figura 3.5.

A partir da densidade espectral é possível, ainda, obter a intensidade de campo, o que é feito pela seguinte equação:

$$i(\bar{r}) = \sum_n I(\bar{k}) e^{-j\bar{k}_n \cdot \bar{r}} \quad (3-27)$$

A relação entre a função amostrada,  $i(x_n, y_n)$ , e a sua densidade espectral,  $I(\bar{k})$ , apresenta grande importância para a compreensão dos procedimentos de medição em campo próximo, permitindo uma série de valiosas conclusões.

Considerando, por exemplo, uma antena muito diretiva apontada para a direção  $\hat{a}_z$ . Ela apresentará uma função  $I(\bar{k})$  com grande parte da energia concentrada próxima à origem. Já antenas de ganho mais baixo apresentarão uma função  $I(\bar{k})$  com energia mais dispersa. Pelas propriedades da transformada de Fourier chegamos à conclusão de que a função  $i(x_n, y_n)$  de antenas diretivas é suave em comparação a antenas de baixo ganho.

### 3.5 Correção de Ponta de Prova

Até então, foi assumida a possibilidade de obtenção dos valores de campo em cada ponto sobre um plano. Isto, entretanto não ocorre na maioria dos casos já que as pontas de prova apresentam suas próprias características de recepção. Desta forma, o resultado obtido pelas pontas de prova não pode ser aplicado como se representasse o campo pontualmente.

A transmissão foi descrita por amostras no plano  $z = z_0$ , onde cada amostra apresenta uma intensidade e fase. A intensidade e fase das amostras estão relacionadas linearmente à intensidade e fase do sinal transmissor.

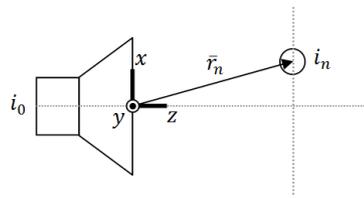


Figura 3.6 — Da mesma forma que o campo produzido pela antena representa uma perturbação  $i_n$  na posição  $\bar{r}_n$  na transmissão, a recepção de um sinal  $i_n$  representará uma perturbação em  $i_0$ .

Assim, considerando a figura 3.6, se a transmissão de um sinal  $i_0$  produz um campo  $i_n$  em  $\bar{r}_n$  e esta transmissão seja representada por um coeficiente de transmissão  $T$ , a reciprocidade entre transmissão e recepção implica que um sinal  $i_n$  represente uma contribuição  $Ti_n$  em  $i_0$ , que será adicionada à contribuição de outros campos do plano de amostragem.

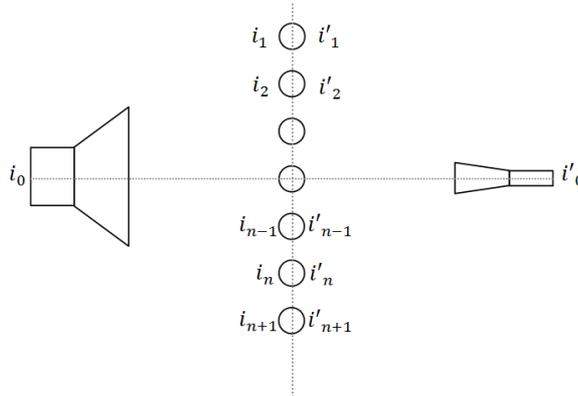


Figura 3.7 — Efeito da correção de ponta de prova quando a antena e a ponta de prova estão posicionadas frente à frente.

Consideramos então a figura 3.7. Nela, temos um plano entre a antena a ser medida e a prova. Consideramos que o campo produzido na transmissora, pelo sinal  $i_0$  seja conhecido em toda a extensão do plano. Da mesma forma, o campo produzido na prova, por um sinal  $i'_0$ , também seja conhecido em toda a extensão do mesmo plano. Assim, a característica de transmissão da antena para o plano é dada por:

$$i_n = T_n i_0, \quad n \neq 0 \quad (3-28)$$

A recepção da prova é dada por:

$$i'_0 = \sum_{n \neq 0} T'_n i'_n \quad (3-29)$$

Se  $i_n$  e  $i'_n$  correspondem à mesma posição sobre o plano:

$$i'_0 = \sum_{n \neq 0} T'_n T_n i_0 \quad (3-30)$$

A equação (3-30) mostra que o sinal recebido pela prova em uma posição envolve um produto entre duas funções em todo o plano de amostragem. Isto ocorre cada vez que a prova é movida. A figura 3.8 mostra a movimentação da ponta de prova para baixo. Neste caso, obtemos o sinal recebido pela ponta de prova desta forma:

$$i'_0 = \sum_{n \neq 0} T'_{n-1} T_n i_0 \quad (3-31)$$

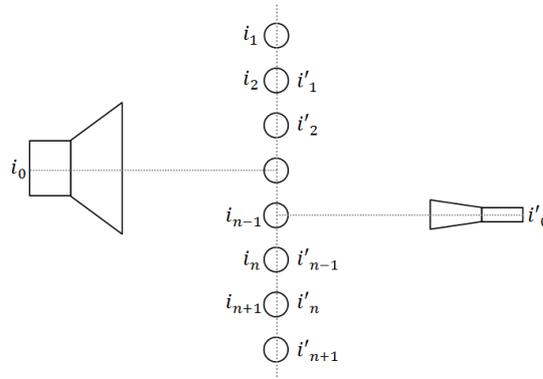


Figura 3.8 — Efeito da correção de ponta de prova alterando-se a posição da ponta de prova.

Confrontando a figura 3.7 com a figura 3.8, podemos observar que a amostragem apresenta uma convolução das funções que representam o campo da antena e da ponta de prova no plano entre elas. Como formulações deste tipo são computacionalmente muito trabalhosas a relação entre convolução e transformadas de Fourier, descritas pelas equações (2-55) e (2-56), é explorada.

## 4 DESCRIÇÃO DA TÉCNICA PLANAR UTILIZANDO A MATRIZ ESPALHAMENTO

No capítulo anterior alguns pontos importantes da teoria de medidas em campo próximo na geometria planar foram introduzidos. Utilizando a teoria de Huygens-Fresnel, obtivemos expressões escalares para campo próximo em função de amostras feitas em um plano. Da expressão em campo próximo, obtivemos a função densidade espectral  $e$ , a partir dela, podemos obter expressões para o campo distante. Então, mostramos que a intensidade de campo pode ser expressa em função da densidade espectral. Finalmente, a interação entre a antena e a ponta de prova foi descrita como sendo uma convolução no espaço, o que permite uma abordagem simplificada utilizando a transformada de Fourier.

A equação (3.1) descreveu como o campo produzido por uma antena pode ser obtido a partir do conhecimento do campo sobre um plano posicionado em frente à antena. Podemos observar na equação que a integral em termos de  $dS'$  representa uma transformada de Fourier da mesma forma como foi mostrada na seção 3.4, a partir da teoria de Huygens-Fresnell. A equação (3.1) pode ser aplicada diretamente quando os campos podem ser medidos diretamente, sem a necessidade de correção de ponta de prova.

Na maior parte das situações a correção de ponta de prova torna-se necessária. Por esta razão ela será descrita nas duas seções seguintes. Primeiramente, considerando campos escalares  $e$ , em seguida, os vetoriais. Serão discutidos ainda a representação da função densidade espectral em campo distante e a amostragem.

## 4.1 Correção de Ponta de Prova para Campos Escalares

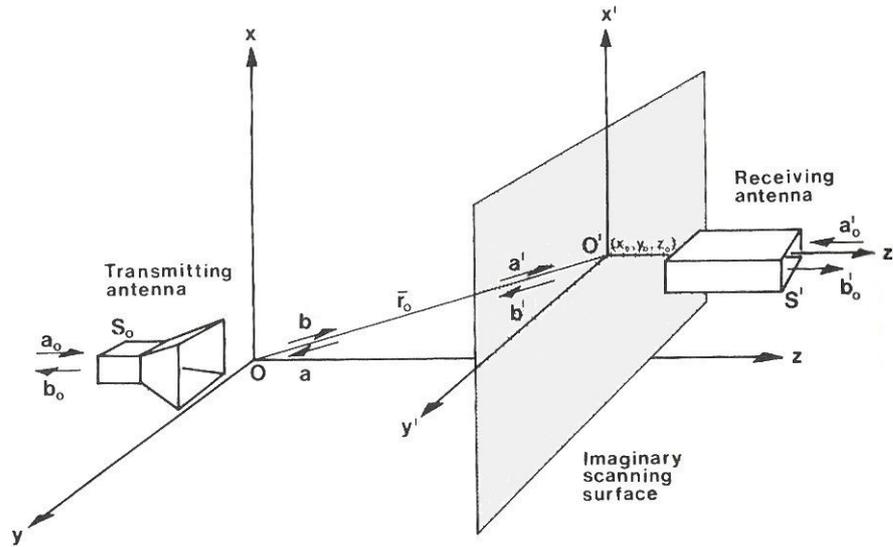


Figura 4.1 — Esquema de medição por varredura na geometria planar [2].

Na figura 4.1 temos duas antenas: a antena a ser medida e a ponta de prova. A antena a ser medida encontra-se à esquerda e opera como transmissora. As ondas estão representadas conforme convencionado em redes de duas portas. O sinal entrando no transmissor da antena  $S_0$  é simbolizado por  $a_0$ , enquanto  $b$  é o sinal transmitido. O campo elétrico em  $\vec{r}$  pode ser expresso a partir da função densidade espectral  $\bar{B}(k_x, k_y)$  da seguinte maneira:

$$\bar{E}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{B}(k_x, k_y) e^{-j\vec{k}_+ \cdot \vec{r}} dk_x dk_y \quad (4-1)$$

Por enquanto será considerado apenas o caso escalar. Assim temos:

$$E(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b(k_x, k_y) e^{-j\vec{k}_+ \cdot \vec{r}} dk_x dk_y \quad (4-2)$$

Nesta expressão o campo elétrico tem intensidade representada pela integração da função densidade espectral em termos de seu espectro espacial. Utiliza-se a notação  $\vec{k}_+$  representando a direção de propagação na direção de  $z$  positivo. Para a direção de  $z$  negativo, a propagação será representada por  $\vec{k}_-$ . Elas são expressas da seguinte maneira:

$$\vec{k}_+ = k_x \hat{a}_x + k_y \hat{a}_y + \gamma \hat{a}_z \quad (4-3)$$

$$\vec{k}_- = k_x \hat{a}_x + k_y \hat{a}_y - \gamma \hat{a}_z \quad (4-4)$$

De forma similar, tem-se o campo magnético da onda transmitida:

$$H(\bar{r}) = \frac{1}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}} dk_x dk_y \quad (4-5)$$

Para o caso de uma onda incidente, segundo a notação da matriz espalhamento:

$$E'(\bar{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_- \cdot \bar{r}} dk_x dk_y \quad (4-6)$$

Para alterar o sistema de eixos para aquele com origem em  $O'$ , posicionado em  $\bar{r}_o$ , utiliza-se a seguinte relação:

$$\bar{r} = \bar{r}' + \bar{r}_o \quad (4-7)$$

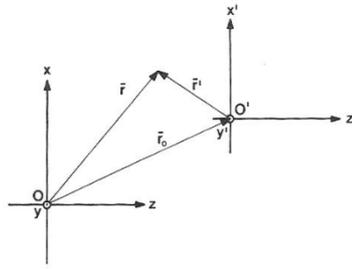


Figura 4.2 — Relação entre duas referências

Para uma onda em  $\bar{r}$  da origem  $O$ , ou em  $\bar{r}'$  da origem  $O'$ , temos:

$$E(\bar{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot (\bar{r}_o + \bar{r}')} dk_x dk_y \quad (4-8)$$

Ou ainda:

$$E(\bar{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a'(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}'} dk_x dk_y \quad (4-9)$$

As equações (4-8) e (4-9) estabelecem uma relação entre duas redes: a rede da antena transmissora e a da antena receptora. Assim temos a seguinte igualdade:

$$a'(k_x, k_y) = b(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} \quad (4-10)$$

A antena transmissora pode ser descrita como uma rede de duas portas e, portanto, de maneira semelhante à descrita em (2-34). Para o sinal saindo da porta referente à onda guiada temos:

$$b_o = \Gamma_o a_o + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(k_x, k_y) a(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (4-11)$$

A equação (4-11) apresenta dois termos. O primeiro está associado à transmissão, onde  $\Gamma_o$  é o coeficiente de reflexão de um sinal guiado enviado à antena. O segundo descreve a recepção, que é a soma das ondas recebidas pela antena em todas as direções, ponderadas pelo fator  $R(k_x, k_y)$ . Para o sinal saindo para o espaço livre temos.

$$b(k_x, k_y) = T(k_x, k_y) a_o + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{\sigma=1}^2 S^\sigma(k_x, k_y; \kappa_x, \kappa_y) a^\sigma(\kappa_x, \kappa_y) \right\} d\kappa_x d\kappa_y \quad (4-12)$$

O primeiro termo representa o sinal enviado pela onda guiada que é transferido ao espaço livre, enquanto o segundo termo representa o efeito de múltiplas reflexões. Evitar múltiplas reflexões é importante pois simplifica o problema, dispensando a determinação do segundo termo de (4-12). Quando isto é realizado de forma apropriada, temos:

$$b(k_x, k_y) = a_o T(k_x, k_y) \quad (4-12)$$

Substituindo esta equação em (4-10) temos:

$$a'(k_x, k_y) = a_o T(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} \quad (4-13)$$

A equação (4-11), para a prova:

$$b'_o = \Gamma'_o a'_o + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R'(k_x, k_y) a'(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (4-14)$$

Substituindo (4-14) em (4-15) :

$$b'_o(\bar{r}_o) = \Gamma'_o a'_o + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R'(k_x, k_y) a_o T(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} dk_x dk_y \quad (4-15)$$

Os sinais  $a'_o$  e  $b'_o$  estão relacionados pelo coeficiente de reflexão do receptor:

$$a'_o = \Gamma'_L b'_o \quad (4-16)$$

Substituindo (4-17) em (4-16):

$$b'_o(\bar{r}_o) = \Gamma'_o \Gamma'_L b'_o(\bar{r}_o) + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R'(k_x, k_y) a_o T(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} dk_x dk_y \quad (4-17)$$

$$b'_o(\bar{r}_o)(1 - \Gamma'_o \Gamma'_L) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R'(k_x, k_y) a_o T(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} dk_x dk_y \quad (4-18)$$

$$b'_o(\bar{r}_o) = \frac{a_o}{1 - \Gamma'_o \Gamma'_L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R'(k_x, k_y) T(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} dk_x dk_y \quad (4-19)$$

Fazendo:

$$D(k_x, k_y) = R'(k_x, k_y) T(k_x, k_y) \quad (4-20)$$

Temos:

$$b'_o(\bar{r}_o) = \frac{a_o}{1 - \Gamma'_o \Gamma'_L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(k_x, k_y) e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} dk_x dk_y \quad (4-21)$$

A expressão anterior nos permite determinar o sinal  $b'_o$  recebido por uma prova posicionada em posição  $\bar{r}_o$  a partir das densidades espectrais da antena transmissora e da antena de prova. O que desejamos é justamente o contrário. Para obter o inverso, consideramos:

$$e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}_o} = e^{-j(k_x x_o + k_y y_o + z_o)} \quad (4-22)$$

Assim:

$$b'_o(\bar{r}_o) = \frac{a_o e^{-jk_z z_o}}{1 - \Gamma'_o \Gamma'_L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(k_x, k_y) e^{-j(k_x x_o + k_y y_o)} dk_x dk_y \quad (4-23)$$

$$b'_o(\bar{r}_o) \frac{(1 - \Gamma'_o \Gamma'_L) e^{+jk_z z_o}}{a_o} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(k_x, k_y) e^{-j(k_x x_o + k_y y_o)} dk_x dk_y \quad (4-24)$$

A função densidade espectral  $D(k_x, k_y)$ , pela definição de Transformada de Fourier é obtida por:

$$d(x_o, y_o) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(k_x, k_y) e^{-j(k_x x_o + k_y y_o)} dk_x dk_y \quad (4-25)$$

$$D(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d(x_o, y_o) e^{j(k_x x_o + k_y y_o)} dx_o dy_o \quad (4-26)$$

Observando-se a igualdade entre (4-25) e (4-26) obtêm-se:

$$d(x_o, y_o) = b'_o(\bar{r}_o) \frac{(1 - \Gamma'_o \Gamma'_L) e^{+jk_z z_o}}{a_o} \quad (4-27)$$

Substituindo (4-28) em (4-27) obtemos o valor para  $D(k_x, k_y)$ :

$$D(k_x, k_y) = \frac{(1 - \Gamma'_o \Gamma'_L) e^{+jk_z z_o}}{4\pi^2 a_o} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b'_o(\bar{r}_o) e^{j(k_x x_o + k_y y_o)} dx_o dy_o \quad (4-28)$$

Se a função densidade espectral da prova for conhecida, obtém-se  $T(k_x, k_y)$ . Substituindo este em (4-13) obtém-se  $b(k_x, k_y)$ .

## 4.2 Correção de Ponta de Prova para Campos Vetoriais

Na seção anterior o campo elétrico é descrito de forma escalar. Embora esta não seja uma descrição precisa do campo elétrico, ela evidencia a dificuldade em caracterizá-lo vetorialmente, visto que estamos medindo o campo a partir de valores escalares.

A determinação vetorial do campo elétrico será feita partindo-se da definição das equações vetoriais de onda, que representam soluções linearmente independentes para a equação de Helmholtz em coordenadas retangulares para  $z > z_0$ .

As equações vetoriais  $\bar{M}(\bar{r})$  e  $\bar{N}(\bar{r})$  são redefinidas da seguinte forma:

$$\bar{M}(\bar{k}_+, \bar{r}) = j \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}} \quad (4-29)$$

$$\bar{N}(\bar{k}_+, \bar{r}) = -\frac{1}{k} \cdot \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} \times \bar{k}_+ \cdot e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}} \quad (4-30)$$

Onde o sinal no índice representa a direção de propagação em  $z$  positivo ou  $z$  negativo. O campo elétrico será descrito por uma expansão em ondas planas da mesma forma como foi realizado na seção anterior, com a diferença que a expressão escalar era expandida por uma equação de onda escalar enquanto a expressão vetorial será expandida em duas equações vetoriais de onda. Como discutido na seção 2.1.3, definiremos  $\bar{E}(\bar{r})$  em termos de componentes TE e TM à  $\hat{a}_z$ :

$$\bar{E}(\bar{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{b_{TE}(k_x, k_y) \bar{M}(\bar{k}_+, \bar{r}) + b_{TM}(k_x, k_y) \bar{N}(\bar{k}_+, \bar{r})\} dk_x dk_y \quad (4-31)$$

$$\begin{aligned}\bar{E}(\bar{r}) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ j b_{TE}(k_x, k_y) \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} \right\} e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}} dk_x dk_y \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ b_{TM}(k_x, k_y) \frac{1}{k} \cdot \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} \times \bar{k}_+ \right\} e^{-j\bar{k}_+ \cdot \bar{r}} dk_x dk_y\end{aligned}\quad (4-32)$$

O campo magnético:

$$\bar{H}(\bar{r}) = -\frac{k}{j\omega\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ b_{TE}(k_x, k_y) \bar{N}(\bar{k}_+, \bar{r}) + b_{TM}(k_x, k_y) \bar{M}(\bar{k}_+, \bar{r}) \right\} dk_x dk_y \quad (4-33)$$

As equações de rede deverão considerar três portas, sendo que uma corresponde ao alimentador da antena e as outras duas correspondem às equações vetoriais de onda. Assim, temos:

$$\begin{aligned}b_o = & \Gamma_o a_o \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{TE}(k_x, k_y) a_{TE}(k_x, k_y) dk_x dk_y \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{TM}(k_x, k_y) a_{TM}(k_x, k_y) dk_x dk_y\end{aligned}\quad (4-34)$$

Na saída da antena, temos dois sinais propagantes, o polarizado em  $x$  e em  $y$ . Temos então, de forma análoga à (4-12):

$$\begin{cases} b_{TE}(k_x, k_y) = a_o T_{TE}(k_x, k_y) \\ b_{TM}(k_x, k_y) = a_o T_{TM}(k_x, k_y) \end{cases} \quad (4-35)$$

Segue-se então o procedimento idêntico ao da seção anterior, chegando-se à:

$$b'_o(\bar{r}_o) = \frac{a_o e^{-jk_z z_o}}{1 - \Gamma'_o \Gamma'_L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(k_x, k_y) e^{-j(k_x x_o + k_y y_o)} dk_x dk_y \quad (4-36)$$

Sendo que  $D(k_x, k_y)$  é dado por:

$$D(k_x, k_y) = R'_{TE}(k_x, k_y) T_{TE}(k_x, k_y) + R'_{TM}(k_x, k_y) T_{TM}(k_x, k_y) \quad (4-37)$$

Assim como na seção anterior aplicamos a definição de transformada de Fourier e obtemos a função densidade espectral a partir dos valores de  $b'_o(\bar{r}_o)$ :

$$D(k_x, k_y) = \frac{(1 - \Gamma'_o \Gamma'_L) e^{+jk_z z_o}}{4\pi^2 a_o} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b'_o(\bar{r}_o) e^{j(k_x x_o + k_y y_o)} dx_o dy_o \quad (4-38)$$

Supondo a disponibilidade de duas provas com características conhecidas, realizam-se duas medidas, determinando-se  $D_1(k_x, k_y)$  e  $D_2(k_x, k_y)$ , que se relacionam às características das provas 1 e 2 conforme a equação [12]:

$$\begin{cases} D_1 = R'_{TEp1} T_{TE} + R'_{TMp1} T_{TM} \\ D_2 = R'_{TEp2} T_{TE} + R'_{TMp2} T_{TM} \end{cases} \quad (4-39)$$

Vetorialmente temos:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'_{TEp1} & R'_{TMp1} \\ R'_{TEp2} & R'_{TMp2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{TE} \\ T_{TM} \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

A solução encontrada:

$$\begin{bmatrix} T_{TE} \\ T_{TM} \end{bmatrix} = \frac{1}{R'_{TEp1} R'_{TMp2} - R'_{TMp1} R'_{TEp2}} \begin{bmatrix} R'_{TMp2} & -R'_{TMp1} \\ -R'_{TEp2} & R'_{TEp1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \quad (4-41)$$

### 4.3 Transformação de Campo Próximo para Campo Distante

É comum a denominar transformação de campo próximo para campo distante o processo no qual o campo distante é obtido a partir dos dados amostrados em campo próximo. Embora esta denominação não seja incorreta, ela pode induzir o leitor imaginar que algo está sendo transformado em outra coisa, o que não é o caso. O que ocorre é apenas uma transformação de notação entre duas representações de um mesmo fenômeno.

A transformação para campo distante é realizada por método de ponto de sela (*steepest descent*) [2] [13] [14], em que o campo elétrico será dado por:

$$\bar{E}(\bar{r}) = \frac{j2\pi k \cos \theta}{r} \bar{B}(k_x, k_x) e^{-jkr} \quad (4-42)$$

Pela igualdade entre (4-33) e (4-1), tem-se:

$$\bar{B}(k_x, k_x) = j b_{TE}(k_x, k_y) \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} - b_{TM}(k_x, k_y) \frac{1}{k} \cdot \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} \times \bar{k}_+ \quad (4-43)$$

Lembrando que:

$$b(k_x, k_y) = a_o T(k_x, k_y) \quad (4-44)$$

Tem-se:

$$\bar{B}(k_x, k_y) = ja_o T_{TE}(k_x, k_y) \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} - a_o T_{TM}(k_x, k_y) \frac{1}{k} \cdot \frac{\hat{a}_z \times \bar{k}_+}{|\hat{a}_z \times \bar{k}_+|} \times \bar{k}_+ \quad (4-45)$$

Em campo distante,  $\hat{a}_r = \hat{a}_k$ . Então:

$$\bar{k}_+ = k\hat{a}_r \quad (4-46)$$

Assim

$$\begin{aligned} \bar{E}(\bar{r}) = j2\pi k a_o \cos \theta \frac{e^{-jkr}}{r} \left\{ jT_{TE}(k_x, k_y) \frac{\hat{a}_z \times k\hat{a}_r}{|\hat{a}_z \times k\hat{a}_r|} \right. \\ \left. - T_{TM}(k_x, k_y) \frac{1}{k} \cdot \frac{\hat{a}_z \times k\hat{a}_r}{|\hat{a}_z \times k\hat{a}_r|} \times k\hat{a}_r \right\} \end{aligned} \quad (4-47)$$

Realiza-se então a transformação dos vetores para o sistema de coordenadas esféricas  $r\theta\phi$ , com sua orientação tradicional em relação ao sistema  $xyz$ .

$$\bar{E}(\bar{r}) = j2\pi k a_o \cos \theta \frac{e^{-jkr}}{r} \left\{ jT_{TE}(k_x, k_y) \hat{a}_\phi - T_{TM}(k_x, k_y) \hat{a}_\theta \right\} \quad (4-48)$$

Utilizando a definição de ganho, em (2-46), pode-se obter a seguinte expressão:

$$G_{TE}(\bar{r}) = \frac{4\pi S_{med}(\bar{r})r^2}{P_{in}} \quad (4-49)$$

$$S_{med,TE}(\bar{r}) = \frac{1}{2} \frac{4\pi^2 k^2 a_o^2 \cos^2 \theta \cdot |T_{TE}(k_x, k_y)|^2}{\eta r^2} \quad (4-50)$$

$$P_{in} = \frac{a_o^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (4-51)$$

Substituindo-se (4-51) e (4-52) em (4-50):

$$G_{TE}(\bar{r}) = \frac{16\pi^3 k^2 \cos^2 \theta \cdot |T_{TE}(k_x, k_y)|^2 Z_0}{\eta(1 - |\Gamma|^2)} \quad (4-52)$$

Para sua ortogonal:

$$G_{TM}(\bar{r}) = \frac{16\pi^3 k^2 \cos^2 \theta \cdot |T_{TM}(k_x, k_y)|^2 Z_0}{\eta(1 - |\Gamma|^2)} \quad (4-53)$$

E o ganho total:

$$G(\bar{r}) = \frac{16\pi^3 k^2 \cos^2 \theta \cdot Z_0 \left\{ |T_{TE}(k_x, k_y)|^2 + |T_{TM}(k_x, k_y)|^2 \right\}}{\eta(1 - |\Gamma|^2)} \quad (4-54)$$

A notação utilizando as coordenadas esféricas tradicionais pode ser transformada para as outras definições de polarização utilizando as relações vetoriais adequadas [15].

#### 4.4 Amostragem

Nas técnicas de medidas em campo próximo, o espectro de ondas planas é obtido a partir do sinal recebido em uma superfície próxima à antena. Neste procedimento, obtém-se uma função complexa,  $b'_o(\bar{r}_o)$ , com a intensidade e a fase do sinal recebido em cada ponto da superfície de amostragem. Realizando-se uma transformada de Fourier de  $b'_o(\bar{r}_o)$ , obtém-se  $D(k_x, k_y)$ , conforme expresso pela equação (4-29).

Sabe-se que a região onde  $D(k_x, k_y)$  é não nulo, é limitada pela circunferência onde  $k_z = 0$ , dada por:

$$k_{\max} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad (4-55)$$

Sendo  $D(k_x, k_y)$  a transformada de Fourier de  $b'_o(\bar{r}_o)$ ,  $k_{\max}$  fornece a banda de  $b'_o(\bar{r}_o)$  em [rad/m]. A distância máxima entre as amostras é obtida pela relação (2-63) e pode ser simplificada para:

$$\Delta s < \frac{\lambda}{2} \quad (4-56)$$

Esta condição de amostragem é comum a todas as geometrias de medição em campo próximo. Assim, a ponta de prova é posicionada sobre pontos que não excedam a distância de meio comprimento de onda de seus adjacentes.

Algumas antenas de alto ganho podem apresentar funções densidade espectral com bandas inferiores àquela expressa na equação (4-56). Nestes casos é possível considerar um aumento na distância entre as amostras.

As amostras podem ser dispostas de diversas maneiras. A forma mais natural é a utilização de coordenadas retangulares. Isto requer a possibilidade de mover a ponta de prova ao longo dos dois eixos ou mover a ponta de prova em um eixo e a antena no outro. A grande vantagem deste método é a rapidez do pós-processamento.

A disposição plano-polar também é bastante comum. Ela utiliza coordenadas polares sobre o plano de amostragem. As amostras são obtidas em intervalos de  $\Delta r$  e  $\Delta\theta$  dentro do critério de Nyquist, o que produz uma sobre-amostragem na região central. Nesta configuração,  $D(k_x, k_y)$  pode ser calculado utilizando-se DFT ou realizando-se uma interpolação para coordenadas retangulares, seguida de FFT. Nesta última, verifica-se perda de acurácia à medida que se distancia do centro do plano polar, reflexo das variações da taxa de amostragem [16].

O tamanho da área amostrada é outro critério importante. Sua determinação depende do maior ângulo em campo distante que deseja-se determinar, e do comprimento da antena. Com estes parâmetros, o comprimento da região de escaneamento,  $L$ , é dado por:

$$L = D + 2z_0 \tan \theta_{\max} \quad (4-57)$$

Onde  $D$  é o comprimento da antena,  $z_0$  é a distância entre a antena e o plano de amostragem e  $\theta_{\max}$  é o maior ângulo em campo distante a ser determinado.

## 4.5 Processo de Medição

Esta seção apresenta uma síntese do processo realizado para obtenção das características de campo distante a partir das medidas realizadas em campo próximo. Considera-se a figura 4.3, que ilustra o processo.

Na figura, temos uma antena operando como transmissora. O campo eletromagnético produzido pela antena é recebido por uma ponta de prova posicionada em diversos pontos sobre o plano de amostragem. O sinal recebido pela ponta de prova é comparado a uma referência extraída da fonte de alimentação da antena. Assim, para cada ponto onde é posicionada a ponta de prova, tem-se a relação em amplitude e fase entre o sinal transmitido e o sinal recebido.

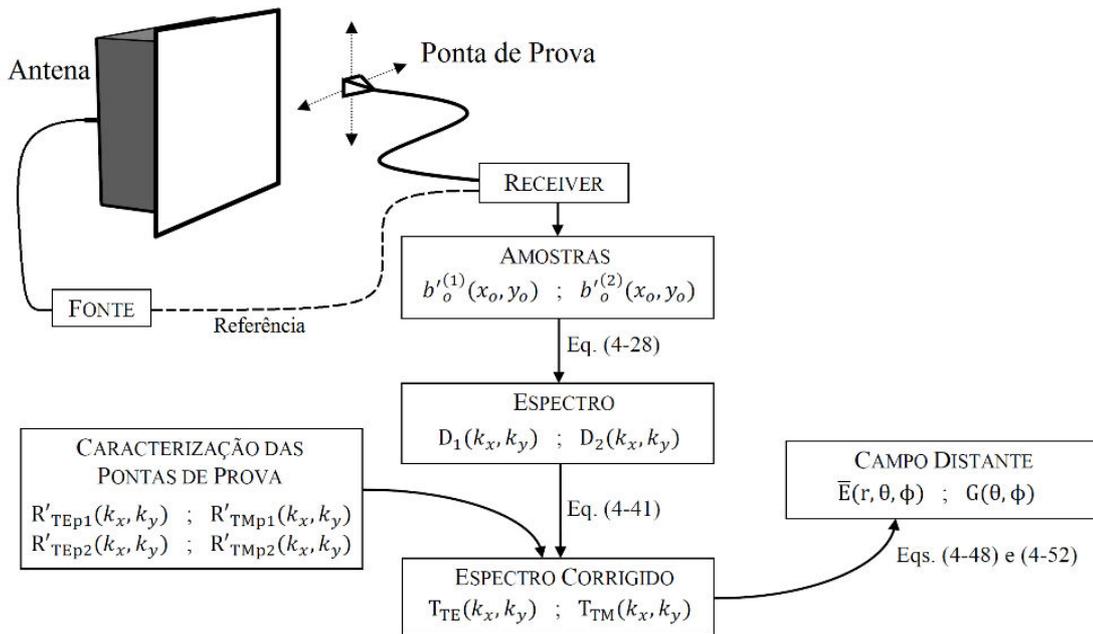


Figura 4.3 — Processo para a determinação das características em campo distante.

Para que seja possível descrever as características de polarização, devem ser realizadas duas medições utilizando-se pontas de prova com características diferentes, uma mesma prova rotacionada ou uma prova com dupla polarização. As funções que relacionam a razão entre o sinal de referência e o sinal recebido pelas pontas de prova à posição de amostragem são representadas por  $b'_o^{(1)}(x_o, y_o)$  e  $b'_o^{(2)}(x_o, y_o)$ . Utilizando-se a equação (4-28) obtém-se o espectro destas funções:  $D_1(k_x, k_y)$  e  $D_2(k_x, k_y)$ . Pela equação (4-41) as características do espectro espacial produzido pela antena são obtidas tendo como parâmetros  $D_1(k_x, k_y)$ ,  $D_2(k_x, k_y)$  e da caracterização espectral das pontas de prova. Assim, características como o campo elétrico ou o ganho em campo distante podem ser determinados.

## 5 ASPECTOS PRÁTICOS DAS TÉCNICAS DE VARREDURA EM CAMPO PRÓXIMO

Medições utilizando técnicas de varredura em campo próximo apresentam certa complexidade. Portanto, exigem conhecimentos em áreas bastante amplas da engenharia, tais como sistemas de controle, processamento de sinais, hardware, software, interfaceamento, circuitos de microondas, além, é claro, do conhecimento da propagação de ondas eletromagnéticas.

Do ponto de vista prático, a medição utilizando técnicas de varredura pode ser dividida em três sistemas – o sistema de posicionamento, o sistema de radiofrequência e o sistema de controle e processamento – que serão discutidos neste capítulo. Adicionalmente, a escolha da ponta de prova, utilização de absorvedores também serão discutidas.

### 5.1 Sistema de Posicionamento

O posicionamento da ponta prova em relação à antena, para a obtenção das medidas de campo nos pontos sobre a superfície de amostragem é realizado pelo sistema de posicionamento. Existe uma série de opções quanto à maneira como o posicionamento é realizado: pode-se mover a ponta de prova ou a antena, em movimentos de rotação ou translação, referentes a um ou dois eixos. A escolha é realizada considerando-se principalmente se a geometria da medida será planar, cilíndrica ou esférica. Considera-se ainda a disposição dos pontos de amostragem sobre a superfície da geometria e a orientação da polarização da ponta de prova na superfície.

Quando a geometria planar é aplicada com amostragem na configuração plano-retangular, é usual utilizar a translação da ponta de prova em dois eixos enquanto a antena sob teste permanece estática. Este sistema de posicionamento apresenta maior complexidade, por exigir sistemas ópticos de posicionamento, entretanto a interpretação de seus resultados é bastante simples. A amostragem pode ser realizada sobre uma superfície vertical posicionada em frente à antena, com a ponta de prova sendo transladada em um eixo vertical e um horizontal. Para antenas utilizadas em baixa gravidade, tais como antenas de satélites, a medição é realizada com a antena apontada para cima, e a amostragem é feita em pontos de um plano posicionado acima da antena, com a ponta de prova sendo movimentada em dois

eixos horizontais. Para caracterização da polarização da antena é possível rotacionar a ponta de prova, embora existam outras soluções para este fim.

A implementação mais usual da geometria plano-polar utiliza a ponta de prova transladando enquanto a antena é rotacionada em um eixo. A translação da ponta de prova fornece o raio sobre o plano de amostragem, enquanto a rotação fornece o ângulo. Como a ponta de prova e a antena seriam rotacionadas uma em relação à outra, a obtenção da polarização pode ser comprometida. Isto é evitado rotacionando a ponta de prova para manter o alinhamento com a antena ou utilizando-se pontas de prova radialmente simétricas.

Em medições em geometria esférica o pode-se é rotacionar a antena sob teste em dois eixos; rotacioná-la em apenas em um eixo enquanto a ponta de prova é transladada em um percurso circular envolvendo a antena; ou mantendo a antena estática enquanto a ponta de prova é transladada em um percurso circular em uma estrutura rotacionável.

Já para medições em geometria cilíndrica desloca-se a ponta de prova ao longo de um eixo, enquanto a antena é rotacionada.

## **5.2 Ponta de Prova**

A escolha da ponta de prova deve se adequar às condições em que são realizadas as medições. Esta escolha é relevante em diversos aspectos, tais como a frequência do teste, os efeitos de multipercursos, a determinação da polarização e, em alguns casos, pode representar aumento na distância entre as amostras.

A interferência da ponta de prova na amostragem é mais relevante para a geometria planar, quando são medidas antenas de alto ganho. Foi discutido anteriormente como o efeito da ponta de prova se manifesta como uma convolução no espaço ou um produto entre os espectros angulares. Desta forma, a ponta de prova funcionaria como um filtro passa-baixa, que possibilitaria que a amostragem possa ser realizada em taxas menores. Isto é válido desde que a ponta de prova apresente um ganho significativo, que represente uma diminuição na taxa de amostragem. Para obter o ganho é necessária a utilização de antenas maiores e mais pesadas, que podem comprometer o sistema de posicionamento e a desempenho contra multipercursos. Apresenta-se então uma relação de compromisso a ser avaliada.

Quanto às características de polarização, há a opção de utilizar pontas de prova com dupla polarização, radialmente simétrica ou pontas de prova simples com um mecanismo para rotação. As pontas de prova com dupla polarização apresentam alimentadores posicionados de forma a obter modos diferentes de propagação de guia de onda. Assim, cada alimentador tem

suas próprias características de transmissão, permitindo que dados de duas medidas possam ser obtidos sem a necessidade de movimentar ou trocar a prova.

### **5.3 Absorvedores**

A utilização de absorvedores é muito útil para minimizar os efeitos de multipercursos e reflexões. Absorvedores devem ser aplicados prioritariamente nas regiões de maior incidência de radiação. Por esta razão a utilização de absorvedores depende da geometria utilizada. Na geometria planar a ponta de prova é mantida fixa, de forma que os absorvedores podem ser utilizados apenas sobre área de incidência direta de radiação. Geometrias cilíndricas e esféricas costumam ser utilizadas para antenas de ganhos menores e realizando rotações da antena transmissora. Desta, exigem a utilização de absorvedores sobre áreas mais extensas, ou mesmo dentro de câmaras anecóicas.

### **5.4 Subsistema RF**

Toda a caracterização do desempenho das antenas pela utilização de técnicas de medição em campo próximo parte das informações de amplitude e fase obtidas na superfície de amostragem. Portanto a qualidade destas medições é de fundamental importância para alcançar resultados confiáveis. A maior dificuldade deve-se à medição de fase, visto que medição de amplitude é bastante trivial. Os Analisadores Vetoriais de Redes (VNA – Vector Network Analyzer) são equipamentos amplamente utilizados para determinação dos parâmetros-S de uma rede, ou seja, suas relações de amplitude e fase, sendo amplamente utilizados em medições em campo próximo para a comparação entre o sinal que alimenta a antena e o sinal recebido pela prova. A presença de portas para o interfaceamento entre o VNA e computadores permite a realização de testes automatizados.

Obter qualidade na medição exige que toda a variação de intensidade e fase se deva a diferenças no posicionamento entre a antena que está sendo medida e a ponta de prova. Alterações de fase provocadas por qualquer dispositivo do circuito RF devem ser evitadas, o que é difícil para os pequenos comprimentos de onda verificados em altas frequências.

A estabilidade de fase começa pelas fontes que devem fornecer sinais com estabilidade para que as medidas sejam tomadas adequadamente.

Alterações de fase nos cabos podem ser provocadas pela dilatação térmica. Este efeito pode ser reduzido controlando-se termicamente o ambiente e utilizando-se cabos com estabilidade de fase, que minimizam a variação de fase provocada pela dilatação térmica do condutor. Este tipo de cabo costuma apresentar perdas maiores, o que representa uma perda

na relação sinal-ruído, exigindo a utilização de mixers, para redução de frequência, ou uso de receptores com maior sensibilidade [17].

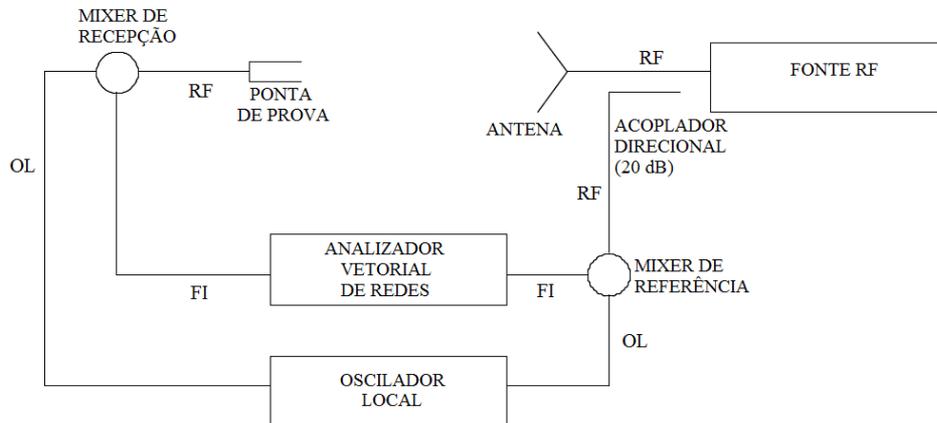


Figura 5.1 — Subsistema RF para medições em campo próximo [17].

Um subsistema RF típico é mostrado na figura 5.1. A antena a ser medida opera como transmissora do sinal produzido pela fonte RF. O acoplador direcional permite a extração da referência para as medições. Em altas frequências apresentam-se dificuldades na medição e na estabilidade de fase. Por esta razão é bastante comum a utilização de mixers para que a medição seja realizada em uma frequência intermediária (FI). A mixagem é realizada entre o sinal de operação da antena (RF) e o sinal produzido por um oscilador local (OL).

## 5.5 Controle e Processamento

Para efetuar amostragem em grandes quantidades de pontos em um tempo razoável é necessário que o processo de varredura seja automatizado. Para tanto se utiliza um computador que controla o sistema de posicionamento, o gerador de sinais e o analisador de redes vetoriais, recebendo, ainda, os dados deste último. Isto é feito pelas interfaces disponíveis em muitos destes dispositivos. O computador ainda processa os dados utilizando algoritmos tais como a FFT, utilizado na geometria retangular-planar, bem como diversos outros algoritmos para serem utilizados em outras geometrias, permitindo a determinação de parâmetros de antenas, correção de erros, síntese de gráficos.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentados alguns princípios das técnicas de medida em campo próximo por varredura, enfatizando-se a geometria planar. Observou-se as imensas possibilidades proporcionadas por este conjunto de técnicas, tão grandes quanto o caminho a ser explorado em seu estudo. Há, portanto, bastante assunto para trabalhos futuros, mesmo com tópicos mais avançados a explorar [18] [19].

O estudo das geometrias cilíndricas [9] e esféricas [20], ou mesmo descrições mais aprofundadas da geometria planar representam possibilidades para trabalhos teóricos. Como sugestões mais diretas, o desenvolvimento de programas computacionais com o objetivo da obtenção dos parâmetros das antenas em campo distante. Uma possibilidade é a simulação, pelo método FDTD (diferenças finitas no domínio do tempo) [21] [22], do procedimento de medição em campo próximo. Duas antenas seriam modeladas: a antena que seria medida e a ponta de prova. O programa de FDTD seria rodado com diversas posições relativas entre as duas antenas, simulando o procedimento de amostragem. Este procedimento permitiria a validação de programas de transformação de campo próximo para campo distante, correção de ponta de prova, cálculo de ganho, polarização, entre outros. Tal procedimento se justifica para aquisição inicial de dados, seja pela falta dos equipamentos de medida ou mesmo, na presença destes, de um procedimento inicial da obtenção de dados de forma mais rápida e com menor custo.

Um avanço na implementação de técnicas de medida de campo próximo é o estudo no domínio do tempo [23] [24] [25] [26] [27] [28]. Estas medidas aplicadas na área de eletromagnetismo aplicado reduzem o tempo quando executadas para o caso de antenas de banda ultralarga. Em outras palavras, a resposta em frequência pode ser executada em uma única seção de medidas. Porém erros ocasionados devido à aquisição bem como nos processamentos posteriores têm que ser estudados e mantidos sob controle, levando a uma necessidade da compreensão dos processos e procedimentos envolvidos. Desta forma, um dispositivo sob teste é avaliado em uma gama de frequências, conhecendo as interferências por ele ocasionadas ou sofridas.

Ainda, no domínio do tempo, técnicas de eliminação de ruídos devidos a reflexão podem ser estudadas, como no caso da matriz pencil [29], possibilitando efetuar medidas em

loais sem câmara anecóica mesmo estando blindados para evitar interferências de sinais externos.

Pode-se ainda fazer um levantamento de equipamentos utilizados em medidas em campo próximo por varredura, tais como analisadores de redes vetoriais, sistemas de posicionamento, osciladores, mixers e câmaras anecóicas, projetando um sistema e levantando seus custos. Um estudo mais elaborado é a busca do estabelecimento de condições técnicas para a implantação de um laboratório de medidas de compatibilidade eletromagnética.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] KRAUS, J. D.; CARVER, K. R. **Eletromagnetismo**. Tradução de Weber Figueiredo da Silva. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.
- [2] APPEL-HANSEN, J. et al. Antenna Measurements. In: RUDGE, A. W., et al. **The Handbook Of Antenna Design**. Londres: IEEE electromagnetic wave series, 1986. Cap. 8, p. 584-694. ISBN 0-86341-052-9.
- [3] ORFANIDIS, S. J. **Electromagnetic Waves and Antennas**. Disponível em: <<http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ch02.pdf>>. Acesso em: 11 Abril 2010.
- [4] STUTZMAN, W. L.; THIELE, G. A. **Antenna Theory and Design**. John Wiley & Sons, 1998. ISBN 0-471-02590-9.
- [5] LUDWIG, A. C. The Definition of Cross Polarization. **IEEE Transactions on Antennas Propagation**, vol. 21, 1973.
- [6] GASKILL, J. D. **Linear Systems, Fourier Transforms and Optics**. John Wiley & Sons, 1978.
- [7] GOODMAN, J. W. **Introduction to Fourier Optics**. 2ª Edição. McGraw-Hill, 1996.
- [8] LATHI, B. P. **Modern Digital and Analog Communication Systems**. Oxford University Press, 1998.
- [9] YAGHJIAN, A. D. An Overview of Near-Field Antenna Measurements. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, 1986.
- [10] SHARMA, K. K. **Optics Principles and Applications**. Elsevier, 2006.
- [11] KOZAKOFF, D. Aperture Antennas. In: WEBSTER, J. G. **Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering**. Wiley v. 1, 1999. p. 609-622.
- [12] SLATER, D. **Near-Field Antenna Measurements**. ISBN 978-0890063613.
- [13] REPJAR, A. G.; NEWELL, A. C. . F. M. H. Accurate Determination of Planar Near-Field Correction Parameters for Linearly Polarized Probes. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, 36, 1988.

- [14] JOY, E. B.; PARIS, D. T. Spatial Sampling and Filtering in Near-Field Measurements. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol 20, 1972.
- [15] MASTERS, G. F.; GREGSON, S. Coordinate System Plotting for Antenna Measurements. *Antenna Measurement Techniques Association Conference*. 2007.
- [16] GATTI, M. S.; RAHMAT-SAMII, Y. FFT Applications to Plane-Polar Near-Field Antenna Measurements. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol. 36, 1988.
- [17] GREGSON, S.; MCCORMICK, J.; PARINI, C. **Principles of Planar Near-Field Antenna Measurements**. The Institution of Engineering and Technology, 2007. ISBN 978-0863417368.
- [18] CLEMMOW, P. C. **The Plane Wave Spectrum Representation of Electromagnetic Fields**. 2<sup>a</sup> Edição. Oxford University Press, 1996.
- [19] KERNS, D. M. **Plane-Wave Scattering-Matrix Theory of Antennas and Antenna-Antenna Interactions**. Washington: NBS Monograph, 1982.
- [20] HANSEN, J. E. **Spherical Near-Field Antenna Measurements**. Institution Of Engineering And Technology, 1988. ISBN 978-0863411106.
- [21] KUNZ, K. S.; LUEBBERS, R. J. **Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics**. CRS Press, 1993. ISBN 978-0849386572.
- [22] TAFLOVE, A. **Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method**. Artech House, 1995.
- [23] HANSEN, T. B.; YAGHJIAN, A. D. Planar Near-Field Scanning in the Time Domain, Part 1: Formulation. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol. 42, 1994.
- [24] HANSEN, T. B. Formulation of Spherical Near-Field Scanning,for Electromagnetic Fields in the Time Domain. **IEEE Tansactions on Antennas and Propagation**, vol. 45, 1997.
- [25] MILLER, E. K. **Time-Domain Measurements in Electromagnetics**. Van Nostrand

Reinhold Electrical, 1986.

- [26] FELSEN, L. B. **Transient Electromagnetic Fields**. In: Topics in applied physics.: Springer Verlag, v. 10, 1986.
- [27] RAO, S. M. **Time Domain Electromagnetics**. San Diego: Academic Press, 1999.
- [28] SHLIVINSKI, E. H.; KASTNER, R. Antenna characterization in the time domain. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, vol. 45, Julho 1997.
- [29] SILVA, F. C.; TERADA, M. A. B.; DAVIS, W. A. Reduction of Multipath Interference in Antenna Pattern using Matrix Pencil Method. *2007 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave & Optoelectronics Conference*. Salvador, 2007. p. 413-417.