

# **TRABALHO DE GRADUAÇÃO**

## **SEPARAÇÃO DE SINAIS GAUSSIANOS E NÃO-GAUSSIANOS USANDO ICA E BEAMFORMING**

**Davi Mariel Braga Dias**

**Brasília, junho de 2014**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**SEPARAÇÃO DE SINAIS  
GAUSSIANOS E NÃO-GAUSSIANOS  
USANDO ICA E BEAMFORMING**

**Davi Mariel Braga Dias**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro de Redes de Comunicação

**Banca Examinadora**

Prof. Dr. Adoniran Judson de Barros Braga, ENE/UnB

*Orientador*

Prof. Dr. João Paulo Carvalho Lustosa da Costa, ENE/UnB

*Examinador*

Prof. Dr. Ugo Silva Dias, ENE/UnB

*Examinador*

## **Agradecimentos**

O produto deste projeto é obra de incontáveis acontecimentos e colaboração de diversas pessoas que, de forma direta ou indireta, me auxiliaram desde o começo de minha vida.

Primeiramente aos que me sustentaram e me apoiaram desde o ventre, meu pai, minha mãe e minhas irmãs, nunca deixando de me amparar nos momentos de maior dificuldade, por terem me dado a educação, me ensinando o comprometimento com o estudos para que pudesse chegar até aqui, e sabendo que ainda após este ponto poderei contar sempre, muito obrigado.

Aos incontáveis profissionais que estiveram por trás de meu sucesso acadêmico, os professores do primário que me ensinaram o básico, mas crucial para minha progressão de ensino, aos monitores e professores do Colégio Militar de Brasília, que, em sua rigidez, me ensinaram disciplina e determinação, aos professores da Universidade de Brasília que me mostraram que nunca se sabe demais a respeito de qualquer assunto que seja, estimulando, desta forma, minha sede por conhecimento, muito obrigado.

Aos vários pais e mães da fé, que, em sua bondade irrestrita, me receberam como seu próprio filho, e aos irmãos da fé que me alimentaram da Palavra e me ensinaram o correto proceder do cristão, contribuindo para a formação do remido que sou hoje, muito obrigado.

Aos amigos de todos os estágios de minha vida, alguns que ficaram pelo caminho e outros que creio que me acompanharão ainda no decorrer de minha vida, que me ensinaram o verdadeiro companheirismo e o compartilhar das alegrias e das dificuldades, muito obrigado.

À minha noiva, que por mais da metade do meu curso me apoiou e me suportou em meio às incontáveis horas de estudo e dedicação às disciplinas, festejando comigo em meus sucessos e pranteando comigo em minhas falhas, e que me fez crer mesmo nos momentos em que estava incrédulo, a você com quem me casarei em breve e com quem serei um em Cristo, muito obrigado.

Por último, todavia o mais importante de todos, à Deus, de quem emana todo conhecimento, sabedoria e perseverança que me foi necessário para chegar até aqui, o qual viu por bem colocar em meu caminho todos os mencionados anteriormente, o autor e diretor de minha vida, sem o qual eu jamais seria algo senão pó, expresso aqui meu eterno agradecimento.

Davi Mariel Braga Dias

---

## RESUMO

Este projeto visa apresentar um método de separação de vários sinais gaussianos e não-gaussianos, misturados entre si, a partir da observação em receptores com múltiplos sensores em um sistema MIMO (do inglês *Multiple-Input, Multiple-Output*). A separação destes sinais é feita através de uma técnica de iteração de dois métodos de estimação bastante conhecidos: o método de Análise de Componentes Independentes (ICA, do inglês *Independent Component Analysis*), usado para a separação de fontes não-gaussianas, e o método de Estimativa do Parâmetro do Sinal por meio de Técnica de Invariância Rotacional (ESPRIT, do inglês *Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariance Technique*), usada para a separação de fontes gaussianas. Resultados de simulações computacionais mostram que o erro de estimação dessas fontes diminui até alcançarem dois tipos de convergência, um de curto prazo, com redução do erro em 42%, e outro de longo prazo, com redução em 17%.

**Palavras-chave:** Análise de Componentes Independentes, Estimativa do Parâmetro do Sinal por meio de Técnica de Invariância Rotacional, Processo de Iteração, Sinal Gaussiano, Sinal Não-Gaussiano, Canal de Rayleigh, Canal de Vandermonde, Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas.

---

## ABSTRACT

This project intention is to show a separation method of Gaussian and non-Gaussian Signal, mixed together, through the observation in receivers with multiple sensors in a MIMO system. This signal separation is done by an iteration technique of two well-known estimation methods: the Independent Component Analysis method (ICA), used for non-Gaussian Signal separation, and the Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariance Technique method (ESPRIT), used for Gaussian Signal separation. Computer simulations results indicate that this sources estimation error will decreases and reach two kinds of convergence, one short-term, reducing the error by 42%, and other long-term, reducing by 17%.

**Keywords:** Independent Component Analysis, Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariant Technique, Iteration Process, Gaussian Signal, non-Gaussian Signal, Rayleigh Channel, Vandermonde Channel, Multiple Inputs Multiple Outputs.

# SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1      | MOTIVAÇÃO DO PROJETO .....  | 1         |
| 1.2      | ESTRUTURA DO PROJETO .....  | 3         |
| <b>2</b> | <b>MODELO DO SINAL .....</b>  | <b>4</b>  |
| 2.1      | INTRODUÇÃO .....  | 4         |
| 2.2      | CANAL DE RAYLEIGH .....   | 6         |
| 2.2      | CANAL DE VANDERMONDE .....  | 7         |
| <b>3</b> | <b>ANÁLISE DE COMPONENTES INDEPENDENTES .....</b>   | <b>8</b>  |
| 3.1      | INTRODUÇÃO .....  | 8         |
| 3.2      | CONDIÇÕES NECESSÁRIAS PARA A ESTIMAÇÃO POR MEIO DO MÉTODO ICA .....                             | 10        |
| 3.2.1    | NÃO-GAUSSIANIDADE .....   | 10        |
| 3.2.2    | INDEPENDÊNCIA E NÃO-CORRELAÇÃO .....  | 13        |
| 3.2.3    | MATRIZ DE MISTURA QUADRADA CANAL DE RAYLEIGH .....  | 15        |
| 3.3      | PROCEDIMENTOS PRÉVIOS .....   | 15        |
| 3.3.1    | CENTRALIZAÇÃO .....   | 15        |
| 3.3.2    | BRANQUEAMENTO .....   | 16        |
| 3.4      | MODELO DO MÉTODO ICA .....  | 17        |
| 3.4.1    | GRADIENTE DESCENDENTE .....   | 17        |
| 3.4.2    | GRADIENTE DESCENDENTE NO MÉTODO ICA .....   | 19        |
| 3.5      | PROBLEMAS RELACIONADOS AO MÉTODO ICA .....  | 20        |
| 3.5.1    | MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS .....  | 20        |
| 3.4.2    | FUNÇÃO COVARIÂNCIA .....  | 21        |
| <b>4</b> | <b>ESTIMAÇÃO DO CANAL A PARTIR DA DIREÇÃO DE CHEGADA .....</b>                                  | <b>24</b> |
| 4.1      | INTRODUÇÃO .....  | 24        |
| 4.2      | MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA .....  | 25        |
| 4.2.1    | MUSIC .....   | 26        |
| 4.2.2    | ROOT MUSIC .....  | 28        |
| 4.2.3    | ESPRIT .....  | 29        |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS .....</b>   | <b>31</b> |
| 5.1      | INTRODUÇÃO .....  | 31        |
| 5.2      | COMPARAÇÃO DE ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA ENTRE OS MÉTODOS MUSIC, ROOT MUSIC e ESPRIT ..... | 31        |
| 5.3      | SEPARAÇÃO DE TRÊS SINAIS NÃO-GAUSSIANOS ATRAVÉS DO MÉTODO ICA .....                             | 33        |
| 5.4      | PROCESSO DE ITERAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS ICA E ESPRIT .....  | 35        |
| 5.4.1    | PASSO-A-PASSO DO PROCESSO DE ITERAÇÃO .....   | 36        |
| 5.4.2    | RESULTADOS DO PROCESSO DE ITERAÇÃO .....  | 37        |
| <b>6</b> | <b>CONCLUSÃO .....</b>  | <b>44</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>   | <b>45</b> |

# LISTA DE FIGURAS

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.1  | Ilustração de propagação do sinal sem linha de visada .....   | 5  |
| 2.2  | Ilustração da Distribuição de Rayleigh .....  | 6  |
| 2.3  | Ilustração de chegadas de um sinal com canal do tipo Vandermonde .....  | 7  |
| 3.1  | Captura das fontes por microfones e a separação das diferentes fontes .....   | 9  |
| 3.2  | a) Distribuição conjunta de 2 variáveis gaussianas independentes b) Histograma da 1a variável c) Histograma da 2a variável .....      | 12 |
| 3.3  | a) Distribuição conjunta das componentes s1 e s2 distribuídas uniformemente; b) Distribuição da mistura das componentes s1 e s2 ..... | 14 |
| 3.4  | Ilustração do método de Gradiente Descendente .....   | 18 |
| 3.5  | Ilustração do método dos Mínimos Quadrados .....  | 20 |
| 4.1  | Ilustração do problema da estimação da direção de chegada .....   | 25 |
| 5.1  | Ondas Senoidal, Quadrada e Triangular Originais respectivamente .....   | 33 |
| 5.2  | Ondas Senoidal, Quadrada e Triangular Misturadas respectivamente .....  | 34 |
| 5.3  | Ondas Triangular, Quadrada e Senoidal Estimadas respectivamente .....   | 34 |
| 5.4  | Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado utilizando Canal de Vandermonde .....   | 38 |
| 5.5  | Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado utilizando Canal de Vandermonde .....   | 38 |
| 5.6  | Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado utilizando Canal de Vandermonde .....   | 39 |
| 5.7  | Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado utilizando Canal de Vandermonde .....   | 39 |
| 5.8  | Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado utilizando Canal de Rayleigh .....  | 41 |
| 5.9  | Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado utilizando Canal de Rayleigh .....  | 41 |
| 5.10 | Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado utilizando Canal de Rayleigh .....  | 42 |
| 5.11 | Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado utilizando Canal de Rayleigh .....  | 42 |

# LISTA DE TABELAS

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 5.1 | Comparação da Estimação de Chegada para os métodos MUSIC, Root MUSIC e ESPRIT ..... | 32 |
| 5.2 | Comparação do Erro absoluto das estimativas da tabela 5.1 .....                     | 32 |



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO DO PROJETO

Nos dias atuais, presencia-se uma crescente demanda na utilização de sistemas de comunicação sem fio, como por exemplo sistemas celulares, sistemas de transmissão de internet via rádio ou via satélite, sistemas de transmissão de televisão digital, etc., o que estabelece a necessidade desses sistemas terem cada vez maior capacidade. A capacidade de um sistema de transmissão, segundo o Teorema de Shannon-Harley, depende da banda de frequência alocada para o sistema, ou a banda passante no caso de um sinal modulado em onda contínua, e da razão entre a potência média do sinal enviado e a potência média do ruído presente no meio de transmissão.

Sendo assim, para aumentar a capacidade de um sistema de transmissão existem duas possibilidades: aumentar a banda de frequência alocada, ou melhorar a relação entre a potência média do sinal recebido e a potência média do ruído. Aumentar a banda de frequência, em grande parte das vezes, se mostra um processo custoso, pois o espectro de frequência é um recurso limitado, o que o torna um recurso escasso em vista da grande concorrência que há entre os vários serviços na ocupação deste espectro. Este fato tem levado vários pesquisadores a desenvolverem métodos para otimizar a relação entre a potência média do sinal recebido e a potência média do ruído do meio, buscando tornar o sinal recebido mais similar ao que foi enviado, o que fortalece esta relação. Em geral, este ruído é térmico e modelado por um sinal gaussiano branco, mas a presença de sinais impulsivos ruidosos também é comum de acordo com a literatura [1].

Num cenário mais específico, em que o espectro é compartilhado por sinais de mesmo sistema ou sistemas diferentes, o ruído pode ser estendido também a componentes interferentes que normalmente carregam alguma informação. Neste caso, o sistema deve ser suficientemente robusto para suportar tal interferência.

Sistemas multi-antenas são utilizados a fim de aproveitar a diversidade espacial e a aleatoriedade do canal de propagação, possibilitando separar determinados sinais que ocupam os mesmos recursos físicos (tempo, espaço, espectro de frequência), reduzindo o ruído causado pela interferência entre sinais.

Neste trabalho de final do curso de Engenharia de Redes de Comunicação, trata-se do problema de mútua interferência entre dois sistemas independentes em que o uso de múltiplas antenas no receptor permite a separação de todas as fontes e sucessiva eliminação das mesmas a fim de adequadamente decodificá-las. Em outras palavras, após a estimação de parte dos sinais, estes são usados para eliminar suas contribuições no receptor, melhorando a estimação dos sinais remanescentes. E este processo se repete até que certa convergência seja observada.

O cenário escolhido envolve dois sistemas, que chamaremos de útil e interferente, em que seus sinais transmitidos são, para o primeiro, de modulação M-ária de onda contínua, como QPSK, e para o segundo, gaussianos, como TV analógica (VSB+C/FM) ou OFDM. Considera-se também não existir informação privilegiada, como sinais pilotos, na decodificação dos sinais do sistema interferente.

Para detecção cega dos sinais do sistema interferente foi escolhida técnicas de formação de feixes [2] em que os ganhos do canal de propagação entre fontes e sensores são estimados via detectores de direção de chegada (DoA, do inglês *Direction of Arrival*). Neste trabalho, não foi considerado o conhecimento da ordem do modelo como um problema. Ou seja, a informação do número de fontes gaussianas foi dada como conhecida. Na prática, técnicas como M-EFT e MDL são usadas para estimar este número [3].

Para a detecção dos sinais do sistema útil, o uso de sinais pilotos permite a solução do problema através de técnicas como mínimos quadrados (LS, do inglês *Least Squares*) ou minimização do erro médio quadrático (MMSE, do inglês *Minimum Mean Square Error*) entre outros [2]. No entanto, foi escolhida a técnica de Análise de Componentes Independentes (ICA, do inglês *Independent Component Analysis*) [4] que é semi-cega e tem a vantagem do uso de todas as amostras do sinal recebido para estimar o canal de propagação, e não apenas aquelas associadas aos sinais pilotos. A escolha do cenário com sinais de modulações distintas que resultam em sinais gaussianos ou de modulação M-ária corrobora com a escolha do ICA, pois este não distingue os sinais gaussianos, decodificando apenas os não-gaussianos, como os sinais QPSK por exemplo.

Vale ressaltar que foi utilizado ruído aditivo branco e gaussiano, e matrizes de mistura de Vandermonde e Gaussiana complexa, a fim de simular canais com Linha de Visada (LoS, do inglês *Line of Sight*) e de Rayleigh. O Erro Médio Quadrático (MSE, do inglês *Mean Square Error*) foi usado para mensurar a qualidade da estimação dos sinais gaussianos e não-gaussianos.

## 1.2 ESTRUTURA DO PROJETO

O projeto é dividido em seis capítulos, que são: Introdução, Modelo do Sinal, Análise de Componentes Independentes, Estimação do Canal a partir da Direção de Chegada, Resultados e Conclusão.

O Capítulo 1 é a Introdução, e visa mostrar o que motivou o início do projeto, introduz o que se espera alcançar ao final do projeto, além de mostrar como este foi estruturado.

O Capítulo 2 trata do Modelo do Sinal, e busca mostrar o modelo que foi utilizado durante o projeto para o sinal, apresentando também os tipos de canais que foram utilizados associados ao sinal enviado.

O Capítulo 3 traz a técnica de Análise de Componentes Independentes, e tem como objetivo apresentar a forma de funcionamento do método ICA, bem como os pré-requisitos para a correta estimação de Sinais Não-Gaussianos através do método.

O Capítulo 4 traz a Estimação do Canal a partir da Direção de Chegada, e trata inicialmente sobre a questão do problema da estimação da Direção de Chegada para, após isto, tratar sobre os métodos utilizados para esta estimação, obtendo assim uma forma de computar o Canal, e, em última instância, o sinal enviado.

O Capítulo 5 traz os Resultados, e aborda sobre aquilo que foi obtido através do estudo e tentativa da detecção do sinal a partir da ideia inicial do projeto, comparando também os diferentes métodos e sinais utilizados.

O Capítulo 6 conclui este trabalho, em que se discute sobre o quanto o trabalho se aproximou daquilo que foi proposto inicialmente pelo projeto, e mostram-se as perspectivas futuras para o novo método criado.

## 2 MODELO DO SINAL

### 2.1 INTRODUÇÃO

O modelo do sinal utilizado neste projeto é o resultado da adição de sinais gaussianos e não gaussianos e do ruído branco gaussiano, conforme a equação

$$x_m[k] = \sum_{q=1}^Q a_{mq}^{ng} \cdot s_q^{ng}[k] + \sum_{p=1}^P a_{mp}^g \cdot s_p^g[k] + w_m[k] \quad (2.1)$$

em que  $x_m[k]$  é a  $k$ -ésima amostra observada pelo  $m$ -ésimo sensor,  $a_{mq}^{ng}$  é o ganho do canal entre a  $q$ -ésima fonte não-gaussiana e o  $m$ -ésimo sensor não-gaussiano,  $s_q^{ng}[k]$  é o sinal não-gaussiano enviado no tempo  $k$  pelo transmissor  $q$ ,  $a_{mp}^g$  é o ganho do canal entre a  $p$ -ésima fonte não-gaussiana e o  $m$ -ésimo sensor gaussiano,  $s_p^g[k]$  é o sinal gaussiano enviado no tempo  $k$  pelo transmissor  $p$  e  $w_m[n]$  é a componente do ruído branco gaussiano aditivo (AWGN, do inglês Additive White Gaussian Noise) no tempo  $k$  e sensor  $m$ .

Generalizando o modelo para os  $M$  sensores,  $N$  fontes ( $Q$  não-gaussianas e  $P$  gaussianas) e  $K$  amostras, temos

$$X = A_G \cdot S_G + A_{NG} \cdot S_{NG} + W \quad (2.2)$$

em que  $X$  é a matriz do sinal recebido pertencente ao conjunto  $\mathbb{C}^{M \times K}$ ,  $A_G$  é a matriz do canal associado ao sinal gaussiano pertencente ao conjunto  $\mathbb{C}^{M \times P}$ ,  $S_G$  é a matriz do sinal gaussiano enviado pertencente ao conjunto  $\mathbb{C}^{P \times K}$ ,  $A_{NG}$  é a matriz do canal associado ao sinal não-gaussiano pertencente ao conjunto  $\mathbb{C}^{M \times Q}$ ,  $S_{NG}$  é a matriz do sinal não-gaussiano enviado pertencente ao conjunto  $\mathbb{C}^{Q \times K}$  e  $W$  é a matriz do ruído pertencente ao conjunto  $\mathbb{C}^{M \times K}$ .

O canal associado ao sinal gaussiano e o canal associado ao sinal não-gaussiano utilizados neste projeto são de dois tipos: modelo de distribuição de Rayleigh, que é a amplitude do canal gaussiano complexo, e modelo de Vandermonde, que segue o modelo da Matriz de Vandermonde.

O que diferencia estes modelos é a forma de propagação do sinal através do canal. No caso da distribuição de Rayleigh, a propagação é dispersa, ou seja, os sensores recebem réplicas do sinal após este sofrer a ação de mecanismos de propagação, como a reflexão, refração e difração, sem linha de visada (NLOS, do inglês *Non-Line of Sight*), conforme ilustrado na figura 2.1. Já o modelo de Vandermonde, a propagação é não-dispersiva, ou seja, os sensores recebem o sinal diretamente, com linha de visada (LOS, do inglês *Line of Sight*). Estes modelos serão melhor explicados nas seções a seguir.

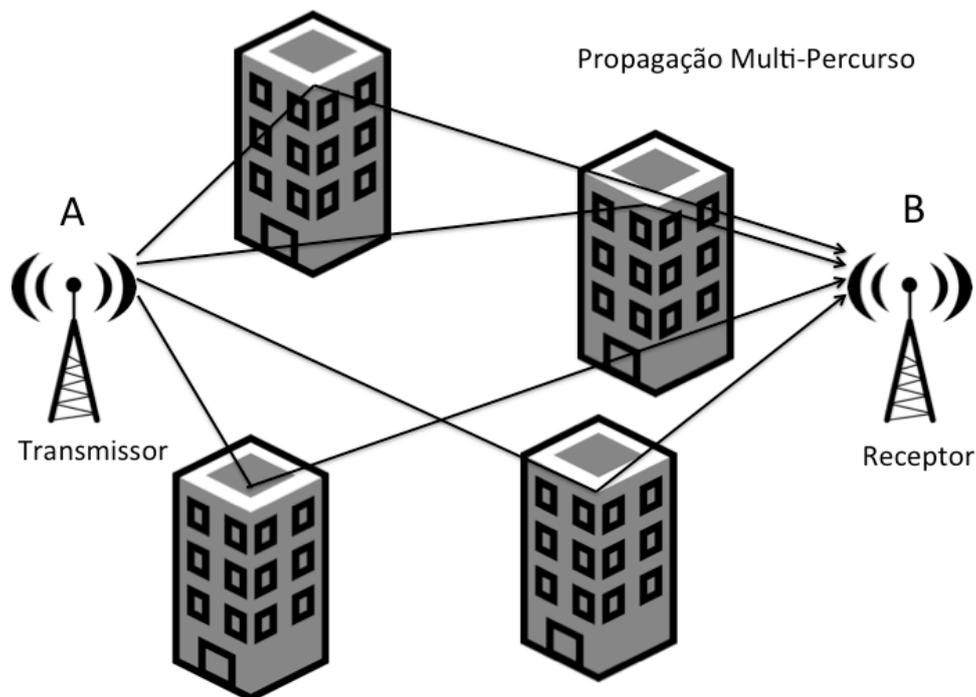


Figura 2.1: Ilustração de propagação do sinal sem linha de visada

## 2.2 CANAL de RAYLEIGH

O Canal de Rayleigh segue o modelo de distribuição de Rayleigh. A Distribuição de Rayleigh é observada habitualmente quando a magnitude de um vetor possui uma relação direta com seus componentes [5].

Como mencionado anteriormente, para este canal, lida-se com NLOS, portanto o resultado final do sinal recebido por cada sensor será um somatório de variáveis aleatórias independentes, que, de acordo com o Teorema do Limite Central, será aproximado por uma Distribuição Normal, tanto para a parte real quanto para a parte imaginária do sinal.

Um exemplo para este tipo de distribuição é o de números aleatórios complexos, com partes reais e imaginárias Gaussianas independentes e identicamente distribuídas com mesma variância e com média 0. Considerando estas informações como verdadeiras, o valor absoluto da variável complexa segue uma distribuição de Rayleigh, ilustrado na figura abaixo.

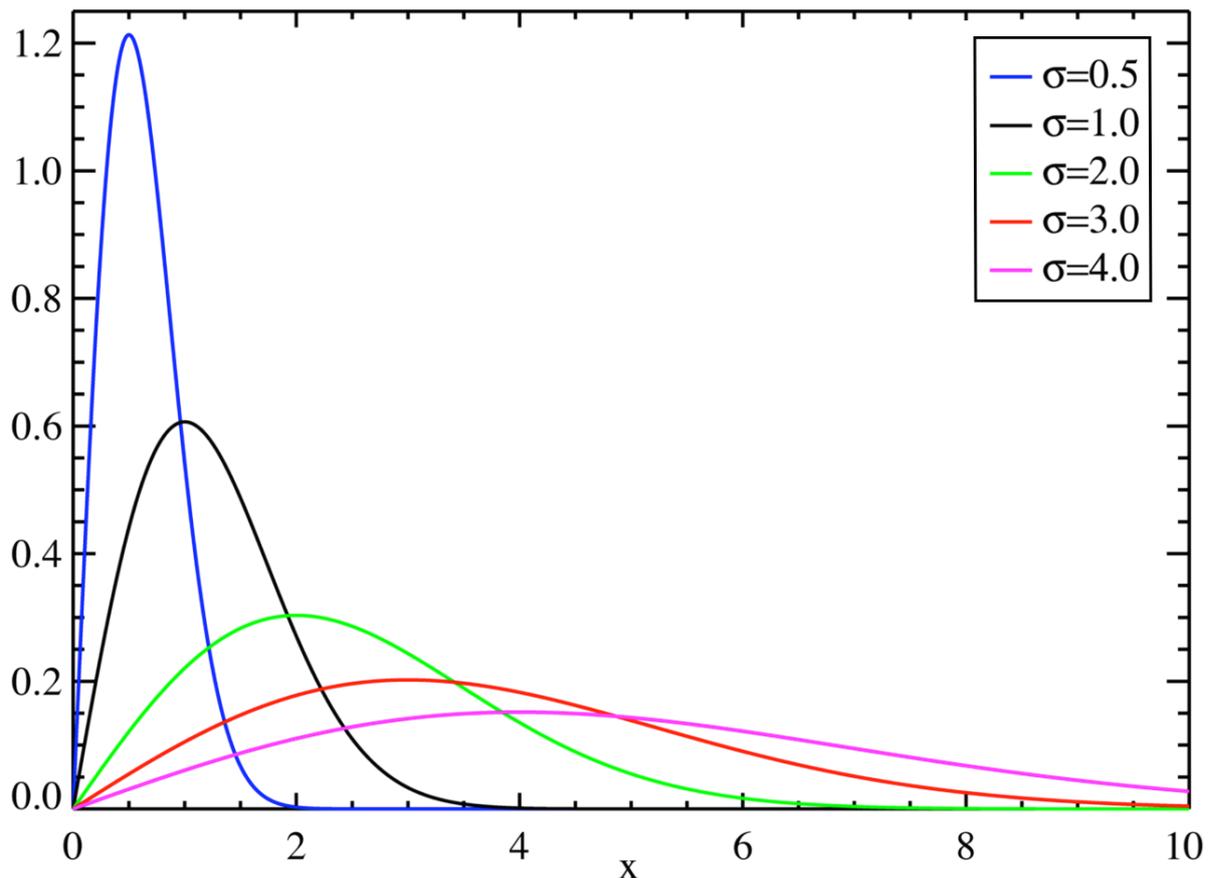


Figura 2.2: Ilustração da Distribuição de Rayleigh

## 2.3 CANAL DE VANDERMONDE

A representação algébrica do Canal de Vandermonde segue o modelo da Matriz de Vandermonde, que é uma matriz em que termos em cada coluna  $n$  ( $n$ -ésima fonte) são gerados a partir de uma progressão geométrica em função da linha  $m$  ( $m$ -ésimo sensor) [6].

$$v_{mn} = \alpha_n^{m-1} \quad (2.3)$$

Ilustrado na figura 2.3, vê-se a progressão de  $\alpha_n$ , que carrega a informação de defasagem do sinal oriundo da  $n$ -ésima fonte entre os sensores de um arranjo linear de antenas, comportando-se em função da direção de chegada ( $\theta_n$ ), da distancia entre sensores ( $d$ ) e do comprimento de onda ( $\lambda$ ) da seguinte forma:

$$\alpha_n(\theta_n) = e^{(m-1) \cdot 2\pi d \cdot \frac{\sin(\theta_n)}{\lambda}} \quad (2.4)$$

Além disso, assume-se que a fonte está suficientemente distante para frente de onda ser plana e o sinal é de banda estreita.

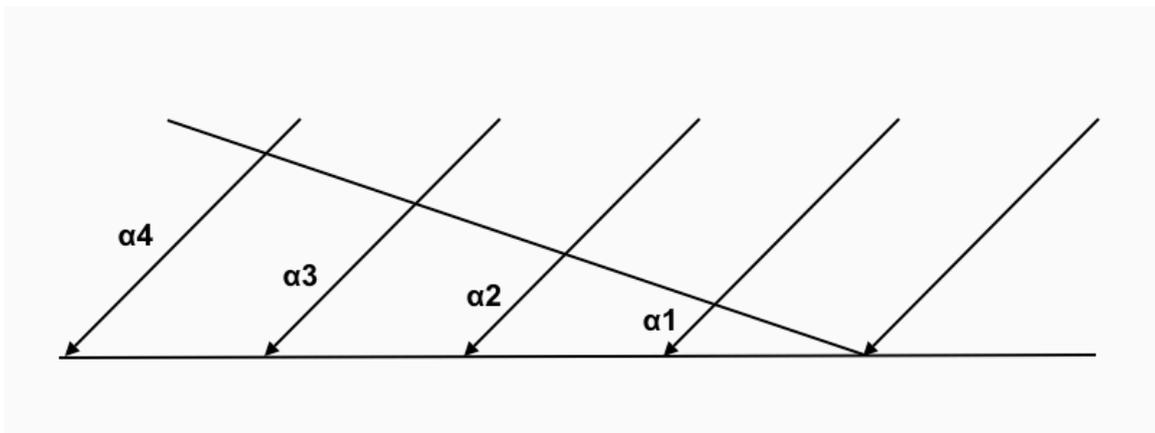


Figura 2.3: Ilustração de chegadas de um sinal com canal do tipo Vandermonde

# 3 ANÁLISE DE COMPONENTES INDEPENDENTES

## 3.1 INTRODUÇÃO

A Análise de Componentes Independentes (ICA, do inglês *Independent Component Analysis*) é um método estatístico e computacional para a segregação das várias variáveis independentes que compõe um sinal em subcomponentes aditivos, ou seja, compreende a observação e análise simultânea das variáveis que se combinam para a formação do sinal. Seu advento data de 1980, utilizado para o modelamento de redes neurais e passa a ser utilizado na separação de sinais de áudio em telecomunicações a partir da década de 90.

O método ICA busca decompor o sinal multivariado em sinais independentes e não-gaussianos. Como um exemplo, o som é comumente um sinal composto pela agregação, para cada instante  $t$ , de sinais a partir de várias fontes. O ponto chave então é saber se é plausível a segregação dessas fontes contribuintes a partir do sinal total observado. Quando as hipóteses de independência estatística e do caráter não-gaussiano do sinal estiverem corretas, a separação cega de fontes de um sinal misto dá resultados interessantes.

Os dados analisados pelo ICA podem ser originados de tipos diferentes de áreas de aplicação, abrangendo imagens digitais, bancos de dados de documentos, indicadores econômicos e medidas psicométricas. Em várias situações as medições são apresentados como um conjunto de sinais em paralelo ou em série no tempo.

Um bom exemplo prático é a “Festa de Coquetel” (do inglês *Cocktail Party Problem*), fenômeno no qual há a possibilidade de uma pessoa concentrar sua audição em somente um estímulo, da mesma forma que é possível em meio a uma confraternização se concentrar em somente uma conversa apesar do vozerio, ou de ouvir o seu nome em meio a um local barulhento.

A separação de fontes é usada para caracterizar este problema. Exemplos típicos são: misturas de sinais de voz simultâneas que foram apanhados por vários microfones conforme ilustrado na Figura 3.1, e que podem ser separados.

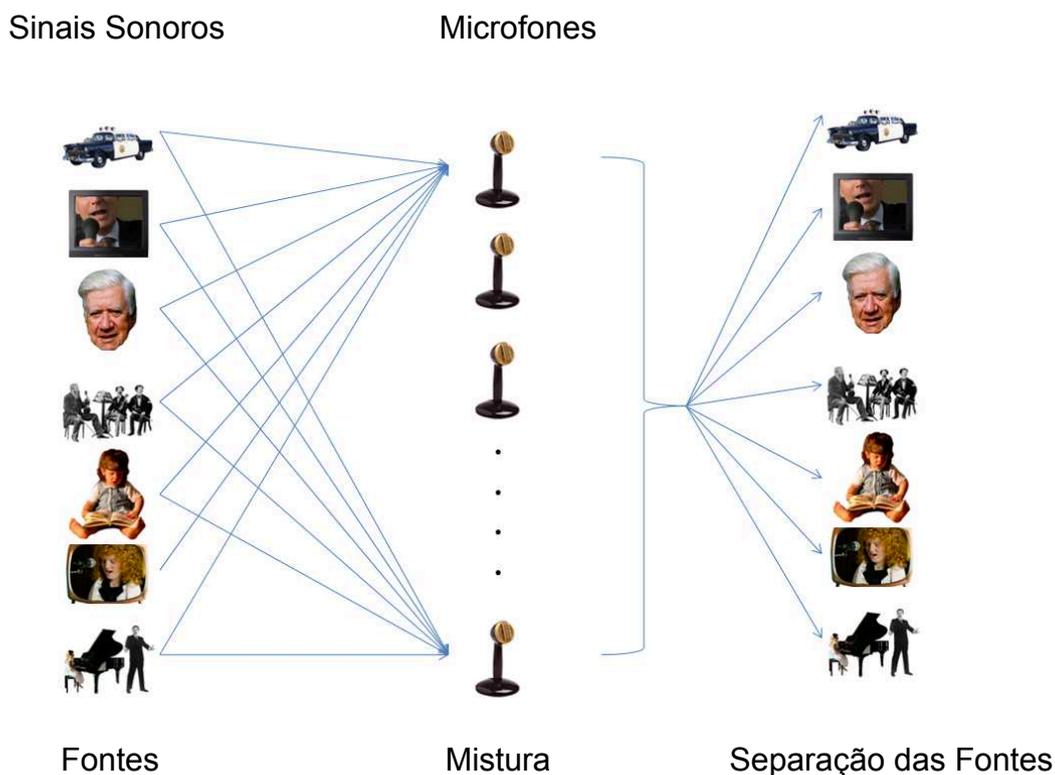


Figura 3.1: Captura das fontes por microfones e a separação das diferentes fontes

O termo cega se refere ao fato de que não se sabe exatamente a forma em que os sinais foram misturados, ou ainda como foram gerados. Isso é algo bastante interessante de se arrazoar, já que a separação de fontes cegas é algo fantástico, pois é utilizada para estimar a fonte original sem ao menos se conhecer os parâmetros sobre os quais foi misturado, ou seja, o meio pelo qual passou ou outros processos pelos quais passou até chegar ao receptor, como por exemplo a adição de ruído.

Contudo, para aplicações em comunicação digital em que a informação de variações de fase e amplitude são importantes, a separação de fontes utilizando ICA necessita de informações de referência para compensar os diferentes ganhos de amplitude e fase que o canal possui. Em casos da literatura vemos o termo “cego” sendo mal empregado. Por exemplo, [7] faz o uso da matriz de mistura para resolução do problema de off-set de fase do canal e da permutação dos componentes, o que se supõe, para o caso de detecção cega, deveria ser desconhecida. [8] e [9] são exemplos de técnicas semi-cegas variantes do ICA em que sinais pilotos são usados com sucesso para combater os problemas tratados acima.

Para o caso deste projeto, foi escolhida uma abordagem semelhante. A ideia por trás é o envio de símbolos conhecidos para a recuperação do desvio sofrido pela fase, da permutação ocorrida entre os componentes e a resolução da ambiguidade de amplitude através da função de covariância.

O método ICA define um modelo gerador para os dados multivariados observados, o que é tipicamente administrado como uma grande base de dados de amostras. No modelo, assume-se que os dados variáveis são misturas lineares de algumas variáveis latentes desconhecidas, e o sistema de mistura é também desconhecido. As variáveis latentes também são assumidas não-gaussianas e independentes entre si, e elas são chamadas de componentes independentes dos dados observados. Esses componentes independentes, também chamados de fontes, podem ser encontrados através do método ICA.

## **3.2 CONDIÇÕES NECESSÁRIAS PARA A ESTIMAÇÃO POR MEIO DO MÉTODO ICA**

Para que este método funcione de maneira adequada, é necessário que os sinais a serem analisados satisfaçam algumas exigências: devem ser não-gaussianos, independentes entre si, e sua matriz de mistura seja quadrada. Essas características serão discutidas a seguir.

### **3.2.1 NÃO-GAUSSIANIDADE**

Os sinais devem possuir distribuições não-gaussianas. Ao buscar localizar as componentes independentes, partindo de uma mistura em que haja fontes gaussianas e não-gaussianas, as componentes não-gaussianas serão estimadas da forma certa, contudo, não será possível discernir as gaussianas entre si, continuarão como uma combinação linear qualquer das gaussianas originais.

A despeito dessa restrição, não é preciso ter qualquer outro conhecimento precedente sobre a distribuição das componentes independentes para que seja possível as estimar. Há duas formas utilizadas para a medida da não-gaussianidade do sinal recebido, tratadas a seguir.

### 3.2.1.1 CURTOSE

A Curtose é o método clássico para a medição do caráter gaussiano do sinal. No procedimento de pré-processamento do sinal, curtose é equivalente ao momento de 4ª ordem do dado analisado. Sendo o sinal real denotado por “ $s$ ” e a curtose por “ $kurt$ ” e assumindo que a média do sinal é zero:

$$kurt(s) = E[s^4] - 3(E[s^2])^2 \quad (3.1)$$

No caso do sinal ser gaussiano, a curtose será igual a zero, pois

$$E[s^4] = 3(E[s^2])^2 \quad (3.2)$$

E para o caso do sinal ser gaussiano complexo, a curtose será:

$$kurt(s) = E[|s|^4] - 2(E[|s|^2])^2 \quad (3.3)$$

A curtose será zero novamente, pois:

$$E[|s|^4] = 2(E[|s|^2])^2 \quad (3.4)$$

No caso em que o sinal é não-gaussiano, a curtose será diferente de zero. Quanto maior a distância em módulo da curtose em relação ao zero, maior é a não-gaussianidade do sinal. A curtose é nossa função custo e será usada pra deduzir a função de otimização do ICA na Subseção 3.4.2.

A Figura 3.2 mostra uma distribuição conjunta de duas variáveis gaussianas independentes. A medida que o número de pontos da distribuição aumenta, a incerteza computacional atenua e a curtose converge a zero, como pode-se observar.

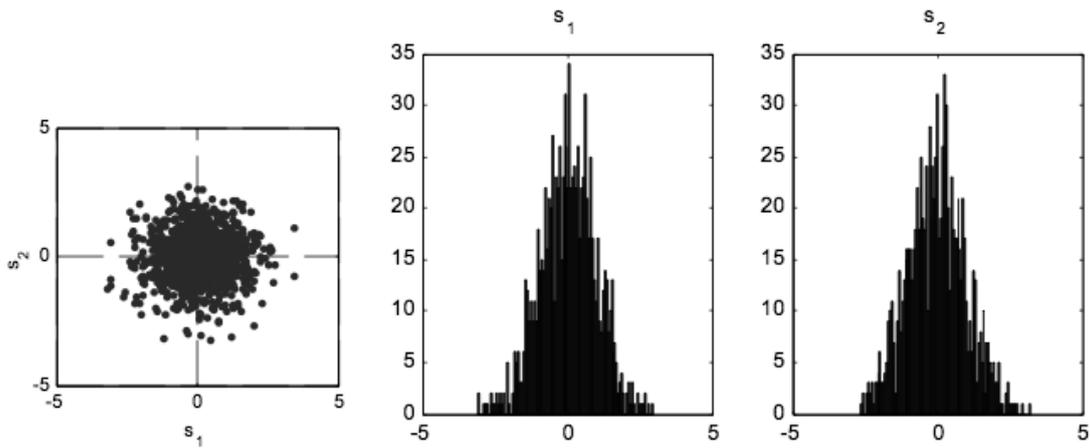


Figura 3.2: a) Distribuição conjunta de 2 variáveis gaussianas independentes b) Histograma da 1ª variável c) Histograma da 2ª variável.

A curtose é o método utilizado pelo ICA para a detecção do caráter gaussiano do sinal

### 3.2.1.2 ENTROPIA

A Entropia mede a uniformidade da distribuição a partir de um conjunto limitado de valores. Segundo Shannon, a definição da Entropia “ $H$ ” de um determinado sinal  $S$  é definido como:

$$H(S) = \sum p(s) \cdot \log\left(\frac{1}{p(s)}\right) \quad (3.5)$$

para o caso de sinal discreto, e

$$H(S) = \int p(s) \cdot \log\left(\frac{1}{p(s)}\right) \cdot ds \quad (3.6)$$

para o caso de sinal contínuo.

A partir do valor da entropia, é possível definir a não-gaussianidade de um sinal. Um sinal com distribuição gaussiana possui a maior entropia possível dentre as possibilidades de distribuições.

### 3.2.2 INDEPENDÊNCIA E NÃO-CORRELAÇÃO

Um ponto chave para o método ICA é a independência entre as componentes do sinal, fazendo até mesmo parte da nomeação do método. De forma simplificada, dois sinais  $s_1$  e  $s_2$  são independentes entre si se o valor de um deles não levar ao valor do outro, como por exemplo

$$s_1 = f(s_2) \quad (3.7)$$

onde  $f(\cdot)$  define uma função qualquer de “.”.

Caso algo como isso ocorra, não há como o método, que é orientado para separação cega de fontes, separar os sinais  $s_1$  e  $s_2$ , ou nem ao menos há como saber que há dois sinais distintos. Segundo ainda a estatística, independência é determinada em termos das densidades de probabilidade, isto é:

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = p_1(x_1) \cdot p_2(x_2) \cdot \dots \cdot p_n(x_n) \quad (3.8)$$

Quando este caso ocorre, as variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  serão independentes entre si.

A Figura 3.3.a aponta a distribuição conjunta de duas componentes independentes  $s_1$  e  $s_2$  com distribuições uniformes. A distribuição conjunta  $s_1$  e  $s_2$  é uniforme em um quadrado. Observe que não há como descobrir algo a respeito de  $s_1$  a partir de  $s_2$ , ou vice-versa.

A Figura 3.3.b mostra a mistura das componentes  $s_1$  e  $s_2$  a partir de uma matriz representada por  $M = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$ , em que é possível observar que é plausível a determinação do valor de  $s_2$  caso seja utilizado o valor máximo de  $s_1$ .

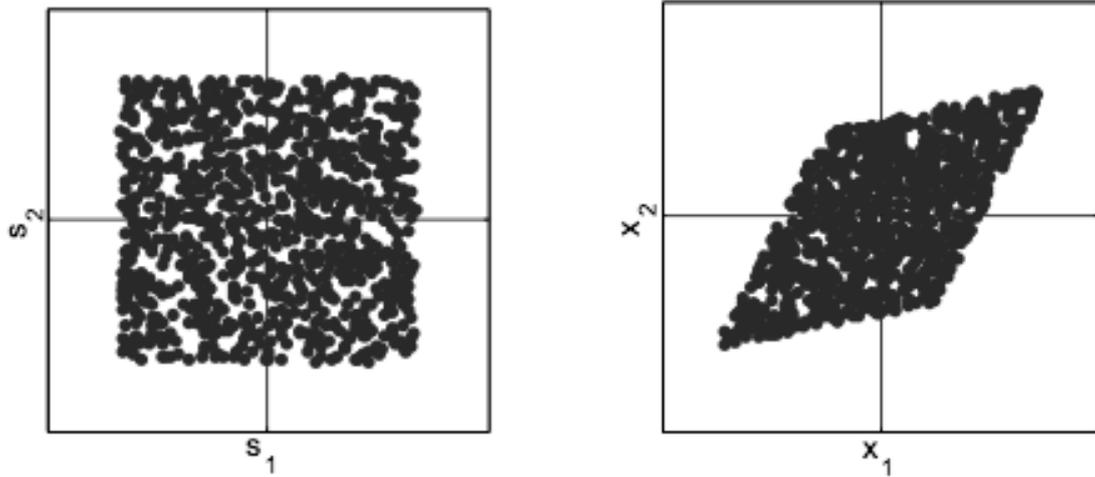


Figura 3.3: a) Distribuição conjunta das componentes  $s_1$  e  $s_2$  distribuídas uniformemente; b) Distribuição da mistura das componentes  $s_1$  e  $s_2$ .

Ainda utilizando o exemplo acima, esses mesmos dois sinais serão não-correlacionados se a sua covariância for zero. Sendo assim, definindo  $m_{s_1}$  como a média do sinal  $s_1$ ,  $m_{s_2}$  como a média do sinal  $s_2$  e  $Cov$  como a covariância

$$Cov(s_1, s_2) = E[(s_1 - m_{s_1})(s_2 - m_{s_2})] \quad (3.9)$$

$$Cov(s_1, s_2) = E[s_1 \cdot s_2 - s_1 \cdot m_{s_2} - s_2 m_{s_1} + m_{s_1} m_{s_2}] \quad (3.10)$$

$$Cov(s_1, s_2) = E[s_1 \cdot s_2] - E[s_1]E[s_2] \quad (3.11)$$

$$Cov(s_1, s_2) = 0 \quad (3.12)$$

ou seja, a média da multiplicação dos sinais é igual à multiplicação da média dos sinais. Dois sinais independentes serão sempre descorrelacionados, mas o fato de serem descorrelacionados não significa qualquer independência entre eles. Contudo a não-correlação é importante para o cálculo da matriz de mistura no método.

### 3.2.3 MATRIZ DE MISTURA QUADRADA

O método de separação cega de fontes presume que a matriz de mistura é quadrada, isto é, que o número de componentes independentes que se espera estimar é o próprio número de dados observáveis. Caso haja mais misturas que fontes, é possível excluir misturas redundantes, incidindo no caso antecedente.

Contudo, se o número de fontes for maior que o número de misturas, descobrir a matriz de mistura não sana o problema de estimação das componentes independentes, que retrocede para algo substancialmente mais complexo. Os métodos de estimação oferecidos na literatura para esse caso ainda são rudimentares [10].

## 3.3 PROCEDIMENTOS PRÉVIOS

Para simplificar o modelo, chamaremos a matriz do canal de matriz de mistura e ocultaremos o ruído  $n[k]$ , mesmo sabendo que, na prática, este afetará o desempenho do estimador ICA, portanto:

$$x[k] = A \cdot s[k] \quad (3.13)$$

em que  $A$  é a matriz de mistura,  $s$  é o sinal enviado e  $x$  é o sinal recebido.

Antes da utilização do método ICA em fontes cegas, existem ainda alguns pré-procedimentos que são importantes de serem feitos.

### 3.3.1 CENTRALIZAÇÃO

Centralização é um procedimento extremamente simples, que consiste na simples retirada da média  $m_s$  do sinal  $s$ .

$$s_c = s - m_s \quad (3.14)$$

Geometricamente, a subtração da média do sinal é o mesmo que transladar o centro de suas coordenadas para o a origem.

Esse procedimento simplifica o algoritmo utilizado para o método ICA, pois permite a obtenção da média nula. Uma vez que a matriz de “desmistura” ( $W = A^{-1}$ ) for estimada utilizando os dados centralizados, pode-se obter a estimativa das componentes independentes.

$$S(t) = A^{-1} \cdot (s_c + m_s) \quad (3.15)$$

Também é necessária esta centralização para a realização do procedimento a seguir.

### 3.3.2 BRANQUEAMENTO

Outro procedimento a ser adotado é o de branqueamento, que consiste em uma transformação linear que toma o vetor recebido e torna seus componente em descorrelacionados e faz com que suas variâncias sejam unitárias [11].

$$x_B = V \cdot D^{-\frac{1}{2}} \cdot V^T \cdot x \quad (3.16)$$

em que  $x_B$  é o vetor branqueado,  $V$  é a matriz dos auto-vetores da matriz de covariância  $E[x \cdot x^T]$ ,  $D$  é a matriz diagonal de autovalores e  $x$  é o sinal observado.

O branqueamento transforma a matriz de mistura  $A$  em uma matriz ortogonal  $A_B$ , isto é,

$$x_B = V \cdot D^{-\frac{1}{2}} \cdot V^T \cdot A \cdot s = A_B \cdot s \quad (3.17)$$

E sendo assim,

$$E[x_B \cdot x_B^T] = A_B \cdot E[s \cdot s^T] \cdot A_B^T = A_B \cdot A_B^T = I \quad (3.18)$$

Se após a transformação houver autovalores próximos a zero, eles podem ser descartados sem preocupações, pois podem ser considerados como ruído branco gaussiano aditivo, o que só piorará a estimação.

Sendo assim, o procedimento de branqueamento reduzirá o número de parâmetros que serão estimados, ou seja, ao invés de estimar  $q^2$  elemento da matriz original  $A$ , é possível estimar somente a matriz ortogonal  $A_B$ , que possuirá  $\frac{q \cdot (q-1)}{2}$  graus de liberdade. Isso torna a estimação mais simples, o que diminui de forma significativa a complexidade computacional do método ICA.

### 3.4 MODELO DO MÉTODO ICA

O algoritmo do método ICA consiste na maximização da não-gaussianidade do sinal, e para isso se utiliza da ferramenta matemática Gradiente Descendente (do inglês Gradient Descent) para uma aproximação gradual dos sinais não gaussianos originais que, quanto mais separados estiverem, menos gaussianos serão até que o sistema convirja. Após explicar a técnica de Gradiente Descendente, será apresentada a forma como o modelo ICA se utiliza dela para a maximização da não-gaussianidade do sinal [12].

#### 3.4.1 GRADIENTE DESCENDENTE

Um método bastante utilizado para resolver problemas de otimização baseia-se na propriedade do gradiente, que indica a direção de máximo crescimento da função. Este método é denominado Método do Gradiente Descendente. O gradiente de uma função multivariada  $f(w)$  em relação ao vetor de variáveis  $w = (w_1, w_2, \dots, w_q)^T$  é definido como o vetor de derivadas parciais em relação às variáveis, segundo a equação abaixo.

$$\frac{df}{dw} = \left( \frac{\partial f}{\partial w_1}, \frac{\partial f}{\partial w_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial w_q} \right)^T \quad (3.19)$$

Suponha que se almeja minimizar a função de custo  $f(w)$  em relação ao vetor  $w$ . Pelo método do gradiente descendente, a função  $f(w)$  é minimizada iterativamente começando de um ponto de partida  $w(0)$ . O gradiente de  $f(w)$  é calculado nesse ponto e então desloca-se para um outro ponto a uma dada distância na direção oposta à indicada pelo gradiente [8].

O procedimento é reproduzido para o novo ponto, sugerindo o seguinte algoritmo de adaptação, em que o gradiente é então calculado no ponto  $w(p-1)$ :

$$w(p) = w(p - 1) - \alpha(p) \cdot \frac{\partial f(w)}{\partial w} \quad (3.20)$$

em que  $\alpha(p)$  é o tamanho do “passo” a ser dado na direção oposta à indicada pelo gradiente. Este processo é repetido até que esta convergência atinja um valor menor que o valor de tolerância, ou valor de corte, aproximando ao máximo o valor mínimo estimado do valor mínimo real da função custo. O procedimento é ilustrado na figura abaixo.

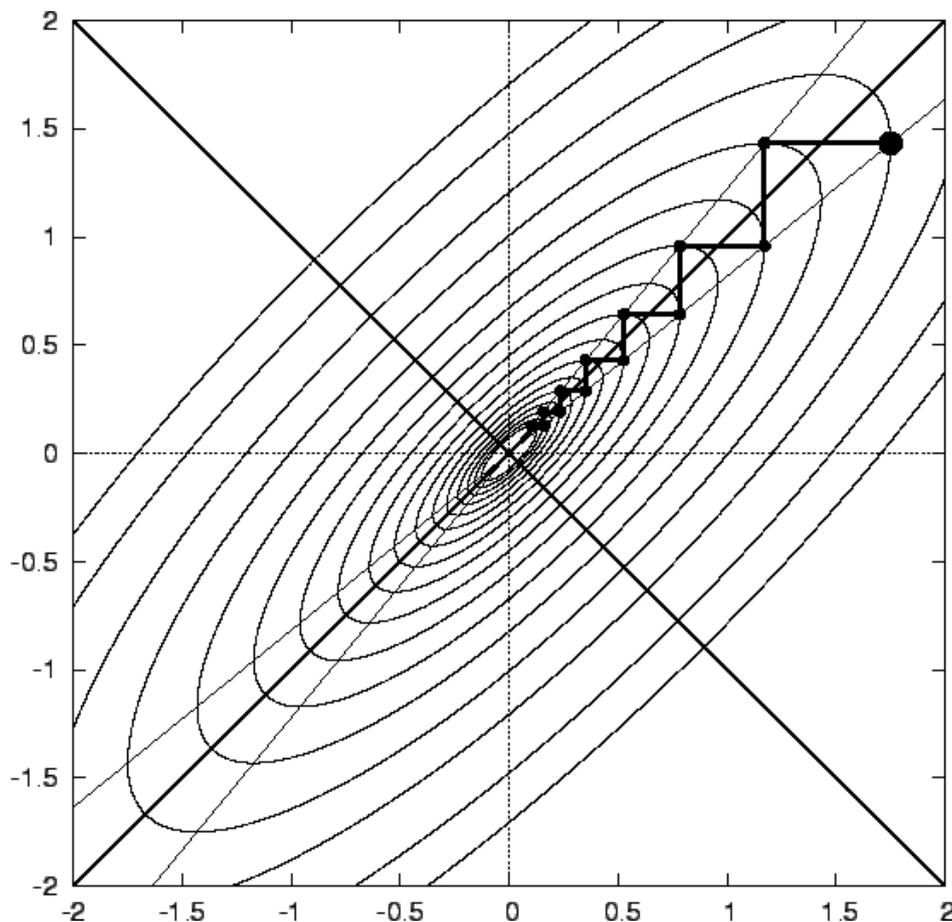


Figura 3.4: Ilustração do método de Gradiente Descendente

### 3.4.2 GRADIENTE DESCENDENTE NO MÉTODO ICA

No que se refere ao método ICA, o método do Gradiente Descendente serve para maximizar a não-gaussianidade dos componentes independentes do sinal recebido, ou seja, como o ICA necessita que os componentes sejam não-gaussianos, quanto maior a não-gaussianidade dos componentes independentes, melhor será a separação destes componentes.

Neste caso, a função custo que se deseja achar o mínimo será a Curtose e será aplicado o Método da Descida Descendente (do inglês *Method of steepest descent*), que é a versão analítica do Gradiente Descendente [13].

$$w_q^{l+1} = w_q^l + \text{sign}(kurt(y_q)) \cdot \frac{\partial kurt(y_q)}{\partial w_q^l} \quad (3.21)$$

Em que  $l$  é o índice de iteração,  $w_q$  é o  $q$ -ésimo vetor que forma  $W$ ,  $W$  é a inversão da matriz de mistura, e  $q$  é o índice da fonte não gaussiana, ou seja, como são  $q$  fontes a serem separadas, então tenho  $w_q$  vetores de coeficientes que formam a matriz  $W$ , que por sua vez  $W = \text{inv}(A)$ .

Desta forma, o gradiente do valor absoluto da Curtose pode ser aproximado por [3.1]

$$kurt(y_q) = -3 + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (w_q \cdot A_{MK})^4 \quad (3.22)$$

e caso o  $y_m$  seja complexo [3.3]

$$kurt(y_q) = -2 + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (w_q \cdot A_{MK})^4 \quad (3.23)$$

O valor inicial de  $w_q$  é estimado pela aplicação dos mínimos quadrados com a ajuda de símbolos pilotos, explicado mais a frente. Devido a isso, os problemas relacionados a permutação dos índices dos sinais e offset de fase intrínseco do canal de propagação são sanados.

### 3.5 PROBLEMAS RELACIONADOS AO MÉTODO ICA

Como dito anteriormente, o ICA possui problemas intrínsecos a sua técnica como a permutação dos índices, a perda do offset de fase, e a ambiguidade da amplitude. As soluções para estes problemas são apresentadas a seguir.

#### 3.5.1 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O método dos mínimos quadrados (LS, do inglês *Least Squares*) é um artifício de otimização algébrica que busca estimar a melhor combinação para um conjunto de dados tentando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e o valor dos dados observados [14], como ilustrado na Figura 3.5. Assim como o ICA, o LS também é capaz de estimar o canal de propagação e separar as fontes, com a vantagem de fazê-lo sem perder suas informações absolutas de fase, e claro, sabendo identificar a posição de cada sinal no vetor de sinais estimado.

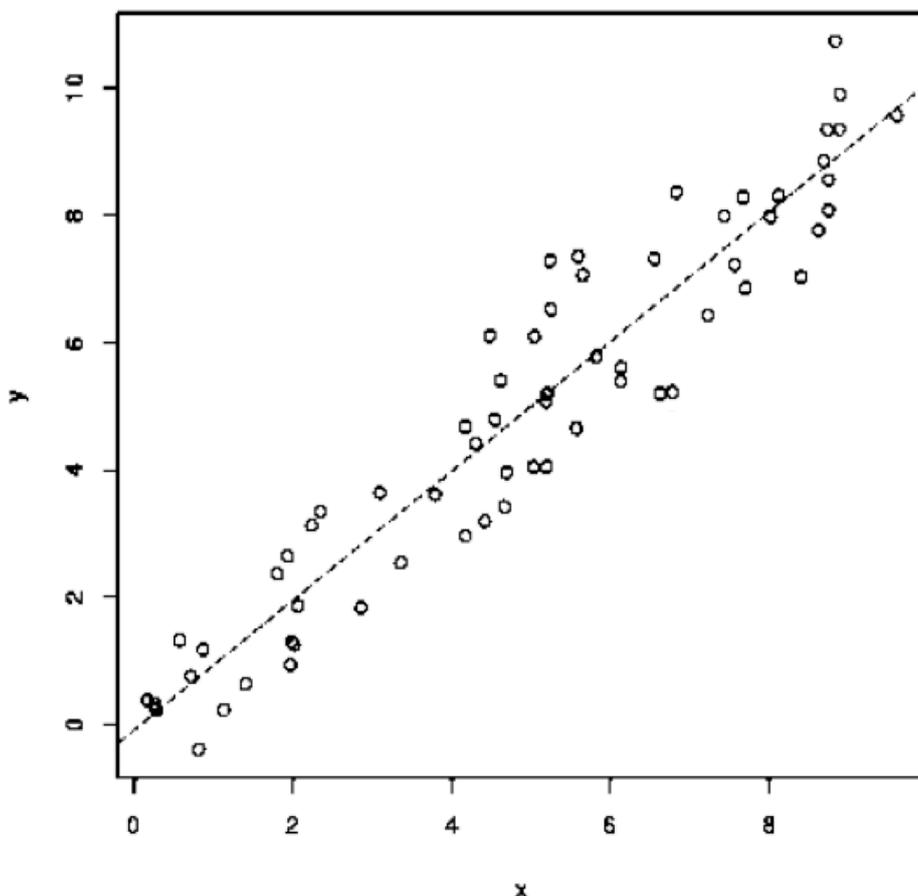


Figura 3.5: Ilustração do método dos Mínimos Quadrados

O ICA, por sua vez, em sua busca por informações estatísticas sobre o sinal, se utiliza de todas as amostras do sinal observado, e não apenas daquelas associadas aos símbolos pilotos, como o faz o LS. Isso torna sua estimação relativa melhor que a do LS, apesar da perda dos offsets da fase e a permutação dos índices.

Sendo assim, para obter os offsets da fase e a permutação dos índices, foi utilizado inicialmente o LS para estimar os valores iniciais de  $w_q^0$  da equação (3.21). Com isso, o ICA apenas aperfeiçoa esses coeficientes sem perder a defasagem ou a posição correta dos índices.

### 3.5.2 FUNÇÃO COVARIÂNCIA

No processo de estimação do sinal através do método ICA, a amplitude dos componentes também é perdida, sendo necessário um método para recuperá-la. Para isto, é utilizada a função covariância.

Em Estatística, a covariância é a medida do tanto que duas variáveis aleatórias variam de forma conjunta. Para o caso em que os valores mais baixos de uma variável indique valores mais baixos na outra variável, e o mesmo se repita para valores altos, o valor da covariância será positivo. Para o caso oposto, em que os valores mais baixos de uma variável correspondam com os valores mais altos da outra variável, e vice-versa, o valor da covariância será negativo.

Apesar do sinal da covariância mostrar a relação linear entre as variáveis, sua magnitude não é um valor muito útil. Para que o valor da magnitude seja útil, é utilizada a versão normalizada da covariância, que se aproxima da função de correlação para um número de amostras muito grande [15].

Relembrando o modelo de sinal em (2.1) e assumindo que o sinal incidente e o ruído são descorrelacionados, a matriz de covariância  $R_x$ , ou a matriz espectral cruzada [16], para  $x[k]$ , será

$$R_x = E\{x[k].x[k]^H\} \quad (3.24)$$

$$R_x = A_{ng} \cdot R_s \cdot A_{ng}^H + \sigma_o^2 \cdot I_M \quad (3.25)$$

sendo  $R_x \in C^{M \times M}$  a matriz de correlação do vetor de observação  $x[k]$ ,  $R_s \in C^{Q \times Q}$  a matriz de correlação do vetor sinal não-gaussiano  $s^{ng}[k]$ ,  $I_M$  uma matriz identidade  $M \times M$  e  $\sigma_o^2$  a potência do ruído em cada elemento da linha.

Utilizando-se da equação (3.25), é possível calcular a matriz de covariância  $R_s$ , cujos elementos de sua diagonal principal representarão a potência do sinal, e calculando a raiz quadrada serão encontradas as respectivas amplitudes.

$$\widehat{R}_s = (A_{ICA} \cdot A_{ICA}^H)^{-1} \cdot A_{ICA}^H \cdot (R_x - \sigma_o^2 \cdot I_M) \cdot A_{ICA} \cdot (A_{ICA} \cdot A_{ICA}^H)^{-1} \quad (3.26)$$

Pode-se observar que, apesar de  $R_s$  ser a matriz de covariância do sinal transmitido, para este projeto ela será a matriz de covariância incluindo o ganho do canal de propagação, pois a matriz de canal estimada pelo método ICA não carrega informação de ganho, pois esta tem um ganho unitário.

O sinal recebido, cuja função de covariância é dada por (3.25), possui a informação do ganho de  $A_{ng}$ , mas em (3.26) é usado a matriz de canal estimada pelo método ICA, que não possui este ganho de amplitude. Portanto no  $\widehat{R}_s$  estimado em (3.26) não é descontado o ganho de A, mas possui os dois ganhos de amplitude multiplicados. Para este projeto, isso não é considerado um problema, pois o que é requisitado não são os sinais transmitidos, mas as contribuições de cada fonte observadas no receptor

Como resultado do método ICA, é estimado o canal e o sinal transmitido sem informação de amplitude. Portanto faz-se

$$\hat{x}_{NG}[k] = A_{ICA} \cdot \alpha \cdot \hat{s}_{ICA}[k] \quad (3.27)$$

Sendo  $\hat{X}_{NG}$  o sinal recebido não-gaussiano estimado,  $A_{ICA}$  o canal de propagação estimado,  $S_{ICA}$  o sinal transmitido estimado e  $\alpha \in C^{N \times N}$  é dado por

$$\alpha = I_N \text{ o } \text{sqrt}(R_s) \quad (3.28)$$

em que o operador  $(\circ)$  realiza uma multiplicação de matrizes do tipo elemento por elemento (do inglês, *element-wise product*), e  $\text{sqrt}(\cdot)$  realiza a operação de raiz quadrada diretamente nos elementos da matriz.

Desta forma, os sinais transmitidos observados no receptor são estimados separadamente, sem ambiguidade de amplitude, permutação, e com os devidos offsets de fase inseridos pelo canal de propagação.

# 4 ESTIMAÇÃO DO CANAL A PARTIR DA DIREÇÃO DE CHEGADA

## 4.1 INTRODUÇÃO

O Ângulo ou a Direção de chegada (DoA, do inglês *Direction of Arrival*) constitui a direção através da qual uma onda de propagação atinge determinado ponto, onde usualmente um arranjo de sensores está situado [17]. Este arranjo de sensores dá forma ao que é chamado de matriz de sensores. A partir da detecção dos ângulos de chegada, utiliza-se a técnica associada de formação de feixe (do inglês *Beamforming*), que é a estimação do sinal partindo de uma determinada direção.

Sabe-se que há uma relação proporcional entre a direção de chegada de um sinal recebido e o vetor direcional associado [17]. Consequentemente, deve ser executável a inversão da relação e a estimação da direção de chegada do sinal a partir dos sinais recebidos. Um agregado de sensores, por conseguinte, deve ser capaz de proporcionar a estimação da direção de chegada.

Sabe-se também que há uma relação de Fourier entre o padrão de feixes e a excitação na matriz. Isso permite que o problema de estimação da direção de chegada seja tratado como equivalente à estimação espectral.

O problema mencionado está ilustrado na figura 4.1. Vários sinais se unem para dar forma a uma matriz linear e equidistante com  $N$  elementos, cada um com sua própria direção de chegada  $\theta_i$ , sendo geralmente suposto que o número de sinais é maior que o número de elementos da matriz. O objetivo da estimação da direção de chegada é utilizar os dados recebidos através da matriz para a estimação de  $\theta_i, i=1,2,\dots,M$ .

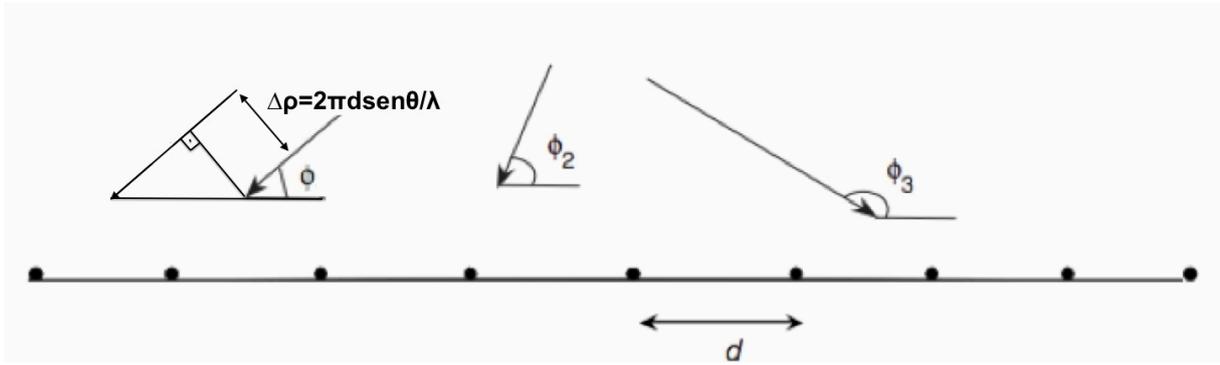


Figura 4.1: Ilustração do problema da estimação da direção de chegada

Por meio da estimação do ângulo de chegada, é possível obter a matriz do canal, e com a matriz de canal e o sinal recebido, é possível estimar o sinal enviado.

Sendo assim, define-se o vetor direcional  $F(\theta)$  com  $M \times 1$  elementos são

$$f_m(\theta) = e^{(m-1) \cdot 2\pi d \cdot \frac{\sin(\theta)}{\lambda}} \quad (4.1)$$

e o ângulo  $\theta$  é testado para todos seus possíveis valores sem ambiguidade para o cálculo do espectro, conforme será explicado a seguir.

## 4.2 MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA

Os métodos de estimação da Direção de chegada são classificados em dois tipos diferentes: Máxima Verossimilhança e de Subespaço. Para este projeto, foram utilizados métodos de estimação do tipo Subespaço. Os métodos de estimação do tipo Subespaço são baseadas em decomposição baseada em auto-vetores [18].

A seguir, são apresentados os métodos de estimação do tipo subespaço MUSIC, Root MUSIC e ESPRIT, dentre os quais o ESPRIT foi utilizado no projeto para a estimação dos sinais gaussianos.

### 4.2.1 MUSIC

Para boa parte dos problemas de processamento de sinais, o objetivo intermediário para a correta estimação do sinal é aferir parâmetros dos quais o sinal que se deseja estimar depende a partir das amostras do sinal recebido. Esses parâmetros que se deseja estimar são admitidos como constantes.

O criador do método de Classificação Múltipla de Sinais (MUSIC, do inglês *Multiple Signal Classification*), Schmidt [19], foi o primeiro a experimentar de forma correta o modelo de estimação, no caso de conjuntos de sensores de forma arbitrária. Ele realizou isso antes especulando uma forma matemática na completa ausência de ruído para, após isso, estender os conceitos para obter uma forma matemática razoável na presença de ruído [20].

A melhoria de desempenho aprovionada pelo método MUSIC foi tão significativa que o método se tornou uma alternativa viável para vários métodos existentes até então. Isso decorre do fato que tornou-se possível que estimações de precisão arbitrária fossem feitas para os casos em que o tempo de coleta de dados é suficientemente longo ou que a Razão Sinal-Ruído é satisfatoriamente elevado e o modelo do sinal é suficientemente preciso [21].

O MUSIC é baseado na estimação espectral do sinal [22]. A partir deste método, é possível estimar a direção de chegada de sinais. O método funciona a partir da decomposição da matriz de covariância em duas matrizes ortogonais, ou seja, subespaço de sinais e subespaço de ruídos.

A estimação da direção de chegada do sinal é feita a partir de um dos subespaços, assumindo-se que o ruído presente em cada canal é altamente descorrelacionado com os demais. Com isso, a matriz de covariância se torna diagonal, sendo esta dada pela equação abaixo.

$$R_x = F(\theta) \cdot S_s \cdot F(\theta)^H + \sigma_w^2 \cdot I_M \quad (4.2)$$

em que  $F(\theta)$  é uma matriz direcional  $M \times P$ . A partir da equação (3.24) pode-se encontrar a matriz de covariância de  $x[k]$ , para um número limitado de amostras, e em função de seus auto-vetores ( $\Phi_i$ ) e auto-valores ( $P_i$ ) [23]:

$$R_x = \sum_{i=1}^M P_i \cdot \Phi_i \Phi_i^H \quad (4.3)$$

O subespaço de ruídos pode ser escrito por uma matriz  $M \times (M-P)$  definida na equação abaixo.

$$U_{ruído} = [\phi_{P+1}, \phi_{N+2}, \dots, \phi_M] \quad (4.4)$$

A chave da técnica vem da projeção da matriz direcional  $f(\theta)$ , que contém o subespaço de sinais, sobre  $U_{ruído}$ , para todos os valores de  $\theta$ , e avaliando os  $P$  valores de  $\theta$  para os quais a projeção é nula.

$$|f_i^H \cdot U_{ruído}|^2 = 0, \quad i = 0, 1, \dots, P \quad (4.5)$$

De forma mais prática, inverte-se esta projeção para se encontrar os  $P$  maiores picos, e seus respectivos ângulos, do Pseudo-espectro dado abaixo

$$P_{mu}(\theta) = \frac{1}{abs[F(\theta)^H \cdot U_N \cdot U_N^H \cdot F(\theta)]} \quad (4.6)$$

em que  $abs(.)$  é o operador retorna o valor absoluto do argumento.

A partir do pseudo-espectro do método MUSIC  $P_{mu}(\theta)$ , pode-se escolher os ângulos de chegada apropriados e remontar  $F(\hat{\theta})$  em função dos ângulos estimados, que no caso, será usada como matriz do canal de propagação  $A_{mu}$ . Observe que  $A_{mu} = F(\hat{\theta})$  não carrega informações de amplitude do canal. Isto quer dizer que a estimação do sinal transmitido usando

$$\hat{S}_{mu} = (A_{mu}^H A_{mu})^{-1} A_{mu}^H X \quad (4.7)$$

trará amplitude cumulada do canal e de  $S_G$ , em que  $X$  é dado por (2.2). Da mesma forma que argumentado no caso ICA, isto não é um problema, pois nos interessa apenas a contribuição de cada fonte observada no receptor que, para a  $p$ -ésima fonte, será dada por:

$$\hat{X}_{G,p} = A_{mu,p} \cdot \hat{S}_{mu} \quad (4.8)$$

Em que  $A_{mu,p}$  possui sua  $p$ -ésima coluna idêntica a  $p$ -ésima coluna de  $A_{mu}$  e zero em todos os outros elementos da matriz. Este mesmo raciocínio pode ser usado para estimar  $\hat{X}_{G,p}$  para as duas técnicas dadas a seguir.

#### 4.2.2 ROOT MUSIC

Há um problema significativo com o método MUSIC: a precisão é limitada pela discretização em que a função  $P_{mu}(\theta)$  é aferida. Mais importante, ele demanda interação humana para decidir sobre os maiores picos de  $M$  ou um algoritmo de busca abrangente para determinar esses picos. Este é um processo extremamente custoso computacionalmente.

Portanto, o método por si só não é muito prático – exige-se uma metodologia que resulta diretamente em valores numéricos para as direções estimadas. É aqui onde Root MUSIC [24]-[25] entra. A partir do conceito de decorrelação em (4.5) entre o subespaço ruído e o vetor direcional, encontra-se um polinômio  $D(z)$  de ordem  $2M$  cujas  $P$  raízes  $z_p$  mais próximas do círculo unitário são associadas às direções de chegada dos sinais [26].

$$D(z) = v^H C v = 0 \quad (4.9)$$

em que  $v = [1 z^{-1} z^{-2} z^{-3} \dots z^{-(M-1)}]^T$  é o vetor direcional com seus elementos associados à (4.1), e  $C = U_{ruído} U_{ruído}^H$ . Considerando  $c_{mm'}$  os elementos de  $C$ , em que  $m$  é o índice de linha e  $m'$  o índice de coluna, podemos escrever o polinômio  $D(z)$  por

$$D(z) = \sum_{l=-M+1}^{M+1} c_l \cdot z^{-l} \quad (4.10)$$

em que

$$c_l = \sum_{m-m'=l} c_{mm'} \quad (4.11)$$

Depois de encontradas as  $P$  raízes de interesse  $z_p$ , os ângulos de chegada são calculados usando  $\theta_p = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\lambda \cdot \arg(z_p)}{2\pi \cdot d}\right)$ , em que  $\arg(\cdot)$  calcula a fase do argumento.

### 4.2.3 ESPRIT

O método de Estimação de Parâmetros do Sinal por Meio de Técnica de Invariância Rotacional (ESPRIT, do inglês *Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariance Technique*) é mais robusto a imperfeições da matriz que o método MUSIC [27]. O método ESPRIT tem como base o fato de que no vetor direcional, o sinal de um elemento é uma constante de mudança de fase para o elemento anterior.

Com este método, não é preciso uma pesquisa extensa dentre todos os possíveis vetores direcionais, e a complexidade computacional e a capacidade de armazenamento necessária é reduzida em relação ao método MUSIC.

Ele explora a propriedade de invariância rotacional no subespaço de sinal criada por duas sub-matrizes derivadas da matriz original com uma estrutura de translação invariante e se fundamenta nos elementos da matriz colocados em deslocamento idêntico formando pares correspondentes, com elementos do subespaço de sinais, resultando em pares de matrizes chamadas "dupletos".

O subespaço de sinais pode ser escrito por uma matriz  $M \times P$  definida na equação abaixo.

$$U_{\text{signal}} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_P] \quad (4.12)$$

Os dupletos  $V1$  e  $V2$  são calculados a partir da matriz  $U_{\text{signal}}$ , em que  $V1$  é composto pelas  $M-1$  primeiras linhas de  $U_{\text{signal}}$ , e  $V2$  é composto pelas  $M-1$  últimas linhas de  $U_{\text{signal}}$ .

Os ângulos de chegada podem ser calculados a partir dos coeficientes  $z_p$  dados por:

$$z_p = \text{eig}(\text{pinv}(V1) \cdot V2) \quad (4.13)$$

em que  $\text{eig}(\cdot)$  calcula os autovalores da matriz e  $\text{pinv}(\cdot)$  realiza a pseudo-inversa de  $V1$ , visto que esta pode não ser uma matriz quadrada.

Depois de encontrados os  $P$  coeficientes de interesse  $z_p$ , os ângulos de chegada são calculados usando  $\theta_p = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\lambda \cdot \text{arg}(z_p)}{2\pi \cdot d}\right)$ , em que  $\text{arg}(\cdot)$  calcula a fase do argumento.

# 5 RESULTADOS

## 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão mostrados os resultados obtidos neste projeto. Esses resultados estão divididos em 4 seções, sendo a primeira a seção atual, as duas próximas seções intermediárias relacionadas a detecção das partes Gaussiana e Não-Gaussiana do Sinal e a última o resultado final do projeto.

A segunda seção trata da Comparação da Estimação da Direção de Chegada de sinais Gaussianos utilizando os métodos ESPRIT, MUSIC e Root MUSIC.

A terceira seção aborda a Estimação através do método ICA de três sinais independentes misturados por meio de uma Matriz de Mistura.

A quarta seção visa mostrar o resultado obtido a partir da Iteração dos métodos ICA e ESPRIT na Estimação de um sinal composto por uma parte Gaussiana e uma parte Não-Gaussiana.

## 5.2 COMPARAÇÃO DE ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA ENTRE OS MÉTODOS MUSIC, ROOT MUSIC e ESPRIT

Nesta seção será feita a comparação entre os três métodos de detecção da direção de chegada apresentados anteriormente através do cálculo do erro absoluto das estimativas.

Para isso, considere quatro sinais independentes de banda estreita observados num receptor com arranjo linear de 16 sensores espaçados da metade de um comprimento de onda, chegando com direções dadas por  $14^\circ$ ,  $28^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $55^\circ$ . As fontes estão em LoS com o receptor que observa, para cada simulação, 200,500, 1000 amostras com Razão Sinal-Ruído de 10 dB para cada fonte. A Tabela 5.1 apresenta as estimativas feitas por cada técnica, enquanto a Tabela 5.2 trás o erro absoluto para fins de comparação e somente para uma realização.

Tabela 5.1: Comparação da Estimação de Chegada para os métodos MUSIC, Root MUSIC e ESPRIT.

|                | <i>Ground truth</i><br>(graus) | Estimativas (graus) |                 |                  |
|----------------|--------------------------------|---------------------|-----------------|------------------|
|                |                                | p/ 200 amostras     | p/ 500 amostras | p/ 1000 amostras |
| <b>MUSIC</b>   | 14                             | 14                  | 14              | 14               |
|                | 28                             | 27,9                | 28              | 28               |
|                | 35                             | 35                  | 34,9            | 35               |
|                | 55                             | 55                  | 55,1            | 55               |
| <b>R-MUSIC</b> | 14                             | 14,062              | 14,013          | 13,990           |
|                | 28                             | 27,877              | 28,093          | 28,052           |
|                | 35                             | 35,106              | 34,990          | 34,921           |
|                | 55                             | 55,021              | 54,916          | 55,013           |
| <b>ESPRIT</b>  | 14                             | 14,019              | 14,007          | 14,033           |
|                | 28                             | 27,857              | 27,979          | 28,001           |
|                | 35                             | 34,607              | 34,969          | 34,984           |
|                | 55                             | 55,218              | 55,027          | 55,003           |

Tabela 5.2: Comparação do Erro absoluto das estimativas da Tabela 5.1

|                | <i>Ground truth</i><br>(graus) | Erro absoluto (graus) |                 |                  |
|----------------|--------------------------------|-----------------------|-----------------|------------------|
|                |                                | p/ 200 amostras       | p/ 500 amostras | p/ 1000 amostras |
| <b>MUSIC</b>   | 14                             | 0.000                 | 0.000           | 0.000            |
|                | 28                             | 0.100                 | 0.000           | 0.000            |
|                | 35                             | 0.000                 | 0.100           | 0.000            |
|                | 55                             | 0.000                 | 0.100           | 0.000            |
| <b>R-MUSIC</b> | 14                             | 0.062                 | 0.013           | 0.010            |
|                | 28                             | 0.123                 | 0.093           | 0.052            |
|                | 35                             | 0.106                 | 0.010           | 0.079            |
|                | 55                             | 0.021                 | 0.084           | 0.013            |
| <b>ESPRIT</b>  | 14                             | 0.019                 | 0.007           | 0.033            |
|                | 28                             | 0.143                 | 0.21            | 0.001            |
|                | 35                             | 0.293                 | 0.031           | 0.016            |
|                | 55                             | 0.218                 | 0.027           | 0.003            |

As duas Tabelas revelam a alta capacidade das três técnicas em resolver os sinais misturados. Observamos que, independente da técnica, quanto maior o número de amostras, melhor serão suas capacidades de resolução. O mesmo seria observado se tivéssemos aumentado a razão sinal-ruído ou o número de sensores. Observamos também que a resolução, no caso do MUSIC, depende também da discretização da varredura angular. Notamos que o passo mínimo do erro absoluto é de 0,1 graus, que é o passo escolhido pelo estimador. Como dito anteriormente, esta discretização do espectro angular é a principal desvantagem do MUSIC que, para se alcançar os valores mínimos do erro teórico, pode ser necessário aumentar-se bastante esta discretização e, por consequência, o custo de processamento.

O ESPRIT e o Root MUSIC, que são técnicas paramétricas e não necessitam da discretização espectral, possuem desempenhos semelhantes com leve vantagem para o ESPRIT.

### 5.3 SEPARAÇÃO DE TRÊS SINAIS NÃO-GAUSSIANOS ATRAVÉS DO MÉTODO ICA

Nesta seção é mostrado como ocorre a estimação cega de fontes se utilizando do método ICA, através de um exemplo simples. Considere três sinais independentes, uma onda senoidal, uma onda quadrada e uma onda triangular de amplitudes 2 volts pico a pico, ilustrados na Figura 5.1.

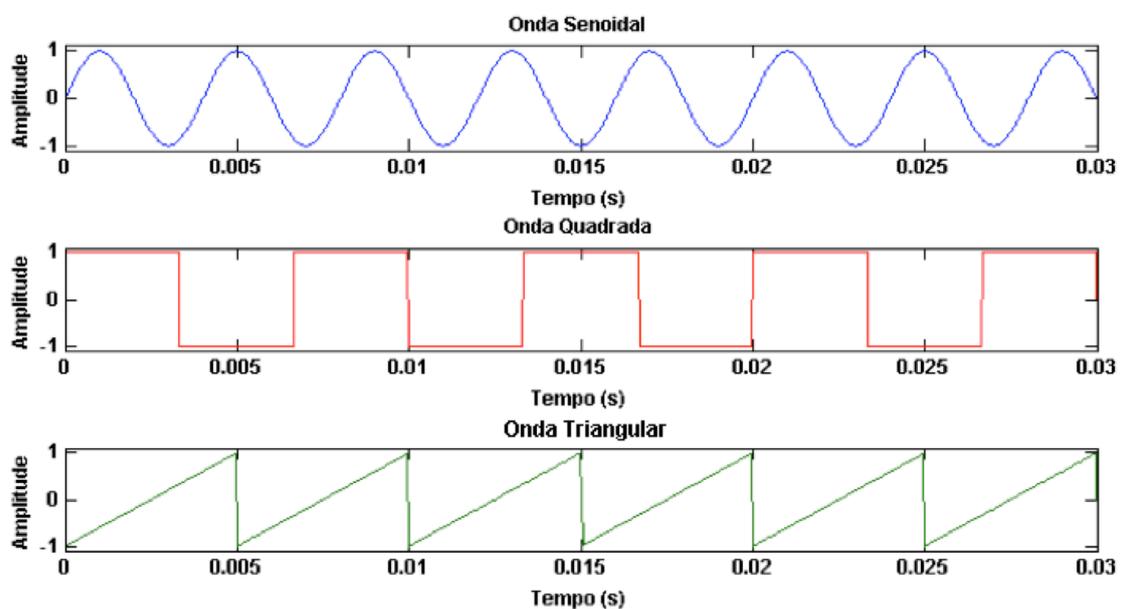


Figura 5.1: Ondas Senoidal, Quadrada e Triangular Originais respectivamente.

A seguir, os sinais são misturados num arranjo de 3 sensores, sem a adição de ruído, de acordo com a equação abaixo.

$$x(k) = A \cdot s(k) \quad (5.1)$$

Em que a matriz de mistura A será:

$$A = \begin{pmatrix} -0.8566 - 0.5160i & 0.9337 - 0.3581i & 0.8132 - 0.5820i \\ 0.4675 + 0.8840i & 0.7436 - 0.6687i & 0.3225 - 0.9466i \\ 0.0557 - 0.9984i & 0.4548 - 0.8906i & -0.2887 - 0.9574i \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Os sinais resultantes nos sensores, após a mistura, estão ilustrados na Figura 5.2. Os sinais misturados, então, são separados utilizando-se o método ICA, como ilustrado na Figura 5.3.

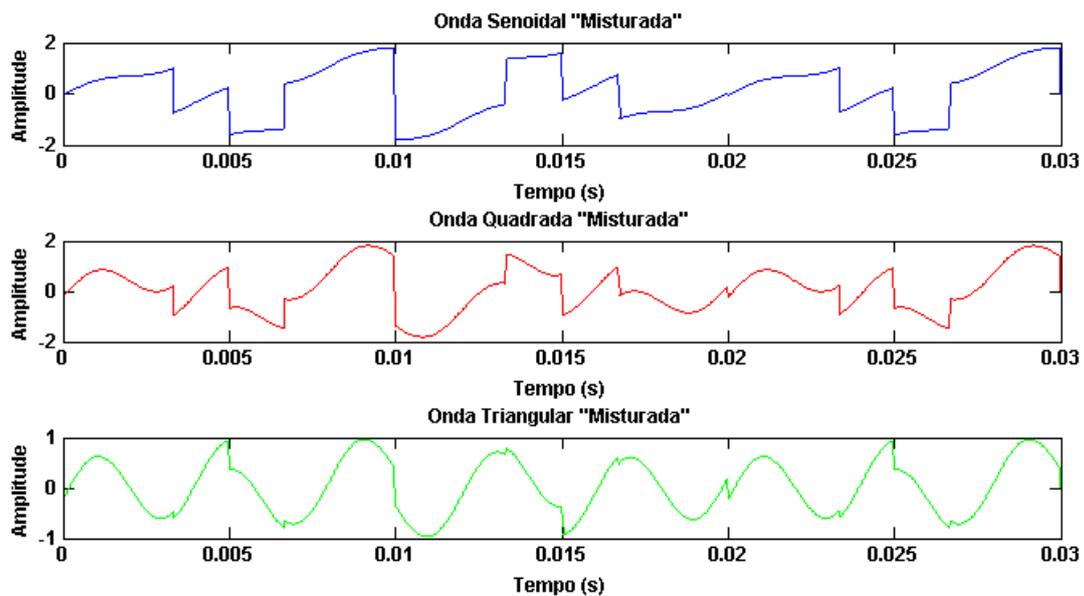


Figura 5.2: Ondas Senoidal, Quadrada e Triangular Misturadas respectivamente.

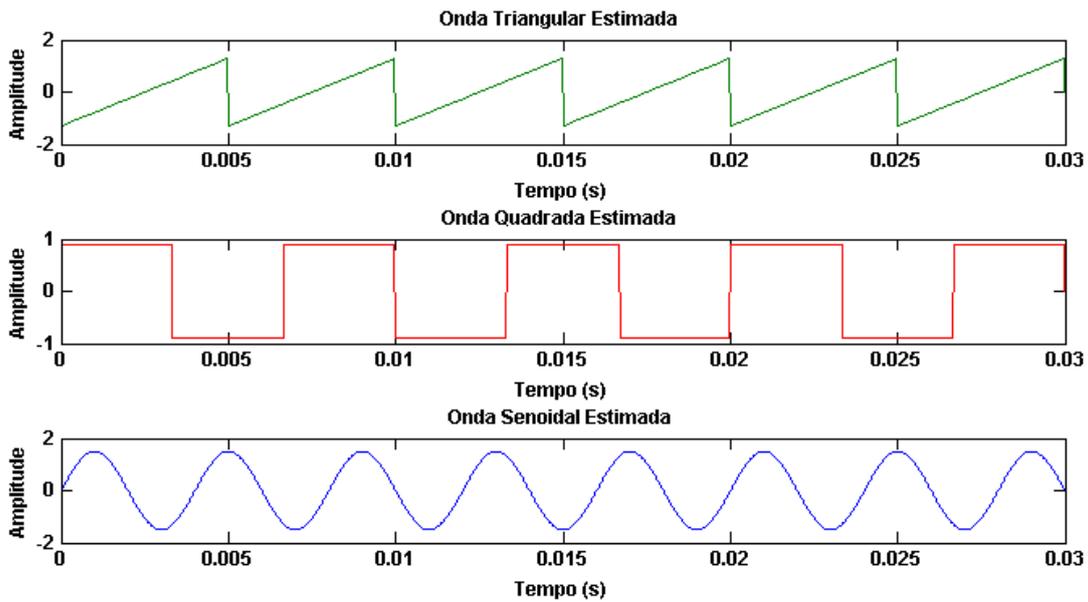


Figura 5.3: Ondas Triangular, Quadrada e Senoidal Estimadas respectivamente.

Comparando as Figuras 5.1 e 5.3, pode-se observar que os sinais foram estimados de forma acurada, sem que para isso tivesse que haver qualquer conhecimento prévio dos sinais independentes, do modelo do sinal (5.1), ou da matriz de mistura utilizada (5.2).

Neste exemplo também é possível notar os problemas de permutação de índices (primeiro e terceiro trocados) e da ambiguidade de amplitude, comentados anteriormente. Não é possível avaliar o problema da perda de off-set de fase pois este é uma extensão da ambiguidade de amplitude para sinais complexos, que não vem ao caso nesta simulação.

## 5.4 PROCESSO DE ITERAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS ICA E ESPRIT

Nesta seção serão apresentados e comentados os resultados obtidos a partir do Processo Iteração entre o método ICA, para estimação da porção não-gaussiana do Sinal, e o método ESPRIT, para estimação da porção gaussiana do Sinal.

Para tal, foram divididas em sub-seções os Passos do Processo de Iteração e os resultados através do Processo de Iteração.

#### 5.4.1 PASSO-A-PASSO DO PROCESSO DE ITERAÇÃO

O processo de interação funciona da forma descrita pelos seguintes passos:

1. Especifica-se o número de Receptores, o número de Transmissores Gaussianos, o número de Transmissores Não-Gaussianos, o número de amostras e a Potência média que cada parte do sinal deverá ter;
2. Gera-se os Sinais Gaussiano e Não-gaussiano conforme especificados o número de Transmissores gaussianos e não-gaussianos, o número de amostras e a potência média que cada sinal deverá ter, respectivamente. Nestas simulações, são escolhidos sinais QPSK para representar os sinais não-gaussianos.
3. Gera-se os Canais associados aos Sinais Gaussiano e Não-gaussiano, considerando o número de Transmissores Gaussianos e Não-gaussianos, e o número de Receptores, respectivamente. Esses canais podem ser de Vandermonde ou Rayleigh.
4. Gera-se o Ruído AWGN de potência unitária segundo o número de Receptores e o número de Amostras;
5. Faz-se as misturas dos Sinais Gaussiano e Não-Gaussiano por meio de seus Canais associados e adiciona-se o ruído para a obtenção do sinal de observação;
6. Toma-se o Sinal de observação e, utilizando-se do método ICA, estima-se o sinal Não-Gaussiano transmitido, além de seu canal de propagação correspondente e, assim, estima-se a porção Não-Gaussiana do Sinal observado;
7. Subtrai-se o Sinal Não-Gaussiano estimado do Sinal completo;
8. Toma-se o Sinal subtraído e, utilizando-se do método ESPRIT, calcula-se a porção Gaussiana do Sinal, após estimado o canal e o sinal transmitido correspondente;
9. Subtrai-se o Sinal Gaussiano estimado do Sinal completo;
10. Retorna-se ao passo 6 por um número determinado de vezes, decrementado a cada vez que se passa pelo passo 10, substituindo o Sinal completo pelo Sinal Subtraído.

## 5.4.2 RESULTADOS DO PROCESSO DE ITERAÇÃO

O processo de iteração gera redução do Erro Médio Quadrático do Sinal Estimado de duas formas diferentes.

A primeira é uma redução rápida que, segundo observações, ocorre nas vinte primeiras iterações, responsável por uma redução significativa do Erro Médio Quadrático, resultando, para alguns casos, em uma redução de aproximadamente 40% deste, fazendo com que o erro convirja para um piso no curto prazo. A esta redução daremos o nome de passo rápido, com uma convergência de curto prazo.

A segunda é uma redução bem mais lenta, podendo se estender por mais de vinte mil iterações, resultando, também em alguns casos, em uma redução de mais 20% do Erro Médio Quadrático. A esta redução daremos o nome de passo lento, com uma convergência de longo prazo.

Inicialmente, utilizamos um arranjo de 6 receptores, 3 Transmissores Não-Gaussianos, 3 Transmissores Gaussianos, 500 amostras, Razão Sinal-Ruído média de 7 dB por Sinal Gaussiano e de 5 dB por sinal Não-Gaussiano e Canais LoS segundo o modelo da Matriz de Vandermonde, explicada no capítulo 2.

Os resultados do processo estão ilustrados nas figuras abaixo. As Figuras 5.4 e 5.6 representam o Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano ao longo das Iterações, sendo que a Figura 5.4 mostra apenas as 10 primeiras iterações, usada para análise do comportamento no curto prazo, e a Figura 5.6 apresenta todas as iterações, usada para análise do comportamento a longo prazo. As Figuras 5.5 e 5.7 apresentam o Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano ao longo das Iterações, sendo que a Figura 5.5 trás as 10 primeiras iterações, usada para análise do comportamento no curto prazo, e a Figura 5.7 apresenta todas as iterações, usada para análise do comportamento a longo prazo.

Nestas quatro figuras também é mostrado o limite mínimo teórico do erro médio quadrático, que vem a ser a amplitude do ruído. Ele só poderia ser alcançado num cenário em que não houvesse qualquer interferência e o conhecimento do canal fosse perfeito. Além disso, é possível observar também o erro sem iteração como uma reta acima da curva do erro da iteração.

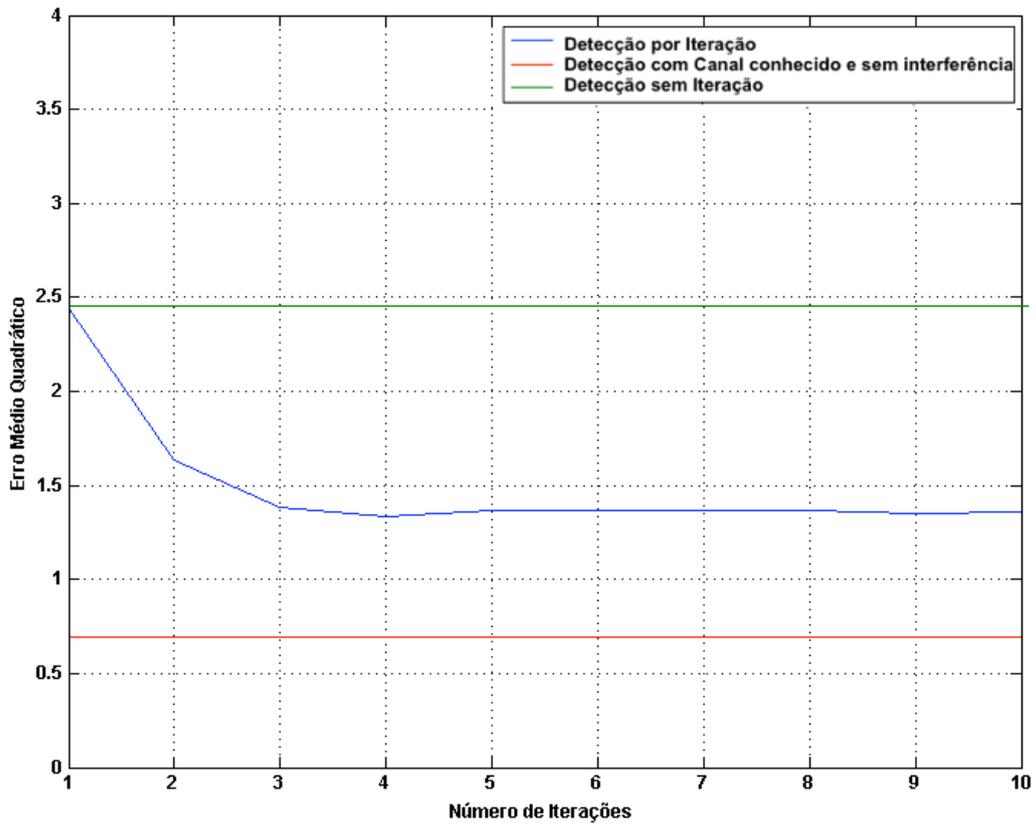


Figura 5.4: Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Vandermonde

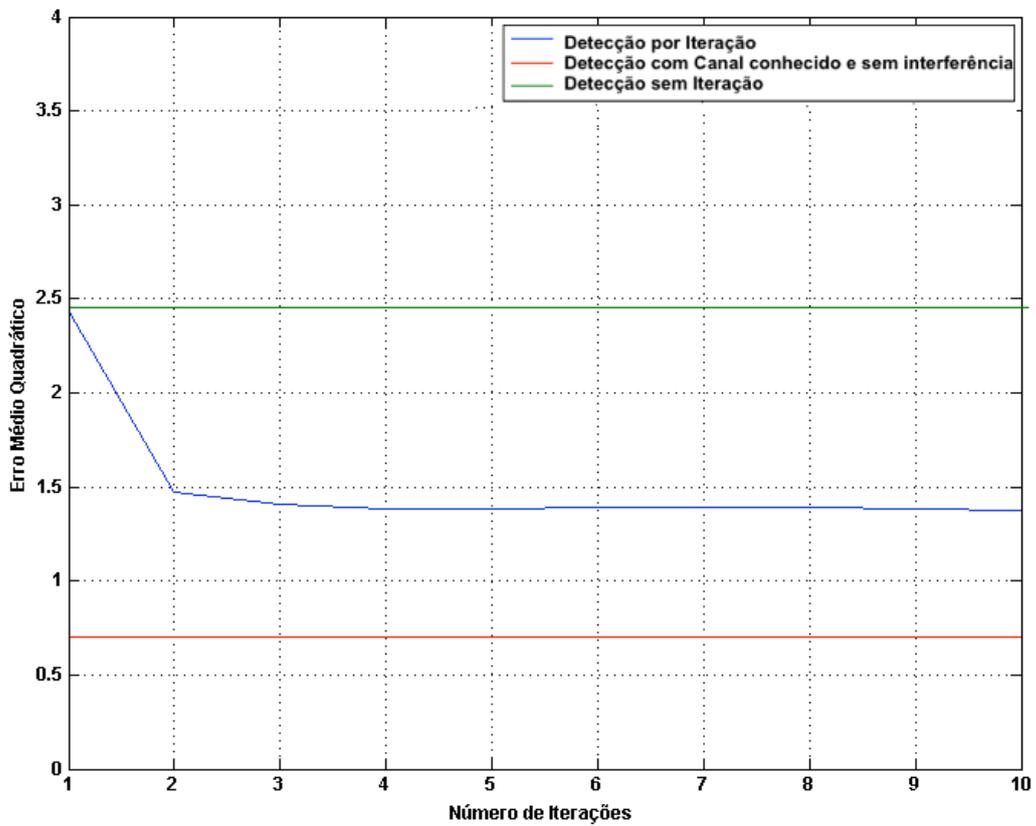


Figura 5.5: Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Vandermonde

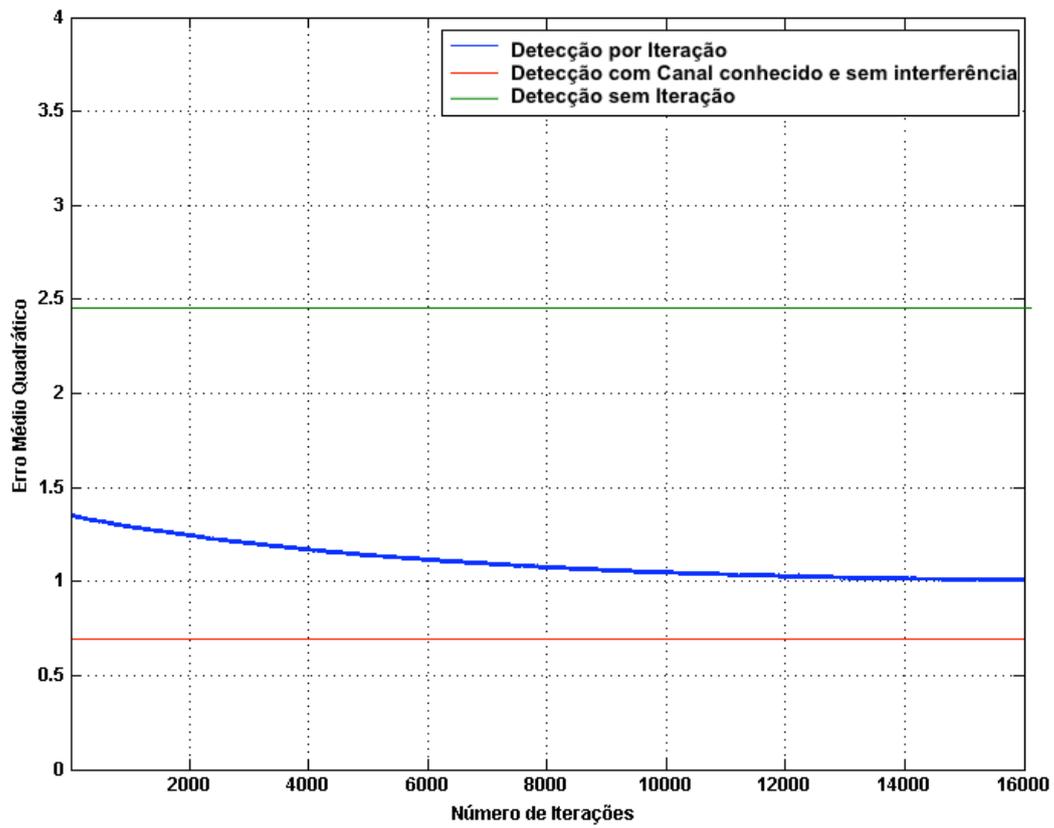


Figura 5.6: Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Vandermonde

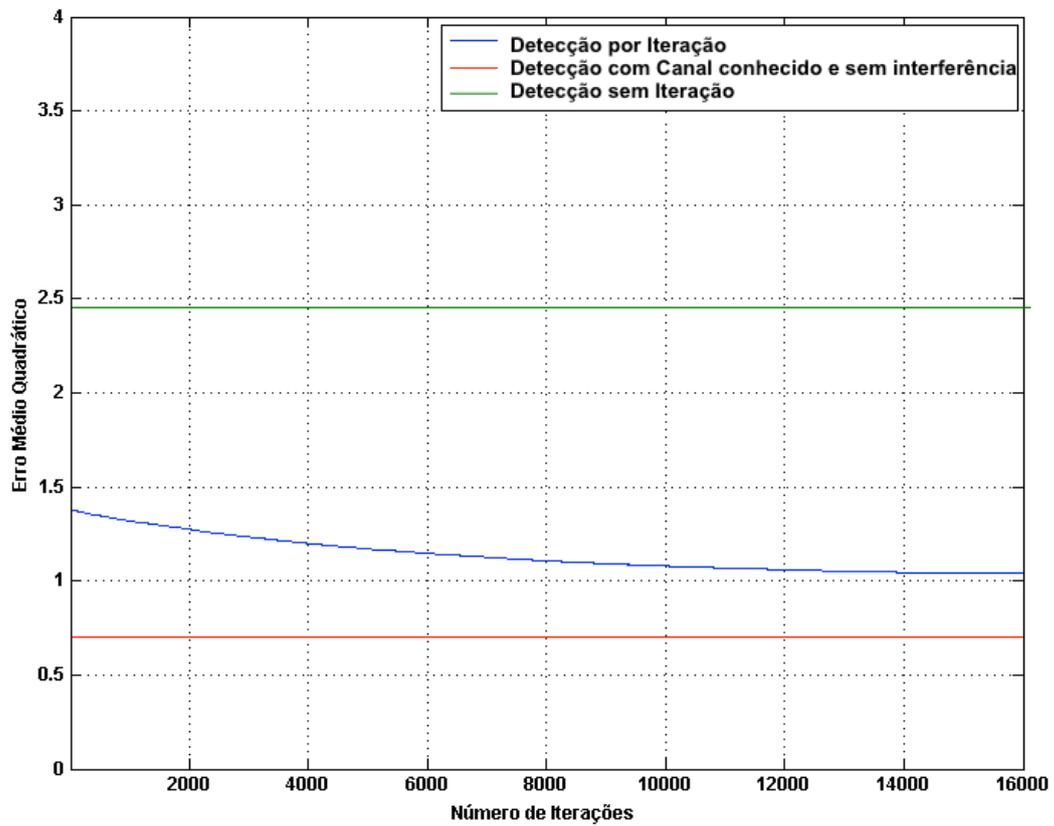


Figura 5.7: Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Vandermonde

Segundo pode-se observar através das Figuras 5.4 e 5.5, o Erro Médio Quadrático do Sinal Estimado começa em um valor próximo a 2,4. Após 3 iterações, percebe-se que este valor decresce para algo em torno de 1,4 para estabilizar-se próximo a este pseudo-piso. Contudo conforme se pode observar nas Figuras 5.6 e 5.7, no longo prazo, vê-se que este valor continua a reduzir até, após dezesseis mil iterações, este valor alcançar algo próximo a 1.

Portanto, para este caso, vê-se que o Processo de Iteração resultou em uma diminuição do Erro Médio Quadrático do Sinal estimado próxima a 60% em comparação ao valor estimado inicialmente que, a rigor, é a estimativa clássica sem nosso método proposto.

No cálculo do limite mínimo mostrado nas Figuras 5.4 e 5.5, o Sinal é composto somente da porção Não-Gaussiana do Sinal original acrescida do ruído e, nas Figuras 5.6 e 5.7, o Sinal é composto somente da porção Gaussiana do Sinal original acrescida do ruído. Isso significa que não há presença do Interferente, o que torna a estimação mais precisa.

A forma de detecção possui uma vantagem que, para a maioria esmagadora dos casos, seria considerada surreal: o conhecimento do Canal. Tendo o canal conhecido, é possível tomar o Sinal recebido e, através de um processo de inversão, obter o Sinal enviado. O Erro Médio Quadrático para este caso é proveniente do ruído do Canal, o que torna a estimação mais precisa que a estimação por meio do Processo de Iterações, contudo exige um conhecimento que, na prática, não é possível de se obter.

Para uma segunda análise, utilizamos um arranjo de 6 receptores, 3 Transmissores Não-Gaussianos, 3 Transmissores Gaussianos, 500 amostras, Razão Sinal-Ruído média de 7 dB por Sinal Gaussiano e de 5 dB por Sinal Não-Gaussiano e Canais aleatórios segundo o modelo da distribuição de Rayleigh, explicada no capítulo 2.

Os resultados do processo estão ilustrados nas figuras abaixo. As Figuras 5.8 e 5.10 trazem o Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano ao longo das Iterações, sendo que a Figura 5.8 traz as 10 primeiras iterações, e é usada para análise do comportamento no curto prazo, e a Figura 5.10 apresenta todas as iterações, e é usada para análise do comportamento a longo prazo. As Figuras 5.9 e 5.11 representam o Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano ao longo das Iterações, sendo que a Figura 5.9 traz as 10 primeiras iterações, e é usada para análise do comportamento no curto prazo, e a Figura 5.11 apresenta todas as iterações, sendo usada para análise do comportamento a longo prazo.

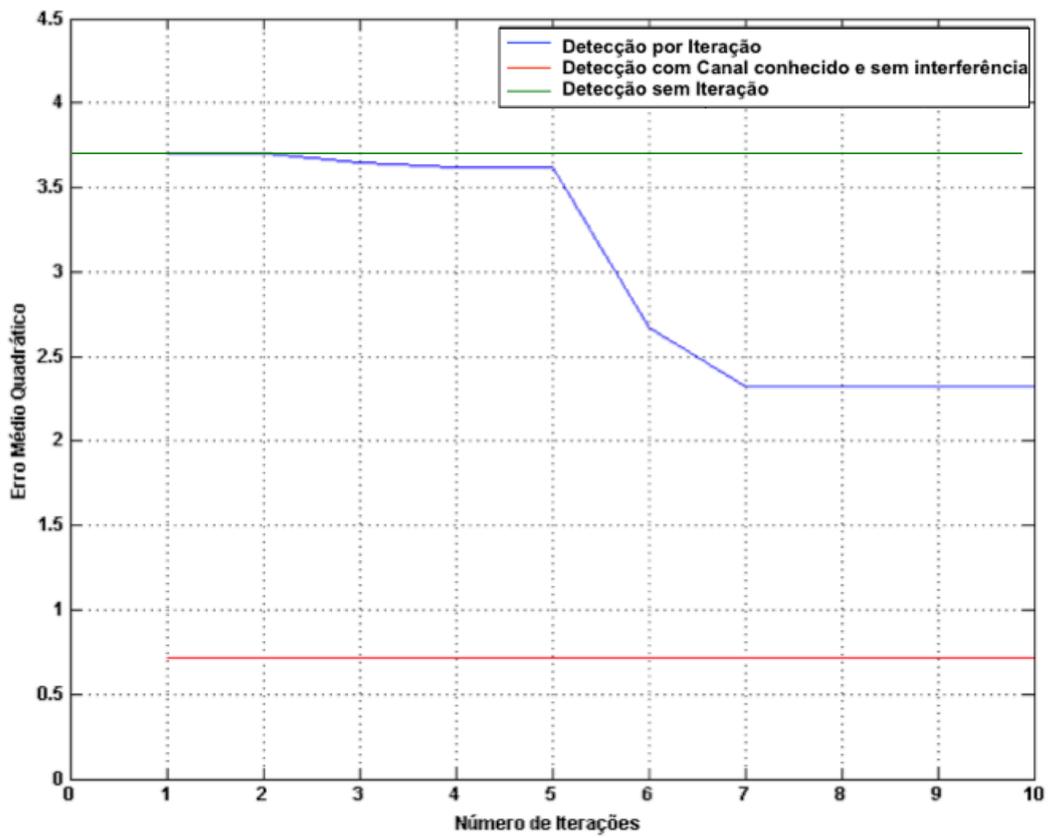


Figura 5.8: Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Rayleigh.

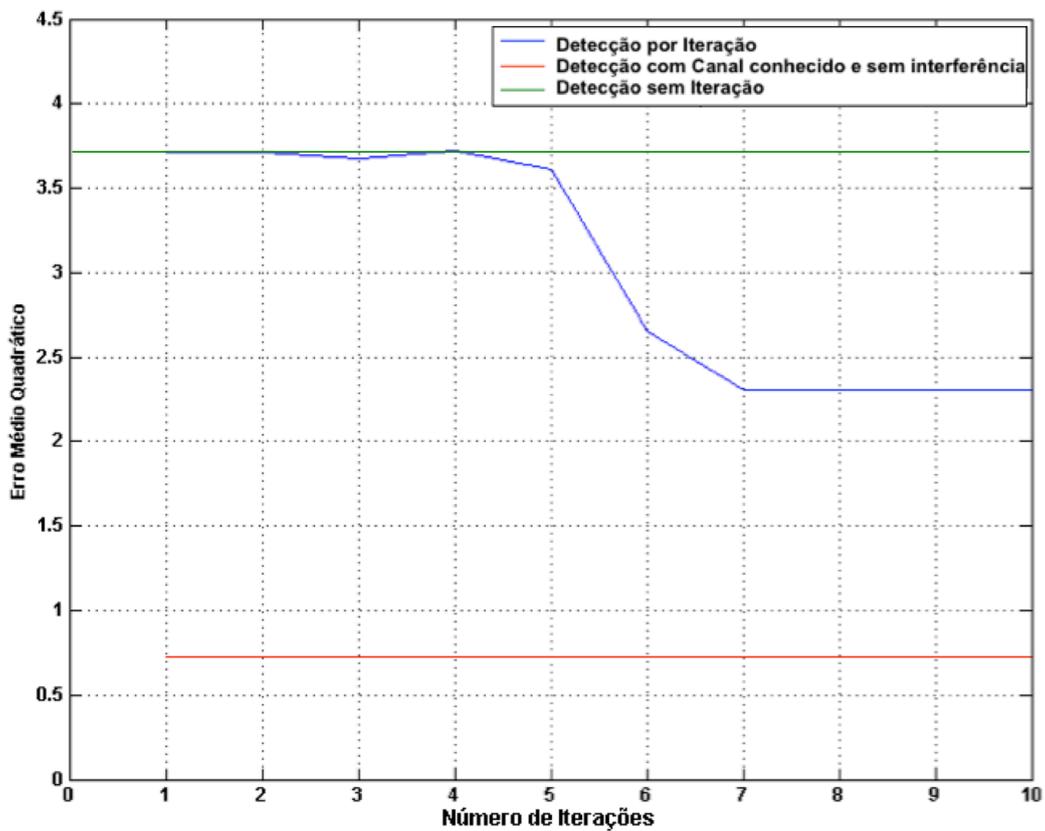


Figura 5.9: Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Rayleigh.

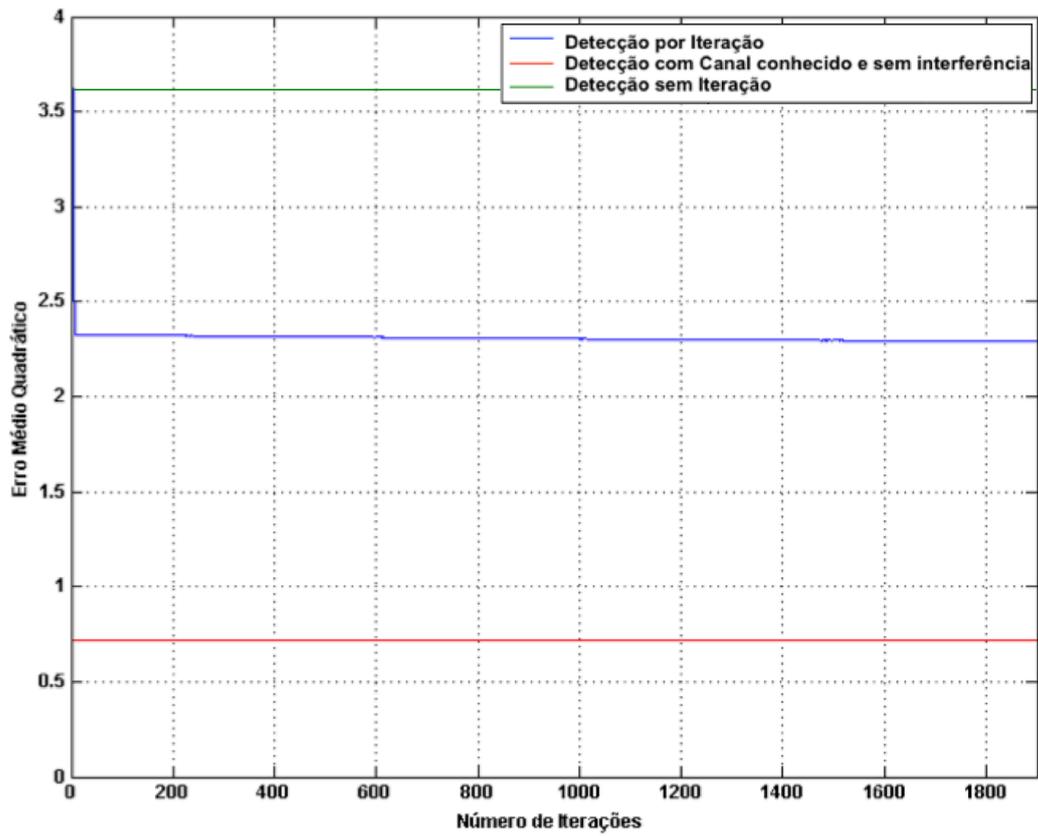


Figura 5.10: Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Rayleigh.

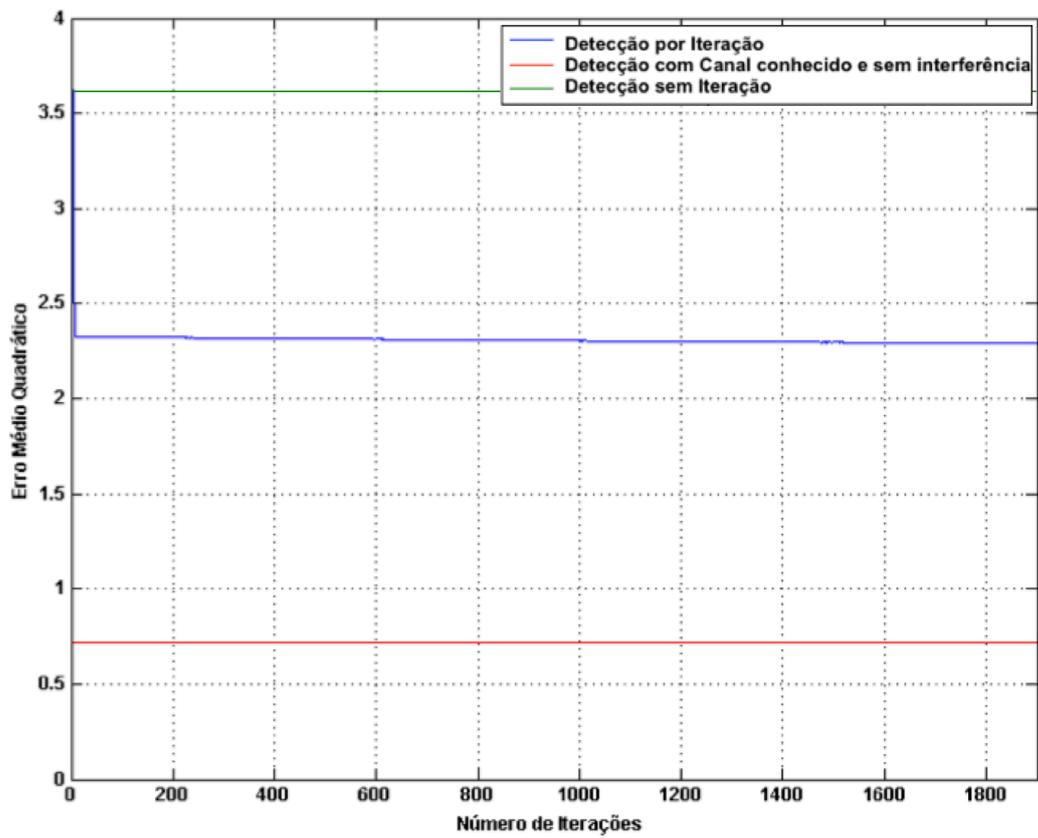


Figura 5.11: Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano Estimado, utilizando Canal de Rayleigh.

Segundo pode-se observar através das Figuras 5.8 e 5.9, o Erro Médio Quadrático do Sinal Estimado começa em um valor próximo a 3,7. Após 7 iterações, percebe-se que este valor decresce para algo em torno de 2,3 e estabiliza-se próximo a este pseudo-piso. No longo prazo, observado nas Figuras 5.10 e 5.11, ao contrário do caso anterior, vê-se que este valor pouco muda com as iterações, terminando com um valor próximo a 2,25. Para este caso, a maior redução é proveniente da redução rápida. Vê-se por fim que o Processo de Iteração resultou em uma diminuição do Erro Médio Quadrático do Sinal estimado próxima a 40% em comparação ao valor estimado inicialmente.

Outra observação importante é o fato de que a redução do Erro Médio Quadrático do Sinal Não-Gaussiano Estimado impacta na redução do Erro Médio Quadrático do Sinal Gaussiano. Isso é observado devido ao fato de que os Erros diminuem de forma conjunta, e a estimação do Sinal Não-Gaussiano vem antes da estimação do Sinal Gaussiano. Em outras palavras, a diminuição do erro do Sinal Gaussiano depende em parte da diminuição do erro do Sinal Não-Gaussiano.

Para os casos observados, percebe-se que as primeiras iterações pertencem a um regime transitório, ao passo que o resto das iterações são marcadas por uma diminuição extremamente lenta, senão praticamente nula, mas com um certo padrão, o que pode-se considerar como regime permanente.

Comparando-se o primeiro conjunto de simulações (Figuras 5.4 a 5.7), em que existia linha de visada entre fontes e receptor, ao segundo (Figuras 5.8 a 5.11), em que se tinham canais de Rayleigh, vemos que, tanto os erros iniciais quanto os que convergiam são menores para o primeiro caso. Isto se deve à complexidade maior da matriz de mistura no segundo caso. Enquanto a matriz de Vandermonde possui posto (ou ranque) igual ao número de fontes  $Q$  (ou  $P$ ), a matriz gaussiana complexa de um canal de Rayleigh irá possuir posto igual ao número de sensores  $M$  que é maior que  $Q$  (ou  $P$ ), portanto com maior poder de embaralhamento do sinal.

## 6 CONCLUSÃO

Ao fim deste projeto, percebe-se que a proposição inicial de separação de sinais gaussianos e não-gaussianos usando ICA e Beamforming é não somente viável, mas aplicável para a detecção de sinais em casos reais, conforme pôde-se observar no capítulo anterior, em que, até mesmo com o Canal de Rayleigh, que é um Canal de alta dispersão, foi possível a melhora da estimação por meio da Técnica de Iteração.

Vê-se que é possível uma redução do Erro Médio Quadrático em 40% como resultado da convergência a curto prazo, e de 20% através da convergência a longo prazo, totalizando 60% de redução do Erro Médio Quadrático para o caso de uso de Canais de Vandermonde (LoS). Para o caso de uso do Canal de Rayleigh, vemos uma redução praticamente não-perceptível para a convergência a longo prazo, contudo a curto prazo, vemos uma redução de aproximadamente 38%.

Apesar de parecer irrealista o uso da técnica quando se observa a convergência de longo prazo aplicada para Sistemas de Comunicação reais, onde não se dispõe de tempo ou de recursos para fazer um número tão grande de iterações, ela é bastante realista quando é observada sua convergência de curto prazo, apresentando uma grande redução do Erro Médio Quadrático do Sinal estimado em um número reduzido de iterações, o que torna a Técnica menos precisa, contudo mais dinâmica e menos dispendiosa.

O estudo da convergência de longo prazo é importante para análise científica visando futuros aperfeiçoamentos. O que se ambiciona para a complementação futura deste projeto é uma forma de otimizar seu número de iterações necessários para alcançar o piso do Erro Médio do Sinal estimado, tornando o processo como um todo mais rápido e eficiente.

Portanto, encerra-se este projeto com resultados satisfatórios, e tendo a convicção que foi cumprido seu objetivo de estimar um Sinal composto de uma porção Gaussiana e uma não-Gaussiana através de um processo de iteração do método de Análise de Componentes Independentes e do método de Estimação de Parâmetros do Sinal por Meio de Técnica Rotacionais Invariantes.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. A. Guimaraes, R. A. A. de Souza, A. N. Barreto: Performance of cooperative eigenvalue spectrum sensing with a realistic receiver under impulsive noise, *Journal of Sensor and Actuator Networks (JSAN)*, vol. 2, issue 1, pp. 46–69, 2013. Available: <http://www.mdpi.com/2224-2708/2/1/46>.
- [2] A. Goldsmith: *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [3] J. P. C. L. da Costa, F. Roemer, F. A. de Castro Junior, R. F. Ramos, S. Schwarz, and L. Sabirova: Ilmenau Package for Model Order Selection and Evaluation of Model Order Estimation Scheme of Users of MIMO Channel Sounders," XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT'11), Curitiba, Brazil.
- [4] J. V. Stone: *Independent component analysis : a tutorial introduction*. Cambridge, Mass. [u.a.]: MIT Press, 2004
- [5] Papoulis, Athanasios; Pillai: S. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 2001
- [6] R. A. Horn, Charles R. Johnson: *Topics in matrix analysis*, Cambridge University Press, 1991
- [7] S.R. Curnew, J. How: *Blind Signal Separation in MIMO OFDM Systems Using ICA and Fractional Sampling*, 2007
- [8] Z. Ding, T. Ratnarajah, C. Cowan and Y. Gong: *ICA-Based Semi-Blind Spatial Equalization for MIMO Systems*, 2006
- [9] Oomke Weikert, Christian Klünder, Udo Zölzer: *Semi-blind Equalization of Wireless MIMO Frequency Selective Communication Channels*, 2006
- [10] T. W. Lee, M.S. LEWICKI, M. GIROLAMI, T.J. SEJNOWSKI: Blind source separation of more sources than mixtures using over complete representations, *IEEE Signal Processing Letters*, v. 4, n. 5, 1999
- [11] C. D. Meyer, *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Cambridge, UK, 2000.
- [12] R. Naik, D. K. Kumar: *An Overview of Independent Component Analysis and Its Applications Step-Sizes for the Gradient Method*, 2009
- [13] P. Deift: A steepest descent method for oscillatory Riemann-Hilbert problems. Asymptotes for the MKdV equation, *Ann. Of Math. (The Annals of Mathematics, Vol. 137, No. 2)* 295–368, 1993
- [14] F. Hayashi: *Econometrics*. Princeton University Press, 2000
- [15] R.J. Rummel: *Understanding Correlation*, Honolulu: Department of Political Science University of Hawaii, 1976
- [16] S. Marcos: *Les méthodes `a haute résolution : Traitement d'antenne et analyse spectrale*. Hermès, Paris, France, 1998

- [17] M. Wax, T. Kailath: Direction of signals by information theoretic criteria, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 33, pp. 387–392, 1985.
- [18] B. D. Rao, K. Hari: Performance analysis of ROOT-MUSIC”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol 37 pp: 1939-1949, 1989.
- [19] R. O. Schmidt: Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation, IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. AP-34 pp.276-280, 1986
- [20] R. Roy: ESPRIT - Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, IEEE Transactions on acoustic, speech and signal processing, vol 37 No 7, 1989
- [21] H. Krim: Two Decades of Array Signal Processing Research, 1996
- [22] M. H.Hayes: Statistical Digital Signal Processing and Modeling, John Wiley & Sons, 1996.
- [23] J. Litva, T. Lo: Digital Beamforming in Wireless Communication, Artech House Boston-London, 1996.
- [24] B.D. Rao, K. Hari: Performance analysis of ROOT-MUSIC, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol 37 pp: 1939-1949, 1989.
- [25] T. S. Dhope: Application of MUSIC, ESPRIT and ROOT MUSIC in DOA Estimation, 2009
- [26] H. Trees: Optimum Array Processing, Detection, Estimation and Modulation Part IV, John Wiley and Sons,NEW York , 2002.
- [27] S.W. Varade, K.D. Kulat: Robust Algorithms for DOA Estimation and Adaptive Beamforming for Smart Antenna Application, 2nd international conference on Emerging Trends in Engineering and Technology (ICETET), 2009 , pp: 1195 – 1200, Dec. 2009.