



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**CONVECÇÃO NATURAL NO CONTROLE DO
ESCOAMENTO DE FUMAÇA EM INCÊNDIOS**

André Telles Campos

Brasília, dezembro de 2015

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**CONVECÇÃO NATURAL NO CONTROLE DO
ESCOAMENTO DE FUMAÇA EM INCÊNDIOS**

André Telles Campos

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia
Mecânica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico*

Banca Examinadora

Prof. Dr. Mário Benjamim B. Siqueira, ENM/UnB
Orientador

Prof. Dr. Antônio Cesar P. Brasil Jr., ENM/UnB
Examinador interno

Prof. Dr. Antônio F. Parentes Fortes, ENM/UnB
Examinador interno

Dedicatória

Dedico este texto aos meus avós, João e Helena (in memoriam).

André Telles Campos

Agradecimentos

Agradeço a Deus em primeiro lugar. Um especial obrigado é destinado à minha família. Minha esposa e filhos entenderam os momentos de ausência e sempre estiveram ao meu lado para ajudar a superar os obstáculos que apareceram no caminho (e não foram poucos). Minha mãe, você é uma guerreira vitoriosa e esta vitória certamente tem muito de crédito para você. Os amigos são um capítulo especial da grande família que fazemos ao longo da vida. Não poderia deixar de homenageá-los. Sem dúvidas vou esquecer de nominar todos, mas quero agradecer especialmente à Regina, ao George, ao Gleydson, ao Bráulio e ao Nuno pelas conversas de apoio e discussão dos tópicos abordados neste trabalho de final de curso. Agradeço também ao meu orientador, professor Mário, por aceitar a tarefa de tão bom grado.

André Telles Campos

RESUMO

A presente pesquisa tem por objetivo avaliar a efetividade do sistema de ventilação natural de escadas de emergência no que se refere à capacidade de exaustão de fumaça. O estudo justifica-se pelo fato de que condições insustentáveis para a vida em situação de incêndio são geralmente alcançadas devido à presença de fumaça no ambiente. O mecanismo físico responsável pela movimentação de fumaça no interior de um prédio é a convecção. Especificamente as escadas de emergência à prova de fumaça têm por função garantir uma rota de fuga livre de fumaça aos usuários da edificação. Isso é obtido por meio de dutos de ventilação natural. A movimentação do fluido neste caso é devida à presença combinada de um gradiente de massa específica e de uma força de campo gravitacional. Daí a importância de se estudar os fundamentos da convecção natural para compreender a movimentação de fumaça em incêndios estruturais, com vistas à otimização do controle de fumaça. Este relatório apresenta os resultados da simulação computacional do escoamento de fumaça através do duto de saída de fumaça da escada de emergência de um prédio de escritórios virtual típico de cidades brasileiras. O *software* de dinâmica de fluidos computacional utilizado é o FDS, desenvolvido pelo NIST e que tem por característica resolver numericamente uma forma apropriada das equações de Navier-Stokes para escoamentos devidos a gradientes de temperatura em baixa velocidade, com ênfase nos fenômenos de transporte de calor e de fumaça oriundos de incêndios. Os cenários simulados englobam escadas com sistema de ventilação natural constituído por dois dutos e por apenas um duto. São comparados também os casos com prédios de alturas diferentes, seis pavimentos e doze pavimentos. A análise dos resultados indica a maior eficiência do sistema integrado de dois dutos e a redução da efetividade do sistema no caso de dutos com alturas maiores.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	3
1.3	OBJETIVOS DO PROJETO	4
1.4	ESTRUTURA DO TEXTO	4
2	FUNDAMENTOS DE CONVECÇÃO	5
2.1	INTRODUÇÃO À CONVECÇÃO	5
2.2	CAMADAS LIMITES	6
2.3	PRINCÍPIOS DE CONSERVAÇÃO	9
2.3.1	CONSERVAÇÃO DE MASSA	9
2.3.2	VARIAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO LINEAR	10
2.3.3	BALANÇO DE ENERGIA	12
2.4	EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA DE CONVECÇÃO	15
2.5	CONCEITOS DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS	17
2.5.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES EM TURBULÊNCIA	18
2.5.2	TRATAMENTOS PARA A REGIÃO PARIETAL	20
3	CONVECÇÃO NATURAL	21
3.1	CONCEITOS DE CONVECÇÃO NATURAL	21
3.2	APROXIMAÇÃO DE BOUSSINESQ	21
3.2.1	VORTICIDADE	24
3.3	ANÁLISE DE ESCALA	26
3.3.1	BREVE DISCUSSÃO SOBRE O SIGNIFICADO DOS GRUPOS ADIMENSIONAIS	29
3.3.2	CARACTERIZAÇÃO DA FUMAÇA DE INCÊNDIO	31
3.4	SOLUÇÃO INTEGRAL	31
3.5	CONVECÇÃO NATURAL EM CANAIS VERTICAIS	35
3.6	EXPERIMENTO DA CAVIDADE	38
3.6.1	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	40
3.6.2	CÁLCULO DO NÚMERO DE NUSSELT E DE RAYLEIGH PARA O EXPERIMENTO DA CAVIDADE	42
3.6.3	RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS PARA O EXPERIMENTO DA CAVIDADE	43
4	APLICAÇÃO DA CONVECÇÃO NATURAL AO CONTROLE DO ESCOAMENTO DE FUMAÇA EM INCÊNDIOS	46
4.1	DUTOS DE ESCADA À PROVA DE FUMAÇA	46
4.1.1	CONSIDERAÇÕES ACERCA DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO	50
4.1.2	VAZÃO MÁSSICA PARA CAMADA LIMITE LAMINAR	52

4.2	MODELO DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	53
4.3	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	56
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
5.1	CONCLUSÕES	63
5.2	ESTUDOS FUTUROS	64
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65

LISTA DE FIGURAS

1.1	Composição do tempo necessário para a evacuação.	1
1.2	Escoamento de fumaça devido à convecção natural em incêndios estruturais.	3
2.1	Camadas limites térmica e de velocidade.	7
2.2	Desenvolvimento da camada limite de velocidade sobre placa plana.	8
2.3	Gráfico de velocidades filtrada e média de um campo de velocidade para escoamento turbulento.	18
3.1	Desenvolvimento da camada limite para convecção natural com e sem superfície limitante. .	22
3.2	Escalas de comprimento das camadas limites na convecção natural.	30
3.3	Comparação entre as espessuras das camadas limites térmica e de velocidades.	30
3.4	Perfis de temperatura e de velocidade polinomiais e exponenciais.	36
3.5	Aparato experimental.	39
3.6	Componentes do aparato experimental em detalhes.	40
3.7	Posicionamento esquemático dos termopares na cavidade	41
3.8	Gráfico de temperaturas dos termopares da seção 1 da cavidade	44
3.9	Gráfico de temperaturas dos termopares da seção 2 da cavidade	45
3.10	Gráfico de temperaturas dos termopares da seção 3 da cavidade	45
3.11	Gráfico de Nu vs Ra para o experimento da cavidade.	45
4.1	Escada de emergência à prova de fumaça.	47
4.2	Dutos de ventilação natural de escada à prova de fumaça.	48
4.3	Vista em perspectiva do prédio simulado.	49
4.4	Vista frontal do duto de saída.	50
4.5	Vista superior do duto de saída.	50
4.6	Efeito da condição de contorno térmica sobre a camada limite de convecção natural.	51
4.7	Perfis de temperatura e de velocidade polinomiais para o duto de fumaça.	52
4.8	Localização da fonte de calor no ambiente modelado.	55
4.9	Visão tridimensional do modelo da escada.	56
4.10	Malha computacional do modelo do duto para teste de independência da malha.	57
4.11	Gráfico de velocidade no duto em teste de independência da malha.	58
4.12	Gráfico de velocidade no sistema de ventilação natural com apenas um duto.	59
4.13	Gráfico de velocidade no sistema de ventilação natural com dois dutos integrados.	60
4.14	Gráfico de velocidade no duto para duas malhas diferentes.	61
4.15	Gráfico de velocidade no duto para prédios com alturas diferentes.	61
4.16	Perfis de temperatura e velocidade na expedição do duto de saída de fumaça.	62

LISTA DE TABELAS

3.1	Propriedades termofísicas da água adotadas no experimento da cavidade	43
3.2	Parâmetros adimensionais	44
4.1	Parâmetros relevantes do problema	49

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a motivação do trabalho, definindo o problema de pesquisa. O objetivo do projeto é apresentado e por fim, a estrutura do texto.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O produto do incêndio que mais afeta as pessoas durante o abandono da edificação é a fumaça [1]. A evacuação fica prejudicada porque a fumaça diminui a visibilidade, aumenta a palpitação devido à presença de gás carbônico, provoca dificuldades respiratórias e lacrimejamento, induz o pânico e debilita o movimento das pessoas pelo efeito tóxico de seus componentes. Esse conjunto de efeitos resulta em condições insustentáveis para a vida, limitando o tempo de permanência humana no ambiente. Desse modo, a evacuação dos locais de maior risco no menor tempo possível torna-se a estratégia mais confiável de salvamento de vidas em ocorrências de incêndio [2, 3].

Os ocupantes de uma edificação devem ter tempo suficiente, em caso de incêndio, para alcançar sem danos físicos uma área segura. Esse é um objetivo primordial da engenharia de proteção contra incêndios. O tempo de fuga¹ em situação de incêndio é o tempo necessário para que os ocupantes de uma edificação atinjam um local seguro. Esse intervalo de tempo requerido para o escape é a soma do tempo que decorre do início do incêndio até o completo abandono da edificação. Para que haja um escape seguro, esse tempo deve ser menor do que o tempo que o incêndio leva para criar condições insustentáveis para a vida humana no ambiente considerado, conforme mostrado esquematicamente na figura 1.1.

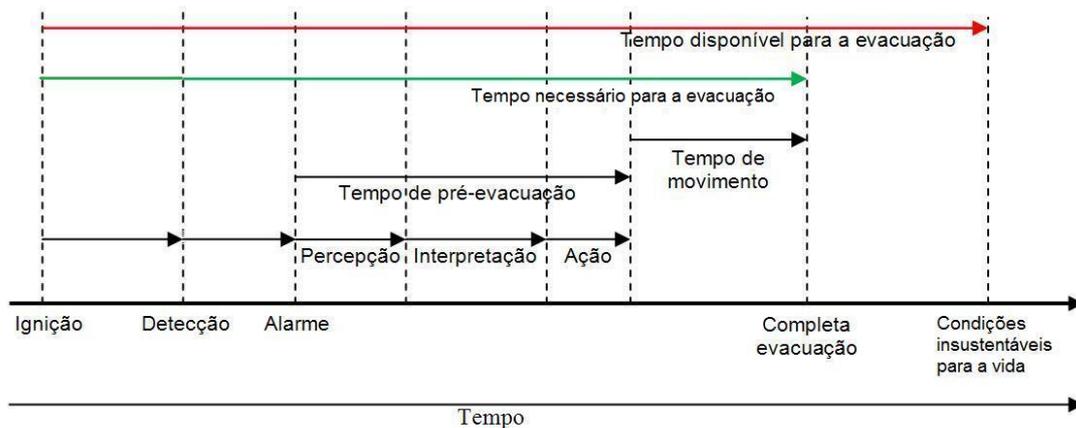


Figura 1.1: Composição do tempo necessário para a evacuação em comparação com o tempo disponível para a evacuação.

Adaptado de [4].

O tempo necessário para o escape pode ser decomposto em parcelas [2, 4, 5, 6, 7]. Usando o instante

¹Tempo de fuga, tempo de escape e tempo de evacuação são usados como sinônimos.

inicial de referência como sendo a ignição do incêndio, a sua detecção somente ocorrerá após Δt_{det} segundos. Esse tempo de detecção depende de diversos fatores, dentre os quais as características físicas do sistema de detecção e sua localização em relação à fonte de calor ou de fumaça. Continuando a linha do tempo, decorrem Δt_a segundos até que o alarme seja acionado. A reação ao alarme não é imediata, o primeiro movimento das pessoas em direção a uma saída de emergência se dá com um atraso, denominado tempo de pré-movimento, Δt_{pre} . O tempo que a população da edificação gasta durante a passagem pelas saídas é o tempo de movimento de evacuação, Δt_e . Dessa maneira, o tempo necessário para o escape de toda a população da edificação Δt_{esc} é dado pela equação:

$$\Delta t_{esc} = \Delta t_{det} + \Delta t_a + \Delta t_{pre} + \Delta t_e. \quad (1.1)$$

Para garantir que o tempo necessário ao escape seja menor do que o tempo que o incêndio leva para gerar condições insustentáveis à vida humana, as saídas de emergência devem ser projetadas de tal modo a ofertar aos usuários da edificação uma rota de fuga livre de fumaça. A norma brasileira que trata do tema é a NBR 9077 [8], a qual define saída de emergência como o caminho contínuo devidamente protegido a ser percorrido pelo usuário em caso de incêndio, de qualquer ponto da edificação até atingir a via pública ou espaço aberto, protegido do incêndio, em comunicação com o logradouro.

As escadas exigidas para compor a rota de uma saída de emergência podem ser de dois tipos: não enclausuradas ou enclausuradas [9, 10]. As escadas enclausuradas apresentam maior proteção contra a fumaça e podem ser do tipo protegida ou à prova de fumaça. Quanto maior a altura do prédio, maior deve ser a proteção da escada contra a penetração de fumaça em sua caixa². Essa proteção pode ser feita por ventilação natural (antecâmara e dutos) ou por ventilação mecânica (pressurização). Nas escadas à prova de fumaça com ventilação natural a fumaça proveniente do ambiente incendiado que porventura entre na antecâmara da escada deve ser direcionada para fora da caixa de escada pelo duto de saída de fumaça (DS) devido ao efeito de convecção natural. E esse é o foco do presente projeto: estudar os mecanismos de convecção natural relacionados ao escoamento de fumaça por dutos de escadas de emergência.

O movimento de um fluido pode ser provocado por meios externos, tais como um ventilador ou uma bomba, mas também pode ser originado por forças de empuxo no interior do fluido. No primeiro caso tem-se a convecção forçada. No segundo caso, denominado de convecção natural ou livre, a movimentação do fluido é devida à presença combinada de um gradiente de massa específica e de uma força de campo proporcional à massa específica [11]. Em incêndios, o fluido é a fumaça, a força de campo é a gravitacional e as variações de massa específica são devidas ao gradiente de temperatura. Geralmente as taxas de transferência de calor envolvidas na convecção natural são pequenas quando comparadas às taxas obtidas com convecção forçada. No entanto, esse é um importante mecanismo, no caso de incêndios, responsável pelo escoamento de massas de gases quentes e particulado (fumaça), conforme pode ser visualizado esquematicamente na figura 1.2. Daí a importância de se estudar os pilares da convecção natural para compreender a movimentação de fumaça em incêndios estruturais³ e assim adquirir fundamentação teórica sólida no tema com vistas à otimização do controle de fumaça.

²Caixa de escada é a parte da escada que contém os degraus.

³Incêndios estruturais são aqueles que ocorrem em estruturas, isto é, em edificações ou compartimentos.

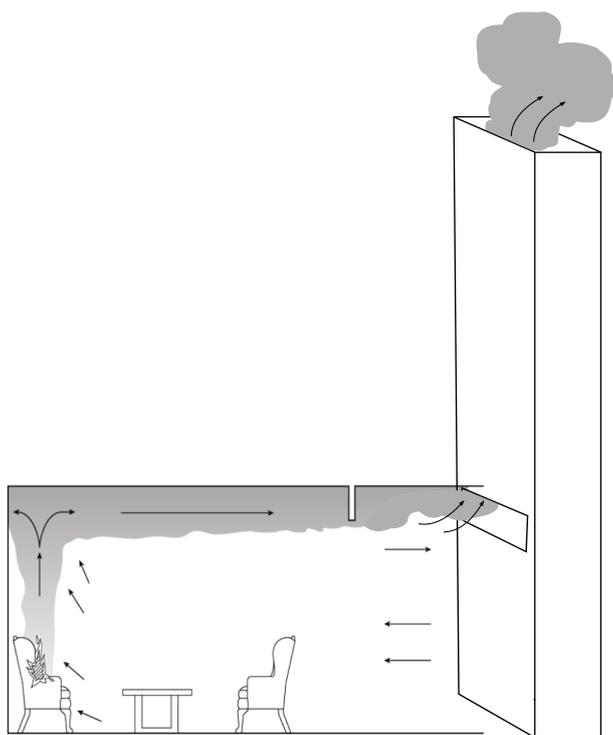


Figura 1.2: Escoamento de fumaça devido à convecção natural em incêndios estruturais.

1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Um item que chama atenção na norma de saídas de emergência é a possibilidade de usar dutos de ventilação natural para o escoamento da fumaça de incêndio. Durante a fuga, as pessoas carregam fumaça para dentro da antecâmara das escadas e, para evitar que essa fumaça penetre na caixa de escada, dificultando a evacuação, os dutos de ventilação natural devem ser capazes de escoar essa massa de gases aquecidos para fora da edificação. Diante disso foram realizadas pesquisas que apontaram a necessidade de estudos mais aprofundados no sentido de revisão dos critérios prescritivos atualmente admitidos para as saídas de emergência e adoção de parâmetros de desempenho [12]. Outro trabalho [13] também discutiu os níveis de concentração de fumaça na antecâmara de escadas de emergência com sistema de ventilação natural por dutos. A legislação de segurança contra incêndio de alguns Estados não adota integralmente as recomendações da NBR 9077, permitindo a ventilação natural de escadas de emergência com apenas um duto de saída de fumaça [14, 15]. Outro ponto de questionamento relativo às normas de saídas de emergência diz respeito ao não estabelecimento de um limite superior para a adoção de escadas à prova de fumaça ventiladas naturalmente, visto que o efeito de estratificação poderia reduzir a eficiência de tais escadas. Assim, o problema desta pesquisa traduz-se na seguinte pergunta: O sistema de ventilação natural das escadas de emergência à prova de fumaça é efetivo na exaustão de fumaça em caso de incêndio?

1.3 OBJETIVOS DO PROJETO

O objetivo geral da presente pesquisa é avaliar a efetividade do sistema de ventilação natural de escadas de emergência no que se refere à exaustão de fumaça. Para tanto o escoamento de fumaça através do duto de saída da escada à prova de fumaça de um prédio de escritórios virtual com características representativas das edificações de cidades brasileiras é analisado. O edifício foi projetado em conformidade com a norma brasileira de saídas de emergência.

O alcance do objetivo geral da pesquisa se dá por meio de objetivos específicos, quais sejam:

- Apresentar a fundamentação teórica da convecção natural. Desse modo, as equações governantes do problema são deduzidas e suas condições de contorno introduzidas. Em seguida, são discutidos os métodos de solução analíticos e numéricos tanto para o problema laminar quanto o turbulento.
- Identificar os parâmetros físicos que controlam a dinâmica do escoamento por meio da análise de escala do problema de convecção natural em dutos. Dessa forma, estabelecer a lei de escala para os parâmetros adimensionais do problema: número de Nusselt em função do número de Rayleigh.
- Comparar soluções assintóticas do problema de convecção natural em dutos com os resultados obtidos por meio de simulação computacional. Para tanto são discutidos os modelos de dinâmica de fluidos computacional para turbulência mais adequados ao comportamento do fogo em edificações e implementadas as simulações numéricas do escoamento de fumaça em dutos.

1.4 ESTRUTURA DO TEXTO

A fim de se atingir o objetivo geral proposto o presente relatório exhibe a estrutura a seguir especificada. No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre princípios de conservação aplicados à convecção e o modelamento dos escoamentos turbulentos. Em seguida, o capítulo 3 trata da convecção natural até chegar à formulação do problema de convecção natural em dutos (ou canais verticais), trazendo ainda a análise de um experimento de bancada para verificação das leis de escala para os números de Nusselt e de Rayleigh. Além da análise de escala, o capítulo apresenta um método de solução integral para o problema de convecção natural. O capítulo 4 traz a aplicação dos conceitos anteriormente apresentados ao caso específico do duto de saída de fumaça de uma escada de emergência. Nesta parte do texto são apresentados e discutidos os resultados da simulação computacional do escoamento de fumaça através de dutos em diferentes condições. O texto é finalizado com o capítulo de considerações finais, o qual traz ainda as perspectivas de estudos decorrentes desta pesquisa inicial.

2 FUNDAMENTOS DE CONVECÇÃO

Conceitos elementares de convecção e dedução dos princípios de conservação aplicados à convecção. O capítulo aborda ainda conceitos de escoamentos turbulentos.

2.1 INTRODUÇÃO À CONVECÇÃO

O termo convecção refere-se às trocas de calor levadas a efeito pelo escoamento de fluidos [16]. A referência [11] descreve a transferência de calor por convecção como sendo a transferência de energia que ocorre no interior de um fluido devido à combinação de dois efeitos: difusão (originada a partir da agitação molecular aleatória) e advecção (oriunda do movimento global do fluido). Diferenciam-se dois modos de convecção, a natural (ou livre) e a forçada. A primeira diz respeito ao movimento do fluido como resultado exclusivo do gradiente de densidade devido às diferenças de temperatura no fluido. Se houver uma fonte externa provocando o escoamento (por exemplo, um ventilador, uma bomba ou ventos atmosféricos), diz-se que a convecção é forçada.

A transferência de calor por convecção ocorre tanto por difusão quanto por advecção no interior da camada limite hidrodinâmica. A difusão é predominante nas proximidades da interface fluido-sólido¹, no entanto, à medida que a espessura da camada limite cresce, o calor conduzido para essa camada é “arrastado” na direção do escoamento e eventualmente transferido para o fluido no exterior da camada limite. Portanto, o estudo da convecção é calcado sobre dois campos do saber: a mecânica dos fluidos e a transferência de calor. A transferência de calor busca prever a taxa na qual ocorre transferência de energia resultante da diferença de temperatura entre corpos materiais [17]. Por sua vez a mecânica dos fluidos dedica-se ao estudo da estática e da dinâmica de líquidos e gases, considerados como um meio contínuo² [19, 20]. A questão principal da mecânica dos fluidos, relativamente aos problemas de transferência de calor, diz respeito à determinação da força de arrasto [16], que pode ser expressa em termos do coeficiente de atrito C_f e, em última análise, depende do campo de velocidade u , conforme equações (2.1) e (2.2).

$$F = \int_A \tau dA, \quad (2.1)$$

onde, a tensão cisalhante para um fluido Newtoniano em escoamento sobre uma superfície é dada por

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (2.2)$$

¹De fato, na interface a velocidade do fluido é nula e o mecanismo de transferência de calor é por condução nesta fina camada de fluido adjacente à superfície [11].

²Isso significa que qualquer elemento diferencial de volume do fluido é pequeno em relação ao volume do corpo todo, porém, grande comparativamente às distâncias intermoleculares [18]. O conceito de contínuo é a base da mecânica dos fluidos clássica e, conseqüentemente, as propriedades do fluido são consideradas funções contínuas da posição e do tempo [19].

O fluxo de calor local \dot{q}'' e a taxa de transferência total \dot{q} são de primordial importância em qualquer problema de convecção. Essas grandezas são determinadas a partir das equações (2.3) e (2.4), que dependem dos coeficientes de convecção local h e médio \bar{h} . É por essa razão que a determinação desses coeficientes é vista como o *problema de convecção*. Contudo, o problema não é simples, pois depende de diversas propriedades do fluido tais como massa específica, viscosidade, condutividade térmica e calor específico, os coeficientes dependem da geometria da superfície e das condições de escoamento [11].

$$\dot{q}'' = h (T_s - T_\infty) \quad (2.3)$$

e

$$\dot{q} = \bar{h} A (T_s - T_\infty). \quad (2.4)$$

Os coeficientes de convecção médio e local se relacionam por:

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int_A h dA, \quad (2.5)$$

onde, A é a área da superfície em contato com o fluido, T_s é a temperatura da superfície e T_∞ é a temperatura do fluido na corrente livre.

2.2 CAMADAS LIMITES

A multiplicidade das variáveis independentes envolvidas no problema de convecção é atribuída à dependência da transferência de calor por convecção nas camadas limites que se desenvolvem na interface fluido-sólido. Para introduzir o conceito de camada limite, considere o escoamento sobre a placa plana da figura 2.1. A grandeza δ é denominada espessura da camada limite e é tipicamente definida como o valor de y para o qual a velocidade do fluido u atinge 99% do valor da velocidade do fluido longe da placa³, aproximando-se do valor da corrente livre U_∞ . Isso acontece porque, quando as partículas do fluido entram em contato com a superfície, elas assumem velocidade nula e retardam o movimento das partículas nas camadas adjacentes, formando um perfil de velocidades. Esse efeito é associado às tensões cisalhantes atuando nos planos paralelos à velocidade do fluido. Desse modo, o escoamento do fluido é caracterizado por duas regiões bem distintas, uma camada fina de fluido na qual gradientes de velocidade e tensões cisalhantes são elevados (a camada limite) e uma região externa na qual esses gradientes e tensões são desprezíveis. Essa camada limite de velocidade desenvolve-se sempre que há escoamento de um fluido sobre uma superfície e é de importância fundamental em problemas envolvendo transferência de calor por convecção.

Assim como uma camada limite de velocidade (ou hidrodinâmica) se desenvolve quando existe um fluido escoando sobre uma superfície, uma *camada limite térmica* deve se desenvolver se as temperaturas

³O valor de 99% é arbitrário, podendo outros valores serem adotados com boa validade dependendo do experimento em questão.

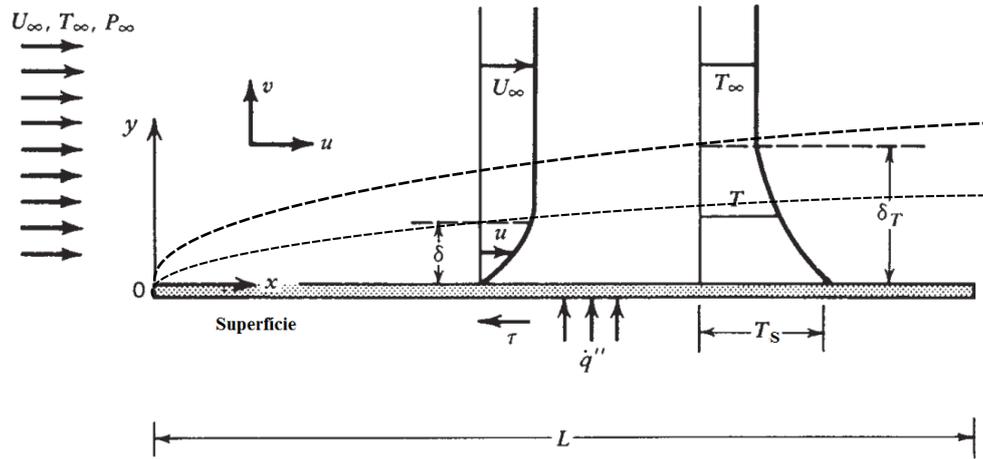


Figura 2.1: Camadas limites térmica e de velocidade.

Fonte: Adaptado da referência [16].

do fluido na corrente livre e da superfície forem diferentes. Longe da superfície o perfil de temperatura é uniforme $T(y) = T_\infty$, no entanto, à medida que as partículas do fluido entram em contato com a superfície da placa, elas entram em equilíbrio térmico com a superfície e desenvolvem-se gradientes de temperatura. A região do fluido no qual esses gradientes de temperatura existem é a camada limite térmica e sua espessura δ_t é tipicamente definida como o valor de y para o qual a razão

$$\theta = \frac{(T - T_s)}{(T_\infty - T_s)} = 0,99. \quad (2.6)$$

A relação entre as condições nessa camada limite e o coeficiente de transferência de calor por convecção pode ser prontamente demonstrada. Na camada adjacente à superfície da placa o fluxo de calor local ocorre por condução e é dado pela lei de Fourier:

$$\dot{q}'' = -k_f \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (2.7)$$

na qual, k_f é a condutividade térmica do fluido.

Combinando a equação (2.7) com a lei de resfriamento de Newton (2.3), obtém-se o coeficiente de convecção

$$h = \frac{-k_f \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_s - T_\infty}. \quad (2.8)$$

Em suma, a camada limite de velocidade é caracterizada pela presença de gradiente de velocidade e tensões de cisalhamento, enquanto que a camada limite térmica é caracterizada por gradiente de temperatura e transferência de calor. Dessa forma, os principais parâmetros para a descrição do fenômeno em cada camada limite são o coeficiente de atrito e o coeficiente de transferência de calor por convecção [11].

Um primeiro passo essencial no tratamento de qualquer problema de convecção é determinar se a

camada limite é laminar ou turbulenta. Na camada limite laminar o movimento do fluido é altamente ordenado e é possível identificar linhas de corrente ao longo das quais as partículas se movem. Por outro lado, o movimento do fluido na camada limite turbulenta é altamente irregular e é caracterizado por flutuações de velocidade. Essas flutuações aumentam, por difusão turbulenta, a transferência de momento, energia e de espécie, portanto, também aumentam o atrito superficial e a taxa de transferência de calor por convecção. Na camada limite turbulenta, três regiões diferentes podem ser delimitadas. Uma camada sublaminar onde o transporte é dominado pela difusão e o perfil de velocidade é aproximadamente linear. Uma subcamada amortecedora (de transição) na qual a difusão e a mistura turbulenta são comparáveis e, por fim, existe uma zona turbulenta em que predomina a mistura turbulenta. A figura 2.2 apresenta esquematicamente as regiões citadas.

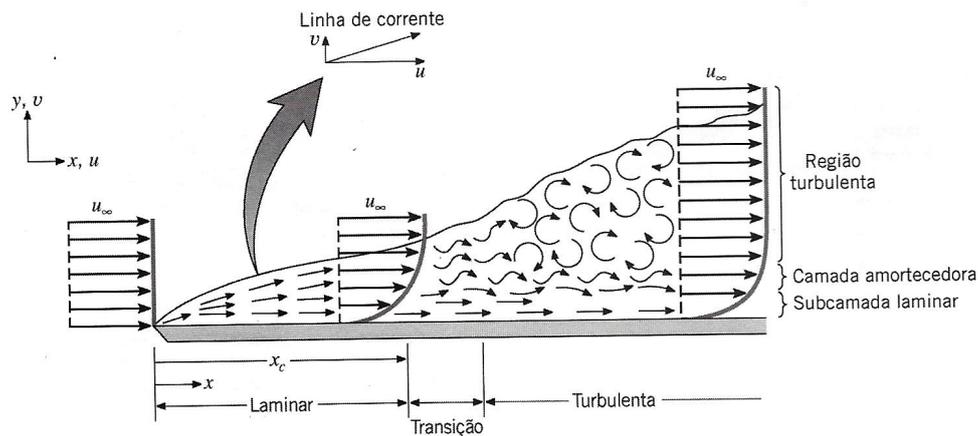


Figura 2.2: Desenvolvimento da camada limite de velocidade sobre placa plana.

Fonte: Referência [11].

A transição entre os regimes laminar e turbulento pode ser identificada por meio do cálculo de uma variável adimensional, o número de Reynolds:

$$Re_x \equiv \frac{\rho U_\infty x}{\mu} = \frac{U_\infty x}{\nu}, \quad (2.9)$$

onde, ρ é a massa específica do fluido, μ é a viscosidade e $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ é a viscosidade cinemática. Para uma placa plana, a dimensão característica x é a distância da borda de ataque. Para um tubo de seção circular, por exemplo, essa dimensão característica seria o diâmetro. Um valor de referência de $Re_x = 5 \times 10^5$ é frequentemente adotado nos cálculos de camada limite para determinar o valor acima do qual a transição começa para escoamento sobre placa plana, já para escoamentos em tubos adota-se $Re_D \simeq 2000$ como valor de referência para a transição de regimes [11].

2.3 PRINCÍPIOS DE CONSERVAÇÃO

No intuito de estabelecer as equações apropriadas para a descrição do problema de convecção são aplicados os princípios de conservação de massa, quantidade de movimento⁴ (ou *momentum*) e energia a um elemento diferencial de volume de fluido. Uma forma de fazer esse equacionamento do problema emprega o teorema de transporte de Reynolds (TTR). Pelo TTR é possível relacionar uma equação de taxa da propriedade extensiva N do sistema (por exemplo, a massa do sistema, a quantidade de movimento e a energia) com uma equação equivalente da propriedade intensiva $n \equiv \frac{N}{m}$ no volume de controle [19]. Ou seja,

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} n \rho dV + \int_{SC} n \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}, \quad (2.10)$$

em que, ρ é a massa específica e $\vec{v} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ é o vetor velocidade.

A interpretação física dos termos da equação (2.10) é a seguinte. Do lado esquerdo tem-se a taxa (variação temporal) da propriedade extensiva N no sistema⁵. O primeiro termo do lado direito representa a taxa de N no interior do volume de controle (VC). O último termo calcula o fluxo líquido de N pelas fronteiras do VC, isto é, para fora da superfície de controle (SC).

2.3.1 Conservação de massa

Pelo princípio de conservação de massa, a massa total M do sistema não varia:

$$\frac{dM}{dt} = 0. \quad (2.11)$$

Mas, $M = \int \rho dV$. Então pelo TTR:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0. \quad (2.12)$$

Essa é a forma integral da equação da continuidade.

Pelo teorema do divergente (ou teorema de Gauss) reescreve-se a segunda integral:

$$\int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_{VC} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV. \quad (2.13)$$

Então, é possível escrever

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (2.14)$$

Repare que

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = \rho \nabla \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \rho. \quad (2.15)$$

⁴Na verdade, a variação da quantidade de movimento é igual à força externa resultante. Logo, estritamente falando, só há conservação da quantidade de movimento quando a resultante das forças externas é nula.

⁵Sistema é a matéria que está passando através do volume de controle escolhido no instante escolhido [19]

Substituindo (2.15) em (2.14) obtém-se a equação da continuidade na formulação diferencial:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (2.16)$$

onde se usou o operador derivada material:

$$\frac{D}{Dt}(\ast) \equiv \frac{\partial}{\partial t}(\ast) + \vec{v} \cdot \nabla(\ast). \quad (2.17)$$

Considere escoamento de fluido incompressível ($\rho = cte$) e bidimensional ($w = 0$). Então, o balanço de massa no volume de controle é dado pela fluxo líquido de massa pela superfície de controle. Neste caso simples, mas de ampla aplicação nos casos reais de engenharia, a equação da continuidade (2.16) reescreve-se da seguinte forma [21]:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.18)$$

2.3.2 Variação da quantidade de movimento linear

Pela 2ª lei do movimento de Newton, a força resultante \vec{F} sobre um sistema é igual à variação da quantidade de movimento linear:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}. \quad (2.19)$$

Mas, $\vec{P} = M\vec{v} = \int \vec{v}\rho dV$. Então pelo TTR:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{v}\rho dV + \int_{SC} \vec{v}\rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \vec{F}. \quad (2.20)$$

As forças atuantes sobre um elemento de volume de fluido podem ser divididas em forças de superfície F_s e forças de volume⁶ F_b . As forças de volume nos principais casos de interesse são devidas ao campo gravitacional. Para um campo genérico \vec{b} pode-se escrever:

$$\vec{F}_b = \int_{VC} \rho \vec{b} dV. \quad (2.21)$$

As forças de superfície são devidas à pressão e às tensões viscosas (normais e tangenciais):

$$\vec{F}_s = \int_{SC} \bar{\sigma} \cdot d\vec{A}, \quad (2.22)$$

onde o tensor de tensões $\bar{\sigma}$ é constituído por uma parte isotrópica (de pressão) e uma parte de tensões viscosas, que depende de uma relação constitutiva do fluido. No caso de um fluido Newtoniano, obtém-se [22, 23]:

$$\bar{\sigma} = -p\bar{I} + 2\mu \left[\frac{1}{2} \left(\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T \right) - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{v}) \bar{I} \right]. \quad (2.23)$$

⁶As forças de volume são devidas a campos atuando sobre o volume do corpo, daí também serem denominadas forças de campo ou de corpo.

Onde $\bar{\bar{I}}$ é o tensor identidade. Para um fluido incompressível, a equação (2.23) reduz-se a [24]:

$$\bar{\sigma} = -p\bar{\bar{I}} + 2\mu \left[\frac{1}{2} \left(\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T \right) \right]. \quad (2.24)$$

Voltando à equação de *momentum* para substituir (2.21) e (2.22) em (2.20), obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{v} \rho dV + \int_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_{VC} \rho \vec{b} dV + \int_{SC} \bar{\sigma} \cdot d\vec{A}. \quad (2.25)$$

Pelo teorema da divergência as integrais de superfície de (2.25) podem ser reescritas como segue:

$$\int_{SC} \bar{\sigma} \cdot d\vec{A} = \int_{VC} \nabla \cdot \bar{\sigma} dV. \quad (2.26)$$

$$\int_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_{VC} \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) dV \quad (2.27)$$

$$= \int_{VC} (\vec{v} \vec{v} \cdot \nabla \rho + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} + \rho \vec{v} \nabla \cdot \vec{v}) dV \quad (2.28)$$

$$= \int_{VC} (\vec{v} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) dV. \quad (2.29)$$

De (2.27) para (2.29) usei duas vezes a propriedade $\nabla \cdot (AB) = B \cdot \nabla A + A \nabla \cdot B$. Substituindo (2.26) e (2.29) em (2.25) e usando o teorema da localização, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \vec{v} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \nabla \cdot \bar{\sigma} + \rho \vec{b} \quad (2.30)$$

$$\vec{v} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \right] + \rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right] = \nabla \cdot \bar{\sigma} + \rho \vec{b}. \quad (2.31)$$

Repare que o primeiro termo entre colchetes retos é igual a zero pela equação da continuidade (2.14). Então, usando a notação de derivada material, chega-se à forma mais conhecida da equação geral do movimento de Cauchy:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \nabla \cdot \bar{\sigma} + \rho \vec{b}. \quad (2.32)$$

A equação de Cauchy (2.32) com uma relação constitutiva, (2.23) ou (2.24), é conhecida como equação de Navier-Stokes. Essa equação vetorial, portanto, uma equação para cada direção, reflete o equilíbrio de forças num elemento de volume do fluido.

De interesse particular é o caso de escoamento incompressível com viscosidade constante. Nestas condições, a equação (2.32) reduz-se a [21]:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{b}. \quad (2.33)$$

Essa é a formulação mais amplamente empregada da equação de Navier-Stokes para resolução de problemas em mecânica dos fluidos envolvendo escoamentos comuns, tais como escoamento em tubos e lubrificação de rolamentos [19].

2.3.3 Balanço de energia

O princípio de conservação de energia é um dos mais fundamentais, gerais e significantes princípios físicos [25]. O balanço de energia num sistema é objeto da primeira lei da termodinâmica⁷ [26, 27]:

$$\Delta E = \delta Q - \delta W, \quad (2.34)$$

ou

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt}, \quad (2.35)$$

onde Q é o calor transferido para o sistema⁸. O trabalho W realizado pelo sistema pode ser devido a forças de corpo e de superfície. Além disso, E é a energia total do sistema, que engloba energia interna E_i , energia cinética $E_k = \frac{1}{2}M\vec{v} \cdot \vec{v}$ e energia potencial E_p :

$$E = E_i + \frac{1}{2}Mv^2 + E_p. \quad (2.36)$$

Desprezando a contribuição da energia potencial para a energia total do sistema, a equação (2.36) reescreve-se da seguinte forma:

$$E = \int \rho e dV = \int \rho \left(e_i + \frac{1}{2}\vec{v} \cdot \vec{v} \right) dV, \quad (2.37)$$

em que e e e_i são grandezas intensivas, isto é, a energia total e a energia interna por unidade de massa, respectivamente.

Então, pelo TTR:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho e dV + \int_{SC} \rho e \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (2.38)$$

$$= \int_{VC} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho e) + \nabla \cdot (\rho e \vec{v}) \right] dV. \quad (2.39)$$

Na passagem de (2.38) para (2.39) foi usado o teorema do divergente. Repare que

$$\nabla \cdot (\rho e \vec{v}) = (\rho \vec{v}) \cdot \nabla e + e \nabla \cdot (\rho \vec{v}). \quad (2.40)$$

Então, (2.39) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\frac{dE}{dt} = \int_{VC} \left[\rho \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial \rho}{\partial t} + e \nabla \cdot (\rho \vec{v}) + (\rho \vec{v}) \cdot \nabla e \right] dV \quad (2.41)$$

$$= \int_{VC} \left(\rho \frac{\partial e}{\partial t} + (\rho \vec{v}) \cdot \nabla e \right) dV \quad (2.42)$$

$$= \int_{VC} \rho \frac{De}{Dt} dV. \quad (2.43)$$

⁷De fato, as variações diferenciais δ de calor e de trabalho são diferenciais imperfeitas, isto é, dependem do processo particular pelo qual passou o sistema, enquanto que a variação diferencial Δ de energia independe do processo [25].

⁸A forma da primeira lei apresentada adota a seguinte convenção de sinais: calor positivo se transferido para o sistema e trabalho positivo se realizado pelo sistema.

Onde foi usada a equação da continuidade (2.14) na passagem de (2.41) para (2.42) e a definição de derivada material na passagem seguinte.

O calor é transferido para o sistema pela superfície de controle por meio de condução [28]. Além disso, pode haver uma taxa interna de geração de calor por unidade de volume \dot{q}''' , resultante, por exemplo, de dissipação de energia elétrica [16]. Então, pela convenção de sinais, a taxa de calor no sistema é a soma do fluxo de calor líquido pelas fronteiras do volume de controle mais a taxa de geração interna:

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{VC} \dot{q}''' dV + \int_{SC} \dot{q}'' \cdot d\vec{A} \quad (2.44)$$

$$= \int_{VC} (\dot{q}''' - \nabla \cdot \dot{q}'') dV. \quad (2.45)$$

O trabalho realizado sobre o sistema (negativo pela convenção de sinais) é devido às forças de corpo e de superfície. A taxa de trabalho é igual ao produto escalar da força aplicada pela velocidade do fluido [28]:

$$-\frac{dW}{dt} = \int_{VC} \rho \vec{b} \cdot \vec{v} dV + \int_{SC} (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) \cdot d\vec{A} \quad (2.46)$$

$$= \int_{VC} (\rho \vec{b} \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{v})) dV. \quad (2.47)$$

Portanto, igualando (2.43) com (2.47) e (2.45), obtém-se a equação de energia para o volume de controle:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \dot{q}''' - \nabla \cdot \dot{q}'' + \rho \vec{b} \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}). \quad (2.48)$$

Essa equação pode ser reescrita de uma forma mais familiar. Primeiramente multiplica-se a equação geral do movimento de Cauchy (2.32) pelo produto escalar da velocidade:

$$\rho \left(\frac{D\vec{v}}{Dt} \right) \cdot \vec{v} = (\nabla \cdot \vec{\sigma}) \cdot \vec{v} + \rho \vec{b} \cdot \vec{v} \quad (2.49)$$

$$\frac{1}{2} \rho \frac{D}{Dt} (\vec{v} \cdot \vec{v}) = (\vec{\sigma} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) + \rho \vec{b} \cdot \vec{v}. \quad (2.50)$$

Em segundo lugar é preciso recordar que a energia total por unidade de massa $e = e_i + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v}$. Então,

$$\frac{De}{Dt} = \frac{De_i}{Dt} + \frac{1}{2} \frac{D}{Dt} (\vec{v} \cdot \vec{v}). \quad (2.51)$$

Substituindo (2.51) e (2.50) em (2.48) resulta em:

$$\rho \frac{De_i}{Dt} = \dot{q}''' - \nabla \cdot \dot{q}'' - (\vec{\sigma} \cdot \nabla) \cdot \vec{v}. \quad (2.52)$$

O segundo termo do lado direito da equação (2.52) pode ser explicitado ao se usar uma relação constitutiva para o tensor $\vec{\sigma}$. Usando a relação mais geral (2.23), obtém-se⁹

$$(\vec{\sigma} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} = -p \nabla \cdot \vec{v} + \mu \Phi, \quad (2.53)$$

⁹A equação (2.53) pode ser melhor visualizada usando notação indicial:

$$(\vec{\sigma} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} = \left(\sigma_{ij} \hat{e}_i \hat{e}_j \cdot \hat{e}_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) \cdot \hat{e}_m v_m = -p \frac{\partial}{\partial x_i} v_i + \mu \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right) \left(\frac{\partial}{\partial x_j} v_i \right) + \left(\frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right) \left(\frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right) \right] - \frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} v_i \right) \left(\frac{\partial}{\partial x_j} v_j \right).$$

onde Φ é a taxa de dissipação viscosa, que em coordenadas retangulares escreve-se:

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2. \quad (2.54)$$

A equação de energia para um fluido Newtoniano é expressa, então, da seguinte forma:

$$\rho \frac{De_i}{Dt} = \dot{q}''' - \nabla \cdot \dot{q}'' - p \nabla \cdot \vec{v} + \mu \Phi. \quad (2.55)$$

O próximo passo consiste em expressar a equação de energia (2.55) em termos da temperatura. O fluxo de calor \dot{q}'' ocorre por condução, ou seja, é regido pela lei de Fourier:

$$\dot{q}'' = -k \nabla T. \quad (2.56)$$

Assim,

$$-\nabla \cdot \dot{q}'' = k \nabla \cdot \nabla T = k \nabla^2 T. \quad (2.57)$$

Uma função termodinâmica de interesse para expressar a equação da energia em função da temperatura é a entalpia específica \hat{h} [16]:

$$\hat{h} = e_i + \frac{p}{\rho}. \quad (2.58)$$

Logo,

$$\rho \frac{De_i}{Dt} = \rho \frac{D\hat{h}}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} + \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}. \quad (2.59)$$

Substituindo (2.59) e (2.57) em (2.55):

$$\rho \frac{D\hat{h}}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} + \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \dot{q}''' + k \nabla^2 T - p \nabla \cdot \vec{v} + \mu \Phi \quad (2.60)$$

$$\rho \frac{D\hat{h}}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} = \dot{q}''' + k \nabla^2 T - \frac{p}{\rho} \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} \right) + \mu \Phi \quad (2.61)$$

$$\rho \frac{D\hat{h}}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} = \dot{q}''' + k \nabla^2 T + \mu \Phi. \quad (2.62)$$

Onde se usou a equação da continuidade para anular o termo entre parênteses.

A entalpia é uma função da entropia específica s e da pressão $\hat{h} = \hat{h}(s, p)$:

$$d\hat{h} = T ds + \frac{1}{\rho} dp. \quad (2.63)$$

E a entropia é função da temperatura absoluta T e da pressão $s = s(T, p)$:

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T dp \quad (2.64)$$

$$= \frac{c_p}{T} dT - \frac{\beta}{\rho} dp \quad (2.65)$$

Em que c_p é o calor específico a pressão constante e β é o coeficiente de expansão térmica [26]:

$$c_p \equiv T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p \quad (2.66)$$

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = -\rho \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T. \quad (2.67)$$

Onde se usou das relações de Maxwell [25] na equação (2.67).

Substituindo (2.65) em (2.63):

$$d\hat{h} = c_p dT + \frac{1}{\rho} (1 - \beta T) dp \quad (2.68)$$

$$\rho \frac{D\hat{h}}{Dt} = \rho c_p \frac{DT}{Dt} + (1 - \beta T) \frac{Dp}{Dt}. \quad (2.69)$$

Substituindo (2.69) em (2.62), obtém-se a equação de energia na formulação de temperatura:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \dot{q}''' + k \nabla^2 T + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi. \quad (2.70)$$

Essa equação pode ser simplificada para uma grande classe de problemas de interesse em engenharia em que não há geração interna de calor ($\dot{q}''' = 0$) e os efeitos de dissipação viscosa são negligenciáveis ($\Phi \rightarrow 0$), assim como os efeitos de compressibilidade ($\beta T \frac{Dp}{Dt} \rightarrow 0$) [16]. Assim, a equação de energia reescreve-se da seguinte forma:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T \quad (2.71)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \alpha \nabla^2 T, \quad (2.72)$$

onde $\alpha \equiv \frac{k}{\rho c_p}$ é a difusividade térmica.

2.4 EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA DE CONVECÇÃO

Com a aplicação dos princípios de conservação de massa, *momentum* e energia ao volume de controle, o problema de convecção está matematicamente formulado. Isto é, para se determinar o fluxo de calor \dot{q}''

é preciso calcular o coeficiente de convecção h que, por sua vez, depende dos campos de temperatura e de velocidade no fluido.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{v} &= 0 \\ \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} &= -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{b} \\ \frac{DT}{Dt} &= \alpha \nabla^2 T.\end{aligned}$$

As equações de continuidade (2.18), de Navier-Stokes (2.33) e da primeira lei da termodinâmica (2.72) acima repetidas fornecem cinco equações para cinco variáveis (u, v, w, p, T). No caso de escoamento sobre placa plana, as seguintes condições de contorno aplicam-se [28]:

$$u(x, y = 0, z) = 0 \quad (2.73)$$

$$v(x, y = 0, z) = 0 \quad (2.74)$$

$$w(x, y = 0, z) = 0 \quad (2.75)$$

$$u(x, y = \infty, z) = U_\infty \quad (2.76)$$

$$T(x, y = \infty, z) = T_\infty \quad (2.77)$$

$$T(x, y = 0, z) = T_S \quad (2.78)$$

$$-k \frac{\partial T(x, y = 0, z)}{\partial y} = \pm \dot{q}_0'' \quad (2.79)$$

As equações (2.73)-(2.75) representam a condição de não-deslizamento¹⁰ da camada de fluido adjacente à superfície. As condições (2.76) e (2.77) dizem respeito à uniformidade da velocidade e da temperatura no escoamento fora da camada limite, ou seja, afastado da superfície. Por fim, as equações (2.78) e (2.79) tratam das condições térmicas a que a superfície está sujeita, isto é, temperatura especificada T_S ou superfície aquecida por um fluxo de calor especificado \dot{q}_0'' .

Existem três abordagens disponíveis para resolver o problema posto acima: análise de escala, métodos integrais e de similaridade. A análise de escala fornece a maneira pela qual os parâmetros geométricos e de escoamento afetam o valor de h . A solução integral vai além e determina os coeficientes de escala dos parâmetros relevantes, mas com uma simplificação: não se considera a solução completa para os perfis de velocidade e de temperatura, mas apenas o gradiente ao longo da direção perpendicular à superfície sobre a superfície [16]. A ideia básica por trás das soluções por similaridade é que os perfis de velocidade e de temperatura em diferentes posições ao longo da camada limite apresentam auto-similaridade [16].

¹⁰De fato, duas componentes de velocidade no plano da superfície representam o não-deslizamento e a terceira componente, perpendicular ao plano da superfície, representa a impenetrabilidade.

2.5 CONCEITOS DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS

Os escoamentos de interesse prático geralmente são turbulentos e difíceis de modelar. As principais dificuldades incluem o campo de velocidade tridimensional, transiente e aleatório e a não linearidade da equação de Navier-Stokes. Mas, há também o termo de gradiente de pressão que, expresso em função da velocidade via solução de Poisson, é além de não linear também não local. Outra característica dificultadora da modelagem é que as estruturas dos vórtices maiores são da ordem do comprimento característico do escoamento, sendo, portanto, afetadas diretamente pela geometria [29].

Basicamente existem três abordagens para se descrever os escoamentos turbulentos: simulação numérica direta (DNS), modelos de campo médio (RANS) e simulação de grandes vórtices (LES). Na simulação numérica direta, as equações de Navier-Stokes são resolvidas numericamente, considerando todas as escalas de comprimento do escoamento. Isso leva a um alto custo computacional, da ordem Re^3 , o que torna essa abordagem impraticável para altos números de Reynolds. RANS envolve a solução da equação de Reynolds para determinar um campo médio de velocidade. Existem duas formulações: constitutiva (exige um modelo de viscosidade turbulenta) e evolutiva (equações de transporte para o tensor de Reynolds). Na simulação de grandes vórtices, as equações de Navier-Stokes são resolvidas para uma velocidade filtrada representativa das estruturas de grande escala, enquanto que para as pequenas escalas (SGS), não consideradas na resolução direta, adota-se um modelo.

A LES foi empregada para as simulações no duto de fumaça objeto desta pesquisa. Em termos computacionais, a LES está entre a DNS e a RANS, sendo mais precisa quando o transiente em larga escala é significativo [29]. Historicamente, uma das primeiras aplicações do modelo de turbulência LES foi para descrever o escoamento em canais [30].

A implementação da LES envolve quatro passos conceituais [29]:

- Filtragem para decompor o campo de velocidade $u_i = \hat{u}_i + u'_i$. Em que \hat{u} é a componente filtrada do campo de velocidade e u' é a componente residual (SGS) da velocidade.
- As equações para evolução de \hat{u} são derivadas das equações de Navier-Stokes com o tensor de tensões residual (tensor SGS) das pequenas escalas.
- A regra de fechamento é obtida modelando o tensor SGS, na maioria das vezes por uma viscosidade de vórtice (em analogia à viscosidade turbulenta).
- As equações filtradas do modelo são resolvidas numericamente para \hat{u} , o que fornece uma aproximação para os movimentos de grande escala em cada realização do escoamento turbulento.

A operação de filtragem na LES é de especial relevância. Enquanto que na DNS o campo de velocidade precisa ser resolvido para escalas de comprimento abaixo da escala η de Kolmogorov, na LES aplica-se um filtro, de tal modo que o campo de velocidade filtrada possa ser resolvido numa malha de resolução espacial relativamente grosseira. A definição geral do filtro é:

$$\hat{u}(x, t) \equiv \int G(r, x) u(x - r, t) dr, \quad (2.80)$$

com $\int G(r, x)dr = 1$. O campo residual de velocidade é dado por:

$$u' = u - \hat{u}. \quad (2.81)$$

É importante notar que a aplicação do filtro exhibe diferenças fundamentais em relação à decomposição de Reynolds. Na decomposição de Reynolds \bar{u} é um campo médio, enquanto que aqui \hat{u} é um campo aleatório. Além disso, a média da velocidade residual em LES não é nula em geral, isto é, $\overline{u'} \neq 0$. O tipo de filtro mais comum é o do tipo caixa (*box filter*):

$$G(r) \equiv \frac{1}{\Delta} H\left(\frac{1}{2}\Delta - |r|\right). \quad (2.82)$$

em que $H(r)$ é a função degrau de Heaviside e Δ é a largura do filtro. A figura 2.3 mostra a diferença entre os campos de velocidade do escoamento turbulento, médio e filtrado.

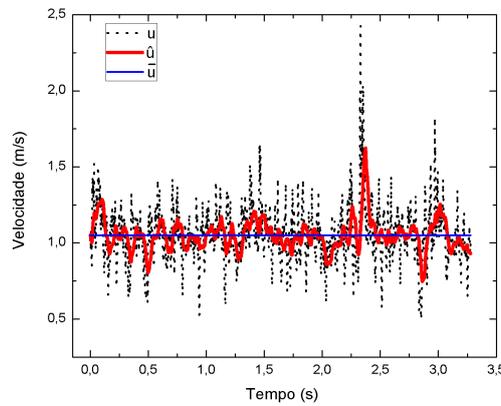


Figura 2.3: Gráfico de velocidades filtrada e média de um campo de velocidade para escoamento turbulento.

2.5.1 Equações governantes em turbulência

É mais conveniente adotar a notação tensorial com regra de soma de Einstein para escrever as equações de conservação filtradas. Desse modo, a equação de continuidade reescreve-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.83)$$

Aplicando o filtro $G(r)$:

$$\int G(r) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dr = \frac{\partial}{\partial x_i} \int G(r) u_i dr = 0$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.84)$$

A equação de quantidade de movimento na forma conservativa¹¹ reescreve-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + b_i. \quad (2.85)$$

¹¹A forma conservativa da equação faz uso da conservação de massa para agrupar os termos na derivada.

Efetuada a operação de filtragem resulta em:

$$\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widehat{u}_i \widehat{u}_j) = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial \widehat{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} + \nu \frac{\partial^2 \widehat{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \widehat{b}_i. \quad (2.86)$$

É preciso notar que $\widehat{u_i u_j} \neq \widehat{u}_i \widehat{u}_j$, isto é, $\int G(r) u_i u_j dr \neq \int G(r) u_i dr \int G(r) u_j dr$. A diferença é escrita como sendo o tensor de tensões residuais (SGS):

$$\tau_{ij}^R \equiv \widehat{u_i u_j} - \widehat{u}_i \widehat{u}_j. \quad (2.87)$$

A equação de quantidade de movimento filtrada é mais comumente expressa em termos da parte anisotrópica (deviatória ou de traço nulo) do tensor τ_{ij}^R , sendo a parte isotrópica incorporada no termo de pressão modificada:

$$\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widehat{u}_i \widehat{u}_j) = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial \widehat{p}_0}{\partial x_j} \delta_{ij} + \nu \frac{\partial^2 \widehat{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \widehat{b}_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (2.88)$$

Em que $\widehat{p}_0 \equiv \widehat{p} + \frac{1}{3} \rho \tau_{kk}^R$ é a pressão modificada e $\tau_{ij} \equiv \tau_{ij}^R - \frac{1}{3} \rho \tau_{kk}^R \delta_{ij}$ é o tensor de tensões residuais de traço nulo.

A equação de energia reescrita em notação tensorial na forma conservativa fica:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (2.89)$$

Procedendo à operação de filtragem resulta em:

$$\frac{\partial \widehat{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widehat{u}_j \widehat{T}) = \alpha \frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (2.90)$$

Em que $\widehat{T} \equiv \int G(r) T(x-r, t) dr$ é a temperatura filtrada. Destaque-se ainda que $\widehat{u_j T} \neq \widehat{u}_j \widehat{T}$. A diferença é dada pelo vetor de fluxo de calor residual (SGS):

$$\phi_j \equiv \widehat{u_j T} - \widehat{u}_j \widehat{T}. \quad (2.91)$$

Desse modo, a equação de energia para escoamentos turbulentos reescreve-se:

$$\frac{\partial \widehat{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widehat{u}_j \widehat{T}) = \alpha \frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \phi_j}{\partial x_j}. \quad (2.92)$$

O conjunto de equações (2.84), (2.88) e (2.92) ainda não está fechado, pois ainda é preciso uma forma de calcular as quantidades residuais τ_{ij} e ϕ_j . Daí vem os modelos SGS (ou residuais). O modelo de Smagorinsky é o mais simples e forma a base para muitos outros métodos avançados. Nesse modelo faz-se uso de uma viscosidade de vórtice ν_r (ou turbulenta, em analogia aos modelos de turbulência RANS):

$$\tau_{ij} \equiv -2\nu_r \widehat{S}_{ij}. \quad (2.93)$$

Onde $\widehat{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_i} \right)$ é o tensor taxa de deformação filtrado.

Analogamente à hipótese de comprimento de mistura, ν_r é modelada como:

$$\nu_r \equiv \ell_S^2 \widehat{\mathcal{S}}. \quad (2.94)$$

em que $\widehat{\mathcal{S}} \equiv \left(2\widehat{S}_{ij}\widehat{S}_{ij}\right)^{1/2}$ é a taxa de deformação característica filtrada e $\ell_S \equiv C_S\Delta$ é a escala de comprimento de Smagorinsky. A constante C_S denomina-se coeficiente de Smagorinsky e é proporcional à largura do filtro Δ .

2.5.2 Tratamentos para a região parietal

Na região próxima à parede, normalmente adota-se um modelo em lugar de se resolver diretamente as equações, pois o número de nós cresce com $Re^{1,76}$ [29]. Adotar o coeficiente de Smagorinsky como constante implica em $\ell_S, \nu_r, \tau_{ij} \Rightarrow cte$. No entanto, próximo à parede verifica-se que $\ell_S \sim y^{3/2}$, $\nu_r \sim y^3$ e $\tau_{12} \sim y^3$. Uma forma de suprimir essa deficiência, então, é adotar uma função de amortecimento para ℓ_S .

$$\ell_S = C_S\Delta \left[1 - \exp\left(\frac{-y^+}{A^+}\right)\right]. \quad (2.95)$$

Em que $A^+ = 26$ é a constante de van Driest e $y^+ \equiv \frac{u_\tau y}{\nu}$ é o correspondente do número de Reynolds da camada limite, definido em termos da velocidade de atrito $u_\tau \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$, com τ_w a tensão cisalhante na parede.

Mais satisfatório seria determinar C_S a partir de um modelo dinâmico. Porém, na prática é inviável tais abordagens para altos Re , e o que se adota são leis de parede, similares aos modelos RANS. Essas condições são aplicadas ou na parede ($y = 0$) ou no primeiro nó ($y = y_p$) afastado da parede [29].

A condição de impenetrabilidade é aplicada diretamente fazendo $\widehat{u}_2 = 0$. A condição de não deslizamento é aplicada indiretamente na componentes tangenciais de velocidade no tensor τ_{ij} :

$$\tau_{i2} = u^*(x, z)\widehat{u}_i(x, y_p, z), i = 1, 3. \quad (2.96)$$

Sendo a velocidade u^* obtida assumindo que \widehat{u} satisfaz a uma lei logarítmica ou lei de potência. Esse tipo de aproximação é o aspecto menos satisfatório e criticado dos modelos LES [29].

3 CONVECÇÃO NATURAL

Equações governantes da convecção natural pela aproximação de Boussinesq. Análise de escala do problema e método de solução integral. Convecção natural em canais verticais e parâmetros físicos relevantes no experimento da cavidade.

3.1 CONCEITOS DE CONVECÇÃO NATURAL

A convecção natural ou livre, que ocorre quando não há uma velocidade forçada externa, é originada por forças de campo (ou de volume) atuando sobre o fluido onde existam gradientes de massa específica. O efeito líquido é a força de empuxo, que induz correntes de convecção livre. Na maior parte dos casos de interesse prático, a variação de massa específica é devida ao gradiente de temperatura e a força de campo atuante deve-se ao campo gravitacional [11]. Matematicamente, o problema de escoamento na convecção forçada está desacoplado da transferência de calor¹. Nesse aspecto, a convecção natural difere fundamentalmente da forçada, pois o campo de velocidades está intimamente acoplado com o campo de temperaturas, visto que as variações de temperatura no fluido podem induzir variações de massa específica [16].

O escoamento por convecção natural pode ser limitado ou não por superfícies. Na ausência de superfícies limitantes, o escoamento ocorre na forma de pluma, que se dissipará naturalmente pela redução na força de empuxo causada pelo resfriamento do fluido. Porém, os casos de maior interesse prático ocorrem com pelo menos uma superfície limitante (paredes, tetos). Aqui distinguem-se duas categorias de convecção natural: externa e interna. Na convecção natural externa existe a interação da superfície com o fluido num “reservatório estagnado” muito grande, de tal forma que, fora da camada limite, o fluido fica em repouso. Se, por outro lado, o escoamento ocorre entre superfícies limitantes, diz-se que a convecção natural é interna. Na convecção interna pode haver interação do fluido com duas paredes paralelas de dutos ou canais verticais e inclinados, por exemplo, ou com todas as superfícies. Sendo neste último caso chamada de convecção natural em cavidades ou compartimentos. A figura 3.1 exemplifica os casos descritos.

3.2 APROXIMAÇÃO DE BOUSSINESQ

O conjunto de equações matemáticas para descrever o fenômeno de convecção natural, assim como no capítulo anterior, é originado dos princípios de conservação. Para deduzir essas equações considere inicialmente o caso bidimensional de convecção natural em placa vertical da figura 3.1. As variações de temperatura modificam as propriedades do fluido, tais como viscosidade e densidade. No entanto, uma análise incluindo todos esses efeitos seria extremamente complexa. Diante disso, o fluido será considerado

¹A própria história confirma isso. Primeiramente vieram as soluções de Blasius e só então Polhausen obteve suas soluções para transferência de calor. Da mesma forma com Hagen e Poiseuille que obtiveram soluções para escoamentos em dutos e somente mais de 100 anos depois vieram as soluções para o problema de transferência de calor [16].

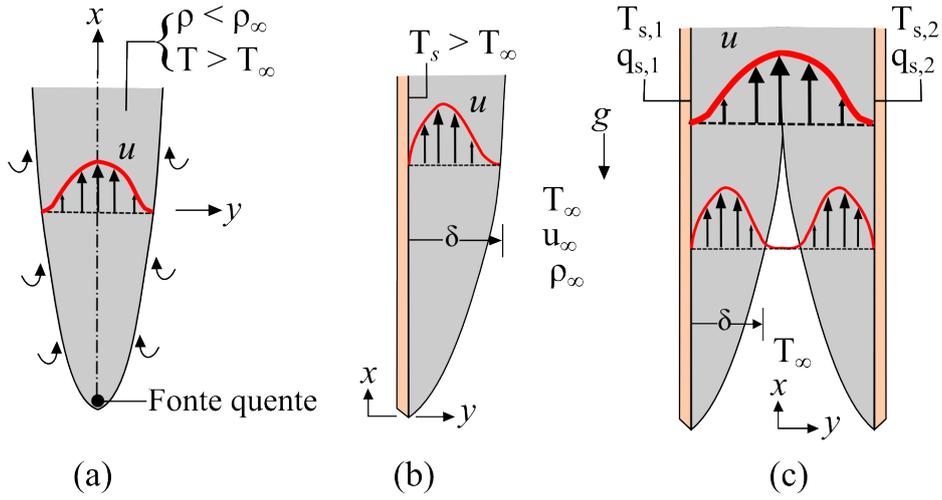


Figura 3.1: Desenvolvimento da camada limite para convecção natural com e sem superfície limitante. (a) Sem superfície limitante a camada assume o formato de pluma. (b) Convecção natural em placa vertical. (c) Convecção natural em dutos verticais. Distinguem-se duas regiões: uma de entrada e outra de escoamento plenamente desenvolvido. A condição de contorno na superfície pode ser tanto isotérmica quanto de fluxo constante de calor para (b) e (c).

incompressível e o regime permanente. De fato, o fluido não poderia ser considerado incompressível, visto que as variações de massa específica na presença do campo gravitacional é que produzem a força de empuxo responsável pelo escoamento. Esse problema conduz à aproximação de Boussinesq, que leva em conta o efeito da variação de massa específica somente quando este dá origem a forças de empuxo [11].

Diante dessas considerações, a forma da equação da continuidade (2.18) continua válida:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3.1)$$

Da mesma maneira a equação de Navier-Stokes (2.33) é reescrita, agora para um campo gravitacional $\vec{g} = -g\hat{x}$ atuando no sentido negativo de x :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \rho g, \quad (3.2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad (3.3)$$

Uma análise de escala na camada limite hidrodinâmica mostra que a pressão não varia de forma significativa na direção normal à superfície, podendo ser adotada a simplificação $p = p(x)$:

$$x \sim L, y \sim \delta. \quad (3.4)$$

Considerando camada limite delgada, então $\delta \ll L$, com L a altura da placa, o que implica, pela

equação de continuidade (3.1), $v \sim U_0 \frac{\delta}{L}$, em que U_0 é uma velocidade de referência indeterminada². Assim, os termos de segunda ordem em x são desprezíveis quando comparados com os termos de segunda ordem em y : $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Comparando as escalas dos termos de pressão com os termos viscosos³, obtém-se:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \sim \mu \frac{U_0}{\delta^2}, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} \sim \mu \frac{v}{\delta^2} \sim \mu \frac{U_0}{\delta L}. \quad (3.6)$$

Então, do diferencial total de pressão $dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy$ é possível verificar que a variação de pressão na direção y é desprezível quando comparada à variação de pressão ao longo do escoamento [16]:

$$\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) \left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{\partial p}{\partial x}} \sim \left(\frac{\delta}{L}\right)^2 \ll 1, \quad (3.7)$$

$$\frac{dp}{dx} \approx \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (3.8)$$

Isso também implica dizer que a pressão na camada limite é praticamente igual à pressão externa p_∞ , onde o fluido está em repouso. Desse modo,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp_\infty}{dx} = -\rho_\infty g. \quad (3.9)$$

Com essas considerações, as duas equações de *momentum* (3.2) e (3.3) reduzem-se a uma única equação:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\rho_\infty - \rho)g. \quad (3.10)$$

Neste momento é oportuno relacionar diretamente a variação de massa específica $\Delta\rho$ com a variação de temperatura ΔT que lhe dá origem. O coeficiente de expansão térmica β é a propriedade termodinâmica que relaciona o incremento (ou decremento) de massa específica em resposta à variação na temperatura de um sistema mantido a pressão constante [25]:

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p. \quad (3.11)$$

²Diferentemente da convecção forçada, na convecção natural não se pode adotar a velocidade da corrente livre como referência, visto que o fluido na região não perturbada está estagnado, isto é, $U_\infty = 0$.

³Essa análise também poderia ser realizada comparando termos de pressão com termos de inércia.

Agora repare que $\rho = \rho(p, T)$. Então, para pequenas variações de massa específica em torno do valor de referência do fluido em repouso ρ_∞ é possível fazer a seguinte expansão, retendo até termos de primeira ordem apenas, e considerando processo a pressão constante:

$$\rho = \rho_\infty + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p (T - T_\infty) \quad (3.12)$$

$$= \rho_\infty [1 - \beta(T - T_\infty)] . \quad (3.13)$$

A substituição de (3.13) em (3.10) retendo apenas o termo dominante, conhecida como aproximação de Boussinesq [16], resulta na equação final para o balanço de forças em convecção natural:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu_\infty \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta\Delta T . \quad (3.14)$$

Em que $\nu_\infty = \frac{\mu}{\rho_\infty}$, $\Delta T = T - T_\infty$, g e β são constantes. Pela equação (3.14) fica evidente o acoplamento entre temperatura e velocidade, demonstrando que o problema hidrodinâmico não pode ser resolvido separadamente do problema térmico. Se não houver diferença de temperatura entre o fluido na camada limite e no reservatório $\Delta T = 0$, então não há escoamento, ou seja, (3.1) e (3.14) resultam em $u = v = 0$.

Analogamente, a equação de energia (2.72) com as considerações acima reescreve-se da seguinte forma:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_\infty \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} , \quad (3.15)$$

onde $\alpha_\infty = \frac{k}{\rho_\infty c_p}$ é obtido pela aproximação de Boussinesq retendo apenas o termo dominante ρ_∞ [16]. Observe ainda que a dissipação viscosa é desprezível em problemas de convecção natural devido às baixas velocidades envolvidas.

Para finalizar a formulação do problema é necessária uma equação de estado para se calcular o coeficiente de expansão térmica. Na hipótese de se considerar o fluido como gás ideal [25], $\rho = \frac{p}{RT}$, então:

$$\beta = \frac{1}{T} . \quad (3.16)$$

Para líquidos e gases não ideais, β deve ser determinado por outras relações apropriadas obtidas em tabelas [11].

3.2.1 Vorticidade

Escoamentos de convecção natural são normalmente rotacionais, pois o empuxo gera vorticidade diretamente. Para demonstrar isso basta tomar o rotacional da equação de quantidade de movimento de

Boussinesq (3.14) na forma vetorial. Inicialmente será obtida a equação da quantidade de movimento na forma vetorial de modo mais geral em termos da pressão modificada a partir da equação (2.33).

Pela aproximação de Boussinesq $\rho = \rho_\infty + \Delta\rho$ somente na força de campo e $\rho = \rho_\infty$ nos demais termos de (2.33), logo:

$$\rho_\infty \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + (\rho_\infty + \Delta\rho) \vec{b}. \quad (3.17)$$

Repare que o campo \vec{b} pode ser escrito em função do gradiente de um potencial $\vec{b} = -\nabla\Phi$, com $\Phi = -\vec{b} \cdot \vec{x} = gx$, no caso gravitacional. Introduzindo o conceito de pressão modificada $p_* \equiv p - \rho_\infty \vec{b} \cdot \vec{x}$, então [27]:

$$\nabla p = \nabla p_* + \rho_\infty \nabla(\vec{b} \cdot \vec{x}) = \nabla p_* + \rho_\infty \vec{b}. \quad (3.18)$$

Substituindo (3.18) em (3.17) e lembrando que $\beta = -\frac{1}{\rho_\infty} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$, de tal forma que $\Delta\rho = -\rho_\infty \beta \Delta T$, então é possível escrever a equação da quantidade de movimento de Boussinesq para a convecção natural:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_\infty} \nabla p_* - \beta \vec{b} \Delta T + \nu_\infty \nabla^2 \vec{v}. \quad (3.19)$$

Agora aplica-se o rotacional em (3.19). O termo de pressão é identicamente nulo, visto que $\nabla \times \nabla(*) = 0$. O termo do lado esquerdo da igualdade fica:

$$\begin{aligned} \nabla \times \left(\frac{D\vec{v}}{Dt} \right) &= \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{\xi} - \vec{\xi} \cdot \nabla \vec{v} + (\nabla \cdot \vec{v}) \vec{\xi} \\ &= \frac{D\vec{\xi}}{Dt} - \vec{\xi} \cdot \nabla \vec{v}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Em que $\vec{\xi} \equiv \nabla \times \vec{v}$ é a vorticidade. Para obter o rotacional do segundo termo do lado direito de (3.19) utiliza-se a seguinte propriedade: $\nabla \times (\psi \vec{v}) \equiv \psi \nabla \times \vec{v} + \nabla \psi \times \vec{v}$. Dessa forma:

$$\begin{aligned} \nabla \times (\beta \Delta T \vec{b}) &= \beta \Delta T \nabla \times \vec{b} + \nabla(\beta \Delta T) \times \vec{b} \\ &= -\beta \vec{b} \times \nabla(\Delta T). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Por fim, toma-se o rotacional do laplaciano do vetor velocidade. Neste caso, primeiramente deve-se recordar da definição de laplaciano de um vetor:

$$\begin{aligned}
\nabla \times (\nabla^2 \vec{v}) &= \nabla \times [\nabla(\nabla \cdot \vec{v}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{v})] \\
&= -\nabla \times (\nabla \times \vec{\xi}) \\
&= \nabla^2 \vec{\xi}.
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Em que se utilizou a definição de rotacional do rotacional para reescrever em termos do laplaciano da vorticidade e, ainda, a observação de que $\nabla \cdot \vec{\xi} = \nabla \cdot \nabla \times \vec{v} = 0$. Logo, juntando (3.20), (3.21) e (3.22) obtém-se a equação da vorticidade para a convecção natural:

$$\frac{D\vec{\xi}}{Dt} = \vec{\xi} \cdot \nabla \vec{v} + \nu_\infty \nabla^2 \vec{\xi} + \beta \vec{b} \times \nabla(\Delta T). \tag{3.23}$$

Somente as componentes horizontais do gradiente de temperatura contribuem para o último termo da equação (3.23). A vorticidade gerada é horizontal, porém, perpendicular ao gradiente de temperatura. Repare ainda que somente esse terceiro termo, relacionado com o empuxo, é que é capaz de produzir vorticidade. Os demais termos estão relacionados com a difusão e o esticamento (*stretching*) de vórtices.

3.3 ANÁLISE DE ESCALA

A análise de escala é um método de resolução de problemas usado para estimar a ordem de magnitude das quantidades de interesse envolvidas [16]. A análise de escala não deve ser confundida com análise dimensional ou com adimensionalização das equações para implementação numérica. É recomendado proceder à análise de escala como primeiro método para se obter as informações mais relevantes do problema com o mínimo de esforço.

O primeiro passo consiste em visualizar que $x \sim L$ e que $y \sim \delta_T$ no problema de convecção. Da equação de energia (3.15) identifica-se a competição entre efeitos de advecção (termos à esquerda da igualdade) e difusão (ou condução):

$$u \frac{\partial T}{\partial x} \sim U_0 \frac{\theta_s}{L} \tag{3.24}$$

$$v \frac{\partial T}{\partial y} \sim v \frac{\theta_s}{\delta_T} \sim U_0 \frac{\theta_s}{L} \tag{3.25}$$

$$\alpha_\infty \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \sim \alpha_\infty \frac{\theta_s}{\delta_T^2}. \tag{3.26}$$

Em que $\theta_s = T_s - T_\infty$. Também foi usada a escala de v obtida pela equação da continuidade $\frac{U_0}{L} \sim \frac{v}{\delta_T}$ para demonstrar que os termos de advecção são da mesma ordem de grandeza. Comparando, então, advecção com difusão:

$$U_0 \frac{\theta_s}{L} \sim \alpha_\infty \frac{\theta_s}{\delta_T^2} \Rightarrow U_0 \sim \alpha_\infty \frac{L}{\delta_T^2}. \quad (3.27)$$

Procedendo de forma análoga com a equação de quantidade de movimento (3.14), identifica-se a competição entre três efeitos: inércia, fricção e empuxo.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \sim U_0 \frac{U_0}{L} \quad (\text{inércia}) \quad (3.28)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial y} \sim U_0 \frac{U_0}{L} \quad (\text{inércia}) \quad (3.29)$$

$$\nu_\infty \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \sim \nu_\infty \frac{U_0}{\delta_T^2} \quad (\text{fricção}) \quad (3.30)$$

$$g\beta\Delta T \sim g\beta\theta_s \quad (\text{empuxo}). \quad (3.31)$$

Em convecção natural o empuxo é que induz o escoamento, portanto, o empuxo não pode ser desprezível. Então, existem duas possibilidades de comparação:

(i) Situação em que Empuxo \sim Inércia

$$g\beta\theta_s \sim U_0 \frac{U_0}{L} \sim \alpha_\infty^2 \frac{L}{\delta_T^4}. \quad (3.32)$$

Onde foi utilizado (3.27) para explicitar a velocidade de referência indefinida U_0 em função da difusividade térmica do fluido, da geometria da superfície e da espessura da camada limite térmica. Dividindo a equação anterior pelo empuxo, obtém-se:

$$1 \sim \frac{\alpha_\infty^2 L}{g\beta\theta_s \delta_T^4} = (\text{Ra Pr})^{-1} \left(\frac{L}{\delta_T} \right)^4. \quad (3.33)$$

(ii) Situação em que Empuxo \sim Fricção

$$g\beta\theta_s \sim \nu_\infty \frac{U_0}{\delta_T^2} \sim \nu_\infty \alpha_\infty \frac{L}{\delta_T^4}. \quad (3.34)$$

Onde foi novamente utilizado (3.27) para explicitar U_0 . Dividindo a equação anterior pelo empuxo, obtém-se:

$$1 \sim \frac{\nu_\infty \alpha_\infty L^3}{g\beta\theta_s} \left(\frac{L}{\delta_T} \right)^4 = \text{Ra}^{-1} \left(\frac{L}{\delta_T} \right)^4. \quad (3.35)$$

No desenvolvimento acima apareceram os grupos adimensionais $Ra \equiv \frac{g\beta\theta_s L^3}{\alpha\nu}$ e $Pr \equiv \frac{\nu}{\alpha}$, respectivamente, número de Rayleigh e número de Prandtl.

Para ocorrer o primeiro caso as forças de inércia devem suplantar as forças viscosas. Inversamente, para ocorrer o segundo caso, as forças de fricção devem superar as de inércia. Então:

$$\frac{\text{Inércia}}{\text{Fricção}} \sim \frac{Ra^{-1} Pr^{-1} \left(\frac{L}{\delta_T}\right)^4}{Ra^{-1} \left(\frac{L}{\delta_T}\right)^4} = \frac{1}{Pr}. \quad (3.36)$$

Donde se conclui que, se $Pr \ll 1 \Rightarrow \text{Inércia} \gg \text{Fricção}$, o que resulta no caso (i). Por outro lado, se $Pr \gg 1 \Rightarrow \text{Inércia} \ll \text{Fricção}$, e conseqüentemente caso (ii).

O caso (i) de $Pr \ll 1$ é característico de metais líquidos [16]. Nesta situação o empuxo é contrabalançado pela inércia. Então, de (3.33) resulta:

$$\frac{\delta_T}{L} \sim (Ra Pr)^{-1/4}. \quad (3.37)$$

Utilizando esse resultado na equação (3.27) obtém-se:

$$u \sim \frac{\alpha_\infty}{L} (Ra Pr)^{1/2}. \quad (3.38)$$

O coeficiente de convecção é dado por:

$$h = \frac{-k \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}{T_s - T_\infty} \sim \frac{k}{\delta_T} \sim \frac{k}{L} (Ra Pr)^{1/4}. \quad (3.39)$$

Outro importante grupo adimensional em convecção é o número de Nusselt:

$$Nu_L \equiv \frac{hL}{k} \sim (Ra Pr)^{1/4}. \quad (3.40)$$

Lembrando que da parte hidrodinâmica do problema advém:

$$\frac{\delta}{L} \sim Re^{-1/2} = \left(\frac{uL}{\nu}\right)^{-1/2} \sim \left(\frac{\alpha}{L} (Ra Pr)^{1/2} \frac{L}{\nu}\right)^{-1/2} = (Ra Pr)^{-1/4}. \quad (3.41)$$

Logo,

$$\frac{\delta_T}{\delta} \sim (\text{Pr})^{-1/2} \quad \therefore \quad \delta_T \gg \delta. \quad (3.42)$$

Já o caso (ii) de $\text{Pr} > 1$ engloba a maior parte dos gases e líquidos de interesse em engenharia [16]. Analogamente ao caso anterior, a equação (3.35) resulta na escala:

$$\frac{\delta_T}{L} \sim \text{Ra}^{-1/4}. \quad (3.43)$$

Com essa escala para a espessura da camada limite térmica em (3.27) tem-se:

$$u \sim \frac{\alpha_\infty}{L} \text{Ra}^{1/2}. \quad (3.44)$$

O coeficiente de convecção e o número de Nusselt:

$$h \sim \frac{k}{\delta_T} \sim \frac{k}{L} \text{Ra}^{1/4} \quad (3.45)$$

$$\text{Nu}_L \sim \text{Ra}^{1/4}. \quad (3.46)$$

Uma vez que $\frac{\delta}{L} \sim \text{Re}^{-1/2}$ e utilizando (3.44) obtém-se:

$$\frac{\delta}{L} \sim \text{Ra}^{-1/4} (\text{Pr})^{1/2}. \quad (3.47)$$

De tal forma que:

$$\frac{\delta_T}{\delta} \sim (\text{Pr})^{-1/2} \quad \therefore \quad \delta_T \ll \delta. \quad (3.48)$$

Bejan [16] mostra o comportamento das escalas para as camadas limites térmica e de velocidades para cada um dos casos na figura 3.2.

3.3.1 Breve discussão sobre o significado dos grupos adimensionais

O número de Prandtl expressa a razão entre duas difusividades, a difusão de quantidade de movimento e a difusão de calor. Trata-se de uma propriedade do fluido e não do escoamento. No caso de gases o número de Prandtl é aproximadamente unitário. Por exemplo, o ar atmosférico apresenta $\text{Pr} = 0,72$, monóxido e dióxido de carbono, componentes da fumaça de incêndio, também tem Pr da ordem de 0,7 e vapor d'água possui $\text{Pr} = 1,0$. Já a maioria dos líquidos apresenta $\text{Pr} > 1$: a água exibe $\text{Pr} \approx 6$ e alguns óleos podem

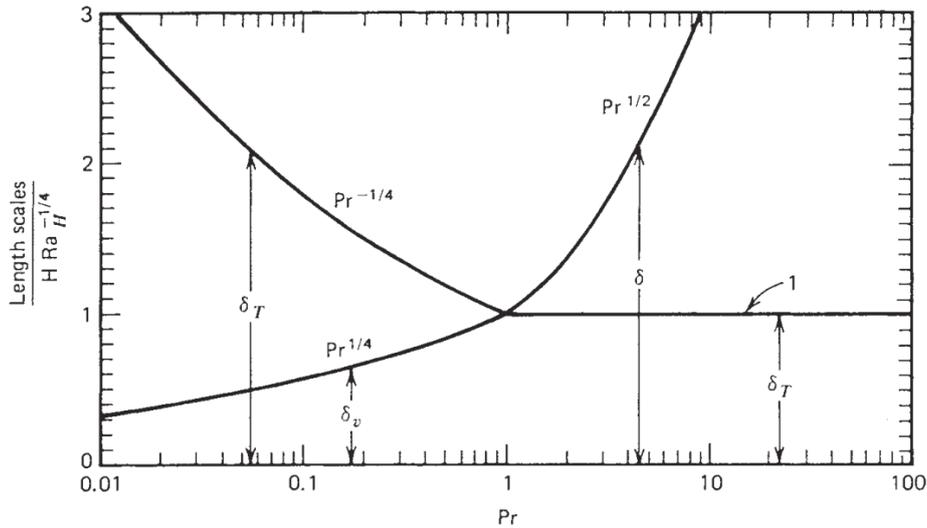


Figura 3.2: Escalas de comprimento das camadas limites na convecção natural.
 Fonte: Referência [16].

chegar a mais de 10.000. Nos metais líquidos $Pr \ll 1$, vide o número de Prandtl para mercúrio, que é $Pr \approx 0,02$ [11]. Pela equação (3.42) ou (3.48) pode-se ainda interpretar o número de Prandtl como uma medida do tempo de crescimento relativo entre as camadas limites térmica e de velocidades ou ainda como uma razão entre as espessuras das camadas limites [31], conforme mostrado na figura 3.3.

Uma quantidade de importância prática frequente nos problemas de convecção é o número de Nusselt. Esse parâmetro fornece uma medida da transferência de calor ocorrendo por convecção na superfície [11]. Com Nu calcula-se o coeficiente de convecção h e conseqüentemente o fluxo de calor. Para uma dada geometria $Nu = Nu(Re, Pr)$ no caso de convecção forçada e, para convecção natural, $Nu = Nu(Gr, Pr)$ [31]. Em que $Gr \equiv \frac{g\beta\theta_s L^3}{\nu^2} = \frac{Ra}{Pr}$ é o número de Grashof. É de se reparar que as escalas para $Pr > 1$ poderiam ser expressas em termos de Gr , porém, como ficou evidente da análise de escala os parâmetros adimensionais que surgem diretamente são o número de Rayleigh e o número de Boussinesq $Bo \equiv \frac{g\beta\theta_s L^3}{\alpha^2} = Ra Pr$ [16]. O número de Grashof não pode ser relacionado de forma geral como uma razão entre forças de empuxo e viscosas [31, 16]. Ele fornece a importância relativa entre esses dois processos dinâmicos, mas, em convecção natural, devido ao acoplamento entre velocidade e temperatura, é preciso saber também o processo térmico determinante, se difusão ou advecção. Daí que o número de Rayleigh, que escala com uma potência da razão entre a altura da superfície e a espessura da camada limite térmica desempenha papel preponderante em problemas de convecção.

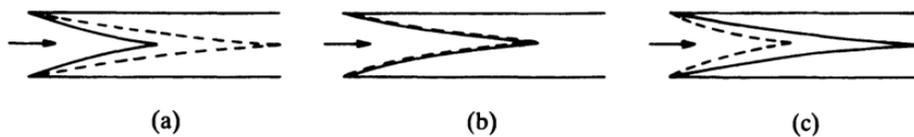


Figura 3.3: Comparação entre as espessuras das camadas limites térmica (linha tracejada) e de velocidades (linha sólida). (a) $Pr \ll 1$. (b) $Pr \approx 1$. (c) $Pr \gg 1$.
 Fonte: Referência [31].

O número de Reynolds Re é descrito em termos da razão entre forças de inércia e forças viscosas [11]. No entanto, uma interpretação geométrica também pode ser atestada, visto que a análise de escala do problema hidrodinâmico na camada limite fornece uma relação de Reynolds com o quadrado da razão entre o comprimento da superfície e a espessura da camada limite [16].

3.3.2 Caracterização da fumaça de incêndio

Neste ponto é relevante caracterizar a fumaça de incêndio como fluido de trabalho da presente pesquisa. A fumaça de incêndio é uma mistura de gases resultantes da combustão, tais como monóxido e dióxido de carbono, ácidos clorídrico e cianídrico, oxigênio, dentre outros, a depender do material incendiado, e ainda de particulado em suspensão (fuligem). A referência [32] traz um relatório técnico com as características da fumaça produzida pela queima de materiais combustíveis tipicamente encontrados em residências atualmente, tais como mobília em madeira, revestimentos em tecido e enchimento de espuma, além de plásticos. Esses materiais ensaiados envolvem grande parte de componentes sintéticos, que tendem a queimar mais rapidamente e produzir mais fumaça. O ensaio foi realizado primeiramente com materiais de bancada em cone calorímetro seguindo a metodologia da ASTM E1354. Posteriormente foram realizados ensaios em calorímetros intermediários e finalmente os testes em escala real seguindo a norma UL 217/UL 268.

A análise dos efluentes da combustão utilizando espectrometria e termogravimetria evidenciou que os gases dominantes componentes da fumaça são o vapor d'água, o dióxido de carbono e o monóxido de carbono [32, 33]. Dessa forma, a fumaça típica de incêndio apresenta $Pr \approx 1$.

3.4 SOLUÇÃO INTEGRAL

O método de solução integral admite que não é necessária uma solução completa de u e T próximo à superfície, mas somente os gradientes $\partial(u, T)/\partial y$ em $y = 0$. Desprezando a variação de u, T para $y > 0$, é possível simplificar as equações de quantidade de movimento (3.14) e de energia (3.15) eliminando a variável y por meio da integração de $y = 0$ até uma posição distante da placa no fluido não afetado $y = Y$, onde $Y = \max(\delta, \delta_T)$ [16].

Multiplicando a equação de continuidade (3.1) por u e somando com a equação (3.14), obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} u^2 + \frac{\partial}{\partial y} (uv) = \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} u + g\beta \Delta T. \quad (3.49)$$

Integrando (3.49) de $y = 0$ até $y = Y$

$$\frac{d}{dx} \int_0^Y u^2 dy + \int_0^Y d(uv) = \nu \int_0^Y d \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + g\beta \int_0^Y (T - T_\infty) dy, \quad (3.50)$$

sujeita às condições de contorno de impenetrabilidade da parede e de fluido em repouso na região afastada da parede

$$v(x, y = 0) = 0 \quad (3.51)$$

$$u(x, y = Y) = 0 \quad (3.52)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=Y} = 0, \quad (3.53)$$

resulta na equação integral da camada limite para balanço de forças:

$$\frac{d}{dx} \int_0^Y u^2 dy = -\nu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} + g\beta \int_0^Y (T - T_\infty) dy. \quad (3.54)$$

Em procedimento análogo deriva-se a equação integral para energia. Inicialmente multiplica-se a equação de continuidade (3.1) por T e soma com a equação (3.15). Então, integra-se de $y = 0$ até $y = Y$:

$$\frac{d}{dx} \int_0^Y uT dy + \int_0^Y d(vT) = \alpha \int_0^Y d\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right). \quad (3.55)$$

Além das condições de contorno apresentadas, a camada limite térmica também exige

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=Y} = 0. \quad (3.56)$$

Repare ainda que a integração de (3.1) fornece:

$$\frac{d}{dx} \int_0^Y u dy + \int_0^Y d(v) = 0 \quad (3.57)$$

$$v(x, y = Y) = -\frac{d}{dx} \int_0^Y u dy. \quad (3.58)$$

Lembrando ainda que $T(x, y = Y) = T_\infty$, finalmente é possível escrever a equação integral para energia:

$$\frac{d}{dx} \int_0^Y u(T - T_\infty) dy = -\alpha \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}. \quad (3.59)$$

Para integrar as equações (3.54) e (3.59) é preciso adotar perfis de temperatura e de velocidade condizentes com as condições de contorno do problema. As referências [17, 28, 34], por exemplo, adotam perfis polinomiais. Bejan [16], por sua vez, adota perfis exponenciais.

Sejam as seguintes condições de contorno para a parede vertical:

$$T(x, y = 0) = T_s, \quad (\text{Temperatura na parede}) \quad (3.60)$$

$$T(x, y = \delta) = T_\infty, \quad (\text{Temperatura no reservatório quiescente}) \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial T(x, y = \delta)}{\partial y} = 0, \quad (\text{Perfil de temperatura contínuo}) \quad (3.62)$$

$$u(x, y = 0) = 0, \quad (\text{Não deslizamento na parede}) \quad (3.63)$$

$$u(x, y = \delta) = 0, \quad (\text{Reservatório quiescente}) \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial u(x, y = \delta)}{\partial y} = 0, \quad (\text{Perfil de velocidade contínuo}) \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial^2 u(x, y = 0)}{\partial y^2} = -\frac{g\beta\theta_s}{\nu}. \quad (3.66)$$

Em que a última condição advém da equação (3.14) aplicada na parede. Os perfis de temperatura e de velocidade condizentes com as condições de contorno apresentadas são:

$$T - T_\infty = \theta_s \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (3.67)$$

$$u = U_0 \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2. \quad (3.68)$$

Em que $U_0 = \frac{g\beta\theta_s}{4\nu}\delta^2$. A presente análise adota $\delta = \delta_T$, conforme a referência [34].

Substituindo os perfis (3.67) e (3.68) em (3.59) e integrando de 0 até $Y = \delta$, obtém-se:

$$\frac{d}{dx} (U_0\delta) = \frac{60\alpha}{\delta}. \quad (3.69)$$

Procedendo de modo análogo com a equação (3.54) resulta em:

$$\frac{1}{105} \frac{d}{dx} (U_0^2\delta) = -\frac{\nu U_0}{\delta} + g\beta\theta_s \frac{\delta}{3}. \quad (3.70)$$

Da análise de escala identifica-se $\delta \sim x\text{Ra}_x^{-1/4} \sim x^{1/4}$. Sabe-se também que $U_0 \sim \delta^2$, logo, $U_0 \sim x^{1/2}$. Daí, é possível propor soluções do tipo:

$$U_0 = C_1 \cdot x^{1/2} \quad (3.71)$$

$$\delta = C_2 \cdot x^{1/4}. \quad (3.72)$$

Em que C_1 e C_2 são constantes de proporcionalidade a serem determinadas pela substituição de (3.71) e (3.72) nas equações (3.69) e (3.70). De tal modo que,

$$C_1 = 5,17\alpha \left(1 + \frac{20}{21\text{Pr}}\right)^{-1/2} \left(\frac{g\beta\theta_s}{\alpha\nu}\right)^{1/2} \quad (3.73)$$

$$C_2 = 3,93 \left(1 + \frac{20}{21\text{Pr}}\right)^{1/4} \left(\frac{g\beta\theta_s}{\alpha\nu}\right)^{-1/4}. \quad (3.74)$$

Com a expressão para C_1 escreve-se o perfil de velocidade u :

$$u(x, y) = 5,17 \frac{\alpha}{x} \left(1 + \frac{20}{21 \text{Pr}}\right)^{-1/2} \text{Ra}_x^{1/2} \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2. \quad (3.75)$$

E com a expressão para a velocidade, calcula-se a vazão mássica por unidade de comprimento:

$$\dot{m}' = \int_0^\delta \rho u dy = \frac{1}{12} \rho U_0 \delta. \quad (3.76)$$

Da equação para C_2 determina-se a espessura da camada limite:

$$\frac{\delta}{x} = 3,93 \left(1 + \frac{20}{21 \text{Pr}}\right)^{1/4} \text{Ra}_x^{-1/4}. \quad (3.77)$$

Para resolver o problema de transferência de calor é preciso recordar que:

$$h = \frac{-k \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}{\theta_s} = \frac{2k}{\delta}. \quad (3.78)$$

Em que se usou o perfil de temperatura (3.67) para efetuar a derivação. É de se notar ainda que foi adotado $\delta = \delta_T$. Logo, o coeficiente de convecção local e o número de Nusselt são dados por:

$$h = \frac{2k}{x} \frac{x}{\delta} = \frac{k}{x} \frac{2}{3,93} \left(1 + \frac{20}{21 \text{Pr}}\right)^{-1/4} \text{Ra}_x^{1/4} \quad (3.79)$$

$$\text{Nu}_x \equiv \frac{hx}{k} = 0,508 \left(1 + \frac{20}{21 \text{Pr}}\right)^{-1/4} \text{Ra}_x^{1/4}. \quad (3.80)$$

Apesar dessa análise pressupor $\delta = \delta_T$, isto é, ser válida para fluidos com $\text{Pr} \approx 1$, os resultados para transferência de calor valem para todo o intervalo de Pr com erros da ordem de 1% para $\text{Pr} \rightarrow 0$ e de 14% para $\text{Pr} \rightarrow \infty$ em relação a solução exata [28]. A referência [16] argumenta que o método acima falha em relação ao problema hidrodinâmico porque o perfil de velocidade não está correto, apesar de o perfil de temperatura estar condizente. Assim, os seguintes perfis exponenciais são propostos:

$$T - T_\infty = \theta_s e^{-y/\delta_T} \quad (3.81)$$

$$u = U_0 e^{-y/\delta_T} (1 - e^{-y/\delta}), \quad \text{Pr} \ll 1 \quad (3.82)$$

$$u = U_0 e^{-y/\delta} (1 - e^{-y/\delta_T}), \quad \text{Pr} \gg 1. \quad (3.83)$$

Substituindo os perfis (3.81) e (3.82) na equação de energia (3.59) para $Y \rightarrow \infty$ resulta em:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{U_0 \Upsilon^2 \delta}{2(2 + \Upsilon)} \right] = \frac{\alpha}{\Upsilon \delta}. \quad (3.84)$$

Em que $\Upsilon \equiv \frac{\delta_T}{\delta}$. Procedendo de modo análogo para a equação de *momentum* (3.54) obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{U_0^2 \Upsilon^3 \delta}{2(1 + \Upsilon)(2 + \Upsilon)} \right] = \frac{\nu U_0}{\delta} + g\beta\theta_s \delta \Upsilon. \quad (3.85)$$

Essas duas equações apresentam três incógnitas U_0 , δ e Υ . Diferentemente de parte da literatura [34, 17, 28], que adota $\Upsilon = 1$, Bejan [16] propõe uma terceira equação, a partir da equação da quantidade de movimento na parede ($y = 0$):

$$0 = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta\theta_s. \quad (3.86)$$

As equações (3.84), (3.85) e (3.86) são então resolvidas para U_0 , δ e Υ . De tal modo que, no limite de $\text{Pr} \rightarrow 0$:

$$\text{Nu} = 0,689(\text{Pr Ra})^{1/4}. \quad (3.87)$$

No caso de $\text{Pr} > 1$ adota-se o mesmo perfil exponencial de temperatura anterior (3.81), modificando-se o perfil de velocidade para (3.83). Adotando o mesmo procedimento acima, substituem-se os perfis de temperatura e velocidade mencionados na equação de energia (3.59), resultando em:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{U_0 \Upsilon \delta}{(1 + \Upsilon)(2 + \Upsilon)} \right] = \frac{\alpha}{\Upsilon \delta}. \quad (3.88)$$

Substituindo esses perfis na equação (3.54) obtém-se a segunda equação para o caso de $\text{Pr} > 1$:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{U_0^2 \delta}{2(1 + \Upsilon)(1 + 2\Upsilon)} \right] = \frac{-\nu U_0}{\delta \Upsilon} + g\beta\theta_s \delta \Upsilon. \quad (3.89)$$

A solução de (3.88) e (3.89) com (3.86) no limite de $\text{Pr} \rightarrow \infty$ reduz-se a [16]:

$$\text{Nu} = 0,783\text{Ra}^{1/4}, \quad (3.90)$$

confirmando os resultados da análise de escala.

Os perfis de temperatura (3.67) e (3.81) e os perfis de velocidade (3.68) e (3.82) são comparados no gráfico da figura 3.4 para o caso em tela, isto é, fumaça com $\text{Pr} \approx 1$.

3.5 CONVECÇÃO NATURAL EM CANAIS VERTICAIS

Considere o caso *c* da figura 3.1. Na região em que $\delta \ll D$ tem-se a região de entrada hidrodinâmica. O escoamento é dito plenamente desenvolvido a partir da posição em que as espessuras das camadas limites de cada parede ocupam, pelo menos, metade da distância entre as paredes [11]:

$$\delta \geq \frac{D}{2} \quad (3.91)$$

$$\delta_T \geq \frac{D}{2}. \quad (3.92)$$

A equação de quantidade de movimento na direção do escoamento x escreve-se:

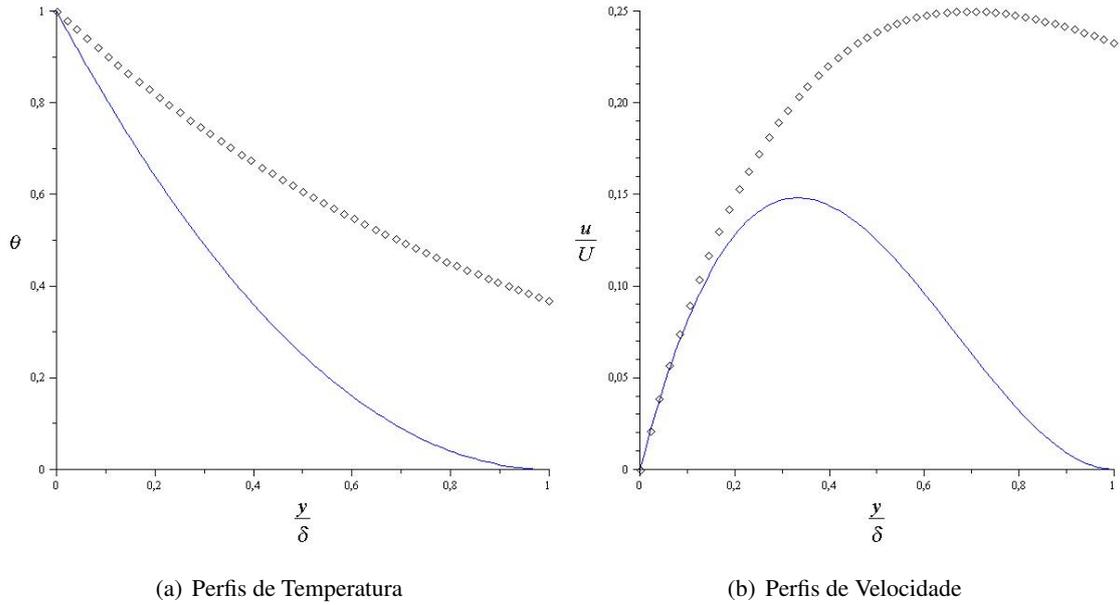


Figura 3.4: Perfis de temperatura e de velocidade polinomiais (equações (3.67) e (3.68) em linha contínua) e exponenciais (equações (3.81) e (3.82) em linha pontilhada).

$$\rho \vec{v} \cdot \nabla u = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u - \rho g. \quad (3.93)$$

Na região plenamente desenvolvida, pela hipótese de lubrificação [27], $v = 0$, então, a equação de continuidade resulta em $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$. Além disso, como já demonstrado para placa vertical, a pressão é função apenas de x . Uma vez que as extremidades do canal vertical estão abertas para o exterior, fora da camada limite pode-se escrever:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx} = \frac{dp_\infty}{dx} = -\rho_\infty g. \quad (3.94)$$

Logo, usando a aproximação de Boussinesq, a equação (3.93) resulta em:

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = -\frac{1}{\nu_\infty} g \beta \Delta T. \quad (3.95)$$

Essa é a equação de Hagen-Poiseuille para convecção natural⁴ [16]. Para resolvê-la é preciso determinar o campo de temperatura pela equação de energia (3.15). No entanto, a equação de energia também depende da velocidade. Portanto, as duas equações devem ser resolvidas simultaneamente. Porém, uma solução mais simples pode ser obtida observando que, na região plenamente desenvolvida,

⁴O escoamento de Poiseuille está relacionado com um gradiente de pressão e unidirecionalidade do escoamento. No caso da convecção natural em dutos, existe um gradiente de temperatura como análogo do gradiente de pressão e a aproximação de lubrificação, que leva à independência da temperatura em relação à direção transversal ao escoamento. Daí a analogia com o nome e a possibilidade de se resolver a equação (3.95) por integração direta.

$T_s - T \ll T_s - T_\infty$. Ou seja a temperatura do fluido aproxima-se da temperatura da parede e a variação de temperatura $\Delta T = T - T_\infty$ pode ser substituída pela diferença constante $T_s - T_\infty$. Essa hipótese de escoamento plenamente desenvolvido termicamente é válida quando o comprimento da região de entrada térmica L_{Tin} é muito menor do que a altura total do duto:

$$L_{Tin} \ll L. \quad (3.96)$$

Por análise de escala, equações (3.37) e (3.43), a espessura da camada limite térmica reescreve-se:

$$\delta_T \sim x(\text{Ra Pr})^{-1/4} \quad \text{Pr} < 1 \quad (3.97)$$

$$\delta_T \sim x\text{Ra}^{-1/4} \quad \text{Pr} > 1. \quad (3.98)$$

O comprimento da região de entrada $x = L_{Tin}$ ocorre para $\delta_T = D/2$:

$$L_{Tin} \sim \frac{D}{2}(\text{Ra Pr})^{1/4} \quad \text{Pr} < 1 \quad (3.99)$$

$$L_{Tin} \sim \frac{D}{2}\text{Ra}^{1/4} \quad \text{Pr} > 1. \quad (3.100)$$

Mas, $L_{Tin} \ll L$, então:

$$(\text{Ra Pr})^{1/4} \ll 2\frac{L}{D} \quad \text{Pr} < 1 \quad (3.101)$$

$$\text{Ra}^{1/4} \ll 2\frac{L}{D} \quad \text{Pr} > 1. \quad (3.102)$$

Essa condição pode ser reescrita em termos de $\text{Ra}_D \equiv \frac{g\beta\Delta TD^3}{\alpha\nu}$ em substituição a $\text{Ra} \equiv \frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha\nu}$, de tal modo que:

$$(\text{Ra}_D \text{Pr})^{1/4} \ll 2\left(\frac{L}{D}\right)^{1/4} \quad \text{Pr} < 1 \quad (3.103)$$

$$\text{Ra}_D^{1/4} \ll 2\left(\frac{L}{D}\right)^{1/4} \quad \text{Pr} > 1. \quad (3.104)$$

Desse modo, Ra_D estiver abaixo do valor crítico anterior, a equação (3.95) pode ser reescrita assim:

$$\frac{d^2u}{dy^2} = -\frac{1}{\nu_\infty}g\beta\theta_s. \quad (3.105)$$

Desacoplando o problema hidrodinâmico do térmico dessa forma, a equação (3.105) pode ser resolvida por integração direta sujeita às condições de contorno $u = 0$ para $y = \pm D/2$. Esse procedimento resulta na seguinte expressão para a velocidade:

$$u = \frac{g\beta\theta_s D^2}{8\nu} \left[1 - \left(\frac{y}{D/2} \right)^2 \right]. \quad (3.106)$$

Daí é possível calcular a vazão mássica por espessura do duto \dot{m}' e o fluxo de calor por espessura \dot{q}' :

$$\dot{m}' = \int_{-D/2}^{D/2} \rho u dy = \frac{\rho g \beta \theta_s D^3}{12\nu} \quad (3.107)$$

$$\dot{q}' = \dot{m}' c_p \theta_s. \quad (3.108)$$

Uma outra forma de analisar os resultados e também de promover uma otimização do duto seria adimensionalizando a vazão mássica:

$$\dot{m}'_* \equiv \frac{\dot{m}'}{\nu\rho} = \frac{1}{12} Gr_L \left(\frac{D}{L} \right)^3. \quad (3.109)$$

Visto que a altura do edifício está fixada, então, L também está. Portanto, é de se reparar que a vazão mássica adimensional é bastante sensível a variações na distância de separação entre as paredes do duto D .

3.6 EXPERIMENTO DA CAVIDADE

Como forma de aprofundar a compreensão do comportamento de parâmetros físicos relevantes envolvendo o fenômeno de convecção natural em dutos, foram realizados ensaios na bancada experimental existente no laboratório do Vortex, figura 3.5. Nesse experimento, especificamente, objetivou-se verificar a lei de escala entre o número de Nusselt e o número de Rayleigh, a qual, no caso de paredes isotérmicas, escreve-se:

$$Nu \sim Ra^{1/4}. \quad (3.110)$$

Repare que o número de Rayleigh que aparece na análise de escala é o $Ra \equiv \frac{g\beta_0\theta_c L^3}{\alpha_0\nu_0}$, ou seja, em função da altura da cavidade. No entanto, para escoamentos internos, como é o caso de cavidades, o comprimento característico é a distância entre as paredes D . Portanto, é mais conveniente expressar as relações em termos de:

$$\text{Ra}_D \equiv \frac{g\beta_0\theta_c D^3}{\alpha_0\nu_0} \quad \text{de tal modo que,} \quad (3.111)$$

$$\text{Ra} = \left(\frac{L}{D}\right)^3 \text{Ra}_D. \quad (3.112)$$

De modo análogo determina-se a ordem de grandeza do coeficiente de convecção h e do número de Nusselt $\text{Nu}_D \equiv \frac{hD}{k_0}$.

No caso deste experimento, L é a altura da cavidade e $\theta_c \equiv T_q - T_f$, a diferença de temperatura entre as paredes quente e fria da cavidade, é usado em substituição a θ_s . As propriedades termofísicas do fluido de trabalho são indicadas pelo índice zero. A temperatura média de referência do fluido na cavidade é calculada de acordo com a equação (3.123).



Figura 3.5: Aparato experimental.

O aparato experimental é constituído por uma cavidade em acrílico ladeada por duas outras cavidades em alumínio. O conjunto é envolto por uma caixa em cortiça para minimizar as trocas de calor com o ambiente, conforme visto na figura 3.6(a). As cavidades laterais, em alumínio, têm por finalidade manter as paredes da cavidade central em condição isotérmica. Para tanto, numa delas circula água aquecida por um equipamento de banho termostático com circulação modelo A100 da marca LAUDA, figura 3.6(c). Na outra cavidade lateral circula água a temperatura ambiente por meio de uma bomba de circulação, figura 3.6(b). A temperatura do fluido no compartimento central é monitorada por nove termopares do tipo T (cobre/cobre-níquel). Os termopares foram posicionados em três alturas diferentes $x_1 = 75\text{mm}$, $x_2 = 125\text{mm}$ e $x_3 = 175\text{mm}$, sendo, em cada altura, um termopar no lado da parede fria, outro internamente à cavidade na parede aquecida e um terceiro externamente à cavidade, conforme pode ser visualizado na



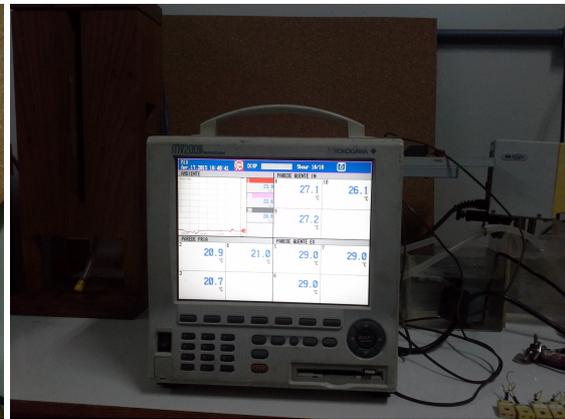
(a) Cavidade



(b) Bomba de circulação



(c) Banho térmico



(d) Registrador de temperatura

Figura 3.6: Componentes do aparato experimental em detalhes. Na subfigura 3.6(a) o conjunto de cavidades dentro da caixa de cortiça. A imagem 3.6(b) contém a bomba de circulação de água fria dentro do reservatório de água a temperatura ambiente. O equipamento de banho termostático com circulação de água dentro do reservatório de água quente é mostrado na subfigura 3.6(c). Na subfigura 3.6(d) tem-se o equipamento registrador de temperaturas a partir dos termopares conectados na cavidade central do aparato experimental.

figura 3.7. Os dados de temperatura foram convertidos e registrados com o equipamento de aquisição de dados MV200 da marca Yokogawa, cedido pelo CBMDF. Esses dados, então, passam por um tratamento estatístico em um programa escrito em Fortran90, seguindo as etapas descritas na subseção 3.6.2.

3.6.1 Procedimento experimental

O procedimento experimental para se determinar a lei de escala que rege o fenômeno de convecção natural na cavidade é descrito a seguir.

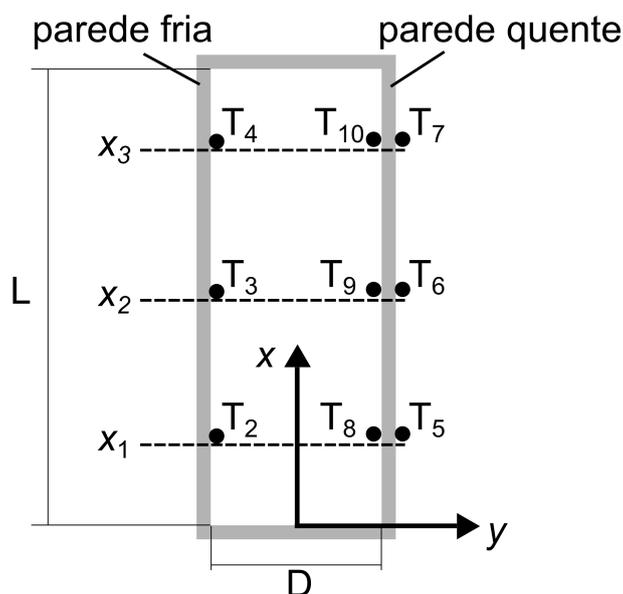


Figura 3.7: Posicionamento esquemático dos termopares na cavidade. A distância de separação entre as paredes fria e quente da cavidade é $D = 25$ mm e a altura da cavidade é $L = 300$ mm. A simbologia T_i indica a posição do termopar na cavidade e o canal em que foi ligado ao registrador de temperatura.

- Primeiramente verificar se as mangueiras de silicone estão devidamente conectadas para evitar vazamentos.
- O fluido de trabalho, assim como os fluidos circulantes nas cavidades laterais, é a água. Então, preenche-se a cavidade central com água e também os dois recipientes para recirculação de fluido nas laterais até que a resistência do banho térmico e a bomba de recirculação estejam submersas.
- Liga-se o equipamento de aquisição de dados de temperatura.
- Acionam-se o banho térmico e a bomba de recirculação de água. A temperatura do banho térmico deve ser ajustada por meio do botão de controle da temperatura e o limitador de excesso de temperatura deve estar ajustado para aproximadamente 5 °C acima da temperatura do banho térmico⁵.
- As condições iniciais de temperatura ambiente são registradas e aguarda-se aproximadamente 30 min para que o regime permanente se estabeleça.
- Inicia-se a gravação dos dados de temperatura no equipamento registrador.
- Finalizado o tempo experimental, para-se a gravação de dados, desliga-se o banho térmico e espera-se o retorno da temperatura do fluido nas cavidades retornar às condições iniciais, cerca de 1-2 h, para começar um novo experimento⁶.

⁵O equipamento utilizado no experimento não permitiu o controle preciso da temperatura, a qual também não estabilizou em determinados experimentos.

⁶A inserção de gelo ou água resfriada nos recipientes para recirculação da água acelera o processo de reestabilização da temperatura.

3.6.2 Cálculo do número de Nusselt e de Rayleigh para o experimento da cavidade

Os parâmetros adimensionais Nu e Ra do escoamento na cavidade são numericamente determinados seguindo o procedimento a seguir descrito. Primeiramente calcula-se uma temperatura média para cada ponto de medição em regime permanente⁷. A leitura de temperatura é realizada pelos termopares durante um período de tempo Δt_{exp} para cada experimento. Portanto, a temperatura média em cada termopar é dada por:

$$\bar{T}_i = \frac{1}{N_T} \sum_{j=1}^{N_T} T_i^j. \quad (3.113)$$

Em que o índice $i = 2, \dots, 10$ indica o canal do termopar no registrador de dados e $j = 1, \dots, N_T$, a quantidade de leituras de temperatura durante um experimento.

Em seguida, procede-se ao balanço de energia na face da parede aquecida em contato com o fluido. O fluxo de calor condutivo através da parede de alumínio da cavidade deve igualar-se ao fluxo de calor convectivo que deixa a interface fluido-parede em cada altura de medição. O fluxo de calor incidente em cada altura i é calculado pela lei de Fourier:

$$\dot{q}_i'' = k_{Al} \frac{\Delta \bar{T}_i}{\delta}. \quad (3.114)$$

Em que $k_{Al} = 205 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ é a condutividade térmica do alumínio, $\delta = 18 \text{ mm}$ é a espessura da parede de alumínio e $\Delta \bar{T}_i^w$ é a diferença de temperatura média na parede quente para cada seção entre a interface da parede em contato com o fluido de trabalho e a interface da parede em contato com o fluido circulante do banho térmico:

$$\Delta \bar{T}_1^w = \bar{T}_5 - \bar{T}_8 \quad (3.115)$$

$$\Delta \bar{T}_2^w = \bar{T}_6 - \bar{T}_9 \quad (3.116)$$

$$\Delta \bar{T}_3^w = \bar{T}_7 - \bar{T}_{10}. \quad (3.117)$$

Mas, como o fluxo de calor condutivo deve ser igualado ao fluxo de calor convectivo, então o coeficiente de convecção local h fica assim determinado:

$$h_i = \frac{\dot{q}_i''}{\Delta T_i^f}. \quad (3.118)$$

Em que ΔT_i^f é a diferença de temperatura entre as paredes quente e fria em contato com o fluido de trabalho em cada seção de medição:

⁷O tempo para se alcançar o regime permanente durante os experimentos foi de aproximadamente 30 min.

$$\overline{\Delta T}_1^f = \bar{T}_8 - \bar{T}_2 \quad (3.119)$$

$$\overline{\Delta T}_2^f = \bar{T}_8 - \bar{T}_3 \quad (3.120)$$

$$\overline{\Delta T}_3^f = \bar{T}_{10} - \bar{T}_4. \quad (3.121)$$

Com os valores do coeficiente de convecção local calcula-se o número de Nusselt local:

$$\text{Nu}_D^{(i)} = \frac{h_i D}{k}. \quad (3.122)$$

Em que $k = 0,601 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ é a condutividade térmica da água (fluido de trabalho) e $D = 25 \text{ mm}$ é a distância entre as paredes da cavidade.

Por fim, para traçar o gráfico de Nu_D vs Ra_D faz-se necessário calcular o valor de Ra_D conforme dado pela equação (3.111). Sendo que as propriedades termofísicas são determinadas numa temperatura média de referência para o escoamento \bar{T}_0 :

$$\bar{T}_0 = \frac{1}{3} \left(\overline{\Delta T}_1^f + \overline{\Delta T}_2^f + \overline{\Delta T}_3^f \right). \quad (3.123)$$

3.6.3 Resultados e análise dos dados para o experimento da cavidade

O experimento da cavidade foi realizado e os dados compilados para três diferentes temperaturas de referência do fluido de trabalho: $\bar{T}_0 = 300 \text{ K}$, $\bar{T}_0 = 325 \text{ K}$ e $\bar{T}_0 = 335 \text{ K}$. Para cada temperatura os dados correspondem a, pelo menos, duas realizações diferentes do experimento, sendo que para a temperatura mais baixa foi possível quatro realizações. As propriedades termofísicas da água para essas três temperaturas de acordo com a referência [11] são apresentadas na tabela 3.1. Observa-se que o número de Prandtl está na faixa de $\text{Pr} > 1$.

Tabela 3.1: Propriedades termofísicas da água adotadas no experimento da cavidade

\bar{T}_0	$\beta[\text{K}^{-1}]$	$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	$\nu[\text{m}^2/\text{s}]$	$\alpha[\text{m}^2/\text{s}]$	$\kappa[\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}]$	Pr
300 K	$2,76 \times 10^{-4}$	997,009	$8,58 \times 10^{-7}$	$1,47 \times 10^{-7}$	0,613	5,830
325 K	$4,71 \times 10^{-4}$	987,167	$5,35 \times 10^{-7}$	$1,56 \times 10^{-7}$	0,645	3,420
335 K	$5,36 \times 10^{-4}$	982,318	$4,61 \times 10^{-7}$	$1,60 \times 10^{-7}$	0,656	2,880

Os valores dos parâmetros adimensionais do número de Nusselt e de Rayleigh para cada seção de medição e diferentes temperaturas são apresentados na tabela 3.2. Observa-se que a diferença de temperatura entre as paredes da cavidade θ_c é de aproximadamente 4 K na temperatura inferior de realização do experimento e de aproximadamente 30 K nos outros dois casos. Dentre as alturas, a seção 3 apresenta a menor diferença de temperaturas. O que pode indicar algum efeito de troca de calor com o ambiente, visto que a

seção 3 é a que fica mais próxima da abertura da cavidade, na face superior. Esse efeito é mais pronunciado nas temperaturas mais elevadas, onde essa diferença da seção 2 para a seção 3 chega a 26%.

Tabela 3.2: Parâmetros adimensionais

	$\bar{T}_0[K]$	$\theta_c[K]$	Ra_D	$h[W/m^2 \cdot K]$	Nu_D
Seção 1	300	3,960	$1,32 \times 10^6$	3245,254	135,219
	325	31,633	$2,53 \times 10^7$	4007,169	166,965
	335	34,089	$3,79 \times 10^7$	4169,341	173,723
Seção 2	300	4,391	$1,47 \times 10^6$	1584,423	66,018
	325	34,676	$2,77 \times 10^7$	1969,387	82,058
	335	37,670	$4,19 \times 10^7$	1986,11	82,755
Seção 3	300	3,756	$1,26 \times 10^6$	2887,294	120,304
	325	26,686	$2,13 \times 10^7$	2845,962	118,582
	335	27,836	$3,10 \times 10^7$	3491,571	145,482

Os dados de temperatura em regime permanente para os termopares instalados na cavidade são apresentados nos gráficos das figuras 3.8 a 3.10. A variação de temperatura ao longo do tempo experimental foi de aproximadamente 1 K para $\bar{T}_0 = 300$ K em cada termopar. No entanto, para as temperaturas mais elevadas essa variação chegou a mais de 3 K, especificamente para os canais de leitura do banho frio. Uma interpretação para esse resultado diz respeito à capacidade do reservatório de água fria. Uma vez que o reservatório era pequeno, o calor absorvido da cavidade não era totalmente dissipado pela massa de fluido, fazendo com que a temperatura da água se elevasse ao invés de se manter à temperatura ambiente.

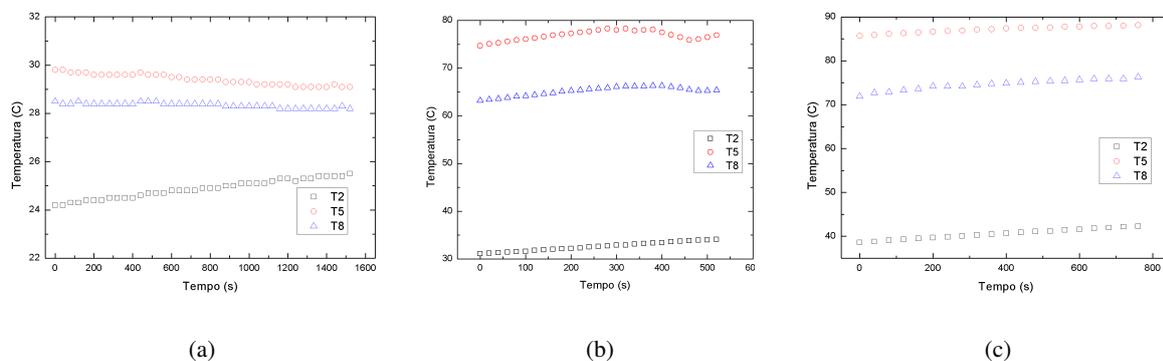


Figura 3.8: Gráfico de temperaturas dos termopares da seção 1 da cavidade.

O gráfico da figura 3.11 aponta que a lei de escala (3.110) é verificada para a seção 1 de medição. No entanto, nas seções 2 e 3 não houve concordância plena, o que indica a necessidade de realização do experimento em outras temperaturas para se observar melhor o comportamento do escoamento e reduzir a incerteza nas medidas⁸. Isso não foi possível de ser feito devido a interrupção dos trabalhos na ban-

⁸A barra de erro no gráfico da figura 3.11 é calculada a partir do desvio padrão das leituras de temperatura durante o experimento e a respectiva propagação no cálculo do número de Nusselt.

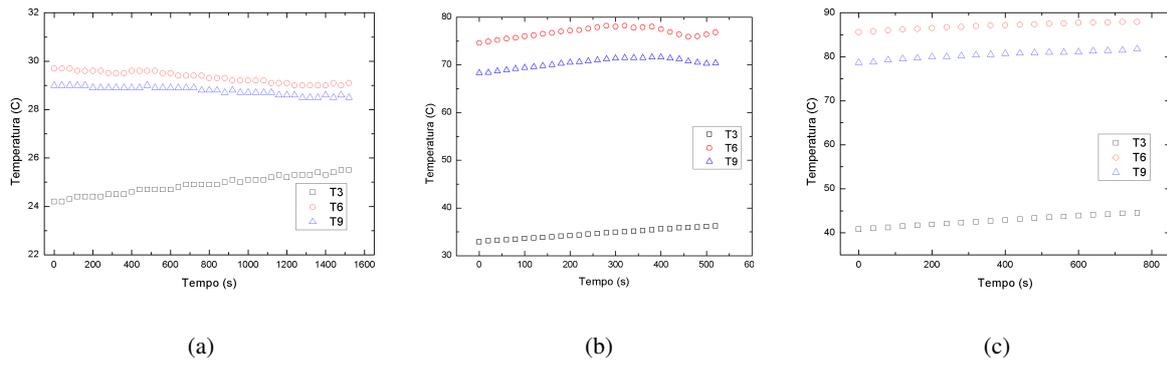


Figura 3.9: Gráfico de temperaturas dos termopares da seção 2 da cavidade.

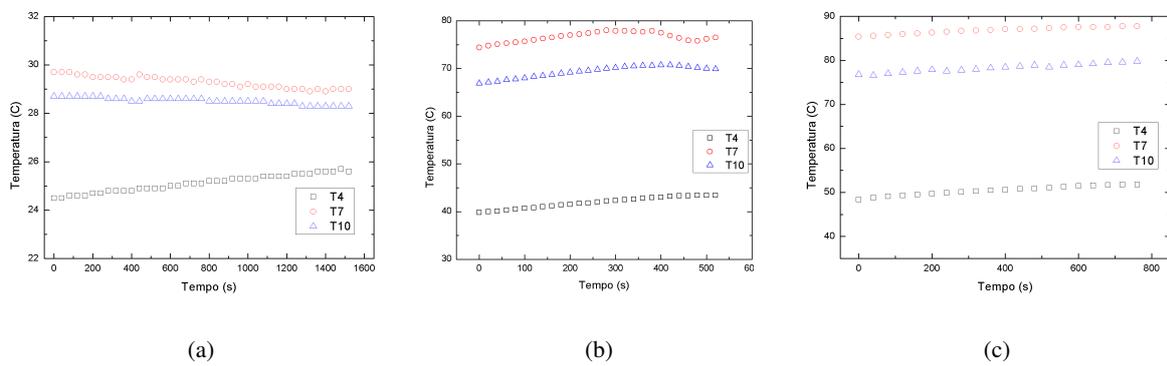


Figura 3.10: Gráfico de temperaturas dos termopares da seção 3 da cavidade.

cada experimental e a deficiência do controle de temperatura por parte do equipamento de banho térmico. Apesar da pequena quantidade de pontos para análise, o experimento foi importante para aplicar as leis de escala em um caso prático e, assim, observar o comportamento dos parâmetros relevantes na descrição do escoamento em dutos.

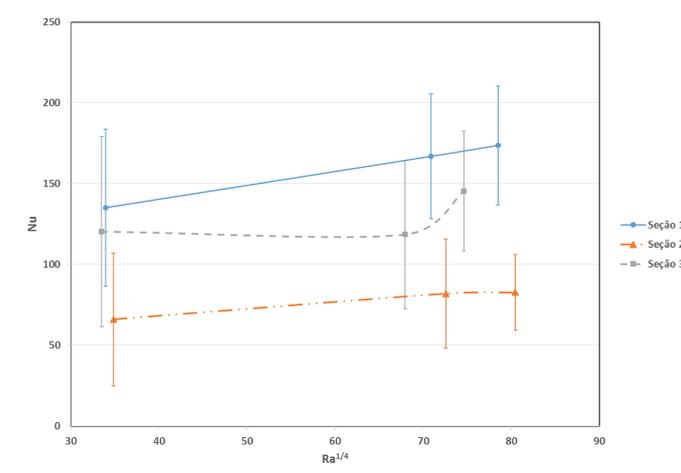


Figura 3.11: Gráfico de Nu vs Ra para o experimento da cavidade.

4 APLICAÇÃO DA CONVECÇÃO NATURAL AO CONTROLE DO ESCOAMENTO DE FUMAÇA EM INCÊNDIOS

Dutos de ventilação natural das escadas de emergência em analogia ao problema de canais verticais. Modelagem de escoamentos turbulentos e resultados das simulações.

4.1 DUTOS DE ESCADA À PROVA DE FUMAÇA

Os ocupantes de uma edificação devem ter tempo suficiente, em caso de incêndio, para alcançar sem danos físicos uma área segura. Esse é um objetivo primordial da engenharia de proteção contra incêndios. Seito [1] esclarece que a fumaça é o produto do incêndio que mais afeta as pessoas durante o abandono da edificação. A evacuação fica prejudicada porque a fumaça diminui a visibilidade, aumenta a palpitação devido à presença de gás carbônico, provoca dificuldades respiratórias e lacrimejamento, induz o pânico e debilita o movimento das pessoas pelo efeito tóxico de seus componentes. Desse modo, os critérios de desempenho relacionados com a proteção da vida são a concentração de monóxido de carbono (CO), ácido cianídrico (HCN), oxigênio (O₂), dióxido de carbono (CO₂), fluxos de calor, temperatura do ar e níveis de obscurecimento da fumaça [35].

Uma das medidas que visa garantir a proteção da vida das pessoas nas edificações são as saídas de emergência. A norma brasileira que trata do tema é a NBR 9077. Segundo essa norma, saída de emergência é o caminho contínuo devidamente protegido a ser percorrido pelo usuário em caso de incêndio, de qualquer ponto da edificação até atingir a via pública ou espaço aberto, protegido do incêndio, em comunicação com o logradouro [8, 9, 10]. As escadas exigidas para compor a rota de uma saída de emergência podem ser de dois tipos: não enclausuradas ou enclausuradas. As escadas enclausuradas apresentam maior proteção contra a fumaça e podem ser do tipo protegida (EP) ou à prova de fumaça (PF). Quanto maior a altura do prédio, maior deve ser a proteção da escada contra a penetração de fumaça em sua caixa. Nesse diapasão, as edificações mais altas requerem escadas à prova de fumaça. Essa proteção pode ser feita por ventilação natural (antecâmara e dutos) ou por ventilação mecânica (pressurização).

As escadas PF são projetadas para impedir a entrada de fumaça no interior de sua caixa. Para tanto possuem acesso por antecâmara ventilada por meio de dutos, conforme mostra a figura 4.1. Os dutos de ventilação natural constituem um sistema integrado para a entrada de ar puro e saída de fumaça e gases quentes do ambiente da antecâmara. A fumaça deve escoar para fora da antecâmara da caixa de escada pelo duto de saída de fumaça (DS) devido ao efeito de convecção natural.

Os dutos de saída de fumaça devem ter paredes com isolamento térmico e inércia térmica equivalente, no mínimo, a uma parede de tijolos maciços, rebocada, de 15 cm de espessura, quando atenderem a até 15 antecâmaras, e de 23 cm de espessura, quando atenderem a mais de 15 antecâmaras. A seção transversal do DS é calculada por meio da expressão $A = 0,105 \cdot N$ em [m²], onde N corresponde ao número de an-

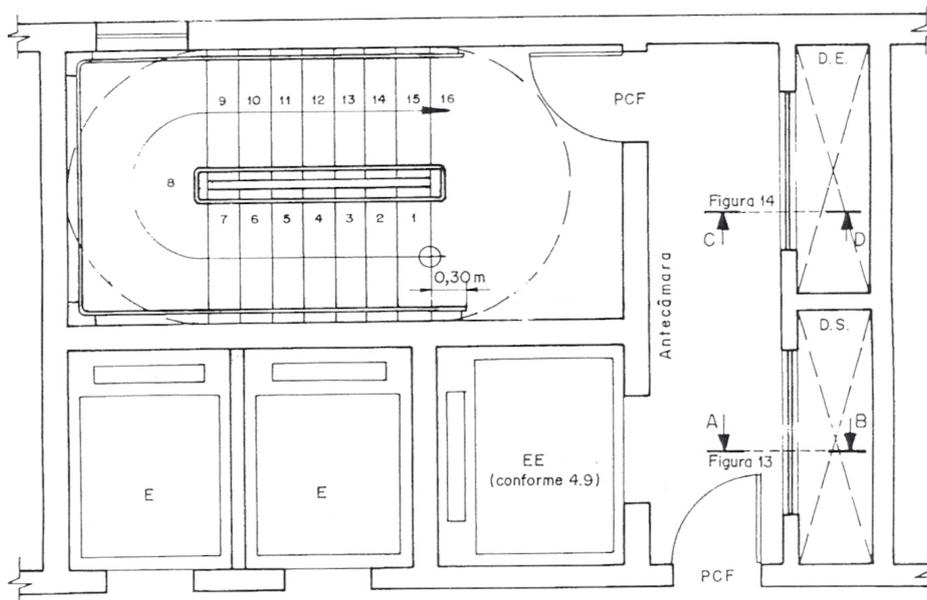


Figura 4.1: Escada de emergência à prova de fumaça.

Fonte: Referência [8]

tecâmaras ventiladas pelo duto. Em todo caso a seção mínima é de $0,84 \text{ m}^2$ e, quando de seção retangular, obedecer à razão de aspecto máxima de 1:4. A abertura de saída de fumaça do DS na antecâmara deve estar situada junto ao teto, ou no máximo, a 15 cm deste, com área mínima de $0,84 \text{ m}^2$ e, quando retangular, obedecendo à proporção máxima de 1:4 entre suas dimensões. Quanto à altura do DS, ele deve elevar-se 3 m acima do eixo da abertura da antecâmara do último pavimento servido pelo duto, devendo seu topo situar-se 1 m acima de qualquer elemento construtivo existente sobre a cobertura, conforme visualizado na figura 4.2.

Alves, Campos e Braga [13] reportaram resultados de concentração de fumaça em antecâmaras de escadas de emergência com um ou dois dutos de ventilação natural. Para fins de análise, a presente pesquisa aproxima o DS do estudo de caso da referência [12] como um canal vertical. Trata-se de uma escada PF projetada para um prédio de escritórios virtual com características representativas das edificações de cidades brasileiras, atendendo às prescrições da NBR 9077. A edificação, em vista nas figuras 4.3 e 4.8, possui 12 pavimentos e altura¹ de 33,60 m. A altura total do DS é de $L = 36,60 \text{ m}$. Atendendo a 12 antecâmaras, então, a seção mínima do DS deve ser de $A = 0,105 \cdot 12 = 1,26 \text{ m}^2$. Adotando proporção de 1:4 entre as dimensões do duto, o diâmetro hidráulico fica:

$$D_h \equiv \frac{4A}{2P} = \frac{8}{5}D, \quad (4.1)$$

onde, $2P$ é o perímetro e $D = 0,56 \text{ m}$ é a menor distância entre paredes do DS. As dimensões do duto são mostradas nas figuras 4.4 e 4.5. Considerando as propriedades do ar a 350 K, vide tabela 4.1, e inserindo esses valores na relação (3.103) ou (3.104), verifica-se que a hipótese de lubrificação ou de escoamento

¹Altura definida como sendo a distância entre o nível do logradouro e a face superior da laje de piso do último pavimento habitado, conforme NBR 9077.

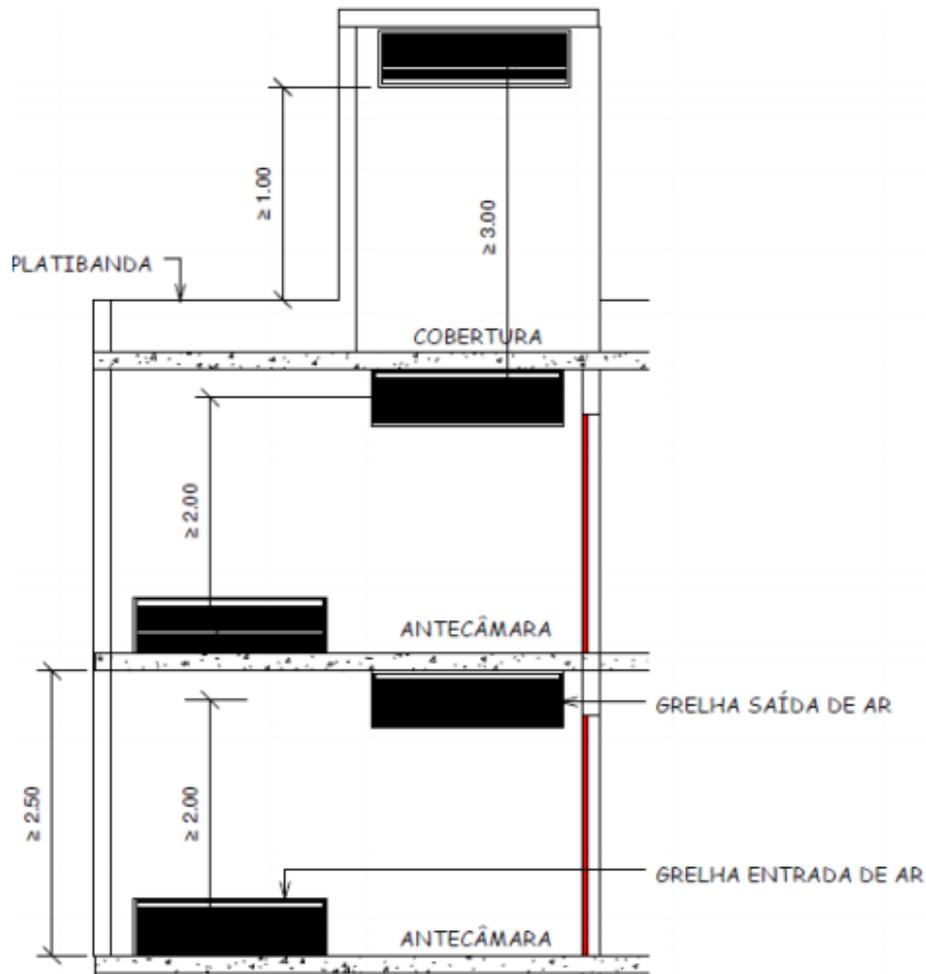


Figura 4.2: Dutos de ventilação natural de escada à prova de fumaça.
 Fonte: Minuta de Norma Técnica n. 10 do CBMDF.

plenamente desenvolvido termicamente não é satisfeita:

$$\left(Ra_D Pr \frac{D}{L} \right)^{1/4} = 53,8 \gg 2. \quad (4.2)$$

Portanto, a vazão mássica não pode ser calculada pela expressão simplificada (3.107). De tal forma, que o problema acoplado deva ser solucionado, isto é, as equações da continuidade, da energia e da quantidade de movimento com aproximação de Boussinesq devem ser resolvidas simultaneamente para u e T respeitando as condições de contorno do problema.

Outra questão que se impõe é quanto à transição para o regime turbulento. É de se notar que a convecção natural tende a produzir movimentos secundários que tornam o escoamento da fumaça pelo duto turbulento. No caso de placas verticais o valor crítico de Gr_L é da ordem de 10^9 segundo a referência [16] e pelos dados da tabela 4.1 o escoamento de fumaça de incêndio estaria em regime turbulento. A transição para turbulência tem forte efeito na transferência de calor e, neste caso, devem ser adotadas relações empíricas ou semi-empíricas para determinação das grandezas de interesse. Daí, a necessidade de simula-

ções computacionais com implementação de modelos de turbulência para se identificar o quão distante da relação simplificada está o comportamento real.

O trabalho pioneiro de Elenbaas [36] tem sido amplamente estudado para paredes aquecidas simétrica e assimetricamente com condições de superfície isotérmica ou fluxo de calor uniforme, inclusive para deduzir o espaçamento ótimo entre paredes para maximizar a transferência de calor de um conjunto de placas [11].

Tabela 4.1: Parâmetros relevantes do problema

Parâmetro	Valor	Unidade
g	9,781	m/s^2
ν	$2,09 \times 10^{-5}$	m^2/s
T_0	400	K
T_∞	300	K
β	0,0029	K^{-1}
k	0,003	$\text{W/m} \cdot \text{K}$
ρ	0,995	kg/m^3
c_p	1009	$\text{J/kg} \cdot \text{K}$
α	$2,99 \times 10^{-5}$	m^2/s
D	0,56	m
L	36,600	m
Pr	0,7	—
Ra_D	$7,85 \times 10^8$	—
Ra_L	$2,19 \times 10^{14}$	—
Gr_D	$1,12 \times 10^9$	—
Gr_L	$3,13 \times 10^{14}$	—

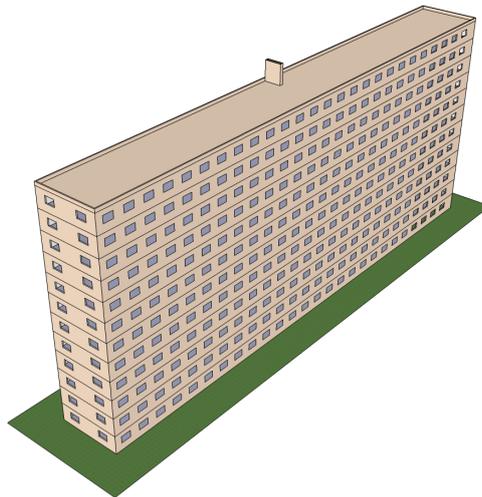


Figura 4.3: Vista em perspectiva do prédio simulado.

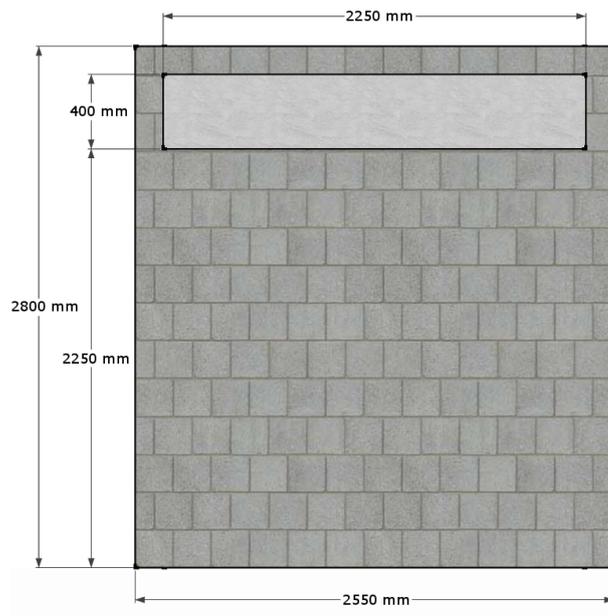


Figura 4.4: Vista frontal do duto de saída.

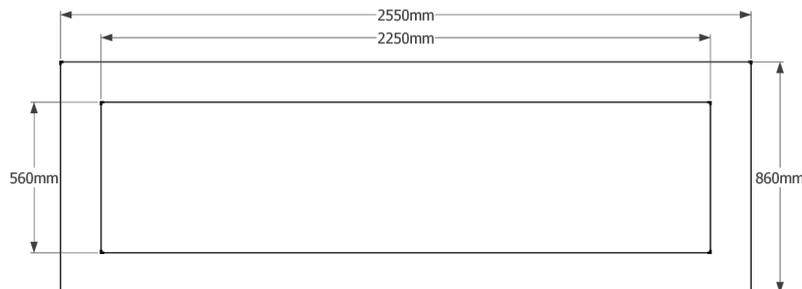


Figura 4.5: Vista superior do duto de saída.

4.1.1 Considerações acerca das condições de contorno

Até o presente momento neste texto foram apresentadas as equações governantes e os métodos de solução para condições de contorno isotérmicas da parede. No entanto, existe outra condição de contorno igualmente importante em problemas práticos de engenharia, que é a de fluxo de calor uniforme, conforme ilustrado na figura 4.6. As condições de contorno encontradas em problemas reais podem ser diversas, porém, as condições de parede isotérmica e de fluxo de calor constante atendem em boa aproximação à maioria dos casos de interesse prático [16].

A condição de contorno isotérmica para o problema de convecção natural em dutos de ventilação de escadas de emergência é uma boa aproximação nos casos em que a parede é massiva e apresenta alta condutividade térmica na direção do escoamento [16]. A norma brasileira NBR 9077 especifica que as paredes do duto de ventilação natural devem exibir inércia térmica equivalente a uma parede de tijolos maciços de 15 cm em edificações com a altura do caso analisado nesta pesquisa. Esse é um indicativo da validade da condição de parede isotérmica para o caso em tela.

Essa análise também pode ser efetuada por meio do número de Biot, $Bi \equiv \frac{hL_c}{k_w}$, que representa a razão entre a resistência à condução térmica no interior da parede e a resistência à convecção através da camada limite térmica sobre a superfície da parede [11]. O comprimento característico $L_c \equiv \frac{Volume}{Area} = 0,15\text{ m}$ no presente caso é a espessura da parede pela definição adotada. A parede sendo constituída de tijolos comuns exibe condutividade térmica $k_w = 0,72\text{ W/m} \cdot \text{K}$ [11]. O coeficiente de convecção $h = 1,292\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ foi calculado como uma aproximação a partir da correlação² (3.80) com base nos dados das propriedades do ar constantes da tabela 4.1. Desse modo,

$$Bi = \frac{1,29 \cdot 0,15}{0,72} \simeq 0,26. \quad (4.3)$$

Como $Bi \ll 1$, a hipótese de parede isotérmica é razoável para o duto em estudo, visto que a distribuição de temperatura ao longo da espessura do sólido pode ser considerada uniforme.

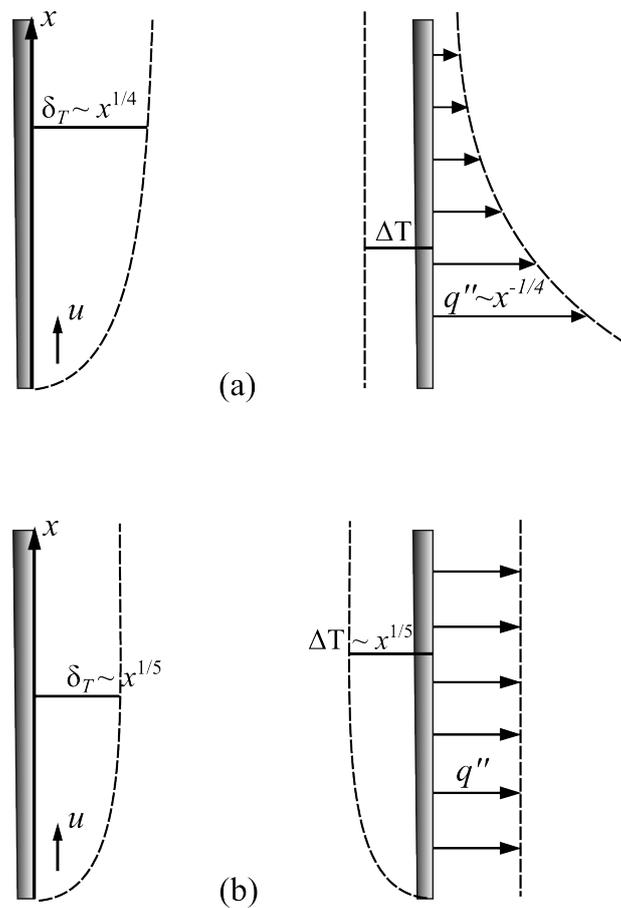


Figura 4.6: Efeito da condição de contorno térmica sobre a camada limite de convecção natural. (a) Parede isotérmica. (b) Fluxo de calor uniforme na parede.

Fonte: Referência [16].

²Valor muito próximo também é obtido com a correlação de Elenbaas [36]:

$$Nu_L = \frac{1}{24} Ra_L \left(\frac{D}{L} \right)^3 \left[1 - \exp \left(\frac{-35L^4}{D^4 Ra_L} \right) \right]^{3/4}$$

4.1.2 Vazão mássica para camada limite laminar

De acordo com os valores dos parâmetros para o escoamento de fumaça através do duto, a hipótese de lubrificação não se aplica. Portanto, o escoamento pode ser resolvido pelo método de solução integral de Karman-Pohlhausen para parede vertical da seção 3.4. É importante notar primeiramente que as equações integrais 3.54 e 3.59 modificam-se para o caso em tela, visto que o fluido longe da parede está mais quente e em movimento. Ou seja, a condição de contorno 3.52 não se aplica daquela forma, mas sim, como $u(x, y = \delta) = U_0$. Levando em conta essas considerações as equações integrais reescrevem-se assim:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u(u - U_0) dy = -\nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} + g\beta \int_0^Y (T - T_\infty) dy \quad (4.4)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^Y u(T - T_\infty) dy = -\alpha \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} . \quad (4.5)$$

Os perfis de temperatura e de velocidade para atender às condições de contorno do problema da parede fria com reservatório aquecido são propostos na forma a seguir:

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{y}{\delta} \left(2 - \frac{y}{\delta} \right) \quad (4.6)$$

$$\frac{u}{U_0} = \frac{1}{4} \frac{y}{\delta} \left(3 - \frac{y}{\delta} \right)^2 . \quad (4.7)$$

Esses perfis, no gráfico da figura 4.7, consideram o caso $\delta = \delta_T$ e resultam em $U_0 = \frac{g\beta(T_\infty - T_s)}{3\nu} \delta^2$.

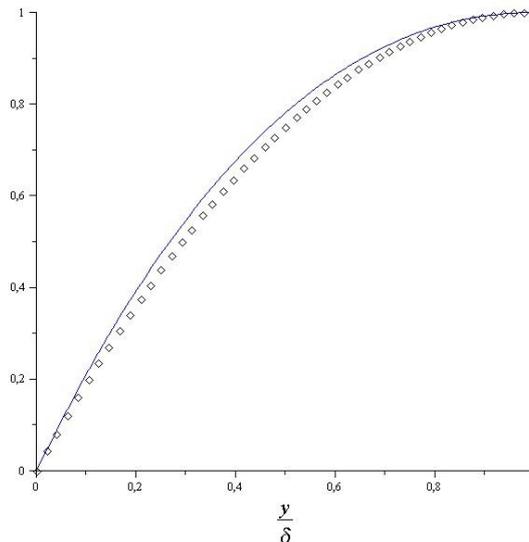


Figura 4.7: Perfis de temperatura (linha pontilhada) e de velocidade polinomiais (linha contínua) para o duto de fumaça.

Substituindo os perfis propostos nas equações integrais para a energia (4.5) e para o balanço de forças

(4.4) obtém-se:

$$\frac{d}{dx}(U_0\delta) = \frac{240}{17} \frac{\alpha}{\delta} \quad (4.8)$$

$$\frac{867}{560} \frac{d}{dx}(U_0\delta^2) = -\frac{9\nu U_0}{\delta} + g\beta\theta_s \frac{\delta}{3}. \quad (4.9)$$

Substituindo (3.71) e (3.72) em (4.8) e (4.9), os valores de C_1 e C_2 são determinados:

$$C_1 = 0,415\alpha \left(\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{21}{85} \right)^{-1/2} \left(\frac{g\beta\theta_s}{\alpha\nu} \right)^{1/2} \quad (4.10)$$

$$C_2 = 6,735 \left(\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{21}{85} \right)^{1/4} \left(\frac{g\beta\theta_s}{\alpha\nu} \right)^{-1/4}. \quad (4.11)$$

Daí as expressões para o perfil de velocidade, a espessura da camada limite e a vazão mássica são obtidas:

$$u(x, y) = 0,415\alpha \text{Ra}_x^{1/2} \left(\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{21}{85} \right)^{-1/2} \frac{1}{4} \frac{y}{\delta} \left(3 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad (4.12)$$

$$\frac{\delta}{x} = 6,735 \text{Ra}_x^{-1/4} \left(\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{21}{85} \right)^{1/4} \quad (4.13)$$

$$\dot{m}' = \frac{11}{16} \rho U_0 \delta. \quad (4.14)$$

A camada limite laminar com 1 m de altura da parede teoricamente tem espessura $\delta = 3$ cm pelo método ora desenvolvido. A partir dessa altura o número de Grashof ultrapassa o valor crítico de 10^9 , passando ao regime turbulento. No entanto, se o escoamento continuasse laminar até a saída do duto, a espessura da camada limite chegaria a cerca de 7,5 cm. Esses resultados reforçam a validade da hipótese de escoamento em desenvolvimento posto que a espessura da camada limite é bastante inferior à distância de separação das paredes do duto. Num exercício similar para a vazão mássica na saída do duto, à altura de 36,60 m, a vazão na camada limite laminar seria de aproximadamente 0,44 kg/s de fumaça. Considerando as duas paredes, a vazão seria de 0,88 kg/s. Para a altura de 1 m de parede do duto, a vazão mássica de fumaça é de 0,029 kg/s numa camada limite laminar. Esses resultados ajudam a balizar a simulação computacional, visto que servem como soluções assintóticas. Os resultados mais próximos da realidade deveriam considerar U_0 a partir da solução do problema de escoamento em forma de plume no centro do duto e as equações para o regime turbulento.

4.2 MODELO DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

O escoamento realístico de fluidos devido ao processo de combustão (fogo) é geralmente turbulento e não-estacionário [37, 38, 39, 40]. A modelagem desse tipo de escoamento é complexa e permanece um campo aberto de pesquisa [16, 29, 41, 42]. Neste trabalho foi adotado um modelo de dinâmica de fluidos computacional (CFD) para obter soluções numéricas aproximadas para as equações diferenciais

não lineares que descrevem o escoamento de fumaça através do duto de escadas de emergência ventiladas naturalmente, o FDS. Trata-se de um *software* gratuito de código-fonte aberto desenvolvido pelo instituto norte-americano de padrões e tecnologia (NIST), que vem sendo atualizado, verificado e validado³ ao longo dos anos e está em sua sexta versão [43]. Testes realizados com correntes de água salgada com tinta em tanques de água fria resultaram em convergência quase perfeita entre resultados experimentais e de simulação, indicando que não há falhas fundamentais no código [43]. O FDS é amplamente utilizado na comunidade científica com publicações em importantes periódicos comparando resultados de simulação com soluções numéricas e métodos experimentais [44, 45].

O algoritmo do FDS foi desenvolvido ao longo de três décadas, sendo inicialmente voltado para o estudo de convecção natural em forma de plume adotando a hipótese de Boussinesq. O modelo de turbulência adotado é o LES. Apesar de o RANS permitir adotar passos de tempo maiores, sua característica de resolver as equações médias implica perder a evolução das estruturas dos vórtices maiores, presentes na maioria dos incêndios, assim como os efeitos transitórios da dinâmica dos incêndios [37].

O FDS resolve numericamente uma forma apropriada das equações de Navier-Stokes para escoamentos devidos a gradientes de temperatura em baixa velocidade ($Ma < 0,3$), com ênfase nos fenômenos de transporte de calor e de fumaça oriundos de incêndios. O modelo hidrodinâmico do *software* adota um método de diferenças finitas com acurácia de segunda ordem, isto é, o erro associado com a aproximação das derivadas parciais espaciais é da ordem do quadrado da resolução espacial e o erro nas derivadas parciais temporais é da ordem do quadrado do passo de tempo. A malha numérica é dita estruturada, uniforme e referenciada (*staggered*). Os limites do domínio computacional são considerados paredes isotérmicas lisas por padrão. Aberturas para o exterior podem ser inseridas por meio de uma condição de contorno de Dirichlet, que, assim, conecta o domínio computacional com o ambiente exterior passivamente. O fechamento do tensor SGS na equação de quantidade de movimento é obtido pelo modelo de Deardorff modificado para a viscosidade turbulenta e o fechamento da difusão turbulenta de calor é dado pelo número de Prandtl turbulento na condutividade térmica turbulenta [37].

$$\mu_t = \rho C_v \Delta (K_{SGS})^{1/2}, \quad (4.15)$$

$$\kappa_t = \frac{c_p \mu_t}{Pr_t}. \quad (4.16)$$

Em que $C_v = 0,1$ e $Pr_t = 0,5$. A energia cinética da submalha K_{SGS} é definida por meio da média espacial da velocidade na célula e na vizinhança mais próxima [37].

Uma das características principais do algoritmo do FDS é a decomposição da pressão em duas parcelas [44, 46]:

$$p(x, y, z, t) = \bar{p}(z, t) + \tilde{p}(x, y, z, t). \quad (4.17)$$

A pressão termodinâmica (ou de fundo) \bar{p} pode variar com a altura para levar em conta o efeito de estratificação. A perturbação \tilde{p} dá conta do movimento do fluido enquanto que a pressão de fundo entra nas

³Verificação é o processo de determinação se o cálculo numérico implementado representa acuradamente o método conceitual e a solução do desenvolvedor. Isto é, se o código faz realmente o que se propõe a fazer. Já a validação é o processo de determinação do grau de proximidade dos resultados do método numérico com a realidade. Ou seja, quão próximo do mundo real está o modelo.

equações de energia (na formulação de entalpia \hat{h}) e de estado do gás ideal adotadas no FDS [44]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0, \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + (\rho - \rho_\infty) g_i, \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \rho \hat{h}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \hat{h} u_j) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \dot{q}''' - \frac{\partial \dot{q}_j''}{\partial x_j}, \quad (4.20)$$

$$\rho = \frac{\bar{p}W}{RT}. \quad (4.21)$$

Onde W é a massa molar. As quantidades nas equações são as quantidades filtradas, porém, não se usou o chapéu para não carregar a notação. A decomposição de Favre é adotada para a massa específica variável.

Na região parietal, o FDS adota um modelo para a tensão cisalhante τ_w com o perfil de velocidade dado a seguir [37]:

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & , \text{ se } y^+ < 11,81 \\ \frac{1}{A} \ln y^+ + B & , \text{ se } y^+ \geq 11,81. \end{cases} \quad (4.22)$$

Em que as constantes adotadas são $A = 0,41$ e $B = 5,2$.

Além disso, no primeiro nó afastado da parede não se adota o modelo de Deardorff para o tensor SGS, mas sim, o modelo de Smagorinsky com a função de amortecimento de van Driest.

O parâmetro físico mais importante nas simulações é a taxa de liberação de calor (HRR), que é o termo de fonte na equação de energia. Estudos de validação do modelo mostraram que o FDS prediz bem o transporte de calor e de fumaça quando a HRR é especificada pelo usuário [43]. Desse modo, foi utilizado um queimador a gás (propano) como fonte de calor com potência constante de 1000 kW, este valor corresponde aproximadamente ao pico da taxa de liberação de calor de uma poltrona [38]. A fonte de calor está localizada num ambiente adjacente à antecâmara da escada (figura 4.8) e, à fumaça produzida, é permitido escoar para o duto de saída do sistema de ventilação natural da escada, conforme figura 4.9.

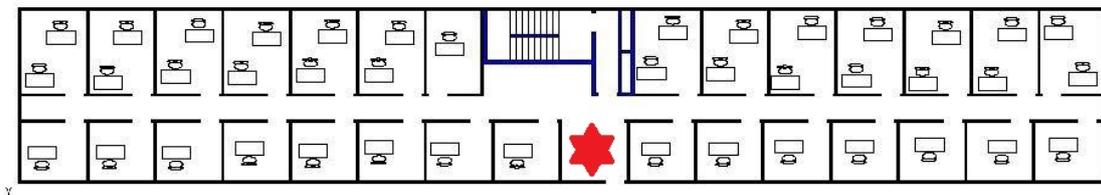


Figura 4.8: Localização da fonte de calor no ambiente modelado.

A resolução espacial é o parâmetro numérico mais importante no modelo LES. As dimensões típicas de cenários de incêndios estruturais são da ordem de dezenas ou centenas de metros, o que faz com que a resolução ideal da malha computacional no FDS fique da ordem de centímetros [37, 44, 45]. A resolução numérica direta é possível se a malha for suficientemente refinada, isto é, resolução espacial da ordem da escala de comprimento de Kolmogorov η (ordem de décimo de milímetro para o presente caso). No entanto, o DNS leva a tempos de simulação impraticáveis.

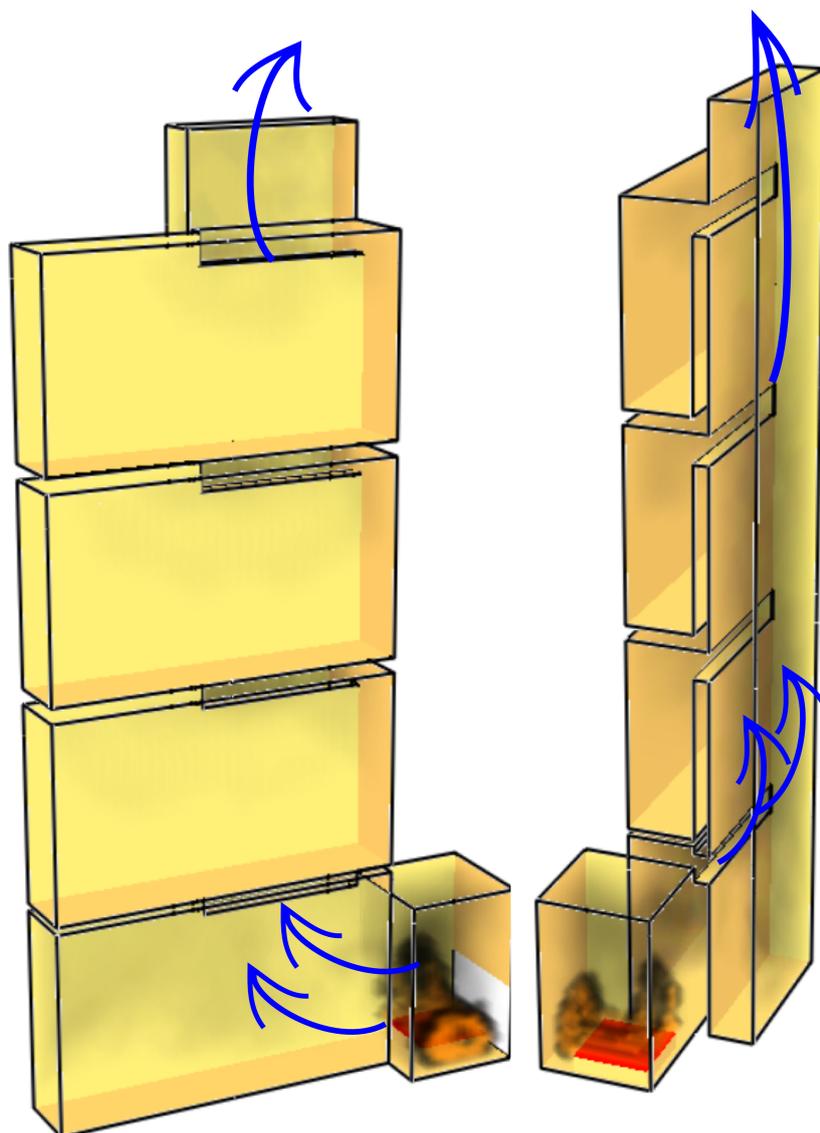


Figura 4.9: Visão tridimensional do modelo da escada. Na figura estão representados apenas quatro pavimentos para facilitar a visualização do caminho da fumaça, representado pelas setas azuis.

4.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Para se verificar a resolução adequada à simulação do escoamento de fumaça através de dutos de ventilação natural da escada de emergência em tela, foi realizado um teste de independência da malha. Segundo Pope [29], o intervalo em que ocorre a transferência de energia das estruturas maiores para os vórtices menores está entre 60η e $\frac{L_c}{6}$. Sendo que o limite superior corresponde a aproximadamente 80% de transferência de energia, o que é considerado ideal para o LES. Dados preliminares para o duto em estudo indicaram que esse limite equivaleria a resoluções de malha em torno de 10 cm. Então, foram testados três casos de duto com altura reduzida e malha de 15x15x10 cm, 10x10x10 cm e 5x5x10 cm, conforme figura 4.10. Para o teste de independência da malha, a potência do queimador foi reduzida para 500 kW, assim como as dimensões do ambiente em que a fonte de calor se encontrava. Os dados de velocidade para um

medidor posicionado no centro do duto a uma altura de 1,60 m são mostrados no gráfico da figura 4.11. É possível verificar, então, que os valores convergem em torno de um valor médio para as malhas de 10 e 5 cm. Portanto, os dados do duto em tamanho real simulados com malha de 5 cm fornecem resultados mais fidedignos. No entanto, os testes para medidores posicionados próximos às paredes do duto não são conclusivos. De tal maneira que os testes com malhas mais refinadas e validação experimental deveriam ser conduzidos para se afastar qualquer dúvida acerca dos resultados. Um indicativo de que a malha adotada no presente estudo está adequada vem da comparação com simulações levadas a cabo por um grupo de pesquisadores do laboratório de ciência do fogo da universidade da China [45], o qual adotou malha com células de 5 cm para modelar a exaustão de fumaça de um túnel com 72 m de comprimento, largura de 1,5 m e altura de 1,3 m. Os resultados medidos experimentalmente coadunaram com os valores obtidos na simulação com o FDS.

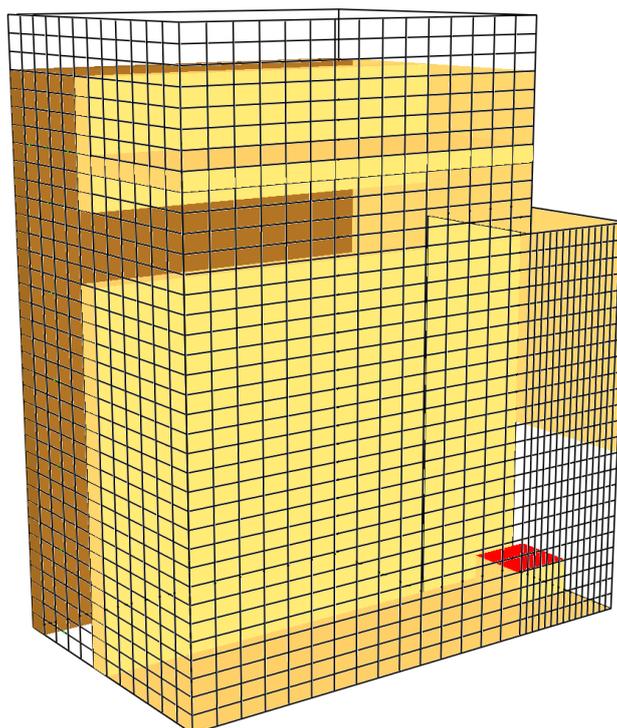


Figura 4.10: Malha computacional do modelo do duto para teste de independência da malha.

A referência técnica do FDS [47] sugere ainda outros dois testes para verificação da malha computacional. Um primeiro referente à adequação da resolução espacial para a modelagem do plume de fumaça. Trata-se de uma medida de quão bem resolvido está o escoamento a partir do diâmetro característico do fogo D^* :

$$D^* = \left(\frac{\dot{q}}{\rho_\infty c_p T_\infty \sqrt{g}} \right)^{2/5}. \quad (4.23)$$

A potência do fogo adotada foi de $\dot{q} = 1000$ kW. Com as propriedades do ar à temperatura ambiente de 298 K, então $D^* \simeq 0,953$ m. A fração $\frac{D^*}{\delta x}$ deve situar-se no intervalo entre 4 e 16 para que o escoamento de fumaça seja adequadamente modelado [47]. Desse modo, a resolução espacial do ambiente do queimador deve estar no intervalo $6 \leq \delta x \leq 23,8$ cm. Nos cenários simulados neste trabalho foi adotada malha

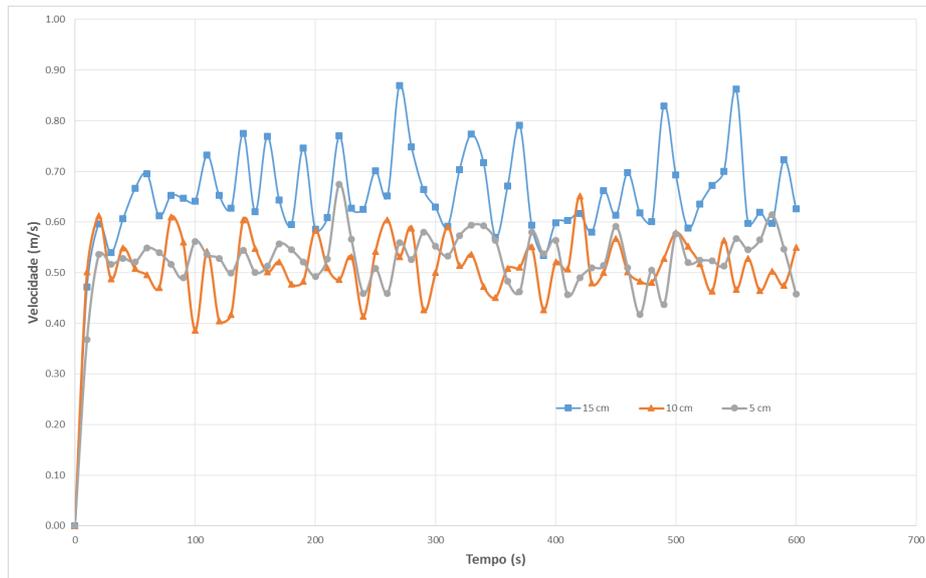


Figura 4.11: Gráfico de velocidade no duto em teste de independência da malha.

cúbica com dimensão de 10 cm para a sala do queimador, o que atende de forma bastante razoável o critério apresentado.

Outra medida da qualidade da resolução da turbulência é obtida por meio da comparação entre a energia cinética da submalha K_{SGS} e a energia cinética turbulenta resolvida K_{turb} [48]:

$$M = \frac{\langle K_{SGS} \rangle}{\langle K_{turb} \rangle + \langle K_{SGS} \rangle}. \quad (4.24)$$

A energia cinética da submalha é calculada pelo modelo de viscosidade turbulenta de Deardorff, equação (4.15). Por sua vez, $K_{turb} = \frac{1}{2}(\hat{u}_i - \langle \hat{u}_i \rangle)^2$ é dada pela diferença entre a velocidade filtrada e sua média. O valor de M deve estar abaixo de 0,2, o que significa 80% ou mais da energia cinética resolvida no campo de escoamento. Na terceira etapa de simulações, em que a altura do duto foi reduzida para atender a apenas seis pavimentos, o valor de M para três células foi calculado. Uma célula localizada ao centro da saída do duto (u2) e a célula mais próxima de cada parede lateral do duto (u1 e u3). Os resultados obtidos foram:

$$M(u1) = 0,30, \quad (4.25)$$

$$M(u2) = 0,19, \quad (4.26)$$

$$M(u3) = 0,98. \quad (4.27)$$

Esses resultados indicam que o escoamento na região fora da influência da parede está bem representado na simulação numérica com $M = 0,19$. No entanto, faz-se necessário um refinamento maior da malha computacional na região parietal, principalmente para a parede do medidor u3, que apresentou $M = 0,98$. Daí a necessidade de realização de mais testes para validação da malha, o que não foi possível de ser efetuado dentro do prazo de realização deste projeto de graduação⁴.

⁴As simulações foram processadas em sua maioria num computador pessoal com processador Intel Xeon X5470 @ 3,33 GHz

Inicialmente foram realizadas simulações com malha de 15x15x10 cm em dois cenários: escadas com dois dutos, um de entrada e outro de saída, e com apenas um duto de saída, visto que esse tipo de ventilação é aceito em alguns Estados [14, 15]. Em cada cenário são posicionados medidores de velocidade e de temperatura no topo e ao longo do DS. Com os dados das leituras de velocidade na saída do DS calcula-se a vazão mássica de fumaça: $\dot{m} = \rho U A$, em que a velocidade média U é obtida pela média de 21 pontos de medição na seção de saída do DS ao longo do tempo de simulação em regime permanente. O valor da massa específica é aproximado pela massa específica do ar à temperatura dos gases na saída do DS. A temperatura da fumaça no topo do DS é calculada pela média de 7 termopares ao longo do tempo de simulação em regime permanente. A temperatura de saída dos gases em cada caso foi de 69,45 °C (dois dutos) e de 88,56 °C (um duto). Com isso, a vazão mássica de fumaça na saída do DS foi de 8,36 kg/s no caso com dois dutos e de 5,97 kg/s no caso com um duto, uma diferença de aproximadamente 28%.

Nos gráficos das figuras 4.12 e 4.13 são traçadas as velocidades de três medidores, u1 e u3 junto às paredes e u2 no centro do duto. É de se notar que no caso com apenas um duto na antecâmara (figura 4.12), as velocidades são menores do que no caso em que o sistema é composto por dois dutos (figura 4.13).

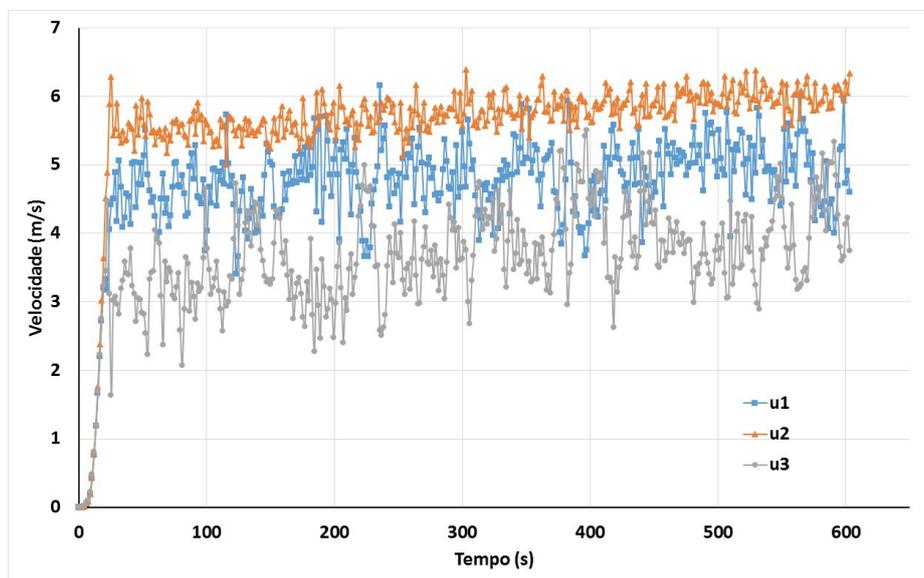


Figura 4.12: Gráfico de velocidade no sistema de ventilação natural com apenas um duto.

Numa etapa posterior foram realizadas novas simulações com uma malha mais refinada de 5x5x10 cm. O gráfico da figura 4.14 mostra os valores de velocidade no centro da saída do duto de fumaça em cada uma das quatro simulações. Tanto na malha mais grosseira quanto na malha mais refinada, o sistema com dois dutos mostrou-se mais eficiente no que tange à exaustão de fumaça. Porém, os valores de velocidade para cada malha diferem em ambos os casos.

Numa terceira etapa foi efetuada a simulação do sistema de ventilação natural da escada de emergência para atender a um prédio de seis pavimentos. Pela NBR 9077 esse porte de edificação corresponde à menor altura a partir da qual se exige escada de emergência à prova de fumaça. O gráfico da figura 4.15 apresenta os valores para a velocidade da fumaça no centro da expedição do duto de saída para três casos: sistema com um duto atendendo a 12 pavimentos, sistema integrado com dois dutos em prédio com 12 pavimentos

com 8 GB de memória. O sistema operacional foi o Linux Ubuntu 14.04 e a versão instalada do FDS foi a 6.3.0.

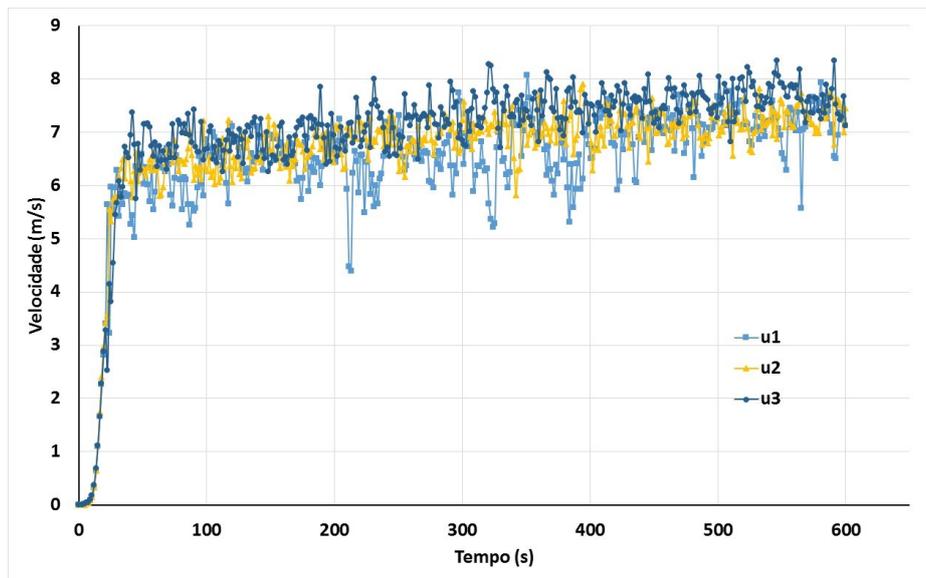


Figura 4.13: Gráfico de velocidade no sistema de ventilação natural com dois dutos integrados.

e sistema com um duto em edifício de 6 pavimentos. Os resultados nesta comparação evidenciam que a altura menor do duto favorece o escoamento de fumaça para fora da antecâmara da escada de emergência através do duto. Uma explicação para esse resultado reside no fato de que a coluna de fumaça formada no interior do DS perde empuxo à medida que a altura do duto aumenta, perdendo calor para a vizinhança e acarretando um efeito de estratificação.

Os perfis de temperatura e de velocidade na saída do duto para a simulação do caso com um duto e altura de seis pavimentos podem ser visualizados na figura 4.16. O padrão de velocidades e temperaturas mais altas na região central do duto é observado, porém, com um deslocamento para a parede mais à direita (em u_3 , $y = 2,25$ m). O teste de medida de resolução da turbulência também indicou uma baixa qualidade da simulação nessa região da parede, podendo ser essa uma explicação para a assimetria dos perfis em relação ao centro do duto.

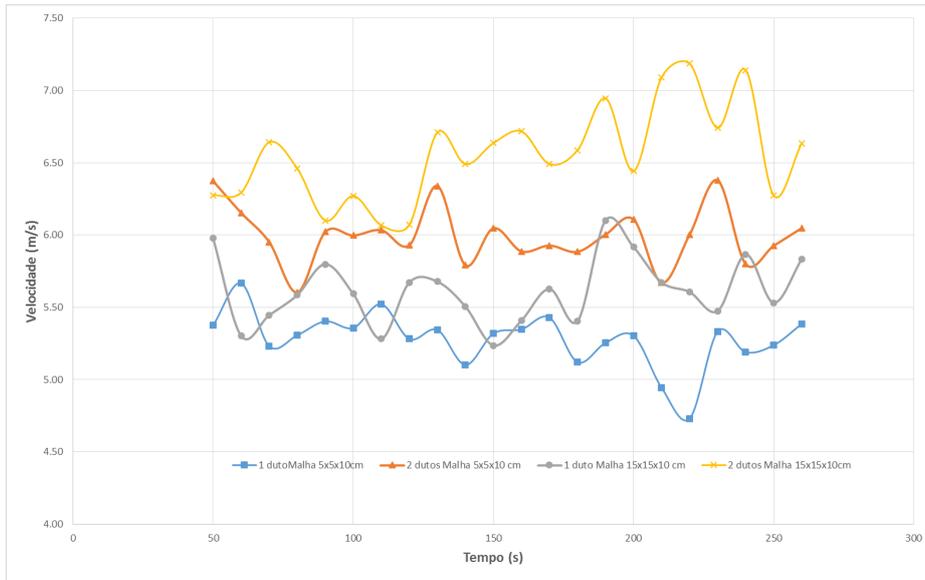


Figura 4.14: Gráfico de velocidade no duto para duas malhas diferentes.

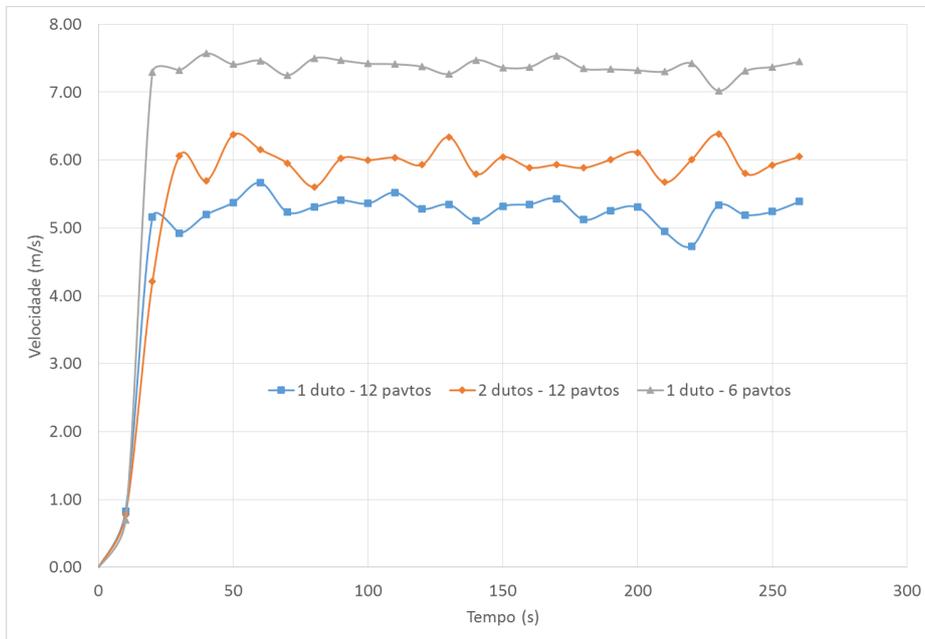


Figura 4.15: Gráfico de velocidade no duto para prédios com alturas diferentes.

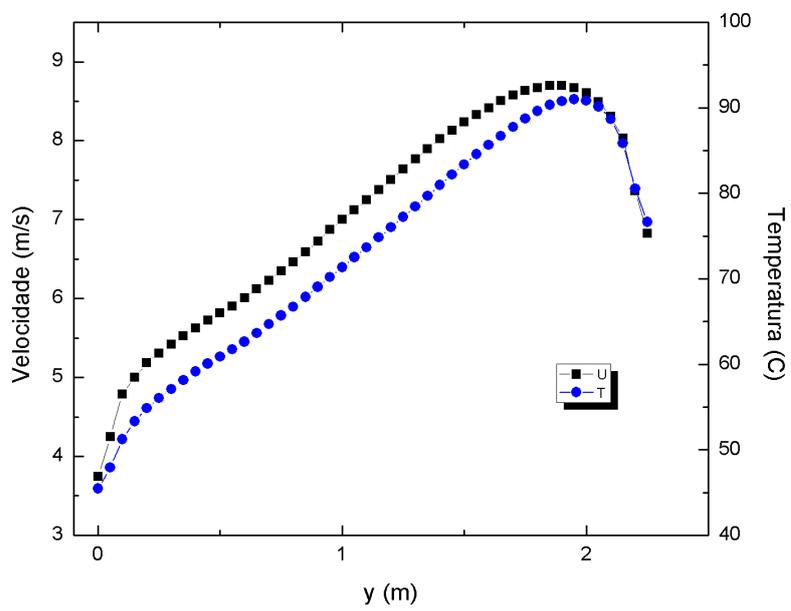


Figura 4.16: Perfis de temperatura e velocidade na expedição do duto de saída de fumaça.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES

Inequivocamente a fumaça é a maior responsável por mortes em casos de incêndio. Portanto, compreender os mecanismos físicos responsáveis por sua movimentação na edificação torna-se uma estratégia de salvamento de vidas. Este trabalho final de curso contribui para essa estratégia ao trazer luz para o problema de convecção natural de fumaça através de dutos de ventilação natural das escadas de emergência. Nos incêndios, a convecção natural é o principal mecanismo para o escoamento dos gases quentes. Nesse diapasão, o trabalho buscou fundamentação teórica sólida no tema de tal modo a propiciar um melhor controle da fumaça em incêndios estruturais, conforme apresentado nos capítulos 2 e 3. Os resultados do experimento para o escoamento de água em cavidade também contribuíram para a melhor compreensão das leis de escala que regem a convecção natural. A pesquisa, no entanto, não teve a pretensão de esgotar o assunto, muito pelo contrário, o estudo traz resultados importantes ao passo em que estimula estudos futuros em outras linhas de pesquisa correlatas.

A hipótese de escoamento plenamente desenvolvido termicamente não foi confirmada, de tal modo que a vazão mássica para o escoamento de fumaça no duto de saída da escada de emergência pôde ser calculada considerando duas paredes verticais. O método de solução integral foi empregado para este caso como forma de obter soluções assintóticas ao problema de convecção natural de fluido aquecido limitado por paredes frias em regime laminar. Normalmente, na literatura o problema é tratado como convecção natural em parede isotérmica com temperatura superior à do reservatório quiescente (velocidade nula). A análise, apesar de original, ainda pode ser complementada por meio da consideração de equações em regime turbulento e da resolução da velocidade do plume de fumaça no centro do duto.

A modelagem do escoamento realístico de fumaça de incêndio é complexa e permanece um campo aberto de pesquisa. Neste trabalho foi utilizado o modelo de turbulência LES e seus conceitos e vantagens e desvantagens foram discutidos. O *software* utilizado foi o FDS, cujo modelo hidrodinâmico adota um método de diferenças finitas com acurácia de segunda ordem e fechamento do tensor SGS via modelo de Deardorff. O estudo de independência da malha foi realizado para três diferentes resoluções espaciais 5, 10 e 15 cm. Porém, os resultados não foram conclusivos e precisam ser continuados para maior validação dos resultados. Além desse estudo, foi aplicado o teste de medida de resolução da turbulência nas células da porção final do duto. O teste indicou boa qualidade da simulação na região central do duto, contudo, na região parietal, a malha deveria ser mais refinada para representar adequadamente o escoamento na camada limite. Por fim, a adequação da resolução espacial para a modelagem do plume de fumaça no ambiente do queimador foi verificada utilizando-se o conceito de diâmetro característico do fogo.

Os principais resultados da simulação apontam no sentido de maior eficiência do sistema de ventilação natural das escadas de emergência à prova de fumaça com dois dutos integrados, um de entrada de ar e outro de saída de fumaça. Apesar de a legislação de segurança contra incêndio de alguns Estados permitir a adoção de antecâmaras ventiladas naturalmente apenas por um duto de saída de fumaça, a simulação computacional demonstra que esse tipo de solução torna o sistema ainda menos eficiente no que se refere

à capacidade de extrair fumaça da antecâmara. A vazão mássica do sistema com apenas um duto fica cerca de 28% menor do que no caso com sistema integrado de dois dutos, um para entrada de ar e outro para saída de fumaça.

Outro resultado importante diz respeito ao efeito da altura do duto na velocidade de escoamento. Foi simulado o escoamento de fumaça através do duto para atender a um prédio de seis pavimentos. Essa é a altura mínima a partir da qual a NBR 9077 determina a adoção de escadas à prova de fumaça para edificações de escritórios. Os valores de velocidade na expedição do duto neste caso foram maiores do que os valores para os dois casos simulados do prédio com doze pavimentos. Indicando um possível efeito de estratificação da fumaça no caso de prédios mais altos.

5.2 ESTUDOS FUTUROS

A presente pesquisa abre várias possibilidades de continuidade dos estudos ora iniciados. Um aspecto bastante discutido na literatura diz respeito à distância de separação entre placas paralelas para se obter a máxima transferência de calor. Nesse sentido, uma linha de pesquisa derivada do presente estudo é a variação da razão de aspecto do duto para otimização da vazão mássica de fumaça. A NBR 9077 estipula proporção 1:4 em dutos retangulares, mas será essa uma razão ótima? A influência da posição relativa de abertura dos dutos na antecâmara pode ser investigada no que tange à melhora ou piora da capacidade de exaustão de fumaça por parte do sistema de ventilação natural das escadas de emergência.

Há ainda que se comparar a vazão de fumaça produzida em incêndios típicos com a capacidade de exaustão dos dutos das escadas para cada tipo de edifício. Esse aspecto está também relacionado com a taxa de liberação de energia. No presente estudo, a potência do fogo foi mantida constante, porém, os incêndios reais apresentam três fases distintas: crescimento exponencial, estabilização e diminuição da intensidade. Assim, pesquisas com curvas de queima de materiais combustíveis padronizados pode ser uma interessante continuidade dos resultados aqui apresentados.

Outro fator influenciador da exaustão de fumaça pode ser o efeito de estratificação devido a altura do duto da escada de emergência. Pela norma atual de saídas de emergência, as escadas de emergência à prova de fumaça com ventilação natural podem ser adotadas para edificações de qualquer altura. No entanto, um estudo da estratificação da fumaça em prédios altos poderia indicar uma altura máxima de edificação a partir da qual o sistema de ventilação natural deixa de ser eficiente.

Por fim, mas não menos importante, destaque-se a relevância de validação experimental dos resultados simulados computacionalmente. Estudos com modelos reduzidos garantindo semelhança geométrica e dinâmica (mesmo número de Grashof) podem ser conduzidos em bancada instrumentada para coleta de dados de temperatura (termopares) e de velocidade (anemometria). Ensaio em escala real também podem ser levados a cabo quando da disponibilidade de prédios com escadas à prova de fumaça que possam passar por um teste de incêndio controlado, por exemplo, prédios a serem demolidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SEITO, A. I. Fundamentos de fogo e incêndio. In: SEITO, A. I. et al. (Ed.). *A segurança contra incêndio no Brasil*. São Paulo: Projeto Editora, 2008. p. 35.
- [2] GOUVEIA, A. M. C.; ETRUSCO, P. Tempo de escape em edificações: os desafios do modelamento de incêndio no Brasil. *Revista Escola de Minas*, v. 55, n. 4, p. 257–261, 2002.
- [3] SOUZA, W. P. *Reação ao fogo dos materiais: Uma avaliação dos métodos de projetos de saídas de emergência em edificações não industriais*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, 2007.
- [4] PROULX, G. Movement of people: The evacuation timing. In: DiNENNO, P. J. et al. (Ed.). *SFPE handbook of fire protection engineering*. 3. ed. Quincy, MA: NFPA, 2002.
- [5] NELSON, H. E.; MOWRER, F. W. Emergency movement. In: DiNENNO, P. J. et al. (Ed.). *SFPE handbook of fire protection engineering*. 3. ed. Quincy, MA: NFPA, 2002.
- [6] SHIELDS, T. J.; BOYCE, K. E. A study of evacuation from large retail stores. *Fire Safety Journal*, v. 35, p. 25–49, 2000.
- [7] ARAUJO, J. M. F. Comportamento humano em incêndios. In: SEITO, A. I. et al. (Ed.). *A segurança contra incêndio no Brasil*. São Paulo: Projeto Editora, 2008. p. 93–100.
- [8] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 9077: Saídas de emergência em edifícios*. Rio de Janeiro, 2001.
- [9] FAILLACE, R. R. *Escadas e Saídas de Emergência*. 4. ed. Porto Alegre: Sagra, 1991.
- [10] ABOLINS, H. A.; BIANCHINI, F. J.; NOMELLINI, L. H. Saídas de emergência em edificações. In: SEITO, A. I. et al. (Ed.). *A segurança contra incêndio no Brasil*. São Paulo: Projeto Editora, 2008. p. 101–121.
- [11] INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.
- [12] CAMPOS, A. T.; BRAGA, G. C. B. Aplicação do FDS+Evav para valiação de requisitos normativos de saídas de emergência e comparação com parâmetros de desempenho. In: SILVA, V. P.; RODRIGUES, J. P. C. (Ed.). *Anais: Congresso Ibero-Latino Americano sobre Segurança contra Incêndio*. Natal: ALBRASCI, 2011. v. 1.
- [13] ALVES, A. B. C. G.; CAMPOS, A. T.; BRAGA, G. C. B. Simulação computacional de incêndio aplicada ao projeto de arquitetura. In: *Nutau 2008: Espaço Sustentável, Inovação em edifícios e cidades*. São Paulo: USP, 2008.
- [14] MARANHÃO. *Lei 6.546, de 29 de dezembro de 1995: Código de segurança contra incêndio e pânico*. São Luís, MA, 1995.

- [15] CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DE SANTA CATARINA. *Instrução Normativa 009, de 28 de março de 2014: Sistema de saídas de emergência*. Florianópolis, SC, 2014.
- [16] BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*. 4. ed. New Jersey: Wiley, 2013.
- [17] HOLMAN, J. P. *Heat Transfer*. 10. ed. New York: Mcgraw-Hill, 2010.
- [18] LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. *Fluid Mechanics*. 2. ed. New York: Pergamon Press, 1987.
- [19] FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; McDONALD, A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.
- [20] WHITE, F. M. *Fluid Mechanics*. 4. ed. Boston: McGraw-Hill, 1998.
- [21] GHIAASIAAN, S. M. *Convective Heat and Mass Transfer*. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- [22] KAYS, W. M.; CRAWFORD, M. E. *Convective Heat and Mass Transfer*. 3. ed. New York: Mcgraw-Hill, 1993.
- [23] BATCHELOR, G. K. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1967.
- [24] ACHESON, D. J. *Elementary Fluid Dynamics*. Oxford: Oxford University Press, 1990.
- [25] CALLEN, H. B. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1985.
- [26] REIF, F. *Statistical Thermal Physics*. New York: Mcgraw-Hill, 1965.
- [27] WHITE, F. M. *Viscous Fluid Flow*. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1991.
- [28] JIJI, L. M. *Heat Convection*. 2. ed. New York: Springer, 2009.
- [29] POPE, S. B. *Turbulent Flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [30] DEARDORFF, J. W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, v. 41, n. 2, p. 453–480, 1970.
- [31] TRITTON, D. J. *Physical Fluid Dynamics*. 2. ed. Oxford: Oxford University Press, 1988.
- [32] FABIAN, T. Z.; GANDHI, P. D. *Smoke Characterization Project: Final report*. Illinois, 2007.
- [33] GANN, R. G. et al. *Smoke Component Yields from Room-scale Fire Tests*: Nist technical note 1453. Gaithersburg, 2003.
- [34] SQUIRE, H. B. Free convection from a heated vertical plate. In: GOLDSTEIN, S. (Ed.). *Modern Developments in Fluid Dynamics*. New York: Dover, 1965. II, p. 641–643.
- [35] HADJISOPHOCLEOUS, G. V.; BENICHO, N. Performance criteria used in fire safety design. *Automation in Construction*, v. 8, p. 489, 1999.

- [36] ELENBAAS, W. Heat dissipation of parallel plates by free convection. *Physica*, v. 9, n. 1, p. 1–28, 1942.
- [37] McGRATTAN, K. et al. *Fire Dynamics Simulator: Technical Reference Guide, Volume 1: Mathematical model*. 6. ed. Washington: NIST, 2015.
- [38] QUINTIERE, J. G. *Principles of Fire Behavior*. USA: Delmar Publishers, 1997. 274 p.
- [39] DRYSDALE, D. *An Introduction to Fire Dynamics*. 2. ed. England: John Wiley & Sons Ltd., 1998. 451 p.
- [40] KARLSSON, B.; QUINTIERE, J. G. *Enclosure Fire Dynamics*. USA: CRC Press LLC, 2000.
- [41] TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. *A First Course in Turbulence*. Cambridge: MIT Press, 1972.
- [42] DAVIDSON, P. A. *Turbulence: An introduction for scientists and engineers*. New York: Oxford University Press, 2004.
- [43] McGRATTAN, K. et al. *Fire Dynamics Simulator: Technical Reference Guide, Volume 2: Verification*. 6. ed. Washington: NIST, 2015.
- [44] MCDERMOTT, R. J. A velocity divergence constraint for large-eddy simulation of low-Mach flows. *Journal of Computational Physics*, v. 274, p. 413–431, 2014.
- [45] HU, L. H.; CHEN, L. F.; TANG, W. A global model on temperature profile of buoyant ceiling gas flow in a channel with coming mass and heat loss due to ceiling extraction and longitudinal forced air flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 79, p. 885–892, 2014.
- [46] REHM, R. G.; BAUM, H. R. The equations of motion for thermally driven buoyant flows. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v. 83, n. 3, p. 297, 1978.
- [47] McGRATTAN, K. et al. *Fire Dynamics Simulator: User's Guide*. 6. ed. Washington: NIST, 2015.
- [48] POPE, S. B. Ten questions concerning the large-eddy simulation of turbulent flows. *New Journal of Physics*, v. 6, n. 35, 2004.