



Universidade de Brasília
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade
Departamento de Administração

Hugo Habib Vieira Mendes

**Tomada de Decisão Financeira: Comparação da AIRR com
os Métodos Tradicionais**

Brasília - DF
2015

Hugo Habib Vieira Mendes

**Tomada de Decisão Financeira: Comparação da AIRR com
os Métodos Tradicionais**

Monografia apresentada ao Departamento de Administração como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Administração.

Professor Orientador: Dr. Vinicius Amorim Sobreiro.

Brasília – DF
2015

Mendes, Hugo Habib Vieira.

Comparação da AIRR com os Métodos Tradicionais / Mendes, Hugo Habib Vieira. – Brasília, 2015.

78 f. : il.

Monografia (bacharelado) – Universidade de Brasília, Departamento de Administração, 2015.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Amorim Sobreiro, Departamento de Administração.

1. Investimento. 2. Orçamento de Capital. 3. AIRR. 4. TIR. 5. VPL I. Título.

Hugo Habib Vieira Mendes

**Tomada de Decisão Financeira: Comparação da AIRR com
os Métodos Tradicionais**

A Comissão Examinadora, abaixo identificada, aprova o Trabalho de
Conclusão do Curso de Administração da Universidade de Brasília do
(a) aluno (a)

Hugo Habib Vieira Mendes

Prof. Dr. Vinicius Amorim Sobreiro
Professor-Orientador

Prof. Dr. José Marilson Martins Dantas
Professor-Examinador

Prof. Tit. Herbert Kimura
Professor-Examinador

Brasília, 18 de novembro de 2015

Aos meus pais e à minha irmã, que sempre estiveram ao meu lado me apoiando em todas as decisões e em todas as fases da minha vida, dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela vida, saúde e sorte que possuo, a meus pais e à minha irmã, por me darem todo o apoio e condição necessária para minha aplicação aos estudos e aos meus colegas de curso e amigos, por toda ajuda e crescimento que me proporcionaram ao longo do tempo.

Meus sinceros agradecimentos também à Universidade de Brasília pela oportunidade e pela experiência de vida única que me proporcionou. Por fim, agradeço ao meu professor orientador, Dr. Vinicius Amorim Sobreiro, por todo o conhecimento e dedicação reservados a mim durante a realização deste trabalho e do curso.

RESUMO

O campo de orçamento de capital e análise financeira conta com uma grande variedade de métodos de análise que visam fornecer informações que baseiem as ações de decisão. Este trabalho tem seu foco principalmente na questão da aceitação ou não de um projeto e da avaliação da sua atratividade mediante a comparação do uso dos métodos do Valor Presente Líquido, Taxa Interna de Retorno, Taxa Interna de Retorno Modificada e *Average Internal Rate of Return* ou Taxa Interna de Retorno Média, uma nova abordagem estudada em base de comparação com os métodos mais tradicionais. Uma breve explicação de cada método é apresentada na seção 2 seguida da explicação da AIRR e de uma comparação de todos eles através da aplicação conjunta dos métodos em exemplos retirados da própria literatura na seção 3. Como resultado foi possível descrever de forma simplificada o comportamento dos métodos, apontar vantagens e desvantagens de cada um diante das particularidades de cada situação testada, e, inclusive, fazer sugestões de escolha dentre os métodos, com o objetivo de selecionar aqueles que melhor se adequam a cada cenário de tomada de decisão.

Palavras-chave: Investimento; Orçamento de Capital; AIRR; TIR; e VPL.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Decisão de investir.	17
Figura 2 - Ciclo de aquisição e investimento de capital.	17
Figura 3 - Fluxo de caixa convencional.	23
Figura 4 - Função VPL em fluxo não convencional.	30
Figura 5 - Fluxo de caixa não convencional.	30

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Incompatibilidade entre o VPL e a TIR.	33
Tabela 2 - Exemplo 1.....	36
Tabela 3 - Problema do reinvestimento.	38
Tabela 4 - Exemplo 2.....	44
Tabela 5 - Exemplo 3.....	48
Tabela 6 - Resumos dos principais trabalhos utilizados no referencial teórico.	53
Tabela 7 - Comparação de índices.	55
Tabela 8 - Formação de jogadores.	58
Tabela 9 - Resultados referente à seção 3.2.	69
Tabela 10 - Resultados referente à seção 3.2 com fluxo arbitrário.....	69
Tabela 11 - Dados das Figuras 6,7 e 8.....	70
Tabela 12 - Dados das Figuras 9 e 10.....	70

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIRR	-	<i>Average Internal Rate of Return;</i>
TIRM	-	Taxa Interna de Retorno Modificada;
VPL	-	Valor Presente Líquido;
TIR	-	Taxa Interna de Retorno;
CAPM	-	<i>Capital Asset Pricing Model;</i>
VP	-	Valor Presente;
WACC	-	<i>Weighted Average Cost of Capital;</i> e

LISTA DE VARIÁVEIS

- t - Momento no Tempo;
- T - Horizonte Temporal;
- FC - Fluxo de Caixa;
- X - Projeto de Investimento;
- VP - Valor Presente;
- C - Fluxo de Investimento;
- r - Custo de Capital;
- k - Taxa Interna de Retorno;
- R - Retorno Monetário; e
- \bar{k} - *Average Internal Rate of Return* ou Taxa Interna de Retorno Média.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	REVISÃO DA LITERATURA	21
2.1	Técnicas para Tomada de Decisão.....	21
2.2	Valor Presente Líquido.....	21
2.3	Taxa Interna de Retorno	26
2.3.1	Múltiplas Taxas.....	28
2.3.2	A Não Existência de TIR Real	31
2.3.3	Incompatibilidade TIR e VPL na aceitação de projetos	32
2.3.4	Problema de Escala.....	33
2.4	Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM).....	34
2.5	Um Caso Particular: O Problema do Reinvestimento	37
3	APRESENTAÇÃO DA AVERAGE INTERNAL RATE OF RETURN	42
3.1	O Conceito de Fluxo de Investimento e o Valor das Múltiplas Taxas de Retorno: A Visão de Hazen	42
3.2	A Average Internal Rate of Return (AIRR)	45
3.3	Aplicação da AIRR e Comparação com os Métodos Tradicionais	54
3.4	Os Projetos de Beaves	54
3.5	Um Caso Real: Fluxo de Caixa da Formação de Jogadores na Base do Grêmio Foot-Ball Porto Alegre	57
3.6	O problema “Pump project”	62
3.7	O Uso de Métodos de Avaliação de Investimento no Brasil.. Erro! Indicador não definido.	
4	CONCLUSÃO	65
5	REFERÊNCIAS	67
6	APÊNDICES	69
6.1	Exemplo referente à seção 3.2	69
6.2	Tabelas referentes aos gráficos da seções 4.2 e 4.3.....	70

6.2.1	Seção 4.2.....	70
6.2.2	Seção 4.3.....	70

1 INTRODUÇÃO

Tomar decisões é algo inerente à vida de qualquer ser humano moderno. Empresas e mercados são formados por pessoas, logo, os resultados das escolhas que os indivíduos fazem afetam não só suas vidas pessoais, mas também toda a sociedade, dentro da escala de influência de cada situação, pessoa ou empresa. Tendo em vista essa cadeia de ações e resultados, é fácil perceber que o estudo de métodos para uma melhor tomada de decisão se faz bastante necessário e logicamente é um caminho para a obtenção de decisões mais acertadas em todas as áreas de conhecimento.

Para Moore & Wheatherford (2005, p. 376), a tomada de decisão é o resultado da interação de um agente com a natureza, esta última sobre a qual o tomador de decisão não exerce nenhum controle e não sofre nenhuma alteração diante do resultado da decisão, que tem consequências apenas para o tomador. Ainda segundo os mesmos autores, existem três cenários distintos para tomada de decisão. Esses cenários são chamados de Decisões com Certeza, Decisões com Risco e Decisões com Incerteza.

O primeiro deles é aquele no qual se sabe exatamente qual é a resposta esperada do ambiente e que a preocupação reside apenas em selecionar a melhor alternativa. Este é o cenário onde operam todos os modelos determinísticos, chamado de Decisões com Certeza. O segundo cenário, Decisões com Risco, é aquele onde é estimada uma probabilidade para os eventos da natureza (MOORE e WHEATHERFORD, 2005, p. 377-378). Por fim, o cenário de Decisões com Incerteza é aquele em que não há como estimar as probabilidades de ocorrência dos eventos da natureza. A existência desse último cenário é um tema controverso, muito discutido na literatura (MOORE e WHEATHERFORD, 2005, p. 382-383). Neste trabalho serão analisadas situações que se enquadram no modelo de Decisões com Certeza. Isso quer dizer que, no âmbito da análise de investimentos, os fluxos de caixa são finitos e conhecidos com certeza.

O presente trabalho se dedica a comparar métodos que auxiliam a tomada de decisão no que tange a orçamento de capital e avaliação de investimentos. Como afirmam Park & Sharp-Bette (1990, p. viii):

“Avaliação de projetos e técnicas de seleção constituem um importante corpo de conhecimento para aqueles preocupados com decisões individuais ou empresariais sobre investimentos”¹

A análise e consideração do valor do dinheiro no tempo e do cálculo de juros, apesar de muito utilizado nos dias de hoje nem sempre foi foco de interesse ao longo da história. Empréstimos eram realizados sem a cobrança de juros por uma espécie de acordo de cavalheiros. A cobrança de juros em muitos casos era considerada uma prática abusiva (SMITH, 1967, p. 569).

Os primeiros problemas envolvendo cálculo de juros surgiram com o tempo, acompanhando inclusive os avanços da matemática, alguns deles estudados por famosos gênios do passado como Fibonacci, que estudou um problema de composição composta, quando ainda não existia a noção de potenciação (SMITH, 1967, p. 570).

No eixo de orçamento de capital e análise de viabilidade econômica, a questão da tomada de decisão tem um foco particular, que consiste em avaliar se as oportunidades de investimento são viáveis, ou quais dentre elas são melhores que as outras. Estimativas devem estar baseadas em custos presentes e ganhos esperados no futuro. Disponibilidade e custo de capital também são aspectos fundamentais. Além disso, é preciso que haja um conjunto confiável de parâmetros que garantam que as decisões tomadas maximizem os ganhos (SOLOMON, 1956, p. 124).

“Atualmente, o cálculo financeiro e a análise de investimentos são ferramentas essenciais para a tomada de decisões e a gestão financeira das empresas e das pessoas”. (SAMANEZ, 2010, p. xi)

Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 13-14) vão ainda mais além quando afirmam que analisar retornos sobre investimento é algo que pode influenciar inclusive o equilíbrio econômico do país como um todo e não só a saúde das empresas, já que bons níveis de retorno podem impactar em otimismo dos investidores. Para Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 14-15), a decisão de investir existe entre dois momentos: Antes e Depois. Este trabalho tem seu foco no “Antes”, onde são realizados os estudos de análise de viabilidade econômica de projetos e orçamento de capital como evidenciado no lado esquerdo da Figura 1:

¹ Tradução livre.

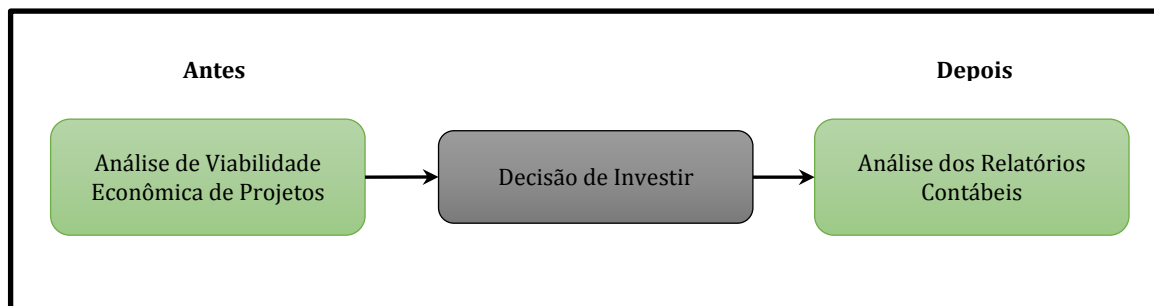


Figura 1 - Decisão de investir.

Fonte: Adaptado de Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 14).

Dessa forma, este trabalho tem como principal preocupação a análise de projetos de investimento independentes, aqueles em que seu valor de investimento não é afetado pela aceitação ou não de outros projetos (LORIE e SAVAGE, 1955, p. 229), em outras palavras, empreender o projeto não causa efeito nas estimativas de fluxo de caixa de outro.

Uma empresa é uma entidade que capta recursos, os investe, recolhe os retornos desse investimento e os devolve à fonte dos recursos, como apresentado na Figura 2. Cada possibilidade de investimento é considerada um projeto e uma empresa conta normalmente com alguns projetos em andamento e outros novos. Em geral as empresas tratam a aquisição de capital separadamente de seu investimento e essa aquisição não é considerada um projeto. As decisões básicas dos gestores giram em torno de aceitar os novos ou modificar os que já existem (TEICHROEW, ROBICHEK e MONTALBANO, 1965, p. 151-152).

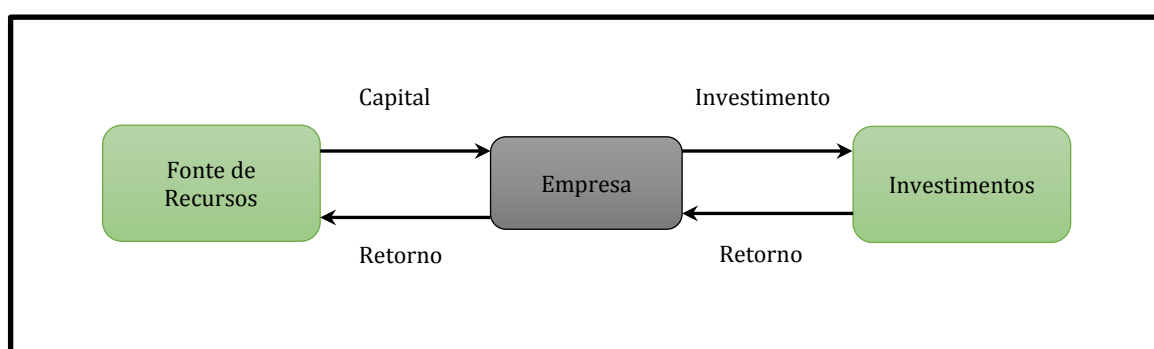


Figura 2 - Ciclo de aquisição e investimento de capital.

Fonte: Adaptado de Teichroew, Robichek, & Montalbano (1965, p. 152).

Faro (1941, p. 16) define avaliação de projeto como “o cotejo do número a ser obtido mediante a aplicação, aos fluxos de caixa a ele associados, de um dos

métodos descritos”². Segundo Samanez (2010, p. 187), para determinar o valor de um projeto, o analista deve se basear na capacidade daquele de gerar fluxos de caixa futuros. Em outras palavras, determina-se quanto o projeto gera de renda econômica. Este é então classificado em viável ou inviável. Mesmo no caso de projetos independentes é preciso observar a questão da restrição de orçamento de capital, visto que esse é um recurso limitado e condição também para realização ou não do projeto (FARO, 1941, p. 16).

Para decidir sobre qual projeto aceitar ou sobre a viabilidade dos projetos a disposição, os analistas geralmente buscam um número que represente uma medida de preferência, um índice de comparação. Esses índices estão divididos em aqueles que recebem desconto de valor pela ação do tempo, dentre os quais os mais usados são o VPL e a TIR e os que não sofrem desconto, como o método *Payback*, por exemplo, (TEICHROEW, ROBICHEK e MONTALBANO, 1965, p. 153).

Lohmann (1988, p. 307) afirma que um critério de decisão é uma composição de uma medida de valor e uma regra de decisão. Por exemplo, o VPL conta com uma medida de valor (valor dos fluxos de caixa no tempo presente) e uma regra de decisão (aceitar os projetos que possuam VPL positivo). Esses dois aspectos reunidos podem então ser entendidos como uma medida de preferência para avaliar investimentos.

Existe muita discussão sobre qual seria o método de avaliação mais adequado para análise de projetos de investimento. Basicamente, os profissionais da área de orçamento de capital e análise financeira divergem no que tange ao uso dos métodos Valor Presente Líquido (VPL) e Taxa Interna de Retorno (TIR) (OSBORNE, 2010, p. 234). Esses são os métodos mais conhecidos e talvez os mais utilizados, mas não são tão amplamente estudados a fundo e seu entendimento completo foge às mentes de alguns analistas (LOHMANN, 1988, p. 303).

Parece então ser uma boa ideia utilizar uma combinação de métodos como afirmam Berk e Demarzo (2009, p. 188), quando sugerem que a TIR apesar de seus conhecidos problemas possui valor para medir a sensibilidade da análise do VPL em relação a erros na estimação do custo de capital. Além de funcionarem muito bem juntos quando utilizados corretamente (LOHMANN, 1988, p. 327). Segundo Faro & Lachtermacher (2012, p. 355), para que a TIR possa ser utilizada ela precisa de

² Adaptado.

alguns critérios como, por exemplo, condição de existência de taxa, de unicidade e de concordância com o critério do VPL (Não fornecer outra sugestão de decisão). As dificuldades encontradas no uso de cada um deles, no entanto, persistem.

Apesar de o VPL ser reconhecido pela academia como o método mais correto, muitos analistas e profissionais da área de orçamento de capital utilizam e gostam do método da TIR por se tratar de uma regra que fornece um parâmetro intuitivo e de fácil comparação com o custo de capital (OSBORNE, 2010, p. 234; BEN-HORIN e KROLL, 2012, p. 101).

Este trabalho volta-se para a apresentação do método de análise desenvolvido pelo professor Carlos Alberto Magni³ no seu estudo titulado “*Average Interna Rate of Return and Investment Decisions: A New Perspective*”, publicado, em 2010, no *journal The Engineering Economist*, que consiste no cálculo de uma taxa de retorno chamada por ele de “*Average Internal Rate of Return*” (AIRR) ou Taxa Interna de Retorno Média⁴, dentre um grande número de alternativas presentes na literatura para solução dos problemas do uso da TIR na tomada de decisão.

Dessa forma, foram analisados e colocados em base de comparação alguns dos métodos de avaliação de projetos de investimento mais conhecidos juntamente com o método proposto pelo professor Magni, com foco na aceitação ou não de projetos. Posteriormente, como sugestão para estudos futuros, pode ser interessante estender a análise para comparação entre outros métodos e construção de um *ranking* de projetos. Portanto, tem-se como objetivo apresentar e analisar a técnica da AIRR desenvolvida por Magni, visando investigar sua aplicabilidade prática, mediante a comparação desse método com outros métodos tradicionais de análise de projetos de investimento tais como TIR e TIRM.

Não há contanto, a pretensão de sugerir um método superior ou infalível de análise, corroborando com a análise de Lander e Pinches, citadas por Magni (2009, p. 975):

³ Carlos Alberto Magni é graduado em Economia e Administração e tem *Ph.D.* em Matemática aplicada a problemas econômicos pela Universidade de Trieste e mestrado em Economia e Administração pela Universidade de Turin. Ensina disciplinas relacionadas a orçamento de capital e matemática para economia. Publicou trabalhos em vários periódicos internacionais em seus interesses de pesquisa que são muitos e incluem orçamento de capital, CAPM e VPL, avaliação de investimentos modelagem econômica e avaliação de desempenho. Atualmente é professor adjunto da Universidade de Modena e Reggio Emilia e do CEFIN – Center for Research in Banking and Finance (MAGNI, 2010, p. 180).

⁴ Tradução livre.

“Qualquer método de tomada de decisão, no entanto, pode apenas aprimorar o entendimento do analista sobre o problema e ajudá-lo a tomar uma decisão mais consistente e informada. Nenhum método pode garantir um bom resultado, e não há substituto para o esforço gerencial, criatividade e experiência, além de pensamento crítico.”⁵ (Lander and Pinches 1998, p. 542)

⁵ Tradução livre.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Técnicas para Tomada de Decisão

Dentre as principais técnicas de apoio à tomada de decisão na área de orçamento de capital e análise de investimentos, foram escolhidas como mais relevantes para este trabalho os métodos do Valor Presente Líquido (VPL), da Taxa Interna de Retorno (TIR), da Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM) e da Taxa Interna de Retorno Média⁶ ou *Average Internal Rate of Return* (AIRR).

Estes métodos foram selecionados porque são alguns dos mais utilizados por analistas e acadêmicos (com exceção do método da AIRR que é uma sugestão nova na literatura), além serem considerados adequados para auferir valor econômico, já que permitem a análise dos fluxos de caixa distribuídos no tempo em um momento comum (SAMANEZ, 2010, p. 187). Está apresentada a seguir uma revisão da literatura que visa explicar de forma simples e objetiva cada um deles, procurando apresentar suas principais propriedades e algumas falhas eventuais.

2.2 Valor Presente Líquido

O conceito de Valor Presente Líquido é bastante simples e muito difundido na literatura. Consiste basicamente no valor dos fluxos de caixa futuros somados e descontados no tempo por uma taxa de custo de capital conhecida ou apurada pelo analista. A definição de VPL mais comumente aceita é assim apresentada: a diferença entre o valor presente dos benefícios e o valor presente dos custos (PARK e SHARP-BETTE, 1990, p. 203), onde “*os benefícios são entradas de dinheiro e os custos saídas*” (BERK e DEMARZO, 2009, p. 129).

Sendo conhecidos então esses dois elementos (custos e benefícios), o próximo passo é obter o custo de capital, isto é, a taxa pela qual a empresa deve descontar os fluxos de caixa (LORIE e SAVAGE, 1955, p. 230), ou o melhor retorno esperado no mercado em base de comparação com o projeto em análise (BERK e DEMARZO, 2009, p. 173; MAGNI, 2009, p. 967). A obtenção dessa taxa é um aspecto interessante, que merece uma discussão um pouco mais profunda, e isto será abordado mais adiante neste texto. Um método de tomada de decisão possui

⁶ Tradução livre.

dois elementos principais, regra de decisão e a medida de valor (LOHMANN, 1988, p. 307), a saber:

- i) De acordo com os conceitos previamente apresentados, a regra de decisão do método VPL é: aceitar os projetos que geram valor para o investidor, em outras palavras, aqueles que possuem VPL positivo. (BERK e DEMARZO, 2009, p. 91; PARK e SHARP-BETTE, 1990, p. 204).; e
- ii) A medida de valor é o próprio valor em dinheiro (no caso do VPL) resultante do cálculo dos fluxos de caixa descontados. De maneira mais específica, com base em Faro & Lachtermacher (2012, p. 351-352), os fluxos de caixa (FC_t) pode ser calculados como apresentado na Equação 1:

$$FC_t = b_t - c_t ; t = 1,2, \dots, T \quad 1$$

No qual:

b_t representa os benefícios, ou receitas, no momento t ;

c_t representa os custos no momento t ; e

FC_t representa o fluxo e caixa livre no momento t .

Ainda segundo Faro & Lachtermacher (2012, p. 351-352), assumindo que r seja o custo de capital, tem-se a seguir as Equações 2 e 3 que expressam o valor presente do montante de benefícios e do montante de custos, sendo $t = 0$:

$$B(t) = \sum_{t=0}^T \frac{b_t}{(1+r)^{T-t}} \quad 2$$

$$C(t) = \sum_{t=0}^T \frac{c_t}{(1+r)^{T-t}} \quad 3$$

O projeto é então considerado lucrativo se $B(t) > C(t)$, portanto:

$$\sum_t^T \frac{b_t}{(1+r)^{T-t}} > \sum_t^T \frac{c_t}{(1+r)^{T-t}}$$

$$\sum_t^T \frac{b_t}{(1+r)^{T-t}} - \sum_t^T \frac{c_t}{(1+r)^{T-t}} > 0$$

$$\sum_t^T \frac{b_t - c_t}{(1+r)^{T-t}} > 0$$

$$\sum_t^T \frac{FC_t}{(1+r)^{T-t}} > 0$$

4

Dessa forma, se $B(t) > C(t)$, então $VPL = \sum_j^T \frac{FC_t}{(1+r)^{T-t}} > 0$, logo o projeto deve ser aceito (FARO e LACHTERMACHER, 2012, p. 352).

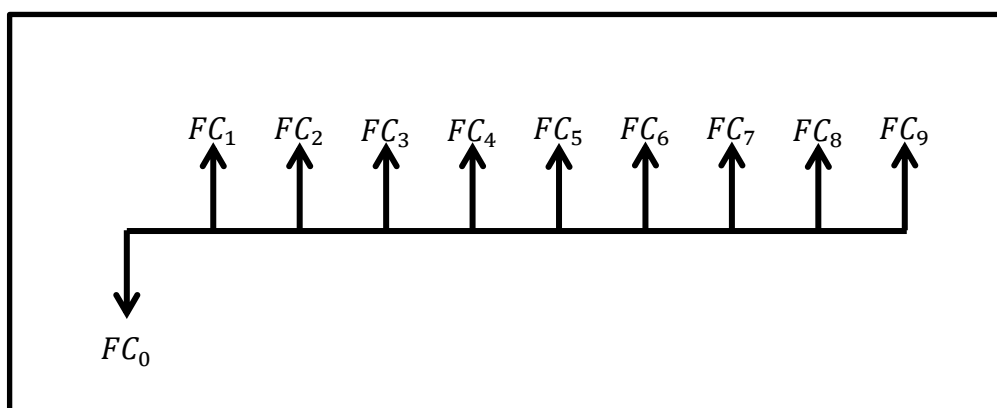


Figura 3 - Fluxo de caixa convencional.

Fonte: Adaptado de Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 61).

Ainda dentro desse contexto, de maneira gráfica, a Figura 3 demonstra os valores do fluxo de caixa distribuídos ao longo do tempo. O cálculo do VPL transporta todos os valores de 1 a 9 para o tempo zero, somando esses valores ao valor do tempo inicial FC_0 .

Apesar de ser bastante recomendado pela literatura e reconhecido como um bom método de avaliação o VPL é suscetível a críticas. A escolha da taxa utilizada para descontar os fluxos é um campo aonde há bastante discussão (KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 65-66).

Uma parte dos estudiosos defende que a melhor escolha para o custo de capital é aquela que representa a taxa de retorno de um ativo de risco equivalente no mercado através da utilização do método CAPM (MAGNI, 2009, p. 968; BERK e

DEMARZO, 2009, p. 396). Berk & DeMarzo (2009, p. 338) afirmam que “[...] para determinar o custo de capital de um projeto precisamos estimar o seu beta⁷”. Dessa forma é possível determinar o risco adequado que permeia o cenário em análise (BERK e DEMARZO, 2009, p. 656). Tendo em mãos o valor do beta, o analista pode fazer a estimativa de custo de capital adequada através do método CAPM⁸.

Outra forma de obter o custo de capital é o chamado *Weighted Average Cost of Capital (WACC)*, que de forma simplificada pode ser entendido como o custo de capital da empresa. Se o risco do projeto pode ser considerado equivalente ao risco médio geral da empresa pode-se usar o WACC para descontar os fluxos de caixa deste projeto (BERK e DEMARZO, 2009, p. 597)⁹.

Muitos analistas, porém, usam taxas subjetivas, baseadas em sua experiência de mercado ou em outros fatores como o histórico de retornos da empresa (considerando que o risco do projeto é similar ou igual ao da empresa com um todo) ou dos concorrentes do mercado (BERK e DEMARZO, 2009, p. 338; MAGNI, 2009, p. 968; KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 65-66). Ao utilizar uma taxa subjetiva para desconto, o analista pode não estar no ambiente de risco adequado, o que não é recomendado pelos estudiosos da área. Dessa forma, essa taxa escolhida pode não representar uma alternativa válida e o desconto está sendo feito de forma incorreta (MAGNI, 2009, p. 969).

Mesmo assim, as taxas arbitrárias na maioria das vezes geram bons resultados, pois elas acabam fornecendo boas aproximações dos cenários considerados para decisão (MAGNI, 2009, p. 969). Além disso, outras vantagens do uso dessas taxas são elencadas por Magni (2009, p. 970) tais como o fato de ser fácil justificar o uso de taxas intuitivas, baseadas na experiência do analista e na observação do mercado, o sucesso anterior no uso dessas mesmas taxas ou a não exigência ou necessidade de modelar todas as incertezas futuras.

Além disso, o VPL é considerado um método confiável para comparar projetos apenas no caso em que estes possuem o mesmo nível de risco. Caso um projeto

⁷ O beta é uma medida de sensibilidade do retorno do projeto (ou título) em relação a uma alteração no retorno da carteira de mercado (BERK e DEMARZO, 2009, p. 335).

⁸ O Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (CAPM) é uma metodologia de mensuração de relação risco-retorno que busca identificar o maior retorno esperado possível relacionado ao risco que o investidor está disposto a aceitar mediante algumas suposições específicas. Uma análise completa e detalhada está nos capítulos 10 a 12 em Berk & DeMarzo (2009).

⁹ O WACC é calculado tendo como base as taxas de custo de capital próprio e de terceiros, bem como o valor de mercado destes capitais, uma explicação mais completa pode ser encontrada em (BERK e DEMARZO, 2009, p. 597-642).

tenha características de risco diferente de outro o VPL não é mais um método adequado, pois considera apenas o aspecto do retorno e não o do risco não havendo, portanto uma correta base de comparação (MAGNI, 2009, p. 968).

Apesar disso, muitos analistas usam a mesma taxa para descontar vários projetos distintos, deixando de lado o aspecto de risco e pensando apenas na questão do retorno esperado. Dessa forma, a taxa escolhida representa apenas uma meta subjetiva de ganhos, não sendo a que melhor representa uma alternativa real existente (MAGNI, 2009, p. 969).

As empresas que escolhem taxas arbitrárias, geralmente fazem o uso de taxas mais altas do que aquelas sugeridas pelo CAPM. Essas taxas mais altas, no entanto, conseguem capturar a maior parte do valor do projeto, não o descontando de maneira tão exagerada, considerando-se que há um alto grau de incerteza (MAGNI, 2009, p. 970).

Segundo Magni (2009, p. 971), pode ser viável até aceitar projetos que teriam $VPL < 0$ caso este seja computado com um custo de capital considerado correto, como o determinado por algum método de estimação (CAPM, por exemplo). Isso decorre do fato de que não se pode prever todas as situações futuras, sendo possível que alguns analistas subestimem os projetos em análise, e estes por serem considerados estratégicos, podem vir a apresentar oportunidades futuras de ganhos (MAGNI, 2009, p. 971).

É importante lembrar que: “*Qualquer avaliação financeira é tão precisa quanto as estimativas sobre as quais se baseia*” (BERK e DEMARZO, 2009, p. 665). Logo, a confiança na experiência dos analistas em prever o futuro é fundamental. Sendo assim, existem alguns problemas em se utilizar taxas arbitrárias. Além do possível não posicionamento real em relação ao risco, existe a possibilidade de cálculo de mais de um VPL, já que taxas podem surgir tanto de diferentes métodos de apuração como de aproximações arbitrárias (MAGNI, 2009, p. 971).

É difícil estabelecer então um VPL correto, visto que mesmo aqueles calculados com o CAPM sofrem críticas, alegadas com base no argumento de que o CAPM é uma abstração da realidade e, mesmo diante de várias evidências a favor dele, ainda não é 100% confiável na captação de efeitos externos, fraquezas e forças da organização, dentre outros vários aspectos da mensuração do risco (MAGNI, 2009, p. 971-972).

O VPL é, mesmo diante dessas adversidades, amplamente utilizado e reconhecido como um método bastante confiável na avaliação de projetos, já que fornece uma avaliação em termos absolutos, de dinheiro em seu valor presente, sendo assim uma forma segura de basear e simplificar decisões além de maximizar a riqueza do tomador de decisão (KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 65; BERK e DEMARZO, 2009, p. 90; MAGNI, 2009, p. 967-968).

2.3 Taxa Interna de Retorno

Uma taxa de retorno pode ser descrita de várias formas. Em Magni (2012, p. 31), o autor define taxa de retorno¹⁰ como “A quantidade de juros obtida por unidade de capital investida”¹¹. A Taxa Interna de Retorno é matematicamente definida como a raiz de um polinômio de grau t (HAZEN, 2003, p. 33). A definição mais comumente aceita e utilizada na literatura para a TIR é: A taxa que torna o VPL igual a zero (PARK e SHARP-BETTE, 1990, p. 210; KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 66; SAMANEZ, 2010, p. 189).

Em outras palavras, ela é a taxa que anula a sua função de VPL (FARO e LACHTERMACHER, 2012, p. 355). Dessa forma, a expressão para se obter a TIR pode ser derivada da Equação 4 e é apresentada pela Equação 5, na qual FC representa fluxo de caixa, k a Taxa Interna de Retorno e t a posição no tempo.

$$\sum_{t=0}^T \frac{FC_t}{(1+k)^t} = 0 \quad 5$$

Uma implicação matemática interessante é apresentada por Lin (1976, p. 238). Nesta abordagem, a TIR é definida como a taxa que iguala o somatório dos valores presentes dos custos ao somatório dos valores presentes dos benefícios ou receitas.

$$\sum_0^T \frac{c_t}{(1+k)^t} = \sum_0^T \frac{b_t}{(1+k)^t} \quad 6$$

¹⁰ Taxa de retorno em sentido amplo, não apenas referente à TIR.

¹¹ Tradução livre.

Essa afirmação faz todo sentido se forem observados os aspectos já abordados. Sabe-se que o VPL é dado pela Equação 4, aonde são deduzidos os custos dos benefícios. Sendo assim, para que seja satisfeita a condição ilustrada pela Equação 5 ($VPL=0$), os custos devem ser iguais aos benefícios. Portanto, à taxa que desconta esses valores na situação em que o VPL é nulo dá-se o nome de TIR (LIN, 1976, p. 238).

A TIR é muito conhecida por todos que de alguma forma trabalham com orçamento de capital e análise de investimento. Seu conceito tem por objetivo representar a rentabilidade do projeto, nas palavras de Lohmann (1988, p. 307) é uma “*medida de valor*”, assim como o VPL.

Além disso, TIR pode ser entendida também como a maior taxa de desconto possível em que o projeto apresentaria lucro segundo Hazen (2003, p. 33), ou seja, o projeto está exatamente nesse limite, já que seu valor presente é zero quando descontado pela TIR. Qualquer valor maior que esse (custo de capital maior que a TIR) descontaria o projeto de uma forma que ele não fosse lucrativo, portanto se a taxa de mercado é menor do que a TIR o projeto vai gerar lucro.

Dessa forma, é possível deduzir a regra de decisão da TIR: aceitar os projetos em que esta for maior que o custo de capital para casos de projetos de investimento e o contrário para projetos de financiamento (FARO e LACHTERMACHER, 2012, p. 355). Este é um recurso de bastante utilidade, mas a TIR apresenta muita controvérsia em casos particulares. Lin (1976, p. 238), afirma que os resultados contraditórios fornecidos pela TIR em relação ao VPL são muito mais comuns em situações que não são simples aceitação ou não de projetos, como no caso da comparação entre dois projetos de magnitudes diferentes (problema de escala), por exemplo.

Logo, assim como o VPL, a TIR também é passível de críticas. É de conhecimento dos analistas e acadêmicos que a TIR possui várias limitações e a literatura sobre os problemas dela é vasta. Em Magni (2012, p. 6-31), o autor afirma que existem pelo menos dezoito problemas no uso da TIR em análises financeiras. Para fins deste trabalho foram destacados os problemas que ferem as condições fundamentais para uso da TIR apontadas por Faro & Lachtermacher (2012, p. 355) (condição de existência de taxa, de unicidade e de concordância com o critério do

VPL), além do Problema de Escala descrito por Samanez (2010, p. 208) e Magni (2012, p. 11-12).

Além disso, como já discutido, a TIR é resultado da solução de um polinômio. Para polinômios de graus maiores que 3 esse cálculo pode ser demasiadamente complexo, visto que mesmo com a existência de bons softwares, o analista de mercado comum pode não ter acesso a estes, ou não desejar utilizá-los. A TIR, portanto, por esse ponto de vista oferece uma limitação prática para seu uso (MAGNI, 2012, p. 31). Porém, mesmo diante de todas essas dificuldades a TIR ainda tem espaço entre os que trabalham com orçamento de capital por reconhecidamente fornecer um parâmetro intuitivo e de fácil comparação com o custo de capital (OSBORNE, 2010, p. 234; BEN-HORIN e KROLL, 2012, p. 101), além de ser útil para avaliar a sensibilidade do VPL como afirmam Berk & DeMarzo (2009, p. 183): “A diferença entre o custo de capital a TIR é o valor máximo de erro de estimação do custo de capital que pode existir sem alterar a decisão original”¹².

2.3.1 Múltiplas Taxas

Esse é um conhecido problema que pode surgir ao se aplicar a técnica da TIR em orçamento de capital. Dependendo da natureza do fluxo de caixa em questão, este pode apresentar mais de uma TIR.

Magni (2012, p. 6) afirma que essas situações, apesar de raras como também afirmam Ben-Horin & Kroll (2012, p. 102), têm relevância para análise e estudo. Fluxos de caixa com essa característica podem ser encontrados em projetos com fases de expansão, com retirada natural de recursos, investimentos com custos de reparação, fundos de investimento onde o investidor decide quando realizar retiradas ou depósitos, ou em projetos que apresentem custo extra em determinada fase (BEN-HORIN e KROLL, 2012, p. 109).

O conhecido teorema de Descartes diz que o número máximo de raízes de um polinômio corresponde ao número de trocas de sinal existentes em sua forma. No âmbito da análise de projetos de investimento as raízes são as Taxas Internas de Retorno (KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 68), ou seja, um fluxo com três inversões de sinal pode apresentar até três taxas diferentes.

¹² Adaptado.

Park & Sharp-Bette (1990, p. 213-215) classificam projetos de investimento como simples (aqueles onde há apenas uma mudança de sinal) ou não simples (aqueles onde há mais de uma troca de sinal). Samanez (2010, p. 210) chama essas categorias de fluxos convencionais ou não convencionais, nomenclatura mais usada na literatura.

Um projeto também pode ser classificado como um investimento puro, quando a empresa tem dinheiro investido em todos os períodos, em outras palavras, o balanço do projeto¹³ é sempre positivo; como um financiamento puro, quando a empresa desembolsa dinheiro em todos os períodos e o projeto tem seu balanço negativo em todos os períodos, ou, por fim, como um projeto misto, quando o valor de seu balanço varia ao longo dos períodos (TEICHROEW, ROBICHEK e MONTALBANO, 1965, p. 156).

Por exemplo, em um fluxo de caixa não convencional, no caso de um investimento, as trocas de sinal indicam que o investidor na verdade passou a tomar emprestado capital do projeto em determinado momento (JOHNSTONE, 2008, p. 81-82). Isso explica porque um fluxo de caixa que começa negativo e depois se torna positivo volta a demonstrar valor negativo. Significa que o investidor retirou mais do que o máximo possível, tornando o balanço do projeto negativo.

A explicação matemática para a situação de múltiplas TIRs é dada por Faro & Lachtermacher (2012, p. 357) e aborda o conceito de sinal da função do VPL. Quando esta é negativa e, posteriormente, se torna positiva, porém volta a ficar negativa (mais de uma inversão de sinal) pode haver mais de uma TIR, como ilustrado na Figura 4, que mostra o exemplo de fluxo de caixa não convencional apresentado por Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 69-70), no qual o fluxo de caixa é $FC = (-100; 230; -132)$, e suas TIRs correspondentes são 10% e 20%.

¹³ Segundo Teichroew, Robichek, & Montalbano (1965, p. 154) o balanço do projeto é definido como “O valor líquido investido ou adquirido pela empresa no final de cada período”.

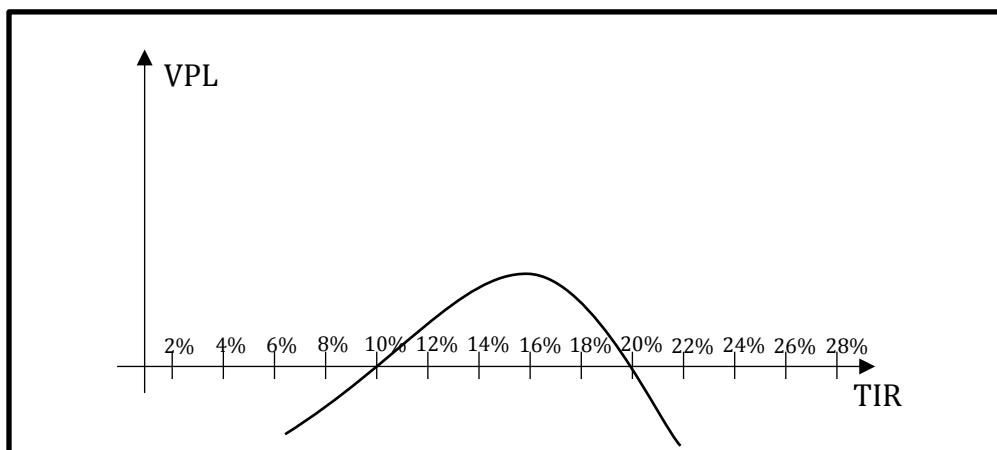


Figura 4 - Função VPL em fluxo não convencional.
Fonte: Adaptado de Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 70).

Essa situação é descrita por Ben-Horin & Kroll (2012, p. 101-102) como algo muito raro, principalmente para três ou mais mudanças de sinal e de difícil ocorrência em situações práticas, visto que as condições necessárias para muitas trocas de sinal simplesmente não existem ou são encontradas com pouquíssima frequência, devido à natureza das flutuações nos fluxos, necessárias à ocorrência de tal fenômeno (BEN-HORIN e KROLL, 2012, p. 114-115).

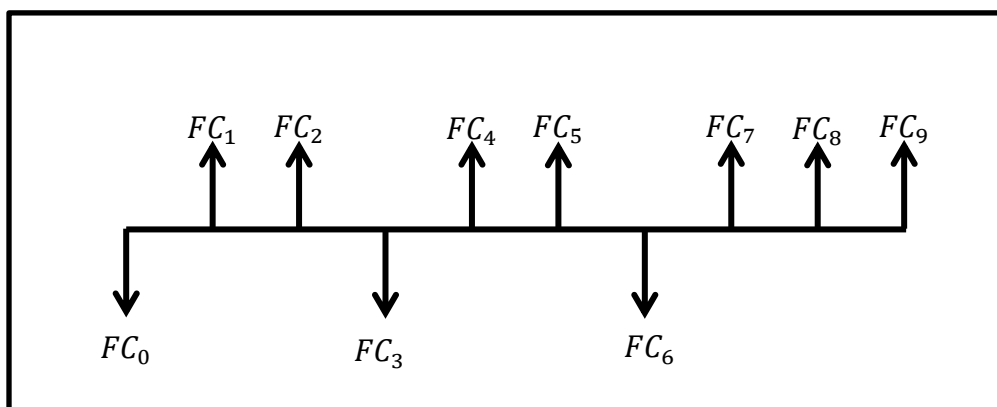


Figura 5 - Fluxo de caixa não convencional.
Fonte: Adaptado de Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 61).

Berk & DeMarzo (2009, p. 188) afirmam “*não haver saída fácil quando existem múltiplas TIRs*” e que “*a única opção é confiar na regra do VPL*”. Em contrapartida Hazen (2003, p. 32) explica que apesar do que já foi difundido na literatura, as múltiplas taxas de retorno têm significado e utilidade para a análise do projeto quando observadas sob a ótica do seu fluxo de investimento correspondente. Porém, Magni (2012, p. 7) chama atenção para esse ponto: assumindo-se que as

múltiplas taxas todas têm algum significado é preciso uma análise para determinar qual deve ser a taxa considerada correta para representar o projeto em sua totalidade¹⁴.

2.3.2 A Não Existência de TIR Real

Segundo Faro & Lachtermacher (2012, p. 355): “*Nem todo fluxo de caixa define uma taxa interna de retorno*”. Este é outro problema classificado como raro por Magni (2012, p. 9). Segundo o autor, ele é reconhecido por ter possibilidade de ocorrência quando o projeto termina em uma retirada como no exemplo apresentado de um fluxo de caixa $X = (-10; 30; -25)$ de Magni (2010, p. 162).

Para melhor entendimento basta observar a análise gráfica da função VPL do exemplo em questão. Como a TIR é a taxa que iguala o VPL a zero, em um gráfico que representa o VPL em função do custo de capital as TIRs seriam os pontos nos quais a função toca o eixo das abscissas, como demonstrado na Figura 5, a função do projeto X jamais toca o eixo, revelando um VPL sempre negativo para qualquer custo de capital escolhido.

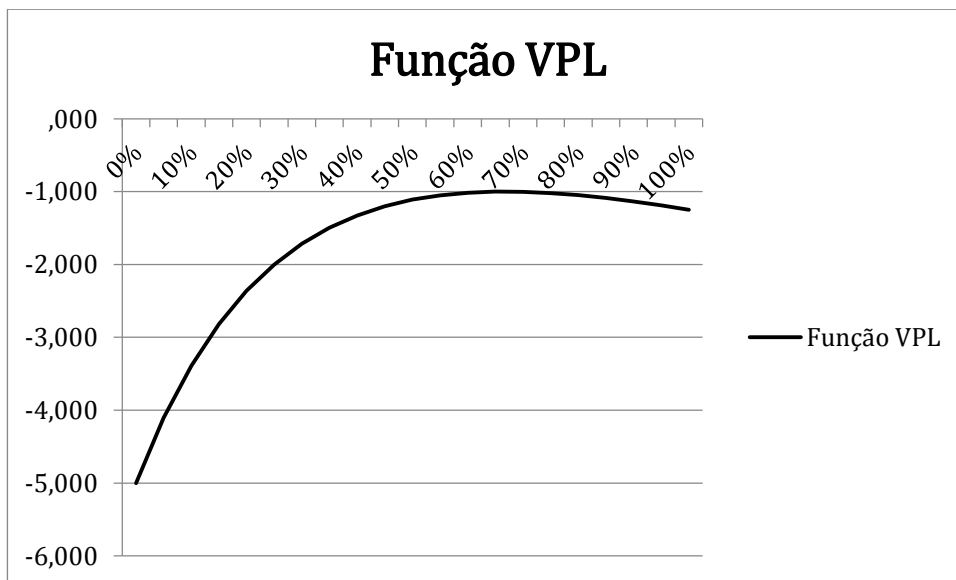


Figura 5 - Não Existência de TIR.

Apesar de considerados raros, esses fluxos existem e é extremamente necessário para os analistas que os projetos tenham taxas reais para análise

¹⁴ Essas questões são melhor exploradas na seção 3.1.

(MAGNI, 2012, p. 9). Nesse sentido, mesmo que isso não aconteça, uma solução é proposta por Hazen (2003, p. 44) para o tratamento das taxas de retorno complexas. Essa solução consiste resumidamente em considerar apenas a parte real das raízes complexas, da equação da TIR, no contexto do método de análise proposto pelo autor ¹⁵.

2.3.3 Incompatibilidade TIR e VPL na aceitação de projetos

É importante ressaltar que, no âmbito da simples aceitação de projetos, essa situação só acontece para fluxos de caixa não convencionais. Em fluxos com apenas uma inversão de sinal a TIR e o VPL oferecem a mesma sugestão de decisão. Magni (2010, p. 151), na nota de rodapé número 1, explica que se o projeto não é definido como um investimento puro ou um financiamento puro, em outras palavras um fluxo convencional, a TIR tem uma característica ambígua como indicador lucratividade.

Lorie & Savage (1955, p. 237-238) incrementam o debate entre o uso da TIR ou do VPL na avaliação de projetos, dando a entender certa superioridade do VPL em relação à TIR, classificando este último como “*ambíguo e anômalo*”¹⁶. Ben-Horin & Kroll (2012, p. 101-102) defendem a TIR afirmando que alguns dos problemas a ela atribuídos só ocorrem em raras situações.

Hazen (2003, p. 41-42) mostra como a observação de uma propriedade dos fluxos de caixa pode ser usada para superar uma possível discordância entre o uso dos dois métodos, encontrando a mesma sugestão de decisão, através do exemplo onde há um fluxo de caixa com $TIR = 100\%$ e $VPL = -0,818$ a um custo de capital de 10%, ou seja, há um conflito entre os métodos da TIR e do VPL. Este exemplo tem a natureza de um fluxo de caixa não convencional (duas inversões de sinal) configurando a premissa necessária para ocorrência desta situação¹⁷.

A incompatibilidade também pode ser encontrada em casos de seleção entre alternativas mutuamente exclusivas. Um exemplo bastante didático é apresentado

¹⁵ Para mais detalhes, ver: Hazen (2003, p. 44).

¹⁶ Tradução livre.

¹⁷ Fluxo de caixa (-1, 4, -4) em Hazen (2003, p. 40). O Método utilizado por Hazen é discutido na Seção 3.1 deste trabalho.

em Lin (1976, p. 241). Sejam dois projetos A e B, com o mesmo investimento inicial da ordem de \$2.225. Seus fluxos de caixa estão apresentados na Tabela 1.

Período	A	B
0	-2.225	-2.225
1	1.000	0
2	1.000	500
3	1.000	1.000
4	1.000	3.343
VPL	944,87	1.222,84
TIR	28,5%	24,94%
TIRM	20,2%	22,9%

Tabela 1 - Incompatibilidade entre o VPL e a TIR.

Fonte: Adaptado de Lin (1976, p. 241).

Como se pode observar, segundo a regra de decisão do VPL, o projeto B deve ser aceito, porém de acordo com a regra da TIR, a decisão que maximiza os ganhos do investidor é optar pelo projeto A. O autor oferece uma solução calculando a TIRM dos dois projetos. Os valores encontrados foram de 20,2 e 22,9 para A e B respectivamente, fornecendo assim uma decisão compatível com o critério do VPL (LIN, 1976, p. 241).

2.3.4 Problema de Escala

O chamado Problema de Escala ocorre na situação de escolha entre projetos mutuamente exclusivos. É importante ressaltar que essa dificuldade existe mediante a restrição de capitais para investimento, a situação que na verdade corresponde à realidade de todos os investidores. Caso a restrição não existisse, não haveria sentido em alternativas exclusivas (SAMANEZ, 2010, p. 208).

Como a TIR é uma medida de valor relativa, em percentuais, ela pode não considerar a escala dos projetos em análise, favorecendo problemas de menor escala, resultando em uma confusão entre VPL e TIR sobre qual dos projetos devem ser aceitos (SAMANEZ, 2010, p. 208). Magni (2012, p. 11) afirma que a razão de ocorrência dessa confusão está no fato de que uma taxa de retorno quando analisada de forma isolada não tem valor para informar sobre criação de valor.

O fato de uma taxa ser maior do que outra por si só não é suficiente. A magnitude da taxa é a única informação útil, não há outras conclusões que podem ser tiradas (HAZEN, 2003, p. 46). Além disso, Magni (2012, p. 12) afirma ainda que

no caso de algum desses projetos possuírem mais de uma TIR, não fica claro qual delas seria a taxa correta para se comparar com a TIR de outro projeto.

Para ilustrar o problema, Magni (2012, p. 11) dá um exemplo extremamente simples: Um investidor racional iria preferir um investimento de R\$ 10.000,00 a uma TIR de 10% do que um investimento de R\$ 10,00 a uma TIR de 100%. Visto que, os seus retornos seriam respectivamente de R\$ 100,00 e R\$ 10,00. Dessa forma, uma TIR maior pode não significar maior retorno.

Samanez (2010, p. 209) sugere como alternativa para quando esse problema ocorre a utilização da chamada Taxa Incremental de Fisher¹⁸, porém Magni (2012, p. 12) chama atenção para o fato de que essa taxa pode não existir, ou podem existir múltiplas taxas. Além disso, o processo para obtenção dessa taxa pode representar grande dispêndio de tempo e de trabalho, visto que o número de projetos em análise pode ser grande e ela não fornece informação sobre a verdadeira criação de valor do projeto.

2.4 Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)

Como a TIR possui algumas conhecidas dificuldades de aplicação, mas ainda é valorizada pelos profissionais da área de orçamento de capital, foram surgindo ao longo dos anos várias propostas de formas para mitigar esses problemas (KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 73).

Muitas soluções apontam para métodos de garantir a unicidade da TIR, porém, existe uma alternativa a esses métodos, que é segundo Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 78) uma técnica pouco conhecida pelos analistas, chamada de Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM), que por si só garante uma taxa única para análise, que representa adequadamente o valor real do projeto e fornece uma decisão compatível com a regra do VPL (LIN, 1976, p. 237).

A mecânica da TIRM consiste basicamente em transformar um projeto em um fluxo de caixa com apenas dois períodos, um de benefícios futuros e outro inicial, de custos, com apenas uma inversão de sinal e uma única TIR (LIN, 1976, p. 239; BEAVES, 1988, p. 285).

¹⁸ A taxa incremental de Fisher pode ser calculada considerando que um projeto é igual ao outro mais um incremento. Em outras palavras faz-se uma operação com os dois projetos para tentar retirar a diferença de escala entre eles. Uma análise mais completa pode ser encontrada em Samanez (2010, p. 209).

Kassai, Kassai, Ariovaldo, & Neto (2000, p. 73-78) explicam de forma bastante simplificada como proceder com o cálculo da TIRM. Partindo-se de um fluxo de caixa não convencional, realiza-se a adaptação proposta pelos autores, que consiste em:

- Trazer a valor presente todos os fluxos negativos, ou de entrada, descontando-os a uma taxa chamada taxa de financiamento.
- Levar a valor futuro todos os fluxos de caixa positivos, ou saídas, a uma taxa chamada taxa de reinvestimento.¹⁹

O resultado é um novo fluxo de caixa de apenas dois períodos e na forma convencional. Os autores não detalham como se dá o próximo passo, para finalmente calcular a TIRM baseando-se no novo fluxo gerado através da manobra das taxas de Reinvestimento e Financiamento. Apenas atestam que o cálculo pode ser feito por meio da fórmula de juros compostos (KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 76).

Diante disso, Lin (1976, p. 239) fornece uma explicação mais detalhada de como se obter a TIRM definindo - a como apresentado na Equação 7:

$$\sum_{t=0}^T B_t(1+i)^{T-t} / \sum_{t=0}^T \frac{-C_t}{(1+i)^t} = (1 + TIRM)^T \quad 7$$

Onde B_t e C_t são respectivamente os valores dos benefícios e dos custos do projeto. Sendo assim, a TIRM pode ser entendida como o resultado da raiz T-ésima da razão entre valor futuro dos benefícios e o valor presente dos custos, menos 1 (LIN, 1976, p. 239). Uma observação que pode ser feita a respeito da Equação 7 é que Lin (1976, p. 239) usa apenas uma taxa para movimentar tanto os custos como benefícios, algo bastante curioso, visto que muito provavelmente as taxas para financiar o projeto e aquela pelas quais seus ganhos poderiam ser reinvestidos serão diferentes. O autor não explica a razão disso em Lin (1976), apenas atesta

¹⁹ Essas taxas representam aquela pela qual poderiam ser reinvestidos os ganhos do projeto no caso da taxa de reinvestimento e aquela pela qual poderiam ser tomados empréstimos para financiamento no caso dos custos (KASSAI, KASSAI, *et al.*, 2000, p. 75).

que i se refere à “taxa apropriada de juros ou investimentos alternativos” ²⁰ (LIN, 1976, p. 239).

Um problema da TIRM reconhecido tanto por Lin (1976, p. 239-240) como por Beaves (1988, p. 286) consiste no fato de que o método ignora o fato de que os fluxos intermediários negativos (responsáveis pelas trocas de sinal a mais dos fluxos não convencionais) podem ser compensados pelo rendimento dos fluxos positivos de outros períodos.

Para entender essa situação, procede-se a análise de um exemplo adaptado de Beaves (1988, p. 286), apresentado na Tabela 2. O Projeto H com aporte inicial de recursos -100 em t_0 tem o seu Ponto de Transição²¹ no período t_2 . Porém, entre esses dois períodos existe um fluxo positivo em t_1 , tornando o fluxo de caixa em análise um fluxo não convencional. Esse fluxo de caixa possui outros valores, e seu valor em t_2 foi adaptado para ilustrar o problema em questão. O que importa saber é que os fluxos de t_1 e t_2 se compensam. É fácil perceber isso quando os dois são levados a valor presente, considerando-se um custo de capital de 10%. Essa situação é exatamente o problema em discussão da TIRM, como fica evidente na Tabela 2.

Período	FC	Valor presente
0	-100	-100
1	20	18,818
2	-22	-18,818

Tabela 2 - Projeto H.

Fonte: Adaptado de Beaves (1988, p. 286).

Lin (1976, p. 240) oferece uma formulação alternativa para a TIRM a fim de mitigar esse erro, através da consideração apenas de fluxos que não podem ser compensados por outros. Beaves (1988, p. 291), porém discorda da sugestão do primeiro autor afirmando não acreditar que essa manobra solucione o problema em questão.

Samanez (2010, p. 211) também faz críticas ao método da TIRM afirmando que a necessidade de definição das taxas de financiamento e reinvestimento

²⁰ Tradução livre.

²¹ É o ponto mais recente em o projeto deixa de apresentar entradas de recursos (fluxos de caixa negativos) e passa a oferecer saídas (fluxos positivos). Nos casos de fluxos de caixa não convencionais seleciona-se dentre os candidatos a esse ponto aquele que tiver o menor balanço do projeto (BEAVES, 1988, p. 283).

adiciona muita subjetividade ao processo, o que segundo o autor diminui ou anula quaisquer benefícios alegados pelos defensores da técnica, porém a TIRM se mantém como um método bastante útil e inteligente para suprir as dificuldades apresentadas pela TIR.

2.5 Um Caso Particular: O Problema do Reinvestimento

“Um dos aspectos mais importantes do problema é como o conjunto de alternativas se modifica conforme o tempo [...] Na literatura esse problema é conhecido como problema do reinvestimento” (TEICHROEW, ROBICHEK e MONTALBANO, 1965, p. 152).

O problema do reinvestimento diz respeito aos recursos atrelados ao projeto que não são requisitados por este, sendo considerados passíveis de serem reinvestidos em outros projetos até que sejam necessários ao projeto original ou até que o horizonte temporal (T) seja atingido (BEAVES, 1988, p. 276).

Uma das primeiras referências a essa situação está em Solomon (1956, p. 126) aonde o autor explica que o método do VPL e da TIR tem diferentes interpretações sobre o projeto em análise. Basicamente, o método do VPL assume que os recursos provenientes de algum projeto podem ser reinvestidos à taxa de custo de capital da empresa, enquanto o método da TIR assume que esses recursos são reinvestidos no mínimo à TIR do projeto de maior duração (no caso, por exemplo, de uma comparação entre dois projetos).

Para Beaves (1988, p. 275), VPL e TIR são os dois métodos baseados em desconto mais usados em orçamento de capital e avaliação de projetos, e é bem conhecido o fato de que eles podem entrar em contradição. Solomon (1956, p. 126-127) defende que, para efeitos de comparação, seja escolhido um único curso de ação, uma única taxa pelos quais estes recursos podem ser reinvestidos, evitando inconsistências entre métodos, a fim de tornar possível uma comparação correta de dois projetos, por exemplo.

Beaves (1988, p. 280) explica que o VPL e a TIR, em sua essência, são destinados a avaliar projetos de apenas dois períodos: um em que há uma despesa ou aplicação e outro em que se encontra o retorno desse investimento. O uso destes métodos para projetos com vários períodos no tempo é, segundo o autor, uma

generalização que não determina com certeza a geração de riqueza futura dos projetos, pois estes necessitam de uma premissa de reinvestimento para seus fluxos de caixa intermediários.

Para ilustrar, tem-se a Tabela 3 retirada de Beaves (1988, p. 281) na qual é possível analisar o projeto A e duas outras situações parecidas, nas quais o investimento inicial é o mesmo. O projeto chamado B, que possui o mesmo VPL de A à taxa de custo de capital de 10% e o projeto que possui a mesma TIR de 15%.

Período	Projeto A	Projeto B	Projeto C
0	-100	-100	-100
1	61,512	0	0
2	61,512	129,175	132,250
VPL (10%)	6,756	6,756	9,298
TIR	15%	13,66%	15%

Tabela 3 - Problema do reinvestimento.

A incerteza aqui está no fato de que não é possível determinar que o valor de A em t_1 pode ser reinvestido a 10% até t_2 , portanto segundo o autor não é possível concluir que A e B são igualmente atrativos, mesmo que estes possuam o mesmo VPL. Isso também ocorre na comparação entre os projetos A e C que possuem a mesma TIR, porém não há como afirmar que possuem a mesma atratividade. Em outras palavras, a riqueza gerada por A só pode ser determinada com certeza mediante um pressuposto de reinvestimento (casos B ou C) (BEAVES, 1988, p. 281).

Samanez (2010, p. 207) defende o VPL, ao explicar que este possui uma suposição mais racional e confiável a respeito do reinvestimento dos fluxos de caixa do projeto, já que utiliza para tal a taxa de custo de capital, que representa as melhores oportunidades alternativas de investimento.

Uma análise de muita qualidade sobre esse tema é feita também por Lohmann (1988), que assim como Beaves (1988) afirma que o VPL e a TIR são os métodos de avaliação mais utilizados, mas também são os que têm maior número de interpretações erradas, inclusive no que diz respeito ao que se chama de “Pressupostos de Reinvestimento” (LOHMANN, 1988, p. 303). Para Lohmann (1988, p. 304), o problema do reinvestimento surge de outros dois problemas principais: A definição de TIR como taxa que anula a função do VPL, que segundo o autor cria

confusão e imprecisão a respeito do papel dessa taxa e do papel do custo de capital, e a definição do que é “Capital Investido” e “Recursos Liberado”.

Lohmann (1988, p. 306) explica estes dois últimos conceitos da seguinte forma: Seja o projeto S_t , aonde t representa o período de cada fluxo de caixa que compõe o projeto. Supondo que:

- I- No tempo $t = 2$, haja uma receita de \$100 e um desembolso de \$75, logo $S_2 = 25$, $b_2 = 25$ e $c_2 = 0$. Onde b_t representa o benefício e c_t o custo na operação.
- II- No tempo $t = 4$, haja uma receita de \$50 e um desembolso de \$60, logo $S_4 = -10$, $b_4 = 0$ e $c_4 = -10$. Onde b_t representa o benefício e c_t o custo na operação.

O objetivo deste exemplo é demonstrar as consequências reais do acontecido. O que ocorre de fato na situação I é um ganho de \$25 e na segunda situação (II), um custo de \$10. O Recurso Liberado em I é de \$25, enquanto em II é de \$-10. O tomador de decisão pode escolher entre os vetores b_t ou c_t . Caso opte por b_t , ele estará escolhendo empreender o projeto e este recurso “pode ser reinvestido em quaisquer oportunidades disponíveis no tempo t ”²² (LOHMANN, 1988, p. 306-307) e isso vale também para a escolha de c_t .

O conceito de Capital Investido é na verdade o que será calculado logo mais adiante na seção 3.1. Segundo Lohmann (1988, p. 311) e Hazen (2003, p. 34-36), a TIR é a taxa pela qual esses capitais crescem ao longo do tempo e nada diz sobre o Recurso Liberado. O Capital Investido no projeto vai gerar rendimento de acordo com a TIR. O Recurso Liberado, que é o resultado do rendimento do Capital Investido (fluxo de caixa líquido), tem a possibilidade de ser reinvestido a outra taxa em outra oportunidade qualquer, mas isso não é considerado pela regra da TIR.

Portanto a TIR é apenas a taxa que incide sobre o capital que se mantém investido e não diz nada sobre os rendimentos provenientes daquele projeto. Em outras palavras “A TIR considera somente o dinheiro que fica reaplicado no projeto, e este dinheiro rende a própria TIR” (SAMANEZ, 2010, p. 208). A grande falha então

²²Tradução livre.

reside no fato de que não há como ter certeza de que esses recursos realmente poderiam ser reinvestidos a essa taxa no longo prazo (SAMANEZ, 2010, p. 207).

3 APRESENTAÇÃO DA AVERAGE INTERNAL RATE OF RETURN

3.1 O Conceito de Fluxo de Investimento e o Valor das Múltiplas Taxas de Retorno: A Visão de Hazen

Hazen (2003, p. 32-33) explica que o conceito chave explorado por ele consiste no fato de que cada TIR é uma taxa de retorno de algum fluxo de investimento subjacente do projeto. Um fluxo de caixa X, no qual se investe um capital c e obtém-se um rendimento percentual de k, pode ser representado por:

$$x = [-c, (1 + k)c] \quad 8$$

Dessa forma, conforme apresentado na Equação 9 de Hazen (2003, p. 33), na qual c é o capital investido, k é a TIR e r o custo de capital o valor presente do fluxo X é:

$$VP(x|r) = c \cdot \left(-1 + \frac{1 + k}{1 + r} \right) \quad 9$$

Essa fórmula pode ser interpretada da seguinte maneira: O capital investido c, rende (1+k)c no primeiro período, e para calcular o valor presente de X deve-se descontar esse rendimento pela taxa de mercado r. Uma propriedade da fórmula acima é de que quando k=r, VP(x|r) = 0, logo k é a taxa interna de retorno e ela é constante em todos os períodos (HAZEN, 2003, p. 34) .

A implicação disso é que segundo Hazen (2003, p. 34-35) “*existe um fluxo investido a uma taxa constante k que rende X*”²³. Portanto, o fluxo C = (c₁; c₂; ...; c_T) é um fluxo de investimento que rende X = (x₀; x₁; ...; x_T) a uma taxa k, conforme ilustrado pela identidade 10 de Hazen (2003, p. 35):

$$\begin{aligned} x_0 &= -c_0 \\ x_1 &= (1 + k) \cdot c_{t-1} - c_t & t = 1, \dots, T - 1 \\ x_T &= (1 + k) \cdot c_{T-1} \end{aligned} \quad 10$$

²³ Tradução livre

Seguindo este raciocínio e de acordo com o Teorema 2 de Hazen (2003, p. 36), k é uma taxa interna de retorno de X se existir um fluxo investido c que rende X a um taxa constante por período k . Nesse sentido, Lohmann (1988, p. 320-321) prova que:

$$VP(x|r) = \frac{k - r}{1 + r} \cdot VP(c|r) \quad 11$$

A Equação 11 mostra como o VPL de X pode ser obtido através do cálculo da diferença entre a sua TIR (k) e o seu custo de capital (r) multiplicando o valor presente do fluxo de investimento subjacente respectivo àquela TIR (MAGNI, 2010, p. 156).

Pode-se afirmar que se $VP(c|r) > 0$, então o fluxo c deve ser entendido como um investimento. Sendo assim sua lucratividade dependerá do sinal do termo $\frac{k-r}{1+r}$. Se $k > r$ o projeto X será lucrativo. Por outro lado, se $VP(c|r) < 0$ então o fluxo c é um empréstimo ou financiamento. Logo, $VP(x|r)$ será positivo se o termo $\frac{k-r}{1+r}$ for negativo e isso acontecerá se $k < r$. Esses são os critérios de avaliação para aceitação ou não dos projetos (HAZEN, 2003, p. 38).

Dessa forma, caso o projeto X possua duas ou mais taxas internas de retorno é possível fazer a análise para cada uma delas separadamente, importando apenas observar o sinal do $VP(c|r)$ para determinar se o fluxo c se comporta como investimento ou como empréstimo (HAZEN, 2003, p. 39).

O resultado (tomada de decisão) será sempre o mesmo se o analista observar a natureza de $VP(c|r)$. Esses resultados sempre estarão de acordo com a decisão sugerida pelo método tradicional do VPL aplicado ao projeto X . Essa é a premissa central do trabalho de Hazen (2003). Estes resultados e conclusões estão no teorema 4 desse mesmo trabalho (HAZEN, 2003, p. 38) e também são reconhecidos por Ben-Horin & Kroll (2012, p. 105).

Exemplificando, seja um fluxo de caixa $X = (-100; 470; -720; 360)$ (PARK e SHARP-BETTE, 1990, p. 215). Este fluxo possui três TIRs, são elas: 20%, 50% e 100%. Calcula-se os fluxos de investimento correspondentes a cada taxa através da fórmula chamada por Lohmann (1988, p. 310) de “*Capital Function*” e por Magni (2012, p. 3) de “*Internal Value*” ou Função de Capital e Valor Interno

respectivamente²⁴, que descreve o capital investido no projeto, apresentada na Equação 12 (HAZEN, 2003, p. 36; MAGNI, 2010, p. 154):

$$C_{t(k)} = C_{t-1} \cdot (1 + k) - x_t \quad 12$$

para $C_0 = -X_0$ e $r = 10\%$:

Período	0	1	2	3	VPL	TIR
X	-100	470	-720	360	2,704	-
$C(k = 20)$	100	-350	300	0	29,75	20%
$C(k = 50)$	100	-320	240	0	7,43	50%
$C(k = 100)$	100	-270	180	0	3,30	100%

Tabela 4 - Exemplo 2.

Fonte: Adaptado de Park & Sharp-Bette (1990, p. 215).

O VPL do projeto X é 2,7, sugerindo que ele é lucrativo. Sob a ótica dos fluxos de investimento $C(k)$ percebe-se que todos fornecem a mesma resposta: Todos tem VPL positivo, por isso são todos descritos como investimentos. Sendo assim se $k > r$, em outras palavras, se a TIR é maior do que o custo de capital o projeto é lucrativo, e isso acontece em todas as linhas da Tabela 4.

Johnstone (2008, p. 79-81) faz uma análise parecida, através dos balanços do projeto para mostrar como cada taxa interna de retorno tem seu fluxo de investimento correspondente e como todos eles zeram o balanço ($c_T = 0$) no final do último período. Em outras palavras, o último pagamento ou retirada é aquele suficiente para zerar o balanço do projeto.

Tomando agora o exemplo apresentado por Hazen (2003, p. 40), na seção número 2.3.3 deste trabalho, um fluxo de caixa (-1, 4, -4), possui uma única TIR igual a 100%. O VPL do projeto a um custo de capital estimado em 10% é -0,669. O que ocorre aqui é uma incoerência entre os dois métodos para a tomada de decisão.

Hazen (2003, p. 40-41) então aplica seu método, encontrando o fluxo de investimento subjacente atrelado à TIR do projeto: $C(100\%) = (1,-2)$, com um $VPL = -0,818$. Como o VPL de $C(k)$ é negativo, este fluxo deve ser encarado como um empréstimo, logo já que $k > r$, segundo a regra de decisão proposta o projeto não deve ser aceito, decisão compatível com a sugerida pela regra tradicional do VPL.

²⁴ Tradução livre.

Hazen (2003, p. 44) também discute a respeito da questão de não existência de TIR, através do tratamento sugerido a taxas internas de retorno complexas, já citada neste trabalho na seção 2.3.2. Resumidamente, essas taxas geram fluxos de investimento $C(k)$ complexos. Sendo assim o analista deve tomar o cuidado de considerar a parte real de cada um destes dois aspectos (taxas e fluxos de investimento), tendo suas partes complexas nenhum significado econômico, porém Pierru (2010) sugere uma manipulação de taxas internas de retorno complexas aplicadas a análise de portfólios²⁵. Para o autor, a parte imaginária das taxas pode ser entendida como um fator moderador de risco e troca de valor entre os componentes do portfólio em questão. A discussão sobre TIR complexa não será estendida, pois foge ao escopo deste trabalho.

Percebe-se que o trabalho de Hazen (2003) apresenta uma solução confiável para o problema das múltiplas taxas conferindo a cada uma delas o poder de fornecer a sugestão condizente com o VPL para tomada de decisão. Até mesmo na situação em que a técnica da TIR se mostra incompatível com a do VPL, a solução de Hazen fornece uma resposta compatível com o VPL, inclusive quando as TIRs são complexas (BEN-HORIN e KROLL, 2012, p. 105). Porém, a análise de Hazen (2003) não deixa claro qual dentre as múltiplas taxas é a mais correta para representar o projeto em sua totalidade (MAGNI, 2012, p. 7).

3.2 A Average Internal Rate of Return (AIRR)

Hazen (2003) calcula os fluxos de investimento resultantes das TIRs do projeto em análise. Magni (2010) faz o caminho inverso, ou seja, deduz taxas a partir de fluxos de investimento escolhidos arbitrariamente para o projeto. Magni (2010) percebeu que a propriedade descrita por Hazen (2003) pode ser generalizada. Isso quer dizer que a Equação 12 também vale para taxas de retorno por período variáveis (k_t), e não apenas para uma TIR constante como as usadas em (HAZEN, 2003), essa situação é, inclusive, mais comum (BEN-HORIN e KROLL, 2012, p. 105).

Segundo Magni (2010, p. 155), “Qualquer projeto pode ser visto com um portfólio de T projetos de um período só”²⁶. Sendo assim, seja, por exemplo, X um

²⁵ Uma análise detalhada pode ser encontrada em Pierru (2010).

²⁶ Tradução livre.

projeto formado por um conjunto de t projetos por período no qual cada C_t é transformado em X_t por uma taxa k_t , que tem o nome de Taxa de Retorno por Período. Magni (2010, p. 154-161) define essa taxa (k_t) como a relação entre o retorno obtido e o capital investido anteriormente, para cada período t :

$$k_t := \frac{R_t}{c_{t-1}} \quad 13$$

Ou

$$k_t = \frac{c_t + x_t}{c_{t-1}} - 1 \quad 14$$

Considerando como condição para escolha de um fluxo de investimento C arbitrário $c_0 = -x_0$; $c_T = 0$.

Aqui está a razão pela qual se pode escolher um fluxo de investimento arbitrário C para descrever o projeto. Quando se muda o capital investido a taxa por período (k_t), ou seja, a taxa que transforma C em X também se altera, em outras palavras a relação de retorno é fluída, porém a relação de C e X é sempre a mesma. Como afirma Magni (2012, p. 35), a função taxa de retorno fornece o mesmo VPL para qualquer combinação de (X, \bar{k}) . Assim sendo, partindo da Equação 11, Magni (2010, p. 157-158) prova que:

$$VP(X|r) = \sum_1^T (R_t - r c_{t-1}) \cdot (1 + r)^{-t} \quad 15$$

O significado da Equação 15 é bastante simples: O projeto X pode ser descrito como retorno de quaisquer capitais c_t .

*“A análise econômica geral não será alterada, dado que o VPL não muda. Esta é na verdade a razão pela qual a escolha do fluxo de investimento é irrelevante”*²⁷ (MAGNI, 2010, p. 160-161).

²⁷ Tradução livre.

Em outras palavras “Qualquer AIRR funciona associada ao seu respetivo fluxo de investimento porque os dois determinam sem ambiguidade o VPL projeto.”²⁸ (MAGNI, 2010, p. 175). Para ilustrar essa ideia de maneira mais detalhada, com base em um fluxo de caixa analisado em Lohmann (1988, p. 313), um exemplo é apresentado no apêndice deste trabalho. Partindo da Equação 15 e utilizando-se do conceito de “Média de Chisini”, definida por Graziani & Veronese (2009, p. 33) como aquela em que a função dos valores observados deve ser igual à função dos valores substituídos pela média (Equação 16)²⁹, Magni (2010, p. 158-159), apresenta a expressão fundamental da AIRR, conforme demonstrado na Equação 17.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(\bar{x}, \bar{x}, \dots, \bar{x}) \quad 16$$

Existem três formas principais para se calcular a AIRR segundo Magni (2010). A primeira está apresentada na Equação 17, onde é possível observar claramente a definição da AIRR como média ponderada das taxas de rendimento por período. Por conseguinte, uma derivação desta, que fornece uma conta extremamente simples para se encontrar a AIRR e descreve-a como uma função de $VP(c|r)$, ilustrada pela Equação 18 e, por fim, a Equação 19, esta última usada quando as taxas de retorno por período não estão definidas. Seja $\bar{k} := \text{AIRR}$:

$$\bar{k} = \frac{\sum_1^T k_t c_{t-1} (1+r)^{-t}}{\sum_1^T c_{t-1} (1+r)^{-t}} = \frac{\sum_1^T k_t c_{t-1} (1+r)^{-(1-t)}}{VP(c|r)} \quad 17$$

$$\bar{k} = r + \frac{VP_1(x|r)}{VP(c|r)} \quad 18$$

$$\bar{k} = \frac{\sum_1^T R_t (1+r)^{-(1-t)}}{VP(c|r)} \quad 19$$

²⁸ Tradução livre.

²⁹ Esse é um método de formulação de média ponderada específica, orientada para cada problema. É um conceito um pouco mais complexo apenas mencionado em Magni (2010) como ferramenta utilizada na construção da AIRR. Uma explicação mais detalhada está em Graziani & Veronese (2009).

Os critérios de aceitação dos projetos são basicamente os mesmo de Hazen (2003, p. 38), porém substitui-se k por \bar{k} . Tem-se então, conforme Magni (2010, p. 159):

Se $VP(c|r) > 0$, aceitar o projeto se $\bar{k} > r$; e

Se $VP(c|r) < 0$, aceitar o projeto se $\bar{k} < r$.

A AIRR depende, portanto, do valor presente de C em relação ao valor presente de X (MAGNI, 2010, p. 160). Cada $VP(c|r)$ gera uma AIRR diferente, e existem vários fluxos que possuem o mesmo $VP(c|r)$, denominados “*Pv-equivalent*” ou valor presente equivalente³⁰, porém a tomada de decisão será a mesma para todas as AIRR encontradas (MAGNI, 2010, p. 162-163). Visando um melhor entendimento da AIRR como um todo se procede à análise de um exemplo:

Período	0	1	2	VPL	AIRR
X	-10	30	-25	-3,388	
C_1	10	-6	0	4,55	
k_t	140%	316,67%			-72%
C_2	10	-20	0	-8,18	
k_t	0%	25%			55,56%
C_3	10	35	0	39,91	
k_t	550%	171,43%			0,66%
C_4	10	0	0	9,54	
k_t	200%	Indefinida			-29,05%

Tabela 5 - Exemplo 3.

Fonte: Adaptado de Magni (2010, p. 162).

O custo de capital na importância de 10% ($r = 10\%$) foi o escolhido para compor a situação descrita pelo exemplo. Os fluxos C_1 , C_2 e C_4 foram escolhidos por Magni (2010, p. 162), enquanto C_3 foi escolhido pelo autor deste trabalho como objetivo de mostrar como os fluxos C podem ser arbitrariamente escolhidos. Todos são arbitrários. Este é um caso de não existência de TIR real, o que obriga o analista a utilizar métodos alternativos ao da TIR.

A Tabela 5 está dividida de forma que as taxas periódicas correspondentes a cada fluxo C estão logo na linha abaixo do seu respectivo fluxo. Pode-se perceber que em todas as linhas a resposta é a mesma: O projeto não é lucrativo, afinal seu

³⁰ Tradução livre.

VPL é negativo. Em C_1 , $VP(c|r) = -4,55$, logo como $\bar{k} < r$, o projeto deve ser recusado. Em C_2 , ocorre justamente o oposto, $VP(c|r) = -8,18$, então como $\bar{k} > r$, o projeto deve ser recusado, analogamente a análise do fluxo C_3 fornece a mesma resposta. O fluxo C_4 é um caso particular no qual não estão definidas as taxas de retorno por período, pois o cálculo da k_t encontra uma divisão por zero, sendo impossível encontrar k_1 , portanto calcula-se a AIRR com base na Equação 19 e como esperado o resultado é o mesmo que o dos fluxos anteriores.

A AIRR também pode ser entendida como uma generalização da TIR, ou seja, a Taxa Interna de Retorno nada mais é do que um caso particular de AIRR gerado por uma classe de fluxos de investimento que possuem valor presente equivalente, chamada de *Hotelling class* (Hotelling, 1925 apud Magni 2010, p. 163). Inclusive, Magni (2012, p. 22-23) afirma que “A TIR não é uma taxa de retorno por período, mas sim uma média ponderada destas taxas”³¹.

Nesse sentido, conclui-se que os fluxos de caixa derivados das TIRs e calculados por Hazen (2003) dão origem a um caso particular de AIRR, gerados por determinada classe de fluxos de investimento, ou seja, $VP(c|r) = VP(C(k)|r)$. Isso quer dizer que existem outros fluxos de investimento além daquele derivado da taxa interna de retorno $C(k)$ que possuem o mesmo valor presente, e, dessa forma, geram a mesma AIRR. Essas conclusões estão apresentadas no teorema 3 de Magni (2010, p. 162).

Em resumo, o cálculo de uma AIRR para análise financeira pode ser realizado da seguinte maneira:

- I- Escolher um fluxo de investimento que descreva o projeto como um investimento ou um empréstimo;
- II- Calcular as taxas de retorno por período e a sua média ponderada (AIRR); e
- III- Realizar a análise segundo os critérios do teorema 2. (MAGNI, 2010, p. 161).

Há, no entanto, uma questão importante a ser destacada. Já que é possível escolher qualquer fluxo de investimento para descrever o projeto, há uma infinidade

³¹ Tradução livre.

de taxas de retorno a serem encontradas. Apesar de qualquer uma delas fornecer a sugestão correta de tomada de decisão, é compreensível que surja a dúvida referente à qual delas representaria o real valor do projeto.

É inclusive algo notável a presença de taxas negativas no último exemplo apresentado. Estas podem até possuir utilidade para análise de orçamento de capital e efeitos de comparação, mas podem não ser úteis no uso prático, como fica evidente no trabalho de Faro & Lachtermacher (2012, p. 357), que restringem o cenário de análise ao das taxas positivas, com a justificativa de que essas taxas são “as de real interesse na prática”. Em outras palavras, as taxas negativas podem ser úteis dentro do escopo de análise da AIRR para aceitar ou não projetos, porém podem não ser adequadas para representa-los em sua totalidade.

Hazen (2003, p. 45-46), ao dissertar sobre múltiplas TIRs, defende a analogia de que se não se deve comparar taxas internas de projetos concorrentes, também não devem ser comparadas aquelas internas a um determinado projeto, no caso da ocorrência de múltiplas TIRs.

A TIR não é somente a taxa que iguala o VPL a zero, mas também pode ser entendida como “a medida de valor que expressa o quanto o capital que permanece investido no projeto cresce”³² (LOHMANN, 1988, p. 317). Essa citação demonstra a importância de se ter uma taxa que represente a rentabilidade do projeto. Há, no entanto, duas saídas possíveis para esse dilema em se tratando de AIRR.

Como já mencionado anteriormente, existem casos particulares nos quais a AIRR pode ser calculada como a simples média aritmética das suas taxas de retorno por período (k_t). Essa situação ocorre quando os capitais investidos crescem à taxa de mercado, ou seja, quando possuem o formato $C = (-x_0; -x_0(1+r); -x_0(1+r)^2; \dots; -x_0(1+r)^{T-1})$ (MAGNI, 2010, p. 166-167).

Tendo em vista que a escolha do fluxo de investimento para análise do projeto é livre, faz bastante sentido que o analista opte por um fluxo com este formato, pois além de fornecer uma lógica na formação dos capitais ainda facilita o cálculo da AIRR. Segundo o Teorema 4 de Magni (2010, p. 167), os critérios de aceitação para projetos no escopo desta análise são:

Se $x_0 > 0$, aceitar o projeto se $\bar{k} < r$; e

³² Tradução livre.

Se, $x_0 < 0$ aceitar o projeto se $\bar{k} > r$.³³

É possível então imaginar que a taxa gerada por esse processo de cálculo representa corretamente o projeto, porém esta não é a abordagem defendida por Magni (2010). Outra perspectiva interessante é a chamada “*Economic AIRR*” ou AIRR Econômica³⁴ que consiste basicamente em considerar o valor presente de C como todo o capital investido, como se todo o investimento estivesse comprimido no primeiro momento. A escolha natural então, para o fluxo de investimento, poderia ser: $C = (c_0; 0; 0; \dots; 0)$. Isso seria equivalente a dizer que $VP(c|r) = -x_0$. Para o caso de um investimento, se houver outros desembolsos ou pagamentos ($x_t < 0$), Magni (2010, p. 168) sugere escolher um fluxo onde $VP(c|r) = -\sum x_t$, para todo $x_t < 0$ se o fluxo inicial for negativo, ou $VP(c|r) = -\sum x_t$, para todo $x_t > 0$, caso contrário (MAGNI, 2010, p. 167-168).

*“Uma escolha natural é aquela em que o valor presente do fluxo de investimento é igual ao investimento inicial do projeto. Dessa forma a AIRR é a taxa de retorno determinada pelo mercado sobre o capital realmente investido”*³⁵ Magni (2010, p. 175-176).

O objetivo é representar o projeto como se fosse outro menor e equivalente, de apenas um período, aonde há apenas uma mudança de sinal eliminando a ocorrência de múltiplas taxas. A resposta é uma taxa que equivale ao retorno daquele investimento em um projeto de apenas um período (BEN-HORIN e KROLL, 2012, p. 109). Essa seria, portanto, a decisão natural do analista e que forneceria a taxa adequada para descrever o projeto.

Com base nesse contexto, na Tabela 6 é apresentado o resumo de cada referência utilizada nessa e nas seções anteriores deste trabalho.

³³ É importante observar que aqui a relação entre os valores de \bar{k} em relação à r é diferente daquela utilizados no Teorema 2 de Magni (2010, p. 159).

³⁴ Tradução livre.

³⁵ Tradução livre.

Estudo	Título	Principais Apontamentos
Beaves, R. G. (1988).	<i>Net Present Value and Rate of Return: Implicit and Explicit Reinvestment Assumptions.</i>	Considerações e análise a respeito das premissas de reinvestimento de capitais; Apresentação de um método novo de orçamento de capitais; e Comparação deste e de alguns outros métodos tais como VPL, TIR e TIRM.
Ben-Horin, M., & Kroll, Y. (2012).	<i>The Limited Relevance of the Multiple IRRs.</i>	A ocorrência de múltiplas taxas é um fenômeno raro e quando ocorre, a grande maioria dos casos apresenta até duas trocas de sinal; Condições para ocorrência de três ou mais mudanças de sinal do FC; e Um projeto deve ter VPL positivo com um custo de capital igual a 0%.
Graziani, R., & Veronese, P. (2009).	<i>How to Compute a Mean? The Chisini Approach and Its Applications.</i>	Observações e técnicas a respeito do cálculo de médias ponderadas.
Hazen, G. B. (2003).	<i>A new perspective on multiple internal rates of return.</i>	Definição e cálculo de fluxos de investimento internos atrelados a cada TIR do projeto; Avaliação de projetos de investimento/financiamento a partir de qualquer uma das múltiplas TIRs de um fluxo não convencional; e Base para a construção da AIRR.
Johnstone, D. (2008).	<i>What Does an IRR (or Two) Mean?</i>	Descrição da situação na qual ocorrem múltiplas TIRs e como se comportam os balanços de projeto em tais situações.
Lin, S. A. (1976).	<i>The Modified Internal Rate of Return and Investment Criterion.</i>	Discussão sobre alguns conhecidos problemas da TIR, principalmente referente à ocorrência de múltiplas taxas e incompatibilidade com o VPL; e Apresentação da TIRM, de seu método de cálculo, interpretação e de seus contratempos.
Lohmann, J. R. (1988).	<i>The IRR, NPV and the Fallacy of the Reinvestment Rate Assumptions.</i>	Crítica ao chamado “Problema do Reinvestimento”; Definição e separação dos conceitos de “Dinheiro liberado” e “Capital investido”; e Demonstração de como se dá os rendimentos do capital investido no projeto.
Lorie, J. H., & Savage, L. J. (1955).	<i>Three problems in capital rationing.</i>	Um dos primeiros a apontar os casos de Múltiplas TIRs; Análise do problema clássico “Oil Pump”; e Apontamento de incompatibilidade entre os critérios da TIR e do VPL.
Magni, C. A. (2009).	<i>Investment decisions, net present value and bounded rationality.</i>	Análise robusta de processo de escolha de custo de capital para desconto de projetos; e Considerações gerais sobre VPL e possíveis limitações deste.

conclusão.

Estudo	Título	Principais Apontamentos
Magni, C. A. (2010).	<i>Average Internal Rate of Return and Investment Decisions: A New Perspective.</i>	Principal artigo de base para este trabalho; e Apresentação e discussão das propriedades da AIRR.
Magni, C. A. (2012).	<i>The Internal-Rate-of-Return approach and the AIRR paradigm: A refutation and a corroboration.</i>	Discussão sobre propriedades de taxas de retorno em geral, da TIR e da AIRR; e Demonstração de 18 problemas relacionados à TIR e de como a AIRR supera cada um deles.
Osborne, M. J. (2010).	<i>A resolution to the NPV-IRR debate?</i>	Comparação entre VPL e TIR; Críticas à TIR; e Proposta de nova formulação do VPL.
Pierru, A. (2010).	<i>The Simple Meaning of Complex Rates of Return.</i>	Interpretação econômica e cálculo de taxas de retorno complexas, no âmbito de análise de portfólios; e Relação de taxas reais com taxas complexas.
Solomon, E. (1956).	<i>The Arithmetic of Capital-Budgeting Decisions.</i>	Condições para análise de orçamento de capitais Considerações sobre reinvestimento de capitais; e Sugestões sobre como comparar corretamente projetos concorrentes.
Teichroew, D., Robichek, A. A., & Montalbano, M. (1965).	<i>An Analysis Of Criteria For Investment And Financing Decisions Under Certainty.</i>	Estudo da aplicabilidade de alguns métodos de orçamento de capital; Avaliação como cada projeto depende da variação do custo de capital; Sugestão de quais métodos utilizar em determinadas situações com características específicas.

Tabela 6 - Resumos dos principais trabalhos utilizados no referencial teórico.

3.3 *Aplicação da AIRR e Comparação com os Métodos Tradicionais*

Nas próximas seções o objetivo é aplicar as técnicas estudadas em algumas situações específicas, com a intenção de avaliar como cada uma se comporta, quais sugestões de decisão elas oferecem, que diferenças apresentam entre si e em qual situação seria mais vantajoso usar uma ou outra (se possível apontar), ou mesmo uma combinação delas. Como já esclarecido neste trabalho, não há aqui uma pretensão de se classificar cada método de avaliação de projetos como melhor ou pior, mas sim de avaliar as situações em que podem ser empregados, bem como as saídas de cada processo.

3.4 *Os Projetos de Beaves*

A primeira situação analisada será a de quatro projetos apresentados por Beaves (1988, p. 293). Estes projetos têm como característica o mesmo VPL de 12,80 a um custo de capital de 10%. Sendo assim, os casos na verdade podem ser considerados como o mesmo projeto, porém em situações diferentes. Para cada um deles foram calculadas as respectivas TIRs, TIRMs, e AIRRs, baseadas na literatura revisada neste trabalho. Foi feita uma pequena adaptação para que os projetos fossem colocados em ordem decrescente de AIRR (razão pela qual o projeto I está antes do H).

Para o cálculo da TIRM foi estabelecido como valor de reinvestimento a taxa de 10% e como valor de financiamento a taxa de 8%. No caso da AIRR, calculou-se a taxa com base na Equação 18 e no conceito de AIRR Econômica (MAGNI, 2010, p. 167-168), discutida no final da seção 3.2 deste trabalho. Para a TIRM, utilizou-se a Equação 7, encontrada na seção 2.4.

Período	G	I	H	J
0	-50	-100	-100	-80
1	-57	25	20	60
2	39,776	-20	-24,2	25
3	39,776	50	10	-90
4	39,776	50	75	100
5	39,776	56,189	90	27,241
C	107	120	124,2	170
VPL	12,80	12,80	12,80	12,80
TIR	14,67%	13,71%	13,14%	16,49%
AIRR	23,16%	21,74%	21,34%	18,29%
TIRM	12%	12%	12%	11%

Tabela 7 - Comparação de índices.

Como se pode perceber, todos os projetos em questão possuem o mesmo VPL positivo, sinalizando que empreender os projetos é uma alternativa viável, que cria valor para o tomador de decisão. A análise das taxas aponta para a mesma direção. É importante ressaltar este trabalho não tem como foco a possibilidade de formação de um ranking de projetos, porém pela natureza do exemplo apresentado este é um conceito presente, que servirá apenas para observação de particularidades das taxas. O objetivo é analisar as diferenças de valores encontradas pelos métodos diante de projetos com mesmo VPL, mas com distribuições distintas de fluxo de caixa.

As TIRs de todos os projetos são parecidas, com valores de 13,14% a 16,49%, todas maiores que o custo de capital escolhido, de 10%. As TIRs, portanto, fornecem uma sugestão compatível com aquela indicada pelo VPL, já que são maiores que o custo de capital. É possível observar também que as taxas crescem caso haja maior aporte de recursos e decrescem caso o contrário aconteça (BEAVES, 1988, p. 294).

As diferenças entre elas segundo Beaves (1988, p. 294) se devem à forma como estão distribuídos os seus fluxos de caixa, mas especificamente a primeira entrada de recursos, no tempo $t=0$. Não há como afirmar que um projeto disposto da forma que atingiu a maior TIR (16,49%) é a melhor alternativa dentre elas, já que o VPL de todos eles é o mesmo. Essa inconsistência entre o ranking apresentado pelo VPL e pela TIR é consequência, não só da forma de distribuição dos fluxos de caixa, mas também das suposições sobre reinvestimento atreladas a cada projeto (BEAVES, 1988, p. 295).

Como a TIR assume que o capital que permanece investido no projeto cresce à própria TIR, ela pode gerar uma falsa sensação de rendimento, ou pelo menos diferente daquela provocada pelo VPL (SAMANEZ, 2010, p. 207-208). Essa questão

do reinvestimento foi trabalhada com um pouco mais de detalhe na seção 2.5 deste trabalho e nos estudos de Solomon (1956), Lohmann (1988), Beaves (1988) entre outros.

No caso das TIRMs, é perceptível uma pequena ou inexistente variação de seus valores em todos os casos apresentados, aproximando a análise através da TIRM da análise pelo método do VPL, que retornou valores idênticos para todos os projetos. Isso se deve ao fato de que este é um método pensado para minimizar os efeitos da distribuição não convencional de fluxos negativos, causa da variação da TIR, bem como para eliminar as incertezas referentes aos problemas de taxas de reinvestimento. Seus valores giram em torno de 12% para todos os projetos, sugerindo que devem ser aceitos.

A diferença entre os valores da TIR e da TIRM ocorre também devido à não consideração desta segunda sobre a compensação de fluxos de caixa negativos pelo rendimento dos fluxos positivos, em outras palavras, o aporte inicial de recursos pode ser suficiente para financiar o projeto até o fim (BEAVES, 1988, p. 295). Esse problema foi abordado na seção 2.4 deste trabalho. É uma crítica feita ao método da TIRM, na qual se defende que essa taxa pode não representar corretamente a lucratividade do projeto segundo a particularidade descrita (BEAVES, 1988, p. 295; LIN, 1976, p. 239-240). Além disso, suas mecânicas de cálculo são diferentes. A TIR é calculada simplesmente igualando-se a função VPL a zero, enquanto a TIRM é resultante de uma razão entre o valor futuro dos fluxos positivos (benefícios) e o valor presente dos fluxos negativos (custos) (LIN, 1976, p. 239).

Com relação à AIRR, percebe-se que, apesar de todas elas apontarem uma decisão compatível com o que é sugerido pelo VPL, estas apresentam uma variação de valor ligeiramente maior entre projetos do que as variações observadas para a TIR e a TIRM. Essa diferença acontece por força do que é considerado como capital investido em cada situação (ilustrado na linha C). Como sugerido por Magni (2010, p. 167-168), o capital investido em cada projeto foi considerado como a soma dos valores negativos de fluxos de caixa, representando tudo o que foi investido no projeto³⁶.

Cada projeto representa uma situação diferente com valores de capital investido diferente, obviamente influenciando no valor da AIRR obtida. Conforme é

³⁶ Ver "AIRR Econômica" (MAGNI, 2010, p. 167-169).

possível se observar na Equação 18, quanto maior o capital investido para um mesmo $VP_1(x|r)$ menor é a AIRR resultante do cálculo, o que faz bastante sentido: Quanto maior for o investimento, dado que o ganho não se modifica menor será a taxa de rendimento, provando que a AIRR sinaliza corretamente o rendimento do projeto em relação ao investimento inicial.

A conclusão que se chega é a de que diante da imprevisibilidade do surgimento de novas oportunidades de investimento ao longo do tempo de cada projeto, e até mesmo da possível necessidade destes de se tornarem fluxos não convencionais (ao mesmo tempo receptores e doadores de recursos), os métodos em análise, apesar de bastante eficientes se operados por bons analistas munidos de bons insumos (informações) funcionam, em última instância, apenas como bons guias e projetores de resultados. Todos são confiáveis, possuem mecanismos de flexibilidade para as diferentes distribuições de fluxos de caixa e são úteis quando usados corretamente.

A combinação de vários deles pode resultar em uma análise mais ampla da situação, sendo assim uma boa ideia o conhecimento de pelo menos dois deles pelo analista para que não haja grandes equívocos nas avaliações a serem realizadas, porém diante da maior variação apresentada neste caso pelos métodos da TIR e da AIRR, pode-se tomar como sugestão a utilização da TIRM como taxa de sinalização de lucratividade do projeto em questão, já que esta é compatível com o VPL e produz menos variação diante dos diferentes cenários testados.

3.5 Um Caso Real: Fluxo de Caixa da Formação de Jogadores na Base do Grêmio Foot-Ball Porto Alegrense

Constantemente, os gestores precisam tomar decisões financeiras que envolvem uma grande variedade de aspectos modificadores da formação do fluxo de caixa. Muitos desses aspectos estão ligados a pessoas, e com certeza um grande exemplo disso é que a formação e venda de novos atletas pelos clubes de futebol. Há um enorme risco, tanto de não correspondência do atleta, como de lesões por exemplo. Como bem especificado pelas autoras do estudo:

“[...] a Lei Pelé, também estabelece normas quanto à formação do custo do atleta, entende-se por Custo de Formação de Atleta todos os gastos direta ou indiretamente relacionados com a formação do atleta, sejam despesas

com alimentação, vestuário, educação, assistente social, transporte, dentre outras” (SILVA e MORAES, 2010, p. 2).

Para demonstrar a aplicabilidade da AIRR em um caso real e a comparação dela com os métodos tradicionais, foi escolhido um estudo de caso realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, referente a investimento e formação de novos atletas pelo Grêmio *Foot-Ball*, um tradicional clube de futebol brasileiro do sul do país.

As autoras realizaram pesquisas contábeis nos demonstrativos do clube e entrevistas com os dirigentes responsáveis pela escolinha de formação de novos atletas. O resultado foi uma estimativa de custos e retornos (em milhões de reais) relacionados ao investimento nas categorias de base e às vendas e empréstimos de jogadores formados no clube do Grêmio, da qual foi possível a montagem de um fluxo de caixa, tratando todo o período do estudo como um projeto que se mostrou ser do tipo não convencional. Foram usados como base os anos de 1997 a 2008, os valores do fluxo e dos indicadores estão demonstrados na Tabela 8.

Ano	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Fluxo	14,6	-0,8	14,5	-0,9	18	15,3	4,7	-0,9	12,9	4	45,8	13,9
VPL						79,40						
TIR						Inexistente						
AIRR						-50,79%						
TIRM						54,19%						

Tabela 8 - Formação de jogadores.

Analisando os resultados apresentados na Tabela 8 é possível observar que o projeto é lucrativo para o clube, dado que o seu VPL é positivo e da ordem de R\$79,40 milhões, o que reforça as conclusões obtidas por da Silva & Moraes (2010, p. 15) aonde as autoras afirmam de forma categórica:

“[...] é importante salientar que os investimentos nas categorias de base do Grêmio FBPA trazem muitos benefícios para o Clube, [...] Aproveitamento e qualidade desses jovens formados na categoria de base do Clube rendem de vitórias e recursos para o Grêmio FBPA”.

Neste caso, não foi possível apurar uma TIR real para esse fluxo. Dessa forma, caso seja imperativo para o analista a obtenção de uma taxa para representar o projeto ele tem como duas sugestões apresentadas neste trabalho: a AIRR e a TIRM.

Essas duas foram calculadas exatamente da mesma forma que nas seções anteriores³⁷.

O conceito de AIRR Econômica foi novamente utilizado, porém neste caso em específico, como o primeiro fluxo de caixa é positivo o denominador utilizado no cálculo através da Equação 18 corresponde à soma de todos os fluxos de caixa positivos multiplicados por -1, conforme sugestão de Magni (2010, p. 168). Dessa forma $VP(c|r) < 0$, sendo assim o critério de aceitação para o projeto segundo Magni (2010, p. 159) é que $\bar{k} < r$. A AIRR tem valor de -50,79% no exemplo em questão, sendo bastante inferior ao custo de capital considerado que é de 10%. Então, segundo o método da AIRR o projeto é lucrativo, no entanto, o método forneceu uma taxa negativa, que tem significado econômico pouco intuitivo.

O método da TIRM forneceu um valor de 54,19%, bem maior que o custo de capital e compatível com os dois outros métodos utilizados. Visto que a TIR não pôde ser utilizada para fins de decisão nesse caso, a TIRM é muitas vezes a opção do analista que se depara com tal situação. Outro apontamento interessante é o de que o cálculo da AIRR neste caso gerou uma taxa negativa, sendo assim, pode ser mais interessante para o analista utilizar a TIRM para fins de representação do projeto.

Uma análise interessante pode ser feita variando-se o custo de capital do projeto, tudo mais constante e observando como o VPL e a AIRR se comportam. As variações foram feitas em um espectro de custo de capital de 0% a 430%. É possível observar na Figura 6 que o VPL decai gradativamente a medida que o custo de capital aumenta.

³⁷ Métodos de cálculo utilizado resumidamente descritos na seção 4.1 e mais especificamente nas seções: 2.4 (TIRM) e 3.2 (AIRR).

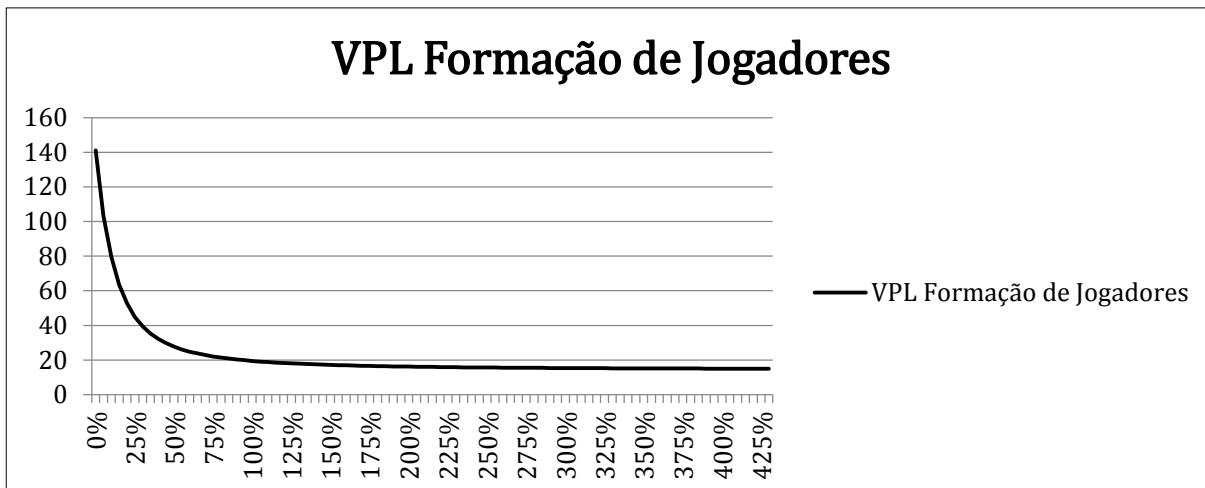


Figura 6 - VPL da formação de jogadores.

Porém, quando r se aproxima de 85% o seu decrescimento marginal diminui muito e o valor do VPL começa a cair de forma menos acelerada até praticamente estacionar na casa dos 15 milhões de reais, apresentando pequenas variações. Portanto, mesmo a um custo de capital altíssimo (praticamente impossível de ocorrer) o projeto se mostra lucrativo.

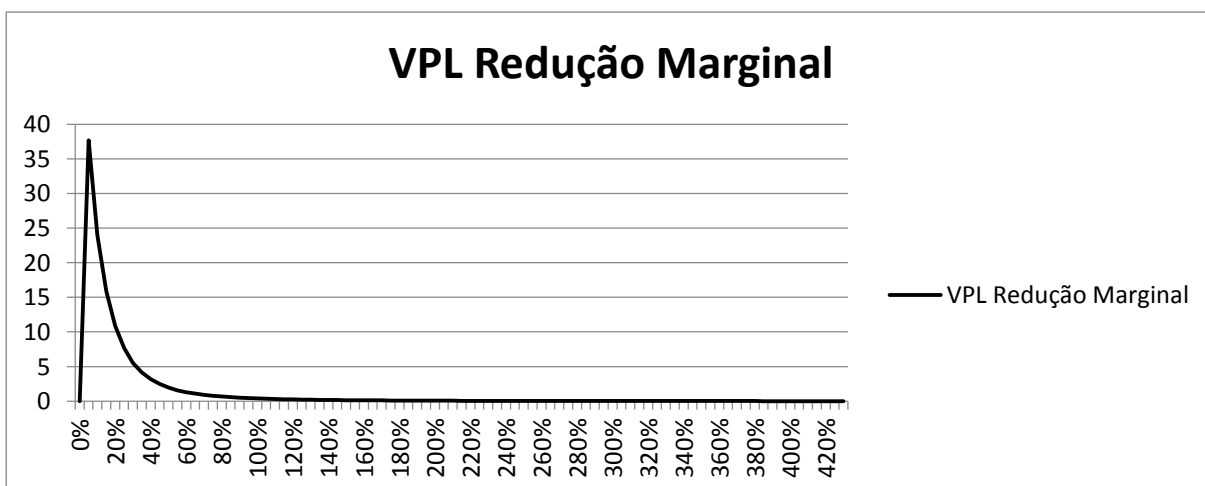


Figura 7 - Redução marginal.

A AIRR cresce acompanhando o custo de capital, porém esse crescimento é menos acentuado no começo da série e depois acelera até encontrar um aumento linear. Observando a Equação 18 ($\bar{k} = r + \frac{VP_1(x|r)}{VP(c|r)}$) é possível entender porque isso acontece. Até o ponto em que $r=35\%$ aproximadamente, o decrescimento do VPL é maior. Depois desse ponto ele passa a ter muito menos influência na AIRR dentro da

fração $\frac{VP_1(x|r)}{VP(c|r)}$, sendo a variável r então muito mais responsável pela formação da AIRR, explicando o seu crescimento constante. Esse aspecto pode ser observado na Figura 8.

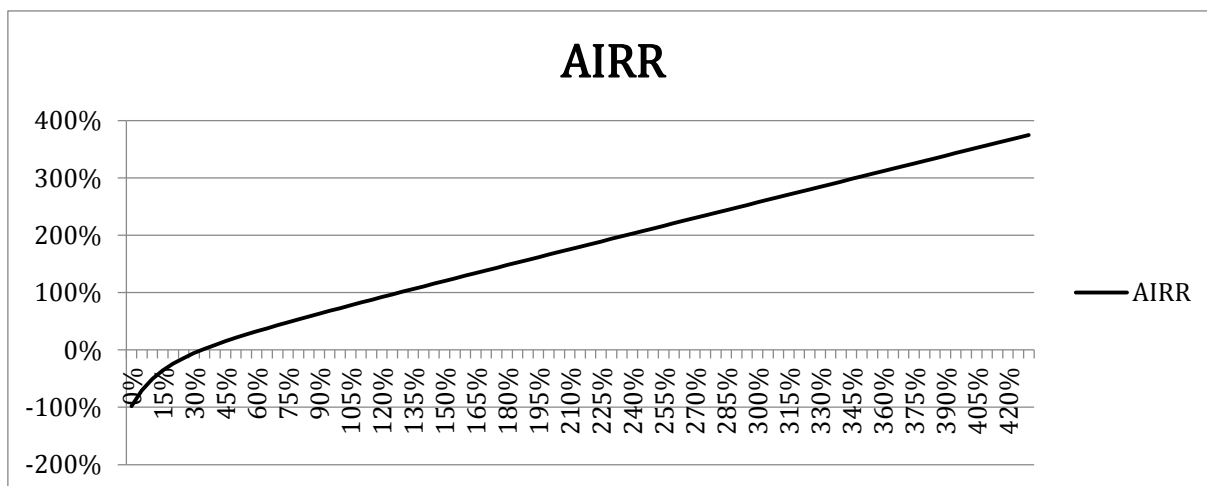


Figura 8 - AIRR da formação de jogadores.

As vantagens da AIRR são as mesmas de sempre, sem peculiaridades para este caso, ou seja, ela, em relação à TIRM, não necessita de parâmetros que podem adicionar subjetividade ao processo como a escolha das taxas de financiamento e reinvestimento. Porém, pode ser benéfico para os gestores de futebol conhecer tais taxas, já que um clube enquanto instituição com atividade bastante complexa precisa estar ciente de suas opções de custo e ganho no mercado, pois deseja manter competitividade tanto como empresa quanto como entidade esportiva. É inclusive bastante provável que seus dirigentes já tenham pelo menos uma ideia de quais sejam essas taxas³⁸.

A AIRR, contudo, é um método razoavelmente novo e mais conhecido apenas no meio acadêmico. Apesar de simples pode vir a representar uma demanda de tempo que o analista não pode suprir e acabou por fornecer, neste caso, uma taxa negativa, que sinaliza corretamente a decisão a ser tomada, mas é de difícil interpretação econômica e entendimento por parte da maioria das pessoas e, por exemplo, do cliente do analista. Sendo assim, seria necessário explicar que, apesar da negatividade da taxa, o método sinaliza corretamente a decisão a ser tomada.

³⁸ As Tabelas com os dados utilizados na construção dos gráficos estão na seção 7, ou seja, no Apêndices.

Ambos os métodos possuem flexibilidade e forneceram a sugestão de decisão correta, o que não pode ser afirmado para a TIR, como o próprio exemplo em questão demonstra, já que não possui TIR real. A TIRM seria talvez uma escolha melhor para este caso, apenas por uma questão prática, dado que a AIRR apresentou valor negativo, que traria a necessidade de um esclarecimento maior sobre o método.

3.6 O problema “Pump project”

Este é um conhecido problema que envolve fluxos de caixa não convencionais, primeiramente abordado por Lorie e Savage (1955) e analisado de forma mais aprofundada em Teichroew, Robichek, & Montalbano (1965).

O problema é estruturado da seguinte forma: Um investimento será realizado em uma bomba de petróleo que promete ser mais eficiente do que a bomba em utilização. Isso gerará um retorno financeiro e, posteriormente, um prejuízo, devido ao esgotamento do poço por conta da maior capacidade de extração (LORIE e SAVAGE, 1955, p. 237).

Atribuindo valores à situação, imagina-se um custo inicial de -\$1600,00, um retorno no primeiro período de \$10.000,00 e um prejuízo posterior de -\$10.000,00. Calculando as TIRs desse fluxo é possível obter os valores de 25% e 400% (TEICHROEW, ROBICHEK e MONTALBANO, 1965, p. 160). O valor do VPL do projeto como uma função do custo de capital demonstra um crescimento até o custo de capital de 100%. Após essa marca o VPL começa a decrescer e, como se pode observar na Figura 9, o projeto apresenta alguns valores iguais de VPL para determinados pares de custos de capital (TEICHROEW, ROBICHEK e MONTALBANO, 1965, p. 161). Fica claro então que o projeto é aceitável se seu custo de capital está entre 25% ou 400%.

Essa análise é bastante interessante, principalmente quando estendida também sob a ótica da AIRR, afinal esta depende do custo de capital. Como era de se esperar, nos pontos onde a função toca o eixo das abcissas $TIR=AIRR$, pois como já explicado neste trabalho, a TIR nada mais é do que um caso específico de AIRR associado a determinados custo de capital e capital investido (Hotelling, 1925 apud Magni 2010, p. 163).

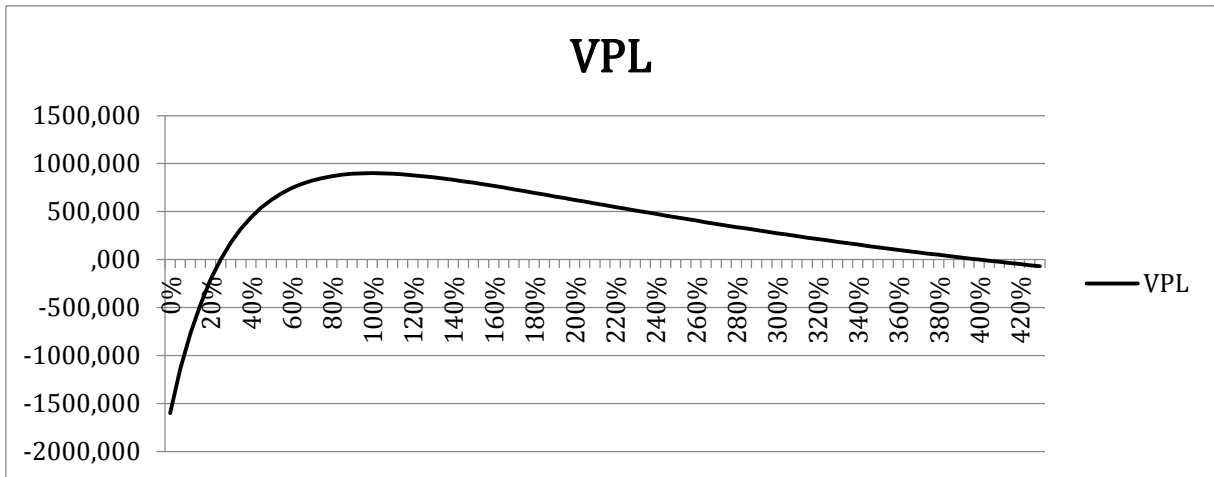


Figura 9 - VPL do Pump Project.

Observando o gráfico da Figura 10, é fácil perceber que, de acordo com o modelo de cálculo da AIRR utilizado, a AIRR cresce conforme cresce o custo de capital. Ao mesmo tempo, o VPL do projeto cresce até $r=100\%$ ($AIRR=116\%$) e decresce para $r>100$ (Figura 9). Antes de $r=25\%$ e a partir de $r=400\%$, quando o projeto se mostra inviável financeiramente, a AIRR possui valores menores que os do custo de capital. Fatores esses observáveis nas Figuras 9 e 10.

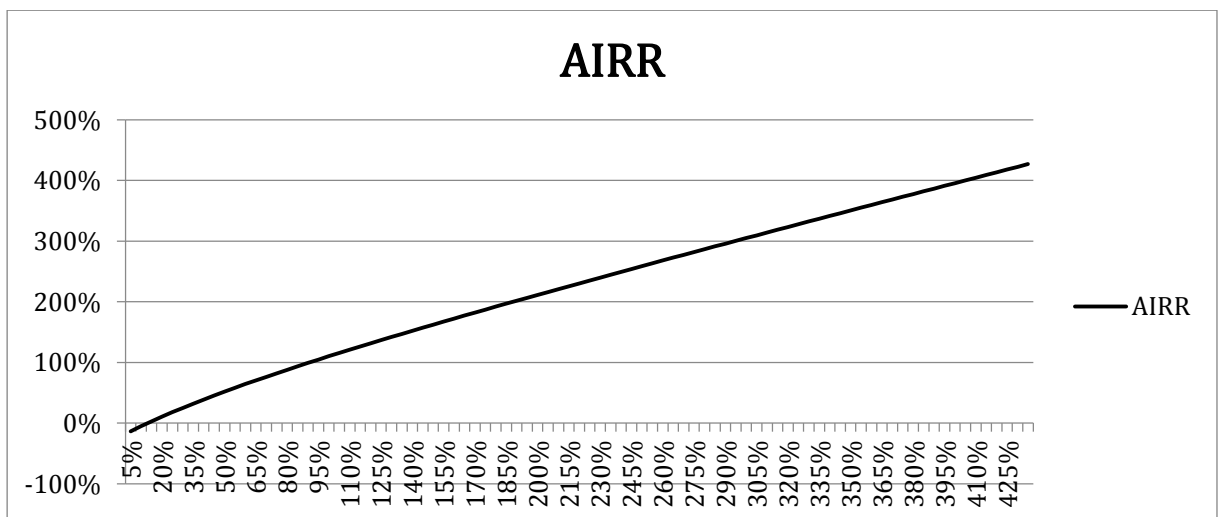


Figura 10 - AIRR do Pump Project.

Diferentemente do exemplo anterior não acontece neste caso uma diminuição do decrescimento marginal do VPL. Na verdade, este continua a cair a medida que o custo de capital cresce (após a marca $r=100\%$), devido a natureza da função configurada pelo fluxo de caixa em questão. A AIRR, no entanto, se mantém

crescente e tem apenas um valor para cada custo de capital, assim como a TIRM, diferentemente da TIR que possui dois valores³⁹.

Como o problema central em questão é o fato de que dependendo do valor do custo de capital a TIR fornece respostas diferentes a AIRR se mostra uma alternativa de grande utilidade, já que seu valor muda conforme o custo de capital se modifica, mas sempre fornece a decisão correta, compatível com o VPL, este que também é alterado com a variação do custo de capital.

No caso da TIRM, esta não depende da variação do custo de capital, mas sim das taxas que são escolhidas para viabilizar seu cálculo. Além disso, está garantida por definição a unicidade de uma taxa fornecida por esse método. Dessa forma, caso seja possível apurar essas taxas com segurança (financiamento e reinvestimento), a TIRM também é uma boa alternativa ao método da TIR para o exemplo em questão. Como há teoricamente neste caso uma dificuldade em se apurar o custo de capital é bastante provável que também possa existir dificuldade na apuração dessas outras taxas, fato que pode tornar a escolha da AIRR mais atraente.

Existem algumas soluções para os problemas encontrados neste exemplo na literatura⁴⁰. Neste estudo buscou-se demonstrar o comportamento da AIRR na situação bastante particular descrita no famoso exemplo. Assim como em todos os outros testados, a AIRR caminha lado a lado com o VPL na sugestão de decisão. O maior problema neste caso parece ser a incerteza com relação ao custo de capital do projeto. Esse problema também afeta diretamente o cálculo da AIRR, que depende dessa variável, porém acompanha a resposta fornecida pelo VPL seja qual for o custo de capital e adiciona menos subjetividade ao processo por não necessitar da apuração de outras taxas. Sendo assim, para este caso pode-se recomendar a uso da AIRR na avaliação do projeto.

³⁹ As tabelas com os dados utilizados na construção dos gráficos estão na seção 7, Apêndices.

⁴⁰ Soluções e sugestões de interpretação podem ser encontradas em (LORIE e SAVAGE, 1955), (SOLOMON, 1956) e (TEICHROEW, ROBICHEK e MONTALBANO, 1965).

4 CONCLUSÃO

Todos os métodos de avaliação de projetos e orçamento de capital revisados neste trabalho operam no cenário de decisões com certeza. Porém, a realidade se mostra bem diferente, principalmente em mercados emergentes como o do Brasil, onde há considerável instabilidade.

Sendo assim, a utilização combinada de métodos de análise, sob uma ótica comparativa, visando encontrar aquele que melhor serve ao analista em cada situação específica, ou mesmo fornecendo um panorama geral pode se mostrar vantajosa, justificando o investimento de tempo e outros recursos para desenvolvimento das análises. Além disso, o estudo mais aprofundado de como cada um destes funciona e se comporta em cada situação, bem como o porquê de fornecerem determinado resultado além é claro de, se possível, um trabalho de apoio de mensuração de riscos e incertezas, seriam de grande ajuda para desenhar um modelo do ambiente em que cada organização se encontra.

A AIRR é um método relativamente novo e pouco conhecido, porém de relativa facilidade de entendimento e aplicação. Ela se mostra uma boa alternativa para situações onde se deseja expressar a rentabilidade de projetos por meio de taxas, mas não é possível fazê-lo por meio da TIR, pois esta pode falhar em suprir essa necessidade, seja por qualquer uma de suas conhecidas dificuldades. Além disso, em casos onde há maior incerteza quanto ao custo de capital pode ser mais vantajoso o uso da AIRR, já que os problemas da TIRM passam pela apuração de outras duas taxas.

A TIRM continua sendo uma excelente alternativa, porém como demonstrado neste trabalho existem críticas bastante válidas ao método, que envolvem adição de subjetividade incrementando ainda mais as incertezas indesejadas e tão presentes no dia a dia dos analistas de orçamento de capital. Por outro lado, pode ser que para algum caso específico haja incerteza quanto aos fluxos de caixa, sendo necessária a simulação de vários cenários diferentes levando a AIRR a apresentar variações, ou um valor de difícil interpretação (como um valor negativo) tornando uma boa opção a escolha da TIRM.

Vale frisar mais uma vez que não há aqui qualquer intenção de apontamento de um método superior aos demais, ou prova de falhas. A intenção é apenas estudar

um pouco mais cada um deles e coloca-los frente a frente com a nova abordagem da AIRR. Como pode ser percebido nas seções de 3.4 a 3.6, existem diversas situações que podem ocorrer ao se trabalhar com orçamento de capital e cada método pode vir a se adequar melhor a um caso específico. Fatores externos como a determinação de taxas de reinvestimento e de custo de capital tem uma grande importância na análise, influenciando fortemente de forma direta os resultados obtidos pelos métodos em estudo.

Pode ser válida então, para estudos futuros, uma avaliação de formas seguras de apuração desses parâmetros, visando adicionar mais robustez e confiança à análise, com o objetivo de torna-la mais prática e próxima da realidade. Porém, fica claro como a utilização combinada dos métodos lado a lado pode trazer um pouco mais de segurança, visto que na possível falha de algum deles outro pode vir a suprir a lacuna deixada.

Algumas limitações foram encontradas para a realização deste estudo, como a estruturação de um ranking de projetos baseado na AIRR (Magni (2010, p. 169)) e em outros métodos, a utilização do método de opções reais e do estudo mais aprofundado dos efeitos da variação do custo de capital dos projetos (alguns destes são explorados em Magni (2012)). Todos esses aspectos são bons fatores motivadores para estudos futuros, principalmente se relacionados com o comportamento da AIRR e com seu melhoramento.

5 REFERÊNCIAS

- BEAVES, R. G. Net Present Value and Rate of Return: Implicit and Explicit Reinvestment Assumptions. **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 33, n. 4, 1988. 275-302.
- BEN-HORIN, M.; KROLL, Y. The Limited Relevance of the Multiple IRRs. **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 57, n. 2, 2012. 101-118.
- BERK, J.; DEMARZO, P. **Finanças Empresariais**. Tradução de Christiane de Brito Andrei. 1ª. ed. [S.l.]: Bookman, 2009. 1048 p. ISBN 0-201-74122-9.
- FARO, C. D. **Elementos de Engenharia Econômica**. 3ª. ed. São Paulo: Atlas, 1941. 328 p.
- FARO, C. D.; LACHTERMACHER, G. **Introdução à Matemática Financeira**. Rio de Janeiro: FGV, 2012. 408 p. ISBN 978-85-225-1148-8.
- GRAZIANI, R.; VERONESE, P. How to Compute a Mean? The Chisini Approach and Its Applications. **The American Statistician**, 63, n. 1, 2009. 33-36.
- HAZEN, G. B. A new perspective on multiple internal rates of return. **The Engineering Economist**, 48, n. 1, 2003. 31-51.
- HOTELLING, H. A general mathematical theory of depreciation. **Journal of the American Statistical Association**, 20, 1925. 340-353.
- JOHNSTONE, D. What Does an IRR (or Two) Mean? **Journal Of Economic Education**, 39, n. 1, 2008. 78-87.
- KASSAI, J. R. et al. **Retorno de Investimento**. 2ª. ed. São Paulo: Atlas, 2000. 256 p. ISBN 85-224-2551-5.
- LIN, S. A. Y. The Modified Internal Rate of Return and Investment Criterion. **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 21, n. 4, 1976. 237-247.
- LOHMANN, J. R. The IRR, NPV and the Fallacy of the Reinvestment Rate Assumptions. **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 33, n. 4, 1988. 303-330.
- LORIE, J. H.; SAVAGE, L. J. Three problems in capital rationing. **Journal of Business**, 28, n. 4, 1955. 229-239.
- MAGNI, C. A. Investment decisions, net present value and bounded rationality. **Quantitative Finance**, 9, 2009. 967-979.

- MAGNI, C. A. Average Internal Rate of Return and Investment Decisions: A New Perspective. **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 55, n. 2, 2010. 150-180.
- MAGNI, C. A. The Internal-Rate-of-Return approach and the AIRR paradigm: A refutation and a corroboration. **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 58, n. 2, 2012. 73-111.
- MOORE, J. H.; WHEATHERFORD, L. R. **Tomada de decisão em Administração com planilhas eletrônicas**. Tradução de Lucia Simonini. 6ª. ed. [S.l.]: Bookman, 2005. 643 p. ISBN 85-363-0446-4.
- OSBORNE, M. J. A resolution to the NPV–IRR debate? **Quarterly Review of Economics and Finance**, 50, n. 2, 2010. 234–239.
- PARK, C. S.; SHARP-BETTE, G. P. **Advanced Engineering Economics**. 10ª. ed. [S.l.]: Wiley, 1990. 768 p. ISBN 0-471-79989-0.
- PIERRU, A. The Simple Meaning of Complex Rates of Return. **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 55, n. 2, 2010. 105-117.
- SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira**. 5ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. ISBN 978-85-7605-799-4.
- SILVA, L. M. D.; MORAES, M. M. **Contabilidade das entidades desportivas: um estudo sobre a apuração do custo contábil do atleta de futebol em formação do Grêmio Foot-Ball Porto Alegrense**. Congresso Brasileiro de Custos. Belo Horizonte, p. 16. 2010.
- SMITH, G. W. A Brief History of Interest Calculation. **The Journal of Industrial Engineering**, XVIII, n. 10, 1967. 569-574.
- SOLOMON, E. The Arithmetic of Capital-Budgeting Decisions. **The Journal of Business**, 29, n. 2, 1956. 124-129.
- STULZ, R. M. What's wrong with modern capital budgeting?, 99, n. 8, 1999.
- TEICHROEW, D.; ROBICHEK, A. A.; MONTALBANO, M. An Analysis Of Criteria For Investment And Financing Decisions Under Certainty. **Management Science**, 12, n. 3, 1965. 151 - 179.

6 APÊNDICES

6.1 Exemplo referente à seção 3.2

O objetivo deste exemplo é demonstrar como se pode obter o mesmo VPL com a escolha de um fluxo de investimento arbitrário. O fluxo de caixa X fornecido por Lohmann (1988, p. 313) foi submetido à análise especificada na seção 3.1 deste trabalho.

Dessa forma, foi calculada a sua TIR (5,0190%) e seu VPL (72,5729) a um custo de capital de 2%. O próximo passo foi deduzir o seu fluxo de investimento referente à TIR previamente calculada e então aplicar as saídas deste processo na Equação 15. Os resultados estão demonstrados na Tabela 9.

Período	0	1	2	3	4	VPL
X	-1000	300	287,5	275,5	262,5	72,5729
C(k = 5,0190)	1000	750,19	500,34	249,95	0	2451,93
R _t	0	50,19	37,65	25,11	12,55	-
rc _{t-1}	0	20	15	10	4,99	-
FC = R _t - rc _{t-1}	0	30,19	22,64	15,10	7,54	-
$\sum_{t=1}^4 FC \cdot (1,02)^{-t}$	-	-	-	-	-	72,5729

Tabela 9 - Resultados referente à seção 3.2.

Como o fluxo de investimento C utilizado era o deduzido da TIR, era de se esperar que o VP(X|r) encontrado fosse o mesmo fornecido pela fórmula tradicional do VPL, apresentada na Equação 4. Seguindo o raciocínio proposto, procede-se a escolha de um fluxo de investimento arbitrário C e repete-se a mesma análise feita acima, conforme apresentado na Tabela 10:

Período	0	1	2	3	4	VPL
X	-1000	300	287,5	275,5	262,5	72,5729
C	1000	330	490	600	0	-
R _t	0	-370	447,5	385,5	-337,5	-
rc _{t-1}	0	20	6,6	9,8	12	-
FC = R _t - rc _{t-1}	0	-390	440,9	375,7	-349,5	-
$\sum_{t=1}^4 FC \cdot (1,02)^{-t}$	-	-	-	-	-	72,5729

Tabela 10 - Resultados referente à seção 3.2 com fluxo arbitrário.

Fica evidente então que mesmo diante da escolha de um fluxo de investimento arbitrário o VPL do projeto original se mantém igual àquele calculado utilizando-se o fluxo de investimento original, derivado da TIR do projeto, provando que a escolha do fluxo é irrelevante para a obtenção da AIRR.

6.2 Tabelas referentes aos gráficos da seções 4.2 e 4.3

6.2.1 Seção 4.2

Os dados utilizados na construção dos gráficos das Figuras 6, 7 e 8 são apresentados na Tabela 11.

Custo de capital	VPL	AIRR	VPL Redução marginal
0%	141,10	-98%	-
5%	103,43	-71%	37,67
10%	79,41	-51%	24,02
15%	63,53	-36%	15,88
⋮	⋮	⋮	⋮
430%	14,99	375%	0,01

Tabela 11 - Dados das Figuras 6,7 e 8.

6.2.2 Seção 4.3

Os dados utilizados na construção dos gráficos das Figuras 9 e 10 são apresentados na Tabela 12.

Custo de capital	VPL	AIRR
0%	-1600	-14%
5%	-1146,49	-5%
10%	-773,55	2,66%
15%	-465,78	10%
⋮	⋮	⋮
430%	-69,21	427%

Tabela 12 - Dados das Figuras 9 e 10.