

Heitor Cerqueira

## **Teste do CCAPM escalonado no Brasil**

Brasília – DF

2015



Heitor Cerqueira

## **Teste do CCAPM escalonado no Brasil**

Monografia submetida ao Departamento de Economia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Universidade de Brasília – UnB  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade  
Departamento de Economia

Orientador: José Guilherme de Lara Resende

Brasília – DF

2015



Heitor Cerqueira

## **Teste do CCAPM escalonado no Brasil**

Monografia submetida ao Departamento de Economia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Brasília – DF, 14 de dezembro de 2015:

---

**José Guilherme de Lara Resende**  
Orientador

---

**Daniel Oliveira Cajueiro**  
Convidado

Brasília – DF  
2015



# Agradecimentos

À minha família pelo suporte, e por acreditarem em mim e não medirem esforços para que eu concluísse mais esta etapa da minha vida.

Ao Prof. José Guilherme de Lara Resende pela orientação e compreensão que tornaram possível a conclusão deste trabalho.

Agradeço especialmente à Priscyla, pela amizade, companheirismo e apoio, essenciais em todos os momentos deste percurso.

Por fim, agradeço a todos que participaram da minha formação e que contribuíram para que eu chegasse até aqui.





# Resumo

O objetivo desta monografia é replicar, com dados brasileiros, os testes do CAPM baseado no consumo (CCAPM) e do CCAPM escalonado aplicados por Lettau e Ludvigson (2001b). A abordagem do modelo consiste em especificar o fator de desconto estocástico como uma função da variável condicionante *razão consumo-riqueza*, que sintetiza as informações do estado da economia em cada período. Por meio de dados mensais do retorno de portfólios construídos com ações da BM&F Bovespa, é testada a capacidade de flutuações na razão consumo-riqueza de prever o retorno em excesso das ações. Como a razão não é observável, é estimada a *proxy cay* proposta por Lettau e Ludvigson (2001b), dada pelo desvio da tendência de longo prazo entre o consumo ( $c$ ), a riqueza em ativos ( $a$ ) e a renda do trabalho ( $y$ ). Os resultados são comparados ao desempenho de um modelo multifatorial, baseado nos fatores de risco tamanho e momento; ao desempenho do CAPM, estático e escalonado; do CAPM aumentado para o capital humano de Jagannathan e Wang (1996), estático e escalonado; e do CCAPM padrão. As estimativas obtidas corroboram Lettau e Ludvigson (2001b) e o CCAPM escalonado por *cay* aumenta substancialmente o poder explicativo do modelo sobre os retornos de ações brasileiras, em comparação ao CCAPM padrão. O resultado indica que o modelo condicional descreve melhor os dados, e a rejeição usual do CCAPM se deve ao uso de testes apenas do modelo não-condicional.

**Palavras-chaves:** CAPM. CCAPM. modelo escalonado. razão consumo-riqueza. variável *cay*.



# Lista de tabelas

Tabela 1 – <b>Teste de cointegração</b> . . . . .	34
Tabela 2 – <b>Teste de estabilidade do <i>VECM</i></b> . . . . .	34
Tabela 3 – <b>Teste de autocorrelação dos resíduos</b> . . . . .	35
Tabela 4 – <b>Coefficientes de Curto Prazo do <i>VECM</i></b> . . . . .	35
Tabela 5 – <b>Decomposição da variância dos erros de previsão</b> . . . . .	36
Tabela 6 – <b>Regressão em <i>cross-section</i> dos retornos em excesso</b> . . . . .	37
Tabela 7 – <b>Regressões Fama-MacBeth dos modelos não-escalonados</b> . . . . .	38
Tabela 8 – <b>Regressões Fama-MacBeth dos modelos escalonados</b> . . . . .	40
Tabela 9 – <b>Erros de precificação dos modelos não-escalonados</b> . . . . .	42
Tabela 10 – <b>Erros de precificação dos modelos escalonados</b> . . . . .	42



# Sumário

	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>1</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>15</b>
	<b>Revisão bibliográfica</b> . . . . .	<b>15</b>
1.1	<b>Risco e Retorno</b> . . . . .	<b>15</b>
1.2	<b>O CAPM</b> . . . . .	<b>15</b>
1.3	<b>O CCAPM</b> . . . . .	<b>20</b>
1.4	<b>O modelo <i>cay</i></b> . . . . .	<b>23</b>
1.5	<b>Testes do CAPM no Brasil</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>2</b>	<b>ESTIMAÇÃO DOS MODELOS</b> . . . . .	<b>31</b>
	<b>Estimando os modelos</b> . . . . .	<b>31</b>
2.1	<b>Dados</b> . . . . .	<b>31</b>
2.2	<b>Resultados</b> . . . . .	<b>33</b>
2.2.1	Estimando <i>cay</i> . . . . .	33
2.2.2	Regressões Fama-Macbeth . . . . .	38
	<b>Considerações finais</b> . . . . .	<b>45</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>47</b>



# Introdução

A trajetória da literatura de precificação de ativos até a última década pode ser resumida por dois fatos. De um lado os modelos, como o CAPM e o CAPM de consumo, tem um maior apelo teórico, mas um péssimo desempenho empírico. Do outro, os modelos com melhor desempenho empírico, como o modelo Fama-French, carecem de fundamentação teórica.

A introdução do CAPM por Sharpe (1964) e Lintner (1965) revolucionou o estudo de Finanças e se tornou o principal pilar da teoria e prática de precificação de ativos. Apoiaram a disseminação do modelo os resultados dos primeiros testes empíricos, corroborando a hipótese de eficiência da carteira de mercado (BLACK; JENSEN; SCHOLLES, 1972; BLUME; FRIEND, 1973; FAMA; MACBETH, 1973). Porém, a partir do final da década de 1970, ganhou corpo uma extensa literatura que documentava evidências de anomalias nos retornos dos ativos que não podiam ser explicadas pelo CAPM (BASU, 1977; BANZ, 1981; ROSENBERG; REID; LANSTEIN, 1985). O último prego foi posto sobre o modelo quando Fama e French (1992, 1993) demonstraram o fracasso absoluto do CAPM em explicar a variação nos retornos de portfólios ordenados pelas características valor de mercado e razão valor contábil sobre valor de mercado.

Do ponto de vista teórico, Merton (1973) questiona o caráter estático do CAPM, e Roll (1977) da impossibilidade de se testar a carteira de mercado e, portanto, o próprio CAPM. Motivados por essas críticas ao modelo Sharpe-Lintner, Rubinstein (1976), Lucas (1978), Breeden (1979), e Grossman e Shiller (1981) desenvolveram o CAPM baseado no consumo (CCAPM), em que o fator de risco passava a ser a variação do consumo de um agente representativo. Ao permitir a variação intertemporal das oportunidades de investimento, e ao ligar os preços dos ativos diretamente à utilidade marginal dos agentes, o CCAPM apresenta um grau de consistência teórica sem rival entre os modelos de precificação. Contudo, o retrospecto empírico do modelo é tão ruim quanto, ou pior do que o do CAPM clássico (HANSEN; SINGLETON, 1982; MANKIW; SHAPIRO, 1986; BREEDEN; GIBBONS; LITZENBERGER, 1989). Ainda assim, apesar de suas deficiências empíricas, o CAPM baseado no consumo continuou sendo um dos principais paradigmas teóricos na literatura de Finanças. Ao derivar explicitamente a Equação de Euler que determina os preços, é possível a aplicação do modelo sobre qualquer tipo de ativo ou fluxo-de-caixa incertos. Dessa forma, quase todos os tipos de modelos de precificação podem ser reescritos como casos especiais do CCAPM. Uma vez definidos uma forma funcional para a utilidade, os valores numéricos para os parâmetros da função, e um modelo estatístico apropriado, qualquer questão pertinente à teoria da precificação pode ser inteiramente respondida pelo CCAPM. A questão central passou a ser como explicar as dificuldades empíricas do CCAPM, e a propor modificações à versão canônica que aproxime o seu desempenho ao demonstrado pelos modelos concorrentes (LETTAU; LUDVIGSON, 2001b; COCHRANE, 2005).

Uma das hipóteses levantadas para explicar a falta de precisão do CCAPM é a de que os testes do modelo não consideram a possibilidade de que o prêmio pelo risco varie no tempo. Uma solução possível para essa limitação seria, então, escalonar o fator de desconto estocástico, utilizando variáveis condicionantes que representem o estado da economia em cada período. Dentro dessa classe de modelos, a especificação proposta por Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) foi uma das grandes responsáveis por ressuscitar a importância do CCAPM, e dos modelos com variáveis macroeconômicas em geral, dentro da literatura empírica. No modelo proposto por eles, é estimada uma variável que captura o componente variante no tempo do prêmio pelo risco, dada por uma *proxy* da razão consumo-riqueza. Como a razão não é observável, é estimada a variável *cay*, definida como o resíduo de cointegração entre o consumo, a riqueza em ativos e o retorno do capital humano. O objetivo é sintetizar as expectativas dos investidores para os retornos futuros da carteira de

mercado, e capturar o efeito da variação da aversão ao risco longo do tempo. Segue da intuição do modelo que a razão de ações com determinadas características terem retornos anormais seria a correlação mais acentuada com o crescimento do consumo nos períodos em que a aversão é mais alta. Os autores testam o modelo com dados do mercado acionário americano e encontram um desempenho equivalente ao do modelo Fama-French, tradicionalmente tido como o de melhor desempenho empírico.

Apesar da importância de *cay* na literatura de precificação, em uma revisão da literatura nacional não foram encontrados trabalhos que testassem o modelo no mercado brasileiro. Por essa razão, o objetivo deste trabalho foi preencher essa lacuna e replicar o modelo testado por Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) com os dados disponíveis no Brasil. Para isso, foram construídos 9 portfólios com o mesmo método usado em Fama e French (2012). As ações foram ordenadas em tercis, de acordo com o valor de mercado e o momento (média dos retornos da ação nos 11 primeiros meses do ano anterior). A variável *cay* foi estimada por meio de um Modelo Vetorial de Correção de Erros (VECM). Os dados utilizados foram o consumo aparente, calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Economia (IBGE), e *proxies* para a riqueza em ativos e o retorno do capital humano com dados da receita agregada do Imposto de Renda de Pessoa Física, calculados pela Receita Federal. Os modelos são testados como em Lettau e Ludvigson (2001b), comparando os resultados das regressões Fama-MacBeth dos modelos: CAPM estático; CAPM aumentado para o capital humano (CAPM-HC); CCAPM não-escalonado; Três-Fatores; e os modelos escalonados do CAPM, CAPM-HC e CCAPM. Os resultados encontrados ficaram próximos dos observados no artigo original, e reproduziram o ordenamento dos modelos, segundo o grau de ajuste, obtido por Lettau e Ludvigson (2001b). O CCAPM escalonado também repetiu o bom desempenho observado por eles, apresentando coeficientes consistentes com a teoria e uma redução considerável nos erros de precificação.

A monografia será estruturada da seguinte forma: o Capítulo 1 fará uma revisão da literatura de precificação, pela ótica do CAPM; o Capítulo 2 discutirá a construção dos dados, a estimação de *cay* e o resultado do teste dos modelos; e, nas Considerações Finais, serão retomados os pontos principais dos procedimentos utilizados e dos resultados obtidos.



# 1 Revisão bibliográfica

## 1.1 Risco e Retorno

A Teoria Moderna do Portfólio tem início com as contribuições seminais de Markowitz (1952, 1959), que pela primeira vez formalizou uma solução para o problema de escolha de uma carteira ótima de ativos financeiros. O problema de um investidor, que busca maximizar o retorno esperado e minimizar o risco de um portfólio de investimentos, pode ser descrito como a busca de uma solução para o *trade-off* entre a média e a variância dos retornos de uma carteira formada por ativos arriscados. Para cada nível de variância, o investidor busca obter o maior retorno esperado possível ou, analogamente, para cada nível de retorno esperado, a menor variância. A principal inovação de Markowitz foi a separação entre o risco individual de um ativo, e o que é a sua contribuição para o risco de uma carteira de ativos (DIMSON; MUSSAVIAN, 1999). Como os ativos não são perfeitamente correlacionados entre si, a diversificação permite que se obtenha um portfólio com um risco menor do que o risco de cada ativo individualmente. Já o retorno esperado do portfólio é apenas a soma, ponderada pelo peso relativo de cada ativo no portfólio, dos retornos esperados de cada ativo. Dessa forma, a diversificação permite encontrar carteiras ótimas que apresentem o maior retorno esperado possível para cada nível de risco incorrido. A combinação dessas carteiras ótimas compõe a fronteira eficiente de média-variância. Nela estariam contidos os portfólios escolhidos, para cada nível de risco, por um investidor racional e maximizador de média-variância (DIMSON; MUSSAVIAN, 1999).

Tobin (1958) expande o resultado anterior por meio do Teorema da Separação dos Fundos, que mostra como um investidor individualmente deve compor a sua carteira, alocando seus fundos entre um ativo livre de risco (sem risco de inadimplência e cujos retornos não variam, como no exemplo convencional das *treasury bills* americanas), e um ativo arriscado (como carteiras de renda fixa e/ou variável). Tobin define a abordagem da seleção ótima de portfólios em duas etapas independentes. Primeiro, é escolhida a carteira arriscada ótima, que independe da preferência de cada investidor pelo risco. E, em um segundo momento, é escolhido quanto investir entre o ativo livre de risco e a carteira ótima, de acordo com o grau de aversão ao risco do investidor. Dessa forma, o Teorema da Separação simplifica o processo de seleção ótima de carteiras, resumindo a escolha do investidor a apenas quanto investir entre dois fundos, um composto por um ativo sem risco e, o outro, composto pela carteira ótima (DIMSON; MUSSAVIAN, 1999; SHARPE, 1964).

## 1.2 O CAPM

Explorando as implicações de equilíbrio para o mercado de capitais do modelo de média-variância de Markowitz e do Teorema da Separação de Tobin, Sharpe (1964) e Lintner (1965) desenvolveram o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) e inauguraram a literatura de precificação de ativos. O modelo descreve um equilíbrio de dois períodos em que os investidores são otimizadores de média-variância, têm livre acesso a um ativo livre de risco, e têm expectativas homogêneas sobre a distribuição dos retornos esperados. No período inicial, os investidores escolhem um portfólio ótimo dentro do conjunto de oportunidades de investimentos e, no período seguinte, recebem o *payoff* correspondente. Como se supõe que todos os agentes observam o mesmo conjunto de oportunidades, todos os investidores irão escolher o mesmo portfólio tangente à fronteira de eficiência. Uma vez que todos os ativos à venda devem ter compradores no equilíbrio, esse portfólio ótimo será igual à carteira de mercado (que daqui em diante será designada pelo subscrito  $m$ ), compreendendo a todos os tipos de ativos negociados no equilíbrio. Supondo  $n$  ativos e dado um retorno alvo  $E(R_p)$ , o problema

do investidor pode ser escrito como

$$\min_{w_i} \text{Var}(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n w_i w_k \text{Cov}(R_i, R_k) \quad (1.1a)$$

$$s.a. \quad = E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) + (1 - \sum_{i=1}^n w_i) R_f, \quad (1.1b)$$

em que  $w_i$ ,  $w_k$ ,  $R_i$  e  $R_k$  são, respectivamente, os pesos e os retornos dos ativos  $i$  e  $k$ . A função objetivo (1.1a) define a minimização da variância da carteira  $p$  pela escolha ótima dos pesos investidos nos ativos  $i$  e  $k$ . Já a restrição (1.1b) define que, uma vez escolhida a carteira de tangência, o retorno alvo  $E(R_p)$  é alcançado por meio da combinação linear entre a carteira arriscada ótima e um ativo livre de risco com retorno  $R_f$  (NYBERG, 2010).

Ao aplicar o Lagrangeano sobre o problema de otimização acima, e rearranjando os termos, chega-se à expressão (1.2) para o retorno esperado de cada ativo individualmente,

$$E(R_i) = R_f + \frac{\text{Cov}(R_i, R_p)}{\text{Var}(R_p)} (E(R_p) - R_f). \quad (1.2)$$

E definindo o peso dado ao ativo livre de risco como zero na equação (1.1b), implicando que

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad (1.3)$$

a equação (1.2) determina o retorno esperado do portfólio de tangência. Como o CAPM supõe que todos os investidores comprarão o mesmo portfólio de tangência, equivalente à carteira de mercado, a equação pode ser reescrita segundo a formulação clássica do CAPM, como na equação (1.3) abaixo. Substituindo o retorno alvo  $E(R_p)$  pelo retorno da carteira de mercado  $E(R_m)$ , chega-se a

$$E(R_i) = R_f + \beta_{i,m} (E(R_m) - R_f), \quad (1.4)$$

em que  $\beta_{i,m} = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)}$  e mede a sensibilidade do retorno esperado do ativo  $i$  às variações no retorno esperado da carteira de mercado. Quanto maior o beta de um ativo, mais próximos os retornos se movem em conjunto com os retornos da carteira de mercado e, portanto, mais arriscado o ativo. Dessa forma, o CAPM estabelece que o retorno de um ativo qualquer é determinado por dois componentes, o retorno mínimo exigido, equivalente à taxa livre de risco, e uma correção para o risco, igual ao prêmio pelo risco exigido da carteira de mercado, multiplicado pelo beta do ativo. Ativos cujos betas são baixos implicam retornos mais altos quando os retornos de mercado estão baixos, permitindo assim aos investidores se protegerem de parte do risco associado aos movimentos do mercado. Portanto, esses ativos serão mais desejados e o prêmio pelo risco exigido deles menor. Logo, apenas a variação nos retornos correlacionada com a carteira de mercado (risco sistemático) oferece um prêmio pelo risco. Já o risco não-sistemático, específico apenas a um conjunto de firmas, pode ser diversificado pelos investidores por meio de uma carteira grande o suficiente para que a correlação dos retornos de ativos de conjuntos diferentes de firmas se anulem (NYBERG, 2010).

A partir da publicação do modelo Sharpe-Lintner, outros autores estudaram variações do modelo que flexibilizassem algumas das suas hipóteses mais restritivas. Brennan (1970) encontra que a introdução de impostos não altera as implicações do modelo. Black (1972) avalia o caso em que não existe um ativo livre de risco na economia, e encontra que os investidores dividem seus investimentos entre a carteira de mercado e outro portfólio arriscado, mas com covariância com o mercado igual a zero (a carteira zero-beta). Enquanto o CAPM clássico implica um prêmio pelo beta igual à  $E(R_m) - R_f$ , e que o ativo não correlacionado com a carteira de mercado terá o retorno igual à taxa livre de risco, o resultado encontrado por Black (1972) é menos

restritivo, prevendo apenas que a carteira de mercado é eficiente e o prêmio pelo beta positivo (DIMSON; MUSSAVIAN, 1999; FAMA; FRENCH, 2004).

Testes empíricos do CAPM se baseiam em avaliar três implicações do modelo Sharpe-Lintner: (i) o retorno esperado de um ativo arriscado é uma função linear de seu beta, e é esta a única variável relevante; (ii) o prêmio pelo risco é positivo e excede o retorno esperado dos ativos não-correlacionados com a carteira de mercado; (iii) o retorno esperado dos ativos não correlacionados com a carteira de mercado é equivalente à taxa livre de risco (FAMA; FRENCH, 2004).

A abordagem dos primeiros testes do CAPM pode ser descrita de duas formas:

$$1 : E(R_i) - R_f = \alpha_0 + \beta_i(E(R_m) - R_f) + \epsilon_i \quad (1.5a)$$

$$2 : E(R_i) = \gamma_0 + \gamma_1\beta_i + \epsilon_i \quad (1.5b)$$

em que as condições do modelo são válidas quando  $\alpha_0 = 0$  e  $\gamma_0 = 0$  e, portanto, o ativo livre-de-risco não explica os retornos esperados de ativos arriscados, e quando  $\gamma_1$  é equivalente ao prêmio pelo risco ( $E(R_m) - R_f$ ). Dois problemas dificultam a execução desses testes: a estimação dos betas de cada ação é imprecisa; e os resíduos das regressões são positivamente correlacionados, devido a fatores comuns de variação, como efeitos de indústria que afetam a média dos retornos de ativos de uma mesma classe, enviesando para baixo as estimativas dos erros padrão das regressões em *cross-section* (FAMA; FRENCH, 2004).

Para mitigar o ruído na estimação dos betas, tornou-se padrão na literatura o uso de portfólios, diversificados e ordenados segundo o tamanho dos betas, em vez de ativos individuais, de maneira que reduz-se o erro de medida, enquanto se preserva a variabilidade nos betas estimados (JAGANNATHAN; MCGRATTAN, 1995). Black, Jensen e Scholes (1972), seguindo este raciocínio, adotam um procedimento em duas etapas: primeiro, é estimada uma regressão em série temporal dos retornos das ações sobre os retornos de uma *proxy* para a carteira de mercado, para que sejam construídos os portfólios em ordem decrescente dos betas obtidos; e por fim, a média dos retornos é regredida em *cross-section* sobre os betas estimados na primeira etapa (DIMSON; MUSSAVIAN, 1999). O resultado encontrado por eles é uma relação positiva e linear entre a média dos retornos e o beta, conforme esperado da teoria. Porém, o intercepto encontrado é maior do que zero, e a inclinação consideravelmente menor do que o previsto pelo CAPM, portanto, indicando a rejeição do modelo Sharpe-Lintner, mas um resultado ainda consistente com a versão zero-beta do CAPM de Black (1972) (FAMA; FRENCH, 2004; JAGANNATHAN; WANG, 1996).

Já em relação ao problema de inferência causado pela correlação dos resíduos, Fama e MacBeth (1973) propõem uma modificação à segunda etapa do procedimento anterior, adotado por Black, Jensen e Scholes (1972). No lugar de apenas uma regressão em *cross-section* dos retornos mensais sobre os betas, os retornos são regredidos sobre os betas para cada mês observado, de forma que cada mês seja uma *cross-section* em si, com um próprio intercepto e beta. Por fim, a média dos interceptos e das inclinações estimadas, assim como os erros padrão das médias, são usados para testar se a média do prêmio pelo risco é positiva, e se a média dos retornos dos ativos não correlacionados com a carteira de mercado é equivalente à taxa de juros livre de risco. Assim como Black, Jensen e Scholes (1972), Fama e MacBeth (1973) também rejeitam a versão Sharpe-Lintner, mas observam um *trade-off* positivo e linear entre retorno e risco, conforme previsto pela versão de Black (1972). Corroboram esses resultados outros testes em *cross-section* como Blume e Friend (1973); e testes em séries temporais como Blume e Friend (1970), Gibbons (1982) e Stambaugh (1982) (FAMA; FRENCH, 2004).

O sucesso da versão zero-beta nos testes iniciais do CAPM produziu um consenso de que o modelo era um boa descrição dos retornos esperados e, aliado ao seu apelo intuitivo e simplicidade, explica a grande aceitação que o CAPM teve dentro e fora da academia (FAMA; FRENCH, 2004). Porém, a partir da década de

1970, ganhou corpo uma extensa literatura questionando as limitações teóricas e empíricas do modelo.

Do ponto de vista teórico, Merton (1973) aponta as limitações do CAPM clássico devido à inconsistência dinâmica do modelo, ao considerar apenas o caso estático da escolha dos investidores. Como alternativa, Merton (1973) propôs o *Intertemporal Capital Asset Pricing Model* (ICAPM), em que os agentes tomam decisões de investimento em um horizonte mais longo do que de apenas um período. A utilidade dos agentes passa a ser uma função não apenas do seu nível de riqueza, mas também do estado em que a economia se encontra, uma vez que os retornos futuros dependem das condições da economia nos períodos seguintes. Dessa forma, os investidores buscam maximizar não apenas a eficiência de média-variância em cada período, mas também a proteção (*hedge*) contra choques adversos ao conjunto de oportunidades de investimento. O modelo implica a existência de múltiplos betas, em número igual a um mais a quantidade de variáveis estados que afetam o conjunto de oportunidades ao longo do tempo, sendo o CAPM tradicional apenas um caso especial do modelo, em que as oportunidades de investimento são constantes no tempo (DIMSON; MUSSAVIAN, 1999; MERTON, 1973).

Roll (1977) propõe uma crítica ainda mais profunda ao modelo, e questiona a própria possibilidade do CAPM ser testado empiricamente. A carteira de mercado pressuposta pelo CAPM deveria incluir todas as formas de riqueza disponíveis, como títulos, propriedades de imóveis e o capital humano. Porém, o verdadeiro portfólio de mercado não é observável, e testes do CAPM com índices do mercado de ações, na melhor das hipóteses, testam apenas a eficiência de média-variância da *proxy* utilizada (GOYAL, 2012). Dado que no interior de toda amostra sempre haverá um portfólio que seja eficiente em média-variância, qualquer evidência pela rejeição da eficiência de determinada *proxy* não traz nenhuma informação adicional acerca da rejeição do CAPM (DIMSON; MUSSAVIAN, 1999). Por outro lado, em resposta à Crítica de Roll, Stambaugh (1982) encontra que a inferência do CAPM não é alterada mesmo quando utilizada uma *proxy* em que ações representem apenas 10% do portfólio construído. Shanken (1987) e Kandel e Stambaugh (1987) também encontram que a inferência acerca do CAPM não é sensível à composição da *proxy*, enquanto a correlação com a carteira de mercado verdadeira for de pelo menos 0,7.

Pelo lado empírico, foi observado um grande número de evidências de que mesmo a versão proposta por Black (1972) não se sustentava diante dos dados, e que outros fatores de risco, que não o beta de mercado, também carregam informações sobre os retornos esperados (FAMA; FRENCH, 2004). Passaram a ser catalogadas anomalias nos retornos ligadas às características das firmas e das ações, cujo efeito sobre a variação dos retornos esperados era significativa, mas sem relação com o beta de mercado. Rosenberg, Reid e Lanstein (1985) e Fama e French (2004) observam a existência do efeito valor (*value effect*), ações com uma razão alta do valor contábil sobre o valor de mercado (*value stocks*) tendem a ter retornos, em média, superiores ao de ações com razões baixas para esse fundamento (*growth stocks*). Banz (1981) propõe o efeito tamanho (*size effect*), ações de empresas com pouca capitalização de mercado (*small stocks*) tendem a ter a média de retornos mais altas do que ações de empresas maiores (*big stocks*). Bondt e Thaler (1985) e Jegadeesh e Titman (1993) observam os efeitos momento (*momentum effect*) e de reversão à média (*mean-reversion effect*). Ações que apresentaram os retornos mais altos no passado recente tendem a repetir o bom desempenho nos meses seguintes, e ações que tiveram retornos mais baixos tendem a persistirem com o desempenho ruim. Mas, no longo prazo, há uma reversão dos preços para a média indicada pelos fundamentos das ações, e as ações com os maiores retornos passam a ser aquelas que antes tiveram os retornos mais baixos.

Em artigo seminal, Fama e French (1992) sintetizam as principais anomalias observadas na literatura até então, e testam o poder de previsão do beta de mercado quando levados em conta os efeitos tamanho e valor. Por meio do método Fama-MacBeth, eles regridem o *cross-section* dos retornos de ações individuais sobre o betas de mercado e de características contábeis. Como variáveis contábeis eles utilizam o valor de

mercado (*size*), a razão valor contábil sobre valor de mercado (*book-to-market equity*, ou *razão BE/ME*), as razões ativo sobre valor de mercado e ativo sobre valor contábil ( $A/ME$  e  $A/BE$ , respectivamente), e a razão lucro sobre preço ( $E/P$ ). O primeiro resultado importante obtido é o de que as variáveis *size* (efeito tamanho) e *razão BE/ME* (efeito valor) capturam todo o efeito demonstrado por outras características contábeis utilizadas na literatura, como as medidas de alavancagem ( $A/ME$  e  $A/BE$ ) e a razão lucros sobre preço ( $E/P$ ). Já a conclusão principal a que chegam Fama e French (1992) é a de que não há nenhuma relação entre o *cross-section* dos retornos e o beta de mercado, quando controlado para as variáveis *size* e *razão BE/ME*. Mas quando utilizados sozinhos, tanto *size* quanto a razão BE/ME apresentam poder explicativo.

Os resultados descritos acima motivam Fama e French (1993), em outro artigo seminal, a proporem e testarem o modelo *Três-Fatores* (ou modelo Fama-French) como alternativa ao CAPM. Utilizando regressões em série temporal, como na abordagem de Black, Jensen e Scholes (1972), eles regridem o retornos das ações sobre fatores de risco construídos a partir das características *size* e *razão BE/ME*. Para isso, primeiro eles dividem, por quintil, as ações em 5 portfólios (*size*), em ordem crescente de valor mercado, e 5 portfólios (*BE/ME*), em ordem crescente de *razão BE/ME*. Os portfólios são então combinados em 25 novos portfólios, contendo a intersecção entre os quintis dos portfólios *size* e *BE/ME*. Dessa forma, o primeiro portfólio conterà as ações que estão, ao mesmo tempo, no primeiro decil segundo o valor de mercado, e no primeiro decil segundo *razão BE/ME*; o segundo conterà as ações no primeiro decil segundo o valor de mercado e no segundo decil segundo a *razão BE/ME*; e assim por diante, até que exista um portfólio para cada combinação de decis. As regressões são, então, feitas sobre cada portfólio, totalizando 25 séries temporais.

Construídas as séries das variáveis dependentes, Fama e French (1993) passam à construção dos fatores de risco, associados aos efeitos tamanho e valor, a serem usados na regressão dos retornos. Seguindo o mesmo método descrito acima, são criados 6 portfólios ordenados por *size* e *razão BE/ME*, a partir de 2 portfólios *size* e 3 portfólios *BE/ME*. Usando esses portfólios, é calculado o fator de risco *SMB* (*Small minus Big*), dado pelo retorno médio dos três portfólios de menor valor de mercado (*small stocks*) menos o retorno médio dos três portfólios de maior valor de mercado (*big stocks*). De forma análoga, o fator de risco *HML* (*High minus Low*) é calculado como a diferença entre o retorno médio dos dois portfólios de alta *razão BE/ME* (*value stocks*) e o retorno médio dos dois portfólios de baixa *razão BE/ME* (*growth stocks*). Portanto, os fatores *SMB* e *HML* correspondem, respectivamente, aos efeitos tamanho e valor. Dessa forma, Fama e French (1993) propõem um modelo multifatorial, dado por

$$R_{i,t} - R_f = \alpha_i + \beta_{i,m}[R_{m,t} - R_f] + \beta_{i,s}SMB_t + \beta_{i,v}HML_t + \epsilon_{i,t}. \quad (1.6)$$

No modelo *Três-Fatores*, portanto, os coeficientes serão iguais à regressão em série temporal do retorno em excesso  $R_i - R_f$  sobre os três fatores de risco,  $R_{m,t} - R_f$ ,  $SMB_t$  e  $HML_t$ . E os betas serão correspondentes ao prêmio pelo risco estimado do fator mercado, do efeito tamanho (*size premium*), e do efeito valor (*value premium*) (FAMA; FRENCH, 2004). Fama e French (1993) encontram que os três coeficientes são altamente significantes em todas as regressões, e o  $R^2$  médio igual à 0,93. Em contraste, a média dos  $R^2$  estimados pelo CAPM é de 0,78, e de 0,62 para os portfólios com valor de mercado baixo ou com baixa *razão BE/ME*. Olhando para os interceptos (que é igual a zero em um modelo corretamente especificado) o melhor desempenho é ainda mais significativo, enquanto no CAPM  $\alpha$  difere de zero em média em 0,26 p.p., a média do modelo *Três-Fatores* é de 0,09 p.p..

Fama e French (1993) argumentam que, embora o tamanho e a razão B/M não sejam em si variáveis de estado, os retornos mais altos de *small stocks* e *value stocks* refletem variáveis de estado que produzem riscos não-diversificáveis, mas que não são capturados pelo beta de mercado e se manifestam nas diversas anomalias observadas nos retornos. O argumento é corroborado pelo fato de que ações de firmas pequenas covariam mais umas com as outras do que com ações de firmas grandes, assim como ações de alta razão B/M covariam menos com ações de baixa razão B/M (FAMA; FRENCH, 2004). Isso explicaria

a razão pela qual o modelo é capaz de explicar a maior parte das variações anômalas nos retornos que comprometem o CAPM. Além das equivalência entre as anomalias baseadas em razões preços (*BE/ME*, *A/ME*, *E/P*, etc), como demonstram Fama e French (1992), Fama e French (1996) mostram que também o efeito de reversão a média é reproduzido pelo modelo Três-Fatores. Ações com retornos passados ruins em um prazo longo (perdedoras) tendem a ter inclinações positivas em relação a *SMB* e *HML*, indicando retorno futuros maiores. Analogamente, ações com retornos passados mais altos em um prazo longo (vencedoras) tendem a ter coeficientes relação a *HML* negativos, indicando retornos futuros menores Fama e French (1996).

Uma anomalia, porém, que modelo Fama-French falha em explicar é o efeito momento documentado por Jegadeesh e Titman (1993), que observaram que o resultado do passado recente das ações tende a persistir no primeiros meses seguintes. Mas, assim como no caso do longo prazo, papéis que no passado recente tenham tido retornos baixos tendem a ter coeficientes positivos em relação à *HML*. E inversamente, ações vencedoras no passado recente tendem a apresentar coeficientes negativos. Dessa forma, tanto no longo prazo como no curto, o modelo Três-Fatores prevê reversões da tendência de crescimento dos retornos, e falha em explicar o efeito momento observado no curto prazo.

Para corrigir a deficiência do modelo Três-Fatores em relação ao efeito momento, Carhart (1997) estende o modelo com a inclusão de um quarto fator. Para isso, ele acrescenta à equação (1.6) o termo *WML* (*winner minus loser*). A variável é construída de forma similar à *SMB* e *HML*, sendo definida como a diferença entre o retorno de portfólios formados pelo tercil das ações com os maiores retornos nos 12 meses anteriores (*Winners*) e o retorno de portfólios formados pelo tercil das ações com os menores retornos nos 12 meses anteriores (*Losers*). Dessa forma, modelo estimado por Carhart (1997) é dado por

$$E(R_i) - R_f = \alpha_i + \beta_{i,M}(E(R_M) - R_f) + s_iSMB + h_iHML + w_iWML + \epsilon_i. \quad (1.7)$$

Com o mesmo procedimento empregado em Fama e French (1993), ele estima regressões em séries temporais de 27 portfólios ordenados (pelo mesmo método descrito anteriormente) segundo o valor de mercado, a razão *BE/ME*, e retorno médio nos 12 meses anteriores. Carhart (1997) encontra, no teste com portfólios, que o modelo Quatro-Fatores reduz consideravelmente os erros de precificação observados no modelo Três-Fatores em relação aos portfólios ordenados por momento. Também é aplicado o teste à performance de fundos mútuos, e os resultados são similares. O autor constata a presença do efeito momento na performance de fundos, e que o modelo Quatro-Fatores é capaz de explicar a maior parte da diferença na média retornos entre os fundos de melhor desempenho recente e os de pior desempenho.

Com a introdução do modelo Fama-French-Carhart, se formou um novo paradigma na literatura empírica de precificação. A rejeição empírica do CAPM se tornou o novo consenso e, os modelos multifatoriais, o novo *benchmark* a que os demais deveriam ser comparados. Porém, a falta de uma fundamentação teórica robusta para essa classe de modelos, permitiu que o interesse por modelos motivados pela teoria continuasse vivo. Particularmente na classe dos modelos baseados em variáveis macroeconômicas, destaca-se o CAPM baseado no consumo (CCAPM), que será o objeto de uma discussão mais detalhada na seção seguinte.

### 1.3 O CCAPM

A discussão do modelo feita nessa seção segue o desenvolvimento proposto no Capítulo 1 de Cochrane (2005) e por Ludvigson (2013). O modelo do CCAPM discutido é derivado das contribuições de Rubinstein (1976), Lucas (1978), Breeden (1979) e Grossman e Shiller (1981).

O modelo padrão do CCAPM consiste em uma economia com um agente representativo que, como no CAPM, se depara no período  $t$  com o problema de escolha intertemporal entre quanto alocar da sua

riqueza entre o consumo presente e a compra de um ativo que ofereça um *payoff*  $x_{t+1} = p_{t+1} + d_{t+1}$  no período seguinte igual ao preço do ativo mais os dividendos. Denotando por  $e$  o nível de consumo no caso em que o investidor não compra nenhum ativo, e por  $\xi$  a quantidade comprada do ativo, o problema do investidor pode ser escrito como:

$$\max_{\xi} u(C_t) + E_t[\beta u(C_{t+1})], \quad (1.8a)$$

$$s.t. C_t = e_t - p_t \xi, \quad (1.8b)$$

$$C_t = e_{t+1} + x_{t+1} \xi. \quad (1.8c)$$

Substituindo as restrições na função objetivo, e igualando a zero a derivada em relação a  $\xi$ , temos que a condição de primeira ordem do investidor para a escolha ótima de consumo e seleção de portfólio é dada por

$$p_t u'(C_t) = E_t \left[ \beta u'(C_{t+1}) x_{t+1} \right], \quad (1.9)$$

ou, rearranjando, obtemos:

$$p_t = E_t \left[ \beta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)} x_{t+1} \right]. \quad (1.10)$$

A equação (1.9) é a *Equação de Euler* do agente representativo, e descreve a decisão de consumo intertemporal do indivíduo quando ele tem que escolher entre comprar ou não uma unidade adicional de um ativo financeiro. O termo  $p_t u'(C_t)$  expressa a perda de utilidade decorrente da compra de mais uma unidade do ativo, enquanto  $E_t \left[ \beta u'(C_{t+1}) x_{t+1} \right]$  é equivalente ao ganho de utilidade esperada, e descontada, gerado com o *payoff* do ativo em  $t + 1$ . Portanto, os investidores compram ou vendem o ativo até que a perda marginal no presente se iguale ao ganho marginal futuro, e a condição de ótimo seja atingida. Já a expressão (1.10) é a equação fundamental da precificação de ativos, em que, dado um *payoff*  $x_{t+1}$  e a escolhas de consumo  $C_t$  e  $C_{t+1}$ , tem-se qual o preço de mercado  $p_t$  que se espera no equilíbrio. A maior parte da literatura de precificação pode ser entendida como consistindo em especializações e manipulações dessa fórmula.

Como o preço de um ativo deve ser igual ao fluxo-de-caixa esperado descontado gerado por ele (COCHRANE, 2011), a equação (1.9) pode ser reescrita como

$$p_t = E[m_{t+1} x_{t+1}], \quad (1.11)$$

em que  $m_{t+1}$  é o *fator de desconto estocástico* (por não ser conhecido no período  $t$ ) que traz a valor presente os *payoffs* esperados, e equivalente à taxa marginal de substituição intertemporal, onde

$$m_{t+1} \equiv \beta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}. \quad (1.12)$$

Definindo o retorno bruto de um ativo como a razão entre o *payoff* recebido e o preço pago pelo ativo

$$R_{t+1} \equiv \frac{x_{t+1}}{p_t}, \quad (1.13)$$

é possível colocar a equação (1.11) em termos de retornos esperados, como usualmente tratada na literatura, dividindo os dois lados por  $p_t$ ,

$$1 = E[m_{t+1} R_{t+1}]. \quad (1.14)$$

Considerando que o retorno esperado de um ativo sem risco é constante, observa-se a partir da expressão (1.14) que a taxa livre de risco (ou o preço sombra do retorno livre de risco, no caso de uma carteira zero-beta) será igual a:

$$R^f = \frac{1}{E(m_{t+1})}. \quad (1.15)$$

Portanto, aplicando a propriedade  $E(xy) = E(x)E(y) + cov(x, y)$ , a partir da definição de covariância, e dividindo por  $1/E(m_{t+1})$ , temos que a equação (1.13) pode ser redefinida como

$$E(R_{t+1}^i) = R_{t+1}^f - \frac{cov(m_{t+1}, R_{t+1}^i)}{E(m_{t+1})}. \quad (1.16)$$

Dividindo os dois lados por  $var(m_{t+1})/var(m_{t+1})$ , chegamos à equação do CCAPM para o retorno esperado

$$E(R_{t+1}^i) = R_{t+1}^f + \left( \frac{cov(m_{t+1}, R_{t+1}^i)}{var(m_{t+1})} \right) \left( - \frac{var(m_{t+1})}{E(m_{t+1})} \right), \quad (1.17)$$

ou, em um modelo beta de precificação, à equação

$$E(R_{t+1}^i) = R_{t+1}^f + \beta_{i,m} \lambda_m, \quad (1.18)$$

em que  $\beta_{i,m}$  é o coeficiente da regressão do retorno  $R_{t+1}^i$  sobre o fator de desconto  $m_{t+1}$ , e pode ser interpretado como a quantidade de risco associado a cada ativo, enquanto  $\lambda_m$  é o preço por unidade de risco, sendo o mesmo para todos os ativos e dependente apenas da volatilidade do fator de desconto (COCHRANE, 2005).

Assumindo que o agente representativo maximiza uma função de utilidade exponencial separável no tempo, na forma

$$u(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad (1.19)$$

sendo  $\gamma$  a medida de aversão ao risco, e  $u'(C_t) = C_t^{-\gamma}$ , o fator de desconto estocástico será dado por

$$m_{t+1} \equiv \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma}. \quad (1.20)$$

Uma maneira conveniente de reescrever o fator de desconto estocástico é por meio de uma aproximação linear da equação (1.20), dada por

$$m_{t+1} \approx \underbrace{\beta}_{a_0} - \underbrace{\beta\gamma}_{b_0} \Delta \ln C_{t+1}, \quad (1.21)$$

em que  $a_0$  e  $b_0$  são parâmetros de um modelo fatorial linear  $m_{t+1} = a + b \mathbf{f}_{t+1}'$ , sendo  $\mathbf{f}'$  um vetor de fatores de risco. Substituindo essa aproximação em (1.17), obtemos:

$$\begin{aligned} E(R_{t+1}^i) &= R_{t+1}^f + \beta_{i,\Delta c} \lambda_{\Delta c}, \\ \lambda_{\Delta c} &= \gamma var(\Delta c). \end{aligned} \quad (1.22)$$

Dessa forma, segundo o CCAPM padrão, o retorno esperado deverá crescer linearmente com o beta da variação do consumo, e o prêmio pelo risco será determinado pela aversão ao risco e pela volatilidade do consumo dos investidores. Quanto mais avessos ao risco, ou quanto mais arriscado o ambiente, maior será o retorno esperado exigido de um ativo com risco (COCHRANE, 2005; LUDVIGSON, 2013).

O CCAPM se tornou o novo paradigma teórico na literatura de precificação por não só preservar a simplicidade do argumento do CAPM clássico, como também resolver as suas principais deficiências teóricas. Explicando os retornos esperados em função da taxa marginal de substituição do consumo dos investidores, o modelo fornece uma abordagem capaz de responder por todos os demais fatores de risco, incluindo a riqueza total e as variáveis de estado do conjunto de investimentos, remetendo a choques primitivos na economia real, representados pela variação no consumo. O modelo é, portanto, uma solução para as críticas propostas



por Merton (1973) e Roll (1977), e também é capaz, em princípio, de fornecer uma resposta completa para qualquer questão da teoria de precificação, ao *endogenizar* os preços e os fatores de risco dos ativos. Porém, assim como foi o caso com modelo Sharpe-Lintner, o sucesso teórico do CCAPM não se repetiu nos testes empíricos (COCHRANE, 2005; LETTAU; LUDVIGSON, 2001a; LUDVIGSON, 2013).

Hansen e Singleton (1982), em uma aplicação clássica do Método de Momentos Generalizados (GMM), testam o modelo padrão do CCAPM, com um agente representativo com a função de utilidade separável no tempo, como definido em (1.19), e concluem pela rejeição do modelo para os dados do mercado de ações americano (LETTAU; LUDVIGSON, 2001a). Wheatley (1988), utilizando dados internacionais de 18 países, em um período entre 1960 e 1985, chega ao mesmo resultado e também rejeita a validade do modelo. Mankiw e Shapiro (1986), regredindo o *cross-section* dos retornos sobre os betas de mercado e do crescimento do consumo, e Breeden, Gibbons e Litzenberger (1989), utilizando um portfólio o mais correlacionado possível com o crescimento do consumo, comparam o desempenho do CCAPM com o do CAPM tradicional e encontram que o desempenho do último é igual ou superior ao modelo baseado no consumo. Cochrane (1996) corrobora esse resultado e encontra que o CAPM estático é consideravelmente superior ao CCAPM em precificar portfólios baseados no tamanho (CAMPBELL; COCHRANE, 2000).

Mehra e Prescott (1985) e Weil (1989), testando o modelo padrão com dados americanos do período entre 1889 e 1975, encontram que tanto o prêmio pelo risco das ações observado é alto demais, quanto a taxa livre de risco é baixa em relação às previsões do CCAPM. Uma vez que o consumo *per capita* covaria pouco com os retornos da maioria dos tipos de ativos financeiros, para que o modelo gere um prêmio comparável ao observado nos dados, é preciso que se suponha um coeficiente de aversão ao risco irrealisticamente alto. Por outro lado, quando se assume o coeficiente de aversão ao risco alto suficiente, a taxa livre de risco presumida pelo modelo passa a ser substancialmente mais baixa do que a observada historicamente nos Estados Unidos. A esse *puzzle* de como explicar ao mesmo tempo uma taxa livre de risco e um prêmio ao risco realistas, foi dado o nome de *equity premium risk puzzle* (CONSTANTINIDES; RAJNISH, 2008).

Em resposta às evidências encontradas contra o modelo padrão, formas alternativas para o CCAPM foram propostas, com modificações nas preferências do agente representativo, como utilidades recursivas (EPSTEIN; ZIN, 1989) ou com formação de hábitos (CONSTANTINIDES, 1990; CAMPBELL; COCHRANE, 1999), e novas estruturas de mercados, como agentes heterogêneos, mercados incompletos e participação limitada no mercado de ações (CONSTANTINIDES; DUFFIE, 1996). O modelo com formação de hábitos de Campbell e Cochrane (1999) mostra que a alta volatilidade e previsibilidade do mercado de ações pode ser explicada por uma pequena quantidade de volatilidade no consumo agregado, caso ela seja amplificada por uma aversão ao risco variável no tempo. Constantinides e Duffie (1996) demonstram que o mesmo resultado pode ser obtido considerando um modelo com agentes heterogêneos e mercados incompletos. Epstein e Zin (1989) e Weil (1989) demonstram que uma função de utilidade recursiva pode ajudar a resolver o *puzzle* da baixa taxa livre de risco, simultaneamente a um alto prêmio pelo risco, flexibilizando a relação entre o coeficiente relativo de aversão ao risco e a elasticidade de substituição intertemporal pressuposta pela utilidade separável. Bansal e Yaron (2004) encontram também que o *equity premium risk puzzle* pode ser explicado empregando uma função de utilidade do tipo Epstein-Zin, e considerando que há um componente de longo-prazo, comum entre o consumo e os dividendos, que é incorporado pelos investidores ao prêmio pelo risco (LUDVIGSON, 2013).

## 1.4 O modelo *cay*

Uma possível explicação alternativa para a rejeição empírica do CAPM e do CCAPM é o fato de que, enquanto a equação de Euler (1.9) derivada deles implica o modelo condicional  $m_{t+1} = a_t + b_t \mathbf{f}_{t+1}'$ , os testes são realizados apenas sobre o modelo não-condicional (LUDVIGSON, 2013). Porém, Hansen e

Richard (1987) demonstram que a validade de um modelo condicional não implica a validade do modelo não-condicional. Mesmo que a carteira de mercado seja condicionalmente eficiente de média-variância, isso não quer dizer que ela proporcione incondicionalmente o maior retorno possível para cada nível de variância (COCHRANE, 2005). Embora todo retorno que esteja incondicionalmente na fronteira de média-variância também esteja condicionalmente na fronteira de média-variância, o inverso não é necessariamente verdade (HANSEN; RICHARD, 1987). Portanto, a rejeição do modelo não-condicional não implica na rejeição do modelo condicional. Porém, como o verdadeiro conjunto de informações dos investidores não é observável, estimar o momento condicional da equação de Euler (1.9) é inviável devido a alta sensibilidade dos resultados à omissão de informação (LUDVIGSON, 2013). Similarmente à Crítica de Roll, a Crítica de Hansen-Richard postula que o conjunto completo de informações condicionantes dos agentes não é observável e, como ele não pode ser omitido na estimação do modelo condicional, o CAPM e o CCAPM não podem ser rejeitados em testes empíricos (COCHRANE, 2005).

Apesar do modelo condicional não ser diretamente testável pelas razões citadas acima, uma solução possível é testar apenas as implicações condicionais do modelo, escalonando o fator de desconto estocástico, e não a equação de Euler. O modelo de Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) está dentro dessa família de modelos lineares com fatores escalonados. A importância do modelo *cay* se deve ao fato dele ser a primeira reinterpretação moderna do CCAPM que teve algum êxito em explicar os efeitos valor e tamanho com um modelo baseado apenas em variáveis macroeconômicas (COCHRANE, 2008). Nele o fator de desconto estocástico é, aproximadamente, uma função linear do crescimento do consumo presente, mas com a diferença para o modelo padrão (1.21) de que o fator de desconto varia no tempo e depende do estado em que a economia se encontra, implicando o modelo

$$m_{t+1} = a_t + b_t \Delta c_{t+1}. \quad (1.23)$$

O fator de desconto estocástico é estimado escalonando os parâmetros dos fatores de risco com instrumentos que resumam o estado da economia. Dessa forma, é possível modelar explicitamente a dependência do fator de desconto estocástico à informação corrente, especificando os coeficientes do fator de desconto como funções da informação condicionante. O fator de desconto passa a ser descrito por

$$m_{t+1} = a_t + b_t \Delta c_{t+1}, \quad (1.24a)$$

$$a_t = a_0 + a_1 z_t, \quad b_t = b_0 + b_1 z_t, \quad (1.24b)$$

sendo  $z_t$  a variável de informação condicionante. Portanto, ao *escalonar* os fatores de risco com instrumentos contendo informações do período  $t$ , é possível reescrever e testar o modelo condicional como um modelo de multi-fatores escalonados com coeficientes constantes, dado por

$$m_{t+1} = (a_0 + a_1 z_t) + (b_0 + b_1 z_t) \Delta c_{t+1}, \quad (1.25a)$$

$$= a_0 + a_1 \underbrace{z_t}_{f_{1,t+1}} + b_0 \underbrace{\Delta c_{t+1}}_{f_{2,t+1}} + b_1 \underbrace{z_t \Delta c_{t+1}}_{f_{3,t+1}}, \quad (1.25b)$$

O modelo escalonado passa, então, a ter vários fatores de risco  $\mathbf{f}_t \equiv (z_t, \Delta c_{t+1}, z_t \Delta c_{t+1})$ , e implica múltiplos betas constantes, um para cada fator incluído na estimação do modelo beta, em vez de apenas um beta que varie no tempo em relação a  $\Delta c_{t+1}$ . Sendo  $\mathbf{f}_t$  um vetor de fatores escalonados, o fator de desconto escalonado implicará então um modelo beta dado por

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta' \boldsymbol{\lambda}, \quad (1.26)$$

em que  $E[R_{0,t}]$  é o retorno esperado de uma carteira zero-beta e  $\beta'$  e  $\lambda$  são, respectivamente, os vetores da sensibilidade dos retornos a cada fator de risco e dos prêmios exigidos de cada um (LETTAU; LUDVIGSON, 2001b; LUDVIGSON, 2013).

Parte central dessa abordagem é a escolha da variável condicionante, e para isso é preciso que se encontre a medida que melhor agregue as expectativas dos investidores para os retornos futuros. Para encontrar essa variável os autores recorrem a um resultado comum a diversos modelos *forward-looking* do comportamento do consumo. Nesses modelos o *log* do consumo e o *log* da riqueza agregada (humana e não-humana) tem uma tendência estocástica comum (são cointegrados), mas as séries desviam uma das outras no curto-prazo, com base nas mudanças das expectativas para os retornos futuros. Dessa forma, o *log* dessa razão consumo-riqueza sintetizaria as expectativas dos investidores para os retornos futuros descontados de uma carteira de mercado (LETTAU; LUDVIGSON, 2001b).

A discussão do modelo a seguir foi retirada de Lettau e Ludvigson (2001b). Supondo um agente representativo em uma economia em que toda riqueza, definida como a soma do estoque de ativos e de capital humano, é transacionável, a acumulação de riqueza será determinada por

$$W_{t+1} = (1 + R_{w,t+1})(W_t - C_t). \quad (1.27)$$

sendo  $W_t$  a riqueza agregada. Campbell e Mankiw (1989) demonstram que, se a razão consumo-riqueza for estacionária (ou seja, os momentos da série temporal não variam no tempo), a equação (1.27) pode ser aproximada por uma expansão de Taylor Definindo  $r \equiv \log 1 + R$  e em letras minúsculas o *log* das variáveis, o resultado da aproximação é dado por

$$\Delta w_{t+1} \approx k + r_{w,t+1} + (1 - 1/\rho_w)(c_t - w_t), \quad (1.28)$$

em que  $\rho_w$  é a razão, no estado estacionário, de novos investimentos sobre a riqueza total ( $W - C)/W$ , e  $k$  uma constante de linearização que não altera a análise (LETTAU; LUDVIGSON, 2001a). Resolvendo a equação de diferenças (1.28), chega-se à expressão do *log* da razão consumo-riqueza dada por

$$c_t - w_t = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_w^i (r_{w,t+i} - \Delta c_{t+i}). \quad (1.29)$$

Aplicando o operador de expectativas condicionais dos dois lados, chega-se a

$$c_t - w_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} \rho_w^i (r_{w,t+i} - \Delta c_{t+i}), \quad (1.30)$$

em que  $E_t$  indica o operador de expectativas, condicionado à informação disponível no período  $t$ .

O lado direito da equação (1.30) denota a expectativa condicional dos agentes para os retornos futuros da carteira de mercado e para o crescimento do consumo. Portanto, a equação implica que se a razão consumo-riqueza não for constante, ela deverá ser capaz de prever os retornos futuros ou o crescimento do consumo, ou ambos. De outra forma, a razão consumo-riqueza só pode variar caso o crescimento do consumo ou os retornos sejam previsíveis (LETTAU; LUDVIGSON, 2001a).

A dificuldade com essa abordagem é que a razão consumo-riqueza é em grande parte não-observável, principalmente o seu componente composto pelo capital humano. Por essa razão, Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) utilizam uma *proxy* para a razão, dada pelo resíduo da cointegração do *log* do consumo,  $c$ , do *log* da riqueza em forma de ativos (não-humana),  $a$ , e do *log* da renda do trabalho,  $y$ , gerando assim a variável *cay*, que dá nome ao modelo (LETTAU; LUDVIGSON, 2001b).

Primeiramente, é pressuposto que o componente não estacionário do *log* da riqueza em capital humano pode ser descrito pela renda do trabalho agregada, implicando  $h_t = k + y_t + v_t$ , em que  $k$  é uma constante,  $y_t$  o *log* da renda do trabalho agregada  $Y_t$ , e  $v_t$  uma variável estacionário aleatória com média zero. Portanto, o retorno do capital humano pode ser definido como  $R_{h,t+1} = (H_{t+1} + Y_{t+1})/H_t$ , e a aproximação *log-linear* de  $R_{h,t+1}$  implica  $v_t = E_t \sum_{j=0}^{\infty} \rho_h^j (\Delta y_{t+1+j} - r_{h,t+1+j})$ . Dessa forma, o *log* da renda do trabalho agregada captura o componente não estacionário do capital humano (LETTAU; LUDVIGSON, 2001a).

Decompondo o retorno da riqueza agregada entre o retorno de ativos e o retorno do capital humano, a equação (1.30) da razão consumo-riqueza pode ser aproximada com apenas variáveis observáveis, com a expressão

$$c_t - \omega a_t - (1 - \omega)y_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} \rho_w^i \left\{ \left[ (\omega r_{a,t+i} + (1 - \omega)r_{h,t+i}) \right] - \Delta c_{t+i} \right\} + (1 - \omega)v_t, \quad (1.31)$$

em que  $\omega$  é a proporção dos ativos na riqueza total, e  $r_{a,t}$  e  $r_{h,t}$  são os retornos da riqueza em ativos e do capital humano respectivamente. Como todas as variáveis do lado direito da equação (1.31) são, por construção, estacionárias,  $c$ ,  $a$  e  $y$  deverão ser cointegradas, e o lado esquerdo da equação descreverá os desvios das tendências comuns a  $c_t$ ,  $a_t$  e  $y_t$ , ou *cay*. É uma implicação da equação (1.31) que *cay* será uma boa *proxy* para as expectativas dos retornos futuros dos ativos, enquanto os retornos futuros do capital humano e o crescimento do consumo forem excessivamente voláteis, ou enquanto essas variáveis forem altamente correlacionadas aos retornos dos ativos (LETTAU; LUDVIGSON, 2001a).

Para a estimação de *cay* os autores utilizam dados trimestrais e dessazonalizados, das séries per capita e a preços constantes, do consumo de não-duráveis e serviços, do patrimônio líquido dos domicílios para a riqueza em ativos e, para a renda do trabalho, a soma da renda total de todos os trabalhos e transferências, menos contribuições previdenciárias e impostos. Depois de testada a hipótese de cointegração das séries (não rejeitada no estudo pelos testes de Dickey-Fuller e Johansen), a estimação dos parâmetros de cointegração,  $\beta_a$  e  $\beta_y$ , é especificada em um modelo de mínimos quadrados dinâmicos (*DOLS*), como proposto por Stock e Watson (1993), dado por

$$c_t = \alpha + \beta_a a_t + \beta_y y_t + b_{a,1} \Delta a_{t-1} + b_{a,2} \Delta a_{t+1} + b_{y,1} \Delta y_{t-1} + b_{y,2} \Delta y_{t+1} + \epsilon_t. \quad (1.32)$$

sendo  $\Delta$  o operador de primeira diferença. A especificação do *DOLS* acrescenta à regressão em *OLS* de  $c_t$  sobre  $a_t$  e  $y_t$  *leads* e *lags*, de tamanhos  $k$ , das primeiras diferenças de  $a_t$  e  $y_t$  (como demonstrado na (1.32), foi utilizado no artigo em questão  $k = 1$ ). O modelo permite eliminar a endogenidade causada pela correlação dos regressores  $a$  e  $y$  com o termo de erro  $\epsilon$ . Dessa forma, mesmo com a presença da correlação entre  $a$  e  $y$ , a estimação de  $\beta_a$  e  $\beta_y$  será *superconsistentes*, convergindo para o verdadeiro valor dos parâmetros a uma taxa proporcional ao tamanho  $T$  da amostra, e não a  $\sqrt{T}$ , como em *OLS* (LETTAU; LUDVIGSON, 2001a). O modelo fornecerá então uma estimativa consistente para os pesos  $\omega$  da equação (1.31), correspondentes à proporção de cada tipo de ativo na riqueza total.

Estimada a regressão em *DOLS* da equação (1.32), a variável *cay* será igual ao seu resíduo, dado por

$$\widehat{cay} \equiv c_t - \beta_a a_t - \beta_y y_t. \quad (1.33)$$

Com dados dos Estados Unidos entre 1952 e 1998, Lettau e Ludvigson (2001b) encontram coeficientes que indicam uma participação de um terço da riqueza em ativos e dois terços do capital humano na riqueza total. Os valores encontrados são, portanto, consistentes com o que se esperaria de uma produção com tecnologia Cobb-Douglas, e com os valores normalmente utilizados na literatura. Aplicando um modelo de auto-regressão vetorial (*VAR*) cointegrado sobre as três variáveis  $c$ ,  $a$  e  $y$ , mais um termo de correção para o erro, igual ao *lag* estimado de  $cay_{t-1}$ , os autores também encontram que *cay* é explicado, majoritariamente, por variações

futuras na riqueza em ativos, e não no consumo ou na renda do trabalho. Embora a presença de cointegração das séries que compõe *cay* seja condição necessária, o fato da riqueza em ativos ser explicada primariamente por *cay* é a condição suficiente para que *cay* seja considerada uma *proxy* adequada para as informações condicionantes (CORTE; SARNO; VALENTE, 2010; LETTAU; LUDVIGSON, 2001a).

Finalmente, Lettau e Ludvigson (2001a) testam diretamente a capacidade do *lag* de  $\widehat{cay}$  de prever os retornos futuros, encontrando que a variável tem um bom desempenho em prever os retornos dos índices acionários americanos, tendo inclusive uma performance superior a variáveis tradicionais usadas para isso, como a razão dividendo-preço (SHILLER, 1984; CAMPBELL; SHILLER, 1988). Adicionalmente, como o consumo pode ser entendido como um dividendo pago sobre a riqueza agregada existente, movimentos na razão consumo-riqueza sintetizam expectativas sobre todo o portfólio de mercado, e não apenas do mercado de ações, como é o caso da maioria das demais variáveis comumente utilizadas. Portanto, os autores concluem que *cay* se configura como uma candidata adequada à variável condicionante, com importantes vantagens em relação a outros indicadores para *escalonar* os fatores do modelo testado (LETTAU; LUDVIGSON, 2001a).

Lettau e Ludvigson (2001b), utilizando o mesmo método descrito acima para estimar a *proxy* da razão consumo-riqueza, testam o modelo beta (1.26) com uma única variável condicionante  $z$ , igual ao *log* da razão consumo-riqueza, estimada pela *proxy*  $\widehat{cay}$ , de forma que o modelo é especificado como

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta_{z,i}\lambda_z + \beta_{\Delta c,i}\lambda_{\Delta c} + \beta_{z\Delta c,i}\lambda_{z\Delta c}. \quad (1.34)$$

Na forma especificada acima, os coeficientes  $\beta_k$  estimados são equivalentes ao prêmio pelo risco exigidos dos  $k$  fatores de risco  $\lambda_k$  incluídos no modelo. Neste caso, os fatores de risco são a variação do consumo  $\Delta c$ , e a interação  $z * \Delta c$  entre a variação do consumo e  $\widehat{cay}$ . Este último componente tem a finalidade de capturar a parte variante no tempo do prêmio pelo risco não capturado por  $\Delta c$ . O termo  $\lambda_z$  captura o componente variante no tempo do intercepto.

O desempenho da versão escalonada do CCAPM é também comparado ao desempenho dos demais modelos tradicionais da literatura de precificação. É estimado o CCAPM não-escalonado na forma

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta_{\Delta c}\lambda_{\Delta c}. \quad (1.35)$$

O CAPM estático:

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta_{R_m,i}\lambda_{R_m}. \quad (1.36)$$

O CAPM aumentado para o capital humano (CAPM-HC), dado por

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta_{R_m,i}\lambda_{R_m} + \beta_{\Delta y,i}\lambda_{\Delta y}. \quad (1.37)$$

O modelo é o proposto por Jagannathan e Wang (1996) para estender a medida da carteira de mercado para o investimento em capital humano. Os fatores de risco incluídos no modelo são a carteira de mercado e o retorno da riqueza em capital humano, tendo como *proxy* a variação da renda do trabalho  $\Delta y$ . São estimados, também, o CAPM escalonado, na forma

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta_{z,i}\lambda_z + \beta_{R_m,i}\lambda_{R_m} + \beta_{zR_m,i}\lambda_{zR_m}; \quad (1.38)$$

e o CAPM-HC escalonado, na forma

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta_{z,i}\lambda_z + \beta_{R_m,i}\lambda_{R_m} + \beta_{zR_m,i}\lambda_{zR_m} + \beta_{\Delta y,i}\lambda_{\Delta y} + \beta_{z\Delta y,i}\lambda_{z\Delta y}; \quad (1.39)$$

Por fim, é estimado o modelo Fama-French:

$$E[R_{i,t+1}] = E[R_{0,t}] + \beta_{R_m,i}\lambda_{R_m} + \beta_{SMB,i}\lambda_{SMB} + \beta_{HML,i}\lambda_{HML}. \quad (1.40)$$

Para a estimação dos modelos é utilizada a amostra de 25 portfólios, ordenados por tamanho e razão *book-to-market*, construída por Fama e French, e é empregado o método Fama-MacBeth para estimar os prêmios pelo risco. Adaptando o procedimento descrito anteriormente, os autores estimam no primeiro passo apenas uma única regressão múltipla com todos os fatores inclusos e com todo o período da amostra. No segundo passo, é feita a regressão em *cross-section* dos retornos dos portfólios sobre os betas estimados no primeiro passo para a estimação do prêmio pelo risco de cada fator. Seguindo Shanken (1992), também são calculados os erros padrão corrigidos para o erro de amostragem causado pela possibilidade de autocorrelação nas regressões em série temporal da primeira etapa. Os modelos são testados de acordo com a significância individual e conjunta (por meio de um teste de Wald) dos coeficientes dos fatores de risco, e comparados os  $R^2$  obtidos das regressões em *cross-section*. Por fim, é comparado o tamanhos dos erros de precificação de cada modelo (medidos pela raiz quadrada dos erros quadráticos médios).

Lettau e Ludvigson (2001b) encontram que o CCAPM escalonado consegue explicar cerca de 70% da variação dos retornos em *cross-section*, contrastando consideravelmente com o 1% explicado pelo CAPM (ou 31% do CAPM condicional) e 16% do CCAPM padrão, e ficando próximo dos 80% do modelo Fama-French. O CCAPM escalonado também demonstra ser capaz de explicar o efeito valor tão bem quanto o modelo Fama-French, não repetindo a principal falha das demais versões do CAPM, prevendo, portanto, retornos de *value stocks* maiores do que de *growth stocks*. O próprio padrão dos erros é semelhante entre o CCAPM escalonado e o modelo Fama-French, com ambos precificando melhor ou pior os mesmos conjuntos de portfólios, dentre os 25 testados. Porém, no teste do modelo (1.34), os autores encontram que  $\lambda_z$ , correspondente ao componente variável do intercepto, não é estatisticamente diferente de zero. Por outro lado,  $\lambda_{\Delta c}$  e  $\lambda_{z\Delta c}$  são significantes tanto individual quanto conjuntamente.

O desempenho superior do modelo escalonado pode ser explicado pelo fato de que o risco não é determinado pela simples correlação dos retornos com o crescimento do consumo, mas pela correlação condicionada a alguma variável que capture a variação no tempo do prêmio pelo risco. Essa variação no prêmio pelo risco pode ser atribuída, por exemplo, a variações na aversão ao risco. Como  $\widehat{cay}$  é uma *proxy* da razão consumo-riqueza, que sintetiza as expectativas sobre os retornos futuros, a sua, ela é candidata a atuar com essa variável condicionante. Dessa forma,  $\widehat{cay}$  melhora o ajuste do modelo porque captura as variações no prêmio pelo risco do consumo causadas por variações na aversão ao risco (LETTAU; LUDVIGSON, 2001b).

O raciocínio acima seria capaz também de explicar a razão pela qual portfólios com alta razão *BE/ME* (*value stocks*) apresentam retornos mais altos do que portfólios com essa razão baixa (*growth stocks*). O que torna *value stocks* mais arriscadas é a alta correlação dos retornos desse tipo de ação com o crescimento do consumo quando a aversão ao risco (ou seja,  $\widehat{cay}$ ) está alta. Portanto, quando a aversão ao risco é alta, *value stocks* apresentam retornos mais altos apenas quando o crescimento do consumo também é alto. Como essas ações apresentam retornos mais baixos quando o crescimento do consumo é baixo, os investidores exigirão um prêmio maior desse tipo de ações para compensar o risco maior associado a elas. Inversamente, *growth stocks* são menos arriscadas porque, quando a aversão ao risco é maior, elas oferecem retornos mais altos quando o crescimento do consumo está mais baixo (LETTAU; LUDVIGSON, 2001b).

É essa condicionalidade do prêmio pelo risco que escapa aos modelos não-escalonados quando estes presumem que a covariância dos ativos com o consumo é constante no tempo, e ela pode ser a principal razão do desempenho ruim tanto do CAPM estático quanto do CCAPM não-escalonado (LETTAU; LUDVIGSON, 2001b).

## 1.5 Testes do CAPM no Brasil

A ausência de séries de retornos longas, o número reduzido de ações negociadas, e a dificuldade de se definir a taxa livre de risco dificultam as tentativas de se estimar modelos de precificação no mercado brasileiro, e prejudica a comparabilidade com estudos internacionais. Não obstante, os testes do CAPM feitos no Brasil, em sua maioria, repetem muitos dos resultados mais importantes observados na literatura tradicional, com dados do mercado americano. Em resumo, assim como lá, o CAPM estático é rejeitado na maioria dos estudos, com a confirmação da existência de anomalias como o efeito valor, tamanho, e reversão à média. Também como observado em outros países, é encontrado um melhor desempenho empírico do modelo condicional do CAPM e dos modelos Fama-French.

Destacando alguns desses estudos, Bruni (1998) e Rostagno, Rostagno, Soares e Soares (2005) rejeitam o CAPM e encontram evidências somente da existência de um efeito valor no mercado brasileiro. Yoshino e Santos (2009) também rejeitam o CAPM, mas confirmam a presença do efeito tamanho, além do efeito valor. MUSSA, ROGERS e SECURATO (2009) testam o CAPM e os modelos Fama-French e Fama-French-Carhart, e concluem pela rejeição dos três modelos. Porém, MUSSA, ROGERS e SECURATO (2009) encontram um melhor desempenho do modelo de 4-fatores e também confirmam a existência apenas do efeito valor.

Bonono e Garcia (2004) testam o CAPM estático e a sua versão condicional, baseado em efeitos ARCH. Conforme a maior parte da literatura, os autores também encontram um desempenho superior do modelo condicional, porém nenhum dos dois modelos foi capaz de explicar o efeito tamanho observado. Com conclusão semelhante, Filho et al. (2010) avaliam o CAPM condicional com capital humano, de Jagannathan e Wang (1996), e observam o desempenho substancialmente melhor do modelo condicional, mas também a falha do modelo em explicar o efeito tamanho.

Os testes do CCAPM no Brasil são escassos e, em geral, voltados para o teste da existência do *equity premium puzzle* no mercado nacional. Nessa linha de estudos, Issler e Piqueira (2000) testam variações do modelo com utilidades do tipo CRRA, recursiva e Kreps-Porteus, e não encontram evidências da existência de um *equity premium puzzle* no Brasil. Bonono e Domingues (2004) seguindo um procedimento parecido, mas também estimando um modelo de *Markov switching* para a série do consumo, também não encontram evidências de um *equity premium puzzle* no mercado brasileiro. Por outro lado, Bonono e Garcia (2004) concluem que a taxa de juros sem risco no Brasil é muito alta para ser reproduzida com valores razoáveis para a aversão ao risco, fato ao qual chamaram de *puzzle* invertido da taxa livre-de-risco. Já Cysne (2006), contrariando a literatura anterior, encontra que a rejeição do *equity premium puzzle* para o Brasil não é robusta para especificações alternativas para o crescimento do consumo e para os retornos dos ativos, como sob a hipótese de log-normalidade, assim como não encontra evidências para o *puzzle* invertido de Bonono e Domingues (2004).

Com o procedimento encontrado mais próximo do objetivo deste trabalho, Kirch, Terra e Alves (2011) testam por meio do método Fama e MacBeth (1973) a capacidade do CCAPM em explicar o *cross-section* dos retornos dos ativos de uma amostra de países da América Latina. No caso brasileiro, os autores encontram que a variável do consumo é significativa, porém com poder explicativo relativamente baixo, apresentando um  $R^2$  de apenas 11%, além de não poder ser rejeitada a hipótese de que outros fatores de risco também sejam relevantes para precificar os ativos. Outro resultado obtido por Kirch, Terra e Alves (2011) é a não rejeição da hipótese de que o intercepto da regressão dos retornos sobre o consumo é igual a zero, sugerindo que a suposição da existência de um ativo sem risco é adequada para o teste do modelo no mercado brasileiro.

Apesar de extensa revisão da literatura nacional, não foram encontrados outros testes do CCAPM com o *cross-section* do mercado acionário brasileiro, assim como verificações de especificações mais recentes,

como o modelo *cay* de Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) empregado neste trabalho. Por essa razão, um dos objetivos desta monografia é ajudar a preencher essa lacuna.



## 2 Estimação dos modelos

Neste capítulo serão replicados, com dados brasileiros, os procedimentos e testes desenvolvidos em Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b, 2004). Primeiramente, nas duas próximas seções serão descritos os dados e a sua construção, e em seguida apresentados os detalhes da estimação de  $\widehat{cay}$ . Por fim, a última seção trará o resultados dos modelos estimados.

Os modelos testados serão os mesmos estimados por Lettau e Ludvigson (2001b). Primeiro, serão testados os modelos não-escalonados: o CAPM estático; o CAPM aumentado para o capital humano (CAPM-HC); o CCAPM não-escalonado; e o modelo Três-Fatores (com o fator *WML* em vez do fator *HML*, como em Fama e French (2012)). Em seguida, são testados os modelos escalonados: o CAPM escalonado; o CAPM-HC escalonado; e o CCAPM escalonado.

A estimação será feita por meio do método Fama-Macbeth. Dados  $T$  períodos,  $n$  portfólios e  $m$  fatores de risco, o procedimento se divide em dois passos. No primeiro, são estimadas  $m$  séries temporais, com  $T$  observações, dos retornos de cada portfólio sobre os respectivos fatores de risco de cada modelo. No segundo passo, são estimadas  $T$  regressões em *cross-section* dos retornos de  $n$  portfólios sobre  $m$  betas obtidos no passo anterior, um para cada fator de risco. Finalmente, são calculados os prêmios pelo risco e o  $R^2$  dos modelos por meio da média dos  $T$  coeficientes e  $R^2$  estimados no segunda passo. Como foram formados 9 portfólios para o teste dos modelos, no caso deste trabalho, no primeiro passo foram estimadas 9 séries temporais, abrangendo o período entre janeiro de 2009 e março de 2014, dos retornos de cada portfólios sobre os fatores de risco. No segundo passo, foram estimadas 63 regressões em *cross-section*, cada uma com 9 observações. As estimativas dos prêmios pelo risco e dos  $R^2$  foram estimados, então, como a média os parâmetros obtidos dessas 63 regressões.

### 2.1 Dados

O período analisado tem frequência mensal e compreende o intervalo entre janeiro de 2009 e março de 2014, totalizando 63 períodos. As variáveis macroeconômicas incluídas, sendo elas o consumo, a riqueza em ativos e o retorno do capital humano, correspondem a medidas agregadas.

A série com os retornos das carteiras de ações foi construída com o objetivo de ser o mais fiel possível ao método desenvolvido por Fama e French (1993) Fama e French (1993). O histórico de cotações foi obtido através do portal da BM&F Bovespa <sup>1</sup>. Foi aplicado aos papéis um filtro de liquidez e de disponibilidade mínima de dados para que fossem inclusos na construção das carteiras. Foram incluídos os papéis mais negociados de cada empresa, com histórico de negociações em pelo menos 75% de cada mês, e cujo volume mensal negociado fosse superior a R\$ 500.000,00. Além disso, foram mantidos apenas os retornos de cada papel nos anos em que estivessem disponíveis as cotações também do ano anterior, para que fosse possível o cálculo das características tamanho e momento. O tamanho da firma foi definido pelo cálculo do valor de mercado da empresa em dezembro do ano anterior ao que carteira foi formada, e o fator momento foi definido como o retorno acumulado pelo papel entre os meses  $t - 12$  e  $t - 2$  do ano anterior ao de formação da carteira.

Em janeiro de cada ano, todos os papéis elegíveis foram ordenados em ordem crescente de tamanho e momento, e separados em tercis segundo cada característica. Os papéis ordenados segundo o tamanho foram separados entre os grupos Pequeno (S1), Médio (S2) e Grande (S3). Já segundo os papéis ordenado segundo o momento foram separados entre Perdedores (M1), Neutros (M2) e Vencedores (M3). Os portfólios

<sup>1</sup> <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/cotacoes-historicas/FormSeriesHistoricas.asp>

foram então formados com a intersecção desses tercís, de forma que, por exemplo, o portfólio S1M1 é formado pelas ações que estejam, ao mesmo tempo, nos tercís S1 e M1. A composição das carteiras é então mantida pelos 12 meses seguintes, e o retorno do portfólio calculado como a média ponderada por valor de mercado dos papéis. Foi estabelecido que as carteiras deveriam ter o número mínimo de 10 ações em cada ano. A maioria (58%) dos portfólios foram formados com um número de ações entre 18 e 22, sendo que em 11% o número ficou abaixo de 15 ações.

Para o cálculo dos retornos em excesso, a taxa de retorno livre de risco foi obtida a partir da série construída pelo Núcleo de Estudos em Economia Financeira (NEFin)<sup>2</sup>, da Universidade de São Paulo. A taxa é definida como a taxa referencial registrada dos contratos de *Swap DI* (30 dias).

O fator de risco de mercado foi calculado como o retorno de uma carteira contendo todos papéis elegíveis em cada mês, menos a taxa livre de risco. O fator SMB foi construído como a diferença entre o retorno da carteira de empresas pequenas e o retorno da carteira de empresas grandes. E o fator WML como a diferença entre o retorno de uma carteira de ações vencedoras (com bom desempenho passado) e de uma carteira de ações perdedoras (com desempenho passado ruim).

Já as variáveis macroeconômicas discutidas abaixo foram obtidas a partir das bases de dados disponíveis no IPEADATA<sup>3</sup>. A série do consumo aparente é fornecida pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Já as séries da receita do Imposto de Renda são fornecidas pela Receita Federal.

A variável do consumo  $c$  foi construída a partir da série encadeada e dessazonalizada do IBGE do consumo aparente de bens de consumo semi e não-duráveis, definido como a soma da produção e das importações desse tipo de bens, e subtraídas a exportações.

Para a série da riqueza em ativos foi utilizado como *proxy* para  $a$  a receita mensal do Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF) sobre os rendimentos do capital, retido nas fontes. Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) utilizam como medida de  $a$  os dados do patrimônio líquido dos domicílios, fornecido nos Estados Unidos pelo *Bureau of Economic Analysis* (BEA). A série americana é composta pela soma de três elementos, os ativos tangíveis (propriedades, bens duráveis e participação no capital de empresas fechadas), os ativos financeiros (todas as formas de investimentos financeiros arriscados e não-arriscados) e os passivos dos domicílios (hipotecas e estoques de dívida dos consumidores). Porém, não foi encontrado para o caso brasileiro uma série equivalente. Por essa razão, foi necessária opção por uma variável cuja variação se supôs correlacionada o suficiente com os componentes da variável de referência. Como a incidência do IRPF sobre rendimentos do capital recai sobre grande parte dos itens citados no componentes dos ativos tangíveis e financeiros (alienações de bens e direitos, e operações financeiras), julgou-se esta série como uma boa candidata a *proxy* (Castro, 2014; Henriques e Hsu, 2014) Castro (2014) Henriques e Hsu (2014).

Por fim, optou-se também por uma medida alternativa à utilizada por Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) para o retorno do capital humano. Enquanto no artigo original os autores utilizaram a renda pessoal disponível *per capita*, foi empregado neste trabalho a série da receita do (IRPF) sobre os rendimentos do trabalho, retido nas fontes. A série mensal análoga no caso brasileiro seria a do rendimento médio habitual obtida pela Pesquisa Mensal de Emprego (PME), coletada em 6 Regiões Metropolitanas do país a partir de toda a população ocupada. Porém, a escolha pela série do Imposto de Renda parte do pressuposto de que a maior parte da população com participação efetiva no mercado de capitais está na parte de cima da pirâmide de distribuição de renda (hipótese também levantada por Campbell e Korniotis, 2008) Campbell, Korniotis et al. (2008). Como mais de 90% dos investidores individuais tem renda mensal acima de R\$5000,00, segundo o Instituto Data Popular (EXAME, 2010) Fogaça (2010), esse grupo populacional representa menos de 10% dos indivíduos observados na amostra da PME. Como o IRPF é um imposto progressivo e exclui rendas abaixo

<sup>2</sup> <http://nefin.com.br/>

<sup>3</sup> <http://www.ipeadata.gov.br/>

de R\$1600,00 (na média do período), a série dá um peso maior à variação da renda nas faixas mais altas. Dessa forma, os dados do IRPF são, potencialmente, uma *proxy* melhor da variação na renda agregada dos investidores.

## 2.2 Resultados

### 2.2.1 Estimando *cay*

Aplicando um método alternativo ao *DOLS* (e similar ao utilizado por Lettau e Ludvigson (2004)), os parâmetros da estimativa do desvio de tendência  $\widehat{cay}$  foram estimados por meio de um Modelo Vetorial de Correção de Erros (VECM). A discussão abaixo do modelo segue Lütkepohl (2005).

Dado o vetor  $\mathbf{x}_t = [c_t \quad a_t \quad y_t]'$ , a relação de longo prazo entre as variáveis pode ser descrita por  $\beta' \mathbf{x}_t = \beta_1 c_t + \beta_2 a_t + \beta_3 y_t = 0$ , em que  $\beta' = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ . Essa relação pode não ser exatamente satisfeita em determinados períodos, mas existirá uma variável  $z_t = \beta' \mathbf{x}_t$  que representa os desvios dessa tendência de longo prazo. Se esse equilíbrio existe, então é possível dizer que  $c_t$ ,  $a_t$  e  $y_t$  são cointegrados e  $z_t$  é estacionária. De outra forma, se  $\mathbf{y}_t$  for um vetor de variáveis integradas, e existe uma combinação linear delas que é estacionária, então  $c_t$ ,  $a_t$  e  $y_t$  são ditas cointegradas. O vetor  $\beta$  é o *vetor de cointegração*, e a variável  $z_t$  é o resíduo de cointegração, que mais à frente será definido como *cay*.

Considerando  $\mathbf{x}_t$  um vetor de variáveis  $I(1)$ ,  $\Delta \mathbf{x}_t$  será estacionário. Assumindo que  $\beta' \mathbf{x}_t$  define um equilíbrio, e que  $\Delta \mathbf{x}_t$  depende dos desvios desse equilíbrio de longo prazo em  $t - 1$ , e dos valores passados de  $\Delta \mathbf{x}_t$ , pode ser escrito que

$$\Delta \mathbf{x}_t = \alpha \beta' \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \Gamma \Delta \mathbf{x}_{t-i} + \epsilon_i, \quad (2.1)$$

em que  $p$  a dimensão do vetor de *lags*, e  $\Gamma$  a matriz de coeficientes dos *lags* de  $\Delta \mathbf{x}_t$ .

O modelo descrito acima é um VECM, e todos os parâmetros são estimados segundo o método de Johansen por meio de estimadores de Máxima Verossimilhança. Nele  $\beta' = [1 \quad \beta_a \quad \beta_y]$  contém os parâmetros de cointegração (equivalentes aos  $\beta_a$  e  $\beta_y$  da equação (1.33)), e define o equilíbrio de longo prazo entre  $c$ ,  $a$  e  $y$ . O vetor  $\alpha$  contém os coeficientes de ajustamento, que medem a velocidade com que as variáveis voltam para o equilíbrio após um choque. A matriz formada por  $\alpha \beta'$  é também conhecida como matriz  $\Pi$ . Por fim, o vetor  $\Gamma$  é composto pelos coeficientes de curto prazo, e mede o impacto das variações passadas na variação presente. Seguindo Lettau e Ludvigson (2001b), não foi incluído no modelo um termo de tendência determinística.

A escolha da dimensão  $p$  do vetor de *lags* foi tomada de acordo com o teste da Razão de Verossimilhança. Foram estimados modelos de Auto-Regressão Vetorial (VAR) com diferentes dimensões para  $p$ , e foi escolhido o valor que gerou o VAR com o menor valor para o Critério de Informação de Hannan-Quinn, tendo sido este  $p = 2$ . Para testar o número de equações de cointegração foi utilizado o teste do traço de Johansen, cujos resultados estão na Tabela 1.

Tabela 1 – Teste de cointegração

Posto máximo	Autovalor	Estatística do Traço	Valor crítico à 5%
0		53,9956	24,31
1	0,51528	10,5447*	12,53
2	0,15716	0,2861	3,84
3	0,00476		

Sob  $H_0 : \text{posto}(\Pi) \leq r$ , segue do método que o número de equações de cointegração deve ser igual ao primeiro  $r$  sob o qual a hipótese nula não pode ser rejeitada Johansen (1995). Como o a estatística do traço apresentado na tabela, quando  $r = 0$ , é superior ao valor crítico reportado, e inferior ao valor crítico quando  $r = 1$ , é rejeitada a hipótese de que não há cointegração nas séries, mas não pode ser rejeitada a hipótese da existência de apenas um termo de correção do erro. Dessa forma,  $cay$  foi estimado como o termo  $\beta' x_{t-1}$  na equação (2.1), dado por

$$\widehat{cay}_t = c_{n,t} + \underset{(0,673)}{5,21} a_t - \underset{(0,651)}{6,07} y_t, \quad (2.2)$$

em que  $\widehat{cay}$  descreve o desvio do equilíbrio de longo prazo das variáveis  $c_t$ ,  $a_t$  e  $y_t$ , como definido anteriormente. Observa-se que os valores de  $\beta_a$  e  $\beta_y$ , correspondentes aos coeficientes des  $a_t$  e  $y_t$ , não estão de acordo com a restrição imposta por Lettau e Ludvigson (2001b) de que  $\beta' = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & (1-\gamma) \end{bmatrix}$ . A soma dos coeficientes não é igual a 1, e não podem ser interpretados, portanto, como os pesos  $\omega$  da equação (1.31). Porém os dois coeficientes são altamente significantes e há suporte suficiente para a hipótese de que o modelo está especificado corretamente, como será demonstrado abaixo.

Tabela 2 – Teste de estabilidade do VECM

Autovalor	Módulo
1	1
1	1
-0,7125	0,7125
0,0730 + 0,53i	0,5384
0,0730 - 0,53i	0,5384
-0,3988	0,3988

A Tabela 2 traz os autovalores, e os módulos correspondentes, da matriz de coeficientes do modelo VAR associado ao VECM estimado. Dadas  $K$  variáveis e  $r$  vetores de cointegração, o modelo é dito estável quando existem  $K - r$  módulos unitários. Portanto, infere-se da tabela que o modelo é estável, uma vez que existem apenas  $3 - 1$  autovalores unitários. A condição de estabilidade é um indicador de má especificação do modelo, caso seja observada a sua instabilidade, infere-se que ou número de equações de cointegração utilizado não é adequado, ou essa equações não são estacionários, como pressupõe o VECM (LÜTKEPOHL, 2005).

Tabela 3 – Teste de autocorrelação dos resíduos

Lags	$\chi^2$	Graus de Liberdade	<i>p</i> -valor
1	11,7128	9	0,22999
2	11,4376	9	0,24690

Na Tabela 3 estão os *p*-valores do teste do Multiplicador de Lagrange de autocorrelação dos resíduos, para cada valor de *i* usado em  $\sum_{i=1}^2 \Delta y_{t-i}$ . Observa-se que a hipótese de autocorrelação dos resíduos, também é rejeitada para qualquer valor de *i*.

As duas tabelas acima indicam que tanto a hipótese de estabilidade, quanto a de que os erros seguem um ruído branco não podem ser rejeitadas em relação ao modelo estimado. Portanto, não pode ser rejeitada também a hipótese de que o modelo foi corretamente especificado, e a escolha do número de *lags* e vetores de cointegração foi adequada. Além das condições básicas de um VECM descritas acima, as tabelas a seguir demonstram que também o comportamento das variáveis atendem às hipóteses teóricas propostas pelos autores para que *cay* seja capaz prever variações no prêmio pelo risco.

A Tabela 4 apresenta a estimativa dos parâmetros de curto prazo, dados pelos coeficientes dos *lags* das variáveis diferenciadas, e os coeficientes de ajustamento do *lag* do resíduo de cointegração  $\widehat{cay}$ , correspondente aos coeficientes de  $\alpha$  ne (2.1). O objetivo é verificar a relação entre os desvios do equilíbrio estimados e as taxas futuras de crescimento de cada variável. O exercício serve como um teste da hipótese de que os desvios em  $\widehat{cay}$  estão relacionados, majoritariamente, com flutuações na riqueza em forma de ativos, e não com variações no consumo ou na renda do trabalho. Esta é uma condição suficiente para que  $\widehat{cay}$  apresente poder de previsão (CORTE; SARNO; VALENTE, 2010).

Tabela 4 – Coeficientes de Curto Prazo do VECM

	(1)	(2)	(3)
	$\Delta c_t$	$\Delta a_t$	$\Delta y_t$
$\Delta c_{t-1}$	<b>-0,3870</b> (0,122)	0,2957 (3,121)	1,1268 (0,866)
$\Delta a_{t-1}$	-0,0057 (0,005)	<b>0,3367</b> (0,132)	<b>0,1299</b> (0,037)
$\Delta y_{t-1}$	-0,005 (0,012)	-0,0169 (0,317)	<b>-0,6318</b> (0,088)
$\widehat{cay}_{t-1}$	-0,0016 (0,001)	<b>-0,2352</b> (0,033)	-0,0107 (0,009)
$R^2$	0,18	0,55	0,54

Erros padrão entre parênteses, e coeficientes significantes em negrito.

Como observado por Lettau e Ludvigson (2004), apesar da presença de alguma previsibilidade de curto prazo nas séries de crescimento do consumo e da renda do trabalho (dada pela significância das variáveis defasadas), o único coeficiente de ajustamento  $\alpha$  com significância é o da crescimento da riqueza em ativos. Uma vez que  $\alpha$  mede a velocidade em que as variáveis se ajustam no curto prazo para retornar o modelo para a tendência de longo prazo (medida por *cay*), essa observação indica, portanto, que apenas  $\Delta a_t$  pode ser explicado pelos *lags* dos desvios de tendência  $\widehat{cay}_{t-1}$ .

Corroborando o resultado acima, a Tabela 5 traz os valores estimados da Decomposição da Variância dos Erros de Previsão (FEVD), para medir a contribuição que inovações em cada variável tem sobre a variância do erro de previsão de cada uma, em cada  $t + h$  meses (LÜTKEPOHL, 2005).

Dados um vetor constante  $\delta$ , um vetor de inovações  $\eta_t$   $3 \times 1$ , e um operador de lags distribuídos  $D(L)$ , que atribui um peso a cada elemento do vetor de inovações, a variância dos erros de previsão do vetor  $\Delta x_t$  pode ser decomposta como

$$\Delta x_t = \delta + D(L)\eta_t. \quad (2.3)$$

O vetor de inovações é definido por

$$\eta_t = G e_t, \quad (2.4)$$

em que  $G = \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix}$ , sendo os elementos da matriz são os vetores estimados pelo VECM para os coeficientes de ajustamento e para os parâmetros de cointegração, e  $e_t$  um vetor de inovações  $3 \times 1$ . Como o modelo é composto por três variáveis e um vetor de cointegração, pode-se inferir a presença de dois choques permanentes e apenas um choque transitório Lettau e Ludvigson (2004). Dessa forma, utilizando as definições acima, é possível dizer que na decomposição de  $\Delta x_t$  os componentes permanentes terão maior peso quando  $\alpha_i$  for pequeno, e maior peso será dado para os transitórios quando  $\alpha_i$  for grande. Como a Tabela 4 traz que os  $\alpha_c$  e  $\alpha_y$  não são estatisticamente diferentes de zero, deduz-se que nas variações de  $c_t$  e  $y_t$  terão pesos maiores as inovações permanente. Por outro lado,  $\alpha_a$  é significativo e economicamente grande, de forma que inovações transitórias terão um peso maior nas variações de  $a_t$  (LETTAU; LUDVIGSON, 2004).

A Tabela 5 traz os valores da decomposição de cada variável, em fração da variância, separados em duas colunas, uma designada por P (permanente) igual à soma das contribuições de  $c_t$  e  $y_t$ , e outra por T (transitório), correspondendo à contribuição de  $a_t$  (LETTAU; LUDVIGSON, 2004; LÜTKEPOHL, 2005).

Tabela 5 – Decomposição da variância dos erros de previsão

Horizonte h	$c_{t+h}$		$a_{t+h}$		$y_{t+h}$	
	P	T	P	T	P	T
0	1	0	0,006	0,994	0,934	0,066
6	0,979	0,021	0,252	0,748	0,930	0,07
12	0,976	0,024	0,371	0,629	0,956	0,044
18	0,975	0,025	0,457	0,543	0,965	0,035

P denota choques permanentes e T choques transitórios.

Reproduzindo os resultados obtidos por Lettau e Ludvigson (2004), a tabela acima mostra que, em um horizonte de 18 meses, enquanto  $c_t$  e  $y_t$  são explicados quase inteiramente por choques permanentes,  $a_t$  é majoritariamente explicado por choques transitórios. Uma vez que choques transitórios podem ser entendidos como distúrbios na tendência de longo prazo medida por  $\widehat{cay}$ , conclui-se então que  $\widehat{cay}_{t-1}$  tem potencial para explicar a variação da riqueza em ativos do período seguinte e, por consequência, também o prêmio pelo risco.

Tabela 6 – Regressão em *cross-section* dos retornos em excesso

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
$\widehat{cay}_{t-i}$	-0,0000670 (-0,49)	0,000147 (1,54)	0,000143* (1,71)	0,0000228 (0,18)
Constante	-0,000350 (-0,99)	-0,000348 (-0,92)	-0,000368 (-0,93)	-0,000491 (-1,38)

Estatísticas  $t$  entre parênteses. Os modelos foram estimados por *OLS*, sendo cada um a regressão em *cross-section* dos retornos em excesso sobre diferentes defasagens para o lag  $\widehat{cay}_{t-i}$ .

\*  $p < 0,1$ , \*\*  $p < 0,05$ , \*\*\*  $p < 0,01$

Por fim, repetindo o exercício feito por Lettau e Ludvigson (2001a), a Tabela 6 traz os resultados da comparação dos coeficientes estimados nas regressões dos retornos em excesso sobre diferentes defasagens de  $\widehat{cay}_{t-i}$ . Na tabela são comparados os lags de até 4 meses, (também foram testados prazos mais longos, mas não foram reportados por não alterarem o resultado). Embora apenas à um nível de confiança de 10%, observa-se que apenas  $\widehat{cay}_{t-3}$  é significativa. Dessa forma, nas regressões apresentadas na seção seguinte, será esta a variável aplicada nos modelos escalonados. Cabe dizer que o horizonte de previsão de um trimestre coincide com o utilizado por Lettau e Ludvigson (2001b).

### 2.2.2 Regressões Fama-Macbeth

Nesta seção serão apresentados os resultados da estimação dos modelos, seguindo o método Fama-MacBeth. Primeiramente, a Tabela 7 traz os coeficientes das regressões estimadas dos modelos não-escalonados. Retomando a interpretação da técnica Fama-MacBeth, os coeficientes correspondem, em porcentagem ao mês, ao prêmio pelo risco associado a cada fator, estimados a partir de 63 séries temporais, com 9 portfólios cada. A tabela traz ainda os resultados do teste de Wald de significância conjunta dos fatores incluídos.

Tabela 7 – Regressões Fama-MacBeth dos modelos não-escalonados

	(1)	(2)	(3)	(4)
$\beta_{R_m}$	-0,000701 (-0,83)	-0,00174* (-1,99)	-0,00256** (-2,54)	
$\beta_{SMB}$			0,000393 (1,54)	
$\beta_{WML}$			0,0000330 (0,10)	
$\beta_{\Delta y}$		0,209** (2,08)		
$\beta_{\Delta c}$				0,00828 (0,82)
Constante	-0,0000624 (-0,16)	0,000801 (1,62)	0,000682 (1,38)	-0,000312 (-1,00)
$R^2$	0,232	0,344	0,545	0,153

Teste de significância conjunta (*p-valor*)

<b>f'</b>	0,409	0,0218	0,0510	0,417
-----------	-------	--------	--------	-------

Os modelos testados são: (1) CAPM, (2) CAPM-HC, (3) Três-Fatores, e (4)

CCAPM. Os coeficientes são os obtidos no segundo passo do método Fama-MacBeth. Entre parênteses estão as estatísticas *t*.

\*  $p < 0,1$ , \*\*  $p < 0,05$ , \*\*\*  $p < 0,01$

No caso dos modelos estáticos, os resultados se aproximam razoavelmente de Lettau e Ludvigson (2001b) e da maior parte da literatura. O primeiro modelo testado é o CAPM clássico, dado por

$$R_{i,t} = \lambda_{R_m}. \quad (2.5)$$

Como esperado, o coeficiente do beta da carteira de mercado não é significativo, e aparece com o sinal invertido em relação ao que prevê a teoria. Junto com o CAPM de consumo, ele também apresenta o menor  $R^2$  entre os modelos testados.

A coluna (2) da tabela traz o modelo sugerido por Jagannathan e Wang (1996). Nele o CAPM é expandido para incluir uma *proxy* do capital humano, medido aqui pelo crescimento da renda do trabalho, de forma que ele é especificado como

$$R_{i,t} = \lambda_{mktrf} + \lambda_{\Delta y}. \quad (2.6)$$



O poder de explicação do modelo sobre a variação dos retornos aumenta com a inclusão da *proxy*, que por sua vez também é estatisticamente significativa. No teste de Wald, os elementos do vetor  $f'$  de fatores de risco são conjuntamente significantes, porém, novamente o sinal do beta da carteira de mercado contradiz a teoria. Vale notar que, entre todos os modelos testados, este foi o único potencialmente inconsistente com a versão Sharpe-Lintner, uma vez que é o único em que a constante apresenta significância estatística (embora apenas ao nível de significância de 10%, e economicamente pequeno).

O terceiro modelo, dado por

$$R_{i,t} = \lambda_{mkt} r_f + \lambda_{SMB} + \lambda_{WML}, \quad (2.7)$$

é um modelo multifatorial, composto pelos fatores  $\beta_{R_m}$ , *SMB*, e *WML*. Embora o  $R^2$  apresentado seja elevado, nenhuma das variáveis do modelo são significantes a um nível de confiança de 5%. Apesar de não reportado, também foi testada a especificação sem o fator *WML*, mas o resultado não foi alterado. Esses resultados, portanto, não permitem rejeitar a hipótese de que os efeitos tamanho e momento não estão presentes no mercado acionário brasileiro.

Na última coluna da tabela está o CAPM de consumo, dado por

$$R_{i,t} = \lambda_{\Delta c}. \quad (2.8)$$

Corroborando a literatura, a variação do consumo, no modelo estático, não é significativa para explicar a variação dos retornos em excesso, e apresenta um  $R^2$  bastante inferior aos demais modelos. Como em Mankiw e Shapiro (1986), mesmo o CAPM estático apresentar um ajuste superior à versão baseada no consumo.

Tabela 8 – Regressões Fama-MacBeth dos modelos escalonados

	(1)	(2)	(3)
$\beta_z$	-0,241 (-0,11)	3,138 (1,10)	0,481 (0,30)
$\beta_{R_m}$	-0,000391 (-0,36)	-0,00285** (-2,39)	
$\beta_{R_m z}$	-0,00407 (-0,86)	-0,00280 (-0,53)	
$\beta_{\Delta y}$		0,279* (1,85)	
$\beta_{\Delta y z}$		-0,506** (-2,20)	
$\beta_{\Delta c}$			0,00943 (1,16)
$\beta_{\Delta cz}$			0,0657** (2,36)
Constante	-0,0000591 (-0,13)	0,00104* (1,79)	0,000668 (1,32)
$R^2$	0,428	0,674	0,444

Teste de significância conjunta (*p*-valor)

<b>f'</b>	0,717	0,0257	0,252
$\lambda_{R_m}, \lambda_{R_m z}$	0,531	0,0220	
$\lambda_{\Delta y}, \lambda_{\Delta y z}$		0,0364	
$\lambda_{\Delta c}, \lambda_{\Delta cz}$			0,0565

Os modelos testados são: (1) CAPM escalonado, (2) CAPM-HC escalonado (3) CCAPM escalonado. Os coeficientes são os obtidos no segundo passo do método Fama-MacBeth. Entre parênteses estão as estatísticas *t*.

\*  $p < 0,1$ , \*\*  $p < 0,05$ , \*\*\*  $p < 0,01$

Já na Tabela 8 são apresentados os prêmios pelo risco estimados pelos modelos escalonados por  $\widehat{cay}_{t-3}$ . Em cada especificação são incluído dois termos de escalonamento,  $\widehat{cay}_{t-3}$  e um termo de interação  $f_t * \widehat{cay}_{t-3}$ , entre o fator de risco e a variável condicionante. O primeiro termo tem a finalidade de capturar o componente variante no tempo do intercepto, enquanto o segundo o componente variante no tempo do fator de risco.

O primeiro modelo testado é o CAPM escalonado, dado por

$$R_{i,t} = \lambda_z + \lambda_{R_m} + \lambda_{R_m z}, \quad (2.9)$$

em que  $z$  indica a variável condicionante. Nota-se que o  $R^2$  do modelo dobra em relação à versão estática, e o componente escalonado da carteira de mercado é estatisticamente diferente de zero. Porém, os dois componentes do fator de mercado não são conjuntamente significantes, e ambos continuam indicando um prêmio negativo para o beta da carteira de mercado.

A regressão (2) trata do CAPM aumentado para o capital humano de Jagannathan e Wang (1996),

mas dessa vez escalonado por  $\widehat{cay}_{t-3}$ , dado por

$$R_{i,t} = \lambda_z + \lambda_{R_m} + \lambda_{R_m z} + \lambda_{\Delta y} + \lambda_{\Delta y z}. \quad (2.10)$$

Assim como no caso anterior, há um aumento substancial do  $R^2$ , sendo ele o maior entre os modelos estimados. Mas, mesmo que os componentes do fator de mercado sendo conjuntamente significantes, o sinal ainda é invertido em relação ao esperado. Já os coeficientes dos dois componentes da *proxy* para o capital humano não são significantes, individualmente ou conjuntamente.

Por fim, a última regressão consegue reproduzir o principal resultado encontrado por Lettau e Ludvigson (2001b). O modelo testado é o CCAPM escalonado, especificado como

$$R_{i,t} = \lambda_z + \lambda_{\Delta c} + \lambda_{\Delta cz}. \quad (2.11)$$

Como discutido anteriormente e observado no artigo original, a versão estática do modelo é rejeitada e não tem poder de explicação relevante para os retornos em excesso. Porém, ele deixa de ser rejeitado quando o fator do crescimento do consumo é escalonado por  $\widehat{cay}_{t-3}$ . Embora  $\lambda_{\Delta c}$  não seja individualmente significativa, o termo de interação  $\lambda_{\Delta cz}$  é e ambos são conjuntamente significantes a um nível de confiança pouco abaixo de 95%. Como argumentado pelos autores, uma vez que o fator escalonado permite especificar explicitamente a parte variante no tempo do coeficiente do fator de risco, não é preciso que ambos os coeficientes sejam individualmente significantes, apenas que o sejam conjuntamente.

Nota-se que em todos os modelos, com exceção da regressão (2), interceptos estatisticamente diferentes de zero podem ser fortemente rejeitados, indicando que o mercado brasileiro é corretamente modelado com a especificação Sharpe-Lintner da taxa livre de risco (em contraponto ao caso americano, tradicionalmente melhor especificado segundo a forma zero-beta). Mas como discutido acima, nenhuma das especificações do CAPM é consistente com a teoria, enquanto apenas o CAPM de consumo escalonado apresenta coeficientes com os sinais corretos. O mesmo fenômeno é observado por Lettau e Ludvigson (2001b) e Jagannathan e Wang (1996) na maioria dos modelos testados.

A comparação com Lettau e Ludvigson (2001b) da qualidade de ajuste dos modelos por meio do  $R^2$  não é direta, uma vez que para este trabalho essa estatística foi calculada com um método distinto do empregado por eles. Por essa razão, a comparação é feita com a análise dos erros de precificação médios de cada modelo, uma vez que esta é uma medida equivalente (COCHRANE, 2005), e também apresentada por eles. As duas tabelas a seguir trazem então as médias dos erros de precificação de cada modelo estático, medidos pela raiz quadrado dos erros quadráticos médios.

Tabela 9 – Erros de precificação dos modelos não-escalonados

	(1)	(2)	(3)	(4)
<b>S1M1</b>	0,129	0,031	0,247	0,017
<b>S1M2</b>	0,147	0,463	0,057	0,237
<b>S1M3</b>	0,231	0,190	0,093	0,163
<b>S2M1</b>	0,482	0,295	0,250	0,365
<b>S2M2</b>	0,459	0,040	0,168	0,436
<b>S2M3</b>	0,186	0,063	0,209	0,154
<b>S3M1</b>	0,451	0,248	0,151	0,599
<b>S3M2</b>	0,035	0,012	0,216	0,148
<b>S3M3</b>	0,314	0,278	0,177	0,283
<b>Total</b>	0,271	0,180	0,174	0,267

Os modelos testados são: (1) CAPM, (2) CAPM-HC, (3) Três-Fatores, e (4) CCAPM. Os coeficientes são os obtidos no segundo passo do método Fama-MacBeth. Entre parênteses estão as estatísticas *t*.

Tabela 10 – Erros de precificação dos modelos escalonados

	(1)	(2)	(3)
<b>S1M1</b>	0,094	0,059	0,154
<b>S1M2</b>	0,019	0,003	0,169
<b>S1M3</b>	0,145	0,096	0,015
<b>S2M1</b>	0,548	0,045	0,262
<b>S2M2</b>	0,345	0,029	0,093
<b>S2M3</b>	0,052	0,089	0,142
<b>S3M1</b>	0,472	0,035	0,419
<b>S3M2</b>	0,020	0,020	0,320
<b>S3M3</b>	0,357	0,024	0,144
<b>Total</b>	0,228	0,044	0,191

Os modelos testados são: (1) CAPM escalonado, (2) CAPM-HC escalonado, e (3) CCAPM escalonado A primeira coluna traz nome dos portfólios, S denota *size*, M denota *momento*, e os números o tercil.

A Tabela 9 traz as médias dos erros de precificação de cada modelo estático. O cálculo é apresentado por portfólio e na média total. Já a Tabela 10 repete o exercício para os modelos escalonados. As letras S e M identificam os portfólios *size* e *momentum*, respectivamente, e os números após cada letra os tercils correspondentes em cada carteira.

Apesar do número menor de portfólios dificultar a inferência, não é possível observar nos resíduos algum padrão de crescimento dos erros de precificação em relação aos tipos de portfólios. Em nenhum dos modelos parece haver uma relação entre o tercil da característica *momento* e o tamanho dos erros. O caso é o mesmo para a característica tamanho. Esses dois fatos provavelmente explicam a razão do desempenho ruim das variáveis *SMB* e *WML* na estimação do modelo de três-fatores, uma vez que não há efeitos tamanho e *momentum* observáveis nos portfólios construídos.

Já olhando para a média total dos erros é possível ordenar os modelos segundo o tamanho da dificuldade de cada um em precificar os retornos, e o que verifica-se é um ranqueamento próximo daquele obtido por Lettau e Ludvigson (2001b). Assim como encontrado por eles, em todos há uma melhora no ajuste quando o modelo é escalonado. Os dois modelos que apresentam o pior desempenho são as versões não-escalonadas do CAPM e do CAPM de consumo, enquanto o CAPM-HC escalonado tem o menor erro de precificação. Já o CCAPM escalonado reduz consideravelmente o erro de precificação do modelo padrão, divide com a versão estático do CAPM-HC o posto de segundo menor erro (uma vez que não são estatisticamente diferentes). Embora não reportado, foi aplicado um teste  $t$  sobre as médias e encontrou-se que todas são estatisticamente diferentes de zero ao nível significância de 1%.



## Considerações finais

O CCAPM escalonado de Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) teve um grande impacto na literatura de precificação na última década. O proporem um modelo derivado da teoria, capaz de equiparar a precisão do modelo Fama-French, eles tiveram um papel importante em colocar a classe de modelos com variáveis macroeconômicas novamente no centro da discussão empírica em Finanças. Porém, não foi encontrada na literatura nenhuma aplicação do modelo ao mercado brasileiro. Por essa razão, o objetivo desta monografia foi ajudar a preencher essa lacuna e replicar os testes com dados brasileiros.

Seguindo o procedimento adotado por Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b), primeiramente foi estimada a variável  $cay$  e testadas as condições necessárias para que a variável tenha poder explicativo sobre os retornos. A construção dela foi feita a partir do desvio de tendência entre as séries do consumo aparente, da receita do Imposto de Renda de Pessoa Física (IRPF) sobre rendimentos do capital, e da receita do IRPF sobre rendimentos do trabalho, geradas pela Receita Federal. As duas séries com a receita agregada do IRPF foram empregadas como *proxies* da riqueza em ativos e do retorno do capital humano, respectivamente. No caso de  $a$ , a incidência do imposto recai, na maior parte, sobre os mesmos elementos que compõem a medida utilizada por Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b). Por essa razão, a hipótese empregada foi a de que há uma correlação positiva relevante entre as duas séries (não há uma série equivalente à americana disponível para a economia brasileira). Já em relação à  $y$ , partiu-se da hipótese de que a série do IRPF sobre rendimentos do trabalho é uma *proxy* mais apropriada para a variação na renda agregada dos investidores que renda média medida pela Pesquisa Mensal de Emprego (PME). A grande maioria dos investidores individuais do mercado de ações tem renda acima de R\$ 5000,00 e representam uma porção pequena da amostra da PME. Como o IRPF é um imposto progressivo, a receita do imposto dá maior peso às variações na renda das faixas mais altas, onde se encontram a maior parte dos investidores. Portanto, se supôs que a *proxy* capturaria melhor a parte da variação na renda do trabalho capaz de prever a variação da riqueza em ativos.

A presença de cointegração nas série foi testada por meio do teste do traço de Johansen, e  $cay$  estimado através de um Modelo Vetorial de Correção de Erros (VECM). Uma inconsistência encontrada foi que os parâmetros de cointegração obtidos não atendem à restrição imposta por Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b) de soma unitária (ou pouco mais que uma unidade, no caso do consumo de bens não-duráveis). Porém, nos diagnósticos usuais de má especificação do VECM, o modelo demonstrou ser estável e não apresentou autocorrelação nos resíduos, não sendo, portanto, rejeitada a hipótese de um modelo corretamente especificado. Também a dinâmica entre as variáveis correspondeu à prevista pela teoria, dado que a variação em  $\Delta a$  é explicada na maior parte por choques transitórios, e a correção dos desvios em  $\widehat{cay}$  também se dá exclusivamente através de  $\Delta a$ . Como isto implica a capacidade do *lag* de  $\widehat{cay}$  em prever variações futuras na riqueza em ativos, também indica que  $\widehat{cay}$  tem potencial para explicar a variação dos retornos. Por fim, foi regredida a variação de  $a$  sobre  $\widehat{cay}$  com diferentes defasagens, e o horizonte encontrado com maior poder de previsão foi o de três meses. Nota-se que este é o mesmo prazo utilizado por Lettau e Ludvigson (2001b) Lettau e Ludvigson (2001b).

Os resultados encontrados se aproximam consideravelmente dos obtidos por Lettau e Ludvigson (2001b). Foram observadas as dificuldades usuais do CAPM e da carteira de mercado em explicar os retornos, e também a melhora que todos os modelos demonstram quando escalonados. Foi obtido também um ordenamento similar ao encontrado por Lettau e Ludvigson (2001b) dos modelos segundo o grau de ajuste em relação aos dados. O CAPM aumentado para o capital humano (CAPM-HC) e o CCAPM, escalonados, tiveram o melhor desempenho, e o CAPM e o CCAPM não-escalonados o pior. A regressão do CCAPM

escalonado também resultou em um  $\lambda_c$  e um  $\lambda_{cz}$  conjuntamente significantes (a um nível de significância de 5, 65%) e positivos, sendo o  $\lambda_{cz}$  também individualmente significativo ao nível de significância de 2, 1%. Com nenhuma constante estatisticamente diferente de zero, todos os modelos corroboram a hipótese da especificação Sharpe-Lintner da taxa livre de risco.

Como sugerido por Lettau e Ludvigson (2001a, 2001b), a explicação para esses resultados superiores dos modelos escalonados pode ser atribuída a variação no tempo do prêmio pelo risco, não captada pelos modelos estáticos. É possível que a limitação do CCAPM padrão esteja então em não considerar o papel de variações na aversão ao risco em condicionar a relação entre o crescimento do consumo e os retornos. O que tornaria um ativo mais arriscado não é apenas a sua simples correlação com o crescimento do consumo, mas em que estado da economia esta relação é mais forte. A variável condicionante *cay* entra nesse contexto como uma *proxy* para aversão ao risco dos investidores. Portanto, ações mais arriscadas, e que exigem prêmios maiores, são aquelas cujos retornos são mais correlacionados com o crescimento do consumo quando a aversão ao risco é maior (ou seja, quando *cay* é alto).

Em relação ao modelo Três-Fatores, os resultados divergem da literatura internacional, mas são consistentes com parte da literatura com dados brasileiros. Enquanto a presença dos efeitos tamanho e momento é já bem documentada no mercado americano (FAMA; FRENCH, 1992; JEGADEESH; TITMAN, 1993), o caso brasileiro é mais controverso. Embora a maior parte da literatura aponte a existência do efeito valor, não há consenso sobre o efeito tamanho e o efeito momento. O resultado encontrado neste trabalho corrobora, principalmente, MUSSA, ROGERS e SECURATO (2009). Não é identificada a existência de um prêmio para o tamanho das empresas ou nem de um prêmio para o momento dos retornos das ações.

Apesar dos resultados obtidos, a generalização exige cautela devido à pouca quantidade de dados. Como nos testes tradicionais desses efeitos é utilizado um número maior de portfólios ordenados segundo cada característica (5 na aplicação tradicional do modelo Fama-French, totalizando 25 portfólios), é possível que o número menor empregado neste trabalho (3 para cada característica) não tenha permitido variação suficiente nos retornos para que os efeitos fossem capturados. O período analisado também é consideravelmente menor do que o usual, contendo menos que a metade do número de períodos analisados por Lettau e Ludvigson (2001b). Por essa razão, é importante testar a sensibilidade dos resultados encontrados neste trabalho a diferentes construções da série de retornos. Porém, o número pequeno de ações negociadas em períodos mais longos não permite a construção de uma série longa com um grande número de portfólios suficientemente diversificados. Apenas quando tiver transcorrido um tempo maior com, pelo menos, o número de ações negociadas atualmente, é que será possível realizar testes mais consistentes com o padrão da literatura internacional.



## Referências

- BANSAL, R.; YARON, A. *Risks for the long run: A potential resolution of asset pricing puzzles*. 2004. 1481–1509 p.
- BANZ, R. W. The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, v. 9, n. 1, p. 3–18, 1981.
- BASU, S. *Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earnings Ratios: A Test of the Efficient Market Hypothesis*. 1977. 663–682 p.
- BLACK, F. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *The Journal of Business*, v. 45, n. 3, p. 444, 1972.
- BLACK, F.; JENSEN, M. C.; SCHOLES, M. *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests*. [S.l.: s.n.], 1972. v. 81. 79–121 p. ISBN 0002269600.
- BLUME, M.; FRIEND, I. Measurement of Portfolio Performance Under Uncertainty. *American Economic Review*, v. 60, n. 4, p. 607–636, 1970.
- BLUME, M. E.; FRIEND, I. A New Look At The Capital Asset Pricing Model. *Journal of Finance*, v. 28, n. 1, p. 19–33, 1973.
- BONDT, W. F. M. D.; THALER, R. Does the Stock Market Overreact? *Journal of Finance*, v. 40, n. 3, p. 793–805, 1985.
- BONONO, M.; DOMINGUES, G. B. Os puzzles invertidos no mercado brasileiro de ativos. In: BONOMO, M. (Ed.). *Finanças Aplicadas ao Brasil*. 2. ed. [S.l.]: Editora FGV, 2004. cap. 5, p. 105–120. ISBN 85-225-0390-7.
- BONONO, M.; GARCIA, R. Estimando e testando o capm condicional com efeitos arch para o mercado acionário brasileiro. In: BONOMO, M. (Ed.). *Finanças Aplicadas ao Brasil*. 2. ed. [S.l.]: Editora FGV, 2004. cap. 2, p. 41–52. ISBN 85-225-0390-7.
- BREEDEN, D. T. An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. *Journal of Financial Economics*, v. 7, n. 3, p. 265–296, 1979.
- BREEDEN, D. T.; GIBBONS, M. R.; LITZENBERGER, R. H. Empirical Tests of the Consumption-Oriented CAPM. *The Journal of Finance*, v. 44, n. 2, p. 231–262, 1989.
- BRENNAN, M. J. TAXES , MARKET VALUATION AND CORPORATE FINANCIAL POLICY. *National Tax Journal*, v. 23, n. 4, p. 417–427, 1970.
- BRUNI, A. *Risco, Retorno e Equilíbrio: Uma Análise do Modelo de Precificação de Ativos Financeiros na Avaliação de Ações Negociadas na Bovespa (1988-1996)*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, SP - Brasil, 1998.
- CAMPBELL, J.; MANKIW, N. Consumption, income and interest rates: Reinterpreting the time series evidence. *NBER Macroeconomics Annual 1989, Volume . . .*, v. 4, p. 185–246, 1989.
- CAMPBELL, J.; SHILLER, R. The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors. *Review of Financial Studies*, Soc Financial Studies, v. 1, n. 3, p. 1–34, 1988.
- CAMPBELL, J. Y.; COCHRANE, J. H. By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior. *Journal of Political Economy*, v. 107, p. 205, 1999.
- CAMPBELL, J. Y.; COCHRANE, J. H. Explaining the Poor Performance of Consumption-based Asset Pricing Models. *The Journal of Finance*, Blackwell Publishers, Inc., v. 55, n. 6, p. 2863–2878, 2000.
- CAMPBELL, S. D.; KORNIOTIS, G. M. et al. *The human capital that matters: expected returns and the income of affluent households*. [S.l.]: Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board, 2008.

- CARHART, M. On persistence in mutual fund performance. *Journal of Finance*, v. 52, n. 1, p. 57–82, 1997.
- CASTRO, F. A. *Imposto de Renda da Pessoa Física: Comparações Internacionais, Medidas de Progressividade e Redistribuição*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, DF - Brasil, 2014.
- COCHRANE, J. Financial markets and the real economy. *Handbook of the Equity Risk Premium*, Chapter 7, p. 237–330, 2005.
- COCHRANE, J. The dog that did not bark: A defense of return predictability. *Review of Financial Studies*, v. 21, n. 4, p. 1533–1575, 2008.
- COCHRANE, J. H. A Cross-Sectional Test of an Investment-Based Asset Pricing Model. *Journal of Political Economy*, v. 104, n. 3, p. 572, 1996.
- COCHRANE, J. H. Presidential Address: Discount Rates. *The Journal of Finance*, v. 66, n. 4, p. 1047–1108, 2011.
- CONSTANTINIDES, G. Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle. *Journal of political Economy*, v. 98, n. 3, p. 519–543, 1990.
- CONSTANTINIDES, G. M.; DUFFIE, D. Asset Pricing with Heterogeneous Consumers. *Journal of Political Economy*, v. 104, n. 2, p. 219, 1996.
- CONSTANTINIDES, G. M.; RAJNISH, M. Understanding the Equity Risk Premium Puzzle. In: MEHRA, R. (Ed.). *Handbook of the Equity Risk Premium*. 1. ed. [S.l.]: Elsevier, 2008. cap. 8, p. 331–359. ISBN 978-0-44-450899-7.
- CORTE, P. D.; SARNO, L.; VALENTE, G. A century of equity premium predictability and the consumption–wealth ratio: An international perspective. *Journal of Empirical Finance*, v. 17, n. 3, p. 313–331, 2010.
- CYSNE, R. P. A note on the non-convexity problem in some shopping-time and human-capital models. *Journal of Banking and Finance*, v. 30, n. 10, p. 2737–2745, 2006.
- DIMSON, E.; MUSSAVIAN, M. Three centuries of asset pricing. *Journal of Banking & Finance*, v. 23, n. 12, p. 1745–1769, 1999.
- EPSTEIN, L.; ZIN, S. Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework. *Econometrica*, v. 57, n. 4, p. 937–969, 1989.
- FAMA, E.; MACBETH, J. Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, v. 81, n. 3, p. 607–636, 1973.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. *The Cross-Section of Expected Stock Returns*. 1992. 427–465 p.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, n. 1, p. 3–56, 1993.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. *The Journal of Finance*, LI, n. 1, p. 55–84, 1996.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, v. 18, n. 3, p. 25–46, 2004.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Size, value, and momentum in international stock returns. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 105, n. 3, p. 457–472, 2012.
- FILHO, E. T. et al. Teste do capm condicional dos retornos de carteiras dos mercados brasileiro, argentino e chileno, comparando-os com o mercado norte-americano. *Revista de Administração de Empresas*, v. 50, n. 1, 2010.
- FOGAÇA, G. A classe C vai à bolsa. *Revista EXAME*, São Paulo, Jan 2010. Disponível em: <<http://exame.abril.com.br/revista-exame/edicoes/960/noticias/classe-c-vai-bolsa-527717>>. Acesso em: 4 dez. 2015.
- GIBBONS, M. R. Multivariate tests of financial models. *Journal of Financial Economics*, v. 10, n. 1, p. 3–27, 1982.

- GOYAL, A. Empirical cross-sectional asset pricing: A survey. *Financial Markets and Portfolio Management*, v. 26, p. 3–38, 2012.
- GROSSMAN, S. J.; SHILLER, R. J. The Determinants of the Variability of Stock Market Prices. *American Economic Review*, v. 71, n. 2, p. 222–227, 1981.
- HANSEN, L. P.; RICHARD, S. F. The role of conditioning information in deducing testable restrictions implied by dynamic asset pricing models. *Econometrica*, v. 55, n. 3, p. 587–613, 1987.
- HANSEN, L. P.; SINGLETON, K. J. Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models. *Econometrica*, v. 50, n. 5, p. 1269–1286, 1982. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1911873>>.
- HENRIQUES, A. M.; HSU, J. Analysis of wealth using micro and macro data: A comparison of the survey of consumer finances and flow of funds accounts. In: JORGENSON, D. W.; LANDEFELD, J. S.; SCHREYER, P. (Ed.). *Measuring Economic Sustainability and Progress, Studies in Income and Wealth*. [S.l.]: National Bureau of Economic Research, 2014. v. 72, cap. 9, p. 245–276. ISBN 978-0-226-12133-8.
- ISSLER, J. V.; PIQUEIRA, N. S. Estimating relative risk aversion, the discount rate, and the intertemporal elasticity of substitution in consumption for Brazil using three types of utility function. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 20, n. 2, Jan/Mar 2000.
- JAGANNATHAN, R.; MCGRATTAN, E. R. The CAPM Debate. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, v. 19, n. 4, p. 2–17, 1995.
- JAGANNATHAN, R.; WANG, Z. The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Finance*, v. 51, n. 1, p. 3–53, 1996.
- JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *The Journal of Finance*, v. 48, n. 1, p. 65, 1993.
- JOHANSEN, S. LIKELIHOOD-BASED INFERENCE IN COINTEGRATED VECTOR AUTOREGRESSIVE MODELS. *Econometric Theory*, v. 14, p. 517–524, 1995.
- KANDEL, S.; STAMBAUGH, R. F. On correlations and inferences about mean-variance efficiency. *Journal of Financial Economics*, v. 18, n. 1, p. 61–90, 1987.
- KIRCH, G.; TERRA, P. R. S.; ALVES, T. W. An empirical test of the consumption-based asset pricing model (ccapm) in Latin America. In: SCHULZ, P. E.; HOFFMANN, B. P. (Ed.). [S.l.]: Nova Science Publ., 2011. p. 153–190.
- LETTAU, M.; LUDVIGSON, S. Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns. *Journal of Finance*, v. 56, n. 3, p. 815–849, 2001.
- LETTAU, M.; LUDVIGSON, S. Resurrecting the (C) CAPM: A Cross-Sectional Test When Risk Premia Are Time-Varying. *Journal of Political Economy*, v. 109, n. 6, p. 1238–1287, 2001.
- LETTAU, M.; LUDVIGSON, S. C. Understanding trend and cycle in asset values: Reevaluating the wealth effect on consumption. *American Economic Review*, v. 94, n. 1, p. 276–299, 2004.
- LINTNER, J. Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *Jf*, v. 20, n. 4, p. 587–615, 1965.
- LUCAS, R. E. Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica*, v. 46, n. 6, p. 1429–1445, 1978.
- LUDVIGSON, S. C. *Advances in Consumption-Based Asset Pricing: Empirical Tests*. [S.l.]: Elsevier B.V., 2013. v. 2. 799–906 p.
- LÜTKEPOHL, H. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 31. 764 p.
- MANKIW, N. G.; SHAPIRO, M. D. Risk and Return: Consumption Beta Versus Market Beta. *The Review of Economics and Statistics*, v. 68, n. 3, p. 452–459, 1986.
- MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, Harvard University Press Oxford University Press, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MARKOWITZ, H. M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. 1959. 217–234 p.

- MEHRA, R.; PRESCOTT, E. C. The equity premium. *Journal of Monetary Economics*, v. 15, n. 2, p. 145–161, 1985.
- MERTON, R. C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, v. 41, n. 5, p. 867–887, 1973.
- MUSSA, A.; ROGERS, P.; SECURATO, J. R. Mussa rogers e securato 2009. *Revista de Ciências da Administração*, v. 11, n. 23, 2009.
- NYBERG, P. Asset pricing models. In: FREE, R. C. (Ed.). *21st Century Economics: A Reference Handbook*. 1. ed. [S.l.]: Sage Publications, 2010. cap. 20, p. 203–213.
- ROLL, R. *A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory*. 1977. 129–176 p.
- ROSENBERG, B.; REID, K.; LANSTEIN, R. Persuasive evidence of market inefficiency. *Journal of Portfolio Management*, Princeton Univ Pr, v. 11, n. 3, p. 9–17, 1985.
- ROSTAGNO, L. M.; SOARES, R. O.; SOARES, K. T. C. Estratégias de valor no mercado de ações brasileiro. *Revista Eletrônica de Administração da UFRGS*, v. 11, n. 6, 2005.
- RUBINSTEIN, M. The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options. *The Bell Journal of Economics*, v. 7, n. 2, p. 407–425, 1976.
- SHANKEN, J. *Multivariate proxies and asset pricing relations*. 1987. 91–110 p.
- SHANKEN, J. On the estimation of beta-pricing models. *Review of Financial Studies*, v. 5, n. 1, p. 1–55, 1992.
- SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964.
- SHILLER, R. Stock prices and social dynamics. 1984.
- STAMBAUGH, R. F. On the exclusion of assets from tests of the two-parameter model. *Journal of Financial Economics*, v. 10, n. 3, p. 237–268, 1982.
- STOCK, J.; WATSON, M. A simple estimator of cointegrating vectors in higher order integrated systems. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, v. 61, n. 4, p. 783–820, 1993.
- TOBIN, J. Liquidity preference as behavior towards risk. *The Review of Economic Studies*, v. 25, n. 2, p. 65–86, 1958.
- WEIL, P. The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle. *Journal of Monetary Economics*, v. 24, n. 3, p. 401–421, 1989.
- WHEATLEY, S. Some tests of international equity integration. *Journal of Financial Economics*, v. 21, n. 2, p. 177–212, 1988.
- YOSHINO, J. A.; SANTOS, E. B. Is capm dead or alive in the brazilian equity market? *Review of Applied Economics*, v. 5, n. 1/2, 2009.