



Universidade de Brasília (UnB)
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade (FACE)
Bacharelado em Administração

EFICIÊNCIA NO SETOR BANCÁRIO
UMA ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS

Arthur Rosa Ramos

Brasília – DF

2015

ARTHUR ROSA RAMOS

EFICIÊNCIA NO SETOR BANCÁRIO
UMA ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS

Monografia apresentada ao Departamento de Administração como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Administração.

Professor Orientador: Professor Doutor
André Luiz Marques Serrano

Brasília – DF

2015

ARTHUR ROSA RAMOS

EFICIÊNCIA NO SETOR BANCÁRIO
UMA ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS

A Comissão Examinadora, abaixo identificada, aprova o Trabalho de Conclusão do Curso de Administração da Universidade de Brasília do (a) aluno (a)

Dr. André Luiz Marques Serrano
Professor-Orientador

Dr. Carlos de La Peña Rosano
Professor-Examinador

Dr. Marcelo Driemeyer Wilbert
Professor-Examinador

Brasília, 4 de dezembro de 2015.

RESUMO

A eficiência no setor bancário é alvo de estudos em todo o mundo em razão do dinamismo enfrentado pelo setor. Neste trabalho, buscamos auferir a eficiência de 21 bancos listados na bolsa de valores brasileira (BM&F Bovespa) em busca de um maior entendimento sobre um setor que experimentou uma série de fusões, aquisições e privatizações além de cenários econômicos desafiadores nas duas últimas décadas. A metodologia escolhida para análise é a Análise Envoltória de Dados (DEA) no modelo BCC. Com base nessa metodologia definimos os insumos e produtos e analisamos os dados das instituições bancárias no período entre 2010 e o primeiro semestre de 2015. Os resultados indicam que bancos grandes tendem a possuir maior eficiência enquanto bancos menores utilizam seus recursos de forma menos eficiente. Ao final do estudo identifica-se pontos que necessitam de maior aprofundamento e recomendam-se questões para futuros estudos sobre o tema.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 2.1. Artigos sobre o tema.....	12
Quadro 2.2 –Artigos, métodos de análise e objetivos.....	15
Gráfico 3.1 – Ilustração modelos CCR e BCC.....	20
Quadro 3.2 – Descrição de Insumos	22
Quadro 3.3 – Descrição de Produtos	23
Quadro 3.4 – Bancos analisados.....	24
Gráfico 4.1 - Quantidade de DMU`s sem folga por banco	25
Gráfico 4.2 Número de variáveis com folga	26
Quadro 4.1- Quadro de folgas (slack`s) de insumos e produtos.....	28
Quadro 4.2 Rank de DMU`s por tempo.....	29
Quadro 4.3 Benchmarks por DMU.....	30

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	7
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	9
2.1 Eficiência	9
2.2 Análise envoltória de dados e suas aplicações no setor bancário	10
3 MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA	19
3.1 Descrição	21
4 ANÁLISE DE RESULTADOS	25
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	31
REFERENCIAL	33

1 INTRODUÇÃO

Os bancos possuem um papel fundamental no sistema financeiro de um país, contribuindo diretamente também para o seu crescimento e desenvolvimento econômico, agindo com principal canal de pagamentos e de intermediações financeiras.

Em um mercado com crescente competitividade revela-se a importância de avaliar a performance dos bancos de forma a monitorar e indicar pontos de melhoria. A necessidade de se alcançar altos níveis de produtividade com baixos níveis de insumos se torna cada vez mais relevante, e quiçá essencial para a sobrevivência destas instituições financeiras.

O setor bancário brasileiro não é diferente, nas duas últimas décadas o setor sofreu uma série de mudanças estruturais com várias privatizações, aquisições e fusões evoluindo para se tornar o mercado em que vivemos hoje.

Em adição, observamos uma tendência crescente de estratégias de *self service banking*, onde o cliente realiza grande parte das suas operações pelo computador ou smartphone. Estratégias estas, que se mostram bastante custo eficientes principalmente pela sua escalabilidade e facilidade de uso estão tomando a preferência do público. Em razão desta tendência, os investimentos em tecnologias web e mobile devem se intensificar, reduzindo parcialmente, ou até totalmente em alguns casos, a necessidade de um contato direto (face-a-face) entre o cliente e a instituição.

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise de eficiência aplicada ao setor bancário. O foco central não é apenas uma revisão dos estudos acerca da análise de eficiência como Berger e Humphrey (1997) ou da evolução das metodologias de análise como Seiford e Thrall (1990), mas da análise de um banco de dados dos maiores bancos brasileiros por meio da metodologia de análise envoltória de dados (DEA).

A motivação para esse estudo é alcançar um maior entendimento sobre um setor que apresenta um grande dinamismo e que passou por muitas mudanças nas últimas duas décadas. Além disso, os anos de franco crescimento da economia brasileira na primeira década do século XXI em contraste com a crise de hipotecas em 2008, onde as financeiras americanas confiaram excessivamente em clientes com um histórico ruim de pagamentos de dívidas abalando o sistema financeiro mundial, fez do sistema financeiro brasileiro um ambiente muito dinâmico e desafiador. Em um ambiente competitivo a gestão e o uso de recursos, neste trabalho visto como inputs, fornecem base para a capacidade produtiva da empresa e constitui origem de vantagem competitiva (ZACK, 1999).

As principais metodologias paramétricas e não paramétricas de análise de eficiência serão brevemente comparadas, como a Análise Envoltória de Dados de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e aprofundada em Banker, Charnes e Cooper (1984) e a abordagem da Fronteira Estocástica descrita por Berger e Humphrey (1997). Em busca desta análise, indicadores de input e output foram definidos e aplicados a metodologia escolhida.

Este trabalho é estruturado em cinco partes, a introdução sobre o tema seguido breve revisão da literatura sobre o assunto e arcabouço teórico onde são apresentados estudos sobre o tema de eficiência. Na terceira parte a metodologia utilizada é apresentada. Após, os resultados são apresentados e discutidos na quarta parte. A quinta parte conclui o trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Eficiência

A eficiência possui diversas formas de ser medida e avaliada, ao longo deste referencial os conceitos mais relevantes acerca do tema serão contextualizados e apresentados. Para entendermos o conceito de eficiência é importante entendermos o conceito de eficácia, que está relacionada ao atendimento de uma meta, de um objetivo sem a análise da quantidade de recursos e tão pouco como foram utilizados para tal feito (FERREIRA E GOMES 2009). O conceito de produtividade evolui o conceito acrescentando que não somente o objetivo deve ser atingido, mas deve ser atingido com os insumos sendo utilizados de maneira ótima, ou seja, da melhor forma possível. O conceito de produtividade pode ser expresso a partir da seguinte razão Produção dividido pelo insumo.

Na literatura, uma medida de eficiência amplamente difundida é apresentada por Farrell (1957) onde o nível de eficiência de uma empresa se dá pela distância entre a produção observada e o que seria a sua produção ótima, ou a sua produção na fronteira eficiente se opondo a visão anterior onde eram observadas as médias das funções de produção. E somente após a publicação deste trabalho pioneiro que foi dada suficiente atenção a possibilidade de se estimar a função de fronteira de produção. Nas décadas seguintes, uma grande quantidade de estudos tanto no âmbito da evolução de metodologias de análise de eficiência como para citar alguns, Banker e Cummins (2010), Tabak e Cajueiro (2014), Jenkins e Anderson (2003), Coelli et al (2005) quanto da aplicação destas metodologias em pesquisas no setor bancário a exemplo de Berger e Humphrey(1997), Resti(1997) e Paradi e Zhu (2012) foram publicados.

As metodologias estatísticas de análise são divididas nos métodos paramétricos e não paramétricos que diferem principalmente pelo fato dos dados utilizados nos modelos não paramétricos não participarem de uma distribuição probabilística. Outro ponto que difere as duas classes de métodos é que os métodos não paramétricos só trabalham com dados precisos. Como consequência, este método (não paramétrico) faz menos suposições em cima dos dados e por isso é considerado mais robusto. Destaque para uma extensa pesquisa revisando 130 trabalhos no âmbito da eficiência de instituições financeiras utilizando estes dois métodos realizada por Berger e Humphrey(2000). Publicações recentes na área vêm aumentando o espectro de análise refinando metodologias, abordando novos tópicos e incluindo mais países nas análises como China (Parkanand Wu 1999), Índia (Das et al 2009) , Itália (Resti 1997) e

Turquia (Oral e Yolun 1990) em contraste com a literatura anterior majoritariamente focada nos Estados Unidos. Ao longo das últimas 5 décadas uma série de técnicas de modelagem e métodos de avaliação de performance foram aplicadas ao setor bancário com contribuições relevantes realizadas por Charles, Cooper e Rhodes (1978), e explorada de forma extensa por Banker, Charles e Cooper (1984) em contribuições mais recentes como Banker e Cummins 2010. Em meio a estes modelos, o DEA (Análise Envoltória de Dados) se destaca como uma das melhores técnicas de pesquisa operacional em uso hoje segundo Fethi 2010 e posteriormente citado por Paradi e Zhu 2012.

2.2 Análise envoltória de dados e suas aplicações no setor bancário

A Análise Envoltória de Dados é um modelo não paramétrico baseado em programação linear que busca montar uma fronteira de possibilidades de produção, analisando somente a eficiência técnica não levando em consideração o valor monetário dos insumos e produtos. O DEA, também não demanda a necessidade de relações funcionais entre os insumos e produtos e nem se restringe a medidas únicas, singulares dos insumos e produtos (FERREIRA E GOMES, 2009).

O método DEA objetiva otimizar individualmente cada unidade de decisão, DMU – *Decision Making Unit*. A partir desta otimização, o DEA traça uma fronteira de eficiência com somente as DMU's que apresentam relação de eficiência entre produtos e insumos, igual a 1. Ou seja, somente unidades de decisão 100% eficientes. Quando a relação entre insumos e produtos é menor que 1, entende-se que para produzir um produto necessitasse de mais de um insumo. Na mesma lógica, quando a relação entre insumos e produtos é maior que 1, entende-se que um insumo produz mais de um produto. Um dos benefícios da utilização desta técnica de otimização e *benchmarking* de DMU's como supracitado, é a não necessidade de relação funcional entre insumos e produtos permitindo, por exemplo, a utilização de variáveis de mão de obra, energia e matéria prima em conjunto com os mais variados produtos como lucro, quantidade de unidades produzidas e resultado operacional, possibilitando a utilização de unidades de medidas diferentes.

Em razão de sua alta capacidade de otimização, o DEA permite que as empresas identifiquem objetivamente as melhores práticas e áreas onde melhorias são mais necessárias (PARADI e ZHU 2012). O trabalho realizado por Resti 1997 tendo como base os bancos italianos, observa similaridades nos resultados entre o método paramétrico (Fronteira de eficiência) e o método não paramétrico (DEA) e que usando a mesma estrutura conceitual, os resultados não

se distanciam dramaticamente da média. Outro ponto a favor da Análise Envoltória de dados apontado por Banker e Cummins (2010), é que este método pode ser usado de forma efetiva em conjuntos menores de dados. Com o objetivo de obter um melhor entendimento dos trabalhos já publicados no Brasil e no exterior acerca do tema, um quadro foi montado com o objetivo e principais resultados dos artigos que exploram o tema de eficiência bancária. Seja por meio de técnicas paramétricas ou não paramétricas.

Quadro 2.1. Artigos sobre o tema

Autor	Objetivo	Resultados
Berger e Humphrey, 1997	O artigo analisa 130 trabalhos que aplicam a fronteira eficiente a instituições financeiras em 21 países. Os objetivos principais são o resumo e a revisão das estimativas empíricas da eficiência das instituições financeiras além de tentar atingir um ponto de consenso. Os objetivos secundários buscam analisar as implicações destes resultados de eficiência para as instituições financeiras nas áreas de política governamental, pesquisa e performance gerencia.	As estimativas de eficiência dos modelos não paramétricos (DEA e FDH) são similares ao dos modelos paramétricos de fronteira (SFA, DFA e TFA), no entanto os métodos não paramétricos em geral obtêm médias levemente menores de eficiência e aparentam ter maiores distorções do que os resultados de modelos paramétricos.
Ceretta, Niederauer, 2001	O objetivo deste trabalho é investigar, comparativamente, a posição competitiva de 144 conglomerados financeiros no setor bancário brasileiro por meio da matriz rentabilidade versus eficiência produtiva. Essa matriz é estruturada com base na análise por envoltória de dados.	Os resultados indicam que os conglomerados de grande porte têm grau de eficiência operacional muito superior aos de médio porte e estes em relação ao de pequeno porte, tanto em relação ao valor médio quanto ao valor mínimo.
Stavárek, 2005	Revelar se as diferenças entre as regiões e países nos diferentes níveis de integração na União Europeia e situação econômica também são visíveis nos níveis de eficiência bancária. Logo, a análise busca verificar ou rejeitar a hipótese de que um estágio avançado de integração e um melhor nível econômico é associado com uma maior eficiência na intermediação bancária.	Foi constatado que os países já integrantes na União Européia, Portugal e Grécia possuem os sistemas bancários mais eficientes. De forma semelhante, nos países do segundo grupo foi confirmada pelos resultados dos setores bancários da República Checa, Hungria e Polônia respectivamente. E relevante destacar que o setor bancário Checo foi quase tão eficiente quanto o grego em 2003 a até mais eficiente em 2002. O setor eslovaco foi o mais ineficiente e a diferença foi significativa mesma quando comparado com os bancos da Bulgária e Romênia, países também do terceiro grupo.

Continua...

Continuação...

Autor	Objetivo	Resultados
Tecles e Tabak, 2010	Analisam o caso ainda pouco explorado do Brasil, uma economia em desenvolvimento com um setor bancário que sofreu grandes transformações. Avaliam o papel da presença estrangeira que se deu a partir do estabelecimento de filiais e pela compra de bancos locais. Avaliam a eficiência do setor bancário usando a fronteira estocástica Bayesiana (SFA), introduzida por Van denBroeck et al. (1994) e a implementação descrita por Griffin e Steel (2007).	As pesquisas indicam que a média da eficiência no Brasil foi 0.66, que apesar de consistente com economias emergentes está abaixo da média internacional observada por Berger e Humphrey (1997) a qual inclui países desenvolvidos. A medida de eficiência não demonstrou grande variação ao longo do tempo exceto durante o período de eleições em 2002. O modelo de lucros indica que os grandes bancos são mais eficientes, o que pode explicar uma recente onda de fusões e aquisições buscando não somente escala, mas também atingir mercados específicos, competindo por portfólios lucrativos de clientes.
Tabak <i>et al.</i> , 2014	O estudo investiga até que ponto os resultados produzidos pelo modelo de fronteira única são confiáveis, baseado na aplicação do método DEA e fronteira estocástica a uma amostra de bancos chineses locais. Além disso, analisam a consistência entre as medidas originadas pela análise DEA e pela análise de fronteira estocástica a partir das perspectivas micro e macro.	Os resultados indicam que os modelos não são consistentes na análise individual e os resultados obtidos a um nível micro devem ser lidos com cautela. No entanto, eles fornecem resultados similares com relação ao comportamento da média de eficiência para o mercado como um todo ao longo dos anos. Argumentam que este comportamento é mais importante para determinar a consistência entre os dois modelos do que as médias de eficiência por si só. Também concluem que os bancos chineses não melhoraram sua performance em relação ao período de 2001-2012.

Fonte: elaboração autoral

Estes estudos fornecem *insights* importantes com relação tanto as metodologias de pesquisa quanto da análise de algumas transformações sofridas pelos mercados. O estudo realizado por Berger e Humphrey(1997) cobriu 130 artigos que aplicam a fronteira eficiente a instituições financeiras e analisa os resultados obtidos tanto pelas técnicas paramétricas quanto pelas não paramétricas. Também observam que às estimativas de eficiência são similares entre as duas categorias de modelo.O estudo realizado por Tecles e Tabak (2010) analisa como a entrada dos bancos estrangeiros impactaram o mercado brasileiro e revela que os bancos maiores são os mais eficientes justificando uma onda de fusões e aquisições no mercado buscando escala, e mercados ainda não extensivamente explorados.Tabak e Cajueiro (2014) alertam para a necessidade de cautela ao se utilizar o modelo DEA em amostras menores, com menos DMU`s. Muito se discute no mundo acadêmico sobre a escolha do método de análise ideal e sobre as vantagens e desvantagens de cada um. No âmbito da análise por envoltória de dados (DEA) a discussão principal se refere a quantidade ideal de DMU`s e sobre a proporção ideal entre inputs(entradas) e outputs(saídas). Em relação ao tamanho da amostra, Jenkins e Anderson(2003) afirmam que a quantidade de DMU`s deve ser no mínimo três vezes a soma da quantidade de inputs mais a quantidade de outputs. Logo, se são escolhidas duas inputs e quatro outputs a quantidade de DMU`s deve ser mínimo dezoito.

Outra discussão relevante é sobre a escolha dos produtos e insumos para a análise. Com o objetivo não só de verificar a escolha dos insumos e produtos como estender o entendimento sobre os trabalhos realizados no ambiente internacional tanto ao nível de banco quanto ao nível de agência, estudos referentes a esse objetivo são demonstrados no quadro 2.2.

Quadro 2.2 –Artigos, métodos de análise e objetivos

País	Autor	DMU's	Inputs	Outputs	Modelo	Objetivo
Itália	Resti 1997	270	Nº de Empregados; Número de Agências	Depósitos; Empréstimos; outros rendimentos	CRS, VRS e SFA	Usando um conjunto de informações de bancos italianos, aplicar os métodos DEA e SFA e comparar seus resultados, buscando avaliar divergências e semelhanças nos métodos.
Turquia	Oral e Yolan 1990	20	Modelo 1 - Nº de empregados; Modelo 1 - Nº de terminais on-line; Modelo 1 - Nº de contas comerciais; Modelo 1 - Nº de contas de poupança; Modelo 1 - Nº aplicações de crédito; Modelo 2 - Despesas de Pessoal; Modelo 2 - Despesas Administrativas; Modelo 2 – Depreciação; Modelo 2 - Juros pagos sobre captação	Modelo 1 - Tempo gasto em transações de crédito; Modelo 1 - Tempo gasto em transações de depósito; Modelo 1 - Tempo gasto em transações de câmbio; Modelo 1 - Tempo gasto em todos os tipos de transação; Modelo 2 - Receitas de Juros sobre empréstimos; Modelo 2 - Receitas de outros serviços	CRS	Medir a eficiência operacional das agências. Investigar o relacionamento entre a eficiência de eficiência e lucratividade.

Continua...

Continuação...

Canada	Paradi et al. 2010	156	Modelo 1 – Pessoal; Modelo 1 – Equipamento; Modelo 1 - Custos de Ocupação; Modelo 1 - Despesas gerais; Modelo 2 – Pessoal; Modelo 2 – Equipamento; Modelo 2 - Custos de Ocupação; Modelo 2 - Despesas gerais	Modelo 1 – Depósitos; Modelo 1 - Empréstimos de Hipoteca; Modelo 1 - Empréstimos a correntistas; Modelo 1 - Linhas seguras de crédito; Modelo 1 - Empréstimos a pequenos negócios; Modelo 2 - Receitas de produtos vendidos a clientes; Modelo 2 - Receitas de pessoal	CRS, VRS	Propor uma nova estratégia para comparar unidades de negócios que operam sobre culturas diferentes. Dois índices de cultura são escolhidos para representar o ambiente operacional único de cada empresa.
Alemanha	Porembski et al. 2005	14	Nº de empregados; Tamanho de escritórios	Depósitos privados; Depósitos de empresas; Depósitos de poupança; Depósitos de tempo determinado; Títulos ao portador; Títulos de garantia; Títulos; Depósitos de investimento; Seguro; Contribuições para uma sociedade em construção	CRS, VRS	Visualizar a referencia e relações de eficiência entre as DMU`s pesquisadas por meio da Análise Envoltória utilizando o mapeamento de Sammon.

Continua...

Continuação...

Canada	Stanton 2002	352	Avaliações de negócios; Contatos realizados; Novos clientes; Indicadores chave de performance; Valor futuro adicionado	Qualidade de serviço aos consumidores; Rendimento de operações comerciais	CRS	Investigar a eficiência da gestão de um dos maiores bancos do Canadá, além de investigar a estabilidade e identificar os fatores que afetam os índices de eficiência.
EUA	Yavase Fisher, 2005	31	Depósitos de Varejo; Depósitos de pequenas empresas	Nº de empregados; Nº de ATM`s; Tempo médio de espera para atendimento; Caixas seguras de deposito	CRS	Avaliar e ranquear a eficiência operacional das agências bancárias e identificar áreas de eficiência.
Austrália	Sathye 2002	289	Modelo 1 - Despesas com juros; Modelo 1 - Outras despesas; Modelo 2 – Depósitos; Modelo 2 - Nº de funcionários	Modelo 1 - Rendimentos de juros; Modelo 1 -Outros rendimentos; Modelo 2 – Empréstimos; Modelo 2 - Outras receitas	VRS	O objetivo da pesquisa é identificar fatores tanto em nível de país quanto em nível de banco que estão associados com um maior custo eficiência relativo nos países pesquisados.
Holanda	Dekker e Post, 2001	314	Número de funcionários de atendimento, Número de facilitadores.	Receita	VRS	Propor um modelo de DEA quase côncavo para relaxar as suposições padrões de concavidade para a fronteira de produção.

Continua...

Continuação...

Índia	Das et al., 2009	222	Número de oficiais, número de funcionários de <i>staff</i> , número de funcionários de caixa, capital físico.	Valor de depósito, valor do crédito, receitas não relacionadas a juros.	VRS	Medir a eficiência do uso do trabalho de agências específicas em quatro regiões metropolitanas da Índia. Introduzir o conceito de eficiência espacial para cada região relativas ao país como um todo.
US	Haag and Jaska 1995	14	Aluguel, número de pessoas, material de escritório	Empréstimos, novas contas, cheques de valor pré-determinado + títulos vendidos + títulos liquidados, total de depósitos.	VRS	Examinar a interpretação correta dos índices de ineficiência e implicações políticas ao modelo DEA aditivo. Uma região de estabilidade é definida onde identifica as condições necessárias para que a altere classificação técnica de ineficiência para uma de eficiência.

3 MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA

O modelo DEA foi o método escolhido para a análise de eficiência dos bancos brasileiros. O modelo de Análise Envoltória de Dados usa a programação linear em cada DMU para dividir a soma ponderada de insumos pela soma ponderada de produtos de forma a otimizar as DMU's a calcular a sua eficiência técnica (MEZA et al.,2005). A eficiência técnica pode ser avaliada sob duas óticas, a ótica de produto e a ótica de insumo. A ótica de produtos foca em verificar quanto pode se aumentar a produção mantendo o mesmo nível de insumo, já a ótica de insumo verifica quanto se pode diminuir os insumos mantendo a mesma quantidade produzida.

A ponderação da soma dos insumos e produtos é otimizada através da solução dos problemas de programação linear mencionados acima, e a soma destes pesos deve ser igual ou menor a 1 (MEZA et al.,2005).

Abaixo, a modelagem orientada a produto para a eficiência de cada DMU, seguindo o modelo CCR. A modelagem avalia a eficiência de cada DMU, sem E_{FO} a eficiência da DMU dentro do conjunto k de DMU's ($k = 1, 2, \dots, n$) sendo y_{jk} os produtos ($j = 1, 2, \dots, m$), x_{ik} os insumos ($i = 1, 2, \dots, r$), u_j os pesos dos produtos e v_i os pesos dos insumos:

$$\text{Min } E_{FO} = \frac{\sum_{j=1}^m u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}}$$

Sujeito a: (2.1)

$$\frac{\sum_{j=1}^m u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}} \leq 1, \forall k$$

$$u_j, v_i \geq 0, \forall i, j$$

O modelo CCR, em suas duas orientações, tanto aos produtos quanto aos insumos parte do pressuposto de que as unidades avaliadas operam com retornos constantes de escala.

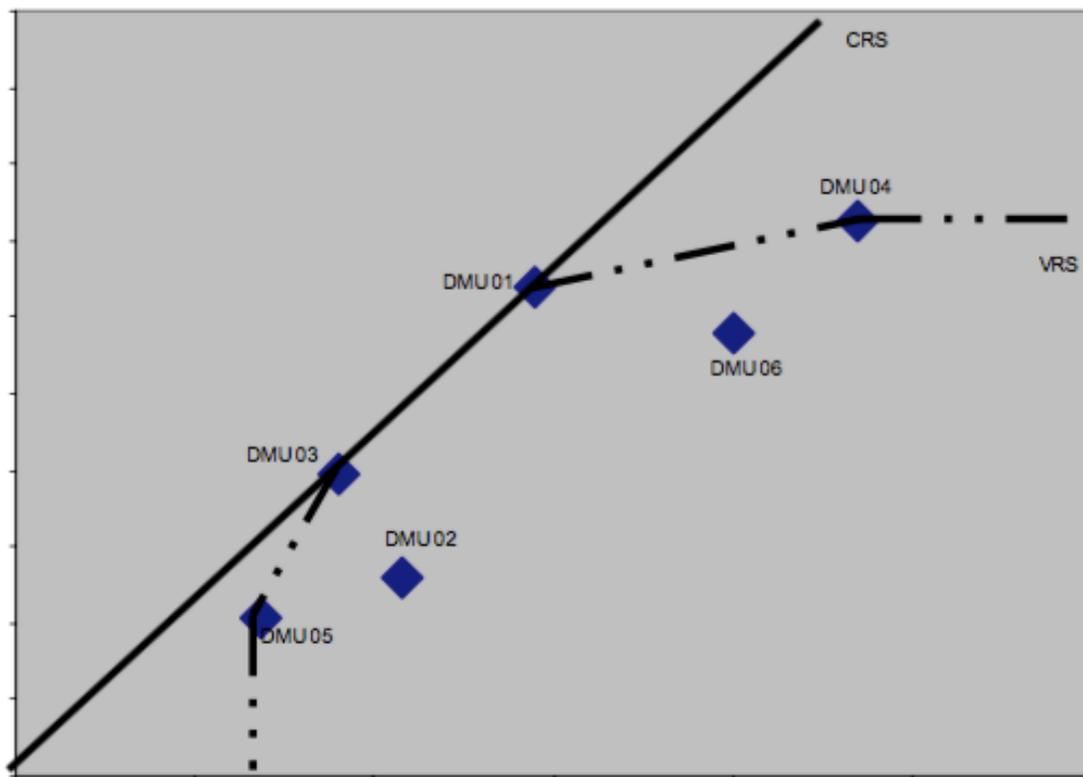
A solução do problema de PPL proposto acima, gera resultados para os pesos u e v , que são variáveis de decisão que apontam a quantidade de produtos e insumos que devem ser utilizados para se atingir um nível ótimo de produção. Neste modelo, os pesos serão os mesmos para cada DMU o que não reflete a realidade já que cada DMU avaliada utiliza os insumos e produtos de forma diferente no processo de produção. Já o modelo proposto por Charnes et al. (1987) permite que as DMU's possuam seu próprio conjunto de pesos, abordando essa peculiaridade.

O modelo CCR pressupõe que as unidades avaliadas operam com retornos constantes

de escala e logo otimizam sua produção também dessa forma. Apesar de vários setores produtivos operarem desta forma, (VASCONCELLOS E OLIVEIRA, 1996, p. 138), existem setores que operam com retornos variáveis de escala, crescentes ou decrescentes.

Abordando estes casos onde os retornos de escala são variáveis, foi desenvolvido em sequência ao modelo CCR, o modelo DEA foi ampliado para análises com retornos variáveis de escala (VRS, *Variable ReturnstoScale*). O modelo, também chamado de BCC foi nomeado a partir dos autores, Banker, Charnes e Cooper no artigo de Banker et al. (1984). Como indicado no nome do modelo, o aumento de insumos não gera aumentos proporcionais nos produtos. Abaixo um gráfico apresentando os dois modelos. Os pontos sobre as linhas são considerados DMU's eficientes, qualquer ponto fora das linhas é considerado ineficiente.

Gráfico 3.1 – Ilustração modelos CCR e BCC



Fonte: Kassai (2002)

Para o modelo CCR, a inclinação da curva de possibilidades de produção será igual ao resultado da divisão dos produtos pelos insumos das DMU's eficientes, resultado este que será igual para todas as DMU's que estão sobre a curva de possibilidades de produção (FERREIRA E GOMES, 2009).

No modelo BCC com retornos variáveis de escala, Rosano-Peña (2008) indica que os índices de eficiência dependem do tipo de orientação escolhida. Produtos ou insumos. Abaixo a formulação do modelo BCC com retornos variáveis de escala buscando maximizar a produção de produtos mantendo o mesmo nível de insumos, ou seja, com orientação a produtos.

Modelo Envoltório BCC orientação a produto, eficiência da DMUo

Max ϕ

Sujeito a: (2.3)

$$x_{io} - \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ik} \geq 0, \forall i$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k y_{jk} - \phi y_{jo} \geq 0, \forall j$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

As modelagens apresentadas, com retornos constantes e variáveis de escala, possuem as formas de multiplicadores e o de envoltórias, abaixo um quadro com um resumo das modelagens iniciais para a Análise Envoltória de Dados para BCC e CCR com orientações a insumos e a produtos.

3.1 Descrição

A orientação utilizada na análise foi a de produtos onde é avaliada a capacidade de obter mais produtos, ou seja, maiores resultados bruto e operacional com maior rentabilidade sobre o patrimônio líquido e com menor inadimplência com a mesma quantidade de insumos. A orientação foi utilizada visto que a quantidade de recursos utilizados na atividade bancária são recursos limitados e que possuem custos atrelados, custos de captação de capital, alugueis e despesas de pessoal. Logo, é desejado que se possa obter a maior quantidade de produtos com a menor quantidade de insumos. As modelagens utilizadas seguem as equações XX e XX supracitadas.

A escolha dos insumos e produtos variam significativamente de acordo com os diferentes objetivos e tipos de pesquisa conduzidos. Paradi e Zhu 2012 indicam que a seleção

de insumos, ou *inputs*, devem ser as medidas que buscam ser minimizadas e a seleção de produtos, ou *outputs*, devem ser relativas as medidas que buscam ser maximizadas.

Para esta análise, os insumos (*inputs*) são 1) Receitas de Intermediação financeira, 2) Despesas de Intermediação Financeira, 3) Grau de Imobilização de ativos, 4) Custo Operacional, 5) Número de Agências. Abaixo um quadro descritivo de insumos (*inputs*):

Quadro 3.2 – Descrição de Insumos

Insumo	Unidade de Medida	Forma de Cálculo
Receitas de Intermediação Financeira	Reais	Receita de intermediação financeira apurada no período de divulgação do resultado.
Despesas de Intermediação Financeira	Reais	Despesas de intermediação financeira apurada no período de divulgação do resultado.
Grau de imobilização de Ativos	Percentual	Divisão do Ativo Permanente pelo Patrimônio Líquido.
Custo Operacional	Pontos	Divisão da soma de despesas de pessoal e administrativas pela soma do resultado bruto da intermediação financeira mais receita de prestação de serviços.
Número de Agências	Unidades	Número de agências apurado no período de divulgação do resultado.

Fonte: elaboração autoral

Para os produtos(*outputs*) foram selecionados 1) Resultado Bruto de Intermediação Financeira, 2) Resultado Operacional, 3) Inadimplência, 4) Rentabilidade sobre Patrimônio Líquido. Abaixo um quadro explicativo dos produtos (*outputs*) selecionados:

Quadro 3.3 – Descrição de Produtos

Produtos	Unidade de Medida	Forma de Cálculo
Resultados Bruto de Intermediação Financeira	Reais	Corresponde a diferença entre receitas e despesas de intermediação financeira.
Resultado Operacional	Reais	Resultado bruto da soma da receita de intermediação financeira, da receita de prestação de serviços, do resultado da participação em controladas e do saldo de outras receitas, dividido pelas despesas operacionais, deduzidas despesas de pessoal, administrativas e tributárias.
Inadimplência	Percentual	Representa a porcentagem de pagamentos não recebidos a partir de empréstimos realizados. Divisão do valor de pagamentos recebidos pelo valor de empréstimos realizados
Rentabilidade sobre Patrimônio Líquido	Percentual	Resultado da divisão do resultado líquido pelo patrimônio líquido, multiplicado por 100

Fonte: elaboração autoral

Observamos a escolha do índice de inadimplência para o produto apesar desta ser uma medida que deve ser minimizada ao invés de maximizada. Como sabemos, um alto índice de inadimplência em um banco não é desejado e não apresenta vantagem diante seus concorrentes, logo, deve ser minimizado. Abordando esta questão, Paradi e Zhu (2012) destacam três possíveis soluções, porém somente duas delas são relevantes a esfera de abordagem deste estudo. A primeira é passar a medida para o lado dos insumos, onde quanto menor melhor. A segunda, e a abordagem escolhida para este estudo, é utilizar a medida (índice de inadimplência) com um valor negativo. Esta abordagem foi escolhida devido a crença de que o índice de inadimplência é um produto dos processos de análise de crédito e definição da capacidade de pagamento de seus clientes, logo é um resultado (uma saída) do processo de produção.

Relativo às DMU's analisadas foram escolhidas 21 bancos de capital aberto e os dados utilizados foram retirados a partir do site Fundamentus, que compila o balanço de instituições de capital aberto, listadas na BM&F Bovespa. Devido as informações disponíveis, baseada em divulgações trimestrais desde o primeiro trimestre de 2010, cada divulgação de resultado foi tratada como uma DMU diferente. Esse procedimento permite uma análise mais robusta e permite analisar o nível de eficiência de cada um dos bancos em cada um dos períodos.

Abaixo segue um quadro com os bancos da amostra:

Quadro 3.4 – Bancos analisados

Banco	Categoria
Banco do Brasil	Múltiplo
Bradesco	Múltiplo
Banco Mercantil	Múltiplo
Banco da Amazônia	Comercial
Bic Banco	Múltiplo
Banrisul	Múltiplo
Banco do Nordeste	Múltiplo
Banestes	Múltiplo
ABC Brasil	Múltiplo
Indusval	Múltiplo
Sofisa	Múltiplo
Daycoval	Múltiplo
Paraná Banco	Múltiplo
Itaú	Múltiplo
Santander	Múltiplo
BRB	Múltiplo
Banco Pine	Múltiplo
Banco Pan	Múltiplo
Banese	Múltiplo
Alfa	Comercial
BTG Pactual	Múltiplo

Fonte: Elaboração autoral

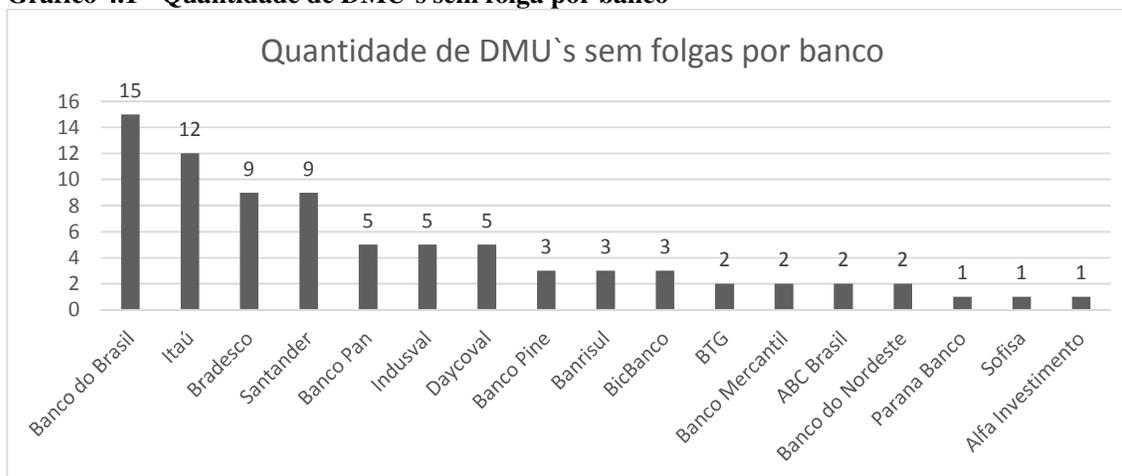
Após o procedimento em que se considera cada divulgação de resultado para cada banco como uma DMU diferente, obtemos as 455 DMU`s que foram utilizadas para a análise.

O software utilizado para a realização da Análise Envoltória de Dados foi o MaxDEApro 6.3.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

A partir dos resultados obtidos do software, foi realizada uma tabulação e organização da base de dados em busca de uma análise mais eficiente. As 455 DMU's, originadas a partir de trimestres isolados, no período compreendido entre 2010 e 2015 de 21 instituições financeiras de capital aberto foram analisadas a partir da abordagem BCC como supracitado anteriormente. Nesta análise, iremos analisar a eficiência geral das DMU's, as folgas de insumos e produtos, assim como os movimentos propostos na curva de possibilidades de produção para chegar ao ponto ótimo (sobre a linha). Em uma primeira análise temos as DMU's onde o score de eficiência é igual a 1 e não possuem folgas em suas entradas (inputs) e saídas (outputs), o que indica uma eficiência forte. O gráfico abaixo indica a frequência dos bancos dentro das 80 DMU's que se encaixam no padrão supracitado.

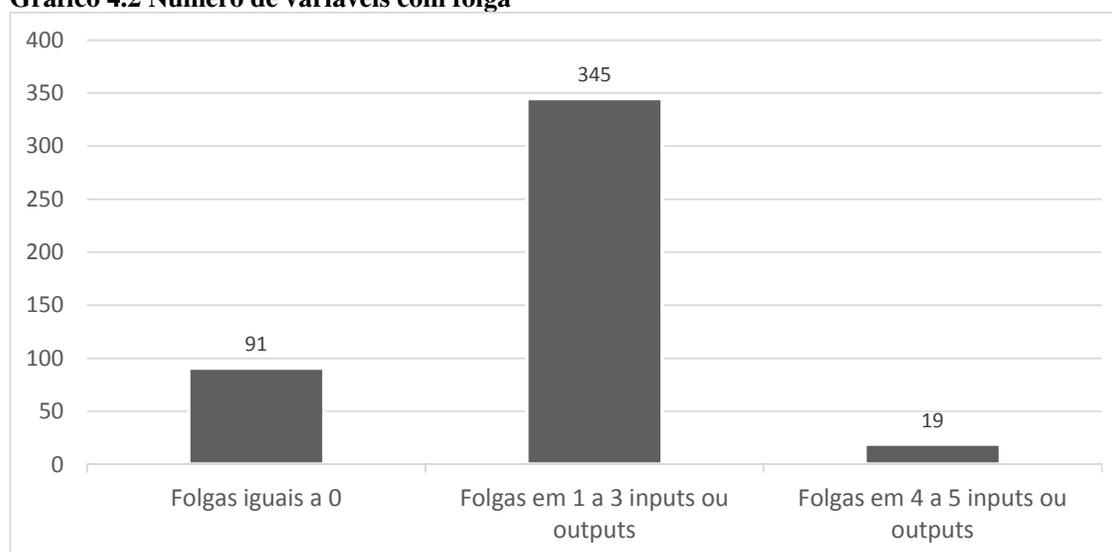
Gráfico 4.1 - Quantidade de DMU's sem folga por banco



Fonte: dados do modelo

No gráfico, podemos observar a maior concentração de DMU`s, ou períodos de resultado em que o Banco do Brasil se situou entre as unidades com eficiência forte. Podemos também observar uma concentração dos grandes bancos entre esse grupo de alta eficiência, com 56,2% das DMU`s ligadas aos quatro maiores bancos do país. Ainda sobre as folgas, observamos uma grande concentração de DMU`s com eficiência baixa e entre uma e três variáveis (entrada ou saída) maiores que zero. Destaca-se também um *gap* considerável de quantidade de DMU`s nesse grupo sem folga, entre os 4 primeiros colocados e o restante dos bancos. Relacionado esse gap com o tamanho dos bancos analisados, percebemos que os maiores bancos do Brasil experimentam maiores níveis de eficiência durante um tempo maior que seus concorrentes de menor tamanho.

Gráfico 4.2 Número de variáveis com folga



Fonte: dados da pesquisa

Este gráfico revela uma alta concentração de DMU`s nesta categoria intermediária no com mais de 75% das unidades de decisão com uma e até três folgas em entradas e/ou saídas. Prosseguindo com a análise do gráfico, observamos o grupo de DMU`s com folgas de quatro a cinco variáveis, representando o grupo não eficiente dessas unidades de decisão.

Um quadro foi montado visando demonstrar as folgas existentes em cada um dos insumos e produtos destas DMU`s não eficientes. No quadro, analisamos a folga RecIntb (Receitas de Intermediação Financeira); folga de Desp (Despesas); Folga de GrauImob (Grau de Imobilização)

No quadro 4.1, observamos uma propensão maior por parte dos bancos de apresentar folgas em alguns insumos e produtos como por exemplo no insumo agências onde praticamente todos os bancos, com exceção do banco Bradesco, apresentaram folga. Por outro

lado, também observamos a propensão destes bancos em não apresentar folgas em alguns insumos como as Receitas de Intermediação Financeira e as Despesas de Intermediação financeira. Essa propensão em não apresentar folga nestes insumos em específico pode ser relacionado aos altos *spreads* que os bancos experimentam no Brasil.

Quadro 4.1- Quadro de folgas (slack`s) de insumos e produtos

DMU	Folga RecInt	Folga DespInt	Folga GrauImob	Folga CustOp	Folga #Ag	Folga ResB O	Folga ResOp	Folga Inad	Folga RentPL	Folga PL
Banese2TRI2015	0	0	0	0	-12.55	0	0	0.30	0.00	1267144.46
Banco do Nordeste1TRI2014	0	0	0	0	-27.05	0	0	1.06	0	1109588.38
Banco do Nordeste2TRI2014	0	0	0	0	-30.14	0	0	0.92	0	1400305.30
Banco do Nordeste1TRI2015	0	0	0	0	-34.29	0	109249.04	0.77	8.29	1087368.17
Banco do Nordeste3TRI2014	0	0	0	0	-39.09	0	0	1.13	2.83	338869.81
Itaú3TRI2014	0	0	0	0	-77.31	0	484592.06	0.04	0.47	1870474.57
Banrisul2TRI2013	0	0	0	-1.61	-215.41	0	44959.93	0.00	0	233844.56
Banco do Brasil2TRI2014	0	0	0	-3.54	-219.01	0	0	0.05	1.60	0
Banrisul3TRI2014	0	0	0	-4.21	-29.23	0	67423.01	0	0.25	276459.41
Banestes4TRI2014	0	0	0	-5.09	-2.48	0	28510.60	0	0	867875.43
Banco Mercantil4TRI2013	0	0	0	-6.27	-7.16	0	73397.75	0	0	1282874.67
Banestes1TRI2015	0	0	0	-11.11	-30.74	0	5751.39	0	0	585186.95
Banco Mercantil3TRI2014	0	0	0	-71.63	-29.21	0	0	0	0	332027.48
Banco Mercantil2TRI2014	0	0	0	-180.55	-80.95	0	0	0	0	433632.11
Itaú4TRI2013	0	0	-1.72	0	-548.43	0	506126.19	0	0	0
BTGP4TRI2013	0	0	-28.91	-11.48	0.00	0	0	0	0	8333653.08
Bradesco2TRI2013	0	0	-37.50	0	-2731.82	0	11143.73	1.65	0	2934955.72
Bradesco3TRI2012	-3.12	0	-8.83	-6.49	0	0	0	0.48	0.23	0
Bradesco4TRI2011	-7.34	0	-62.81	-17.86	0	0	591725.78	0.83	0	4646548.56

Outra métrica relevante nesta análise é o tempo gasto na otimização das DMU`s onde quanto maior o tempo em busca de uma melhor alocação dos insumos melhor, indicando um maior potencial de eficiência para a DMU em questão. Abaixo, um quadro das vinte DMU`s com maior tempo gasto na otimização das mesmas tendo como benchmark outra DMU considerada mais eficiente.

Quadro 4.2 Rank de DMU`s por tempo

DMU	Tempo gasto
Banco Pan4TRI2010	300
Bradesco4TRI2012	234
Santander4TRI2010	181
Banco Pan4TRI2011	171
BTGP2TRI2015	122
Parana Banco2TRI2011	82
Indusval2TRI2011	77
Banco Mercantil1TRI2010	71
Sofisa4TRI2010	64
Daycoval3TRI2010	49
Banco do Brasil4TRI2010	47
ABC Brasil1TRI2010	40
Itaú4TRI2014	40
Banco Pine4TRI2010	39
Itaú4TRI2010	33
BTGP1TRI2015	30
Indusval1TRI2010	29
Bradesco3TRI2011	27
Itaú4TRI2012	26
Santander4TRI2012	25

Fonte: dados da pesquisa

Dentre os primeiros colocados neste rank, destaque para o Banco Pan que possui duas DMU`s entre os cinco primeiros colocados deste grupo. Outro fato relevante é o Itaú com o maior número de DMU`s neste grupo (três), reforçando a alta eficiência deste banco. Um ponto que exige maior investigação é o fato do Banco do Brasil apresentar somente uma DMU`s entre este rank de tempo gasto na otimização.

No modelo DEA, como já mencionado anteriormente, um *benchmark* é realizado entre a DMU analisada e uma outra DMU sobre a fronteira eficiente onde as quantidades de insumos e produtos são comparadas entre as DMU`s e são observadas as folgas nos insumos e

produtos assim como o movimento proposto para que a DMU analisada fique sobre a curva de eficiência. Abaixo um *benchmark* das DMU's com pior desempenho, ranqueadas por score e seus respectivos *benchmarks* de comparação

Quadro 4.3 Benchmarks por DMU

DMU	Score	Benchmark
Banese1TRI2013	0.999997	Banco Pan4TRI2010
Banese4TRI2013	0.999998	Banco Pan4TRI2010
Banese3TRI2013	0.999998	Banco Pan4TRI2010
Sofisa1TRI2013	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Alfa Investimento2TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Parana Banco4TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Sofisa3TRI2013	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Sofisa3TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Sofisa2TRI2013	0.999999	Banco Pan4TRI2010
BRB3TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Sofisa1TRI2015	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Sofisa2TRI2012	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Alfa Investimento1TRI2015	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Alfa Investimento1TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Alfa Investimento2TRI2015	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Alfa Investimento3TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
BRB2TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Alfa Investimento4TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Banese3TRI2014	0.999999	Banco Pan4TRI2010
Parana Banco3TRI2011	0.999999	Banco Pan4TRI2010

Fonte: dados da pesquisa

O software em sua análise, busca comparar as DMU's com a DMU de maior eficiência do conjunto de dados disponível e avalia a distância em pontos em que ela está das DMU's analisadas. Percebe-se uma grande concentração de bancos pequenos e médios neste grupo de pior desempenho, o que reforça a hipótese de correlação entre o tamanho do banco e sua eficiência. Outro ponto relevante na análise é o fato de alguns bancos médios e pequenos figurarem entre as DMU's eficientes em um período e entre as DMU's ineficientes em outros períodos indicando uma certa incerteza e volatilidade no aproveitamento dos recursos utilizados por estes bancos.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A utilização do DEA para a análise de eficiência dos bancos brasileiros se revela uma prática importante que reúne conhecimentos acadêmicos e gerenciais e produz resultados sólidos. Reforçando a utilidade dos modelos matemáticos na análise e auxílio ao gerenciamento das operações das organizações analisadas. A análise da eficiência do setor bancário ocorreu de forma satisfatória atingindo o objetivo do trabalho.

O método da Análise Envoltória de Dados, forneceu os dados necessários para a análise de eficiência dos bancos e permitiu situar e comparar as DMU`s analisadas entre si, identificando as DMU`s de eficiência forte no grupo. Em adição, forneceu dados relativos as mudanças (folgas) em cada um dos insumos e produtos utilizados provendo informações de grande relevância e levantando pontos de atenção estratégicos para as organizações estudadas. Estes dados relativos as folgas, indicam as alterações necessárias nos insumos e produtos para que atinjam a eficiência.

No grupo de DMU`s que apresentaram forte eficiência, percebemos uma aglomeração dos grandes bancos, com os quatro maiores bancos do Brasil ocupando as 4 primeiras posições no rank de quantidade de DMU`s com eficiência forte. No grupo de DMU`s com eficiência fraca, ou consideradas não-eficientes, percebemos a presença marcante dos bancos de menor tamanho. Estas duas análises, quando observadas em conjunto, indicam uma correlação positiva entre o tamanho dos bancos e seus níveis de eficiência.

Uma lacuna que pode ser observada nesse estudo é a desconsideração de fatores externos as organizações, como os momentos econômicos nacionais e internacionais além de mudanças na regulamentação do setor que podem influenciar negativamente ou positivamente as organizações estudadas. Além dos fatores supracitados, podemos adicionar também momentos de incerteza política e outros fatores alheios a estas organizações que podem ter efeitos negativos nos seus níveis de eficiência. A falta de informações sobre os bancos que não estão listados na bolsa de valores brasileira BM&F Bovespa certamente diminuiu o espectro de análise deste trabalho, e acabou por constituir também uma lacuna neste estudo. Logo, para estudos futuros recomenda-se a introdução na análise dos fatores acima citados buscando resultados mais completos sobre o setor. Outro ponto para estudos futuros, é estudo aprofundando o entendimento nessa correlação entre o tamanho dos bancos e seus níveis de eficiência e a confirmação desta questão e de outros fatores que podem influenciar nesta correlação. A medida que novos estudos sejam publicados e técnicas de análise aperfeiçoadas,

mais informações e inteligência estarão disponíveis tanto para novas pesquisas acadêmicas quanto para o uso destes *insights* pelos gestores das organizações.

REFERENCIAL

BANKER, R. D.; CUMMINS, J.D. Performance measurement in the financial services sector: frontier efficiency methodologies and other innovative techniques. **Journal of Banking and Finance**. 34:1413–6, 2010

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078 - 1092, 1984.

BERGER, A. N.; HUMPHREY, D. B. Efficiency of financial institutions: international survey and directions for future research. **European Journal of Operational Research** 98:175–212; 1997.

CERETTA, P. S.; NIEDERAUER, C. A. P. Rentabilidade e eficiência no setor bancário brasileiro. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 5, n. 3, p. 7-26, 2001

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, p. 429 - 444, 1978.

COELLI, T. J.; O'DONNELL, P. R. C.; BATTESE, G. E. **An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis**. 2ª. ed. New York: Springer, v. 1, 161 - 181 p.; 2005

DAS, A.; RAY S. C.; NAG, A. Labor-use efficiency in Indian banking: a branch-level analysis. **Omega**. 37:411–25., 2009

DEKKER, D.; POST, T. A quasi-concave DEA model with an application for bank branch performance evaluation. **European Journal of Operational Research**. 132:296–311, 2001

FARRELL, M. J. “The measurement of productive efficiency.” **Journal of the Royal Statistical Society (Royal Statistical Society)** 120, n° 3: 253 – 290, 1957

FERREIRA, C. M. C.; GOMES, A. P. **Introdução à análise envoltória de dados: teoria, modelos e aplicações**. 1ª edição. ed. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, v. 1, 2009.

FETHI, M. D.; PASIOURAS, F. Assessing bank efficiency and performance with operational research and artificial intelligence techniques: a survey. **European Journal of Operational Research**. 204:189–98, 2004

HAAG, S. E.; JASKA, P. V. Interpreting inefficiency ratings: an application of bank branch operating efficiencies. **Managerial and Decision Economics**. 16: 7–14, 1995

JENKINS, L.; ANDERSON, M. Multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research** 147:51–61, 2003

KASSAI, S. **Utilização da análise envoltória de dados (DEA) na análise de demonstrações contábeis**. 2002. 318f. Tese (Doutorado em contabilidade e controladoria) – Universidade de São Paulo, 2002.

MEZA, L. A. et al. **Curso de Análise Envoltória de Dados**. XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Gramado, RS: Pesquisa Operacional. 2005. p. 20520 - 2547.

ORAL, M.; YOLALAN, R. An empirical study on measuring operating efficiency and profitability of bank branches. **European Journal of Operational Research** 46:282–94, 1990

PARADI, J. C.; VELA, S.; ZHU, H. Adjusting for cultural differences, a new DEA model applied to a merged bank. **Journal of Productivity Analysis**. 33: 109–23, 2010

PARADI, J. C.; ZHU, H., A survey on bank branch efficiency and performance research with data envelopment analysis. **Omega**, 41, 61–79; 2013

PARKAN, C.; WU, M. L. Measurement of the performance of an investment bank using the operational competitiveness rating procedure. **Omega** 27: 201–17; 1999

PENA, C. R. Um modelo de avaliação da eficiência da administração pública através do método de análise envoltória de dados (DEA). **Rev. adm. contemp.**, Curitiba, v. 12, n. 1, p. 83-106, Mar. 2008.

POREMBSKI, M.; BREITENSTEIN, K.; ALPAR, P. Visualizing efficiency and reference relations in data envelopment analysis with an application to the branches of a German bank. **Journal of Productivity Analysis**. 23: 203–21; 2005

RESTI, A. Evaluating the cost-efficiency of the Italian banking system: what can be learned from the joint application of parametric and non-parametric techniques. **Journal of Banking and Finance**. 21:221–50; 1997

SATHYE, M. Efficiency of banks in a developing economy: The case of India. **European Journal of Operational Research**. n 148 p 662-671; 2002

SEIFORD, L. M.; THRALL, R.M. Recent developments in DEA. The mathematical programming approach to frontier analysis. **Journal of Econometrics** 46, 7–38; 1990

STANTON, K. R. Trends in relationship lending and factors affecting relationship lending efficiency. **Journal of Banking and Finance**. 26:127–52; 2002

STAVAREK, D. Efficiency of Banks in Regions at Different Stage of European Integration Process. Finance,0502020, **EconWPA**. 2005

TECLES, P. e TABAK, B. M. Determinants of Bank Efficiency: the case of Brazil. Brasília: Banco Central do Brasil. 2010. 38f. (**Working Papers Series, 210**)

TABAK, B. M.;CAJUEIRO, D.O.; DIAS, M.V.B, The Efficiency of Chinese Local Banks: A comparison of DEA and SFA, **Working Papers Series 346**, Central Bank of Brazil, Research Department

VASCONCELLOS, M. A. S., & OLIVEIRA, R. G. (1996). **Manual de Microeconomia**.

YAVAS BF, FISHER DM. Performance evaluation of commercial bank branches using data envelopment analysis. **Journal of Business and Management**. 11:89–102; 2005