



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM DE UM MANCAL DE RIGIDEZ
VARIÁVEL BASEADO EM LIGAS COM
MEMÓRIA DE FORMA PARA CONTROLE DE
VIBRAÇÃO EM MÁQUINAS ROTATIVAS**

Por,
Arthur Pinheiro Barcelos

Brasília, 26 de Junho de 2015.

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

MODELAGEM DE UM MANCAL DE RIGIDEZ VARIÁVEL BASEADO EM LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA PARA CONTROLE DE VIBRAÇÃO EM MÁQUINAS ROTATIVAS

POR,

Arthur Pinheiro Barcelos

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Edson Paulo da Silva, UnB/ ENM (Orientador)

Antônio Manoel Dias Henriques, UnB/ ENM

Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz, UnB/ ENM

Brasília, 26 de Junho de 2015.

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha mãe, Maria do Socorro, e seu coração valente.

Arthur Pinheiro Barcelos

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida.

Agradeço ao meu orientador, Professor Edson, pela oportunidade e insistência; à Professora Aline, pela sabedoria transmitida.

Agradeço à Universidade de Brasília e todo seu corpo docente, que me deram a estrutura necessária para o sucesso.

Agradeço aos meus pais, Evaldo e Maria do Socorro, pelo amor, paciência e apoio dado ao longo de toda minha caminhada; aos meus irmãos mais velhos, Marlos e Heitor, exemplos de esforço e competência.

Por último, agradeço à Renata, minha fiel companheira, que me amparou e protegeu.

Arthur Pinheiro Barcelos

RESUMO

As ligas com memória de forma, ou *shape memory alloys* (SMA), apresentam um enorme potencial em aplicações envolvidas no controle de vibração de estruturas diversas. Em máquinas rotativas, as velocidades críticas de operação são funções da rigidez equivalente correspondente ao sistema. Explora-se a transformação martensítica termoelástica induzida por temperatura em SMA, capaz de variar entre duas fases cristalograficamente reversíveis, martensita e austenita. A mudança de fase da liga com memória de forma pode resultar em variações muito significativas no módulo de elasticidade do material. Nesse sentido, busca-se elaborar uma concepção de mancal adaptativo com elementos de SMA embutidos em formato de pastilhas, com o propósito de alterar a rigidez equivalente do mancal e, conseqüentemente, desviar a velocidade crítica intrínseca à máquina rotativa, resultando em uma configuração com elementos de um mancal convencional dispostos em série com as pastilhas de SMA. Empregam-se diferentes quantidades, geometrias e tamanhos dos elementos do mancal e modela-se matematicamente um sistema rotor com eixo flexível, disco rígido, e mancais com rigidez alterável, com intuito de investigar a resposta dinâmica do sistema como um todo, bem como as alterações nas amplitudes de deslocamento e frequências naturais.

Palavras-chave: Controle Adaptativo de Vibrações, Dinâmica de Rotores, Ligas com Memória de Forma, Materiais Inteligentes.

ABSTRACT

Shape memory alloys have great potential in applications involved in the control of vibration in many structures. In rotating machines, the critical operating speeds are functions of the system equivalent stiffness. This work focus in the thermoelastic temperature induced martensitic transformation in SMA, capable of altering between two crystallographically reversible stages, martensite and austenite. The phase change of shape memory alloy can result in very significant modifications in the material's modulus of elasticity. Hence, it seek to develop a concept of adaptive bearing with SMA elements embedded in bars format, with the intention of affecting the equivalent stiffness of the bearing and thus change the intrinsic critical speed of the rotating machine, resulting in a configuration with elements of a conventional bearing arranged in series with the bars. Uses different amounts, sizes and geometries of bearing elements and models mathematically a rotating system with flexible shaft, stiff disc, and bearings with changeable stiffness, in order to investigate the dynamic response of the system, as well as changes in the amplitude and natural frequency.

Keywords: Adaptive Vibration Control, Rotordynamics, Shape Memory Alloys, Smart Materials.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	1
1.2 OBJETIVO	2
1.3 METODOLOGIA	2
1.4 ESTRUTURA DO TEXTO	2
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA (SMA)	4
2.1.1 EFEITOS DA TEMPERATURA EM LIGAS SMA	5
2.1.2 A QUASIPLASTICIDADE E A PSEUDOELASTICIDADE	6
2.1.3 O EFEITO MEMÓRIA DE FORMA (EMF)	7
2.2 HISTERESE	8
2.3 DINÂMICA DE MÁQUINAS ROTATIVAS	9
2.3.1 OS MOVIMENTOS DE UM SISTEMA ROTATIVO	10
2.4 VIBRAÇÃO EM MÁQUINAS ROTATIVAS E USO DE MANCAIS	11
2.4.1 CONTROLE DE VIBRAÇÃO	12
2.4.2 MANCAIS COM PRINCÍPIOS MECÂNICOS	13
2.4.3 MANCAIS MAGNÉTICOS	15
2.4.4 MANCAIS COM ATUADORES PIEZOELÉTRICOS	16
2.4.5 MANCAIS COM SMA	17
2.4.6 EIXOS COM FIOS DE SMA INSERIDOS	20
3 CONCEPÇÃO DO MANCAL	21
3.1 CONCEPÇÃO E COMPONENTES DO MANCAL	21
3.2 AS PASTILHAS DE SMA	22
3.3 DESAFIOS DE PROJETO DE ATUADORES COM MEMÓRIA DE FORMA	25
3.3.1 ISOLAMENTO TÉRMICO E ELÉTRICO DAS PASTILHAS	25
3.3.2 RESFRIAMENTO DAS PASTILHAS	25
4 MODELAGEM MATEMÁTICA	27
4.1 FORÇAMENTO HARMÔNICO DE UM ROTOR DESBALANCEADO	27
4.2 O ROTOR DE JEFFCOTT E O CÁLCULO DA VELOCIDADE CRÍTICA	28
4.2.1 O ROTOR DE JEFFCOTT MODIFICADO	30
4.3 CÁLCULO DA RIGIDEZ DO MANCAL	32
4.4 VARIAÇÃO DA VELOCIDADE CRÍTICA E AMPLITUDE DE VIBRAÇÃO	35
4.5 INSERÇÃO DO MODELO PROPOSTO POR BRINSON	37
4.6 MODELAGEM EM QUATRO GRAUS DE LIBERDADE	39
5 ANÁLISE DO MODELO	41
5.1 EIXOS APOIADOS EM MANCAIS RÍGIDOS	41
5.2 EIXOS APOIADOS EM MANCAIS FLEXÍVEIS ADAPTATIVOS	42
5.3 ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ DO MANCAL ADAPTATIVO PROPOSTO	43
5.4 ALTERAÇÃO DE VELOCIDADES CRÍTICAS E AMPLITUDES	45
5.5 RELAÇÃO ENTRE RIGIDEZ DO MANCAL TEMPERATURA	52
5.6 COMPARAÇÃO COM OUTRAS CONCEPÇÕES	54
6 CONCLUSÃO	55
6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
ANEXOS	61

LISTA DE FIGURAS

2.1	Fração volumétrica de martensita VS Temperatura - Esquemático	5
2.2	Quasiplasticidade - Esquemático.....	6
2.3	Pseudoelasticidade - Esquemático.....	7
2.4	Efeito Memória de Forma - Esquemático	8
2.5	Histerese	8
2.6	Principais pontos de vibração orbital de um rotor.....	10
2.7	Movimentos de precessão	10
2.8	Representação do Efeito Giroscópico	11
2.9	Controle de vibração	13
2.10	Esquema de mancal hidrodinâmico	14
2.11	Mancal de filme fluido com anel elastomérico	15
2.12	Representação de um mancal magnético	15
2.13	Atuador piezoelétrico com pilhas PZT	16
2.14	Relação Módulo de Elasticidade VS Temperatura.....	17
2.15	Concepção otimizada da luva com compósito de vidro/epóxi e tiras de SMA	18
2.16	Arranjo proposto com fios de SMA dispostos na vertical.....	18
2.17	Arranjo proposto com molas de SMA em paralelo.....	19
2.18	Bancada de ensaios de mancal com pastilhas cilíndricas de SMA.....	19
2.19	Vistas do eixo compósito adaptativo.....	20
3.1	Elementos do mancal em vista explodida.....	21
3.2	Concepção de mancal adotada	22
3.3	Alteração de rigidez axial de uma pastilha em compressão.....	23
3.4	Tempo de transição de fase cristalina durante resfriamento	26
4.1	Modelo de rotor	28
4.2	Modos de vibração orbital de um eixo bi-apoiado em suportes isotrópicos.....	31
4.3	Associações de rigidez.....	32
4.4	Modelo massa-mola considerado na concepção.....	32
4.5	Concepção do mancal proposto com pastilhas prismáticas	33
4.6	Orientação das n pastilhas embutidas no mancal	34
4.7	Deflexão X do eixo e contribuição de uma pastilha para a força resultante.....	35
4.8	Histerese durante o fenômeno de pseudoelasticidade	36
4.9	Relação entre tensão e temperatura para o modelo de Brinson.....	37
4.10	Convenção adotada de coordenadas.....	39
5.1	Gráfico da rigidez flexural de um eixo bi-apoiado em mancais rígidos.....	41
5.2	Gráfico das velocidades críticas de um sistema rotor	42
5.3	Gráfico da rigidez equivalente do sistema em função da rigidez de um mancal flexível e a rigidez de flexão do eixo apoiado.....	42
5.4	Gráfico de alteração da rigidez de uma pastilha unitária	43
5.5	Rigidez de uma pastilha de SMA alternando entre martensita e austenita	44
5.6	Rigidez de um mancal adaptativo com n pastilhas de SMA	44
5.7	Amplitude de vibração para uma família de fatores de amortecimento.....	45
5.8	Amplitude de vibração para eixos de 40 mm e 30 mm de diâmetro	46
5.9	Amplitude de vibração para eixos de 25 mm e 15 mm de diâmetro	46
5.10	Alteração de amplitude de um problema casual	48
5.11	Distâncias entre o disco e os mancais.....	48
5.12	Frequência Natural VS Velocidade de Operação	49
5.13	Diagrama de Campbell para pastilhas não ativadas	49
5.14	Diagrama de Campbell para pastilhas ativadas	50
5.15	Exemplo do caso B do Anexo II	50
5.16	Módulo de Elasticidade VS Temperatura de acordo com o modelo de Brinson	53
5.17	Rigidez do Mancal VS Temperatura de acordo com o modelo de Brinson	53

LISTA DE TABELAS

3.1	Relação entre área e momento de inércia para três diferentes tipos de seção	24
4.1	Dados de um eixo feito em aço.....	29
5.1	Dados genéricos de ligas SMA utilizadas	43
5.2	Alteração de velocidades críticas.....	46
5.3	Dados de entrada de um problema casual de eixo rotativo com disco centralizado	47
5.4	Diferença entre velocidades críticas para mancais adaptativos.....	51
5.5	Dados das pastilhas de SMA inseridas no mancal	52

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A_f	<i>Austenite Finish</i>	[°C]
A_s	<i>Austenite Start</i>	[°C]
C_A	Relação tensão crítica de transformação e temperatura em austenita	[N/m ² K]
C_M	Relação tensão crítica de transformação e temperatura em martensita	[N/m ² K]
E_A	Módulo de elasticidade da pastilha em austenita	[N/m ²]
E_M	Módulo de elasticidade da pastilha em martensita	[N/m ²]
$E_{aço}$	Módulo de elasticidade do aço	[N/m ²]
F_0	Força de desbalanceamento	[N]
$F_{crítica}$	Força de compressão crítica de flambagem	[N]
I_d	Momento de inércia diametral	[kgm ²]
I_p	Momento polar de inércia	[kgm ²]
K_{eq}	Rigidez equivalente do sistema	[N/m]
M_{disco}	Massa do disco	[kg]
M_{eq}	Massa de equivalente do sistema rotor	[kg]
M_f	<i>Martensite Finish</i>	[°C]
M_s	<i>Martensite Start</i>	[°C]
$f_{n, rpm}$	Velocidade crítica do sistema	[rpm]
k_R	Rigidez de rotação	[Nm]
k_T	Rigidez de translação	[N/m]
$k_{acoplam.}$	Rigidez de acoplamento	[N]
$k_{carcaça}$	Rigidez da carcaça do mancal	[N/m]
k_{eixo}	Rigidez de flexão do eixo	[N/m]
k_{mancal}	Rigidez equivalente do mancal	[N/m]
$k_{pastilha}$	Rigidez de uma pastilha de SMA unitária	[N/m]
$k_{pastilhas}$	Rigidez equivalente do conjunto de pastilhas	[N/m]
$k_{rolamento}$	Rigidez do rolamento	[N/m]
$k_{separador}$	Rigidez do anel separador	[N/m]
m_0	Massa de desbalanceamento	[kg]
m_{eixo}	Massa do eixo	[kg]
A	Área da seção transversal da pastilha SMA	[m ²]
E	Módulo de elasticidade	[N/m ²]
F	Força	[N]
I	Momento de inércia de área	[m ⁴]
L	Comprimento do eixo, comprimento da pastilha de SMA	[m]
T	Temperatura	[K]
X	Amplitude de vibração	[m]
c	Coefficiente de amortecimento	[Ns/m]
d	Diâmetro do eixo	[m]
e	Excentricidade do disco	[m]
k	Rigidez	[N]
m	Massa	[kg]
r	Razão de Frequências	
t	Tempo	[s]
x, y, z	Coordenadas cartesianas, deslocamento	[m]

Símbolos Gregos

θ	Ângulo entre x e a pastilha, rotação em torno de y	[rad]
φ	Rotação em torno de x	[rad]
ε	Deformação	
ρ	Densidade do aço	[m ³ /kg]
ξ	Fator de amortecimento	
ω_d	Frequência natural amortecida	[rad/s]
ω_n	Frequência natural não amortecida	[rad/s]
σ	Tensão	[N/m ²]
σ_0	Tensão de pré-carga	[N/m ²]
σ_s^{CR}	Tensão crítica no começo da conversão de variantes martensíticas	[N/m ²]
σ_f^{CR}	Tensão crítica no final da conversão de variantes martensíticas	[N/m ²]
Ω	Velocidade de operação da máquina	[rad/s]
β	Fração volumétrica de martensita	
β_S	Fração volumétrica de martensita induzida por tensão	
β_{S0}	Condição inicial de fração volumétrica de martensita induzida por tensão	
β_T	Fração volumétrica de martensita induzida por temperatura	
β_{T0}	Condição inicial de fração volumétrica de martensita induzida por temperatura	

Sobrescritos

- Derivada de primeira ordem no tempo
- Derivada de segunda ordem no tempo

Siglas

EMF	Efeito Memória de Forma
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
SMA	<i>Shape Memory Alloys</i>

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta o contexto e motivação do projeto, seu objetivo, a metodologia empregada e a estrutura do texto.

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

O intenso desenvolvimento industrial destaca as aplicações de máquinas rotativas para diversos fins. Infelizmente, nem sempre os eixos rotativos são projetados prevendo seu comportamento contra eventuais problemas de vibração, escolhendo adequadamente seus componentes para evitar que a operação do eixo rotativo coincida com casuais frequências naturais e evitando amplitudes de vibração inconvenientes ou danosas ao equipamento.

É possível prever vibrações indesejáveis em rotores por meio de modelos matemáticos, amplamente estudados no âmbito de dinâmica de rotores, que compreendem modelos analíticos por parâmetros concentrados em forçamento harmônico; cálculos de velocidades críticas pela equação de Dunkerley ou o método de Rayleigh-Ritz; modelagem de vigas elásticas como Euler-Bernoulli ou Timoshenko; métodos numéricos, incluindo o MEF (método dos elementos finitos); além de alguns outros modelos (MUSZYNSKA, 2005; RAO, 2008).

Uma forma tradicional de evitar problemas de vibração é o controle de rigidez, amortecimento ou outras características intrínsecas do sistema rotativo, onde naturalmente os elementos de máquina de um rotor habitual possuem suas características de controle passivo, podendo ser implementados e aperfeiçoados por controle ativo com auxílio de sensores e atuadores ligados nos componentes da máquina. Pode-se citar também o controle de vibração adaptativo em estruturas, em que as características físicas da estrutura podem alterar-se e adaptar-se a diferentes condições de operação por meio de um sinal de controle externo.

A utilização de materiais inteligentes para controle de vibração é atraente na indústria e motiva muitos estudos acadêmicos nesse contexto, uma vez que são capazes de alterar suas propriedades e funcionar como sensores e atuadores de sistemas de controle. Materiais piezoelétricos, fluidos eletroreológicos, fluidos magnetoreológicos e materiais com memória de forma são exemplos consagrados de materiais inteligentes (GANDHI e THOMPSON, 1992).

Como as condições de uma máquina rotativa não se mantêm perfeitamente intactas com o passar do tempo em operação, a aplicação de controle adaptativo se torna interessante para que a máquina possa se ajustar a diferentes situações. O uso de ligas com memória de forma em estruturas se manifesta como uma opção viável de controle adaptativo.

Conhecidas por terem uma recuperação de forma superior a outras ligas, as ligas com memória de forma, ou SMA (do inglês *shape memory alloys*), são utilizadas para controle de vibração de diversas

formas, principalmente explorando seu laço de histerese para dissipação de energia de um sistema ou explorando sua alteração de módulo de elasticidade em diferentes fases cristalinas reversíveis (HARTL e LAGOUDAS, 2007).

1.2 OBJETIVO

O projeto tem como objetivo modelar matematicamente um mancal adaptativo para controle de vibração, avaliando como sua rigidez pode ser alterada pelo comportamento termomecânico de ligas com memória de forma a serem empregadas por meio de pastilhas inseridas na estrutura do mancal.

1.3 METODOLOGIA

Introduz-se o tema de ligas com memória de forma e seu uso em controle adaptativo de vibrações; propõe-se, então, uma modelagem matemática de uma mancal baseado em ligas com memória de forma para variações e controle no comportamento dinâmico de máquinas rotativas usuais. Para inserção da modelagem, exploram-se os conceitos de dinâmica de rotores, complementado com uso do *software* MATLAB[®].

A modelagem é feita utilizando noções de dinâmica em rotores, controle de vibração em máquinas rotativas, modelos de parâmetros concentrados e explorando os comportamentos termoelásticos em ligas de SMA. Por fim, avalia-se recorrentes alterações nas velocidades críticas e amplitudes de vibração de eixos rotativos apoiados por mancais adaptativos propostos.

1.4 ESTRUTURA DO TEXTO

O trabalho é composto por cinco capítulos, incluindo o primeiro e atual capítulo.

O segundo capítulo apresenta uma revisão básica da literatura sobre ligas com memória de forma, bem como sua fenomenologia. Também são abordados os conceitos de dinâmica de rotores, seus principais movimentos e vibrações associadas. Por fim, apresenta-se o controle de vibrações como solução prática de vibrações em eixos rotativos, assim como a importância dos suportes (ou mancais) da máquina, com diversas aplicações de controle, incluindo as concepções atuais de mancais adaptativos baseados em ligas com memória de forma.

No terceiro capítulo concebe-se o mancal proposto e indica-se parâmetros mais importantes de projeto, apontando cada componente do mancal e impasses possíveis para fabricação.

O quarto capítulo apresenta uma modelagem matemática para a concepção. Discute-se o uso de um modelo de rotor de Jeffcott, com alterações convenientes para verificar a resposta do sistema à vibração por desbalanceamento, bem como eventuais alterações nas velocidades críticas do rotor, explorando a mudança de módulo de elasticidade de pastilhas de SMA inseridas aos suportes do eixo rotativo, analisando para várias configurações de eixos e mancais em quatro graus de liberdade

posteriormente. Insere-se o modelo de Brinson para a proposta de mancal, verificando a relação forte de aplicação de valor ou tensão nas propriedades das SMA.

O quinto capítulo do trabalho consiste em uma análise preliminar do modelo proposto, analisando a viabilidade da concepção de mancal escolhida, por meio de averiguações na velocidade crítica e amplitude de vibração do eixo rotativo e desempenho da concepção e modelagem.

No sexto capítulo, por fim, apresentam-se as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se uma introdução sobre ligas com memória de forma e sua fenomenologia, conceitos de dinâmica e soluções para controle de vibração de máquinas rotativas.

2.1 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA (SMA)

As ligas de memória de forma, ou *shape memory alloys*, são assim conhecidas por apresentarem uma habilidade incomum nas ligas de engenharia, associada a uma transformação martensítica. Essas ligas são capazes de retornar a seu formato e tamanho original com procedimentos que envolvem aplicação de calor (temperatura) e/ou tensão (carga). A recuperação de forma não é exclusiva de ligas SMA, mas são famosas por apresentarem uma deformação máxima recuperável superior a outras ligas. A mais conhecida, comercializada e utilizada dessas ligas é a níquel-titânio, capaz de deformar cerca de 8% e ainda manter a capacidade de memória de forma livre de qualquer deformação plástica (PERKINS, 1975; DUERIG *et al.*, 1990).

A transformação martensítica termoelástica se difere de outras transformações martensíticas por ser cristalograficamente reversível (PERKINS, 1975; GANDHI e THOMPSON, 1992). A transformação da liga de fase martensita para a fase austenita é não difusiva, ou seja, é uma transformação dependente apenas da temperatura (transformação martensítica termoelástica) e/ou tensão aplicada à liga (transformação martensítica induzida por tensão), como previamente citado. Os aços comerciais em geral não têm essa capacidade de reversão, porque não apresentam transformações martensíticas termoelásticas. São aços que ao serem aquecidos não necessariamente retomam sua fase austenítica, mas são transformadas em outras fases como cementitas e ferritas (BHADESHIA e HONEYCOMBE, 2006).

Dentro da transformação termoelástica, para que exista mudança de forma, a SMA precisa ser deformada quasiplasticamente e então aquecida (EMF). Nesse caso, existe uma histerese, explicada pela diferença de temperatura entre início de formação de martensita e o início de formação de austenita, assim como as temperaturas finais de ambos os processos de formação, as chamadas temperaturas termoelásticas. A transformação de fase das SMA também pode ser induzida por tensão, no fenômeno da pseudoelasticidade (KUMAR e LAGOUDAS, 2008).

Em geral, as ligas SMA são ligas com diversas aplicações no campo da engenharia como na robótica, na engenharia aeroespacial (HARTL e LAGOUDAS, 2007) e, inclusive, em outros diversos campos de estudo como em medicina e odontologia (MACHADO e SAVI, 2002), principalmente por apresentarem biocompatibilidade com o corpo humano. Infelizmente, são ligas caras, pelo custo elevado de produção. São ligas termicamente estáveis e muito resistentes à corrosão, porém pouco resistentes à fadiga (BATRA, 1999).

2.1.1 EFEITOS DA TEMPERATURA EM LIGAS SMA

O comportamento mecânico das SMA é fortemente dependente da temperatura. A fase cristalina em que se encontra a liga está estritamente ligada à sua temperatura. Para tanto, é necessário introduzir as temperaturas características das SMA (LIANG e ROGERS, 1990; KUMAR e LAGOUDAS, 2008):

- A_s : temperatura inicial de formação de austenita. Partindo dessa temperatura até A_f , o material se encontra em transformação de martensita para austenita;
- A_f : temperatura final de formação de austenita, que delimita existência de 100% de Austenita. Acima dessa temperatura, somente a fase austenita é termodinamicamente estável;
- M_s : temperatura inicial de formação de martensita. Partindo dessa temperatura até M_f , o material se encontra em transformação de austenita para martensita;
- M_f : temperatura final de formação de martensita, que delimita existência de 100% de martensita. Abaixo dessa temperatura, somente a fase martensita (maclada) é termodinamicamente estável.

Perceba que, para formação de austenita, existe a necessidade de aquecer a liga. Em contrapartida, a formação de martensita se dá por resfriamento, vide Fig. (2.1). Um fato curioso na caracterização desse tipo de liga está na possibilidade do material estar em fases distintas quando expostas a uma mesma temperatura. Para diferenciá-los, é necessário reconhecer se o material percorria um caminho de resfriamento ou aquecimento.

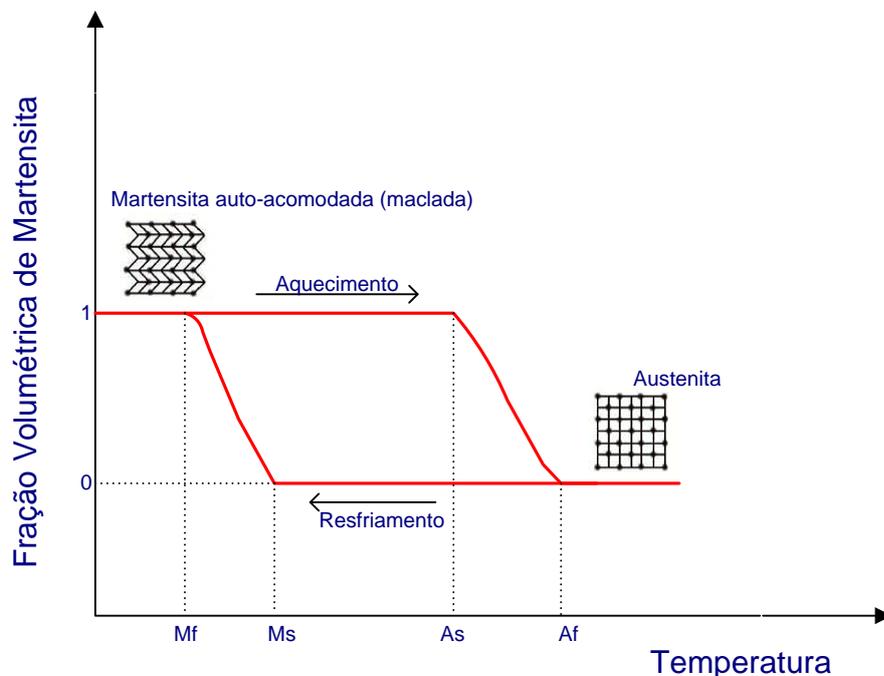


Figura 2.1. Fração volumétrica de martensita VS Temperatura – Esquemático.

2.1.2 A QUASIPLASTICIDADE E A PSEUDOELASTICIDADE

A fase cristalina estável das SMA depende da temperatura. Porém, a fase martensítica pode ser induzida mecanicamente por aplicação de tensão. Segundo Funakubo (1987), um dos fenômenos das SMA é a quasiplasticidade. A quasiplasticidade consiste em aplicar tensão à liga quando a mesma se encontra em uma temperatura menor que M_f ($T < M_f$), onde a fase estável da liga é a martensita, formada pelo resfriamento da austenita. Livre de tensões, a martensita induzida termicamente é constituída por variantes com até 24 orientações diferentes, ou maclas.

Quando solicitada a determinados níveis de tensão, o material composto completamente por martensita maclada começa a se orientar segundo a aplicação de carga, a qual está associada a uma deformação aparentemente plástica (quasiplástica). A martensita reorientada, ou demaclada, é mantida quando se alivia as tensões submetidas, conforme Fig. (2.2).

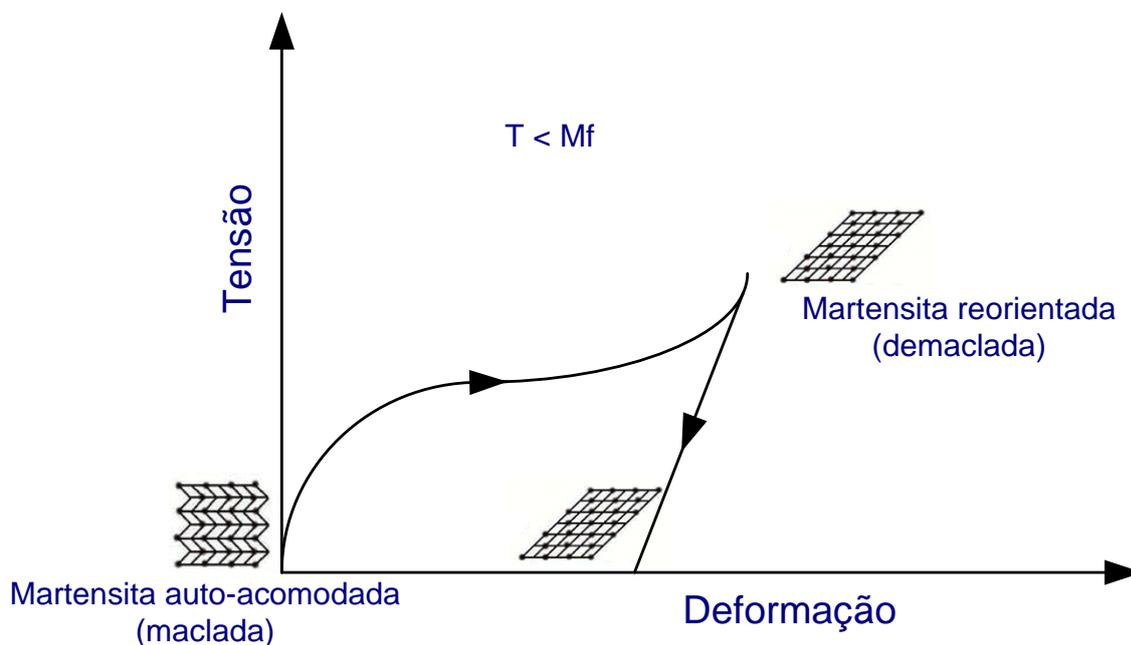


Figura 2.2. Quasiplasticidade – Esquemático.

A pseudoelasticidade é observada em temperaturas acima de A_f , e está associada a uma transformação martensítica induzida por tensão (FUNAKUBO, 1987), ilustrada na Fig. (2.3). Ao atingir determinado nível de tensão, a SMA sofre uma deformação intensa, resultante de uma transformação martensítica induzida por tensão que é termodinamicamente instável.

O material que se encontrava anteriormente em fase austenita ($T > A_f$) é induzido à formação de martensita, conforme se aplica tensão gradativamente. A retirada da carga implica em reversão do material à fase austenítica, com a percepção de um laço de histerese.

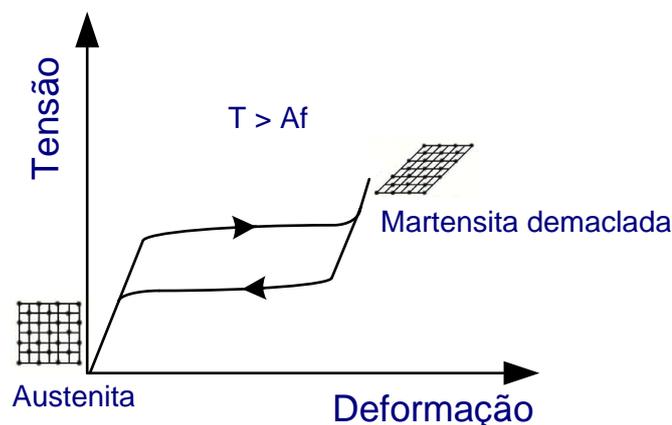


Figura 2.3. Pseudoelasticidade - Esquemático.

2.1.3 O EFEITO MEMÓRIA DE FORMA (EMF)

O principal fenômeno observado nas ligas SMA é o efeito memória de forma que se fundamenta, basicamente, na recuperação de uma deformação quasiplástica anterior (KUMAR e LAGOUDAS, 2008). A melhor maneira de descrever esse efeito é por meio de um gráfico tensão-deformação-temperatura ($\sigma - \varepsilon - T$), visto na Fig. (2.4). Consiste nas seguintes etapas:

- Resfriamento: O material inicialmente em fase austenita ($T > A_f$) é resfriado até uma temperatura menor que M_f . A fase cristalina se torna martensita maclada, como já compreendido na Fig. (2.1);
- Demaclagem: Como já visto no fenômeno da quasiplasticidade, quando é solicitada a uma tensão, a martensita maclada se transforma em martensita demaçada por reorientação;
- Aquecimento: Retirando todo tipo de carga aplicada, iniciando uma etapa de aquecimento no material até uma temperatura acima de A_f , voltamos a ter austenita, como inicialmente o material se encontrava.

Desde que não ocorra nenhum tipo de deformação plástica, a SMA é capaz de retomar ao seu formato inicial (BATRA, 1999; KUMAR e LAGOUDAS, 2008). Todas essas características de uma liga SMA fazem dela um material inteligente de alto uso em aplicações diversas na engenharia. Dentro do descrito, a pseudoelasticidade e o efeito memória de forma (EMF), a simples mudança de fase das ligas com memória de forma, induzidas por mudança de temperatura ou tensão, podem ser exploradas no desenvolvimento de aplicações devido à alteração de suas propriedades em fases cristalinas distintas, como o módulo de elasticidade e o amortecimento inerente ao material (CROSS *et al.*, 1969).

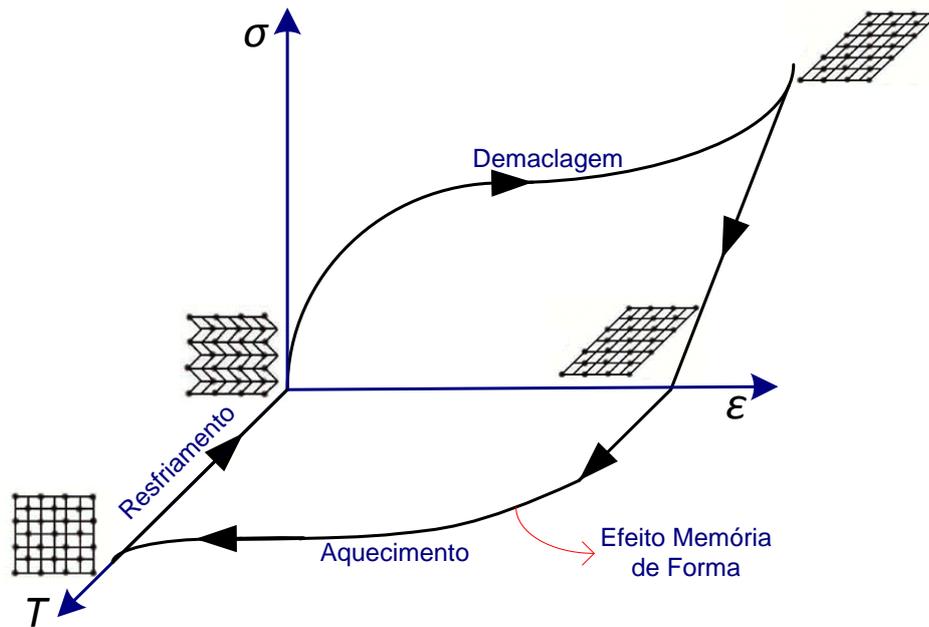


Figura 2.4. Efeito Memória de Forma – Esquemático.

2.2 HISTERESE

A histerese existente entre os processos direto e reverso da transformação martensítica levam a uma capacidade de dissipação de energia significativa, provando que as SMA podem ter um coeficiente expressivo de amortecimento interno histerético (DELAEY *et al.*, 1974). É comum considerar um valor de amortecimento viscoso equivalente para elementos sólidos estruturais (BOTTEGA, 2006).

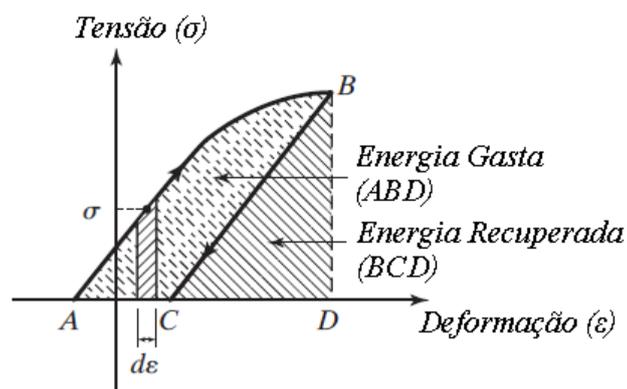


Figura 2.5. Histerese (RAO, 2008, modificado).

No exemplo da Fig. (2.5), de Rao (2008), verifica-se a energia consumida na área ABD durante a aplicação e alívio posterior de carga na estrutura sólida com laço de histerese, em que parte é dissipada (ABC) e outra parte é recuperada (BCD), já que os caminhos de carregamento e descarregamento no

gráfico tensão e deformação são percorridos de forma diversa. Já nas SMA, laços de histerese podem ser percebidos de distintos modos, com aplicação de tensão e/ou temperatura. Durante a pseudoelasticidade, onde a martensita é induzida por tensão em temperaturas acima de A_f , verifica-se uma curva com histerese ao carregar e descarregar o material, vide Fig. (2.3). Livre de tensão, podemos visualizar uma histerese térmica ao aplicar calor e resfriar uma liga SMA percorrendo as temperaturas características de transformação de fase, como se vê na Fig. (2.1).

Dois fenômenos podem ser observados durante a aplicação de calor, bastante explorados no contexto de isolamento e controle de vibrações de estruturas, são eles: a dissipação de energia devido à histerese de ciclos de aquecimento e resfriamento, assim como a alteração de módulo de elasticidade inerente à liga em fases cristalinas distintas, útil para alterar a rigidez do sistema como um todo (CARVALHO, 2014; TURNER, 2001).

2.3 DINÂMICA DE MÁQUINAS ROTATIVAS

As aplicações de máquinas rotativas são evidentes e amplamente utilizadas para conversão de energia, entre exemplos mais comuns estão os compressores, bombas e turbinas (PEREIRA, 2005). Um problema corriqueiro ao utilizá-las é a vibração dos componentes constituintes da máquina, seja gerada por falta de rigidez, folgas, desbalanceamento e desalinhamento, ou até ressonâncias geradas pela rotação do eixo (SILVEIRA, 2003).

Quando a frequência de rotação do eixo se iguala a uma das frequências naturais da máquina rotativa registra-se uma velocidade crítica. Considerando apenas a parte homogênea do problema, a frequência natural não amortecida do sistema será função somente de sua massa e rigidez equivalente (RAO, 2008). Dunkerley (1894) foi o motivador do termo velocidade crítica em um trabalho que tratava de vibrações em eixos com polias, afirmando que em certas velocidades de rotação, mesmo quando balanceado, o eixo se flexiona, percebendo forte dependência dessa velocidade particular com a maneira como a máquina é suportada, posições dos componentes, suas dimensões, peso e módulo de elasticidade. Operar em velocidades críticas pode elevar extremamente as amplitudes de movimento, gerar vibrações indesejáveis e, por ventura, levar a falhas catastróficas.

Ao analisar a vibração lateral de um sistema rotor, também apontada como vibração orbital do rotor, muitas vezes enfrenta-se problemas de desbalanceamento devido à excentricidade do disco ou algum elemento de inércia acoplado ao eixo. Um eixo flexível de seção transversal constante com disco apresenta naturalmente um centro geométrico localizado no centro da seção transversal do eixo. O desbalanceamento do sistema suscita um centro de gravidade (ou centro de massa) deslocado em relação ao centro geométrico do eixo, por onde se diz que a distância entre os centros geométrico e de gravidade designa a excentricidade do rotor (ISHIDA e YAMAMOTO, 2012), conforme Fig. (2.6).

Tal excentricidade gera uma força centrífuga assim que máquina rotativa inicia seu movimento circular (PEREIRA, 2005).

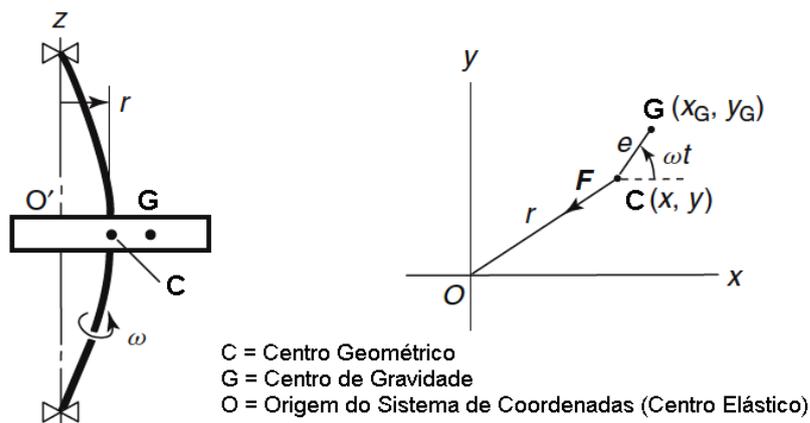


Figura 2.6. Principais pontos de vibração orbital de um rotor (ISHIDA e YAMAMOTO, 2012, modificado).

Obviamente, o desbalanceamento de um rotor e sua aceleração centrífuga gerada ao entrar em movimento não denotam a única força que excita o rotor, mas é a mais comum e ocorrente em máquinas rotativas (MUSZYNSKA, 2005).

2.3.1 OS MOVIMENTOS DE UM SISTEMA ROTATIVO

De forma muito simplificada, um sistema rotativo é composto essencialmente por um eixo, inércias e mancais de apoio. O principal movimento característico de um sistema rotativo é sua rotação própria (ou *spin*), que nada mais é que a rotação do eixo em torno de si próprio. Sabe-se que o eixo de uma máquina rotativa não é rígido fisicamente, portanto, ao entrar em movimento circular, o eixo pode começar a apresentar uma curvatura de deflexão, principalmente por conta do desbalanceamento do sistema. Como mostra a Fig. (2.7), denomina-se precessão (ou *whirling*) o movimento que descreve a flexão do eixo em rotação em torno de sua configuração inicial não deformada (MUSZYNSKA, 2005; PEREIRA, 2005).

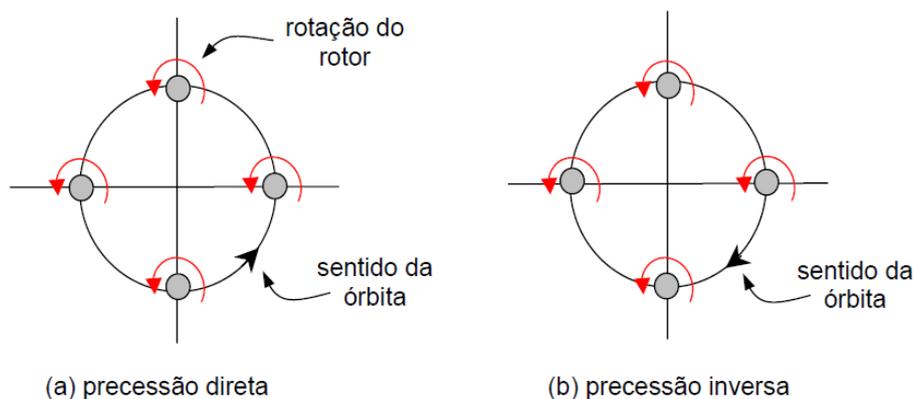


Figura 2.7. Movimentos de precessão (a) direta e (b) inversa (PEREIRA, 2005).

Quando a órbita que realiza o centro geométrico do eixo no movimento de precessão apresenta o mesmo sentido da rotação própria do rotor, diz-se que o sistema realiza um movimento de precessão direta (ou *forward whirl*). Quando a órbita do centro geométrico apresenta sentido contrário à rotação do rotor, diz-se que o sistema realiza um movimento de precessão retrógrada ou inversa (ou *backward whirl*) (ISHIDA e YAMAMOTO, 2012).

Outro movimento a ser destacado é o eventual deslocamento angular do disco em relação ao eixo de rotação, que inicialmente se encontra perpendicular ao eixo. Designa-se efeito giroscópico a alteração na posição angular do disco em relação ao eixo, ilustrado na Fig. (2.8). O efeito giroscópico é mais acentuado em disposições do disco em balanço, em contrapartida, quando o disco é localizado entre dois mancais igualmente espaçados, nota-se o efeito giroscópico com menor intensidade (PEREIRA, 2005). Discos com espessura elevada também apresentam efeito giroscópico pouco expressivo (DEN HARTOG, 1972).

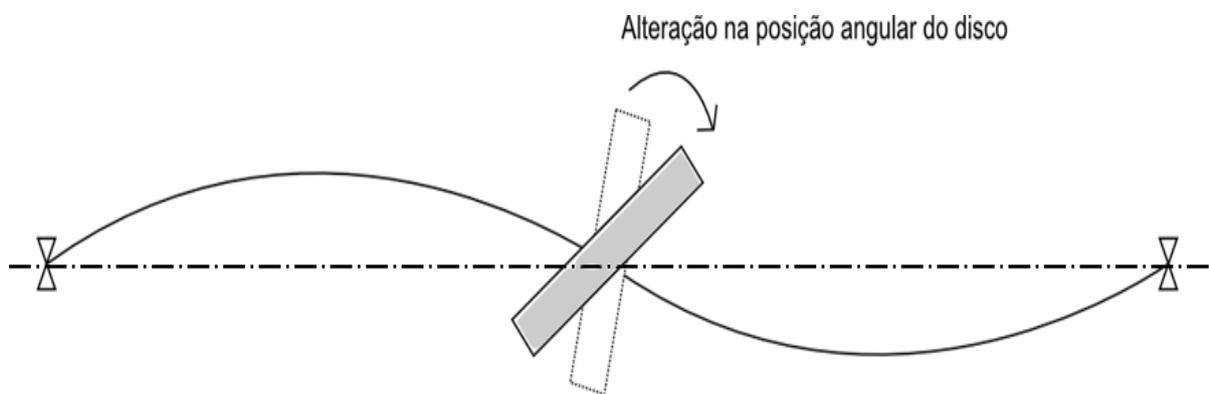


Figura 2.8. Representação do Efeito Giroscópico.

2.4 VIBRAÇÃO EM MÁQUINAS ROTATIVAS E USO DE MANCAIS

Habitualmente, a seleção de mancais e elementos da máquina rotativa do ponto de vista dinâmico é feita estimando as velocidades críticas do sistema, principalmente a velocidade relacionada ao eixo da máquina rotativa. Os outros acessórios da máquina também apresentam uma velocidade crítica, geralmente muito menor que a velocidade intrínseca do eixo. Após a verificação da velocidade crítica, o projeto de uma máquina rotativa costuma garantir que a velocidade crítica permaneça a pelo menos duas vezes a velocidade em que a máquina opera. Dentro dessa garantia, seleciona-se os componentes da máquina (SHIGLEY *et al.*, 2006).

A deflexão dinâmica de um eixo é complicada de ser estimada, utilizar uma curva de deflexão estática é uma aproximação excelente para estimar velocidades críticas mais baixas. Vários são os métodos de estimar as velocidades críticas do sistema rotativo. O método de Rayleigh-Ritz é bastante utilizado e muito otimizado através de programas computacionais, consiste em dividir o sistema em várias massas e verificar a deflexão em cada uma, mas acaba por conferir um valor superestimado da

primeira velocidade crítica. Em contrapartida, a equação de Dunkerley com auxílio de coeficientes de influência estima a primeira velocidade crítica do sistema com um valor menor do que realmente ocorre. Ambos os métodos citados são largamente utilizados para projeto de máquinas rotativas e podem ser suficientes na maioria dos casos, mas infelizmente a complexidade dos problemas de dinâmica de rotores ainda não permitiu o estudo de um método de confiabilidade absoluta (SHIGLEY *et al.*, 2006; ISHIDA e YAMAMOTO, 2012).

Ao lidar com uma máquina rotativa já em funcionamento, ainda é corriqueiro enfrentar situações de desbalanceamento, ou seja, de vibração. Mesmo quando a máquina é bem projetada do ponto de vista dinâmico, pode-se enfrentar problemas de desbalanceamento gerados por falhas durante o processo de usinagem e montagem, além de variações de tamanhos dos elementos de fixação da máquina (RAO, 2008; ISHIDA e YAMAMOTO, 2012). Surgem como manutenção corretiva do problema os procedimentos experimentais de balanceamento de máquinas rotativas, que consistem basicamente na localização da massa que está excêntrica e posterior retirada da mesma, ou adição de uma massa em posição tal que cancele o efeito do desbalanceamento (RAO, 2008). A norma brasileira que discorre sobre o balanceamento de máquinas rotativas com discos rígidos é a NBR 8008/83.

Na escolha do mancal mais adequado à aplicação, o projetista deve levar em conta os requisitos que envolvem a operação da máquina. A seleção de um mancal tem efeitos a curto e longo prazo na vida útil da máquina rotativa, quesitos como economia de custos e necessidades de manutenção são os mais impactantes no momento de projetar os elementos da máquina. Em certos casos, o desligamento momentâneo do equipamento por algumas horas pode significar um prejuízo muito maior para a indústria do que aplicar constante e integral manutenção na máquina ou escolher o mancal mais otimizado com custo relativamente elevado (HARNOY, 2003).

2.4.1 CONTROLE DE VIBRAÇÃO

Existem opções para minimizar o problema de vibração em máquinas rotativas que consistem em adicionar um elemento à máquina com funcionalidade de controle passivo, ativo ou adaptativo, vide Fig. (2.9).

O controle passivo de vibração é um método tradicional que consiste na escolha de um dispositivo com parâmetros de inércia, amortecimento e rigidez dentro de valores admitidos fixos, com a enorme vantagem de não requerer qualquer tipo de energia externa para funcionamento, mas com eficiência restrita a uma faixa operacional (MARQUES, 2000). Os elementos de controle passivo funcionam absorvendo ou dissipando a energia vibratória gerada ou garantindo rigidez à estrutura.

O controle ativo é baseado no processamento e análise de sinais. Funciona basicamente com intuito de introduzir uma energia adicional ao sistema, ajudando a atenuar as vibrações. Um sensor é responsável por identificar um nível de vibração do sistema, o controlador identifica se a vibração

extrapola os limites desejáveis de operação e determina a ação de um atuador, que irá interferir no sistema. Na maioria dos casos, são sistemas ativados por campos elétricos, térmicos ou magnéticos, quanto ao seu princípio de atuação. Dentre as maiores desvantagens estão na complexidade de seus algoritmos, a dificuldade de manter a estabilidade do sistema em controle ativo e eventual custo elevado (FULLER *et al.*, 1996; PACHECO, 2006).

O controle adaptativo difere do controle puramente ativo. Um dispositivo de controle ativo funciona por meio de atuadores posicionados paralelamente aos outros elementos passivos do sistema, já o dispositivo adaptativo é um elemento naturalmente passivo, mas que pode ter seus parâmetros físicos alterados para melhorar o desempenho do equipamento (PACHECO, 2006). As SMA, por exemplo, podem alterar sua rigidez equivalente ao alterar seu estado cristalino induzido por tensão ou calor e, conseqüentemente, alterar o comportamento dinâmico do sistema como um todo, caracterizando-a como controle adaptativo (GANDHI e THOMPSON, 1992).

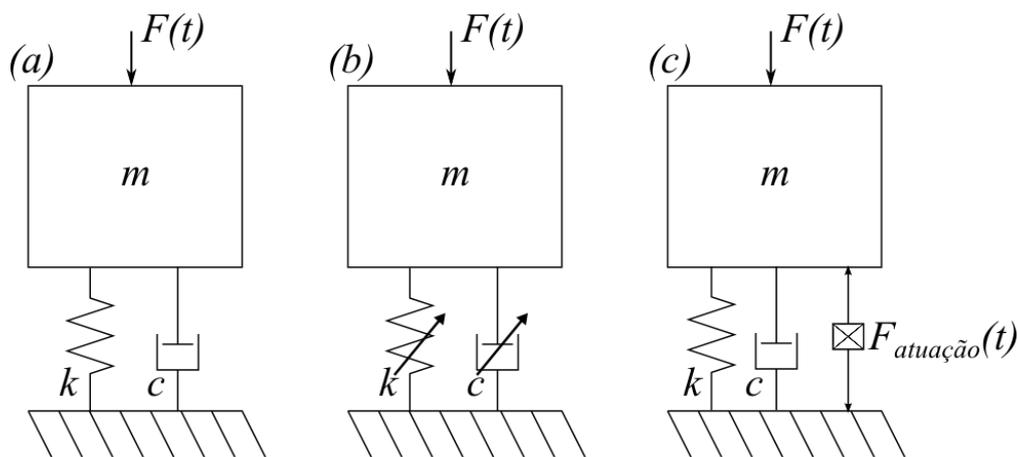


Figura 2.9. Controle de vibração (a) passivo: massa, rigidez e amortecimento fixados, em quantidade e distribuição; (b) adaptativo: propriedades de rigidez e/ou amortecimento mudam para se ajustar às condições de operação; (c) ativo: forças dinâmicas aplicadas paralelamente ao sistema.

2.4.2 MANCAIS COM PRINCÍPIOS MECÂNICOS

Os mancais mais recorrentes nos projetos de máquinas rotativas são os mancais de deslizamento e mancais de rolamentos, que resistem às cargas por meio de forças puramente mecânicas. Suportar as cargas radiais e/ou axiais é a principal funcionalidade desses mancais (HARNOY, 2003).

O mancal hidrodinâmico transfere a carga por meio de deslizamento, conta com uma bucha com diâmetro interno muito próximo do diâmetro do eixo, formando uma folga muito pequena proposital onde se acomoda uma camada de óleo lubrificante. Essa camada de óleo, ou filme, garante uma lubrificação que pode ser utilizada para reduzir o desgaste e a vibração da máquina (HARNOY, 2003). O mancal hidrodinâmico é útil para dissipar a energia de vibração de forma passiva até certos limites, em vibrações de amplitude baixa, onde a camada de fluido fornece rigidez ao sistema rotor. O fato que

evidencia a desvantagem desse tipo de mancal é a necessidade da máquina estar em operação para formar o filme, caso contrário, o filme se romperá com qualquer paralização, visto na Fig. (2.10). Aplicam-se técnicas de lubrificação ativa para esses mancais, uma delas consiste em montar um atuador capaz de alterar a folga entre a bucha e o eixo, alterando a dinâmica do sistema (SIMÕES, 2006).

Os mancais hidrostáticos surgem para evitar o rompimento do filme com controle ativo de lubrificação. Funcionam com o auxílio de uma bomba que injeta o óleo lubrificante, evitando atrito entre a bucha e o eixo em qualquer momento da operação, inclusive ao iniciar o equipamento (HARNOY, 2003).

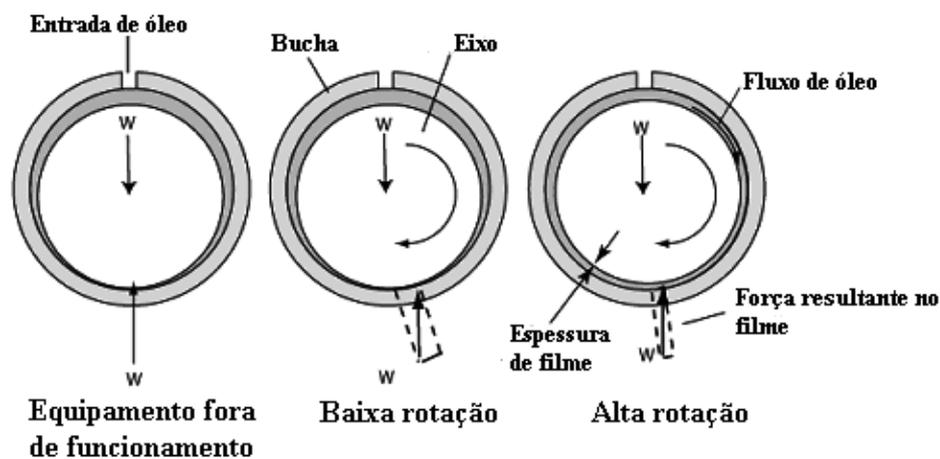


Figura 2.10. Esquema de mancal hidrodinâmico (KUMAR, 2013, modificado).

Os mancais com elementos rolantes, ou rolamentos, são compostos por um anel externo e um anel interno, com corpos rolantes entre os anéis, sejam de esferas, rolos ou agulhas. O anel externo fixa-se à carcaça do mancal e permite-se mover o anel interno e os elementos rolantes, evitando fricções. É a escolha mais comum de projetistas, pela praticidade de escolher a geometria adequada em catálogos de fabricantes e baixíssimo custo (HARNOY, 2003).

A rigidez radial de um mancal, seja de deslizamento ou de rolamento, torna-se uma associação dos elementos em série na direção radial, gerando uma rigidez equivalente que pode ser estimada para o controle de rigidez passivo do sistema rotor. Para um mancal de rolamento, por exemplo, a rigidez equivalente será a associação em série da carcaça do mancal, o anel externo, os elementos rolantes e o anel interno do rolamento, sem contar o próprio eixo da máquina.

Os anéis elastoméricos, do tipo O (*o-rings*), podem ser utilizados para alterar a rigidez e o amortecimento equivalente dos elementos em série do sistema rotativo, funcionando principalmente como amortecedor passivo. O baixo módulo de elasticidade desses anéis, em comparação com metais, facilita a mudança da rigidez do sistema como um todo, podendo ser boa saída em algumas situações, além de terem ótimas propriedades de amortecimento, apesar de muito afetado e inaproveitável em altas temperaturas (THOMAZI, 2013).

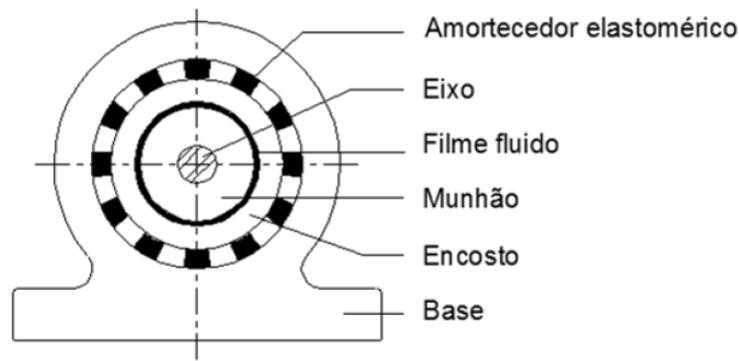


Figura 2.11. Mancal de filme fluido com anel elastomérico (THOMAZI, 2013).

2.4.3 MANCAIS MAGNÉTICOS

Um dos elementos para controle de vibração de eixos em rotação são os mancais magnéticos. Um mancal magnético funciona como controle ativo de vibrações em rotores. A rigidez e amortecimento do mancal variam com a frequência do equipamento, possuindo uma habilidade fora do comum de mudar a dinâmica do rotor em operação (PERINI e NASCIMENTO, 2007). A intenção do mancal magnético é suspender um eixo em um mancal sem que exista contato algum, evidenciado por uma folga proposital de pequena espessura (GUIRÃO, 2006), levantando o eixo e sendo capaz de resistir a forças axiais e radiais do eixo apenas com forças magnéticas geradas. Um amplificador de potência produz uma corrente elétrica gerando fluxo magnético em espiras que se enrolam em uma seção do atuador, vide Fig. (2.12).

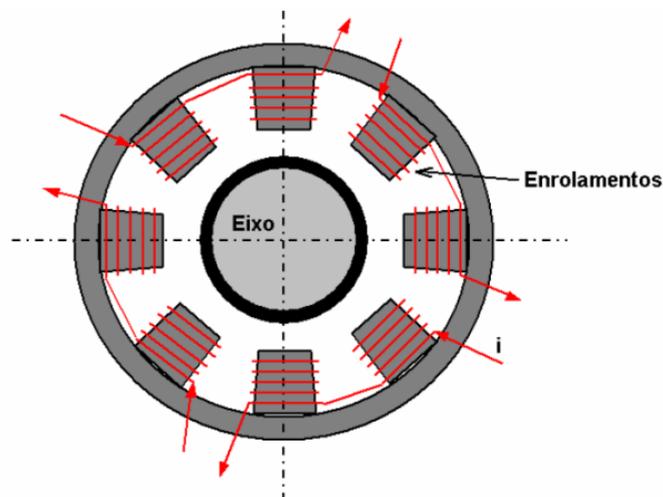


Figura 2.12. Representação de um mancal magnético (SIMÕES, 2006).

As maiores desvantagens de mancais magnéticos estão no baixo amortecimento que a configuração de mancal concede, elevado preço e complexidade, atração de metais indesejáveis, necessidade incessante de consumo elétrico elevado e dimensões de todo aparato muito compridas, ocupando muito espaço (HARNOY, 2003; SIMÕES, 2006).

Segundo Lembke (2005), o mancal conta com um sensor controlador de posição que registra alterações na posição do eixo do equipamento, o amplificador de potência inicia uma resposta para aumentar a força magnética no eletroímã correspondente àquela região do eixo, trazendo-o de volta ao centro. Um mancal convencional de rolamento nem sempre garante que o eixo não sofra flexões preocupantes, já o funcionamento do mancal magnético tem sido explorado e considerado uma escolha ideal em diversas aplicações com essa problemática.

2.4.4 MANCAIS COM ATUADORES PIEZOELÉTRICOS

Existem alguns materiais com propensão a produzir cargas elétricas quando submetidos a uma tensão mecânica (efeito piezoelétrico direto), ou sofrer deformações quando submetidos a uma tensão elétrica (efeito piezoelétrico inverso). Isso significa que o efeito piezoelétrico descreve uma conversão de energia elétrica em mecânica, ou vice-versa (GANDHI e THOMPSON, 1992).

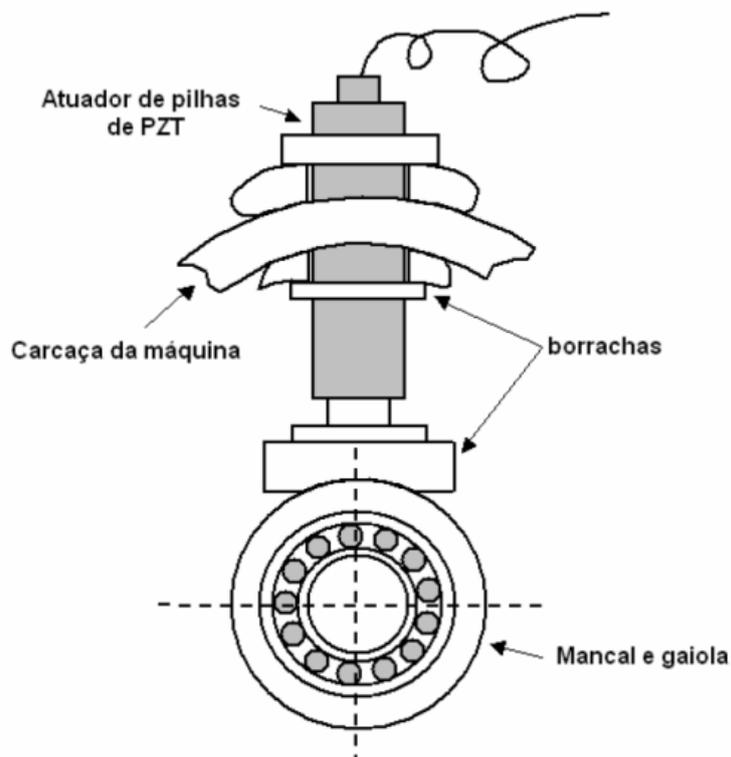


Figura 2.13. Atuador piezoelétrico com pilhas PZT (SIMÕES, 2006).

Palazzolo *et al.* (1989) apoderam-se do efeito piezoelétrico para introduzir um atuador composto por uma pilha de discos de PZT (Titano Zirconato de Chumbo). Consiste em uma pilha de discos cerâmicos dispostos em série em que um eletrodo se insere entre cada disco. A ideia pode ser utilizada para construir um mancal composto de discos em pilha de material piezoelétrico, como na Fig. (2.13). Apresenta vantagens por ter uma resposta dinâmica rápida, ocupar pouco espaço e funcionar como apoio natural ao eixo do rotor, já que, por ser composto de material cerâmico, oferece boa rigidez (SIMÕES, 2006).

2.4.5 MANCAIS COM SMA

Nagaya *et al.* (1987) apresentaram a ideia de alterar a rigidez dos suportes de uma máquina rotativa utilizando fios de SMA para controlar e evitar as velocidades críticas. A compreensão de que alterar a rigidez de um mancal pode ser útil para evitar as velocidades críticas de um eixo rotativo é explorada em diversos estudos científicos.

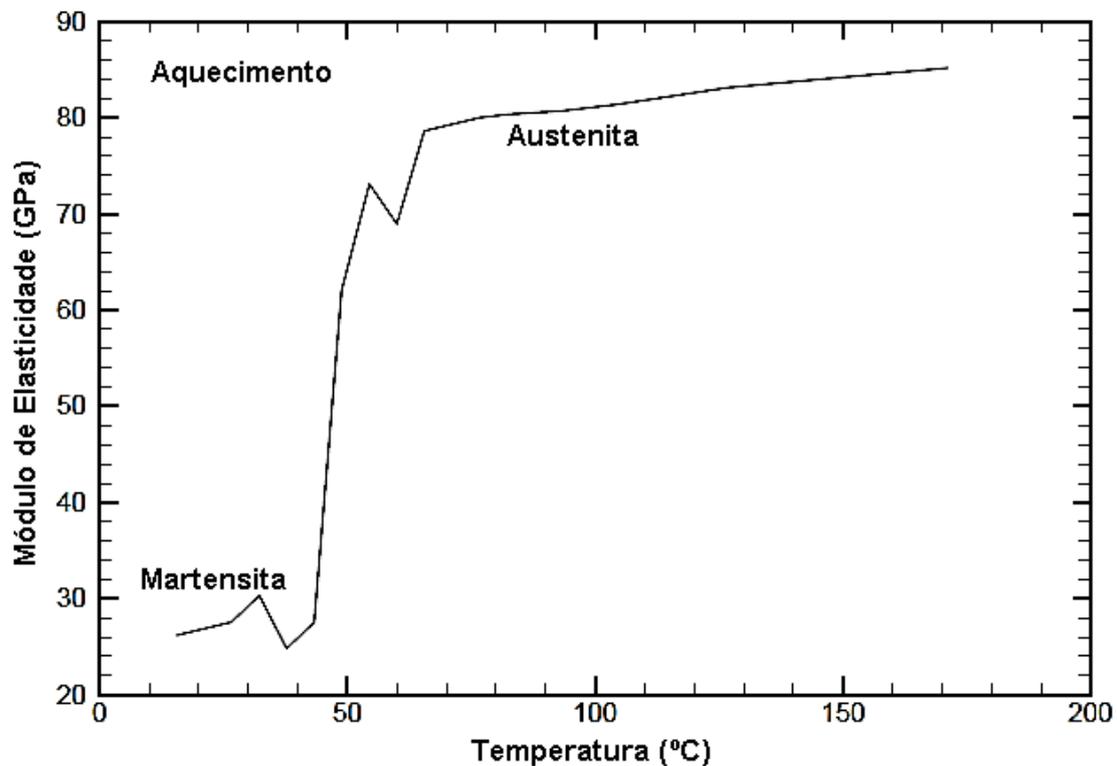


Figura 2.14. Relação Módulo de Elasticidade VS Temperatura (TURNER, 2001, modificado).

Tal ideia é reforçada pelo fato de que o módulo de elasticidade do material de SMA, alterando-o da fase martensítica à fase austenítica ou vice-versa, pode até triplicar, provado experimentalmente por aquecimento ou resfriamento de ligas Ni-Ti (CROSS *et al.*, 1969). Turner (2001) representou e converteu os experimentos de Cross *et al.* (1969) do sistema inglês de unidades de medida para o sistema internacional na Fig. (2.14).

Zak *et al.* (2003) avaliam picos de máxima amplitude em diferentes frequências utilizando um luva compósita com tiras de SMA como suporte da máquina rotativa, avaliando o modelo com auxílio de malhas inseridas em um Método dos Elementos Finitos (MEF). Várias configurações de luva são exploradas, variando o material, a quantidade e a espessura da matriz e fibra do compósito e fração de material SMA. Quando as tiras se encontram em estado totalmente martensítico, percebe-se um pico de amplitude diferente ao estado totalmente austenítico, fato que demonstra eficiente alteração na velocidade crítica do sistema rotor. A figura (2.15) retrata uma das configurações escolhidas para luva, comprovando considerável capacidade do apoio em alterar a amplitude do sistema rotativo.

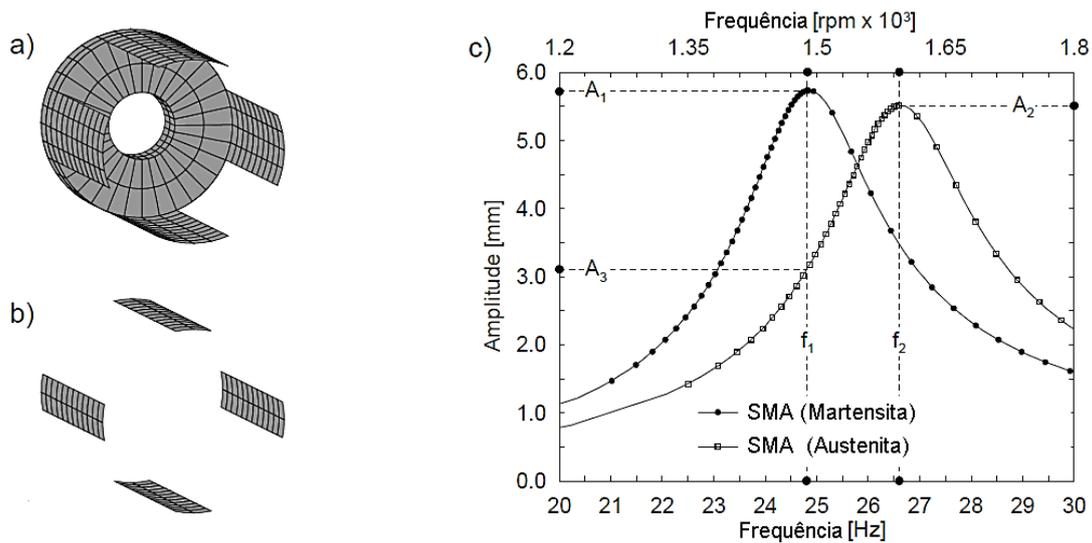


Figura 2.15. Concepção otimizada da luva com compósito de vidro/epóxi e tiras de SMA: (a) Representação da malha da luva, (b) malha de tiras SMA e (c) as amplitudes de vibração para fases martensita e austenita nas tiras (ZAK *et al.*, 2003, modificado).

Lees *et al.* (2007) propuseram um arranjo experimental composto por um mancal de rolamento com anel elastomérico e fios de SMA dispostos na vertical, como representado na Fig. (2.16). Todos esses elementos do mancal são dispostos em série para o cálculo da rigidez vertical equivalente.

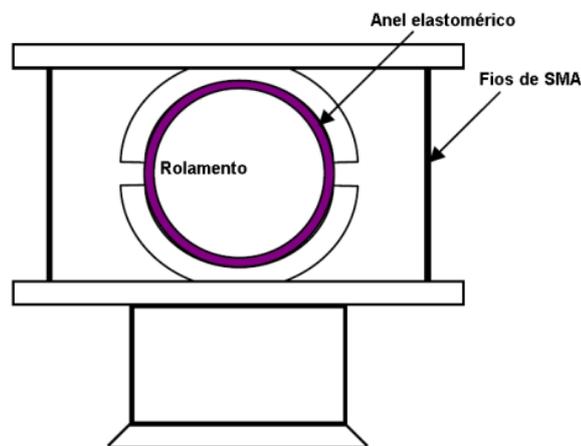


Figura 2.16. Arranjo proposto com fios de SMA dispostos na vertical (LEES *et al.*, 2007, modificado).

He *et al.* (2007a, 2007b) propuseram um mancal adaptativo com elementos de SMA em formato de molas. A rigidez das molas é estimada por meio dos cálculos convencionais de rigidez de uma mola helicoidal para projeto de máquinas e alterada em razão do módulo de elasticidade do material com memória de forma em diferentes fases. Um método analítico de respostas dinâmicas do sistema é averiguado e uma bancada experimental é concebida posteriormente. O modelo é composto por doze molas, dispostas em paralelo de três em três e localizadas em cada lateral do mancal. O aquecimento da mola é feito por meio de barras que, ao aquecidas, transferem calor à mola, para eventual mudança de fase, conforme Fig. (2.17).

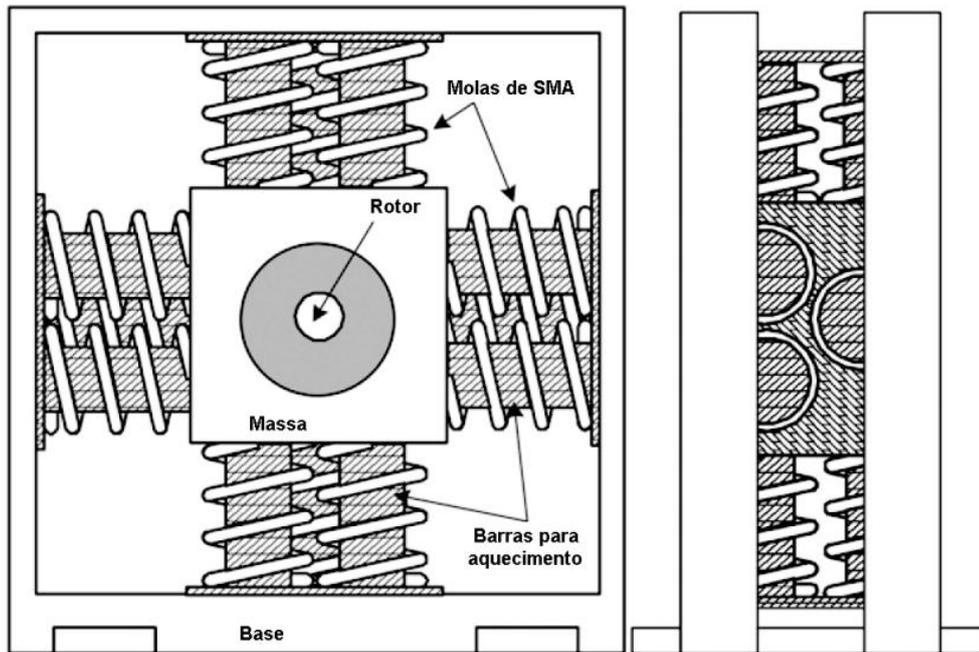


Figura 2.17. Arranjo proposto com molas de SMA em paralelo (He *et al.*, 2007b, modificado).

Silva (2009) explora o uso de molas de SMA com diversas configurações de sistemas rotores, com auxílio de programa baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) provando que o uso de SMA é eficiente no controle de rigidez, reduzindo as amplitudes de deslocamento e modificando velocidades críticas. Kontoyanis e Nascimento (2009) têm enfoque experimental em um mancal de rigidez variável baseado no comportamento termomecânico das SMA, na construção de um protótipo de mancal com pastilhas cilíndricas de alumínio, cobre e aço, com intuito de simular os diferentes módulos de elasticidade das fases martensita e austenita em ligas com memória de forma, vide Fig. (2.18).

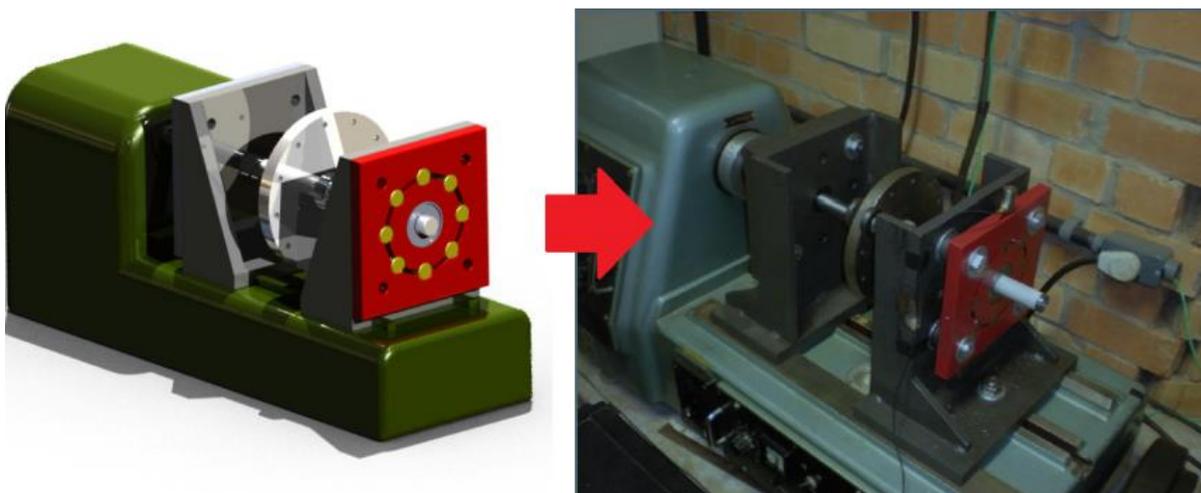


Figura 2.18. Bancada de ensaios de mancal com pastilhas cilíndricas de SMA (KONTOYANIS e NASCIMENTO, 2009).

2.4.6 EIXOS COM FIOS DE SMA INSERIDOS

Há uma concepção diferente que apresenta os elementos de SMA embebidos como fios em eixos rotativos, como um eixo compósito (REN *et al.*, 2014; GUPTA *et al.*, 2003; BAZ e CHEN, 1993). Com a intenção semelhante dos mancais supracitados, os eixos com fios de SMA embebidos também procuram alterar a rigidez de flexão do eixo rotativo ao alternar as fases cristalinas, martensita para austenita e vice-versa, e alterar amplitudes de vibração do sistema, consequentemente.

Ren *et al.* (2014) faz uso do modelo de Brinson (1993) para modelar o eixo rotativo, verificando e comparando a resposta de um sistema rotor em diferentes velocidades de operação em eixos comuns sem SMA e eixos com SMA embebidos. A mudança na frequência natural é notória para eixos com SMA.

Gupta *et al.* (2003) consegue resultados favoráveis de mudança na frequência natural do sistema ao ativar as SMA passando corrente elétrica para aquecer os fios, mas percebe um descontrole quando o equipamento segue funcionando por muito tempo, já que o eixo acaba por aquecer por completo e mudar completamente sua resposta a vibrações. A proposição é vista na Fig. (2.19).

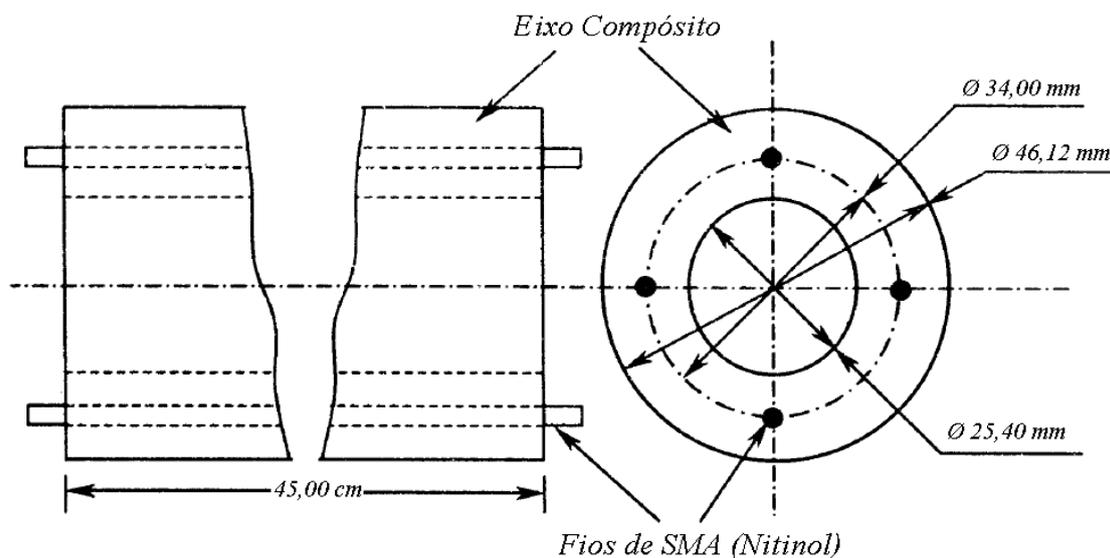


Figura 2.19. Vistas do eixo compósito adaptativo (GUPTA *et al.*, 2003)

3 CONCEPÇÃO DO MANCAL

Este capítulo descreve a concepção do mancal adaptativo proposto, citando características fundamentais de projeto.

3.1 CONCEPÇÃO E COMPONENTES DO MANCAL

Para melhor entender a estrutura completa do mancal e elaborar um modelo matemático conveniente para a concepção, deve-se reconhecer que o mancal adaptativo funciona como um mancal comum, com a diferença de apresentar pastilhas de SMA embutidas para que a rigidez do mancal se altere conforme necessidade, durante o controle de vibração. O mancal é composto por cinco elementos que incluem:

- I. A carcaça do mancal em aço;
- II. Um separador de material semelhante ou igual à carcaça, capaz de segurar as pastilhas de SMA;
- III. Rolamento ou bucha;
- IV. Pastilhas de SMA embutidas;
- V. Revestimento isolante.

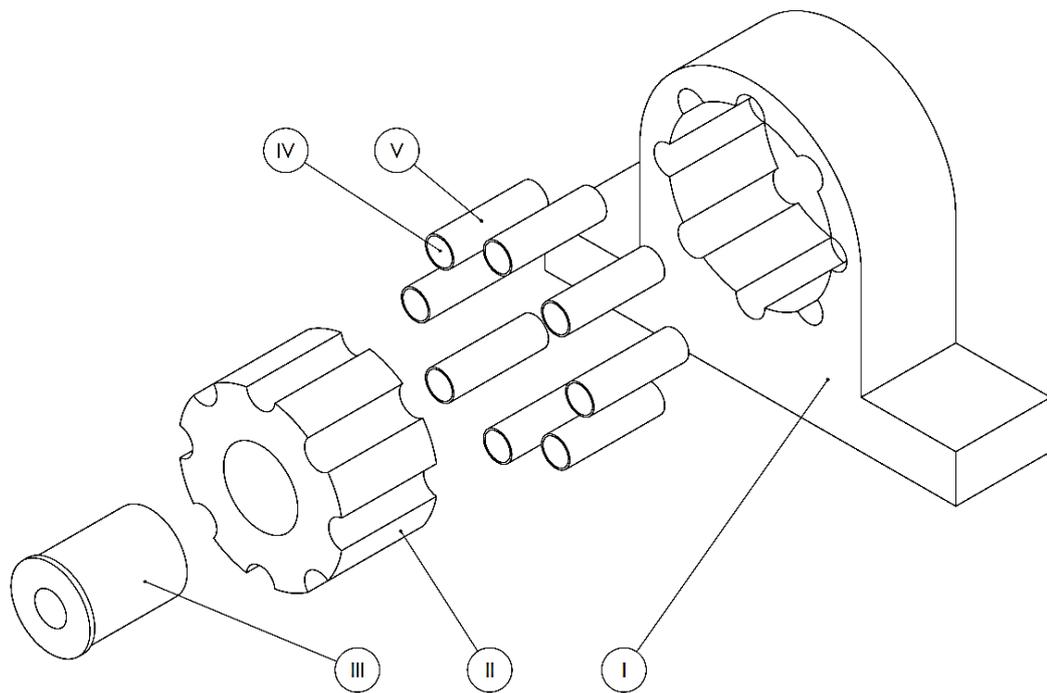


Figura 3.1. Elementos do mancal proposto por Kontoyanis e Nascimento (2009) em vista explodida.

O elemento principal do mancal é o conjunto de pastilhas compostas de ligas com memória de forma, que podem alterar sua rigidez quando aquecidas, alterando da fase martensita para a fase austenita. A concepção indicada na Fig. (3.1) é baseada nos experimentos de Kontoyanis e Nascimento (2009). O aquecimento das pastilhas se daria por efeito Joule, esclarecendo a importância

do uso de um revestimento isolante térmico e elétrico. Todos os elementos do mancal têm participação na proposição de uma rigidez equivalente para o mancal como um todo, a ser utilizado no controle de vibrações em eixos rotativos.

É necessário considerar uma pastilha de comprimento longo e área transversal reduzida para a concepção de mancal do presente projeto, caso contrário, a ordem de grandeza da rigidez axial da pastilha não será compatível com a rigidez do eixo em flexão. A Fig. (3.2) mostra uma representação da concepção de mancal que é modelada. No Anexo III se encontra um desenho técnico de um possível mancal de flange para aplicação em escala 1:2 capaz de suportar um eixo de 20 mm de diâmetro.

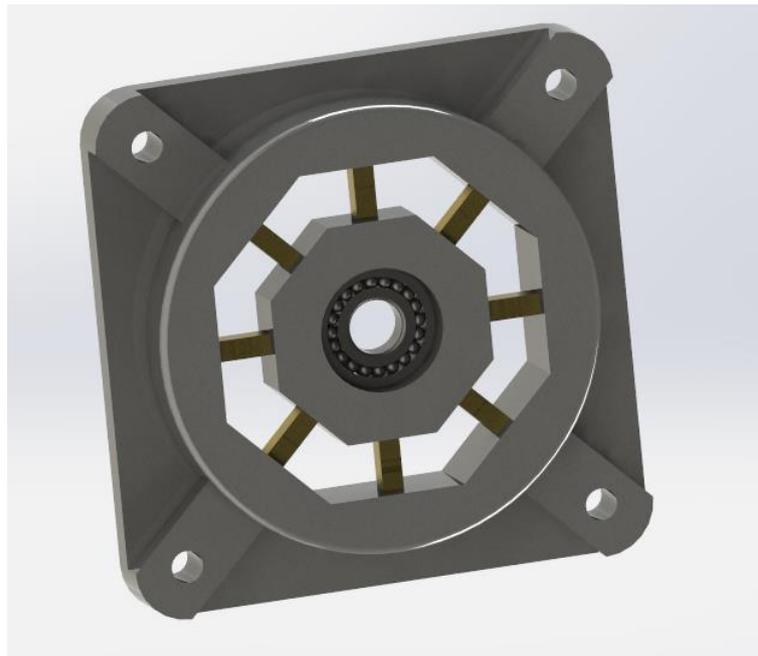


Figura 3.2. Concepção de mancal adotada.

3.2 AS PASTILHAS DE SMA

As pastilhas inseridas são os elementos mais importantes do mancal adaptativo, são feitas de material com memória de forma, indicando o uso de ligas de nitinol (NiTi) como material mais adequado. A equação (3.1) descreve a rigidez axial de um elemento em forma de prisma mecânico (RAO, 2008). Nota-se forte dependência da geometria para caracterizar a rigidez da pastilha.

$$k_{pastilha} = \frac{EA}{L}. \quad (3.1)$$

A montagem da pastilha deve ter uma pré-carga de compressão elevada para evitar folgas que podem alterar totalmente a rigidez do sistema rotor. Os esforços na pastilha são de compressão e alívio de compressão e é variável segundo o desbalanceamento do mancal. Note que o módulo de elasticidade E é propriedade do material e A e L definem a geometria da pastilha. A alteração no valor de E em diferentes fases cristalográficas da liga são a chave para o controle de rigidez do sistema e,

por consequência, do sistema rotor como um todo. A lei de Hooke define que o alongamento da pastilha é proporcional à carga de compressão e/ou tração aplicada, percebe-se que a curva $F \times \Delta L$ é diferente nas fases martensita e austenita e define a capacidade de controle de vibração da concepção, vide Eq. (3.2) e Fig. (3.3).

$$F = \frac{EA}{L} \Delta L . \quad (3.2)$$

Os esforços sofridos pelas pastilhas de SMA são essencialmente de compressão. É interessante que a pastilha seja fabricada com comprimento elevado e área de seção transversal pequena, conforme visto anteriormente. Essa geometria de pastilha e carregamento submetido pode causar falhas por compressão, flambagem e por ciclos contínuos de compressão, por exemplo.

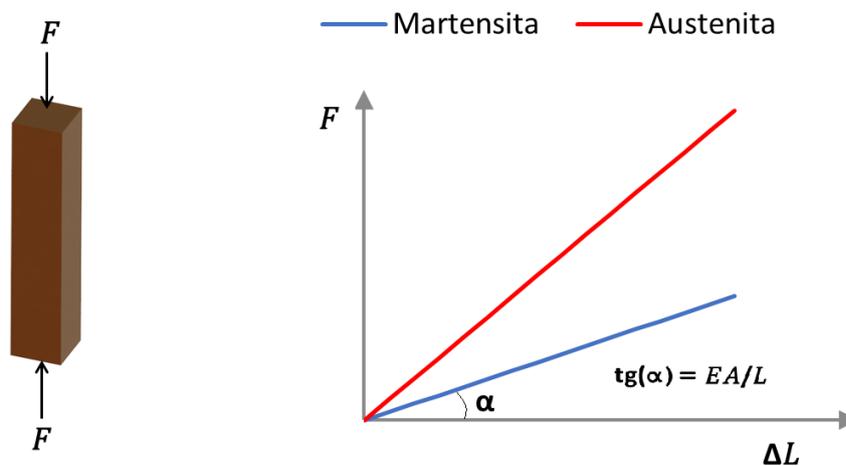


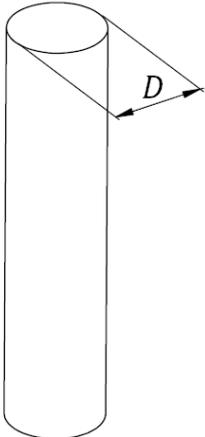
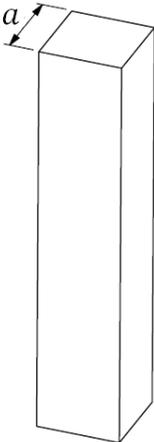
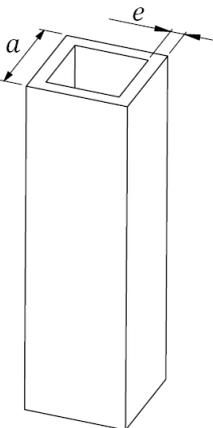
Figura 3.3. Alteração de rigidez axial de uma pastilha em compressão.

Partindo dos critérios de flambagem por carga de compressão previsto na fórmula de Euler da Eq. (3.3), deseja-se estimar qual seção transversal é mais favorável para o projeto do mancal adaptativo, buscando o maior momento de inércia de área para a pastilha com menor área possível. A carga crítica de Euler é diretamente proporcional ao momento de inércia de área da pastilha e quanto menor for a área da seção transversal da pastilha, menos material de SMA é utilizado (SHIGLEY *et al.*, 2006). Vale lembrar que essa análise preliminar de seção transversal mais eficiente para a pastilha não leva em conta os processos de fabricação.

$$F_{crítica} = \frac{\pi^2 E I}{L^2} . \quad (3.3)$$

A tabela (3.1) apresenta uma comparação entre seções circulares e quadradas de barras, além da possibilidade de utilizar uma seção vazada. Infere-se que a seção vazada obtém maior momento de inércia de área para uma área menor, o que significa, por fim, uma quantidade menor de volume de material. A escolha ideal para seção transversal da pastilha que deve ser inserida também deve levar em conta os custos para compra e/ou fabricação, além da verificação de uma pastilha que seja o mais eficiente possível com menor volume de material utilizado.

Tabela 3.1. Relação entre área e momento de inércia para três diferentes tipos de seção transversal de pastilhas de SMA.

		Área [mm ²]	100,00	50,00	25,00	10,00
Seção Circular	 $I_{circular} = \frac{\pi D^4}{64}$	Diâmetro [mm]	11,28	7,98	5,64	3,57
		Momento de Inércia [mm ⁴]	795,77	198,94	49,74	7,96
Seção Quadrada	 $I_{quadrada} = \frac{a^4}{12}$	Lado [mm]	10,00	7,07	5,00	3,16
		Momento de Inércia [mm ⁴]	833,33	208,33	52,08	8,33
Seção Quadrada Vazada	 $I_{quadrada,vazada} = \frac{a^4}{12} - \frac{(a-2e)^4}{12}$	Lado [mm] (e = 3 mm)	11,33	7,17	5,08	3,83
		Momento de Inércia [mm ⁴]	1307,41	219,68	55,58	16,16
		Lado [mm] (e = 2 mm)	14,50	8,25	5,13	3,25
		Momento de Inércia [mm ⁴]	2670,83	358,85	57,36	9,27
		Lado [mm] (e = 1 mm)	26,00	13,50	7,25	3,50
		Momento de Inércia [mm ⁴]	10433,33	1310,42	166,93	12,08

3.3 DESAFIOS DE PROJETO DE ATUADORES COM MEMÓRIA DE FORMA

Muitos impasses são identificados ao projetar atuadores com memória de forma. Apesar das características únicas dos materiais com memória de forma, como as ligas metálicas de NiTi, capazes de alterar sua rigidez em fase cristalina distinta, a mudança de fase do atuador por meio de aplicação de calor possui alguns problemas peculiares.

Apontam-se as necessidades de isolar as pastilhas termicamente e eletricamente, além da dificuldade em resfriá-las de forma rápida e proveitosa.

3.3.1 ISOLAMENTO TÉRMICO E ELÉTRICO DAS PASTILHAS

A temperatura das pastilhas de SMA inseridas no mancal deve ser bem controlada, para que não aconteça uma mudança involuntária de fase cristalina da pastilha, exigindo um bom isolamento térmico para as pastilhas. Um gradiente de temperatura proveniente da geração de calor na operação da máquina rotativa em altas rotações pode elevar a temperatura da pastilha de forma imprevisível. Se é intenção aquecer as pastilhas por meio de efeito Joule, é também interessante desenvolver um isolamento elétrico.

Os metais em geral ocupam uma posição intermediária de valor de módulo de elasticidade em relação aos polímeros e os materiais cerâmicos. Em geral, os polímeros apresentam módulo de elasticidade em torno de 4 GPa , o que é muito pequeno em relação ao módulo de elasticidade das pastilhas do mancal (CALLISTER, 2002). A escolha de um material polimérico ocasionaria em deflexões muito elevadas em relação às pastilhas.

Em contrapartida, os materiais cerâmicos apresentam um módulo de elasticidade superior aos metais, são ótima opção para isolar termicamente e eletricamente as pastilhas de SMA, apesar de serem muito frágeis (CALLISTER, 2002). Deve existir o cuidado de não revestir completamente a pastilha com material cerâmico, caso contrário, a tensão de compressão ocasionará deflexões ínfimas na pastilha.

3.3.2 RESFRIAMENTO DAS PASTILHAS

Uma das características principais a serem consideradas no projeto do mancal adaptativo leva em conta um problema comum em aplicações que usam SMA como atuador por meio de aplicação de calor: o resfriamento. Dutta *et al.* (2005), por exemplo, utiliza efeito Joule para aquecer a pastilha. Infelizmente, o resfriamento não pode ser feito tão facilmente, já que a alternativa é contar com a convecção natural incidente no atuador para resfriá-lo ou utilização demasiada de algum fluido de arrefecimento.

A lentidão no processo de resfriamento torna o controle diferenciado se comparado ao processo de aquecimento, que pode ser relativamente simples. O principal impedimento das diversas soluções adotadas é sempre a complexidade, alto custo e gasto excessivo de energia para implementá-las, soluções de resfriamento exemplificadas principalmente por convecção de ar forçado e imersão em fluidos (PRATA *et al.*, 2007; TADESSE *et al.*, 2009)

Apesar das desvantagens citadas, Tadesse *et al.* (2009) apresenta bons resultados de resfriamento de um fio atuador de SMA se resfriado por meio de convecção forçada de ar em altas velocidades, dissipador aletado ativo de calor com ventiladores (*coolers*) ou imersão em fluido de arrefecimento. A figura (3.4) mostra o tempo bastante reduzido de resfriamento para os três casos.

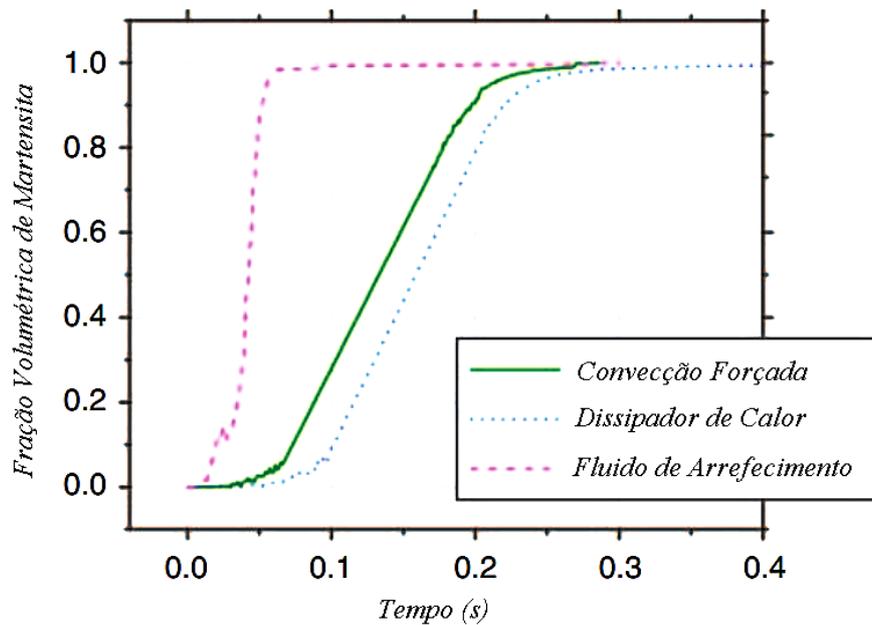


Figura 3.4. Tempo de transição de fase cristalina durante resfriamento (TADESSE *et al.*, 2009).

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

O capítulo em questão aborda o modelo matemático destinado ao estudo da dinâmica de uma máquina rotativa apoiada em mancais adaptativos, em uma concepção utilizando pastilhas SMA.

4.1 FORÇAMENTO HARMÔNICO DE UM ROTOR DESBALANCEADO

Um sistema dinâmico é definido como um sistema de parâmetros concentrados, ou sistema discreto, quando suas variáveis dependentes são funções apenas de uma variável independente e, além disso, quando possui um número finito de graus de liberdade. Boa parte dos problemas de vibrações podem ser resolvidos e analisados utilizando um modelo de parâmetros concentrados, ou seja, considerando elementos de inércia (ou massa), de rigidez e de amortecimento, simplificado por diagramas massa-mola-amortecedor (KELLY, 2012).

A vibração de um eixo rotativo causado pelo desbalanceamento é definida como vibração forçada, se examinada em uma direção radial ao eixo, percebe-se um forçamento harmônico periódico conforme o eixo rotaciona com uma velocidade angular de operação da máquina (KELLY, 2012). O desbalanceamento do eixo, existente quando o centro de massa não coincide com o centro de massa geométrico do sistema rotor, gera uma força centrífuga capaz de aumentar a amplitude de vibração de sistema (BEER *et al.*, 1991; PEREIRA, 2005).

Procura-se estimar as equações de movimento de um sistema rotor por meio de uma investigação das forças que agem sobre o rotor, listadas abaixo (RAO, 2008).

- a) A força de inércia, resultante da aceleração do centro de massa do sistema;
- b) A força relativa à rigidez do eixo à flexão (sua elasticidade transversal) em combinação com as forças relativas à rigidez dos apoios;
- c) Forças de amortecimento ou dissipativas;
- d) Força periódica (centrífuga).

As equações de movimento podem ser encontradas de acordo com a segunda lei de Newton, descrita como:

$$\sum F = m\ddot{x} \rightarrow -kx - c\dot{x} + F_0 \sin(\Omega t) = m\ddot{x}, \quad (4.1)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin(\Omega t). \quad (4.2)$$

A equação (4.2) descrita é utilizada para solução de problemas de vibrações forçadas, por meio de forçamento harmônico. Para problemas de desbalanceamento de uma máquina rotativa, define-se a força centrífuga como o produto da massa desbalanceada pela aceleração centrífuga.

$$F_0 = m_0(e\Omega^2). \quad (4.3)$$

Portanto:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_0e\Omega^2\text{sen}(\Omega t). \quad (4.4)$$

Para continuar explorando a solução e resultado da resposta harmônica do sistema rotor desbalanceado, é preciso determinar quais serão os parâmetros equivalentes utilizados no sistema para rigidez, amortecimento e massa.

Adota-se um rotor com características simples, porém representativas e suficientes para verificar a resposta do sistema à adaptação do mancal, visualizando sua real funcionalidade. Um modelo que guarda muitas das características de um sistema complexo, apesar de aparente simplicidade, é o modelo do rotor de Jeffcott, também conhecido como rotor De Laval (ISHIDA e YAMAMOTO, 2012). O modelo consiste em um eixo flexível com disco único central e rígido suportado por dois mancais também rígidos. O disco apresenta um desbalanceamento descrito por sua excentricidade e , em circunstâncias como essa, o centro de massa não coincide com o centro geométrico do disco, como retratado anteriormente.

O rotor de Jeffcott é suficiente para analisar o surgimento de velocidades críticas em rotores com um disco desbalanceado, principalmente as velocidades críticas de menor valor (ADAMS, 2010). Buscando a melhoria no modelo matemático do problema, modifica-se o rotor de Jeffcott adicionando flexibilidade aos mancais que apoiam o rotor, ou seja, assumindo um elemento de rigidez de valor finito ao sistema manifestado pelos mancais, vide Fig. (4.1). Portanto, é necessário elaborar um modelo que proporcione a rigidez equivalente do mancal adaptativo e verificar, através da alteração da rigidez do mancal, a mudança de velocidade crítica do sistema desbalanceado como um todo.

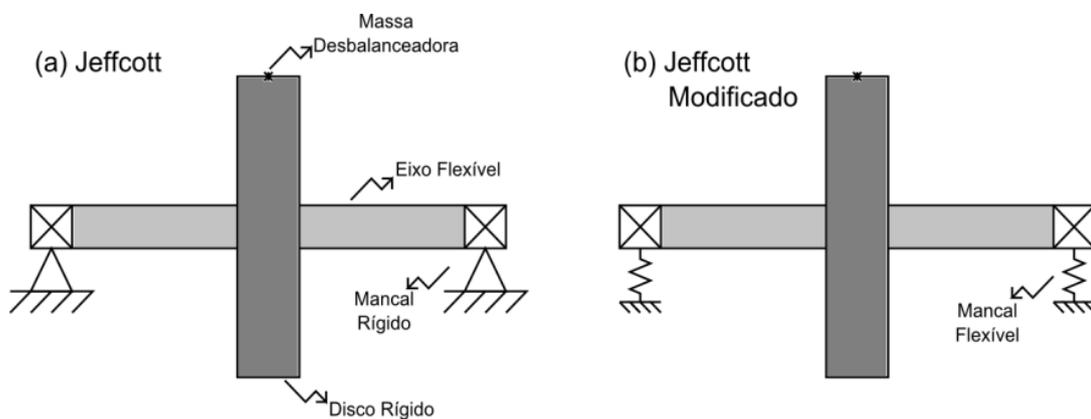


Figura 4.1. Modelo de rotor: (a) Jeffcott e (b) Jeffcott modificado.

4.2 O ROTOR DE JEFFCOTT E O CÁLCULO DA VELOCIDADE CRÍTICA

Um método clássico utilizado para constatar a velocidade crítica de um sistema rotativo é o rotor de Jeffcott, modelado em 1919. Jeffcott elaborou seu modelo antes mesmo do desenvolvimento atual de análises modais presentes no estudo de vibrações mecânicas. Por ser um método relativamente

descomplicado de calcular a primeira frequência natural de um sistema rotor e, por consequência, sua velocidade crítica, ainda é usado e melhor aperfeiçoado com algumas modificações (MUSZYNSKA, 2005).

O rotor de Jeffcott determina as equações de movimento de um rotor isotrópico, com eixo flexível e apoios perfeitamente rígidos, além de um disco localizado equidistante entre os apoios. A frequência natural estimada é proveniente da vibração lateral da estrutura (também chamada de vibração transversal, ou orbital em eixos rotativos) que costuma ser a mais baixa das frequências naturais de uma viga ou eixo bi-apoiado, em seu primeiro modo de vibração. Normalmente, a vibração transversal tem frequência natural mais baixa que as vibrações axiais ou torsionais ao eixo. Por ser um rotor isotrópico, a Eq. (4.4) pode expressar as equações de movimento do rotor de Jeffcott para qualquer direção radial ao eixo. A disposição citada permite análises em apenas um grau de liberdade, ou em dois graus de liberdade relacionados em um plano cartesiano com auxílio de números complexos (MUSZYNSKA, 2005; ADAMS, 2010).

Para o rotor de Jeffcott, define-se a massa do sistema como a massa do disco, a rigidez equivalente refere-se à rigidez de um eixo bi-apoiado em flexão (definido em cálculos de resistência dos materiais) e negligencia-se o amortecimento do sistema. É comum solucionar problemas de parâmetros concentrados com conceitos de massa equivalente, dando uma porção da massa do eixo ao sistema equivalente somado à massa concentrada presente, designado pelo disco para o caso de um sistema rotor. Encontram-se as formulações de massa equivalente e rigidez equivalente de um eixo feito de aço e bi-apoiado em mancais, segundo a resistência dos materiais (BOTTEGA, 2006; RAO, 2008).

$$M_{eq} = M_{disco} + 0,5 m_{eixo}, \quad (4.5)$$

$$k_{eixo} = \frac{48 E_{aço} I}{L^3}, \quad (4.6)$$

onde o momento de inércia de área de um eixo circular maciço é dado por:

$$I = \frac{\pi d^4}{64}. \quad (4.7)$$

Tabela 4.1. Dados de um eixo feito em aço, segundo dados de Bhadeshia e Honeycombe (2006) e Shigley *et al.* (2006).

	Símbolo	Valor Numérico
Densidade do aço	ρ	7850 kg/m ³
Módulo de Elasticidade do aço	$E_{aço}$	210 × 10 ⁹ N/m ²

Com os dados do eixo maciço feito de aço, definindo sua geometria (comprimento e diâmetro), tem-se a massa do eixo:

$$m_{eixo} = \frac{\rho L \pi d^2}{4}. \quad (4.8)$$

Segundo Adams (2010), existem considerações importantes sobre amortecimento de um sistema rotor, que incluem uma aproximação acurada no cálculo das frequências naturais de um sistema. Interpreta-se fator de amortecimento como um fator adimensional que define o coeficiente de amortecimento de um sistema de forma crítica:

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \quad (4.9)$$

Para aplicações típicas de estruturas metálicas, onde o fator de amortecimento pode alcançar valores de 0,1, o desprezo do amortecimento dá boa estimativa das frequências naturais do sistema, resultando em erros de 0,5% do valor da frequência natural amortecida (ADAMS, 2010).

Por fim, tem-se a equação final de movimento do rotor de Jeffcott:

$$M_{eq}\ddot{x} + k_{eixo}x = m_0e\Omega^2\text{sen}(\Omega t). \quad (4.10)$$

Define-se a frequência natural não amortecida de um sistema massa-mola como a frequência intrínseca ao sistema onde a amplitude de vibração é máxima. Para um sistema de amortecimento tendendo a zero, pode-se afirmar que existe uma velocidade crítica quando a velocidade de operação da máquina se iguala a alguma frequência natural do sistema. Para o caso da primeira frequência natural do rotor de Jeffcott, considerando a rigidez do sistema rotor como a rigidez do eixo à flexão, tem-se:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M_{eq}}}. \quad (4.11)$$

É habitual, no âmbito de máquinas rotativas, expressar a velocidade crítica em rotações (ciclos) por minuto:

$$f_{n,rpm} = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{eq}}{M_{eq}}}. \quad (4.12)$$

4.2.1 O ROTOR DE JEFFCOTT MODIFICADO

Naturalmente, considera-se perfeitamente rígido todo e qualquer apoio presente em eixos rotativos na abordagem de Jeffcott. Tal consideração pode definir uma rigidez equivalente para o sistema rotativo que escapa da realidade, porém, apesar de não representar um valor numérico exato, a consideração pode ser suficiente para solucionar problemas práticos de vibração em máquinas rotativas, uma vez que se busca fabricar mancais de sustentação rígidos o suficiente. Em outras

palavras, a ordem de grandeza da rigidez de um mancal convencional costuma ser muito maior que a ordem de grandeza da rigidez do eixo rotativo em flexão.

A abordagem do rotor de Jeffcott pode ser modificada ao considerar que os suportes do eixo possuem um elemento de rigidez, vide Fig. (4.1). Observa-se que um eixo apoiado em mancais de rigidez mais baixa que a sua rigidez em flexão gera modos de vibração que tendem ao comportamento dinâmico de uma haste rígida apoiada em molas.

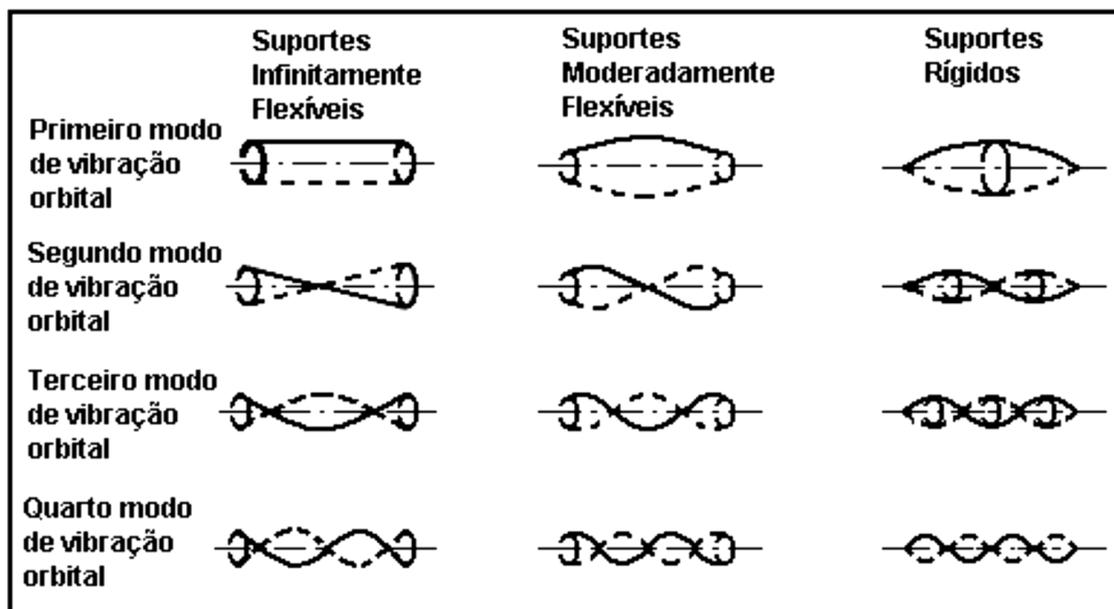


Figura 4.2. Modos de vibração orbital de um eixo bi-apoiado em suportes isotrópicos (COTA, 2008).

Buscando investigar a mudança na velocidade crítica do sistema por alteração na rigidez do mancal, considera-se apenas o primeiro modo de vibração para validar a concepção de mancal utilizado. Visto que o primeiro modo de vibração é pouco influenciado pelo efeito giroscópico e o disco recebe uma fraca contribuição do acoplamento entre o movimento de translação e rotação do disco, a Eq. (4.13) abaixo descreve o problema (FRISWELL *et al.*, 2010). A nova equação é apenas uma alteração na Eq. (4.10) incluindo a rigidez equivalente do sistema, que conecta a rigidez radial dos mancais à rigidez flexural do eixo, em associação em série.

$$M_{eq}\ddot{x} + K_{eq}x = m_0e\Omega^2\text{sen}(\Omega t). \quad (4.13)$$

Associações em paralelo de rigidez significam que as molas realizam a mesma deflexão ao ser combinadas, e resultam em uma rigidez equivalente determinada pelo somatório das rigidezes da associação. Associações em série de rigidez somam deflexões entre as molas da associação, quando se aplica uma força de tração ou compressão a elas, isso significa que a mola menos rígida tende a ter uma deflexão maior para casos de deflexão em série, vide Fig. (4.3) (BEER *et al.*, 1991; BOTTEGA, 2006). Isso explica porque existe uma associação em série entre a rigidez radial dos mancais com a rigidez flexural do eixo, onde os mancais associam-se em paralelo.

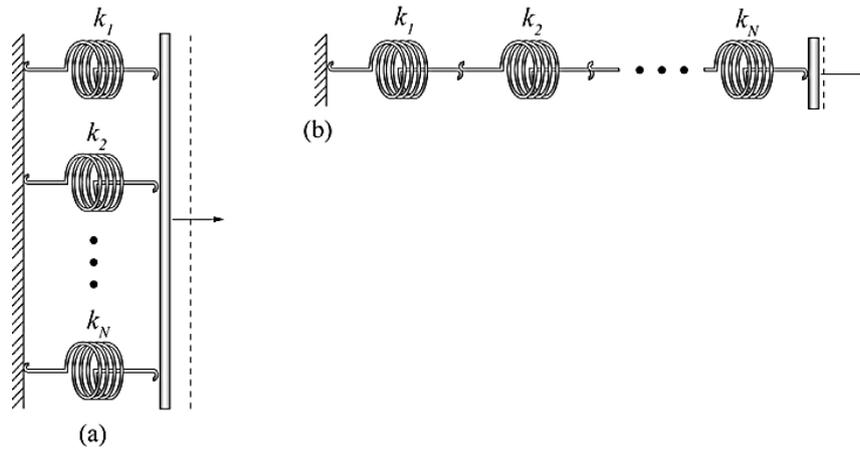


Figura 4.3. Associações de rigidez: (a) em paralelo e (b) em série (BOTTEGA, 2006).

Finalmente, segundo a Fig. (4.4), temos o modelo de parâmetros concentrados do problema em questão. Adiante, verifica-se como a rigidez equivalente do sistema rotor se altera explorando as transformações de fase do material com memória de forma embutido no mancal adaptativo apresentado. O modelo massa-mola proposto é dado pela Eq. (4.13) com rigidez equivalente dada pela Eq. (4.14), associando os mancais e o eixo.

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{2 \times k_{mancal}} + \frac{1}{k_{eixo}} \rightarrow K_{eq} = \frac{(2k_{mancal})(k_{eixo})}{2k_{mancal} + k_{eixo}}. \quad (4.14)$$

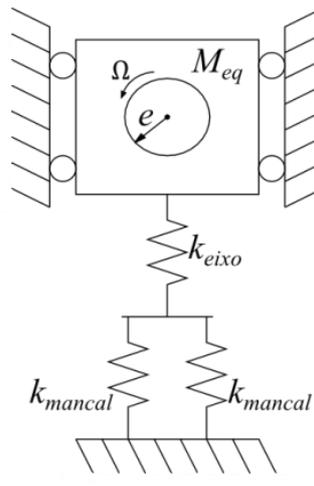


Figura 4.4. Modelo massa-mola considerado na concepção.

4.3 CÁLCULO DA RIGIDEZ DO MANCAL

A primeira consideração marcante no cálculo da rigidez do mancal proposto é associação existente entre a rigidez de cada um de seus componentes em série, conforme Eq. (4.15). Busca-se estimar uma rigidez para o mancal que determine com coerência a rigidez equivalente, sendo necessárias algumas considerações relevantes. Considera-se um mancal composto por um rolamento, um elemento anelar separador, as pastilhas de SMA e a carcaça do mancal, conforme a Fig. (4.5).

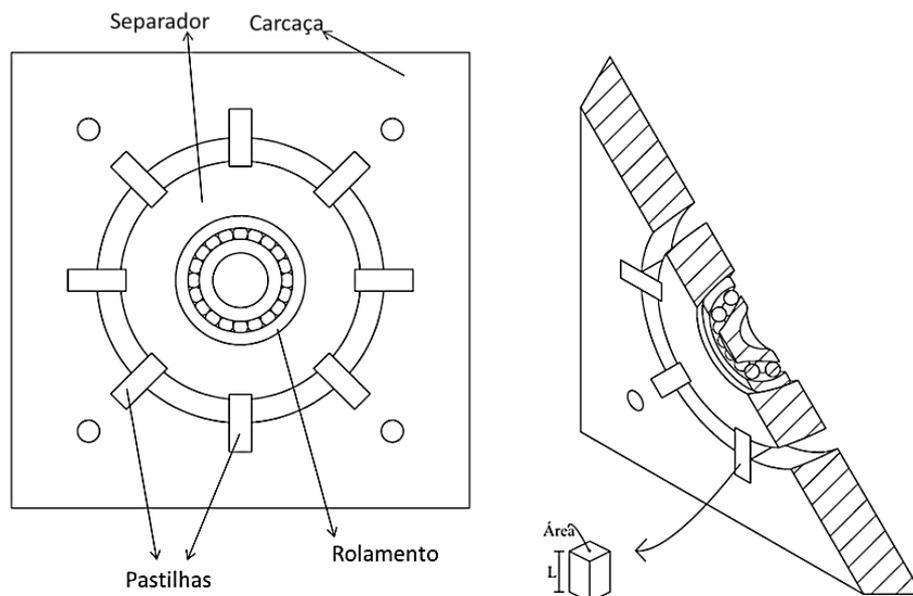


Figura 4.5. Concepção do mancal proposto com pastilhas prismáticas, vista frontal e isométrica em corte.

É importante ressaltar que a ordem de grandeza da rigidez do mancal que se busca determinar é crucial para o bom funcionamento da aplicação, isto é, a ordem de grandeza da rigidez de flexão do eixo e a ordem de grandeza da rigidez de seus mancais de suporte devem ser próximas e proporcionais.

$$\frac{1}{k_{\text{mancal}}} = \frac{1}{k_{\text{rolamento}}} + \frac{1}{k_{\text{separador}}} + \frac{1}{k_{\text{pastilhas}}} + \frac{1}{k_{\text{carcaça}}}. \quad (4.15)$$

Em mancais convencionais, a geometria da carcaça costuma ser anisotrópica, em outras palavras, a rigidez de um mancal convencional não apresenta mesmo valor em qualquer direção radial verificada. Máquinas rotativas usualmente apresentam suportes com rigidez na direção vertical superior à rigidez na horizontal (RIPPER, 2007). É comum considerar mancais de rolamento como isotrópicos, sendo uma forma de solução aceitável para este caso, não sendo satisfatória em mancais de filme fluido. Isso acontece pelo fato de que a rigidez de um rolamento costuma ser inferior a sustentação da carcaça projetada, assumindo que a fundação não apresenta folgas significativas. Admitir que o rolamento convencional é isotrópico e possui rigidez inferior ao resto do suporte é essencial para o desenvolvimento do mancal adaptativo em questão (ADAMS, 2010).

Ainda assim, a rigidez de flexão de eixos rotativos encontra-se habitualmente inferior à rigidez do rolamento do mancal, explicando o fato de que a consideração de mancal rígido nos métodos frequentes de cálculo de velocidades críticas é fundamental. Reforça-se a ideia de que a ordem de grandeza da rigidez dos elementos do sistema rotativo proposto são cruciais para estabelecer a deflexão do modo de vibração do eixo, em que a rigidez equivalente tende a convergir ao valor mais baixo de rigidez da associação em série, onde o elemento menos rígido tende a sofrer maior deflexão. Verifica-se na Eq. (4.16) a consideração apontada.

$$\frac{1}{k_{mancal}} = \frac{1}{k_{rolamento}} + \frac{1}{k_{pastilhas}} \rightarrow k_{mancal} = \frac{k_{rolamento}k_{pastilhas}}{k_{rolamento}+k_{pastilhas}}. \quad (4.16)$$

As pastilhas de SMA têm importante função no mancal adaptativo, porque precisam receber maior parte da deflexão e designar uma rigidez inferior aos outros elementos do mancal proposto. Para uma estimativa inicial, considera-se um mancal com pastilhas prismáticas de seção transversal constante.

A concepção de uma pastilha em formato prismático gera uma rigidez conhecida de prismas mecânicos de seção transversal constante, de valor dado na Eq. (4.17), que é função do módulo de elasticidade da pastilha, da área transversal e seu comprimento, conforme já descrito na Eq. (3.1) (RAO, 2008).

$$k_{pastilha} = \frac{EA}{L}. \quad (4.17)$$

A diferença no módulo de elasticidade explorado na transformação de fase de ligas com memória de forma induzidas por temperatura justifica uma alteração na rigidez da pastilha, portanto, exibe-se uma rigidez para a pastilha em fase martensita e austenita.

$$k_{pastilha,M} = \frac{E_M A}{L}, \quad (4.18)$$

$$k_{pastilha,A} = \frac{E_A A}{L}. \quad (4.19)$$

É oportuno verificar o número de pastilhas presentes no projeto do mancal adaptativo. Concebe-se um mancal com n pastilhas igualmente distribuídas pelo contorno do mancal, cada qual com seu elemento de rigidez dado pela Eq. (4.17).

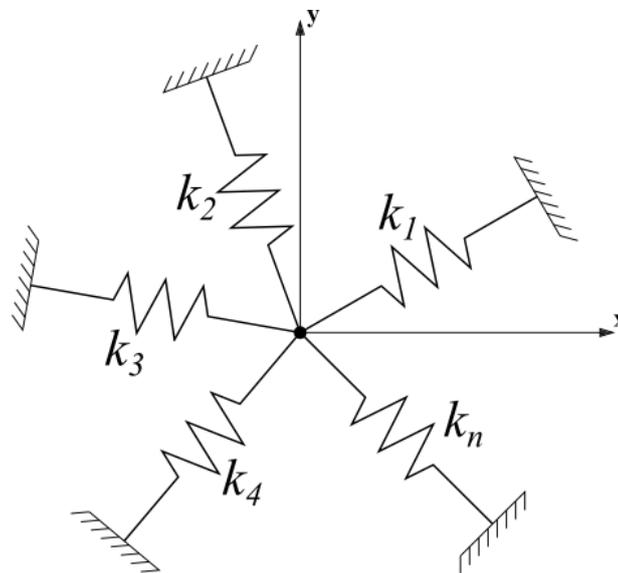


Figura 4.6. Orientação das n pastilhas embutidas no mancal

Considera-se um conjunto de pastilhas dispostas conforme a Fig. (4.6), com um elemento pontual centralizado a ser imposto a se mover em uma das direções radiais, a direção x , proposto por Seto (1977). O elemento pontual, caracterizado pelo eixo da máquina, se desloca de sua posição de

equilíbrio estático durante a vibração, deformando X , conforme Fig. (4.7), onde cada pastilha é representada por uma mola.

A pastilha com rigidez k_1 é deslocada $X \cos \theta_1$, e representa sua contribuição no deslocamento do eixo. Portanto, a componente de força dessa pastilha é $k_1(X \cos \theta_1) \cos \theta_1$. De forma semelhante, as componentes de força para cada uma das n pastilhas presentes no mancal adaptativo são: $k_1(X \cos \theta_1) \cos \theta_1, k_2(X \cos \theta_2) \cos \theta_2, \dots, k_n(X \cos \theta_n) \cos \theta_n$.

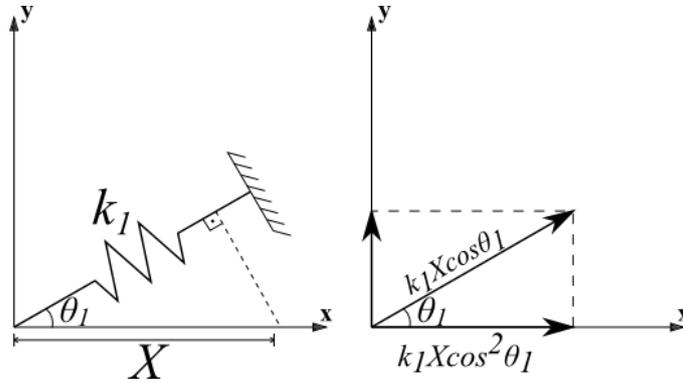


Figura 4.7. Deflexão X do eixo e contribuição de uma pastilha para a força resultante

A proposição significa que cada pastilha contribui para a força resultante, com seu valor de rigidez, conforme Eq. (4.20):

$$(k_1 \cos^2 \theta_1 + k_2 \cos^2 \theta_2 + \dots + k_n \cos^2 \theta_n)X = (k_{pastilhas})X. \quad (4.20)$$

Como o eixo é analisado em uma direção radial, escolhida como x , o eixo é obrigado a se mover nesse sentido, gerando um problema com apenas um grau de liberdade, a ser analisado pelo primeiro modo de vibração, de simples translação do disco pela direção x , antes visto na Fig. (4.4). A proposição estima a contribuição da rigidez das pastilhas ao mancal, lembrando que as pastilhas podem estar em fase martensita ou austenita, alterando sua rigidez, principal característica explorada pelo mancal proposto.

4.4 VARIAÇÃO DA VELOCIDADE CRÍTICA E AMPLITUDE DE VIBRAÇÃO

Tendo em vista cada uma das seções anteriores, infere-se um modelo matemático para o problema de dinâmica de rotores com mancais adaptativos baseados em pastilhas de SMA. Define-se a equação do movimento pela Eq. (4.13) e calcula-se a velocidade crítica do sistema pela Eq. (4.12). Resta verificar as amplitudes de vibração equivalentes do sistema. Para isso, considera-se a solução homogênea do problema de vibração forçada harmônica, gerando a amplitude de vibração dada abaixo pela Eq. (4.21) (ADAMS, 2010; KELLY, 2012).

$$X = \frac{\left(\frac{m_0}{M_{eq}}\right)er^2}{[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]^{0.5}}, \quad (4.21)$$

onde r é a razão de frequências, dada por:

$$r = \Omega/\omega_n. \quad (4.22)$$

Percebe-se que a equação dada considera um valor de fator de amortecimento adimensional, que foi anteriormente negligenciado para uma análise inicial e estimativa da frequência natural não amortecida. Planeja-se analisar a amplitude de vibração do problema proposto para uma família de fatores de amortecimento coerentes para estruturas metálicas, verificando real alteração na amplitude de vibração ao modificar a estrutura cristalina das pastilhas de SMA e, por conseguinte, mudança na rigidez equivalente do sistema. Define-se na Eq. (4.23) a frequência natural para os casos amortecidos.

$$\omega_d = \omega_n \left(\sqrt{1 - \xi^2} \right). \quad (4.23)$$

Por fim, ao calcular os parâmetros de rigidez e massa do sistema rotor, a velocidade crítica é variada conforme o mancal muda de rigidez por mudança de fase de suas pastilhas. Estipulando um fator de amortecimento, infere-se a diminuição de amplitude de vibração do sistema.

A histerese do material com memória de forma pode auxiliar no amortecimento do sistema, útil em controle de vibrações. É mais comum verificar a histerese no fenômeno da pseudoelasticidade nas SMA, conforme se vê na Fig. (4.8), a energia total gasta do sistema representada pela área OABGO e dissipada em OABDEF (LING *et al.*, 2015; CARVALHO, 2014; SOUL, 2007).

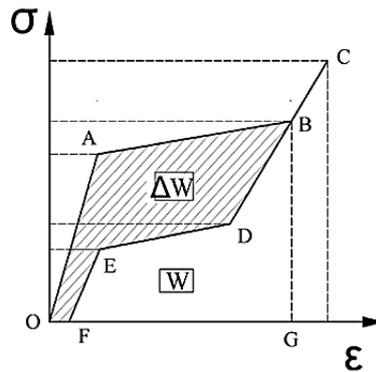


Figura 4.8. Histerese durante o fenômeno de pseudoelasticidade (LING *et al.*, 2015).

Normalmente, para o cálculo do fator de amortecimento é preciso caracterizar experimentalmente a dissipação de energia obtida em um ciclo de carga e alívio (SIMEÃO, 2010). Para a aplicação do mancal em questão, o fenômeno da pseudoelasticidade não é interessante, uma vez que irá alterar as propriedades de módulo de elasticidade e, portanto, de rigidez, por alterar a fase cristalina do material, apesar de apresentar condições favoráveis e vantajosas de amortecimento. Então, o amortecimento do sistema seria definido pelo ciclo de histerese por variação cíclica de temperatura compreendendo as temperaturas características termoelásticas das SMA, todavia a concepção de mancal não busca um ciclo térmico, mas um caminho direto ou inverso único de transformação martensítica, alterando as propriedades de rigidez do sistema rotor de forma definitiva e permanente.

4.5 INSERÇÃO DO MODELO PROPOSTO POR BRINSON

O modelo proposto por Brinson (1993) é uma evolução do modelo proposto por Liang e Rogers (1990) que aborda o comportamento macroscópico de ligas com memória de forma, aproximando a uma mistura de fases com características microestruturais já definidas. A variável chave para esses modelos é a fração volumétrica de material em determinada fase cristalográfica, para o caso, β define a fração volumétrica de martensita das pastilhas de SMA.

Algumas propriedades de materiais com memória de forma, tais como a entropia específica do material, energia interna e coeficiente de expansão térmica, são funções da fração volumétrica de martensita, por uma relação linear de regra das misturas. Da mesma forma, define-se o módulo de elasticidade equivalente do material na Eq. (4.24) (BRINSON, 1993):

$$E(\beta) = E_A + \beta(E_M - E_A). \quad (4.24)$$

Nota-se que para $\beta = 1$, trata-se de um volume de material completamente em fase martensítica, por outro lado, para $\beta = 0$, o volume de material se encontra totalmente na fase austenita. Esses dois valores representam os limites inferior e superior das transformações de SMA e definem os estados verificados anteriormente na modelagem. Ainda, perceba que para $\dot{\beta} > 0$ o material percorre uma transformação martensítica direta, e $\dot{\beta} < 0$ define a transformação reversa (de martensita para austenita).

Brinson (1993) separa a variável β em duas partes. A componente β_T simboliza a contribuição de fração de martensita induzida puramente por mudança temperatura, já β_s denota a fração de martensita induzida puramente por tensão, vide Eq. (4.25).

$$\beta = \beta_T + \beta_s. \quad (4.25)$$

Alguns parâmetros das SMA são definidos para utilizar o modelo proposto, são parâmetros intrínsecos da liga, vide Fig. (4.9).

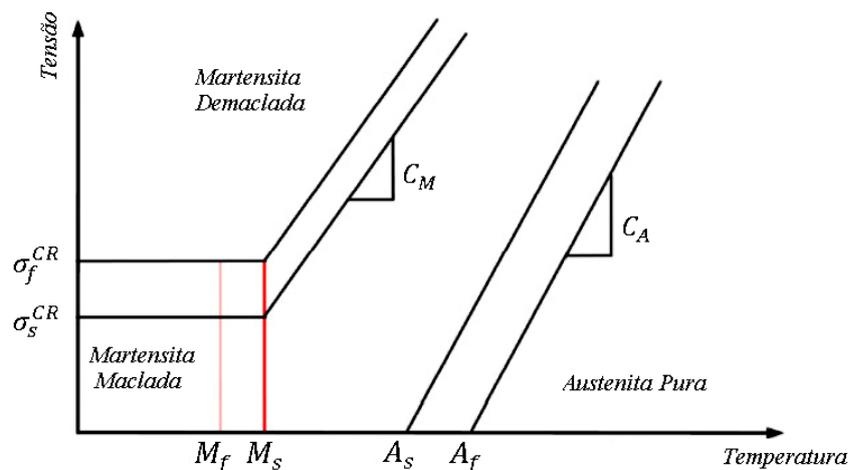


Figura 4.9: Relação entre tensão e temperatura para o modelo de Brinson (SAYYAADI *et al.*, 2012).

Os parâmetros C_M e C_A são obtidos pela relação entre a tensão crítica de transformação e a temperatura e determinam a influência da tensão na temperaturas termoelásticas características da liga, em MPa/K . Os parâmetros σ_s^{CR} e σ_f^{CR} definem as tensões críticas no começo e no final, respectivamente, da conversão de variantes martensíticas. As temperaturas de transformação de fase e módulos de elasticidade nos limites de transformação também são definidos. Brinson (1993) utiliza da equação cinética cossenoidal proposta por Liang e Rogers (1990), para os casos citados a seguir:

Transformação martensítica, para $\sigma_s^{CR} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{CR} + C_M(T - M_s)$ e $T > M_s$:

$$\beta_S = \frac{1 - \beta_{S0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{CR} - \sigma_f^{CR}} [\sigma - \sigma_f^{CR} - C_M(T - M_s)] \right\} + \frac{1 + \beta_{S0}}{2}, \quad (4.26)$$

$$\beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1 - \beta_{S0}} (\beta_S - \beta_{S0}). \quad (4.27)$$

Transformação martensítica, para $\sigma_s^{CR} < \sigma < \sigma_f^{CR}$ e $T < M_s$:

$$\beta_S = \frac{1 - \beta_{S0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{CR} - \sigma_f^{CR}} (\sigma - \sigma_f^{CR}) \right\} + \frac{1 + \beta_{S0}}{2}, \quad (4.28)$$

$$\beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1 - \beta_{S0}} (\beta_S - \beta_{S0}) + \Delta T, \quad (4.29)$$

onde:

$$\Delta T = \begin{cases} \frac{1 - \beta_{T0}}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{M_s - M_f} (T - M_f) \right] + 1 \right\} & \text{se } M_f < T < M_s \text{ e } T < T_0; \\ 0 & \text{do contrário.} \end{cases} \quad (4.30)$$

Transformação reversa, para $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$ e $T > A_s$:

$$\beta_S = \frac{\beta_{S0}}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{A_f - A_s} \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\}, \quad (4.31)$$

$$\beta_T = \frac{\beta_{T0}}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{A_f - A_s} \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\}. \quad (4.32)$$

As frações de martensita com índice 0 (β_{T0} e β_{S0}) representam as condições iniciais da pastilha, imediatamente antes das transformações, quando induzidas por temperatura e tensão. Abaixo de M_f , garante-se que o material se encontra 100% em fase martensítica ($\beta = 1$).

Para o caso proposto do mancal, tem-se uma tensão variável descrita pelo desbalanceamento do sistema rotor, também descrita por uma função trigonométrica, função do tempo, conforme visto anteriormente. A tensão em uma pastilha é, portanto:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{m_0 e \Omega^2 \text{sen}(\Omega t)}{A}. \quad (4.33)$$

Onde a tensão inicial, σ_0 , é dada particularmente pela pré-carga exercida na pastilha, definindo a linha média da função, que oscila entre $\sigma_0 \pm \frac{m_0 e \Omega^2}{A}$.

4.6 MODELAGEM EM QUATRO GRAUS DE LIBERDADE

Expandindo a modelagem para mais graus de liberdade, procura-se elaborar um modelo que englobe as equações de movimento de discos rígidos suportados por mancais flexíveis. Com o valor de rigidez calculada pelos mancais adaptativos, tem-se, com o auxílio do Anexo II, as equações de movimento para o disco, sem amortecimento e em solução homogênea, ou seja, sem considerar, a priori, a força excitadora proveniente do desbalanceamento:

$$M_{disco}\ddot{x} + k_{xx}x + k_{x\theta}\theta = 0, \quad (4.34)$$

$$M_{disco}\ddot{y} + k_{yy}y + k_{y\varphi}\varphi = 0, \quad (4.35)$$

$$I_d\ddot{\varphi} + I_p\Omega\dot{\theta} + k_{\varphi y}y + k_{\varphi\varphi}\varphi = 0, \quad (4.36)$$

$$I_d\ddot{\theta} - I_p\Omega\dot{\varphi} + k_{\theta x}x + k_{\theta\theta}\theta = 0, \quad (4.37)$$

onde I_d define o momento de inércia diametral em torno dos eixos x e y em kgm^2 , direções radiais ao disco. I_p é o momento polar de inércia em torno do eixo z em kgm^2 , direção axial.

$$I_d = \frac{M_{disco}D^2}{16} + \frac{M_{disco}h^2}{12}, \quad (4.38)$$

$$I_p = \frac{M_{disco}D^2}{8}. \quad (4.39)$$

Perceba que essa abordagem incorpora os efeitos giroscópicos do disco rígido. Aqui considera-se $M_{disco} = M_{eq}$, na suposição de massa do eixo muito inferior ao disco. As equações acima descritas seguem a convenção de direções da Fig. (4.10).

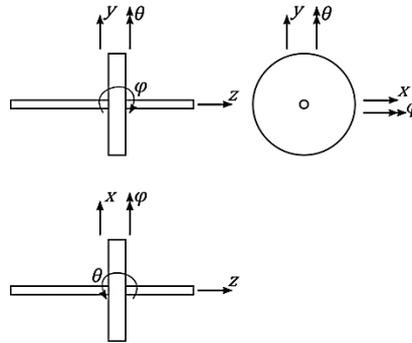


Figura 4.10. Convenção adotada de coordenadas.

Para mancais isotrópicos, os valores de rigidez na translação são iguais, assim como rotação do disco e acoplamento entre a translação e a rotação, ou seja, da Eq. (4.34) até a Eq. (4.37) tem-se:

$$M_{disco}\ddot{x} + k_Tx + k_{acoplamento}\theta = 0, \quad (4.40)$$

$$M_{disco}\ddot{y} + k_Ty + k_{acoplamento}\varphi = 0, \quad (4.41)$$

$$I_d\ddot{\varphi} + I_p\Omega\dot{\theta} - k_{acoplamento}y + k_R\varphi = 0, \quad (4.42)$$

$$I_d\ddot{\theta} - I_p\Omega\dot{\varphi} + k_{acoplamento}x + k_R\theta = 0. \quad (4.43)$$

Segundo Friswell *et al.* (2010), as raízes positivas do par de polinômios da Eq. (4.44) abaixo pode proporcionar as frequências naturais não amortecidas do sistema. Perceba a dependência da velocidade de operação do rotor para calcular as frequências naturais.

$$\omega_n^4 \mp \left(\frac{I_p}{I_d}\right) \Omega \omega_n^3 - \left(\frac{k_R}{I_d} + \frac{k_T}{m}\right) \omega_n^2 \pm \left(\frac{k_T I_p}{m I_d}\right) \Omega \omega_n + \frac{k_R k_T - k_{acoplamento}^2}{m I_d} = 0. \quad (4.44)$$

Portanto, com os valores de rigidez transversal, rotacional e de acoplamento é possível calcular as frequências naturais do sistema em quatro graus de liberdade. De fato, a análise preliminar em apenas um grau de liberdade é capaz de verificar bem a resposta do sistema durante o controle de vibração com pastilhas de SMA, já que verifica o primeiro modo de vibração, condizente com a primeira e mais baixa frequência natural do sistema. Exceto casos em que o disco possui momentos de inércia (polar e diametral) muito elevados, os valores de frequência menor podem ser detectados nos graus de liberdade de rotação, mas são situações incomuns (MUSZYNSKA, 2005).

A análise em quatro graus de liberdade permite analisar a resposta de sistemas rotores em diversas configurações, vide Anexo II, não se limitando a uma configuração de disco centralizado igualmente espaçado entre mancais.

5 ANÁLISE DO MODELO

Neste capítulo o modelo matemático proposto é verificado e validado, analisando alterações de rigidez, velocidade crítica e amplitude de vibração de sistemas rotativos.

5.1 EIXOS APOIADOS EM MANCAIS RÍGIDOS

A consideração do modelo de rotor de Jeffcott introduz apoios rígidos e isotrópicos, o que significa que a velocidade crítica, ou frequência natural do sistema, é dada pela Eq. (4.12) com parâmetros de massa descritos na Eq. (4.5) e rigidez na Eq. (4.6), livre de qualquer contribuição de deflexão no mancal, que é tido como perfeitamente rígido. Os parâmetros do eixo e disco são alterados de forma a verificar a influência do eixo na proposição de modelagem do projeto.

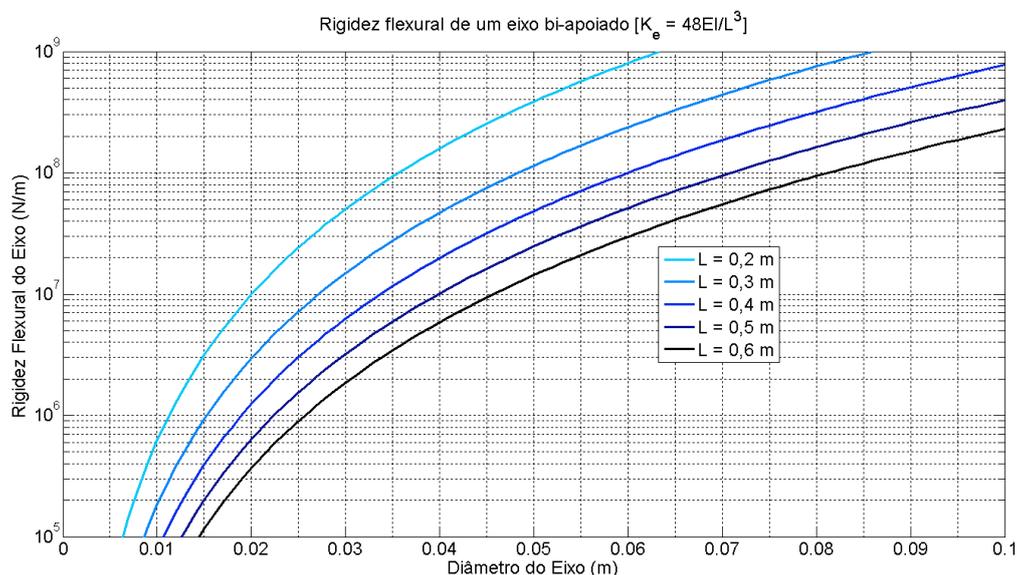


Figura 5.1. Gráfico da rigidez flexural de um eixo bi-apoiado em mancais rígidos.

Percebe-se que eixos longos e esbeltos tendem a ter rigidez à flexão mais baixa, vistos na Fig. (5.1). Ao analisar a Fig. (5.2), apreende-se que esses mesmos eixos tendem a ter problemas de velocidade de operação da máquina próxima à frequência natural do sistema, já que possuem velocidades críticas de valores mais baixos. Claramente, eixos robustos não passam por problemas de velocidade crítica tão facilmente, já que a velocidade de operação da máquina dificilmente chegaria perto da frequência natural do sistema, pela restrição de rotações por minuto de motores convencionais. Tal análise explica que a concepção a ser estudada é funcional em eixos rotativos com frequências naturais mais baixas, por consequência, eixos menos rígidos. Estabelecendo um limite de 6000 rpm, a interpretação se dará em eixos com rigidez em torno de 10^5 a 10^7 N/m de rigidez associada a flexão.

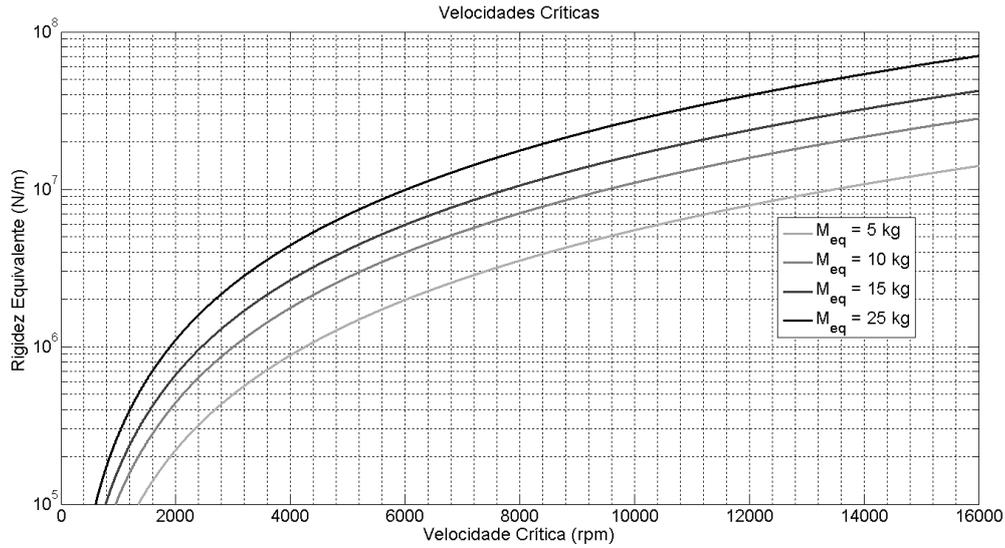


Figura 5.2. Gráfico das velocidades críticas de um sistema rotor.

5.2 EIXOS APOIADOS EM MANCAIS FLEXÍVEIS ADAPTATIVOS

A validação e funcionalidade do sistema de parâmetros concentrados do rotor referido na Fig. (4.4) se dá quando os suportes possuem rigidez moderada, de forma a representar deflexões próximas às deflexões do eixo. Em outras palavras, a ordem de grandeza de rigidez dos mancais deve ser compatível com a ordem de grandeza de flexão do eixo, conforme apresentado na Fig. (5.3). É possível verificar que a rigidez intrínseca a um dos mancais só será funcional ao sistema, ou seja, modificará a rigidez equivalente da máquina rotativa, quando apresentar rigidez semelhante à rigidez do eixo.

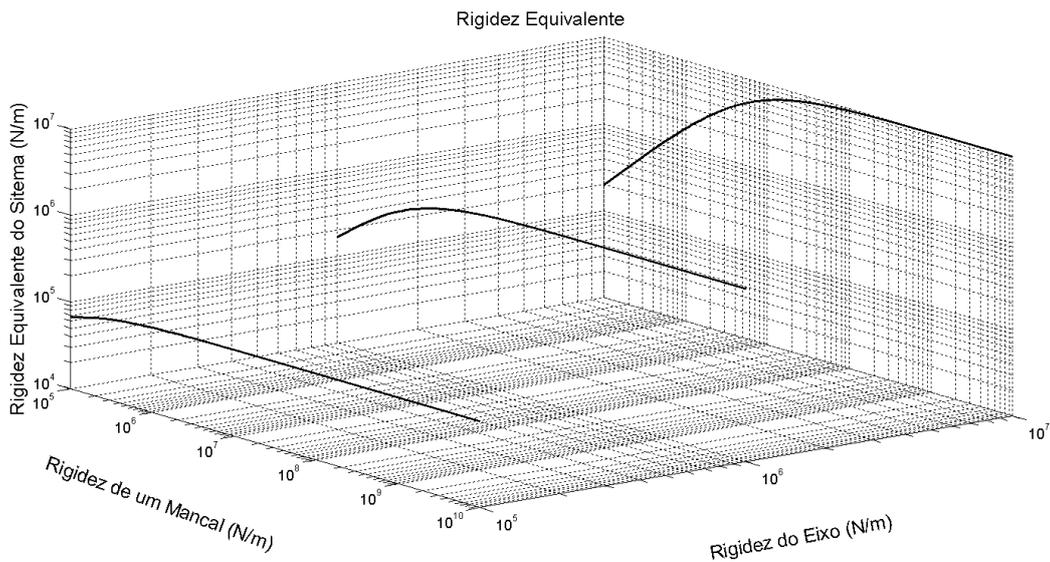


Figura 5.3. Gráfico da rigidez equivalente do sistema em função da rigidez de um mancal flexível e a rigidez de flexão do eixo apoiado.

Escolher mancais de rigidez inferior não é o mais indicado em um projeto de elementos de máquinas de um eixo rotativo usual, porém, busca-se introduzir ao mancal elementos de rigidez variável, propondo um mancal adaptativo capaz de alterar, em última instância, a rigidez do sistema como um todo e sua velocidade crítica característica.

5.3 ALTERAÇÃO DE RIGIDEZ DO MANCAL ADAPTATIVO PROPOSTO

Para calcular a rigidez de uma pastilha, verifica-se o estado cristalino da pastilha de SMA, assim como parâmetros geométricos, vistos na Eq. (4.17). Em martensita, por exemplo, pastilhas mais longas e de seção transversal pequena, tendem a retornar uma rigidez menor, vide Fig. (5.4), fato interessante para a concepção de projeto estudada. Cabe verificar se as dimensões da pastilha possibilitam a fabricação do mancal.

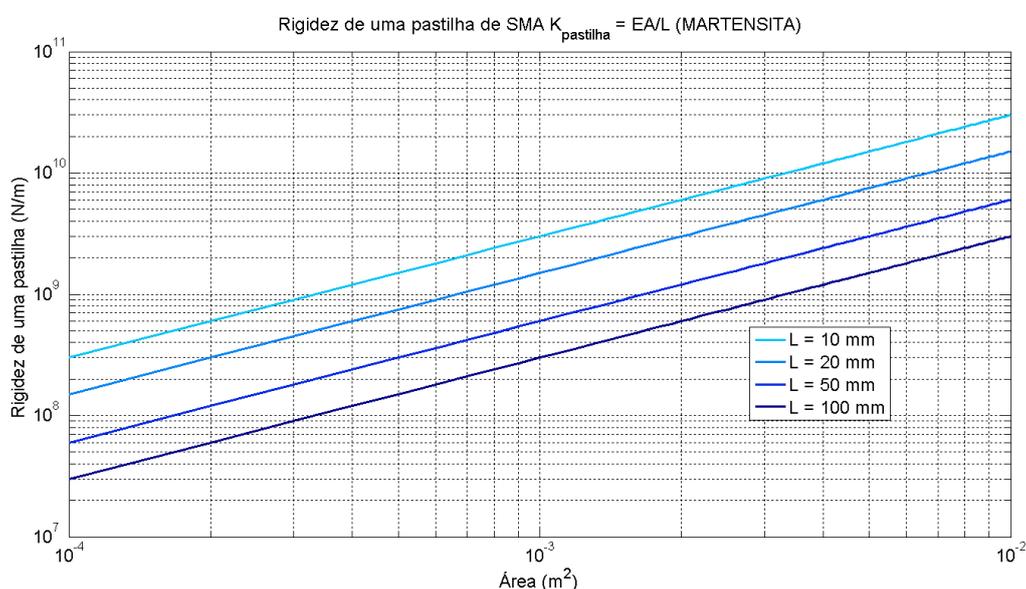


Figura 5.4. Gráfico de alteração da rigidez de uma pastilha unitária.

Ao alterar as pastilhas de martensita para austenita, verifica-se um salto de rigidez necessário para a funcionalidade da proposta, como se vê na Fig. (5.5). Conforme os estudos de Cross *et al.* (1969), os valores de entrada de módulo de elasticidade foram de $30 \times 10^9 N/m^2$ para a fase martensítica, e $75 \times 10^9 N/m^2$ para a fase austenítica das pastilhas com memória de forma, o que significa aumento de 2,5 vezes no módulo de elasticidade das pastilhas unitárias.

Tabela 5.1. Dados genéricos de ligas SMA utilizadas, segundo dados de Cross *et al.* (1969).

Fase Cristalina da SMA	Módulo de Elasticidade
Martensita (M)	$30 \times 10^9 N/m^2$
Austenita (A)	$75 \times 10^9 N/m^2$

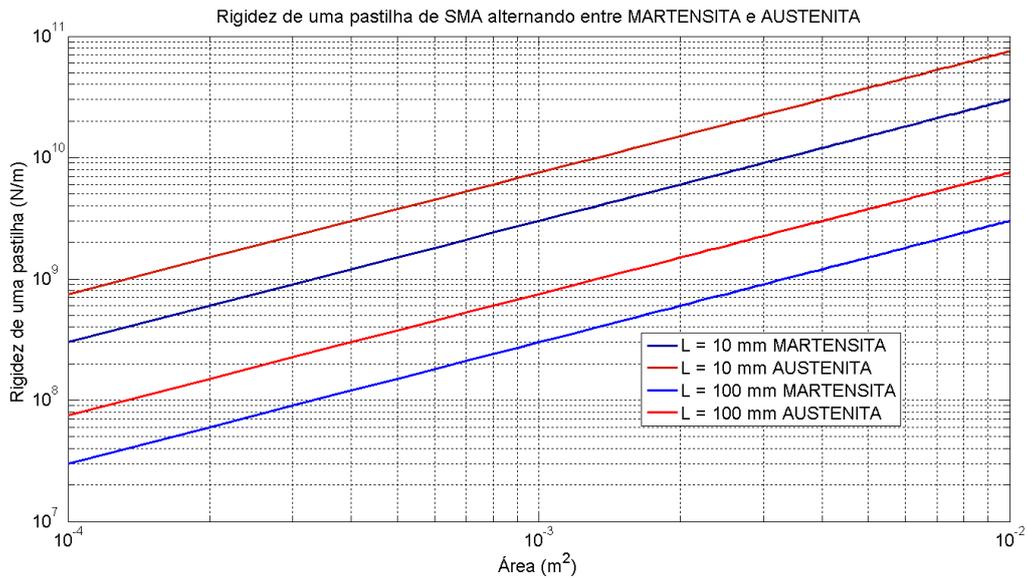


Figura 5.5. Rigidez de uma pastilha de SMA alternando entre martensita e austenita.

Por último, verifica-se a rigidez de um mancal como um todo, onde o valor de entrada de rigidez radial de um rolamento foi de $0,2 \times 10^9 N/m$, ponderando valores de artigos publicados para cálculo de rigidez de rolamentos de esferas (POLYDORO, 1995; KARLBERG, 2010; GUO e PARKER, 2012). Da Eq. (4.20), investiga-se o número de pastilhas presentes, alterando-as de fase martensita para austenita, como mostra a Fig. (5.6)

A pastilha selecionada com melhor rendimento, tendo em vista baixa rigidez e geometria consistente, tem seção transversal quadrada de 10 mm de lado, e 100 mm de comprimento. Verifica-se para este padrão de pastilha escolhida, mudança razoável de rigidez, para diferentes quantidades de pastilhas distribuídas pelo carcaça do mancal.

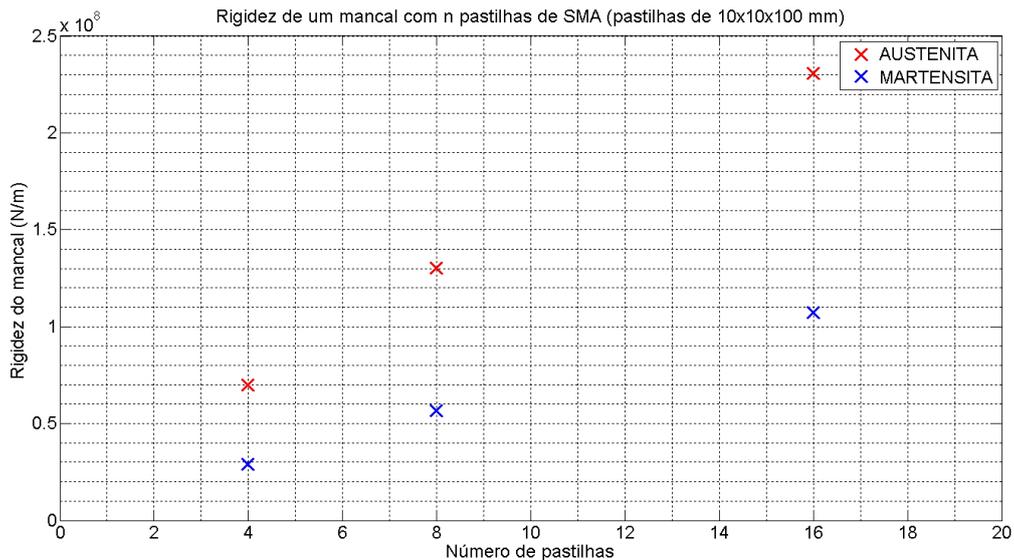


Figura 5.6. Rigidez de um mancal adaptativo com n pastilhas de SMA.

5.4 ALTERAÇÃO DE VELOCIDADES CRÍTICAS E AMPLITUDES

Otimiza-se a concepção com um número reduzido de pastilhas, com seção transversal pequena e comprimento longo. Esta seção irá verificar a validação do modelo para um mancal disposto por 8 pastilhas, inseridas na carcaça dos mancais de apoio do eixo. Suas dimensões são de 100 mm de comprimento e 10^{-4} m^2 de área transversal (equivalente a uma pastilha quadrada de 10 mm de lado).

Por conseguinte, verifica-se a modelagem para variados eixos. Alteram-se as geometrias do eixo, gerando diversas ocasiões de problemas com frequências naturais distintas. O diâmetro será a geometria a ser alterada no eixo, fixando seu comprimento em $0,4\text{ m}$. Independentemente da geometria alterada no eixo, bem como material escolhido para fabricá-lo, é importante que se leve em conta diferentes valores de rigidez de flexão do eixo. Para primeira análise, fixa-se a massa do disco em 25 kg , com uma excentricidade de $0,05\text{ m}$ e massa desbalanceadora de $0,1\text{ kg}$.

Inicialmente, verifica-se a mudança de amplitude de vibração para uma família de fatores de amortecimento possíveis para a proposta, ainda em fase martensítica. Para um eixo de 30 mm de diâmetro é verificada uma velocidade crítica de cerca de 4500 rpm com pastilhas em fase martensita, com amplitudes de vibração demonstradas na Fig. (5.7).

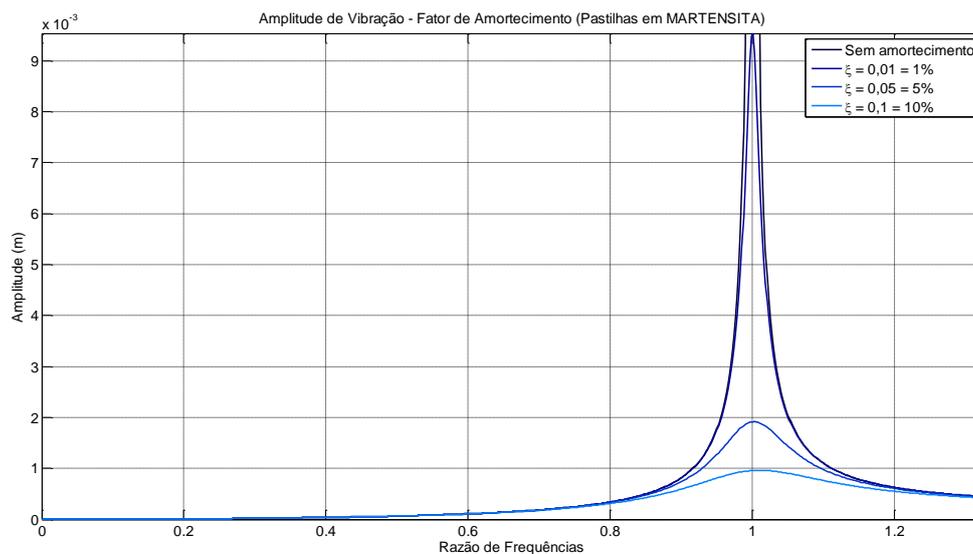


Figura 5.7. Amplitude de vibração para uma família de fatores de amortecimento.

Após esta análise antecedente, firma-se o fator de amortecimento do sistema em apenas 1% ($\xi = 0,01$). A escolha do fator de amortecimento é aleatória, buscando aproximar valores próximos de materiais metálicos, não significa qualquer alteração nas velocidades críticas não amortecidas analisadas, mas no valor da amplitude do problema, provado no gráfico da Fig. (5.7). É válido reiterar que o amortecimento é essencial para distinguir os valores de amplitude do sistema. Dessa forma, pode-se alterar a fase cristalina das ligas de SMA embutidas nos mancais e verificar real alteração nas amplitudes de vibração e velocidades críticas do sistema.

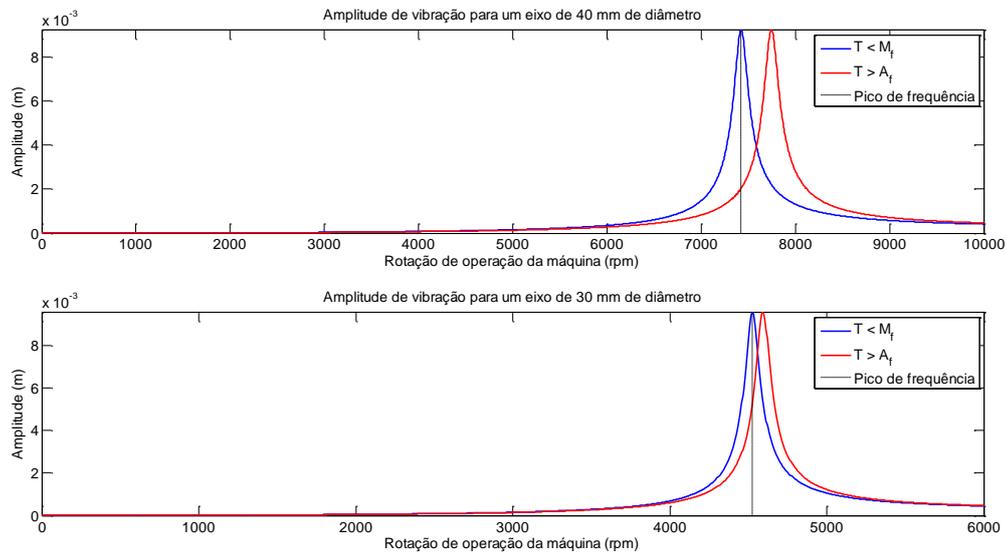


Figura 5.8. Amplitude de vibração para eixos de 40 mm e 30 mm de diâmetro.

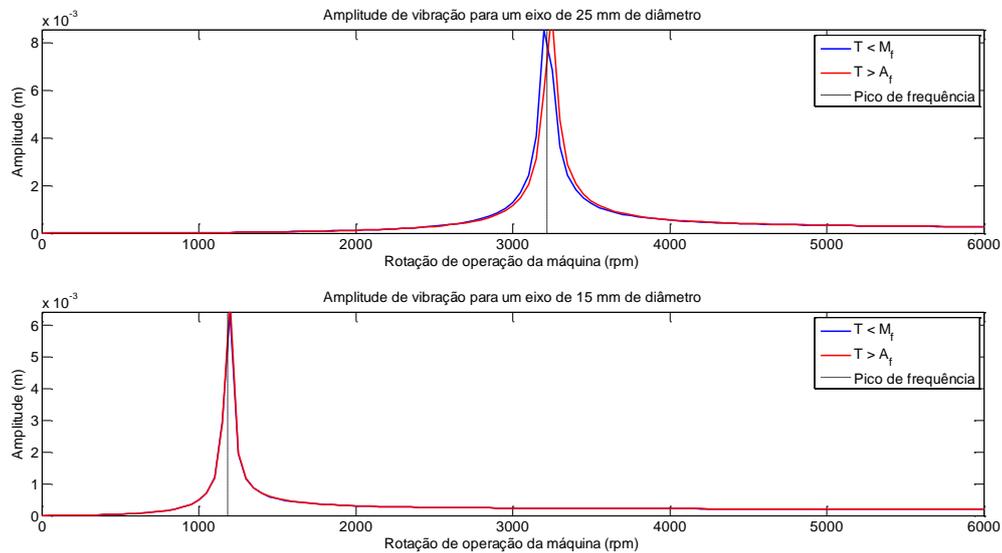


Figura 5.9. Amplitude de vibração para eixos de 25 mm e 15 mm de diâmetro.

Infer-se dos gráficos presentes na Fig. (5.8) e Fig. (5.9), que o mancal proposto é pouco funcional quando a rigidez de flexão do eixo é muito baixa, já que a amplitude de vibração se dá principalmente pela deflexão gerada pelo movimento orbital do eixo, vide Tab. (5.2).

Tabela 5.2. Alteração de velocidades críticas.

Diâmetro [m]	0,015	0,025	0,03	0,04
Velocidade Crítica (M) [rpm]	1185,8	3216,8	4525,7	7422,8
Velocidade Crítica (A) [rpm]	1186,9	3240,6	4593,5	7745,1
Aumento Percentual	0,1 %	0,7 %	1,5 %	4,3 %

Com isso, exemplifica-se um caso em que o mancal se torna funcional para uma esporádica aplicação, com dados presentes na Tab. (5.3) e resultados na Fig. (5.10). Todos os parâmetros utilizados e citados na atual seção do trabalho podem ser alterados em programação anexa via MATLAB® e verificadas em gráficos de amplitude por velocidade de operação. Casos em que o mancal se torna mais efetivo: pastilhas mais longas e com área transversal pequena; um número menor de pastilhas inseridas; massa de disco elevadas; eixos robustos.

Tabela 5.3. Dados de entrada de um problema casual de eixo rotativo com disco centralizado.

Dados Eixo	
Comprimento	0,4 m
Diâmetro	0,04 m
Massa	3,9458 kg
Rigidez de Flexão	$1,98 \times 10^7 N/m$
Dados Disco	
Massa	80 kg
Massa desbalanceadora	0,1 kg
Excentricidade	0,05 m
Dados Pastilhas	
Quantidade	4
Comprimento	0,1 m
Área Transversal	$10^{-4} m$
Dados Mancal	
Rigidez do Rolamento	$0,2 \times 10^9 N/m$
Rigidez do Mancal (M)	$2,61 \times 10^7 N/m$
Rigidez do Mancal (A)	$5,45 \times 10^7 N/m$
Velocidade Crítica (M)	3995,3 rpm
Velocidade Crítica (A)	4317,0 rpm
Aumento Percentual	8,05 %

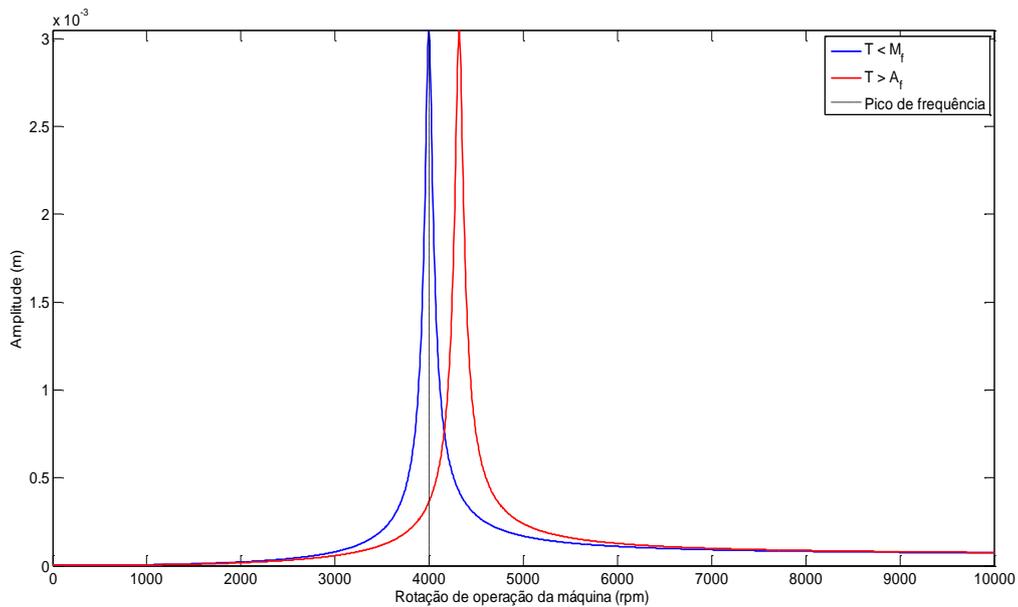


Figura 5.10. Alteração de amplitude de um problema casual.

Para o mesmo exemplo, quando se aplica a Eq. (4.44) percebe-se a mesma alteração de frequência natural (velocidade crítica), já que os efeitos giroscópicos não influenciam as primeiras frequências naturais em um disco centralizado.

Avalia-se a alteração de rigidez e posterior alteração nas frequências naturais a Eq. (4.44) em situações diferenciadas como citadas no Anexo II, exemplificam-se algumas situações. Um sistema rotor com eixo bastante longo de 70 mm de diâmetro e $0,8\text{ m}$ de comprimento suportando um disco rígido de $0,6\text{ m}$ de diâmetro e 80 mm de espessura situado segundo a Fig. (5.11). As características do mancal adaptativo são as mesmas do exemplo de disco centralizado anterior.

O procedimento consiste em calcular os valores de k_T , k_R e $k_{acoplamento}$ com auxílio das equações apropriadas do Anexo II, avaliar os valores quando a rigidez do mancal se altera (conforme a aplicação de controle adaptativo), calcular e comparar as frequências naturais não amortecidas. A figura (5.12) expõe a mudança de frequências para o exemplo por meio de um gráfico, empregando diferentes velocidades de rotação do eixo.

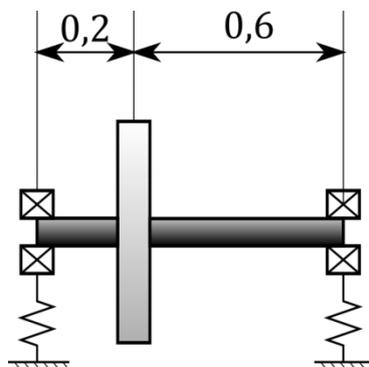


Figura 5.11. Distâncias entre o disco e os mancais, dimensões em metros.

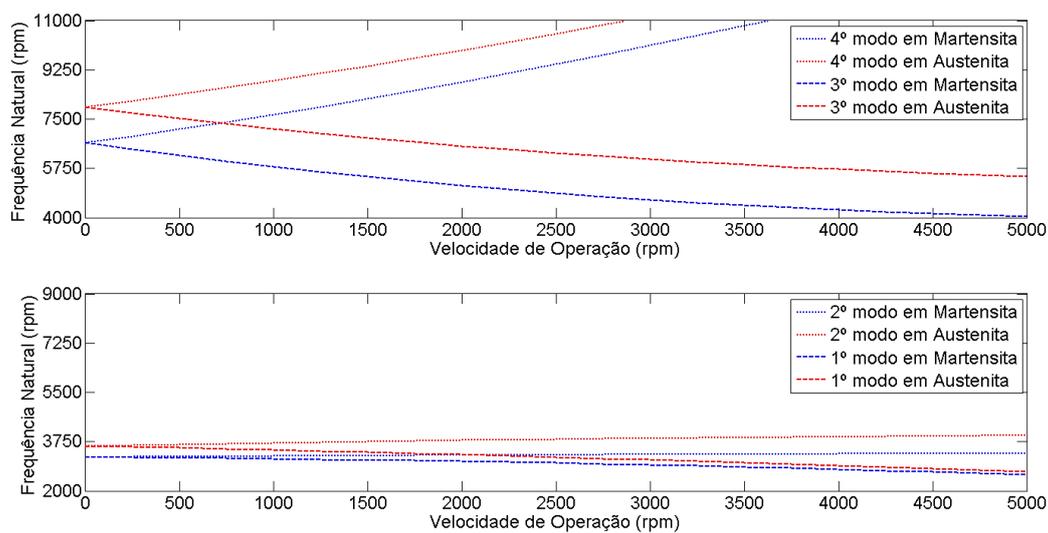


Fig. 5.12. Frequência Natural VS Velocidade de Operação

Segundo Friswell *et al.* (2010), o mapa de frequências naturais dependentes da rotação do eixo indica que os modos 2º e 4º realizam movimentos de precessão direta e são os modos que aumentam a frequência natural conforme a velocidade de rotação do eixo se eleva. Com comportamento completamente distinto, os modos 1º e 3º realizam precessão inversa. A adição do efeito giroscópico na análise em quatro graus de liberdade é que justifica os fenômenos observados no mapa de frequências naturais descrito pela Fig. (5.12). Ao traçar o mesmo mapa de frequências com uma bisetriz que iguala a frequência natural à rotação do eixo, podemos visualizar as famosas velocidades críticas do sistema rotor. Este mapa é conhecido como diagrama de Campbell e é possível ver a alteração no diagrama quando as pastilhas são ativadas, conforme Fig. (5.13) e Fig. (5.14).

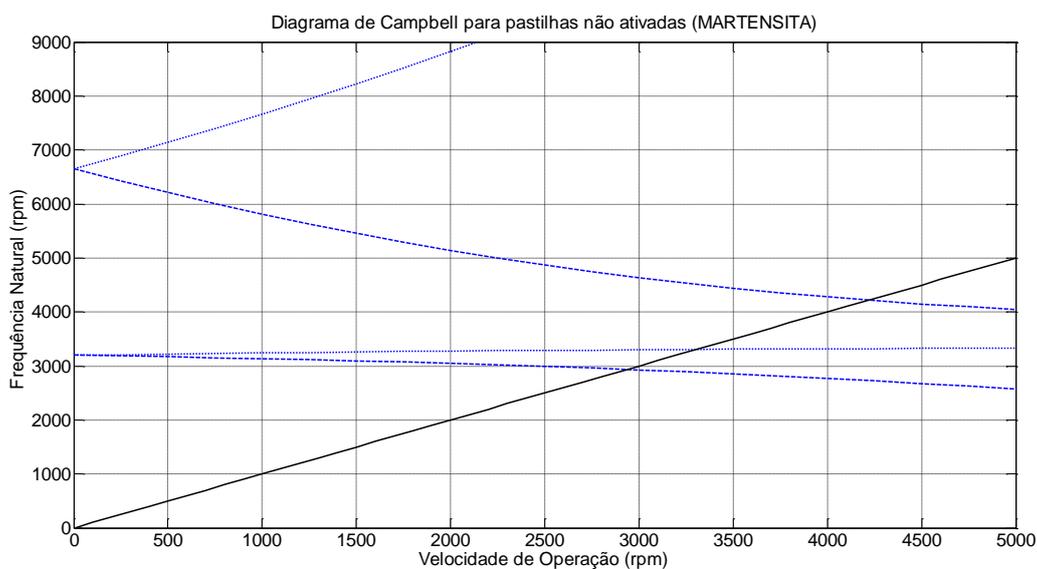


Figura 5.13. Diagrama de Campbell para pastilhas não ativadas

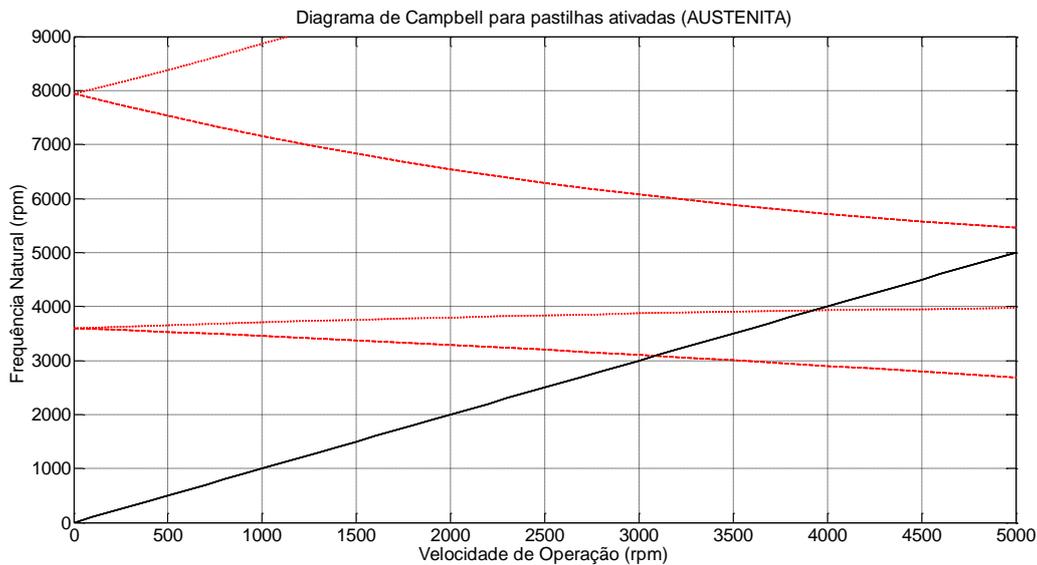


Figura 5.14. Diagrama de Campbell para pastilhas ativadas

Percebe-se uma alteração de velocidade crítica de 2936,1 rpm em estado não ativado para 3086,0 rpm em estado ativado no primeiro modo (curva com menores frequências), cerca de 5,1% de aumento. O segundo modo altera de 3304,9 rpm para 3924,0 rpm, aumento de 18,7% para o exemplo dado. Qualquer geometria de todo sistema rotor e definições do mancal podem ser alteradas ao selecionar o melhor mancal adaptativo para a aplicação, é possível, então, gerar o diagrama de Campbell correspondente. É válido verificar o diagrama para averiguar se a atuação do mancal para uma dada rotação de operação do eixo, ao alterar o diagrama de Campbell, não sai de uma velocidade crítica em um modo de vibração no estado não ativado e acaba por entrar em outra velocidade crítica de um modo de vibração distinto quando em estado ativado.

O caso B do Anexo II pode representar uma configuração muito comum em hidrogeradores, turbinas e pás motoras, por exemplo. Para estudo de caso e avaliação da modelagem feita, considera-se o eixo longo abaixo representado na Fig. (5.15) que suporta uma hélice, a ser considerada como uma inércia em forma de disco, aparato que rotaciona em transmissão por correia e com auxílio de um motor elétrico no eixo de entrada. É um exemplo de situação problema comum, em que o eixo suporta uma hélice de massa muito elevada e onde a configuração pode levar a vibrações indesejáveis e nada benéficas à máquina rotativa.

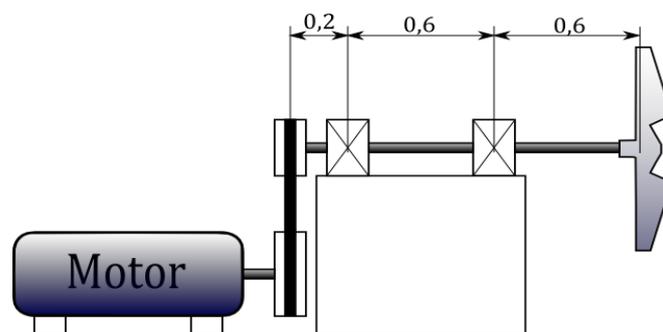
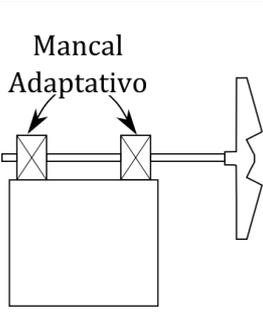
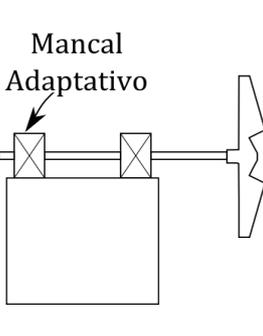
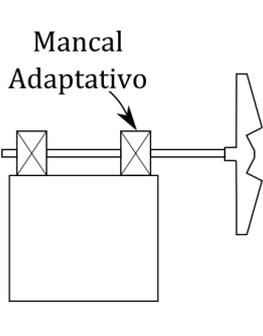


Figura 5.15. Exemplo do caso B do Anexo II, dimensões em metros.

O eixo de saída analisado tem como momento fletor máximo, quando fora de operação, o valor do produto entre o braço $b = 0,6 m$ e o peso da hélice. Dessa forma, se a outra ponta do eixo, onde se mede o pequeno braço de $0,2 m$, possui esforço muito pequeno, não irá alterar significativamente a curva de deflexão da linha neutra do eixo. Para esta análise, os momentos de inércia da hélice serão equiparados a um disco de $700 mm$ de diâmetro e $80 mm$ de espessura. Considerou-se um eixo com $80 mm$ de diâmetro e $1,2 m$ de comprimento.

Para testar a necessidade de construir dois mancais adaptativos ou apenas um, compara-se a alteração nas primeiras velocidades críticas para os casos: mancal adaptativo na ponta do eixo, mancal adaptativo na posição mais centralizada ou ambos mancais adaptativos. Para a rigidez de um mancal de rolamento comum considera-se o valor de $0,2 \times 10^9 N/m$. Com o auxílio do programa em MATLAB® presente no Anexo I, elaborou-se a Tab. (5.4).

Tabela 5.4. Diferença entre velocidades críticas para mancais adaptativos em diferentes posições.

	Modo	Velocidade Crítica (Não Ativado – M) [rpm]	Velocidade Crítica (Ativado – A) [rpm]	Aumento Percentual
 <p>Mancal Adaptativo</p>	1º Modo	1601,8	1843,9	15,11 %
	2º Modo	1603,1	1846,2	15,16 %
	3º Modo	2655,4	2834,1	6,73 %
 <p>Mancal Adaptativo</p>	1º Modo	2052,0	2066,8	0,72 %
	2º Modo	2056,8	2079,1	1,08 %
	3º Modo	3024,5	3041,7	0,57 %
 <p>Mancal Adaptativo</p>	1º Modo	1620,5	1850,7	14,21 %
	2º Modo	1620,5	1855,9	14,53 %
	3º Modo	2653,8	2839,2	6,99 %

A tabela (5.4) confirma que é mais válido inserir um mancal adaptativo no ponto de apoio que suporta maior força e é mais exigido. A configuração proposta mostra que o mancal adaptativo é muito mais eficiente quando inserido na posição mais centralizada do eixo, essa configuração significa economia de gastos para um projeto de máquina rotativa que insira o mancal adaptativo proposto.

5.5 RELAÇÃO ENTRE RIGIDEZ DO MANCAL TEMPERATURA

O modelo proposto por Brinson (1993) permite visualizar a diferença no caminho de resfriamento e aquecimento da liga com memória de forma que funciona como atuador no sistema de controle de vibração proposto. O gráfico visto na Fig. (5.16) mostra como se altera o módulo de elasticidade da liga, dependente da fração volumétrica de martensita (β), conforme se altera a temperatura por resfriamento ou aquecimento. Para tanto, estipulou-se as propriedades de material conforme a Tab. (5.5), dados retirados de Dye (1990) e Liang (1990) para ligas NiTi.

Tab. 5.5. Dados das pastilhas de SMA inseridas no mancal (DYE, 1990; LIANG, 1990).

Dados Pastilhas	
Quantidade	4
Comprimento	0,1 m
Área Transversal	10^{-4} m
M_f	9° C (282,15 K)
M_s	18,4° C (291,55 K)
A_s	34,5° C (307,65 K)
A_f	49° C (322,15 K)
σ_s^{CR}	100 MPa
σ_f^{CR}	170 MPa
C_M	8 MPa/° C
C_A	13,8 MPa/° C

O caminho diferenciado que se nota é importante para projetar adequadamente a malha de controle para o sistema, estipulando o tempo de resposta do sistema e temperaturas termoelásticas características. A ideia é ativar a pastilha, aquecendo-a, quando se detecta uma amplitude de vibração preestabelecida como danosa para a máquina, mudando por fim sua rigidez.

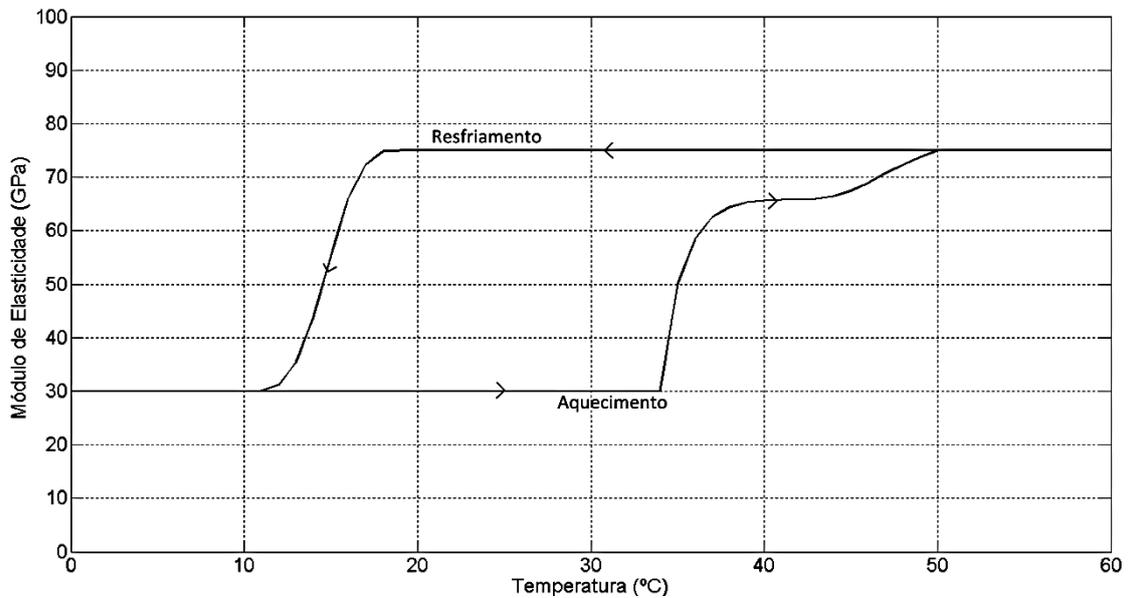


Figura 5.16. Módulo de Elasticidade VS Temperatura de acordo com o modelo de Brinson (1993).

É interessante notar que a transformação de fase não inicia exatamente nas temperaturas características M_s e A_s , já que se alteram com a tensão presente na liga SMA. A tensão pode ser danosa para aplicação, caso ocorra transformações martensíticas induzidas por tensão, assim, o estado que deveria ser 100% em fase puramente austenita, pode haver presença de martensita demaciada indesejável. Para tanto, busca-se impor uma tensão de pré-carga (σ_0) na pastilha que esteja entre as tensões críticas σ_s^{CR} e σ_f^{CR} .

É possível descrever um gráfico semelhante para a rigidez do mancal como um todo que varia do mínimo de $2,61 \times 10^7 N/m$ em martensita e o máximo de $5,45 \times 10^7 N/m$ em austenita, útil na análise de controle de temperatura do mancal, vide Fig. (5.17).

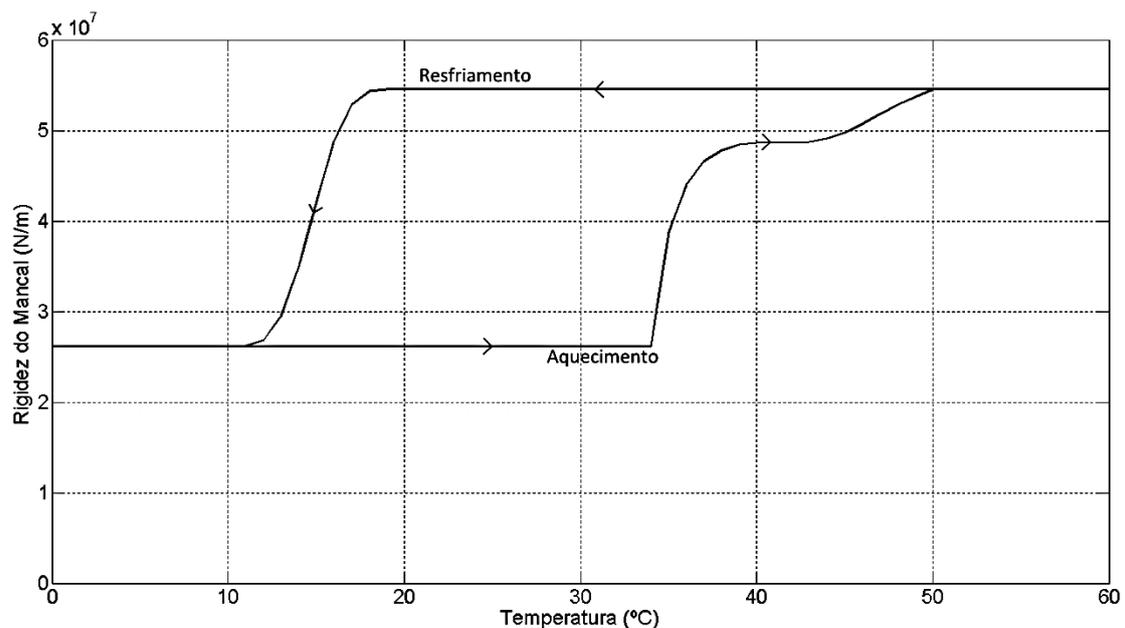


Figura 5.17. Rigidez do Mancal VS Temperatura de acordo com o modelo de Brinson (1993).

5.6 COMPARAÇÃO COM OUTRAS CONCEPÇÕES

O retorno de resultados para o mancal proposto não é satisfatório para qualquer situação de máquinas rotativas, a solução de imediato é projetar pastilhas com rigidez mais baixa, capazes de comprimir mais durante a vibração, o que justifica o uso de molas em trabalhos como o de He *et al.* (2007a, 2007b) e luvas compósitas em Zak *et al.* (2003). As pastilhas precisam ser longas, o que pode afetar um projeto de elementos de máquinas do ponto de vista da dimensão total do projeto, o que significaria projetar um mancal que ocupa muito espaço. O mancal retorna valores de alteração de velocidades críticas satisfatórias para mancais de geometria mais robusta (eixos curtos de diâmetros maiores), apesar de terem naturalmente uma velocidade crítica intrínseca mais alta.

São aplicações com muitos inconvenientes em relação à montagem, fabricação e custo elevado. O trabalho de He *et al.* (2007a, 2007b) verifica experimentalmente a concepção com molas e percebe-se a quantidade de aparato experimental excessivo, já que o sistema precisa ser muito bem controlado. É necessário controlar a amplitude de vibração do sistema rotor e a temperatura no atuador de SMA.

As concepções com mancais compósitos com SMA inseridos por todo comprimento do eixo dão ótimos resultados de alteração de velocidades críticas e amplitudes de vibração, mas seguem enfraquecidos por dificultar ainda mais o problema de resfriamento dos fios de SMA (GUPTA, 2003). O problema de resfriamento da pastilha parece ser o maior impedimento para projetar um bom atuador baseado em ligas com memória de forma.

6 CONCLUSÃO

Este último capítulo apresenta as conclusões da modelagem e simulação apresentada, assim como o as sugestões para trabalhos futuros.

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma modelagem foi realizada para prever o comportamento dinâmico de um rotor apoiado em um mancal adaptativo baseado em ligas com memória de forma. A modelagem, apesar de apresentar simplificações e hipóteses, é sugestiva e relevante para estimar as velocidades críticas de máquinas rotativas. Alterando a fase cristalina das SMA presentes nos mancais, verifica-se a mudança de velocidade crítica intrínseca à máquina.

No que se refere aos resultados obtidos, simulou-se as equações propostas em rotina MATLAB®, retornando resultados coerentes com a resposta do primeiro modo de vibração esperada para uma simulação em um grau de liberdade e disco centralizado entre mancais. Com as características de desbalanceamento e fator de amortecimento do sistema estabelecidas, é possível prever a alteração de amplitude de vibração da máquina.

Simulou-se também as velocidades críticas dos quatro primeiros modos de diversas configurações de eixo. Para condições de contorno distintas, explícitas no Anexo II, foi possível verificar a alteração nas velocidades críticas para quatro graus de liberdade. Para uma situação hipotética e com dimensões muito próximas de situações reais, o mancal ativado é capaz de alterar a velocidade crítica intrínseca ao sistema em valores superiores a 15%, segundo a modelagem. Para algumas situações e dimensões selecionadas, principalmente com eixos muito flexíveis, a alteração de rigidez é pouco notória.

O mancal com pastilhas SMA apresenta uma limitação de rigidez, mostrando-se mais efetivo em eixos rotativos com rigidez mais alta (mais robustos) ou eixos que sustentam inércias muito pesadas, apresentando resultados quantitativos.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Existem diversas dificuldades para fabricar e realizar a montagem do mancal adaptativo apresentado. Dentre outras dificuldades de projeto, citam-se a necessidade de isolamento térmico e a complexidade para resfriar as pastilhas.

Com o auxílio da modelagem dos fenômenos das SMA proposto por Brinson (1993), é possível projetar uma malha de controle de temperatura adequada para a proposta. A modelagem feita pode auxiliar em projetos futuros que utilizem a concepção estudada, para selecionar as melhores dimensões de pastilhas compatíveis com a máquina rotativa que se deseja controlar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, M.L., Jr. **Rotating Machinery Vibration, From Analysis to Troubleshooting**. 2. ed. Nova Iorque: CRC Press/Taylor & Francis, 2010, p. 3-105.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8008/83: Balanceamento de Corpos Rígidos Rotativos**. 1983.

BATRA, A. **Shape Memory Alloys: An Introduction**. 1999. Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology, Mumbai.

BAZ, A.; CHEN, T. **Performance of Nitinol-Reinforced Drive Shafts**. 1993. Smart Structures and Intelligent Systems, Vol. 1917, p. 791-808.

BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R., Jr. **Mecânica Vetorial para Engenheiros – Cinemática e Dinâmica**. Traduzido por TENAN, M.A. 5. ed. São Paulo: Makron, 1991.

BHADESHIA, H.K.D.H.; HONEYCOMBE, R.W.K. **Steels: Microstructure and Properties**. 3. ed. Londres: Butterworth-Heinemann, 2006.

BOTTEGA, W.J. Preliminaries. In: **Engineering Vibrations**. Nova Iorque: CRC Press/Taylor & Francis, 2006, p. 1-142.

BRINSON, L.C. **One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions**. 1993. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 4, p. 229–242.

CALLISTER, W.D., Jr. **Ciência Engenharia de Materiais - Uma Introdução**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

CARVALHO, A.L.A. **Análise Experimental da Dinâmica Não Linear de um Oscilador com Memória de Forma**. 2014. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

COTA, R.E. **Análise Dinâmica de Rotores em Balanço Utilizando Procedimentos Computacionais e Experimentais**. 2008. Escola de Engenharia da UFMG, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

CROSS, W.B., KARIOTIS, A.H., STIMLER, F.J. **Nitinol Characterization Study**. 1969. NASA CR-1433, Goodyear Aerospace Corporation, Akron.

DELAEY, R., KRISHNAN, H., WARLIMONT, H., **Thermoelasticity, Pseudoelasticity and the Memory Effects Associated with Martensitic Transformations – Part 1: Structural and Microstructural Changes Associated with the Transformations**. 1989. Journal of Materials Science, Vol. 9, p. 1521-1535.

DEN HARTOG, J.P. **Vibrações nos Sistemas Mecânicos**. Traduzido por AMORELLI, M.O.C. São Paulo: Edgard Blücher, 1972.

DUERIG, T.W.; MELTON, K.N.; STÖCKEL, D.; WAYMAN, C.M. **Engineering Aspects of Shape Memory Alloys**. 1. ed. Londres: Butterworth-Heinemann, 1990.

DUNKERLEY, S. **On the Whirling and Vibration of Shafts**. 1894. Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. 185, p. 279-360.

DUTTA, S.M.; GHORBEL, F. H.; DABNEY, J. B. **Modeling and Control of a Shape Memory Alloy Actuator**. Proceedings of the 2005 IEEE, International Symposium on Intelligent Control, p. 1007-1012.

DYE, T.E.; **An Experimental Investigation of the Behavior of Nitinol**. 1990. Department of Mechanical Engineering, Virginia Tech, Virginia.

FRISWELL, M.I.; PENNY, J.E.T.; GARVEY, S.D.; LEES, A.W. **Dynamics of Rotating Machines**. Nova Iorque: Cambridge University Press, 2010. 526 p.

FULLER, C.R.; ELLIOT, S.J.; NELSON, P.A. **Active Control of Vibration**. Londres: Academic Press, 1996. 332 p.

FUNAKUBO, H. **Shape Memory Alloys**. Nova Iorque: Gordon & Breach, 1987. 275 p.

GANDHI, M.V.; THOMPSON, B.S. **Smart Materials and Structures**. Londres: Chapman & Hall, 1992. 310 p.

GUIRÃO, P.H.F. **Controle Ativo de Vibrações de Rotores com Mancais Magnéticos – Influência dos Parâmetros do Controlador PID**. 2006. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

GUO, Y.; PARKER, R.G. **Stiffness Matrix Calculation of Rolling Element Bearings using a Finite Element/Contact Mechanics Model**. 2012. Mechanism and Machine Theory, Vol. 51, p. 32-45.

GUPTA, K.; SAWHNEY, S.; JAIN, S.K.; DARPE, A.K. **Stiffness Characteristics of Fibre-reinforced Composite Shaft Embedded with Shape Memory Alloy Wires**. 2003. Defence Science Journal, Vol. 53, N° 2, p. 167-173.

HARNOY, A. **Bearing Design in Machinery: Engineering Tribology and Lubrication**. New York: Marcel Dekker, 2003.

HARTL, D.; LAGOUDAS, D.C. **Aerospace Applications of Shape Memory Alloys**. 2007. Aerospace Engineering Department, Texas A&M University, Texas.

HE, Y.Y.; OI, S.; CHU, F.L.; LI, H.X. **Vibration Control of a Rotor-bearing System Using Shape Memory Alloy: II - Experimental Study**. 2007. Smart Materials and Structures, Vol. 16, p. 122-127.

HE, Y.Y.; OI, S.; CHU, F.L.; LI, H.X. **Vibration Control of a Rotor-bearing System Using Shape Memory Alloy: I – Theory**. 2007. Smart Materials and Structures, Vol. 16, p. 114-121.

ISHIDA, Y.; YAMAMOTO, T. **Linear and Nonlinear Rotordynamics**. Weinheim: Wiley-VCH, 2012. 447 p.

KARLBERG, M. **Approximated Stiffness Coefficients in Rotor Systems Supported by Bearings with Clearance**. 2010. International Journal of Rotating Machinery.

KELLY, S.G. **Mechanical Vibrations: Theory and Applications**. Stamford: Cengage Learning, 2012. 897 p.

KONTOYANIS, A.L.; NASCIMENTO, M.V.M. **Desenvolvimento de um Mancal Adaptativo Baseado em Ligas com Memória de Forma**. 2009. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília.

KUMAR, P.K.; LAGOUDAS, D.C. Introduction to Shape Memory Alloys. In: **Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications**. Texas: Springer, 2008, p. 1-51.

KUMAR, V. **Dynamic Analysis Including Stability of Flexibly Supported Narrow Hydrodynamic Journal Bearings with Micropolar Lubricant**. 2013. Department of Mechanical Engineering, Thapar University, Patiala.

LEES, A.W.; JANA, S.; INMAN, D.J.; CARTMELL, M.P. **The Control of Bearing Stiffness Using Shape Memory**. 2007. 25th Conference and Exposition on Structural Dynamics 2007, Orlando. 7 p.

LEMBKE, T.A. **Design and Analysis of a Novel Low Loss Homopolar Electrodynamic Bearing**. 2005. Department of Electrical Engineering, Royal Institute of Technology, Estocolmo.

LIANG, C. **The Constitutive Modeling of Shape Memory Alloys**. 1990. Department of Mechanical Engineering, Virginia Tech, Virginia.

LIANG, C.; ROGERS C.A. **A One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relation of Shape Memory Materials**. 1990. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 1, N° 2, p. 207-234.

LING, Y.H.; HUANG, Y.M.; MA, H.W.; GUO, G.L.; WU, Y.Z. **Simulation of the Superelasticity of Shape Memory Alloys by MATLAB programming**. 2015, Green Building, Materials and Civil Engineering, Hong Kong. p. 347-352.

MACHADO, L.G.; SAVI, M.A. **Medical Applications of Shape Memory Alloys**. 2002. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MARQUES, R.F.A. **Estudo Teórico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos**. 2000. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

MUSZYNSKA, A. **Rotordynamics**. 1. ed. Minden: CRC Press/Taylor & Francis, 2005. 1128 p.

NAGAYA, K.; TAKEDA, S.; TSUKUI, Y.; KUMAIIDO, T. **Active Control Method for Passing Through Critical Speeds of Rotating Shafts by Changing Stiffnesses of the Supports with Use of Memory Metals**. 1987. Journal of Sound and Vibration, Vol. 113, N° 2, p. 307-315.

PACHECO, W.S. **Ressonador de Helmholtz Semi-ativo para Controle de Ruído em Dutos**. 2006. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

PALAZZOLO, A.B.; KASCAK, A.F; MONTAGUE, G.T.; KIRALY, L.J. **Piezoelectric Pusher for Active Vibration Control of Rotating Machinery**. 1989. Transactions of ASME, Vol. 111, p. 298-305.

PEREIRA, J.C. **Introdução à Dinâmica de Rotores**. 2005. Departamento de Engenharia Mecânica, Florianópolis.

PERINI, E.A.; NASCIMENTO, L.P. **Análise de Reduções de Vibrações Globais e Locais de Rotores Utilizando Atuadores Magnéticos Ativos**. 2007. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

PERKINS, J. **Shape Memory Effect in Alloys**. Nova Iorque: Plenum Press, 1975. 583 p.

POLYDORO, P.H.G. **Modelos Matemáticos para Cálculo de Rigidez de Rolamentos de Esferas**. 1995. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

PRATA, D.M.; BORDUQUI, H.G.; FARIA, C.T.; LOPES, V., Jr. **Proposta de Aplicação de Polímeros para Implementação de um Novo Modelo de Resfriamento de Atuadores de Liga de Memória de Forma**. 2007. XIV Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica.

RAO, S.S. Controle de Vibração. In: **Vibrações Mecânicas**. Traduzido por SIMILLE, A. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2008, p. 305-343.

REN, Y; DAI, Q. AN, R.; ZHU, YOUFENG. **Modeling and Dynamical Behavior of Rotating Composite Shafts with SMA Wires**. 2014. Hindawi Publishing Corporation - Shock and Vibration, Vol. 2014, 16 p.

RIPPER, A.P., Neto. **Vibrações Mecânicas**. Rio de Janeiro: E-papers, 2007, 498 p.

SETO, W.W. Dois Graus de Liberdade. In: **Vibrações Mecânicas**. Traduzido por NEGRÃO, N; SILVA, F.V.H. Rio de Janeiro: McGraw-Hill do Brasil, 1977, p. 48-110.

SHIGLEY, J.E.; BUDYNAS, R.G.; NISBETT, J.K. Shafts and Shaft Components. In: **Mechanical Engineering Design**. 8. ed. McGraw-Hill, 2006, p. 350-397.

SILVA, J.A.B. **Análise de Sistemas de Controle de Vibração em Máquinas Rotativas Utilizando Atuadores Formados por Ligas com Memória de Forma**. 2009. Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém.

SILVEIRA, Z.C. **Análise Estatística e Otimização de Parâmetros de Projeto em Componentes de Sistemas Mecânicos**. 2003. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SIMEÃO, L.A.P. **Utilização de Ligas com Memória de Forma no controle de vibrações em Estruturas Inteligentes de Engenharia Civil**. 2010. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.

SIMÕES, R.C. **Controle Modal Ótimo de um Rotor Flexível Utilizando Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha**. 2006. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

SOUL, H. YAWNY, A. LOVEY, F.C., TORRA, V. **Thermal Effects in a Mechanical Model for Pseudoelastic Behavior of NiTi Wires**. 2007. Materials Research, Vol. 10, Nº 4, p. 387-394.

TADESSE, Y. THAYER, N. PRIYA, S. **Tailoring the Response Time of Shape Memory Alloy Wires through Active Cooling and Pre-stress**. 2009. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 0, p. 1-22.

THOMAZI, C.C. **Contribuição ao Controle Passivo de Rotores Flexíveis Suportados por Mancais de Filme Fluido Através de Elastômeros**. 2013. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

TURNER, T.L. **Thermomechanical Response of Shape Memory Alloy Hybrid Composites**. 2001. NASA/TM-2001-210656, Langley Research Center, Virginia.

ZAK, A.J.; CARTMELL, M.P.; OSTACHOWICZ, W.M. **Dynamics and Control of a Rotor Using and Integrated SMA/Composite Active Bearing Actuator**. 2003. Key Engineering Materials, Vols. 245-246, p. 233-240.

ANEXOS

		Pág.
Anexo I	Rotina de Programação em MATLAB®	62
Anexo II	Casos de configurações de eixo rotativo suportado por mancais flexíveis.	66
Anexo III	Desenho Técnico de montagem de um mancal adaptativo	67

ANEXO I: Rotina de Programação em MATLAB®

```
*****
% Universidade de Brasilia
% Departamento de Engenharia Mecânica
% Projeto de Graduação
% Arthur Pinheiro Barcelos
% -----
% Modelagem de um mancal de rigidez variável baseado em ligas com memória
% de forma para controle de vibração em máquinas rotativas
*****

clc
clear all
%% RIGIDEZ EQUIVALENTE DO MANCAL COMPOSTO DE LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA
%Elementos do mancal
k_rolamento = 2*10^8; %Rigidez do rolamento (N/m)
%Pastilhas
E_pastilha_M = 30*10^9; %Módulo de elasticidade de uma pastilha(N/m^2)
E_pastilha_A = 75*10^9;
L_pastilha = ; %Comprimento longitudinal de uma pastilha unitária (m)
A_pastilha = ; %Área da seção transversal de uma pastilha (m^2)

%Rigidez de uma pastilha unitária (N/m)
k_pastilha_Martensita = E_pastilha_M*A_pastilha/L_pastilha;
k_pastilha_Austenita = E_pastilha_A*A_pastilha/L_pastilha;
n = ; %número de pastilhas
n_angulo = 0 : 2*pi/n : 2*pi*(1-1/n);
%n_angulo é o angulo das n pastilhas em relação ao eixo principal (rad)

%Rigidez equivalente do somatório de pastilhas de SMA (N/m)
kpeqM = k_pastilha_Martensita*sum((cos(n_angulo).^2))/2;
kpeqA = k_pastilha_Austenita*sum((cos(n_angulo).^2))/2;

%Rigidez equivalente do mancal de rolamento com n pastilhas
k_mancal_Martensita = kpeqM*k_rolamento/(kpeqM + k_rolamento);
k_mancal_Austenita = kpeqA*k_rolamento/(kpeqA + k_rolamento);

%% CÁLCULO DA RIGIDEZ EQUIVALENTE DE EIXO FLEXÍVEL
% APOIADO POR MANCAIS FLEXÍVEIS ISOTRÓPICOS E DISCO RÍGIDO CENTRALIZADO

%Dados do eixo
L = ; %Comprimento do eixo(m)
E = 210*(10^9); %Módulo de Elasticidade do aço (N/m^2)
d = ; %Diâmetro do eixo(m)
rho = 7850; %Densidade do aço(kg/m^3)
m = rho*pi*((d/2)^2)*L; %Massa do eixo(kg)
I = pi*(d^4)/64; %Momento de inércia de área (m^4)
k_eixo = 48*E*I/(L^3); %Rigidez de flexão de uma viga biapoiada (N/m)
%Dados do disco
M = ; %Massa (kg)

%Velocidade crítica = Frequência natural
Meq = M + 0.5*m %Massa equivalente viga biapoiada (kg)
%Rigidez equivalente do sistema (N/m)
KeqM = k_eixo+2*k_mancal_Martensita/(k_eixo+2*k_mancal_Martensita)
KeqA = k_eixo+2*k_mancal_Austenita/(k_eixo+2*k_mancal_Austenita)
wn_M = ((KeqM/Meq)^0.5)/(2*pi) % (hz)
wn_A = ((KeqA/Meq)^0.5)/(2*pi)
wn_rpm_M = wn_M*60;% (rpm)
wn_rpm_A = wn_A*60;
```

```

%% Análise gráfica de amplitude
%Amplitude não amortecida
ksi = %fator de amortecimento
e = ; %excentricidade do disco (m)
m0 = ; %massa desbalanceadora (kg)
w = 0:5:12000; %rotação de operação em rpm
rM = w./wn_rpm_M; %razão de frequências em martensita
XM = (m/Meq)*e.*(rM.^2)./( (1-rM.^2).^2 + (2.*ksi.*rM).^2).^0.5;
rA = w./wn_rpm_A; %razão de frequências em austenita
XA = (m/Meq)*e.*(rA.^2)./( (1-rA.^2).^2 + (2.*ksi.*rA).^2).^0.5;

pico = linspace(wn_rpm_M,wn_rpm_M,length(w));

handle = plot (w,XM, 'Color', [0 0 1]);
set(handle, 'LineWidth', [2])
hold on
handle = plot (w,XA, 'Color', [1 0 0]);
set(handle, 'LineWidth', [2])
hold on
handle = plot (pico, XM, 'k--');
hold on
set(gcf, 'Color', 'white')
xlabel ('Rotação de operação da máquina (rpm)')
ylabel ('Amplitude (m)')
legend ('T < M_f' , 'T > A_f', 'Pico de frequência')
set(0, 'DefaultAxesFontSize', 14)
set(0, 'DefaultTextFontSize', 14)
axis([0 max(w) 0 max(XM)]);

%% VELOCIDADES CRIT EM 4 GRAUS DE LIBERDADE
% ANEXO II CASO A:
a = ;
b = ;
k1 = ;
k2 = ;
Den=(3*E*I+(a^3)*k1)*(3*E*I+(b^3)*k2);
k_T = 3*E*I*(3*E*I*(k1 + k2)+((a^3)+(b^3))*k1*k2)/Den
k_acopl = 3*E*I*(3*E*I*(-a*k1+b*k2)+a*b*((a^2)-(b^2))*k1*k2)/Den
k_R = 3*E*I*(3*E*I*((a^2)*k1 + (b^2)*k2)+ (a^2)*(b^2)*(a+b)*k1*k2)/Den

% ANEXO II CASO B:
a = ;
b = ;
k1 = ;
k2 = ;
Den = 36*(E*I)^2 + 12*E*I*((a+b)^3)*k1+ (b^3)*k2) +
(a^2)*(b^3)*(4*a+3*b)*k1*k2 ;
k_T = 12*E*I*(3*E*I*(k1+k2)+(a^2)*(a+3*b)*k1*k2)/Den
k_acopl = -6*E*I*(6*E*I*((a+b)*k1+b*k2)+(a^2)*b*(2*a-3*b)*k1*k2)/Den
k_R = 12*E*I*(3*E*I*((a+b)^2)*k1 + (b^2)*k2)+(a^2)*(b^2)*(a+b)*k1*k2)/Den

%%VALORES DO DISCO
D = ;
h = ;
M = rho*pi*((D/2)^2)*h
Id = M*(D^2)/16 + M*(h^2)/12
Ip = M*(D^2)/8

```

```

omega_rpm = 3000
omega = omega_rpm*2*pi/60    %%em rad/s
p = [1      -(Ip/Id)*omega    -(k_R/Id +k_T/M)    ...
+(k_T*Ip/(M*Id))*omega    (k_R*k_T - k_acopl^2)/(M*Id)]
W = roots(p)
p2 = [1      (Ip/Id)*omega    -(k_R/Id +k_T/M)    ...
-(k_T*Ip/(M*Id))*omega    (k_R*k_T - k_acopl^2)/(M*Id)]
W2 = roots(p2)
Wpositivo = sort([W(W>0)
W2(W2>0)])
Wpositivo = Wpositivo(end:-1:1)

Wpositivo_rpm = (30/pi).*Wpositivo

format long

%%INSERINDO MODELO DE BRINSON
%%CÁLCULO DE BETA

CM = 8*10^6
CA = 13.8*10^6
sigma_s = 100*10^6
sigma_f = 170*10^6
Mf = 9 + 273.15
Ms = 18.4 + 273.15
As = 34.5 + 273.15
Af = 49 + 273.15

%%entradas
beta_dot = ;    %VALOR POSITIVO OU NEGATIVO
T =  + 273.15;

sigma =

betaS0 = 0
betaT0 = 0
deltaT = (1-betaT0/2)*cos(((pi/(Ms-Mf))*(T-As - sigma/CA)))+1

if (T >Ms) && (beta_dot > 0)
    betaS = (1-betaS0/2)*cos((pi/(sigma_s-sigma_f))*((sigma - sigma_f-
CM*(T-Ms))))+(1+betaS0)/2
    betaT = betaT0 - (betaT0/(1-betaS0))*(betaS-betaS0)
    beta = betaT + betaS
elseif (T <Ms) && (T>Mf) && (beta_dot > 0)
    betaS = (1-betaS0/2)*cos((pi/(sigma_s-sigma_f))*((sigma -
sigma_f)))+(1+betaS0)/2
    betaT = betaT0 - (betaT0/(1-betaS0))*(betaS-betaS0) +deltaT
    beta = betaT + betaS
elseif (T<Mf) && (beta_dot > 0)
    betaS = (1-betaS0/2)*cos((pi/(sigma_s-sigma_f))*((sigma ...
- sigma_f)))+(1+betaS0)/2
    betaT = betaT0 - (betaT0/(1-betaS0))*(betaS-betaS0)
    beta = betaT + betaS
elseif (T >As) && (beta_dot < 0)
    betaT = (betaT0/2)*cos(((pi/(Af-As))*(T-As - sigma/CA)))+1)
    betaS = (betaS0/2)*cos(((pi/(Af-As))*(T-As - sigma/CA)))+1)
    beta = betaT + betaS
elseif (T <As) && (beta_dot < 0)
    beta = 1

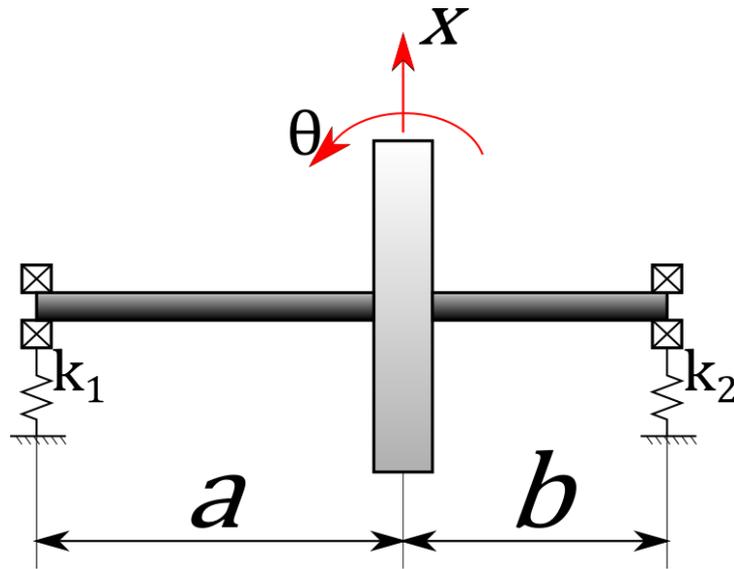
```

```
end

if beta > 1
    beta = 1
else
    beta = beta
end
if beta < 0
    beta = 0
else
    beta = beta
end

E_pastilha = E_pastilha_A + beta*(E_pastilha_M - E_pastilha_A)
```

CASO A



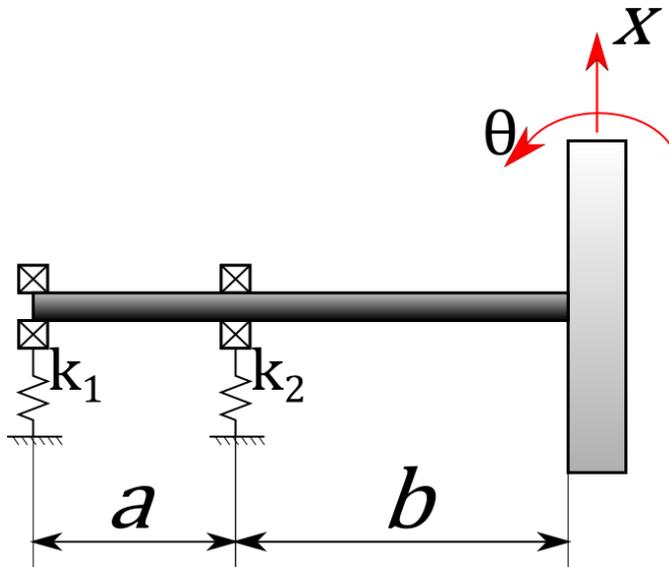
$$Den = (3EI + a^3k_1)(3EI + b^3k_2)$$

$$k_T = k_{xx} = k_{yy} = 3EI[3EI(k_1 + k_2) + (a^3 + b^3)k_1k_2]/Den$$

$$k_{acoplamento} = k_{\theta x} = -k_{\phi y} = 3EI[3EI(-ak_1 + bk_2) + ab(a^2 - b^2)k_1k_2]/Den$$

$$k_R = k_{\theta\theta} = k_{\phi\phi} = 3EI[3EI(a^2k_1 + b^2k_2) + a^2b^2(a + b)k_1k_2]/Den$$

CASO B

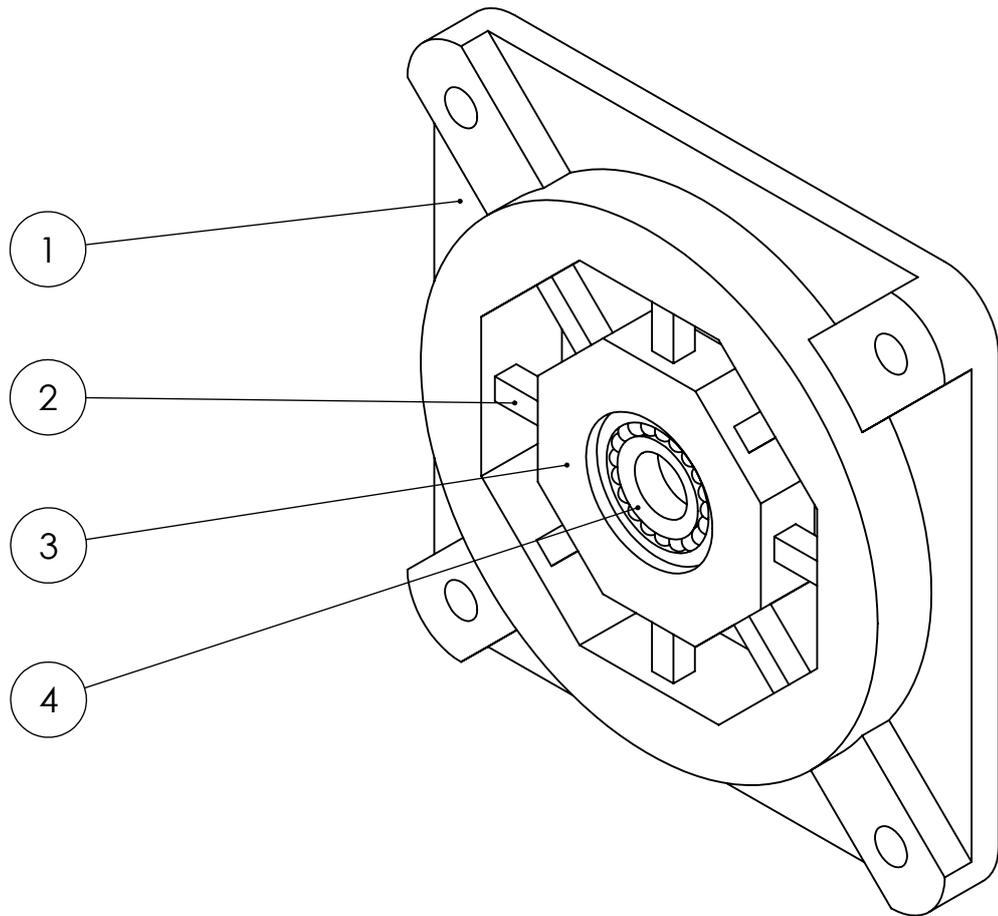


$$Den = 36(EI)^2 + 12EI[(a + b)^3k_1 + b^3k_2] + a^2b^3(4a + 3b)k_1k_2$$

$$k_T = k_{xx} = k_{yy} = 12EI[3EI(k_1 + k_2) + a^2(a + 3b)k_1k_2]/Den$$

$$k_{acoplamento} = k_{\theta x} = -k_{\phi y} = -6EI[6EI((a + b)k_1 + bk_2) + a^2b(2a - 3b)k_1k_2]/Den$$

$$k_R = k_{\theta\theta} = k_{\phi\phi} = 12EI[3EI((a + b)^2k_1 + b^2k_2) + a^2b^2(a + b)k_1k_2]/Den$$



4	Rolamento	1	Rígido de Esferas ($\text{Ø}i = 20 \text{ mm}$)
3	Anel Central	1	Aço AISI 1020
2	Pastilhas de SMA	8	Liga NiTi: 45/55 (L = 21 mm)
1	Carcaça	1	Aço AISI 1020
Item	Denominação	Quant.	Materiais e Especificações

UnB	Faculdade de Tecnologia	
	Projeto de Graduação	
Desenhista:	Arthur Pinheiro Barcelos	
Projetista:	Arthur Pinheiro Barcelos	Data: 26/06/2015
Nº da Folha A4 1/1	Mancal de Flange Adaptativo com 8 pastilhas para eixo de 20 mm	
		Escala: 1:2