

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM E CONTROLE DE UM
VEÍCULO AQUÁTICO DE SUPERFÍCIE**

Por,
Lara Christina Braga de Oliveira

Brasília, julho de 2013



**ENGENHARIA
MECATRÔNICA**
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM E CONTROLE DE UM
VEÍCULO AQUÁTICO DE SUPERFÍCIE**

Por,
Lara Christina Braga de Oliveira

*Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro de Controle e Automação*

Banca Examinadora

Prof. Dr. Renato Alves Borges, ENE/UnB
Orientador

Prof. Dr. Geovany Araújo Borges, ENE/UnB
Co-orientador

Prof. Dr. Eduardo S. Tognetti, ENE/UnB
Professor convidado

Brasília, julho de 2013

FICHA CATALOGRÁFICA

OLIVEIRA, LARA CHRISTINA BRAGA.

Modelagem e Controle de um Veículo Aquático de Superfície.

[Distrito Federal] 2013.

vii, 67p., 297mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2013). Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| 1. Catamarã | 2. Modelagem |
| 3. Controlador de velocidade | 4. Controlador de posição |

I. Mecatrônica/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OLIVEIRA, L. C. B., (2013). Modelagem e Controle de um Veículo Aquático de Superfície. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação FT.TG-04, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 67p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Lara Christina Braga de Oliveira.

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: Modelagem e Controle de um Veículo Aquático de Superfície.

GRAU: Engenheiro

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Lara ChristinaBragade Oliveira

Dedicatória

*À minha família
Martha, Alberto, Luzia e Cristiano*

Lara Christina Braga de Oliveira

Agradecimentos

Agradeço a Deus e a Nossa Senhora pelo conforto nos momentos difíceis e à minha família e aos meus amigos pelo amor, carinho e compreensão. Agradeço, em especial, ao meu orientar pelas horas a mim dispensadas na etapa de conclusão do projeto.

Lara Christina Braga de Oliveira

RESUMO

Os avanços tecnológicos levaram à aplicação de dispositivos na transmissão, coleta e análise de dados do ambiente. Neste sentido, os ASVs tornaram-se plataformas estratégicas capazes de desempenhar funções autonomamente. Os catamarãs têm sido a primeira opção de embarcação devido a sua estabilidade e grande carga paga. Neste trabalho descreve-se o projeto da geometria de um veículo catamarã e desenvolve-se sua modelagem com o objetivo de implementar técnicas de controle. Por meio de uma arquitetura GNC, os controladores de velocidade e posição foram implementados a nível de simulação. O desenvolvimento de um controlador PI com base na teoria de estabilidade de Lyapunov e na sua relação com a norma H_∞ permitiu o controle de regulação da velocidade. Ainda, utilizando uma lei de controle dinâmica, também com base na teoria de Lyapunov, foi possível rastrear pontos de referência reduzindo-se o erro de coordenadas.

Palavras-chave – Catamarã, Modelagem, Controlador de velocidade, Controlador de posição.

ABSTRACT

Technological advances have led to the application of devices in the transmission, collection and analysis of environmental data. In this sense, ASVs have become strategic platforms capable of performing tasks autonomously. Catamarans have been the first choice due to its stability and large payload. This work present a catamaran design and modeling in order to implement control techniques. The speed and position controllers were implemented at simulation level regarding a GNC architecture. The development of a PI controller based on Lyapunov stability theory and its relationship to H_∞ strategy allowed the control of speed regulation. By means of a dynamic control law based also on Lyapunov theory was possible to track landmarks reducing the error coordinates.

Keywords – Catamaran, Modeling, Speed control, Position control.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	OBJETIVO	5
1.3	DESCRIÇÃO DO TRABALHO	6
2	PROJETO	7
2.1	INTRODUÇÃO	7
2.2	PROJETO DO CATAMARÃ	7
3	MODELAGEM	10
3.1	INTRODUÇÃO	10
3.2	CINEMÁTICA	11
3.3	MECÂNICA NEWTONIANA	12
3.4	FORÇAS E MOMENTOS HIDRODINÂMICOS	13
3.4.1	MASSA ADICIONADA	15
3.4.2	RESISTÊNCIA HIDRODINÂMICA	18
3.5	FORÇAS E MOMENTOS DO SISTEMA DE PROPULSÃO	24
3.6	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	25
3.6.1	RESULTADOS	26
4	SISTEMAS DE CONTROLE	32
4.1	INTRODUÇÃO	32
4.2	GIROSCÓPIOS E PILOTOS AUTOMÁTICOS	32
4.3	CONTROLE DO MOVIMENTO	33
4.4	OBJETIVOS DE CONTROLE	35
4.5	VEÍCULOS SUBATUADOS E COMPLETAMENTE ATUADOS	35
5	CONTROLADOR DINÂMICO	37
5.1	INTRODUÇÃO	37
5.2	LINEARIZAÇÃO	37
5.3	CONTROLADOR	44
5.4	MATRIZ DE GANHOS	48
5.5	CATAMARÃ	50
5.6	SIMULAÇÃO E RESULTADOS	51

6	CONTROLADOR CINEMÁTICO	53
6.1	INTRODUÇÃO	53
6.2	CINEMÁTICA	53
6.3	CONTROLADOR.....	56
6.4	GANHOS	57
6.5	INTERFACE	59
6.6	ERROS DE POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO	60
6.7	PLANEJADOR DE MOVIMENTO.....	60
6.8	SIMULAÇÃO E RESULTADOS	61
6.8.1	CASO 1: CIRCUITO	61
6.8.2	CASO 2: CAMINHO OCTOMÓRFICO	63
7	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	66
7.1	CONCLUSÃO.....	66
7.2	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	67
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68
	ANEXOS.....	70
I	DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DO CD	71

LISTA DE FIGURAS

1.1	Protótipos do MIT.	3
1.2	Dispositivos de monitoramento.	4
1.3	Protótipos comerciais.	5
2.1	Dimensões características.	8
3.1	Notação e convenção de sinais padrão.	11
3.2	Determinação das componentes da massa adicionada.	17
3.3	Resistência hidrodinâmica na direção do eixo x_0	19
3.4	Resistência hidrodinâmica na direção do eixo y_0	22
3.5	Forças de tração e respectivos braços de alavanca.	25
3.6	Caso 1 - Velocidades com relação ao sistema inercial.	27
3.7	Principais esforços atuantes no Caso 2.	28
3.8	Caso 2 - Movimento com relação ao sistema inercial.	29
3.9	Principais esforços atuantes no Caso 3.	30
3.10	Caso 3 - Movimento com relação ao sistema inercial.	30
3.11	Caso 4 - Movimento com relação ao sistema inercial.	31
4.1	Arquitetura do sistema GNC.	34
4.2	Sistema GNC com orientação em malha aberta.	34
5.1	Modelagem do veículo catamarã implementada em Simulink.	43
5.2	Resposta do modelo às entradas $X_{T_{cbb}} = 13N$ e $X_{T_{ceb}} = 11N$	43
5.3	Malha do controlador PI.	45
5.4	Sistema de controle: malha interna de controle de velocidade.	51
5.5	Implementação do bloco Controlador de Velocidade.	52
5.6	Resposta do sistema ao controle de velocidades ($r_{ref} = 0,01rad/s$).	52
6.1	Localização dos pontos 1, 2 e c.	54
6.2	Definição dos erros ε_0 e ϕ	56
6.3	Sistema de controle em cascata.	56
6.4	Movimento curvo em regime ($\phi = 0$).	58
6.5	Transformação de coordenadas.	60
6.6	Definição da região Ω para determinação da referência.	60
6.7	Sistema de controle: malha interna de controle de velocidade e externa de posição.	61

6.8	Caminho tipo circuito.	62
6.9	Caso 1 - Posição e perfil de velocidades no sistema inercial.....	62
6.10	Caso 1 - Perfil de velocidades no sistema centrado no CG.	63
6.11	Caso 1 - Erros de posição e orientação em função do tempo.	63
6.12	Caso 1 - Esforços de tração sobre os atuadores.	63
6.13	Caminho tipo octomórfico.	64
6.14	Caso 2 - Posição e perfil de velocidades no sistema inercial.....	64
6.15	Caso 2 - Perfil de velocidades no sistema centrado no CG.	64
6.16	Caso 2 - Erros de posição e orientação em função do tempo.	65
6.17	Caso 2 - Esforços de tração sobre os atuadores.	65

LISTA DE TABELAS

2.1	Valores de projeto.	9
3.1	Notação utilizada para embarcações.	10
3.2	Ações de controle utilizadas na validação do modelo implementado.	26
3.3	Caso 1 - Velocidades e distâncias percorridas.	27

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	Área
B_{ec}	Largura entre eixos
B_{WL}	Largura na linha d'água
d	Distância
g	Aceleração da gravidade
L_{OA}	Comprimento da proa à popa
L_{WL}	Comprimento na linha d'água
m	massa
N	Momento em torno de z_0
r	Velocidade angular em torno de z_0
T	Profundidade submersa
u	Velocidade linear na direção de x_0
v	Velocidade linear na direção de y_0
x	Posição na direção de x
\dot{x}	Velocidade linear na direção de x
X	Força na direção de x_0
x_G	Posição do CG na direção de x_0
y	Posição na direção de y
\dot{y}	Velocidade linear na direção de y
Y	Força na direção de y_0
∇	Volume deslocado

Símbolos Gregos

η	Vetor de posição e orientação do sistema inercial
ν	Vetor de velocidades do sistema fixo no corpo
ψ	Orientação em torno de z
$\dot{\psi}$	Velocidade angular em torno de z
ρ_w	Densidade da água

Grupos Adimensionais

C_B	Coeficiente de bloco
C_D	Coeficiente de arrasto
C_M	Coeficiente médio
C_P	Coeficiente prismático
C_{WP}	Coeficiente do plano de água
F_n	Número de Froude
Re	Número de Reynolds

Subscritos

A	Massa adicionada
bb	Bombordo
c	Casco
D	Arrasto
eb	Estibordo
F	Fricção
pp	Popa
pr	Proa
RB	Corpo rígido
T	Tração
x	Direção x
y	Direção y
W	Ondas
z	Direção z

Siglas

ASV	Autonomous Surface Vessel/Vehicle
CG	Centro de Gravidade
CNR	Consiglio Nazionale delle Ricerche
DGPS	Differential Global Positioning System
DOF	Degree Of Freedom
GNC	Guidance, Navigation and Control
GPS	Global Positioning System
ISSIA	Istituto di Studi sui Sistemi Intelligenti per l'Automazione
ITTC	International Towing Tank Conference
MIT	Massachusetts Institute of Technology
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
RIB	Rigid Inflatable Boat
SNAME	Society of Naval Architects and Marine Engineers

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

Segundo o ICT, Information & Communication Technologies Centre, da CSIRO (Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation) sediada na Austrália, há um ramo da ciência, denominado *Pervasive Computing*, dedicado a estudar como dispositivos computacionais podem prover informações sobre o ambiente no qual estão inseridos. Para este fim, pode-se capturar dados por meio de equipamentos do dia-a-dia, como por exemplo celulares, ou através de sistemas construídos e dedicados à coleta de dados do ambiente denominados *wireless sensor networks*. Nesse intuito, o grupo Robot - Sensor Network Interaction da CSIRO vem trabalhando na interação e cooperação entre redes de sensores e veículos autônomos no exercício de tarefas complexas. Uma de suas áreas de aplicação é o monitoramento de lagos e rios e de ambientes marinhos por meio de sistemas integrando redes de sensores e veículos submersíveis e de superfície, a fim de monitorar eventos hidrodinâmicos e bioquímicos em tempo real sem a intervenção humana ¹.

Os veículos autônomos de superfície, conhecidos e tratados pelas siglas em inglês ASCs (*Autonomous Surface Crafts*), USVs (*Unmanned Surface Vehicles*) ou, ainda, ASVs (*Autonomous Surface Vessels/Vehicles*), são plataformas aquáticas equipadas com sistemas de navegação e controle capazes de desempenhar tarefas autonomamente. Apesar de existirem desde a Segunda Guerra Mundial, os projetos de ASVs se multiplicaram no início da década de noventa em parte devido ao progresso tecnológico mas, sobretudo, ao sucesso de protótipos da marinha americana na Guerra do Golfo [1][2]. O desenvolvimento e a disponibilidade de dispositivos GPS mais compactos e confiáveis, além de sistemas de comunicação sem fio de banda larga e de longo alcance, estão entre os principais avanços tecnológicos que permitiram o crescimento das aplicações dos ASVs na supervisão das águas de portos, na busca e resgate marinhos, na coleta e análise da qualidade de água, na pesquisa hidrológica em águas rasas, no mapeamento batimétrico, como referência de navegação para veículos submersíveis e na descoberta e remoção de minas marinhas [2][3]. Vários laboratórios e centros de pesquisa privados e de iniciativa governamental conduzem projetos na área, mas pouco se vê da comercialização de ASVs se comparada com a de AUVs (*Autonomous*

¹Fonte: <http://www.csiro.au>

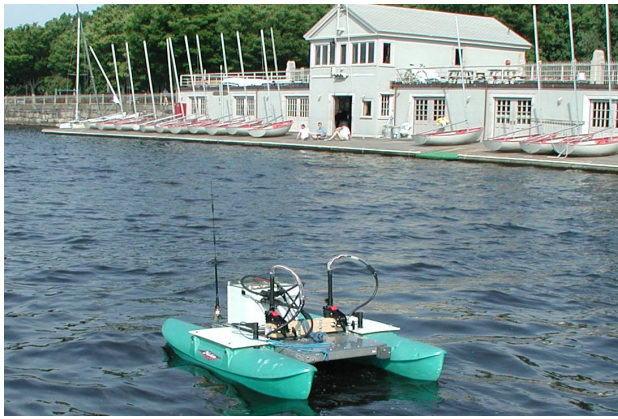
Underwater Vehicles) [3].

O primeiro ASV produzido pelo MIT Sea Grant em 1993, chamado ARTEMIS, foi uma réplica de um navio pesqueiro para testar tipos de navegação e de sistemas de controle, sendo depois utilizado no levantamento de dados batimétricos no rio Charles em Boston. Equipado com motor elétrico e leme servo atuado, o veículo, utilizado em aplicações costeiras e em mar aberto, demonstrou ser possível o controle automático da orientação e da navegação baseada em DGPS, assim como a possibilidade de operar autonomamente coletando dados hidrográficos. Em particular, a instalação de um modem a rádio permitiu o controle supervisão de um operador. Os protótipos foram bem sucedidos em vários testes experimentais, incluindo rastreamentos acústicos e de peixes marcados. A pequena dimensão do ARTEMIS limitou suas missões, levando à ideia de se utilizar a estrutura de caiaques para novos ASVs [3][4].

Com o intuito de aumentar o tamanho, a duração das missões e o desempenho no mar, um caiaque de 3m convertido em ASV foi testado no rio Charles. O protótipo era robusto o suficiente para condições severas no mar, mas não era estável à rolagem para ser aplicado na coleta de dados batimétricos. Entre 1996 e 1997, para o próximo protótipo escolheu-se um catamarã, denominado ACES (Autonomous Coastal Exploration System), devido a sua estabilidade à rolagem, grande carga paga e redundância de cascos. Sua propulsão se dava por motor a gasolina, os computadores e o sistema de navegação e controle eram alimentados por baterias, havendo um gerador para elas. O acelerador e o leme eram atuados por um motor de passo. O desempenho alcançado nos testes rádio controlados foi satisfatório, exceto pela tendência de arfagem a altas velocidades e perda do sensor de realimentação no sistema do leme. Todavia, o desenvolvimento de uma partida confiável e um atuador de engrenagem para o motor de popa foram considerados complexos para operações autônomas confiáveis [3][4].

A figura 1.1(a) ilustra a versão modificada desse catamarã, testada em 1999, de estrutura de compósito em fibra-de-vidro e plástico e com baterias alojadas no casco. Um novo sistema de propulsão foi adotado utilizando motor elétrico e células gel. Outra modificação foi a instalação de um segundo motor e o uso de um controlador capaz de girar os motores em reverso. O controle dos motores era extremamente simples. A tentativa de usar um encoder ótico para o controle do leme baseado na realimentação de sua posição falhou por o sistema não ser confiável e levou à introdução de um mecanismo de guinada baseado na velocidade de rotação diferencial dos motores. Esta plataforma foi nomeada Autocat e integrada do ponto de vista do operador, do planejamento de missão e da arquitetura computacional, com a classe de AUVs Odyssey, também do MIT [4].

Seguindo esta tendência, em 2004 quatro ASVs denominados SCOUT foram contruídos pelo MIT Department of Oceanic Engineering para o desenvolvimento de um software de controle robusto para cooperação com AUVs. Os veículos eram caiaques de estrutura de polietileno, como ilustra a figura 1.1(b), equipados com computadores, baterias de chumbo ácido, *Wi-Fi* e sistemas de comunicação via rádio. A propulsão era garantida por um motor elétrico cuja regulagem era feita por um controlador eletrônico. O controle PID (Proporcional-Integral-Derivativo) era baseado em dados de GPS e compasso e era suportado por um software livre. Sua principal aplicação baseava-se na implementação de sistemas básicos de navegação normatizados e o uso de ASVs



(a) Catamarã Autocat.



(b) Caiaques SCOUT.

Figura 1.1: Protótipos do MIT.

no desenvolvimento e teste de algoritmos de navegação acústica distribuída de veículos submersíveis. Os projetos do MIT inspiraram outras equipes espalhadas por diversos países e impactaram também em outras áreas [3][4].

De 1998 a 2000, o Ministério da Educação, Pesquisa e Tecnologia da Alemanha financiou o projeto do ASV Measuring Dolphin para o posicionamento exato e suporte à orientação e ao transporte de dispositivos em águas rasas. Escolheu-se a forma de um catamarã também devido a sua capacidade de carga e estabilidade em águas agitadas. A propulsão e direção eram garantidas por um conjunto de lemes e hélices em cada casco, fabricado em fibra-de-vidro, e o sistema de energia contava com baterias de chumbo ácido e um motor de combustão interna. A navegação por meio de sistema baseado em DGPS e compasso e um controle de curso automático baseado na norma H_2 permitiu sua aplicação em medições de corrente e profundidade [4].

No mesmo sentido, entre 1997 e 2000, a União Européia fundou o projeto ASIMOV (Advanced System Integration for Managing the coordinated operation of robotic Ocean Vehicles) para o desenvolvimento, dentre outras coisas, de um ASV para auxiliar na comunicação acústica direta de AUVs e na comunicação desses com os barcos de apoio. Para tanto, o Instituto Superior Técnico de Lisboa desenvolveu o Delfim, um catamarã de 3,5m, capaz de transportar transdutores acústicos impulsionado por hélices bi-pá e motores elétricos. A navegação, orientação e controle eram gerenciados por um sistema embarcado alimentado por dados da unidade de atitude, velocímetro Doppler e DGPS. A plataforma também foi utilizada para o mapeamento batimétrico e coleta de dados marinhos [4].

Entre 2002 e 2004, seguindo a tendência do amostrador de microcamadas multi-uso, um catamarã rádio controlado desenvolvido na Itália no âmbito do National Program of Research in Antarctica (PNRA), o CNR-ISSIA projetou e desenvolveu o catamarã Charlie, ilustrado pela figura 1.2(a). Equipado com sensores e amostradores para estudar a interface entre o mar e o ar foi testado em 2004 na Antártida. Para reduzir a possibilidade de contaminação das amostras, os cascos do veículo eram de fibra-de-vidro revestida com resina epóxi. O sistema original de direção, baseado na rotação diferencial de duas hélices, foi melhorado em 2005 utilizando-se lemes. O veí-



(a) Catamarã Charlie.

(b) Interface do operador.

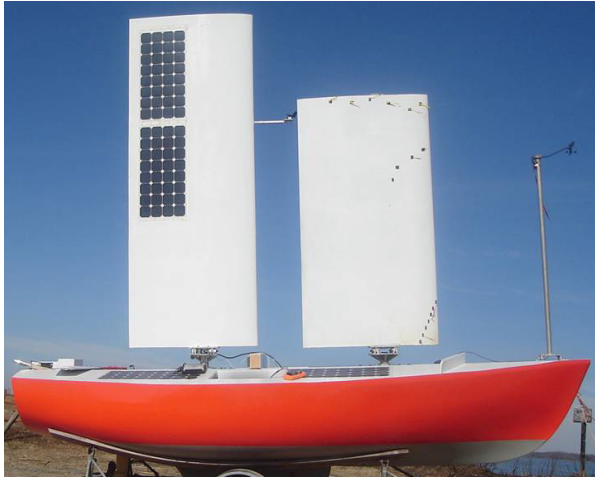
Figura 1.2: Dispositivos de monitoramento.

culo continua a ser usado para o teste de controles de missão, navegação e algoritmos de orientação e para avaliar o uso dessa tecnologia na proteção de portos na presença de tráfego marinho [4].

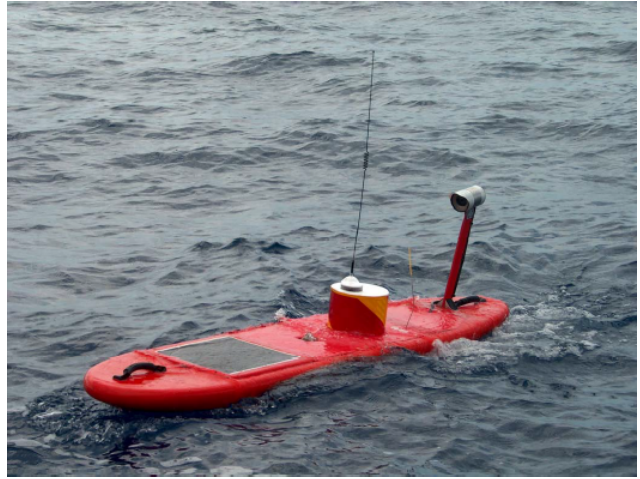
Outro exemplo é o ASV Springer, de dois cascos, que está em desenvolvimento na Universidade de Plymouth no Reino Unido e cujo objetivo é identificar poluentes. Um ASV interessante é o protótipo da organização SSC San Diego baseado no Bombardier SeaDoo Challenger 2000 que utiliza filtro de Kalman e navegação por pontos. O caminho de pontos é inserido em uma unidade gráfica e repassado ao ASV para execução após o comando de um operador. O caminho pode ser parado, pausado ou retomado a qualquer momento [4]. A figura 1.2(b) mostra a interface gráfica do sistema supervisor utilizado no planejamento de missões e no rastreamento dos ASVs desenvolvidos pelo CSIRO [5].

Após a experiência do rápido desenvolvimento e aplicação do sistema removedor de minas (SWINS) da QinetiQ Ltd. em suporte às operações da MCM no Iraque em 2003, o uso de ASVs em operações militares está próximo de ser uma realidade. O sistema SWIMS consiste em desenvolver um kit para transformar barcos de suporte a combates em veículos controlados remotamente. É importante salientar que as aplicações militares buscam a combinação da interação entre o ser humano e o computador ao invés de desenvolver sistemas totalmente autônomos para otimizar o desempenho em diferentes condições de missão. Os RIBs geralmente são utilizados pelas marinhas por transportarem grande quantidade de combustível, aumentando a duração das missões. Por isso são a base dos projetos militares no desenvolvimento de plataformas de cargas-pagas modulares, como é o caso do ASV Spartan. O ASV israelense Protector é equipado com sensores optoeletrônicos, radar, GPS, sistema de navegação inercial e uma metralhadora de 12,7mm [4].

Vários catamarãs vêm sendo utilizados no universo acadêmico devido a sua estabilidade, capacidade de carga paga e fácil acesso aos instrumentos embarcados. Porém, no mercado surgiram novas plataformas de formatos diferentes como, por exemplo, o veículo semi-submersível para inspeção hidrográfica da C&C Technologies, desenvolvido em colaboração com a ASV, Ltd., com um único casco estreito. Em sua grande maioria, os ASVs submersíveis precisam manter um mastro de comunicação e um tanque de ar acima da linha d'água. Este modelo possui propulsão a



(a) Protótipo da UOV de velas rígidas.



(b) ASV WaveGlider da Liquid Robotics.

Figura 1.3: Protótipos comerciais.

combustão, grandes volumes de carga paga e excelente estabilidade passiva [3].

Os ASVs são uma tecnologia reconhecida em missões e em novas pesquisas e desenvolvimentos. Sua aceitação crescente tem impulsionado o aproveitamento de novas fontes de energia renováveis, como por exemplo, eólica, solar e das ondas do mar. Existem protótipos movidos a energia eólica e por ondas do mar atualmente em desenvolvimento dentro de pequenas empresas. A Unmanned Ocean Vehicles Inc. (UOV) tem desenvolvido protótipos autônomos de velas rígidas, como o da figura 1.3(a), alimentados por painéis solares que demonstram operação autônoma, capacidade de comunicação sem fio, geração de energia elétrica e coleta de dados de sensores, constituindo-se em opção de plataforma para a integração de sistemas e experimentação, incluindo configurações de navegação e mecanismos de controle. Pelos resultados alcançados, a UOV foi premiada com o *Phase II Small Business Technology Transfer* (STTR) do sistema de comandos da marinha americana. A Liquid Robotics, por sua vez, é pioneira no aproveitamento da energia das ondas para a propulsão. Seu ASV Wave Glider, ilustrado pela figura 1.3(b), alimentado por painéis solares, demonstrou excelente autonomia ao permanecer em missão durante 142 dias percorrendo 2500 milhas náuticas, tornando-o ideal para aplicações de vigilância. Ainda, sua capacidade de carga paga escalável o torna forte candidato a aplicações científicas [3].

O desenvolvimento e a aplicação de ASVs de longo alcance beneficiará muitas missões científicas e militares. Porém, ainda é preciso o desenvolvimento de tecnologias confiáveis que permitam a interação dos ASVs com quaisquer objetos e veículos na água. Assim, ainda há barreiras legais a serem superadas para liberar a navegação de ASVs junto a outras embarcações [3].

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é modelar e controlar um veículo para a coleta e análise de amostras de água em grandes lagos e foi motivado pela crescente preocupação do setor de geração de energia elétrica brasileiro na exploração sustentável dos recursos hídricos, preservando e conservando o

meio ambiente e respeitando e melhorando a qualidade de vida da população local [6].

Sendo assim, os objetivos específicos são:

- Determinar os modelos cinemático e dinâmico do veículo e
- Projetar estruturas de controle que permitam sua navegação.

1.3 Descrição do Trabalho

Devido às vantagens mencionadas acima, o veículo aquático de superfície projetado, modelado e objeto de controle dos próximos capítulos é do tipo catamarã constituído por dois cascos. O capítulo 2 descreve a metodologia de projeto, definindo medidas e determinando os coeficientes do catamarã. O capítulo 3 fundamenta, analisa e desenvolve a modelagem de um veículo aquático de superfície de modo a particularizar a solução para embarcações com dois cascos. Neste mesmo capítulo, em sequência, comenta-se os resultados de simulação e validação do modelo. Já o capítulo 4 é uma introdução à arquitetura do sistema de controle desenvolvido nos próximos dois capítulos. No capítulo 5 o modelo dinâmico em espaço de estados é linearizado em um ponto de operação conveniente para o qual se projeta o controlador de velocidades. O controlador de posição, por sua vez, é projetado no capítulo 6 com base na cinemática dos movimentos. Por fim, o capítulo 7 repassa o trabalho de forma sucinta e propõe sugestões de trabalhos futuros a cerca do tema.

Capítulo 2

Projeto

2.1 Introdução

Este capítulo é dedicado à apresentação dos conceitos relacionados à arquitetura de uma embarcação e ao projeto do catamarã utilizado nas simulações dos capítulos subsequentes.

2.2 Projeto do Catamarã

O projeto de uma embarcação consiste na definição de sua geometria e, por consequência, de seus coeficientes geométricos. Existem duas medidas representativas do comprimento de uma embarcação denominadas L_{OA} , do inglês *length of all* e L_{WL} , *waterline length*. Sendo assim, a medida L_{OA} representa o comprimento da proa até a popa e a L_{WL} , como o próprio nome diz, é o comprimento do casco na interface entre a água e a atmosfera e, portanto, depende do afundamento da embarcação. O mesmo ocorre para a largura em que se define a medida B_{WL} , do inglês *beam*, também na linha d'água. A figura 2.1 mostra as perspectivas lateral e superior de um catamarã em que estas e outras medidas estão representadas. Para veículos ágeis, como os catamarãs da classe tornado, o comprimento L_{OA} é tipicamente igual a 6,09m e L_{WL} igual a 5,84m ¹.

A metodologia adotada neste trabalho baseia-se em procedimento prático descrito na referência, assim como no valor empírico sugerido aos coeficientes ². Assumindo os 5,84m como o comprimento L_{WL} do catamarã, o próximo passo no projeto da embarcação é definir a razão entre o comprimento e a largura, aqui denominada LB_R , a qual afeta a quantidade de volume deslocado. Valores pequenos de LB_R aumentam a capacidade de carga e são utilizados no projeto de embarcações pesadas. Por outro lado, veículos leves possuem uma razão LB_R alta. Sabe-se que uma razão LB_R menor que 8 aumenta a formação de ondas e deve ser evitada. Por exemplo, um cruzeiro comum possui LB_R entre 9 e 12. Considerando uma razão LB_R igual a 20, tem-se que:

$$LB_R = \frac{L_{WL}}{B_{WL}} \Rightarrow B_{WL} = \frac{L_{WL}}{LB_R} = 29cm$$

¹Fonte: [http://en.wikipedia.org/wiki/Tornado_\(sailboat\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Tornado_(sailboat))

²Fonte: <http://www.catamaransite.com>

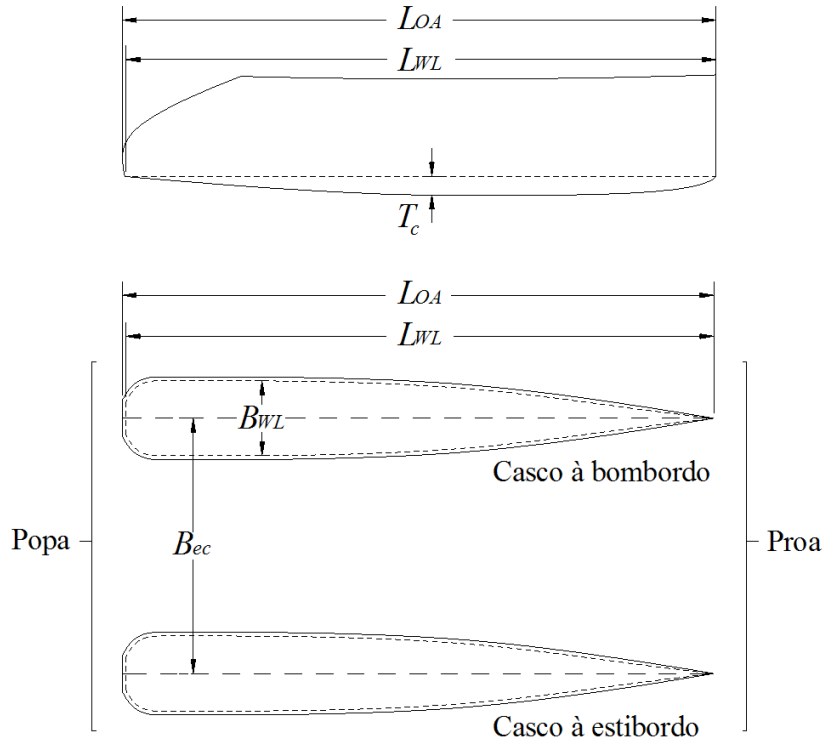


Figura 2.1: Dimensões características.

Outra medida importante é a profundidade submersa de projeto T_c , também representada na figura 2.1 e determinada a partir do coeficiente BT_R , o qual afeta também o volume deslocado. O coeficiente BT_R é definido como a razão entre B_{WL} e T_c . Na prática, sabe-se que valores de BT_R próximos a 2 minimizam a resistência à fricção e valores um pouco menores minimizam a formação de ondas. Além disso, valores altos levam a uma maior capacidade de carga. O intervalo entre 1,5 e 2,8 é considerado bastante razoável. Por exemplo, embarcações com seção em V geralmente possuem BT_R entre 1,1 e 1,4. Assumindo BT_R igual a 1,9, a fim de se minimizar a resistência T_c é dado por:

$$BT_R = \frac{B_{WL}}{T_c} \Rightarrow T_c = \frac{B_{WL}}{BT_R} = 15cm$$

O coeficiente médio C_M , por sua vez, é definido como a razão entre as áreas transversais máxima e submersa na porção média da embarcação. Portanto, este coeficiente depende da forma da seção média sendo inversamente proporcional ao volume deslocado. Por exemplo, é comum adotar-se um C_M de 0,5 para seções em V e de 0,785 para seções na forma elipsóide. Um catamarã da classe tornado possui seção em V e, por isso, dado um C_M de 0,5 a área transversal máxima é igual a:

$$C_M = \frac{A_m}{B_{WL}T_c} \Rightarrow A_m = C_M B_{WL}T_c \approx 0,0218m^2$$

Outro coeficiente, denominado coeficiente prismático ou C_P , definido como a razão entre o volume deslocado ∇ e o volume total aproximado $A_m L_{WL}$, tipicamente assume valores entre 0,55 e 0,64. Visando um bom desempenho geral, assume-se um C_P de 0,59 levando a um volume deslocado igual a:

$$C_P = \frac{\nabla}{A_m L_{WL}} \Rightarrow \nabla = C_P A_m L_{WL} \approx 0,0749m^3$$

Tabela 2.1: Valores de projeto.

Medidas e Coeficientes	Definição	Valor	Unidade
L_{OA}	Comprimento do casco	6,09	m
L_{WL}	Comprimento na linha d'água	5,84	m
LB_R	Razão comprimento largura	20	-
B_{WL}	Largura na linha d'água	29	cm
BT_R	Razão B_{WL}/T_c	1,9	-
T_c	Profundidade submersa	15	cm
C_M	Coefficiente médio	0,5	-
A_m	Área transversal máxima	0,0218	m^2
C_P	Coefficiente prismático	0,59	-
∇	Volume deslocado	0,0749	m^3
C_B	Coefficiente de bloco	0,2950	-
C_{WP}	Coefficiente do plano de água	0,71	-
A_W	Área horizontal na linha d'água	1,2025	m^2
LB_{RC}	Coefficiente de estabilidade	2,2	-
B_{ec}	Distância entre os eixos dos cascos	2,7682	m

No mais, o coeficiente de bloco C_B é definido como o produto entre os coeficientes C_M e C_P . Para o catamarã em questão tem-se que:

$$C_B = C_M C_P = 0,2950$$

A relação entre a área horizontal no nível da linha d'água e o produto $B_{WL}L_{WL}$ define o chamado coeficiente do plano de água C_{WP} . Valores típicos variam entre 0,69 e 0,72. Para C_{WP} igual a 0,71 tem-se a seguinte área correspondente:

$$C_{WP} = \frac{A_W}{B_{WL}L_{WL}} \Rightarrow A_W = C_{WP}B_{WL}L_{WL} \approx 1,2025m^2$$

Ainda, há um coeficiente que reflete a estabilidade do catamarã o qual relaciona o comprimento L_{OA} à distância entre os eixos longitudinais dos cascos B_{ec} . Ao considerar o coeficiente LB_{RC} igual a 2,2 as estabilidades transversal e longitudinal são praticamente as mesmas. Assim:

$$LB_{RC} = \frac{L_{OA}}{B_{ec}} \Rightarrow B_{ec} = \frac{L_{OA}}{LB_{RC}} \approx 2,7682m$$

Por fim, a tabela 2.1 resume as medidas e os coeficientes geométricos de projeto adotados.

Capítulo 3

Modelagem

3.1 Introdução

A modelagem envolve estudos da estática e da dinâmica de corpos rígidos. A estática concentra-se no estudo dos corpos em equilíbrio ou velocidade constante ao passo em que a dinâmica estuda os corpos em movimento acelerado. As três leis de Newton constituem a base da dinâmica cujo estudo ainda se divide entre a cinemática, que trata do aspecto geométrico do movimento, e a cinética, que analisa as forças que o causam. Neste capítulo e nos que se seguem, muitas vezes o termo dinâmica foi tomado como sinônimo de cinética, deixando de abranger o conceito de cinemática.

Uma embarcação possui 6 graus de liberdade (DOF), portanto, são necessárias 6 componentes independentes para determinar sua posição e orientação. Três eixos e suas respectivas derivadas no tempo definem a posição e a velocidade ao longo de x , y e z , enquanto as outras componentes e suas derivadas descrevem a orientação e a rotação do movimento. No meio naval, as componentes são denominadas como *surge* ou avanço, *sway* ou deriva, *heave* ou afundamento, *roll* ou rolagem, *pitch* ou arfagem e *yaw* ou guinada [7]. A tabela 3.1 relaciona cada eixo coordenado à notação utilizada para a respectiva força, velocidade linear e posição, assim como as outras componentes estão relacionadas cada uma ao respectivo momento, velocidade angular e ângulo de Euler.

Tabela 3.1: Notação utilizada para embarcações.

DOF		Forças e Momentos	Vel. linear e angular	Posição e ângulos de Euler
1	movimentos em x (avanço)	X	u	x
2	movimentos em y (deriva)	Y	v	y
3	movimentos em z (afundamento)	Z	w	z
4	rotação em torno de x (rolagem)	K	p	ϕ
5	rotação em torno de y (arfagem)	M	q	θ
6	rotação em torno de z (guinada)	N	r	ψ

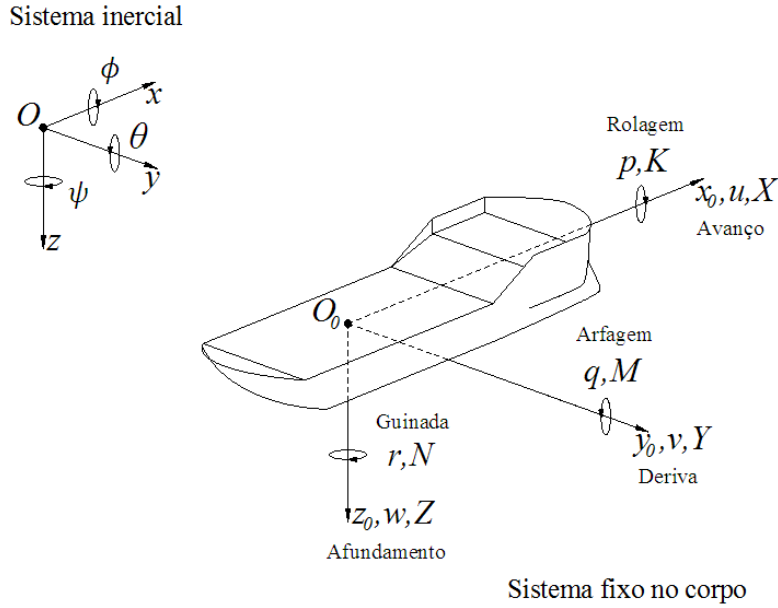


Figura 3.1: Notação e convenção de sinais padrão.

3.2 Cinemática

Ao analisar o movimento de uma embarcação é conveniente definir dois sistemas de coordenadas como os ilustrados na figura 3.1 [8]. Um deles fixo no corpo rígido, cuja origem geralmente se faz coincidente com o centro de gravidade (CG) para se beneficiar de propriedades provenientes da simetria, e o outro inercial fixo na terra. É costume utilizar este último para descrever a posição e orientação do veículo e o primeiro para as velocidades linear e angular [7].

Assim, a posição e orientação com relação ao referencial inercial dada por η é definida como:

$$\eta = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (3.1)$$

O vetor de velocidades linear e angular dado por ν é definido com relação ao sistema fixo no corpo como:

$$\nu = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T \quad (3.2)$$

A trajetória do veículo com relação ao sistema fixo na terra é dada pela seguinte transformação:

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \quad (3.3)$$

onde a matriz de transformação $J(\eta)$ é definida em função dos ângulos de Euler ϕ , θ e ψ por [7]:

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} J_1(\phi, \theta, \psi) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\phi, \theta, \psi) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

tal que

$$J_1(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & -s(\psi)c(\phi) + c(\psi)s(\theta)s(\phi) & s(\psi)s(\phi) + c(\psi)c(\phi)s(\theta) \\ s(\psi)c(\theta) & c(\psi)c(\phi) + s(\phi)s(\theta)s(\psi) & -c(\psi)s(\phi) + s(\theta)s(\psi)c(\phi) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\phi) & c(\theta)c(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

e

$$J_2(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & s(\phi)t(\theta) & c(\phi)t(\theta) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & s(\phi)/c(\theta) & c(\phi)/c(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde $s(\cdot) = \sin(\cdot)$, $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ e $t(\cdot) = \tan(\cdot)$.

3.3 Mecânica Newtoniana

Segundo a aproximação Newtoniana, o modelo não linear de representação das equações dinâmicas do movimento com relação ao eixo de coordenadas fixo no corpo possui a seguinte forma vetorial [7]:

$$M_{RB}\dot{\nu} + C_{RB}(\nu)\nu = \tau_{RB} \quad (3.7)$$

onde M_{RB} representa a matriz de massa e inércia, C_{RB} a matriz de Coriolis e termos centrípetos do corpo rígido e $\tau_{RB} = [X \ Y \ Z \ K \ M \ N]^T$ o vetor geral de forças e momentos externos. As magnitudes deste vetor podem ser atribuídas a três componentes [7]:

$$\tau_{RB} = \tau_H + \tau_E + \tau \quad (3.8)$$

A componente τ_H representa as forças e momentos devido ao movimento do corpo na água, τ_E as forças e momentos devido às correntes e ondas e ao vento e τ as forças e momentos devido ao sistema de propulsão.

Considerando que o sistema de coordenadas fixo no corpo coincide com os eixos principais de inércia, a equação (3.7) pode ser simplificada e expressa como [7]:

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] &= X \\ m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] &= Y \\ m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] &= Z \\ I_x\dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\ I_y\dot{q} + (I_x - I_z)rp + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\ I_z\dot{r} + (I_y - I_x)pq + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] &= N \end{aligned} \quad (3.9)$$

As equações acima são conhecidas como equações generalizadas do movimento onde m representa a massa do corpo rígido, o ponto (x_G, y_G, z_G) define a posição do CG e I_x, I_y e I_z são os momentos principais de inércia em relação aos eixos longitudinal, lateral e normal, respectivamente.

Na dinâmica de uma embarcação, os movimentos de arfagem e rolagem, além dos na direção do eixo z , podem ser desprezados e, assim, a equação (3.9) pode ser simplificada e expressa apenas por 3 DOF (movimentos de guinada e nas direções x e y) como:

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr - x_G(r^2) + y_G(-\dot{r})] &= X \\ m[\dot{v} + ur - y_G(r^2) + x_G(\dot{r})] &= Y \\ I_z \dot{r} + m[x_G(\dot{v} + ur) - y_G(\dot{u} - vr)] &= N \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ainda, considerando o eixo de coordenadas x_0, y_0 e z_0 centrado no CG, a equação (3.10) se resume a:

$$\begin{aligned} m(\dot{u} - vr) &= X \\ m(\dot{v} + ur) &= Y \\ I_{zC} \dot{r} &= N \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde I_{zC} é o momento de inércia em relação ao eixo z_0 estando a origem do sistema de coordenadas no corpo fixada no CG. A parametrização da matriz de inércia M_{RB} , que aparece na equação (3.7), é única e pode ser inferida da equação (3.11) como:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_{zC} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

A matriz de Coriolis e termos centrípetos C_{RB} , no entanto, encontra diversas parametrizações. Utilizando as equações de Kirchhoff chega-se à seguinte representação [7]:

$$C_{RB} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mv \\ 0 & 0 & mu \\ mv & -mu & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.4 Forças e Momentos Hidrodinâmicos

Em hidrodinâmica é comum assumir que as forças e momentos atuantes em um corpo rígido podem ser linearmente superpostos considerando dois casos. No primeiro, as forças põem o corpo a oscilar devido à frequência das ondas, não existindo ondas incidentes, enquanto no segundo, restringe-se a oscilação do corpo, existindo ondas incidentes regulares [7]. Portanto, este segundo caso envolve as forças devido às correntes e ondas e ao vento, ou seja, τ_E , e não será considerado neste trabalho. Assim, a equação (3.8) pode ser resumida a:

$$\tau_{RB} = \tau_H + \tau \quad (3.14)$$

As forças e momentos considerados no primeiro caso têm origens estáticas e dinâmicas e podem ser estudadas pela análise dos seguintes efeitos [8]:

- Considerando o movimento em fluido ideal sem circulação pode-se identificar os efeitos das forças e momentos devido à massa adicionada e do momento de Munk. A massa adicionada surge por causa da inércia do fluido em torno do corpo em movimento, refletindo sua energia cinética, e seu efeito é proporcional às acelerações. O momento puro de Munk, por sua vez, surge do movimento de um corpo tridimensional e longo a certo ângulo de ataque, provocando o aumento deste ângulo, tal que seu efeito é proporcional ao produto das velocidades uv .
- Ao considerar o movimento em um fluido ideal com circulação, a forma do casco da embarcação é importante, gerando, por exemplo, forças de sustentação que também podem contribuir para o aumento do ângulo de ataque. Estas forças e seus momentos são proporcionais ao produto uv e ur .
- Já o movimento em um fluido viscoso provoca o aparecimento das resistências hidrodinâmicas que em águas calmas podem ser resumidas a três componentes: resistência de fricção, resistência devido à interação com as ondas geradas e resistência de Eddy, causada pelas perdas de energia devido ao casco e às saliências existentes. Tais efeitos são proporcionais aos produtos do tipo $|u|u$, $|v|v$, $|r|v$, $|v|r$ e $|r|r$.
- Ainda, somam-se a estes o efeito das forças e momentos de restauração provocados pela força gravitacional e pelo empuxo de acordo com os ângulos de Euler e as posições do CG e do centro de empuxo.

Assim, a componente hidrodinâmica τ_H em (3.14) pode ser definida como:

$$\tau_H = -M_A \dot{\nu} - C_A(\nu)\nu - D(\nu)\nu - g(\eta) \quad (3.15)$$

onde o termo $M_A \dot{\nu} + C_A(\nu)\nu$ representa a massa adicionada, $D(\nu)\nu$ representa a resistência hidrodinâmica, e ainda, $g(\eta)$ representa as forças de restauração.

Por sua vez, $g(\eta)$, composta pela força gravitacional e pelo empuxo, é definida por:

$$g(\eta) = g_w(\eta) + g_b(\eta) \quad (3.16)$$

tal que a força gravitacional devida ao peso do corpo é definida como:

$$g_w \triangleq mg \quad (3.17)$$

e o empuxo devido ao volume de fluido deslocado é dado por:

$$g_b \triangleq -\rho_w \nabla g \quad (3.18)$$

onde ρ_w é a densidade da água e ∇ é o volume de líquido deslocado. As duas forças atuam na direção do eixo z , a primeira no centro de gravidade e a segunda no centro de empuxo, gerando momentos nas direções x_0 e y_0 . Como os movimentos de arfagem e rolagem do barco estão sendo desprezados, assume-se que as forças restauradoras se compensam e a componente hidrodinâmica $g(\eta)$ pode ser negligenciada.

As forças e momentos hidrodinâmicos também podem ser expressos pela expansão em séries, denominada notação de SNAME, em que, por exemplo, a força na direção de y_0 é dada por [7][8]:

$$Y_H \approx Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{vv}v^2 + Y_{r|v}|r|v| \quad (3.19)$$

onde os coeficientes constantes podem ser determinados pelas seguintes derivadas conhecidas como derivadas hidrodinâmicas:

$$Y_{\dot{v}} = \frac{\partial f_Y}{\partial \dot{v}} \quad Y_{vv} = \frac{\partial^2 f_Y}{\partial v^2} \quad Y_{r|v} = \frac{\partial^2 f_Y}{\partial r \partial |v|}$$

A título de entendimento tem-se que o primeiro termo da equação (3.19) pode ser interpretado como a força na direção do eixo y_0 devido à aceleração \dot{v} . Para determinar as derivadas existem métodos teóricos, como a *Strip Theory*, e experimentais, baseados na identificação do sistema.

3.4.1 Massa Adicionada

A massa adicionada, que pode ser entendida como as forças e momentos de pressão induzidos devido ao movimento harmônico forçado do corpo, é proporcional à aceleração e pode ser definida por meio de expansões em séries de Taylor calculadas para cada direção e orientação.

A expansão em séries de Taylor de $f_X(\dot{u})$, por exemplo, lineariza um modelo não linear na direção de x_0 e fornece uma boa aproximação do comportamento do sistema próximo ao ponto de operação (\dot{u}_0) [9]. Assim:

$$f_X(\dot{u}) = f_X(\dot{u}_0) + \frac{\partial f_X(\dot{u}_0)}{\partial \dot{u}}(\dot{u} - \dot{u}_0) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f_X(\dot{u}_0)}{\partial \dot{u}^2}(\dot{u} - \dot{u}_0)^2 + \dots \quad (3.20)$$

Para $\dot{u}_0 = 0$, a série, denominada série de Maclaurin, se reduz a:

$$f_X(\dot{u}) = f_X(0) + \frac{\partial f_X(0)}{\partial \dot{u}}(\dot{u}) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f_X(0)}{\partial \dot{u}^2}(\dot{u})^2 + \dots \quad (3.21)$$

A equação (3.21) ainda pode ser simplificada devido ao conceito de massa adicionada estar definido apenas quando há movimento. Assim, utilizando a notação de SNAME tem-se que a matriz M_A para 6 DOF é dada por:

$$M_A \triangleq - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Na maioria das aplicações, os termos da diagonal principal, tal como $X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}$ e assim por diante, são sempre positivos. Entretanto, com certa frequência documenta-se massas adicionadas negativas para catamarãs, seções em forma de bulbo e veículos submersíveis quando próximos à superfície.

A matriz adicionada M_A de um corpo rígido a baixa velocidade, isto é, próximo ao repouso, em um fluido ideal, sem ondas incidentes, sem correntes e com frequência independente, possui a propriedade de ser igual à sua transposta M_A^T . Em um fluido real, a experiência mostra que todos os elementos da matriz são diferentes, mas, mesmo assim, a igualdade $M_A = M_A^T$ ainda pode ser considerada uma boa aproximação.

Para veículos submersíveis, como os ROVs, e catamarãs, operando sem ondas incidentes, assumir simetria e frequência independente tem se mostrado razoável. Em geral, a magnitude dos termos da diagonal principal de M_A é maior se comparada a dos outros elementos.

Para um corpo rígido movendo-se em um fluido ideal, a matriz de Coriolis e termos centrípetos C_A pode ser sempre parametrizada tal que $C_A(\nu) = -C_A^T(\nu)$ e definida como [7]:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

onde

$$\begin{aligned} a1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\ a2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\ a3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\ b1 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\ b2 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\ b3 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r \end{aligned}$$

Em embarcações de superfície como navios cargueiros e cruzeiros é usual desacoplar os movimentos na direção do eixo x_0 das dinâmicas de rotação, além de desprezar os movimentos de arfagem e rolagem e na direção do eixo z , o que para velocidades significativas em x_0 e, então, $M_A \neq M_A^T$, levam a [7]:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{r}} \\ 0 & N_{\dot{v}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

e

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_{\dot{v}}v + \frac{Y_{\dot{r}} + N_{\dot{v}}}{2}r \\ 0 & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ -Y_{\dot{v}}v - \frac{Y_{\dot{r}} + N_{\dot{v}}}{2}r & X_{\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Para baixas velocidades na direção do eixo x_0 tem-se que $M_A = M_A^T$ e $N_{\dot{v}} = Y_{\dot{r}}$ e, portanto, $C_A(\nu)$ é simplificada a:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r \\ 0 & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ -(Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r) & X_{\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

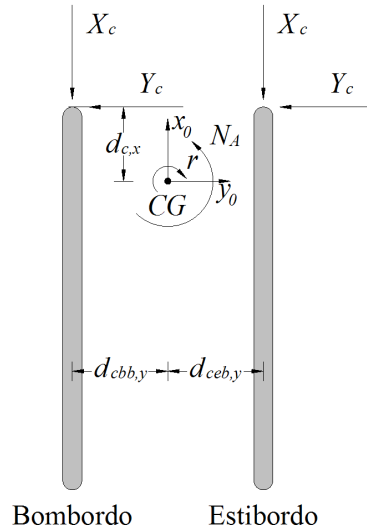


Figura 3.2: Determinação das componentes da massa adicionada.

3.4.1.1 Catamarã

A figura 3.2 ilustra as forças e momentos devido a massa adicionada atuantes em um veículo catamarã formado por dois cascos, assim como informações de sua geometria. O índice c indica que as resistências atuam no casco, $d_{cbb,y}$ representa a distância entre o CG e o centro do casco à bombordo na direção de y_0 tal que $d_{cbb,y} < 0$, $d_{ceb,y}$ representa a distância entre o CG e o centro do casco à estibordo na direção de y_0 tal que $d_{ceb,y} > 0$, $d_{c,x}$ representa a distância entre o CG e a linha de atuação de Y_c , X_c representa a resistência devido a massa adicionada na direção do eixo x_0 à bombordo e à estibordo e Y_c representa a resistência devido a massa adicionada na direção do eixo y_0 também à bombordo e à estibordo.

Assim, a matriz M_A aplicada ao catamarã é definida como:

$$M_A = - \begin{bmatrix} 2X_{c\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & 2Y_{c\dot{v}} & 2Y_{c\dot{r}} \\ -X_{c\dot{u}}(d_{cbb,y} + d_{ceb,y}) & 2(Y_{c\dot{v}}d_{c,x} + N_{c\dot{v}}) & 2(Y_{c\dot{r}}d_{c,x} + N_{c\dot{r}}) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

O surgimento de novos termos na terceira linha da matriz se deve ao cálculo dos momentos em relação ao CG da embarcação.

Para velocidades significativas, a matriz de Coriolis e forças centrípetas $C_A(\nu)$ pode ser definida como:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2Y_{c\dot{v}}\nu + (Y_{c\dot{r}} + Y_{c\dot{v}}d_{c,x} + N_{c\dot{v}})r \\ 0 & 0 & -2X_{c\dot{u}}u \\ -2Y_{c\dot{v}}\nu - (Y_{c\dot{r}} + Y_{c\dot{v}}d_{c,x} + N_{c\dot{v}})r & 2X_{c\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Considerando baixas velocidades, C_A é simplificada a:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2(Y_{c\dot{v}}\nu + Y_{c\dot{r}}r) \\ 0 & 0 & -2X_{c\dot{u}}u \\ -2(Y_{c\dot{v}}\nu + Y_{c\dot{r}}r) & 2X_{c\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3.4.1.2 Componentes da Massa Adicionada

Considerando o objetivo de calcular as forças e momentos devido à massa adicionada para o veículo catamarã projetado no capítulo 2, faz-se necessário determinar as componentes da matriz da equação (3.27). Existem expressões empíricas definidas em função dos parâmetros geométricos da embarcação tal que $X_{c\dot{u}}$, na forma dimensional, é dado por [9]:

$$X_{c\dot{u}} = k_1 m' \quad (3.30)$$

onde k_1 é o coeficiente de adesão de Lamb na direção do eixo x_0 e m' corresponde à metade da massa total. A curva que determina k_1 , ilustrada na referência [9], é em função da relação $2T_c/L_c$. Para um único casco do catamarã projetado tem-se que:

$$2 \frac{T_c}{L_{WL}} = 2 \frac{0,15}{5,84} \approx 0,05$$

Da curva, infere-se que o coeficiente de adesão de Lamb k_1 é aproximadamente igual a 0,01 para a relação de 0,05. As demais componentes, também na forma dimensional, são definidas a seguir:

$$\begin{aligned} Y_{c\dot{v}} &= \left(\pi \frac{\rho_w}{2} T_c^3 \right) \left(1 + 0,16 \frac{C_B B_{WL}}{T_c} - 5,1 \left(\frac{B_{WL}}{L_{WL}} \right)^2 \right) \\ Y_{c\dot{r}} &= \left(\pi \frac{\rho_w}{2} L_{WL}^2 T_c^3 \right) \left(0,67 \frac{B_{WL}}{L_{WL}} - 0,0033 \left(\frac{B_{WL}}{T_c} \right)^2 \right) \\ N_{c\dot{v}} &= \left(\pi \frac{\rho_w}{2} L_{WL} T_c^3 \right) \left(1,1 \frac{B_{WL}}{L_{WL}} - 0,041 \frac{B_{WL}}{T_c} \right) \\ N_{c\dot{r}} &= \left(\pi \frac{\rho_w}{2} L_{WL}^2 T_c^3 \right) \left(\frac{1}{12} + 0,017 \frac{C_B B_{WL}}{L_{WL}} - 0,33 \frac{B_{WL}}{L_{WL}} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

3.4.2 Resistência Hidrodinâmica

O termo $D(\nu)\nu$ da equação (3.15), que representa a resistência hidrodinâmica, é definido considerando 3 DOF como:

$$D(\nu)\nu = \begin{bmatrix} f_{Dc,x}(u, r) \\ f_{Dc,y}(v, r) \\ m_{Dc,z}(u, v, r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{Dcbb,x}(u, r) + f_{Dceb,x}(u, r) \\ f_{Dcbb,y}(v, r) + f_{Dceb,y}(v, r) \\ m_{Dc,z}(u, r) + m_{Dc,z}(v, r) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

tal que a primeira linha e a segunda correspondem à soma das forças de resistências na direção dos eixos x_0 e y_0 respectivamente, enquanto a terceira corresponde à soma de momentos devido às forças em torno do eixo z_0 .

Devido às forças serem diretamente proporcionais ao quadrado da velocidade, os efeitos do movimento de guinada são corretamente considerados ao calcular separadamente as resistências nos cascos a bombordo (f_{Dcbb}) e a estibordo (f_{Dceb}) nas direções x_0 e y_0 [9]. A velocidade de um

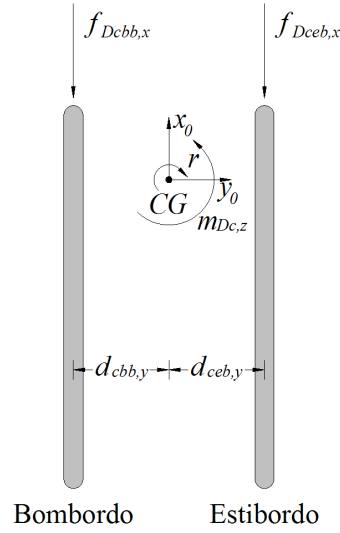


Figura 3.3: Resistência hidrodinâmica na direção do eixo x_0 .

ponto qualquer da embarcação é descrita por:

$$\begin{aligned} u_p &= u - d_y r \\ v_p &= v + d_x r \\ r_p &= r \end{aligned} \quad (3.33)$$

em que a trinca (u, v, r) representa a velocidade da origem do sistema de coordenadas fixo no corpo e d_x e d_y definem a posição do ponto segundo as direções x_0 e y_0 , respectivamente.

3.4.2.1 Forças na direção do eixo x_0

A resistência em cada casco na direção de x_0 , ilustrada pela figura 3.3, pode ser calculada utilizando-se o método de Froude que, ainda, a decompõe em duas forças como se segue [9]:

$$f_{D_{c,x}}(u, r) = f_{D_{Fc,x}}(u, r) + f_{D_{Wc,x}}(u, r) \quad (3.34)$$

onde $f_{D_{Fc,x}}(u, r)$ representa a resistência à fricção, que depende do número de Reynolds (Re), e $f_{D_{Wc,x}}(u, r)$ a resistência causada pela formação e quebra de ondas, que depende do número de Froude.

A resistência à fricção do casco a bombordo pode ser definida como:

$$f_{D_{Fcbb,x}}(u, r) = C_{Fcbb} A_{cbb} \rho_w (u - d_{cbb,y} r) |u - d_{cbb,y} r| \quad (3.35)$$

tal que C_{Fcbb} é o coeficiente de fricção do casco e A_{cbb} é a área molhada plana, igual a $2T_c L_{WL}$.

A fórmula padrão do ITTC para o coeficiente C_{Fcbb} , que abrange os escoamentos turbulento ($Re > 100$) e laminar ($Re < 100$) e é considerada conservativa se comparada a outras formas de cálculo, é definida como:

$$C_{Fcbb} \triangleq \frac{0,075}{(\log(Re_{cbb}) - 2)^2} \quad (3.36)$$

O número de Reynolds Re para o casco a bombordo é igual a:

$$Re_{cbb} = \frac{(u - d_{cbb,y}r)L_{WL}}{\nu_w} \quad (3.37)$$

onde ν_w representa a viscosidade cinemática da água.

Da mesma forma, pode-se definir a resistência à fricção do casco a estibordo como:

$$f_{D_{F_{ceb,x}}}(u, r) = C_{F_{ceb}} A_{ceb} \rho_w (u - d_{ceb,y}r) |u - d_{ceb,y}r| \quad (3.38)$$

em que o coeficiente $C_{F_{ceb}}$ é então definido em função do número de Reynolds a estibordo Re_{ceb} , que, por conseguinte, depende da distância $d_{ceb,y}$.

O limite entre as regiões de escoamento turbulento e laminar ocorre para Re igual a 100. Considerando o comprimento de projeto do catamarã ($L_{WL} = 5,84m$) e assumindo ν_w igual a $1.10^{-6}m^2/s$, de acordo com a definição do número de Reynolds a velocidade limite entre as regiões de escoamento é da ordem de $10^{-5}km/h$. Portanto, quando o catamarã sai do repouso a água próxima ao casco é submetida instantaneamente a um escoamento turbulento, tornando-se rapidamente laminar com o aumento da velocidade.

Em 1978, Holtrop e Mennen apresentaram um método estatístico para determinar a potência requerida pela embarcação em uma etapa inicial de projeto. O método foi desenvolvido por meio de uma análise de regressão de modelos de experimentos randômicos e de dados reais disponibilizados pela marinha holandesa. Posteriormente, concluiu-se que o método não cobria casos em que a combinação dos parâmetros da embarcação era pouco usual e, sendo assim, ajustes foram realizados de modo a estendê-lo, resultando em uma relação de fórmulas de aplicação mais ampla. Principalmente com o objetivo de melhorar a predição da potência para embarcações de razão LB_R baixa e embarcações delgadas com saliências complexas e seção traseira plana submersa [10].

De acordo com o método, a resistência causada pela formação e quebra de ondas é definida como:

$$f_{D_{Wc,x}} = c_1 c_2 c_5 \nabla \rho_w g \exp(m_1 F_n^d + m_2 \cos(\lambda F_n^{-2})) \quad (3.39)$$

onde F_n é o número de Froude, que pode ser definido para os cascos a bombordo e estibordo como:

$$F_{ncbb} \triangleq \frac{u - d_{cbb,y}r}{\sqrt{gL_{WL}}} \quad F_{nceb} \triangleq \frac{u - d_{ceb,y}r}{\sqrt{gL_{WL}}} \quad (3.40)$$

O coeficiente c_1 , por sua vez, é definido como:

$$c_1 = 2223105 c_7^{3,78613} (T_c/B_{WL})^{1,07961} (90 - i_E)^{-1,37565} \quad (3.41)$$

tal que:

$$c_7 = \begin{cases} 0, 229577(B_{WL}/L_{WL})^{0,33333} & \text{se } B_{WL}/L_{WL} < 0, 11 \\ B_{WL}/L_{WL} & \text{se } 0, 11 < B_{WL}/L_{WL} < 0, 25 \\ 0, 5 - 0, 0625(L_{WL}/B_{WL}) & \text{se } B_{WL}/L_{WL} > 0, 25 \end{cases} \quad (3.42)$$

e i_E , que representa a metade do ângulo formado pela linha d'água na proa com relação ao eixo x_0 e varia entre 1° e 90° , é igual a:

$$i_E = 1 + 89 \exp\left(-\left(L_{WL}/B_{WL}\right)^{0,80856} (1 - C_{WP})^{0,30484} (1 - C_P - 0,0225 lcb)^{0,6367} \right. \\ \left. (L_R/B_{WL})^{0,34574} (100\nabla/L_{WL}^3)^{0,16302}\right) \quad (3.43)$$

em que:

$$L_R = (1 - C_P + 0,06C_P lcb / (4C_P - 1)) L_{WL} \quad (3.44)$$

onde lcb é a posição do centro de empuxo com relação à $0,5L_{WL}$, expressa como porcentagem de L_{WL} . Considerando que o centro de empuxo está no CG e, ainda, que $0,5L_{WL}$ coincide com o centro geométrico da embarcação, tem-se que lcb é igual a $(x_G/L_{WL})100$.

Na expressão (3.39), o coeficiente c_2 , que contabiliza a redução da resistência devido a uma proa em forma de bulbo, é definido por:

$$c_2 = \exp(-1,89\sqrt{c_3}) \quad (3.45)$$

em que c_3 é igual a:

$$c_3 = 0,56A_{BTC}^{1,5} / (B_{WL}T_c(0,31\sqrt{A_{BTC}} + T_c - h_{BTC})) \quad (3.46)$$

onde A_{BTC} representa a área da seção transversal do bulbo e h_{BTC} representa a posição do centro da área A_{BTC} medido a partir da quilha. O catamarã projetado não possui bulbo e, neste caso, a área A_{BTC} nula também anula c_3 , levando c_2 à unidade, o que é coerente pois não há redução da resistência.

O coeficiente c_5 , que contabiliza a influência da área imersa da popa na resistência, é definido como:

$$c_5 = 1 - 0,8A_{Tc} / (B_{WL}T_cC_M) \quad (3.47)$$

o produto $B_{WL}T_cC_M$ representa a máxima área de seção transversal. A razão $A_{Tc} / (B_{WL}T_cC_M)$, portanto, é a relação de proporção entre a área imersa e a área total da seção transversal. Quanto maior a área imersa menor o valor de c_5 , cujo limite inferior é igual a $0,2$. Para o catamarã em questão, de modo conservativo, c_5 é considerado igual à unidade.

Ainda, os coeficientes m_1 e m_2 são definidos por:

$$m_1 = 0,0140407L_{WL}/T_c - 1,75254\nabla^{1/3}/L_{WL} - 4,79323B_{WL}/L_{WL} - c_{16} \quad (3.48)$$

$$m_2 = c_{15}C_P^2 \exp(-0,1F_n^{-2}) \quad (3.49)$$

tal que:

$$c_{16} = \begin{cases} 8,07981C_P - 13,8673C_P^2 + 6,984388C_P^3 & \text{se } C_P < 0,80 \\ 1,73014 - 0,7067C_P & \text{se } C_P > 0,80 \end{cases} \quad (3.50)$$

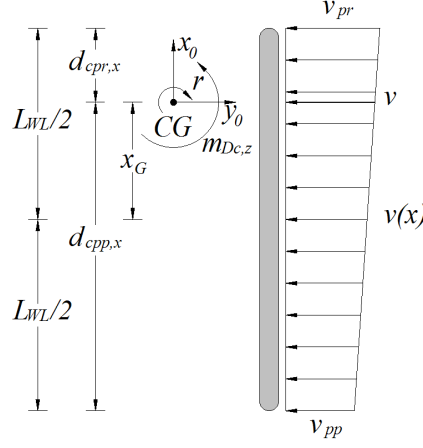


Figura 3.4: Resistência hidrodinâmica na direção do eixo y_0 .

e

$$c_{15} = \begin{cases} -1,69385 & \text{se } L_{WL}^3/\nabla < 512 \\ -1,69385 + (L_{WL}/\nabla^{1/3} - 8,0)/2,36 & \text{se } 512 < L_{WL}^3/\nabla < 1727 \\ 0 & \text{se } L_{WL}^3/\nabla > 1727 \end{cases} \quad (3.51)$$

Por fim, o coeficiente λ é definido por:

$$\lambda = \begin{cases} 1,446C_P - 0,03L_{WL}/B_{WL} & \text{se } L_{WL}/B_{WL} < 12 \\ 1,446C_P - 0,36 & \text{se } L_{WL}/B_{WL} > 12 \end{cases} \quad (3.52)$$

e d é igual a $-0,9$.

3.4.2.2 Forças na direção do eixo y_0

Uma estimativa para a resistência hidrodinâmica na direção de y_0 pode ser calculada considerando os cascos como uma placa plana normal à força aplicada, desprezando-se a influência entre os cascos assim como os efeitos tridimensionais.

A força sobre cada casco pode ser definida como [9]:

$$f_{Dcb,y}(v, r) = f_{Dceb,y}(v, r) = \int_{d_{cpp,x}}^{d_{cpr,x}} dF_y = \int_{d_{cpp,x}}^{d_{cpr,x}} \frac{1}{2} C_D T_c \rho_w v(x) |v(x)| dx \quad (3.53)$$

tal que as distâncias $d_{cpr,x}$ e $d_{cpp,x}$ se referem às extremidades da proa e da popa, respectivamente e com relação ao eixo fixo no corpo, e onde C_D representa o coeficiente de arrasto, que para uma placa plana é igual a 2, e $v(x)$ representa a velocidade do fluido na direção y_0 ilustrada pela figura 3.4 e definida como:

$$v(x) = \frac{v_{pr} - v_{pp}}{L_{WL}} x + v \quad (3.54)$$

em que:

$$v_{pr} = v + \left(\frac{L_{WL}}{2} - x_G \right) r \quad (3.55)$$

e

$$v_{pp} = v - \left(\frac{L_{WL}}{2} + x_G \right) r \quad (3.56)$$

sabendo-se que x_G é a posição do CG da embarcação com relação ao centro geométrico e que o sistema de coordenadas fixo no corpo tem sua origem no CG.

Portanto, $\frac{v_{pr} - v_{pp}}{L_{WL}} = r$ e assim:

$$v(x) = rx + v \quad (3.57)$$

Ao extrair os termos constantes do integrando da equação (3.53) tem-se que:

$$f_{D_{cbb,y}}(v, r) = \frac{1}{2} C_D T_c \rho_w \int_{d_{cpp,x}}^{d_{cpr,x}} v(x) |v(x)| dx \quad (3.58)$$

Substituindo-se a equação (3.57) em (3.58) chega-se à seguinte expressão:

$$f_{D_{cbb,y}}(v, r) = \frac{1}{2} C_D T_c \rho_w \int_{d_{cpp,x}}^{d_{cpr,x}} (rx + v) |rx + v| dx \quad (3.59)$$

Considerando as propriedades $|a + b| \leq |a| + |b|$ e $|a \cdot b| = |a| |b|$ da função modular, de modo conservativo as forças em y_0 podem ser determinadas por:

$$f_{D_{cbb,y}}(v, r) = \frac{1}{2} C_D T_c \rho_w \int_{d_{cpp,x}}^{d_{cpr,x}} v |v| + r |v|x + v |r||x| + r |r|x|x| dx \quad (3.60)$$

Integrando a equação (3.60), $f_{D_{cbb,y}}(v, r)$ é tal que:

$$\begin{aligned} f_{D_{cbb,y}}(v, r) = \frac{1}{2} C_D T_c \rho_w \left[\left((d_{cpr,x} - d_{cpp,x}) |v| + \frac{(d_{cpr,x}^2 + d_{cpp,x}^2)}{2} |r| \right) v + \right. \\ \left. + \left(\frac{(d_{cpr,x}^2 - d_{cpp,x}^2)}{2} |v| + \frac{(d_{cpr,x}^3 + d_{cpp,x}^3)}{3} |r| \right) r \right] \end{aligned} \quad (3.61)$$

Sabendo-se que $d_{cpr,x} = \frac{L_{WL}}{2} - x_G$ e $d_{cpp,x} = -\frac{L_{WL}}{2} - x_G$, a equação (3.61) ainda pode ser simplificada a:

$$\begin{aligned} f_{D_{cbb,y}}(v, r) = \frac{1}{2} C_D T_c \rho_w \left[\left(L_{WL} |v| + \left(x_G^2 + \frac{1}{4} L_{WL}^2 \right) |r| \right) v + \right. \\ \left. - \left(x_G L_{WL} |v| + \left(\frac{2}{3} x_G^3 + \frac{1}{2} x_G L_{WL}^2 \right) |r| \right) r \right] \end{aligned} \quad (3.62)$$

3.4.2.3 Momentos em torno do eixo z_0

As forças de resistência hidrodinâmica atuam no plano $x_0 y_0$ fora do CG da embarcação e, por isso, geram momentos em torno do eixo z_0 , cuja resultante é calculada pelo somatório dos momentos produzidos por cada força. Assim:

$$m_{D_{c,z}}(u, v, r) = m_{D_{c,z}}(u, r) + m_{D_{c,z}}(v, r) \quad (3.63)$$

Em x_0 , as forças estão concentradas cada uma na extremidade de um dos cascos como mostra a figura 3.3. O momento resultante, definido como o somatório dos produtos de cada força pelo correspondente braço de alavanca em torno do CG, é expresso por:

$$m_{Dc,z}(u, r) = -(f_{Dcbb,x}(u, r)d_{cbb,y} + f_{Dceb,x}(u, r)d_{ceb,y}) \quad (3.64)$$

Já em y_0 , as forças estão distribuídas ao longo de cada um dos cascos como na figura 3.4. Neste caso, o momento resultante é definido pela integral do produto da força infinitesimal pelo seu braço de alavanca ao longo do comprimento de cada casco. Assim:

$$m_{Dcbb,z}(v, r) = m_{Dceb,z}(v, r) = \frac{1}{2}C_D T_c \rho_w \int_{d_{cpp,x}}^{d_{cpr,x}} v(x)|v(x)|x \, dx \quad (3.65)$$

Integrando-se a equação (3.65), chega-se à seguinte expressão:

$$m_{Dc,z}(v, r) = C_D T_c \rho_w \left[\left(\frac{(d_{cpr,x}^2 - d_{cpp,x}^2)}{2} |v| + \frac{(d_{cpr,x}^3 + d_{cpp,x}^3)}{3} |r| \right) v + \left(\frac{(d_{cpr,x}^3 - d_{cpp,x}^3)}{3} |v| + \frac{(d_{cpr,x}^4 + d_{cpp,x}^4)}{4} |r| \right) r \right] \quad (3.66)$$

Para $d_{cpr,x} = \frac{L_{WL}}{2} - x_G$ e $d_{cpp,x} = -\frac{L_{WL}}{2} - x_G$, a equação (3.66) ainda pode ser simplificada a:

$$m_{Dc,z}(v, r) = C_D T_c \rho_w \left[- \left(x_G L_{WL} |v| + \left(\frac{2}{3} x_G^3 + \frac{1}{2} x_G L_{WL}^2 \right) |r| \right) v + \left(\left(x_G^2 L_{WL} + \frac{1}{12} L_{WL}^3 \right) |v| + \left(\frac{3}{4} x_G^2 L_{WL}^2 + \frac{1}{2} x_G^4 + \frac{1}{32} L_{WL}^4 \right) |r| \right) r \right] \quad (3.67)$$

3.5 Forças e Momentos do Sistema de Propulsão

Uma embarcação pode ser movida, por exemplo, pelo insulfamento de velas, pela queima de combustíveis em motores a combustão interna, pela energia armazenada em baterias que acionam motores elétricos. A tração, no caso dos motores, é gerada pela rotação da hélice acoplada ao seu eixo devido ao deslocamento do fluido próximo e ao perfil geométrico dela.

O catamarã projetado foi concebido com dois conjuntos motor-hélice fixados próximo à extremidade posterior de cada casco. A tração gerada pelos conjuntos a bombordo e a estibordo são independentes, permitindo um controle diferencial necessário para se produzir movimentos de guinada visto que os motores não são direcionais. O vetor de controle, cujas forças de tração e seus respectivos braços de alavanca com relação ao CG da embarcação estão ilustrados na figura 3.5, pode ser definido como:

$$\tau = \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ N_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Tcbb} + X_{Tceb} \\ 0 \\ -X_{Tcbb}d_{cbb,y} - X_{Tceb}d_{ceb,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ -d_{cbb,y} & -d_{ceb,y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{Tcbb} \\ X_{Tceb} \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

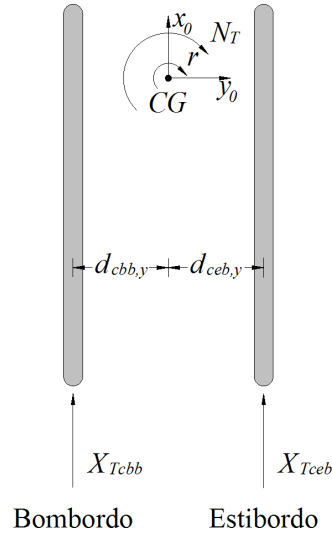


Figura 3.5: Forças de tração e respectivos braços de alavanca.

3.6 Simulação Numérica

O modelo não linear que rege o movimento de um corpo rígido em meio fluido, definido pela expressão (3.7), pode ser reescrito, substituindo-se as equações (3.14) e (3.15) e rearranjando-se os termos, como:

$$\dot{\nu} = (M_{RB} + M_A)^{-1}(\tau - D(\nu)\nu - (C_{RB}(\nu) + C_A(\nu))\nu - g(\eta)) \quad (3.69)$$

Ao implementar a equação (3.69) em Matlab, utilizando rotinas adequadas para a solução de equações diferenciais, obtém-se o vetor de velocidades ν para cada instante de tempo simulado. A partir deste vetor, referente ao sistema de coordenadas fixo no corpo, é possível conhecer a trajetória segundo o sistema de coordenadas inercial por meio da transformada definida na equação (3.3) e transcrita abaixo:

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \quad (3.70)$$

Definindo-se o vetor em espaços de estados em função de η e ν , para 6 DOF tem-se que:

$$\dot{\mathcal{X}} = [\eta^T \ \nu^T]^T \quad (3.71)$$

Sendo assim, o modelo em espaço de estados é descrito por:

$$\dot{\mathcal{X}} = f(\mathcal{X}) + B\tau \quad (3.72)$$

em que

$$f(\mathcal{X}) = \begin{bmatrix} J(\eta)\nu \\ -M^{-1}(D(\nu)\nu + C(\nu)\nu + g(\eta)) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \tau \quad (3.73)$$

e onde $M = M_{RB} + M_A$ e $C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu)$.

Tabela 3.2: Ações de controle utilizadas na validação do modelo implementado.

Caso	Forças ou Momentos
1	força na direção de x_0
2	força na direção de y_0
3	momento puro em torno de z_0
4	conjugado em torno de z_0

A posição do corpo no sistema de coordenadas inercial é obtida para cada instante de simulação por meio da integração de η no tempo.

Aplicado a um veículo catamarã, o modelo definido pela equação (3.72) pode ser simplificado ao se considerar apenas 3 DOF e ao se negligenciar as forças restauradoras, sendo reescrito como:

$$\dot{\mathcal{X}} = \begin{bmatrix} J(\psi)\nu \\ -M^{-1}(D(\nu)\nu + C(\nu)\nu) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \tau \quad (3.74)$$

em que

$$J(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

tal que os vetores de velocidade são redefinidos como $\nu = [u \ v \ r]^T$ e $\eta = [x \ y \ \psi]^T$.

A matriz adicionada de Coriolis e termos centrípetos $C_A(\nu)$ implementada é a definida pela equação 3.28 e, portanto, está no formato não simplificado.

3.6.1 Resultados

A fim de validar o modelo físico não-linear proposto, o comportamento do catamarã projetado no capítulo 2, cujas propriedades geométricas estão resumidas na tabela 2.1, foi analisado qualitativamente ao simulá-lo sob quatro ações de controle distintas listadas na tabela 3.2.

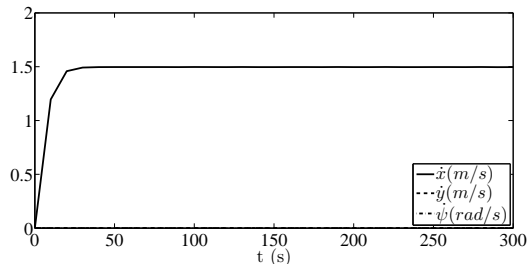
Na realidade, ao analisar a equação 3.68 percebe-se que não é possível controlar o veículo catamarã, com um motor posicionado próximo à popa de cada um dos cascos, gerando uma força na direção de x_0 sem que haja um momento associado, assim como não se consegue produzir uma força na direção de y_0 ou um momento puro em z_0 . Os três primeiros casos não ocorrem devido ao acionamento dos motores mas, de fato, são úteis na validação do modelo dinâmico e poderiam estar relacionados a algum outro agente externo como o vento, por exemplo. Para todos os casos ilustrados, salvo quando mencionado, considerou-se uma massa total constante de 300kg, $x_G = 0$ e o repouso como condição inicial.

Sendo assim, no caso 1, ao aplicar um degrau de 50N no instante t igual a zero, o catamarã atinge cerca de 1,48m/s em 26 segundos, conforme a figura 3.6(a), percorrendo em torno de 439 metros em 5 minutos de simulação. Como se esperava, a força provocou apenas a reação devido a

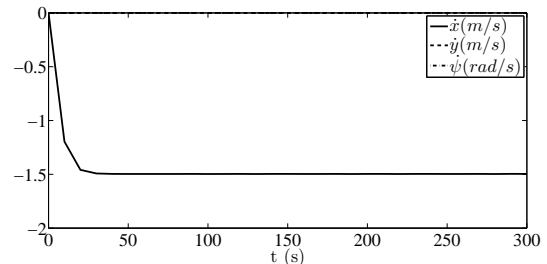
Tabela 3.3: Caso 1 - Velocidades e distâncias percorridas.

Caso 1		Força [N]		
Força em x_0		50	75	100
Massa [kg]	150	2,11m/s	2,51m/s	2,78m/s
		622m	744m	827m
	300	1,50m/s	1,82m/s	2,13m/s
		439m	535m	629m
	450	1,21m/s	1,50m/s	1,71m/s
		354m	439m	504m

resistência hidrodinâmica em x_0 , fazendo com que o catamarã descreve-se uma trajetória retilínea para frente. Ao aplicar 50N para trás, o barco chega a 1,48m/s percorrendo os mesmos 439 metros no sentido oposto, como mostra a figura 3.6(b). Neste caso, as velocidades com relação ao eixo fixo no corpo coincidem com as referentes ao sistema inercial. Para avaliar a coerência do comportamento simulado e caracterizar o desempenho previsto, simulou-se as massas de 150kg, 300kg e 450kg para as forças de 50N, 75N e 100N. A tabela 3.3 resume os resultados obtidos apresentando a velocidade em regime permanente e a distância percorrida em 5 minutos. Observa-se que o aumento da massa, e consequentemente do momento de inércia, torna o catamarã mais lento, diminuindo a distância percorrida.



(a) Força de 50N



(b) Força de -50N

Figura 3.6: Caso 1 - Velocidades com relação ao sistema inercial.

No caso 2, a solicitação F não produz momento e, portanto, está aplicada no CG da embarcação na direção do eixo y_0 . A figura 3.7 ilustra as principais forças envolvidas nesta dinâmica de movimento em que Y e N representam as resistências devido à massa adicionada e fy , a resistência hidrodinâmica distribuída ao longo dos cascos. A figura 3.8 mostra os caminhos do catamarã ao ser submetido a uma força de 50N para diferentes posições do CG após 5min de simulação em que a origem das setas indica a posição do veículo naquele dado instante e sua magnitude e orientação, a velocidade. Quando o CG está posicionado no centro geométrico ($x_G = 0$), percebe-se que o momento devido à força distribuída se cancela e o deslocamento à direita é então produzido pela força resultante da diferença entre F e Y e pelo momento devido a Y gerando rotação no sentido anti-horário. A figura também mostra a evolução das velocidades no sistema inercial, evidenciando a coerência entre os dados obtidos, o caminho percorrido e a expectativa intuitiva do movimento.

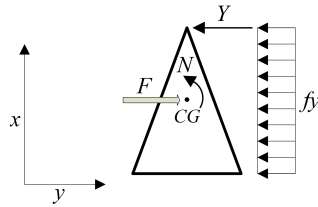
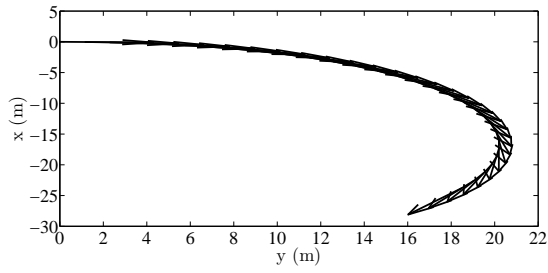


Figura 3.7: Principais esforços atuantes no Caso 2.

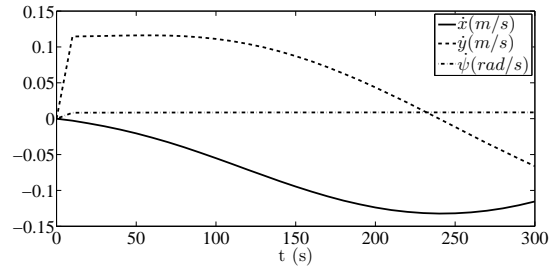
Das outras simulações, percebe-se que o deslocamento do CG para frente, no sentido da proa, leva o veículo a se deslocar para a direita em rotação no sentido horário. Isto ocorre devido à redução do braço de alavanca da resultante Y , que atua no sentido anti-horário, e do aumento proporcional do braço de alavanca da resultante de fy , que atua no sentido horário. Por outro lado, quando o CG é deslocado para trás, no sentido da popa, a tendência é que o catamarã rotacione no sentido anti-horário descrevendo curvaturas cada vez maiores devido ao momento gerado por Y ser superior ao de fy . A última simulação da figura 3.8 foi realizada para uma força de -50N e $x_G = -10\text{cm}$. Observa-se que o caminho percorrido é exatamente o oposto ao descrito para a força de 50N e a rotação possui a mesma magnitude mas sentido contrário, assim como para a velocidade \dot{y} .

Por sua vez, o momento M aplicado no caso 3, como ilustra a figura 3.9, provoca reações devido à resistência hidrodinâmica (fx e fy) e à massa adicionada representada pelos vetores Y e N . A figura 3.10 mostra os caminhos e os perfis de velocidade assumidos pelo catamarã para diversas posições do CG e diferentes momentos aplicados em 5min de simulação. Percebe-se que quanto maior a magnitude do momento aplicado mais rápido é o movimento e o raio de curvatura permanece inalterado para um mesmo x_G . Entretanto, reduzindo-se o deslocamento do CG o raio de curvatura aumenta e isto ocorre, principalmente, devido ao aumento do braço de alavanca de Y . Da evolução das velocidades observa-se que as solicitações são capazes de gerar rotação estando a velocidade $\dot{\psi}$ coerente com o movimento produzido. Analisando o caminho assumido na primeira simulação, o veículo inicia o movimento deslocando-se nas direções de $-x$ e $-y$. Após alguns instantes continua a deslocar em $-y$ enquanto passa a se mover em x positivo. O mesmo comportamento verifica-se no perfil de velocidades correspondente em que a fase da velocidade \dot{y} está atrasada em relação à de \dot{x} . Na última simulação deste caso foi aplicado um momento negativo. Observa-se que o movimento é exatamente o oposto daquele para o mesmo posicionamento do CG e momento contrário. As velocidades são coerentes, estando a fase de \dot{y} adiantada em relação à \dot{x} .

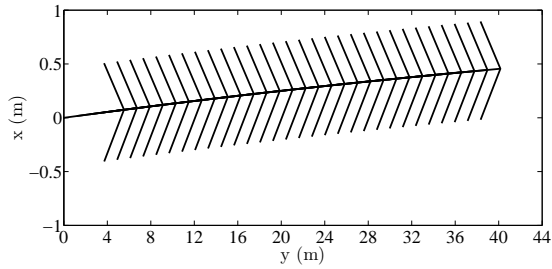
O quarto caso simula a atuação de controle devido ao acionamento dos motores, sendo possível desenvolver trajetórias retilíneas ou curvilíneas a depender da magnitude relativa das trações produzidas. Trações iguais levam o catamarã a se deslocar para a frente na direção de x_0 ao passo em que trações diferentes rotacionam o barco. Se a tração gerada a bombordo for superior à gerada a estibordo, a rotação ocorre no sentido horário e, caso contrário, no sentido anti-horário. A figura 3.11 mostra o comportamento do catamarã para as trações especificadas em 5min de simulação. Pode-se observar que movimento curvilíneo ocorre sem que o veículo rotacione. Portanto, a direção das setas também informa a orientação do catamarã. Os gráficos das duas últimas simulações parecem ser idênticos e realmente o são do ponto de vista prático. Alguma diferença deveria apa-



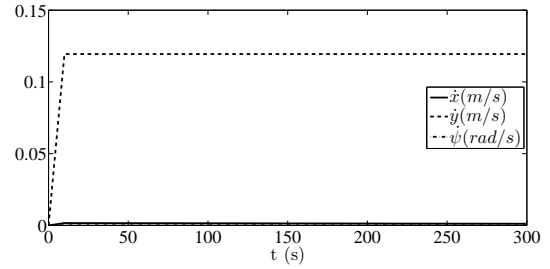
(a) Caminho ($x_G = 20\text{cm}$)



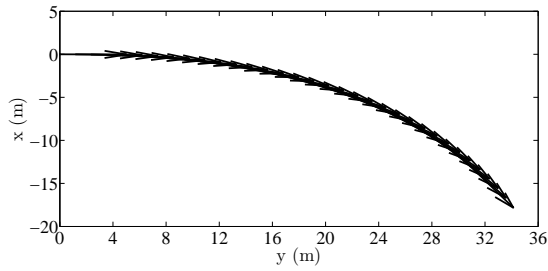
(b) Perfil de velocidades ($x_G = 20\text{cm}$)



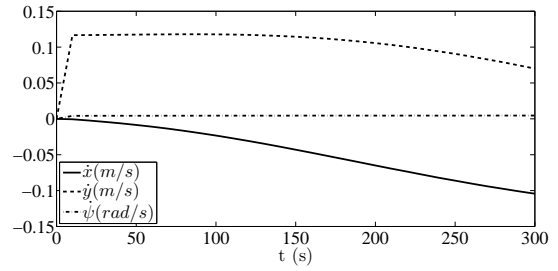
(c) Caminho ($x_G = 0$)



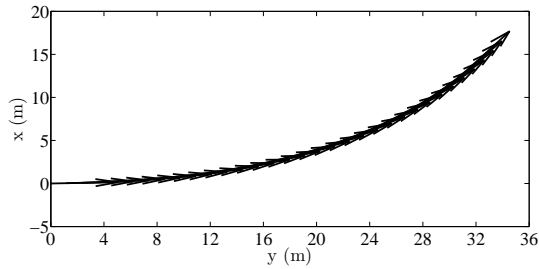
(d) Perfil de velocidades ($x_G = 0$)



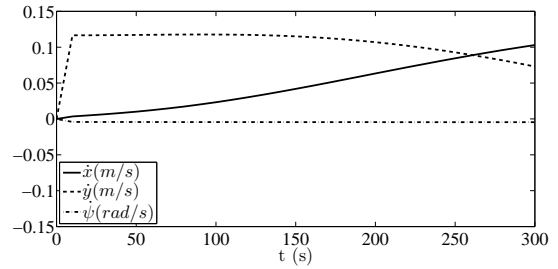
(e) Caminho ($x_G = 10\text{cm}$)



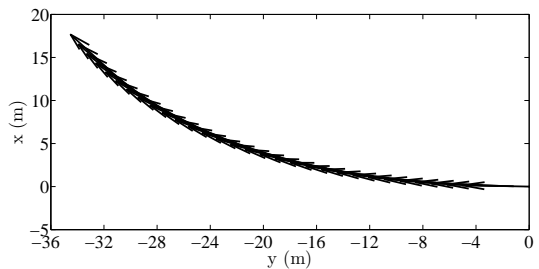
(f) Perfil de velocidades ($x_G = 10\text{cm}$)



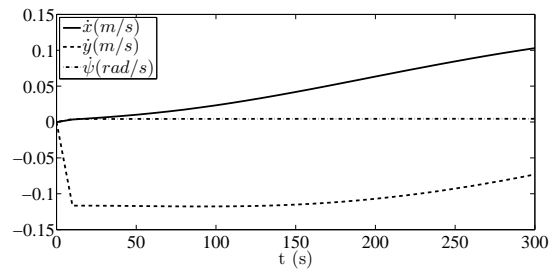
(g) Caminho ($x_G = -10\text{cm}$)



(h) Perfil de velocidades ($x_G = -10\text{cm}$)



(i) Caminho ($F = -50\text{N}$ e $x_G = -10\text{cm}$)



(j) Perfil de velocidades ($F = -50\text{N}$ e $x_G = -10\text{cm}$)

Figura 3.8: Caso 2 - Movimento com relação ao sistema inercial.

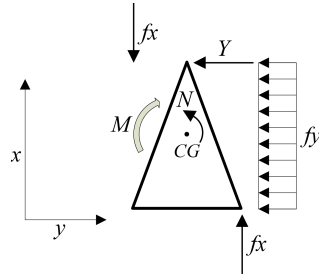


Figura 3.9: Principais esforços atuantes no Caso 3.

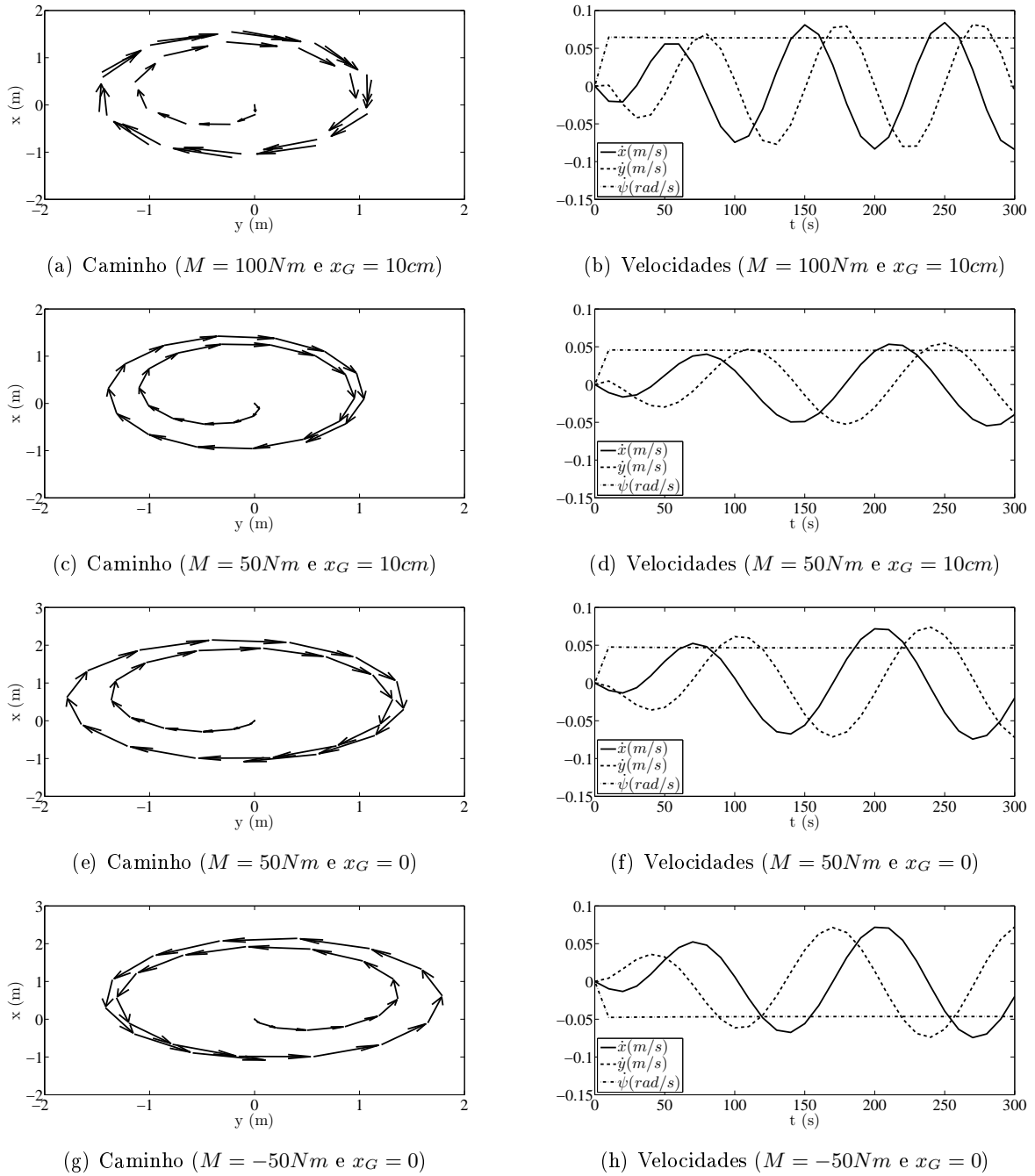
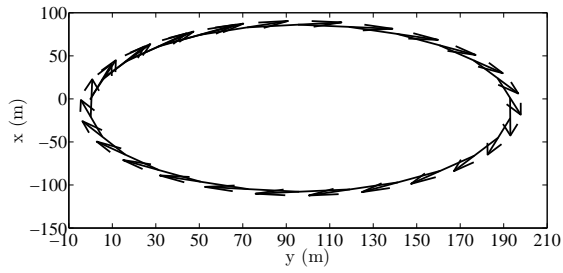
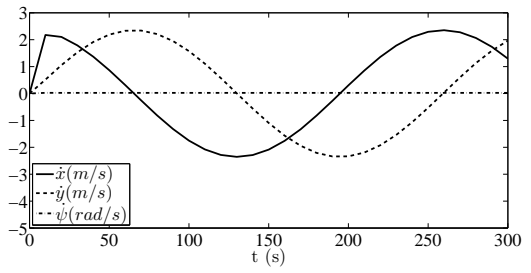


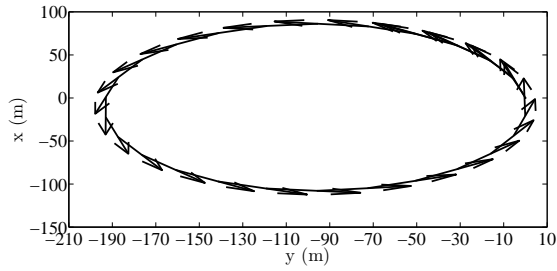
Figura 3.10: Caso 3 - Movimento com relação ao sistema inercial.



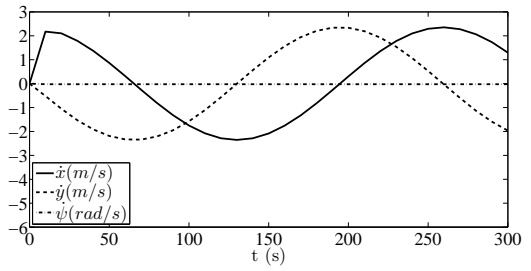
(a) Caminho ($x_G=10\text{cm}$; $X_{Tcbb}=75\text{N}$; $X_{Tceb}=50\text{N}$)



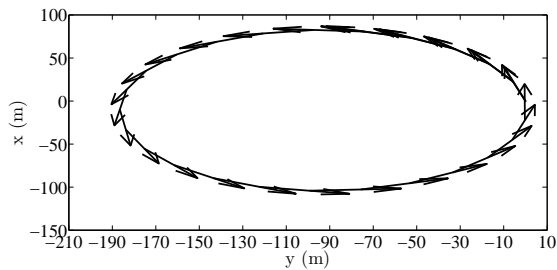
(b) Velocidades ($x_G=10\text{cm}$; $X_{Tcbb}=75\text{N}$; $X_{Tceb}=50\text{N}$)



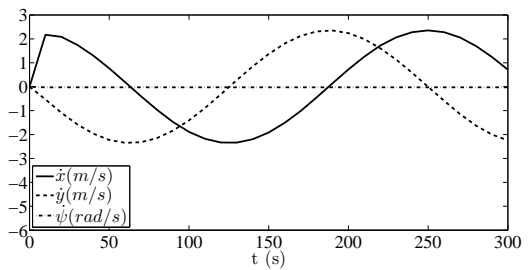
(c) Caminho ($x_G=10\text{cm}$; $X_{Tcbb}=50\text{N}$; $X_{Tceb}=75\text{N}$)



(d) Velocidades ($x_G=10\text{cm}$; $X_{Tcbb}=50\text{N}$; $X_{Tceb}=75\text{N}$)



(e) Caminho ($x_G=0$; $X_{Tcbb}=50\text{N}$; $X_{Tceb}=75\text{N}$)



(f) Velocidades ($x_G=0$; $X_{Tcbb}=50\text{N}$; $X_{Tceb}=75\text{N}$)

Figura 3.11: Caso 4 - Movimento com relação ao sistema inercial.

recer devido ao deslocamento do CG, porém, isso não ocorre porque a soma da terceira linha das matrizes $D(\nu)\nu$ e $C(\nu)\nu$, que age em z , é praticamente constante devido ao fato de fy ser pequeno e r também, neutralizando $Y_{c\ddot{v}}$.

Capítulo 4

Sistemas de Controle

4.1 Introdução

Um sistema de orientação, navegação e controle, mais conhecido em inglês pela sigla GNC (*Guidance, Navigation and Control*), consiste em um sistema de controle automático ou remoto de dispositivos ou veículos, quer se movam na água, na superfície ou no espaço [11].

O controle baseado na modelagem de sistemas se iniciou com a invenção do girocompasso em 1908 ao permitir a medição e, conseqüentemente, a realimentação do ângulo de guinada a fim de corrigir a orientação da embarcação, ponta pé inicial para o desenvolvimento dos pilotos automáticos de hoje. O desenvolvimento dos sistemas de posicionamento na década de 70 foi o próximo passo para os controles ponto a ponto, de seguimento de caminho e de rastreamento de trajetória. O primeiro sistema de navegação por satélite com cobertura global, o Navstar GPS, foi disponibilizado recentemente em 1994, sendo que o lançamento de seu primeiro equipamento ocorreu em 1974 [11].

4.2 Giroscópios e Pilotos Automáticos

Um giroscópio consiste em um rotor que gira livremente em um sistema de eixos. Mesmo com a rotação deste sistema, o momento sobre o rotor conserva sua atitude. Um giroscópio integrado a sensores adequados permite a determinação da orientação de um objeto no espaço, sendo utilizado em instrumentos como compassos. O primeiro giroscópio foi construído em 1810 por C. A. Bohnenberger. A necessidade de sistemas de navegação mais confiáveis motivou sua primeira versão movida eletricamente, demonstrada em 1890 por G. M. Hopkins. A invenção do giroscópio foi o avanço que levou ao controle automático de embarcações porque permitiu o desenvolvimento dos pilotos automáticos [11].

Os pilotos automáticos, por sua vez, são dispositivos de controle que atuam diretamente no sistema e dispensam constante intervenção humana. Inicialmente, eram utilizados apenas na manutenção da orientação em condições de cruzeiro, hoje, entretanto, são capazes de realizar, por

exemplo, operações curvas e atracar. O primeiro mecanismo de controle de guinada, denominado Metal Mike, foi construído por Elmer Sperry (1860-1930). Seu primeiro teste de campo foi em 1922 e buscava imitar o comportamento de um timoneiro experiente, usando controle por realimentação e ajustes de ganho e incluindo até mesmo compensação devido às condições do mar. Nicolas Minorsky (1885-1970), por sua vez, ao observar o comportamento de timoneiros, apresentou uma análise detalhada de um sistema de controle por realimentação da posição onde formulou uma lei de controle de três termos conhecida como controle PID (Proporcional-Integral-Derivativo) [11].

Pilotos automáticos como os de Sperry e Minorsky são ambos do tipo SISO (*Single-Input Single-Output*), onde a orientação era medida por um girocompasso. Hoje, este sinal é enviado a um microcontrolador em que o sistema de controle PID é implementado via software. O piloto automático compara a orientação desejada, ou referência, com a medida e gera o comando a ser transmitido aos atuadores.

Controles do tipo PID ainda permanecem o padrão industrial em sistemas de controle automático de navios, porém outras técnicas, como H_∞ e Gaussiana quadrática linear (LQG), têm sido aplicadas. Uma das vantagens destas técnicas é que permitem filtros rejeita faixa, impedindo que forças de primeira ordem induzidas por ondas entrem na realimentação. Da aplicação do controle PID em cascata com filtros passa baixas, rejeita faixa ou de zona morta sabe-se que um atraso de fase e não linearidades são adicionados ao sistema de malha fechada. A técnica LQG tem sido utilizada em abordagens MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) com a vantagem da interação entre as velocidades na direção de avanço, deriva e afundamento, o que não é possível ao se desacoplar o sistema controlando-o por meio de três controles PID independentes [11][12].

4.3 Controle do Movimento

Os sistemas de orientação, navegação e controle compõem o que se denomina sistema de controle do movimento. Além do controlador de velocidade, que comanda os atuadores, outro controle, o de posição, está presente mais externamente em uma configuração em cascata. A figura 4.1 ilustra a organização modular, em forma de blocos, comumente encontrada nos sistemas GNC, evidenciando o fluxo de dados por meio das setas orientadas. Tais sistemas podem, ainda, ser acoplados em um único bloco, porém ganha-se em desempenho e perde-se em modularidade, dificultando atualizações. Na figura 4.1, o sistema de orientação é realimentado com informações, constituindo um sistema em malha fechada. Ainda, é possível encontrar sistemas GNC em que o sistema de orientação encontra-se em malha aberta como mostra a figura 4.2 [11].

Cada sistema, dentro da configuração modular, possui uma função bem definida. O planejador de rotas com base no objetivo de controle e em informações climáticas e do posicionamento de obstáculos, define a trajetória ou o caminho a ser percorrido, fornecendo continuamente referências de posição ao sistema de orientação. Este, por sua vez, controla a posição, sendo responsável por informar as referências de velocidade para que os objetivos de movimentação no meio físico sejam atingidos. Já o sistema de navegação pode determinar a posição, a atitude, o curso e a distância percorrida, além da velocidade e da aceleração, utilizando um sistema de navegação

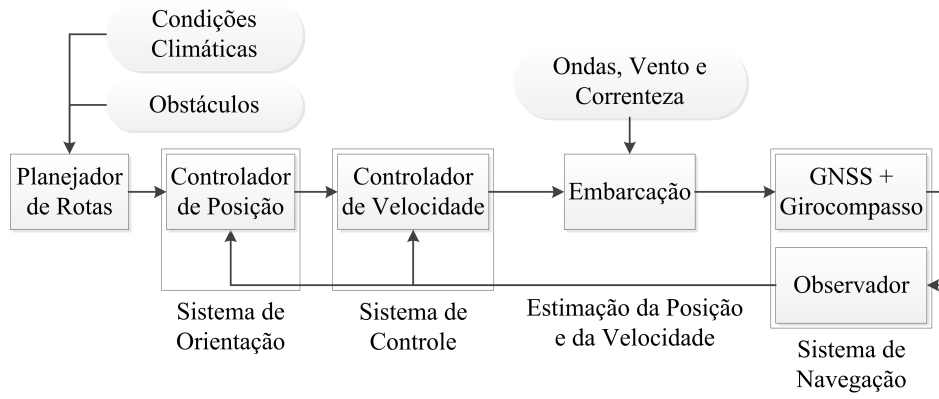


Figura 4.1: Arquitetura do sistema GNC.

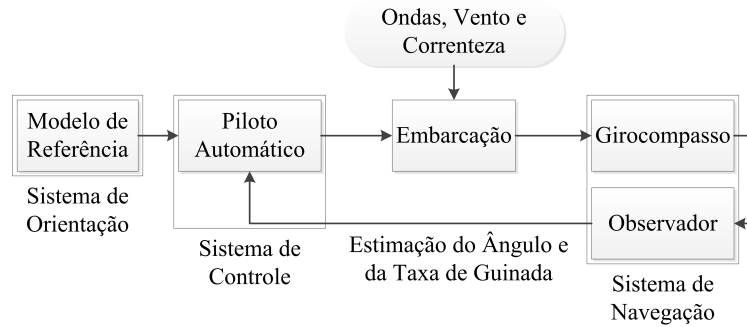


Figura 4.2: Sistema GNC com orientação em malha aberta.

global por satélite (GNSS) combinado a sensores como acelerômetros e girocompassos. O sistema de controle, um controlador de velocidades, recebe referências de velocidade e determina as forças a serem aplicadas nos atuadores. Os algoritmos de controle comumente envolvem leis de controle por realimentação que se utilizam das medições do sistema de navegação [11][12].

A equação (3.74), que caracteriza o modelo em espaço de estados do veículo catamarã, aqui foi decomposta explicitando-se o modelo cinemático, em que:

$$\dot{\eta} = J(\psi)\nu \quad (4.1)$$

e o modelo dinâmico, dado por:

$$\dot{\nu} = -M^{-1}(D(\nu)\nu + C(\nu)\nu) + M^{-1}\tau \quad (4.2)$$

Percebe-se que o modelo cinemático relaciona a velocidade do veículo no sistema de coordenadas fixo no corpo ao vetor de derivadas da posição deste com relação ao sistema inercial. Exatamente as variáveis envolvidas na lei de controle do controlador de posição que, por isso, também é denominado controlador cinemático. Já o modelo dinâmico relaciona as forças atuantes no veículo ao vetor de velocidades, as mesmas variáveis que aparecem na lei de controle do controlador de velocidade que, sendo assim, também é chamado de controlador dinâmico.

4.4 Objetivos de Controle

Baseando-se em requisitos cinemáticos, os objetivos de controle, como dito anteriormente, são definidos pelo sistema de orientação e repassados ao sistema de controle como referência. Deve ficar claro que o objetivo de controle pode influenciar na estrutura do controlador dinâmico e, neste caso, ele deve ser projetado para que os objetivos possam ser realizáveis. A literatura elenca três objetivos de controle principais:

- **Regulação da referência:** o controlador de posição fornece uma referência constante e o controlador dinâmico é um regulador. É comumente utilizado nos controles dos movimentos de rolagem e arfagem, em que a referência é nula. Outros exemplos são para manter a profundidade e a velocidade. Tal objetivo não pode ser alcançado com leis de controle de realimentação de estados caso o veículo seja não holonômico ¹. Neste caso, aproximações como leis de controle variáveis no tempo e descontínuas e leis de realimentação híbridas têm sido propostas [12].
- **Controle de rastreamento de trajetória:** as referências de posição ou velocidade são variáveis e devem ser seguidas obedecendo-se restrições temporais. Pode ser utilizado em manobras de mudança de curso, em mudanças de velocidade e em controles de atitude. Em sistemas de controle de orientação em malha aberta, como o da figura 4.2, pode-se passar uma referência constante por um filtro passa baixas tal que sua saída é suave e variante no tempo. Em sistemas completamente atuados, assunto da próxima seção, tem-se implementado leis de controle não lineares para este fim. No caso de veículos subatuados, leis de controle adequadas ainda são um tópico de pesquisa ativo [11][12].
- **Controle de seguimento de caminho:** as referências também são variáveis, mas deixa de existir a restrição temporal. Tipicamente leva a uma conversão mais suave para o caminho desejado se comparado aos controles de trajetória, reduzindo a saturação dos sinais de controle. É comumente utilizado em veículos para o mapeamento de solo marinho [11][12].

4.5 Veículos Subatuados e Completamente Atuados

Uma embarcação que se move no espaço tridimensional possui 6 graus de liberdade (DOF), três de translação e três de rotação como visto no capítulo 3. Neste caso, os atuadores para um sistema completamente atuado deveriam gerar forças e momentos nas 6 direções. Seriam necessárias 12 equações diferenciais, 6 cinemáticas e outras 6 dinâmicas, para descrever todo o sistema. Na prática, no entanto, o comum é se ter embarcações subatuadas e, portanto, limitadas em sua capacidade de satisfazer objetivos de controle. Por exemplo, é possível controlar uma embarcação com apenas um leme e uma hélice se o objetivo de controle for o seguimento de um caminho, mesmo que ele possua 6 DOF. Assim, os sistemas de controle são projetados definindo-se o que se pode chamar de espaço de trabalho no qual o objetivo de controle é especificado [11].

¹Um veículo não holonômico possui uma ou mais restrições de movimento.

O espaço de configuração de um veículo é o espaço de dimensão n , descrito em coordenadas generalizadas, que especifica o estado do sistema. Portanto, o espaço de configuração corresponde a diferença entre o número de graus de liberdade e o número de restrições impostas ao movimento [11]. Por exemplo, para um catamarã, restrito a operar no plano horizontal, são necessárias 3 dimensões para descrever seu movimento compondo um sistema de ordem 6 representado pelos seguintes vetores de coordenadas generalizadas:

$$\begin{aligned}\eta &= [x, y, \psi]^T \in \mathbb{R}^2 \times \mathcal{S} \\ \nu &= [u, v, r]^T \in \mathbb{R}^3\end{aligned}\tag{4.3}$$

tal que \mathcal{S} é definido no intervalo $[0, 2\pi]$.

Sendo assim, sistemas subatuados são definidos como sistemas que possuem menos entradas de controle r do que coordenadas generalizadas ($r < n$) e, por outro lado, sistemas completamente atuados são aqueles que possuem igual ou mais entradas do que coordenadas ($r \geq n$).

O espaço de trabalho, por sua vez, é definido como um espaço reduzido de dimensão m no qual o objetivo de controle é definido [11]. Inicialmente, os pilotos automáticos possuíam espaços de trabalho m de dimensão 1 porque controlavam apenas o movimento de guinada. Para o catamarã em questão, esta dimensão é de 2 porque possui dois atuadores capazes de produzir uma força resultante na direção do eixo x_0 (X) e um momento resultante em torno do eixo z_0 (N).

Portanto, os sistemas de orientação em veículos subatuados ($r < n$) devem ser projetados considerando o espaço de trabalho de dimensão $m < n$ em que $m = r$. Ou seja, o veículo é completamente atuado em seu espaço de trabalho. Assim, não é necessário projetar o controle considerando o número de coordenadas generalizadas se o objetivo de controle é alcançado no espaço de trabalho, de menor dimensão.

Capítulo 5

Controlador Dinâmico

5.1 Introdução

Como visto no capítulo 4, a lei de controle do controlador de velocidades é estabelecida por meio do modelo dinâmico cujo sistema é não linear em se tratando de embarcações. Na literatura, em manobras a baixa velocidade o modelo dinâmico tem sido simplificado, desprezando-se a matriz de Coriolis e termos centrípetos, dada em função do produto de velocidades, e assumindo movimentos sem acoplamento. Assim, a fim de reduzir o erro em regime entre a referência e a velocidade da embarcação, tem-se projetado controladores PI (Proporcional-Integral), inclusive com ganho escalável, porém independentes, cada qual para uma dada velocidade [13] [14].

O controlador PI proposto é um regulador capaz de levar a saída do sistema ao nível da referência de velocidade. Devido ao posicionamento dos atuadores no veículo catamarã, é possível controlar apenas as velocidades de avanço e de guinada. A lei de controle formulada advém da expansão e linearização do sistema em espaço de estados modelado anteriormente. A matriz de ganhos do controlador é determinada a partir do teorema de estabilidade de Lyapunov e da relação deste com a norma H_∞ .

5.2 Linearização

A não linearidade do modelo representado pela equação (4.2), reescrita abaixo, se deve aos termos $D(\nu)\nu$ e $C(\nu)\nu$.

$$\dot{\nu} = -M^{-1}(D(\nu)\nu + C(\nu)\nu) + M^{-1}\tau(\gamma) \quad (5.1)$$

O vetor de entradas é definido por $\gamma = [X_{Tcbb} \ X_{Tceb}]^T$.

Pode-se reescrever a equação acima como uma função f tal que:

$$\dot{\nu} = f(\nu, \gamma) \quad (5.2)$$

onde $f : D_1 \times D_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ estando $D_1 \subset \mathbb{R}^3$ e $D_2 \subset \mathbb{R}^2$. Sendo ν_0 solução da equação (5.2) para uma

entrada γ_0 e definindo-se $\delta\nu = \nu - \nu_0$ e $\delta\gamma = \gamma - \gamma_0$, tem-se que:

$$\delta\dot{\nu} = \dot{\nu} = \frac{\partial f}{\partial \nu}(\nu_0, \gamma_0)\delta\nu + \frac{\partial f}{\partial \gamma}(\nu_0, \gamma_0)\delta\gamma \quad (5.3)$$

Os termos $(\partial f/\partial \nu)(\cdot)$ e $(\partial f/\partial \gamma)(\cdot)$ denotam a matriz Jacobiana de f em relação a ν e em relação a γ , respectivamente. A equação (5.3) é provada na referência [15].

Fazendo:

$$\frac{\partial f}{\partial \nu}(\nu_0, \gamma_0) = A \quad \text{e} \quad \frac{\partial f}{\partial \gamma}(\nu_0, \gamma_0) = B \quad (5.4)$$

e substituindo-se na equação (5.3) tem-se que:

$$\dot{\nu} = A\delta\nu + B\delta\gamma \quad (5.5)$$

A equação (5.5) é a equação linearizada do sistema no ponto de operação definido pelos vetores $\nu_0 = [u_0 \ v_0 \ r_0]^T$ e $\gamma_0 = [X_{Tcbb_0} \ X_{Tceb_0}]^T$.

A fim de linearizar a equação (5.1), seus termos serão expandidos em função de suas variáveis de estado, definidas pelo vetor $\nu = [u \ v \ r]^T$, e da entrada, definida por $\gamma = [X_{Tcbb} \ X_{Tceb}]^T$. Os termos $D(\nu)\nu$ e $C(\nu)\nu$ não estão relacionados à entrada γ , contribuindo apenas para a parcela dinâmica do sistema, representada pela matriz A . Assim, estes termos serão derivados apenas em relação a ν . Portanto, somente o termo τ contribui para B e será derivado em relação a γ . Devido a complexidade de algumas derivadas envolvidas no processo de linearização, elas serão calculadas separadamente para cada um dos termos, como se segue:

$$\dot{\nu} = M^{-1} \left(\frac{\partial D(\nu)\nu}{\partial \nu} \Big|_{\nu_0} + \frac{\partial C(\nu)\nu}{\partial \nu} \Big|_{\nu_0} \right) (\nu - \nu_0) + M^{-1} \frac{\partial \tau(\gamma)}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_0} (\gamma - \gamma_0) \quad (5.6)$$

onde

$$A = M^{-1} \left(\frac{\partial D(\nu)\nu}{\partial \nu} \Big|_{\nu_0} + \frac{\partial C(\nu)\nu}{\partial \nu} \Big|_{\nu_0} \right) \quad \text{e} \quad B = M^{-1} \frac{\partial \tau(\gamma)}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_0} \quad (5.7)$$

Sabendo-se que a matriz de inércia e massas adicionais M é a soma das matrizes M_{RB} e M_A , definidas pelas equações (3.12) e (3.27) respectivamente, tem-se que:

$$M = \begin{bmatrix} m + 2X_{c\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m + 2Y_{c\dot{v}} & 2Y_{c\dot{r}} \\ -X_{c\dot{u}}(d_{cbb,y} + d_{ceb,y}) & 2(Y_{c\dot{v}}d_{c,x} + N_{c\dot{v}}) & I_z + 2(Y_{c\dot{r}}d_{c,x} + N_{c\dot{r}}) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Ao substituir na equação (5.8) os valores das propriedades do catamarã, resumidas na tabela 2.1, obtém-se a seguinte matriz numérica:

$$M = \begin{pmatrix} 297,0000 & 0 & 0 \\ 0 & 212,1722 & -87,5463 \\ 0 & -263,9152 & 977,6269 \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

A inversa da matriz M é igual a:

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0034 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0053 & 0,0005 \\ 0 & 0,0014 & 0,0012 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

Por sua vez, o produto $C(\nu)\nu$ é dado por:

$$C(\nu)\nu = (C_{RB}(\nu) + C_A(\nu))\nu \quad (5.11)$$

em que as matrizes de Coriolis e termos centrípetos $C_{RB}(\nu)$ e $C_A(\nu)$ estão definidas pelas equações (3.13) e (3.28), respectivamente. Sendo assim:

$$C(\nu)\nu = \begin{bmatrix} -(m + 2Y_{c\dot{v}})vr - (Y_{c\dot{r}} + Y_{c\dot{v}}d_{c,x} + N_{c\dot{v}})r^2 \\ (m + 2X_{c\dot{u}})ur \\ 2(Y_{c\dot{v}} - X_{c\dot{u}})uv + (Y_{c\dot{r}} + Y_{c\dot{v}}d_{c,x} + N_{c\dot{v}})ur \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Substituindo na equação (5.12) os valores das propriedades do catamarã, obtém-se a seguinte expressão:

$$C(\nu)\nu = \begin{pmatrix} -387,8278vr - 175,7309r^2 \\ 303,0000ur \\ 84,8278uv + 175,7309ur \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Derivando $C(\nu)\nu$ em relação a ν , tem-se que:

$$\left. \frac{\partial C(\nu)\nu}{\partial \nu} \right|_{\nu_0} = \begin{pmatrix} 0 & -387,8278r_0 & -387,8278v_0 - 351,4618r_0 \\ 303,0000r_0 & 0 & 303,0000u_0 \\ 84,8278v_0 + 175,7309r_0 & 84,8278u_0 & 175,7309u_0 \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

O vetor de controle τ , definido pela equação (3.68), é linear em relação às entradas e, por isto, sua derivada $\frac{\partial \tau(\gamma)}{\partial \gamma}$ resulta na matriz numérica abaixo ao se substituir o valor dos braços de alavanca dos atuadores.

$$\left. \frac{\partial \tau(\gamma)}{\partial \gamma} \right|_{\gamma_0} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1,3850 & -1,3850 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

Assim, a matriz Jacobiana B é constante e independe do ponto de operação, sendo expressa por:

$$B = \begin{pmatrix} 0,0034 & 0,0034 \\ 0,0007 & -0,0007 \\ 0,0017 & -0,0017 \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

A resistência hidrodinâmica é representada por $D(\nu)\nu$ e está definida na equação (3.32) transcrita abaixo.

$$D(\nu)\nu = \begin{bmatrix} f_{Dc,x}(u, r) \\ f_{Dc,y}(v, r) \\ m_{Dc,z}(u, v, r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{Dcbb,x}(u, r) + f_{Dceb,x}(u, r) \\ f_{Dcbb,y}(v, r) + f_{Dceb,y}(v, r) \\ m_{Dc,z}(u, r) + m_{Dc,z}(v, r) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Na primeira linha da equação (5.17), a soma à direita corresponde ao somatório das forças $f_{D_{Fcbx,x}}$, $f_{D_{Wcbx,x}}$, $f_{D_{Fcebx,x}}$ e $f_{D_{Wcebx,x}}$. De acordo com as simulações do Caso 4 no capítulo 3 pode-se assumir $u \gg r$ sem perda da generalidade e, assim, substituindo-se o valor das constantes na equação (3.35), tem-se que:

$$f_{D_{Fcbx,x}}(u, r) = \frac{263,0025}{(\log(Re_{cbb}) - 2)^2} (u + 1, 3850r)^2 \quad (5.18)$$

onde $Re_{cbb} = 5840000(u + 1, 3850r)$. Para se obter $f_{D_{Fcebx,x}}$ substitui-se a expressão $u + 1, 3850r$ por $u - 1, 3850r$ nas definições da força $f_{D_{Fcbx,x}}$ e do número de Reynolds Re_{cbb} .

Da equação (3.39), substituindo-se as constantes chega-se à seguinte definição para $f_{D_{Wcbx,x}}$:

$$f_{D_{Wcbx,x}}(u, r) = 610,2310 \exp(-1,4987F_{ncbb}^{-0,9} - 1,2697 \exp(-0,1F_{ncbb}^{-2}) \cos(0,4931F_{ncbb}^{-2})) \quad (5.19)$$

em que $F_{ncbb} = 0,1321(u + 1, 3850r)$. Para $f_{D_{Wcebx,x}}$ basta substituir F_{ncbb} por F_{ncebx} , ou seja, $u + 1, 3850r$ por $u - 1, 3850r$.

Sabendo-se que $f_{D_{cbb,y}}$ é igual a $f_{D_{ceb,y}}$, a força resultante $f_{D_{c,y}}$ em (5.17) pode ser calculada a partir da equação (3.62). Considerando o CG posicionado no centro geométrico, ou seja, $x_G = 0$, tem-se que:

$$f_{D_{c,y}}(v, r) = C_D T_c \rho_w \left(L_{WL} |v| + \frac{1}{4} L_{WL}^2 |r| \right) v \quad (5.20)$$

Substituindo-se o valor das constantes:

$$f_{D_{c,y}}(v, r) = 1000(3,5067v|v| + 5,1198v|r|) \quad (5.21)$$

A função $sign(x)$ é a função sinal cujo resultado é igual a -1, 0 ou 1, de acordo com o sinal do argumento x . Utilizando-se esta função, a equação (5.21) pode ser reescrita como:

$$f_{D_{c,y}}(v, r) = 1000(3,5067sign(v)v^2 + 5,1198sign(r)vr) \quad (5.22)$$

A componente do momento $m_{D_{c,z}}(u, r)$, devido às forças em x_0 , está definida na equação (3.64). Ao se substituir o valor dos braços de alavanca dos atuadores tem-se que:

$$m_{D_{c,z}}(u, r) = 1,3850(f_{D_{cbb,x}}(u, r) - f_{D_{ceb,x}}(u, r)) \quad (5.23)$$

A componente $m_{D_{c,z}}(v, r)$, devido às forças em y_0 , está definida na equação (3.67). Para $x_G = 0$:

$$m_{D_{c,z}}(v, r) = C_D T_c \rho_w \left(\frac{1}{12} L_{WL}^3 |v| + \frac{1}{32} L_{WL}^4 |r| \right) r \quad (5.24)$$

Substituindo-se as constantes e fazendo uso da função $sign$:

$$m_{D_{c,z}}(v, r) = 10000(0,9967sign(v)vr + 2,1827sign(r)r^2) \quad (5.25)$$

A derivada de $D(\nu)\nu$ com relação a ν corresponde à derivada parcial de cada uma de suas componentes com relação a ν e, portanto:

$$\frac{\partial D(\nu)\nu}{\nu} \Big|_{\nu_0} = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial f_{D_{F^{cbb,x}}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} + \frac{\partial f_{D_{W^{cbb,x}}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} + \frac{\partial f_{D_{F^{ceb,x}}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} + \frac{\partial f_{D_{W^{ceb,x}}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} \\ \frac{\partial f_{D_{c,y}}}{\partial \nu}(v, r) \Big|_{\nu_0} \\ \frac{\partial m_{D_{c,z}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} + \frac{\partial m_{D_{c,z}}}{\partial \nu}(v, r) \Big|_{\nu_0} \end{array} \right] \quad (5.26)$$

Na sequência são apresentadas cada uma das componentes que definem $\frac{\partial D(\nu)\nu}{\partial \nu}$. Derivando-se a equação (5.18) em relação a ν tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{D_{F^{cbb,x}}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} &= \frac{526,0050(u_0 + 1,3850r_0)}{(4,7664 + \log(u_0 + 1,3850r_0))^2} \left(\left(1 - \frac{0,4343}{4,7664 + \log(u_0 + 1,3850r_0)} \right) \delta u + \right. \\ &\quad \left. \left(1,3850 - \frac{0,6015}{4,7664 + \log(u_0 + 1,3850r_0)} \right) \delta r \right) \end{aligned} \quad (5.27)$$

onde $\delta u = u - u_0$ e $\delta r = r - r_0$. A derivada de $f_{D_{F^{ceb,x}}}$ é muito semelhante à derivada acima, como se segue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{D_{F^{ceb,x}}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} &= \frac{526,0050(u_0 - 1,3850r_0)}{(4,7664 + \log(u_0 - 1,3850r_0))^2} \left(\left(1 - \frac{0,4343}{4,7664 + \log(u_0 - 1,3850r_0)} \right) \delta u + \right. \\ &\quad \left. - \left(1,3850 - \frac{0,6015}{4,7664 + \log(u_0 - 1,3850r_0)} \right) \delta r \right) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Por sua vez, a derivada da equação (5.19) em relação a ν é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{D_{W^{cbb,x}}}}{\partial \nu}(u, r) \Big|_{\nu_0} &= 610,2310 \exp\left(-1,4987F_{n^{cbb_0}}^{-0,9} - 1,2697 \exp(-0,1F_{n^{cbb_0}}^{-2}) \cos(0,4931F_{n^{cbb_0}}^{-2})\right) \\ &\quad \left(\left(0,1782F_{n^{cbb_0}}^{-1,9} - 0,0335 \exp(-0,1F_{n^{cbb_0}}^{-2}) \cos(0,4931F_{n^{cbb_0}}^{-2}) F_{n^{cbb_0}}^{-3} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 0,1654 \exp(-0,1F_{n^{cbb_0}}^{-2}) \sen(0,4931F_{n^{cbb_0}}^{-2}) F_{n^{cbb_0}}^{-3} \right) \delta u + \right. \\ &\quad \left. + \left(0,2468F_{n^{cbb_0}}^{-1,9} - 0,0465 \exp(-0,1F_{n^{cbb_0}}^{-2}) \cos(0,4931F_{n^{cbb_0}}^{-2}) F_{n^{cbb_0}}^{-3} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 0,2291 \exp(-0,1F_{n^{cbb_0}}^{-2}) \sen(0,4931F_{n^{cbb_0}}^{-2}) F_{n^{cbb_0}}^{-3} \right) \delta r \right) \end{aligned} \quad (5.29)$$

onde $F_{n^{cbb_0}} = 0,1321(u_0 + 1,3850r_0)$.

Da mesma forma, a derivada de $f_{D_{W^{ceb,x}}}$ em relação a ν é semelhante à de $f_{D_{W^{cbb,x}}}$, como se

segue:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial f_{D_W ccb, x}}{\partial \nu}(u, r) \right|_{\nu_0} &= 610,2310 \exp\left(-1,4987 F_{n c e b_0}^{-0,9} - 1,2697 \exp(-0,1 F_{n c e b_0}^{-2}) \cos(0,4931 F_{n c e b_0}^{-2})\right) \\
&\left(\left(0,1782 F_{n c e b_0}^{-1,9} - 0,0335 \exp(-0,1 F_{n c e b_0}^{-2}) \cos(0,4931 F_{n c e b_0}^{-2}) F_{n c e b_0}^{-3} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 0,1654 \exp(-0,1 F_{n c e b_0}^{-2}) \operatorname{sen}(0,4931 F_{n c e b_0}^{-2}) F_{n c e b_0}^{-3} \right) \delta u + \right. \\
&\quad \left. + \left(-0,2468 F_{n c e b_0}^{-1,9} + 0,0465 \exp(-0,1 F_{n c e b_0}^{-2}) \cos(0,4931 F_{n c e b_0}^{-2}) F_{n c e b_0}^{-3} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 0,2291 \exp(-0,1 F_{n c e b_0}^{-2}) \operatorname{sen}(0,4931 F_{n c e b_0}^{-2}) F_{n c e b_0}^{-3} \right) \delta r \right) \quad (5.30)
\end{aligned}$$

para $F_{n c e b_0} = 0,1321(u_0 - 1,3850r_0)$.

Por sua vez, a derivada da equação (5.22) é dada por:

$$\left. \frac{\partial f_{D_c, y}}{\partial \nu}(v, r) \right|_{\nu_0} = 1000 \left((7,0134 \operatorname{sign}(v_0)v_0 + 5,1198 \operatorname{sign}(r_0)r_0) \delta v + 5,1198 \operatorname{sign}(r_0)v_0 \delta r \right) \quad (5.31)$$

em que $\delta v = v - v_0$.

Quanto aos momentos, a derivada da equação (5.23) é igual a:

$$\left. \frac{\partial m_{D_c, z}}{\partial \nu}(u, r) \right|_{\nu_0} = 1,3850 \left(\frac{\partial f_{D c b b, x}}{\partial \nu}(u, r) - \frac{\partial f_{D c e b, x}}{\partial \nu}(u, r) \right) \quad (5.32)$$

enquanto a derivada de (5.25) é dada por:

$$\left. \frac{\partial m_{D_c, z}}{\partial \nu}(v, r) \right|_{\nu_0} = 10000 \left(0,9967 \operatorname{sign}(v_0)r_0 \delta v + (0,9967 \operatorname{sign}(v_0)v_0 + 4,3654 \operatorname{sign}(r_0)r_0) \delta r \right) \quad (5.33)$$

O cálculo da matriz A foi implementado em Matlab para facilitar e agilizar a obtenção dos valores numéricos de suas componentes. O modelo também foi implementado em Simulink como ilustra a figura 5.1, permitindo o uso da ferramenta de linearização *Linear Analysis* do pacote *Control Design* na validação da matriz Jacobiana demonstrada. O ponto de operação escolhido para a linearização e, por conseguinte, para o projeto do controlador de velocidade foi determinado por meio da simulação do modelo no Simulink, buscando-se entradas diferenciais que levassem o catamarã a uma velocidade de avanço de cerca de 1m/s. Para as entradas $X_{T c b b} = 13N$ e $X_{T c e b} = 11N$, o sistema atinge os valores de $u_0 = 1,0162m/s$, $v_0 = -0,018295$ e $r_0 = 0,0056512$ em regime, como mostra a figura 5.2. Neste ponto de operação, da implementação em Matlab obteve-se a seguinte matriz A :

$$A = \begin{pmatrix} -0,1471 & 0,0074 & -0,0186 \\ -0,0090 & -0,8482 & -1,4647 \\ -0,0023 & -0,2595 & -1,1027 \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

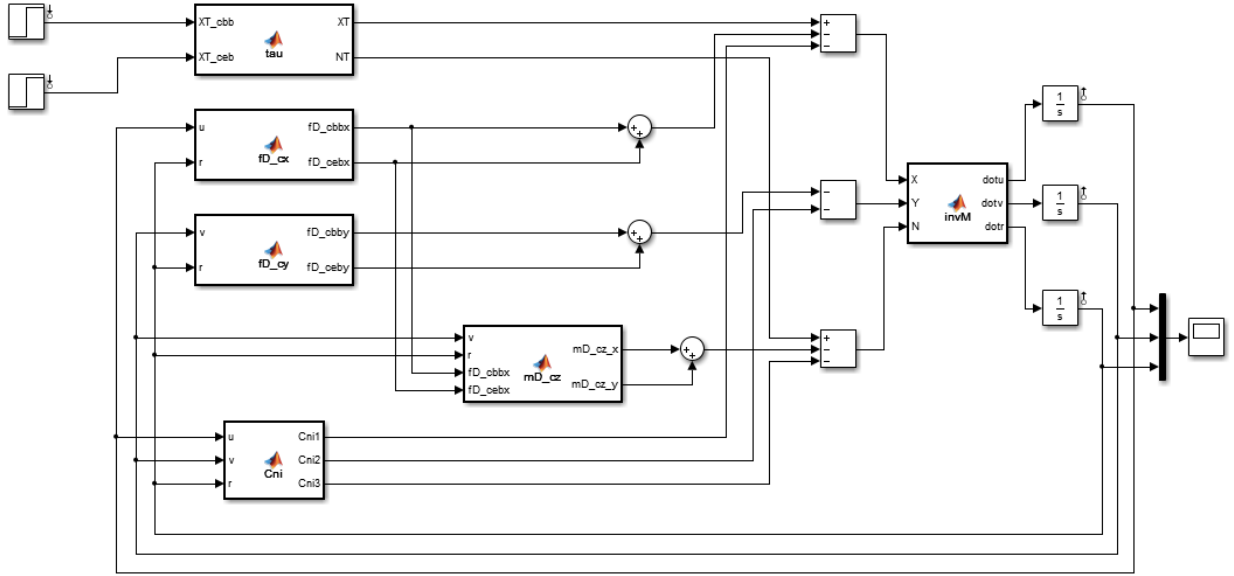


Figura 5.1: Modelagem do veículo catamarã implementada em Simulink.

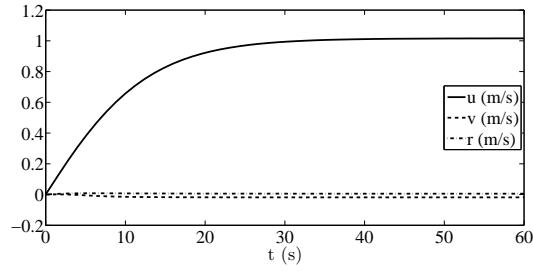


Figura 5.2: Resposta do modelo às entradas $X_{Tcbb} = 13N$ e $X_{Tceb} = 11N$.

cujos autovalores são $-1,6032$, $-0,1473$ e $-0,3440$. Portanto, o sistema linearizado é dado por:

$$\dot{\nu} = \begin{pmatrix} -0,1471 & 0,0074 & -0,0186 \\ -0,0090 & -0,8482 & -1,4647 \\ -0,0023 & -0,2595 & -1,1027 \end{pmatrix} \delta\nu + \begin{pmatrix} 0,0034 & 0,0034 \\ 0,0007 & -0,0007 \\ 0,0017 & -0,0017 \end{pmatrix} \delta\gamma \quad (5.35)$$

Por outro lado, o sistema em espaço de estados obtido da ferramenta *Linear Analysis* foi:

$$\dot{\nu} = \begin{pmatrix} -0,1471 & 0,004038 & -0,0212 \\ -0,009368 & -0,7662 & -1,262 \\ -0,003536 & -0,06099 & -0,6826 \end{pmatrix} \delta\nu + \begin{pmatrix} 0,003367 & 0,003367 \\ 0,0006573 & -0,0006573 \\ 0,001594 & -0,001594 \end{pmatrix} \delta\gamma \quad (5.36)$$

Neste caso, os autovalores da dinâmica do sistema são $-0,1470$, $-1,0050$ e $-0,4439$. Comparando-se as duas linearizações, pode-se observar semelhanças entre as duas matrizes 3×3 . Analisando a primeira linha de ambas observa-se que o elemento que multiplica $\delta\nu$ é aquele que apresenta a maior variação. Da demonstração acima é possível verificar que este termo se origina da multiplicação de M^{-1} pela derivada da matriz C . Na segunda linha, o primeiro elemento deriva de $f_{Dc,y}$, o segundo de C e o terceiro de ambos, sendo este o elemento mais discrepante. Por fim, na

terceira linha, o primeiro elemento deriva do momento $m_{Dc,z}(u, r)$, o segundo do $m_{Dc,z}(v, r)$ e o terceiro de ambos. Neste caso, os dois últimos elementos variaram bastante em magnitude, porém mantiveram o mesmo sinal. As mesmas funções utilizadas na determinação das Jacobianas foram implementadas no Simulink. Portanto, a diferença entre os resultados se deve aos métodos de linearização. O algoritmo implementado na análise linear do Simulink aproxima o sistema linearizando bloco a bloco de modo a combiná-los para produzir o resultado final [16]. Assim, a diferença entre os resultados é atribuída primeiramente por se ter sinais em v e r numericamente pequenos e, em segundo, devido às diferentes aproximações. De qualquer modo, os autovalores encontrados guardam semelhanças entre si.

5.3 Controlador

Os objetivos de controle classificados no capítulo 4 referem-se ao objetivo macro de controle do percurso descrito pelo veículo catamarã. Na arquitetura GNC, internamente à malha de controle de posição existe, ainda, a malha de controle de velocidade responsável por comandar os atuadores, fornecendo a tração τ necessária para se atingir a referência de velocidade determinada pelo controlador cinemático. Apesar desta referência variar continuamente com o deslocamento do veículo, o controlador de velocidade será projetado como um rastreador, minimizando o erro entre a velocidade corrente (u, r) e a desejada (u_{ref}, r_{ref}) , lembrando que só é possível controlar os movimentos de avanço e de guinada. A fim de projetar um controlador linear fez-se necessária a linearização do sistema. A escolha do ponto de operação se baseou na velocidade de avanço de cerca de 1m/s tipicamente adotada em veículos ASV utilizados no mapeamento batimétrico e na coleta de amostras de água. A seguir, o desenvolvimento teórico do sistema para o qual o controlador será projetado foi extraído da referência [17].

Considerando um problema mais genérico de rastreamento da referência na presença de perturbações, o sistema pode ser descrito como:

$$\dot{\nu} = f(t, \nu, \gamma, w) \quad (5.37)$$

$$y = h(t, \nu, \gamma, w) \quad (5.38)$$

$$y_m = h_m(t, \nu, \gamma, w) \quad (5.39)$$

onde ν é a variável de estado, γ a entrada de controle, w uma perturbação, y a saída controlada e y_m a saída medida. Ainda, tem-se que o tempo t é uma variável explícita de f , h e h_m .

Neste caso, o objetivo é projetar uma ação de controle capaz de levar a saída y a rastrear o sinal de referência ν_{ref} . Sendo assim, define-se a variável erro e em função do tempo t como:

$$e(t) = y(t) - \nu_{ref}(t) \approx 0, \quad \forall t \geq t_0$$

onde t_0 é o tempo inicial de controle. Sabendo que o valor inicial de y depende do estado inicial $\nu(t_0)$, atender este erro para todo $t \geq t_0$ requereria configurar $\nu(t_0)$ ou a referência dado que $\nu(t_0)$ fosse conhecido, o que não é possível para a maioria dos sistemas. O que se busca, na verdade,

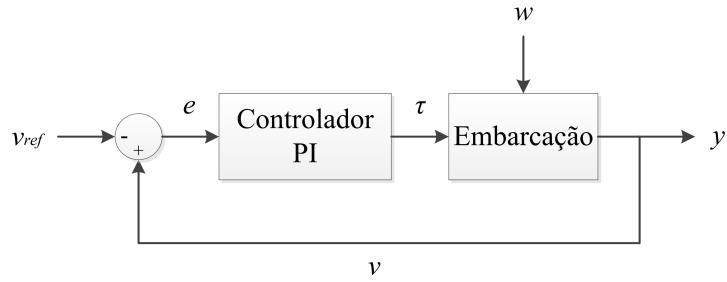


Figura 5.3: Malha do controlador PI.

é um rastreamento assintótico do objetivo em que o erro e se aproxima de zero a medida que o tempo t tende a infinito, ou seja:

$$e(t) \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad t \rightarrow \infty$$

Se o rastreamento da saída for alcançado na presença de uma perturbação w , diz-se que a perturbação foi rejeitada assintoticamente. Quando os sinais de ν_{ref} e w são conhecidos como, por exemplo, uma constante ou um sinal senoidal de determinada frequência, é possível rastrear a saída e eliminar os efeitos da perturbação incluindo seus modelos no controle de realimentação. O mesmo poderia ser feito caso houvesse incertezas nos parâmetros. Quando as entradas ν_{ref} e w são sinais constantes, o objetivo de regular assintoticamente a saída y para a referência ν_{ref} , rejeitando perturbações, pode ser atingido por meio de uma ação de controle integral.

A figura 5.3 ilustra a malha do controlador dinâmico ou de velocidades. Na verdade, esta é a única forma de alcançar a regulação assintótica quando há incerteza nos parâmetros, o que explica a popularidade dos controles PI e PID em aplicações industriais. A ação integral não está associada à linearidade do modelo sendo possível aplicá-la em modelos não lineares, inclusive por meio do projeto de controle sobre o sistema linearizado.

Entretanto, para uma entrada de perturbação genérica $w(t)$ dificilmente se alcançaria sua rejeição assintótica. Portanto, nestes casos buscava-se a atenuação do sinal de perturbação limitando o erro de rastreamento a uma dada tolerância, ou seja:

$$\|e(t)\| \leq \varepsilon, \quad \forall t \geq T$$

onde ε é um valor pequeno e positivo. De outro modo, seria possível atenuar o mapeamento em malha fechada da entrada w para o erro e alterando o ganho de w por meio da formulação H_∞ .

As leis de controle do problema de rastreamento são classificadas da mesma forma que no problema de estabilização. Assim, é possível se ter a realimentação dos estados ou da saída, composta, em geral, por uma quantidade limitada de estados. Da mesma forma, a lei de controle pode ser estática ou dinâmica e pode alcançar o rastreamento local, regional, semiglobal ou global, de acordo com o estado inicial $\nu(t_0)$, a referência $\nu_{ref}(t_0)$ e a entrada de perturbação $w(t_0)$. Assim, por exemplo, o rastreamento local é alcançado para pequenos sinais enquanto o global para quaisquer estados iniciais, referências e perturbações.

Sem perda da generalidade, considerando o sistema abaixo definido implicitamente no tempo:

$$\dot{\nu} = f(\nu, \gamma, w) \quad (5.40)$$

$$y = h(\nu, w) \quad (5.41)$$

$$y_m = h_m(\nu, w) \quad (5.42)$$

em que a variável de estado $\nu \in R^n$, a entrada de controle $\gamma \in R^p$, a saída $y \in R^p$, a saída medida $y_m \in R^m$ e o vetor de perturbações $w \in R^l$, tal que as funções f , h e h_m são diferenciáveis em (ν, γ) e contínuas em w no domínio $D_\nu \times D_\gamma \times D_w \subset R^n \times R^p \times R^l$.

Tomando $\nu_{ref} \in D_{\nu_{ref}} \subset R^n$ como uma referência constante e disponível e, ainda, definindo-se a variável \mathcal{V} como:

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} \nu_{ref} \\ w \end{bmatrix} \in D_{\mathcal{V}} \stackrel{def}{=} D_{\nu_{ref}} \times D_w$$

O objetivo do controle de realimentação é tal que:

$$y(t) \rightarrow \nu_{ref} \quad \text{quando} \quad t \rightarrow \infty$$

assumindo que a saída y pode ser medida e está contida em y_m . A regulação será alcançada quando o sistema atingir o ponto de equilíbrio no qual $y = \nu_{ref}$. Neste sentido, para todo $\mathcal{V} \in D_{\mathcal{V}}$ deverá existir um único par (ν_{eq}, γ_{eq}) contínuo em \mathcal{V} que satisfaça as equações:

$$0 = f(\nu_{eq}, \gamma_{eq}, w) \quad (5.43)$$

$$\nu_{ref} = h(\nu_{eq}, w) \quad (5.44)$$

onde ν_{eq} é o ponto de equilíbrio desejado e γ_{eq} a entrada de controle necessária para manter este ponto de equilíbrio.

A fim de introduzir a ação integral, será integrado o erro de regulação $e = y - \nu_{ref}$ tal que:

$$\dot{\sigma} = e$$

Então, o sistema pode ser aumentado incluindo a equação (5.40) no que se obtém:

$$\dot{\nu} = f(\nu, \gamma, w) \quad (5.45)$$

$$\dot{\sigma} = h(\nu, w) - \nu_{ref} \quad (5.46)$$

Sendo assim, para sistemas de múltiplas saídas ($p \geq 1$) haverá uma componente do erro para cada canal. Agora, o objetivo do controle de realimentação é estabilizar o modelo aumentado descrito pelas equações (5.45) e (5.46) no ponto de equilíbrio (ν_{eq}, σ_{eq}) onde σ_{eq} produz a entrada desejada γ_{eq} .

O controlador integral possui duas componentes: o integrador e o controlador de estabilização. O integrador modifica a dimensão de \mathcal{V} ao expandir o sistema, aumentando o número de referências. A estrutura do controlador de estabilização depende do sinal medido y_m . Assumindo-se

a realimentação dos estados, ou seja, $y_m = \nu$, o controlador de estabilização assume a seguinte forma:

$$\gamma = g(\nu, \sigma, e)$$

em que a função g é definida para que um único σ_{eq} satisfaça a equação:

$$g(\nu_{eq}, \sigma_{eq}, 0) = \gamma_{eq}$$

e que o sistema em malha fechada:

$$\dot{\nu} = f(\nu, g(\nu, \sigma, h(\nu, w) - \nu_{ref}), w) \quad (5.47)$$

$$\dot{\sigma} = h(\nu, w) - \nu_{ref} \quad (5.48)$$

seja assintoticamente estável no ponto de equilíbrio (ν_{eq}, σ_{eq}) em que $y = \nu_{ref}$ para qualquer valor de w . Assim, a regulação assintótica é alcançada para todo estado inicial na região de atração de (ν_{eq}, σ_{eq}) .

O controle integral é robusto a qualquer perturbação porque o controlador de realimentação cria um ponto de equilíbrio assintótico em que os sinais são constantes, inclusive o integrador $\dot{\sigma} = e$. Sendo assim, no ponto de equilíbrio o erro e deve ser nulo. Ou seja, o controlador integral força o erro a zero para que o equilíbrio seja mantido. Incertezas nos parâmetros podem modificar o ponto de equilíbrio, mas a condição de erro se mantém. O projeto do controlador de estabilização não é trivial quando a entrada de perturbação w é considerada.

Para o projeto do controlador de realimentação integral a entrada de controle $\gamma = g(\nu, \sigma, e)$ deve ser projetada para estabilizar o sistema aumentado definido pelas equações (5.47) e (5.48), onde $\gamma_{eq} = g(\nu_{eq}, \sigma_{eq}, 0)$. Devido a linearização do sistema é razoável se pensar em uma lei de controle com a seguinte forma:

$$\gamma = -K_1\nu - K_2\sigma - K_3e$$

Aplicando-se a lei de controle no sistema em malha fechada tem-se que:

$$\dot{\nu} = f(\nu, -K_1\nu - K_2\sigma - K_3(h(\nu, w) - \nu_{ref}), w) \quad (5.49)$$

$$\dot{\sigma} = h(\nu, w) - \nu_{ref} \quad (5.50)$$

em que os pontos de equilíbrio devem satisfazer as equações abaixo:

$$0 = f(\bar{\nu}, \bar{\gamma}, w)$$

$$0 = h(\bar{\nu}, w) - \nu_{ref}$$

$$\bar{\gamma} = -K_1\bar{\nu} - K_2\bar{\sigma}$$

Assumindo que as equações de equilíbrio (5.43) e (5.44) possuem uma única solução (ν_{eq}, γ_{eq}) no domínio de interesse, conclui-se que $\bar{\nu} = \nu_{eq}$ e $\bar{\gamma} = \gamma_{eq}$. Assumindo K_2 não singular garante-se que a solução σ_{eq} da equação abaixo é única.

$$\gamma_{eq} = -K_1\nu_{eq} - K_2\sigma_{eq}$$

Portanto, o objetivo passou a ser a estabilização no ponto (ν_{eq}, σ_{eq}) . Da linearização do sistema em malha fechada representado pelo par de equações (5.49) e (5.50) tem-se que:

$$\dot{\xi}_\delta = (\mathcal{A} - \mathcal{BK})\xi_\delta = \mathfrak{A}\xi_\delta \quad (5.51)$$

onde

$$\xi_\delta = \begin{bmatrix} \nu - \nu_{eq} \\ \sigma - \sigma_{eq} \end{bmatrix}, \mathcal{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \mathcal{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \mathcal{K} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}$$

e

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial \nu}(\nu, \gamma, w) \right|_{\nu=\nu_{eq}, \gamma=\gamma_{eq}}, B = \left. \frac{\partial f}{\partial \gamma}(\nu, \gamma, w) \right|_{\nu=\nu_{eq}, \gamma=\gamma_{eq}}, C = \left. \frac{\partial h}{\partial \nu}(\nu, w) \right|_{\nu=\nu_{eq}}$$

As matrizes A , B e C , em geral, dependem de \mathcal{V} . Supondo que o par (A, B) seja controlável e que a equação (5.52) forneça o traço do sistema aumentado linearizado, o par $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ será controlável e, conseqüentemente, estabilizável.

$$\text{traço} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + p \quad (5.52)$$

A escolha de \mathcal{K} independe de w e é tal que \mathfrak{A} deve ser Hurwitz para todo $\mathcal{V} \in D_{\mathcal{V}}$. Assim, em qualquer projeto é necessário que K_2 seja não singular para que \mathfrak{A} seja Hurwitz. Então, o par (ν_{eq}, σ_{eq}) é um ponto de equilíbrio exponencialmente estável do sistema formado pelas equações (5.49) e (5.50) tal que todas as soluções na região de atração se aproximam deste ponto para t tendendo a infinito e, conseqüentemente, o erro a zero. A estabilização no ponto de equilíbrio independe de K_3 , podendo ser anulado a menos que se queira mais um grau de liberdade para melhorar o desempenho de controle.

Portanto, em resumo, assumindo que (A, B) é estável e que o traço da equação (5.52) seja satisfeito, a entrada de controle pode ser definida como:

$$\gamma = -K_1\nu - K_2\sigma \quad (5.53)$$

$$\dot{\sigma} = e = y - \nu_{ref} \quad (5.54)$$

onde $\mathcal{K} = [K_1 \ K_2]$ é tal que \mathfrak{A} seja Hurwitz.

Além de oferecer certa robustez a perturbações, o mais interessante desta abordagem em comparação com a aplicação direta da teoria clássica de controladores PI na equação (5.35), extensamente adotada na literatura, é que o controle das velocidades permanece acoplado, ou seja, uma dada velocidade interfere no controle da outra.

5.4 Matriz de Ganhos

Sabendo que a matriz \mathfrak{A} deve ser Hurwitz para que o ponto de equilíbrio do sistema aumentado seja assintoticamente estável, a matriz de ganhos \mathcal{K} pode ser determinada usando o método de Lyapunov.

Segundo o teorema de estabilidade de Lyapunov, dado o ponto de equilíbrio $\xi_{\delta_{eq}}$ no domínio $D \subset R^{n+p}$ e sendo $V : D \rightarrow R$ uma função continuamente diferenciável tal que:

$$V(\xi_{\delta_{eq}}) = 0 \text{ e } V(\xi_\delta) \geq 0 \text{ em } D - \{\xi_{\delta_{eq}}\} \text{ e, ainda, } \dot{V}(\xi_\delta) \leq 0 \text{ em } D$$

então, $\xi_\delta = \xi_{\delta_{eq}}$ é estável. No mais, se:

$$\dot{V}(\xi_\delta) \leq 0 \text{ em } D - \{\xi_{\delta_{eq}}\}$$

então $\xi_\delta = \xi_{\delta_{eq}}$ é assintoticamente estável.

Dada a função quadrática candidata de Lyapunov definida como:

$$V(\xi_\delta) = \xi_\delta^T P \xi_\delta$$

onde P é uma matriz real, simétrica e definida positivamente, a derivada desta função ao longo das trajetórias do sistema linear $\dot{\xi}_\delta = \mathfrak{A}\xi_\delta$ é igual a:

$$\dot{V}(\xi_\delta) = \xi_\delta^T P \dot{\xi}_\delta + \dot{\xi}_\delta^T P \xi_\delta = \xi_\delta^T (P\mathfrak{A} + \mathfrak{A}^T P) \xi_\delta$$

Do teorema de Lyapunov, para que $\xi_{\delta_{eq}}$ seja assintoticamente estável tem-se que:

$$P\mathfrak{A} + \mathfrak{A}^T P < 0, P > 0 \quad (5.55)$$

Multiplicando-se ambos os lados de (5.55) por P^{-1} :

$$P^{-1}P\mathfrak{A}P^{-1} + P^{-1}\mathfrak{A}^T P P^{-1} < 0 \Rightarrow \mathfrak{A}P^{-1} + P^{-1}\mathfrak{A}^T < 0 \quad (5.56)$$

Fazendo $P^{-1} = Q$:

$$\mathfrak{A}Q + Q\mathfrak{A}^T < 0, Q > 0 \quad (5.57)$$

Sabendo que $\mathfrak{A} = (\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K})$ tem-se que:

$$(\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K})Q + Q(\mathcal{A} - \mathcal{B}\mathcal{K})^T < 0 \Rightarrow \mathcal{A}Q + Q\mathcal{A}^T - \mathcal{B}\mathcal{K}Q - Q\mathcal{K}^T\mathcal{B}^T \quad (5.58)$$

Dado que $Q = Q^T$ e definindo $Z = \mathcal{K}Q$ chega-se à inequação matricial linear (LMI) nas variáveis Q e Z :

$$\mathcal{A}Q + Q\mathcal{A}^T + \mathcal{B}Z + Z^T\mathcal{B}^T < 0 \quad (5.59)$$

A inequação pode ser resolvida por meio da norma de sistemas H_∞ que se relaciona com a teoria de estabilidade em espaço de estados de Lyapunov. Dado o sistema na forma da desigualdade (5.59) o problema de regulação torna a busca do controlador ótimo por realimentação de estados um problema convexo. Sendo assim, o cálculo da norma H_∞ pode ser resolvido por um algoritmo de pontos interiores, o qual fornece apenas soluções que obedecem estritamente às desigualdades

permitindo o uso do complemento de Schur [18]. Então, reescrevendo o sistema aumentado dado por (5.51) e incluindo a equação de saída tem-se que:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_\delta &= \mathcal{A}\xi_\delta + \mathcal{B}_\gamma\gamma + \mathcal{B}_w w, \xi_\delta(0) = 0 \\ y &= \mathcal{C}_y\xi_\delta + \mathcal{D}_{y\gamma}\gamma + \mathcal{D}_{yw}w\end{aligned}\tag{5.60}$$

onde o vetor de estados $\xi_\delta \in R^{n+p}$, a entrada de controle $\gamma \in R^{n+p}$, a perturbação $w \in R^l$ e a saída $y \in R^{n+p}$, existe um controlador na forma de realimentação de estados $\gamma = -\mathcal{K}\xi_\delta$ que garante que a norma H_∞ da saída satisfaz $\|H_{yw}(s)\|_\infty^2 < \gamma_\infty$, ou seja, limita a função de transferência matricial da entrada w para a saída y e, ainda, existem matrizes $Q = Q^T \in R^{(n+p) \times (n+p)}$ e $Z \in R^{p \times (n+p)}$ de tal forma que:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}Q + \mathcal{B}_\gamma Z + Q\mathcal{A}^T + Z^T\mathcal{B}_\gamma^T & \mathcal{B}_w & Q\mathcal{C}_y^T + Z^T\mathcal{D}_{y\gamma}^T \\ \mathcal{B}_w^T & -\gamma_\infty I & \mathcal{D}_{yw}^T \\ \mathcal{C}_y Q + \mathcal{D}_{y\gamma} Z & \mathcal{D}_{yw} & -I \end{bmatrix} < 0\tag{5.61}$$

e

$$Q > 0\tag{5.62}$$

onde a matriz identidade $I \in R^{(n+p) \times (n+p)}$.

O valor mínimo da norma H_∞ de $H_{yw}(s)$ pode ser calculado resolvendo-se o problema de otimização convexo $\min_{\mathcal{K} \in \mathcal{K}} \|H_{yw}(s)\|_\infty^2 = \min\{\gamma_\infty : (5.61 - 5.62)\}$ [18]. Portanto, determinando-se as matrizes Q e Z obtém-se a matriz de ganhos $\mathcal{K} = ZQ^{-1}$.

5.5 Catamarã

Para o catamarã em questão, devido a configuração dos atuadores serão controladas apenas as velocidades u de avanço e r de guinada. Isto influencia na dimensão da equação (5.51) e, conseqüentemente, de suas componentes. Assim, aplicada ao catamarã a equação do sistema aumentado pode ser reescrita tal que a matriz \mathcal{A} é dada por:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} -0,1471 & 0,0074 & -0,0186 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0090 & -0,8482 & -1,4647 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0023 & -0,2595 & -1,1027 & 0,0000 & 0,0000 \\ 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \end{pmatrix}$$

e a matriz \mathcal{B} é igual a:

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0,0034 & 0,0034 \\ 0,0007 & -0,0007 \\ 0,0017 & -0,0017 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 \end{pmatrix}$$

Já a matriz \mathcal{K} pode ser representada por:

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} \end{bmatrix}$$

Sabendo-se que os autovalores da matriz A estão no semi-plano esquerdo, que o par (A, B) é controlável e que a condição (5.52) é satisfeita, o sistema aumentado e linearizado do veículo é estabilizável. Considerando que o sistema linearizado sofra os efeitos de uma perturbação w sendo agora definido pela equação (5.60) tal que \mathcal{B}_w e \mathcal{D}_{yw} sejam matrizes unitárias de dimensão $R^{(n+p) \times 1}$, a matriz de ganhos \mathcal{K} do controlador de realimentação pode ser determinada resolvendo-se as desigualdades (5.61) e (5.62) implementadas em Matlab utilizando-se a ferramenta YALMIP¹ de solução de sistemas convexos e não convexos e o *solver* SeDuMi². Neste cenário, a matriz de ganhos \mathcal{K} , assimétrica devido ao ponto de operação escolhido, para $\gamma_\infty = 4,4721$ é igual a:

$$\mathcal{K} = \begin{pmatrix} 392,5 & 14,4 & -1853,1 & -60,1 & -2798,8 \\ -1688,8 & -516,6 & 425,5 & -1834,9 & 629,7 \end{pmatrix}$$

5.6 Simulação e Resultados

A figura 5.4 ilustra a implementação em diagrama de blocos da malha interna do sistema de controle. Foram adicionadas perturbações randômicas de distribuição gaussiana, média zero e variância unitária nos canais das três variáveis de estado, simulando diferentes condições de vento. Por sua vez, a figura 5.5 mostra a implementação do controlador de velocidades, demonstrado e calculado neste capítulo, no modelo não linear.

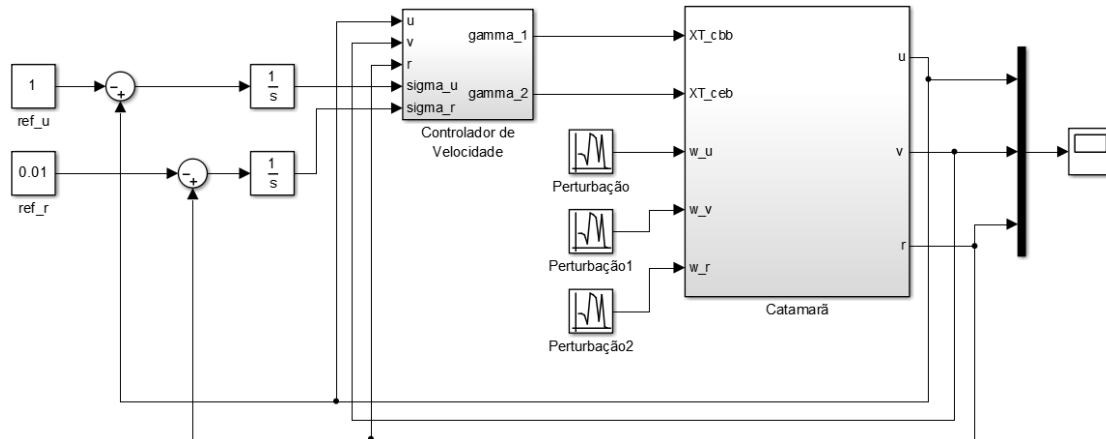


Figura 5.4: Sistema de controle: malha interna de controle de velocidade.

As respostas do sistema a diferentes referências de velocidade estão ilustradas na figura 5.6. Percebe-se dos perfis de velocidade que a regulação ocorre rapidamente mesmo fora do ponto de operação de 1,0m/s. Para $u \gg r$, o sinal de u é superamortecido e o de r subamortecido. Ainda, observa-se que o nível de tração nos motores manteve-se dentro de patamares aceitáveis e, além disso, permanece praticamente nulo ao se atingir o regime permanente.

¹Fonte: <http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip>

²Fonte: <http://sedumi.ie.lehigh.edu>

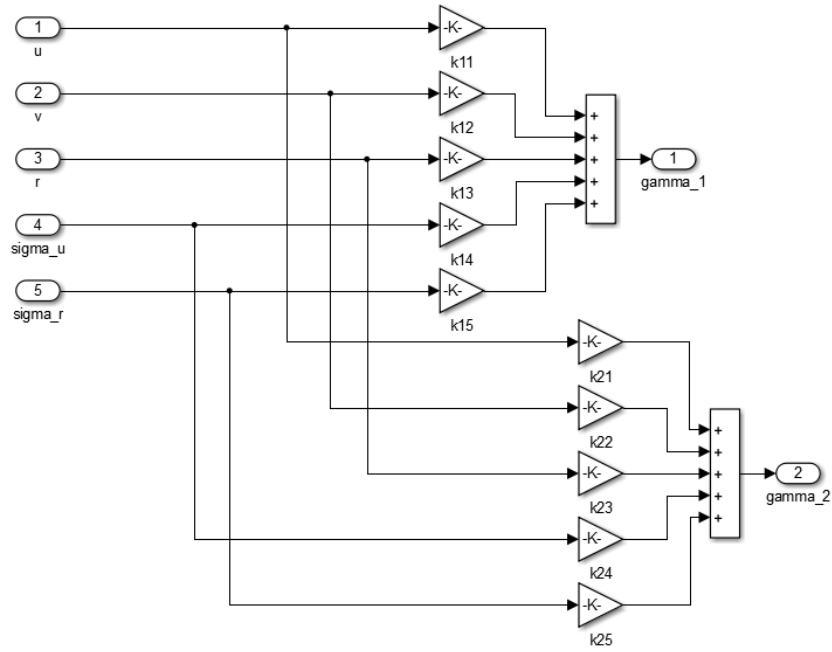
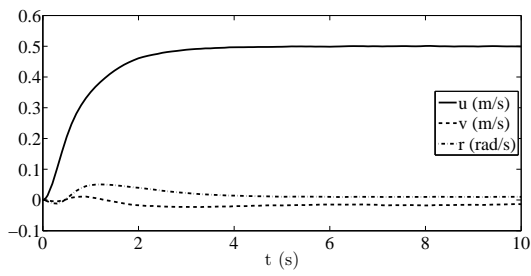
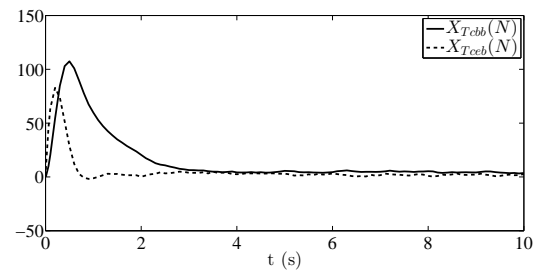


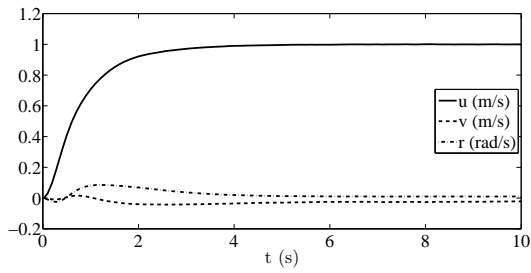
Figura 5.5: Implementação do bloco Controlador de Velocidade.



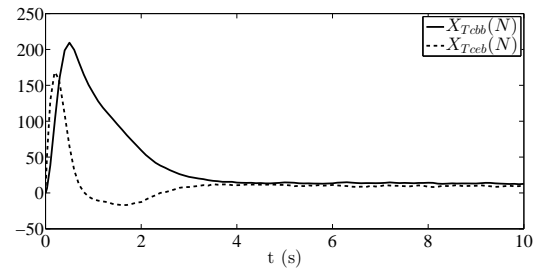
(a) Perfil de velocidade ($u_{ref} = 0,5\text{m/s}$)



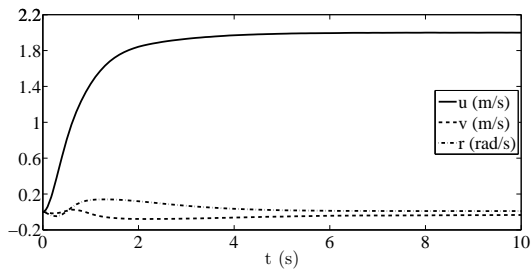
(b) Nível de tração nos motores ($u_{ref} = 0,5\text{m/s}$)



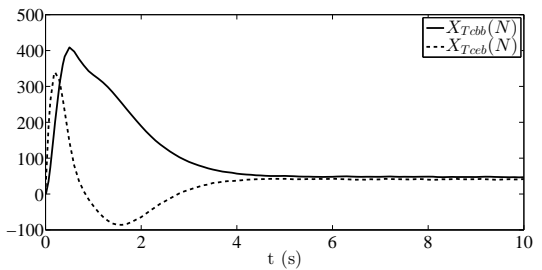
(c) Perfil de velocidade ($u_{ref} = 1,0\text{m/s}$)



(d) Nível de tração nos motores ($u_{ref} = 1,0\text{m/s}$)



(e) Perfil de velocidade ($u_{ref} = 2,0\text{m/s}$)



(f) Nível de tração nos motores ($u_{ref} = 2,0\text{m/s}$)

Figura 5.6: Resposta do sistema ao controle de velocidades ($r_{ref} = 0,01\text{rad/s}$).

Capítulo 6

Controlador Cinemático

6.1 Introdução

Seguindo a arquitetura GNC, apresentada no capítulo 4, a malha mais externa corresponde ao sistema de orientação implementado pelo controlador de posição, o qual é definido a nível cinemático e cujo objetivo é levar o veículo a seguir certo percurso. O planejador de rotas determina o caminho a ser seguido fornecendo a próxima referência de posição, em geral por meio de um interface com o usuário, e o controlador, por sua vez, minimiza a distância entre o veículo e a referência, garantindo o alinhamento desse com o caminho.

Frequentemente tem-se usado o método de orientação LOS (*Line-Of-Sight*) em que se define um vetor entre o veículo e o próximo ponto de referência para os controles de posição e, indiretamente, de velocidade, que se encontra na malha mais interna do sistema. Na literatura, dentre os controladores propostos é possível citar a implementação de leis de controle PID do tipo SISO (*Single-Input Single-Output*), limitadas por não considerarem o acoplamento entre os movimentos, de controles adaptativos do tipo MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*), baseados em redes neurais, e de leis de controle baseadas na teoria de estabilidade de Lyapunov [9] [12].

Neste trabalho, a configuração dos atuadores do veículo catamarã requer a transformação do modelo cinemático apresentado no capítulo 3 de modo a refletir o acoplamento entre os movimentos. A lei de controle do controlador de posição proposto é dinâmica e advém do teorema de estabilidade de Lyapunov. Os ganhos, por sua vez, são determinados a partir da geometria e das condições de estabilidade.

6.2 Cinemática

De acordo com o capítulo 3, o modelo cinemático de um veículo catamarã é definido por:

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \nu \quad (6.1)$$

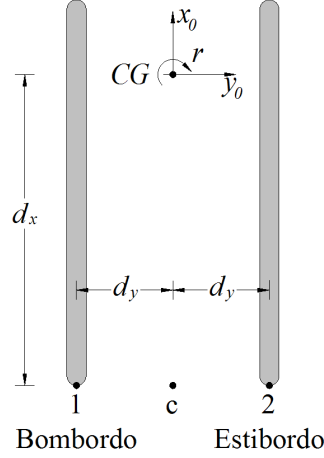


Figura 6.1: Localização dos pontos 1, 2 e c.

onde $\nu = [u \ v \ r]^T$ é o vetor de velocidades com relação ao sistema de coordenadas fixo no CG da embarcação e $\eta = [x \ y \ \psi]^T$, o vetor de posição e orientação com relação ao sistema inercial. Para o controle de posição esta modelagem é mais adequada onde a velocidade de rotação independe das velocidades de translação, como quando se utiliza lemes para gerar o movimento de guinada. A configuração dos atuadores do catamarã leva a um sistema com acoplamento dos movimentos tal como um robô diferencial. Portanto, um outro modelo derivado deste será proposto com o objetivo de expressar esta dependência.

Também do capítulo 3, sabe-se que a velocidade de um ponto qualquer do corpo rígido é descrita por:

$$u_p = u - d_y r \quad (6.2)$$

$$v_p = v + d_x r \quad (6.3)$$

$$r_p = r \quad (6.4)$$

onde d_x e d_y definem a posição do ponto com relação ao sistema centrado no CG. Na figura 6.1, os pontos 1 e 2 determinam a posição dos atuadores e c, o ponto médio. No ponto 1, à esquerda do CG, tem-se que:

$$\begin{aligned} u_1 &= u + d_y r \\ v_1 &= v - d_x r \end{aligned} \quad (6.5)$$

Do mesmo modo, à direita do CG no ponto 2:

$$\begin{aligned} u_2 &= u - d_y r \\ v_2 &= v - d_x r \end{aligned} \quad (6.6)$$

Ainda, em c:

$$\begin{aligned} u_c &= u \\ v_c &= v - d_x r \end{aligned} \quad (6.7)$$

Expressando as velocidades de 1, 2 e c no sistema de coordenadas inercial obtém-se:

$$\dot{x}_1 = \dot{x} + d_y r \cos(\psi) \quad (6.8)$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y} + d_y r \sin(\psi) \quad (6.9)$$

e

$$\dot{x}_2 = \dot{x} - d_y r \cos(\psi) \quad (6.10)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y} - d_y r \sin(\psi) \quad (6.11)$$

tal que \dot{x} e \dot{y} são as velocidades do ponto c. Assim, somando-se as equações (6.8) e (6.10) e isolando \dot{x} tem-se que:

$$\dot{x} = \frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2} \quad (6.12)$$

Por outro lado, da soma de (6.9) e (6.11), \dot{y} é dado por:

$$\dot{y} = \frac{\dot{y}_1 + \dot{y}_2}{2} \quad (6.13)$$

De outro modo, em termos da velocidade resultante em cada ponto e da orientação do veículo, as velocidades dos pontos 1 e 2 no sistema inercial podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= U_1 \cos(\psi) & \dot{x}_2 &= U_2 \cos(\psi) \\ \dot{y}_1 &= U_1 \sin(\psi) & \dot{y}_2 &= U_2 \sin(\psi) \end{aligned} \quad (6.14)$$

Substituindo-se as definições acima nas equações (6.12) e (6.13), a velocidade em c pode ser definida como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{U_1 + U_2}{2} \cos(\psi) \\ \dot{y} &= \frac{U_1 + U_2}{2} \sin(\psi) \end{aligned} \quad (6.15)$$

em que a razão $\frac{U_1+U_2}{2}$ representa a velocidade média entre os pontos. Ainda, com base na geometria do veículo e considerando o sentido horário positivo, a velocidade de guinada em c pode ser expressa como:

$$\dot{\psi} = \frac{U_1 - U_2}{b}, b = d_y \quad (6.16)$$

Definindo-se $V_m = \frac{U_1+U_2}{2}$ e $\delta_v = U_1 - U_2$, no ponto c a velocidade com relação ao sistema inercial pode ser expressa por:

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_m \\ \delta_v \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

A figura 6.2 ilustra o sistema de coordenadas centrado em c (y_c, x_c) e define o caminho em termos das coordenadas no sistema inercial (y, x). A natureza das variáveis V_m e δ_v permite que o sistema (y, x) da figura represente, na verdade, qualquer sistema centrado em um dado ponto de

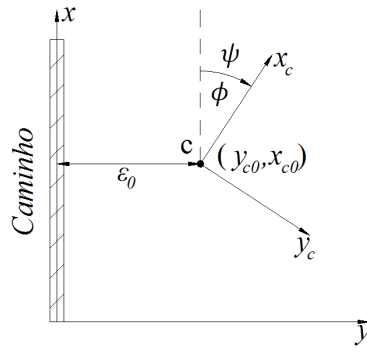


Figura 6.2: Definição dos erros ε_0 e ϕ .

referência no caminho desejado. Definindo ε_0 como a distância entre o ponto (y_{c0}, x_{c0}) e o caminho desejado, perpendicular ao caminho, e ϕ como a diferença de orientação, tem-se que:

$$\varepsilon_0 = y \quad \text{e} \quad \phi = \psi \quad (6.18)$$

Portanto, o modelo cinemático pode ser reescrito em termos das variáveis V_m e δ_v como:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_0 &= V_m \sin(\phi) \\ \dot{\phi} &= \frac{\delta_v}{b} \end{aligned} \quad (6.19)$$

onde ε_0 representa o erro de posição e ϕ , o de orientação.

6.3 Controlador

A figura 6.3 ilustra a arquitetura GNC de controle em cascata em que o controlador de posição, dado a referência p_{ref} fornecida pelo planejador de rotas, calcula as velocidades de referência u_{ref} e r_{ref} de acordo com a lei de controle definida a seguir e com o modelo dado pela equação (6.17).

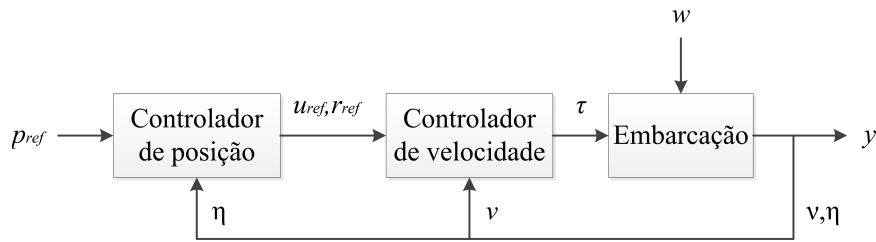


Figura 6.3: Sistema de controle em cascata.

Como definido no capítulo 5, para o sistema da equação (6.19) conforme a referência [19] propõe-se a seguinte função candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{\alpha}{2} \varepsilon^2 + \frac{\phi^2}{2} \quad (6.20)$$

cuja derivada é igual a:

$$\dot{V} = \alpha\varepsilon_0\dot{\varepsilon}_0 + \phi\dot{\phi} \quad (6.21)$$

Do modelo cinemático tem-se que:

$$\dot{V} = \alpha\varepsilon_0 V_m \sin(\phi) + \phi \frac{\delta_v}{b} \quad (6.22)$$

Para que o ponto de equilíbrio do sistema seja assintoticamente estável a ação de controle deve garantir que $\dot{V} < 0$, ou seja:

$$\alpha\varepsilon_0 V_m \sin(\phi) + \phi \frac{\delta_v}{b} = -\beta\phi^2 \quad (6.23)$$

onde $\beta > 0$. Resolvendo a equação acima para δ_v tem-se que:

$$\delta_v = \frac{b}{\phi}(-\beta\phi^2 - \alpha\varepsilon_0 V_m \sin(\phi)) \quad (6.24)$$

levando a:

$$\delta_v = -\beta b\phi - \alpha b V_m \frac{\sin(\phi)}{\phi} \varepsilon_0 \quad (6.25)$$

Portanto, a lei de controle definida por:

$$\delta_v = -K_\phi\phi - K_\varepsilon\varepsilon_0 \quad (6.26)$$

é não linear tal que:

$$K_\phi = \beta b \quad \text{e} \quad K_\varepsilon = \alpha b V_m \frac{\sin(\phi)}{\phi} \quad (6.27)$$

Sendo assim, V_m é uma entrada de controle independente e arbitrária.

Analisando-se a estabilidade do sistema, para $\phi = 0$ tem-se que $\dot{\varepsilon}_0 = 0$ e $\delta_v = -K_\varepsilon\varepsilon_0$. Sabendo-se que:

$$\lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{\sin(\phi)}{\phi} = 1$$

nesta condição, $K_\varepsilon = \alpha b V_m$. Assim, basta $\phi = 0$ para que \dot{V} seja nulo, porém somente para $\varepsilon_0 = 0$ tem-se δ_v igual a zero. Portanto, o sistema possui apenas um ponto de equilíbrio definido por $\phi = 0$ e $\varepsilon_0 = 0$, o qual é assintoticamente estável.

6.4 Ganhos

Substituindo-se a equação (6.25) no sistema definido em (6.19) tem-se que:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_0 &= V_m \sin(\phi) \\ \dot{\phi} &= -\beta\phi - \alpha V_m \frac{\sin(\phi)}{\phi} \varepsilon_0 \end{aligned} \quad (6.28)$$

Para pequenos valores de ϕ , em torno do ponto de equilíbrio $\phi \approx \sin(\phi)$ tal que o sistema pode ser simplificado a:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_0 &= V_m \sin(\phi) \\ \dot{\phi} &= -\beta\phi - \alpha V_m \varepsilon_0\end{aligned}\tag{6.29}$$

Assim, reescrevendo-se (6.29) na forma matricial tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & V_m \\ -\alpha V_m & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \phi \end{bmatrix}\tag{6.30}$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & V_m \\ -\alpha V_m & -\beta \end{bmatrix}$$

Para que o sistema seja estável a matriz $A_{2 \times 2}$ deve ser Hurwitz, ou seja, seus autovalores devem estar contidos no semi-plano esquerdo. Os autovalores são as raízes da equação $\det|\lambda I - A| = 0$ na qual I é a matriz identidade de ordem 2. Assim:

$$\lambda(\lambda + \beta) + \alpha V_m^2 = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \beta\lambda + \alpha V_m^2 = 0\tag{6.31}$$

Portanto, os autovalores e pólos do sistema são:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2}, \Delta = \beta^2 - 4\alpha V_m^2\tag{6.32}$$

Fazendo $\Delta = 0$, tem-se que:

$$\alpha = \frac{\beta^2}{4V_m^2} > 0\tag{6.33}$$

onde o pólo duplo definido por $\lambda_{1,2} = \frac{-\beta}{2}$ é estável dado que $\beta > 0$. Sendo assim, α e β , e consequentemente os ganhos do controlador, poderiam ser determinados escolhendo-se os pólos em malha fechada. No entanto, essa abordagem é válida somente para pequenos valores de ϕ .

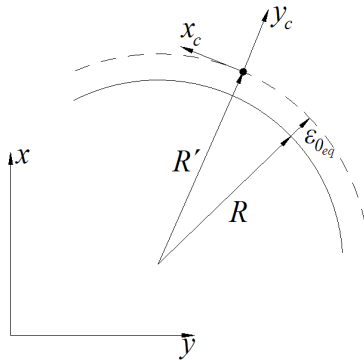


Figura 6.4: Movimento curvo em regime ($\phi = 0$).

Quando o veículo segue um arco de círculo de raio R , obrigatoriamente $\delta_v \neq 0$ porque o controle sendo diferencial leva U_1 a ser diferente de U_2 . No mais, em regime $\phi_{eq} = 0$. Dada a figura 6.4,

em que o veículo descreve um movimento curvo no sentido anti-horário, tem-se que:

$$R' = \frac{-V_m}{\dot{\phi}} \Rightarrow R' = \frac{-bV_m}{\delta_v} = R + \varepsilon_{0eq} \quad (6.34)$$

O sinal de menos na equação acima se deve à convenção adotada. Em regime, $\delta_v = -\alpha b \varepsilon_{0eq} V_m$ e, então:

$$\frac{1}{\alpha \varepsilon_{0eq}} = R + \varepsilon_{0eq} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\varepsilon_{0eq}(R + \varepsilon_{0eq})} \quad (6.35)$$

Portanto, definindo-se um dado ε_{0eq} para um certo raio R determina-se o valor de α . Por sua vez, o valor de β pode ser determinado pela equação (6.33) tal que:

$$\beta = \sqrt{4\alpha V_m^2} \quad (6.36)$$

6.5 Interface

O controlador cinemático proposto controla a posição do ponto médio c entre os atuadores e , portanto, sua saída é a referência de velocidade deste ponto. Entretanto, como a malha interna regula a velocidade no CG da embarcação, a saída deve ser a referência de velocidade no CG. Do mesmo modo, a partir do CG é preciso atualizar a posição de c a fim de se determinar o erro de posição e , por conseguinte, a lei de controle.

Da equação (6.7) tem-se que a velocidade u no CG da embarcação é igual a velocidade u_c . Além disso, a velocidade de rotação é a mesma e independe da posição do ponto. No entanto, para adequar a saída do controlador de posição à entrada do de velocidades é preciso transformar a velocidade com relação ao sistema de coordenadas do caminho para o sistema de coordenadas centrado no CG. Sendo assim:

$$\nu = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{\psi}_a \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

onde ν é a velocidade no CG para o sistema centrado neste ponto. Os ângulos ψ e θ representam a orientação do veículo e do caminho com relação ao sistema inercial, respectivamente, sendo ϕ definido como a diferença entre eles, ou seja, $\phi = \psi - \theta$. O vetor de velocidades com relação ao caminho $[\dot{x}_a \ \dot{y}_a \ \dot{\psi}_a]^T$ é dado por $\dot{\eta}$, definido em (6.17) em termos das variáveis de controle.

Por outro lado, no caso da posição, as referências de coordenadas para o ponto c devem ser atualizadas com base na realimentação do posicionamento do CG, fornecidas no sistema inercial. Sabendo-se que $d_x = x_G + \frac{LWL}{2}$, as coordenadas da referência estão relacionadas à (y, x) por:

$$\begin{aligned} x_a &= x - d_x \cos(\theta) \\ y_a &= y - d_x \sin(\theta) \end{aligned} \quad (6.38)$$

6.6 Erros de posição e orientação

O modelo cinemático proposto é válido para qualquer sistema de coordenadas cartesianas. Por isso, o sistema para a determinação dos erros de posição e orientação pode ser estabelecido sobre o caminho a ser percorrido de modo a ser atualizado a cada nova referência.

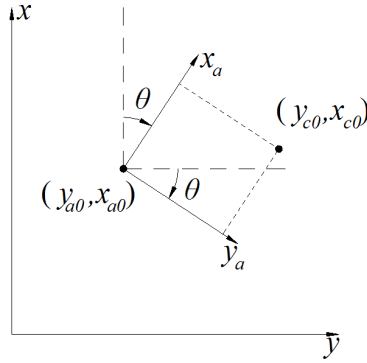


Figura 6.5: Transformação de coordenadas.

Analisando-se a figura 6.5, a posição do ponto (y_{c0}, x_{c0}) no sistema de coordenadas centrado em (y_{a0}, x_{a0}) obedece à seguinte relação de transformação:

$$\chi = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{c0} - x_{a0} \\ y_{c0} - y_{a0} \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

Portanto, ε_0 pode ser definido como:

$$\varepsilon_0 = -(x_{c0} - x_{a0})\sin(\theta) + (y_{c0} - y_{a0})\cos(\theta), \phi = \psi - \theta \quad (6.40)$$

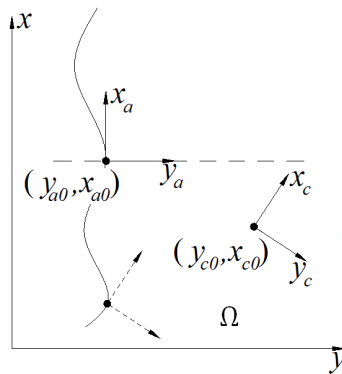


Figura 6.6: Definição da região Ω para determinação da referência.

6.7 Planejador de Movimento

O planejador de rotas pode ser ainda subdividido em dois planejadores distintos. O primeiro é o planejador de rotas propriamente dito em que se define o caminho a ser percorrido com base

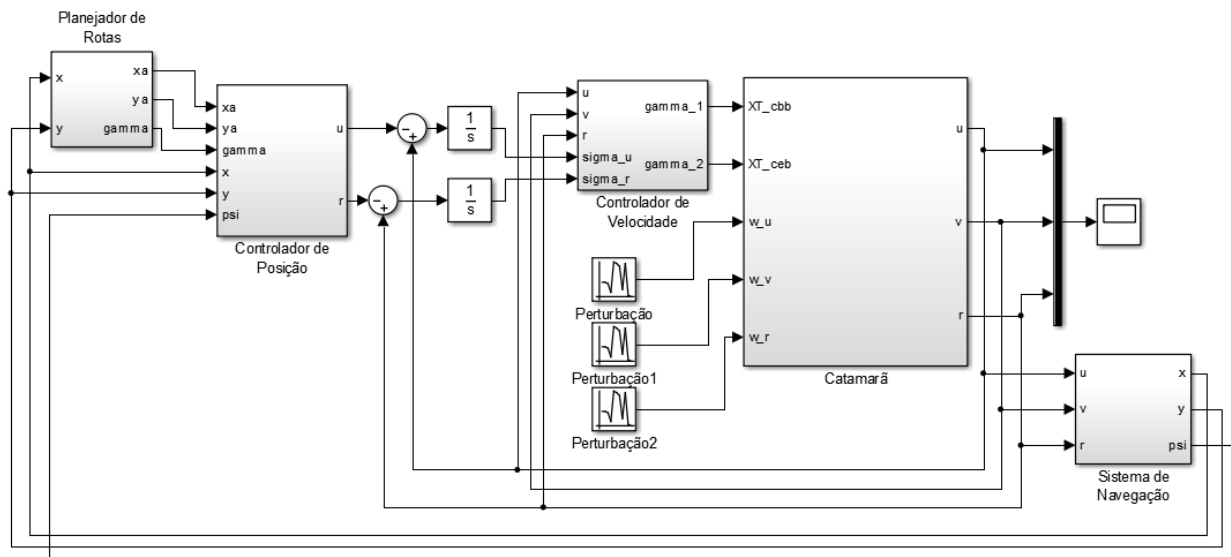


Figura 6.7: Sistema de controle: malha interna de controle de velocidade e externa de posição.

nas condições climáticas e na existência de obstáculos. O planejador de movimento, por sua vez, é responsável por definir a cada instante a referência a ser seguida pelo controlador de acordo com a posição do veículo e algum critério.

Neste trabalho, as rotas foram definidas como uma sequência ordenada de pontos. Como o sistema de coordenadas é centrado na referência, a cada instante o planejador verifica em que região Ω do espaço está o veículo. Se $x_{c0} - x_{a0} > 0$, então o planejador de movimentos atualiza a referência. A figura 6.6 ilustra a alteração da referência e, portanto, do sistema de coordenadas.

6.8 Simulação e Resultados

A figura 6.7 ilustra a implementação em diagrama de blocos da malha externa do controlador de posição. No planejador de rotas foram definidos caminhos como uma sequência de pontos a fim de se analisar o comportamento do veículo catamarã, além de alguns sinais. Abaixo são apresentados e discutidos os resultados obtidos para cada um dos caminhos.

6.8.1 Caso 1: Circuito

A figura 6.8 ilustra o caminho, em formato de circuito, percorrido pelo catamarã em 450s de simulação para uma velocidade média V_m de 1m/s. A origem das setas representa a posição do veículo em um dado instante e sua ponta, a orientação e magnitude da velocidade, que não está em escala. Os pontos são as referências fornecidas e seguidas pelo catamarã. É possível depreender da figura que o catamarã mantém sua velocidade praticamente constante ao percorrer um caminho em linha reta. Na transição entre os trechos reto e curvo observa-se a redução abrupta da velocidade e o início da mudança de orientação. Durante o trecho curvo tem-se o gradativo alinhamento do veículo com a referência ao passo em que ganha velocidade.

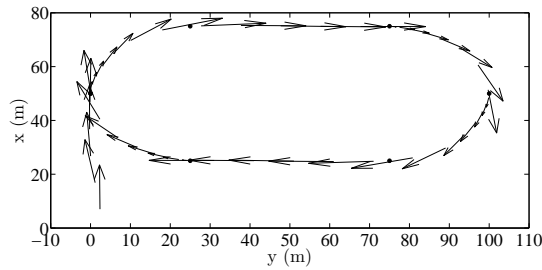


Figura 6.8: Caminho tipo circuito.

A figura 6.9, por sua vez, mostra o perfil de velocidades de acordo com as coordenadas do veículo no sistema inercial. Pode-se observar que o veículo, inicialmente na origem, se desloca levemente para a direita mesmo tendo à frente sua primeira referência. As retas crescentes e decrescentes na figura 6.9(a) evidenciam o momento em que há deslocamentos nas direções x e y . Como mostra a figura 6.9(b), a embarcação atinge a condição de regime rapidamente nos primeiros instantes da simulação enquanto se desloca pelo eixo x . Quando esta passa a descrever a primeira curva, para a direita, \dot{x} vai a zero e depois cresce novamente, juntamente com \dot{y} . Na direção y , o catamarã, ao descrever um caminho reto, também entra em regime rapidamente. Na próxima curva tem-se que \dot{y} cai abruptamente e depois cresce, enquanto \dot{x} torna-se cada vez mais negativa. Neste momento o veículo atinge a extremidade mais a direita do caminho. Observa-se que na referência o catamarã atinge a velocidade de -1m/s em x , porém não permanece em regime devido à nova curva. Visualmente pode-se perceber a periodicidade dos sinais como era esperado devido à geometria do caminho. Por outro lado, a figura 6.10, que ilustra os sinais de velocidade com relação ao sistema móvel fixo no CG, evidencia que o controle interno é capaz de regular a velocidade de avanço antes ou no momento em que a embarcação atinge a referência, a depender do caminho, mantendo as velocidades de deriva e guinada pequenas.

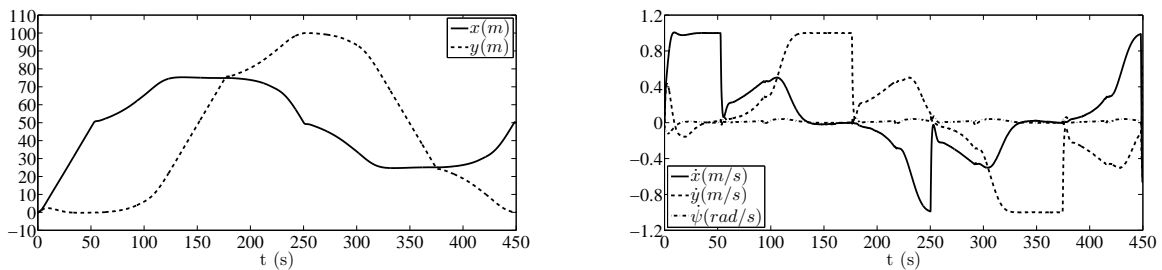


Figura 6.9: Caso 1 - Posição e perfil de velocidades no sistema inercial.

A evolução dos erros de distância e orientação é ilustrada na figura 6.11. Do perfil de velocidades da figura 6.8.1 percebe-se que o veículo ao atingir cada uma das referências reduz momentaneamente sua velocidade a zero. Nestes instantes, os erros de posição e orientação também convergem a zero. Devido a simetria do caminho, o erro a cada nova referência é o mesmo e decai progressivamente com o movimento. Quanto aos erros de orientação, eles refletem a variação de orientação do caminho proposto já que o catamarã cumpre corretamente o percurso. Pode-se observar que o erro de orientação cresce consideravelmente ao final da simulação. Isto é devido a construção do

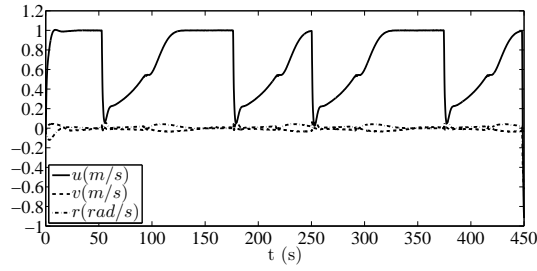


Figura 6.10: Caso 1 - Perfil de velocidades no sistema centrado no CG.

caminho que retorna à primeira referência cuja orientação é nula.

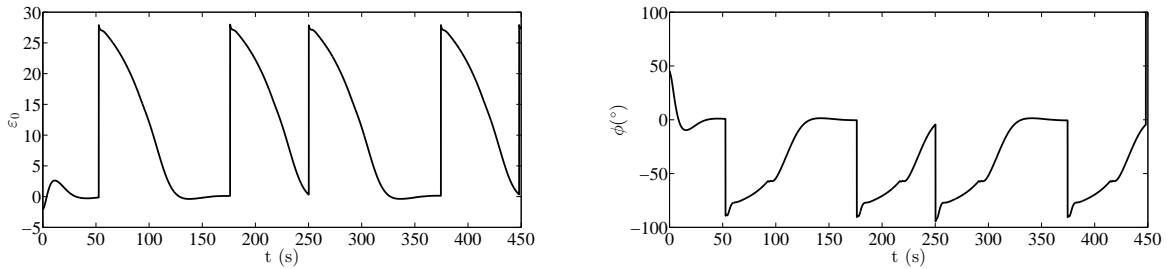


Figura 6.11: Caso 1 - Erros de posição e orientação em função do tempo.

A figura 6.12 ilustra o nível das forças aplicadas aos atuadores para se produzir o movimento desejado. Na maior parte do tempo, os sinais se mantêm baixos, porém na troca de referências percebe-se picos bastante elevados. Estes sinais poderiam ser evitados inserindo-se elementos de saturação, o que provavelmente levaria à implementação de um controle *anti-windup*. De outro modo, outras técnicas de controle poderiam ser avaliadas com o objetivo de minimizar o esforço sobre os atuadores.

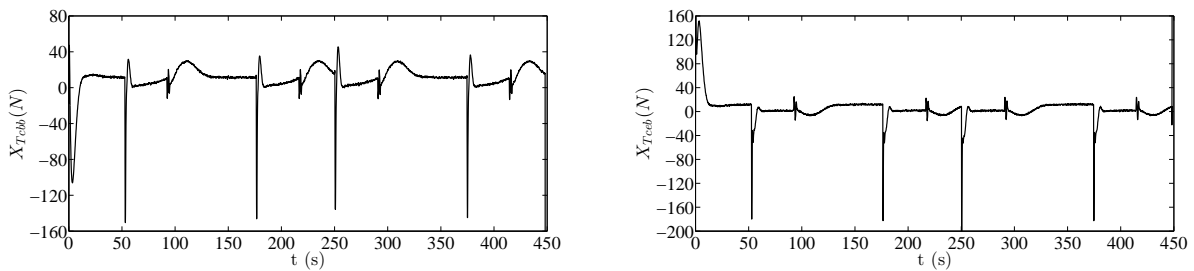


Figura 6.12: Caso 1 - Esforços de tração sobre os atuadores.

6.8.2 Caso 2: Caminho Octomórfico

A figura 6.13, por sua vez, ilustra o caminho percorrido em forma de '8' após 500s de simulação para a velocidade média V_m de 1m/s. Do mesmo modo, a posição do veículo é indicada pela origem das setas, e não a ponta, e os pontos indicam a posição de cada uma das referências assumidas durante o percurso. Pode-se observar que o catamarã mantém sua velocidade ao sair

das curvas e entrar nos trechos retos, porém o contrário ocorre com sua desaceleração. Isto porque nas retas basta mudar a orientação para manter-se no caminho, porém ao entrar em uma curva faz-se necessária a redução da velocidade, como em qualquer sistema real.

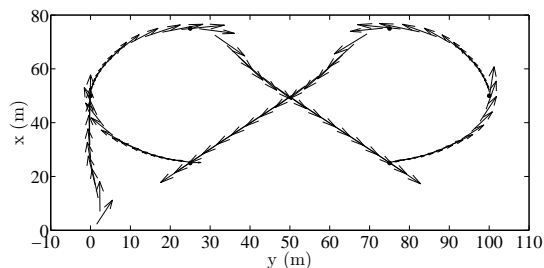


Figura 6.13: Caminho tipo octomórfico.

A mesma análise empregada na figura 6.9 pode ser feita para a figura 6.14. Nos trechos retos rapidamente o veículo atinge a velocidade de regime. Os instantes em que a velocidade \dot{x} é negativa correspondem à zona central do caminho e nos outros momentos o catamarã percorre as curvas de transição.

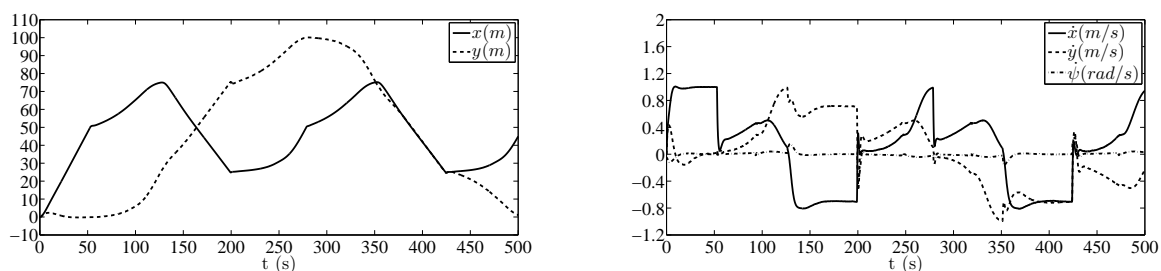


Figura 6.14: Caso 2 - Posição e perfil de velocidades no sistema inercial.

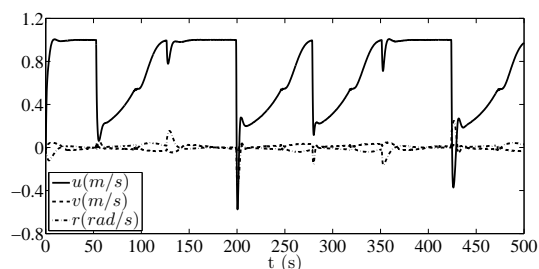


Figura 6.15: Caso 2 - Perfil de velocidades no sistema centrado no CG.

Da figura 6.15 pode-se perceber que ao entrar nos trechos retos há uma pequena queda de velocidade, praticamente instantânea, recuperada logo em seguida. Além do mais, após passar pelos trechos retos observa-se que a embarcação recua um pouco para trás a fim de corrigir seu caminho. Nestes momentos ocorrem grandes variações abruptas na orientação, como mostra a figura 6.16, levando aos picos de esforços de controle ilustrados na figura 6.17. Em um primeiro momento, uma forma mais eficaz e simples de evitar tais patamares de esforços é a implementação de um planejador de rotas otimizado que minimize os esforços de atuação. Geralmente isto é alcan-

çado atualizando-se o sistema de coordenadas com referências relativamente próximas, evitando-se variações bruscas.

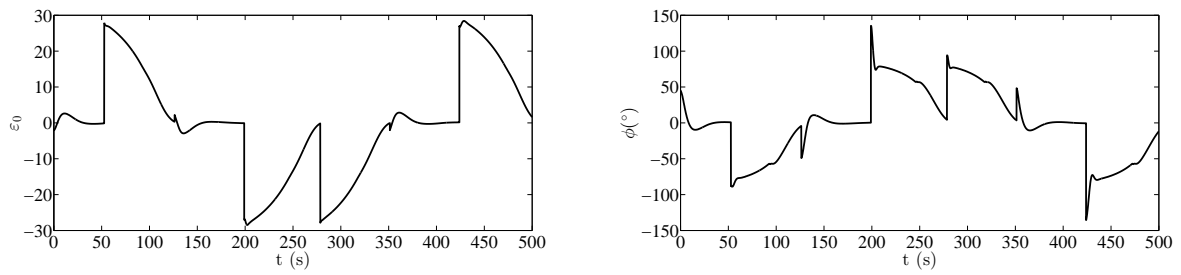


Figura 6.16: Caso 2 - Erros de posição e orientação em função do tempo.

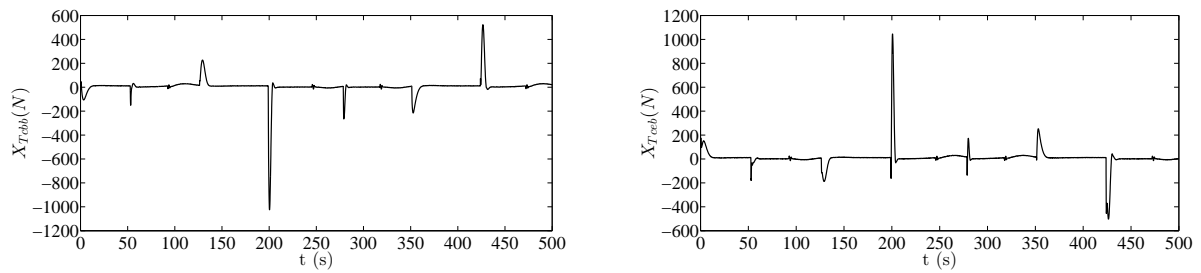


Figura 6.17: Caso 2 - Esforços de tração sobre os atuadores.

Capítulo 7

Conclusão e Trabalhos Futuros

7.1 Conclusão

O objetivo deste trabalho de modelar e projetar um sistema de controle para um veículo aquático de superfície foi alcançado em etapas. Feita a revisão bibliográfica decidiu-se por projetar um veículo catamarã a fim de coletar e analisar amostras de água. A escolha da aplicação da embarcação definiu algumas características como a massa, o comprimento e a velocidade em regime permanente. Considerando apenas três graus de liberdade, os modelos cinemático e dinâmico foram definidos e implementados computacionalmente. Outra decisão de projeto foi a escolha da composição dos controles em uma estrutura em cascata denominada GNC em que a malha interna é responsável pelo controle de velocidade e a externa pelo controle de posição.

O projeto do catamarã, o qual envolve a escolha de diversos coeficientes relacionados a sua geometria, foi norteado por convenções práticas. Por sua vez, a modelagem cinemática foi estabelecida com base na análise das velocidades e suas relações geométricas. Já o sistema dinâmico, fundamentado na mecânica Newtoniana, foi descrito e simplificado quando aplicado ao caso particular do catamarã. Neste modelo foram consideradas as componentes de massa adicionada, de Coriolis e termos centrípetos e de resistência hidrodinâmica.

As matrizes de massa adicionada M_A e de Coriolis e termos centrípetos C_A foram definidas para uma embarcação de dois cascos e determinadas por meio de métodos empíricos. Na direção de avanço, foram consideradas duas fontes de resistência hidrodinâmica. Uma devido à fricção, em função do número de Reynolds, e a outra devido à formação e quebra de ondas, relacionada ao número de Froude, cujos coeficientes foram determinados com base no equacionamento empírico de Holtrop e Mennen. A resistência na direção de deriva foi definida como a integral de infinitésimos da velocidade distribuída lateralmente à embarcação considerando os cascos como placas planas e desprezando-se a interação entre eles. Por fim, a determinação dos momentos na direção de guinada é consequência das forças calculadas nas direções de x e y .

Para a análise da modelagem proposta, os sistemas cinemático e dinâmico foram primeiramente implementados em Matlab. Um modelo do catamarã em diagrama de blocos foi criado no Simulink para que se pudesse linearizar o sistema facilmente a fim de validar a linearização algébrica ao

passo em que também serviria para a implementação e simulação dos métodos de controle. Na arquitetura GNC escolhida há uma composição em cascata de controladores em que a malha interna, mais rápida, regula a velocidade com relação ao sistema de coordenadas centrado no CG da embarcação e a malha externa, por sua vez, controla a posição com base no caminho desejado.

Para a regulação das velocidades decidiu-se projetar um controlador PI aumentando-se o sistema e linearizando-o no ponto de operação em que a velocidade de avanço é cerca de 1m/s. Por meio de algebrismos, com base no teorema de estabilidade de Lyapunov chegou-se a uma inequação matricial cuja solução é a matriz de ganhos do controlador, a qual advém da relação entre este teorema e a norma H_∞ . A configuração dos atuadores e a ausência de outros dispositivos de controle leva o catamarã a ser subatuado com o acoplamento dos movimentos de avanço e guinada. Assim, o modelo cinemático, proposto inicialmente, foi rearranjado em termos de outras variáveis a fim de refletir esta dependência. Estas variáveis, definidas no sistema inercial, permitem que o controle seja realizado para qualquer sistema transformado, ou seja, é possível utilizar um sistema de referência móvel centrado em pontos pelo caminho. O controlador de posição proposto também se baseia no teorema de estabilidade de Lyapunov, porém os ganhos são determinados dinamicamente. O caminho a ser seguido é definido no planejador de rotas também responsável pela contínua atualização da referência.

Das simulações observa-se que o controlador de velocidades atua como um regulador suficientemente rápido, garantindo que o veículo atinja a velocidade desejada durante o percurso. O controlador de posição, por sua vez, mostrou-se capaz de zerar os erros de posição e orientação, rastreando as referências fornecidas pelo planejador de rotas.

7.2 Sugestões de trabalhos futuros

O controle de veículos aquáticos como o catamarã projetado é um tema fascinante. Sugestões de trabalhos futuros incluem:

- A inserção de elementos de saturação a fim de limitar o sinal enviado aos atuadores e, conseqüentemente, a implementação de uma estratégia anti-windup.
- Melhorar a solução do planejador de rotas para que as transições ocorram mais suavemente, sem abruptas quedas de velocidade.
- Incluir o modelo do conjunto motor-hélice a fim de se atuar sobre o nível de tensão fornecido aos motores.
- Implementar um sistema real de navegação capaz de estimar as variáveis de interesse como, por exemplo, um filtro de Kalman estendido, hoje largamente utilizado para este fim.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BERTRAM, V. *Unmanned Surface Vehicles - A Survey*. 2 rue François Verny, F-29806 Brest, France, 2008.
- [2] WANG W. GU, J. Z. J. Z. J. An unmanned surface vehicle for multi-mission applications. *International Conference on Electronic Computer Technology*, p. 358–361, 2009.
- [3] MANLEY, J. Unmanned surface vehicles, 15 years of development. In: *Proc. Oceans 2008, MTS/IEEE Quebec Conference and Exhibition (Ocean'08)*. In: *Proc. Oceans 2008, MTS/IEEE Quebec Conference and Exhibition (Ocean'08)*, 2008. p. 1–4.
- [4] CACCIA, M. Autonomous surface craft: prototypes and basic research issues. *Control and Automation*, v. 14, p. 1–6, 2006.
- [5] DUNBABIN A. GRINHAM, J. U. M. An autonomous surface vehicle for water quality monitoring. In: *Australian Conference on Robotics and Automation*. In: *Australian Conference on Robotics and Automation*, 2009.
- [6] ELETROBRÁS. *Política de Recursos Hídricos. Política de Recursos Hídricos*, Junho 2010.
- [7] FOSSEN, T. I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley & Sons, 1994.
- [8] PÉREZ, T.; BLANKE, M. *Mathematical Ship Modeling for Control Applications*. Building 326, DK-2800 Kgs. Lyngby, Denmark, 2002.
- [9] VANZWIETEN, T. *Dynamic Simulation and Control of an Autonomous Surface Vehicle*. Dissertação (Mestrado) — Florida Atlantic University, 2003.
- [10] HOLTROP, G. G. J. M. J. An approximate power prediction method. *International Shipbuilding Progress*, v. 29, p. 166–170, 1982.
- [11] FOSSEN, T. I. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley & Sons, 2011.
- [12] BIBULI G. BRUZZONE, M. C. L. L. M. Path-following algorithms and experiments for an unmanned surface vehicle. *Journal of Field Robotics*, v. 26, p. 669–688, 2009.
- [13] PEREZ, A. D. T. Constrained control design for dynamic positioning of marine vehicles with control allocation. *Modeling, Identification and Control*, v. 30, p. 57–70, 2009.

- [14] CACCIA G. BRUZZONE, R. B. M. A practical approach to modeling and identification of small autonomous surface craft. *Oceanic Engineering*, v. 33, p. 133–145, 2008.
- [15] ANTSAKLIS, A. N. M. P. J. *Linear Systems*. Birkhäuser, 2006.
- [16] MATHWORKS. *Simulink Control Design - User's Guide R2013a*. *Simulink Control Design - User's Guide R2013a*, March 2013.
- [17] KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [18] OLIVEIRA, M. C. *Controle de sistemas lineares baseado nas desigualdades matriciais lineares*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Laboratório de Análise Convexa, Departamento de Telemática., 1999.
- [19] BORGES A. M. N. LIMA, G. S. D. G. A. Controladores cinemáticos de trajetória para robôs móveis com tração diferencial. *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, p. 787–792, 2003.

ANEXOS

I. DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DO CD

A implementação em Matlab do modelo desenvolvido e simulado no capítulo 3 está contida na pasta nomeada 'Modelagem-Validacao'. Nela constam os seguintes arquivos:

- 'main.m': arquivo principal cujas entradas são a massa m do veículo, o *caso* a ser simulado, numerado de 1 a 4 conforme o capítulo, e as entradas de controle a bombordo $Vac1$ e a estibordo $Vac2$.
- 'c.m': arquivo no qual se determina a matriz de Coriolis e termos centrípetos $C(\nu)$.
- 'd.m': arquivo no qual se determina a matriz de resistências hidrodinâmicas $D(\nu)\nu$.
- 'dvdt.m': arquivo de solução do sistema diferencial.
- 'fD_cx.m': arquivo no qual são calculadas as forças de resistência hidrodinâmica em x_0 .
- 'fD_cy.m': arquivo no qual são calculadas as forças de resistência hidrodinâmica em y_0 .
- 'invM.m': arquivo no qual se determina a matriz de inércia M e sua inversa correspondente.
- 'mD_cz.m': arquivo no qual são calculados os momentos devido às forças de resistência hidrodinâmica.
- 'tau.m': arquivo em que se calcula as forças e momentos devido às entradas de controle.

Os resultados dessa implementação são os gráficos dos perfis de velocidade nos sistemas inercial e móvel (centrado no CG) e, ainda, do caminho percorrido pelo veículo durante a simulação.

O arquivo 'sim_modelagem.slx' na pasta raiz contém o mesmo modelo do Matlab, porém implementado na forma de diagrama de blocos em Simulink. Seguindo a evolução dos capítulos, este arquivo foi utilizado no capítulo 5 para a linearização do sistema via Simulink por meio da ferramenta *Control Design* a qual foi comparada à linearização analítica cujas matrizes são o resultado do arquivo 'linearizacao.m'. A matriz de ganhos do controlador de velocidades é obtida gerando-se os dados a partir do arquivo 'matrizes.m' e executando-se, em sequência, o arquivo 'sf_quad_hinf_yal_c.m' da pasta 'Controlador_Dinamico-Matriz_de_Ganhos'.

Por sua vez, nos arquivos 'sim_controle_velocidade.slx' e 'sim_controle_posicao.slx' estão implementados os controladores de velocidade e posição, respectivamente.

Além dos algoritmos, na pasta raiz o arquivo 'relatorio.pdf' contém o texto final com as correções propostas e o arquivo 'resumo.pdf', o mesmo resumo apresentado no corpo do relatório.