Trabalho de Conclusão de Curso
Licenciatura em Ciências Naturais

O *Lilavati* de Bhaskaracarya e o Sistema Métrico Moderno: qual o denominador comum para o ensino de Ciências e Matemática?

Jussara Pereira Fernandes

Orientador: Prof. Dr. José Eduardo Castilho

Universidade de Brasília
Faculdade UnB Planaltina
Fevereiro de 2013 – 2º/2012

O *LILAVATI* DE BHASKARACARYA E O SISTEMA MÉTRICO MODERNO: QUAL O DENOMINADOR COMUM PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA?

Jussara Pereira Fernandes[1]

RESUMO

O *Lilavati* é o livro escrito por Bhaskara no século XII. A obra foi, durante vários séculos, referência de compêndios educacionais (Hindu e Sânscrito). Somente no século XIX a obra chega ao Inglês e no século XXI ao Português. No primeiro capítulo, Bhaskara fornece dados para uso de unidades de medidas (as mais utilizadas na Índia antiga), tais unidades atualmente (através do sistema métrico moderno) são abordadas nas Ciências de modo fragmentado. O objetivo deste estudo é comparar os dados fornecidos pelo texto histórico com o Sistema Internacional de Unidades (SI) com foco na Teoria das proporções à luz do ensino de Ciências e Matemática. Ainda, foi possível refletir sobre a contribuição do Capítulo 01 – Definições e Tabelas do *Lilavati* de Bhaskara (em termos das medidas e das relações proporcionais) que contribuem para a aprendizagem do Sistema Internacional de Unidades (SI). A metodologia utilizada neste trabalho segue a análise multimétodo: revisão bibliográfica – o *Lilavati* e o SI; desenvolvimento, diagramação e testes do protótipo do jogo – Definições e Tabelas do *Lilavati* de Bhaskara (DTLB). Os resultados são considerados favoráveis, para investigações e intervenções pedagógicas, com uso da História da Matemática, resolução de problemas, ludicidade (através dos jogos) e estudos comparativos.

Palavras-chave: *Lilavati* de Bhaskararacarya; História da Matemática; Sistema Internacional de Unidades (SI); Ensino de Ciências e Matemática; jogos pedagógicos.

1. A PROBLEMÁTICA E O CONTEXTO

Algumas escolas brasileiras cultivam as seguintes características de ensino: aulas predominantemente expositivas, monótonas, cansativas, fornecendo “receitas” para resoluções de problemas ou mesmo que não valorizam a independência da lógica da arte do pensar. Tais problemáticas podem gerar nos educandos: falta de interesse pelos conteúdos ministrados e falta de envolvimento nas aulas (NEVES et al., 2010).

Contudo, quando a escola aborda somente conceitos isolados pode produzir o efeito denominado de “reducionismo conceitual” (MUNIZ, 2009), tal efeito tende a acentuar as carências da falta de habilidade dos educandos em resolver situações problemas. Para evitar esses efeitos e aulas demasiadamente expositivas (motivadas pelo reducionismo) é aconselhável o uso de materiais didáticos alternativos.

Atualmente, a literatura indica diversos materiais didáticos, mas para este estudo, o selecionado foi um recurso lúdico pedagógico denominado jogo didático. Esse recurso torna-se o denominador comum entre as atividades lúdicas, as afetivas e as intelectuais, colaborando para a vida social e para a construção do conhecimento. O uso de atividades que utilizem jogos lúdicos pedagógicos é viável em todas as idades e é um tipo de facilitador das abordagens dos conteúdos escolares (PEREIRA et al 2009).

Os jogos propiciam condições de aprendizagem gratificantes, descontraídas e atraentes, configurando-se em um poderoso material que é auxiliador de estímulos para o desenvolvimento integral do educando. Além disso, com seu uso, os indivíduos são firmados como sujeitos ativos e participativos do processo de conhecimento (Idem).

Entretanto, outras colaborações podem ser ressaltadas para o desenvolvimento dos educandos: são aquelas fornecidas por textos históricos, tanto os das Ciências, quanto os da Matemática. Se, por um lado, materiais didáticos alternativos trazem estímulos atraentes à

1 Voluntária do PET – Ciências (FUP/UnB) e Bolsista do Laboratório de Matemática (SAMAC/MAT/UnB). Trabalho de Conclusão de curso: Licenciatura em Ciências Naturais - Faculdade UnB de Planaltina.

educação (PEREIRA et al, 2009), por outro, os textos históricos explicitam contextos e etapas da evolução dos conceitos e pensamentos nas Ciências (FAUVEL, 1991).

A História da Matemática, às vezes, se confunde com a História das Ciências, pois ambas conduzem ao passo a passo do desenvolvimento do pensamento científico. Para Fauvel (1991) existem vários argumentos a favor do uso da História da Matemática, dentre eles, é possível destacar a ajuda: na execução do currículo, pois demonstra aos educandos de qual modo os conceitos foram desenvolvidos; na compreensão do processo de formação do pensamento das Ciências e da Matemática, que colabora para a reflexão da metodologia de como os entendimentos poderão ser usados nas escolas; e ainda, ajuda no ensino e aprendizado resgatando o uso da intuição no fazer matemático. Nesta última, eis a essência da lógica da arte do pensar.

Quando o educando aprende e apreende tal essência, ele adquire independência na busca do conhecimento e é levado, também, a desenvolver o senso de passado e futuro. Ou seja, o indivíduo é levado em direção à cultura em sentido amplo (D' AMBROSIO, 2006). Para tanto, é de fundamental importância que educador e escola proporcionem ambiente adequado ao aprendizado (BRASIL, 1999).

A Universidade de Brasília, por meio do curso de Licenciatura em Ciências Naturais que possui abordagens transdisciplinares de estudos (Ciências e Matemática), dentre outras instituições, está empenhada em proporcionar aos educadores as bases teóricas, práticas, experimentais e criativas, que possibilitam oferecer à educação básica (ensino fundamental e médio) o ambiente adequado ao ensino e aprendizado transdisciplinar. Tais profissionais - devido à formação inicial e à continuada - possibilitam aulas diferenciadas e materiais didáticos (lúdicos e criativos) aos educandos (FUP; UNB, sem ano). Os educadores e pesquisadores, cientistas naturais, dentre outros, estão proporcionando a lógica da arte do pensar de forma integrada e participativa, por meio de Encontros e Vivências, ou seja, minicursos oferecidos aos colegas educadores e aos educandos da rede pública do Distrito Federal (SARDINHA et al, 2011).

O posicionamento teórico e as expectativas deste estudo seguem as ideias de Sad e Silva (2008, p.32), as quais afirmam que é de grande abrangência e de crucial relevância a investigação (histórica e educacional) com o uso de estudo comparativo, sendo que esta constitui uma ótima estratégia para a pesquisa, pois ao utilizá-la o pesquisador poderá obter mais respostas do que a proposta inicial. Além disso, há a possibilidade de se surpreender com as conclusões ou com as novas relações de abordagens possíveis de realização.

Nesse contexto, relacionar a História da Matemática e/ou das Ciências (como método de alcançar a essência da lógica da arte do pensar) e os conteúdos de ensino constantes do currículo de ensino são de suma importância, pois abrangem diversas formas de saberes e viabilizam a abordagem transdisciplinar proposta às escolas brasileiras.

O objetivo deste estudo é comparar o Capítulo 1 - Definições e Tabelas do livro *Lilavati de Bhaskaracarya*[2] com o Sistema Internacional de Unidades (SI) com foco na Teoria das proporções à luz do ensino de Ciências e Matemática. Ainda, foi possível refletir sobre a contribuição do Capítulo 01 – Definições e Tabelas do *Lilavati* de Bhaskara (em termos das medidas e das relações proporcionais) que contribuem para a aprendizagem do Sistema Internacional de Unidades (SI). Para tal foi elaborado o jogo pedagógico embasado no texto histórico: Definições e Tabelas do *Lilavati* de Bhaskara (DTLB).

Este estudo de pesquisa encontra-se justificado nos seguintes argumentos: busca de possíveis soluções das problemáticas, as quais são reforçadas com a educação memorística ensinada nas escolas, pois estes problemas podem gerar nos educandos falta de interesse pelo

[2] Bhaskara ou Bhaskaracharya [1114-1185] matemático indiano e astrônomo.

ensino (NEVES et al, 2010); nas medidas protetivas quanto ao "reducionismo conceitual" gerado nas instituições escolares (MUNIZ, 2009); no uso de materiais didáticos alternativos no dia a dia das escolas (PEREIRA et al, 2009); no uso de textos históricos em prol do ensino aprendizagem (FAUVEL, 1991); no favorecimento da independência intelectual do educando (D' AMBROSIO, 2006); e no uso de estudos comparativos como estratégias de pesquisa (SAD; SILVA, 2008). Logo, é possível desenvolver nos educandos estratégias de conversão (uso das noções de razão e proporções). Além disso, o educando é instigado a desenvolver agilidades de medidas e perceber que o uso dos sistemas métricos depende de acordos culturais em um lapso de tempo e são passíveis de alterações.

2. METODOLOGIA

> Supõe-se que a aplicação de vários instrumentos, cada um deles imperfeito, embora com diferentes imperfeições, pode conduzir a que os respectivos vieses das duas abordagens sejam compensados e se possa obter uma medida mais válida e fidedigna do fenômeno estudado. Embora muitos autores admitam que às vezes a confirmação múltipla produz resultados inconsistentes e decepcionantes, estes resultados mesmo assim confirmam a gravidade do problema e o risco da enganosa confiança derivada da dependência de um único método (GRECA, 2002, p. 79-80).

Quais as relações existentes entre o objeto deste trabalho (estudo comparativo), a teoria com a qual ele está sendo abordado (Definições e Tabelas do *Lilavati* e o Sistema Internacional de Unidades – SI) e a abordagem metodológica e/ou as técnicas que serão utilizadas?

Na tentativa de responder a pergunta foi realizada uma breve revisão na literatura, com o intuito de selecionar metodologias de pesquisa aplicáveis a este trabalho. Com base nos estudos de Günther (2006), Greca (2002) foram selecionadas as seguintes categorias de estudos metodológicos:

(1) a integração das abordagens qualitativa e quantitativa – para obter dados sólidos (característica da pesquisa quantitativa); profundos e reais (característica da metodologia qualitativa);

(2) posição epistemológica – "não é possível uma rígida coerência vertical e horizontal" (GRECA, 2002, p. 80), ou seja, não é possível que os paradigmas que embasam as abordagens quantitativa e qualitativa (pós-positivismo e naturalismo) possam reorientar as crenças basais de ambos os sistemas; para os autores nenhum pesquisador deveria empreender a pesquisa sem antes explicitar claramente que paradigma sustenta e guia o modo de abordar a problemática;

(3) posição técnica – nem a coerência vertical nem a horizontal são indispensáveis, para estes estudiosos as técnicas podem ser usadas independentemente dos paradigmas; não há a preocupação com os pressupostos, desde que permita a melhor compreensão do objeto alvo de estudo.

(4) vertente cuja proposta é conseguir uma síntese das anteriores - nesta, para os estudiosos defensores, é necessário equalizar um novo paradigma integrador, ou seja, eles acreditam em uma epistemologia da coerência, sendo possível citar os seguintes exemplos de pensadores: "os filósofos da Escola de Frankfurt, os pós-positivistas e os teóricos críticos" (GRECA, 2002, p. 81).

(5) delineamentos multimétodos – consideram os recursos materiais, temporais e pessoais disponíveis para lidar com a pergunta de pesquisa -, esses permitem, em curto período de tempo, "chegar a um resultado que melhor contribua para a compreensão do fenômeno e para o avanço do bem estar social" (GÜNTHER, 2006, p. 207).

A metodologia utilizada neste trabalho foi a releitura das propostas de Günder (2006) e Greca (2002). Ela possui como paradigma os delineamentos multimétodos e os construtos analíticos serão explicitados de acordo com a necessidade argumentativa deste estudo. Além disso, os métodos visam responder a seguinte pergunta de pesquisa: quais os denominadores comuns entre o Definições e Tabelas (Capítulo 01) do *Lilavati* de Bhaskara e o Sistema Internacional de Unidades (SI) à luz do ensino de Ciências e da Matemática?

Para tal, foram separados os seguintes delineamentos metodológicos: construções teóricas – o *Lilavati* de Bhaskara na História da Matemática e o SI no Ensino das Ciências; desenvolvimento e criação de jogo lúdico pedagógico DTLB embasado no texto histórico de Bhaskara e com foco na Teoria ensino/aprendizagem de Piaget; testes do protótipo do jogo DTLB; registros dos dados (relatórios de observações) póstumos às aplicações do material didático lúdico e registros fotográficos.

3. O *LILAVATI* DE BHASKARA NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

O Lilavati é uma obra escrita em meados do século XII por Bhaskara (1114-1185). No texto histórico, os problemas matemáticos são escritos em bases poéticas e possuem características lúdicas. A grande importância do livro são as desafiadoras atividades recreativas, ou seja, problemas matemáticos em forma de versos (FERNANDES, 2005).

Segundo Fauvel (1991) e Sardinha et al (2011) é de crucial importância o conhecimento da História da Matemática para a compreensão das Ciências e da Matemática, porém no Brasil quase não existe estudos sobre transposição didática do *Lilavati* para a Educação Básica.

Pesquisar e comparar sobre a trajetória das fontes de textos históricos torna-se de fundamental importância para a identificação de possíveis erros de tradução, compreensão e contexto oriundos da fonte original (SAD; SILVA, 2008).

O objetivo desta seção é apresentar a obra e refazer a trajetória que o *Lilavati* de Bhaskara percorreu desde o idioma hindu (fonte primária) até o português brasileiro (fonte comparativa quaternária). A justificativa baseia-se em análises de temas históricos – tanto na Matemática quanto nas Ciências. As críticas das análises, para serem validadas na academia, necessitam de apoio em fatos e não em conjecturas, suposições e ficções (Idem).

3.1 Do Hindu ao Português: quase nove séculos

Na tentativa de refazer o percurso do texto de Bhaskara (do hindu ao português) e com base nas pesquisas de Bag (1980), foi construída a Tabela 01 que trata da literatura indiana em Matemática durante o período de 1400-1800 d.C. Para tal foram subdivididas duas categorias: a primeira abrange obras pertencentes ao sânscrito, livros escritos em pergaminhos que utilizam as línguas regionais indianas, que possuem tradição indiana tanto no conteúdo quanto no caráter – a maior parte destas obras são comentários sobre as obras *Surya Siddhanta*, *Aryabhatiya*, *Lilavati*, *Bijaganita*, *Siromani Siddhanta*, mas somente foram utilizados na Tabela 01 os dados do *Lilavati*; a segunda constitui obras do persa e do árabe, tais trabalhos foram desenvolvidos sob o patrocínio dos governantes Mughal e o foco era principalmente os leitores do persa que não conheciam outras línguas e não possuíam acesso ao padrão sânscrito das obras matemáticas.

Tabela 1: Obras em literatura sânscrita.

Ano	Autor	Título	Característica
1400	*Gangadhara*	*Ganitamitasagari*	Quase integral da obra original do *Lilavati* de Bhaskara II.
1430	*Paramesvara*	*Virarana*	O autor ficou conhecido por seus comentários lúcidos e conhecimentos em matemática e astronomia.
1500-1560	*Variar Sankara*	*Kriyakramakari*	O trabalho é um elaborado comentário sobre o *Lilavati* de Bhaskara II racional e fornece provas de teoremas e fórmulas
1507	*Ganesa Daivajna*	*Buddhivilasini*	Influente autor e professor com sete obras famosas, dentre elas, o comentário do *Lilavati* de Bhaskaracarya.
1541	*Suryadasa*	*Ganitamrtakupika*	Comentário sobre o *Lilavati* de Bhaskara II.
1600	*Krsna*	Sem nome	Comentário sobre o *Lilavati* de Bhaskara II.
1603	*Munisvara*	*Nisrstarthaduti*	Comentário sobre o *Lilavati* de Bhaskara II.
1616-1700	*Kamalakara*	*Kairasyadaharana*	Comentário sobre o *Lilavati* de Bhaskara II.

Fonte: Dados fornecidos por Bag (1980).

Com base na Tabela 01 pode-se perceber que a tradição e a tendência da literatura matemática em sânscrito, no período antigo e medieval, eram basicamente obras em comentários de outras obras mais antigas, dentre elas, o *Lilavati*. É possível perceber que as explicações, às vezes, aparecem de forma integral à obra original e aparecem dicas sobre o material antigo, sem qualquer tipo de alteração de caráter e conteúdo (BAG, 1980).

A obra, em parte lúdica, de Bhaskara ganhou grande popularidade na Índia durante o tempo de Akbar (1556-1605). Foi sob a ordem deste imperador que Abul Faizi, o poeta da corte, preparou a tradução integral, o *Tarjamah-i-Lilavati* em 1587 d.C. (BAG, 1980).

Cópias dos manuscritos da versão Faizi podem ser encontradas no Museu Britânico (uma cópia), Índia *Office Library* (três cópias) e Biblioteca John Rylands, em Manchester (uma cópia). Outra versão *Dastur al-Hisab*: *Tarjuma-i-Lilavati* foi preparada por Amin Shaikh Muhammed Said em 1678. A cópia incompleta Manchester foi traduzida por Inverno e Mirza, sendo que ela contém uma seleção de exemplos tirados do *Lilavati*. Estes exemplos incluem problemas na investigação de regra, proporção inversa, regra de três, proporções compostas etc. e dizem respeito à tradução comercial (BAG, 1980).

Ilustração 1: Manuscrito do *Lilavati* de Bhaskara (1114-1185), datação do documento 1650, ele pertence a coleção Livros Raros e Manuscritos da Universidade de Columbia.
Fonte: <http://mathdl.maa.org/mathDL/46/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=2591&pf=1> Acesso: 22 Out. 2012.

Quanto às traduções realizadas para o inglês o *site* do *Worldcat* (rede mundial de conteúdos das bibliotecas e serviços que permite pesquisar o acervo de diversas instituições americanas) informa que foram realizadas quatro traduções do persa para o inglês nos seguintes anos: 1893, 1927, 1993 e Patwardhan, Naimpally e Dethi realizaram nova tradução no ano de 2001 (BHASKARACARYA, 2008), que se encontra disponível para compra no comércio (Tabela 02).

O projeto Lilavati do Laboratório de Matemática da Universidade de Brasília (MAT/UnB) vinculado ao Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade (SAMAC), sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Maria Terezinha Jesus Gaspar está atualmente realizando a tradução comparada do inglês para o português da obra de Bhaskara. Além disso, também há o desenvolvimento do caderno de apoio, o qual consta materiais pedagógicos (jogos, quebra cabeça, cadernos de atividades, etc.) que possuem o objetivo de transposição didática da obra para a educação básica brasileira (GASPAR, 2011).

Tabela 2: Traduções do *Lilavati*, do persa para o Inglês.

Ano	Descrição técnica	
1893	Gênero/Forma:	Early works to 1800
	Tipo de Documento:	Livro
	Todos os Autores / Contribuintes:	Bhāskarācārya; H T Colebrooke; Haran Chandra Banerji Encontrar mais informações sobre: Bhāskarācārya Ir
	Número OCLC:	23233371
	Notas:	Appendix: Lílavatí in Sanskrit. English translation. In: Mathematics, 1850-1910, in the Mathematics Collection, Brown University Library. Reel no Item no. 9. Reproduced for the Great Collections Microfilming Project, Phase II, Research Libraries Grou
	Descrição:	vi, [2], 173, [3], 199 p. ; 23 cm.
	Outros Títulos:	Līlāvatī
	Responsabilidade:	with notes by Haran Chandra Banerji.
1927	Gênero/Forma:	Early works to 1800
	Tipo de Documento:	Livro
	Todos os Autores / Contribuintes:	Bhāskarācārya; H T Colebrooke Encontrar mais informações sobre: Bhāskarācārya Ir
	Número OCLC:	11387368
	Notas:	Sanskrit text of Lílávatí: [114] p. at end.
	Descrição:	vii, 201, [114] p. illus. 23 cm.
	Outros Títulos:	Lílávatī. Lílávatí.
	Responsabilidade:	With notes by Haran Chandra Banerji.

1993	**Gênero/Forma:** Early works to 1800 **Tipo de Documento:** Livro **Todos os Autores / Contribuintes:** Bhāskarācārya; H T Colebrooke; Haran Chandra Banerji Encontrar mais informações sobre: Bhāskarācārya Ir **ISBN:** 8120608402 9788120608405 **Número OCLC:** 32484888 **Nota do Idioma:** English and Sanskrit. **Notas:** Originally published: 2nd ed. Calcutta : Book Co. Ltd., 1927. **Descrição:** 201, 116 p. : ill. ; 23 cm. **Outros Títulos:** Līlāvatī. Lílávatí **Responsabilidade:** with notes by H.C. Banerji.
2001	Obra atualmente disponível para venda no comércio (BHASKARACARYA, 2008).

Fonte: < http://www.worldcat.org/title/colebrookes-translation-of-the-lilavati/oclc/32484888/editions?referer=di&editionsView=true> 22.10.2012.

3.2 Sobre a obra de Bhaskara

No ano de 1150, Bhaskara (chefe do observatório astronômico de Ujjain, na Índia) escreveu uma obra sobre astronomia composta de quatro partes: a primeira, o *Lilavati*, versa sobre aritmética; a segunda *Bijaganitas* sobre álgebra; *Goladhyaya* sobre a esfera (o globo celeste); e, *Grahaganita* versa sobre o movimento planetário.

Segundo Fernandes (2005), o *Lilavati* foi a obra mais famosa de Bhaskara e foi traduzida pelo inglês Henry Thomas Colebrooke, em torno de 1817, mas aparentemente não houve comercialização massificada do livro.

O *Lilavati* de Bhaskara trata de diversos assuntos matemáticos (Sistema de pesos e medidas, o sistema de numerações, as oito operações com frações, regras de três, etc.). Na obra completa constam 278 versos (problemas poéticos a serem resolvidos) que foram subdivididos em capítulos temáticos (SARDINHA et al., 2011; ROUSE BALL, 1960).

Para Sardinha et al. (2011), Fernandes (2005) e Rouse Ball (1960); Bhaskara nasceu em 1114 em Vijayapura, Índia, e morreu em 1185 em Ujjain, também na Índia. Diz a lenda, aparentemente inserida no manuscrito persa, que Bhaskara dedicou a obra a sua filha, por isso o livro tem o nome da menina Lilavati (significa bela, formosa). A tradução da história que consta no manuscrito persa é a seguinte:

> Lilavati era o nome da filha de Bhaskaracarya. Ao lançar o seu horóscopo, ele descobriu que o momento auspicioso para o casamento seria uma hora específica em um determinado dia. Bhaskaracarya marcou com o cilindro do tempo [*os hindus mediam, calculavam e determinavam as horas do dia com o auxílio de um cilindro colocado num vaso cheio d'água. Esse cilindro era aberto apenas em cima e apresentava um pequeno orifício no centro da superfície da base para a entrada da água*] a hora específica para o matrimônio [*no instante em que o cilindro afundasse*]. Quando tudo estava pronto e o cilindro do tempo iniciava a marcar a hora propicia para o casamento, Lilavati, de repente, por curiosidade, inclinou-se sobre o recipiente e uma pérola de seu vestido caiu no cilindro e bloqueou o buraco de passagem da água. A hora da sorte passou sem que o cilindro marcasse. Bhaskarachaya acreditava que a única maneira de consolar a filha abatida, que agora

nunca iria se casar, era escrever-lhe um manual de matemática! (FERNANDES, 2005, p.3; traduzido e adaptado por FERNANDES, J. P., 2012) [3]

O Capítulo 1 do texto histórico, com quase nove séculos, pode funcionar como base de conversão de unidades assim como o sistema métrico atual. Além disso, os demais temas tratados na obra podem ser revisitados com uso dos modernos métodos matemáticos (ou resgatados com os métodos ensinados por Bhaskara) e algumas conclusões gerais podem ser trabalhadas no contexto educacional quando comparadas à importância internacional e contemporânea do *Lilavati*.

3.3 O Definições e Tabelas do *Lilavati*

Para este estudo comparativo foi utilizado somente o Capítulo 1 - Definições e Tabelas do *Lilavati* de Bhaskara. A tradução a seguir, do texto histórico, realizada pela autora deste trabalho, forneceram os dados para o estudo comparativo.

Definições e Tabelas

Verso II

[illegible] [illegible] यत् सा काकिणी ताश्च पणश्चतस्रः।
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]गम्यो, द्रम्मैस्तथा षोडशभिश्च निष्कः।। II ।।

Vinte *varatakas* equivalem uma *kakini*. Quatro *kaninis* equivalem uma *pana*. Dezesseis *panas* equivalem um *drama*. E dezesseis *dramas* equivalem uma *niska*.

Comentários: *Bhaskaracarya* dá o seguinte quadro sobre as moedas utilizadas nos séculos XI e XII:

20 *kavadis* (Cowries) =	1 *kakini* (*davadi*)
4 *Kakinis* =	1 *pana* (*paisa*)
16 *panas* (*paisas*) =	1 *dramma*
16 *dramma* =	1 *niska*.

Até o século XX, as moedas acima foram mais ou menos utilizadas na Índia. Durante o regime britânico moedas *pai*, *ruka* e *dhabu paisa* estavam em circulação. Essas moedas também foram usadas durante o governo do *Peshawas*. Em 1910 foi possível obter 40 *Cowries* por um *paisa* e elas poderiam ser utilizadas para adquirir artigos diversos, tais como pimenta e coentro. A palavra *dama* para o preço evoluiu para '*dramma*'.

Medida para o ouro

Verso III

तुल्या यवाभ्यां कथितात्र गुञ्जा वल्लस्त्रिगुञ्जो धरणं च तेऽष्टौ।
गद्याणकस्तद्द्वयमिन्द्रतुल्यैः वल्लैस्तथैको धटकः प्रदिष्टः।। III ।।

2 *yavas* =	1 *gunja* (*ratti*)
3 *gunjas* =	1 *valla*
8 *vallas* =	1 *dharana*

[3] "Lilavati was the name of Bhaskaracharya's daughter. From casting her horoscope, he discovered that the auspicious time for her wedding would be a particular hour on a certain day. He placed a cup with a small hole at the bottom of a vessel filled with water, arranged so that the cup would sink at the beginning of the propitious hour. When everything was ready and the cup was placed in the vessel, Lilavati suddenly out of curiosity bent over the vessel and a pearl from her dress fell into the cup and blocked the hole in it. The lucky hour passed without the cup sinking. Bhaskaracharya believed that the only way to console his dejected daughter, who now would never get married, was to write her a manual of mathematics!" (FERNANDES, 2005, p.3).

2 *dharanas* = 1 *gadyanaka*
14 *vallas* = 1 *dhataka.*

Comentários: Este verso III fornece várias medidas para a pesagem da prata ou do ouro. O milho-*barleu* (com sua camada mais externa) é chamado de ‘*Yava*’. Hoje em dia o ouro e a prata são pesados em gms e assim *gunjas* não estão em uso. *Gunja* é uma fruta de cor preta, vermelha ou vermelho enegrecido. Tem a forma de uma lentilha verde, mas duas vezes o seu tamanho. *Gunja*, sendo resistente e durável, tem sido usada desde os tempos antigos. Os ourives *Village* usam *Gunjas* para a prata e para o ouro como medida de peso até hoje. Uma *gunja* vale $1\frac{5}{16}$ grãos *troy*. Atualmente, *gadyana* ou *gadyanaka* e *dhataka* não estão em uso. Mas *valla* ou *vala* ainda está em voga. Um *dhataka* = 42 *gunjas*; um *gadyanaka* = 48 *gunjas*.

Verso IV

दशार्धगुंजं प्रवदन्ति माषं माषाव्हयैः षोडशभिश्च कर्षम्।
कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः कर्ष सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम्।। IV ।।

5 gunjas = 1 masa
16 masas = 1 karsa
4 karsas = 1 pala

Aqueles que conhecem as medidas de ouro chamam de ouro *karsa* "*suvarna*".

Comentários: Nos tempos de *Bhaskaracarya*, a principal medida para a pesagem de ouro era um *karsa*. 80 *gunjas* equivalem a um *karsa*. A medida moderna *tola* é igual a 96 *gunjas*. 1 *tola* = 11 3/5 gms.

Unidades de comprimento

Verso V

यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैः हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः क्रोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम्।। V ।।

8 *yavas* = 1 *angula*
24 *angulas* = 1 *hasta* (antebraço).
4 *hasta* = 1 *danda*
2000 *dandas* = 1 *krosa* ou *kosa.*

Comentários: Se oito grãos de milho *barley* são mantidos próximos uns dos outros, o comprimento será uma angula, ou seja, a falange dos dedos. Não existem medidas padronizadas na Índia. Havia muitos reinos e principados, cada um tinha seu próprio sistema de pesos e medidas. Assim, a unidade de comprimento não era a mesma para todos os locais da Índia. No entanto, assumindo que a altura de um homem é 3 ½ hastas (antebraços), as unidades acima poderiam ser utilizadas de maneira uniforme por toda a Índia. Ordinariamente uma hasta = 20 polegadas, 1 polegada = 2,5400 cm. Assim, a altura de um homem é igual a 5 pés e 10 polegadas. Uma unidade padrão de comprimento foi utilizada em toda Índia apenas durante o domínio britânico. Medidas antigas permaneceram na literatura, bem como em transações sem importância. Agora milhas deram lugar a quilômetros. Um *kosa* é igual a duas milhas, mas agora tanto *kosa* quanto milha se foram.

Verso VI

[illegible] [illegible]चतुष्टयेन तथा कराणां दशकेन वंशः।
[illegible] [illegible]संख्यैः क्षेत्रं चतुर्भिःश्च भुजैर्निबद्धम्।। VI ।।

1 *yojana* = 4 *kosas*
10 *hastas* = 1 *bamboo*
1 *nivartana* = Área de um quadrado com lados 20 *bamboos*.

Comentários: Um *bamboo* ou um polo é facilmente disponível em toda medida de comprimento. O Inglês usado 1 Pole (*bamboo*) = 5 ½ jardas. No quinto verso, do *anguli* é utilizado como uma unidade de comprimento, que podemos comparar com o pé no sistema Inglês. Um *nivartana* é de aproximadamente dois acres (1 acre = 0,4089 hectare).

Medidas de Grãos em Volume

Verso VII

[illegible] [illegible]पिण्डैः यद् द्वादशास्रं घनहस्तसंज्ञम्।
[illegible] [illegible] घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा।। VII ।।

Ghanahasta (Cubo unitário) é um sólido que tem doze arestas, cada uma *hasta* de comprimento; o seu volume é a unidade. No estado de Magadha, a quantidade de grão de uma unidade de volume é chamado *Khari.*

Comentários: *'Dvadasasra'* significa um sólido com doze arestas e não (doze) vértices como o antigo Khanapurkara Shastri interpretou. Um cubo tem doze arestas, mas apenas oito vértices. A medida *Khari* de *Magadha* deve ter sido a medida padrão para os grãos.

Varanasi, Allahabard, Gaya, Patna que estão no sul do Uttar Pradesh ou Bihar, formaram uma parte influente da Índia antiga. Portanto medidas desta parte do país foram tomadas como padrão. Um *Khari* é igual a oito *payalis* ou 32 kg. '*Sastrodita*' deve ser entendida como ordem do Governo.

Verso VIII

द्रोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढको द्रोणचतुर्थभागः।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढकस्य प्रस्थांघ्रिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः।। VIII ।।

1/16 *khari* = 1 *drona*
¼ *drona* = 1 *adhaka*
¼ *adhaka* = 1 *prastha*
¼ *prastha* = 1 *kudava*

Isto é o que diziam os antigos.

Comentários: Nenhuma referência é feita no verso para o formato medidas. Parece que elas não eram cilíndricas como são hoje. Devem ter sido dois troncos de cone circular reto unidos pela base menor como mostra a ilustração. No início deste século, *adholi*, *Seer*, *Quarter Seer* foram usados para medir grão. As palavras *kudava*, *athave*, *nithave* ainda estão em uso em *Konkana*. As medidas do governo atual são cilíndricas e os grãos são agora medidos pelo peso.

Verso IX

पादोनगद्याणकतुल्यटंकैर्द्विसप्ततुल्यैः कथितोऽत्र सेरः।
मणाभिधानं खयुगैश्च सेरैर्धान्यादिमानेषु तुरुष्कसंज्ञा।। IX ।।

(A ordem dos dígitos é da direita para a esquerda. Assim) *dvisapta* = 72, *khayuga* = 40 onde *kha* denota 0 e *yuga* denota 4. ¾ *gadyanakas* = 36 *gunjas* = 1 *tanka*, 1 *Seer* = 72 *tankas*, 40 *Seers* = 1 *Maund*. Estas são medidas turcas.

Comentários: Uma vez que estas medidas são chamadas de turcas, este verso deve ter sido inserido no *Lilavati* mais tarde. Nos tempos de *Bhaskaracarya*, não houve influência muçulmana seja no norte ou sul da Índia. Apenas o norte foi atacado por Mahamud de Gazni. Naturalmente, estes termos comerciais eram conhecidos pelos empresários, mas é improvável que eles eram de uso comum.

Verso X

शेषा कालादिपरिभाषा लोकप्रसिद्धा ज्ञेया।। X ।।

As medidas de tempo remanescentes são bem conhecidas.

Por exemplo: *nimisa*, a unidade de tempo, mede o tempo de um piscar de olhos (de um olho) de um homem sábio.

1 *tatpara* =	1/30 *nimisa*
1 *truti* =	1/100 *tatpora*
18 *nimisas* =	1 *kastha*
30 *kasthas* =	1 *kala*
30 *kalas* =	1 *naksatra ghatika*
2 *ghatikas* =	1 *ksana*
60 *ghatikas* =	1 dia

Medidas alternativas de tempo:

1 asu (uma respiração completa) =	tempo levado para recitar 20vogais longas
6 asus =	1 pala
60 palas =	1 ghatika
60 ghatikas =	1 dia
30 dias =	1 mês
12 meses =	1 ano

Este é o fim do capítulo sobre termos (BHASKARACARYA, 2008, p. 3-7; traduzido por FERNANDES, Jussara P.).

Nesse, o autor fornece uma série de dados de equivalências utilizadas para resolver os sistemas de medidas utilizadas na antiga Índia, durante os séculos XI e XII, o mestre hindu no tema trata dos seguintes dados: moedas (*kavadis, kakinis, panas, drama*, etc.); medidas para o ouro (*yavas, gunja, valla, dharana, gadyanaka*, etc.); unidades de comprimento (*yavas, angulas, hasta, krosa, dandas*, etc.); medidas de grãos em volume (*khari, drona, prastha, adhaka*, etc.); e medidas de tempo (*tatpara, nimisa, truti, kala*, etc.) (BHASKARACARYA, 2008).

O capítulo funciona, de certo modo, como norteador do restante da obra. Provavelmente o intuito de Bhaskara ao fornecer Definições e Tabelas foi sistematizar as noções de equivalências e conversões no sistema de medidas mais utilizado na antiga Índia. É importante ressaltar que não havia uma unificação internacional como hoje é utilizada pelo Sistema Internacional de Unidades (SI), então as definições e tabelas eram definidas de acordo com as realidades locais e variavam de cidade para cidade.

4. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI) NO ENSINO DAS CIÊNCIAS

O homem sempre teve a necessidade de mensurar e de construir instrumentos capazes de medir. As origens históricas das unidades e das grandezas são diversas, o que ocasionou o uso de diferentes unidades para as mesmas grandezas e a não unificação das unidades, durante vários séculos (ROZENBERG, 2002). O objetivo desta seção é realizar uma breve revisão do SI e suas implicações no ensino das Ciências.

A justificativa baseia-se na possibilidade da compreensão dos fenômenos científicos (utilizados na Física, Química e Biologia) que podem ser comparados entre si e suas distintas manifestações de escalas – microscópica ou macroscópica, geológica, temporal, etc. (BRASIL, 1999). A metodologia adotada é histórica, multimétodo e comparativa (SAD; SILVA, 2008; GÜNTHER, 2006).

As primeiras grandezas realizadas pelo homem foram, provavelmente, a massa – confundida com o peso durante séculos –, o volume, o tempo (na antiguidade era avaliado pela periodicidade do geocentrismo – movimento aparente do Sol em torno da Terra – e pelo aparecimento das estrelas fixas) e o comprimento. Esse último era baseado, quase sempre, nas partes do corpo do rei ou imperador: braço, mão, dedo, polegar, pé, etc. (ROZENBERG, 2002).

Com o passar dos séculos ocorreram diversas tentativas de uniformizar as unidades de pesos e medidas, como a realizada por Carlos Magno nos primórdios do século IX d.C. O objetivo do imperador era facilitar o intercâmbio comercial entre os povos do Oriente Médio e os da Europa, mas o resultado foi o fracasso, motivado, dentre outras razões, pela tentativa de impor aos outros, suas próprias unidades (Idem).

Somente na virada dos séculos XVII e XVIII, em plena Revolução Francesa, Charles Maurice Talleyrand, personagem de destaque na história da França, "propôs o estabelecimento de um sistema universal de unidades, definidas com sólida base científica e despidas de qualquer conotação regionalista, e que poderia ser adotado universalmente" (ROZENBERG, 2002, p.13).

Tabela 3: Alguns conceitos de unidades e medidas modificados no período dos séculos XVII ao XXI.

Unidades (símbolo)	**Definições**	
	Séculos XVII e XVIII	**Século XX e XXI**
Comprimento (m)	"comprimento de um décimo de milionésimo do comprimento de um quarto do meridiano terrestre (medido entre o pólo e o equador terrestre)" (ROZENBERG, 2002, p.14).	"O metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de 1/299 792 458 de segundo" (INMETRO, 2007, p.21).
Massa (kg)	"a massa de um decímetro cúbico de água destilada, à temperatura em que sua densidade é máxima (4°C)" (idem, p.14).	"O quilograma é a unidade de massa (e não de peso, nem força); ele é igual à massa do protótipo internacional do quilograma" (Idem, p.22).
Tempo (s)	"uma unidade tempo, o 'segundo' com 1/86 400 da duração do dia solar médio" (Ibidem, p.14).	"O segundo é a duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133 (...) Essa definição se refere a um átomo de césio em repouso, a uma temperatura de 0 K." (Ibidem, p. 22).
Área	"o 'are', como área de um quadrado cujo lado tem 10 metros de comprimento, e o 'hectare', um múltiplo do are, igual a 100 ares (portanto igual a 10 000 mil metros quadrados), unidade ainda usada para a medida de áreas de terras utilizadas para fins agrícolas" (ROZENBERG, 2002, p.15).	Considerada unidade derivada do comprimento [unidade metro quadrado – m^2] (ROZENBERG, 2002, p.59).
Volume	"o 'estere', igual ao 'volume de um cubo cuja aresta tem 1 metro de comprimento, para a medida de volume de lenha e outras, bem como o 'litro', igual ao 'volume de um cubo cuja aresta tem um comprimento igual a um décimo de 1 metro de comprimento', para a medida de volumes de líquidos" (Idem, p.15).	Considerada unidade derivada do comprimento [unidade metro cúbico – m^3] (Idem, p.59).

No século XX, na Conferência Geral de Pesos e Medidas (1948) realizada após a segunda grande guerra, houve o estabelecimento de um “Sistema Prático de Unidades e Medidas” (Idem, p.33) podendo ser utilizado por todos os países participantes da Convenção do Metro. Os conceitos estabelecidos nos séculos XVII e XVIII sofreram ajustes – devido aos desenvolvimentos científicos e tecnológicos do século XX e XXI –, a Tabela 3 demonstra a comparação entre as definições estabelecidas nos distintos séculos baseadas nos dados de Rozenberg (2002) e no INMETRO (2007).

Com o desenvolvimento tecnológico houve avanços nos estudos dos fenômenos magnéticos, radioativos, térmicos, acústicos, ópticos, etc. que conduziram ao rápido crescimento do número de grandezas a serem mensuradas, ainda, acentuaram a importância das medidas físicas no estudo dos eventos naturais. O SI ganhou força de uso em diversas áreas do conhecimento como a engenharia, o comércio, a economia e também no Ensino das Ciências (Física, Química e Biologia), ou seja, nos setores da atividade humana em que é imprescindível medir.

Para Rozenberg (2002, p.34-35) quanto às classes do SI temos: as unidades de base, as derivadas e as suplementares. A primeira são sete: quantidade de matéria, intensidade luminosa, intensidade da corrente elétrica, massa, tempo e comprimento. A segunda – são aquelas que se definem devido à combinação das unidades anteriores (através de relações algébricas – produto e/ou quociente). Por último, as suplementares são as que dependem do critério adotado por quem as classificam, podendo ser incluídas em qualquer das classes anteriores e são duas: ângulo plano (radianos) e a de ângulo sólido (esterradiano).

4.1 Definições e Tabelas do *Lilavati* como método de aprendizagem do SI

Como resolver o problema de ensinar a manipulação do sistema métrico atual – muito usado nas Ciências Naturais – através da abordagem do texto histórico de Bhaskara – Definições e Tabelas?

A possível resposta foi indicada por: Muniz (2009), que descreve sobre a situação problema; Charles (1995) e Polya (1995) que descrevem sobre a arte em resolver problemas. Compilando as ideias dos autores, foram montadas as seguintes características: busca das verdadeiras situações apresentadas no real contexto; separação e classificação dos dados importantes; atividade válida e socialmente produtiva; uso de atividade que busque diferentes representações (histórica, simbólica, escrita ou não, gráfica, estímulo das relações sociais, etc.).

Com isso, seria necessário utilizar metodologia multimétodo que respeite o contexto histórico e ao mesmo tempo trabalhe o raciocínio conceitual das conversões do SI. Devido a isto, foi utilizado o recurso didático lúdico: o jogo pedagógico.

Os jogos podem trabalhar os conceitos separadamente (daqueles abordados no dia a dia das escolas) constituindo assim mais do que simples exercícios. Desse modo, criam-se estratégias para aprender de modo crítico e confiante, incentivando a troca de ideias e contribuindo para o desenvolvimento da autonomia. Além disso, esse recurso lúdico torna o ensino mais prazeroso e é fonte de motivação dos educandos e educadores (BRITO et al, 2012; MUNIZ, 2010).

4.2 Desenvolvimento e criação: o jogo DTLB.

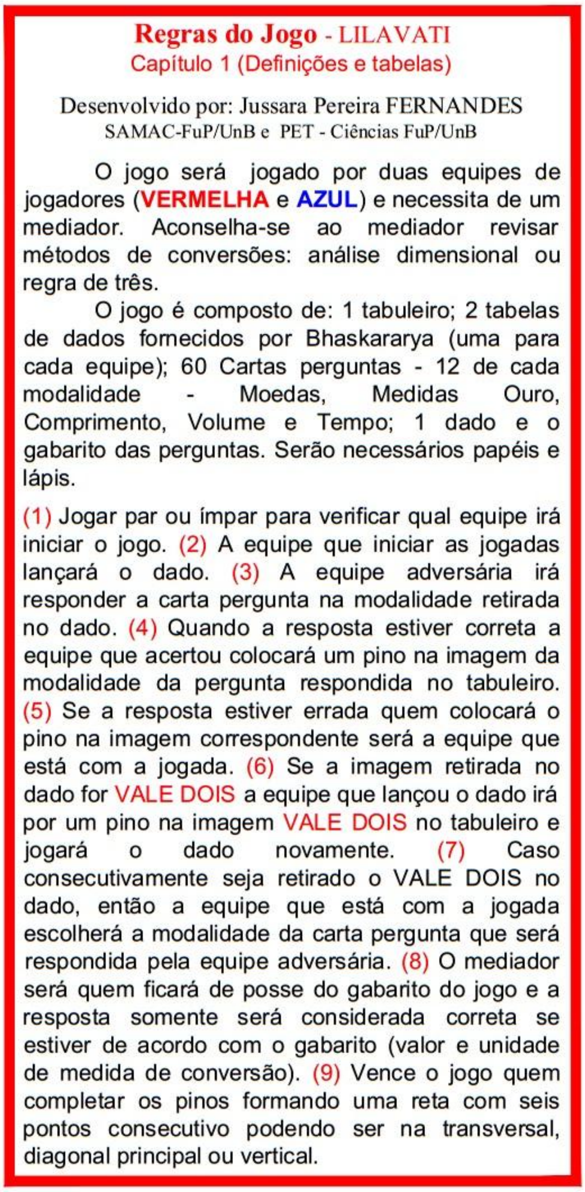
O jogo é uma forma de pensar. Ele é o veículo para a mente intuitiva ou metafórica, sendo assim, uma ferramenta útil do processo ensino/aprendizagem (MUNIZ, 2010). Por isto, a orientação teórica ou a teoria de ensino e aprendizagem que norteia a metodologia do DTLB está de acordo com o explicitado por Boden (1979). Para essa autora, a teoria do mestre moderno Piaget, sobre o jogo, baseia-se no seguinte princípio: conhecer e compreender significa transformar a realidade e assimilá-la a esquemas de transformações, ou seja, interação e o fazer são os fatores mais importantes na situação de aprendizagem. Tal processo somente será possível quando o educando tem permissão para manipular e interagir com o meio que o circunda. Esse meio é caracterizado por ser ativo e constitui a base das interações (aprendiz e aprendizado), que é o centro das Ciências e/ou das atividades práticas.

Adaptação envolve dois processos fundamentais que operam em conjunto: acomodação e assimilação. O primeiro é o processo pelo qual o educando chega após sofrer as consequências do conflito, pois a partir daí há uma aceitação da validade das observações externas, no caso os conteúdos. O segundo é o processo em que o educando internaliza as observações externas e as ajustam em seus esquemas internos, causando conflito entre o externo e o interno. O equilíbrio dinâmico entre os dois processos fundamentais é que mantém o indivíduo em constante desenvolvimento (BODEN, 1979).

Neste contexto dos ensinamentos do mestre Piaget, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM-DF) realiza Circuitos de Vivências em Educação Matemática em diversas escolas públicas na região metropolitana do Distrito Federal. Durante tais eventos vivenciais o objetivo é atingir o público de educandos e educadores, os quais participam das atividades próprias dos Laboratórios de Matemática (muito utilizado em diversas Universidades), como por exemplo, são desenvolvidas oficinas, minicursos, exposições, etc., além disso, várias atividades utilizam a interdisciplinaridade em suas abordagens como as Artes, as Ciências, a História, etc. (SBEM-DF, 2009).

O jogo DTLB foi criado e desenvolvido, pela autora deste estudo comparativo, e é parte do caderno de apoio didático desenvolvido pelo projeto Lilavati do Laboratório de Matemática da Universidade de Brasília (MAT/UnB) vinculado ao projeto Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade – SAMAC (GASPAR, 2011). O conteúdo abordado diz respeito ao conteúdo do Capítulo 1 - Definições e Tabelas da obra de Bhaskara e respeita os dados fornecidos pelo texto histórico, mas possui o intuito de estimular a construção pelos educandos do conhecimento dos procedimentos de conversões utilizados nas Ciências, atualmente, através do SI.

Houve basicamente duas etapas do desenvolvimento do DTLB: a primeira (2011) utilizava somente três grandezas – medidas de ouro, moedas e comprimento (jogo parcial); a segunda (2012) utilizava, além das já citadas, volume e tempo (jogo completo). A versão final do jogo é composta da seguinte forma: regras [Ilustração 2], 1 dado [Ilustração 3], 1 tabuleiro [Ilustração 4]; 2 tabelas de dados fornecidos por Bhaskara (uma para cada equipe); 60 Cartas perguntas - 12 de cada modalidade - Moedas, Medidas Ouro, Comprimento, Volume e Tempo [Ilustração 5]; e, o gabarito com as respostas (para o uso do educador mediador).



Regras do Jogo - LILAVATI
Capítulo 1 (Definições e tabelas)

Desenvolvido por: Jussara Pereira FERNANDES
SAMAC-FuP/UnB e PET - Ciências FuP/UnB

O jogo será jogado por duas equipes de jogadores (**VERMELHA** e **AZUL**) e necessita de um mediador. Aconselha-se ao mediador revisar métodos de conversões: análise dimensional ou regra de três.

O jogo é composto de: 1 tabuleiro; 2 tabelas de dados fornecidos por Bhaskararya (uma para cada equipe); 60 Cartas perguntas - 12 de cada modalidade - Moedas, Medidas Ouro, Comprimento, Volume e Tempo; 1 dado e o gabarito das perguntas. Serão necessários papéis e lápis.

(1) Jogar par ou ímpar para verificar qual equipe irá iniciar o jogo. (2) A equipe que iniciar as jogadas lançará o dado. (3) A equipe adversária irá responder a carta pergunta na modalidade retirada no dado. (4) Quando a resposta estiver correta a equipe que acertou colocará um pino na imagem da modalidade da pergunta respondida no tabuleiro. (5) Se a resposta estiver errada quem colocará o pino na imagem correspondente será a equipe que está com a jogada. (6) Se a imagem retirada no dado for VALE DOIS a equipe que lançou o dado irá por um pino na imagem VALE DOIS no tabuleiro e jogará o dado novamente. (7) Caso consecutivamente seja retirado o VALE DOIS no dado, então a equipe que está com a jogada escolherá a modalidade da carta pergunta que será respondida pela equipe adversária. (8) O mediador será quem ficará de posse do gabarito do jogo e a resposta somente será considerada correta se estiver de acordo com o gabarito (valor e unidade de medida de conversão). (9) Vence o jogo quem completar os pinos formando uma reta com seis pontos consecutivo podendo ser na transversal, diagonal principal ou vertical.

Ilustração 2: Regras do jogo DTLB. Ilustração fora da proporção real.

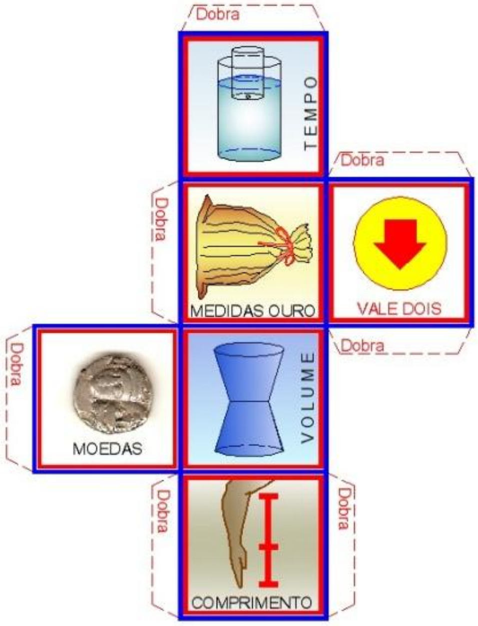


Ilustração 3: Dado do jogo DTLB. Ilustração fora da proporção real.

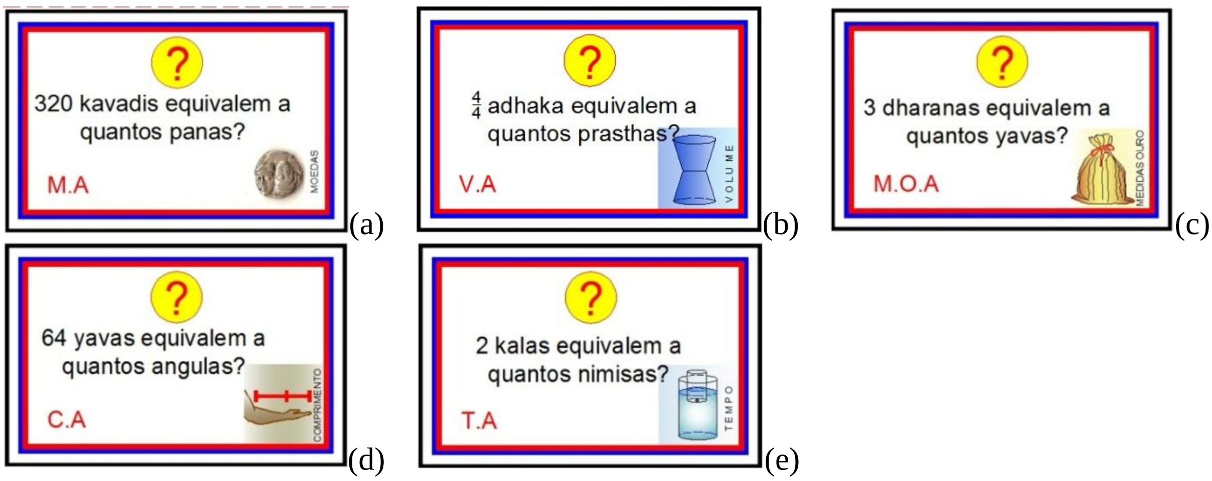


Ilustração 4: Cartas perguntas do jogo DTLB nas seguintes grandezas: (a) moedas, (b) volume, (c) medidas Ouro, (d) comprimento e (e) medias de tempo. Imagens fora da proporção real.

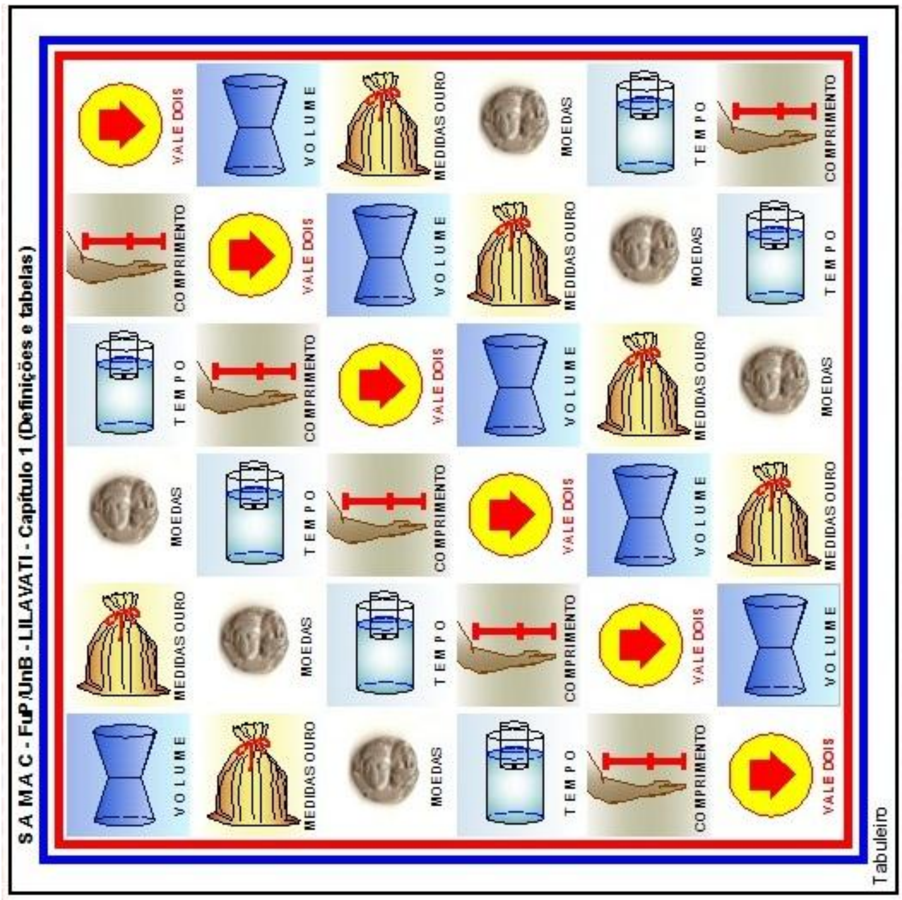


Ilustração 5: Tabuleiro do jogo DTLB (Ilustração fora da proporção real)

4.3 Testes do protótipo do jogo DTLB.

Inicialmente, a parcial do jogo foi aplicada no minicurso "*Lilavati: uma proposta de ensino-aprendizagem da matemática utilizando a história e a resolução de problemas como recursos pedagógicos"* no V Encontro Brasiliense de Educação Matemática, promovido pela SBEM-DF, em setembro de 2011 (Ilustração 6.a), o público alvo: educadores.


(a) (b)

Ilustração 6: (a) Aplicação do jogo DTLB no V EBREM aos educadores; (b) Aplicação durante o minicurso *"O Lilavati"* na Semana da Matemática aos educandos do Ensino Médio.

No mesmo ano, ainda houve a aplicação do jogo parcial aos educandos do Centro de Ensino Médio Paulo Freire, no minicurso "*O Lilavati*" durante a Semana da Matemática (ou Universitária), com duração de oito horas, promovida pelo Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (Ilustração 6.b).

Após, em 2012, o jogo foi reaplicado em algumas escolas públicas (Tabela 4) da região metropolitana do Distrito Federal durante os Circuitos de Vivências em Educação Matemática, promovidos pela SBEM-DF (Ilustração 7). Tais eventos são realizados aos sábados, geralmente, no período matutino e constam em média de cinco horas de duração. O público alvo são educandos e educadores do ensino fundamental (séries finais) e as dinâmicas são realizadas do seguinte modo: formação de grupos de educandos; a cada horário cada grupo participa de uma determinada oficina e no horário seguinte alterna a oficina (ou minicurso), o que possibilita maior participação nas atividades.

Tabela 4: relação das escolas, as quais a parcial do jogo DTLB foi aplicado.

Escola Pública	**Nome da oficina (minicurso)**
Centro de Ensino Fundamental 1 da Estrutural	*"Problemas do Lilavati"*
Centro de Ensino Fundamental 31 da Ceilândia	*"Atividades do SAMAC/FUP/UnB"*
Centro de Ensino Fundamental 1 de Planaltina	*"A matemática do Lilavati"*

Ilustração 7: Aplicação do jogo DTLB nas escolas públicas da região metropolitana do Distrito Federal aos educandos do Ensino Fundamental (séries finais).

5. ANÁLISES E DISCUSSÕES

O texto original (fonte primária) da obra de Bhaskara foi produzido em hindu (1150), posteriormente as fontes secundárias são explicadas, comentadas e traduzidas para o árabe e para o persa (1587) e somente no início do século XIX é que tal obra chega ao inglês (1817). Com isso, segundo Sad e Silva (2008) haverá riscos maiores de distorção ou inexatidão dos dados fornecidos, quando comparados à fonte primária. A credibilidade e validação dependerão das qualidades das obras secundárias e/ou terciárias. Pensando nessa fragilidade, quando na execução das traduções para o português (2011-2013), o grupo de pesquisa utiliza diversas fontes em inglês (estudo comparado, quando necessário), porém o livro norteador de todo o trabalho foi a obra em inglês "*Lilavati Bhaskaracarya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition*" tradução de Krishnaji Shankara Patwardhan, Somashekhara Amrita Naimpally e Shyam Lal Singh.

Colaborando com as ideias explicitadas acima, o grupo[4] de pesquisa do Laboratório de Matemática (SAMAC/MAT/UnB) ao realizar os trabalhos sempre se preocupou com a fidelidade histórica do texto. E devido a tal motivo, a diagramação gráfica das imagens e as nomenclaturas foram preservadas de acordo com o fornecido pelo texto histórico, durante a criação e desenvolvimento dos materiais pedagógicos de apoio (jogos, quebra cabeça, etc.), dentre eles, o jogo DTLB.

[4] O grupo que trabalha atualmente na tradução do texto histórico e confecção do material didático de apoio é composto dos seguintes integrantes: Prof.ª Dr.ª Maria Terezinha Jesus Gaspar (coordenadora), Raruy Damasceno Rodriguez, Jussara Pereira Fernandes, Ana Gabriella de Oliveira Sardinha, Nilson de Sousa Rocha, Raquel Marques da Silva e Rodolpho Pinheiro D'Azevedo.

O argumento do uso da temática história no desenvolvimento do jogo pedagógico encontra-se embasada nas ideias de Sad e Silva (2008): os documentos históricos são resultados da sociedade e não podem permanecer passivos (presos ao passado) frente à atualidade. Daí a importância da análise coletiva, possibilitando o resgate para a divulgação científica do conhecimento, às vezes, tornando viável a releitura dos textos históricos e objetivando a aplicação lúdica educativa, como o ocorrido neste estudo.

Bhaskara ao escrever o Capítulo 1 do *Lilavati* possivelmente realizou a tentativa de estabelecer um sistema de unidades regional na antiga Índia, assim como, séculos depois foi efetivado com o sistema métrico moderno em escala mundial.

As grandezas utilizadas pelo SI são de grande utilidade para o Ensino das Ciências, mas elas aparecem de modo fragmentado distribuído nas disciplinas. Se houvesse uma abordagem unificadora de tais conteúdos, como evidenciado no documento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs+) do Ensino Médio, isso poderia colaborar para o ensino e aprendizado de modo mais significativo.

> [...] alguns conceitos gerais nas ciências, como os de unidades [...], presentes de diferentes formas na Matemática, na Biologia, na Física e na Química, seriam muito mais facilmente compreendidos e generalizados, se fossem objeto de um tratamento de caráter unificado [...]. Com certeza, são diferentes as conotações destes conceitos nas distintas disciplinas, mas uma interpretação unificada em uma tradução interdisciplinar enriqueceria a compreensão de cada uma delas (BRASIL, sem ano, p. 20).

Quanto ao jogo DTLB como método de aprendizagem do SI: o desenvolvimento do jogo ocorreu em duas etapas o que possibilitou o melhoramento do recurso didático. É importante ressaltar que foi testada a versão parcial do jogo e durante a criação (*designer* gráfico) houve a preocupação com os dados fornecidos pelo texto histórico de Bhaskara; após as aplicações do jogo foram observadas as críticas de melhorias e realizadas as modificações no protótipo final.

Durante a aplicação e orientação do jogo, a autora deste estudo se colocou como mediadora do processo constituído pelos educandos, não foi possível utilizar coletas de dados (questionários, gravações, entrevistas direcionadas, etc.) devido às dinâmicas dos eventos e dos Circuitos promovidos pela SBEM-DF, pois não eram previamente conhecidos os participantes (jogadores) do DTLB. Contudo, após cada aplicação do jogo foi escrito ata resumo das percepções.

Os educandos, durante a aplicação do jogo, demonstraram motivação, interesse, estímulo, ou seja, as reações foram positivas. É fundamental ressaltar que a ludicidade como método de abordagem em sala de aula instiga a criatividade, facilita a compreensão dos conteúdos em geral e, neste caso, as conversões das unidades de medidas.

Quanto às fragilidades, a maioria dos educandos das séries finais do ensino fundamental não recordava como utilizar as tabelas de conversão (as que contêm as igualdades). Ainda, poucos educandos recordavam como solucionar as questões das cartas perguntas com uso das ferramentas matemáticas. Por fim, somente um educando conseguiu realizar conversões mentais, mas não conseguia realizar as notações matemáticas. Daí a necessidade de explanação prévia das possíveis estratégias de raciocínio e revisão dos conceitos matemáticos possíveis para uso no DTLB.

Resultados das aplicações do jogo DTLB: aconselha-se o uso a partir do nono ano do ensino fundamental (série em que são introduzidos os conceitos gerais do SI), pois as demais séries demonstraram muita dificuldade na realização das conversões; os conhecimentos matemáticos necessários para ‘jogar’ são o uso da regra de três, ou análise dimensional e/ou cálculos mentais de conversões, o que confirma o púbico alvo selecionado após os testes do protótipo.

O educador realiza a tarefa de mediação – introduzindo a comparação entre o texto histórico (base do jogo) e o sistema métrico atual (SI), se tal postura não ocorrer pode o educando não realizar a assimilação e a acomodação dos conceitos (como ensina o mestre construtivista Piaget). Se a referência teórica norteadora do jogo não fosse à indicada por Piaget, o sistema teria um olhar distinto do abordado neste estudo, isto quer dizer, as ligações entre o DTLB e a atividade de conversão das unidades suscitadas pela estrutura lúdica (regras, texto histórico e contexto educativo) seriam diferentes (MUNIZ; 2010).

É aconselhável a revisão dos conteúdos necessários para o desenvolvimento da atividade lúdica (análise dimensional ou regra de três ou cálculos mentais); a dinâmica observada – que favorece a aplicação do jogo lúdico – é a de equipes (ou grupos ou raciocínio proporcional), pois estimula a criatividade e o aprendizado. Porém, é importante salientar a necessidade do desenvolvimento de duas habilidades: criativa e acadêmicas. Para Gontijo et al (2012, p.35) a primeira diz respeito "à capacidade de perceber padrões e relações e de apresentar soluções para os problemas, a partir de diferentes estratégias", a segunda diz respeito "aos procedimentos lógicos, como os de cálculos, argumentações e aplicações dos conceitos".

O recurso lúdico didático utiliza o texto histórico de Bhaskara relacionando o conhecimento produzido há quase nove séculos para a atualidade do sistema métrico. Tais fatos colaboram na constituição do conhecimento em ação, ou seja, os conteúdos abordados possuem um significado mais aprofundado na tentativa de resolução das questões problemas, "podendo ser localmente validado" (MUNIZ; 2009, p.115). Desse modo, fica explicitado que o objetivo do ensino é desenvolver capacidades para identificar em quais as classes de situações o conhecimento produzido localmente poderá ser aplicado de forma análoga no dia a dia do educando (Idem).

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os problemas atuais vivenciados na Educação Básica brasileira são reflexos do ensino fragmentado e distante dos contextos históricos e culturais. Estabelecer a relação entre a História da Matemática e das Ciências, em contextos de situações problemas, com uso de materiais didáticos lúdicos (neste caso, o jogo), colabora para o ensino aprendizado do educando de modo mais significativo, interdisciplinar e criativo (BRASIL, sem ano).

Nessa visão, o jogo:

> [...] oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica e prazerosa e participativa, de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos (BRASIL, sem ano, p.56).

Os construtos metodológicos utilizados durante este estudo comparativo, de temas históricos (Ciências e Matemática), para que sejam validados na academia, necessitam ser ancorados em fatos e não em conjecturas, suposições e ficções (SAD; SILVA, 2008). Nesse contexto, a análise multimétodos satisfez as necessidades de pesquisa, pois ela permitiu, em curto prazo, e independentemente das variáveis, chegar aos resultados e análises do fenômeno envolvido – o denominador comum entre o Definições e Tabelas de Bhaskara e o SI (GÜNTHER, 2006).

A obra do século XII escrita por Bhaskara é pouco conhecida pelos brasileiros nos dias atuais, mas estudos e pesquisas neste sentido estão sendo realizados, de sorte, que proceda a transposição didática para a Educação Básica.

O Capítulo 1 (Definições e Tabelas) estabelece importante elo entre o passado e o presente, quando observado em contextos paralelos aos vivenciados atualmente nos conteúdos do SI (utilizados nas Ciências). Além disso, o uso da ludicidade inserida ao longo do texto histórico (uso dos versos) e do jogo DTLB proporcionou aos educandos o desenvolvimento social e cognitivo, ou seja, segundo Muniz (2010) foi gerado o espaço pedagógico no Ensino de Ciências e Matemática que situou a ludicidade (jogos e desafios recreativos) como um momento introdutório ao processo de ensino e aprendizagem.

Em suma, é importante frisar que o *Lilavati* foi originalmente trabalhado por Bhaskara em Hindu, mas na antiga Índia não existia um idioma unificado. O texto histórico ficou limitado – durante um longo período – devido ao idioma, sobretudo antes de ter sido traduzido para o Arábico e para o Persa (BAG, 1980). Depois de alguns séculos o texto foi traduzido para o Inglês (WORLCAT, sem ano) e, atualmente, existem os trabalhos para a tradução em Português e a confecção do caderno de apoio pedagógico, o qual o DTLB faz parte.

Para viabilizar as transformações nas práticas dos educadores em relação ao ensino (Ciências e Matemática) são necessárias às intervenções de pesquisas com uso de recursos didáticos que utilizem interdisciplinaridade - a História da Matemática/Ciências e o desenvolvimento de estratégias lúdicas – neste caso o jogo DTLB. Tais transformações podem ser baseadas em acontecimentos presentes (o SI) ou em documentos passados (o *Lilavati*), além disso, o jogo DTLB ensina aos educandos e educadores a lidar com distintas situações o que afasta o indivíduo do formalismo da cultura atual no SI.

Por fim, a grande contribuição para o ensino de Ciências e Matemática nas intervenções didáticas deste estilo é desenvolver nos educandos estratégias da formalização do raciocínio proporcional para utilização das conversões, pois essas independerão do Sistema de medidas considerado. Porém, o grande diferencial modificador nas pesquisas deste estilo, é, sem dúvida, estabelecer investigações, comparar e evidenciar os denominadores comuns em prol dos estímulos da diversidade criativa na produção do conhecimento.

7. REFERÊNCIAS

BAG, A. K. **Indian Literature on Mathematics during 1400-1800 A.D.** Indian Journal of History of Science, 15 (1), p. 79-93, May 1980. Disponível em: <http://www.new.dli.ernet.in/rawdataupload/upload/insa/INSA_1/20005af2_79.pdf > Acesso em: 15 Out. 2012.

BHASKARACARYA. **Lilavati Bhaskaracarya:** A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition. Tradução de Krishnaji Shankara Patwardhan, Somashekhara Amrita Naimpally e Shyam Lal Singh. Dethi: Motilal Bernardidass Publishers. 2008.

BODEN, Margaret. A. **Mestres modernos Piaget Fontana**. Fontana Press, 1979.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação. 364 p. 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação. 144 p. Sem ano.

BRITO, L. C. da C. et al. **Avaliação de um minicurso sobre o uso de jogos no ensino**. Pibib: experiências e reflexões. RBPG, Brasília, supl. 2, v.8, p. 589-615, março, 2012.

CHARLES, R. L., Mason R. P., Martin L. **Problem-Solving Experiences in Mathematics.** Addison-Wesley: USA. 1995.

D’ AMBROSIO, Ubiratan. **Universidades, transdisciplinaridade e experiência humana**. UFJF/IAD. Regina Kopke, 2006. Disponível em: < http://universideia.net/universideia/file.php/1/Transdisciplinaridade/Ubiratan_DAmbrosio_-_Universidades_Transdisciplinaridade_e_experiencia_humana.doc. > Acesso em: 15 Out. 2012.

FAUVEL, J. **Using History in Mathematics Education.** For the learing of Mathematics, v. 11, p. 3-6, Junho, 1991.

FERNANDES, Xavier. **Lilavati in the history of mathematics.** EXAMENSARBETEN I MATEMATIK: Matematiska Institutionen, Stockholms Universitet. 2005.

FUP; UNB. **Ciências Naturais:** Graduação> Licenciatura em Ciências Naturais> Currículo e duração do curso. Faculdade de Planaltina: Universidade de Brasília. Sem ano. Disponível em: <http://www.unb.br/aluno_de_graduacao/cursos/ciencias_naturais> e disponível em: <http://www.fup.unb.br/index.php?option=com_content&view=article&id=26&Itemid=105>, Acessos em: 15 Out. 2012.

GASPAR, Maria Terezinha Jesus. **Proposta do projeto de extensão Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade** – SAMAC. Sistema de Informação e Gestão de Projetos: SIGProj. 2011. Disponível em: <http://sigproj1.mec.gov.br/index.php> Acesso em: 16 Out. 2012.

GONTIJO, C. H; SILVA, E. B; CARVALHO, R.P.F. **A criatividade e as situações didáticas no ensino e aprendizagem da matemática.** In: WELLER, W; DEVECHI, C. P. V (Org.). Linhas Críticas: revista da Faculdade de Educação. Universidade de Brasília. Brasília: FE/UnB. v. 18, n. 35, jan./abr.2012. p. 29-46.

GRECA, I. M. **Discutindo aspectos metodológicos da pesquisa em ensino de ciências:** algumas questões para refletir. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, v. 2 (1), p. 73-82, 2002. Disponível em: <http://www.cienciamao.if.usp.br/dados/rab/_discutindoaspectosmetodo.artigocompleto.pdf> Acesso em: 12 Out. 2012.

GÜNTHER, Hartmut. **Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa:** esta é a questão? Psicologia: Teoria e Pesquisa. Vol. 22, n. 2, pp. 201-210. Mai-Ago, 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/%0D/ptp/v22n2/a10v22n2.pdf> Acesso em: 16 Out. 2012.

INMETRO. **SISTEMA Internacional de Unidades – SI.** Rio de Janeiro: 8. ed. (revisada). 114 p. 2007. Disponível em: <http://www.univasf.edu.br/~joseamerico.moura/pag_medidas_arquivos/SI.pdf> Acesso em: 10 Out. 2012.

MUNIZ, C. A; **Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática.** Tendências em Educação Matemática, 20. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010. p.145.

___________; **Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações.** In: GUIMARÃES, G.; BORDA, R. (Org.). Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Volume 6. Recife: SBEM. p. 101 - 118. 2009.

NEVES, M.; ARAUJO, K.; SEREJO, T.; OLIVEIRA, M. **Desenvolvendo de Jogo Didático como Auxiliador do Ensino da Físico-Química na Graduação.** V Congresso de Pesquisa e Inovação da Rede Norte Nordeste de Educação Tecnológica V Connepi: Maceió, AL. 2010. Disponível em:

<http://connepi.ifal.edu.br/ocs/index.php/connepi/CONNEPI2010/paper/viewFile/1465/562> Acesso em: 12 Mar. 2012.

PEREIRA, R.F.; FUSINATO P.A.; NEVES M. C. D. **Desenvolvendo um Jogo de Tabuleiro para o Ensino de Física. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências.** VII Enpec: Florianópolis. 2009. Disponível em: < http://www.foco.fae.ufmg.br/pdfs/1033.pdf> Acesso em: 19 Mar. 2012.

POLYA, G. A**. Arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência. 196p. 1995.

ROUSE BALL, W. W. **A Short Account of the History of Mathematics.** Fellow of Trinity College, Cambridge, Dover Publications, inc: New York. 1960. p.125-129. In: Start of this Project Gutenberg eBook Mathematics. License inclused with this eBook [#31246]. Disponível em: <www.gutenberg.org> Acesso em: 23 Out. 2012.

ROZENBERG, I. M. **O Sistema Internacional de Unidades – SI.** São Paulo: Instituto Mauá de Tecnologia. 112p. 2002.

SAD, L. A.; SILVA, C. M. S. da. **Reflexões Teórico-metodológicas para Investigação em História da Matemática.** Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, n° 30, 2008, p. 27-46. Disponível em: < http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1788>, Acesso em: 05 Out. 2012.

SARDINHA, A. G. de O.; ALVES, D. da S.; ANTUNES, D. A.; FERNANDES, J. P.; RODRIGUEZ, R. D.; D' AZEVEDO, R. P.. **Lilavati:** uma proposta de ensino-aprendizagem da Matemática utilizando a História e a resolução de problemas como recursos pedagógicos. Anais V EBREM: Educação Matemática e Criatividade. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Distrito Federal. Set/2011. Disponível em <http://www.sbemdf.com/images/anaisvebrem/minicurso/mc_027.pdf> Acesso em: 08 Out. 2012.

SBEM-DF. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Distrito Federal.** Editorial – Boletim Informativo. Ano X. Brasília: SBEM-DF, p.1, abril/2009.

Sites:

WORLCAT, sem ano. Disponível em: <http://www.worldcat.org/title/colebrookes-translation-of-the-lilavati/oclc/32484888/editions?referer=di&editionsView=true> Acesso em: 22 Out. 2012.

Ilustração 1 disponível em: <http://mathdl.maa.org/mathDL/46/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=2591&pf=1> Acesso em: 22 Out. 2012.