

PROJETO DE GRADUAÇÃO

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DA RELAÇÃO RISCO E RETORNO EM CARTEIRAS COMPOSTAS POR ATIVOS BRASILEIROS E INTERNACIONAIS

Por,

Leonardo Fleury Safe Carneiro Pavan

Brasília, 17 de setembro de 2022

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DA RELAÇÃO RISCO
E RETORNO EM CARTEIRAS COMPOSTAS
POR ATIVOS BRASILEIROS E
INTERNACIONAIS**

POR,

Leonardo Fleury Safe Carneiro Pavan

Brasília, 17 de setembro de 2022

RESUMO

Harry Markowitz desenvolveu em 1952 o que seria chamado de Teoria do Portfólio. O intuito do seu estudo era quantificar o risco e o retorno das carteiras de investimento bem como a maneira em que os ativos se comportam e se correlacionam, a fim de entender de que forma seria possível montar um portfólio de ativos diversificado e eficiente sob a ótica da relação risco-retorno. Após sua teoria, vários outros estudiosos a complementaram e, baseando nas premissas e descobertas de Markowitz criaram indicadores de performance para mensurar o risco-retorno de portfólios, como foi o caso de William Sharpe. O objetivo deste trabalho é analisar uma carteira de 21 ações brasileiras fornecida por uma gestora de investimentos de Brasília que atua no mercado desde 2018 e trabalha com carteiras administradas, planejamento financeiro e estruturação patrimonial e, baseado na Teoria Moderna do Portfólio e no Índice de Sharpe, compreender se a inserção de três ativos que retratam mercados internacionais dos Estados Unidos, da Europa e da China melhora a relação de risco-retorno da carteira original. O período de estudo foi entre 30/12/2015 e 30/12/2021. A ferramenta Solver foi utilizada para otimizar as carteiras e encontrar os pesos de cada ativo que maximizam o Índice de Sharpe em cada portfólio. Após a análise, apenas a inserção do ativo referente à bolsa americana na carteira original de ações brasileiras melhorou a relação risco-retorno. Os ativos relativos à Europa e China apresentaram um decréscimo no Índice de Sharpe, o que demonstra uma piora na relação risco-retorno, evidenciando que não seriam uma diversificação interessante para a carteira original.

Palavras-chave: Índice de Sharpe, Seleção de Ativos, Markowitz, Risco-Retorno, Ativos Internacionais

ABSTRACT

Harry Markowitz developed in 1952 what would be called the Portfolio Theory. The purpose of the study was to quantify the risk and return of investment portfolios and understand how the assets behave and correlate seeking a way to efficiently select investments that would maximize the relation risk-reward. After his theory, several other scientists like William Sharpe complemented it and, based on Markowitz's discovery, a lot of performance indicators were created to measure the risk-reward. The objective of this work is to study a portfolio of 21 Brazilian stocks created by a wealth management company from Brasília that exists since 2018 and works with managed portfolios, wealth structuring, and financial planning and, based on the Portfolio Theory and the Sharpe Ratio, understand if the insertion of three assets that portray international markets from United States, Europe, and China improves the risk ratio-reward of the original portfolio. The study was made using data between 12/30/2015 and 12/30/2021. The Solver tool was used to optimize portfolios and find the weights of each asset that would maximize the Sharpe Ratio in each portfolio. After the analysis, the only asset that increased the risk-return of the portfolio was the one related to the American market. The assets relative to Europe and China markets showed a decrease in the Sharpe Ratio concluding that their insertion into the original portfolio would not be an effective choice based on risk-reward.

Keywords: Sharpe Ratio, Assets Selection, Markowitz, Risk-Reward, International Assets.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Gráfico dos Riscos Sistemáticos e Não-Sistemáticos	14
Figura 2 - Correlação Entre Ativos	17
Figura 3 - Fronteira Eficiente	18
Figura 4 - Pesos dos Setores no ETF IVV.....	25
Figura 5 - Pesos dos Setores no ETF IEUR	25
Figura 6 - Pesos dos Setores no ETF MCHI	26
Figura 7 - Representação do modelo da Carteira Inicial.....	29
Figura 8 - Parâmetros do <i>Solver</i> para Maximização do Índice de Sharpe	31
Figura 9 - Retorno dos Ativos em Ordem Decrescente	32
Figura 10 - Desvio Padrão dos Ativos em Ordem Decrescente	33
Figura 11 - Índice de Sharpe dos Ativos em Ordem Decrescente	34
Figura 12 - Índices de Sharpe das Carteiras em Ordem Decrescente.....	35
Figura 13 - Indicadores das Carteiras Otimizadas.....	37

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
1.1. Aspectos Gerais	8
1.2. Objetivo Geral	9
1.3. Objetivos Específicos	9
1.4. Estrutura do Trabalho	9
2. REVISÃO DE LITERATURA	10
2.1. A Teoria Moderna de Portfólio	10
2.1.1. Contextualização e Conceitos Básicos	10
2.1.2. Retorno e Risco de Ativos	11
2.1.3. Retorno e Risco de Carteiras	15
2.1.4. Diversificação de Carteiras e Fronteira Eficiente	18
2.2. Índices de Risco x Retorno	19
2.3. Índice de Sharpe	19
2.3.1. Índice de Treynor	21
3. METODOLOGIA	21
4. DESENVOLVIMENTO	23
4.1. Definição dos Ativos	23
4.2. Coleta de Dados	27
4.3. Montagem do Modelo	28
4.4. Processamento de Dados	30
5. RESULTADOS	32
5.1. Análise dos Ativos	32
5.2. Análise das Carteiras	35
6. CONCLUSÃO	38
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40
APÊNDICES	42
APÊNDICE A – Matriz de Correlação	42
APÊNDICE B – Matriz de Covariância	43
APÊNDICE C – Pesos e Métricas da Carteira Inicial	44
APÊNDICE D – Pesos e Métricas da Carteira IVV	45

APÊNDICE E – Pesos e Métricas da Carteira IEUR	46
APÊNDICE F – Pesos e Métricas da Carteira MCHI.....	47
APÊNDICE G – Pesos e Métricas da Carteira Completa.....	48

1. INTRODUÇÃO

1.1. Aspectos Gerais

Os investimentos existem há séculos. Desde a posse de uma terra, do empréstimo de bens atrelado à cobrança de juros, até o financiamento de ideias e projetos com o intuito de receber uma quantia maior do que a investida no futuro. Dentro do universo da multiplicação patrimonial, a lógica de buscar maiores retornos com o mínimo risco possível é uma máxima considerada óbvia por todos os investidores, mesmo que intuitivamente. O investidor, ao renunciar ao dinheiro no presente para receber um valor maior no futuro, sempre busca o melhor retorno possível reduzindo o risco de receber algo menor ou igual ao que foi depositado.

Os investimentos realizados no mercado financeiro são, talvez, os mais sensíveis à relação de risco-retorno e a preocupação com a eficiência (menor risco de perder o patrimônio investido buscando uma maior rentabilidade do principal) das carteiras tende a aumentar, já que o número de investidores no mercado financeiro cresce de maneira exponencial ano após ano. De acordo com o estudo realizado pela Bolsa de Valores do Brasil, a B3, em 2018 havia aproximadamente 800 mil contas cadastrados na plataforma, enquanto no primeiro segundo semestre de 2021, 4 milhões de contas estavam abertas.

Apesar de a eficiência do investimento ser uma ideia natural e estar na mente de todos os investidores, o estudo e desenvolvimento desta ideia só foi consolidado em 1952, quando o economista Harry Markowitz publicou seu estudo denominado "*Portfolio Selection*" (1952) no *Journal of Finance*. De acordo com Markowitz (1952), a relação risco e retorno da carteira é o ponto central para a seleção de ativos que irão respeitar o perfil de risco do investidor. A decisão se baseia na maximização do retorno para determinado risco que o investidor aceita correr ou a minimização do risco para o retorno que o investidor busca.

Markowitz, portanto, busca encontrar pesos ótimos para cada um dos ativos que compõe uma carteira de investimentos entendendo que, o risco e o retorno crescem de forma conjunta até certo ponto. Quanto mais risco um investidor aceita

estar exposto, maior tende a ser o seu retorno, caso contrário, o investidor não teria nenhum benefício ao aceitar um nível maior de risco. Para Markowitz a redução do risco de uma carteira está ligada à diversificação dos ativos presentes naquele portfólio e de que maneira eles se relacionam.

Com tantos ativos à disposição dos investidores, a possibilidade de combinar diferentes investimentos para melhorar a eficiência de um portfólio pode ser uma tarefa difícil. Dessa maneira, o uso de teorias de montagem de carteiras bem como ferramentas para medir a relação risco retorno se tornam importantes aliadas no processo de gestão e otimização de ativos.

1.2. Objetivo Geral

O principal objetivo deste trabalho é analisar a inserção de ativos globais em uma carteira de investimentos de ações brasileiras e verificar o comportamento da relação risco retorno por meio do Índice de Sharpe. Para isso, será utilizada uma carteira de ações pré-existente de uma gestora de investimentos de Brasília e três ativos globais representando os mercados dos Estados Unidos, da Europa e da China.

1.3. Objetivos Específicos

- a) Analisar os ativos adequados a serem acrescentados na carteira original, sugerindo uma possível melhoria;
- b) Testar o modelo de Markowitz e o índice de Sharpe com ativos nacionais e internacionais;
- c) Analisar as proporções ótimas para a carteira original;
- d) Verificar a correlação entre os ativos.

1.4. Estrutura do Trabalho

O trabalho é dividido em seis capítulos. São eles: introdução, revisão de literatura, metodologia, desenvolvimento, resultados e conclusão.

No Capítulo 1, expôs-se a introdução do trabalho, além do motivo da escolha do tema a ser estudado e os objetivos a serem alcançados. Ainda, foi feito um breve embasamento de teorias e metodologias que serão aplicadas no trabalho.

No Capítulo 2, é feito o detalhamento dos métodos a serem utilizados na pesquisa. Ainda, há uma revisão bibliográfica apresentando os trabalhos dos principais autores que embasaram a presente pesquisa.

No Capítulo 3 são descritos os métodos citados anteriormente e, os utilizados, são destacados, justificando suas escolhas e clarificando suas aplicações. No Capítulo 4, descreve-se o desenvolvimento da metodologia expondo e analisando cada etapa percorrida no trabalho.

O Quinto Capítulo descreve e analisa os resultados obtidos no Capítulo 4. No Capítulo 6, por fim, o trabalho é finalizado com as conclusões.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. A Teoria Moderna de Portfólio

2.1.1. Contextualização e Conceitos Básicos

Harry Markowitz é um matemático que teve uma importante contribuição para a gestão de ativos de investimento. Seu estudo publicado no *Journal of Finance* em 1952, que foi batizado como “*Portfolio Selection*”, foi o principal pilar para a construção da Teoria Moderna do Portfólio e, de acordo com Assaf Neto (2012) é, em grande parte, o conceito mais moderno de diversificação e risco de um portfólio.

De acordo com Zanini e Figueiredo (2005) Markowitz adotou algumas premissas para desenvolver sua teoria. Foram elas:

- 1) Os investidores avaliariam as carteiras apenas com base no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos sobre o horizonte de tempo de um período;
- 2) Os investidores seriam avessos ao risco. Se instados a escolher entre duas carteiras de mesmo retorno, sempre escolheriam o de menor risco;
- 3) Os investidores estariam sempre insatisfeitos em termos de retorno. Instados a escolher entre duas

carteiras de mesmo risco, sempre escolheriam a de maior retorno; 4) Seria possível dividir continuamente os ativos, ou seja, ao investidor seria permitido comprar mesmo frações de ações; 5) Existiria uma taxa livre de risco, à qual o investidor tanto poderia emprestar quanto tomar emprestado; 6) Todos os impostos e custos de transação seriam considerados irrelevantes; 7) Todos os investidores estariam de acordo em relação à distribuição de probabilidades das taxas de retorno dos ativos. Isto significa que somente existiria um único conjunto de carteiras eficientes.

Com as premissas definidas, Markowitz defendeu e provou, matematicamente, a ideia de que para se obter uma carteira de investimentos eficiente, o investidor deveria se apoiar na diversificação de ativos. No entanto, para que isso se concretizasse, não bastaria entender apenas o risco do ativo isoladamente, mas de que forma ele se correlaciona com os outros ativos presentes na carteira para garantir o mínimo de risco com o máximo de retorno do portfólio. Nas palavras de Markowitz (1952, pg 89) “Ao tentar tornar a variância de um portfólio menor, não é suficiente investir em vários ativos. É necessário evitar investir em ativos que tenham alta covariância entre si”.

Com o contexto da diversificação claro, Markowitz define as principais variáveis para a montagem de uma carteira como sendo o retorno esperado do portfólio e o risco desse portfólio, calculado por sua variância.

2.1.2. Retorno e Risco de Ativos

O conceito de retorno de acordo com Gitman (2004, pg 184) é definido como “o ganho ou a perda total sofrida por um investimento em certo período de tempo”, que se assemelha bastante com a definição de Elton *et al* (2004) que diz que o retorno sobre um ativo é representado pelos ganhos ou perdas gerados por ele durante um determinado período. Portanto, o retorno esperado de um ativo é sua expectativa de retorno para o futuro e, normalmente, é calculado ou estimado utilizando-se dados históricos do ativo em questão. Para Jorion (2000) o retorno de um ativo no prazo longo, deve ser calculado utilizando a taxa de retorno geométrica, que é obtida pela fórmula abaixo:

$$R_t = \ln \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} \quad (1)$$

Onde,

RT: Retorno no período T

Ln= Logaritmo natural

Pt= Preço no período T

Dt= Dividendo no período T

Pt-1= Preço no período T-1

Jorion (2000) salienta que existem duas vantagens em utilizar o retorno geométrico em uma série de dados. A primeira é que esse é mais significativo economicamente falando. Ainda, há uma grande vantagem na extensão para múltiplos períodos já que o retorno geométrico de um período é a soma dos retornos geométricos em cada parte do período. Por exemplo, se o intuito for descobrir o retorno geométrico de um mês, basta somar o retorno geométrico de cada um dos 30 dias.

Enquanto o retorno é o que todo o investidor busca maximizar, o risco do investimento é o que deve ser minimizado durante o processo. Em termos financeiros, Sandroni (1999 pg. 532) define risco como a “condição de um investidor, ante as possibilidades de perder ou ganhar dinheiro”. Para Souza (2019, pg 645) “pode-se expressar risco como a possibilidade de ocorrência de um evento não desejável e com isso perdas”. Já Souza (2017, pg. 11) define risco como “o potencial de perda resultante da interação com a incerteza”. Portanto, o risco de um ativo representa a variabilidade de retornos, dando ao investidor uma ideia se a chance de determinado ativo de fato entregar a rentabilidade esperada é maior ou menor a depender de sua variação. Por esse motivo, o indicador mais comum para representar risco é o desvio padrão dos retornos.

O desvio padrão mostra o grau de dispersão de um conjunto de dados e, na seleção de ativos, demonstra o quanto uma ação tende a variar de seu retorno esperado. Outro indicador que também representa dispersão, é a variância, sendo calculada com o desvio padrão elevado ao quadrado. Por conta de sua potência, acaba dificultando a manipulação e não é tão utilizado, mas, logicamente, tem uma

relação direta com o desvio padrão, portanto, quanto maior a variância, maior o desvio padrão e por isso, maior o risco do ativo. A fórmula para o cálculo do desvio padrão é a seguinte:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}} \quad (2)$$

Ainda, o risco pode ser dividido em dois tipos principais, o risco diversificável ou não sistemático e o risco não diversificável ou sistemático (RILLEY, 2008). O risco sistemático (não diversificável) é aquele que não se pode evitar por meio da diversificação, é o risco que atinge o mercado como um todo, como a pandemia do coronavírus por exemplo. Em um momento de risco sistemático, todos os ativos da carteira tendem a sofrer, independentemente do setor, porte da empresa ou maturidade. Para entender este risco sistemático e matematizar sua aplicação existe uma medida de risco chamada Beta. O Beta é dado pela covariância dos retornos de um ativo com os do mercado dividido pela variância do retorno do mercado, como pode ser visto na fórmula abaixo:

$$\beta_p = \frac{Cov(rp,rb)}{Var(rb)} \quad (3)$$

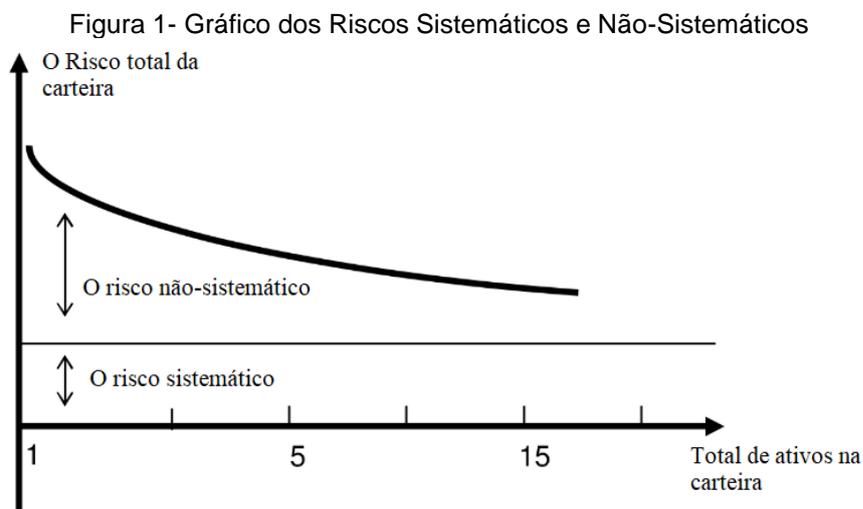
De maneira simples, o beta representa o quanto um determinado ativo oscila em comparação ao mercado e ele pode assumir diferentes valores que definem o comportamento do ativo. As faixas de valores que o beta pode assumir são:

- a) **Beta > 1**: Quando o beta assume um valor maior do que 1, significa que o ativo oscila mais do que o mercado, tanto para cima quanto para baixo. Por exemplo, se o beta for igual a 2, o ativo é duas vezes mais volátil do que o mercado então, caso o mercado oscile em 10%, o ativo oscilará em 20%;

b) **Beta < 1**: Com o beta menor do que um, o ativo é menos volátil do que o mercado e, portanto, oscilará menos do que esse. Para um beta de 0,5, caso o mercado oscile em 10% o ativo oscilará em 5%;

c) **Beta = 1**: Para um beta igual a 1, o ativo oscila de forma idêntica ao mercado. Se o mercado oscilar em 10% o ativo oscilará também em 10%.

O outro tipo de risco existente é o não sistemático, ou seja, o risco intrínseco a cada um dos ativos, aquele que não pode ser associado ao comportamento da economia, mas depende das características individuais de cada ativo. Um exemplo de risco sistemático é uma peste nas plantações de trigo, onde empresas produtoras de cervejas ou de massas, irão sofrer mais do que empresas de outros setores, sendo impactadas diretamente. O risco não sistemático pode ser mitigado por meio da diversificação de ativos, por isso também é chamado de risco diversificável (SILVA, 2008). O aumento, até certo ponto, de ativos que tem baixa correlação entre si auxilia de forma extrema na redução do risco diversificável, já que o portfólio não está concentrado em um único ativo ou setor. A forma como a mitigação do risco ocorre pode ser vista no gráfico abaixo:



Fonte: proeducacional.com

A diversificação, portanto, reduz o risco não sistemático e é utilizada, dentro de cada perfil de risco, para trazer eficiência à carteira. Diferentemente do Beta, outra

medida do risco, o Desvio Padrão, mede, portanto, a soma dos riscos sistemático e não sistemático, sendo assim, o risco total da carteira.

2.1.3. Retorno e Risco de Carteiras

O cálculo de retorno e de risco de ativos individuais é diferente do cálculo de um portfólio contendo vários ativos. Sob a ótica de um conjunto de ativos, de acordo com Markowitz (1952) o retorno de um portfólio pode ser calculado como a média do retorno de cada ativo ponderada pelo peso que o respectivo ativo possui na carteira. A fórmula abaixo exemplifica o cálculo do retorno de um portfólio:

$$E = \sum_1^n (R_i W_i) \quad (4)$$

Onde:

E= Retorno total da carteira

R_i= retorno do ativo

W_i= peso do ativo na carteira

O risco, por outro lado, não pode ser calculado de forma análoga ao retorno, já que existe o fator de correlação e covariância entre os ativos. Como afirma Markowitz (1952, pg 89) “Um portfólio com 60 ações do setor de estradas de ferro, não estará tão diversificado quanto um portfólio com a mesma quantidade de ações com um pouco de empresas de estradas, algumas de utilidade pública, mineração, manufatura, etc”. Por isso, deve-se entender como os ativos se correlacionam e se essa correlação, positiva ou negativa, será benéfica ou não para a carteira.

A fim de entender a relação entre ativos, faz-se necessário o entendimento dos conceitos de Covariância e Correlação. Para Sandroni (1999) a covariância é “uma medida estatística do grau em que duas variáveis aleatórias se movimentam juntas” e tem como principal função medir a associação entre duas variáveis, ou seja, como esses valores se inter-relacionam. Na prática, a covariância mede como ativos variam

em relação a suas médias em um determinado período. A fórmula da covariância pode ser vista abaixo:

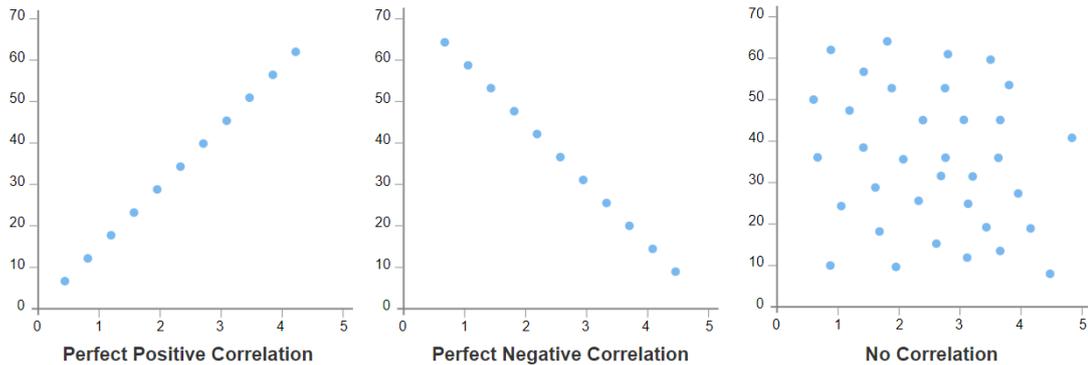
$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^N [(R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)]}{N-1} \quad (5)$$

A correlação, por outro lado, é definida como o “grau em que duas variáveis estão relacionadas linearmente, seja por meio de causalidade direta, indireta ou por probabilidade de estatística” (SANDRONI, 1999). Apesar da semelhança com a covariância, a correlação mede o grau pelo qual dois ativos oscilam juntos, de forma padronizada. O coeficiente de correlação, diferentemente do de covariância, está limitado entre -1 e 1. Se dois ativos possuem comportamentos positivamente correlacionados com coeficiente de 1, quando um ativo subir um ponto, o outro subirá um ponto também. No entanto, caso dois ativos tenham um coeficiente de correlação igual a -1, estes serão correlacionados negativamente, portanto, caso um ativo suba um ponto, o outro cairá um ponto. Por fim, caso os ativos tenham correlação igual a zero, não existe nenhuma semelhança ou expectativa para seus movimentos. O coeficiente de correlação pode ser obtido por meio da divisão da covariância pelo produto dos desvios padrões dos dois ativos. A fórmula é expressa abaixo:

$$r_{xy} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (6)$$

A exemplificação de cenários com correlações distintas, pode ser vista na figura 2:

Figura 2 - Correlação entre ativos



Fonte: diagrammm.com

Markowitz (1952) propõe, portanto, que o risco de um portfólio pode ser minimizado ou maximizado a depender da correlação e covariância que os ativos presentes naquele portfólio possuem entre si. A fórmula proposta por Markowitz (1952) para o cálculo do risco de uma carteira pode ser vista abaixo:

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (7)$$

Sendo que:

V = Risco da carteira (Variância)

W = Peso do ativo

σ_{ij} = Covariância entre o par de ativos

Como a fórmula do risco é definida como o somatório da multiplicação das ponderações de dois ativos, multiplicados pelas suas covariâncias somadas às variâncias dos ativos individuais multiplicadas pelas suas respectivas ponderações elevadas ao quadrado, a adição de novos ativos na carteira dilui as ponderações e arrefece seus produtos com as covariâncias (PEREIRA; HENRIQUE, 2016). Sendo assim, o investidor se beneficia ao possuir uma carteira que seja composta por ativos negativamente correlacionados, pois a baixa correlação reduz o risco do portfólio sem diminuir o retorno de maneira proporcional (SILVA, 2008).

Apesar de o risco da carteira poder ser minimizado por meio da diversificação de ativos que compõe a estratégia, apenas o risco não-sistemático possui esta

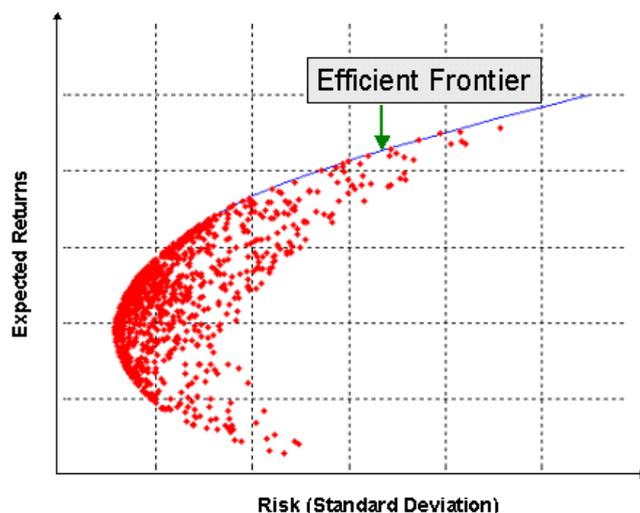
característica. O risco sistemático não pode ser mitigado (CASAROTTO; KOPITTKKE, 2010).

2.1.4. Diversificação de Carteiras e Fronteira Eficiente

Tendo em mente a ideia da combinação de diferentes ativos para garantir uma otimização na montagem das carteiras, Markowitz (1952) entendeu que existiam infinitas combinações dos mesmos ativos gerando carteiras diferentes. As proporções – ou pesos – que cada um dos ativos poderia ter dentro do portfólio definiriam uma estratégia específica e, obviamente, cada uma dessas estratégias teria um nível de risco único com retorno esperado único. Buscando as combinações mais eficientes para cada perfil de risco, o matemático criou o conceito da Fronteira Eficiente.

Em um gráfico no qual o eixo das abscissas representa o desvio padrão e o das ordenadas, o retorno esperado, a plotagem das carteiras montadas com diferentes proporções se dispersa de forma a representar uma nuvem de portfólios, sendo que cada ponto dentro dessa nuvem é uma carteira específica. A figura 3 representa as diferentes combinações de mesmos ativos dentro das carteiras gerando portfólios únicos, com riscos e retornos específicos.

Figura 3 - Fronteira Eficiente



Fonte: financetrain.com

A grande conclusão a ser feita é que, para cada nível de risco ou de retorno exigido, existe uma carteira em que a relação risco x retorno é a mais eficiente

possível. A junção de cada um desses pontos forma a fronteira eficiente que, na prática, sinaliza a melhor composição do portfólio para cada nível de risco. Para Assaf Neto (2007, pg. 253) “na fronteira eficiente é possível selecionar uma carteira que apresente, para determinado retorno, o melhor risco possível”. Dentre as infinitas carteiras montadas não existe razão para um investidor escolher uma carteira que está no interior da fronteira pois, para o mesmo risco assumido terá uma carteira com um retorno superior ou para o mesmo rendimento haverá uma carteira com um risco menor. Caminhando sob a fronteira o investidor consegue escolher seu nível de risco e saber exatamente a proporção que cada ativo deve ter dentro de seu portfólio.

2.2. Índices de Risco x Retorno

O trabalho de Markowitz (1952) motivou e embasou o estudo de outros intelectuais. Dentre eles, William Sharpe e Jack Treynor, desenvolveram, de forma independente, mas semelhante, teorias que se somaram à de Markowitz em busca de uma eficiência maior na montagem de carteiras.

2.3. Índice de Sharpe

Willian F. Sharpe (1964) se utilizou do modelo de Markowitz (1952) para desenvolver outros pilares para a gestão de portfólio e seleção de ativos. Uma das principais contribuições de Sharpe (1964) foi o desenvolvimento de um modelo de precificação de ativos relacionando seu risco e seu retorno denominado *Capital Asset Prices Model* (CAPM). No desenvolvimento do CAPM, Sharpe (1964) estrutura a medida de risco beta – risco sistemático – e busca encontrar o prêmio que deve ser pago por um determinado ativo para que valha a pena se expor ao risco expresso por este mesmo investimento. No modelo construído, são consideradas as variáveis de retorno do ativo, bem como o coeficiente beta do ativo em questão e a taxa livre de risco, que seria o investimento mais seguro possível. A fórmula do CAPM é a seguinte:

$$R_i = R_f + \beta_i(R_m - R_f) \quad (8)$$

Onde

R_i = retorno esperado do investimento

R_f = retorno do Ativo Livre de Risco

β_i = Beta do ativo

R_m = retorno esperado do mercado

Ao analisar a fórmula proposta por Sharpe (1964) fica evidente de que o investidor só tende a se expor ao risco, caso seu retorno seja superior ao da taxa livre de risco, que no Brasil pode ser considerada como a Taxa Selic ou o CDI. Além disso, é importante entender de que maneira o ativo em questão se relaciona com o mercado por meio do coeficiente beta. Caso um ativo tenha o coeficiente Beta maior, seu risco será maior frente ao mercado e, por esta razão, o investidor demandará um retorno maior para se expor ao risco daquele investimento.

Baseado no modelo do CAPM, Sharpe (1966) desenvolveu o índice que leva seu nome e, com ele, buscou entender a relação de risco x retorno de um determinado investimento. O Índice de Sharpe (IS) representa a relação de risco e retorno de um investimento e sua função é medir o excesso de retorno por cada unidade de risco total assumida em um investimento (GASPAR; SANTOS; RODRIGUES, 2014). De forma simples, Sharpe busca medir o quão bem um investimento específico remunerou seus investidores pelo risco corrido. O índice é calculado como o retorno do ativo menos o retorno livre de risco dividido pelo desvio padrão do ativo. A fórmula do Índice Sharpe pode ser vista abaixo:

$$IS = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (9)$$

Onde,

R_p = Retorno do ativo

R_f = Retorno do ativo livre de risco

σ_p = Volatilidade do ativo

Entende-se, portanto, que quanto maior o Índice Sharpe, melhor a relação risco-retorno de um ativo.

2.3.1. Índice de Treynor

Jack Treynor (1965) desenvolveu, também, um índice que buscou compreender a relação risco e retorno de um investimento (GUIMARÃES JÚNIOR; CARMONA; GUIMARÃES, 2015). Utilizando as premissas do CAPM, Treynor (1965) construiu o índice que leva seu nome utilizando a medida de risco apenas como o coeficiente beta, diferentemente de Sharpe (1966) que considera o desvio padrão – risco total – como a medida de risco para buscar eficiência. Para Treynor (1965) caso a carteira seja bem diversificada, o único risco que importa é o sistemático, pois não pode ser extinguido. O Índice de Treynor (IT) é representado pela seguinte fórmula:

$$IT = \frac{R_i - R_f}{\beta_i} \quad (10)$$

Onde,

R_i = Retorno do ativo

R_f = Retorno do ativo livre de risco

β_i = Coeficiente beta do ativo

De forma semelhante ao IS, quanto maior o IT, melhor é a relação risco-retorno de um ativo.

3. METODOLOGIA

Há várias formas de categorizar uma pesquisa. De acordo com Silveira e Córdova (2009), a categorização de um estudo se baseia na abordagem e na natureza da pesquisa. Com relação à abordagem, as pesquisas podem ser qualitativas ou quantitativas, sendo que na primeira, não há preocupação com a representatividade

numérica, mas na segunda, há imensa preocupação, pois os resultados podem ser quantificados. Já a natureza, pode ser definida como básica ou aplicada, sendo que a básica tem o objetivo de gerar novos conhecimentos para a ciência, enquanto a aplicada tem o objetivo de aplicar um conhecimento prévio para solucionar um problema específico.

No caso do trabalho aqui descrito, quanto à abordagem, a pesquisa é quantitativa, já que existe uma grande representatividade numérica (retorno e risco dos ativos, proporções ideias etc.) e quanto a sua natureza, a pesquisa é aplicada, pois utiliza dos conhecimentos de otimização de carteira para resolver um problema definido.

Para entender se a inserção dos três ativos globais de fato melhoraria o Índice de Sharpe da carteira de ações brasileiras, foi utilizada o Software Microsoft Excel. Com a ferramenta Solver, foi possível resolver o seguinte problema:

$$Max IS = \frac{Rp-Rf}{\sigma p} \quad (11)$$

$$\sigma p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}} \quad (12)$$

$$E' = \sum_{i=1}^j x_i E(r_i) \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^j x_i = 1 \quad (14)$$

$$2\% \leq x_i \leq 15\% \quad (15)$$

A equação 11 demonstra o Índice de Sharpe, que foi maximizado em cada uma das carteiras, a fim de encontrar a melhor proporção para os portfólios. As otimizações seguiram a teoria de Markowitz, seguindo as fórmulas risco e retorno

explicitados em suas publicações. O risco e o retorno das carteiras é exibido nas fórmulas 12 e 13, respectivamente. As equações 14 e 15 se referem às restrições do problema, que definem que a soma dos ativos não pode ultrapassar 100% e que o peso de cada ativo não pode ser menor do que 2% do portfólio total nem maior do que 15%.

A coleta de dados foi realizada por meio do Software Profit para os ativos nacionais, por meio do site ishares.com para os ativos internacionais e por meio do site do Banco Central para a Taxa Selic. O período do estudo foi entre 30/12/2015 e 30/12/2021

Neste estudo, o desenvolvimento foi dividido em quatro etapas: Definição dos Ativos, Coleta de Dados, Montagem do Modelo e Processamento de Dados.

4. DESENVOLVIMENTO

4.1. Definição dos Ativos

Em busca do objeto do estudo, foi necessário fazer a seleção e definição dos ativos que iriam compor a carteira a ser avaliada. Para isso, foi escolhida uma carteira real de uma gestora de investimentos de Brasília que permitiu o acesso às informações.

A gestora em questão começou seus trabalhos em 2018, em Brasília, após a migração do modelo de consultoria CVM para gestora de investimentos. O foco da empresa é o desenvolvimento de carteiras administradas e fundos exclusivos para pessoas físicas que possuem patrimônio financeiro disponível para investir mínimo de 250 mil reais. O trabalho se inicia com um estudo de estruturação patrimonial e planejamento financeiro, para depois construir uma carteira de ativos que atendam às necessidades dos clientes de maneira personalizada e individual.

A carteira de ações escolhida foi construída para um grupo de clientes que gostaria de expor uma parte de seu patrimônio ao mercado de renda variável visando uma valorização a longo prazo. O portfólio possui 21 ativos que são negociados na bolsa de valores brasileira, a Brasil, Bolsa, Balcão (B3) e se dividem em diversos

setores da economia real. Na tabela abaixo é possível visualizar cada uma das empresas da carteira bem como seus segmentos de atuação.

Quadro 01 – Ações Participantes das Carteiras

Ticker da Ação	Empresa	Mercado de Atuação
ABEV3	AMBEV	Alimentos
BBAS3	Banco do Brasil SA	Bancário
BBDC3	Banco Bradesco SA	Bancário
BBSE3	BB Seguridade	Seguros
CMIG4	Companhia Energética de Minas Gerais S.A.	Energia
CPFE3	CPFL Energia	Energia
CPLE6	Companhia Paranaense de Energia	Energia
CSAN3	Cosan S.A.	Logística
EGIE3	Engie Brasil Energia	Energia
ENGI11	Grupo Energisa	Energia
EQTL3	Equatorial Energia	Energia
GOAU4	Metalúrgica Gerdau S.A.	Metalurgia
ITSA4	Itaúsa	Bancário
ITUB3	Itaú Unibanco	Bancário
JBSS3	JBS S.A.	Alimentos
KLBN11	Klabin S/A	Papel e Celulose
RADL3	RaiaDrogasil	Farmacêutico
SANB11	Santander Brasil	Bancário
SBSP3	Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo	Saneamento
TAAE11	Transmissora Aliança de Energia Elétrica S.A.	Energia
VIVT3	Telefônica Brasil	Telefonia

Fonte: O Autor (2022)

Além das ações brasileiras citadas acima, foram selecionados 3 *Exchanged Traded Funds* (ETFs) que refletem a exposição a mercados internacionais. De acordo com o site da BlackRock, empresa estadunidense que detém o título de maior gestora de ativos do mundo com um total de mais de 10 trilhões de dólares sob administração “Os ETFs são fundos de investimentos que investem em uma cesta de ações, títulos ou outro ativos. ETFs são negociados em uma bolsa de valores, assim como ações”. Os ETFs, portanto, tem a capacidade de sintetizar o desempenho de um determinado mercado ao se expor a uma cesta de ativos específicos, podendo representar diferentes áreas da economia, como a de commodities (se expondo ao preço do ouro ou outros metais, por exemplo), algum setor específico como o bélico, podendo se expor a empresas relacionadas a esta atividade fim ou até mesmo países, selecionando ativos que traduzam a realidade do mercado local.

Os três ETFs em questão são negociados em uma das bolsas dos Estados Unidos chamada New York Stock Exchange ARCA (NYSEARCA). Os três ativos se expõem a empresas específicas de cada região e tem o objetivo de demonstrar como o mercado daquele local se comporta. No quadro abaixo pode-se encontrar as informações dos ativos em questão.

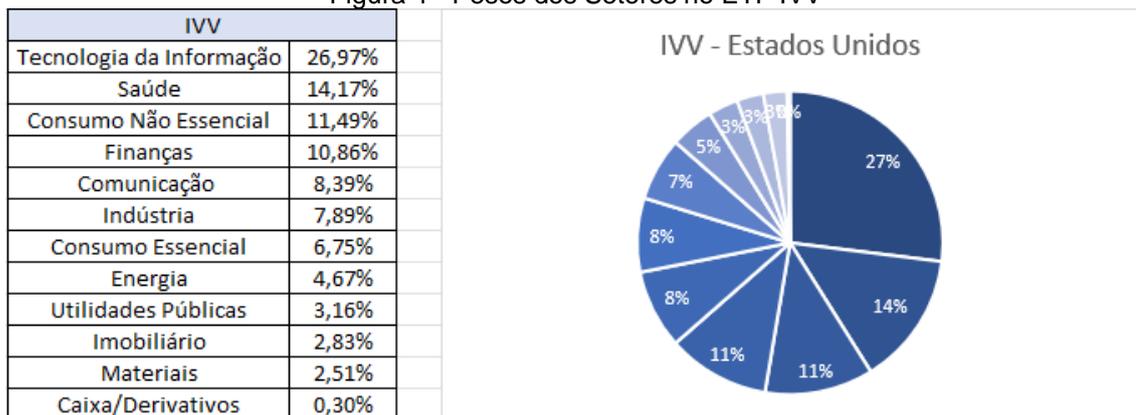
Quadro 02 – ETFs Participantes das Carteiras

Ticker do ETF	Nome do ETF	Objetivo
IVV	iShares Core MSCI S&P 500 ETF	Se expor às 500 maiores empresas dos Estados Unidos para retratar o mercado local
IEURP	iShares Core MSCI Europe ETF	Se expor a mais de 1000 empresas da Europa para retratar o mercado local
MCHI	iShares MSCI China ETF	Se expor a mais de 600 empresas da China para retratar o mercado local

Fonte: O Autor (2022)

Os pesos de cada setor da economia na cesta de ativos que compõe os ETFs podem ser vistos nos gráficos e tabelas abaixo realizados a partir dos dados do site da BlackRock:

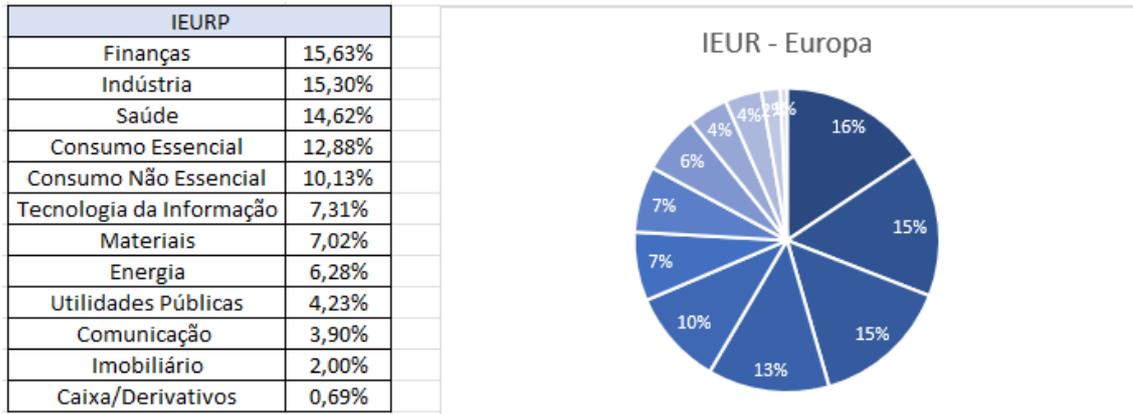
Figura 4 - Pesos dos Setores no ETF IVV



Fonte: O Autor (2022)

Figura 5 - Pesos dos Setores no ETF IEUR

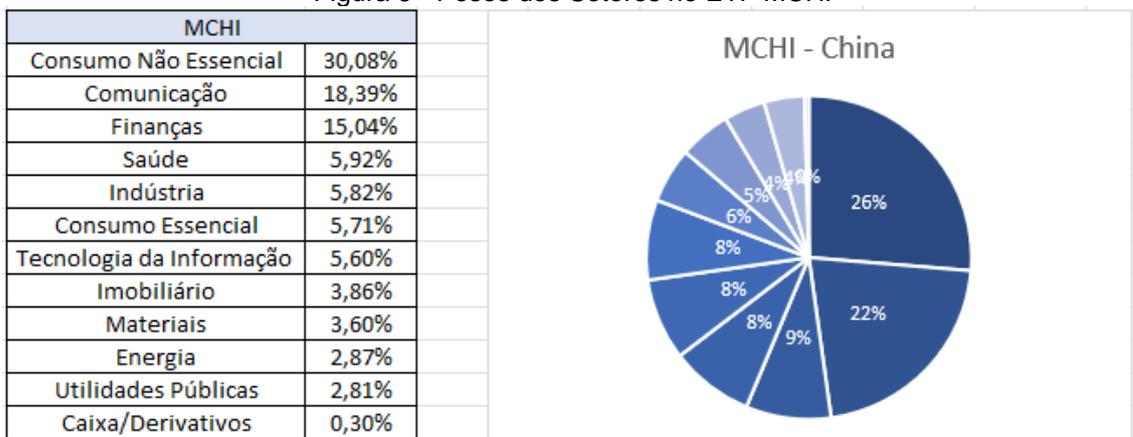
O ETF IVV foi construído a fim de mimicar o índice S&P 500, criado pela agência de rating *Standard & Poor's*, possuindo 500 empresas dos Estados Unidos qualificados devido ao tamanho de mercado e liquidez.



Fonte: O Autor (2022)

O ETF IEUR se expõe ao índice de mercado MSCI Europe o qual é desenvolvido por meio da metodologia *Global Investable Market Indexes* (GIMI) que busca uma representação consistente e real do mercado de um determinado local, se expondo a empresas pequenas, médias e grandes, considerando liquidez e capitalização de mercado. O índice é rebalanceado nos meses de fevereiro, maio, agosto e novembro.

Figura 6 - Pesos dos Setores no ETF MCHI



Fonte: O Autor (2022)

O ETF MCHI se expõe ao índice de mercado MSCI China o qual é desenvolvido por meio da metodologia *Global Investable Market Indexes* (GIMI) que busca uma representação consistente e real do mercado de um determinado local, se expondo a

empresas pequenas, médias e grandes, considerando liquidez e capitalização de mercado. O índice é rebalanceado nos meses de fevereiro, maio, agosto e novembro.

Apesar de existirem outros ativos que retratam os mercados Americano, Europeu e Chinês, estes foram escolhidos pois, além de serem gerenciados pela BlackRock, uma gestora extremamente renomada, são ativos que foram recomendados pelo gestor responsável pela gestora de Brasília que forneceu a carteira inicial no estudo. Para ele, por conta da alta liquidez dos papéis e transparência de suas exposições, retratam de maneira fidedigna os mercados a serem estudados.

Para a elaboração do modelo, foram criadas 5 carteiras. São elas:

- a) Carteira Inicial: composta pelas 21 ações brasileiras (21 ativos);
- b) Carteira IVV: composta pela carteira inicial acrescida do ETF IVV (22 ativos);
- c) Carteira IEUR: composta pela carteira inicial acrescida do ETF IEUR (22 ativos);
- d) Carteira MCHI: composta pela carteira inicial acrescida do ETF MCHI (22 ativos);
- e) Carteira Completa: composta pela carteira inicial acrescida dos ETFs IVV, IEUR e MCHI (24 ativos)

4.2. Coleta de Dados

Para a elaboração do modelo, fez-se necessário a coleta do histórico de preços de fechamento de cada um dos ativos entre o período de 30/12/2015 até 30/12/2021 totalizando 1486 dias úteis. O período de coleta de dados foi escolhido para se ter uma base de dados maior e mais confiável, já que quanto maior a quantidade de informações, mais precisa será a análise. Para tal coleta, foi utilizado o software Profit, programa da empresa Neologica utilizado para realizar operações no mercado de ações para a cotação dos preços das ações e o site ishares.com da gestora Blackrock para obter os dados relativos aos ETFs.

Utilizando a ferramenta de exportação de dados, foram obtidos todos os preços de fechamento e criada uma planilha no *Software Microsoft Excel* para serem consolidados e, posteriormente, tratados.

4.3. Montagem do Modelo

Para estruturar a análise e realizar os cálculos dos diversos cenários, utilizou-se a planilha do *Excel* na qual todos os preços de fechamento entre as duas datas para cada um dos 24 ativos foi apresentada na aba “Ativos”

O primeiro passo foi tratar os dados brutos e obter as duas principais medidas para a análise posterior, o retorno e o risco. O retorno de cada um dos ativos, apresentados na aba “Retorno” foi obtido por meio da fórmula do logaritmo natural utilizado na série histórica. Com isso, foi possível primeiramente obter os retornos diários que, ao serem somados, evidenciaram os retornos no período. Após encontrar os retornos no período calculou-se o retorno médio de cada um dos ativos por meio da função MÉDIA.

Para o cálculo do risco dos ativos, criou-se a aba “Risco” e utilizou-se da função DESVPAD.A em cada um dos ativos para obter desvio padrão dos retornos dos ativos. Com o desvio padrão dos ativos e o retorno médio de cada um deles, foi possível prosseguir na análise.

O terceiro passo foi construir a matriz de covariância para entender a relação entre cada um dos ativos. Para isso, utilizou-se, no *software Microsoft Excel*, a ferramenta de Análise de Dados. Com a ferramenta, foi possível selecionar, na aba retorno, todos os dados dos ativos e o sistema calculou a matriz de covariância. A matriz é espelhada, mas como o software só calcula uma metade, fez-se necessário a complementação dos dados utilizando a opção de Colar Especial Transpor. Com a matriz de covariância dos ativos pronta e os riscos e retornos individuais de cada um dos ativos calculados, o próximo passo foi a montagem de 5 abas excedes – cada uma para uma das carteiras a serem otimizadas – para realizar os cálculos dos riscos e retornos dos ativos e deixá-los automatizados para que o sistema pudesse obter as informações necessárias.

Na montagem das abas referentes às carteiras, foram calculados os retornos e os riscos das carteiras utilizando as seguintes fórmulas:

- a) Retorno das Carteiras: utilizou-se a fórmula SOMARPRODUTO(retornos dos ativos; pesos dos ativos) para obter uma média ponderada entre os retornos individuais dos ativos e seus respectivos pesos dentro do portfólio;
- b) Desvio Padrão das Carteiras: a fórmula utilizada para calcular o risco das carteiras foi $RAIZ (MATRIZ.MULT(MATRIZ.MULT(TRANSPOR(pesos dos ativos); matriz de covariância); pesos dos ativos))$;
- c) Índice de Sharpe dos Ativos: retorno médio do ativo menos o retorno da taxa livre de risco divididos pelo desvio padrão do ativo;
- d) Índice de Sharpe da Carteira: retorno médio da carteira menos o retorno da taxa livre de risco divididos pelo desvio padrão da carteira.

Ainda nos cálculos dos dados necessários para otimizar as carteiras, foi obtido o valor da Taxa Selic entre as datas por meio do site do Banco Central do Brasil. A taxa entre as duas datas foi de 51,68% no período, mas, para que pudesse se relacionar com o desvio padrão e o retorno médio diários, a taxa foi diarizada e fixada no valor de 0,0280% ao dia. A taxa tem importância pois foi considerada como ativo livre de risco para os cálculos do Índice de Sharpe que serão apresentados posteriormente.

Por fim, foram definidas alocações mínimas e máximas que cada uma das ações poderia ter no portfólio que foram respectivamente 2% e 15% do portfólio total. Este intervalo foi dado pelo diretor de gestão da gestora que forneceu a carteira a ser otimizada.

Na imagem abaixo é possível visualizar uma das abas contendo a estrutura previamente descrita com função de concretizar a construção.

Figura 7 - Representação do modelo da Carteira Inicial

Ativos	Rentabilidade Período	Retornos Médios Diários	Desvio Padrão	Pesos	Alocação Mínima	Alocação Máxima	Sharpe	Selic Diária	0,0280%
ABEV3	-0,65%	-0,0004%	1,82%	4,76%	2%	15%	-0,0156		
BBAS3	90,54%	0,0609%	2,85%	4,76%	2%	15%	0,0115		
BBDC3	61,65%	0,0415%	2,32%	4,76%	2%	15%	0,0058		
BBSE3	28,73%	0,0193%	1,93%	4,76%	2%	15%	-0,0045		
CMIG4	129,39%	0,0871%	2,92%	4,76%	2%	15%	0,0202		
CPFE3	80,15%	0,0539%	1,77%	4,76%	2%	15%	0,0147		
CPLE6	143,78%	0,0968%	2,52%	4,76%	2%	15%	0,0273		
CSAN3	139,89%	0,0941%	2,39%	4,76%	2%	15%	0,0277		
EGIE3	68,37%	0,0460%	1,52%	4,76%	2%	15%	0,0118		
ENGI11	127,89%	0,0861%	1,98%	4,76%	2%	15%	0,0293		
EQTL3	126,07%	0,0848%	1,78%	4,76%	2%	15%	0,0319		
GOAU4	219,36%	0,1476%	3,40%	4,76%	2%	15%	0,0352		
ITSA4	86,29%	0,0581%	2,00%	4,76%	2%	15%	0,0150		
ITUB4	77,69%	0,0523%	2,10%	4,76%	2%	15%	0,0115		
JBSS3	124,49%	0,0838%	3,28%	4,76%	2%	15%	0,0170		
KLBN11	28,93%	0,0195%	2,01%	4,76%	2%	15%	-0,0043		
RADL3	120,92%	0,0814%	1,97%	4,76%	2%	15%	0,0270		
SANB11	97,38%	0,0655%	2,38%	4,76%	2%	15%	0,0158		
SBSP3	87,23%	0,0587%	2,49%	4,76%	2%	15%	0,0123		
TAE11	138,83%	0,0934%	1,55%	4,76%	2%	15%	0,0423		
VIVT3	83,09%	0,0559%	1,91%	4,76%	2%	15%	0,0146		
Portfólio	98,06%	0,07%	1,51%	100,0%			0,025197		

Fonte: O Autor (2022)

4.4. Processamento de Dados

Para executar as otimizações das carteiras a fim de entender de que forma o Índice de Sharpe seria afetado a depender das proporções dos ativos, foi utilizada a ferramenta *Solver* na aba “Dados”. A ferramenta em questão busca maximizar ou minimizar uma função objetivo específica considerando restrições adicionadas ao sistema e alterando variáveis de decisão a fim de entregar as soluções ótimas. Nas 5 carteiras otimizadas os parâmetros foram os seguintes:

$$\text{Max } IS = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p};$$

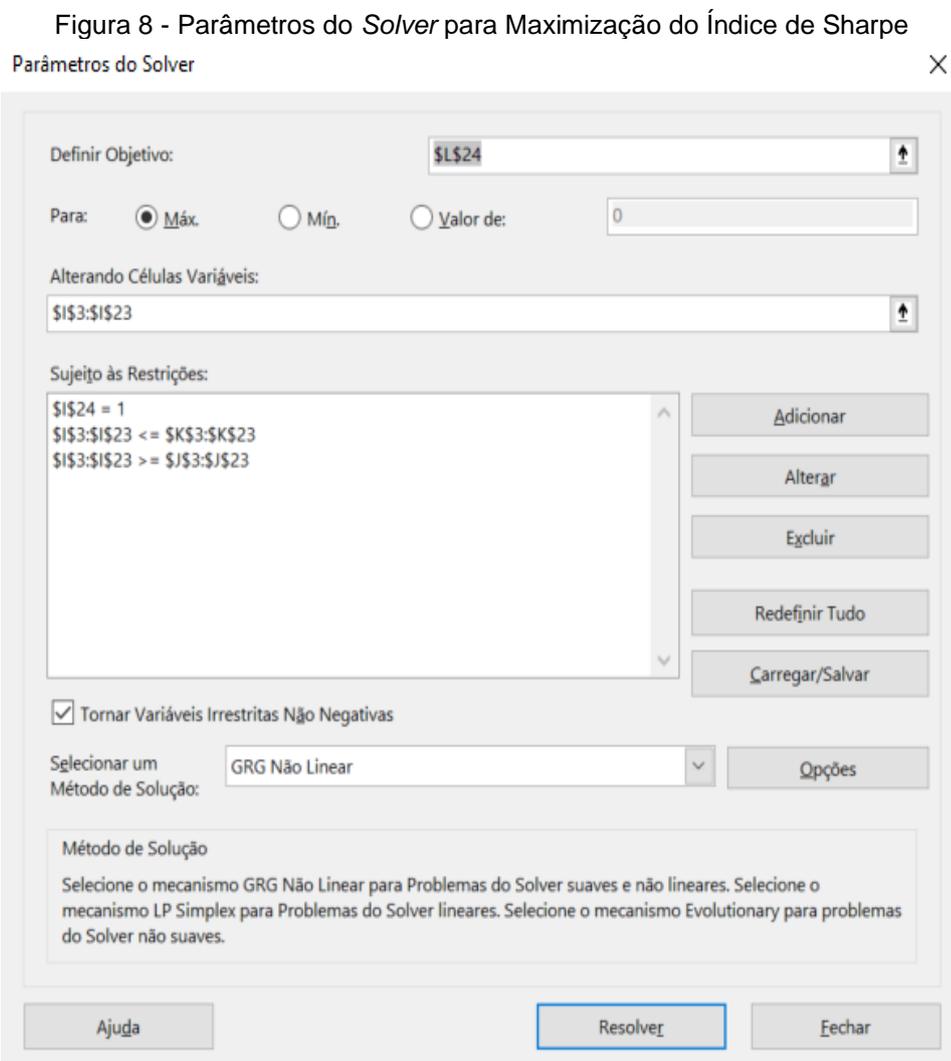
Sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^j x_i = 1$$

$$2\% \leq x_i \leq 15\%$$

- a) Função Objetivo: maximização do Índice de Sharpe total da carteira, calculado a partir da subtração do retorno da carteira pelo ativo livre de risco divididos pelo desvio padrão da carteira;
- b) Restrições: os percentuais de cada ativo deveriam ser maiores do que 2% e menores do que 15% da carteira total. Além disso, a soma dos pesos dos ativos não poderia ultrapassar 100%, o que representa que o investidor não está operando alavancado, ou seja, não possui dinheiro emprestado na operação;
- c) Variáveis de Decisão: os pesos dos ativos.

Na figura abaixo é possível observar as restrições e a função objetivo que foram modeladas a fim de otimizar os pesos das carteiras:



Fonte: O Autor (2022)

Com todas as abas prontas automatizadas e os parâmetros do *Solver* definidos para cada uma das carteiras, o modelo foi executado para entender qual das estruturas teria uma relação risco e retorno mais interessante.

5. RESULTADOS

5.1. Análise dos Ativos

Ao utilizar-se dos dados coletados de preços de fechamento diários de cada ativo, foi possível compreender como cada um deles se comporta tanto em rentabilidade quanto em risco. Na tabela abaixo estão ranqueados todos os ativos utilizados no estudo por retorno e risco decrescentes.

Figura 9 - Retorno dos Ativos em Ordem Decrescente

Ativos	Rentabilidades	Retornos Médios Diários
GOAU4	219,36%	0,1476%
CPLE6	143,78%	0,0968%
CSAN3	139,89%	0,0941%
TAE11	138,83%	0,0934%
CMIG4	129,39%	0,0871%
ENGI11	127,89%	0,0861%
EQTL3	126,07%	0,0848%
JBSS3	124,49%	0,0838%
RADL3	120,92%	0,0814%
SANB11	97,38%	0,0655%
IVV	94,68%	0,0637%
BBAS3	90,54%	0,0609%
SBSP3	87,23%	0,0587%
ITSA4	86,29%	0,0581%
VIVT3	83,09%	0,0559%
CPFE3	80,15%	0,0539%
ITUB4	77,69%	0,0523%
EGIE3	68,37%	0,0460%
BBDC3	61,65%	0,0415%
MCHI	50,11%	0,0337%
IEUR	45,19%	0,0304%
KLBN11	28,93%	0,0195%
BBSE3	28,73%	0,0193%
ABEV3	-0,65%	-0,0004%

Fonte: O Autor (2022)

Figura 10 - Desvio Padrão dos Ativos em Ordem Decrescente

Ativos	Desvio-Padrão
GOAU4	3,40%
JBSS3	3,28%
CMIG4	2,92%
BBAS3	2,85%
CPLE6	2,52%
SBSP3	2,49%
CSAN3	2,39%
SANB11	2,38%
BBDC3	2,32%
ITUB4	2,10%
KLBN11	2,01%
ITSA4	2,00%
ENGI11	1,98%
RADL3	1,97%
BBSE3	1,93%
VIVT3	1,91%
ABEV3	1,82%
EQTL3	1,78%
CPFE3	1,77%
TAE11	1,55%
EGIE3	1,52%
MCHI	1,32%
IVV	1,16%
IEUR	1,13%

Fonte: O Autor (2022)

Analisando as figuras acima é possível perceber que o ativo com maior rentabilidade no período foi GOAU4 que obteve 219,16% de rentabilidade no período e um retorno médio de 0,1476% ao dia. Além disso, a ação também foi a que possuiu o maior risco, entregando um desvio padrão de 3,40%. Por outro lado, o ativo que possuiu o pior retorno entre a amostra foi ABEV3 que entregou -0,65% de rentabilidade no período com um risco de 1.82%.

No entanto, cabe a análise das relações de risco e retorno entre os ativos, já que o intuito do estudo não é a compreensão dos retornos e riscos isolados, mas de que forma a relação entre os dois funciona. Como pode ser visto na tabela abaixo, o ativo com a melhor relação risco e retorno medida pelo Índice de Sharpe é a TAE11, que não é a com maior rentabilidade nem menor risco no período. GOAU4 aparece em segundo lugar quando o ranqueamento por Sharpe é feito. Além disso, ativos

como EQTL3 e IVV também estão entre os melhores índices de Sharpe mesmo sem possuírem as melhores rentabilidades.

Figura 11 - Índice de Sharpe dos Ativos em Ordem Decrescente

Ativos	Sharpe
TAE11	0,0423
GOAU4	0,0352
EQTL3	0,0319
IVV	0,0308
ENGI11	0,0293
CSAN3	0,0277
CPLE6	0,0273
RADL3	0,0270
CMIG4	0,0202
JBSS3	0,0170
SANB11	0,0158
ITSA4	0,0150
CPFE3	0,0147
VIVT3	0,0146
SBSP3	0,0123
EGIE3	0,0118
ITUB4	0,0115
BBAS3	0,0115
BBDC3	0,0058
MCHI	0,0043
IEUR	0,0021
KLBN11	-0,0043
BBSE3	-0,0045
ABEV3	-0,0156

Fonte: O Autor (2022)

Ainda, analisando a tabela dos desvios padrões fica claro que o investidor não tende a olhar só para o menor risco ou o maior retorno, já que ambos estão relacionados. Por exemplo, caso uma decisão de escolha de investimentos estivesse entre os ativos CSAN3 e SANB11, que possuem quase o mesmo risco, com desvios padrões de 2,39% e 2,38% respectivamente, o investidor deve analisar seus retornos também, que são de 139,89% e 97,38%, ou seja, CSAN3 remunera muito melhor seu investidor para um nível de risco praticamente idêntico ao investidor de SANB11. Essa discrepância fica evidente ao analisarmos o índice de Sharpe dos dois ativos, evidenciando uma relação risco retorno melhor para o ativo CSAN3.

Ao analisar os ativos globais, representados pelos ETFs IVV, IEUR e MCHI, percebe-se que dentre os 24 ativos estudados, esses possuem o menor desvio padrão. MCHI e IEURP, no entanto, apresentam um retorno modesto, ocupando a 20ª

e 21ª posição, enquanto IVV ocupa a 11ª, o que esclarece a razão de seu alto Índice de Sharpe: um bom retorno com baixo risco.

5.2. Análise das Carteiras

Com as informações dos ativos, foi possível começar o processo de otimização das carteiras buscando a combinação que maximizasse seus respectivos índices de Sharpe. A primeira a ser otimizada foi a Carteira Inicial, seguida pelas Carteiras IVV, IEUR, MCHI e por fim, a Carteira Completa, contendo todos os ativos do estudo.

Com a otimização executada, as carteiras foram classificadas de acordo com seus Índices de Sharpe, buscando entender qual, dentre todas elas, possuía o índice mais elevado.

Figura 12 - Índices de Sharpe das Carteiras em Ordem Decrescente

Carteira	Sharpe
Carteira IVV	0,0425724
Carteira Completa	0,0423296
Carteira Inicial	0,0397255
Carteira IEUR	0,0396988
Carteira MCHI	0,0396838

Fonte: O Autor (2022)

Na tabela acima, é possível visualizar a ordem das carteiras, da melhor para a pior. A carteira IVV, foi a mais eficiente em termos de relação risco retorno e possuiu o maior índice de Sharpe. Um dos pontos que pode ter levado a isso foi o índice de Sharpe do ETF IVV, que foi o melhor dentre os outros ativos de mesma classe, superando seus concorrentes sendo aproximadamente 7 vezes maior do que o índice de MCHI e quase 15 vezes maior do que o índice de IEUR. A carteira completa, contemplando todos os ativos, ficou em segundo lugar, sendo que o ativo IVV foi alocado pelo modelo com a porcentagem máxima permitida (15%) e manteve IEUR e MCHI nas porcentagens mínimas (2%).

A carteira inicial, composta apenas pelas 21 ações brasileiras ocupou a terceira posição, com os ativos GOAU4, TAEE11, RADL3, ENGI11 e EQTL3 representando,

juntos, 68% da carteira. Por fim, as carteiras IEUR e MCHI ocuparam, respectivamente o quarto e o quinto lugar na classificação por uma melhor relação de risco e retorno, sendo que nas duas carteiras, seus ETFs – IEUR e MCHI – foram colocados pelo programa na porcentagem mínima permitida de 2%.

Ao analisar os resultados dos Índices de Sharpe das carteiras, há um fato curioso que ocorre ao se comparar as carteiras IEUR e MCHI, evidenciando uma das limitações do indicador de performance. Ao observar os ETFs IEUR e MCHI individualmente, fica evidente que o ETF que representa o mercado europeu (IEUR) possui um Índice de Sharpe menor do que o que representa o mercado chinês (MCHI) assumindo valores de 0,0021 e 0,0043 respectivamente. No entanto ao rodar a otimização, a Carteira IEUR entrega um Sharpe ligeiramente maior do que Carteira MCHI. Isto se dá pois o Índice de Sharpe não considera a correlação e covariância entre os ativos e, por isso, ao rodar a otimização com base no modelo de Markowitz, como o ETF IEUR possui uma menor correlação e covariância com os outros ativos da carteira do que o ETF MCHI, esse reduz o risco da carteira em que se encontra, entregando um Sharpe melhor. De acordo com Varga (2001, pg. 229) “Quanto maior a correlação entre o ativo que está sendo avaliado e a carteira corrente, maior é a importância do Índice de Sharpe como indicador para a seleção de um investimento. Se a correlação é muito baixa ou negativa, um ativo com pequeno Índice de Sharpe pode tornar ainda maior o Índice de Sharpe final de toda a carteira”.

Ainda analisando as carteiras otimizadas e seus indicadores, é possível perceber informações relevantes. Apesar de a Carteira IVV ter sido a com melhor índice de Sharpe, foi a carteira que possuiu o segundo pior retorno, acumulando no período um ganho de 123,02%, ganhando apenas da Carteira Completa. A Carteira Inicial apresentou a melhor rentabilidade, com um total de 127,63% enquanto as carteiras IEUR e MCHI tiveram rentabilidades extremamente parecidas, acumulando, respectivamente, 126,00% e 126,09%. Finalmente, a Carteira Completa entregou o pior retorno acumulado, com um total de 119,22%.

Ao se falar de risco, o desvio padrão das carteiras também traz uma visão dos ativos que as compõe. A carteira com o menor risco foi a Completa, que finalizou os testes com um desvio padrão de 1,2329%. Já a Carteira Inicial, foi que apresentou o maior risco, totalizando 1,4562% de desvio padrão. As carteiras compostas com a

adição dos ETFs tiveram desvios padrões de 1,4317% para a MCHI que ocupou o segundo lugar em risco de carteira, seguida pela IEUR com um risco de 1,4295% ocupando o terceiro lugar e pela IVV que obteve um desvio padrão de 1,2860% ficando em quarto lugar. A tabela abaixo mostra os indicadores principais das carteiras otimizadas.

Figura 13 - Indicadores das Carteiras Otimizadas

Carteira	Retorno no Período	Retorno Médio Diário	Desvio Padrão	Sharpe
Carteira IVV	123,02%	0,0828%	1,2860%	0,0425724
Carteira Completa	119,22%	0,0802%	1,2329%	0,0423296
Carteira Inicial	127,63%	0,0859%	1,4562%	0,0397255
Carteira IEUR	126,00%	0,0848%	1,4295%	0,0396988
Carteira MCHI	126,09%	0,0849%	1,4317%	0,0396838

Fonte: O Autor (2022)

Comparando os resultados obtidos, percebe-se que aquelas carteiras que possuem maior rentabilidade são as que entregam um maior risco para o investidor, fazendo com que o índice de Sharpe seja uma métrica interessante para escolher qual das carteiras investir. Assumindo que o investidor é avesso ao risco, uma vez que se tem uma carteira com retorno maior e o risco menor a decisão de investimento se torna mais simples, mas quando o retorno é maior e o risco também, a análise da relação risco retorno auxilia o investidor ao tomar a decisão de qual carteira pagará mais pela unidade de risco a ser corrido.

No entanto, após os cálculos do índice de Sharpe percebe-se que nenhuma das carteiras, no período de estudo, apresentou um Sharpe que justificasse o investimento. Apesar de todas as carteiras entregarem um Sharpe positivo, as cinco ficaram entre 0 e 1, isso significa que para cada unidade de risco o investidor está sendo remunerado menos que uma unidade de retorno, representando uma carteira sub-ótima. Um fato que reduz ainda mais a relação risco e retorno via índice de Sharpe no Brasil é que a taxa livre de risco (neste trabalho sendo representada como a Selic) é extremamente alta quando comparada com países mais desenvolvidos, como Estados Unidos e Europa. Isso se deve pelo cenário macroeconômico brasileiro, o que gera níveis altos de inflação e instabilidade política e econômica e, conseqüentemente, um aumento na taxa básica de juros. Portanto, ao se optar por correr um risco maior nos investimentos brasileiros, é importante analisar o custo de oportunidade que o investidor terá ao não aplicar na taxa livre de risco.

As porcentagens dos ativos presentes em cada uma das carteiras otimizadas podem ser vistas no apêndice.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo estudar a relação de risco e retorno de uma carteira de investimentos brasileira por meio do índice de Sharpe e a subsequente adição de ativos globais a fim de compreender se sua eficiência seria melhorada ou não.

Analisando os resultados, chega-se à conclusão de que dos três ativos adicionados que representam três mercados diferentes – americano, europeu e chinês – apenas o americano adicionou uma melhor relação risco e retorno para a carteira de investimentos inicial. Parte disso pode ser fruto do ótimo desempenho que o mercado americano viveu nos últimos anos bem como a solidez das empresas que o compõe, entregando uma volatilidade muito semelhante ao mercado europeu e bem menor do que o do mercado chinês, mas com mais retorno que ambos os concorrentes. O mercado europeu e o chinês não melhoraram o índice de Sharpe da carteira ao se analisar os dados passados, o que pode ter algumas explicações. O ETF que representa o mercado europeu, diferentemente do americano, utiliza ações de empresas de porte menor, o que pode traduzir um resultado aquém do esperado, com um risco maior. Além disso, o mercado acionário americano é mais desenvolvido, sólido e estruturado do que o europeu podendo explicar a diferença entre os resultados. Já o mercado chinês é o mais insipiente de todos, com ingerências governamentais e pouco desenvolvido frente aos outros dois. O momento econômico vivido pelo país emergente também demonstra que seu mercado de capitais não está no mesmo ritmo dos concorrentes, já que o movimento de urbanização da população chinesa se intensificou nos últimos anos, abrindo espaço para desenvolver mercados que já estão consolidados na Europa e nos Estados Unidos.

Apesar das diferenças de performance ajustada ao risco, a decisão de qual ETF adicionar à carteira não deve ser puramente numérica, mas atrelada a uma análise macroeconômica. Os dados passados podem ter evidenciado uma superioridade no ativo americano, mas é essencial analisar se esse comportamento

tende a ser mantido no futuro ou não. O trade-off de investimento em um mercado menos desenvolvido é claro: renunciar a estabilidade e consistência para buscar um maior potencial de valorização em um prazo mais longo. Portanto, o estudo traz informações relevantes acerca da inserção e seleção de ativos globais na carteira, mas não garante que o fazendo, o resultado futuro será mais eficiente.

Com relação à medida de eficiência, o trabalho em questão utilizou o Índice de Sharpe já que é um dos mais populares no mercado de capitais. Além disso, quis-se medir o risco total dos ativos e não apenas o risco não diversificável (beta) o que invalida outros modelos de mensuração de risco e retorno como o Índice de Treynor.

Apesar de ser um indicador interessante na hora de se escolher entre investimentos, o índice de Sharpe apresenta algumas limitações. Uma delas, e talvez a principal é que uma das premissas utilizadas para calcular o índice de Sharpe é de que se assume que a distribuição de probabilidade dos retornos é uma normal, na qual a maioria dos retornos está agrupada simetricamente próximo à média e poucos retornos estão na cauda da curva, porém, a distribuição normal é raramente encontrada no retorno de ativos financeiros, especialmente se o prazo para análise for curto. (GOETZMANN; INGERSOLL; SPIEGEL; WELCH, 2002). Ainda, o índice de Sharpe pode não ser muito fidedigno já que pode ser manipulado caso o período de medição dos dados seja aumentado, pois a volatilidade irá reduzir tendendo a uma melhor relação de risco e retorno. Por fim, a limitação de que o Índice não leva em consideração a correlação e a covariância pode apresentar um resultado distorcido ao analisar a inserção de ativos de risco em uma carteira que já seja composta ativos de mesma natureza, podendo reduzir a importância da informação trazida por este indicador (VARGA, 2001).

Mesmo com suas limitações, o índice de Sharpe é uma medida interessante de performance e, combinada com outros indicadores e observações econômicas, tende a ser mais uma ferramenta para auxiliar a tomada de decisão para investimentos. Sugere-se para próximos estudos, a análise de outros indicadores de performance, especialmente os que levam em conta a relação entre os ativos, para entender, como combinados, podem embasar ainda mais a montagem de um portfólio ótimo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Finanças corporativas e valor**. 3. ed., São Paulo: Atlas, 2007.

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado financeiro**. 11. ed., São Paulo: Atlas, 2012.

CASAROTTO FILHO, Nelson; KOPITTKE, Bruno Harmut. **Análise de Investimentos: Matemática Financeira, Engenharia Econômica, Tomada de Decisão, Estratégia Empresarial**. São Paulo: Atlas, 2010.

ELTON, Edwin J. et al. *Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos*. São Paulo: Atlas 2004.

GITMAN, L. J. **Princípios de administração financeira**. Tradução Antonio Zoratto Sanvicente. 10 ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2004.

GOETZMANN, William N; INGERSOLL, Jonathan E; SPIEGEL, Matthew I; WELCH, Ivo. **Sharpening Sharpe Ratios**, Yale Working Paper. 2002.

GUIMARÃES JÚNIOR, F. R. F.; CARMONA, C. U. de M.; GUIMARÃES, L. G. de A. *Carteiras Formadas por Meio de Variáveis Fundamentalistas Apresentam Bom Desempenho de Mercado?*. **Gestão & Regionalidade**. São Paulo, v. 31, n. 91, p. 87-104, 2015.

JORION, Philippe. *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk*. 2000.

MARKOWITZ, H. *Portfolio Selection*. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

PEREIRA, L. B. T.; HENRIQUE, D. C. *Otimização de Investimentos pelo Modelo de Markowitz via Desenvolvimento de uma Ferramenta em Excel*. **Revista Iberoamericana de Engenharia Industrial**. Santa Catarina, v. 8, n. 16, p. 167-195, 2016.

REILLY, F. K. **Investimentos**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

SANDRONI, Paulo. **Novíssimo Dicionário de Economia**. São Paulo: Editora Best Seller, 1999.

SILVA, L. G. **Análise de Portfólio: Riscos e Efeitos da Diversificação**. In: ENCONTRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 7., 2008, Espírito Santo. Anais... Espírito Santo: FAESA, 2008.

SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora de UFRGS, 2009. P. 31 -42.

SHARPE, F. William. *Capital Asset Prices: A Theory Market Equilibrium Under Conditions of Risk*. 1964.

SHARPE, W. F. Mutual fund performance. **Journal of Business**, v. 39, n. 1, Jan. p. 119 – 138, 1966.

SOUZA, Iram Alves de. *Gestão de Risco de Mercado – Mensuração do Value-at-Risk (VaR) comparando a exigência de capital em diferentes abordagens*. 2017. Dissertação (Mestrado) – Computação Aplicada, Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

SOUZA, João Carlos Félix; SANTOS, Pedro Henrique dos; MOTA, Patrick Luan Tatagiba. Um estudo de eventos sobre a influência das eleições presidenciais de 2006, 2010 e 2014 sobre as ações dos quatro principais bancos comerciais Brasileiros. 2019, **Brazilian Journal of Business**.

TREYNOR, J. L. **How to Rate Management of Investment Funds**. Harvard Business Review, v. 43, n. 1, p. 63 -75, jan./feb. 1965.

VARGA, G. Índice de Sharpe e Outros Indicadores de Performance Aplicados a Fundos de Ações Brasileiros. **Revista de Administração Contemporânea**, 5(3), p. 215-245, 2001.

ZANINI, Francisco A. Mesquita; FIGUEIREDO, Antonio Carlos. As Teorias de Carteira de Markowitz e de Sharpe: Uma aplicação no Mercado Brasileiro de Ações entre julho/95 a junho/2000. **Revista de Administração Mackenzie**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 38-64, 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A – MATRIZ DE CORRELAÇÃO

Correlação	ABEV3	BBAS3	BBDC3	BBSE3	CMIG4	CPFE3	CPL6	CSAN3	EGIE3	ENGI11	EQTL3	GOAU4	ITSA4	ITUB4	JBSS3	KLBN11	RADL3	SANB11	SBSP3	TAEF11	VIVT3	IEUR	IVV	MCHI
ABEV3	1	0,418307	0,498209	0,395317	0,383227	0,381833	0,404582	0,390819	0,412517	0,242026	0,391774	0,313769	0,491713	0,488679	0,255659	0,276953	0,353504	0,459724	0,396922	0,284186	0,261415	0,021106	-0,00896	0,010621
BBAS3	0,418307	1	0,786765	0,598634	0,585816	0,477094	0,572531	0,503188	0,530476	0,265167	0,471216	0,482986	0,782207	0,784763	0,304778	0,186836	0,301889	0,662974	0,521674	0,374387	0,292491	0,053088	0,018788	0,010355
BBDC3	0,498209	0,786765	1	0,590172	0,560902	0,485233	0,556317	0,520909	0,550327	0,283172	0,497357	0,46642	0,851149	0,865336	0,300604	0,224934	0,332173	0,739811	0,518314	0,376289	0,292165	0,053094	0,024843	0,022386
BBSE3	0,395317	0,598634	0,590172	1	0,456424	0,419519	0,449978	0,43154	0,485927	0,241395	0,44007	0,373153	0,607172	0,592824	0,251349	0,182825	0,312617	0,503187	0,418799	0,345177	0,28328	0,042733	0,017105	0,013114
CMIG4	0,383227	0,585816	0,560902	0,456424	1	0,50152	0,642536	0,427387	0,527165	0,290995	0,499111	0,432878	0,569284	0,545245	0,264531	0,172659	0,285108	0,496847	0,512939	0,397417	0,285095	0,022018	0,021482	0,003029
CPFE3	0,381833	0,477094	0,485233	0,419519	0,50152	1	0,520997	0,40933	0,54302	0,274373	0,534823	0,319587	0,488161	0,471277	0,260102	0,202536	0,274779	0,376153	0,461852	0,385098	0,245459	0,015904	0,028868	0,023553
CPL6	0,404582	0,572531	0,556317	0,449978	0,642536	0,520997	1	0,449665	0,541701	0,2849	0,516652	0,426637	0,560329	0,540253	0,304864	0,225646	0,312549	0,472723	0,553401	0,399504	0,346901	0,033468	0,015845	-0,00979
CSAN3	0,390819	0,503188	0,520909	0,43154	0,427387	0,40933	0,449665	1	0,44326	0,257292	0,441192	0,399467	0,531739	0,507028	0,28651	0,241961	0,373423	0,446101	0,430667	0,316948	0,26793	0,008483	0,021245	0,018952
EGIE3	0,412517	0,530476	0,550327	0,485927	0,527165	0,54302	0,541701	0,44326	1	0,313622	0,554488	0,330712	0,560242	0,526597	0,292792	0,207504	0,328944	0,459075	0,503303	0,43055	0,298047	0,024387	0,036944	0,034981
ENGI11	0,242026	0,265167	0,283172	0,241395	0,290995	0,274373	0,2849	0,257292	0,313622	1	0,380768	0,17791	0,281999	0,275068	0,152388	0,124179	0,181791	0,263278	0,287123	0,217886	0,21261	0,029736	0,030176	0,057635
EQTL3	0,391774	0,471216	0,497357	0,44007	0,499111	0,534823	0,516652	0,441192	0,554488	0,380768	1	0,325933	0,516367	0,47639	0,249185	0,21629	0,324418	0,41845	0,520173	0,378541	0,275398	0,018418	0,035933	0,018163
GOAU4	0,313769	0,482986	0,46642	0,373153	0,432878	0,319587	0,426637	0,399467	0,330712	0,17791	0,325933	1	0,45587	0,46088	0,262018	0,285198	0,212061	0,445123	0,365161	0,238528	0,188976	0,038207	0,035183	0,03386
ITSA4	0,491713	0,782207	0,851149	0,607172	0,569284	0,488161	0,560329	0,531739	0,560242	0,281999	0,516367	0,45587	1	0,933768	0,298595	0,218906	0,352359	0,719468	0,516429	0,387072	0,311601	0,04345	0,026393	0,031956
ITUB4	0,488679	0,784763	0,865336	0,592824	0,545245	0,471277	0,540253	0,507028	0,526597	0,275068	0,47639	0,46088	0,933768	1	0,278991	0,208045	0,328216	0,746689	0,495484	0,361573	0,289544	0,040683	0,030775	0,029262
JBSS3	0,255659	0,304778	0,300604	0,251349	0,264531	0,260102	0,304864	0,28651	0,292792	0,152388	0,249185	0,262018	0,298595	0,278991	1	0,243597	0,203359	0,254742	0,257397	0,184205	0,183614	0,032962	0,016797	0,039585
KLBN11	0,276953	0,186836	0,224934	0,182825	0,172659	0,202536	0,225646	0,241961	0,207504	0,124179	0,21629	0,285198	0,218906	0,208045	0,243597	1	0,199629	0,191597	0,199457	0,155335	0,180567	-0,00376	0,018816	0,031711
RADL3	0,353504	0,301889	0,332173	0,312617	0,285108	0,274779	0,312549	0,373423	0,328944	0,181791	0,324418	0,212061	0,352359	0,328216	0,203359	0,199629	1	0,300954	0,265456	0,257271	0,230786	0,013666	0,019226	0,021168
SANB11	0,459724	0,662974	0,739811	0,503187	0,496847	0,376153	0,472723	0,446101	0,459075	0,263278	0,41845	0,445123	0,719468	0,746689	0,254742	0,191597	0,300954	1	0,447452	0,302025	0,289126	0,029227	0,029793	0,035081
SBSP3	0,396922	0,521674	0,518314	0,418799	0,512939	0,461852	0,553401	0,430667	0,503303	0,287123	0,520173	0,365161	0,516429	0,495484	0,257397	0,199457	0,265456	0,447452	1	0,378364	0,277694	0,029868	0,006437	-0,00964
TAEF11	0,284186	0,374387	0,376289	0,345177	0,397417	0,385098	0,399504	0,316948	0,43055	0,217886	0,378541	0,238528	0,387072	0,361573	0,184205	0,155335	0,257271	0,302025	0,378364	1	0,238562	0,008095	0,007453	0,005426
VIVT3	0,261415	0,292491	0,292165	0,28328	0,285095	0,245459	0,346901	0,26793	0,298047	0,21261	0,275398	0,188976	0,311601	0,289544	0,183614	0,180567	0,230786	0,289126	0,277694	0,238562	1	0,002606	0,020524	0,006162
IEUR	0,021106	0,053088	0,053094	0,042733	0,022018	0,015904	0,033468	0,008483	0,024387	0,029736	0,018418	0,038207	0,04345	0,040683	0,032962	-0,00376	0,013666	0,029227	0,029868	0,008095	0,002606	1	0,03456	0,049565
IVV	-0,00896	0,018788	0,024843	0,017105	0,021482	0,028868	0,015845	0,021245	0,036944	0,030176	0,035933	0,035183	0,026393	0,030775	0,016797	0,018816	0,019226	0,029793	0,006437	0,007453	0,020524	0,03456	1	0,630519
MCHI	0,010621	0,010355	0,022386	0,013114	0,003029	0,023553	-0,00979	0,018952	0,034981	0,057635	0,018163	0,03386	0,031956	0,029262	0,039585	0,031711	0,021168	0,035081	-0,00964	0,005426	0,006162	0,049565	0,630519	1

Fonte: O Autor (2022)

APÊNDICE B – MATRIZ DE COVARIÂNCIA

Covariância	ABEV3	BBAS3	BBDC3	BBS3	CMIG4	CPFE3	CPL6	CSAN3	EGIE3	ENGI11	EQT3	GOAU4	ITSA4	ITUB4	JBSS3	KLBN11	RADL3	SANB11	SBS3	TAE11	VIVT3	EUR	IVV	MCHI
ABEV3	0,00039	0,00022	0,00021	0,00014	0,00021	0,00012	0,00019	0,00018	0,00012	0,00014	0,00013	0,0002	0,00018	0,00019	0,00014	0,0001	0,00013	0,00021	0,00019	8,8E-05	0,00011	-7,7E-06	-1,2E-06	6,5E-06
BBAS3	0,00022	0,00081	0,00053	0,00034	0,00053	0,00024	0,00043	0,00035	0,00024	0,00024	0,00026	0,00054	0,00045	0,00047	0,00028	0,00011	0,00018	0,00049	0,00039	0,00018	0,0002	-2,2E-06	1,5E-05	1,6E-05
BBDC3	0,00021	0,00053	0,00054	0,00027	0,00041	0,00019	0,00034	0,0003	0,0002	0,00021	0,00021	0,00041	0,0004	0,00042	0,00022	0,0001	0,00016	0,00044	0,00031	0,00015	0,00017	-4,1E-06	1,2E-05	1,4E-05
BBS3	0,00014	0,00034	0,00027	0,00037	0,00028	0,00014	0,00023	0,0002	0,00015	0,00014	0,00015	0,00028	0,00024	0,00025	0,00016	6,5E-05	0,00012	0,00025	0,00021	0,0001	0,00012	-4E-06	7,2E-06	1,2E-05
CMIG4	0,00021	0,00053	0,00041	0,00028	0,00085	0,00025	0,00048	0,00031	0,00024	0,00026	0,00027	0,00048	0,00036	0,00036	0,00024	0,00011	0,00018	0,00039	0,00039	0,00019	0,0002	-1,5E-05	3,8E-06	1,8E-06
CPFE3	0,00012	0,00024	0,00019	0,00014	0,00025	0,00031	0,00022	0,00018	0,00013	0,00017	0,00017	0,00021	0,00017	0,00016	0,00013	7,4E-05	0,00017	0,00017	0,0002	0,00011	0,00011	-1,7E-05	-2,4E-06	1,2E-05
CPL6	0,00019	0,00043	0,00034	0,00023	0,00048	0,00022	0,00063	0,00029	0,00021	0,00024	0,00024	0,00042	0,00029	0,0003	0,00023	0,00011	0,00017	0,00032	0,00037	0,00016	0,0002	-1,4E-05	2,8E-06	3,8E-06
CSAN3	0,00018	0,00035	0,0003	0,0002	0,00031	0,00018	0,00029	0,00057	0,00017	0,0002	0,0002	0,00036	0,00025	0,00025	0,00024	0,00012	0,00019	0,00028	0,00028	0,00013	0,00015	-6,8E-06	-3,3E-07	4,2E-06
EGIE3	0,00012	0,00024	0,0002	0,00015	0,00024	0,00013	0,00021	0,00017	0,00023	0,00015	0,00016	0,00019	0,00017	0,00017	0,00014	6,3E-05	0,00011	0,00018	0,0002	0,00011	0,00012	-5,6E-06	1,2E-06	7,6E-06
ENGI11	0,00014	0,00024	0,00021	0,00014	0,00026	0,00017	0,00024	0,0002	0,00015	0,00039	0,00021	0,00019	0,00018	0,00017	0,00015	7,1E-05	0,00012	0,00019	0,00023	0,00011	0,00012	-1E-05	4,2E-06	9,8E-06
EQT3	0,00013	0,00026	0,00021	0,00015	0,00027	0,00017	0,00024	0,0002	0,00016	0,00021	0,00032	0,00022	0,00019	0,00019	0,00015	8E-05	0,00012	0,0002	0,00025	0,00011	0,00012	-1,3E-05	-8,5E-08	7,7E-06
GOAU4	0,0002	0,00054	0,00041	0,00028	0,00048	0,00021	0,00042	0,00036	0,00019	0,00019	0,00022	0,00116	0,00034	0,00036	0,0003	0,00019	0,00016	0,0004	0,00034	0,00015	0,00016	-1,5E-05	-4,9E-06	1,5E-05
ITSA4	0,00018	0,00045	0,0004	0,00024	0,00036	0,00017	0,00029	0,00025	0,00017	0,00018	0,00019	0,00034	0,0004	0,00039	0,00018	8,6E-05	0,00015	0,00038	0,00026	0,00013	0,00015	-3E-06	1E-05	8,5E-06
ITUB4	0,00019	0,00047	0,00042	0,00025	0,00036	0,00016	0,0003	0,00025	0,00017	0,00017	0,00019	0,00036	0,00039	0,00044	0,00018	8,3E-05	0,00014	0,00041	0,00026	0,00013	0,00015	-2,5E-06	7,9E-06	8,1E-06
JBSS3	0,00014	0,00028	0,00022	0,00016	0,00024	0,00013	0,00023	0,00024	0,00014	0,00015	0,00015	0,0003	0,00018	0,00018	0,00107	0,00016	0,00014	0,00022	0,0002	9,8E-05	0,00015	-1,8E-05	1,2E-05	5,8E-06
KLBN11	0,0001	0,00011	0,0001	6,5E-05	0,00011	7,4E-05	0,00011	0,00012	6,3E-05	7,1E-05	8E-05	0,00019	8,6E-05	8,3E-05	0,00016	0,0004	8,3E-05	9,2E-05	9,8E-05	5,3E-05	8,6E-05	-8,4E-06	-9,2E-06	4,6E-06
RADL3	0,00013	0,00018	0,00016	0,00012	0,00018	0,0001	0,00017	0,00019	0,00011	0,00012	0,00012	0,00016	0,00015	0,00014	0,00014	8,3E-05	0,00039	0,00015	0,00014	9,1E-05	0,00011	-6,7E-06	-2,3E-06	8E-07
SANB11	0,00021	0,00049	0,00044	0,00025	0,00039	0,00017	0,00032	0,00028	0,00018	0,00019	0,0002	0,0004	0,00038	0,00041	0,00022	9,2E-05	0,00015	0,00057	0,00029	0,00013	0,00017	-1E-05	5,5E-06	3,2E-06
SBS3	0,00019	0,00039	0,00031	0,00021	0,00039	0,0002	0,00037	0,00028	0,0002	0,00023	0,00025	0,00034	0,00026	0,00026	0,0002	9,8E-05	0,00014	0,00029	0,00062	0,00015	0,00016	-5,7E-06	6,1E-06	1,1E-05
TAE11	8,8E-05	0,00018	0,00015	0,0001	0,00019	0,00011	0,00016	0,00013	0,00011	0,00011	0,00015	0,00013	0,00013	0,00013	9,8E-05	5,3E-05	9,1E-05	0,00013	0,00015	0,00024	8,7E-05	-3,5E-06	5E-07	-6,9E-09
VIVT3	0,00011	0,0002	0,00017	0,00012	0,0002	0,00011	0,0002	0,00015	0,00012	0,00012	0,00012	0,00016	0,00015	0,00015	0,00015	8,6E-05	0,00011	0,00017	0,00016	8,7E-05	0,00036	-2,8E-06	-5,4E-06	-9,9E-07
EUR	-7,7E-06	-2,2E-06	-4,1E-06	-4E-06	-1,5E-05	-1,7E-05	-1,4E-05	-6,8E-06	-5,6E-06	-1E-05	-1,3E-05	-1,5E-05	-3E-06	-2,5E-06	-1,8E-05	-8,4E-06	-6,7E-06	-1E-05	-5,7E-06	-3,5E-06	-2,8E-06	0,00013	7E-05	6,2E-05
IVV	-1,2E-06	1,5E-05	1,2E-05	7,2E-06	3,8E-06	-2,4E-06	2,8E-06	-3,3E-07	1,2E-06	4,2E-06	-8,5E-08	-4,9E-06	1E-05	7,9E-06	1,2E-05	-9,2E-06	-2,3E-06	5,5E-06	6,1E-06	5E-07	-5,4E-06	7E-05	0,00013	8E-05
MCHI	6,5E-06	1,6E-05	1,4E-05	1,2E-05	-1,8E-06	1,2E-05	3,8E-06	4,2E-06	7,6E-06	9,8E-06	7,7E-06	1,5E-05	8,5E-06	8,1E-06	5,8E-06	4,6E-06	8E-07	3,2E-06	1,1E-05	-6,9E-09	-9,9E-07	6,2E-05	8E-05	0,00017

Fonte: O Autor (2022)

APÊNDICE C – PESOS E MÉTRICAS DA CARTEIRA INICIAL

Ativos	Rentabilidade Período	Retornos Médios Diários	Desvio Padrão	Pesos	Alocação Mínima	Alocação Máxima	Sharpe
ABEV3	-0,65%	-0,0004%	1,82%	2,00%	2%	15%	-0,0156
BBAS3	90,54%	0,0609%	2,85%	2,00%	2%	15%	0,0115
BBDC3	61,65%	0,0415%	2,32%	2,00%	2%	15%	0,0058
BBSE3	28,73%	0,0193%	1,93%	2,00%	2%	15%	-0,0045
CMIG4	129,39%	0,0871%	2,92%	2,00%	2%	15%	0,0202
CPFE3	80,15%	0,0539%	1,77%	2,00%	2%	15%	0,0147
CPLE6	143,78%	0,0968%	2,52%	2,00%	2%	15%	0,0273
CSAN3	139,89%	0,0941%	2,39%	2,00%	2%	15%	0,0277
EGIE3	68,37%	0,0460%	1,52%	2,00%	2%	15%	0,0118
ENGI11	127,89%	0,0861%	1,98%	12,51%	2%	15%	0,0293
EQTL3	126,07%	0,0848%	1,78%	10,49%	2%	15%	0,0319
GOAU4	219,36%	0,1476%	3,40%	15,00%	2%	15%	0,0352
ITSA4	86,29%	0,0581%	2,00%	2,00%	2%	15%	0,0150
ITUB4	77,69%	0,0523%	2,10%	2,00%	2%	15%	0,0115
JBSS3	124,49%	0,0838%	3,28%	2,00%	2%	15%	0,0170
KLBN11	28,93%	0,0195%	2,01%	2,00%	2%	15%	-0,0043
RADL3	120,92%	0,0814%	1,97%	15,00%	2%	15%	0,0270
SANB11	97,38%	0,0655%	2,38%	2,00%	2%	15%	0,0158
SBSP3	87,23%	0,0587%	2,49%	2,00%	2%	15%	0,0123
TAEF11	138,83%	0,0934%	1,55%	15,00%	2%	15%	0,0423
VIVT3	83,09%	0,0559%	1,91%	2,00%	2%	15%	0,0146
Portifólio	127,63%	0,09%	1,46%	100,0%			0,039725

Fonte: O Autor (2022)

APÊNDICE D – PESOS E MÉTRICAS DA CARTEIRA IVV

Ativos	Rentabilidade	Retornos Médios Diários	Volatilidade(SDEV)	Pesos	Alocação Mínima	Alocação Máxima	Sharpe
ABEV3	-0,65%	-0,0004%	1,82%	2,00%	2%	15%	-0,0156
BBAS3	90,54%	0,0609%	2,85%	2,00%	2%	15%	0,0115
BBDC3	61,65%	0,0415%	2,32%	2,00%	2%	15%	0,0058
BBSE3	28,73%	0,0193%	1,93%	2,00%	2%	15%	-0,0045
CMIG4	129,39%	0,0871%	2,92%	2,00%	2%	15%	0,0202
CPFE3	80,15%	0,0539%	1,77%	2,00%	2%	15%	0,0147
CPL6	143,78%	0,0968%	2,52%	2,00%	2%	15%	0,0273
CSAN3	139,89%	0,0941%	2,39%	2,00%	2%	15%	0,0277
EGIE3	68,37%	0,0460%	1,52%	2,00%	2%	15%	0,0118
ENGI11	127,89%	0,0861%	1,98%	7,77%	2%	15%	0,0293
EQL3	126,07%	0,0848%	1,78%	3,93%	2%	15%	0,0319
GOAU4	219,36%	0,1476%	3,40%	15,00%	2%	15%	0,0352
ITSA4	86,29%	0,0581%	2,00%	2,00%	2%	15%	0,0150
ITUB4	77,69%	0,0523%	2,10%	2,00%	2%	15%	0,0115
JBSS3	124,49%	0,0838%	3,28%	2,00%	2%	15%	0,0170
KLBN11	28,93%	0,0195%	2,01%	2,00%	2%	15%	-0,0043
RADL3	120,92%	0,0814%	1,97%	11,30%	2%	15%	0,0270
SANB11	97,38%	0,0655%	2,38%	2,00%	2%	15%	0,0158
SBSP3	87,23%	0,0587%	2,49%	2,00%	2%	15%	0,0123
TAAE11	138,83%	0,0934%	1,55%	15,00%	2%	15%	0,0423
VIVT3	83,09%	0,0559%	1,91%	2,00%	2%	15%	0,0146
IVV	94,68%	0,0637%	1,16%	15,00%	2%	15%	0,0308
Portifólio	123,02%	0,08%	1,29%	100%			0,0425724

Fonte: O Autor (2022)

APÊNDICE E – PESOS E MÉTRICAS DA CARTEIRA IEUR

Ativos	Rentabilidade	Retornos Médios Diários	Desvio Padrão	Pesos	Alocação Mínima	Alocação Máxima	Sharpe
ABEV3	-0,65%	-0,0004%	1,82%	2,00%	2%	15%	-0,0156
BBAS3	90,54%	0,0609%	2,85%	2,00%	2%	15%	0,0115
BBDC3	61,65%	0,0415%	2,32%	2,00%	2%	15%	0,0058
BBSE3	28,73%	0,0193%	1,93%	2,00%	2%	15%	-0,0045
CMIG4	129,39%	0,0871%	2,92%	2,00%	2%	15%	0,0202
CPFE3	80,15%	0,0539%	1,77%	2,00%	2%	15%	0,0147
CPLE6	143,78%	0,0968%	2,52%	2,00%	2%	15%	0,0273
CSAN3	139,89%	0,0941%	2,39%	2,00%	2%	15%	0,0277
EGIE3	68,37%	0,0460%	1,52%	2,00%	2%	15%	0,0118
ENGI11	127,89%	0,0861%	1,98%	11,72%	2%	15%	0,0293
EQTL3	126,07%	0,0848%	1,78%	9,28%	2%	15%	0,0319
GOAU4	219,36%	0,1476%	3,40%	15,00%	2%	15%	0,0352
ITSA4	86,29%	0,0581%	2,00%	2,00%	2%	15%	0,0150
ITUB4	77,69%	0,0523%	2,10%	2,00%	2%	15%	0,0115
JBSS3	124,49%	0,0838%	3,28%	2,00%	2%	15%	0,0170
KLBN11	28,93%	0,0195%	2,01%	2,00%	2%	15%	-0,0043
RADL3	120,92%	0,0814%	1,97%	15,00%	2%	15%	0,0270
SANB11	97,38%	0,0655%	2,38%	2,00%	2%	15%	0,0158
SBSP3	87,23%	0,0587%	2,49%	2,00%	2%	15%	0,0123
TAEE11	138,83%	0,0934%	1,55%	15,00%	2%	15%	0,0423
VIVT3	83,09%	0,0559%	1,91%	2,00%	2%	15%	0,0146
IEUR	45,19%	0,0304%	1,13%	2,00%	2%	15%	0,0021
Portfólio	126,00%	0,08%	1,43%	100%			0,0396988

Fonte: O Autor (2022)

APÊNDICE F – PESOS E MÉTRICAS DA CARTEIRA MCHI

Ativos	Rentabilidade	Retornos Médios Diários	Volatilidade(SDEV)	Pesos	Alocação Mínima	Alocação Máxima	Sharpe
ABEV3	-0,65%	-0,0004%	1,82%	2,00%	2%	15%	-0,01561
BBAS3	90,54%	0,0609%	2,85%	2,00%	2%	15%	0,01153
BBDC3	61,65%	0,0415%	2,32%	2,00%	2%	15%	0,00580
BBSE3	28,73%	0,0193%	1,93%	2,00%	2%	15%	-0,00451
CMIG4	129,39%	0,0871%	2,92%	2,00%	2%	15%	0,02023
CPFE3	80,15%	0,0539%	1,77%	2,00%	2%	15%	0,01466
CPLE6	143,78%	0,0968%	2,52%	2,00%	2%	15%	0,02730
CSAN3	139,89%	0,0941%	2,39%	2,00%	2%	15%	0,02766
EGIE3	68,37%	0,0460%	1,52%	2,00%	2%	15%	0,01180
ENGI11	127,89%	0,0861%	1,98%	11,72%	2%	15%	0,02931
EQTL3	126,07%	0,0848%	1,78%	9,28%	2%	15%	0,03188
GOAU4	219,36%	0,1476%	3,40%	15,00%	2%	15%	0,03517
ITSA4	86,29%	0,0581%	2,00%	2,00%	2%	15%	0,01502
ITUB4	77,69%	0,0523%	2,10%	2,00%	2%	15%	0,01154
JBSS3	124,49%	0,0838%	3,28%	2,00%	2%	15%	0,01700
KLBN11	28,93%	0,0195%	2,01%	2,00%	2%	15%	-0,00426
RADL3	120,92%	0,0814%	1,97%	15,00%	2%	15%	0,02700
SANB11	97,38%	0,0655%	2,38%	2,00%	2%	15%	0,01576
SBSP3	87,23%	0,0587%	2,49%	2,00%	2%	15%	0,01234
TAE11	138,83%	0,0934%	1,55%	15,00%	2%	15%	0,04230
VIVT3	83,09%	0,0559%	1,91%	2,00%	2%	15%	0,01462
MCHI	50,11%	0,0337%	1,32%	2,00%	2%	15%	0,00431
Portifólio	126,09%	0,08%	1,43%	100%			0,039684

Fonte: O Autor (2022)

APÊNDICE G – PESOS E MÉTRICAS DA CARTEIRA COMPLETA

Ativos	Rentabilidade	Retornos Médios Diários	Desvio-Padrão	Pesos	Alocação Mínima	Alocação Máxima	Sharpe
ABEV3	-0,65%	-0,0004%	1,82%	2,00%	2%	15%	-0,0156
BBAS3	90,54%	0,0609%	2,85%	2,00%	2%	15%	0,0115
BBDC3	61,65%	0,0415%	2,32%	2,00%	2%	15%	0,0058
BBSE3	28,73%	0,0193%	1,93%	2,00%	2%	15%	-0,0045
CMIG4	129,39%	0,0871%	2,92%	2,00%	2%	15%	0,0202
CPFE3	80,15%	0,0539%	1,77%	2,00%	2%	15%	0,0147
CPLE6	143,78%	0,0968%	2,52%	2,00%	2%	15%	0,0273
CSAN3	139,89%	0,0941%	2,39%	2,00%	2%	15%	0,0277
EGIE3	68,37%	0,0460%	1,52%	2,00%	2%	15%	0,0118
ENGI11	127,89%	0,0861%	1,98%	6,83%	2%	15%	0,0293
EQTL3	126,07%	0,0848%	1,78%	2,80%	2%	15%	0,0319
GOAU4	219,36%	0,1476%	3,40%	14,24%	2%	15%	0,0352
ITSA4	86,29%	0,0581%	2,00%	2,00%	2%	15%	0,0150
ITUB4	77,69%	0,0523%	2,10%	2,00%	2%	15%	0,0115
JBSS3	124,49%	0,0838%	3,28%	2,00%	2%	15%	0,0170
KLBN11	28,93%	0,0195%	2,01%	2,00%	2%	15%	-0,0043
RADL3	120,92%	0,0814%	1,97%	10,13%	2%	15%	0,0270
SANB11	97,38%	0,0655%	2,38%	2,00%	2%	15%	0,0158
SBSP3	87,23%	0,0587%	2,49%	2,00%	2%	15%	0,0123
TAE11	138,83%	0,0934%	1,55%	15,00%	2%	15%	0,0423
VIVT3	83,09%	0,0559%	1,91%	2,00%	2%	15%	0,0146
IEUR	45,19%	0,0304%	1,13%	2,00%	2%	15%	0,0021
IVV	94,68%	0,0637%	1,16%	15,00%	2%	15%	0,0308
MCHI	50,11%	0,0337%	1,32%	2,00%	2%	15%	0,0043
Portifólio	119,22%	0,0802%	1,23%	100,00%			0,0423296

Fonte: O Autor (2022)