



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO
QUADRÁTICA NA OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS
DE UM MODELO DE MERCADO DE ENERGIA
*PEER TO PEER (P2P)***

Por
Laura Fernandes Gonçalves

Brasília, 23 de setembro de 2022

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

PROJETO DE GRADUAÇÃO

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA NA OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS DE UM MODELO DE MERCADO DE ENERGIA PEER TO PEER (P2P)

Por
Laura Fernandes Gonçalves

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro de
Produção

Banca Examinadora

Prof. Ph.D. Reinaldo Crispiniano Garcia, UnB/EPR
(Orientador)

Prof. Ph.D. João Mello da Silva, UnB/EPR

Brasília, 23 de setembro de 2022

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pela minha saúde, minha família e por todas as oportunidades e pessoas de bem com as quais Ele me presenteou no caminho até aqui. Foram muitos os momentos de insegurança e dúvidas, mas Ele sempre esteve presente, não permitindo que nenhum desânimo me paralisasse.

Não sou capaz de expressar a gratidão e admiração que sinto por minha mãe, que até aqui me apoiou, encorajou e fez de tudo que estava ao seu alcance para me proporcionar uma educação de qualidade. Ela, Neuza Maria, sempre incentivou o meu ingresso na Universidade de Brasília, além de, até hoje, garantir toda a estrutura e segurança necessária para que eu consiga dispende os meus esforços nos estudos e na minha vida profissional. Devo tudo o que sou à minha mãe.

Não posso deixar de mencionar minha irmã, Débora, que nunca me desampara e tem sempre um ombro amigo e um bom conselho para me fazer caminhar para frente e acreditar que sou capaz de vencer qualquer adversidade. Ela é a pessoa que acompanhou mais de perto os momentos de estresse que vivenciei durante a elaboração deste Projeto de Graduação e nunca deixou que eu me entregasse ao derrotismo.

Agradeço também ao meu pai, que nunca me desamparou e sempre me proporcionou o conforto e a tranquilidade necessárias para que eu pudesse trilhar essa jornada com menos sobrecargas. Reconheço e sou muita grata por toda a ajuda e ótima criação que me foi dada pela minha família, espero um dia conseguir retribuir todo o apoio.

Agradeço imensamente ao meu orientador, o professor Reinaldo Crispiniano, que, dentro da Universidade, sempre foi o meu maior exemplo de profissionalismo, integridade e conhecimento. Desde o início do curso, aguardei ansiosamente o momento de cursar a disciplina de Pesquisa Operacional, ministrada por ele, e não tenho dúvidas de que esta foi um divisor de águas na minha graduação. Serei eternamente grata aos ensinamentos, paciência e oportunidades que ele me proporcionou durante a minha formação.

Um agradecimento especial aos meus colegas de trabalho, que sempre me incentivaram durante a realização deste Projeto, e aos colegas de curso, por toda a troca de experiências e conhecimento tão enriquecedora durante esta jornada.

Por último, agradeço ao meu namorado, Antony, que me proporcionou os momentos de acalento e calma durante esta fase final (e desafiadora) do curso, e às minhas amigas, que não nunca me deixaram desanimar.

Laura Fernandes Gonçalves

RESUMO

Os modelos de negócios do mercado de energia estão em pleno desenvolvimento e as oportunidades são criadas pelo uso crescente de energia renovável em pequena escala e pela integração de recursos energéticos descentralizados. Neste trabalho, foi implementado um modelo de mercado de energia P2P (*peer-to-peer*), no qual a quantidade de energia trocada entre cada agente é otimizada usando programação quadrática, que mede o custo ótimo, o bem-estar social e os melhores relacionamentos para cada agente. Neste estudo de caso, o modelo IEEE 14-bus foi implementado em um contexto *Full* P2P, onde consumidores e produtores de energia estavam dentro do sistema e a rede principal de energia atuava como consumidor produtivo. O modelo obteve um resultado positivo de bem-estar social, indicando a viabilidade de tais comunidades e, por fim, foram feitas alterações nos parâmetros de limite de produção e consumo de forma a comparar a funcionalidade do sistema com as mudanças realizadas.

Palavras-chave: Mercado Livre de Energia Elétrica; Pesquisa Operacional; Otimização; Mercados de Energia *Peer to Peer*; Programação Quadrática; MATLAB.

ABSTRACT

Energy market business models are in full development and opportunities are created by the increasing use of small-scale renewable energy and the integration of decentralized energy resources. In this work, a P2P (peer-to-peer) energy market model was implemented, in which the amount of energy exchanged between each agent is optimized using quadratic programming, which measures the optimal cost, social welfare and the best relationships for each agent. In this case study, the IEEE 14-bus model was implemented in a Full P2P context, where energy consumers and producers were within the system and the main energy grid acted as a productive consumer. The model obtained a positive result of social well-being, indicating the viability of such communities and, finally, changes were made in the parameters of production and consumption limits in order to compare the functionality of the system with the changes made.

Keywords: Free Market of Electric Energy; Operational Research; Optimization; Peer to Peer Energy Markets; Quadratic Programming; MATLAB.

Sumário

1	Introdução	11
1.1	Contextualização.....	11
1.2	Objetivos do Trabalho	13
1.2.1	Objetivo Geral	13
1.2.2	Objetivos específicos	13
1.3	Estrutura do Trabalho	13
2	Metodologia	15
2.1	Classificação da pesquisa	15
2.2	Etapas do trabalho.....	16
3	Referencial Teórico.....	18
3.1	Funcionamento do mercado de energia no Brasil.....	18
3.1.1	Atores.....	19
3.1.2	Agentes Institucionais.....	20
3.2	O Mercado Livre de Energia	22
3.2.1	O Mercado Spot	25
3.2.2	O Mercado de Longo Prazo	27
3.3	Pesquisa Operacional.....	28
3.4	Programação Quadrática.....	29
4	Modelos de mercado de energia P2P	32
4.1	Considerações iniciais	32
4.2	Modelos de mercado P2P	32
4.2.1	P2P Completo	33
4.2.2	Modelo baseado em comunidade	35
4.2.3	Modelo P2P Híbrido	37
4.3	Comparação entre modelos.....	39
5	Implementação do modelo	41
5.1	Modelagem do problema	42
5.2	Resultados e discussão.....	47
6	Considerações Finais	51
	Referências Bibliográficas.....	53
	Apêndice 1 – Código utilizado para a programação.....	58
	Apêndice 2 – Tabelas resumidas	59

Lista de Figuras

Figura 1 - Etapas de realização da pesquisa científica	16
Figura 2 – Trajetória do Sistema Elétrico Brasileiro	18
Figura 3 – Agentes Institucionais do Mercado de Energia no Brasil	21
Figura 4 – Novas Unidades Consumidoras no ACL (2015 – 2021).....	24
Figura 5 – Número de agentes por categoria.....	24
Figura 6 – Opções de negociação de energia no Mercado Livre.....	25
Figura 7 - Volatilidade do preço da energia no mercado spot alemão	26
Figura 8 – Matriz SWOT dos modelos de mercado P2P.....	33
Figura 9 - Estrutura do modelo de mercado P2P Completo	34
Figura 10 - Exemplo ilustrado de um modelo de mercado P2P completo	35
Figura 11 - Estrutura do modelo de mercado baseado em comunidade.....	36
Figura 12 - Estrutura do modelo de mercado P2P Híbrido	38
Figura 13 – Sistema de rede de 14 barramentos do IEEE	42
Figura 14 - Exemplo de parte da matriz H modelada no Google Planilhas	46

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Classificação dos atores genéricos do Sistema Energético	20
Tabela 2 - Principais agentes institucionais do sistema elétrico.....	20
Tabela 3 - Agentes Institucionais do Setor Elétrico Brasileiro	21
Tabela 4 – Modelos de organização do setor elétrico	23
Tabela 5 – Tipos de programação	30
Tabela 6 - Descrição de matrizes e vetores	31
Tabela 7 – Resumo dos três modelos de mercado P2P	39
Tabela 8 - Classificação de cada agente	42
Tabela 9 – Matriz A e vetor b.....	43
Tabela 10 - Relação entre os agentes e cada variável.....	44
Tabela 11 - Representação simplificada da Matriz A_{eq} e do vetor b_{eq}	44
Tabela 12 - Valores de a_n e b_n	45
Tabela 13 - Representação simplificada da Matriz H.....	45
Tabela 14 - Tamanho das matrizes de cada elemento	46
Tabela 15 - Representação simplificada do vetor f	47
Tabela 16 – Limites inferiores e superiores de produção e consumo.....	48
Tabela 17 - Novos valores superiores de produção e consumo.....	48
Tabela 18 - Comparação entre os resultados (agentes)	49
Tabela 19 - Comparação entre os resultados (Bem estar social).....	49
Tabela 20- Representação simplificada da relação entre cada agente e seus limites (Matriz A, vetor b e b alterado).....	59
Tabela 21 – Resultado para variáveis no modelo inalterado	60
Tabela 22 – Resultado para variáveis no modelo alterado	61

Lista de Equações

Equação 1 - Equação quadrática de custos.....	30
Equação 2 - Equação da função quadprog.....	30
Equação 3 - Restrições de desigualdade.....	30
Equação 4 - Restrições de igualdade.....	30
Equação 5 - Limites inferiores e superiores das variáveis.....	30
Equação 6 - Função objetivo genérica de modelos P2P Completo.....	34
Equação 7 - Restrições dos limites superiores de produção e consumo por agente.....	34
Equação 8 - Relação de paridade entre cada agente.....	34
Equação 9 - Cargas dos produtores positivas.....	34
Equação 10 - Cargas dos consumidores negativas.....	34
Equação 11 - Função objetivo genérica de modelos P2P de Comunidades.....	36
Equação 12 - Restrições genéricas de modelos P2P de Comunidades.....	36
Equação 13 - Soma dos valores negociados de cada agente da comunidade.....	36
Equação 14 - Importação de energia.....	36
Equação 15 - Exportação de energia.....	36
Equação 16 - Restrições dos limites superiores de produção e consumo por agente.....	36
Equação 17 - Função objetivo genérica de modelos P2P Híbrido.....	38
Equação 18 - Resultante da exportação e importação dos agentes em P2P Completo.....	38
Equação 19 - Conjunto dos produtores pertencentes a P2P Completo.....	38
Equação 20 - Conjunto dos produtores pertencentes a P2P de Comunidades.....	38
Equação 21 - Equação do bem estar social.....	47

LISTA DE SÍMBOLOS

Variáveis

P_{nm}	Produção ou consumo do agente n relacionado ao agente m , em MWh .
p_n	Produção ou consumo do agente n , em MWh , no modelo de comunidade
q_n	Produção ou consumo negociado dentro de uma comunidade, em MWh .
α_n	Importação de um agente da comunidade, em $\$/MWh^2$.
β_n	Exportação de um agente da comunidade, em $\$/MWh$.

Constantes

Ω	Conjunto dos agentes do sistema.
ω_n	Conjunto que contém os parceiros de comércio de um certo agente n .
Ω_p	Conjunto de produtores do sistema.
Ω_c	Conjunto de consumidores do sistema.
Ω^u	Conjunto de agentes nos níveis inferiores.
Ω^b	Conjunto de agentes nos níveis superiores.
γ_{imp}	Coefficiente de ponderação de custo de importação de uma comunidade.
γ_{exp}	Coefficiente de ponderação de custo de exportação de uma comunidade.
γ_{com}	Coefficiente de ponderação de custo de transação por comunidade.
a_n	Parâmetro da função custo que multiplica parte quadrática.
b_n	Parâmetro da função custo que multiplica parte linear.
c_n	Parâmetro constante da função custo.

Funções

$f(x)$	Função a ser minimizada, no caso função objetivo.
$c_1(x)$	Restrições de igualdade e desigualdade.
C_n	Função do custo de produção.

Números

n Número de agentes/comunidades em um sistema.

m Número de agentes relacionados em uma transação.

1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se a introdução deste trabalho, com a contextualização e explicação da relevância do tema para a sociedade. A partir da elucidação do problema que motivou a realização do estudo, são descritos os objetivos a serem atingidos e a estrutura do presente documento.

1.1 Contextualização

A energia é um elemento essencial para o desenvolvimento, uma das principais aspirações da população de países da América Latina, Ásia e África. O consumo de energia *per capita* muitas vezes é utilizado como um indicador da importância dos problemas que afetam estes países, onde se encontram cerca de 70% da população mundial (GOLDEMBERG, 1998). Goldemberg (1998) explica que na maioria dos países nos quais o consumo de energia comercial per capita está abaixo de uma tonelada equivalente de petróleo (TEP) por ano, as taxas de analfabetismo, mortalidade infantil e fertilidade total são altas, enquanto a expectativa de vida é baixa.

O mercado de energia elétrica é de extrema importância para o mundo e sua existência, considerada altamente necessária, já é realidade comum de aproximadamente 87% da população mundial (RITCHIE, ROSER, 2019). O aumento da oferta de energia corrobora com um ambiente propício ao crescimento econômico e o crescimento incorpora mais energia ao processo produtivo (DA COSTA; OLIVERIA, 2004).

Assim como em outros mercados, o desenvolvimento de novas tecnologias desafia o *status quo* e possibilita a adoção de novos arranjos no mercado de energia elétrica. Há pressões tanto da população quanto dos demais agentes envolvidos no processo que visam a modernização do arcabouço regulatório para que haja a evolução do atual sistema. No Brasil e em todo o mundo observa-se o movimento de descentralização do setor elétrico, robustecendo o caminho para a implementação do mercado livre de energia. (RIZKALLA, 2018).

No mercado livre, a energia elétrica é negociada como *commodity*, possibilitando a negociação de energia entre os agentes de mercado (gerador, distribuidor, comercializador, consumidor livre ou especial, importador e exportador), não levando em consideração a existência de restrições físicas de geração e transporte de energia. Nesse mercado a comercialização de energia é feita de duas formas: a) o mercado *spot*, que se refere às transações

realizadas em um curto período; e b) o mercado futuro, em que as operações são de médio ou longo prazo. Dessa forma, o fornecimento de eletricidade aos consumidores é feito a um preço justo, considerando que há a redução de perdas por parte das companhias de geração e da interrupção do serviço devido à demanda superior à capacidade contratada, uma vez que as empresas do setor podem possuir em seu portfólio contratos de ambos os tipos, reduzindo os riscos (JIFENG, 2006).

Apesar da ruptura da estrutura centralizada no Estado, o setor elétrico segue sendo regulado por autoridades de Estado. No Brasil, a Constituição Federal de 1988 estipula a competência privativa da União em legislar sobre a energia (art. 22, IV), sendo instituída, em 1996, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), órgão regulador do setor elétrico.

A reestruturação do mercado de energia elétrica, que ainda segue um modelo *top-down* no que tange a alocação de recursos e precificação (HU et al, 2018), possibilitaria uma maior participação dos prosumidores, agentes capazes de, além de consumirem, produzirem recursos energéticos. Essa organização alternativa do mercado, com o cliente no centro, é pauta de diversas discussões acadêmicas há cerca de duas décadas (WU et al, 1995) e permitiria a existência de um ambiente em que as preferências dos agentes prosumidores quanto à fonte de energia, por exemplo, fossem levadas em consideração, fortalecendo a energia local, fontes renováveis e baixas emissões de CO₂.

Allen (2019) destaca o impacto da tecnologia *blockchain* no mercado de energia, a partir da garantia de transparência e confiabilidade em transações ponto a ponto sem a auditoria de terceiros (OCHOA; SILVA; LEITHARDT, 2019). A existência desse mercado de energia *peer-to-peer* (P2P) permite que os agentes da rede de compartilhamento comprem e vendam eletricidade diretamente. Dessa forma, os consumidores terão a oportunidade de escolher o tipo de eletricidade que desejam comprar e o quanto estão dispostos a pagar e os geradores de eletricidade poderão definir seus próprios preços e a quem desejam vender (ALLEN, 2019).

Conforme abordado por Fornasier e Knebel (2021), o modelo de comercialização de energia P2P contrapõe a organização tradicional do setor elétrico brasileiro (SEB), pois estrutura-se de acordo com um modelo *bottom-up*. As tecnologias de *blockchain* permitem o armazenamento e gerenciamento de informações, dispensando a existência de uma autoridade de controle centralizada, com a organização do mercado em micro redes (*microgrids*) locais (GABRICH; COELHO; COELHO, 2017).

As estruturas colaborativas, apesar de já utilizadas em outros ramos da economia, ainda possuem um arranjo em fase preliminar no setor energético e requerem maiores estudos que

promovam o entendimento e a validação dos benefícios a serem adquiridos com o modelo. Nesse contexto, este trabalho irá discorrer a respeito das evoluções observadas no setor elétrico, em especial no Brasil, desde o seu advento até a ascensão de modelos inovadores, como o P2P. A partir da análise de um estudo de caso de aplicabilidade do sistema P2P, busca-se encontrar uma solução para o problema: Considerando restrições na geração e demanda, é possível encontrar uma solução ótima para a comercialização de energia em uma estrutura *peer-to-peer*?

1.2 Objetivos do Trabalho

Este Projeto de Graduação em Engenharia de Produção tem como objetivo analisar a aplicação e os benefícios do modelo de negociação de energia elétrica *peer-to-peer* (P2P).

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral é encontrar o custo mínimo de operação de um modelo de mercado de energia elétrica *peer-to-peer*, através do uso da programação quadrática que identificará as soluções ótimas de produção e consumo de cada agente.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste estudo são:

- Determinar os valores ótimos de produção e consumo do modelo de negociação de energia *peer-to-peer*;
- Determinar o custo mínimo a partir dos valores de produção e consumo encontrados;
- Comparar os resultados obtidos ao alterar-se os parâmetros do modelo.

1.3 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em seis capítulos, a serem descritos a seguir. Iniciando, como primeiro capítulo, temos a introdução, que visa contextualizar o tema, as justificativas e objetivos (geral e específicos) do trabalho, bem como a sua estrutura. No segundo capítulo está presente a metodologia aplicada neste trabalho, com a descrição de tipos e classificações de pesquisas, bem como as etapas que foram seguidas para desenvolver a pesquisa. No terceiro capítulo apresenta-se o referencial teórico, com uma elucidação do tema, abordando de forma breve o sistema elétrico brasileiro, os mercados SPOT e contratos

bilaterais, bem como princípios gerais da pesquisa operacional e programação quadrática. O quarto capítulo descreve o que foi feito no projeto, bem como os modelos de negociação P2P de energia. O quinto capítulo descreve a aplicação dos modelos matemáticos e algoritmos do problema, bem como a discussão e análise dos resultados encontrados. Por fim, o sexto capítulo traz a conclusão do projeto além de sugestão de futuros trabalhos.

2 Metodologia

Este capítulo apresenta as etapas envolvidas no desenvolvimento deste estudo, além de realizar uma breve explicação sobre as diferentes classificações da pesquisa científica.

2.1 Classificação da pesquisa

Metodologia é o estudo da organização, do trajeto percorrido durante a realização de uma pesquisa ou estudo, para se fazer ciência (FONSECA, 2002). Gerhardt e Silveira (2009) esclarecem que a metodologia se interessa pela legitimidade do caminho escolhido para alcançar o objetivo da pesquisa e que, portanto, não deve ser confundida com o conteúdo ou com os procedimentos (métodos e técnicas).

Gil (2011) define pesquisa científica como um processo racional e sistemático para a busca de respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa se desenvolve por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão dos resultados. As pesquisas científicas podem ser classificadas quanto aos seus objetivos ou quanto aos procedimentos técnicos nelas empregados.

Em relação aos objetivos, pode ser classificada das seguintes formas:

- Exploratória: promove esclarecimentos em relação ao problema e possui um planejamento, em geral, mais flexível;
- Descritiva: busca relacionar variáveis, em sua maioria quantitativas;
- Explicativa: objetiva identificar fatores que ajudam ou determinam a ocorrência de algo concreto.

Em relação ao procedimento, Filippini (1997) define que as técnicas de pesquisa mais comuns na área de Engenharia de Produção são:

- Modelagem matemática;
- Simulação;
- Levantamento (*survey*);
- Estudo de campo;
- Estudo de caso;
- Experimento; e
- Teórico-conceitual.

Ademais, também é possível classificar de acordo com a forma de abordagem do problema - quantitativa e qualitativa - e quanto à natureza básica e aplicada (SILVA, 2005).

A pesquisa quantitativa possui como foco a validação de premissas e avaliação de resultados por meio de uma linguagem matemática, enquanto a pesquisa qualitativa não se concentra na representatividade numérica e os dados são analisados intuitivamente.

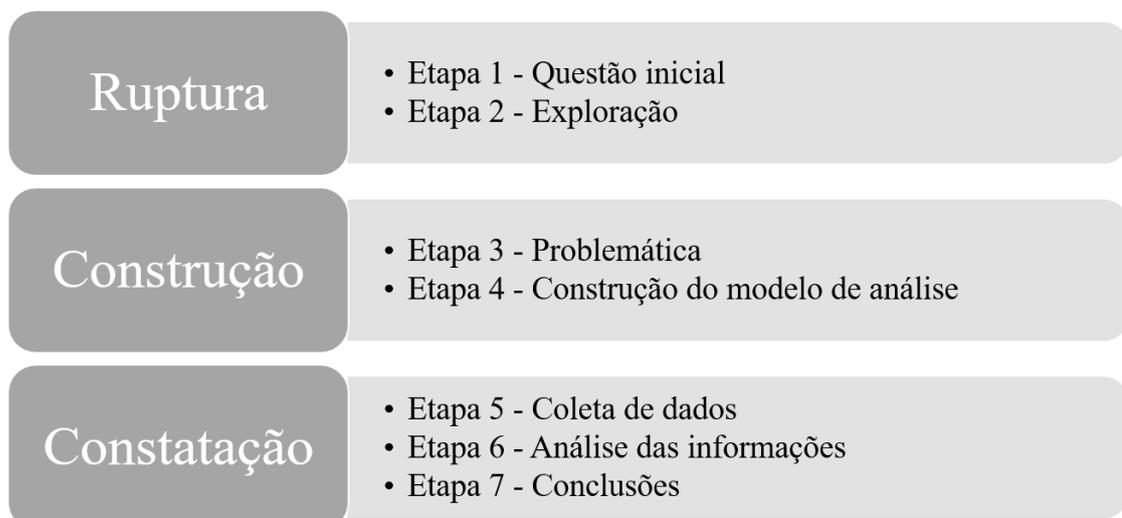
Quanto à natureza, a pesquisa básica tem como objetivo criar conhecimento sem necessariamente aplicação prática, enquanto a aplicada cria o conhecimento e há aplicação prática para a solução do problema proposto (SILVA, 2005).

Assim sendo, este projeto pode ser classificado como pesquisa de natureza aplicada, abordagem quantitativa, objetivo descritivo e procedimento técnico modelagem matemática, dado que se apoia em técnicas matemáticas para o mapeamento do funcionamento de um sistema produtivo (MIGUEL et al., 2010) e no software de programação MATLAB para desenvolvimento do modelo proposto.

2.2 Etapas do trabalho

As etapas apresentadas na Figura 1 foram propostas por Gerhardt e Silveira (2009) para a realização de uma boa pesquisa científica e foram seguidas durante a execução do presente trabalho. As sete etapas são agrupadas em três fases: Ruptura, Construção e Constatação.

Figura 1 - Etapas de realização da pesquisa científica



Fonte: Gerhardt e Silveira (2009) - Adaptado pelo autor

Considerando que as etapas 2 e 3 foram condensadas em uma só, a elaboração deste trabalho tem as seguintes etapas:

- I. Definição do problema alvo do estudo;

- II. Revisão Bibliográfica acerca do mercado de energia, seus veículos contratuais, soluções matemáticas de negociação e gestão de riscos;
- III. Construção do algoritmo de otimização de negociações de contratos de energia;
- IV. Simulação do algoritmo em MATLAB para obtenção de modelos ótimos para o problema definido no estudo e coleta dos dados resultantes;
- V. Validação da consistência dos dados obtidos nas simulações anteriores;
- VI. Apresentar os próximos passos e proposições de trabalhos futuros.

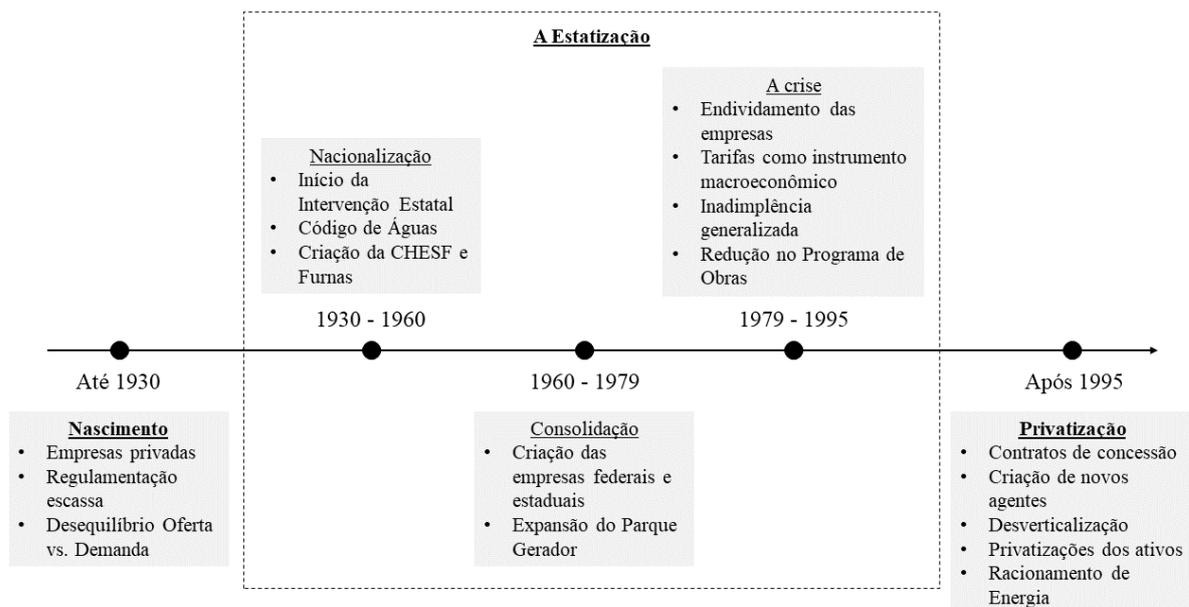
3 Referencial Teórico

O referencial teórico apresenta o funcionamento do Setor Elétrico Brasileiro (SEB), bem como seus principais atores e agentes, o mercado livre de energia, mercado SPOT e os contratos bilaterais, além dos conceitos matemáticos utilizados no modelo.

3.1 Funcionamento do mercado de energia no Brasil

O Setor Elétrico Brasileiro (SEB) originou-se no fim do século XIX, com o surgimento de pequenas empresas destinadas a explorar o serviço de fornecimento de energia elétrica nos grandes municípios do país e, segundo Araújo (2002), pode-se identificar três etapas marcantes das amplas reformas sofridas na história do SEB desde então:

Figura 2 – Trajetória do Sistema Elétrico Brasileiro



Fonte: Araújo (2002) – Adaptado pelo autor

O sistema elétrico consiste na infraestrutura física responsável pela geração, transporte e uso da eletricidade pelo mercado de eletricidade, onde ocorrem as negociações de compra e venda de energia. Segundo Joskow (2011), este mercado se diferencia dos demais mercados de *comodities* por duas propriedades técnicas:

- 1) Deve sempre haver o equilíbrio entre fornecimento e demanda, caso contrário, no caso de excesso de demanda, falhas irão ocorrer devido à sobrecarga do sistema. Em situações de excesso de produção, o que não for aproveitado será perdido, pois

a eletricidade gerada não pode ser armazenada em larga escala;

- 2) Não há o controle do fluxo de eletricidade na rede, considerando que a eletricidade irá sempre seguir o caminho de menor resistência. Como consequência disso, os consumidores recebem eletricidade de diversas fontes.

Após o marco da transferência de responsabilidade entre as esferas público e privado, uma das principais características do setor de energia brasileiro é a existência de agentes de mercado, sendo eles os:

- 1) Geradores;
- 2) Distribuidores;
- 3) Comercializadores ou consumidores de energia.

Conforme as mudanças e desenvolvimento do sistema de energia elétrica brasileiro, tanto à sua complexidade quanto à sua estruturação cresceram a partir do surgimento de diversos atores que se dividem principalmente, segundo a CCEE (2022), entre os agentes do mercado de eletricidade e os agentes institucionais, que serão apresentados nas duas seguintes seções.

3.1.1 Atores

Os atores do setor de energia elétrica, em geral, são classificados de acordo com sua ação no que tange a geração, distribuição e comercialização de energia (CCEE, 2022). A categorização dos agentes está detalhada na Tabela 1.

Tabela 1 - Classificação dos atores genéricos do Sistema Energético

Categoria	Agentes de Mercado	Atuação
1. Geração	Autoprodutores	Empresa que produz energia para seu uso exclusivo, podendo comercializar o excedente com autorização da agência reguladora
	Geradores (serviço público)	Titular de concessão para explorar ativo de geração a título de serviço público
	Produtores Independentes	Agente que recebe autorização do Poder Concedente para produzir energia e comercializar de forma independente
2. Distribuição	Distribuidores	Concessionárias ou permissionárias que distribuem energia para todos consumidores em sua área de atuação
3. Comercialização	Comercializadores	Organizações autorizadas pela agência reguladora a comprar energia e revender para consumidores, geradores ou comercializadores no mercado livre
	Consumidores Especiais	Empresas que possuem demanda de energia entre 0,5 MW e 1,5 MW e que contratam o insumo do mercado livre
	Consumidores Livres	Empresas com demanda de energia acima de 1,5 MW e que comprem no mercado livre.

Fonte: CCEE (2022) – Adaptado pelo autor

3.1.2 Agentes Institucionais

De acordo com a CCEE (2019), os agentes institucionais do setor de energia elétrica podem ser classificados conforme o determinado na Tabela 2:

Tabela 2 - Principais agentes institucionais do sistema elétrico

Agentes Institucionais	Atuação
Operador de Mercado	Responsável pela gestão econômica do mercado de eletricidade e pelo equilíbrio entre as propostas de compra e venda dos participantes do mercado. É a entidade incumbida de administrar as regras, determinar os preços e as quantidades de energia a serem comercializadas no mercado.
Operador de Sistema Independente	Responsável pela segurança do sistema de energia do mercado de eletricidade. Estabelece regras para o controle do mercado e dos serviços auxiliares e é considerado independente por operador de modo imparcial em um ambiente competitivo.
Companhias de Transmissão de Energia	Responsáveis pela transmissão de energia das geradoras para as distribuidoras, sendo detentores dos recursos de transmissão de energia, como linhas, cabos, transformadores e aparelhos de compensação reativa.
Regulador de Mercado	Órgão governamental responsável por assegurar que o mercado de energia opere de forma justa e eficiente. Determina as regras do mercado, bem como fiscaliza o seu cumprimento.

Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) - Adaptado pelo autor

A Figura 3 ilustra a estrutura do Setor Elétrico Brasileiro, apresentando os principais agentes do mercado.

Figura 3 – Agentes Institucionais do Mercado de Energia no Brasil

Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) - Adaptado pelo autor

Na Tabela 3 estão elencadas as principais atribuições de cada órgão citado na Figura acima.

Tabela 3 - Agentes Institucionais do Setor Elétrico Brasileiro

Agentes institucionais	Função
Conselho Nacional de Política Energética (CNPE)	Formular as políticas e diretrizes do setor de energia, com o objetivo de aproveitar de forma racional os recursos energéticos do país.
Ministério de Minas e Energia (MME)	Supervisionar e controlar a prática das políticas direcionadas ao desenvolvimento energético do país.
Empresa de Pesquisa Energética (EPE)	Realizar pesquisas para subsidiar tecnicamente o planejamento e implementação das ações do MME, como a intenção de expandir e promover a segurança do sistema energético.
Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico (CMSE)	Avaliar e acompanhar a segurança do suprimento elétrico em todo o território nacional.
Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL)	Regular e fiscalizar a geração, transmissão, distribuição e comercialização de eletricidade.
Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE)	Gerir o mercado brasileiro de energia elétrica, viabilizando as atividades de compra e venda de energia no país.
Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS)	Coordenar e controlar a geração e transmissão de energia elétrica no Sistema Integrado Nacional (SIN).

Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) - Adaptado pelo autor

3.2 O Mercado Livre de Energia

No que tange à liberdade e autonomia de negociação entre consumidores e geradores/comercializadores de energia, o Mercado Livre de Energia seria um ambiente ideal onde a compra de energia poderia ser feita de forma alternativa ao suprimento das concessionárias locais.

A fim de desburocratizar e tornar o processo de produção e distribuição de energia mais flexível, diversos países buscaram a descentralização no mercado nos últimos anos. Apesar das tentativas, segundo Glachant e Ruester (2014) nenhum país com “estilo Federativo” atingiu o objetivo de implementar um mercado livre de energia em todo seu território.

O Setor Elétrico Brasileiro sofreu diversos aprimoramentos, em especial a partir da década de 90, com a desverticalização do setor, marcado até então pela ausência de competitividade que impactava diretamente a eficiência do mercado (RIZKALLA, 2018). Apesar da evolução do SEB, algumas melhorias e modernizações ainda devem ser feitas para que, a longo prazo, o mercado livre de energia no Brasil seja construído e consolidado.

O mercado no Brasil vem sendo marcado por profundas transformações em suas estruturas organizacionais e produtivas nas últimas décadas. O atual modelo definiu a criação da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) em 2004, com o objetivo de avaliar permanentemente a segurança no suprimento de energia elétrica no país e a comercialização de energia passou a contar com dois ambientes de negociação (CARDOSO; ROCHA, 2017):

- Ambiente de Contratação Regulada (ACR), com agentes de geração e de distribuição de energia;
- Ambiente de Contratação Livre (ACL), com geradores, distribuidores, comercializadores importadores e exportadores, além dos consumidores livres e especiais.

O mercado de livre energia no Brasil pode ser analisado, segundo Hunt e Shuttleworth (1996) em artigo de Castro e Leite (2010), pela definição de quatro modelos de organização. A Tabela 4 ilustra a visão dos autores:

Tabela 4 – Modelos de organização do setor elétrico

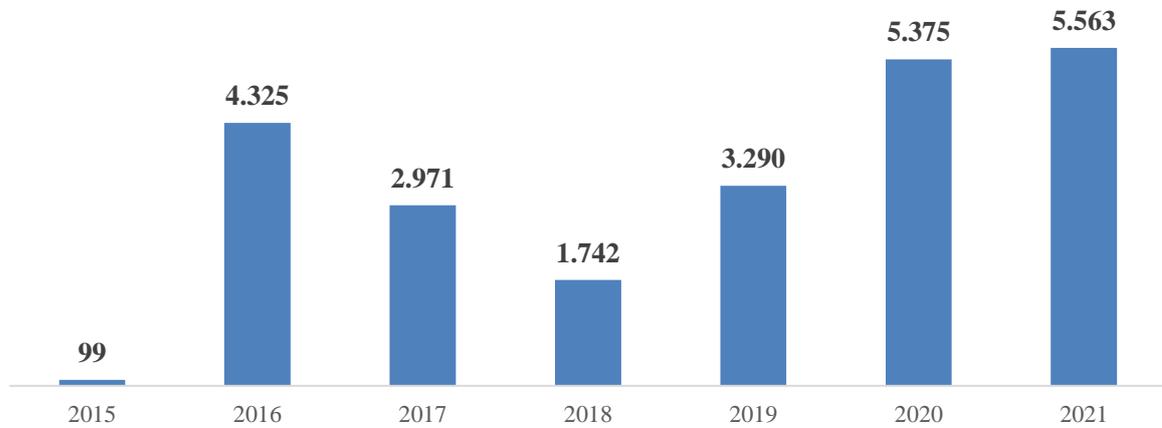
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Características	Monopólio	Monopsônio	Competição no atacado	Competição no varejo
Competição na geração	Não há	Significativa	Significativa	Significativa
Escolha do varejista	Não há	Não há	Significativa	Significativa
Escolha do consumidor	Não há	Não há	Não há	Significativa

Fonte: HUNT SHUTTLEWORTH (1996, p. 22) apud CASTRO e LEITE (2010) – Adaptado pelo autor

As reformas mencionadas, propostas a partir da década de 90, transformaram o modelo implementado no Brasil em uma adaptação dos modelos 3 e 4, incorporando a competição na geração e a livre escolha dos varejistas. (CASTRO; LEITE, 2010).

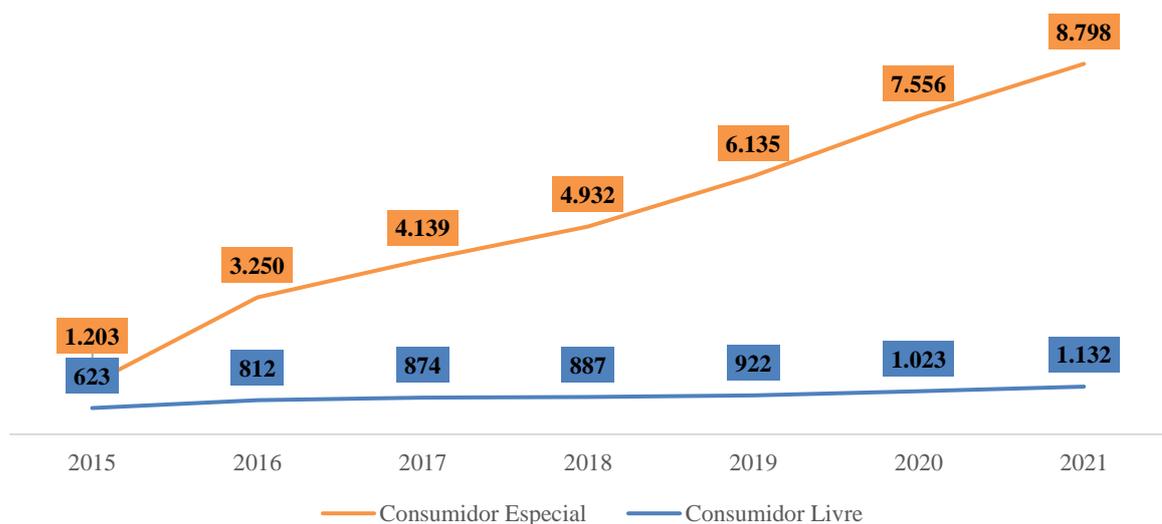
A adaptação dos modelos 3 e 4, representa a adoção do mercado livre de energia, que possui como benefícios: maior previsibilidade orçamentária, gerenciamento da energia elétrica como matéria prima, preços mais competitivos, mesmo preço para os horários de ponta e fora de ponta (ENERGIA, 2021).

Tais benefícios têm levado cada vez mais consumidores para o ambiente de contratação livre. Segundo dados da CCEE (2022), o mercado livre de energia terminou o ano de 2021 com 5.543 novas Unidades Consumidoras (UCs), maior número de adesões ao ano do histórico do segmento, conforme ilustrado na Figura 4. Desde 2015, o Ambiente de Contratação Livre (ACL) ganha maior espaço no território brasileiro, apresentando um crescimento de 2,47 vezes nos últimos 5 anos, e hoje representa 34,5% de toda a energia elétrica consumida no Sistema Interligado Nacional (SIN) (CCEE, 2022).

Figura 4 – Novas Unidades Consumidoras no ACL (2015 – 2021)

Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) – Adaptado pelo autor

As regras atuais do Mercado Livre de Energia determinam que é necessário ter demanda mínima de 500 kW, volume equivalente a uma conta mensal de R\$ 140 mil, para acessar o segmento, o que restringe o mercado a indústrias e grandes empresas. Aqueles com demanda até 1.000 kW são enquadrados na categoria Especial e podem acessar energia renovável, já os com consumo superior, da categoria Livre, podem negociar com qualquer fonte (CCEE, 2022). A Figura 5 mostra a evolução dos agentes desde 2015:

Figura 5 – Número de agentes por categoria

Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) – Adaptado pelo autor

Dentro do contexto do Mercado Livre de Energia, Medeiros (2003) define a existência de duas modalidades de contratação de energia, o Mercado Spot e o Mercado de Longo Prazo, onde são realizados os “contratos bilaterais”. Ambos são tratados nas sessões seguintes.

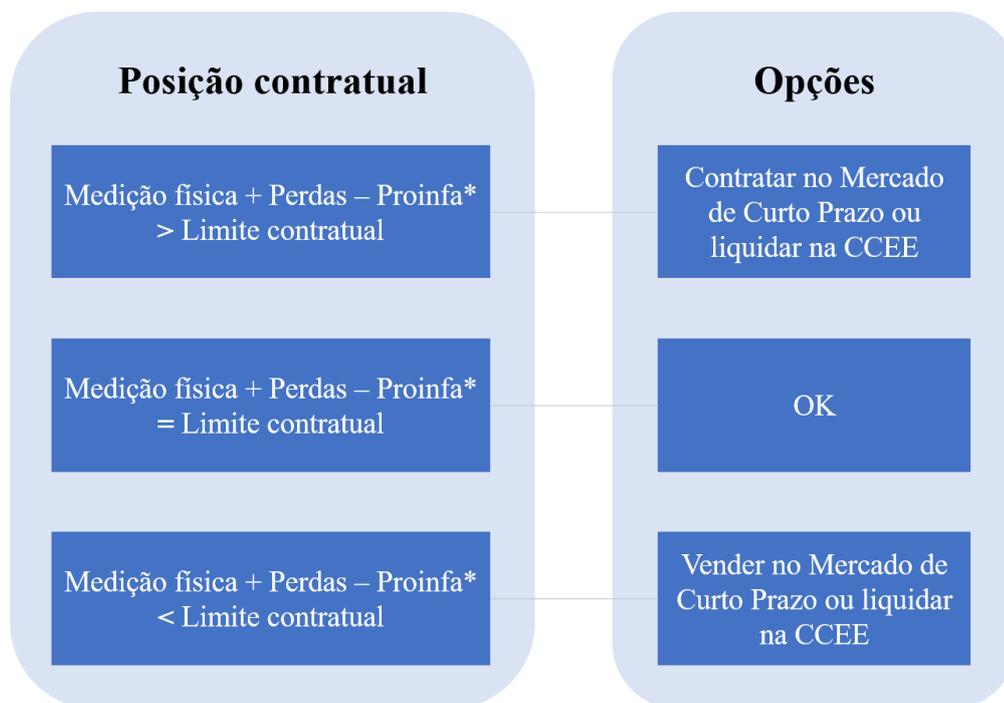
3.2.1 O Mercado Spot

Tanto no Ambiente de Contratação Regulada (ACR) quanto no Ambiente de Contratação Livre (ACL) há a obrigatoriedade de registro na CCEE dos contratos de compra e venda de energia elétrica firmados no mercado, cabendo a este órgão realizar a medição dos montantes produzidos e consumidos pelos agentes, bem como apurar as diferenças positivas e negativas em relação ao que foi definido nos contratos (WALVIS, 2014).

Conforme afirmado por Rodrigues (2009), é no Mercado Spot que os agentes de mercado realizam as transações energéticas destinadas a liquidar as faltas e sobras relacionadas aos contratos. A existência dessas negociações gera um mercado mais eficiente, pois há a otimização da geração de curto prazo com a comercialização dos excedentes de produção e o gerenciamento da escassez (quando a demanda é maior que a quantidade disponível para oferta). Dessa forma, existe um maior equilíbrio de carga, permitindo que os agentes de mercado cumpram suas obrigações contratuais (STOFT, 2002).

Em resumo, os consumidores livres devem fechar as suas posições contratuais mensalmente com seus fornecedores de energia e, a depender do resultado, o agente possui as opções ilustradas na Figura 6:

Figura 6 – Opções de negociação de energia no Mercado Livre

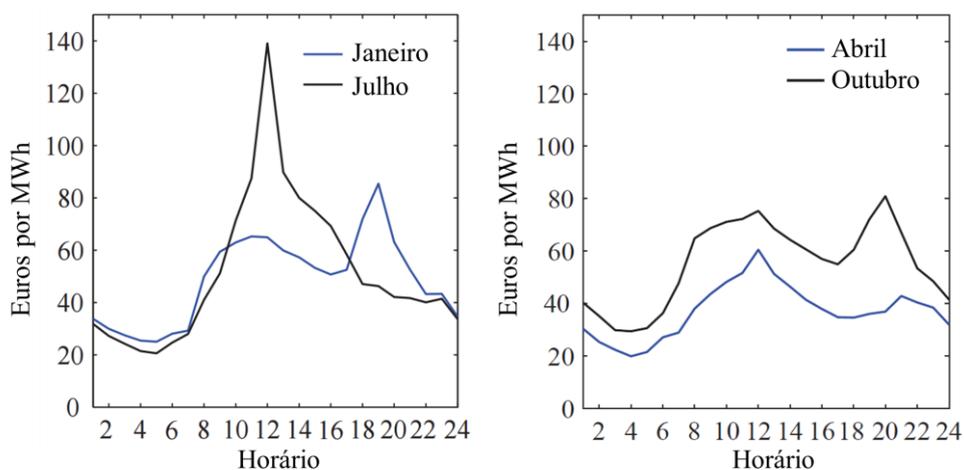


*Proinfa: Programa de Incentivo de Fontes Alternativas – trata-se de uma quota de energia a que todo consumidor tem direito.

O preço da energia elétrica no Mercado Spot, também chamado de Mercado de Curto Prazo, comercializada na CCEE, é definido com base no Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), um indicador calculado antecipadamente pela CCEE, com periodicidade máxima semanal, limitado por preços mínimo e máximo. O PLD é um valor determinado para cada patamar de carga, com base no Custo Marginal de Operação (CMO), vigente para cada período de apuração em seu respectivo submercado (GANIM, 2009).

Uma das principais características desse mercado é a alta volatilidade das tarifas de energia (BESSEMBINDER; LEMON, 2002), que demanda atualizações constantes pelo operador de mercado. Isso ocorre principalmente pela impossibilidade de armazenagem de energia em grandes volumes – diferente de outras commodities, como a soja ou minério de ferro, que poderiam ser amenizados com produtos em estoque – por isso a importância do balanceamento de carga entre consumo e geração (ENRI, 2012). A Figura 7 ilustra a oscilação do preço de energia no mercado de curto prazo alemão.

Figura 7 - Volatilidade do preço da energia no mercado spot alemão



Fonte: Erni, 2012 – Adaptado pelo autor

O preço médio por hora no mercado foi calculado para os diferentes meses com base em dados referentes ao período entre 1º de janeiro de 2010 e 31 de dezembro de 2011. Por exemplo, os preços por hora de janeiro foram computados como a média aritmética dos preços por hora em janeiro de 2010 e em janeiro de 2011.

No Mercado Spot, assim como nas bolsas de valores espalhadas pelo mundo, o preço é recalculado continuamente pelo operador do mercado e os valores atribuídos à energia são definidos com base nas ofertas de compra e venda de energia realizadas pelos participantes do mercado.

3.2.2 O Mercado de Longo Prazo

Conforme já abordado na sessão anterior, o consumidor inserido no Mercado Livre de Energia que realiza negociações no Mercado Spot fica sujeito à volatilidade do preço de energia do mercado de curto prazo. Por conta disso, muitos consumidores dão preferência à compra de energia através de contratos de fornecimento de Longo Prazo, onde paga-se um preço fixo pela energia consumida no período (JUNIOR, 2013).

No Mercado de Longo Prazo, adquire-se energia livremente através de contratos bilaterais no Ambiente de Contratação Livre (ACL), antecipadamente ao consumo. A modalidade de contratos bilaterais é caracterizada por um comprador e um vendedor concordando em uma certa quantidade de energia a ser transferida em um preço fixo. Segundo definição da ANEEL, o contrato bilateral é um “instrumento jurídico que formaliza a compra e venda de energia elétrica entre Agentes da CCEE, tendo por objeto estabelecer preços, prazos e montantes de suprimento em intervalos temporais determinados”.

Dessa forma, os preços e condições são determinados com antecedência. Contratos bilaterais são tidos como de baixo risco, pois assume-se que os custos de produção são determinísticos. No Brasil, mais de 70% dos contratos no mercado livre apresentam vigência superior a 4 anos (CCEE, 2017).

Este tipo de contrato é negociado com base nas médias de preços esperadas de longo prazo. Apesar do contrato fornecer um meio de evitar riscos, a licitação no Mercado Spot pode oferecer a possibilidade de maiores lucros para os atores. Os preços elevados no Mercado Spot são favoráveis para a empresa de geração, fator que está atrelado ao maior risco de volatilidade, o que pode induzir o aumento das vendas nesse mercado e a redução de entregas na modalidade bilateral.

Apesar da maior segurança proporcionada pelos acordos bilaterais, ao negociar um contrato deste tipo, os participantes também correm riscos, sendo os principais: o risco de *default* - não pagamento, ou o risco de não entrega. O primeiro pode ocorrer devido um momento de instabilidade da economia ou administrativo da empresa e o segundo devido à insuficiência na geração de energia ou devido a falhas no sistema de transmissão e distribuição de energia (LIU, 2004).

3.3 Pesquisa Operacional

A primeira atividade formal de pesquisa operacional ocorreu durante a Segunda Guerra Mundial, quando um grupo de cientistas foi convocado na Inglaterra para estudar problemas de estratégia e de tática relacionados com a defesa do país. O objetivo era decidir sobre a utilização mais eficaz de recursos militares limitados (LISBOA, 2002). A partir daí e considerando a necessidade da aplicação inteligente de recursos muito escassos nas inúmeras operações e atividades militares, em busca de atingir maior eficiência, a Pesquisa Operacional começou a ser aplicada.

Segundo Hillier e Lieberman (2013), como consequência desses estudos, garantiram-se as vitórias nas Batalhas Aéreas na Grã-Bretanha e no Atlântico Norte, igualmente auxiliaram na Campanha Britânica no Pacífico. Posteriormente, a indústria viu como uma oportunidade a aplicação desses conceitos para o desenho de uma estrutura mais robusta, com menores perdas e processos mais eficazes (CORREA, 2010).

O conceito chave por trás da Pesquisa Operacional é a construção de modelos ou formulação de programação matemática. Em outras palavras, procura-se abstrair um problema da vida real em um modelo matemático composto de uma função objetivo que deve ser otimizada respeitando-se um conjunto de restrições. A área engloba uma vasta gama de técnicas e métodos para resolução de problemas, como, por exemplo: simulação de sistemas, otimização matemática, teoria das filas, processos de decisão de Markov, métodos econômicos, análises de dados e Teoria dos Jogos (WILLIAMS, 1999).

Apesar do nome do campo ser “Pesquisa Operacional”, parecendo se tratar apenas de pesquisa no sentido mais exploratório, o campo de PO faz parte de uma área do conhecimento tratada como *Management Science*, envolvendo o uso de uma série de técnicas com embasamento lógico-científico para tratar questões de gestão que auxiliam no processo de tomada de decisão, segundo Rodrigues et al. (2014).

Um dos métodos mais utilizados na Pesquisa Operacional para resolução de problemas é concebida a partir de 6 passos (HILLIER E LIEBERMAN, 2010):

- I. **Modelagem do Problema:** após uma observação cuidadosa do problema, é feita a sua modelagem, considerando as hipóteses a serem confirmadas e os dados relevantes;
- II. **Construção do Modelo Científico:** o problema modelado deve seguir critérios tipicamente matemáticos, possuindo a essência do problema a ser resolvido e

assumindo que o modelo representa o problema original, bem como suas eventuais soluções;

- a. É importante salientar que todo modelo é uma forma de simplificar a realidade, por isso é importante no final dessa etapa a verificação da possibilidade de aplicação prática do modelo;
- III. **Apuração das primeiras soluções:** nessa etapa, tem-se normalmente apoio computacional para obter as soluções primárias do modelo;
- IV. **Teste de Hipóteses:** com a solução em mãos, são validadas as hipóteses levantadas na etapa (i) modelagem do problema;
- V. **Melhoria Contínua do Modelo:** em posse das hipóteses validadas em (iv), o modelo é aplicado mais vezes, com variações dos pontos de partidas e de variáveis relevantes, a fim de encontrar melhorias para o modelo;
- VI. **Solução Ótima para o Problema:** por fim, o modelo é implementado em situações reais, para que seja utilizada a solução ótima para o problema.

Na Pesquisa Operacional, a formulação do modelo a ser utilizado depende diretamente do sistema a ser representado e a função objetivo, bem como as funções de restrições, podem ser lineares ou não-lineares. As variáveis de decisão podem ser contínuas ou discretas e os parâmetros podem ser determinísticos ou probabilísticos. De acordo com Lisboa (2002), essa variedade de representações de sistemas resulta na existência de diversas técnicas de otimização que incluem, principalmente:

- Programação linear: análise de modelos onde as restrições e a função objetivo são lineares;
- Programação inteira: se aplica a modelos que possuem variáveis inteiras (ou discretas);
- Programação dinâmica: utilizada em modelos onde o problema completo pode ser decomposto em subproblemas menores;
- Programação estocástica: aplicada a uma classe especial de modelos onde os parâmetros são descritos por funções de probabilidade;
- Programação não-linear: utilizada em modelos contendo funções não-lineares.

3.4 Programação Quadrática

A Programação Matemática é a disciplina que estuda a minimização de funções em

problemas com ou sem restrições. Matematicamente, estes problemas são enunciados como:

$$\begin{aligned} f(x) & & x \in \mathfrak{R}^n \\ c_i(x) = 0 & & i = 1 \dots l \\ c_i(x) \leq 0 & & i = l + 1 \dots m \\ x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & & i = 1 \dots n \end{aligned}$$

onde x é um ponto do \mathfrak{R}^n sobre o qual são impostos os limites mínimos e máximos (restrições laterais), $f(x)$ é a função a ser minimizada e as funções $c_1(x)$ representam as restrições de igualdade e desigualdade. Assume-se que tanto a função objetivo quanto as restrições são funções contínuas no \mathfrak{R}^n . (PEREIRA, 2002).

A Tabela 5 abaixo mostra a diferença entre os tipos de programação utilizadas em modelos de otimização.

Tabela 5 – Tipos de programação

Tipos de otimização	$f(x)$	$c_1(x)$
Programação Linear	Linear	Linear
Programação Quadrática	Quadrática	Linear
Programação Não-linear	Linear/ não linear	Não - Linear/ Linear

Fonte: Pereira, 2002.

A programação quadrática tem como característica a função objetivo quadrática e as restrições lineares em $x \in \mathbb{R}^n$. A equação de custos abaixo, por exemplo, é quadrática e será otimizada durante a realização deste trabalho.

$$C_n(P_n) = \frac{1}{2} a_n P_n^2 + b_n P_n + c_n \quad (1)$$

Tendo em vista a natureza desta função objetivo, foi utilizada a função *quadprog* do MATLAB para resolver o problema proposto. Segundo a plataforma, a função *quadprog* encontra um mínimo para um problema especificado pela Eq. (2):

$$\min_x \frac{1}{2} x^T H x + f^T x \quad (2)$$

A mesma é restringida pelas seguintes equações:

$$A x \leq b \quad (3)$$

$$Aeq x = beq \quad (4)$$

$$lb \leq x \leq ub \quad (5)$$

onde H , A , e Aeq são matrizes, e f , b , beq , lb , ub , e x são vetores.

As matrizes e vetores utilizados desempenham papéis específicos na resolução do problema, sendo primordial o entendimento de cada um observando a relação da matriz ou vetor com o todo. A Tabela 6, segundo o MATLAB, descreve de forma resumida essa relação.

Tabela 6 - Descrição de matrizes e vetores

Elemento	Descrição
H	Matriz simétrica em $1/2 * x^T * H * x$
F	Vetor no termo linear $f^T * x$
A	Matriz em restrições de desigualdade linear $A * x \leq b$
B	Vetor em restrições de desigualdade linear $A * x \leq b$
Aeq	Matriz em restrições de igualdade linear $Aeq * x = beq$
Beq	Vetor em restrições de igualdade linear $Aeq * x = beq$
Lb	Vetor de limites inferiores
Ub	Vetor de limites superiores

Fonte: Autoria própria

O objetivo de otimizar as variáveis de produção e consumo deve respeitar os limites impostos pelo problema abordado. No caso, as equações de restrição (Eqs. (3-5)) desempenham o papel de delimitar as relações de transações energéticas. O próximo capítulo apresenta os modelos de transação de energia *peer-to-peer* existentes.

4 Modelos de mercado de energia P2P

O quarto capítulo apresenta os modelos existentes de negociação *peer-to-peer* de energia, descrevendo suas vantagens, desvantagens e modelagem matemática.

4.1 Considerações iniciais

O trabalho desenvolvido por Sousa et al. (2019) discorre a respeito dos novos modelos de mercado P2P que emergem no mundo. A partir de um estudo de caso, os autores contribuem com recomendações a respeito da aplicação dos modelos, sob a ótica de contribuição aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU, em particular o ODS 7 (Energia Acessível e Limpa) e o ODS 13 (Ação Contra a Mudança Global do Clima).

A literatura especializada, como Parag e Sovacoll (2016), definem a existência de 3 modelos para o mercado P2P:

1. Mercado P2P Completo
2. Mercado Baseado em comunidade
3. Mercado P2P Híbrido

Os modelos variam principalmente no tocante aos níveis de descentralização, indo de uma estrutura P2P completa a um P2P hierarquizado.

4.2 Modelos de mercado P2P

Inicialmente, uma Matriz SWOT foi desenvolvida com o objetivo de elencar as Forças, Fraquezas, Oportunidades e Ameaças do mercado de energia P2P. A realização da matriz, ilustrada na Figura 8, permitiu a análise de potenciais oportunidades e desafios a serem considerados na avaliação do modelo.

Figura 8 – Matriz SWOT dos modelos de mercado P2P

<p>Forças</p> <ul style="list-style-type: none"> • Maior poder de decisão aos consumidores; • Mercado mais transparente e confiável; • Clientes optam pela melhor escolha da oferta e possuem a opção de produzir e vender sua própria energia; • Aumento da resiliência e confiabilidade do sistema; • Potencial remoção de força de mercado de alguns agentes do mercado. 	<p>Fraquezas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Preço de energia abaixo do ótimo, em todo sistema de energia; • Transição potencialmente esmagadora para este mercado centrado no consumidor; • Peso da negociação e mecanismos de compensação; • Avaliação do ciclo de vida da infraestrutura de <i>hardware</i>.
<p>Oportunidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Democratização da energia; • Aumento da cooperação e atenção dos consumidores frente ao consumo de energia renovável; • Criação de novos modelos de negócios; • Crescimento do mercado do varejo de energia, com a falta de competição; • Adiar os investimentos da rede dos operadores do sistema. 	<p>Ameaças</p> <ul style="list-style-type: none"> • Obstáculos legais e regulatórios; • Falta de energia a grupos de consumidores; • Engajamento dos prossumidores e sua dimensão humana; • Potenciais congestionamentos na rede; • Dependência tecnológica (por exemplo, <i>blockchain</i>); • Segurança e privacidade dos dados; • Potencial falha dos mercados, se mal estruturados.

Fonte: Sousa et al. 2018 – Adaptado pelo autor

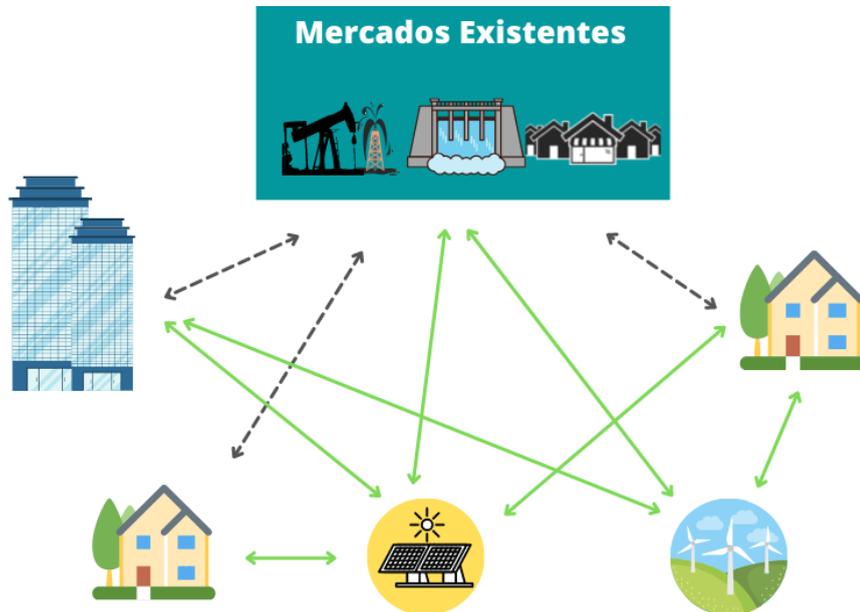
É importante ressaltar que esses modelos são bem humanizados, uma vez que cada agente pode ser uma casa familiar, um comércio ou qualquer outra estrutura. Dessa forma, percebe-se a importância dada a opinião e atuação de cada um dos agentes envolvidos no mercado (BRUDERMANN; YAMAGATA, 2018).

4.2.1 P2P Completo

O modelo P2P Completo é baseado em agentes que negociam diretamente entre si, com o objetivo de comprar e vender energia elétrica, como mostrado na Figura 9. Assim sendo, dois agentes podem firmar um acordo entre as transações que fazem, baseado em uma certa quantidade de energia e por um certo preço, sem uma supervisão centralizada.

Um modelo P2P completo entre produtores e consumidores que se baseia em uma economia multi-bilateral foi proposto por Sorin et al. (2018). Essa estrutura P2P inclui as vontades e preferências dos agentes consumidores, em relação ao produtor desejado – podendo escolher a fonte como local, renovável ou qualquer outro parâmetro. Isso está em conexão com o experimento icônico do Brooklyn, uma mini rede de mercado de energia foi desenvolvida e publicada em Mengelkamp et al. (2017). Esse modelo libera um mercado local sem uma entidade central.

Figura 9 - Estrutura do modelo de mercado P2P Completo



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

As pesquisas mais recentes mostram que esse modelo de mercado está ganhando momentum nos campos acadêmicos e industriais. Uma formulação matemática genérica desse modelo é apresentada abaixo.

$$\min_D \sum_{n \in \Omega} C_n \left(\sum_{m \in \omega_n} P_{nm} \right) \quad (6)$$

$$\text{s.t. } \underline{P}_n \leq \sum_{m \in \omega_n} P_{nm} \leq \overline{P}_n \quad \forall n \in \Omega \quad (7)$$

$$P_{nm} + P_{mn} = 0 \quad \forall (n, m) \in (\Omega, \omega_n) \quad (8)$$

$$P_{nm} \geq 0 \quad \forall (n, m) \in (\Omega_p, \omega_n) \quad (9)$$

$$P_{nm} \leq 0 \quad \forall (n, m) \in (\Omega_c, \omega_n) \quad (10)$$

Em que $D = (P_{nm} \in \mathbb{R})_{n \in \Omega, m \in \omega_n}$;

- P_{nm} corresponde a troca de energia entre os agentes n e m , em que um valor positivo significa uma venda/produção, (9) e um valor negativo significa uma compra/consumo, (10);

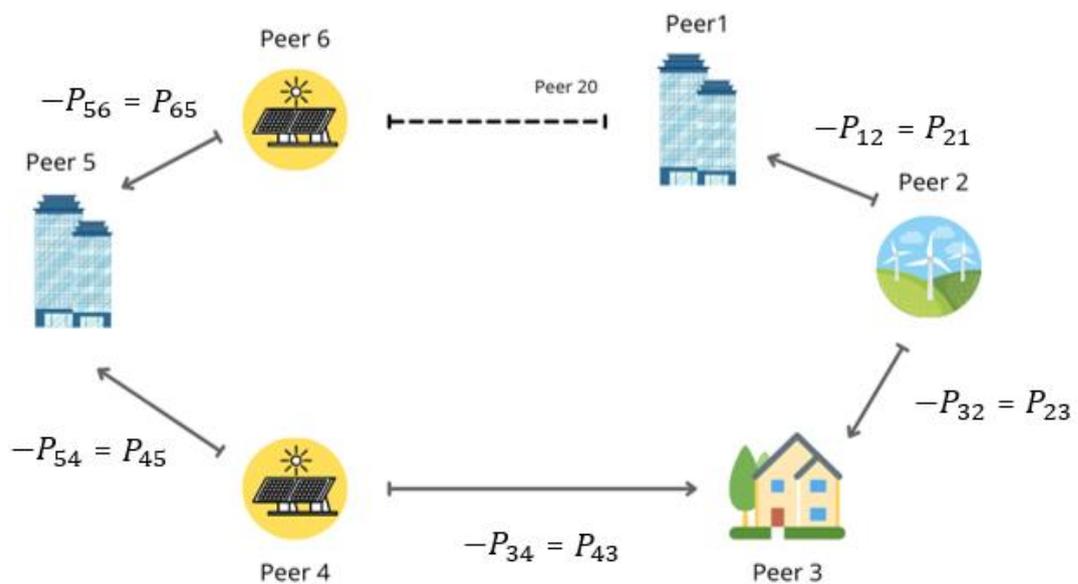
- Ω, Ω_p e Ω_c são os conjuntos para todos os agentes, produtores e consumidores, respectivamente. Assim, $\Omega_p, \Omega_c \in \Omega, \Omega_p \cap \Omega_c = \emptyset$.

O conjunto ω_n contém os parceiros de comércio de um certo agente n . As trocas bilaterais P_{nm} têm reciprocidade, como definido na (8), e por exemplo, a troca de energia entre P_{15} e P_{51} devem ser iguais, mas com sinais contrários. Em teoria, o resultado de cada negociação

pode gerar preços diferentes para cada negócio em específico. A função C_n corresponde ao custo de produção (ou abertura a pagar). Uma função quadrática é comumente utilizada para representar os custos de produção/consumo, usando três parâmetros positivos, a_n , b_n e c_n .

A Figura 10 mostra um exemplo simples a fim de ilustrar uma troca P2P entre 6 agentes, entre eles produtores e consumidores. Entretanto, as fórmulas apresentadas acima podem facilmente ser generalizadas para considerar os agentes como prossumidores. O modelo P2P completo será utilizado no estudo e análise do presente projeto.

Figura 10 - Exemplo ilustrado de um modelo de mercado P2P completo



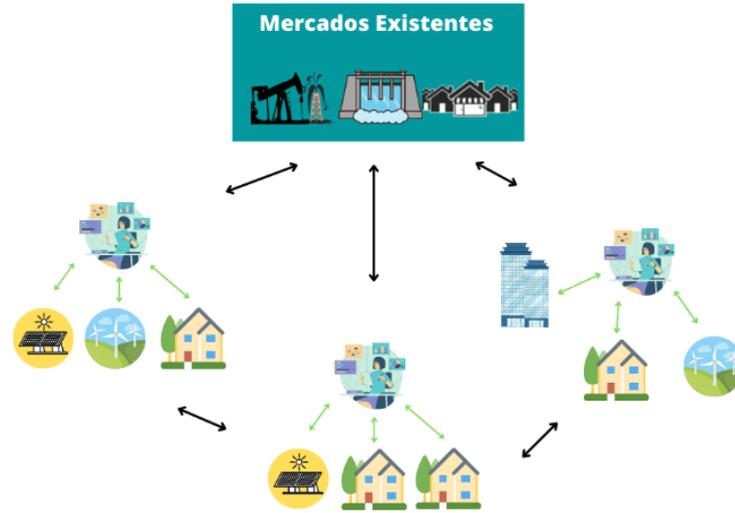
Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

4.2.2 Modelo baseado em comunidade

O modelo baseado em comunidade é mais estruturado e hierarquizado, com um gerente de comunidade que maneja as trocas dentro da comunidade, bem como trabalha como um intermediador da comunidade e o restante do sistema, conforme pode ser visualizado na Figura 11.

Este modelo de mercado pode ser facilmente aplicado a micro redes ou a um grupo de prossumidores vizinhos, que são grupos naturais devido à sua localização (ou seja, estar geograficamente próximo). De modo mais geral, uma comunidade deve ser baseada em membros que compartilham interesses e objetivos comuns: por exemplo, um grupo de membros que estão dispostos a compartilhar energia renovável, embora não estejam no mesmo local.

Figura 11 - Estrutura do modelo de mercado baseado em comunidade



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

A implementação matemática desse modelo é realizada pelas Eqs. (11-16).

$$\min_D \sum_{n \in \Omega} C_n(p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n) + G(q_{\text{imp}}, q_{\text{exp}}) \quad (11)$$

$$\text{s.t. } p_n + q_n + \alpha_n - \beta_n = 0, \quad \forall n \in \Omega \quad (12)$$

$$\sum_{n \in \Omega} q_n = 0 \quad (13)$$

$$\sum_{n \in \Omega} \alpha_n = q_{\text{imp}} \quad (14)$$

$$\sum_{n \in \Omega} \beta_n = q_{\text{exp}} \quad (15)$$

$$\underline{P}_n \leq P_n \leq \overline{P}_n \quad \forall n \in \Omega \quad (16)$$

Em que $D = (p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n \in \mathbb{R})_{n \in \Omega}$;

- p_n é a produção ou consumo do agente n ;
- Ω é o conjunto dos agentes do sistema.

Cada agente negocia dentro da comunidade por meio de q_n sem saber com qual membro, porque é tratado de forma centralizada pelo gerente de comunidade por meio da Eq. (13). Cada par também pode escolher negociar com o exterior por meio de α_n e β_n , que são, respectivamente, a importação e a exportação de energia. A soma dessas transações é administrada de forma centralizada pelo gerente da comunidade por meio das Eqs. (14 e 15). A função objetivo Eq. (11) considera o custo associado a todas as variáveis de decisão.

Começando com uma função de custo quadrática de p_n , e havendo também um custo de transação γ_{com} associado a q_n . Para α_n e β_n , pode-se usar coeficientes de ponderação γ_{imp} e γ_{exp} traduzindo a preferência do membro para o mundo exterior. O gerente de comunidade também tem uma função associada à energia trocada com o mundo exterior $G(q_{imp}, q_{exp})$. Esta função pode ser modelada de diferentes maneiras, mas a mais direta conecta-se diretamente aos preços do mercado atacadista do dia seguinte.

4.2.3 Modelo P2P Híbrido

O modelo P2P Híbrido é a combinação dos dois modelos anteriores, incluindo diferentes camadas para comercialização de energia, conforme mostrado na Figura 12. Esta proposta é vista como uma abordagem de "boneca russa" onde, em cada camada, comunidades (ou coletivos de energia) e agentes podem interagir diretamente uns com os outros.

No nível superior, encontram-se agentes individuais ou grupos de energia envolvidos em transações P2P entre si e também interagindo com os mercados existentes. No nível inferior, os coletivos de energia se comportam como o modelo baseado na comunidade apresentada anteriormente, em que um gerente de comunidade supervisiona o comércio dentro de sua comunidade. Conforme mostrado à direita da Figura 12, os coletivos de energia podem ser aninhados uns nos outros. Portanto, edifícios e seus habitantes formam um coletivo de energia, sendo parte de outro coletivo de energia, que é a vizinhança. Embora não haja uma formulação matemática genérica para este projeto P2P híbrido, pode-se combinar as duas formulações anteriores para escrever uma versão simplista desse projeto. Dois níveis são assumidos nessa formulação: (i) o nível inferior só assume comunidades; (ii) o nível superior assume a negociação conforme o modelo P2P completo.

Figura 12 - Estrutura do modelo de mercado P2P Híbrido



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

No nível inferior, o gerente de cada comunidade $n \in \Omega^b$ determina a energia interna necessária q_n mais o desejo de importar energia (q_{imp}^n) ou exportar (q_{exp}^n). Então, o modelo de P2P completo é usado no modelo superior para calcular a troca ótima de energia entre os agentes $n \in \Omega^u$ – ou seja, os prossumidores e gerentes de comunidade. A soma das trocas bilaterais $\sum_{m \in \omega_n} P_{nm}$ é igual à quantidade de q_{exp}^n menos q_{imp}^n definidos pelo gerente de cada comunidade n (Eq. (17)).

$$\min_D \sum_{n \in \Omega^u} C_n^u \left(\sum_{m \in \omega_n} P_{nm} \right) + \sum_{n \in \Omega^b} C_n^b(p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n) \quad (17)$$

Nível superior – modelo P2P completo, restrições das Eqs. (6-10)

$$\sum_{m \in \omega_n} P_{nm} = q_{exp}^n - q_{imp}^n \quad (18)$$

$$\forall n \in \Omega^u \quad (19)$$

$$\forall (n, m) \in (\Omega_{co}, \omega_n)$$

Nível inferior – modelo baseado em comunidades, restrições das Eqs. (11-16)

$$\forall n \in \Omega^b \quad (20)$$

Em que $D = (P_{nm} \in \mathbb{R}_{n \in \Omega^u} \mathbb{R}, p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n \in \mathbb{R}_{n \in \Omega^b})$;

- Ω^b e Ω^u são conjuntos dos agentes nos níveis superiores e inferiores, respectivamente, enquanto $\Omega^b \cap \Omega^u = \Omega$.

No nível inferior, o gerente da comunidade de cada comunidade $n \in \Omega^b$ determina a energia interna necessária q_n mais o desejo de importar energia (q_{imp}^n) ou exportar (q_{exp}^n). Então, o modelo de P2P completo é usado no modelo superior para calcular a troca ótima de energia entre os agentes $n \in \Omega^u$ – ou seja, os prossumidores e gerentes de comunidade. A soma das trocas bilaterais $\sum_{m \in \omega_n} P_{nm}$ é igual a quantidade de q_{exp}^n menos q_{imp}^n definidos pelo gerente de cada comunidade n (Eq. (17)).

4.3 Comparação entre modelos

A literatura tem desenvolvido três modelos de mercado diferentes para mercados P2P, mesmo que algumas referências usem termos diferentes para descrever o mesmo tipo de estrutura de mercado. As principais vantagens, desafios e referências dos três projetos de mercado P2P são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Resumo dos três modelos de mercado P2P

Estrutura de mercado P2P	Principais vantagens	Principais desafios
Mercado P2P Completo	1) Total liberdade de escolha e autonomia, empoderando consumidores ativos; 2) Uso de energia alinhado com a preferência de cada agente (por exemplo, energia local ou verde); 3) Completa democratização do uso de energia.	1) Investimento e manutenção com Infraestrutura de TI para uma escalabilidade de todo o sistema; 2) Potencial convergência lenta na obtenção de um consenso na entrega final de energia; 3) Previsão do comportamento do sistema por operadores da rede, pela falta de controle centralizado; 4) Garantia de uma entrega de energia segura e alta qualidade.
Mercado baseado em comunidade	1) Melhora do relacionamento e envolvimento de membros da comunidade, pela troca de um bem comum; 2) Mobilização da cooperação social e resiliência da comunidade; 3) Potenciais novos serviços para operadores da rede, fornecidos pelo gerente da comunidade.	1) Alcance das preferências de uso de energia de todos os membros da comunidade em todos os momentos; 2) Para o gerente da comunidade, é difícil de agregar os dados e gerenciar as expectativas de todos os membros; 3) Ter uma troca justa e imparcial da energia entre os membros da comunidade.
Mercado P2P Híbrido	1) Infraestrutura de TI e esforço computacional são escaláveis para todo o sistema; 2) Mais compatibilidade do sistema, ele pode coexistir com os outros dois modelos; 3) Mais previsível para os operadores da rede.	1) Coordenar trocas internas entre a comunidade com trocas entre os agentes de alto nível, como os gerentes da comunidade.

Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

As próximas seções descrevem o modelo implementado neste trabalho, bem como os resultados e conclusões obtidos.

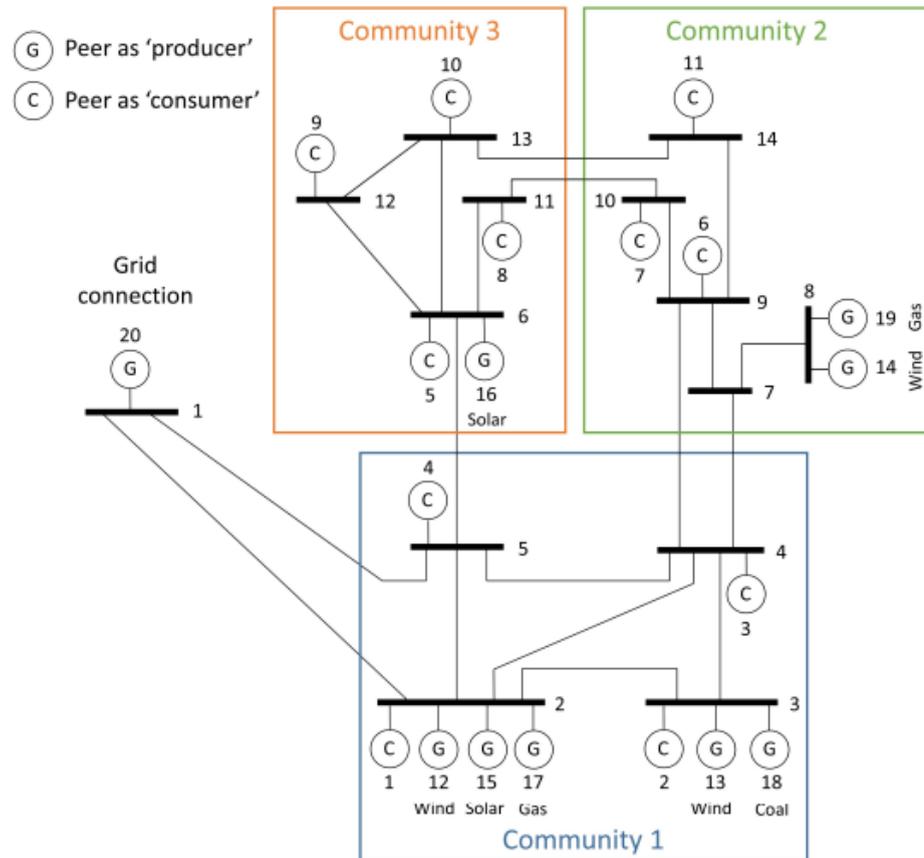
5 Implementação do modelo

Neste capítulo apresenta-se a implementação do modelo de mercado de energia P2P Completo, bem como a aplicação da programação quadrática para a otimização dos custos das transações. O teste de caso realizado propõe um caso realista para simular o modelo, porém ainda não há um teste de referência ou caso real para usar como base, além do já feito por Sousa et al. (2018).

Os modelos serão feitos com base no Sistema do IEEE de rede com 14 barramentos (*IEEE 14-bus network system*). Cada barramento possui um ou mais agentes, podendo esses ser consumidores ou produtores, com exceção do agente 20, que representa a rede principal e se comporta como um prossumidor – aqueles agentes que compram e vendem energia, a depender da situação ou necessidade. A Figura 13 apresenta os 14 barramentos e 20 agentes, com seus respectivos ID e tipos. Aqueles que possuem um *C* são consumidores e *G* são geradores, divididos entre suas fontes de energia – solar, eólica, gás ou carvão.

Apesar do modelo aparentar ter linhas que se conectam e restringem o sistema, a comunicação entre qualquer um deles é livre. O barramento 7, em outros estudos, é utilizado como estoque de energia, mas não foi utilizado assim no presente estudo, pois o objetivo deste trabalho é comparar a implantação realizada com a de Sousa et al (2018). O agente 20, que representa a rede principal, não possui limites de produção nem de consumo.

Figura 13 – Sistema de rede de 14 barramentos do IEEE



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor

A Tabela 8 facilita a leitura do tipo de cada agente, bem como sua fonte de energia.

Tabela 8 - Classificação de cada agente

Agente	Tipo	Energia	Agente	Tipo	Energia
1	Consumidor	-	11	Consumidor	-
2	Consumidor	-	12	Produtor	Eólica
3	Consumidor	-	13	Produtor	Eólica
4	Consumidor	-	14	Produtor	Eólica
5	Consumidor	-	15	Produtor	Solar
6	Consumidor	-	16	Produtor	Solar
7	Consumidor	-	17	Produtor	Gás
8	Consumidor	-	18	Produtor	Carvão
9	Consumidor	-	19	Produtor	Gás
10	Consumidor	-	20	Rede	-

Fonte: Autoria própria

5.1 Modelagem do problema

A Tabela 9 apresenta, de forma resumida, a relação de desigualdade linear entre a matriz A e o vetor b, que satisfaz as Eqs. (7), (9) e (10). Isso garante que a produção e o consumo de cada agente estarão dentro dos limites estabelecidos, que a transação de venda de energia será representada por um valor positivo e que a compra de energia seja um valor negativo. A

representação completa desta tabela se encontra no apêndice, considerando que a matriz A possui 442 linhas e 400 colunas.

Tabela 9 – Matriz A e vetor b

Agentes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		B	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-19.33
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	21.7
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-86.02
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	94.2
...																							
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	50
12	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-50
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30
13	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	40
14	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-40
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30
15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30
...																							
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	Inf
20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	Inf

Fonte: Autoria própria

Em primeiro lugar, a matriz A atende às limitações das variáveis de consumo e produção. Por exemplo, todas as variáveis relacionadas ao agente 1, x_1 até x_{20} , que representam a conexão do agente com os demais pares, devem atender aos limites de consumo do agente, que estão especificados no vetor b . A presença de duas linhas para cada agente se deve aos seus limites máximos e mínimos de consumo ou produção, de acordo com cada um, conforme a Eq. (7). Em específico para os agentes 12, 13, 14, 15 e 16, que são produtores de energia de fontes renováveis, os limites máximos e mínimos são iguais para que o sistema priorize esses produtores aos que utilizam combustíveis fósseis. Como o agente 20, que representa a rede principal, pode tanto consumir quanto produzir para o sistema, ele entra nas equações da matriz A de modo repetido, a fim de declarar sua característica de prosumidor.

Além disso, foram incorporadas tanto na matriz A como no vetor b , restrições que atendessem às (9 e 10), onde os produtores devem ter valores maiores ou iguais a zero e os consumidores valores menores ou iguais a zero.

Tabela 10 - Relação entre os agentes e cada variável

Relação entre agentes	1.1	1.2	1.3	1.4	...	1.20	2.1	2.2	...	2.20	3.1	3.2	...	20.1	20.2	...	20.20
Variáveis	x1	x2	x3	x4	x...	x20	x21	x22	x...	x40	x41	x42	x...	x380	x381	x...	x400

Fonte: Autoria própria

A relação de igualdade linear $Aeq * x = beq$ representa a Eq. (8), onde os valores de produção e consumo representam uma conexão bilateral resultando em um valor positivo de produção e um valor negativo de consumo, que quando somados resultam em zero. A matriz Aeq representa os coeficientes dessa relação par a par, que é multiplicada pelo vetor x de variáveis e resulta em um vetor de dimensão igual a beq , que, no caso, é composto somente por zeros, como pode ser visto na Tabela 11.

Tabela 11 - Representação simplificada da Matriz Aeq e do vetor beq

Agentes	1.1	1.2	1.3	...	2.1	2.2	2.3	...	3.1	3.2	3.3	...	beq
1.1	1	0	0		0	0	0		0	0	0		= 0
1.2	0	1	0		1	0	0		0	0	0		= 0
1.3	0	0	1		0	0	0		1	0	0		= 0
...													= 0
2.1	0	1	0		1	0	0		0	0	0		= 0
2.2	0	0	0		0	1	0		0	0	0		= 0
2.3	0	0	0		0	0	1		0	1	0		= 0
...													= 0
3.1	0	0	1		0	0	0		1	0	0		= 0
3.2	0	0	0		0	0	1		0	1	0		= 0
3.3	0	0	0		0	0	0		0	0	1		= 0
...													= 0

Fonte: Autoria própria

A resolução do problema não demandou a utilização da equação $lb \leq x \leq ub$, sendo as restrições impostas nos somatórios de produção e de consumo e não nas variáveis em específico, visto que as restrições inferiores e superiores dizem respeito ao somatório das variáveis respectivas a cada agente, e não a cada variável. As restrições que envolvem as variáveis foram cumpridas com as equações de igualdade e desigualdade, mencionadas acima.

Após compreender as restrições e o comportamento das variáveis, é necessário abordar a função que associa os valores de produção e consumo com seus custos. A aplicação da solução proposta por Sousa et al. (2018) tem como base para a equação de custos de produção e consumo os valores da Tabela 12.

Tabela 12 - Valores de a_n e b_n

Agente	a_n (\$/MW ²)	b_n (\$/MW)	Agente	a_n (\$/MW ²)	b_n (\$/MW)
1	1.18	50.9	11	1.54	42.9
2	0.24	37.8	12	0	0
3	0.57	43.6	13	0	0
4	1.24	50.3	14	0	0
5	1.62	30.4	15	0	0
6	0.31	27.5	16	0	0
7	4.36	46.7	17	2.51	27.7
8	1.63	33.2	18	0.15	35.5
9	5.16	55	19	3.64	30.4
10	1.96	62.1	20 (prod)	0	205
			20 (cons)	0	185

Fonte: Autoria própria

Os dados mostram que os valores de a_n e b_n para os produtores de energia renovável são iguais a zero, sendo então um incentivo para seu consumo. Isso significa esses produtores são um *must take*, sendo o consumo de sua produção prioritário (SOUSA et al. 2018).

A matriz H , representada na Tabela 13 está associada aos valores de a_n . Dessa forma, a matriz H apresenta a relação de custo entre os coeficientes dos termos quadráticos da Equação Custos, sendo uma matriz 400x400, pelo fato de serem 20 agentes em um modelo P2P onde todos podem transacionar com todos respeitando as restrições impostas.

Tabela 13 - Representação simplificada da Matriz H

Agentes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1.18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1.24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1.62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0.31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	4.56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1.63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	5.16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.54	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.51	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.15	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.64	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: Autoria própria

Todas as matrizes foram inicialmente desenvolvidas no *software* online Google Planilhas, conforme exemplo presente na Figura 14, e depois codificadas no MATLAB para a realização da simulação. As modelagens das matrizes no Google Planilhas são mais complexas e completas do que as apresentadas nesse trabalho escrito, devido à limitação de tamanho das matrizes, que possuem, por vezes, cerca de 160.000 variáveis.

Figura 14 - Exemplo de parte da matriz H modelada no Google Planilhas

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	400x400 H: 2 x coeficientes dos termos quadráticos (2*1/2*An)		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18
2			x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	x16	x17	x18
3	1.1	x1	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1.2	x2	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1.3	x3	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1.4	x4	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1.5	x5	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1.6	x6	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1.7	x7	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1.8	x8	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1.9	x9	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1.10	x10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1.11	x11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0	0
14	1.12	x12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0	0
15	1.13	x13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0	0
16	1.14	x14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0	0
17	1.15	x15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0	0
18	1.16	x16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0	0
19	1.17	x17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18	0
20	1.18	x18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,18

Fonte: Autoria própria

A tabela 14 apresenta os tamanhos de cada matriz, demonstrando a complexidade do problema.

Tabela 14 - Tamanho das matrizes de cada elemento

Agente	Linhas	Colunas
H	400	400
F	400	1
A	442	400
B	442	1
Aeq	400	400
Beq	400	1
X	400	1

Fonte: Autoria própria

O vetor f está relacionada aos valores de b_n , os coeficientes dos termos lineares da Equação de Custos, sendo um vetor 400x1, tendo em vista o número de variáveis de produção.

Tabela 15 - Representação simplificada do vetor f

Agente	f
1	50.9
2	37.8
3	43.6
4	50.3
5	30.4
6	27.5
7	46.7
8	33.2
9	55
10	62.1
11	42.9
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	27.7
18	35.5
19	30.4
20 Produtor	205
20 Consumidor	185

Fonte: Autoria própria

Como resultado final da simulação, teremos as 400 variáveis relacionais entre cada agente, mostrando quanto cada agente comprou ou vendeu de outro agente, e o mínimo custo total do sistema que é, na função *quadprog*, a expressão chamada de *fval*. Além disso, o máximo da função pode ser chamado de bem estar social (HUG, KAR, WU, 2015), que está denotado na Eq. (21).

$$SW = - \sum_{n=1}^N C_n(P_n) \quad (21)$$

5.2 Resultados e discussão

Com os dados apresentados na seção anterior, torna-se possível calcular a otimização do sistema, descobrindo, assim, a melhor relação de troca entre cada agente – resultando no consumo/produção total de cada um – bem como o custo total do sistema. Estão presentes, na Tabela 16, os resultados totais de produção e consumo de forma a simplificar a visualização, visto que a matriz de resultados possui 400 variáveis, que são as relações entre cada agente P_{nm} . A matriz completa pode ser visualizada no apêndice.

Tabela 16 – Limites inferiores e superiores de produção e consumo

Agente	P_{n-min}	P_{n-max}	P_n
1	-19.33	-21.7	-21.70
2	-86.02	-94.2	-86.02
3	-45.74	-47.8	-47.80
4	-6.36	-7.6	-7.60
5	-9.11	-11.2	-9.11
6	-25.24	-29.5	-25.24
7	-8.11	-9.0	-9.00
8	-2.72	-3.5	-2.72
9	-5.33	-6.1	-6.10
10	-11.93	-13.5	-13.50
11	-13.34	-14.9	-14.90
12	50	50	50
13	30	30	30
14	40	40	40
15	30	30	30
16	30	30	30
17	0	20	20
18	0	50	33.68
19	0	10	10
20	$-\infty$	∞	0

Fonte: Autoria própria

A fim de analisar e comparar o modelo, foi realizada uma alteração nos limites superiores de produção e consumo de cada agente. Um aumento generalizado de 30%, para que seja analisado se o comportamento de troca entre cada agente muda, bem como o seu custo total. Dessa forma, é possível comparar tanto a relação de consumo e produção de cada agente com os outros agentes, quanto o bem estar social do sistema. A Tabela 17 apresenta os novos valores de P_{n-max} máximos.

Tabela 17 - Novos valores superiores de produção e consumo

Agente	$P_{n-max} - novos$	Agente	$P_{n-max} - novos$
1	28.21	11	19.37
2	122.46	12	65
3	62.14	13	39
4	9.88	14	52
5	14.56	15	39
6	38.35	16	39
7	11.7	17	26
8	4.55	18	65
9	7.93	19	13
10	17.55	20	∞

Fonte: Autoria própria

Com os novos valores superiores, o modelo foi rodado mais uma vez, gerando os resultados apresentados nas Tabelas 18 e 19.

Tabela 18 - Comparação entre os resultados (agentes)

Agente	P_n original	P_n novo
1	-21,70	-28,21
2	-86,02	-97,68
3	-47,80	-62,14
4	-7,60	-9,88
5	-9,11	-9,11
6	-25,24	-25,24
7	-9,00	-11,70
8	-2,72	-2,72
9	-6,10	-7,93
10	-13,50	-17,55
11	-14,90	-19,37
12	50,00	65,00
13	30,00	39,00
14	40,00	52,00
15	30,00	39,00
16	30,00	39,00
17	20,00	26,00
18	33,68	18,53
19	10,00	13,00
20	0,00	0,00

Fonte: Autoria própria

Tabela 19 - Comparação entre os resultados (Bem estar social)

Modelo	Bem estar social	p.p.
Original	7593.30	-
Limite superior maior	9798.90	+ 28.96%

Fonte: Autoria própria

A partir da análise dos resultados obtidos, pode-se identificar que os agentes consumidores que já consumiam seu limite superior (agentes 1, 3, 4, 7, 9, 10 e 11), assim permaneceram e os que consumiam o seu limite inferior (agentes 2, 5, 6 e 8) também não sofreram alteração, com exceção do agente 2, que passou a consumir mais que o seu limite inferior. O consumidor 2, portanto, possui condições mais vantajosas que as dos agentes 5, 6 e 8.

Os agentes produtores 17 e 19 (gás) continuaram produzindo o seu limite superior, enquanto o agente produtor 18 (carvão) permaneceu sem utilizar sua capacidade máxima de produção, evidenciando a preferência ao uso do gás natural em detrimento ao carvão mineral. O prossumidor (agente 20), por sua vez, permaneceu sem comprar ou vender energia, não apresentando vantagem competitiva mesmo diante dos coeficientes dos termos quadráticos da equação de custos zerados.

O bem estar social aumentou em 29%, um ótimo resultado considerando que o aumento realizado nos limites superiores de consumo e produção durante a análise de sensibilidade foi de 30%.

O modelo foi rodado em um computador ASUS, com chip Intel i5 de 5ª geração e 4gb disponíveis de memória RAM. O tempo para atingir os resultados utilizando o software Matlab foi de aproximadamente 0,929 segundos.

6 Considerações Finais

Este trabalho, baseado na análise de modelos de sistemas de energia *peer to peer* realizada por Sousa et al. (2018), aprofundou-se no modelo *full peer to peer*, onde os agentes se relacionam entre si, devendo, entretanto, respeitar as restrições impostas. Com o objetivo de encontrar o ponto ótimo de um sistema composto por 20 agentes, esse trabalho apresentou um modelo de otimização com base em programação quadrática. A partir da otimização da função objetivo, busca-se minimizar os custos ou, em outras palavras, maximizar o bem estar social.

Este projeto buscou (i) determinar os valores ótimos de produção e consumo de cada agente, (ii) encontrar o custo mínimo e o bem estar social máximo do sistema, e (iii) comparar resultados com a alteração nos limites superiores do modelo.

Os valores ótimos de produção e consumo foram encontrados e todos eles satisfizeram os limites inferiores e superiores propostos inicialmente, demonstrando a sua viabilidade. Além disso, os valores foram de acordo ao esperado, que era de se priorizar as opções de menor preço de compra ou maior preço de venda, fazendo com que os consumidores consumissem o mínimo e os produtores vendessem para a rede.

Sobre o segundo objetivo, o bem estar social resultante foi positivo, como esperado, porém, sem um estudo aprofundado dos preços da energia do sistema, é difícil confirmar se ele poderia ser ainda melhor. Não foram realizados cálculos nem estudos sobre os preços, a fim de se buscar o valor ótimo.

A análise de sensibilidade com o aumento de 30% dos limites superiores foi feita no intuito de analisar se o comportamento observado com os dados originais se mantinha, o que foi comprovado. Além disso, conclui-se que o aumento no limite superior trouxe um efeito muito positivo e significativo para o sistema, comprovado pelo aumento de 29% no bem estar social encontrado.

O estudo presente se limitou ao modelo *full peer to peer*, estudos futuros podem se aprofundar nos demais modelos propostos (SOUSA et al., 2018). Portanto, a implantação dos diferentes modelos em cenários diversos seria realizada buscando a melhor solução e a análise dos benefícios relacionados a cada um deles.

Como mencionado, esse é um tema relevante para a sociedade, estando em constante evolução e necessidade de adaptação, sendo de extrema importância a realização de estudos que guiem e incentivem soluções científicas para o aprimoramento contínuo dos arranjos energéticos. São válidos estudos futuros que avaliem o impacto causado no sistema após alterações tanto nas taxas que influenciam a precificação da energia transacionada quanto nas

relações de obrigatoriedade de consumo para as energias renováveis, considerando que em um contexto real este cenário não será necessariamente respeitado.

Referências Bibliográficas

ANEEL. **Mercado contrato bilateral.** Disponível em: http://www.aneel.gov.br/busca?p_p_id=101&p_p_lifecycle=0&p_p_state=maximized&p_p_mode=view&_101_struts_action=%2Fasset_publisher%2Fview_content&_101_returnToFullPageURL=http%3A%2F%2Fwww.aneel.gov.br%2Fbusca%3Fp_auth%3DYyYTumi9%26p_p_id%3D3%26p_p_lifecycle%3D1%26p_p_state%3Dnormal%26p_p_state_rcv%3D1&_101_assetEntryId=15046547&_101_type=content&_101_groupId=656835&_101_urlTitle=contrato-bilateral&inheritRedirect=true Acessado em 23/10/2021

ANEEL. **Saiba mais sobre o setor elétrico brasileiro.** Disponível em: https://www.aneel.gov.br/home?p_p_id=101&p_p_lifecycle=0&p_p_state=maximized&p_p_mode=view&_101_struts_action=%2Fasset_publisher%2Fview_content&_101_returnToFullPageURL=%2F&_101_assetEntryId=14476909&_101_type=content&_101_groupId=654800&_101_urlTitle=faq&inheritRedirect=true Acessado em 23/10/2021

ARAÚJO, Renato José Pino de. **A reestruturação do mercado de energia elétrica no Brasil: uma análise através do paradigma estrutura-conduta-desempenho.** 2002.

ASSMANN JUNIOR, Silvio Pedro. **Análise da contratação de energia de longo prazo no mercado livre.** 2013.

BERTSCH, V, et al. **Public acceptance and preferences related to renewable energy and grid expansion policy: Empirical insights for Germany.** Energy, 2016, vol. 114, p. 465-477.

BRASIL. Decreto nº 3.520, de 21 de junho de 2000. **Dispõe sobre a estrutura e o funcionamento do Conselho Nacional de Política Energética - CNPE** e dá outras providências. Disponível em: <https://www.gov.br/mme/pt-br/assuntos/conselhos-e-comites/arquivos/conselhos-e-comites/Decreton3520de21dejunhode2000.pdf>. Acesso em: 22 out 2021.

BRUDERMANN, T., YAMAGATA, Y. **Towards an agent-based model of urban electricity sharing.** En 2014 International Conference and Utility Exhibition on Green Energy for Sustainable Development (ICUE). IEEE, 2014. p. 1-5.

CARDOSO, MARCOS VINÍCIUS BRAGANÇA; ROCHA, JEFFERSON FRANCO. **Estudo De Viabilidade Na Migração Para O Mercado Livre De Energia.** Uningá Review, v. 29, n. 1, 2017.

CCEE. **Construindo um mercado inteligente de energia elétrica no Brasil**, 2012.

CCEE. **Mercado livre de energia bate recorde de migração de unidades consumidoras em 2021**. Jan. 2022. Disponível em <<https://www.ccee.org.br/pt/web/guest/-/mercado-livre-de-energia-bate-recorde-de-migracao-de-unidades-consumidoras-em-2021>>

CCEE. **Panorama e perspectivas da comercialização de energia elétrica**. VIII Conferência do Setor Elétrico/Saneamento – Santander. Mar. 2016. Disponível em <<https://pt.slideshare.net/CCEEOficial/panorama-e-perspectivas-da-comercializacao-de-energia-eltrica>>

CASTRO, Nivalde José de; LEITE, André Luís da Silva. **Preço spot de eletricidade: teoria e evidências do caso brasileiro**. Rio de Janeiro, UFRJ, 2010. Disponível em: <https://www.ie.ufrj.br/datacenterie/pdfs/seminarios/pesquisa/texto0306.pdf>

DA COSTA, Leonardo Morgado; OLIVERIA, Edson Aparecida Querido. **Análise da importância da energia elétrica no crescimento econômico brasileiro**. 2004.

DE OLIVEIRA FORNASIER, Mateus; KNEBEL, Norberto Milton Paiva. **Comercialização de energia elétrica peer-to-peer, contratos inteligentes e a regulação do acesso à energia no Brasil**. Direito e Desenvolvimento, v. 12, n. 1, p. 218-237, 2021.

ERNI, D. **Day-Ahead Electricity Spot Prices – Fundamental Modelling and the Role of Expected Wind Electricity Infeed at the European Energy Exchange**. University of St. Gallen: St. Gallen, 2012

EURELETRIC, **Prosumers - an integral part of the power system and the market**, June 2015 (Acessado em outubro de 2021) http://www.elecpor.pt/pdf/18_06_2015_Prosumers_an_integral_part_of_the_power_system_and_market_june.pdf

FALCÃO. **Cunhado na família**. Som Zoom: 2001. 3:30 min

FORNASIER, M., KNEBEL, N. **Comercialização de energia elétrica peer-to-peer, contratos inteligentes e a regulação do acesso à energia no Brasil**. Direito e Desenvolvimento, 2021, vol. 12, no 1, p. 218-237.

GENERGIA. **Tudo Sobre Mercado Livre de Energia**. Relatório técnico. Disponível em: <http://www.genergia.com.br/media/Genergia-Mercado-Livre-de-Energia.pdf> Acessado em 20/10/2021

GERHARDT, T. E., SILVEIRA, D. T. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GOLDEMBERG, José. **Energia e desenvolvimento. Estudos avançados**, v. 12, p. 7-15, 1998.

HILLIER, F. S; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to Operations Research**. 9th ed. New York: McGraw-Hill, 2013.

HU, J, et al. **Identifying barriers to large-scale integration of variable renewable electricity into the electricity market: A literature review of market design**. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2018, vol. 81, p. 2181-2195.

HUG, G; KAR, S; WU, C. **Consensus+ innovations approach for distributed multiagent coordination in a microgrid**. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2015, vol. 6, no 4, p. 1893-1903.

LISBOA, Erico Fagundes Anicet. **Pesquisa operacional. Apostila da disciplina**. Rio de Janeiro–RJ, 2002.

MATLAB. **Quadprog**. Disponível em <<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/quadprog.html>>. Acessado em 24 out 2021

MENGELKAMP, Esther, et al. **Designing microgrid energy markets: A case study: The Brooklyn Microgrid**. *Applied Energy*, 2018, vol. 210, p. 870-880.

MERCADOLIVREDEENERGIA. Mercado Livre de Energia. Disponível em <<https://www.mercadolivredeenergia.com.br/>> Acessado em 24 out 2021.

MORSE, P. M.; KIMBALL, G. E. **Methods of Operations Research**. The Technology Press of Massachusetts Institute of Technology, 1951.

ONU. Organização das Nações Unidas. **Transformando Nosso Mundo: A Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável**. 2015. Disponível em: <<https://www.br.undp.org/content/brazil/pt/home/library/ods/agenda-2030---transformando-nosso-mundo.html>> Acesso em 22 out 2021.

PAIS, I., PROVASI, G. **Sharing economy: A step towards the reembeddedness of the economy?**. *Stato e mercato, Rivista quadrimestrale* (3) (2015) 347–378.

PARAG, Y., SOVACOOOL, B K. **Electricity market design for the prosumer era**. *Nature energy*, 2016, vol. 1, no 4, p. 1-6.

- PEREIRA, M., CAMPODONICO N., KELMAN R. **Long-term hydro scheduling based on stochastic models**. Proceedings International Conference Electrical Power Systems Operations and Management – EPSOM’98, vol. 1, p. 1-22. 1998.
- POCOCK, J. W. **Operations Research and the Management Consultant**. Booz, Allen & Hamilton, 1953.
- RITCHIE, Hannah; ROSER, Max. **Access to energy**. Our World in Data, v. 9, 2019.
- RIZKALLA, F. **Migração para o mercado livre de energia: estudo de caso do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro, Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio de Janeiro-Escola Politécnica, 2018.
- RODRIGUES, Alcantaro Lemes. **Redes neurais artificiais aplicadas na previsão de preços do mercado spot de energia elétrica**. 2009. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- RODRIGUES, L H, et al. **Pesquisa operacional: programação linear passo a passo: do entendimento do problema à interpretação da solução**. São Leopoldo: Editora UNISINOS, 2014.
- SCIENCEDIRECT. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/journal/renewable-and-sustainable-energy-reviews/about/aims-and-scope>. Acesso em: 21/10/2021.
- SELLONI, D. **Codesign for public-interest services**. Research for Development. Springer. 2017.
- SILVA, E. L. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. – 4. ed. rev. atual. – Florianópolis: UFSC, 2005.
- SORIN, E., BOBO, L., PINSON, P. **Consensus-based approach to peer-to-peer electricity markets with product differentiation**. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, vol. 34, no 2, p. 994-1004.
- SOUSA, T et al. **Peer-to-peer and community-based markets: A comprehensive review**. v1. Renewable & Sustainable Energy Reviews. 2019.
- THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez & Autores Associados, 1988.
- WALVIS, Alida. **Avaliação das reformas recentes no setor elétrico brasileiro e sua relação com o desenvolvimento do mercado livre de energia**. 2014. Tese de Doutorado.

WU, F F., VARAIYA, P. **Coordinated multilateral trades for electric power networks: theory and implementation.** International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 1999, vol. 21, no 2, p. 75-102.

ZHANG, C et al. **Peer-to-Peer energy trading in a Microgrid.** Applied Energy, v. 220, p. 1-12, 2018.

ZHOU, Y; WU, J; LONG, C. **Evaluation of peer-to-peer energy sharing mechanisms based on a multiagent simulation framework.** Applied energy, 2018, vol. 222, p. 993-1022.

ZIEL, F., STEINERT, R., HUSMANN, S. **Efficient modeling and forecasting of electricity spot prices.** Energy Economics, 2015, vol. 47, p. 98-111.

Apêndices

O código apresentado a seguir foi utilizado no software MATLAB para a obtenção dos resultados expostos e discutidos nos Seção 5.

Apêndice 1 – Código utilizado para a programação

```
function name %Nome genérico para a função

Ax = []; %Presente na aba 'Matrizes A e b' do link referido
bx = []; %Presente na aba 'Matrizes A e b' do link referido
Aeq = []; %Presente na aba 'Matriz Aeq' do link referido
beq = zeros(400,1); %Matriz é igual a zero
H = []; %Presente na aba 'Matriz H' do link referido
f = []; %Presente na aba 'Matriz f' do link referido

[x, fval] = quadprog(H, f, Ax, bx, Aeq, beq %Função quadrática

%x resultante está presente na aba 'Matriz X e fval' do link referido
%fval resultante está presente na aba 'Matriz X e fval' do link referido

end
```

Apêndice 2 – Tabelas resumidas

Tabela 20- Representação simplificada da relação entre cada agente e seus limites (Matriz A, vetor b e b alterado)

Agentes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		b	b alterado	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-19.33	-19.33
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	21.70	28.21
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-86.02	-86.02
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	94.20	122.46
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-45.74	-45.74
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	47.80	62.14
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-6.36	-6.36
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	7.60	9.88
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-9.11	-9.11
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	11.20	14.56
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-25.24	-25.24
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	29.50	38.35
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-8.11	-8.11
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	9.00	11.7
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-2.72	-2.72
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	3.50	4.55
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-5.33	-5.33
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	6.10	7.93
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-11.93	-11.93
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	13.50	17.55
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-13.34	-13.34
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	14.90	19.37
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	50	65
12	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-50	-65
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30	39
13	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30	-39
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	40	52
14	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-40	-52
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30	39
15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30	-39
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30	39
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30	-39
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	20	26
17	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	50	65
18	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	10	13
19	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	inf	inf
20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	inf	inf

Fonte: Autoria própria

Tabela 21 – Resultado para variáveis no modelo inalterado

Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P
x1	0,0	x61	0,0	x121	0,0	x181	0,0	x241	2,7	x301	2,7	x361	1,2
x2	0,0	x62	0,0	x122	0,0	x182	0,0	x242	12,4	x302	12,4	x362	1,4
x3	0,0	x63	0,0	x123	0,0	x183	0,0	x243	6,6	x303	6,6	x363	1,5
x4	0,0	x64	0,0	x124	0,0	x184	0,0	x244	0,5	x304	0,5	x364	0,6
x5	0,0	x65	0,0	x125	0,0	x185	0,0	x245	0,8	x305	0,8	x365	0,7
x6	0,0	x66	0,0	x126	0,0	x186	0,0	x246	2,2	x306	2,2	x366	0,8
x7	0,0	x67	0,0	x127	0,0	x187	0,0	x247	1,0	x307	1,0	x367	0,9
x8	0,0	x68	0,0	x128	0,0	x188	0,0	x248	0,0	x308	0,0	x368	0,5
x9	0,0	x69	0,0	x129	0,0	x189	0,0	x249	0,6	x309	0,6	x369	0,5
x10	0,0	x70	0,0	x130	0,0	x190	0,0	x250	1,5	x310	1,5	x370	1,0
x11	0,0	x71	0,0	x131	0,0	x191	0,0	x251	1,7	x311	1,7	x371	1,0
x12	-3,9	x72	-1,7	x132	-1,4	x192	-2,3	x252	0,0	x312	0,0	x372	0,0
x13	-2,7	x73	-0,5	x133	-1,0	x193	-1,5	x253	0,0	x313	0,0	x373	0,0
x14	-3,3	x74	-1,1	x134	-1,2	x194	-1,9	x254	0,0	x314	0,0	x374	0,0
x15	-2,7	x75	-0,5	x135	-1,0	x195	-1,5	x255	0,0	x315	0,0	x375	0,0
x16	-2,7	x76	-0,5	x136	-1,0	x196	-1,5	x256	0,0	x316	0,0	x376	0,0
x17	-2,2	x77	-1,5	x137	-1,4	x197	-1,8	x257	0,0	x317	0,0	x377	0,0
x18	-3,2	x78	-1,3	x138	-1,2	x198	-2,0	x258	0,0	x318	0,0	x378	0,0
x19	-1,2	x79	-0,6	x139	-0,9	x199	-1,0	x259	0,0	x319	0,0	x379	0,0
x20	0,0	x80	0,0	x140	0,0	x200	0,0	x260	0,0	x320	0,0	x380	0,0
x21	0,0	x81	0,0	x141	0,0	x201	0,0	x261	3,3	x321	2,2	x381	0,0
x22	0,0	x82	0,0	x142	0,0	x202	0,0	x262	15,5	x322	2,9	x382	0,0
x23	0,0	x83	0,0	x143	0,0	x203	0,0	x263	7,9	x323	2,8	x383	0,0
x24	0,0	x84	0,0	x144	0,0	x204	0,0	x264	1,1	x324	1,5	x384	0,0
x25	0,0	x85	0,0	x145	0,0	x205	0,0	x265	1,3	x325	1,5	x385	0,0
x26	0,0	x86	0,0	x146	0,0	x206	0,0	x266	4,7	x326	2,0	x386	0,0
x27	0,0	x87	0,0	x147	0,0	x207	0,0	x267	1,2	x327	1,4	x387	0,0
x28	0,0	x88	0,0	x148	0,0	x208	0,0	x268	0,2	x328	1,1	x388	0,0
x29	0,0	x89	0,0	x149	0,0	x209	0,0	x269	0,8	x329	1,1	x389	0,0
x30	0,0	x90	0,0	x150	0,0	x210	0,0	x270	1,9	x330	1,8	x390	0,0
x31	0,0	x91	0,0	x151	0,0	x211	0,0	x271	2,2	x331	1,9	x391	0,0
x32	-18,6	x92	-1,7	x152	-0,6	x212	-2,7	x272	0,0	x332	0,0	x392	0,0
x33	-12,4	x93	-0,8	x153	0,0	x213	-1,7	x273	0,0	x333	0,0	x393	0,0
x34	-15,5	x94	-1,3	x154	-0,2	x214	-2,2	x274	0,0	x334	0,0	x394	0,0
x35	-12,4	x95	-0,8	x155	0,0	x215	-1,7	x275	0,0	x335	0,0	x395	0,0
x36	-12,4	x96	-0,8	x156	0,0	x216	-1,7	x276	0,0	x336	0,0	x396	0,0
x37	-2,9	x97	-1,5	x157	-1,1	x217	-1,9	x277	0,0	x337	0,0	x397	0,0
x38	-10,5	x98	-1,4	x158	-0,4	x218	-2,2	x278	0,0	x338	0,0	x398	0,0
x39	-1,4	x99	-0,7	x159	-0,5	x219	-1,0	x279	0,0	x339	0,0	x399	0,0
x40	0,0	x100	0,0	x160	0,0	x220	0,0	x280	0,0	x340	0,0	x400	0,0
x41	0,0	x101	0,0	x161	0,0	x221	3,9	x281	2,7	x341	3,2		
x42	0,0	x102	0,0	x162	0,0	x222	18,6	x282	12,4	x342	10,5		
x43	0,0	x103	0,0	x163	0,0	x223	9,2	x283	6,6	x343	6,8		
x44	0,0	x104	0,0	x164	0,0	x224	1,7	x284	0,5	x344	1,3		
x45	0,0	x105	0,0	x165	0,0	x225	1,7	x285	0,8	x345	1,4		
x46	0,0	x106	0,0	x166	0,0	x226	7,1	x286	2,2	x346	4,0		
x47	0,0	x107	0,0	x167	0,0	x227	1,4	x287	1,0	x347	1,2		
x48	0,0	x108	0,0	x168	0,0	x228	0,6	x288	0,0	x348	0,4		
x49	0,0	x109	0,0	x169	0,0	x229	0,9	x289	0,6	x349	0,8		
x50	0,0	x110	0,0	x170	0,0	x230	2,3	x290	1,5	x350	2,0		

x51	0,0	x111	0,0	x171	0,0	x231	2,7	x291	1,7	x351	2,2		
x52	-9,2	x112	-7,1	x172	-0,9	x232	0,0	x292	0,0	x352	0,0		
x53	-6,6	x113	-2,2	x173	-0,6	x233	0,0	x293	0,0	x353	0,0		
x54	-7,9	x114	-4,7	x174	-0,8	x234	0,0	x294	0,0	x354	0,0		
x55	-6,6	x115	-2,2	x175	-0,6	x235	0,0	x295	0,0	x355	0,0		
x56	-6,6	x116	-2,2	x176	-0,6	x236	0,0	x296	0,0	x356	0,0		
x57	-2,8	x117	-2,0	x177	-1,1	x237	0,0	x297	0,0	x357	0,0		
x58	-6,8	x118	-4,0	x178	-0,8	x238	0,0	x298	0,0	x358	0,0		
x59	-1,5	x119	-0,8	x179	-0,5	x239	0,0	x299	0,0	x359	0,0		
x60	0,0	x120	0,0	x180	0,0	x240	0,0	x300	0,0	x360	0,0		

Fonte: Autoria própria

Tabela 22 – Resultado para variáveis no modelo alterado

Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P
x1	0,0	x61	0,0	x121	0,0	x181	0,0	x241	3,8	x301	3,8	x361	1,5
x2	0,0	x62	0,0	x122	0,0	x182	0,0	x242	14,8	x302	14,8	x362	1,7
x3	0,0	x63	0,0	x123	0,0	x183	0,0	x243	9,2	x303	9,2	x363	2,0
x4	0,0	x64	0,0	x124	0,0	x184	0,0	x244	0,9	x304	0,9	x364	0,9
x5	0,0	x65	0,0	x125	0,0	x185	0,0	x245	0,9	x305	0,9	x365	0,8
x6	0,0	x66	0,0	x126	0,0	x186	0,0	x246	2,5	x306	2,5	x366	1,0
x7	0,0	x67	0,0	x127	0,0	x187	0,0	x247	1,4	x307	1,4	x367	1,1
x8	0,0	x68	0,0	x128	0,0	x188	0,0	x248	0,0	x308	0,0	x368	0,7
x9	0,0	x69	0,0	x129	0,0	x189	0,0	x249	0,9	x309	0,9	x369	0,7
x10	0,0	x70	0,0	x130	0,0	x190	0,0	x250	2,2	x310	2,2	x370	1,3
x11	0,0	x71	0,0	x131	0,0	x191	0,0	x251	2,4	x311	2,4	x371	1,3
x12	-5,4	x72	-2,5	x132	-1,8	x192	-3,2	x252	0,0	x312	0,0	x372	0,0
x13	-3,8	x73	-0,9	x133	-1,4	x193	-2,2	x253	0,0	x313	0,0	x373	0,0
x14	-4,6	x74	-1,7	x134	-1,6	x194	-2,7	x254	0,0	x314	0,0	x374	0,0
x15	-3,8	x75	-0,9	x135	-1,4	x195	-2,2	x255	0,0	x315	0,0	x375	0,0
x16	-3,8	x76	-0,9	x136	-1,4	x196	-2,2	x256	0,0	x316	0,0	x376	0,0
x17	-2,9	x77	-2,0	x137	-1,8	x197	-2,4	x257	0,0	x317	0,0	x377	0,0
x18	-2,4	x78	0,0	x138	-1,1	x198	-1,4	x258	0,0	x318	0,0	x378	0,0
x19	-1,5	x79	-0,9	x139	-1,1	x199	-1,3	x259	0,0	x319	0,0	x379	0,0
x20	0,0	x80	0,0	x140	0,0	x200	0,0	x260	0,0	x320	0,0	x380	0,0
x21	0,0	x81	0,0	x141	0,0	x201	0,0	x261	4,6	x321	2,9	x381	0,0
x22	0,0	x82	0,0	x142	0,0	x202	0,0	x262	19,0	x322	3,6	x382	0,0
x23	0,0	x83	0,0	x143	0,0	x203	0,0	x263	10,9	x323	3,7	x383	0,0
x24	0,0	x84	0,0	x144	0,0	x204	0,0	x264	1,7	x324	2,0	x384	0,0
x25	0,0	x85	0,0	x145	0,0	x205	0,0	x265	1,5	x325	1,9	x385	0,0
x26	0,0	x86	0,0	x146	0,0	x206	0,0	x266	5,7	x326	2,5	x386	0,0
x27	0,0	x87	0,0	x147	0,0	x207	0,0	x267	1,6	x327	1,8	x387	0,0
x28	0,0	x88	0,0	x148	0,0	x208	0,0	x268	0,1	x328	1,3	x388	0,0
x29	0,0	x89	0,0	x149	0,0	x209	0,0	x269	1,1	x329	1,4	x389	0,0
x30	0,0	x90	0,0	x150	0,0	x210	0,0	x270	2,7	x330	2,4	x390	0,0
x31	0,0	x91	0,0	x151	0,0	x211	0,0	x271	3,1	x331	2,5	x391	0,0
x32	-23,0	x92	-2,1	x152	-0,7	x212	-3,7	x272	0,0	x332	0,0	x392	0,0
x33	-14,8	x93	-0,9	x153	0,0	x213	-2,4	x273	0,0	x333	0,0	x393	0,0
x34	-19,0	x94	-1,5	x154	-0,1	x214	-3,1	x274	0,0	x334	0,0	x394	0,0
x35	-14,8	x95	-0,9	x155	0,0	x215	-2,4	x275	0,0	x335	0,0	x395	0,0
x36	-14,8	x96	-0,9	x156	0,0	x216	-2,4	x276	0,0	x336	0,0	x396	0,0
x37	-3,6	x97	-1,9	x157	-1,3	x217	-2,5	x277	0,0	x337	0,0	x397	0,0

x38	-5,9	x98	-0,1	x158	0,0	x218	-1,5	x278	0,0	x338	0,0	x398	0,0
x39	-1,7	x99	-0,8	x159	-0,7	x219	-1,3	x279	0,0	x339	0,0	x399	0,0
x40	0,0	x100	0,0	x160	0,0	x220	0,0	x280	0,0	x340	0,0	x400	0,0
x41	0,0	x101	0,0	x161	0,0	x221	5,4	x281	3,8	x341	2,4		
x42	0,0	x102	0,0	x162	0,0	x222	23,0	x282	14,8	x342	5,9		
x43	0,0	x103	0,0	x163	0,0	x223	12,6	x283	9,2	x343	5,5		
x44	0,0	x104	0,0	x164	0,0	x224	2,5	x284	0,9	x344	0,0		
x45	0,0	x105	0,0	x165	0,0	x225	2,1	x285	0,9	x345	0,1		
x46	0,0	x106	0,0	x166	0,0	x226	8,7	x286	2,5	x346	0,0		
x47	0,0	x107	0,0	x167	0,0	x227	1,8	x287	1,4	x347	1,1		
x48	0,0	x108	0,0	x168	0,0	x228	0,7	x288	0,0	x348	0,0		
x49	0,0	x109	0,0	x169	0,0	x229	1,3	x289	0,9	x349	0,7		
x50	0,0	x110	0,0	x170	0,0	x230	3,2	x290	2,2	x350	1,4		
x51	0,0	x111	0,0	x171	0,0	x231	3,7	x291	2,4	x351	1,5		
x52	-12,6	x112	-8,7	x172	-1,3	x232	0,0	x292	0,0	x352	0,0		
x53	-9,2	x113	-2,5	x173	-0,9	x233	0,0	x293	0,0	x353	0,0		
x54	-10,9	x114	-5,7	x174	-1,1	x234	0,0	x294	0,0	x354	0,0		
x55	-9,2	x115	-2,5	x175	-0,9	x235	0,0	x295	0,0	x355	0,0		
x56	-9,2	x116	-2,5	x176	-0,9	x236	0,0	x296	0,0	x356	0,0		
x57	-3,7	x117	-2,5	x177	-1,4	x237	0,0	x297	0,0	x357	0,0		
x58	-5,5	x118	0,0	x178	-0,7	x238	0,0	x298	0,0	x358	0,0		
x59	-2,0	x119	-1,0	x179	-0,7	x239	0,0	x299	0,0	x359	0,0		
x60	0,0	x120	0,0	x180	0,0	x240	0,0	x300	0,0	x360	0,0		

Fonte: Autoria própria