

# PROJETO DE GRADUAÇÃO

# APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE ENERGIA PARA ANÁLISE DE FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS

**GUSTAVO VIEIRA NUNES BRITO** 

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA** 

FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

# PROJETO DE GRADUAÇÃO

# APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE ENERGIA PARA ANÁLISE DE FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS

# **GUSTAVO VIEIRA NUNES BRITO**

Relatório submetido como requisito para obtenção

do grau de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, ENM/UnB

PUBLICAÇÃO ENM.PG -

Brasília, 2 de maio de 2022

# UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

# APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE ENERGIA PARA ANÁLISE DE FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS

# **GUSTAVO VIEIRA NUNES BRITO**

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Aprovado por:

Prof. Dr. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, UnB/ENM Orientador

Prof. Dr. José Alexander Araújo, UnB/ENM Examinador interno

Prof. Dr Thiago de Carvalho Rodrigues Doca, UnB/ENM Examinador interno

Brasília, 2 de maio de 2022

## FICHA CATALOGRÁFICA

GUSTAVO VIEIRA NUNES BRITO

### APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE ENERGIA PARA ANÁLISE DE FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS

#### , 77p., 201x297mm

(ENM/FT/UnB, Engenheiro Mecânico, Engenharia Mecânica, 2022) Projeto de Graduação – Universidade de Brasília Faculdade de Tecnologia – Departamento de Engenharia Mecânica

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

GUSTAVO VIEIRA NUNES BRITO (2022) APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE ENERGIA PARA ANÁLISE DE FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS. Projeto de Graduação em Engenharia Mecânica, Publicação , Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 77p.

### CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: GUSTAVO VIEIRA NUNES BRITO

TÍTULO: APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE ENERGIA PARA ANÁLISDE DE FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS

GRAU: Engenheiro Mecânico ANO:2022

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste projeto de graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor se reserva a outros direitos de publicação e nenhuma parte deste projeto de graduação pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

GUSTAVO VIEIRA NUNES BRITO gustavovnb@gmail.com

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha mãe, Elisabeth Vieira dos Santos Brito, quem sempre me amou incondicionalmente.

Agradeço ao meu pai, Jurandy Nunes Brito, pelo incentivo aos estudos.

Agradeço à minha irmã Paula Vieira Nunes Brito, pela presença e cuidado em todos os meus momentos de vida.

Agradeço a Deus, que me propicia, a cada dia, o prazer de crescer como homem.

Ao meu orientador Prof. Dr. Jorge Luiz de Almeida Ferreira pelo incentivo à pesquisa e pela confiança em meu trabalho.

Gustavo Vieira Nunes Brito

#### **RESUMO**

# APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE ENERGIA PARA ANÁLISE DE FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS

O presente trabalho tem por finalidade aplicar a metodologia de estimativa de vida à fadiga baseada na energia de deformação, em um programa elaborado para comparar duas metodologias, a regra de Neuber e o método de Glinka. Nesse sentido, é apresentado o modelo teórico de previsão de vida de fadiga segundo esse critério, aplicando-o em conjunto à programação em MATLAB a fim de desenvolver uma plataforma de saída de dados para auxilia na realização do cálculo de vida á fadiga. A finalidade de tal análise é obter a validade desta metodologia com as já consagradas metodologias  $\varepsilon$ -N e  $\sigma$ -N. É realizado o estudo do método aproximado de previsão dos estados de tensão e deformação locais propostos por Neuber (1961) e Glinka (1985), sendo verificada a aplicabilidade do método para um nível de carregamento definido. Através dos dados gerados pelo programa desenvolvido, foi possível constatar a diferença no número de repetições possíveis para uma história de carregamento aplicada, constatado uma diferença representativa entre os valores de tensão e deformação calculados através do método de Glinka e a regra de Neuber, sendo o método de Glinka mais conservador, gerando um resultado de repetições maior do que o encontrado através da regra de Neuber. Isso se dá visto que as tensões e deformações calculadas através do método de Glinka são menores que a regra de Neuber, evidenciando em um valor de vida maior.

#### ABSTRACT

# APPLICATION OF ENERGY METHODS FOR FATIGUE ANALYSIS IN CARVED BODIES

The present work aims to apply a life estimation methodology based on strain energy, developing a program designed to compare two methodologies, the Neuber rule and the Glinka method. In this sense, the theoretical model of life prediction according to this criterion is presented, applying it to MATLAB programming in order to develop a data output platform to assist in the realization of the fatigue life programming set. The purpose of such analysis is to obtain the validity of this methodology with the already established  $\varepsilon$ -N and  $\sigma$ -N methodologies. A study of the method for evaluating the method states and local formation proposed by Neuber (1961) and Glinka (1985) is carried out, and the applicability of the method for a defined loading level is verified. The difference in the data generated by the developed program, to verify a number of possible possibilities for an applied loading method, noting a difference through the developed program, noting a difference between the calculation and formation methods and the values of the Neuber calculation method . of conservative Glinka, yielding a result of the greater rule than that found through Neuber. This is given as a value of life and in a greater way.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	9
1.2	OBJETIVOS	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
2.1	COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS	12
2.2	O PROCESSO DE FADIGA	12
2.3	CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO DE FADIGA	13
2.4	PARÂMETROS IMPORTANTES EM FADIGA	15
2.5	ABORDAGENS DO PROCESSO DE FADIGA	17
2.6	CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO MONOTÔNICA	18
2.6.1	MODELOS DE CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO	21
2.6.2	RELAÇÕES DE RAMBERG-OSGOOD	25
2.6.3	CONCEITOS DA TEORIA DA ELASTICIDADE	26
2.6.4	CONCEITOS DA TEORIA DA PLASTICIDADE	27
2.6.5	CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA	29
2.7	CONCENTRADORES DE TENSÃO	33
3	MÉTODO DE ENERGIA-VIDA	37
3.1	CONCEITO DE ENERGIA DE DEFORMAÇÃO	37
3.2	ENERGIA DE DEFORMAÇÃO ELÁSTICA	37
3.3	ENERGIA DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA	39
3.4	DESCRIÇÃO DA ABORDAGEM ENERGIA-VIDA	43
3.5	PREVISÃO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM DESCONTINUIDADES	
GEON	И́ÉTRICAS	47
3.5.1	COMPORTAMENTO LINEAR-ELÁSTICO	47
3.5.2	COMPORTAMENTO ELASTOPLÁSTICO	48
3.5.3	MODELOS ANALÍTICOS DE PREVISÃO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES	
LOCA	AIS	49
4	CÁLCULO DE VIDA EM MATLAB	53
4.1	DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA	54
5	VALIDAÇÃO DO PROGRAMA	57
5.1	CONDIÇÕES DO PROBLEMA	57
6	CONCLUSÕES	63
7	6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64
8	APÊNDICE	66
9	ANEXO	77

# 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A consideração de descontinuidades geométricas, como orifícios, chanfros, ressaltos e rasgos é inevitável em projetos de componentes mecânicos. A presença dessas descontinuidades acarreta o surgimento de concentrações de tensões que, por sua vez, reduzem a resistência estática e a vida em fadiga da peça. Entretanto, o projeto de um componente qualquer deve ser tal que assegure sua segurança, desempenho e durabilidade adequada, evitando sua falha.



Figura 1-1 - Ensaio de fadiga para estudo de propagação de trincas

Diversas estruturas e componentes mecânicos são frequentemente submetidos a solicitações dinâmicas que podem provocar alterações nos materiais em nível microscópico. Estas alterações podem se acumular frente aos ciclos de carga, desenvolver-se em trincas ou danos macroscópicos e vir a comprometer a integridade da estrutura. Este processo de dano e

falha devido a solicitações dinâmicas, denotado por *Fadiga*, é responsável por falhas de diversos componentes e estruturas, tais como automóveis, aviões, pontes e navios, entre outros (Meyers *et al.*, 1982).

A falha de um componente estrutural pode ocorrer por deformação ou fratura. A primeira ocorre devido à presença de deformações excessivas que implicam em modificações em sua forma ou dimensões, suficientes para causar perda de sua função, mesmo sem ocorrer sua ruptura. Esse tipo de falha é, na maioria das vezes, independente do tempo, no caso de deformações elásticas e plásticas, podendo ainda ser dependente do tempo, no caso da fluência. O segundo tipo, por fratura, é a quebra do componente em duas ou mais partes. A fratura de um componente pode ocorrer sob um carregamento estático, que compreende os casos de fratura frágil ou dúctil que são, por sua vez, influenciados por fatores ambientais ou fluência, e carregamento cíclico, no caso, fadiga. Esta última se subdivide em fadiga de alto ciclo, baixo ciclo e propagação de trinca por fadiga.

O termo fadiga pode ser definido simplificadamente como o esgotamento da resistência mecânica de um componente quando sujeito à aplicação de solicitações cíclicas. A fadiga se caracteriza basicamente pela geração e propagação gradual de uma micro trinca até a eventual fratura do componente. O estudo da fadiga se mostra importante quando analisa os inúmeros acidentes causados por esse tipo de falha mecânica ao longo da história, podendo citar os navios Liberty na década de 40 e o Avião Comet na década de 50. Analisando-se apenas os dados que envolvem acidentes aeronáuticos relacionados à fadiga, tem-se que até os anos 80 ocorreram 1510 mortes em 216 acidentes envolvendo aviões e 284 mortes em 90 acidentes envolvendo helicópteros (Dowling, 2007).

As metodologias tradicionais de projeto à fadiga podem ser divididas em três grupos principais: o método S-N (Wöhler), método  $\varepsilon$ -N (Coffin-Manson), método da/dN (Paris). O primeiro é o mais antigo e relaciona a história de tensões, macroscopicamente elásticas, atuantes nos pontos críticos, que em geral se localizam na raiz dos entalhes, com a vida em fadiga de pequenos corpos de prova testados sob a atuação de carregamentos simples.

A segunda metodologia, o método  $\varepsilon$ -N, baseia-se nas deformações elastoplásticas ou, mais precisamente, na curva tensão-deformação cíclica. Sua importância é fundamental para análise de vidas curtas envolvendo deformações plásticas em regiões localizadas como descontinuidades geométricas. Os métodos S-N e  $\varepsilon$ -N são similares filosoficamente, e são aplicados para prever a iniciação das trincas em grandes estruturas, ou a vida de peças pequenas cujo tamanho seja similar ao dos corpos de prova testados. Finalmente, o método da/dN, ou de Paris é baseado nos conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica e estuda o comportamento de materiais e componentes na presença de trincas.

Como o fenômeno de fadiga é controlado através de grandezas locais, como em descontinuidades onde pode ocorrer a plastificação do material, é fundamental o conhecimento de tais valores com devida precisão. A determinação exata dessas grandezas implica em soluções complexas e, por isso, diversos métodos são propostos para determinação aproximada do estado de tensões elastoplástico na região da descontinuidade, dentre os quais se destacam a Regra de Neuber (1961), os métodos de Glinka (1985). Essas metodologias são amplamente adotadas como verdadeiras, porém poucos estudos comparativos, de natureza quantitativa, estão disponíveis na literatura.

#### **1.2 OBJETIVOS**

Esse trabalho tem por objetivo construir uma ferramenta de análise previsão da vida de fadiga, baseada na abordagem energia-vida (W-N), em componentes entalhadas submetidos a histórias de carregamentos irregulares.

Nesse sentido, para cumprir esse objetivo, esse estudo utilizou a seguinte metodologia:

- realizar pesquisa bibliográfica sobre o processo de fadiga;
- realizar pesquisa bibliográfica sobre o método da energia de deformação;
- desenvolver um programa em MATLAB que utilize o método de energia de deformação para o cálculo de vida de um material;
- validar a ferramenta de análise por meio de comparação dos resultados obtidos a partir da aplicação da regra de Neuber e a metodologia de Glinka.

# 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 2.1 COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS

O comportamento dos materiais pode ser estudado segundo dois enfoques clássicos: física dos sólidos ou mecânica do contínuo. O primeiro estuda o comportamento da estrutura cristalina dos metais durante a deformação plástica e apresenta características qualitativas. O segundo supõe que os metais são contínuos, suas propriedades são medidas sem a investigação dos mecanismos de deformação. Este último permite avaliar a relação entre a solicitação e a resposta de forma quantitativa e, portanto, será o abordado durante o presente trabalho.

A resistência dos materiais é a ciência que lida com a relação entre as forças internas, as deformações e as cargas externas. Suas hipóteses básicas sobre o corpo em análise são: o material e contínuo, homogêneo e isotrópico. De acordo com a primeira hipótese o corpo não apresenta cavidades de qualquer espécie. Quanto a segunda, o fato do corpo ser tratado como homogêneo significa que a variação de suas propriedades ponto a ponto pode ser desconsiderada. Finalmente, um material é dito isotrópico em relação a alguma propriedade quando essa não varia com a direção em que é medida, ou seja, ela é a mesma independente do sistema de coordenadas a que se refere.

O comportamento de um material, principalmente a sua relação tensão-deformação, é requisito fundamental para a realização da análise estrutural de um componente. Essa, por sua vez, será função do tipo de solicitação aplicada.

#### 2.2 O PROCESSO DE FADIGA

A prevenção de falhas por fadiga é parte fundamental no projeto de componentes e estruturas utilizados em diversas indústrias, pois ela pode causar grandes custos econômicos e perdas humanas. O primeiro estudo sistemático de falhas por fadiga foi realizado por August Wöhler nas décadas de 1850 e 1860, motivado pela ocorrência de inúmeras falhas em eixos ferroviários. A partir deste estudo, Wöhler introduziu conceitos ainda hoje utilizados, tais como curva S-N e limite de fadiga, e concluiu que a carga média influencia a vida à fadiga. Uma descrição bastante completa desta metodologia é apresentada por Dowling (2007).

No final da década de 1950, surgiu uma metodologia mais sofisticada denominada metodologia deformação-vida, em resposta à necessidade de se analisar falhas por fadiga iniciadas em regiões com níveis de deformação plástica significativos e ocorridas após um pequeno número de ciclos de carregamento. A metodologia deformação-vida é hoje um conjunto de procedimentos e práticas bem consolidadas (Wetzel, 1977) e bastante utilizado na indústria para estimar o número de ciclos de carregamento para iniciação de uma trinca. Esta metodologia baseia-se em (i) um método para estimar as tensões e deformações nos pontos críticos, (ii) um método de identificação de ciclos de carregamento, (iii) um modelo de estimativa do dano à fadiga produzido por cada ciclo de carregamento e (iv) uma regra de acúmulo de dano por fadiga.

Um dos pontos mais críticos do projeto de produtos industriais, especificamente, é o dimensionamento correto do sistema para suportar as cargas que irão se desenvolver ao longo do tempo de vida útil do produto. Deve-se sintetizar, de uma forma geral, um sistema que venha a produzir uma resposta específica, quando solicitado. Este sistema, no que diz respeito ao seu desempenho, deve satisfazer uma série de restrições e especificações, com um projeto que visa, na maioria dos casos, a minimizar o custo total ao longo do período de vida útil. Praticamente em qualquer tipo de sistema que venha a ser projetado existem componentes cuja função é suportar e transmitir cargas mecânicas. Estes componentes devem ser dimensionados de modo a resistir às cargas previstas, constituindo-se, logo, em componentes estruturais do sistema. Para isso deve-se utilizar uma metodologia de projeto consistente.

#### 2.3 CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO DE FADIGA

Fadiga é um tipo de falha mecânica, causada primariamente pela aplicação repetida de carregamentos (tensões ou deformações) variáveis, sendo caracterizada pela geração e propagação lenta e gradual de trincas que levam à ruptura e ao colapso súbito do componente.

A ASTM (1972) define o que se entende por fadiga como: "Processo de alteração permanente, progressivo e localizado, que ocorre num material sujeito a condições que produzem tensões ou deformações num ponto ou em vários pontos, e que pode culminar em trincas ou em fratura completo do componente após um número suficiente de ciclos de solicitações" (Moura Branco, 1985).

Avaliando as condições de fabricação e montagem e as condições de funcionamento de um componente estrutural, verifica-se que há três fatores fundamentais para que o fenômeno de fadiga se desenvolva: presença de concentradores de tensão, tensões residuais e níveis de carregamentos cíclicos relativamente elevados. De uma maneira geral, os procedimentos para a estimativa da resistência à fadiga de componentes estruturais são bem conhecidos e relativamente confiáveis. Entretanto, para o uso correto dessas metodologias é necessário caracterizar de forma consistente:

- O comportamento mecânico do material
- A história dos carregamentos atuante sobre o componente

O comportamento mecânico do material é caracterizado por meio da determinação, em laboratório, das curvas Tensão/Deformação versus Vida e da curva de propagação de trincas. Possibilitando dessa forma a identificação de três parâmetros básicos associados ao problema de fadiga, ou seja:

- O limite de resistência de fadiga
- O limiar de propagação de trinca
- A tenacidade à fratura do material.

Já a história de carregamentos pode ser obtida de duas formas distintas, pela Análise Experimental de Tensões ou por Simulação Numérica. As técnicas de análise experimental de tensões permitem ao engenheiro dispor de informações sobre os esforços realmente atuantes na estrutura. Entretanto, a sua aplicação é cara e em algumas situações extremamente complexa. Por esse motivo, a utilização das técnicas de simulação numérica para a identificação da história de carregamentos é cada vez mais utilizada.



Figura 2-1 - Análise de fadiga

A Figura 2.1 descreve a ordem dos procedimentos para a estimativa da resistência à fadiga de componentes estruturais.

Os métodos clássicos de previsão da vida a fadiga, como o  $\varepsilon$ -N (Deformação-Vida) e o  $\sigma$ -N (Tensão-Vida) levam em conta apenas as tensões e deformações locais, ou seja, na raiz do entalhe. Estas abordagens são denominadas de "hot spot approach", pois não consideram os níveis de tensões e deformações ao longo da seção nominal que contém o entalhe. Mas se sabe que há casos, principalmente quando se tem grandes níveis de deformação, que a distribuição de tensões e deformações se dá de tal forma que há um relaxamento destes valores na superfície do entalhe, fazendo com que os valores máximos ocorram em um ponto dentro da seção nominal que contém o entalhe (Bentachfine et al., 1999).

Para que ocorra a falha, a energia média num determinado volume do material deve exceder a energia crítica, sobre todo o volume que engloba a região próxima à raiz do entalhe ou sobre toda a seção nominal. Estas metodologias tentam obter o efeito da distribuição de tensões e deformações ao longo da seção nominal levando em consideração a orientação do plano que apresenta os maiores gradientes de tensão e deformação.

A partir destes procedimentos, podem-se obter formas de estimativas de tensão local, bem como o cálculo da energia de deformação. Vários autores propuseram modelos para determinar analiticamente esta tensão equivalente máxima (Neuber, 1961; Seeger et al., 1980; Glinka, 1985; Ye, 2003) baseados nestes procedimentos, enquanto outros propuseram métodos baseados no cálculo de vida (Skelton et al,1998; Łagoda, 2001; entre outros).

#### 2.4 PARÂMETROS IMPORTANTES EM FADIGA

Algumas situações práticas e muitos ensaios de fadiga envolvem carregamentos cíclicos onde a tensão é alternada continuamente entre um valor máximo e mínimo, isto é, a uma amplitude constante ao longo do tempo. Essa condição é representada graficamente na Fig. 2.2, juntamente com as principais medidas que se pode tirar deste tipo de carregamento.



Figura 2-2 - Parâmetros fundamentais para solicitações dinâmicas

$$\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{2.1}$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \tag{2.2}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_m + \sigma_a \tag{2.3}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \tag{2.4}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{2.5}$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \tag{2.6}$$

Na Figura 2.2 são definidos parâmetros importantes em fadiga, tais como gama de tensões ( $\Delta \sigma$ ), amplitude de tensão alternada ( $\sigma_a$ ), tensão média ( $\sigma_m$ ), tensão máxima ( $\sigma_{máx}$ ), tensão mínima ( $\sigma_{min}$ ) e razão de tensões (R).

#### 2.5 ABORDAGENS DO PROCESSO DE FADIGA

O processo de fadiga é analisado seguindo-se, basicamente, três abordagens clássicas: a abordagem *Tensão-vida*, a *Deformação-vida* e a abordagem segundo a *mecânica da fratura linear elástica*, MFLE. Uma nova abordagem vem sendo estudada e trata-se do acúmulo de energia do material até uma situação crítica onde este falha; esta abordagem é conhecida como *Energia-vida*. Estes métodos apresentam sua própria região de atuação, porém, com certo grau de sobreposição entre eles. O entendimento destas abordagens fornece técnicas que podem ser utilizadas para diferentes análises de fadiga. Entretanto, é o entendimento completo destes métodos, suas vantagens e limitações que permite ao engenheiro a escolha da abordagem, ou abordagens, que melhor se aplicam a determinado problema (Bannantine et al., 1990).

A abordagem *Tensão-vida* é utilizada principalmente para aplicações de fadiga de alto número de ciclos, onde as tensões e deformações são elásticas. Esta, não faz distinção entre as fases de nucleação e propagação da trinca, lidando com a vida total, ou seja, o número total de ciclos até a fratura.

Na abordagem *Deformação-vida*, a vida é considerada pela nucleação da trinca, envolve análise mais detalhada do escoamento localizado que pode ocorrer em pontos de concentração de tensões durante os ciclos de carregamentos. Desta forma, este método é utilizado quando a deformação local apresenta componente plástica não nula, mostrando-se interessante para análise de fadiga de baixo número de ciclos.

A abordagem segundo a MFLE tem foco principal na propagação de defeitos e trincas de fadiga preexistentes, e pode ser utilizado em conjunto com a abordagem *Deformação-vida*.

No entanto, como já foi dito, uma nova abordagem vem sendo explorada por pesquisadores de todo o mundo, que devido ao avanço dos instrumentos de medição e da confiabilidade dos programas de simulação numérica vem se mostrando praticável, o que até então não era visto como tal. Trata-se do método *Energia-vida*, que se baseia tanto nos valores de tensão como nos de deformação do componente para estimar a vida do material. Por isso, alguns autores tratam este método como uma análise de escalas entre os métodos *Tensão-vida* e *Deformação-vida* (Lagoda, 2001).

#### 2.6 CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO MONOTÔNICA

Um corpo reto e longo com seção uniforme em sua parte central, usualmente denominado corpo de prova, quando submetido a uma carga axial de tração, responderá como mostrado na Figura 2.1.



Figura 2-3- Comportamento de um corpo de prova em um ensaio de tração.

No centro do corpo de prova a única tensão não-nula e a axial, que será dada pela Equação (2.7):

$$f = \frac{P}{A} \tag{2.7}$$

onde P é a carga aplicada, f a tensão normal e A e a área da seção transversal central do componente.

À medida que se aumenta a carga aplicada, o corpo se alonga e sua seção se contrai. Normalmente a área utilizada para o cálculo da tensão e definida como a área transversal inicial do corpo de prova, ou seja, sem deformação, nesse caso, a tensão obtida e chamada de tensão de engenharia e será representada pela letra f e caso ela seja definida como a área instantânea, será denominada tensão verdadeira  $\sigma$ .

Analogamente à tensão, define-se deformação de engenharia, e, como a razão entre  $\Delta L$ , que é a variação de comprimento entre dois pontos originalmente distantes um do outro de um comprimento *L*, pelo próprio comprimento *L*. A deformação verdadeira  $\varepsilon$  é definida dividindose o incremento de comprimento  $\Delta L$  pelo comprimento instantâneo entre os dois pontos.

A vantagem da utilização da deformação verdadeira se toma patente a partir de duas considerações: são fisicamente observáveis e são aditivas. Percebe-se que a tensão e a deformação de engenharia são mais apropriadas para pequenos valores de deformação, ou seja,

quando as mudanças nas dimensões do componente são pequenas. Já a tensão e a deformação verdadeiras são mais apropriadas quando as alterações na área ou comprimento são consideráveis.

A curva tensão-deformação para um carregamento monotônico de tração pode ser obtida medindo-se as tensões em função das deformações para cargas crescentes. A Figura 2.4 mostra exemplos de curvas tensão-deformação de engenharia e verdadeira.



Figura 2-4 - Ensaio de tração monotônico. (a) Curva tensão-deformação de engenharia (b) Curva tensão-deformação verdadeira

Percebe-se que as curvas apresentam uma região linear e outra não linear. O ponto de transição entre essas duas regiões e chamado limite de proporcionalidade. Define-se, ainda, patamar de escoamento como o ponto no qual um incremento na deformação não implica em um correspondente aumento na tensão, Alguns materiais apresentam este bem definido, entretanto, na maioria dos casos, ele e difícil de ser de ser observado sendo, portanto, definido como a tensão que produz uma deformação plástica no corpo igual a 0,02%. Na prática, os limites de proporcionalidade e de escoamento se confundem.

A região abaixo do limite de escoamento ou limite elástico e denominada região elástica e a acima, plástica. A propriedade mecânica que define a resistência de um material na região elástica e a rigidez e para materiais dúcteis e medida pelo modulo de elasticidade ou modulo de resistência e seu valor numérico e dado pela razão entre a tensão e a deformação obtida durante um ensaio de tração monotônico. Além do modulo de elasticidade, são definidos outros dois módulos: o tangente e o secante. O primeiro e definido como a inclinação da tangente a curva em um determinado ponto e o segundo como a razão entre a tensão e a deformação, Essas três grandezas se coincidem abaixo do limite de proporcionalidade.

Se a carga a que o corpo está sujeito for retirada abaixo do limite elástico, o material retornara a condição de tensão zero, percorrendo a mesma curva traçada durante o ciclo de

carregamento e não ocorrerão deformações permanentes. Acima desse limite, o material não mais descarregará ao longo da curva que seguiu no ciclo de carregamento e, sim, por uma reta paralela a região linear da curva e o material apresentará uma deformação permanente denominada deformação plástica. Esta deformação permanente poderá reduzir ou, até mesmo, desaparecer com o tempo dependendo do material e da temperatura a qual o mesmo será submetido. Essa propriedade e conhecida como comportamento anelástico do material e é normalmente desprezada nas teorias matemáticas da plasticidade.

Na prática, a curva tensão-deformação no descarregamento a partir de uma deformação plástica não será exatamente linear e paralela a porção elástica da curva e, além disso, ao se recarregar a curva, ela geralmente ira se desdobrar à medida que a tensão se aproximar do valor original no qual ocorreu o descarregamento. Após uma pequena deformação plástica adicional, a curva tensão-deformação torna-se uma continuação daquela que seria obtida caso não houvesse ocorrido o descarregamento, caracterizando o efeito da mem6ria do material. Este comportamento está ilustrado na Figura 2.5, e conhecido como histerese elástica e é normalmente desprezado na teoria da plasticidade.



Figura 2-5 - Histerese elástica.

Dessa forma, a deformação total do corpo apresentara uma parcela elástica e outra plástica. Como pode ser vista na Figura 2.5, a deformação elástica depende apenas dos estados inicial e final da tensão e deformação, enquanto a deformação plástica depende da maneira segundo a qual e exercida a solicitação mecânica para se atingir o estado final, ou seja, a história do processo de deformação.

#### 2.6.1 MODELOS DE CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Como visto na seção 2.1.1 a curva tensão-deformação experimental de materiais aeronáuticos tem a forma mostrada na Figura 2.2. E de particular interesse que essa relação seja representada através de um modelo analítico, porém esta não possui, evidentemente, uma forma adequada para tal. A medida em que cresce a precisão com a qual se aproxima matematicamente a curva, também aumenta a complexidade do modelo, portanto, e desejável utilizar um modelo que represente bem o comportamento do material para que a análise em questão seja o mais simples possível.

Diversas idealizações têm sido sugeridas em literaturas pertinentes ao assunto, porém a definição da mais apropriada será função do material, da tensão, do nível de temperatura e do nível de complexidade requerido para análise. Algumas dessas idealizações estão representadas na Figura 2.5.



Figura 2-6 - Curvas tensão-deformação idealizadas: a) material infinitamente rígido; b) linear elástico; c) não-linear elástico; d) rígido perfeitamente plástico; e) rígido com encruamento; f) elástico linear, perfeitamente plástico; g) elástico linear, plástico com encruamento linear; h) elástico linear, plástico com encruamento não-linear.

A Figura 2.6(a) representa o comportamento de um material infinitamente rígido. Tal comportamento não acontece na prática, porém ele se aplica a casos em que a deformação no corpo tem efeitos desprezíveis na análise, como na mecânica dos corpos rígidos. Na Figura 2.6(b) mostra-se o comportamento de um material linear elástico e na Figura 2.6(c) um nãolinear elástico. Neste último o material carrega e descarrega ao longo de uma mesma curva, enquanto no primeiro o processo acontece segundo uma reta. Materiais que apresentam comportamento plástico podem ser representados através das curvas mostradas nas Figuras 2.6(d, e, f, g, h). Na primeira delas, o material não se deforma até que a tensão atinja o limite de escoamento, a partir daí um aumento no nível de deformação não será acompanhado por um correspondente aumento na tensão. Este comportamento e conhecido como rígido-perfeitamente plástico. Já na segunda, também não ocorre deformação elástica, porém uma vez atingido o escoamento, o material apresentará encruamento e um aumento no nível de deformação só será possível a partir de um incremento no nível de tensão. A Figura 2.6(f) e a 2.6(g) apresentam comportamento elástico linear, perfeitamente plástico linear. Finalmente, a Figura 2.6(h) mostra um material elástico linear, plástico com encruamento não linear. Este modelo descreve o comportamento uniaxial de grande parte dos materiais estruturais usados em construção aeronáutica, como o alumínio, por exemplo.

A seguir serão detalhados alguns dos modelos anteriormente apresentados, Figura 2.6(f, g, h). Para todos eles o comportamento antes do escoamento será linear elástico, enquanto para a região plástica serão analisadas as possibilidades mais utilizadas:

• Comportamento elástico linear, perfeitamente plástico - Fig. 2.6(f)

Uma curva elástica, perfeitamente plástica e plana após o escoamento como mostra a Figura 2.6(f). Esta relação pode ser escrita pela Equação 2.8:

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (\sigma \le \sigma_o)$$
  

$$\sigma = \sigma_o \qquad \left(\varepsilon \ge \frac{\sigma_o}{E}\right)$$
(2.8)

onde  $\sigma$  é a tensão, *E* o módulo de elasticidade,  $\varepsilon$  a deformação e  $\sigma_0$  a tensão de escoamento. Este comportamento pode ser utilizado para representação de alguns metais logo após o escoamento ou, ainda, para realização de cálculos iniciais, mesmo que a curva tensãodeformação apresente comportamento mais complexo.

• Comportamento elástico linear, plástico com encruamento linear

Um modelo elástico com encruamento linear é bastante útil na representação de curvas tensão-deformação que se elevam consideravelmente após o escoamento. Neste modelo a

inclinação da curva após o escoamento será dada como uma fração  $\delta$  do modulo de elasticidade *E* como mostra a Figura 2.7.



Figura 2-7 - Material elástico com encruamento linear.

A equação da porção plástica do modelo pode ser obtida através da inclinação da curva, medida entre o ponto de escoamento e outro qualquer como mostra a Equação 2.9:

$$\delta E = \frac{\sigma - \sigma_o}{\varepsilon - \varepsilon_o} \tag{2.9}$$

onde  $\varepsilon$  e  $\sigma$  são a tensão e a deformação em um ponto qualquer da curva após o limite de escoamento e  $\sigma_o$  e  $\varepsilon_o$  são a tensão e a deformação no ponto de escoamento, respectivamente.

Sabendo que  $\varepsilon_o = \sigma_o/E$ , a equação (2.9) pode ser reescrita em termos da tensão como:

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (\sigma \le \sigma_o)$$

$$\sigma = (1 - \delta)\sigma_o + \delta E\varepsilon \qquad (\sigma \ge \sigma_o)$$
(2.10)

ou em termos da deformação como:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_o}{E} + \frac{(\sigma - \sigma_o)}{\delta E} \qquad (\sigma \ge \sigma_o)$$
(2.11)

onde todos os termos são como definidos anteriormente.

#### • Comportamento elástico linear, escoamento exponencial

Em alguns casos, e preciso que a curva tensão-deformação seja representada com maior fidelidade, sendo necessário, portanto, modelos matemáticos mais complexos. Uma forma de se fazer tal representação é assumindo que a tensão, após o lignite de escoramento, será proporcional ao nível de deformação elevado a uma potência corno mostra a Equação 2.12:

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (\sigma \le \sigma_o) \text{ (a)}$$

$$\sigma = H_1 \varepsilon^{n_1} \qquad (\sigma \ge \sigma_o) \text{ (b)}$$
(2.12)

onde o termo  $n_1$  é o expoente de encruamento dado pela inclinação da porção plástica da curva tensão-deformação na escala log-log e  $H_1$  é um coeficiente adicional cujo valor é dado pela tensão para uma deformação unitária,  $\varepsilon = 1$ , também na escala log-log. O significado de  $n_1$  e  $H_1$ está ilustrado na Figura 2.8.



Figura 2-8 - Curva tensão-deformação elástico-linear com encruamento exponencial na escala log-log.

A curva resultante está representada na Figura 2.9. Como pode ser visto, a curva proposta apresenta ponto de escoamento definido.



Figura 2-9 - Comportamento elástico-linear com encruamento exponencial.

A Equação 2.12 (b) pode facilmente ser reescrita em termos de deformação:

$$\varepsilon = \left(\frac{\sigma}{H_1}\right)^{\frac{1}{n_1}} \qquad (\sigma \ge \sigma_o) \tag{2.13}$$

O ponto de escoamento pode ser obtido igualando as Equações 2.12(a) e (b), resultando em:

$$\sigma_o = E\left(\frac{H_1}{E}\right)^{\frac{1}{1-n_1}} \qquad (\sigma \ge \sigma_o) \tag{2.14}$$

24

#### 2.6.2 RELAÇÕES DE RAMBERG-OSGOOD

Como foi dito anteriormente, o comportamento de um material é elástico linear até o limite de proporcionalidade e, acima desta tensão, existe, em adição a deformação elástica  $\varepsilon_{e}$ , uma componente de deformação plástica  $\varepsilon_{p}$  com encruamento. Desta forma, a deformação total pode ser escrita como a soma de uma componente plástica e outra elástica, como pode ser observado na Equação 2.15:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \tag{2.15}$$

A componente elástica é igual  $\sigma/E$ , onde  $\sigma$  é a tensão e *E* o modulo de elasticidade. A componente plástica pode ser considerada proporcional ao nível de tensão elevado a uma potência que depende do comportamento do material na região plástica como mostra a Equação 2.16. Este modelo é similar ao proposto por Ramberg-Osgood em 1943, e sua principal diferença em relação ao item anterior que a relação exponencial se refere a apenas a parcela plástica da deformação e não a deformação total, conforme expressão a seguir:

$$\sigma = H\varepsilon_n^n \qquad (\sigma \ge \sigma_o) \tag{2.16}$$

Dessa forma, a curva tensão-deformação pode ser definida como mostra a Equação 2.17:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{2.17}$$

onde  $n \in H$  são o expoente e o coeficiente de encruamento, respectivamente, assim como no tópico anterior, porém definidos de maneira diferente. Esses valores podem ser determinados traçando-se a curva tensão-deformação plástica na escala log-log, sendo H o valor da tensão para a deformação plástica igual à unidade e n a inclinação da reta, como mostra a Figura 2.10.



Figura 2-10 - Curva tensão-deformação elástico linear, plástico não-linear, na escala log-log, segundo idealização de Ramberg-Osgood.

A Figura 2.11 mostra a curva representada pela Equação 2.17. Como pode ser visto, a curva não apresenta limite de escoamento definido sendo esta, portanto, a principal diferença em relação ao modelo anteriormente proposto.



Figura 2-11 - Curva tensão-deformação segundo o modelo de Ramberg-Osgood.

#### 2.6.3 CONCEITOS DA TEORIA DA ELASTICIDADE

Segundo a Lei de Hooke, em um material homogêneo, isotrópico e elástico a tensão é relacionada com a deformação, no caso de carregamento uniaxial, por:

$$\sigma = E\varepsilon \tag{2.18}$$

onde *E* é o modulo de elasticidade linear;  $\sigma$  a tensão e  $\varepsilon$  a deformação.

A presença de tensões em mais de uma direção afeta tanto a rigidez elástica do material quanto o seu limite de escoamento. Para o estado triaxial de tensões, as relações entre tensões e deformações, no regime elástico, são dadas pela Lei de Hooke generalizada. Esta lei continua válida após o escoamento, porém ela fornece apenas a porção elástica da deformação, conforme expressões a seguir:

$$\varepsilon_{ex} = \frac{1}{E} \left[ \sigma_x - v \left( \sigma_y + \sigma_z \right) \right] \tag{a}$$

$$\varepsilon_{ey} = \frac{1}{E} \left[ \sigma_y - v(\sigma_x + \sigma_z) \right] \tag{b}$$

$$\varepsilon_{ez} = \frac{1}{E} \left[ \sigma_z - v \left( \sigma_x + \sigma_y \right) \right] \tag{C}$$

$$\gamma_{exy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \ \gamma_{eyz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \ \gamma_{ezx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$
(d)

onde:  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_z$  são as deformações na direção x, y e z, respectivamente, e o índice, *e*, indica que esta é a porção elástica da deformação total;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y e \sigma_z$  são as tensões na direção x, y e z, respectivamente; *G* é o módulo de elasticidade transversal dado por *E*/[2(1 + v)];  $\tau_{ij}$  é a tensão de cisalhamento atuante na face i na direção j e, finalmente,  $\gamma_{ij}$  é a deformação de cisalhamento de engenharia que aqui vale a duas vezes a deformação de cisalhamento  $\varepsilon_{ij}$ .

Para se obter a deformação total presente em um componente, é necessário adicionar a componente plástica a elástica, para tanto, deve-se realizar um estudo de plasticidade. A teoria da plasticidade pode ser formulada com base na tensão de cisalhamento máxima, na deformação plástica em cisalhamento ou na teoria da deformação plástica. A dedução aqui abordada refere-se a esta última e será apresentada a seguir.

#### 2.6.4 CONCEITOS DA TEORIA DA PLASTICIDADE

A presença de deformações plásticas em um componente pode inutilizá-lo devido a grandes deflexões estáticas ou, então, causar tensões residuais que, por sua vez, acarretam o aumento ou a redução de sua vida em fadiga, dependendo se estas tensões serão de tração ou de compressão. Dessa forma, a análise de plasticidade é de grande importância no projeto de um componente. Entretanto, as deformações, acima do limite de escoamento, não são mais linearmente proporcionais à tensão aplicada, portanto, equações complementares devem ser utilizadas para representar o comportamento do material na região plástica.

Por hipótese, o escoamento de um dado material ocorre quando a tensão efetiva  $\bar{\sigma}$  atinge a tensão de escoamento, independente do estado de tensão. A expressão da tensão efetiva será função do critério de escoamento utilizado, Tresca ou von Mises, por exemplo, reescrito na Equação 2.20 por conveniência:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$
(2.20)

onde os índices 1, 2 e 3 referem-se aos eixos principais.

A deformação plástica efetiva  $\overline{\varepsilon_p}$  é função das deformações plásticas nas direções principais:

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\left(\varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{p_2}\right)^2 + \left(\varepsilon_{p_2} - \varepsilon_{p_3}\right)^2 + \left(\varepsilon_{p_3} - \varepsilon_{p_1}\right)^2} \tag{2.21}$$

onde o índice p refere-se à componente plástica.

A Equação 2.21 pode ser reescrita de uma forma equivalente, porém simplificada:

$$\bar{\varepsilon}_{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \left( \varepsilon_{p1}^{2} + \varepsilon_{p2}^{2} + \varepsilon_{p3}^{2} \right)}$$
(2.22)

A deformação efetiva total  $\bar{\varepsilon}$  será dada pela soma das parcelas elástica e plástica:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{\overline{\sigma}}{E} + \overline{\varepsilon}_p \tag{2.23}$$

Para o caso uniaxial, a tensão e a deformação plástica efetivas se reduzem a  $\sigma_1 e \varepsilon_{p1}$ , respectivamente, e a deformação total  $\overline{\varepsilon}$  reduz-se a  $\overline{\varepsilon_1}$ .

Equações análogas a Lei de Hooke, conhecidas como equações de Levy-Mises, são utilizadas para relacionar o estado de tensões e as deformações plásticas:

$$\varepsilon_{px} = \frac{1}{E_p} \left[ \sigma_x - 0.5 \left( \sigma_y + \sigma_z \right) \right] \tag{a}$$

$$\varepsilon_{py} = \frac{1}{E_p} \left[ \sigma_y - 0.5(\sigma_x + \sigma_z) \right] \tag{b}$$

$$\varepsilon_{pz} = \frac{1}{E_p} \left[ \sigma_z - 0.5 \left( \sigma_x + \sigma_y \right) \right] \tag{c}$$

$$\gamma_{pxy} = \frac{3}{E_p} \tau_{xy}; \ \gamma_{pyz} = \frac{3}{E_p} \tau_{yz}; \ \gamma_{pzx} = \frac{3}{E_p} \tau_{zx}$$
 (d)

onde o coeficiente de Poisson, v, foi definido como 0,5, o que equivale a dizer que as deformações plásticas não acarretam alterações volumétricas, uma vez que o mecanismo físico da deformação plástica ocorre por deslizamento dos planos cristalinos. O módulo de elasticidade *E* foi substituído pelo módulo plástico  $E_p$  dado por:

$$E_p = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}_p} \tag{2.25}$$

Na Equação 2.24(d), o módulo de cisalhamento  $G_p$  foi substituído por  $E_p/3$ , o que pode ser facilmente demonstrado a partir da definição de *G* e do valor assumido de *v*, ou seja, 0,5. A partir de uma curva tensão-deformação conhecida, como a do estado uniaxial de tensões, e de posse das relações apresentadas pode-se obter quaisquer outras curvas de tensão-deformação que se queira.

#### 2.6.5 CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA

Como visto anteriormente, o nível de deformação elástica presente em um corpo depende apenas do estado de tensão a que o mesmo e submetido. Entretanto, quando se trata de deformações plásticas, e necessário que se conheça não apenas as tensões atuantes no elemento como também o histórico de aplicação destas.

Caso o corpo apresentado na Figura 2.1 sofra uma reversão de carregamento, poderá comportar-se de diversas maneiras. Essas diferenças irão depender se a tensão reversa for suficiente, ou não, para causar o escoamento do material e do tipo de comportamento do material, ou seja, sua curva tensão-deformação, como mostra a Figura 2.10. Diversos modelos de descarregamento de materiais f oram propostos ao longo da história, e serão detalhados posteriormente, porém é interessante salientar no presente momento que a Figura 2.10 refere-se a hipótese de descarregamento cinemático.

No primeiro caso da Figura 2.10, o histórico de carregamento causa apenas deformações elásticas no componente, já o segundo e suficientemente grande para causar o escoamento do material sob compressão. Finalmente, o terceiro histórico de carregamento e completamente reverso e causa um laco de histerese que é simétrico com relação a origem.



Figura 2-12 - Comportamento de um material sob carregamento reverso.

#### Modelos de descarregamento

Um corpo de prova ao ser deformado além do limite de escoamento segundo uma direção, em tração, e depois descarregado até a tensão zero e, então, recarregado na direção oposta, em compressão, apresentará um limite de escoamento em compressão inferior ao de tração. Essa dependência da tensão de escoamento, do caminho e da direção de carregamento e chamada de Efeito Bauschinger. A Figura 2.13 mostra alguns dos diversos modelos de descarregamento propostos ao longo da história. Assume-se que um corpo seja tracionado até a tensão ac, maior do que a tensão inicial de escoamento em tração,  $\sigma_0$ . O ciclo ABCDE é

denominado descarregamento cinemático, Neste caso, a tensão de escoamento em compressão será dada por:

$$\sigma = \sigma_c - 2\sigma_o \tag{2.26}$$



Figura 2-13 - Diversos modelos de descarregamento.

O ciclo ABCFG representa o modelo isotrópico de descarregamento. Neste caso, o escoamento do material em compressão irá ocorrer quando a tensão em compressão se igualar

a tensão à qual o material foi inicialmente solicitado em tração,  $\sigma_c$ . Esta teoria não representa bem o comportamento dos materiais em geral.

Existem ainda outros modelos como o representado pelo ciclo ABCHI. Este modelo assume que a tensão de escoamento em compressão será igual à em tração. Atualmente experimentos indicam que a tensão de escoamento em compressão encontra-se entre os pontos H e D, como sugere o ciclo ABCJK.

Segundo a hipótese observada por Masing, a forma do ciclo de histerese pode ser determinada assumindo um material homogêneo, submetido a uma deformação de tração,

seguida de uma igual de compressão produzindo valores iguais de tensão de tração e compressão. A hipótese de Masing está representada na Figura 2.14.



Figura 2-14 - Hipótese de Masing.

Pode ser visto que a forma da curva para carregamento reverso será a mesma do carregamento monotônico, porém com um fator de escala igual a dois, ou seja, o valor de  $\Delta\sigma$  para o carregamento reverso será o dobro daquele para o carregamento monotônico, Portanto, se a relação tensão-deformação para este último for dada por:

$$\varepsilon = f(\sigma) \tag{2.27}$$

a curva de descarregamento pode ser escrita como:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = f\left(\frac{\Delta\sigma}{2}\right) \tag{2.28}$$

#### Levantamento experimental da curva tensão-deformação cíclica

A curva tensão-deformação cíclica pode ser levantada experimentalmente submetendo vários corpos de prova a variações de deformação constantes, porém de magnitudes diferentes. Para cada corpo de prova e possível se obter um ciclo de histerese estável, sem a parcela transiente, correspondente à variação de deformação aplicada ao mesmo. Estes ciclos são, por sua vez, reunidos em um único gráfico e, finalmente, a curva desejada será obtida traçando-se

uma linha da origem e ligando as extremidades de cada laço de histerese. A curva tensão deformação cíclica está representada pelo trecho OABC na Figura 2.15.



Figura 2-15 - Curva tensão-deformação cíclica.

Um material pode, quando submetido a uma variação cíclica de deformação com amplitude constante, exibir dois comportamentos distintos: a) o nível de tensão que o mesmo apresentará irá diminuir com o tempo. Nesse caso o material sofre amolecimento cíclico e b) o nível de tensão irá aumentar com o tempo, caracterizando o endurecimento do material. Em ambos os casos, após um determinado número de repetições, o ciclo de histerese se estabiliza dando origem a um laco de histerese estável.

Assim como a curva tensão-deformação monotônica, a cíclica também apresenta, geralmente, uma porção linear e outra não linear, e é muito bem representada pelo modelo de Ramberg-Osgood, independente do comportamento monotônico do material. O módulo de elasticidade cíclico pode ser assumido como igual ao obtido através da aplicação de um carregamento monotônico.

#### 2.7 CONCENTRADORES DE TENSÃO

Descontinuidades geométricas como orifícios, chanfros, ressaltos e rasgos são inevitáveis em projetos de componentes mecânicos. Estas descontinuidades acarretam concentrações de tensões que, por sua vez, reduzem a resistência e a vida em fadiga da peça. O

perfil de tensão para uma placa fina, submetida a um carregamento de tração uniaxial em seu plano, está exemplificado na Figura 2.16 abaixo.



Figura 2-16 - Perfil de tensão em um componente com descontinuidade geométrica.

A descontinuidade é caracterizada por um pico de tensão e um gradiente, também de tensão, na região ao seu redor. Este último tem efeito sob o dano causado por um determinado pico de tensão e esta análise, geralmente, envolve métodos numéricos ou experimentais. As técnicas experimentais para determinação do perfil de tensões locais mais utilizados são fotoelasticidade e medição com extensômetros.

O modo como o material ou componente se ajusta a tal concentração e, consequentemente, o dano causado por ela, será função, além do gradiente de tensão, do estado interno do material como tamanho e tipo de grão, estado de tensão, temperatura e taxa de deformação.

O estado de tensão na região da descontinuidade de uma placa tracionada é mostrado na Figura 2.17. É facilmente perceptível que a tensão  $\sigma_x$  é nula na raiz da singularidade devido à superfície livre; já a componente  $\sigma_z$  pode ser desprezada caso o raio da descontinuidade seja grande em relação à espessura da placa. Neste caso, o estado de tensão local pode ser aproximado por um estado uniaxial. Caso contrário, a tensão  $\sigma_z$  não pode ser desprezada, porém, a deformação  $\varepsilon_z$  pode ser desconsiderada, logo, a situação se aproxima do estado plano de deformação.



Figura 2-17 - Estado de tensão na região da descontinuidade.

A descontinuidade é caracterizada pelo fator de concentração de tensão elástico  $K_t$  definido como a razão entre a tensão nominal *S* e a tensão no local da descontinuidade  $\sigma$ . A tensão nominal pode ser calculada baseada na área líquida, área da seção que contém o orifício, ou bruta, sem o orifício, resultando em dois fatores de concentração diferentes. Portanto, quando se utiliza valores de  $K_t$  tabelados, deve-se ter o cuidado de observar com base em qual região o mesmo foi calculado, sendo que na maioria das vezes ele se refere a área Ilíquida.

Corno o próprio nome diz, o fator  $K_t$  só é válido na região elástica, ou seja, até o escoamento, e seu valor poderá aumentar ou diminuir em função da relação entre o raio da descontinuidade e as dimensões da peça dependendo da área na qual foi calculada a tensão média. A Figura 2.18 mostra graficamente, para urna placa fina com um orifício circular no centro, a variação de  $K_t$  com a relação entre o diâmetro do orifício d e a largura w da placa.



Figura 2-18 - Efeito da geometria no valor de  $K_t$ 

A explicação física para a concentração de tensões em descontinuidades pode ser explicada através do conceito de linhas de força, ilustrado na Figura 2.19. O princípio básico

dessa teoria é que, por definição, uma linha de força nunca pode ser interrompida. Desta forma, pode-se dizer que a tensão em determinada parte do componente será proporcional à densidade de linhas de forca por unidade de área nessa região, ou seja, quanto mais próximas estiverem as linhas de força, maior a tensão. Essa definição é bastante simplória, porém, é um bom caminho para se tentar avaliar, em uma primeira análise, os pontos críticos de uma estrutura complexa.



Figura 2-19 - Exemplo de visualização das linhas de força.

O comportamento de uma placa com orifício circular pode ser observado por dois limites extremos: material perfeitamente frágil e material elástico perfeitamente plástico. No primeiro caso, a placa falha quando em algum ponto do seu interior for atingida a tensão de escoamento do material. Nesse momento ocorrerá o surgimento de uma trinca na raiz da descontinuidade que se propagara por toda a seção transversal do componente provocando sua ruptura. Logo, pode-se concluir que, para um material frágil, a tensão nominal que causa a falha do componente é independente do tamanho do orifício.

No caso de um material elástico, perfeitamente plástico, ocorre a plastificarão do material no ponto de tensão máxima, ou seja, na raiz da descontinuidade. À medida que o carregamento aumenta, o tamanho da zona plástica também aumenta, até que toda a área líquida da placa esteja plastificada. Dessa forma, no caso de um material elástico, perfeitamente plástico, a tensão de fratura também é independente do tamanho do orifício se a placa for infinita.

Finalmente, tanto no caso de materiais perfeitamente frágeis como no caso de materiais elástico perfeitamente plásticos, a tensão de fratura de placas infinitas com orifícios independe do tamanho do orifício.
# 3 MÉTODO DE ENERGIA-VIDA

### 3.1 CONCEITO DE ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

A energia de deformação é a energia acumulada no corpo sob a forma potencial, devida ao deslocamento de fronteira de uma determinada região provocada pela aplicação de esforços normais, e no caso de sólidos, cisalhantes sobre esta região.

Este conceito é vastamente usado na Mecânica dos Materiais para a solução de problemas estaticamente indeterminados e na dedução de equações para aplicação de critérios de falha dos materiais, como na Teoria de von Mises.

### 3.2 ENERGIA DE DEFORMAÇÃO ELÁSTICA

Considere um sólido sobre a ação de uma força F, num ponto O, sobre a superfície do corpo, como mostrado na Figura 3.1 (a). Seja a deformação infinitesimal neste ponto representada por um vetor dr como mostrado na Figura 3.1 (b). Desta forma, o trabalho realizado, U, por esta força sobre esta superfície é dado pela Equação 3.1.

$$U = F \cdot dr \tag{3.1}$$

Para um caso mais geral, considera-se que somente a força atuante na direção da deformação realize trabalho, como visto na Figura 3.1 (c) e explicitado na Equação 3.2. Na Figura 3.2 (a) pode-se notar graficamente a relação força-deslocamento para este caso.



Figura 3-1 - Carregamento elástico sob um elemento de área

$$U = F_x \cdot d_x \tag{3.2}$$

Se a força varia linearmente com a deformação, como acontece com os metais e com grande parte de outros materiais no uso em Engenharia, o trabalho feito para deslocar um ponto do material até uma posição  $x_o$  é dado por  $U = \frac{1}{2}F_o$ .  $x_o$ , como visto na Figura 3.2(b).



3-2- Tipos de carregamento elástico: (a) Força constante; (b) Força proporcional ao deslocamento

Considere certo volume cúbico do material, *V*, com arestas iguais a *a* submetido a uma força na direção *x*, causando uma tensão neste elemento de volume da ordem de  $\sigma = \frac{F_x}{a^2}$ .

Se esta tensão provoca uma deformação elástica no material da ordem de  $\delta$  na direção x, então a deformação nesta direção é dada por  $\varepsilon_x = \frac{\delta}{a}$ . Desta forma, a energia acumulada, *W*, é dada conforme pela Equação 3.3.

$$W = \frac{1}{2}\sigma \cdot a^2 \cdot \varepsilon_x \cdot a \tag{3.3}$$

Se o volume do material for considerado, podemos definir a densidade de energia de deformação elástica conforme dado pela Equação 3.4.

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \frac{\sigma \cdot a^3 \cdot \varepsilon_x}{a^3} = \frac{1}{2} \sigma_x \cdot \varepsilon_x$$
(3.4)

Sendo o material elástico-linear, a lei de Hooke pode ser aplicada, permitindo o cálculo da densidade de energia de deformação elástica em função da tensão uniaxial conforme dado pela Equação 3.5.

$$w = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} \tag{3.5}$$

Se considerarmos que o corpo está submetido a uma tensão de cisalhamento, podemos fazer análise semelhante àquela feita para um dado volume do material submetido à tensão

normal. A equação equivalente para um corpo submetido a cargas cisalhantes, análogo a Equação 3.3 é dada pela Equação 3.6.

$$W' = \frac{1}{2}\tau_{xy} \cdot \gamma_y \cdot a^3 \tag{3.6}$$

onde  $\tau_{xy}$  é a tensão cisalhante atuante na face *xy* do material e  $\gamma_y$  é a deformação angular devido a aplicação de  $\tau_{xy}$ . A densidade de energia é calculada sobre o volume V do material, conforme dado pela Equação 3.7.

$$w' = \frac{W'}{V'} = \frac{1}{2} \frac{\tau_{xy} \cdot a^3 \cdot \gamma_y}{a^3} = \frac{1}{2} \tau_{xy} \cdot \gamma_y$$
(3.7)

Fazendo este mesmo balanço de forças para todas as faces principais do material, podemos desenvolver uma expressão geral para a densidade de energia elástica para um dado material, em função da tensão e deformação atuantes em seus planos principais, que é dada pela Equação 3.8, a qual corresponde a base para Teoria de von Mises.

$$w = \frac{1}{2} \left( \sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz} \right)$$
(3.8)

## 3.3 ENERGIA DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

Considere um corpo feito de material com comportamento elastoplástico submetido a um carregamento monotônico, descrito na Figura 3.3 abaixo. O carregamento ocorre ao longo do segmento OAB e o descarregamento corresponde à linha BC (Ye *et al.*, 2003).



3-3- Energia acumulada e energia plástica liberada durante carregamento monotônico. (Ye et al, 2003)

A área OABC representa a energia de deformação plástica perdida neste carregamento. A energia de deformação plástica obtida por unidade de volume é facilmente obtida se integrando a área OABC, conforme representado pela Equação 3.9.

$$w_p = \int_{0}^{\varepsilon} \sigma \cdot d\varepsilon - \frac{1}{2} \sigma \cdot \varepsilon_e \tag{3.9}$$

onde  $w_p$  denota a densidade de energia de deformação plástica,  $\sigma$  e  $\varepsilon$  são a tensão e a deformação verdadeira, respectivamente, e  $\varepsilon_e$  é a parte elástica da deformação total. Na Equação 3.9 percebe-se o termo correspondente a densidade de energia de deformação elástica,  $\frac{1}{2}\sigma \cdot \varepsilon_e$ , mostrado previamente no capítulo que tratava de energia de deformação elástica.

Foi provado experimentalmente que, quando componentes metálicos são deformados plasticamente, a quantidade da densidade de energia de deformação plástica é dissipada na forma de calor e a parte restante desta é consumida por uma mudança na quantidade de energia armazenada pelo material (Klesnil *et al.*, 1980). A energia acumulada é principalmente associada com as tensões residuais associadas ao descarregamento. Um método para o cálculo da densidade de energia acumulada a partir da curva tensão-deformação verdadeira para um corpo feito de material elastoplástico, como mostrado na Figura 3.3 pela área hachurada, foi desenvolvido por Aravas (*et al.*, 1990). Assim a densidade de energia acumulada  $w_s$  pode ser expressa de acordo com a Equação 3.10.

$$w_s = \int_0^\sigma \varepsilon \cdot d\sigma - \frac{1}{2}\sigma \cdot \varepsilon_e \tag{3.10}$$

A energia dissipada em forma de calor,  $w_q$ , pode ser obtida de acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, representada pela Equação 3.11.

$$w_q = w_p - w_s \tag{3.11}$$

Tanto para carregamentos monotônicos quanto para carregamentos cíclicos, o comportamento de um material elastoplástico pode ser descrito pela equação constitutiva de Ramberg-Osgood.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^e + \varepsilon_a^p = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{E}\right)^{1/n'} \tag{3.12}$$

Substituindo esta equação nas Equações 3.9 e 3.10 temos

$$w_p = \frac{1}{1+n}\sigma \cdot \varepsilon_p \tag{3.13}$$

e

$$w_s = \frac{n}{1+n}\sigma \cdot \varepsilon_p \tag{3.14}$$

A Equação 3.11 junto com as Equações 3.13 e 3.14 fornecem uma forma de calcular a energia dissipada em forma de calor pelo material devido à deformação plástica, em função de propriedades do material, como descrito pela Equação 3.15.

$$w_q = w_p - w_s = \frac{1 - n}{1 + n} \sigma \cdot \varepsilon_p \tag{3.15}$$

Para um corpo feito de material elastoplástico sujeito a carregamento cíclico, a forma da curva tensão-deformação no carregamento, mostrado na Figura 3.4 pelo caminho O'AO'', é dita como sendo igual a forma da mesma curva no descarregamento, também mostrado na Figura 3.4 pelo caminho O''CO'.



3-4- Energia acumulada e de deformação plástica liberada durante carregamento cíclico.(Ye, et al, 2003)

Assim as relações dadas para o caso em que se tem carregamento podem ser aplicadas também para o caso de descarregamento quando a origem do sistema de coordenadas coincide para ambos os casos. A densidade de energia plástica por ciclo dada pela área englobada pelo caminho O'AO''CO', pode ser dada integrando-se a área interna do ciclo correspondente ao carregamento e descarregamento, conforme dado pela Equação 3.16.

$$\Delta w_p = \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon - 2 \int_{0}^{\Delta \sigma} \varepsilon \cdot d\sigma$$
(3.16)

onde  $\Delta w_p$  denota a densidade de energia plástica e  $\Delta \sigma$  e  $\Delta \varepsilon$  são as gamas de tensão e deformação verdadeiras, respectivamente.

Nota-se que, durante um ciclo, a energia é principalmente transformada em energia térmica, e apenas uma pequena quantidade desta energia é acumulada. Além disso, em cada ciclo, apenas metade da energia que resta após a dissipação do calor é acumulada. Esta densidade de energia acumulada em um ciclo, mostrada na Figura 3.4 pela área hachurada, pode ser dada pela Equação 3.17.

$$\Delta w_s = \int_0^{\Delta \sigma} \varepsilon \cdot d\sigma - \frac{1}{2} \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_e \tag{3.17}$$

onde  $\Delta \varepsilon_e$  é a parte elástica da gama total de deformação  $\Delta \varepsilon$ .

A energia térmica dissipada em um ciclo pode também ser obtida de acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, dada em termos de gamas de energia pela Equação 3.18.

$$\Delta w_q = \Delta w_p - \Delta w_s \tag{3.18}$$

Para este caso, utiliza-se a equação de Ramberg-Osgood já descrita anteriormente em termos da gama de tensão e deformação, juntamente com as constantes modificadas para carregamento cíclico.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}} = \varepsilon_a^e + \varepsilon_a^p = \frac{\sigma_a}{2E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$
(3.19)

onde  $\Delta \varepsilon_e$  e  $\Delta \varepsilon_p$  são as partes elástica e plástica da gama total de deformação,  $\Delta \varepsilon$ , respectivamente.

Usando as Equações 3.16, 3.17 e 3.19 é possível escrever as densidades de energia em função de constantes cíclicas do material, da forma dada pelas Equações 3.20 e 3.21.

$$\Delta w_p = \frac{1 - n'}{1 + n'} \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_p = \frac{1 - n'}{1 + n'} \cdot K'^{\frac{-1}{n'}} \cdot \Delta \sigma^{\frac{1 + n'}{n'}}$$
(3.20)

$$\Delta w_s = \frac{n'}{1+n'} \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_p \tag{3.21}$$

Desta forma a energia dissipada  $\Delta w_q$  em um ciclo é facilmente obtida se subtraindo as Equações 3.20 e 3.21 da Equação 3.18, que resulta na Equação 3.22.

$$\Delta w_q = \frac{1 - 2n'}{1 + n'} \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_p \tag{3.22}$$

A maioria dos autores considera a densidade de energia dissipada em forma de calor como o parâmetro fundamental para a determinação da vida a fadiga do material em termos da energia, como é visto em tópicos subsequentes.

## 3.4 DESCRIÇÃO DA ABORDAGEM ENERGIA-VIDA

À primeira vista, a abordagem baseada na energia parece ser um pouco mais complexa que àquelas baseadas na tensão e na deformação. Isto acontece porque tem que se levar em conta tanto o campo de tensões quanto o de deformações na seção na qual o componente está sendo analisado para que se possa calcular as densidades de energia plástica e aquela acumulada em forma de tensões e deformações residuais.

Embora haja um crescente interesse do meio científico que lida com a Mecânica dos Materiais em estudar a fadiga do ponto de vista energético, já existiam metodologias utilizadas durante longo tempo na Teoria da Plasticidade que levavam em conta esse ponto de vista energético.

A primeira abordagem levando em conta a energia para fadiga uniaxial é ligada com a dissipação da energia plástica. Feltner e Morrow (1961) postularam que a densidade de energia total dissipada é a soma da densidade de energia plástica e da densidade de energia não-elástica, essa sendo geralmente pequena comparada com aquela e geralmente desprezada. Lin (1998) divide essa dissipação total de densidade de energia em alguns componentes, dados pela Equação 3.23.

$$w_t = w_p + Q + E_0 + E_k \tag{3.23}$$

onde  $w_t$  é a densidade de energia total dissipada;  $w_p$  é a densidade de energia plástica; Q é a energia térmica;  $E_k$  é a energia cinética e  $E_0$  são outros tipos de energia associados.

A energia cinética e outros tipos de energia tendem a zero para a maioria dos casos. No entanto, se testes de fadiga são feitos sob uma temperatura constante, sem dissipação de calor e sob baixas frequências, a energia térmica é nula. Desta forma, assume-se que a Equação 3.23 se reduz à Equação 3.24.

$$w_t = w_p \tag{3.24}$$

Feltner e Morrow postularam também uma relação linear entre a densidade de energia total dissipada e o número de ciclos para a falha por fadiga, que é dada pela Equação 3.25.

$$w_t = C + DN \tag{3.25}$$

onde C e D são constantes determinadas experimentalmente.

Kliman (1985), Topoliñski (1997) e Shang i Yao (1992) postularam que a trinca de fadiga só ocorre quando a densidade de energia plástica atinge um valor crítico. Halford (1996) faz uma comparação entre esta energia plástica com a energia absorvida durante um teste monotônico, dada pela Equação 3.26.

$$w = 2\left(\frac{1-n'}{1+n'}\right) \cdot (R_m \cdot \varepsilon) \cdot (2N)^{1+a+b}$$
(3.26)

onde  $R_m$  é a resistência da trinca num teste de tensão estático e  $\varepsilon$  é a deformação que ocorre no mesmo teste. Mroziñski e Topoliñski (1999) propuseram uma forma de reescrever a Equação 3.25 levando em consideração um diagrama log-log e as linhas de danos a condições de carregamento constantes propostas por Szala (1998), tal qual proposto pelo método S-N, dada pela Equação 3.27.

$$\log(w) = A' - b' \cdot + \log(N)$$
(3.27)

Kaleta (1995) propôs uma forma similar para a Equação 3.27 para a energia total acumulada dada pela Equação 3.28.

$$w = A \cdot \left(N_f\right)^{\nu} \tag{3.28}$$

Desta forma é levado em conta que a influência da energia plástica durante o ciclo de fadiga é o parâmetro principal no estágio de iniciação de trinca por fadiga. Uma forma similar proposta por Xiao, De e Hao (1989), usando constantes obtidas a partir da curva de Deformação-vida levantadas para determinado material, é dada pela Equação 3.29.

$$\Delta w = 4 \frac{1 - n'}{1 + n'} \sigma'_f \cdot \varepsilon'_f (2N_f)^{\beta} \cdot$$
(3.29)

A energia plástica absorvida durante um ciclo pode ser determinada a partir da equação constitutiva de Ramberg-Osgood, dada pela Equação 3.20.

Em condições de carregamentos em que ocorram tensões médias, foi proposta por Kliman (1985) uma forma de determinar os valores de densidade de energia plástica acumulada em um ciclo, dada pela Equação 3.30.

$$\Delta w_p = 3(\sigma'_f - \sigma_m) \varepsilon'_f \left(\frac{\sigma_a}{\sigma'_f - \sigma_m}\right)^{\frac{b+c}{c}}$$
(3.30)

Desta forma, a fadiga é influenciada tanto pela energia plástica acumulada e a quanto pela energia elástica acumulada. Tal afirmação foi apresentada em trabalhos feitos por Goloś e Ellyin et al. (1991). Esta afirmação pode ser resumida matematicamente na forma dada pela Equação 3.31.

$$\Delta w_p + \Delta w_e = K \cdot \left(N_f\right)^{\alpha} + C \tag{3.31}$$

onde C é a energia dada quando o limite de fadiga é alcançado. A interpretação da soma  $\Delta w_p$  +  $\Delta w_e$  é mostrada na Figura 3.5 (a) a seguir. Se C for desconsiderado, visto que a energia associada a este valor é resultado somente da energia elástica, que é muito menor que a energia plástica, então podemos desprezar este termo, que resulta na Equação 3.32.

$$\Delta w_p + \Delta w_e = K \cdot \left(N_f\right)^{\alpha} \tag{3.32}$$

onde K e  $\alpha$  são constantes levantadas a partir da curva Energia-Vida do material.

Park e Nelson (2000) propuseram uma abordagem similar àquela feita por Goloś e Ellyin, afirmando que a densidade de energia total acumulada durante um ciclo de fadiga,  $w_t$ , é dada pela soma da mudança total de energia específica de deformação durante o ciclo,  $\Delta w$ , e a densidade de energia de deformação específica devido a forças hidrostáticas,  $w_m^h$ , dada pela Equação 3.33.

$$w_{t} = \Delta w + w_{m}^{h} = \Delta w_{p}^{d} + \Delta w_{e}^{d} + \Delta w^{h} + \frac{3(1-2\nu)}{E}\sigma_{h}^{2}$$
(3.33)

onde  $\sigma_h$  é a tensão hidrostática devido as forças hidrostáticas e  $\Delta w_p^d$ ,  $\Delta w_e^d$  e  $\Delta w^h$  são as energias especificas de deformação plástica dissipada, energias especificas de deformação elástica dissipada e energias específicas de deformação dissipada devido a variações volumétricas causadas pelas tensões hidrostáticas, respectivamente.

Interpretações de tipos particulares de energia são mostradas na Figura 3.5 (b) a seguir. Levando em conta que todos os termos particulares da energia são levados em conta, se propõe uma equação geral para a relação da energia com a fadiga, proposta por Łagoda (2001), e dada pela Equação 3.34.

$$w_{t} = \frac{2(1-2v)\sigma_{h}^{\prime 2}}{3E} (2N_{f})^{2b} + 4\left(\frac{c-b}{c+b}\right)\sigma_{f}^{\prime} \cdot \varepsilon_{f}^{\prime} (2N_{f})^{b+c}$$
(3.34)

Desta forma, a Equação 3.34 mostra que todos os tipos de energia elucidados na Equação 3.23 devem ser levados em consideração para o cálculo da vida em função da energia. Uma nova equação foi proposta por Łagoda, na qual apenas se dá uma nova escala para as curvas S-N e ε-N. A partir da equação de Mason-Coffin-Basquin e as equações de vida para S-N, ε-N e a lei de Hooke pode-se obter a Equação 3.35.

$$w_t = \frac{\sigma_a}{2} \left[ \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^{2b} + \varepsilon'_f (2N)^c \right]$$
(3.35)



Figura 3-5 - (a) Interpretação da soma de energia  $\Delta w_p + \Delta w_e$  de acordo com Goloś e Ellyin (b) Interpretação dos componentes particulares da energia segundo Park e Nelson.

Assumindo-se a Equação 2.35, juntamente com a Equação  $\sigma_a = \sigma_f (2 \cdot N_f)^b$ , pode-se desenvolver um novo método para a fadiga com base na energia.

$$w_t = \frac{\sigma'_f}{2E} (2N)^{2b} + 0.5 \cdot \varepsilon'_f \cdot \sigma'_f (2N)^c$$
(3.36)

# 3.5 PREVISÃO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM DESCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS

#### 3.5.1 Comportamento linear-elástico

No regime linear elástico, os níveis de tensão e deformação podem ser relacionados pela Lei de Hooke, conforme já explicitado. Nos casos em que existem concentradores de tensão, a relação entre a tensão local na raiz do entalhe e a tensão nominal (dada pela força remota aplicada sobre a área da seção que contém o furo, desconsiderando a parcela da área representada por este) pode ser corretamente estimada pelo fator teórico de concentração de tensões, K<sub>*i*</sub>. Desta forma, podemos estimar tanto a tensão local quanto a deformação local utilizando estes parâmetros acima apresentados, e elucidados pelas Equações 3.37 e 3.38.

$$\sigma = K_t \cdot S \tag{3.37}$$

$$\varepsilon = K_t \cdot \frac{S}{E} \tag{3.38}$$

Para componentes entalhados, principalmente aqueles submetidos a fadiga de alto ciclo, define-se um fator de redução de resistência a fadiga,  $K_f$ , que é dado como a razão entre o limite de fadiga do componente padrão sem entalhe para a vida a fadiga do componente entalhado. Este parâmetro é dependente, principalmente, da geometria do entalhe, da condição de carregamento e do material, e pode ser determinado de acordo com a equação de Peterson, dado pela Equação 2.48, onde *q* é o fator de sensibilidade do entalhe, que depende principalmente do raio de entalhe e do material do qual o componente analisado é fabricado.

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \tag{3.39}$$

### 3.5.2 Comportamento elastoplástico

Dado o início da deformação plástica na raiz do entalhe, a razão entre a tensão local na raiz do entalhe,  $\sigma$ , e a tensão nominal, S, diminui para um valor abaixo de K<sub>t</sub>. No entanto, a razão entre a deformação local na raiz do entalhe,  $\varepsilon$ , e a deformação nominal, *e*, para o caso de escoamento local, segue a direção oposta excedendo os valores correspondentes a uma condição linear-elástica. Desta forma é necessário definir separadamente os valores dos concentradores de tensão e deformação, respectivamente dados pelas Equações 3.40 e 3.41.

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma}{S} \tag{3.40}$$

$$K_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{e} \tag{3.41}$$

onde  $K_{\sigma}$  é o fator concentração de tensão e  $K_{\varepsilon}$  o fator concentração de deformação. Para relacionar estes valores ao fator teórico de concentração de tensões,  $K_t$ , Neuber propôs uma média geométrica entre estes valores de  $K_{\sigma}$  e  $K_{\varepsilon}$  e com este fator, dado pela Equação 3.42 e conhecida como regra de Neuber.

$$K_t = \sqrt{K_\sigma K_\varepsilon} \tag{3.42}$$

Para carregamentos axiais com simetria bilateral, a distribuição aproximadamente uniforme das tensões durante o escoamento faz com que  $\sigma$  e *S* tenham valores aproximados. Desta forma,  $K_{\sigma}$  tende a ter o valor de 1, enquanto a Equação 2.50 sugere que  $K_{\varepsilon}$  tenha o valor tendendo a  $K_t^2$ , como mostrado na Figura 2.15.



Figura 3-6 - Comportamento dos fatores de concentração após o escoamento

#### 3.5.3 Modelos Analíticos de Previsão de Tensões e Deformações Locais

#### Modelo de Neuber

Dentre os modelos elastoplásticos de previsão de deformação local mais utilizado encontra-se a regra de Neuber (1961). Esta regra foi inicialmente derivada para casos de cisalhamento puro. Com base nas medidas experimentais de deformação na raiz do entalhe, foi observado que a regra de Neuber tem uma abordagem bem mais ampla e pode ser usada para diferentes tipos de carregamento. No caso de tensão uniaxial, a regra de Neuber pode ser escrita como na Eq. 3.42.

Consequentemente, a regra de Neuber pode ser também escrita pela Eq. 3.43.

$$K_t^2 Se = \sigma \varepsilon \tag{3.43}$$

Assumindo a tensão e deformação elástica remota (longe do entalhe) e usando a Equação de Ramberg-Osgood para a deformação na Eq. 3.43 podemos deixar a regra de Neuber apenas em função das tensões remotas e locais, como se segue na Eq. 3.44.

$$\frac{(K_t S)^2}{E} = \frac{\sigma^2}{E} + \sigma \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{\frac{1}{n}}$$
(3.44)

Dada a geometria, o  $K_t$ , as propriedades do material E, K e n, e a tensão remota aplicada S, a tensão e deformação local podem ser determinadas através de uma combinação entre as Equações. 3.44 e da Equação de Ramberg-Osgood para casos de carregamento monotônico.

No caso de carregamento cíclico, a Equação 3.43 pode ser escrita em função das gamas de tensões e deformações remotas e locais, no entanto, a tensão remota deve se encontrar no regime elástico. A equação resultante para esta situação é expressa pela Equação 3.45.

$$\frac{(K_t \Delta S)^2}{4E} = \frac{\Delta \sigma^2}{4E} + \frac{\Delta \sigma}{2} \left(\frac{\Delta \sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n}}$$
(3.45)

#### Modelo baseado na Energia de Deformação Equivalente (ESED)

Outro modelo que visa avaliar os níveis de tensão e deformação local foi proposto por Glinka (1985), sendo conhecido como ESED, Equivalent Strain Energy Density, por se basear na densidade de energia de deformação equivalente (Menin, 2004).

Baseado na consideração de que a distribuição da densidade de energia de deformação na zona plástica a frente da ponta da trinca do entalhe é a mesma que aquela determinada com base na solução tensão-deformação elástica pura, Molski, Glinka, et al (1981) desenvolveram um método de cálculo da tensão-deformação local no regime elastoplástico, similar ao desenvolvido por Neuber. No caso de carregamento monotônico uniaxial, o método ESED pode ser expresso pela Eq. 3.46.

$$K_t^2 w_s = w_\sigma \tag{3.46}$$

onde  $w_{\sigma}$  é a densidade de energia de deformação devido a tensão e deformação local, dada por  $w_{\sigma} = \int_{0}^{\varepsilon} \sigma \cdot d\varepsilon = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon + \frac{1}{2} \sigma \varepsilon_{p} - w_{s}$ , e  $w_{s}$  é a densidade de energia de deformação devido a tensão e deformação remota, dado por  $w_{s} = \int_{0}^{\varepsilon} S \cdot d\varepsilon$ .

Assumindo o comportamento elástico da tensão e da deformação numa região afastada da raiz do entalhe, dizemos que  $w_s = 0.5Se$ , assim a Equação 3.46 pode ser escrita como dada pela Equação 3.47:

$$\frac{(K_t \Delta S)^2}{E} = \frac{\sigma^2}{E} + \frac{2\sigma}{n+1} \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{\frac{1}{n}}$$
(3.47)

No caso de carregamento cíclico, as variáveis  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $S \in e$  devem ser substituídas por suas respectivas gamas de valores  $\Delta \sigma$ ,  $\Delta \varepsilon$ ,  $\Delta S \in \Delta e$ . Levando-se em conta que as gamas de

tensão e deformação remota devem estar no regime elástico, o método ESED, na forma cíclica, pode ser escrito da seguinte forma, pela Equação 3.48:

$$\frac{(K_t \Delta S)^2}{4E} = \frac{\Delta \sigma^2}{4E} + \frac{\Delta \sigma}{n'+1} \left(\frac{\Delta \sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$
(3.48)

Com a Equação. 3.48 e Equação de Ramberg-Osgood na forma cíclica, pode-se calcular a tensão e deformação local (ou suas respectivas gamas) a partir do valor da tensão, ou gama de tensão, remota e do valor de K<sub>t</sub> (Ye *et al*, 2004).

Caso haja a necessidade de levar em consideração escoamento generalizado na seção da descontinuidade geométrica e em casos em que existam apenas tensões de tração ou prevaleçam as tensões de tração sobre as de flexão (Glinka, 1985), dispõe-se do modelo alternativo para o método ESED, apresentado na Equação 3.49 para o caso de carregamentos cíclicos.

$$K_t^2 \left[ \frac{\Delta S^2}{8E} + \frac{\Delta S}{2(n'+1)} \left( \frac{\Delta S}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \right] = \frac{\Delta \sigma^2}{8E} + \frac{\Delta \sigma}{2(n'+1)} \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}}$$
(3.49)

Da mesma maneira que apresentado para o modelo de Neuber, a avaliação dos níveis de tensão local é obtida da Equação 3.49 conhecendo-se o K<sub>t</sub> e o  $\Delta S$ . A determinação da gama de deformação local é obtida associando-se a equação anterior com a relação de Ramberg-Osgood. Já a vida de fadiga pode ser calculada com o resultado anterior e a lei de Coffin-Manson corrigida quando necessário, para a presença de tensões médias.

Para casos de carregamento cíclico onde se observa padrões simétricos de carregamentos e descarregamentos, como ilustrado pela Figura 3.4, observa-se que a forma alternativa do modelo ESED pode ser expressa pela Equação 3.50.

$$K_t^2 \Delta S \Delta e = 2 \Delta w_\sigma \tag{3.50}$$

onde para o padrão citado, pode-se computar  $2\Delta w_{\sigma}$  pela Equação 3.51.

$$2\Delta w_{\sigma} = w_{\sigma}^{carrega} + w_{\sigma}^{descarrega} = \int_{0}^{\Delta \varepsilon} \sigma d\varepsilon + \int_{0}^{\Delta \varepsilon} \sigma' d\varepsilon'$$
(3.51)

Analisando o lado direito da equação anterior e comparando-o à área referente à  $\Delta w_{\sigma}$ na Figura 3.4, é possível deduzir que a forma alternativa do modelo de Glinka pode ser representada de maneira adequada na Equação. 3.52.

$$K_t^2 \Delta S \Delta e = \Delta \sigma \Delta \varepsilon + \Delta w_n \tag{3.52}$$

O lado esquerdo desta equação pode ser interpretado como o trabalho teórico sofrido por um elemento de material localizado na raiz da descontinuidade geométrica devido a uma gama de tensão nominal,  $\Delta S$ . Do lado direito estão representadas as parcelas de energia de deformação total ( $\Delta \sigma \Delta \varepsilon$ ) e a energia de deformação plástica ( $\Delta w_p = \Delta w_q + \Delta w_s$ ). Comparandose a Equação 3.52 com a Equação 3.43 devidamente modificada para carregamentos cíclicos, observa-se que o modelo de Neuber para carregamentos cíclicos superestima teoricamente os níveis locais de tensão e deformação em relação ao modelo ESED visto que não computa o termo positivo  $\Delta w_p$  e que toda a energia inserida no sistema pelo trabalho da tensão nominal é transformada na energia de deformação total ( $\sigma \cdot \varepsilon$ ).

#### Modelo ESED modificado

Uma interessante modificação foi inserida ao modelo de Glinka por Ye *et al* (2003) pela substituição do termo  $\Delta w_p$  na Equação 3.52 pelo termo  $\Delta w_q$ . Esta substituição está embasada na observação de que durante um ciclo de deformação plástica, a maioria da energia do laço de histerese é convertida em calor dissipado e o restante armazenado no material e associada com tensões residuais. Desta forma, apenas uma parte de  $\Delta w_p$  na Equação 3.26, ou seja,  $\Delta w_s$ , contribuiria com as gamas de tensão e deformação na descontinuidade geométrica. Com esta substituição pode-se obter o modelo proposto por Ye et al (2003) válido para tensões nominalmente plásticas, representado na Equação 3.53.

$$\frac{(K_t \Delta S)^2}{4E} = \frac{\Delta \sigma^2}{4E} + \frac{(2-n')\Delta\sigma}{(n'+1)} \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$
(3.53)

Desta maneira, conhecidos os valores da gama de tensão nominal e do fator  $K_t$  pode-se determinar as gamas de tensão e deformação para a raiz da descontinuidade geométrica.

# 4 CÁLCULO DE VIDA EM MATLAB

Como objetivo do presente trabalho, foi realizado o desenvolvimento de um programa em MATLAB que utilize o método de energia de deformação para o cálculo de vida de um material. Este programa entrega ao usuário uma ferramenta visual para a análise numérica de fadiga utilizando a metodologia de Neuber (1961) e Glinka (1985).

No procedimento de cálculo de vida, o programa dá condição à inspeção direta do gráfico  $\sigma \propto \epsilon$ , facilitando a construção das curvas de ciclo de histerese e possibilitando as correções necessárias para o cálculo das tensões e deformações correspondentes às solicitações exercidas no material.

As entradas de dados no programa são:

- Dados do material
- Histórico de carregamento
- Tensões para a correção da curva de ciclo

A saídas de dados do programa são:

- Tensões e deformações
- Gráfico de análise Rainflow

O Matlab possui uma ferramenta que permite construir interfaces gráficas de interação com o utilizador. Esse ambiente é ativado quando o programador digitar a palavra-chave GUIDE, é nele que se torna possível unir o programa escrito em linguagem *.m* com uma interface para a interação com o usuário final. Recomenda-se que antes de construir uma interface gráfica o programador deve ter um esboço previamente desenhado que atenda às necessidades do programa desenvolvido para que não perca tempo reformulando o desenho.

Depois de reproduzir o desenho da interface naquele ambiente, ao salvá-lo, o MATLAB criará dois arquivos, um arquivo de extensão fig (onde se encontra o desenho da interface) e um arquivo .m (onde se encontra toda a parte funcional da interface, ou seja, o programa). Esses dois arquivos não funcionam separados já que são dependentes um do outro.

### 4.1 DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

Através da ferramenta GUIDE foi criada a interface representada na figura 4.1 abaixo. O ambiente GUIDE permite a criação manual de uma interface gráfica do utilizador (GUI – Graphical User Interface) de forma objetiva, permitindo a interação do usuário com o programa por meio das caixas de entrada de dados.



4-1- Programa desenvolvido para a análise do problema proposto



Figura 4-2 - Programa desenvolvido para análise do problema proposto

A ideia principal é fornecer ao usuário uma ferramenta capaz de ensaiar um material específico, através de suas propriedades e do histórico de carregamento proposto. Por meio do ensaio o programa gera um arquivo de dados, formato *.txt*, com os resultados de tensão e deformação, assim como o gráfico de análise Rainflow.

Ciclos	Rainflow								
	Glinka O Neuber								
Propriedades do Material									
	E: 202000 K: 1258								
	n: 0.208 kt: 3								
E    −Ca	vento 1 Reversão 1 +								
	S: Carregar								
	Carrega intersecção								
	Intersecção								
	Correção								
	A partir da								
	reversão:								
	Si:								
	Sf:								
Voltar Resetar									
	Salvar Dados								

Figura 4-3 – Menu principal

A figura 4.3 ao lado representa o menu principal para a realização dos ensaios. Através do primeiro quadro é possível escolher inicialmente entre os modelos de previsão de Glinka e Neuber.

Em seguida dá-se entrada às propriedades do material, sendo estas:

Е	módulo de elasticidade
K	coeficiente de resistência cíclico
n	expoente de endurecimento cíclico
kt	fator de concentração de tensões

O mostrador "Evento" indica as etapas de carregamento, sendo este utilizado diretamente no código como um contador. Para cada incremento no mostrador "Evento", o código lê a tensão respectiva à próxima linha de dados e aplica às equações. O botão "Reversão" é utilizado para cada alteração no sentido do carregamento, dando ao código a informação sobre o estado de carregamento e descarregamento.

Na seção Carregamento, o botão "Carregar" aplica às equações de Neuber e Glinka a tensão S indicada no quadro correspondente. Para cada clique no botão, há um incremento no mostrador "Evento", resultando na leitura do próximo valor de Tensão S aplicada. Em seguida é possível observar a seção Carrega intersecção, na qual durante a operação, o usuário deve informar ao programa, através do botão "Intersecção", o momento em que há a interseção de valores de tensão e deformação entre os ciclos propostos.

A última seção "Correção" está relacionada à utilização da gama de tensões  $\Delta S$  com os valores de tensão inicial  $S_i$  e tensão final  $S_f$ , durante a história de carregamento, ao invés do valor de tensão S, quando necessário.

Separados da seção de comando principal, há os botões "Voltar", sendo este responsável por realizar um decremento unitário no valor do mostrador "Evento" a fim de regredir á última tensão de carregamento aplicada; "Resetar", para limpar todas as entradas e reiniciar o processo por completo; "Salvar", utilizado no fim da aplicação para exportar todos os dados de tensão e deformação gerados, bem como a contagem Rainflow dos ciclos. O botão "Dados" deve ser operado após a inserção dos valores na seção das "Propriedades do Material", tem como função ler um arquivo no formato *.txt* sendo este composto pelos dados de carregamento, como exemplificado na Figura 4.4 a seguir. Estes dados devem ser dispostos por linha, a fim de serem lidos um por um conforme a incrementação do mostrador "Evento".

🗮 Caso	1 - Dados - I	Bloco de notas	_		×
Arquivo	Editar	Exibir			ŝ
0 -40 -80 -120 -160 -200 -240 -250 -240 -250 -240 -120 -120 -80 -40 0 40 80					
120 Ln 18, Col	4 100%	Windows (CF	RLF) UTF-	8	

Figura 4-4 - Arquivo .txt exemplificando a entrada de dados de tensão para um carregamento proposto

# 5 VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

## 5.1 CONDIÇÕES DO PROBLEMA

Para realizar a avaliação dos métodos de estimativa de vida a fadiga baseados na densidade de energia de deformação e validação do código de programação implementado, realizou-se o estudo de caso retirado do livro Dowling (2007), referenciado no ANEXO I, cujo espécime é submetido a carregamentos cíclicos uniaxiais de flexão com uma amplitude de tensão nominal constante (R= -1).

Um eixo feito de aço SAE 1045 laminado a quente está carregado em flexão com uma variação de diâmetro, assim como na figura abaixo:



O fator de concentração de tensões para o raio do filete é  $K_t$  = 3,00, sendo o eixo submetido ao histórico de carregamento apresentado abaixo:



Figura 5-2 - História de carregamento

O eixo é fabricado em aço SAE 1045 com as seguintes propriedades mecânicas, descritas na Tabela a seguir:

Propried	lades SAE 1045	Descrição			
E	202000 Mpa	módulo de elasticidade			
K'	1258 Mpa	coeficiente de encruamento cíclico			
n'	0,208	expoente de encruamento cíclico			
σ'f	948	coeficiente de resistência à fadiga			
b	-0,092	expoente de resistência à fadiga			
ɛ'f	0,26	coeficiente de ductilidade para fadiga			
С	-0,445	expoente de ductilidade para fadiga			
<b>K</b> <sub>t</sub>	3,00	fator de concentração de tensões			

Tabela 1 - Propriedades do material

Através do programa desenvolvido para o presente trabalho, serão aplicadas a Regra de Neuber e o método de Glinka, Equações 3.45 e 3.53 respectivamente, para estimar a resposta tensão-deformação para a história de carregamento aplicada.

Inicialmente, o primeiro pico e vale da história são movidos para o final e o segundo pico é repetido no final, de modo que o maior valor absoluto de *S* ocorra primeiro e por último. Isso é mostrado abaixo na Figura. 5.3.



Figura 5-3 - História de carregamento ajustada

Existe o ciclo principal A-D, 50 ciclos B-C e um ciclo E-F. Esses ciclos correspondem a laços de histerese tensão-deformação fechados, com uma resposta tensão-deformação mostrada na Fig. 5.4 a seguir, retratando à tela do programa proposto após a aplicação da história de carregamento ajustada.



Figura 5-4 - Print da tela após utilização do programa proposto para o cálculo de vida

Através dos dados gerados, os valores de tensão e deformação para cada pico e vale são obtidos para o cálculo de vida, utilizando-se o método de Smith, Watson e Topper, SWT. Este método define que a vida para qualquer situação de tensão média depende do produto  $\sigma_{max} \varepsilon_a$ , definido pela equação a seguir:

$$\sigma_{max}\varepsilon_a = \frac{\left(\sigma'_f\right)^2}{E} (2N)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N)^{b+c}$$



NEUBER									
Evento		n	$\varepsilon_{alt}$	$\epsilon_m$	$\sigma_{alt}$	$\sigma_m$	SWT	N*n/SWT	
Início	Fim	Ν							
0	А	1	1/2	0,005757	0,005757	237,02	237,02	4344	1,15E-04
А	D	1	1/2	0,009002	0,002512	445,45	28,60	1577,5	3,17E-04
В	C	50	1	0,002237	0,005970	286,76	59,31	119700	4,18E-04
D	А	1	1/2	0,009002	0,002512	445,45	28,60	1577,5	3,17E-04
Е	F	1	1	0,004770	0,001815	373,66	27,64	10171,5	9,83E-05
								Σ	1,150E-03
								1/∑	869,6

Para os valores de tensão e deformação calculados através da regra de Neuber, aplicando a equação de SWT para o cálculo de vida, o valor de repetições esperadas até a falha após a aplicação da história de carregamento apresentada é de 869,6 repetições.



**GLINKA** 

Evento		n	0.1	0	0	6		N*n/SWT	
Início	Fim	Número	п	ealt	$e_m$	Salt	$\mathbf{S}_m$	SWT	IN*II/S W I
0	G	1	1/2	0,004197	0,004197	218,72	218,72	11280	4,43E-05
G	J	1	1/2	0,006690	0,001704	411,68	25,76	3694	1,35E-04
Н	Ι	50	1	0,001962	0,004035	270,81	53,95	219800	2,27E-04
J	G	1	1/2	0,006690	0,001704	411,68	25,76	3694	1,35E-04
K	L	1	1	0,003779	0,001243	347,47	24,71	22280	4,49E-05
								Σ	5,431E-04
								1/∑	1841,4

Já para os valores de tensão e deformação calculados utilizando-se a metodologia de Glinka, o valor de repetições até a falha encontrado foi de 1841,4 repetições, representando um valor 2,117 vezes maior do que o encontrado para a aplicação da regra de Neuber.



Comparando as curvas tensão-deformação cíclicas geradas para a regra de Neuber e o método de Glinka é perceptível a similaridade no comportamento dos ciclos, assim como a que indicam que o método de Glinka fornece valores de tensões e deformações inferiores aos apresentados através da regra de Neuber.

## 6 CONCLUSÕES

Através do problema proposto foi possível avaliar o funcionamento do programa elaborado no Matlab, gerando resultado conforme a literatura. Os métodos preveem um comportamento ao carregamento cíclico similar para fadiga em corpos entalhados, mas com diferentes magnitudes para a tensão e deformação. É perceptível através da comparação dos resultados de cálculo de vida que o método de Glinka é mais conservador que a regra de Neuber, apresentando valores de tensão-deformação menores, evidenciando em um resultado maior para a vida de um material.

Como trabalhos futuros, recomenda-se os seguintes temas:

- Ao código do programa elaborado, implementação das equações para o cálculo de vida.
- Estender a presente análise a diferentes geometrias de entalhes, condições de carregamento e materiais.
- Implementação e avaliação de métodos aproximados para cálculo das tensões e deformações na raiz de entalhes submetidos a carregamentos multiaxiais. Neste contexto, destacam-se os seguintes trabalhos existentes na literatura: Hoffman-Seeger (1985), Singh et al. (1996), Buczynski e Glinka (2003), Ye et al. (2008), McDonald e Socie (2011) e Ince et al. (2014).

# 7 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aravas, N., Kim, F. A., 1990, "On the calculations of the stored energy of cold work", J. of Engineering Materials and Technology, 112, 465-470.
- Bannantine, J. A., Comer, J. J., Handrock, J. L., 1990, "Fundamental of metal fatigue analysis", Ed. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Bathe, K. J., Wilson, E., 1976, "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Ed. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Bentachfine, S., Pluvinage, G., Gilgert, J., Azari, Z., Bouami, D., 1999, "Notch effect in low cycle fatigue", Int. J. of Fatigue, 21, 421-430.
- Dowling, N. E., 1994, "Mechanical Behavior of Materials Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue", Ed. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Feltner, C. E., Morrow, J. D., 1961, "microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture", J. Basic Engineering ASME, 15-22.
- Filippini, M., 2000, "Stress gradient calculations at notches", Int. J. of Fatigue, 22, 397-409.
- Glinka, G., 1985, "Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks", Engineering Fracture Mechanics, 22, 485-508.
- Gołós K., Ellyin F., 1994, "A total strain energy density theory for cumulative fatigue damage", J. Pressute Vessel Technology ASME, 36-41.
- Halford, G. R., 1996, "The energy required for fatigue", J. Materials, 1, 3-18.
- Hibbeler, R. C., 1997, "Resistência dos Materiais", Ed. LTC, Terceira Edição.
- Jahed, H., Varvani-Farahani, A., 2006, "Upper and lower fatigue limits model using energy-based fatigue properties", Int. J. of Fatigue, 28, 467-473.
- Kaleta, J., Piotrowski, A., Harig H., 1995, "Cyclic properties and hysteresis energy accumulation in selected sintered steels", Proc. Of Fracture Engineering Materias and Structures.
- Klesnil, M. Lukas, P., 1980, "Fatigue of metallic materials", Amsterdam: Elsevier.
- Kliman, V., 1985, "Fatigue life estimation under random loading using the energy criteria", Int. J. of Fatigue, 7, 39-44.
- Łagoda, T., 2001, "Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Part I: The model elaboration", Int. J. of Fatigue, 23, 467-480.
- Łagoda, T., 2001, "Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Part II: Verification of the model", Int. J. of Fatigue, 23, 481-489.
- Lanning, D. B., Nicholas, T., Palazotto, A., 2005, "The effect of notch geometry on critical distance high cycle fatigue predictions", Int. J. of Fatigue, 27, 1623-1627.
- Lin, X., Haicheng, G., 1998, "Plastic energy dissipation model for lifetime prediction of zirconium and zircaloy-4 fatigued at RT and 400°C", J. Engineering Material Technology ASME, 120, 114-8.

Menin, E. C. G., 2004, "Avaliação de Modelos de Deformação Local na Previsão da Vida de Fadiga em Componentes Entalhados", Dissertação de Mestrado ENM/FT/UnB.

Moura Branco, C. A. G., 1985, "Mecânica dos Materiais", Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.

- Mroziñski, S., Topoliñski, T., 1999, "New energy model of fatigue damage accumulation and its verification for 45-Steel", J. Theorcial and Applied Mechanics, 37, 223-40.
- Naik, R. A., Lanning, D. B., Nicholas, T., Kallmeyer, A. R., 2005, "A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life", Int. J. of Fatigue, 27, 481-492.
- Park, J., Nelson, D., 2000, "Evaluation of an energy-based approach and a critical plane approach for predicting constant amplitude multiaxial fatigue life", Int. J. of Fatigue, 22, 23-39.
- Peterson, R. E., 1994, "Stress Concentration Factors", Ed. John Wiley & Sons, USA.
- Pluvinage, G., 2003, "Notch effect in high cycle fatigue", ICF9, Sidney.
- Polák, J., 1983, "Stress and strain concentration factor evaluation using the equivalent energy concept", Materials Science and Engineering, 61, 195-2000.
- Schiffmann, R., Bleck, W. Dahl, W., 1998, "The influence of strain history on ductile failure of steel", Computational Materials Science, 142-147.
- Shang, D. G., Yao, W. X., 1999, "A nonlinear damage cumulative model for uniaxial fatigue", Int. J. of Fatigue, 21, 187-94.
- Shigley, J. E., 1986, "Mechanical Engineering Design First Metric Edition", McGraw Hill, USA.
- Skelton, R. P., Vilhemsen, T., Webster G. A., 1998, "Energy criteria and cumulative damage during fatigue crack growth", Int. J. of Fatigue, 20, 641-649.
- Susmel, L., Taylor, D., 2006, "A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading", Int. J. of Fatigue, 28, 417-430.
- Szala, J., 1998, "Hypotheses of fatigue summation", Technical University of Bydgoszcz.
- Taylor, D., 1999, "Geometrical effects in fatigue: a unifying theorical model", Int. J. of Fatigue, 21, 413-420.
- Taylor, D., Bologna, P., Bel Knani, K., 2000, "Prediction of fatigue failure location on a component using a critical distance method", Int. J. of Fatigue, 22, 735-742.
- Topolinski, T., 1997, "Theorical analysis and tests of fatigue damage cumulation in polymer composites", Technical University of Bydgoszczy, Dissertations Nº 82.
- Xiao, T., De, W., Hao, X., 1989, "Investigation of cyclic hysteresis energy in fatigue failure process", Int. J. of Fatigue, 11, 353-9.
- Ye, D., Matsuoka, S., Suzuki N., Maeda, Y., 2004, "Further investigation of Neuber's rule and equivalent strain energy density (ESED) method", Int. J. of Fatigue, 26, 447-455.

## 8 APÊNDICE

```
function varargout = GlinkaRainflow(varargin)
% GLINKARAINFLOW MATLAB code for GlinkaRainflow.fig
      GLINKARAINFLOW, by itself, creates a new GLINKARAINFLOW or raises
8
the existing
8
       singleton*.
8
8
       H = GLINKARAINFLOW returns the handle to a new GLINKARAINFLOW or the
handle to
       the existing singleton*.
8
2
       GLINKARAINFLOW('CALLBACK', hObject, eventData, handles, ...) calls the
2
local
       function named CALLBACK in GLINKARAINFLOW.M with the given input
2
arguments.
2
       GLINKARAINFLOW('Property', 'Value',...) creates a new GLINKARAINFLOW
2
or raises the
8
       existing singleton*. Starting from the left, property value pairs
are
2
       applied to the GUI before GlinkaRainflow OpeningFcn gets called. An
8
       unrecognized property name or invalid value makes property
application
%
       stop. All inputs are passed to GlinkaRainflow OpeningFcn via
varargin.
2
8
       *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
8
       instance to run (singleton)".
2
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES
% Edit the above text to modify the response to help GlinkaRainflow
% Last Modified by GUIDE v2.5 03-Oct-2016 15:27:15
% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',
                                     mfilename, ...
                   'gui_Singleton', gui_Singleton, ...
                   'gui_OpeningFcn', @GlinkaRainflow_OpeningFcn, ...
                   'gui OutputFcn', @GlinkaRainflow OutputFcn, ...
                   'gui LayoutFcn', [], ...
                   'gui Callback',
                                     []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui State.gui Callback = str2func(varargin{1});
end
if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui mainfcn(gui State, varargin{:});
else
    gui mainfcn(gui State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT
% --- Executes just before GlinkaRainflow is made visible.
function GlinkaRainflow OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject
            handle to figure
```

```
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin command line arguments to GlinkaRainflow (see VARARGIN)
% Choose default command line output for GlinkaRainflow
handles.output = hObject;
 % Update handles structure
guidata(hObject, handles);
 % Initialise tabs
handles.tabManager = TabManager( hObject );
handles.i=str2double(get(handles.edit evento, 'String'));
guidata(hObject, handles);
handles.r=str2double(get(handles.edit reversao, 'String'));
guidata(hObject, handles);
handles.its=0;
guidata(hObject,handles);
handles.corr=0;
guidata(hObject,handles);
% UIWAIT makes GlinkaRainflow wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);
% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = GlinkaRainflow OutputFcn(~, eventdata, handles)
% varargout cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject handle to figure
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;
% --- TabA01
% --- VARIÁVEIS
function edit E Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit E (see GCBO)
\% eventdata reserved - to \widecheck{	ext{be}} defined in a future version of MATLAB
% handles
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
function edit E CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit E (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
        See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit n Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit n (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles
           structure with handles and user data (see GUIDATA)
function edit n CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit n (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
```

```
% handles
          empty - handles not created until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit K Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit K (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
% handles
function edit K CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit K (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
       See ISPC and COMPUTER.
8
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit kt Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit kt (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
function edit kt CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit kt (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
8
       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit evento Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit evento (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles
          structure with handles and user data (see GUIDATA)
function edit evento CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit evento (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
       See ISPC and COMPUTER.
8
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
```

```
function edit reversao Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit reversao (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
function edit reversao CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit reversao (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
       See ISPC and COMPUTER.
8
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
   set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit S Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit S (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit S as text
00
        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit S as a
double
function edit S CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit S (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFons called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
   set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit Sits Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit Sits (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
function edit Sits CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit Sits (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFons called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
       See ISPC and COMPUTER.
8
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
   set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit Sf Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit Sf (see GCBO)
```

```
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
```

```
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
function edit Sf CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit Sf (see GCBO)
\% eventdata reserved - to {
m be} defined in a future version of MATLAB
% handles
          empty - handles not created until after all CreateFcns called
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit Si Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit Si (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit Si CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit Si (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit corrige rev Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit corrige rev (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
% handles
function edit corrige rev CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit corrige rev (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
       See ISPC and COMPUTER.
0/0
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
%TabA02 Rainflow
function uitable3 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to uitable3 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
            empty - handles not created until after all CreateFcns called
% handles
% --- BOTÕES
% --- Executes on button press in Seleciona_Glinka.
function Seleciona_Glinka_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to Seleciona_Glinka (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
```

```
70
```

```
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of Seleciona Glinka
handles.met sel=0;
guidata(hObject,handles);
% --- Executes on button press in Seleciona Neuber.
function Seleciona Neuber Callback (hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to Seleciona Neuber (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of Seleciona Neuber
handles.met sel=1;
guidata(hObject,handles);
% --- Executes on button press in check its.
function check its Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to check its (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of check its
handles.its=get(hObject,'Value');
guidata(hObject,handles);
% --- Executes on button press in check corr.
function check corr Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to check corr (see GCBO)
\% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
           structure with handles and user data (see GUIDATA)
% handles
% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of check corr
handles.corr=get(hObject,'Value');
guidata(hObject,handles);
% --- Executes on button press in botao voltar.
function botao voltar Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to botao voltar (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
          structure with handles and user data (see GUIDATA)
% handles
i=str2double(get(handles.edit evento, 'String'));
if i>1
set(handles.edit evento, 'String', i -1)
else
if i==1;
set(handles.edit evento, 'String', 1)
end
end
set(handles.edit_S,'String', handles.Sg(i-1));
refreshdata(handles.axes1);
% --- Executes on button press in botao reversao.
function botao reversao Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to botao reversao (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
i=str2double(get(handles.edit evento, 'String'));
r=str2double(get(handles.edit reversao, 'String'));
```

```
%Si=S(r)
if handles.corr==0
handles.Sr(r)=handles.S(i-1);
guidata(hObject,handles);
elseif handles.corr==1
handles.Sr(r)=handles.Sf(i-1)
guidata(hObject,handles);
end
%Sig(n−1)
if r==1
handles.Sig rev(r)=handles.Sig(i-1);
guidata(hObject,handles);
handles.Eps rev(r)=handles.Eps(i-1);
guidata(hObject,handles);
else
if r>1
handles.Sig rev(r)=handles.SigN(i-1);
guidata(hObject,handles);
handles.Eps rev(r)=handles.EpsN(i-1);
guidata(hObject,handles);
end
end
disp(handles.Sig rev)
%Contador de reversão
contador1=sprintf('%d',int32(r +1));
set(handles.edit reversao, 'String', contador1);
% --- Executes on button press in botao dados.
function botao dados Callback (hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to botao dados (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
data=uigetfile('.txt')
AB=load(data);
A=AB(:,1);
handles.Sg=A.';
guidata(hObject,handles);
i=str2double(get(handles.edit evento, 'String'));
set(handles.edit S,'String', handles.Sg(i));
% --- Executes on button press in botao carregar.
function botao carregar Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to botao carregar (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
          structure with handles and user data (see GUIDATA)
% handles
%Propriedades do material
E=str2double(get(handles.edit E, 'String'));
K=str2double(get(handles.edit K, 'String'));
n=str2double(get(handles.edit n, 'String'));
kt=str2double(get(handles.edit kt, 'String'));
% --- VARIÁVEIS UTILIZADAS
r=str2double(get(handles.edit reversao,'String'));
i=str2double(get(handles.edit_evento,'String'));
%handles.S(i)=str2double(get(handles.edit S,'String'));
handles.S(i)=handles.Sq(i);
guidata(hObject,handles);
```
```
handles.Si(i) = str2double(get(handles.edit Si, 'String'));
guidata(hObject,handles);
handles.Sf(i)=str2double(get(handles.edit Sf, 'String'));
guidata(hObject,handles);
% --- MATRIZES PARA ALOCAÇÃO DE DADOS
SigN=zeros;
EpsN=zeros;
dSigN=zeros;
dEpsN=zeros;
%Contador de evento
contador2=sprintf('%d',int32(i +1));
set(handles.edit evento, 'String', contador2);
if r==1 | handles.its==1
% --- NEUBER
if handles.met sel==1
met=@(sig1) ((sig1^2)/E+(sig1*((sig1/K).^(1/n)))-
(((kt*handles.S(i)).^2)/E));
sig1=[0 10000];
% --- GLINKA
elseif handles.met sel==0
met=@(sig1) ((sig1<sup>2</sup>)/E+((2*sig1/(n+1))*(sig1/K).^(1/n))-
(((kt*handles.S(i)).^2)/E));
sig1=[0 10000];
end
Sig(i)=fzero(met, sig1);
handles.Sig(i)=Sig(i);
guidata(hObject,handles);
Eps(i) = (Sig(i)/E + ((Sig(i)/K).^{(1/n)}));
handles.Eps(i) = Eps(i);
guidata(hObject,handles);
SigN(r, i) = Sig(i);
EpsN(r,i)=Eps(i);
if handles.S(i)<0</pre>
handles.SigN(i) =-SigN(r,i);
handles.Sig(i) =-Sig(i);
guidata(hObject,handles);
handles.EpsN(i) =-EpsN(r,i);
handles.Eps(i) =-Eps(i);
guidata(hObject,handles);
else
handles.SigN(i)=SigN(r,i);
guidata(hObject,handles);
handles.EpsN(i)=EpsN(r,i);
guidata(hObject,handles);
end
if handles.its==1
    handles.Sits(i)=handles.S(i);
```

```
guidata(hObject,handles);
end
elseif r>1
    if handles.corr==1
        rev=str2double(get(handles.edit corrige rev, 'String'));
        dS(i) = abs(handles.Sf(i) - handles.Si(i));
        sinal=1*sign(handles.Sf(i)-handles.Si(i));
        Sig rev(r-1)=handles.Sig rev(rev);
        Eps rev(r-1)=handles.Eps rev(rev);
    else
        dS(i) = abs(handles.S(i) - handles.Sr(r-1));
        sinal=1*sign(handles.S(i)-handles.Sr(r-1));
        Sig rev(r-1)=handles.Sig rev(r-1);
        Eps rev(r-1)=handles.Eps rev(r-1);
    end
% --- NEUBER
if handles.met sel==1
dmet=@(dsig1) ((dsig1.^2)/(4*E))+(dsig1/2)*(dsig1/(2*K)).^(1/n)-
(((kt*dS(i)).^2)/(4*E));
dsig1=[0 10000];
% --- GLINKA
elseif handles.met sel==0
dmet=@(dsig1) ((dsig1.^2)/(4*E))+(dsig1/(n+1))*(dsig1/(2*K)).^(1/n)-
(((kt*dS(i)).^2)/(4*E));
dsig1=[0 10000];
end
dSig(i) = fzero(dmet, dsig1);
dEps(i) = (dSig(i)/E + 2*((dSig(i)/(2*K)).^{(1/n)}));
dSigN(r,i)=dSig(i);
dEpsN(r,i)=dEps(i);
SigN(r,i) = Sig rev(r-1) + (dSig(i) + sinal);
handles.SigN(i)=SigN(r,i);
guidata(hObject,handles);
EpsN(r,i) = Eps rev(r-1) + (dEps(i) * sinal);
handles.EpsN(i)=EpsN(r,i);
guidata(hObject,handles);
end
axes(handles.axes1);
for a=1:i
plot(handles.EpsN, handles.SigN, '-ko',...
    'LineWidth',.75,...
    'MarkerEdgeColor', 'k',...
    'MarkerFaceColor', 'k',...
    'MarkerSize',5)
    title('Glinka')
    xlabel('\epsilon')
    ylabel('\sigma')
    grid on
end
%Plotar número nas reversões
handles.rev(i)=r;
```

```
guidata(hObject,handles);
if i==1
text(handles.EpsN(a),handles.SigN(a),num2str(r-1),'Color','r');
else
if handles.rev(i-1) ~= handles.rev(i)
text(handles.EpsN(a-1), handles.SigN(a-1), num2str(r-1), 'Color', 'r');
end
end
set(handles.edit S,'String', handles.Sg(i+1));
disp(handles.EpsN(i))
disp(handles.SigN(i))
% --- Executes on button press in botao salvar.
function botao salvar Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to botao salvar (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
i=str2double(get(handles.edit evento, 'String'));
for a=1:i-1
SaveSigN(a) = handles.SigN(a);
SaveEpsN(a) = handles.EpsN(a);
end
SaveSigN=SaveSigN.';
SaveEpsN=SaveEpsN.';
if handles.met sel==0
save('DadosGlinka.txt','SaveSigN','SaveEpsN','-ascii');
elseif handles.met sel==1
save('DadosNeuber.txt','SaveSigN','SaveEpsN','-ascii');
end
% --- Executes on button press in botao resetar.
function botao resetar Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to botao resetar (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
close(qcbf)
GlinkaRainflow
% --- TabA02Rainflow
% --- Executes on button press in Rainflow.
function Rainflow Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to Rainflow (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
axes(handles.axes2);
disp(handles.Sig rev)
i=str2double(get(handles.edit evento, 'String'));
r=str2double(get(handles.edit reversao, 'String'));
ext(1) = 0;
for cnt=1:r-1
ext(cnt+1)=handles.Sig rev(cnt);
end
ext(r+1) = handles.SigN(i-1);
a=rainflow(ext,1);
[m n]=size(a);
col='ymcrgb';
```

```
plot(0:length(ext)-1,ext,'k.:')
hold on
wvk=0:0.05:1;
for c=1:n,
    colnr=rem(c-1, 6)+1;
    nr1=round(a(4,c)+1);
    nr2=round(a(4,c)+1+a(5,c)*a(3,c));
    if a(3,c) == 1.0,
        if ext(nr1)<ext(nr1+1),</pre>
plot(wyk.*a(5,c)+a(4,c),cos(pi+wyk.*2*pi)*a(1,c)+a(2,c),col(colnr))
            text(a(4,c),a(2,c)-a(1,c),[int2str(c) '. Cycle, up'],...
                 'Color', col(colnr), 'VerticalAlignment', 'top')
        else
            plot(wyk.*a(5,c)+a(4,c),cos(
wyk.*2*pi)*a(1,c)+a(2,c),col(colnr))
            text(a(4,c),a(2,c)+a(1,c),[int2str(c) '. Cycle, down'],...
                 'Color', col(colnr), 'VerticalAlignment', 'bottom')
        end
    else
        if ext(nr1)>ext(nr2),
            plot(wyk.*a(5,c)*0.5+a(4,c),cos(
wyk.*pi)*a(1,c)+a(2,c),col(colnr))
            text(a(4,c),a(2,c)+a(1,c),[int2str(c) '. Half-cycle, down'],...
                 'Color', col(colnr), 'VerticalAlignment', 'bottom')
        else
plot(wyk.*a(5,c)*0.5+a(4,c),cos(pi+wyk.*pi)*a(1,c)+a(2,c),col(colnr))
            text(a(4,c),a(2,c)-a(1,c),[int2str(c) '. Half-cycle, up'],...
                 'Color', col(colnr), 'VerticalAlignment', 'top')
        end
    end
end
xlabel('Evento')
ylabel('Valor')
title('Contagem Rainflow')
legend('Picos',0)
hold off
handles.a=a;
guidata(hObject,handles);
handles.ext=ext;
guidata(hObject,handles);
% --- Executes on button press in Salva Grafico.
function Salva Grafico Callback (hObject, eventdata, handles)
            handle to Salva Grafico (see GCBO)
% hObject
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
            structure with handles and user data (see GUIDATA)
% handles
Save a=handles.a;
Save ext=handles.ext.';
if handles.met sel==0
save('RainflowGlinka.txt','Save a','Save ext','-ascii');
elseif handles.met sel==1
save('RainflowNeuber.txt','Save a','Save ext','-ascii');
end
```

## Example 14.4

A shaft made of hot-rolled and normalized SAE 1045 steel is loaded in bending and has a diameter change, as in Fig. A.12(b) of Appendix A. The stress concentration factor for the fillet radius is  $k_t = 3.00$ , and the member is repeatedly subjected to the history of net section nominal stress shown in Fig. E14.4(a).<sup>1</sup> How many times can this loading history be applied before fatigue cracking is expected?



<sup>1</sup>Note: The peak nominal stress in this history is close to the yield strength of the material. However, with reference to Fig. A.15(c), gross yielding will not occur, as  $M_o/M_i = 1.7$  indicates that the fully plastic bending moment  $M_o$  is 70% above the moment  $M_i$  that corresponds to  $S = \sigma_o$ .

Figura 9-1 - Dowling -	Mechanical Behavior	of Materials -	- 4th edition	PAG 776
0		~		

<i>B-C</i> 50 0.002237 346.1 0.7743 $1.196 \times 10^5$ $4.181 \times 10^{10}$	$\int \partial a = \partial $	$O_{\max} = O_{\max} \mathcal{E}_a = \mathbf{S} \mathbf{v} 1 \mathbf{v}_{fj} = \mathbf{v}_j / \mathbf{v}_j$	$\sigma_{\max} = \sigma_{\max}$	$\sigma_{ m max}$	$\varepsilon_a$	$N_{j}$	Cycle
	$0.002237$ 346.1 $0.7743$ $1.196 \times 10^5$ $4.181 \times 10^{-5}$	7 346.1 0.7743 $1.196 \times 10^5$ $4.181 \times 10^{-5}$	46.1 0.774	346.1	0.002237	50	B-C
$E-F$ 1 0.004770 401.3 1.9140 $1.017 \times 10^{4}$ 9.829 $\times 10^{4}$	$0.004770$ 401.3 1.9140 $1.017 \times 10^4$ $9.829 \times 10^{-10}$	$0  401.3  1.9140  1.017 \times 10^4  9.829 \times 10^{-10}$	01.3 1.914	401.3	0.004770	1	E-F
<i>A-D</i> 1 0.009002 474.0 4.2673 $1.577 \times 10^3$ 6.339 × 10	$0.009002  474.0  4.2673  1.577 \times 10^3  6.339 \times 10^3$	2	74.0 4.267	474.0	0.009002	1	A-D

