



Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial

Estimação de atitude do satélite CBERS-4 utilizando o Filtro de Kalman Estendido

Autor: Wolfgang Friedrich Stein

Orientador: Dr. William Reis

Brasília, DF

10 de Maio de 2021



Wolfgang Friedrich Stein

Estimação de atitude do satélite CBERS-4 utilizando o Filtro de Kalman Estendido

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito total para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Dr. William Reis

Brasília, DF

10 de Maio de 2021

Wolfgang Friedrich Stein

Estimação de atitude do satélite CBERS-4 utilizando o Filtro de Kalman Estendido/ Wolfgang Friedrich Stein. – Brasília, DF, 10 de Maio de 2021-
66 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Dr. William Reis

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 10 de Maio de 2021.

1. Filtro de Kalman. 2. Ângulos de Euler. I. Dr. William Reis. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Estimação de atitude do satélite CBERS-4 utilizando o Filtro de Kalman Estendido

CDU 02:141:005.6

Wolfgang Friedrich Stein

Estimação de atitude do satélite CBERS-4 utilizando o Filtro de Kalman Estendido

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito total para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 10 de Maio de 2021:

Dr. William Reis
Orientador

Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro
Convidado 1

Dr. Ronne Toledo
Convidado 2

Brasília, DF
10 de Maio de 2021

Dedico este trabalho a todas as pessoas que já passaram na minha vida, pois a experiência que obtive, tanto as boas quanto as más, culminaram em quem sou hoje.

Agradecimentos

Agradeço aos meus amigos, mesmo os que não tenho mais contato mas que estiveram em algum momento na minha vida por terem me acompanhado nessa jornada que chamamos de vida, em específico gostaria de agradecer aos meus amigos de faculdade pois estes fizeram um papel chave na minha construção acadêmica, ao "bonde" pois me acompanhou desde o início, aos "mlks" pois sempre me deram conselhos quando precisava, aos "cachorros" pois destes levo comigo desde o ensino médio, Henrique/Arthur/Lucas/Rafael e Anderson pois destes sei que nunca irão me faltar, ao "Saidera" pois estes sempre me fizeram feliz, aos meus amigos aleatórios do "gritaria" por sempre estarem presentes em minha ausência e em especial gostaria de agradecer ao Yuri que me auxiliou com tanta dedicação na construção deste trabalho.

Agradeço aos meus professores, pois sem eles não seria possível chegar tão longe, deixo meus agradecimentos especiais para os meus maiores exemplos nessa área e que com carinho ousou a chamar de mestres e amigos Sérgio, Sébastien e meu orientador William que me mostraram como ser profissional e ter coração para aguentar a vida e suas dificuldades.

Agradeço a equipe de competição Capital Rocket Team pelo carinho e pelas experiências tanto no âmbito profissional pois me mostraram como é trabalhar em uma empresa e todas as suas dificuldades, como no âmbito social apesar de sentir que poderia ter aproveitado melhor deste, um agradecimento especial a todos do núcleo de aerodinâmica e estabilidade e em específico ao Douglas que sempre se mostrou um ótimo líder.

Agradeço a minha namorada Sarah pois ela me apoiou quando eu estava com dificuldade e me levantou quando eu mais precisei, a você terei sempre um carinho especial.

Agradeço à minha família: Arnildo, Mariney, Gusthav, Ingrid, Eney, Cleverson, Joseney, Roney, Otacilia, João e Ida, por serem exemplos na minha vida mesmo que a convivência com alguns desses citados não serem tão diretas vocês foram e sempre serão exemplos para a minha pessoa, gostaria de agradecer aos meus padrinhos que ajudaram em minha educação, e em especial aos meus pais, que destes eu nunca poderia ter um sentimento diferente se não amor e orgulho, mesmo com o mundo de vocês desabando vocês nunca desistiram de nenhum de nós e sempre lutaram com unhas e dentes para nos proteger, espero um dia ser uma fração do que vocês são para mostrar a esse mundo como existem pessoas que tem seu valor.

"Dor é temporária e pode durar um minuto, uma hora, um dia ou um ano, mas eventualmente ela ficará para trás e alguma outra coisa irá tomar o lugar. Mas se eu desistir irá durar para sempre"

Lance Armstrong

Resumo

Satélites artificiais são objetos construídos pelo homem de forma a adquirir diversos dados, entre estes, sobre o nosso planeta. Os dados adquiridos pelos satélites podem ser voltados para fora de nosso sistema como o satélite Hubble que possui um telescópio para observar em devidas faixas espectrais o nosso universo. Como podem ser dados de nosso planeta como satélites de observação, *Global Positioning System* (GPS), e satélites de comunicação. Para a sociedade atual, é imprescindível o uso de satélites pois quase toda a nossa comunidade utiliza indiretamente ou diretamente os serviços disponibilizados graças a satélites. Logo, sendo um serviço de importância inegável, foi escolhido um dos vastos tópicos que podem ser abordados sobre este tema para ser estudado e compreendido por este trabalho. Esta pesquisa visa contemplar o estudo de caso para o início do cálculo de atitude de satélites, sendo o satélite escolhido para tal o *China Brazil Earth Resources Satellite-4* (CBERS-4). Foi utilizado o sistema *Earth Centered Inertial* (ECI) para organizar os eixos de coordenadas do CBERS-4, após isso, foi mostrado como funciona o método de rotação por ângulos de Euler e por quatérnions, bem como os modelos matemáticos dos sensores de giroscópio, IRES e DSS em seguida, é mostrado o filtro de Kalman Estendido (FKE) e sua solução que, por fim, são aplicados no algoritmo do MATLAB, utilizando os dados reais obtidos pelos sensores *Infrared Earth Sensor* (IRES) e *Digital Sun Sensor* (DSS) e comentando os resultados.

Palavras-chaves: CBERS-4, Ângulos de Euler, Quatérnions, Filtro de Kalman Estendido.

Abstract

Artificial satellites are objects built by man in order to acquire various data, between those, about our planet. The satellites can acquire data by facing outside our system like the Hubble satellite which has a telescope to observe in our spectral bands our universe, or can face our planet as observation satellites, Global Positioning System (GPS), and communication satellites. For today's society, the use of satellites is essential because almost all of our community uses the services available indirectly or directly. thanks to satellites. Consequently, being a service of undeniable importance, one of the vast topics that can be addressed on this subject was chosen to be studied and understood by this work. This research aims to contemplate the case study for the beginning of the calculation of satellite attitude, and the product chosen for this was China Brazil Earth Resources Satellite-4 (CBERS-4). The Earth Centered Inertial (ECI) system was used to organize the coordinate axis of CBERS-4, after that it was shown how the Euler angles and quaternions rotation method works, as well as the mathematical models of the sensors of the gyroscope, IRES and DSS, and then, the Extended Kalman filter is shown (EKF) and its solution, finally, are applied an algorithm in MATLAB, using the real data obtained by the Infrared Earth Sensor (IRES) and Digital Sun Sensor (DSS) and commenting results.

Key-words: CBERS4, Euler angles, Quaternions, Extended Kalman Filter.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Satélite CBERS-4 Fonte: AEB/divulgação	33
Figura 2 – Esquemático CBERS-Brasil-China	36
Figura 3 – Representação dos eixos de coordenadas sobre referencial inercial e satélite retirada de (SILVA, 2016)	38
Figura 4 – Dados dos sensores DSS 1-2 e IRES1-2 a partir da primeira simulação	54
Figura 5 – Dados dos sensores DSS 1-2 e IRES1-2 a partir da segunda simulação	54
Figura 6 – Dados dos giroscopios x,y,z a partir da primeira simulação	55
Figura 7 – Dados dos giroscopios x,y,z a partir da segunda simulação	55
Figura 8 – Estimado angulo de roll (\pm desvio padrão) a partir da primeira simulação	56
Figura 9 – Estimado angulo de roll (\pm desvio padrão) a partir da segunda simulação	56
Figura 10 – Estimado angulo de pitch (\pm desvio padrão) a partir da primeira simulação	56
Figura 11 – Estimado angulo de pitch (\pm desvio padrão) a partir da segunda simulação	56
Figura 12 – Estimado angulo de yaw (\pm desvio padrão) a partir da primeira simulação	57
Figura 13 – Estimado angulo de yaw simulado a partir da segunda simulação	57
Figura 14 – Bias angulo X simulados a partir da primeira simulação	57
Figura 15 – Bias angulo X simulados a partir da segunda simulação	57
Figura 16 – Bias angulo Y simulados a partir da primeira simulação	58
Figura 17 – Bias angulo Y simulados a partir da segunda simulação	58
Figura 18 – Bias angulo Z simulados a partir da primeira simulação	58
Figura 19 – Bias angulo Z simulados a partir da segunda simulação	58
Figura 20 – Dados de residuo dos DSS1 e DSS2 a partir da primeira simulação	59
Figura 21 – Dados de residuo dos DSS1 e DSS2a partir da segunda simulação	59
Figura 22 – Dados de residuo dos IRES1 e IRES2 a partir da primeira simulação	59
Figura 23 – Dados de residuo dos IRES1 e IRES2 a partir da segunda simulação	59
Figura 24 – Variância de atitude a partir da primeira simulação	60
Figura 25 – Variância de atitude a partir da segunda simulação	60
Figura 26 – Bias dos giros da variância a partir da primeira simulação	60
Figura 27 – Bias dos giros da variância a partir da segunda simulação	60
Figura 28 – Covariância da Atitude pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido retirado de: (SILVA; KUGA; ZANARDI, 2015)	61
Figura 29 – Covariância dos Bias dos Giros pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido retirado de: (SILVA; KUGA; ZANARDI, 2015)	61

Lista de tabelas

Tabela 1 – Relação entre atuadores e Torque	34
Tabela 2 – Relação entre Esperança desvio padrão e tempo de processamento dos resíduos a partir da primeira simulação	58

Lista de abreviaturas e siglas

ACS	<i>Attitude Control System</i> (Sistema de Controle de Atitude)
AEB	Agência Espacial Brasileira
ASS	<i>Analogical Sun Sensor</i> (Sensor Solar Analógico)
CAST	<i>China Academy of Space Technology</i> (Academia Chinesa de Tecnologia Espacial)
CBERS	<i>China Brazil Earth Resources Satellite</i> (Satélite Sino-Brasileiro de Sensoriamento Remoto)
CCS	Centro de Controle de Satélites
CPU	<i>Central Processing Unit</i> (Unidade Central de Processamento)
DSS	<i>Digital Sun Sensor</i> (Sensor Solar Digital)
ECI	<i>Earth Centered Inertial</i> (Centro Inercial da Terra)
FKE	Filtro de Kalman Estendido
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
IRES	<i>Infrared Earth Sensor</i> (Sensor de Terra Infravermelho)
LSS	<i>Light Sun Sensor</i> (Sensor de Luz Solar)
PROPAT	Propagador de Órbita e Atitude
RAM	<i>Random Access Memory</i> (Memória de Acesso Aleatório)
RIG's	<i>Rate-Integration Gyros</i> (Taxa de Integração de Giros)
TCC	Trabalho de conclusão de curso
USQUE	<i>Unscented Quaternion Estimator</i> (Estimador de Quatérnion)
XSCC	<i>Xi'an Satellite Control Center</i> (Centro de Controle de Satélites de Xi'an)

Lista de símbolos

θ	Ângulo de <i>pitch</i>
ϕ	Ângulo de <i>roll</i>
ψ	Ângulo de <i>yaw</i>
x_0	Componente x do vetor posição do referencial não-inercial
y_0	Componente y do vetor posição do referencial não-inercial
z_0	Componente z do vetor posição do referencial não-inercial
x	Componente x do vetor posição do referencial girante
y	Componente y do vetor posição do referencial girante
z	Componente z do vetor posição do referencial girante
O	Centro de massa do corpo
\mathbf{R}_0	Matriz de covariância do ruído de medidas
\mathfrak{R}	Matriz de mudança de coordenadas do referencial inercial para o local
\tilde{R}_k	Matriz de covariância do ruído de medidas para o tempo k
$R(\bar{\mathbf{q}})$	Matriz de rotação por quatérnion
ω_0	Velocidade angular da taxa de transferência do referencial inercial para o orbital
$\bar{\omega}$	Vetor velocidade do satélite
$\hat{\omega}_x$	Componente x dos Bias de giro do vetor velocidade angular
$\hat{\omega}_y$	Componente y dos Bias de giro do vetor velocidade angular
$\hat{\omega}_z$	Componente z dos Bias de giro do vetor velocidade angular
ω_k	Ruído presente na estimação do vetor de estado
Ω_e	Velocidade angular da Terra
\mathbf{x}_0	Vetor de estados
\hat{x}_k	Vetor de estados estimado para o tempo k

x_k	Vetor de estados para o tempo k
φ	Latitude do local
I	Matriz identidade
\mathbf{P}_0	Matriz de covariância dos estados inicial
\tilde{P}_k^+	Matriz de covariância dos estados propagada para o tempo k
\tilde{P}_k^-	Matriz de covariância dos estados propagada até o tempo k
P_{k+1}	Matriz de ponderação do sistema
Φ_k	Matriz de transição
$E[.]$	Operador esperança
g_i	Componentes do vetor de sada do giroscopio (i = x; y; z)
\mathbf{Q}_0	Matriz de covariância do ruído do processo
\tilde{Q}_k	Matriz de covariância do ruído do processo para o tempo k
Q_i	Diagonal principal da matriz de covariância da função
$\bar{\mathbf{q}}$	Quatérnion
$\overline{\mathbf{q}^*}$	Conjugado do quatérnion
$\vec{\mathbf{q}}$	Parte Vetorial do quatérnion
q_0	Parte escalar do quatérnion
$S(\vec{\mathbf{q}})$	Matriz antissimétrica do produto de quatérnion
$h(.)$	Função vetorial não linear representando o modelo de medida
ε_x	Componentes dos bias dos giros no eixo x
ε_y	Componentes dos bias dos giros no eixo y
ε_z	Componentes dos bias dos giros no eixo z
$\Delta\Theta_i$	Deslocamentos angulares medidos no eixo do satélite (i = x; y; z)
Δt	Intervalo de tempo
η_i	Escalar positivo entre 0 e 1
η	Compentes do ruído branco Gaussiano do processo (i = x; y; z)

S_x^*	Componente do vetor solar em x
S_y^*	Componente do vetor solar em y
S_z^*	Componente do vetor solar em z
S_{0x}	Componente do vetor solar em x_{op}
S_{0y}	Componente do vetor solar em y_{op}
S_{0z}	Componente do vetor solar em z_{op}
α_ψ	Componente de saída do DSS1
α_θ	Componente de saída do DSS2
θ_H	Componente de saída do IRES2
\vec{V}_i	Quatérion resultado do produto circular cruzado entre quatérion e um conjugado
v	Ruído de medidas
v_{α_ψ}	Ruído branco Gaussiano da medida do DSS1
v_{α_θ}	Ruído branco Gaussiano da medida do DSS2
v_{ϕ_H}	Ruído branco Gaussiano da medida do IRES1
v_{θ_H}	Ruído branco Gaussiano da medida do IRES2
Γ_k	Matriz associada a matriz de covariância \tilde{Q}_k
\tilde{K}_k	Ganho de Kalman para o tempo k
\tilde{H}_k	Matriz Jacobiana da função vetorial não linear $h(\cdot)$ para o tempo k

Sumário

	Introdução	27
1	OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA	29
1.1	Gerais	29
1.2	Específicos	29
1.3	Justificativa	29
1.4	Organização do Trabalho	29
1.5	Metodologia	30
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
3	CBERS-4	33
3.1	História	33
3.2	Satélite de três eixos com controle ativo	34
3.3	Órbita	34
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	37
4.1	Atitude	37
4.1.1	Cinemática de Atitude em Ângulos de Euler	39
4.2	Quatérnion	40
4.3	Dinâmica de atitude de quatérnions	43
5	MODELO MATEMÁTICO DE SENSORES DE ATITUDE	45
5.1	Giroscópio	45
5.2	Sensor de Terra Infravermelho (IRES)	46
5.3	Sensor Solar Digital	47
6	MÉTODO DE ESTIMAÇÃO	49
6.1	Filtro de Kalman Estendido	49
6.2	A Solução do Filtro de Kalman Estendido	51
7	SIMULAÇÃO UTILIZANDO DADOS REAIS DO CBERS-4	53
8	CONCLUSÃO	63
	REFERÊNCIAS	65

Introdução

Neste Trabalho serão introduzido os tipos e modelos de satélite, bem como os sensores do *China Brazil Earth Resources Satellite* (CBERS-4), a matemática que será utilizada para resolver os problemas de atitude de satélite e, por fim, a validação com dados reais.

Para o estudo de atitude é de suma importância que sejam analisados os ângulos de Euler, pois eles relacionam um referencial inercial à um corpo rígido, de tal forma a possibilitar a validação do movimento deste corpo em torno de seu eixo. Esta validação se dá em satélites pelos dados retirados dos sensores de atitude que expressam um vetor de referência, posteriormente, é medida a orientação entre esse vetor referência e o sistema de referência fixado (inercial).

O primeiro capítulo deste trabalho foi reservado para mostrar o que são os satélites de maneira sucinta, em qual categoria o CBERS-4 se encaixa, bem como demonstrar em tabelas os seus componentes e sua órbita.

A segunda parte do trabalho possui como objetivo mostrar os modelos matemáticos de atitude por ângulos de Euler e quatérnions apesar de que os quatérnions não foram utilizados nas simulações.

A terceira parte deste trabalho foi reservada para explicar um pouco sobre os sensores, mostrar como são os modelos matemáticos de sensores e quais são as abordagens necessárias para se analisar os dados extraídos dos sensores.

A quarta parte serve para mostrar o método de estimação, em específico o filtro de Kalman Estendido de forma a tentar explicar como é feita a linearização de dados obtidos pelo CBERS-4.

Por fim, são mostrados os gráficos obtidos utilizando as rotinas no MATLAB e é feito uma análise de forma a juntar os tópicos anteriores para se chegar aos resultados desejados.

1 Objetivos e justificativa

1.1 Gerais

Dos objetivos gerais deste trabalho, será mostrado a matemática que rege o movimento de atitude a partir de dois métodos e tendo ao final uma validação destes teoremas com uma aplicação real no satélite CBERS-4.

1.2 Específicos

Dos objetivos específicos, será apresentado o satélite CBERS-4, sua história e informações básicas. Também neste trabalho será mostrado os teoremas de ângulos de euler e quatérnions e como eles são utilizados para representar o movimento de atitude de um objeto. E, por fim será feita uma simulação utilizando dados reais do satélite CBERS-4 utilizando o Filtro de Kalman Estendido apenas com ângulos de euler.

1.3 Justificativa

Este trabalho foi visionado de forma a aprofundar os tópicos matemáticos relacionados a orientação em torno do eixo de um objeto, que convencionalmente é chamado de atitude. Foi escolhido um satélite como o objeto de estudo para a verificação deste método.

1.4 Organização do Trabalho

Este capítulo irá servir para guiar a leitura de como será estruturado este Trabalho.

- Explicar o que é um satélite, como é categorizado, a história, tipos, modelos e missões
- Explicar onde o CBERS-4 se encaixa nas categorias de satélites bem como seu funcionamento, detalhar seus componentes, sensores e atuadores.
- Explicar sobre os ângulos de Euler e sobre os quatérnions e como eles irão se relacionar com o CBERS-4.
- Explicar os sensores e seus modelos matemáticos.
- Explicar o método de estimação e o método do Filtro de Kalman Estendido

- Validação de dados utilizando dados reais do CBERS-4.

1.5 Metodologia

Para este trabalho serão apresentados os métodos matemáticos de ângulos de Euler e o método dos Quatérnions que são métodos para visualização do movimento de rotação de um corpo em torno de seu eixo.

Foi escolhido como objeto de estudo o satélite CBERS-4 devido ao fato de possuir os dados reais dos sensores deste satélite datados do dia 01/09/2015.

Então serão apresentados os modelos matemáticos dos sensores do giroscópio, IRES (Sensor de Terra Infravermelho) e DSS (Sensor Digital Solar), no qual na análise de dados precisavam ser separados aqueles que teriam dados úteis, como exemplo, dos seis IRES presentes no CBERS-4, somente 3 serão úteis para futuros dados.

A análise dos sensores fornecem ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw* (rolagem, arfagem e guinada respectivamente), estes sensores fornecem as medidas angulares do corpo com incrementos periódicos, facilitando modelos de atitude do satélite em questão.

Será também apresentado o método de estimação, com enfoque no método do Filtro de Kalman Estendido (FKE), que utiliza uma medida anterior para estimar a próxima medida, que se torna muito útil com os sensores fornecendo incrementos periódicos.

Vale Lembrar que, ao final deste trabalho, serão utilizados apenas os ângulos de Euler para a simulação do FKE utilizando as rotinas de (SILVA, 2016).

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo tem como finalidade mostrar um resumo dos principais trabalhos encontrados na literatura que tornaram possível a compreensão de estimação de atitude de satélite desde a referência até o uso do Filtro. Foi distribuído de forma cronológica e foram adicionados apenas os trabalhos que tiveram notória contribuição para o desenvolvimento deste trabalho.

(LEFFERTS; MARKLEY; SHUSTER, 1982) Tem um estudo sobre filtro de Kalman utilizando quatérnions, no qual o vetor de estado é composto tanto por quatérnions quanto pelo viés do giroscópio. Seus equacionamentos junto a didática e nomenclatura para quatérnions utilizada em (YANG, 2019) tornaram a visualização deste método mais elegantes e simples de serem entendidos.

(JULIER; UHLMANN, 1997) consideraram em suas simulações numéricas o problema no qual um veículo entra na atmosfera e em alta velocidade. O corpo é rastreado por um radar que mede com precisão a posição e a velocidade. São feitas comparações entre o Filtro de Kalman Unscented e o Filtro de Kalman Estendido verificando-se que o primeiro algoritmo apresenta maior precisão dos resultados de estimação do estado e facilidade de implementação

(KRAFT, 2003) utiliza o FKU para simular uma estimação em tempo real da atitude de um corpo rígido considerando medidas de aceleração, velocidade angular e intensidade do campo magnético. Este algoritmo é escolhido devido a relação de não linearidade entre a atitude a ser estimada e as medidas relacionadas a aceleração e a intensidade do campo magnético. A orientação do corpo é representada pelos quatérnions pois, além de ser computacionalmente eficaz, evita problemas de singularidades. Os resultados obtidos com dados simulados apresentam um bom desempenho para o FKU quando comparado com o FKE.

Em (CRASSIDIS; MARKLEY; CHENG, 2007) são feitas comparações entre um estimador chamado de Unscented Quaternion Estimator (USQUE) e o FKE por meio de simulações de exemplos realísticos de espaçonaves. As simulações são feitas tendo como referência a espaçonave TRMM em uma órbita quase circular. Os sensores utilizados para a obtenção dos dados para determinação de atitude foram os sensor de Terra infravermelho, sensor solar digital, magnetômetros de 3-eixos e giroscópios. Este novo Filtro é baseado na parametrização do quatérnion de atitude, sendo este representado pelos parâmetros de Rodrigues. As simulações indicaram que o FKU é mais robusto que o FKE segundo condições iniciais pobres de atitude.

(CHOBOTOV, 1991) e (CARRARA, 2012) Demonstram de forma robusta o equacionamento para a compreensão do movimento rotacional de corpos livres no espaço, bem como as relações cinemática e dinâmicas que permitem a interpretação dos efeitos causados por torque. Também mostram os sistemas de referência e como são desenvolvidas as equações para seus devidos referenciais. Que foram aplicados devidamente neste trabalho com

(GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011) Utilizou o método de estimação de Kalman Sigma-Ponto (*Unscented*) para determinar a atitude dos satélites CBERS-2 e CBERS-2B, tendo um desenvolvimento da área de sistemas de referência, modelos matemáticos, cinemática e dinâmica de atitude explicadas de maneira muito clara, o que permite um entendimento rápido e preciso dos objetos de estudo e como aplicar o método. De todos os tópicos abordados para este trabalho foi de suma importância os modelos matemáticos de sensores desenvolvidos, bem como o método de estimação.

(SILVA, 2016) Utilizou seu trabalho para desenvolver um simulador de órbitas e atitude com base no software PROPAT para fazer a comparação entre os filtros de Kalman estendido, Kalman Unscented e H_∞ estendido para o satélite CBERS2 de forma a comparar o tempo de execução de algoritmo, bem como a confiabilidade dos métodos de estimação. Para o presente trabalho, foi de suma importância a cinemática e dinâmica de atitude desenvolvidos pelo referido, bem como para uma compreensão melhor do algoritmo de simulação de órbitas e como adquirir os dados necessários para se estimar a atitude de satélites.

3 CBERS-4

3.1 História

O satélite CBERS-4 (China Brasil Earth-Resources Satellite) vem de uma série de satélites produzidos entre a cooperação do Brasil-China de forma a produzirem satélites de observação da terra. Este satélite (CBERS-4) é um satélite geoestacionário de controle de três eixos, que será discutido mais adiante neste trabalho, cuja missão é de sensoriamento remoto do nosso território o que impacta diretamente em estudos hídricos e estudos agropecuários bem como para regulação de áreas de preservação ambiental e invasão agropecuária.



Figura 1 – Satélite CBERS-4 Fonte: AEB/divulgação

O CBERS-4 conta com os seguintes componentes: (INPE, 2019a)

1. Câmera Pancromática e Multiespectral (PAN),
2. Câmera Multiespectral Regular (MUX),
3. Imageador Multiespectral e Termal (IRS),
4. Câmera de Campo Largo (WFI),
5. Dois Transmissores de Dados de Imagem (MWT para a MUX e a WFI, e PIT para a PAN e o IRS),
6. Gravador de Dados Digital (DDR),
7. Sistema de Coleta de Dados (DCS)

8. Monitor do Ambiente Espacial (SEM)

No qual os sensores que são importantes para a determinação de atitude são: Giroscópio, DSS e IRES.

3.2 Satélite de três eixos com controle ativo

Das diversas formas que podemos criar um satélite, devemos levar em conta o tipo da missão que este deve exercer, se irá realizar uma órbita muito longe de nossa estrela (Sol) ele não poderá ser criado como uma vela solar. O satélite CBERS-4 é um satélite de três eixos como mencionado anteriormente, o que configura um satélite que possui a sua atitude estabilizada por meio de rodas de reação como por exemplo o giroscópio. Temos como ponto positivo deste sistema o fato de que se houver algum problema no lançamento e a órbita estiver incorreta até certo ponto é possível realizar correções, também é possível mudar com precisão as orientações de satélites desse tipo, porém seus problemas estão no altíssimo custo, um peso muito maior se comparado a outros modelos, a energia requerida para funcionar e o problema de correção de dumping que ocorre quando o giroscópio atinge seu momento angular máximo (CHOBOTOV, 1991).

Temos a seguir a tabela 7 no qual podemos verificar a variação de torque produzido por sistemas diferentes de satélites (CHOBOTOV, 1991).

Sistema de controle de Torque	Varição de Torque [$N * m$]
Controle a reação (CR)	$10^{-2} - 10$
Torque magnético	$10^{-2} - 10^{-1}$
Gradiente de gravidade	$10^{-6} - 10^{-3}$
Aerodinâmica	$10^{-5} - 10^{-3}$
Rodas de reação (RR)	$10^{-1} - 1$
Controle de momento de giros (CMG)	$10^{-2} - 10^3$

Tabela 1 – Relação entre atuadores e Torque

Como podemos ver na tabela 7 o sistema de controle de momento de giros possui um maior alcance de variação de torques que os outros sistemas, atingindo desde um centésimo de newton*metro até a ordem de 10^3 , isso mostra o quão promissor são os satélites do tipo controle de três eixos.

3.3 Órbita

O CBERS-4 é um satélite de órbita sol-síncrona, que é quando um satélite cruza a linha do equador no mesmo horário, podendo assim adquirir dados privilegiados dos

quais não haverá influência por questão de luminosidade diferente entre as várias rotações realizadas em torno da Terra. A seguir estão os dados da órbita do CBERS-4. (INPE, 2018)

- Altitude: 778 km
- Inclinação: 98,504 graus
- Hora local no nodo descendente: 10:30 a.m.
- Repetição do ciclo: 26 dias
- Revoluções/dia: $14 + 9/26$
- Semi-eixo principal (média): 7148,865 km
- Excentricidade: $1,1 \times 10^{-3}$
- Erro de excentricidade: $< 0,0001$
- Argumento do perigeu: 90°
- Erro do argumento do perigeu: < 50
- Estabilidade da hora local no nodo descendente: 10 minutos
- Período orbital: 100,26 minutos
- Distância inter-faixas no equador: 106,25 km
- Intervalo entre faixas adjacentes: 3 dias
- Estabilidade do traço no equador: 5 km

Vale destacar que pela excentricidade ser baixa podemos fazer a analogia com uma órbita circular, como o nodo descendente é 10:30, se assegura uma boa quantidade de luz para as fotos, podendo registrar boa parte do globo com exceção dos pólos. Vale ressaltar também que ora o Brasil tem controle (centro de controle de satélites do INPE (Instituto de Pesquisas Espaciais) sobre o CBERS-4, e faz uso da estação TTC de Cuiabá, ora a China possui controle (estação de controle de Xian, XSCC), conforme contrato entre os dois países. Pode-se analisar melhor este fator a partir do esquemático da figura 2. (INPE, 2019b)

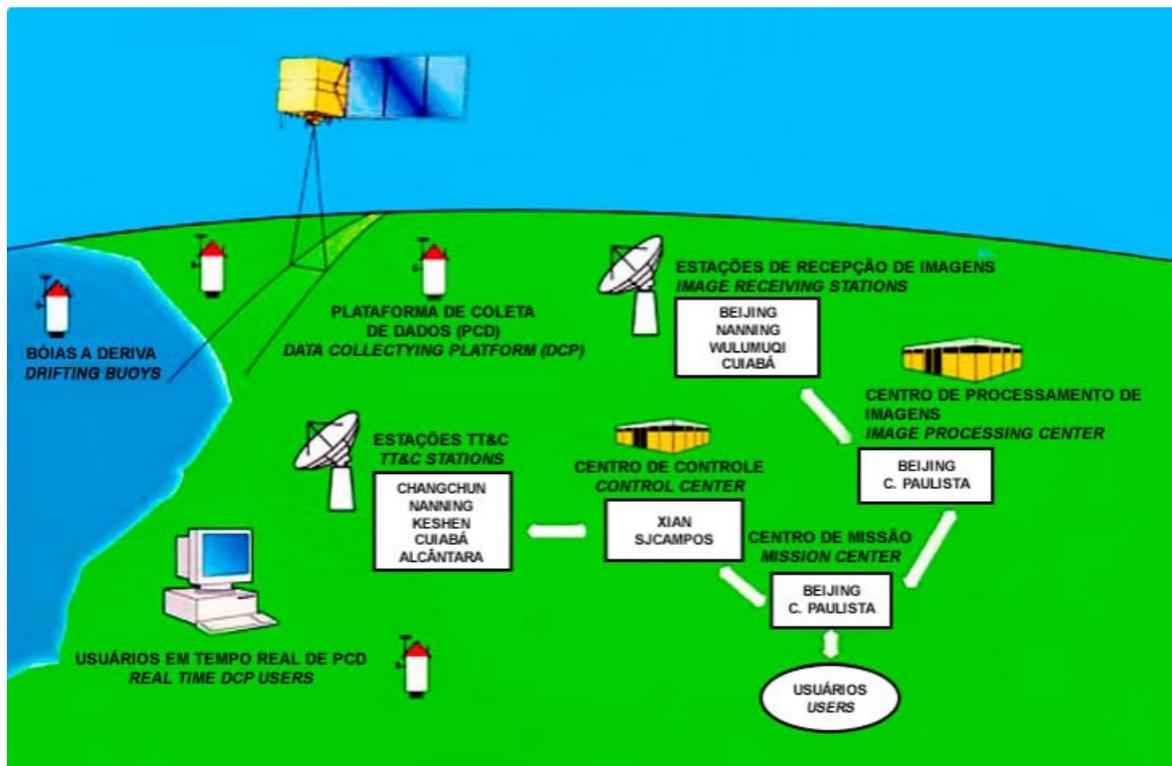


Figura 2 – Esquemático CBERS-Brasil-China

4 Fundamentação Teórica

4.1 Atitude

Neste capítulo serão explicados parâmetros e pontos-chaves para que se tenha um entendimento sobre atitude. O estudo foi baseado em artigos que visam explicar a matemática por detrás desse efeito tão importante para nosso cotidiano.

A estimação de atitude é uma ferramenta de suma importância para a determinação da orientação de um satélite em relação a um referencial inercial como a Terra ou outro corpo celeste de massa relevante, também é utilizada para determinar seu movimento em torno do próprio centro de massa, sendo o ato de orientar um satélite um movimento de atitude e a direção que ele está apontando é propriamente dita a atitude. (CARRARA, 2012).

Para se estimar uma atitude de satélite devemos ter diversos sensores que irão gerar um vetor de estado que irá ser comparado pelo referencial inercial, a Terra (ECI - Earth Centered Inertial) é em vários casos de estudo de satélite (principalmente em casos de órbitas ao redor do planeta) é considerado um sistema inercial ou quase inercial pois o movimento do satélite em relação a este referencial é muito maior. Para uma determinação precisa de atitude devemos ter uma escolha em nossas referências, desta forma o referencial inercial escolhido foi a Terra, serão escolhidos os seguintes eixos de coordenadas (SILVA, 2016) :

- Origem \mathbf{O} : centro de massa do corpo
- Eixo de *roll* em \mathbf{x} , nominalmente alinhado com \mathbf{x}_o e define o movimento em torno da direção da velocidade orbital.
- Eixo de *pitch* em \mathbf{y} , nominalmente alinhado com \mathbf{y}_o e define o movimento em torno da direção normal à órbita, com sentido oposto ao vetor momento angular orbital.
- Eixo de *yaw* em \mathbf{z} , nominalmente alinhado com \mathbf{z}_o e define o movimento em torno da direção radial, sentido Nadir.

A matriz de atitudes (ou cossenos diretores / matriz de rotações) mostra a relação entre o sistema de Referência da Atitude ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$) com o Sistema de Referência Orbital Local ($\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o$), e possui seus elementos descritos em termos dos ângulos de Euler (ϕ, θ, ψ). A sequência de rotação adotada neste trabalho foi a 3-2-1 de acordo com (SILVA, 2016) e (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011)

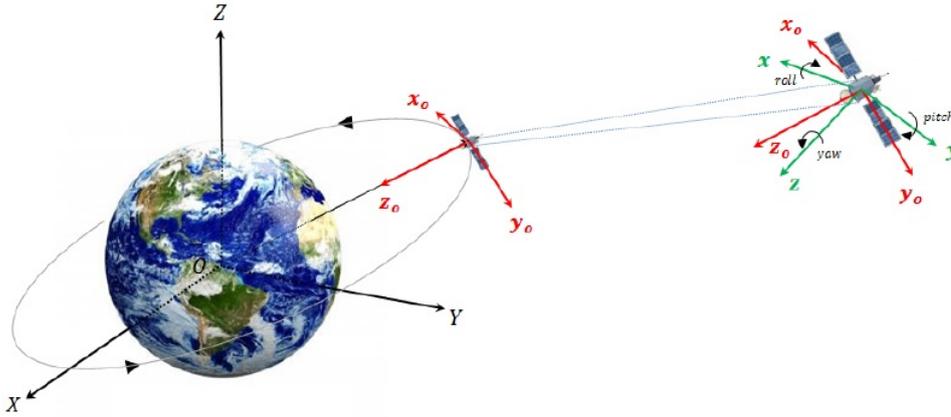


Figura 3 – Representação dos eixos de coordenadas sobre referencial inercial e satélite retirada de (SILVA, 2016)

- 1ª rotação de um ângulo ψ (ângulo *yaw*) em torno do eixo \mathbf{z}_o .
- 2ª rotação de um ângulo θ (ângulo *pitch*) em torno do eixo \mathbf{y}' .
- 3ª rotação de um ângulo ϕ (ângulo *roll*) em torno do eixo \mathbf{x} .

Dessa forma, temos a relação demonstrada por (HUGHES, 2012) usando-se a referência θ_1 , θ_2 e θ_3 sendo θ , ϕ e ψ respectivamente, e C_1 , C_2 e C_3 sendo x_o , y_o e z_o :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Vale ressaltar que para alguns autores como (CABRAL, em construção) o ângulo ψ é referente ao ângulo em torno do eixo \mathbf{x} e o ângulo ϕ seria em torno do ângulo \mathbf{z} , por isso é importante sempre explicitar qual ângulo está denotado para qual eixo.

Realizando o cálculo da eq 4.1 que é uma simples multiplicação de matrizes teremos a matriz de rotação \mathfrak{R} (SILVA, 2016):

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \sin \psi \cos \phi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Podemos analisar que quando $\theta = \frac{\pi}{2}$ teremos uma singularidade onde dois graus de liberdade onde ϕ e ψ acabam por se unir em um grau de liberdade (HUGHES, 2012). Este problema não existe quando se utiliza os quaterniões para a solução de rotação de satélites, por isso é preferível a utilização deste para a análise de atitude.

Por fim, para achar os ângulos de Euler para esta representação será utilizada a seguinte relação:(GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011)

$$-360^\circ \leq \phi = \arctg(c_{23}) \leq 360^\circ \quad (4.3)$$

$$-90^\circ \leq \theta = \arcsen(c_{13}) \leq 90^\circ \quad (4.4)$$

$$-360^\circ \leq \psi = \arctg\left(\frac{c_{12}}{c_{11}}\right) \leq 360^\circ \quad (4.5)$$

No qual c_{ij} sendo $i=1,\dots,3$ $j=1,\dots,3$ são os elementos da matriz de rotação \mathfrak{R} .

4.1.1 Cinemática de Atitude em Ângulos de Euler

As equações cinemáticas do satélite são apresentadas por (SILVA; KUGA; ZANARDI, 2014) e demonstradas por (SILVA, 2016):

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

"em que, ω_x , ω_y e ω_z são as componentes da velocidade angular do satélite em *roll*, *pitch* e *yaw*. Temos que considerar a informação dada pelos giros ($\hat{\omega}_x, \hat{\omega}_y, \hat{\omega}_z$), com suas devidas correções (desalinhamentos, fator de escala), da seguinte forma"(SILVA, 2016):

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x \\ \hat{\omega}_y \\ \hat{\omega}_z \end{bmatrix} - \mathfrak{R} \left\{ \Omega_e \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ 0 \\ \sin \varphi \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (4.7)$$

Sabemos que $\Omega_e = 7,27 \times 10^{-5} rad/s$ representa a velocidade angular da Terra ($(\frac{2\pi}{T})$ sendo $T=$ período de uma revolução (24h) (não foi considerado um dia sideral)), este termo Ω_e será omitido pois o sistema esta referenciado em ECI, se fosse em outro sistema de referências este termo necessitaria ser incluído.

Sendo destes os termos: φ a latitude do local; ω_0 a velocidade angular que representa a taxa de transporte das coordenadas de navegação em relação à Terra; por fim \mathfrak{R} é a matriz de atitude dada pela Equação (4.2)(SILVA, 2016).

Substituindo a Equação (4.7) na Equação (4.6) e evoluindo os cálculos, encontramos:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x \\ \hat{\omega}_y \\ \hat{\omega}_z \end{bmatrix} - \Re \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (4.8)$$

Definindo o vetor de estado composto pelos ângulos de Euler (ϕ, θ, ψ) e pelas componentes dos giros bias $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$, temos:

$$x = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi & \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

Logo, as equações diferenciais do estado para a atitude e do giro são modeladas através da equação a seguir (SILVA; KUGA; ZANARDI, 2014):

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x + \hat{\omega}_y \sin \phi \tan \theta + \hat{\omega}_z \cos \phi \tan \theta + \omega_0 (\cos \phi \sin \psi + \sin \theta \sin \psi \tan \theta) \\ \hat{\omega}_y \cos \phi - \hat{\omega}_z \sin \phi + \omega_0 \cos \psi \\ \left(\frac{\hat{\omega}_y \sin \phi + \hat{\omega}_z \cos \phi + \omega_0 \sin \theta \sin \psi}{\cos \theta} \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + w \quad (4.10)$$

sendo $w = \begin{bmatrix} w_\phi & w_\theta & w_\psi & w_{\varepsilon_x} & w_{\varepsilon_y} & w_{\varepsilon_z} \end{bmatrix}^T$ o ruído do processo.

Vale lembrar que este sistema de euler pode ser solucionado pelo FKE (Filtro de Kalman Estendido) pois é um sistema não linear. Este sistema pode ser representado por quatérnions que transformaria o modelo de processo em um sistema linear.

4.2 Quatérnion

Diferentemente dos ângulos de Euler que representam a rotação por uma série de rotações ao redor dos eixos X, Y e Z, os quatérnions representam uma rotação por um ângulo de rotação ao redor de um eixo qualquer que não necessariamente é um dos eixos citados anteriormente. A vantagem de se utilizar esta ferramenta matemática é que ele não apresenta singularidade nas equações cinemáticas como citado na seção 3.1 deste trabalho. Um Quatérnion é definido como $\bar{\mathbf{q}}$, no qual possui um vetor $\vec{\mathbf{q}}$ e uma parcela escalar q_0 como podemos ver a seguir (YANG, 2019):

$$\bar{\mathbf{q}} = q_0 + \mathbf{i}q_1 + \mathbf{j}q_2 + \mathbf{k}q_3 = q_0 + \vec{\mathbf{q}} \quad (4.11)$$

Logo, da equação 4.11 podemos observar que:

$$\vec{\mathbf{q}} = [q_1 \ q_2 \ q_3] \quad (4.12)$$

$$\bar{\mathbf{q}} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T = [q_0 \ \vec{\mathbf{q}}]^T \quad (4.13)$$

Vale lembrar que i , j e k são as bases para um R^3 que satisfazem a seguinte condição:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (4.14)$$

Ou seja, os quatérnions são uma extensão do conjunto dos números complexos. Agora iremos utilizar um quaternion normalizado definido por (YANG, 2019):

$$q_0 = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (4.15)$$

$$\vec{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{e}} \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (4.16)$$

$$\bar{\mathbf{q}} = q_0 + \vec{\mathbf{q}} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \hat{\mathbf{e}} \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (4.17)$$

No qual α é o ângulo de rotação e $\hat{\mathbf{e}}$ é o eixo de rotação. Sendo sua norma unitária resolvida de forma que:

$$|\bar{\mathbf{q}}| = \vec{\mathbf{q}}^T \vec{\mathbf{q}} = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1 \quad (4.18)$$

A rotação de bases utilizando quatérnions é dada pelo produto de quatérnions e seu conjugado com um vetor puro que será rotacionado (YANG, 2019), como mostrado a seguir:

$$\vec{\mathbf{Vb}} = \bar{\mathbf{q}}^* \otimes \vec{\mathbf{Va}} \otimes \bar{\mathbf{q}} \quad (4.19)$$

no qual a demonstração do produto circular cruzado é demonstrado em (YANG, 2019). Continuando, temos que $\bar{\mathbf{q}}^*$ é o conjugado de $\bar{\mathbf{q}}$, usando esta definição e a relação definida em 4.21 temos:

$$\bar{\mathbf{q}} = q_0 + \vec{\mathbf{q}} \quad (4.20)$$

$$\bar{\mathbf{q}}^* = q_0 - \vec{\mathbf{q}} \quad (4.21)$$

O desenvolvimento dos cálculos da equação 4.19 nos fornecerá a matriz de atitude, e foram demonstrados por (YANG, 2019) utilizando a denotação de yang e a relação encontrada por (LEFFERTS; MARKLEY; SHUSTER, 1982) :

$$R(|\vec{q}|) = (|q_0|^2 - |\vec{q}^T \vec{q}|^2)I_3 + 2\vec{q}\vec{q}^T + 2q_0S(\vec{q}) \quad (4.22)$$

No qual $S(\vec{q})$ é a matriz antissimétrica oriunda do produto vetorial quando se faz o processo de rotação por quatérnions, no qual o processo dos cálculos são desenvolvidos por (CARRARA, 2012)

$$S(\vec{q}) = \begin{bmatrix} 0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & 0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Desenvolvendo os termos, temos da equação 4.22 :

$$R(\vec{q}) = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_0) & 2(q_1q_3 - q_2q_0) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_0) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_1q_3 - q_1q_0) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_0) & 2(q_2q_3 - q_1q_0) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Que nada mais é que a matriz de rotação de um vetor de uma base para outra assim como nos ângulos de Euler (demonstrado anteriormente).

Vale ser mencionado que para a rotação em sentido contrário, basta apenas inverter a ordem dos quatérnions da equação 4.19.

Devemos nos atentar também as seguintes relações (CARRARA, 2012):

Podemos encontrar também os valores do quatérnion produzido rotação, usando relação a seguir: (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011)

$$q_0 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + \sigma} \quad (4.25)$$

$$q_1 = \frac{c_{32} - c_{23}}{4q_0} \quad (4.26)$$

$$q_2 = \frac{c_{13} - c_{31}}{4q_0} \quad (4.27)$$

$$q_3 = \frac{c_{21} - c_{12}}{4q_0} \quad (4.28)$$

no qual σ é o traço da matriz 4.24, ou seja: $\sigma = c_{11} + c_{22} + c_{33}$.

Se o novo quatérnion for um vetor puro, ou seja, não possuir um escalar ($q_0 = 0$) então as relações das equações anteriores não podem ser utilizadas e novas deverão ser obtidas (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011).

Agora basta utilizar as relações encontradas em 4.15, 4.16 e 4.17 para achar o ângulo de rotação α e o eixo de rotação $\hat{\mathbf{e}}$.

Para realizar uma rotação de quatérnions consecutivamente basta realizar a seguinte operação:

$$\vec{\mathbf{V}}\mathbf{b} = \overline{\mathbf{q1}}^* \otimes \vec{\mathbf{V}}\mathbf{a} \otimes \overline{\mathbf{q1}} \quad (4.29)$$

$$\vec{\mathbf{V}}\mathbf{c} = \overline{\mathbf{q2}}^* \otimes \vec{\mathbf{V}}\mathbf{b} \otimes \overline{\mathbf{q2}} \quad (4.30)$$

4.3 Dinâmica de atitude de quatérnions

Neste capítulo serão mostradas as equações que são utilizadas para o cálculo de dinâmica de atitude de satélite com o uso de quatérnions, vieses e o FKE que são relações necessárias para se entender as equações a seguir

Expressando as equações cinemáticas dadas por (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011)(YANG, 2019):

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

"onde ω_x , ω_y , ω_z são as componentes da velocidade angular do satélite e são dadas por 4.7, com a matriz de atitude R definida em termos dos quatérnions, 4.24"(GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011).

As equações de estado para atitude com os bias são dadas por:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\Omega(\bar{\omega})\bar{\mathbf{q}}(t) \quad (4.32)$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = 0 \quad (4.33)$$

No qual a eq 4.31 é a mesma equação de , porém a segunda está em um formato melhor para ser utilizada em um espaço de estados linear. Sendo $\bar{\omega}$ o vetor velocidade angular do satélite e $\Omega(\bar{\omega})$ a matrix anti-simétrica (YANG, 2019)(GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011)

$$\Omega(\bar{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Podemos demonstrar os bias de giro de forma a facilitar os cálculos para o filtro de Kalman da seguinte forma (WERTZ, 2012):

$$\hat{x}_k = \left[q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ \epsilon_x \ \epsilon_y \ \epsilon_z \right]^T \quad (4.35)$$

Se os dados do giro forem amostrados a um intervalo fixo e a velocidade angular do satélite for constante (sobre a amostragem) podemos então escrever a equação 4.32 sendo:

$$\bar{\mathbf{q}}(t + \Delta T) = \Phi_q(\Delta t, \bar{\omega})\bar{\mathbf{q}}(t) \quad (4.36)$$

Onde Δt é o intervalo da amostragem, $\bar{\mathbf{q}}(t)$ é o quatérnion em um instante qualquer t , $\bar{\mathbf{q}}(t + \Delta T)$ é o quatérnion após um instante de tempo ΔT e Φ_q que transporta o sistema do instante t para o instante $t + \Delta T$ (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011).

Sendo Φ_q definido por:

$$\Phi_q(\Delta t, \bar{\omega}) = \cos\left(\frac{|\bar{\omega}|\Delta t}{2}\right)I_4 + \frac{1}{\bar{\omega}}\text{sen}\left(\frac{|\bar{\omega}|\Delta t}{2}\right) \quad (4.37)$$

Sendo I_4 uma matriz identidade de ordem 4.

5 Modelo matemático de sensores de atitude

Para o sistema de controle de atitude (ACS), conhecer os modelos matemáticos para cada um dos sensores empregados é de fundamental importância para determinar a orientação do veículo espacial com relação a seu referencial inercial.

5.1 Giroscópio

Rodas de reação são mecanismos que possuem uma roda que gira no eixo de rotação do satélite de forma a responder a alterações na atitude do satélite e gerar torque para controlar sua direção (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011).

Para medir a velocidade angular de roll pitch e yaw do satélite são utilizados os giros integradores de velocidade e possuem os erros de deriva (bias) incluídos no vetor de estado estimado (SILVA, 2016).

Dessa forma, o modelo de giros integradores de velocidade é dado por (WERTZ, 2012):

$$\Delta\Theta_i = \int_0^{\Delta t} (\omega_i + \varepsilon_i) dt, \quad (i = x, y, z) \quad (5.1)$$

em que, $\Delta\Theta_i$ são os deslocamentos angulares do satélite medidos em um intervalo de tempo Δt , ω_i são as componentes da velocidade angular no sistema do satélite e ε_i são as componentes dos bias do giroscópio.

Uma vez medidas as componentes da velocidade angular do satélite temos (WERTZ, 2012)

$$\hat{\omega}_i = \frac{d\Theta_i}{dt} - \hat{\varepsilon}_i(t) - \eta_i(t) = g_i(t) - \hat{\varepsilon}_i(t) - \eta_i(t) \quad (5.2)$$

em que, $g_i(t)$ são as componentes do vetor de saída $g(t)$ do giroscópio, e as componentes $\eta_i(t)$ representam o ruído branco Gaussiano do processo, o qual abrange todos os efeitos remanescentes não-modelados, em que:

$$E[\eta_i(t)] = 0 \quad (5.3)$$

$$E[\eta_i(t)\eta_i^T(t + \Delta t)] = Q_i\delta(t) \quad (5.4)$$

em que $E[\cdot]$ é a operação esperança (ou expectância), definida como $E[x] = \sum xp(x)$ com x uma variável aleatória e $p(x)$ a probabilidade associada a esta variável, Q_i são as componentes da diagonal principal da matriz de covariância de ruído cinemático e δ é o delta de Kroenecker. (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011) (SILVA, 2016)

A taxa de deriva do bias não é em si uma quantidade estática mas é conduzida por um segundo processo de ruído branco gaussiano:

$$\dot{\varepsilon}_i = w_{\varepsilon_i}(t) \quad (5.5)$$

em que,

$$E[w_{\varepsilon_i}(t)] = 0 \quad (5.6)$$

$$E[w_{\varepsilon_i}(t)w_{\varepsilon_i}^T(t + \Delta t)] = Q_{\varepsilon_i}\delta(t) \quad (5.7)$$

sendo Q_{ε_i} (identificados pelas eq: 5.4 e pela eq: 5.7) as componentes da diagonal principal da matriz de covariância de ruído dos bias.

Deve-se ressaltar ainda que, ambos os ruídos, η_i e w_{ε_i} são assumidos não-correlacionados, ou seja,

$$E[\eta_i(t)w_{\varepsilon_i}^T(t + \Delta t)] = E[w_{\varepsilon_i}(t)\eta_i^T(t + \Delta t)] = 0 \quad (5.8)$$

5.2 Sensor de Terra Infravermelho (IRES)

Os sensores de Terra, ou de horizonte, servem como mecanismos de orientação do satélite em relação a terra, é de extrema importância para satélites que precisam ficar voltados para a Terra. Funcionam apontando para quatro pontos aproximados e igualmente espaçados e detectando o calor da atmosfera terrestre (também por utilizar essa banda de espectro diminui o ruído como o movimento do oceano).

O cruzamento de sensores de Horizonte serve para criar um vetor nadir no qual o satélite pode fazer uso para orientar sua atitude e poder exercer sua missão com mais eficiência. Utilizando-se o IRES para este caso, podemos compensar os erros de deriva do giroscópio (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011). Para este trabalho os sensores de horizonte servem para medir o ângulo de roll e outro de pitch.

As equações de medidas para os sensores de Terra Infravermelha são dadas por (FUMING; KUGA, 1999):

$$\begin{aligned}\phi_H &= \phi + v_{\phi_H} \\ \theta_H &= \theta + v_{\theta_H}\end{aligned}\quad (5.9)$$

em que v_{ϕ_H} e v_{θ_H} são ruídos brancos assumidos Gaussianos, dessa forma:

$$\begin{aligned}E[v_{\phi_H}(t)] &= 0 \\ E[v_{\theta_H}(t)] &= 0\end{aligned}\quad (5.10)$$

$$\begin{aligned}E[v_{\phi_H}(t)v_{\phi_H}^T(t + \Delta t)] &= R_{v_{\phi_H}}\delta(t) \\ E[v_{\theta_H}(t)v_{\theta_H}^T(t + \Delta t)] &= R_{v_{\theta_H}}\delta(t)\end{aligned}\quad (5.11)$$

sendo $R_{v_{\phi_H}}$ e $R_{v_{\theta_H}}$ as componentes da diagonal principal da matriz de covariância de ruído de medidas (SILVA, 2016).

Além disso, tais ruídos são assumidos não correlacionados por (SILVA, 2016):

$$E[v_{\phi_H}(t)v_{\theta_H}^T(t + \Delta t)] = E[v_{\theta_H}(t)v_{\phi_H}^T(t + \Delta t)] = 0 \quad (5.12)$$

5.3 Sensor Solar Digital

O Sensor Solar é um mecanismo óptico que detecta o sol e define a posição de um dos principais eixos de simetria da espaçonave em relação à direção na qual o sol foi detectado.(GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011).

O sensores de Terra como mencionado no capítulo anterior não são capazes de medir o ângulo de *yaw*, para suprir esta necessidade nos sistemas de controle de atitude são utilizados os sensores solares, porém, as medidas não são diretas e sim o ângulo acoplado de *pitch* (α_θ) e *yaw* (α_ψ). As equações de medidas para o DSS são obtidas da seguinte forma (FUMING; KUGA, 1999):

$$\alpha_\psi = \arctan\left(\frac{-S_y^*}{S_x^* \cos 60 + S_z^* \cos 150}\right) + v_{\alpha_\psi} \quad (5.13)$$

quando $|S_x^* \cos 60 + S_z^* \cos 150| \geq \cos 60$, e

$$\alpha_\theta = 24 + \arctan\left(\frac{S_x^*}{S_z^*}\right) + v_{\alpha_\theta} \quad (5.14)$$

em que, S_x^* , S_y^* e S_z^* são as componentes do vetor unitário associado ao vetor solar no sistema do satélite, dados por:

$$\begin{aligned}
S_x^* &= S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z} \\
S_y^* &= S_{0y} - \psi S_{0x} + \phi S_{0z} \\
S_z^* &= S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z}
\end{aligned} \tag{5.15}$$

sendo S_{0x} , S_{0y} e S_{0z} as componentes do vetor solar no Sistema de Referência Orbital (FUMING; KUGA, 1999), enquanto que ϕ , θ e ψ são os ângulos de Euler, os quais representam a atitude estimada.

Além disso, tem-se que v_{α_ψ} e v_{α_θ} são o ruído branco e representam pequenos efeitos remanescentes de desalinhamentos durante a instalação e/ou montagem do sensor. Assim como no sensor de Terra, esses erros são assumidos Gaussianos (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011) e evoluindo essas equações (SILVA, 2016) :

$$\begin{aligned}
E[v_{\alpha_\psi}(t)] &= 0 \\
E[v_{\alpha_\theta}(t)] &= 0
\end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\begin{aligned}
E[v_{\alpha_\psi}(t)v_{\alpha_\psi}^T(t + \Delta t)] &= R_{v_{\alpha_\psi}}\delta(t) \\
E[v_{\alpha_\theta}(t)v_{\alpha_\theta}^T(t + \Delta t)] &= R_{v_{\alpha_\theta}}\delta(t)
\end{aligned} \tag{5.17}$$

sendo $R_{v_{\alpha_\psi}}$ e $R_{v_{\alpha_\theta}}$ as componentes da diagonal principal da matriz de covariância de ruído de medidas (SILVA, 2016)

tais ruídos são assumidos não correlacionados, logo:

$$E[v_{\alpha_\psi}(t)v_{\alpha_\theta}^T(t + \Delta t)] = E[v_{\alpha_\theta}(t)v_{\alpha_\psi}^T(t + \Delta t)] = 0 \tag{5.18}$$

Enfim, as equação do vetor de medidas y usada nos métodos de estimação é apresentada como:

$$y = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{-(S_{0y} - \psi S_{0x} + \phi S_{0z})}{(S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z}) \cos 60^\circ + (S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z}) \cos 150^\circ}\right) \\ 24^\circ + \arctan\left(\frac{S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z}}{S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z}}\right) \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} + v \tag{5.19}$$

em que $v = [v_{\alpha_\psi} \ v_{\alpha_\theta} \ v_{\phi_H} \ v_{\theta_H}]^T$ é o ruído de medidas.

6 Método de estimação

Um estimador de estado possui como princípio calcular um vetor de estado a partir de um conjunto de observações, ou seja, é um algoritmo que analisa dados com um determinado critério de forma a reduzir erros para estimar um estado do sistema utilizado, sendo alguns desses critérios:

- Conhecimento da dinâmica do sistema e suas medidas
- Estatísticas do ruído e erros de medida
- Informações da condição inicial

Para se determinar a atitude de um satélite é preciso ter conhecimento dos dispositivos de medidas (sensores) além da modelagem dinâmica do satélite, bem como saber qual modelo de referência está sendo utilizado.

O CBERS-4 possui um estimador sequencial (recursivo) que é quando o vetor de estado é atualizado após cada observação, ou seja, um processamento em tempo real.

Para o método de estimar atitude de satélites o Filtro de Kalman é o mais difundido, porém, não em sua formulação original, pois em sistemas dinâmicos e observações não lineares ele se torna inadequado, para isso são utilizadas suas variáveis como o Filtro de Kalman Estendido ([GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011](#))

6.1 Filtro de Kalman Estendido

Criado por Rudolf Kalman, o filtro de Kalman é uma ferramenta para resolver problemas de estimação de estado lineares ou linearizados. O filtro realiza previsões e atualizações de acordo com as propriedades estáticas do ruído ([NETO, 2014](#))

O método de Kalman serve para minimizar a variância do erro do valor estimado, da mesma forma que mantém a esperança (que nada mais é que a soma do produto de cada probabilidade de saída) do valor estimado igual a esperança do valor real ([GONZALES, 2009](#)).

O filtro de Kalman tem em um de seus usos os sistemas embarcados utilizando processamento em tempo real, o que é extremamente necessário para um satélite. O lado positivo de se utilizar deste método é a facilidade de implementá-lo, pois para a estimativa do próximo estado basta saber o estado anterior e as medições atuais, podendo descartar da memória do sistema todos os cálculos realizados anteriormente, tendo um

ganho significativo em memória e processamento pois também não há necessidade de processar dados antigos a cada passo (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011).

O ruído de um processo nada mais é do que as imperfeições do modelamento do sistema, imperfeições no sinal de controle e perturbações externas, esta definição será útil para mostrar o filtro de Kalman.

O Filtro de Kalman Estendido serve para linearizar uma estimação sobre a melhor estimativa de uma trajetória de referência que é constantemente atualizada a cada processamento, ou seja, o FKE utiliza diversas equações matemáticas que utilizam um modelo simplificado para fazer uma estimativa atual do processo e utilizam os dados dos sensores para validar os seus dados e achar uma aproximação da estimativa ótima (GARCIA; KUGA; ZANARDI, 2011)

Para o FKE os ruídos w_k e v_k são assumidos como branco (ou seja, sinais aleatórios com igual intensidade porém em diferentes frequências) com média zero e não correlacionados. Assumido também terem matriz de covariância sendo \tilde{Q}_k e \tilde{R}_k , respectivamente (SIMON, 2006).(SILVA, 2016)

$$\begin{aligned} E [w_k w_k^T] &= \tilde{Q}_k \\ E [v_k v_k^T] &= \tilde{R}_k \\ E [w_k v_k^T] &= 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Sendo que $E [.]$ denota a operação de esperança. E esta estimação usa a expansão de Taylor para encontrar a estimativa ótima \hat{x}_k sendo este definido como:

$$E [x_k - \hat{x}_k] = 0 \quad (6.2)$$

Utilizando o sistema não linear a seguir

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + G(t)w(t) \\ y_k &= h(x_k) + v_k \end{aligned} \quad (6.3)$$

"Em que x é o vetor de estado de dimensão n , $f(.)$ é uma função vetorial dos elementos do estado diferenciável com respeito a $x(t)$, $G(t)$ é uma matriz ($n \times n$) com elementos contínuos no tempo, k é um índice de tempo discreto, y_k é o vetor de medida com dimensão m , $w(t)$ e v_k são os ruídos de processo e de medida, com respectivas matrizes de covariância $Q(t)$ e R_k , $h(.)$ é o vetor de funções não lineares diferenciável com respeito a x_k ."(SILVA, 2016)

6.2 A Solução do Filtro de Kalman Estendido

A solução do Filtro de Kalman Estendido para um sistema como apresentado na Equação (6.3) é dado pela equação de propagação a seguir (SIMON, 2006):

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}^+, \mu_k) \quad (6.4)$$

em que x_k^- é o Vetor de estados propagado até o tempo "k", e x_{k-1}^+ Vetor de estados estimado para o tempo k

$$\tilde{P}_k^- = \Phi_{k-1} \tilde{P}_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + \tilde{Q}_k \quad (6.5)$$

Em que P_k^- é a Matriz de covariância dos estados para o tempo "k" e Φ_k é a matriz de transição de estados:

$$\Phi = e^{F\Delta t} = I + F\Delta t + \frac{(F\Delta t)^2}{2!} + \dots \quad (6.6)$$

E Para pequenos valores de Δt pode ser aproximada como:

$$\Phi \approx I + F\Delta t \quad (6.7)$$

e calculada através de:

$$\Phi_k = \tilde{F}_k \Phi_{k-1} \quad (6.8)$$

com condição inicial $\Phi_{k-1} = I$ e $\tilde{F}_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x_k} \right|_{\hat{x}_k^-}$.

O termo $\tilde{Q}_k = \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T$ é obtido da seguinte forma:

$$\Gamma_k Q_k \Gamma_k^T = \int_{k-1}^k \Phi_t G(t) Q(t) G(t)^T \Phi_t^T dt \quad (6.9)$$

sendo Γ_k é a uma matriz ($n \times n$) com elementos discretos no tempo, temos as equações de atualização.

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + \tilde{K}_k (y_k - h(\hat{x}_k^-)) \quad (6.10)$$

$$\tilde{K}_k = \tilde{P}_k^- \tilde{H}_k^T (\tilde{H}_k \tilde{P}_k^- \tilde{H}_k^T + \tilde{R}_k)^{-1} \quad (6.11)$$

$$\tilde{P}_k^+ = (I - \tilde{K}_k \tilde{H}_k) \tilde{P}_k^- \quad (6.12)$$

Que fazem parte da Equação de atualização em que, \hat{x}_k^+ é o estado estimado, \tilde{K}_k é o ganho de Kalman, \tilde{P}_k^+ a matriz de covariância para o estado "k" e $\tilde{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x_k} \right|_{\hat{x}_k^-}$.

7 Simulação utilizando dados reais do CBERS-4

Para a obtenção dos gráficos de atitude foram utilizadas rotinas do MATLAB mostradas por (SILVA, 2016) que demonstram como o satélite irá se comportar utilizando a sua velocidade angular em relação aos eixos, no caso este algoritmo foi modificado para o dia juliano dos dados adquiridos do dia 01/09/2015, possuindo passo de um segundo entre os dados e possuindo ao todo 47 dados das 13h48min49s até as 13h49min35s em sua primeira simulação. Já a segunda simulação é do mesmo dia, tendo início as 13h49min53s até 14h02min5s, possuindo também passo de um segundo, e possui 733 dados discretizados.

As condições iniciais utilizadas foram:

$$\mathbf{x}_0 = \left(0, 0; 0, 0; 0, 0; 2,79 * 10^{-5}; 9,69 * 10^{-6}; 1,29 * 10^{-5} \right)^T (7.1)$$

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag}(7,61 * 10^{-5}; 7,61 * 10^{-5}; 0,0012; 2,35 * 10^{-11}; 2,35 * 10^{-11}; 2,35 * 10^{-11}) (7.2)$$

$$\mathbf{Q}_0 = \text{diag}(3,05 * 10^{-6}; 3,05 * 10^{-6}; 3,05 * 10^{-6}; 2,35 * 10^{-15}; 2,35 * 10^{-15}; 5,87 * 10^{-16}) (7.3)$$

$$\mathbf{R}_0 = \text{diag}(1,09 * 10^{-4}; 1,09 * 10^{-4}; 1,09 * 10^{-6}; 1,09 * 10^{-6}) (7.4)$$

Sendo que os valores acima de P_0 , Q_0 , e R_0 são o traço da matriz diagonal nxn das respectivas matrizes.

No qual P_0 é a matriz de covariância inicial, Q_0 é a matriz de erro do processo que pondera o erro e R_0 é a matriz de erro de medida que pondera o ruído de medida. Para o vetor x_0 (sendo que os valores 0 são um chute e o valor de P_0, Q_0, R_0 são da calibragem), os três primeiros elementos estão em grau e os outros três elementos estão em *grau/hora*, para as matrizes P_0 e Q_0 os três primeiros elementos estão em *grau*² e os outros três elementos estão em *grau*²/*hora*², e finalmente, para a matriz R_0 todos os elementos estão em *grau*².

As simulações foram feitas utilizando o um computador com os seguintes componentes:

- Processador AMD FX(tm)-8320 Eight-Core Processor com 3.5 GHz de frequência
- Memória RAM de 8GB

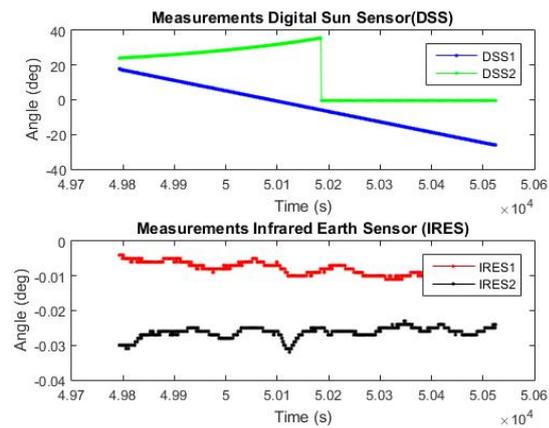
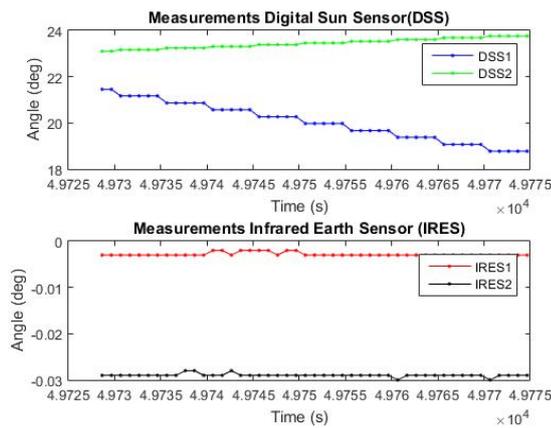


Figura 4 – Dados dos sensores DSS 1-2 e IRES1-2 a partir da primeira simulação e Figura 5 – Dados dos sensores DSS 1-2 e IRES1-2 a partir da segunda simulação

As figuras 4 e 5 nos mostram que os sensores de DSS possuem uma correção muito mais agressiva que os sensores de IRES, isso se deve ao fato das posições e funções dos sensores, pois o DSS possui a função de estar apontado para o Sol, enquanto o IRES fica apontado para a terra, se observar a figura 3 ,que mostra o sistema ECI, como o satélite fica em órbita o eixo y_0 necessita de poucas correções, enquanto que para a correção do DSS ele precisa rotacionar no eixo x_0 e principalmente pelo eixo z_0 .

É possível notar que como o DSS fica em função do pitch e yaw do sistema e o IRES em função de pitch e roll, e nas figuras 8, 10 e 12 são mostradas as variações em graus de cada um desses eixos de rotação, fica mais fácil a interpretação de o por que o DSS sofrer maiores variações do que o IRES.

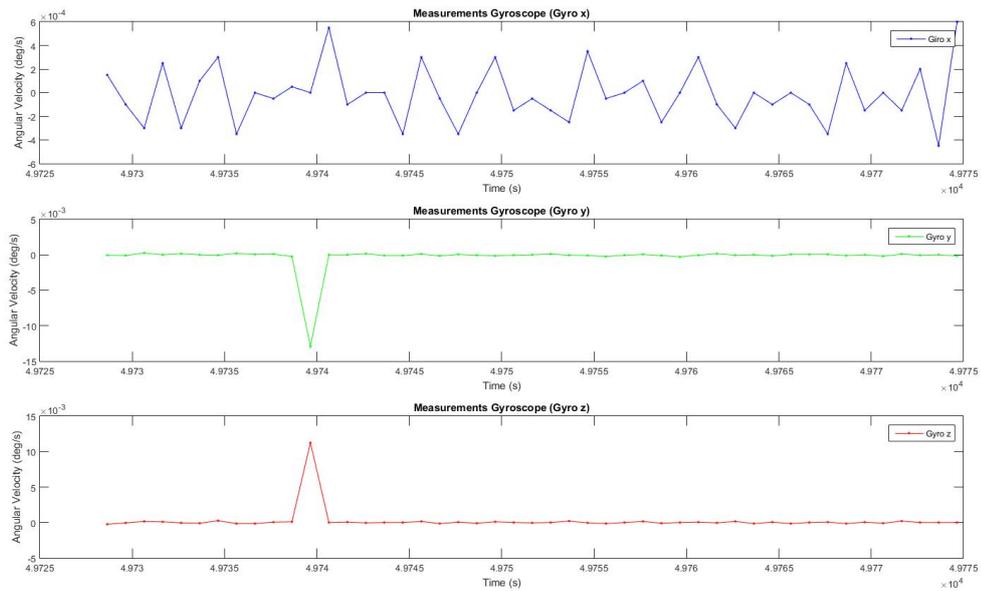


Figura 6 – Dados dos giroscópios x,y,z a partir da primeira simulação

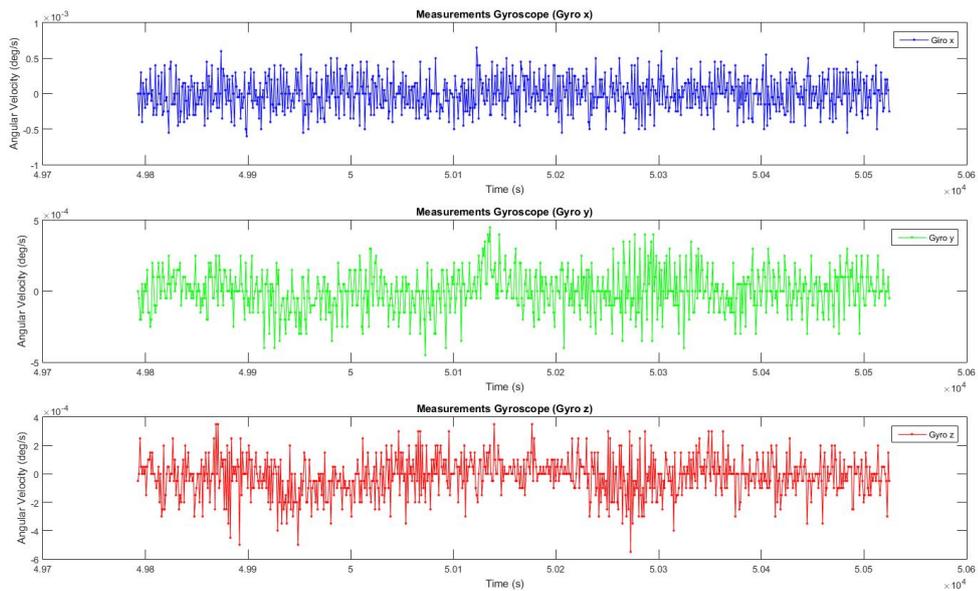


Figura 7 – Dados dos giroscópios x,y,z a partir da segunda simulação

A figura 6 e 7 mostram de forma bem explícita o que foi mencionado anteriormente, pois é possível observar o quanto o giroscópio do eixo x altera a sua velocidade angular em relação aos giroscópio y e z, isso se deve ao fato de que o eixo x estar associado a órbita da Terra.

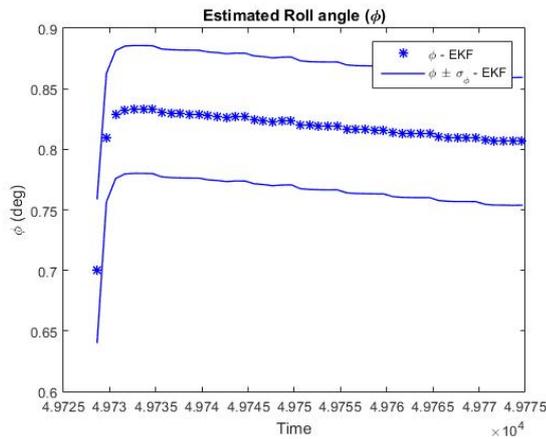


Figura 8 – Estimado angulo de roll (\pm desvio padrão) a partir da primeira simulação

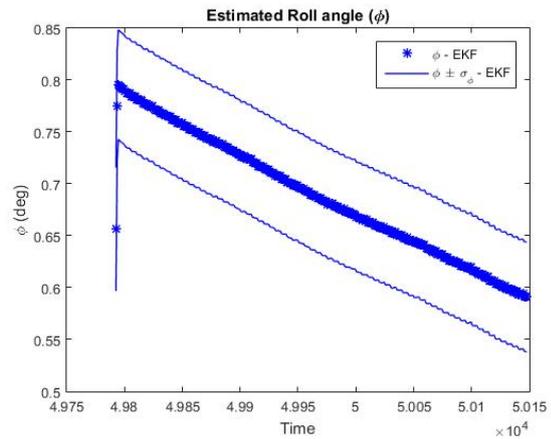


Figura 9 – Estimado angulo de roll (\pm desvio padrão) a partir da segunda simulação

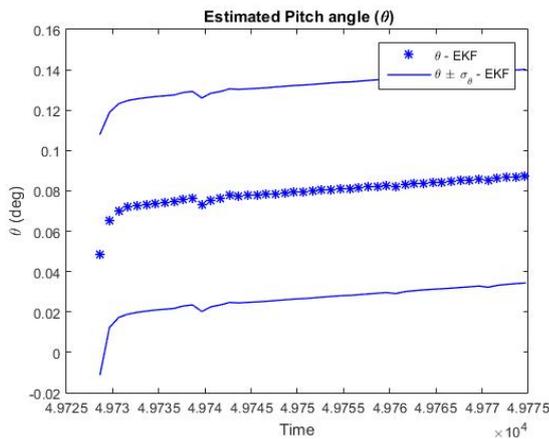


Figura 10 – Estimado angulo de pitch (\pm desvio padrão) a partir da primeira simulação

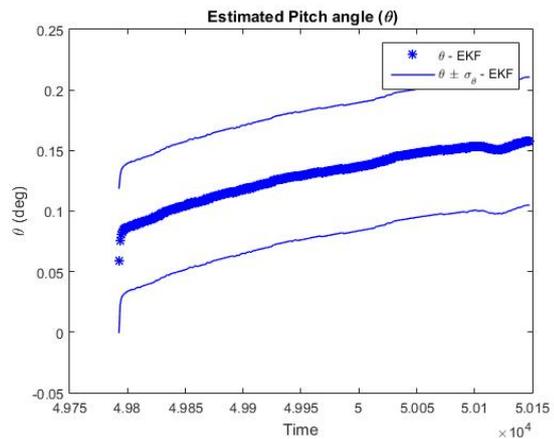


Figura 11 – Estimado angulo de pitch (\pm desvio padrão) a partir da segunda simulação

As figuras 8 e 9 mostram a variação do ângulo de roll ao longo do tempo, perceba que em 8 a variação mesmo com o desvio padrão é mínima, isso se deve ao fato de o tempo de dados discretos ser pequeno para notar a diferença, pois o roll está associado ao eixo x_0 do sistema ECI da figura 3, já para a segunda simulação existe uma notória mudança no roll que está associada pela quantidade de dados.

As figuras 10 e 11 mostram as variações no ângulo de pitch e seus devidos desvios padrões, Diferente do que acontece na figura 8 podemos verificar que o pitch se mantém com variações mínimas durante todo o tempo, o que condiz com a realidade pois está associado ao eixo y_0 que no sistema ECI é normal ao eixo de órbita da Terra.

As figuras 12 e 13 mostram uma mudança significativa de yaw (guinada) do satélite, isso se deve ao eixo z_0 necessitar de mais ajustes para a missão do CBERS-4.

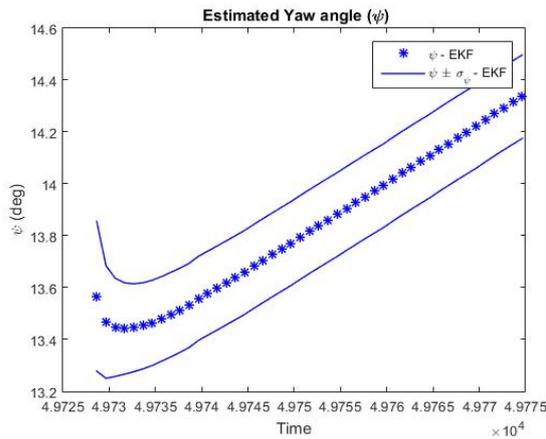


Figura 12 – Estimado angulo de yaw (\pm desvio padrão) a partir da primeira simulação

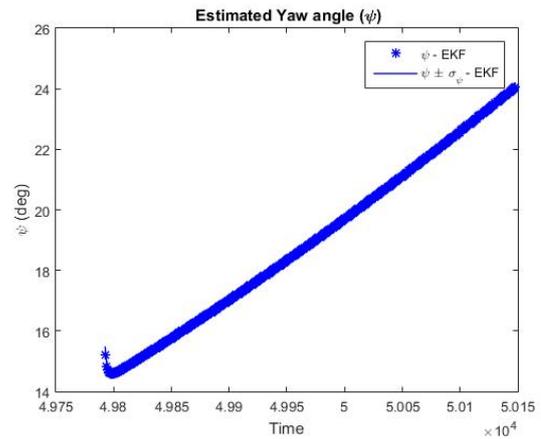


Figura 13 – Estimado angulo de yaw simulado a partir da segunda simulação

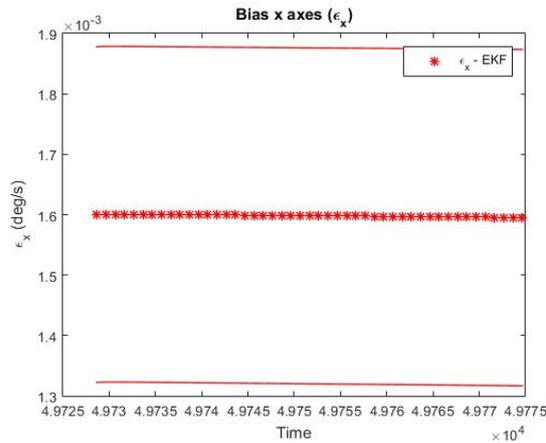


Figura 14 – Bias angulo X simulados a partir da primeira simulação

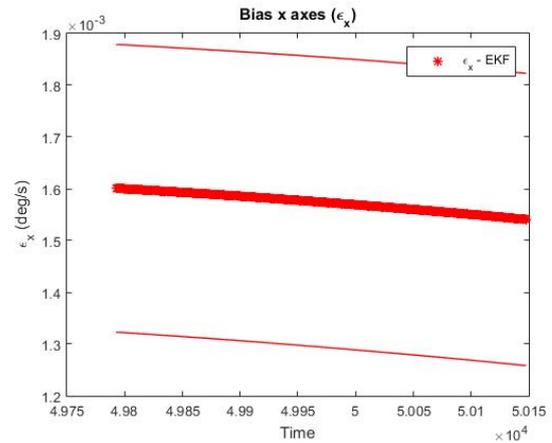


Figura 15 – Bias angulo X simulados a partir da segunda simulação

As figuras 14 e 15 mostram o Bias (erro de deriva do giroscópio) para o eixo x, podemos analisar desses gráficos que o erro é de ordem de 10^{-3} , o que culmina em uma precisão aceitável para o nosso objeto de estudo. Vale ressaltar também que o Bias permanece com uma certa constância, o que é muito bom se levarmos em conta as imperfeições associadas ao mecanismo que podem gerar erros maiores com o passar do tempo.

As figuras 16 e 17 mostram o Bias associado ao eixo y, podemos notar que o erro de 10^{-4} , o que torna notável a diferença com relação ao BIAS em X que possui uma ordem de grandeza de diferença.

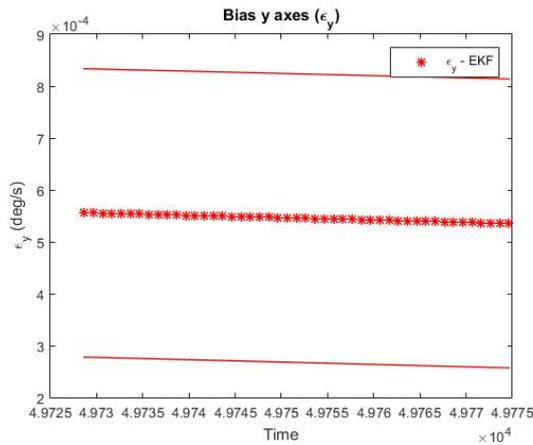


Figura 16 – Bias angulo Y simulados a partir da primeira simulação

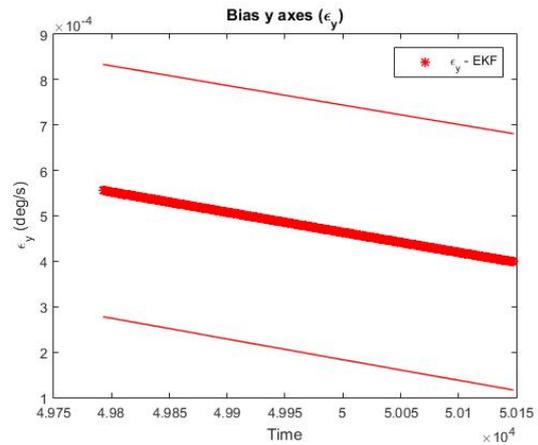


Figura 17 – Bias angulo Y simulados a partir da segunda simulação

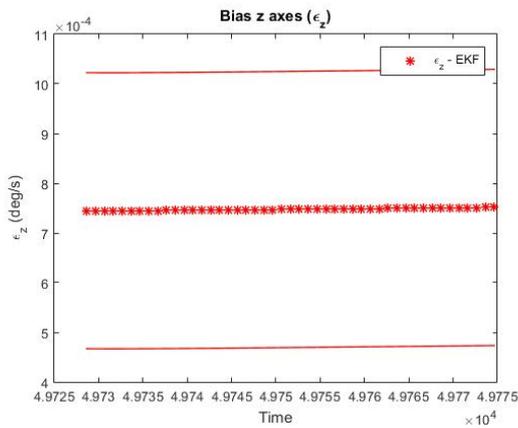


Figura 18 – Bias angulo Z simulados a partir da primeira simulação

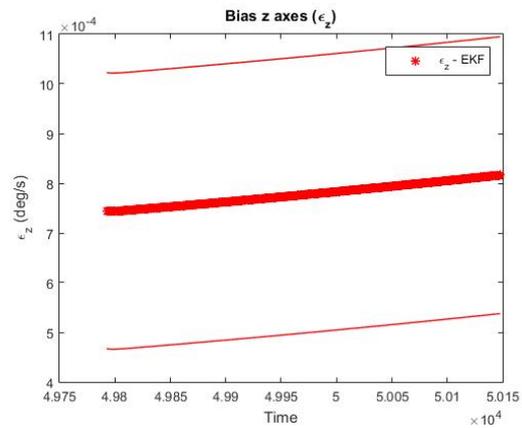


Figura 19 – Bias angulo Z simulados a partir da segunda simulação

As figuras 18 19 remetem ao Bias referente ao eixo z, que assim como o eixo y da figura 14 não possui variações consideráveis. Podemos concluir que o erro de deriva associado ao referencial ser voltado para a órbita é muito maior, mesmo que, havendo menor correção, se comparando as figuras de Yaw e Roll (eixo X e Z respectivamente).

Para as figuras 20 e 22 a tabela 2 mostra os valores médios (esperança) e desvio padrão, bem como o tempo de processamento desta simulação

Sensor	Esperança	Desvio padrão	Tempo [s]
DSS1	0	0	4.33380
DSS2	-15.6360	0.3502	4.33380
IRES1	-0.8198	0.0191	4.33380
IRES2	-0.1080	0.0067	4.33380

Tabela 2 – Relação entre Esperança desvio padrão e tempo de processamento dos resíduos a partir da primeira simulação

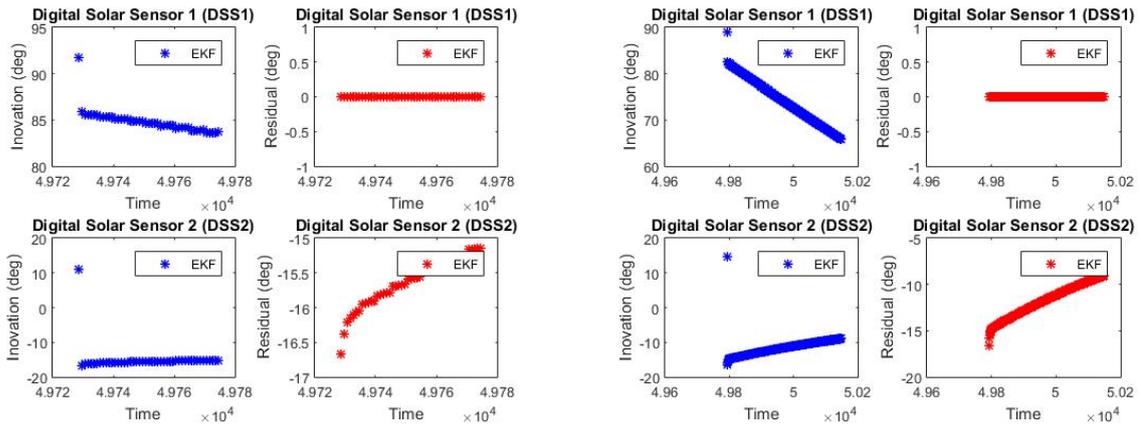


Figura 20 – Dados de residuo dos DSS1 e DSS2 a partir da primeira simulação

Figura 21 – Dados de residuo dos DSS1 e DSS2a partir da segunda simulação

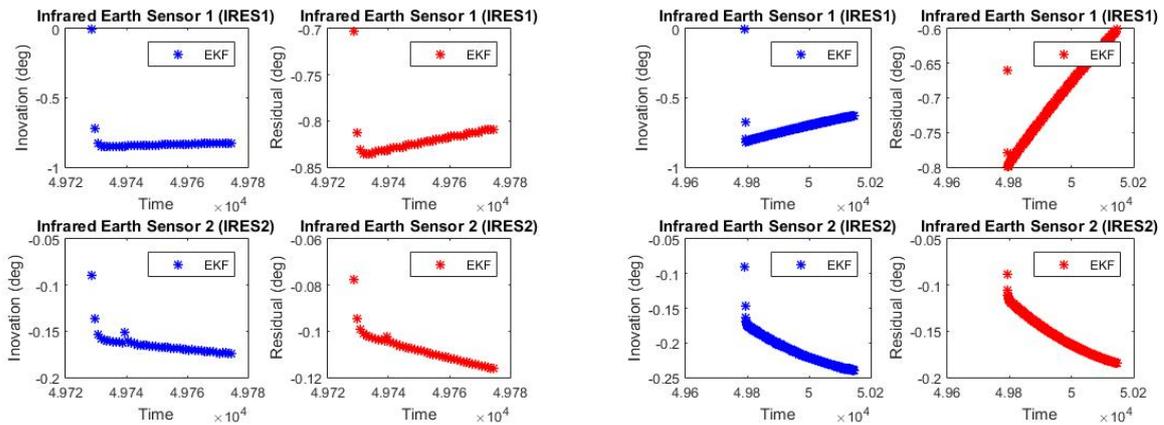


Figura 22 – Dados de residuo dos IRES1 e IRES2 a partir da primeira simulação

Figura 23 – Dados de residuo dos IRES1 e IRES2 a partir da segunda simulação

Os dados das figuras 21 e 23 não foram possíveis serem obtidos numericamente pois a matriz de dados é uma matriz singular.

As figuras 24 e 26 como não possuem um segundo filtro analisar não há muito o que comparar entre elas, porém analisando o trabalho de (SILVA; KUGA; ZANARDI, 2015) nas figuras 28 e 29 do trabalho é feita uma análise entre um Filtro H_{∞} e o Filtro de Kalman Estendido do CBERS-2, no qual podemos observar a semelhança dos resultados, observe que não existem diferenças discrepantes entre os dois modelos de satélite no quesito atitude.

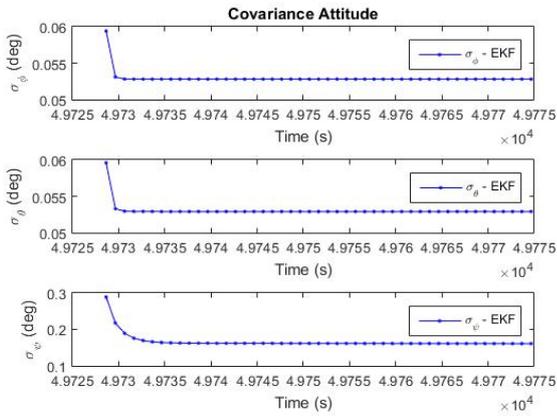


Figura 24 – Variância de atitude a partir da primeira simulação

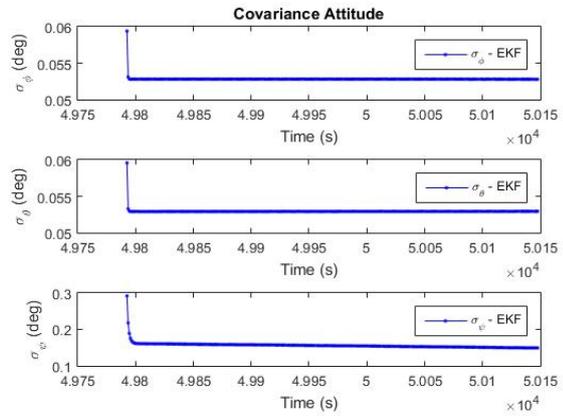


Figura 25 – Variância de atitude a partir da segunda simulação

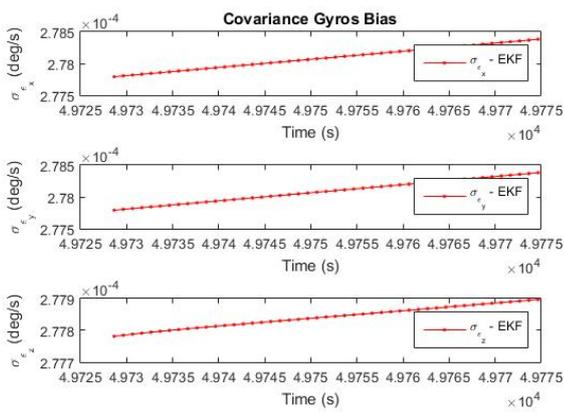


Figura 26 – Bias dos giros da variância a partir da primeira simulação

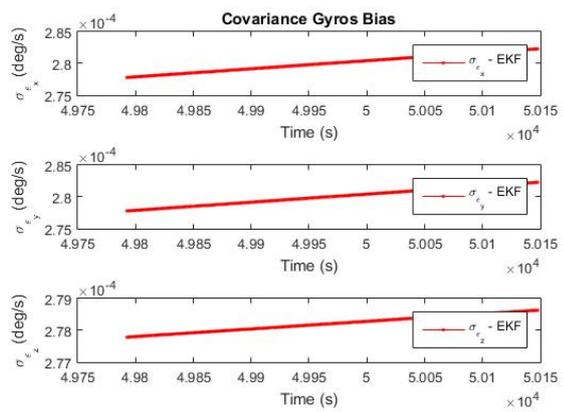


Figura 27 – Bias dos giros da variância a partir da segunda simulação

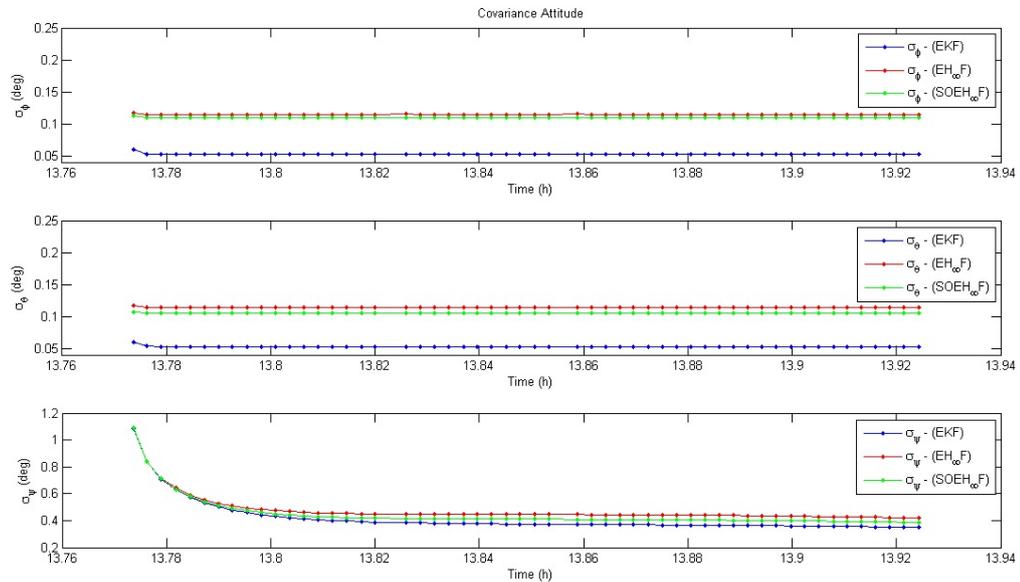


Figura 28 – Covariância da Atitude pelos Filtros H_{∞} Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido retirado de: (SILVA; KUGA; ZANARDI, 2015)

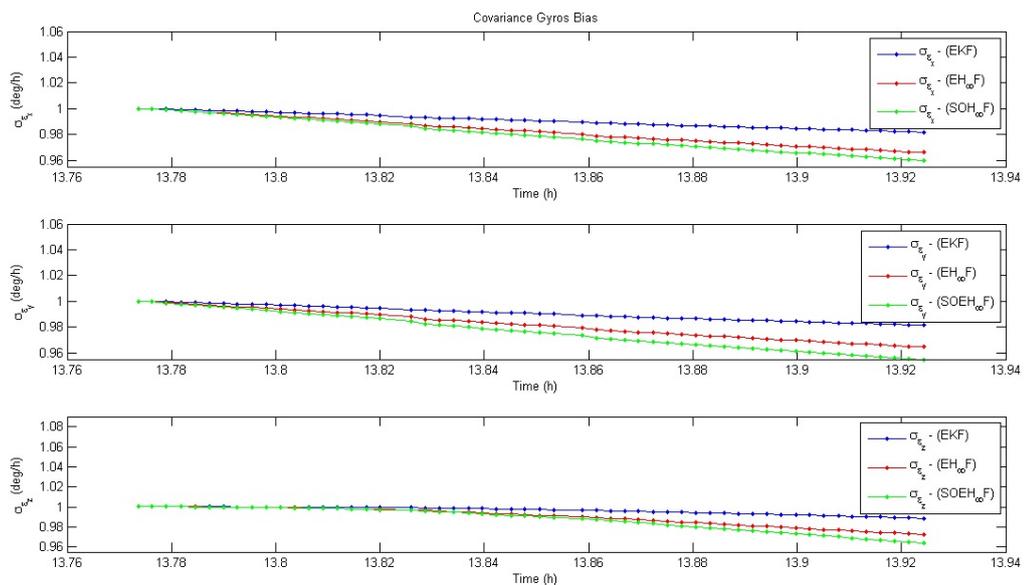


Figura 29 – Covariância dos Bias dos Giros pelos Filtros H_{∞} Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido retirado de: (SILVA; KUGA; ZANARDI, 2015)

8 Conclusão

Este trabalho teve como propósito demonstrar os primeiros passos matemáticos que deve-se ter para realizar uma simulação de atitude de satélite.

Para o início do estudo foi necessário adquirir dados do satélite, como: os tipos de sensores e seu modo de operação para depois averiguar quais sensores seriam necessários para determinar o estudo de caso, uma vez que muitos dos sensores utilizados pelo objeto de estudo (CBERS-4) não são úteis para esta avaliação.

Após uma análise dos dados e dos tipos de sensores foi verificado que os sensores necessários para o estudo de atitude eram o *Infrared Earth Sensor* (IRES) e o *Digital Sun Sensor* (DSS), de tal forma a facilitar a filtragem de dados fornecidos pelos diversos sensores. Posteriormente, foi realizada uma segunda filtragem removendo os saltos temporais de dados que estavam gerando ruídos no código.

Foi notória a codependência dos sensores e o sistema de referência adotado para poder ter entendimento sobre os dados e gráficos gerados, de tal forma a somente serem analisados após o entendimento do funcionamento dos sensores.

Foi possível verificar a eficácia do Filtro de Kalman Estendido (FKE), pois os dados não necessitavam de passos e dados antigos, apenas com o passo anterior foi possível utilizar este filtro de tal forma que as respostas geradas foram satisfatórias.

Recomenda-se que em estudos futuros esta simulação seja realizada utilizando o Método dos Quatérnions parcialmente apresentado neste TCC, de forma a averiguar a eficiência, se a teoria condiz com os movimentos realizados pelo corpo estudado e comparar os resultados obtidos, bem como a solução no código para matrizes singulares que venham a atrapalhar a análise numérica.

Referências

- CABRAL, E. L. L. *Robôs Industriais, Manuais, Projetos, Pesquisas de Mecatrônica*. [S.l.]:), em construção. Citado na página 38.
- CARRARA, V. *cinemática e dinâmica da atitude de satélites artificiais*. [S.l.]: Instituto Nacional de Pesquisas Aeroespaciais (INPE), 2012. Citado 3 vezes nas páginas 32, 37 e 42.
- CHOBOTOV, V. A. Spacecraft attitude dynamics and control. *Nasa Sti/recon Technical Report A*, v. 92, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 34.
- CRASSIDIS, J. L.; MARKLEY, F. L.; CHENG, Y. Survey of nonlinear attitude estimation methods. *Journal of guidance, control, and dynamics*, v. 30, n. 1, p. 12–28, 2007. Citado na página 31.
- FUMING, H.; KUGA, H. Cbers simulator mathematical models. *CBTT Project, CBTT/2000/MM/001*, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 46, 47 e 48.
- GARCIA, R. V.; KUGA, H.; ZANARDI, M. Filtro não-linear de kalman sigma-ponto com algoritmo unscented aplicado a estimativa dinâmica da atitude de satélites artificiais. *Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos/SP*, 2011. Citado 12 vezes nas páginas 32, 37, 39, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49 e 50.
- GONZALES, R. G. *Utilização dos métodos SDR e Filtro de Kalman para o controle de atitude de simuladores de satélites*. Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia . . . , 2009. Citado na página 49.
- HUGHES, P. C. *Spacecraft attitude dynamics*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- INPE. *Órbita do CBERS-4*. 2018. Disponível em: <<http://www.cbers.inpe.br/sobre/orbita/cbers3-4.php>>. Acesso em: 04 jun. 2019. Citado na página 35.
- INPE. *Câmeras Imageadoras CBERS-3 e 4*. 2019. Disponível em: <<http://www.cbers.inpe.br/sobre/cameras/cbers3-4.php>>. Acesso em: 04 jun. 2019. Citado na página 33.
- INPE. *relação CBT*. 2019. Disponível em: <<http://www.cbers.inpe.br/sobre/controle.php>>. Acesso em: 04 jun. 2019. Citado na página 36.
- JULIER, S. J.; UHLMANN, J. K. New extension of the kalman filter to nonlinear systems. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI*. [S.l.], 1997. v. 3068, p. 182–193. Citado na página 31.
- KRAFT, E. A quaternion-based unscented kalman filter for orientation tracking. In: IEEE CAIRNS, QUEENSLAND, AUSTRALIA. *Proceedings of the Sixth International Conference of Information Fusion*. [S.l.], 2003. v. 1, n. 1, p. 47–54. Citado na página 31.

- LEFFERTS, E. J.; MARKLEY, F. L.; SHUSTER, M. D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 5, n. 5, p. 417–429, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 42.
- NETO, A. M. M. da S. Comparação entre o filtro de kalman e filtro de partículas aplicados na robótica móvel. 2014. Citado na página 49.
- SILVA, W.; KUGA, H.; ZANARDI, M. O filtro h estendido de segunda ordem para estimação de atitude e bias de giros. 08 2015. Citado 3 vezes nas páginas 15, 59 e 61.
- SILVA, W. R. Filtro h-infinito estendido de segunda ordem e filtro de partículas regularizado com "roughening" aplicados na estimação de atitude de satélites artificiais. *Dissertação Doutorado - Instituto Nacional de Pesquisas Aeroespaciais (INPE)*, 2016. Citado 12 vezes nas páginas 15, 30, 32, 37, 38, 39, 45, 46, 47, 48, 50 e 53.
- SILVA, W. R.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Application of the extended h filter for attitude determination and gyro calibration. In: *24th AAS. In AIAA Space Flight Mechanics Meeting*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–15. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.
- SIMON, D. *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.
- WERTZ, J. R. *Spacecraft attitude determination and control*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 73. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- YANG, Y. *Spacecraft Modeling, Attitude Determination, and Control: Quaternion-based Approach*. [S.l.]: CRC Press, 2019. Citado 5 vezes nas páginas 31, 40, 41, 42 e 43.