



Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial

Modelagem e análise numérica da injeção de N_2O em motor de foguete híbrido de parafina

Autor: Renato de Brito do Nascimento Filho

Orientador: Prof.PhD Domenico Simone

Coorientador: Prof.PhD Olexiy Shynkarenko

Brasília, DF

2021



Renato de Brito do Nascimento Filho

Modelagem e análise numérica da injeção de N_2O em motor de foguete híbrido de parafina

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof.PhD Domenico Simone

Coorientador: Prof.PhD Olexiy Shynkarenko

Brasília, DF

2021

Renato de Brito do Nascimento Filho

Modelagem e análise numérica da injeção de N₂O em motor de foguete híbrido de parafina/ Renato de Brito do Nascimento Filho. – Brasília, DF, 2021-
138 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof.PhD Domenico Simone

Coorientador: Prof.PhD Olexiy Shynkarenko

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2021.

1. Propulsão Híbrida. 2. Óxido Nitroso. I. Prof.PhD Domenico Simone. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Modelagem e análise numérica da injeção de N₂O em motor de foguete híbrido de parafina

CDU 02:141:005.6

Renato de Brito do Nascimento Filho

Modelagem e análise numérica da injeção de N_2O em motor de foguete híbrido de parafina

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 17 de Novembro de 2021:

Prof.PhD Domenico Simone
Orientador

Prof.PhD Olexiy Shynkarenko
Coorientador

Prof.PhD Jungpyo Lee
Convidado 1

Brasília, DF
2021

Dedicatória.

Dedico esse trabalho à minha família, com quem pude contar em momentos difíceis e também compartilhar os momentos felizes. Dedico também aos meus amigos, que estiveram ao meu lado nessa jornada, a quem ajudei e de quem recebi ajuda para chegar até aqui. Em especial, dedico ao meu avô, Antônio Odali Pereira do Nascimento, que sempre se preocupou com minha educação e com meu futuro, te levo no coração sempre.

Agradecimentos

Quero agradecer primeiramente à minha família, que sempre confiou no meu potencial e me incentivou a batalhar pelo que eu acredito. Obrigado por sempre acreditarem em mim, até quando eu mesmo não acreditei, é graças a torcida e incentivo de vocês que cheguei até aqui.

Em especial, quero agradecer meus pais pela força que tiveram nos últimos anos, por nunca terem deixado de estar presente e dispostos a me dar conselhos e me ajudar a tomar decisões difíceis. Por compensarem minha falta de empolgação, em momentos de cansaço, com a empolgação de vocês com as minhas conquistas e por serem sempre meus melhores amigos.

Também quero fazer uma agradecimento especial aos meus avôs e avós, pois graças a vocês e os valores que me transmitiram eu pude me tornar o homem que sou e pude conquistar tudo que tenho até aqui. Ao meu avô, Antônio Odali, guardo você no coração sempre, essa conquista é por você e por tudo que dedicou à minha criação e educação.

Aos meus amigos, os que fiz durante o curso. Vocês foram a maior surpresa que a graduação me trouxe, eu não esperava criar vínculos tão fortes durante o curso e acabei encontrando uma segunda família. Só nós sabemos todos os desafios que passamos juntos e como pudemos apoiar uns aos outros, obrigado por me proporcionarem os melhores anos da minha vida. Obrigado a todos que estiveram ao meu lado nessa jornada: Bruna, Mateus, Lucas, Maurício, Caio, Priscila, Carlos e Isla. Nossa história começou aqui mas está longe de terminar. Obrigado pelo tempo que vocês dedicaram, por iniciativa de vocês, a me ajudar e me incentivar sempre que precisei.

Desses, um agradecimento especial para o minha namorada, Bruna. Você têm me incentivado a melhorar desde que eu te conheci, me ensinando a me amar, ser amado e a te amar. Você foi fundamental na minha jornada e eu só tenho a te agradecer pelo tanto que eu cresci ao seu lado.

Agradeço também aos meus irmãos que a vida me deu, amigos de longa data: Matheus e Guilherme. Minha maior felicidade é ter vocês na minha vida depois de tantos anos, poder contar com vocês e com seu apoio e torcida. Espero ter vocês por perto sempre. Guardo vocês no coração e agradeço pelos tantos anos de amizade.

Às equipes Capital Rocket Team (CRT) e Gama Cube Design (GCD), onde pude ter contato com atividades que vão além da sala de aula. Pude ter a oportunidade de conhecer pessoas que hoje são valiosas pra mim enquanto estava nessas equipes, além de acumular experiências únicas, no âmbito pessoal, acadêmico e profissional. Ao professor

Jungpyo Lee, que sempre apoiou a CRT e esteve ao nosso lado nos momentos cruciais. Sua confiança nos motivou a ser melhores e nos desenvolver mais. Ao professor William Reis, que acreditou na nossa iniciativa e nos permitiu criar a GCD.

Finalmente, agradeço aos professores do curso de Engenharia Aeroespacial, que tanto me ensinaram e que me deram oportunidades incríveis. Agradeço pelo seus esforços para o crescimento do curso e dos alunos. Em especial, gostaria de agradecer de agradecer os professores do Laboratório de Propulsão Química (CPL): Domenico Simone, Jungpyo Lee, Olexiy Shynkarenko, Artem Andrianov e Artur Bertoldi. A dedicação de vocês para com os trabalhos do laboratório possibilitou que muitos de nós pudéssemos ter ricas experiências durante a graduação e que pudéssemos desenvolver trabalhos e projetos que com certeza foram indispensáveis para nossa formação profissional. Ao meu orientador, Domenico Simone, obrigado pela paciência, parceria, ensinamentos e dedicação ao longo desses últimos anos de graduação. Meu crescimento significativo nos últimos anos devo ao seu auxílio e vontade de transmitir conhecimento.

Resumo

Sistemas de alimentação que fazem uso de propelentes auto-pressurizados são comumente empregados em sistema de propulsão híbrida, uma vez que apresentam uma maior facilidade de implementação em relação a sistema que necessitam de pressurização externa, por meio de gases inertes ou turbo-bombas. No entanto, o uso desse tipo de sistema requer propelentes que apresentam uma alta pressão de vapor à temperatura ambiente. O estudo desse tipo de sistema requer uma modelagem específica, que considere as mudanças nas propriedades termodinâmicas do propelente ao longo da operação do sistema. Neste trabalho serão discutidos e implementados alguns modelos disponíveis na literatura e que possibilitam uma análise de performance desse tipo de sistema. A metodologia empregar possibilitou compreender os efeitos do caráter transiente da performance do sistema de alimentação na performance geral do motor híbrido. Além da análise de performance, é feito um estudo da injeção de N_2O e seu caráter bifásico, através de uma simulação numérica 3D no *software FLUENT*, afim de reproduzir e compreender a interação entre o *spray* de oxidante e a fração de vapor que é injetada ao mesmo tempo.

Palavras-chaves: propulsão híbrida. óxido nitroso. 3D RANS. *blowdown*.

Abstract

Power systems that make use of self-pressurized propellants are commonly employed in hybrid propulsion systems, since they are easier to implement than systems that require external pressurization by means of inert gases or turbo pumps. However, the use of this type of system requires propellants that have a high vapor pressure at room temperature. The study of such a system requires specific modeling, which considers the changes in the thermodynamic properties of the propellant throughout the operation of the system. In this work we will discuss and implement some models available in the literature that allow a performance analysis of this type of system. The methodology employed makes it possible to understand the effects of the transient nature of the power system performance on the overall performance of the hybrid engine. Besides the performance analysis, a study of the N_2O injection and its two-phase character is done, through a 3D numerical simulation in the FLUENT software, in order to reproduce and understand the interaction between the oxidant spray and the vapor fraction that is injected at the same time.

Key-words: hybrid propulsion. nitrous oxide. 3D RANS. blowdown.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Configuração clássica de um sistema de propulsão híbrida.	33
Figura 2 – Sistema de propulsão integrado com a estrutura do micro satélite. . . .	35
Figura 3 – Motor híbrido da plataforma SARA a) modelo de engenharia b) teste realizado na bancada do CPL.	36
Figura 4 – Modelo conceitual de orifício simples usado como geometria base. Quantidades de interesse para a modelagem mostradas na figura.	38
Figura 5 – Propriedades de líquido e vapor do N ₂ O calculadas através do NIST Webbook para a) pressão b) massa específica c) entalpia d) entropia. .	39
Figura 6 – \dot{m}_{INC} vs. ΔP assumindo líquido incompressível para várias pressões à montante de N ₂ O saturado ($D_2 = 1,5$ mm, $C_d = 0,75$).	42
Figura 7 – \dot{m}_{INC} vs. P_2 assumindo líquido incompressível para várias pressões à montante de N ₂ O saturado ($D_2 = 1,5$ mm, $C_d = 0,75$).	43
Figura 8 – Cd vs Re para orifícios de injetores com seção de entrada de arestas vivas ($K = 2,28$) para várias razões L/D, na região de escoamentos turbulentos.	45
Figura 9 – \dot{m}_{GPcrit} vs. $\frac{P_2}{P_1}$ para vapor de N ₂ O a 293 K para uma faixa de pressões à montante ($D_2 = 1,5$ mm, $C_d = 0,75$).	48
Figura 10 – Variação com a temperatura dos calores específicos e γ do vapor de N ₂ O calculadas através do NIST <i>Webbook</i> : a) C_P b) C_V c) γ	49
Figura 11 – Histórico de pressão estática em um orifício do injetor para (a) propelente com baixa pressão de vapor e (b) propelente com alta pressão de vapor.	51
Figura 12 – Taxas de vazão mássica de dióxido do carbono saturado para uma faixa de pressões na saída do orifício.	52
Figura 13 – Previsão de taxa de vazão mássica crítico utilizando o modelo <i>Homogeneous Equilibrium</i> , para óxido nitroso líquido saturado inicialmente a uma pressão de 730 psia (5,03 MPa), correspondente a temperatura ambiente de aproximadamente 293 K.	54
Figura 14 – Diagrama P- ρ para o óxido nitroso mostrando a extensão das curvas isotérmicas e isentrópicas na região metaestável.	56
Figura 15 – Forças aerodinâmicas e tensão superficial agindo na gota de propelente.	61
Figura 16 – Regiões de atomização em função dos números adimensionais Re , We e Oh	62
Figura 17 – Volume de controle para a análise unidimensional e em regime permanente da conservação de energia.	65

Figura 18 – Vaporização de uma gota de líquido em um meio quiescente, onde se assume que a temperatura da superfície da gota está próxima da temperatura de ebulição do líquido.	69
Figura 19 – Balanço de energia para a fase gasosa.	72
Figura 20 – Balanço de energia para a interface fase gasosa-superfície da gota.	72
Figura 21 – Esquemático do modelo do tanque com a estratificação da fases.	84
Figura 22 – Entropia específica vs. massa específica do fluido.	86
Figura 23 – Representação da simetria axial para o volume de controle do MFPH.	89
Figura 24 – Fluxograma do algoritmo utilizado.	91
Figura 25 – Seção transversal do domínio fluido considerado.	93
Figura 26 – Geometria da placa injetora.	94
Figura 27 – Volume fluido modelado.	95
Figura 28 – Definição da região periódica.	95
Figura 29 – Divisão do domínio em volumes menores para o melhor controle da malha na região interna.	96
Figura 30 – Seção de corte na malha mostrando como foi feito o refino da região interna.	96
Figura 31 – Seção de corte na malha mostrando como foi feito o refino da região próxima aos orifícios na pré-câmara.	97
Figura 32 – Modelo simplificado do processo de combustão no MFPH controlado por difusão, ilustrando a zona de chamas embutida dentro da camada limite de combustível.	98
Figura 33 – Destaque da superfície de entrada de combustível.	100
Figura 34 – Destaque das superfícies de entrada de oxidante líquido e gasoso.	101
Figura 35 – Saída do domínio.	102
Figura 36 – Seção transversal do MFPH.	107
Figura 37 – Curvas de empuxo e pressão na câmara de combustão em função do tempo de operação do sistema ($\dot{m}_{ox} = cte.$).	109
Figura 38 – Variação no tempo para a) C^* e b) I_{sp} ($\dot{m}_{ox} = cte.$).	109
Figura 39 – Variação no tempo para a) G_{ox} b) \dot{r} c) \dot{m}_f d) O/F ($\dot{m}_{ox} = cte.$).	110
Figura 40 – Propriedades no tanque de oxidante: a) T_1 e b) P_1 c) \dot{m}_{ox} ($P_2 = 1.01325Bar$).	112
Figura 41 – Queda de a) temperatura e b) pressão no tanque de oxidante.	113
Figura 42 – Variação das curvas a) \dot{m}_{ox} e b) Empuxo c) Pressão na câmara de combustão durante a operação nominal do MFPH.	114
Figura 43 – Variação durante tempo de vazão de oxidante líquido para a) G_{ox} b) \dot{r} c) \dot{m}_f d) \dot{m}_p	115
Figura 44 – Variação durante tempo de vazão de oxidante líquido para a) razão O/F b) C^* c) I_{sp}	116

Figura 45 – Curvas de variação das propriedades do oxidante no tanque a) Pressão b) Temperatura.	118
Figura 46 – Variação no motor do SARA para a) Pressão na câmara de combustão b) Empuxo c) Queda de pressão através do injetor durante a operação nominal do MFPH.	119
Figura 47 – Variação durante tempo de vazão de oxidante líquido do motor do SARA para a) \dot{m}_{ox} b) \dot{m}_f c) G_{ox} d) \dot{r}	120
Figura 48 – Curvas de variação das propriedades do oxidante no tanque a) Raio do grão b) Razão O/F.	121
Figura 49 – Campo de escoamento colorido por temperatura estática a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.	124
Figura 50 – Campo de escoamento colorido por temperatura estática, vista lateral a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.	125
Figura 51 – Campo de escoamento colorido por velocidade a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.	126
Figura 52 – Campo de escoamento colorido por velocidade a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.	127
Figura 53 – Campo de escoamento colorido pela fração mássica de C_2H_4 a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.	128
Figura 54 – Campo de escoamento colorido pela fração mássica de N_2O a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.	129
Figura 55 – Campo de escoamento colorido pela fração mássica de CO_2 a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.	130
Figura 56 – Tempo de residência das gotas de N_2O	131
Figura 57 – Linhas de fluxo coloridas pela taxa de vaporização das gotas.	132

Lista de tabelas

Tabela 1 – Hipóteses utilizadas para o desenvolvimento da equação da energia de Shvab-Zeldovich.	69
Tabela 2 – Quantidades físicas do N_2O líquido usadas para o modelo de vaporização.	76
Tabela 3 – Quantidades físicas do N_2O gasoso usadas para o modelo de vaporização.	77
Tabela 4 – Dimensões do domínio, em milímetros.	93
Tabela 5 – Dimensões do injetor do modelo computacional.	94
Tabela 6 – Quantidades físicas usadas para o N_2O líquido.	101
Tabela 7 – Entrada de oxidante.	102
Tabela 8 – Composição das espécies na saída.	103
Tabela 9 – Parâmetros de performance.	107
Tabela 10 – Parâmetros do sistema de alimentação do MFPH para pequeno satélite.	108
Tabela 11 – Parâmetros de balística interna.	108
Tabela 12 – Configuração da placa injetora.	111
Tabela 13 – Resultados para os cálculos do coeficiente de descarga.	112
Tabela 14 – Valores de referência do motor do SARA.	117
Tabela 15 – Valores estimados para o motor do SARA.	118
Tabela 16 – Valores médios do blowdown do motor do SARA.	121
Tabela 17 – Entrada de oxidante.	122
Tabela 18 – Entrada de combustível.	123
Tabela 19 – Saída do domínio.	123
Tabela 20 – Comparação dos resultados dos modelos de vaporização analítico e numérico.	132

Lista de abreviaturas e siglas

CEA	<i>Chemical Equilibrium with Applications</i>
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional
CPL	<i>Chemical Propulsion Laboratory</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
EDP	Equação Diferencial Parcial
HEM	<i>Homogeneous Equilibrium Model</i>
LEO	<i>Low Earth Orbit</i>
LES	<i>Large-Eddy Simulation</i>
LOx	Oxigênio líquido
MFPH	Motor de Foguete à Propelente Híbrido
MPT	Modelo de Pressão Transiente
NIST	<i>National Institute of Standards and Technology</i>
NHNE	<i>Non-Homogenous Non-Equilibrium</i>
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
SARA	Satélite de Reentrada Atmosférica
SIA	<i>Scuola di Ingegneria Aerospaziale</i>
SMD	Diâmetro Médio de Sauter
UnB	Universidade de Brasília
URANS	<i>Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>

Lista de símbolos

A_1	Área ocupada pelo fluido à montante do orifício do injetor
A_1	Área da saída do orifício do injetor
A_{inj}	Área de injeção
A_{pc}	Área da porta de combustão
A_t	Área da garganta da tubeira do motor
a	Coefficiente da taxa de regressão
B	Número de Spalding
C_d	Coefficiente de descarga
C_F	Coefficiente de empuxo
CO_2	Dióxido de Carbono
C_P	Calor específico à pressão constante
$cte.$	Constante
C_V	Calor específico à volume constante
C^*	Velocidade característica
D	Difusividade binária
D_2	Diâmetro de saída do injetor
d_o	Diâmetro do orifício de injeção
e	Energia interna específica
f	Fator de atrito de Darcy
G_{ox}	Fluxo mássico de oxidante
g_o	Aceleração da gravidade
\mathcal{H}	Coefficiente de troca de calor por convecção
H_2O_2	Peróxido de hidrogênio

h	Entalpia específica
h_{fg}	Calor latente
I_{sp}	Impulso específico
\bar{I}_{sp}	Impulso específico médio
I_t	Impulso total
K	Constante de perda de pressão
\mathcal{K}	Constante de vaporização
k	Fator de não-equilíbrio do modelo NHNE
k_B	Constante de Boltzmann
L	Comprimento
Le	Número de Lewis
L/D	Razão de aspecto do injetor
m_0	Massa inicial de propelente
\dot{m}_{inc}	Taxa de vazão mássica do modelo de líquido incompressível
\dot{m}_f	Taxa de vazão mássica de combustível
\dot{m}_{GP}	Taxa de vazão mássica do modelo de Gás Perfeito
\dot{m}_{HEM}	Taxa de vazão mássica do modelo HEM
\dot{m}_{NHNE}	Taxa de vazão mássica do modelo NHNE
\dot{m}_{ox}	Taxa de vazão mássica de oxidante
\dot{m}_p	Taxa de vazão mássica de propelente
\dot{m}''	Fluxo de massa
N_2O	Óxido Nitroso
N_2O_4	Tetróxido de nitrogênio
n	Expoente do fluxo mássico de oxidante
O/F	Razão de mistura de oxidante por combustível
Oh	Número de Ohnesorge

P_1	Pressão do fluido à montante do injetor
P_2	Pressão do fluido à jusante do injetor
P_c	Pressão crítica
P_v	Pressão de vapor
\dot{Q}	Fluxo de calor
R	Constante dos Universal dos Gases
Re	Numero de Reynolds
\dot{r}	Taxa de regressão
S	Entropia total
s	Entropia específica
S_0	Entropia total inicial
s_0	Entropia específica inicial
s_L	Entropia específica da fase líquida
s_V	Entropia específica de vapor
T	Empuxo
T_1	Temperatura do fluido à montante do injetor
T_c	Temperatura crítica
t	Tempo
t_d	Tempo de vida da gota
u	Velocidade de escoamento
V_{tanque}	Volume do tanque
v	Volume específico
x_0	Fração de vapor inicial
x_1	Fração de vapor no tanque
x_2	Fração de vapor na saída do injetor
We	Número de Weber

Y	Fração de massa na mistura
Z	Fator de compressibilidade
z	Altura
α	Difusividade térmica
ΔP	Diferença de pressão
Δt	Intervalo de tempo
γ	Razão de calores específicos
λ	Condutividade térmica
μ	Viscosidade dinâmica
ν	Viscosidade cinemática
ρ_1	Massa específica do fluido à montante do injetor
ρ_2	Massa específica do fluido à jusante do injetor
ρ_c	Massa específica crítica
ρ_L	Massa específica da fase líquida
ρ_V	Massa específica de vapor
σ	Tensão superficial
ϕ	Qualquer propriedade termodinâmica intensiva
τ_b	Tempo de crescimento da bolha de vapor
τ_r	Tempo de residência
ϱ	Diâmetro da molécula

Sumário

	Introdução	27
0.1	Objetivos	28
0.1.1	Objetivo geral	28
0.1.2	Objetivos específicos	28
I	REFERENCIAL TEÓRICO	31
1	PROPULSÃO HÍBRIDA	33
1.1	Projeto UnB-SIA	35
1.2	Projeto SARA	35
2	MODELAGEM DO DESEMPENHO DO SISTEMA DE ALIMENTAÇÃO AUTO-PRESSURIZADO	37
2.1	Óxido Nitroso	38
2.2	Escoamento monofásico em injetores	40
2.2.1	Taxa de vazão mássica de líquido incompressível	40
2.2.2	Efeitos da geometria da seção de entrada (perdas viscosas)	44
2.2.3	Escoamento de vapor: Modelo de Gás Perfeito	46
2.3	Modelos de escoamento bifásico	50
2.3.1	Modelo homogêneo equilíbrio (HEM)	53
2.3.2	Modelo não-homogêneo e não-equilíbrio (NHNE)	55
2.4	Modelagem do esvaziamento do tanque de oxidante	57
3	ANÁLISE COMPUTACIONAL DA INJEÇÃO DE N₂O LÍQUIDO	59
3.1	Modelagem analítica	59
3.1.1	Tamanho da gota injetada	60
3.1.2	Atomização	61
3.1.3	Conceitos de transferência de massa e equações de conservação	63
3.1.4	Modelo de vaporização da gota	69
3.1.5	Cálculo das propriedades termodinâmicas e de transporte	75
3.2	Modelagem numérica	77
3.2.1	Dinâmica dos Fluidos Computacional	77
3.2.2	Modelagem do escoamento	78
3.2.2.1	Fase gasosa contínua	78
3.2.2.2	Fase líquida discreta	79

II	METODOLOGIA	81
4	IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE ANÁLISE DE PERFORMANCE	83
4.1	Performance do MFPH	83
4.2	Modelo adiabático de entropia bifásica	83
4.2.1	Condições iniciais	84
4.2.2	Algoritmo de vazão bifásica	85
4.2.3	Algoritmo de vazão de vapor	87
4.3	Cálculos de performance do MFPH	87
4.4	Modelo de pressão transiente	89
4.5	Algoritmo de performance completo	91
4.6	Redimensionamento da área de injeção	92
5	MODELO COMPUTACIONAL	93
5.1	Geometria	93
5.2	Malha	96
5.3	Condições de contorno	97
5.3.1	Modelo químico	98
5.3.2	Entrada de combustível	99
5.3.3	Entrada de oxidante	100
5.4	Saída do domínio	102
III	RESULTADOS	105
6	RESULTADOS E ANÁLISE	107
6.1	Curvas de performance considerando \dot{m}_{ox} constante	107
6.2	Curvas de performance considerando variação da \dot{m}_{ox}	111
6.2.1	Teste à frio (<i>blow-down</i>)	111
6.2.2	Teste à quente	113
6.3	Análise de <i>blowdown</i> para o motor do SARA	117
6.4	Análise numérica da injeção de N₂O para o motor do SARA	122
6.4.1	Campos de escoamento	123
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	133
	REFERÊNCIAS	135

Introdução

O uso de propelentes saturados para sistemas de alimentação auto-pressurizados são uma alternativa aos sistemas que comumente utilizam gases inertes em alta pressão, turbobombas ou bombas elétricas para pressurizar o propelente. Esse tipo de sistema é mais simples, do ponto de vista de peso do sistema e complexidade dos componentes, por não necessitar de atuadores pneumáticos ou mecânicos para pressurização dos propelentes. No entanto, sistemas de alimentação auto-pressurizados, por utilizarem fluidos saturados, possuem uma contínua variação de propriedades termodinâmicas ao longo de sua operação, pois à medida que ocorre o esvaziamento do tanque de armazenamento, a fase líquida do fluido se transforma em vapor, essa mudança na fração de vapor da mistura provoca variações na pressão interna do tanque e na densidade do fluido, parâmetros chave para que seja possível descrever com precisão o processo de fornecimento do propelente. Dessa forma, a modelagem do escoamento para propelentes auto-pressurizados, em especial o óxido nitroso (N_2O), é complexa se feita analiticamente e requer algumas adaptações à tradicional equação de estado para gases reais ([WHITMORE; CHANDLER, 2010](#)).

O óxido nitroso faz parte de uma classe de propelentes que estão saturados à temperatura ambiente e apresentam alta pressão de vapor saturado, por volta de 60 Bar à temperatura 300 K ([LEMMON; HUBER; MCLINDEN, 2007](#)), por esse motivo o N_2O é uma ótima opção para ser utilizado como oxidante nesse tipo de sistema, além de apresentar baixa toxicidade e baixo custo, como também propriedades de manuseio relativamente seguras, além de ser considerado um propelente verde (cujo produto de combustão não é poluente), motivos que o tornam uma opção viável para pesquisas universitárias ([CAMPBELL; MACKLIN; THICKSTEN, 2012](#)). Um exemplo é o projeto que vem sendo desenvolvido pela *Scuola di Ingegneria Aerospaziale* da *Università di Roma-La Sapienza* em parceria com a Universidade de Brasília. O projeto estuda a viabilidade de utilizar um sistema de propulsão híbrida como forma de realizar a manobra de inserção de um micro satélite na órbita de Marte ([DOMINGOS, 2020](#)). Esse sistema será analisado neste trabalho, com ênfase na descrição da performance do sistema de alimentação auto-pressurizado e seu impacto na performance do Motor de Foguete a Propelente Híbrido (MFPH).

Este trabalho é dividido em três partes: Referencial Teórico, Metodologia e Resultados. A primeira é uma pesquisa de referencial bibliográfico, que reúne e discute os principais modelos usados no cálculo da taxa de vazão mássica de propelentes e os tipos de modelagem disponíveis para análise de performance de sistemas de alimentação auto-pressurizados. A segunda apresenta como os modelos podem ser acoplados e usados para formular um algoritmo a ser implementados com o objetivo de obter as curvas de performance do MFPH. A terceira parte apresenta os resultados do algoritmo para um

MFPH que utiliza como par propelente N_2O /Parafina e discute os diferentes resultados que podem ser obtidos a partir dos modelos.

Outro projeto de MFPH é o motor desenvolvido pelo Laboratório de Propulsão Química (*Chemical Propulsion Laboratory - CPL*) da Universidade de Brasília, pensado para ser o sistema de indução de reentrada da plataforma orbital denominada Satélite de Reentrada Atmosférica (SARA), a ser colocada em órbita terrestre baixa de 300 km (LEO) (ANDRIANOV et al., 2015; BERTOLDI, 2018). O MFPH projetado para a plataforma SARA será também utilizado para as análises deste trabalho, onde a mesma metodologia aplicada ao MFPH do projeto de Domingos (2020) será usada no motor do SARA para definir parâmetros que serão utilizados para realizar uma simulação computacional, com o objetivo de estudar o desenvolvimento do oxidante após o sistema de alimentação, já dentro da câmara de combustão, considerando também a existência de duas fases do oxidante injetadas.

0.1 Objetivos

0.1.1 Objetivo geral

O trabalho tem como objetivo principal realizar um estudo, modelagem e análise da injeção de N_2O em MFPHs, levando em consideração a ocorrência de escoamento bifásico, e como as características únicas desse tipo de oxidante impactam no desempenho do sistema de propulsão, comparando os resultados obtidos com parâmetros de projeto e experimentais dos motores analisados, afim de avaliar a eficiência do modelo desenvolvido em prever o comportamento do motor.

0.1.2 Objetivos específicos

Tanto para construir o modelo de análise de desempenho quanto para avaliar sua eficiência e como o uso desse tipo de análise pode auxiliar na fase de projeto de MFPHs, o trabalho é dividido em etapas que compreendem alguns objetivos específicos, apresentados abaixo:

1. Realizar um estudo das características do oxidante saturado e da problemática do uso de sistemas de alimentação auto-pressurizados;
2. Realizar um estudo sobre modelos de cálculo de vazão mássica afim de selecionar o que melhor atende as necessidades do modelo;
3. Realizar um estudo sobre modelos de descrição do processo de esvaziamento do tanque e selecionar o que melhor se aplica ao problema proposto;

4. Implementar o modelo de *blowdown* para análise de desempenho de MFPHs e aplicar à projetos de motores híbridos;
5. Fazer uma comparação entre os resultados do modelo de *blowdown* e modelos mais simples de análise de desempenho (considerando condições constantes no sistema de alimentação);
6. Melhorar o modelo de *blowdown* com o uso de um modelo capaz de capturar o efeito de pressurização da câmara de combustão;
7. Propor uma metodologia para uso dos resultados do modelo de *blowdown* para definir as condições de contorno a serem aplicadas em uma simulação numérica 3D, afim de estudar a injeção bifásica de N_2O ;
8. Realizar um estudo de modelos analíticos de vaporização de gotas em motores de combustão interna, com o objetivo de obter valores de referência para avaliar os resultados da simulação numérica;
9. Realizar uma simulação numérica 3D da injeção do oxidante, considerando as duas fases (líquida e gasosa);
10. Avaliar o metodologia proposta para definição das condições de contorno da simulação numérica.

Parte I

Referencial Teórico

1 Propulsão Híbrida

A propulsão híbrida combina características de ambos os sistemas de propulsão líquido e sólido. A configuração mais comum em sistemas híbridos utiliza o oxidante armazenado em tanques, na fase líquida ou de vapor, e um grão combustível sólido inserido na câmara de empuxo. Sistemas híbridos reversos, que utilizam combustíveis na fase líquidos e oxidante na fase sólida, não costumam ser utilizados, devido a baixa performance e falta de oxidantes sólidos.

A operação desse tipo de sistema inicia-se com a abertura de uma válvula de controle de fluxo e da ativação de um sistema de ignição. O oxidante é levado à câmara de combustão, por diferença de pressão, onde passa através dos produtos de ignição e, na sua fase gasosa, reage com o grão combustível. Devido a esse processo, uma vantagem desse sistema é a capacidade de controle de empuxo, semelhante aos sistemas de propulsão líquida, através de válvulas de controle de fluxo de oxidante. A Figura 1 mostra um exemplo da configuração de um sistema de propulsão híbrida.

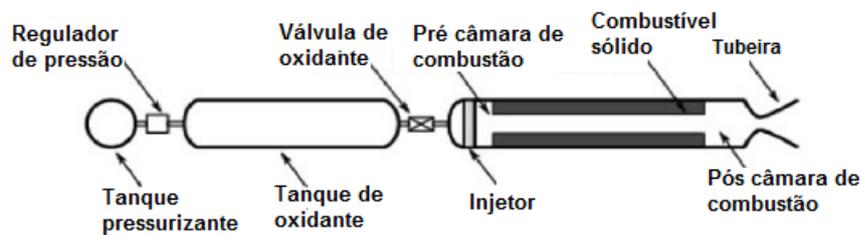


Figura 1 – Configuração clássica de um sistema de propulsão híbrida.

Fonte: Adaptado de [Greatrix \(2014\)](#)

Uma forma de comparar a performance de diferentes sistemas de propulsão é através de um parâmetro de performance, como o impulso específico (I_{sp}), definido na Eq. 1.1:

$$I_{sp} = \frac{I_t}{m_p g_o} \quad (1.1)$$

onde I_t é o impulso total, m_p é a massa de propelente e g é a aceleração da gravidade ao nível do mar ($9,81 \text{ m/s}^2$). O impulso específico pode ser descrito como o impulso fornecido por unidade de peso de propelente. Sob as condições de empuxo (T) e taxa de vazão mássica de propelente (\dot{m}_p) constantes, o I_{sp} pode ser calculado através da Eq. 1.2:

$$I_{sp} = \frac{T}{\dot{m}_p g_o} \quad (1.2)$$

Foguetes híbridos exibem uma melhora na performance em relação a foguetes sólidos, com relação ao I_{sp} , chegando a demonstrar performances próximas ao de foguetes líquidos (KARABEYOGLU et al., 2011).

De acordo com o trabalho de Marxman e Gilbert (1963), um parâmetro importante a ser considerado no estudo da combustão em motores de foguete híbrido é a taxa de regressão (\dot{r}) do grão combustível, definida como na Eq. 1.3:

$$\dot{r} = aG_{ox}^n \quad (1.3)$$

onde G_{ox} é o fluxo mássico de oxidante através da porta de combustão, a é o coeficiente de taxa de regressão e n é o expoente da taxa de regressão, ambos definidos de forma empírica e dependendo do propelente empregado.

A propulsão híbrida apresenta algumas vantagens e desvantagens em relação aos sistemas de propulsão líquido e sólido, algumas dessas são listadas abaixo:

Vantagens da propulsão híbrida:

- Oxidante e combustível são armazenados em fases diferentes, o que torna o sistema mais seguro, já que previne a mistura e ignição acidental dos propelentes;
- Menor complexidade e custo de implementação em relação à propulsão líquida;
- Mais compacto que os sistemas de propulsão líquida;
- Controle ativo de empuxo através de válvula de controle de fluxo de oxidante;
- Maior I_{sp} que sistemas de propulsão sólida;
- Menor impacto ambiental, no geral.

Desvantagens da propulsão híbrida:

- Combustíveis apresentam baixa taxa de regressão, dificultando que se atinga altos níveis de empuxo;
- Mudança da razão de mistura de oxidante por combustível O/F , devido a mudança de área do grão combustível à medida que é consumido;
- Menor desenvolvimento tecnológico e estudos realizados ao longo dos anos (WAXMAN et al., 2013);
- Instabilidades de combustão ainda não são muito bem compreendidas (devido à falta de desenvolvimento) (WAXMAN et al., 2013).

1.1 Projeto UnB-SIA

Um dos objetos de análise neste trabalho é o projeto que vem sendo desenvolvido pela *Scuola di Ingegneria Aerospaziale* da *Università di Roma-La Sapienza* em parceria com a Universidade de Brasília. O objetivo do projeto é inserção de um micro satélite na órbita de marte, utilizando um sistema de propulsão híbrida para frear o micro satélite. A configuração proposta por (DOMINGOS, 2020) para este sistema está ilustrada na Fig. 2:



Figura 2 – Sistema de propulsão integrado com a estrutura do micro satélite.
Fonte: Adaptado de Domingos (2020)

Com pode ser visto na Fig. 2, o sistema conta com dois tanques de armazenamento de oxidante e quatro câmaras de empuxo, dispostos internamente na estrutura do satélite. Para o estudo de performance realizada neste trabalho, um sistema equivalente ao proposto no projeto será analisado, considerando a performance de um motor e um tanque, porém mantidos os requisitos de performance do sistema original. Essa simplificação pode ser realizada assumindo que um tanque de oxidante contém volume equivalente a quantidade total de oxidante que será fornecido à somente uma câmara de empuxo.

As próximas seções procuram discutir os modelos que serão empregados com o objetivo de aprimorar o entendimento sobre a performance desse sistema, utilizando como par propelente o óxido nítrico e a parafina.

1.2 Projeto SARA

O Satélite de Reentrada Atmosférica é uma plataforma orbital que opera em órbita circular baixa (300 km), possibilitando que experimentos científicos e tecnológicos

sejam realizados em ambiente de microgravidade, por um período de até 10 dias. Após a fase orbital, a plataforma deve realizar a reentrada na atmosfera terrestre. O sistema responsável pelo decréscimo na velocidade orbital da plataforma e consequente reentrada atmosférica é o MFPH proposto pelo CPL, cujo modelo de engenharia é mostrado na Fig. 3a.



(a)



(b)

Figura 3 – Motor híbrido da plataforma SARA a) modelo de engenharia b) teste realizado na bancada do CPL.

Fonte: (CPL, 2021).

O projeto com o motor do SARA possibilitou que muitos outros projetos fossem desenvolvidos na UnB, com pesquisas sobre sistemas de ignição tipo tocha, sistemas de controle de empuxo, materiais para proteção térmica de motores híbridos, componentes do motor feitos de materiais compostos, entre outros (CPL, 2021). A Figura 3b mostra um ensaio estático da operação do motor, realizada na bancada de testes do CPL.

2 Modelagem do desempenho do sistema de alimentação auto-pressurizado

Um oxidante comumente utilizado na propulsão híbrida é o óxido nitroso. Algumas outras vantagens do uso de óxido nitroso que o tornam competitivo para o uso em propulsão híbrida são sua baixa toxicidade, em comparação com outros oxidantes como o tetróxido de nitrogênio (N_2O_4) e o peróxido de hidrogênio (H_2O_2), seu armazenamento é simples em comparação com propelentes mais usados como o oxigênio líquido (LOx), característica desejável para sistemas de propulsão que serão usados para missões espaciais, além disso, é um oxidante relativamente forte, com uma entalpia de formação positiva, contribuindo não somente com o oxigênio mas também com energia para a combustão.

O óxido nitroso tem uma temperatura crítica (T_c) de 309.52 K, uma pressão de crítica (P_c) de 7.245 MPa, uma massa específica crítica (ρ_c) de 452.00 kg/m³ e uma pressão de vapor (P_v) de 5.65 MPa à 298.15 K (LEMMON; HUBER; MCLINDEN, 2007). Nas condições de operação dos sistemas de propulsão híbrida, o óxido nitroso é utilizado a uma pressão igual ou próxima da sua pressão de vapor. O projeto e análise de sistemas de alimentação de oxidante e injetores se torna desafiador com propelentes com alta pressão de vapor como o óxido nitroso, pois nessas condições o escoamento do oxidante é bifásico. A pressão de operação do sistema de alimentação pode cair abaixo da pressão de vapor, principalmente através do injetor. Injetores que operam sob essas condições podem apresentar o fenômeno de cavitação, resultando em formação de vapor no orifício do injetor e, conseqüente, limitação da vazão mássica. A predição correta da vazão mássica de propelente é fundamental para que seja possível analisar tanto o comportamento do oxidante no sistema de alimentação quanto a performance do sistema de propulsão como um todo, devido a sua dependência em relação ao fluxo mássico de oxidante, como mostrado nas Eqs. 1.2 e 1.3.

Neste trabalho, serão apresentados alguns modelos utilizados para o cálculo de fluxo bifásico como também um modelo para descrever a dinâmica do processo de esvaziamento do tanque de oxidante, assim como uma descrição de sua implementação, afim de obter uma análise da performance do sistema de alimentação do MFPH e, conseqüente, o desempenho do sistema de propulsão. Para simplificação da derivação dos modelos de vazão mássica, serão considerados apenas injetores com um orifício simples e reto, no entanto, todos os modelos podem ser adaptados para injetores de variadas geometrias. Na Figura 4 é representada a geometria de orifício do injetor e as grandezas relevantes para a modelagem do escoamento através do injetor.

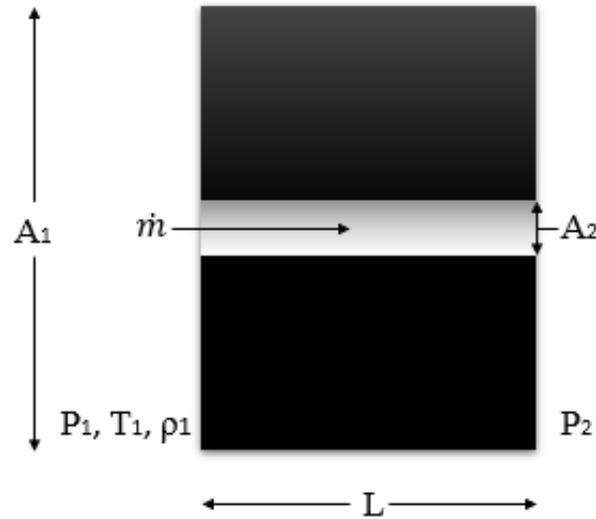


Figura 4 – Modelo conceitual de orifício simples usado como geometria base. Quantidades de interesse para a modelagem mostradas na figura.

Fonte: Adaptado de Waxman (2014)

Na Figura 4 A é a área por onde o fluido passa, P é pressão, T é temperatura, ρ é a massa específica do fluido, L é o comprimento do orifício, \dot{m} é a taxa de vazão mássica através do orifício e os subscritos 1 e 2 correspondem, respectivamente, às regiões à montante e à jusante do injetor.

2.1 Óxido Nitroso

A fim de determinar as propriedades de saturação do N_2O , foi utilizado o banco de dados do Instituto Nacional de Normas e Tecnologia (NIST), que está disponível online (LEMMON; HUBER; MCLINDEN, 2007). Com os gráficos exportados do banco de dados do NIST, foi possível obter as propriedades do fluido, tanto na fase líquida quanto na fase gasosa, em função da temperatura ou pressão do fluido, de acordo com as Eqs. 2.1 e 2.2. Estão disponíveis os dados para massa específica, entalpia e entropia para ambas as fases, na Fig. 5, e, juntamente com o título do fluido, as propriedades de mistura do fluido podem ser determinadas continuamente durante o processo de esvaziamento do tanque.

$$P, \rho_L, \rho_V, h_L, h_V, s_L, s_V = NIST(182.33K...309.52K) \quad (2.1)$$

$$T, \rho_L, \rho_V, h_L, h_V, s_L, s_V = NIST(0.87837Bar..72.447Bar) \quad (2.2)$$

Antes do injetor, as propriedades de saturação são tomadas em função da temperatura no tanque, após o injetor as propriedades são tomadas em função da pressão

na câmara de combustão, uma vez que a determinação da temperatura na câmara de combustão envolve a modelagem dessa combustão, o que está fora do escopo desse trabalho. Com isto, as curvas em função do tempo das propriedades de saturação podem ser determinadas para todo o processo de evacuação, como também a taxa de taxa de vazão mássica.

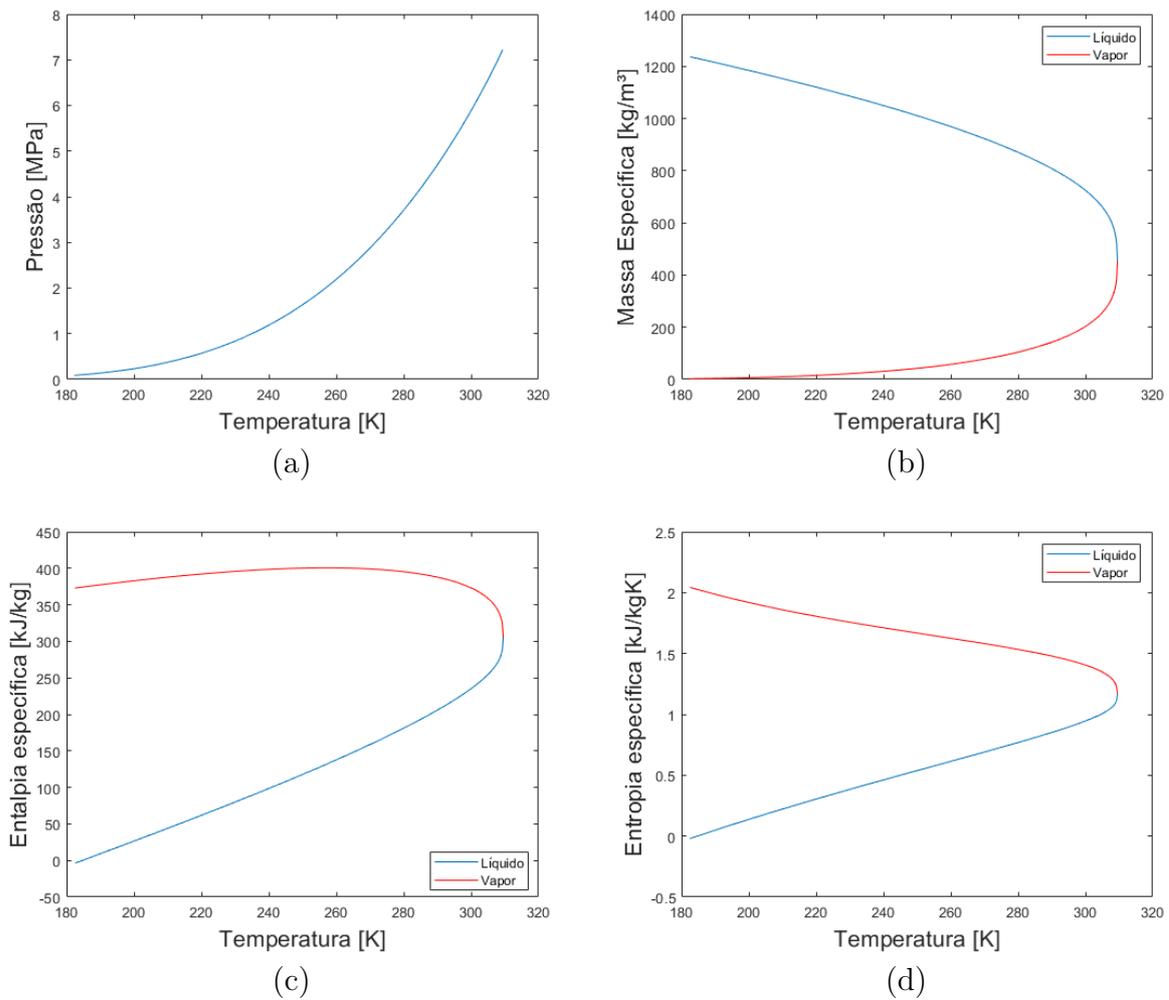


Figura 5 – Propriedades de líquido e vapor do N_2O calculadas através do NIST Webbook para a) pressão b) massa específica c) entalpia d) entropia.

Fonte: (LEMMON; HUBER; MCLINDEN, 2007)

O óxido nitroso tem um fator de compressibilidade para o líquido saturado de $Z \sim 0.13$ e $Z \sim 0.53$ para o vapor saturado a temperatura ambiente (LEMMON; HUBER; MCLINDEN, 2007). Dessa forma, o óxido nitroso não pode ser modelado como um líquido incompressível e nem como um gás ideal. Essa propriedade traz uma desvantagem em relação ao seu uso como propelente, por seus efeitos de compressibilidade e, também por ser um fluido saturado nas condições de operação, sua modelagem através de modelos convencionais, utilizados para a modelagem de propelentes como o LOx e H_2 , não fazem um bom trabalho ao prever a vazão mássica do óxido nitroso.

2.2 escoamento monofásico em injetores

Em sistemas de propulsão líquida ou híbrida a operação do injetor pode ser caracterizada, em geral, pela injeção de propelente monofásico, na fase puramente líquida ou puramente de vapor. Essa seção se dedica a descrever o modelo de injeção monofásica para líquido incompressível. Trata-se de um modelo simples, no entanto, sua derivação é de extrema importância, uma vez que esse modelo serve de base para o modelo bifásico que será usado para prever a vazão do óxido nítrico, portanto, seu detalhamento é essencial.

2.2.1 Taxa de vazão mássica de líquido incompressível

Propelentes comumente usados em propulsão líquida, como oxigênio líquido, hidrogênio líquido e querosene, são modelados como líquidos incompressíveis. Para a análise do escoamento monofásico de líquido incompressível, iniciamos com a equação da continuidade, assumindo escoamento em regime permanente, como mostrado na Eq. 2.3. As grandezas de interesse são mostradas na Fig. 4.

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 \quad (2.3)$$

onde ρ é a massa específica de líquido, u é a velocidade média do escoamento e A é a área da seção transversal. O subscrito 1 é referente à localização à montante do injetor e o subscrito 2 é referente à localização à jusante do injetor. Dessa forma, A_2 é a área da seção transversal do orifício do injetor. Para escoamentos incompressíveis a massa específica ρ é constante, portanto a equação da continuidade pode ser simplificada na forma da Eq. 2.6:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho \quad (2.4)$$

$$\rho u_1 A_1 = \rho u_2 A_2 \quad (2.5)$$

$$u_1 A_1 = u_2 A_2 \quad (2.6)$$

Essa forma da equação da continuidade resulta em duas relações importantes, Eq. 2.7 e Eq. 2.8:

$$u_1 = u_2 \frac{A_2}{A_1} \quad (2.7)$$

$$u_2 = u_1 \frac{A_1}{A_2} \quad (2.8)$$

Outra equação de conservação necessária para a derivação da equação de vazão mássica de líquido incompressível é a equação de Bernoulli, que é derivada da conservação de momento, sendo o resultado da segunda lei de Newton para um escoamento incompressível, invíscido e sem forças de corpo, mostrado na Eq. 2.9 (ANDERSON, 2011).

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 + \rho g_o z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \rho g_o z_2 \quad (2.9)$$

onde P é a pressão, g_o é a aceleração da gravidade padrão ($9,807 \frac{m}{s^2}$) e z é a altura em relação a uma referência, com valores positivos na direção oposta a direção da aceleração da gravidade. Para o caso do orifício do injetor, a diferença de energia potencial gravitacional entre as localizações 1 e 2 são desprezíveis, uma vez que a diferença de altura entre os pontos é muito pequena, resultado na forma simplificada da equação de Bernoulli mostrada na Eq.2.10:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 \quad (2.10)$$

Combinando a Eq.2.7 e a Eq.2.10, obtêm-se uma expressão para a velocidade do escoamento na saída do injetor, como na Eq.2.11:

$$u_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho[1 - (\frac{A_2}{A_1})^2]}} \quad (2.11)$$

A taxa de vazão mássica monofásica de líquido incompressível através do orifício do injetor, \dot{m}_{inc} , é obtida através da Eq.2.13:

$$\dot{m}_{inc} = \rho u_2 A_2 \quad (2.12)$$

$$\dot{m}_{inc} = A_2 \sqrt{\frac{2\rho(P_1 - P_2)}{[1 - (\frac{A_2}{A_1})^2]}} \quad (2.13)$$

A teoria acima assume escoamento invíscido. No entanto, perdas devem ser consideradas, devido a efeitos de viscosidade tanto na entrada do orifício do injetor quanto ao longo de seu comprimento. Para tal, o coeficiente de descarga, C_d , definido na Eq.2.14, é usado para contabilizar as perdas por efeitos viscosidade, resultando na clássica equação " $C_d A$ " para o cálculo da taxa de vazão mássica de líquidos incompressíveis, Eq.2.15:

$$C_d \equiv \frac{\dot{m}_{viscoso}}{\dot{m}_{invíscido}} \quad (2.14)$$

$$\dot{m}_{inc} = C_d A_2 \sqrt{\frac{2\rho\Delta P}{[1 - (\frac{A_2}{A_1})^2]}} \quad (2.15)$$

onde ΔP é a queda de pressão através do injetor e é igual a $P_1 - P_2$. Em muitos casos práticos, como o de injetores de propelentes para propulsão de foguetes, $A_2 \ll A_1$ e o denominador dentro da raiz quadrada da Eq.2.15 se aproxima da unidade, resultado na forma da equação "CdA" mais comumente utilizada, a Eq.2.16 (SUTTON; BIBLARZ, 2010). Mesmo quando A_1 e A_2 são comparáveis, o denominador dentro da raiz na equação "CdA" normalmente está incluído no Cd .

$$\dot{m}_{inc} = C_d A_2 \sqrt{2\rho\Delta P} \quad (2.16)$$

A Equação 2.16 é a forma da equação para cálculo de taxa de vazão mássica tipicamente usada para o projetor de injetores de propelentes para motores de foguete.

Os valores de Cd têm uma grande dependência em relação à geometria do injetor. Os valores encontrados normalmente variam entre 0.6 a 0.9 para injetores com orifícios retos, dependendo também da geometria da seção de entrada (os efeitos do formato da seção de entrada serão abordados na Seção 2.2.2) (WAXMAN, 2014). Para auxiliar na compreensão do modelo de previsão de vazão mássica e em como seu resultado é influenciado pelas propriedades termodinâmicas do oxidante são apresentados dois gráficos nas Figs. 6 e 7.

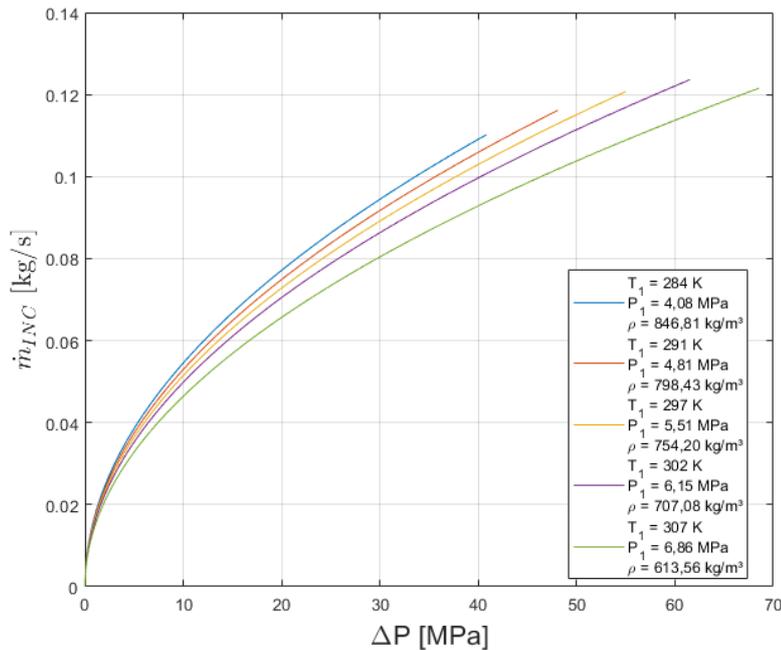


Figura 6 – \dot{m}_{INC} vs. ΔP assumindo líquido incompressível para várias pressões à montante de N_2O saturado ($D_2 = 1,5$ mm, $C_d = 0,75$).

Fonte: Adaptado de Waxman (2014).

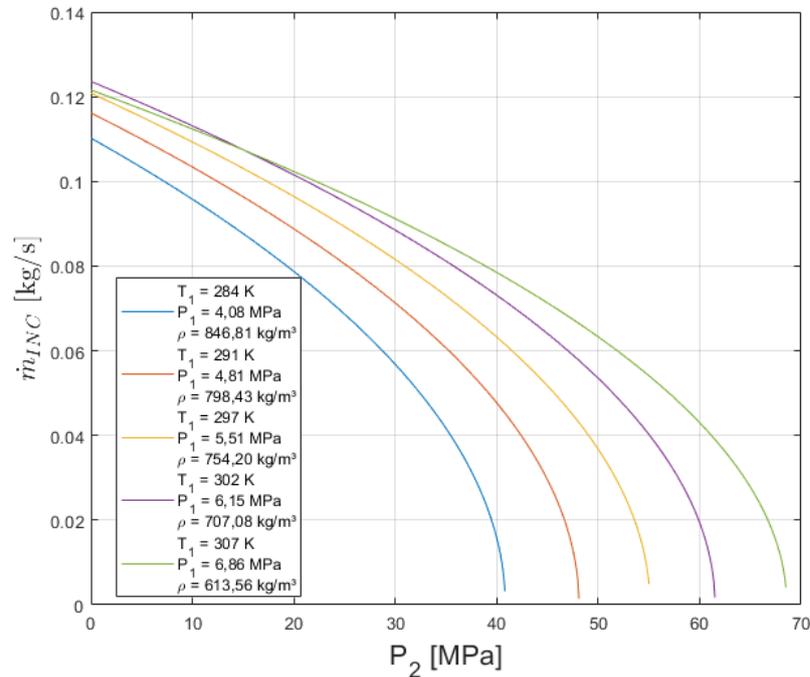


Figura 7 – \dot{m}_{INC} vs. P_2 assumindo líquido incompressível para várias pressões à montante de N_2O saturado ($D_2 = 1,5$ mm, $C_d = 0,75$).

Fonte: Adaptado de Waxman (2014).

As curvas são plotadas assumindo que o N_2O é armazenado como líquido saturado, o que significa que a pressão do oxidante à montante do injetor é igual a pressão de vapor do fluido (P_v), para diferentes valores de temperatura, ou seja, para diferentes valores de pressão de vapor (a variação de pressão de vapor do N_2O com a temperatura é mostrada na Fig. 5). As Figuras 6 e 7 mostram os mesmos resultados de vazão mássica no eixo y, mas são plotadas com diferentes variáveis independentes no eixo x, ΔP e P_2 , respectivamente. Esses valores são obtidos para uma configuração hipotética de orifício do injetor, com diâmetro D_2 de 1,5 mm e um coeficiente de descarga C_d , para um escoamento monofásico, de 0.75, escolhido de forma arbitrária (WAXMAN, 2014).

A partir da Figura 6, é possível notar que para valores maiores de ΔP uma maior vazão mássica é obtida e que, depois da queda de pressão no injetor, o termo que mais influencia na vazão obtida é a massa específica do líquido, já que para valores fixos de ΔP uma maior vazão mássica é obtida quanto menor a temperatura, conseqüentemente, quanto maior a massa específica. Já através da Fig. 7, observa-se que para valores baixos de pressão à jusante do orifício do injetor (P_2), uma maior vazão não é obtida necessariamente para valores maiores de temperatura e pressão, já que quanto mais próximo ao ponto crítico estiver a pressão de vapor do fluido, Fig. 5, mais rápido a massa específica cai.

2.2.2 Efeitos da geometria da seção de entrada (perdas viscosas)

Os valores de coeficiente de descarga (C_d) para orifícios de injetores são determinados a partir dos efeitos de atrito tanto ao longo do comprimento do orifício como também dos efeitos de atrito na seção de entrada do fluido no orifício. A queda de pressão ao longo do comprimento de um duto circular, devido ao atrito do fluido com as paredes do duto, é descrita pela equação de Darcy-Weisbach, mostrada na Eq. 2.17:

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho u^2}{2} \quad (2.17)$$

onde ΔP é a queda de pressão através do comprimento do duto, L e D são o comprimento e o diâmetro do duto, respectivamente, u é a velocidade média do escoamento e o termo f é o fator de atrito de Darcy (FOX; PRITCHARD; MCDONALD, 2010). Reorganizando a Equação 2.17 para obter uma expressão para a velocidade média do escoamento resulta na Eq. 2.18. Substituindo essa expressão na equação de taxa de vazão mássica, mostrada na Eq. 2.3, resulta na forma da equação mostrada na Eq. 2.19.

$$u = \sqrt{\frac{2\Delta P}{f \frac{L}{D} \rho}} \quad (2.18)$$

$$\dot{m}_{inc} = \sqrt{\frac{1}{f \frac{L}{D}}} A \sqrt{2\rho\Delta P} \quad (2.19)$$

Analisando a Equação 2.19, assumindo uma configuração onde $A_2/A_1 \ll 1$, é possível identificar que o termo da raiz que contém o coeficiente de atrito de Darcy é análogo ao coeficiente de descarga C_d , de acordo com a Eq. 2.22. O coeficiente de atrito de Darcy pode ser calculado através do número de Reynolds Re , Eq. 2.20, para escoamentos turbulentos em tubos lisos, através da correlação de Blasius, de acordo com a Eq. 2.21.

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} \quad (2.20)$$

$$f = \frac{0,316}{Re^{0,25}} \quad (2.21)$$

$$C_d = \sqrt{\frac{1}{f \frac{L}{D}}} \quad (2.22)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Para contabilizar os efeitos de atrito devido à aceleração do escoamento através da seção de entrada do orifício, uma constante de queda de pressão (K) deve ser introduzida no cálculo de queda de pressão total, de acordo com a Eq. 2.23. Esse valor da constante de queda de pressão é definido empiricamente e depende

da geometria da seção de entrada (LICHTAROWICZ; DUGGINS; MARKLAND, 1965). Para injetores de alta razão L/D com seção de entrada de aresta viva, alguns valores foram definidos (por vários grupos que estudaram essa configuração), com os resultados finais apresentando uma pequena variação, dependendo da configuração experimental (LANGHAAR, 1942; CAMPBELL; SLATTERY, 1963; LICHTAROWICZ; DUGGINS; MARKLAND, 1965).

$$C_d = \sqrt{\frac{1}{f \frac{L}{D} + K}} \quad (2.23)$$

O valor de K proposto por Langhaar (1942), $K = 2,28$, para orifícios com seção de entrada de arestas vivas, é um valor que fica dentro da faixa da maioria dos valores apresentados e será usado para auxiliar na análise da Eq. 2.23. A Figura 8 mostra a variação de C_d , para orifícios de injetores com seção de entrada de arestas vivas, para escoamentos turbulentos.

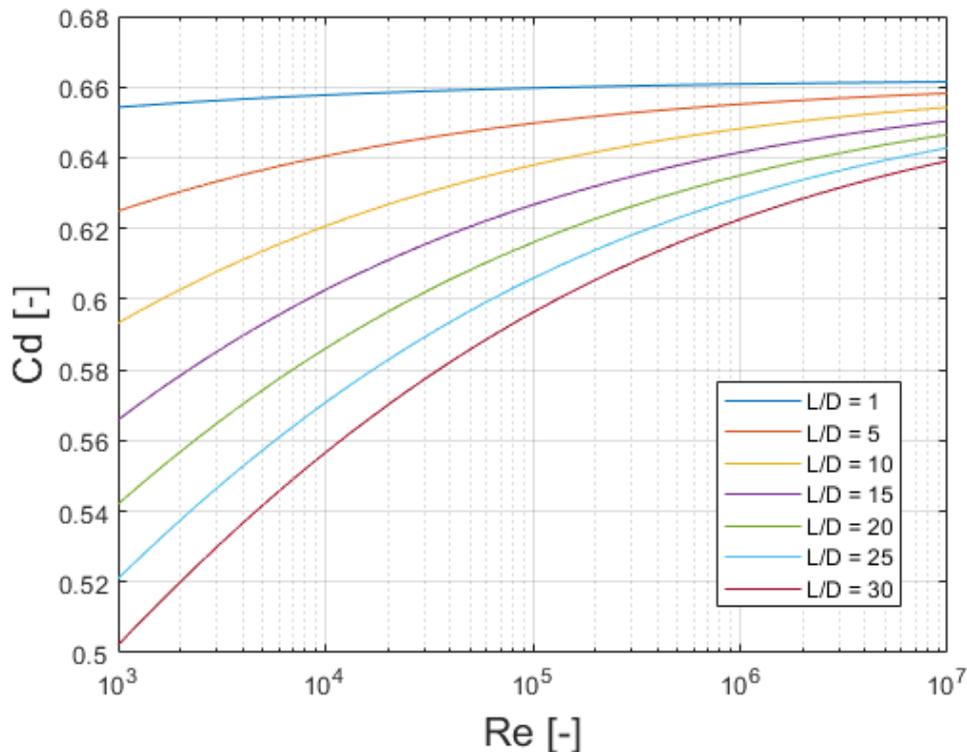


Figura 8 – C_d vs Re para orifícios de injetores com seção de entrada de arestas vivas ($K = 2,28$) para várias razões L/D , na região de escoamentos turbulentos.

Fonte: Adaptado de Waxman (2014).

Analisando a Figura 8 fica claro que os valores de C_d aumentam com o aumento do número de Reynolds. Com o aumento da razão L/D , as perdas por atrito ao longo do comprimento do injetor aumentam e, conseqüentemente, o C_d diminui.

2.2.3 Escoamento de vapor: Modelo de Gás Perfeito

O Modelo de Gás Perfeito é comumente utilizado para prever o escoamento de vapor através de injetores. O modelo assume que o gás é termicamente e caloricamente perfeito, ou seja, se comporta de acordo com a Lei dos Gases Ideais, Eq. 2.24, e que os calores específicos C_P e C_V são constantes, o que resulta nas equações para entalpia específica (h) e energia específica (e), de acordo com as Eqs. 2.25 e 2.26, respectivamente. As hipóteses do modelo são resumidas abaixo:

- Termicamente e caloricamente perfeito;
- Escoamento isentrópico;
- Escoamento estacionário à montante do injetor;
- Atrito com as paredes desprezível.

$$P = \rho RT \quad (2.24)$$

$$h = C_P T \quad (2.25)$$

$$e = C_V T \quad (2.26)$$

A análise do modelo inicia com o uso da equação da continuidade, Eq. 2.27, e a equação da energia simplificada para gases caloricamente perfeitos, Eq. 2.28:

$$\dot{m} = \text{const.} = \rho_2 u_2 A_2 \quad (2.27)$$

$$C_P T_1 = C_P T_2 + \frac{1}{2} u_2^2 \quad (2.28)$$

A Equação 2.28 pode ser reorganizada para encontrar uma expressão para a velocidade de saída, de acordo com a Eq. 2.29:

$$u_2 = \sqrt{2C_P T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \quad (2.29)$$

Usando a equação do gás ideal, Eq. 2.24, as relações isentrópicas de pressão-massa específica e temperatura-pressão, Eqs. 2.30 e 2.31, respectivamente, a forma da equação da energia apresentada na Eq. 2.29, e a equação da continuidade mostrada na Eq. 2.27,

obtêm-se a equação para a taxa de vazão mássica do Modelo de Gás Perfeito (\dot{m}_{GP}), Eq. 2.33. γ é a razão de calores específicos, como mostrado na Eq. 2.32:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma \quad (2.30)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.31)$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (2.32)$$

$$\dot{m}_{GP} = C_d A_2 \rho_1 \sqrt{2 C_P T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad (2.33)$$

Para calcular a taxa de vazão mássica, a partir da Eq. 2.33, é necessário ter bem definidas as condições termodinâmicas do escoamento na entrada do injetor e a razão entre a pressão depois e antes do injetor $\frac{P_2}{P_1}$. A Equação 2.33 exibe um máximo quando a razão de pressão $\frac{P_2}{P_1}$ é igual a Eq. 2.35. Esse valor corresponde ao início da existência de escoamento sônico na saída do injetor e essa relação pode ser facilmente demonstrada substituindo $M = 1$ (número de Mach igual a 1) na razão de pressão total por pressão estática mostrada na Eq. 2.34:

$$\frac{P_o}{P} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.34)$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{crit} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.35)$$

Quando a razão de pressão atinge o valor da Eq. 2.35, a taxa de vazão mássica se torna dependente apenas das condições termodinâmicas antes do injetor, condição comumente chamada de escoamento “estrangulado”. Essa condição também é chamada de escoamento “crítico”. Esse conceito é importante, uma vez que o escoamento crítico não acontece somente no caso de escoamento de vapor, mas também quando existe escoamento bifásico no injetor. Essa característica será melhor abordada na Seção 2.3. A taxa de vazão mássica para a condição de escoamento estrangulado é apresentada na forma da Eq. 2.36:

$$\dot{m}_{GPcrit} = C_d A_2 \sqrt{\gamma \rho_1 P_1 \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (2.36)$$

A Figura 9 mostra as taxas de vazão mássica calculadas com o modelo de Gás Perfeito para vapor de N_2O a 293 K para uma faixa de pressões na entrada do injetor,

da pressão de saturação até 20,70 Bar. Os resultados são plotados em função da razão de pressão $\frac{P_2}{P_1}$. A importância de apresentar os resultados do modelo de Gás Perfeito em função da razão de pressão está na possibilidade de poder identificar o fenômeno de escoamento crítico.

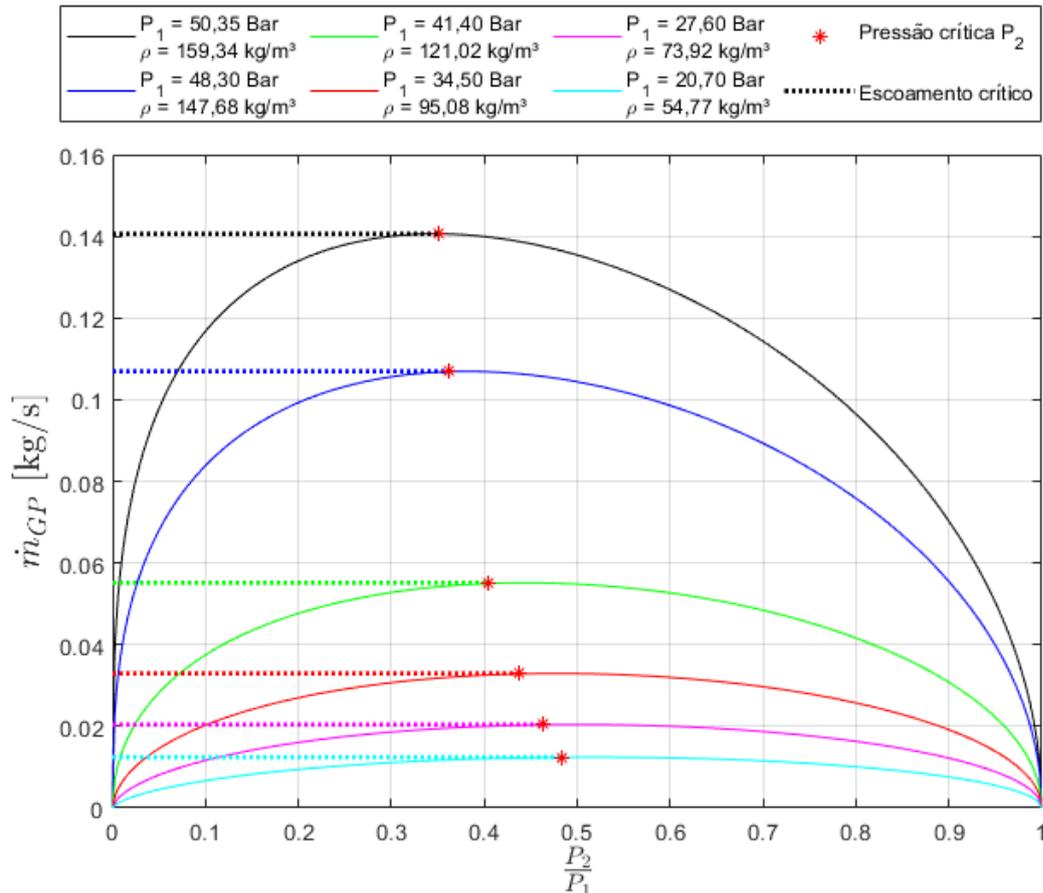


Figura 9 – \dot{m}_{GPcrit} vs. $\frac{P_2}{P_1}$ para vapor de N_2O a 293 K para uma faixa de pressões à montante ($D_2 = 1,5mm$, $C_d = 0.75$).

Fonte: Adaptado de Waxman (2014).

Na Figura 9 as linhas contínuas representam os valores calculados pela Eq. 2.33. Quando a razão de pressão atinge o valor crítico $\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{crit}$, observa-se uma queda até zero, onde a pressão na saída do injetor (P_2) é zero. No entanto, esse comportamento não condiz com a descrição física do escoamento crítico, já que uma vez que a razão de pressão crítica é atingida o que se observa é que, mantidas constantes as condições na entrada do injetor, o escoamento se torna constante e independente dos valores de P_2 . Esse comportamento está representado pelas linhas pontilhadas na Fig. 9 e o ponto onde a razão de pressão crítica é atingida está representado pelo asterisco vermelho.

Analisando as Equações 2.33 e 2.36, é possível observar que a predição da taxa de vazão mássica pelo Modelo de Gás Perfeito é bastante sensível aos valores de C_P e γ . Nesse sentido, o modelo não se comporta bem para descrever o escoamento do do N_2O

nas condições de operação comumente encontradas em sistemas de propulsão híbrida, já que próximo ao ponto crítico ($T_c = 309.52$ K e $P_c = 7.245$ MPa), os valores de C_P e γ apresentam grandes variações para pequenas variações de temperatura ou pressão, como mostrado na Fig. 10:

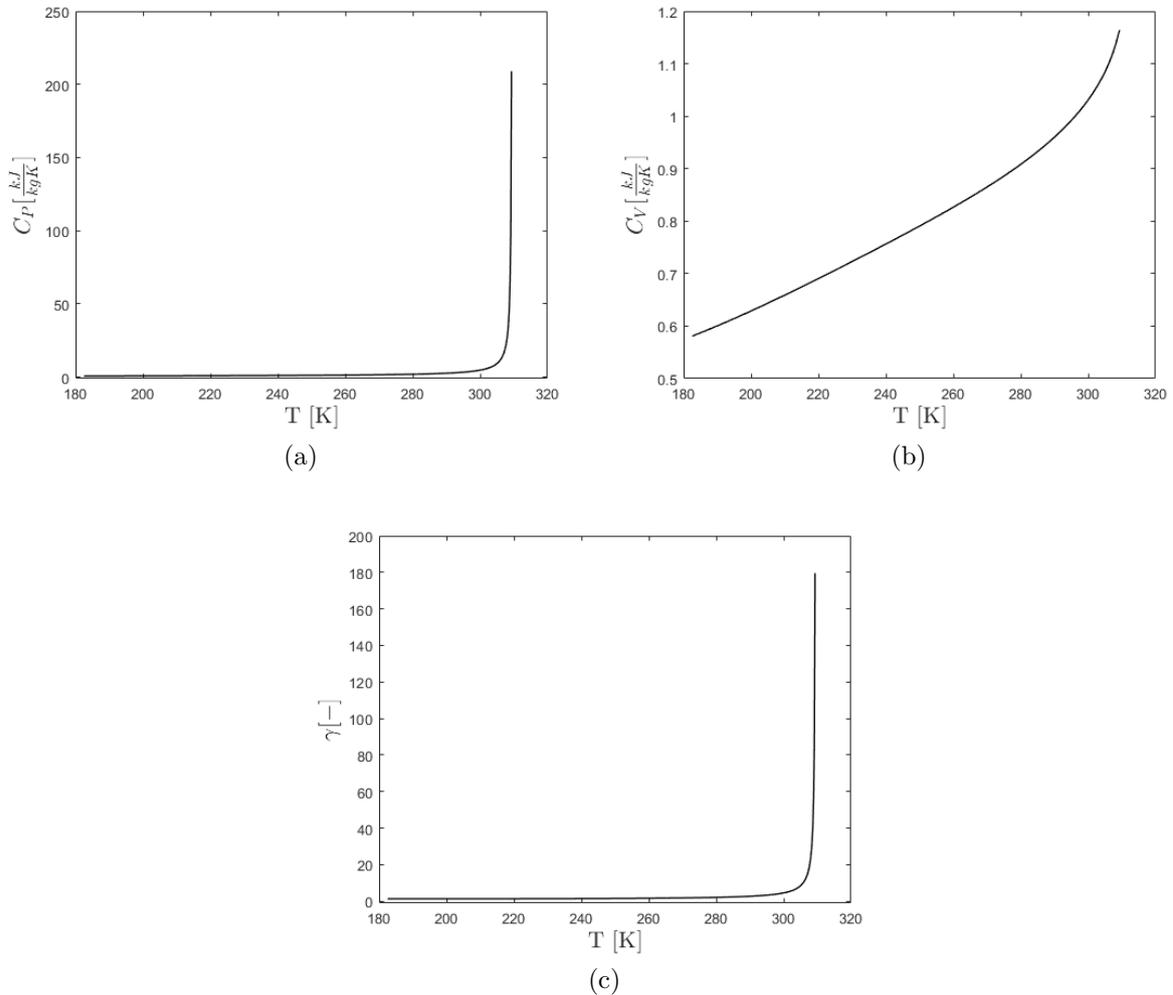


Figura 10 – Variação com a temperatura dos calores específicos e γ do vapor de N_2O calculadas através do NIST *Webbook*: a) C_P b) C_V c) γ .

Fonte: (LEMMON; HUBER; MCLINDEN, 2007)

Além de todos esses fatores, o N_2O não se comporta como gás ideal, principalmente próximo ao ponto crítico, onde seu fator de compressibilidade Z se distancia da unidade.

Por essas razões, o modelo de Gás Perfeito não é recomendado para modelar a taxa de vazão mássica, principalmente quando as condições de operação se aproximam do ponto crítico termodinâmico.

Os modelos de escoamento de monofásico de líquido incompressível e gás perfeito apresentados nessa seção são baseados em leis físicas simples, aprimoradas com relações empíricas. A maioria dos injetores de sistemas de propulsão híbrida são simples orifícios

retos e os propelentes mais comuns se comportam de acordo com as hipóteses dos modelos apresentados, dessa forma, os modelos são usados extensivamente e com grande aceitação e validação no projeto de sistemas de alimentação de motores foguete (WAXMAN, 2014). No entanto, deve-se observar se as condições de operação de um sistema estão de acordo com as hipóteses assumidas pelos modelos descritos, caso contrário, resultados experimentais apresentarão grande discrepância em relação às predições de taxa de vazão mássica apresentadas. A predição da taxa de vazão mássica do N_2O é um exemplo particular dessa questão, uma vez que existe a presença de escoamento multifásico, que será abordado na próxima sessão.

2.3 Modelos de escoamento bifásico

Para a maioria dos propelentes tradicionalmente usados em sistemas de propulsão híbrida/líquida, a eq. 2.15 atende satisfatoriamente a modelagem do taxa de vazão mássica, uma vez que o coeficiente de descarga C_d está bem caracterizado. Isso é possível pois esses propelentes são utilizados como líquidos resfriados, uma vez que apresentam baixa pressão de vapor e são utilizados a uma pressão de operação alta, atendendo as hipóteses do modelo de escoamento de líquido incompressível (em algumas ocasiões é possível aplicar correções de compressibilidade na equação). Já para propelentes como o N_2O , que apresentam efeitos de compressibilidade relevantes nas condições de operação que é utilizado, o uso da Eq. 2.16 introduz erros na análise do escoamento através do injetor. Além da questão dos efeitos de compressibilidade, existe o desenvolvimento de escoamento bifásico no injetor, fator que já se mostrou mais relevante que os efeitos de compressibilidade (WAXMAN, 2014). Essa seção se dedica a discutir os efeitos do escoamento bifásico na modelagem da taxa de vazão mássica do N_2O .

A Figura 11, adaptada de Dyer et al. (2007), apresenta um esquemático que ilustra a evolução da pressão estática (P_1) em relação ao processo de expansão ao longo do orifício do injetor. O primeiro caso ilustra o que ocorre com propelentes com baixa pressão de vapor. Na região indicada por v.c. (*vena-contracta*) ocorre separação de escoamento, fenômeno comum em orifícios que apresentam cantos vivos na seção de entrada, devido a contração da área nessa região, a velocidade do escoamento aumenta e conseqüentemente a pressão estática sofre um queda (FOX; PRITCHARD; MCDONALD, 2010). No entanto, uma recuperação de pressão é observada, uma vez que a pressão estática do escoamento se iguala a pressão à jusante do orifício (P_2). Como em nenhum momento a pressão do fluido cai abaixo de sua pressão de vapor (P_v), não existe mudança de fase nesse caso e a taxa de vazão mássica pode ser descrita através dos modelos de escoamento monofásico já discutidos.

Já no segundo caso da Fig. 11, é ilustrado o que ocorre com propelentes auto-

pressurizados (com alta pressão de vapor). Fica claro que para condições de operação onde a pressão P_2 é menor que a pressão de vapor P_v , no momento em que a pressão estática P_1 se iguala a P_v , ocorre formação de vapor, o que acaba limitando a taxa de vazão mássica. Esse efeito foi demonstrado no trabalho de [Hesson e Peck \(1958\)](#), através do estudo da taxa de vazão mássica de dióxido de carbono (CO_2) saturado através de simples orifícios. De forma similar ao óxido nítrico, o dióxido de carbono também é um líquido com alta pressão de vapor à temperatura ambiente. Por apresentar propriedades de saturação similares, normalmente o CO_2 é usado como substituto ao N_2O para testes, devido a sua natureza não-energética, reduzindo riscos com testes ([SOLOMON, 2011](#)).

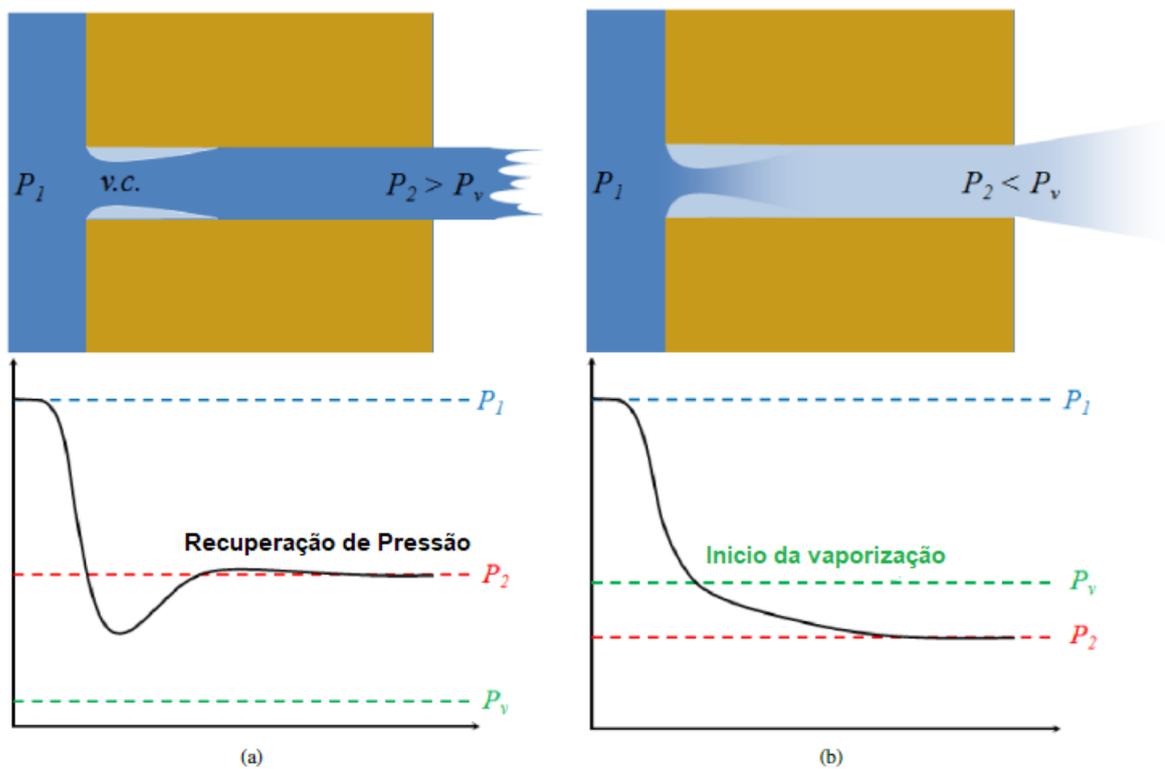


Figura 11 – Histórico de pressão estática em um orifício do injetor para (a) propelente com baixa pressão de vapor e (b) propelente com alta pressão de vapor.

Fonte: Adaptado de [Dyer et al. \(2007\)](#).

A Figura 12 mostra os resultados de fluxo mássico em função da pressão à jusante (P_2), para linha de pressão à montante (P_1) constantes ([HESSON; PECK, 1958](#)). É possível observar que, para uma dada pressão na entrada do orifício, a medida que a pressão na saída cai abaixo de um valor crítico, o taxa de vazão mássica atinge um valor crítico. Nesse caso, o orifício se encontra “estrangulado” e a vazão mássica é limitada a um determinado valor, se tornando independente das condições na saída do injetor (de forma análoga ao comportamento do modelo de Gás Perfeito já discutido).

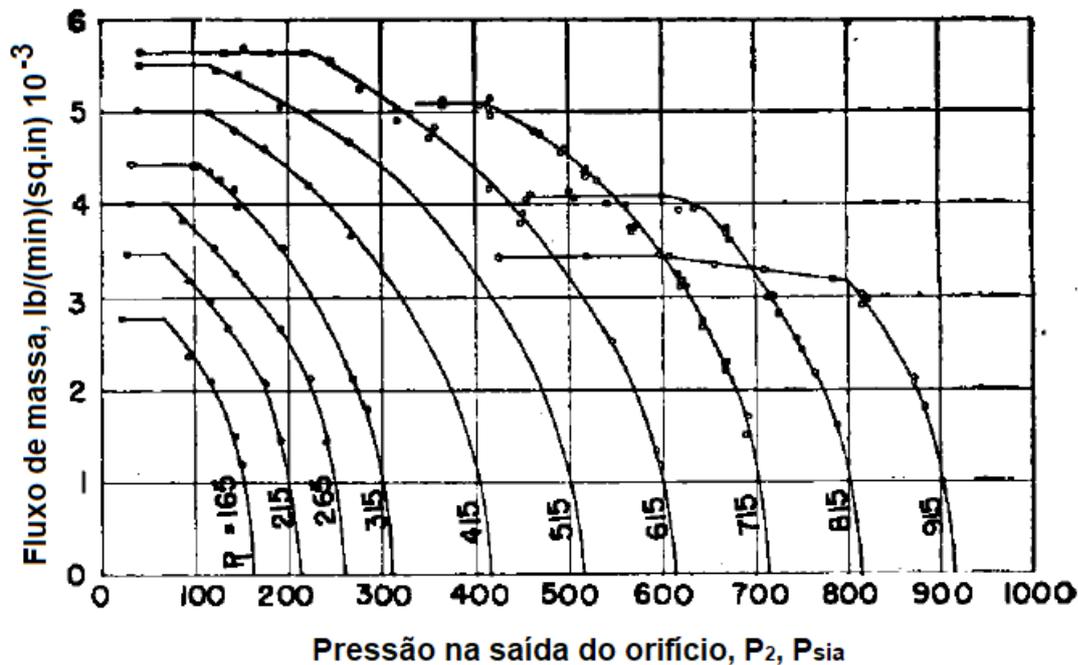


Figura 12 – Taxas de vazão mássica de dióxido do carbono saturado para uma faixa de pressões na saída do orifício.

Fonte: Adaptado de [Hesson e Peck \(1958\)](#).

Para calcular de forma correta a taxa de vazão mássica em injetores que apresentam escoamento bifásico, é necessário contabilizar esse regime de escoamento crítico. Vários modelos de vazão mássica foram propostos com o objetivo de modelar o escoamento crítico bifásico, esses modelos podem ser divididos em duas categorias principais:

- Modelos que assumem equilíbrio termodinâmico entre as fases líquida e de vapor, durante o processo de expansão no injetor;
- Modelos que não assumem equilíbrio termodinâmico entre as fases (não-equilíbrio).

Essas categorias principais ainda podem ser subdivididas em outras duas categorias, com relação às considerações sobre as velocidades das duas fases do escoamento:

- Modelos que assumem velocidades iguais nas fases de líquido e vapor (homogêneos);
- Modelos que permitem escorregamento entre as duas fases, ou seja, velocidades diferentes entre as fases (não-homogêneo).

Dentre todos os modelos existentes, dois serão destacados neste trabalho: o modelo Homogêneo Equilíbrio (HEM) e o modelo Não-Homogêneo Não-Equilíbrio (NHNE). O modelo NHNE é o modelo proposto por [Dyer et al. \(2007\)](#), e depois corrigido por [Solomon \(2011\)](#), para prever a taxa de vazão mássica em injetores que apresentam escoamento

bifásico, esse modelo é construído através de uma média ponderada entre os modelos de líquido incompressível e HEM. O modelo NHNE será utilizado nesse trabalho como ferramenta no cálculo de vazão mássica e análise do sistema de alimentação do pequeno satélite. Os dois modelos serão discutidos nas próximas seções.

2.3.1 Modelo homogêneo equilíbrio (HEM)

Um modelo comumente utilizado para prever os escoamento bifásico crítico através de um orifício do injetor é o HEM. Esse modelo é construído sobre as seguintes hipóteses:

- Temperaturas iguais nas fases líquida e de vapor;
- Pressão e temperatura podem ser relacionadas pela curva termodinâmica de saturação (Fig. 5);
- Velocidades iguais nas fases líquida e de vapor;
- A mudança de fase acontece de forma isentrópica (processo de expansão isentrópica no injetor).

Para a derivação do modelo HEM são usadas as equações da continuidade e da energia, como mostradas nas Eqs. 2.37 e 2.38. É importante notar que na região 2, na saída do injetor, agora existe uma mistura de líquido e vapor.

$$\dot{m} = \text{const.} = \rho_2 u_2 A_2 \quad (2.37)$$

$$h_1 = h_2 + \frac{1}{2} u_2^2 \quad (2.38)$$

Combinando as Eqs. 2.37 e 2.38 e adicionando o coeficiente de descarga C_d , encontra-se a expressão para taxa de vazão mássica utilizando o modelo HEM, de acordo com a Eq. 2.39.

$$\dot{m}_{HEM} = C_d A_2 \rho_2 \sqrt{2(h_1 - h_2)} \quad (2.39)$$

Qualquer propriedade termodinâmica do fluido na região 2 (saída do injetor), é tomadas como a soma das propriedades de cada fase ponderada pela fração de vapor na mistura, de acordo com a Eq. 2.40.

$$\phi_{2,HEM} = x_2 \phi_{2,V} + (1 - x_2) \phi_{2,L} \quad (2.40)$$

onde ϕ é qualquer propriedade intensiva, x é a fração de vapor da mistura e os subscritos L e V correspondem a fases de líquido e vapor, respectivamente.

Devido à hipótese de expansão isentrópica, Eq. 2.41, conhecidas a temperatura e pressão à montante do injetor (T_1 e P_1) e o valor de pressão à jusante (P_2), as propriedades de mistura na saída do injetor podem ser calculadas como na Eq. 2.40, ao se calcular a fração de vapor na saída de acordo com a Eq. 2.42:

$$s_1 = s_2 \quad (2.41)$$

$$s_2 = x_2 s_{2,V} + (1 - x_2) s_{2,L} \Rightarrow x_2 = \frac{s_1 - s_{2,L}}{s_{2,V} - s_{2,L}} \quad (2.42)$$

onde $s_{2,L}$ e $s_{2,V}$ são as entropias específicas da fase líquida e de vapor, respectivamente, e são tomadas em função da pressão na saída do injetor (P_2). A vazão mássica calculada pelo modelo HEM exhibe um valor máximo a medida que a pressão P_2 diminui, de acordo com a Eq. 2.43 e como mostrado na Fig. 13.

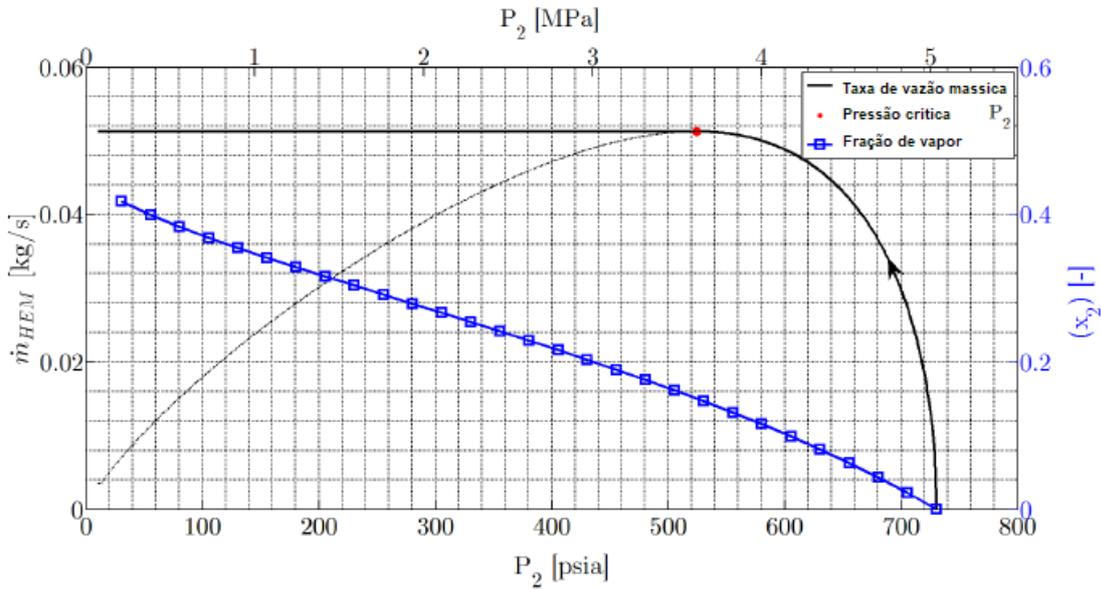


Figura 13 – Previsão de taxa de vazão mássica crítico utilizando o modelo *Homogeneous Equilibrium*, para óxido nítrico líquido saturado inicialmente a uma pressão de 730 psia (5,03 MPa), correspondente a temperatura ambiente de aproximadamente 293 K.

Fonte: Adaptado de Waxman (2014).

$$\dot{m}_{crit}HEM = \dot{m}_{HEM} \Big|_{\left(\frac{\partial \dot{m}_{HEM}}{\partial P_2} = 0\right)} \quad (2.43)$$

É possível identificar pela Fig. 13 que a medida que a pressão na saída do injetor cai, o modelo prevê através Eq. 2.39, uma queda da taxa de vazão mássica e não um

valor constante a partir do ponto onde a pressão na saída do injetor atinge um valor crítico, como é observado por [Hesson e Peck \(1958\)](#). Outra questão importante quanto ao modelo HEM é que os valores de fluxo mássico calculados são quase sempre menores que os valores observados em injetores pequenos ([DYER et al., 2007](#)). Alguns trabalhos, como o de [Leung e Grolmes \(1988\)](#) e de [Darby et al. \(2001\)](#), sugerem que, como a condição de equilíbrio é um caso limite, efeitos de não-equilíbrio seriam a fonte dos erros nas medições utilizando o modelo HEM.

De acordo com [Dyer et al. \(2007\)](#), essa discrepância de valores deve-se ao fato de que uma taxa finita de transferência de massa entre as fases de líquido e vapor não permite que o escoamento fique em equilíbrio termodinâmico. Portanto, afim de se obter resultados satisfatórios no cálculo da taxa de vazão mássica do N_2O , é necessário levar em consideração os efeitos de não-equilíbrio termodinâmico e diferença de velocidade entre as fases durante seu processo de expansão pelo orifício do injetor. A solução encontrada proposta e utilizada neste trabalho é discutida na próxima seção.

2.3.2 Modelo não-homogêneo e não-equilíbrio (NHNE)

O modelo de equilíbrio falha em prever a taxa de vazão mássica do escoamento bifásico quando a taxa finita de transferência de massa entre as fases de líquido e vapor impede que o escoamento no orifício do injetor atinja o equilíbrio termodinâmico antes de sair do injetor. [Dyer et al. \(2007\)](#) propõem que os efeitos de não-equilíbrio são devido principalmente a dois processos: superaquecimento do líquido saturado durante o processo de decompressão e taxas finitas de crescimento de bolhas.

De acordo com [Dyer et al. \(2007\)](#), a fase líquida pode entrar em um estado metaestável, no qual a vaporização não ocorre. Em vez disso, o N_2O se torna um líquido superaquecido, de forma que pequenas perturbações ou a introdução de sítios de nucleação podem resultar em uma rápida e difundida cavitação do líquido em vapor. A Figura 14 mostra em um diagrama de pressão por massa específica do N_2O , onde é possível observar a região metaestável por onde o líquido superaquecido pode percorrer, representado pela região roxa, tendo como limite as linhas de saturação (linhas verdes) e as linhas spinodais (linhas laranja e amarela). No entanto, não é simples definir o caminho exato que o fluido percorre na região metaestável, uma vez que para um líquido tão compressível quanto o N_2O o processo de compressão não acontece de forma completamente isotérmica e por conta do resfriamento sofrido a massa específica terá uma mudança mais lenta que no caso isotérmico, representado na Fig. 14 pela linha vermelha. Dessa forma, o caminho real tomado pelo líquido superaquecido (linha preta) durante o processo de decompressão estará em algum lugar entre o caminho isotérmico e o caminho isentrópico (linha rosa).

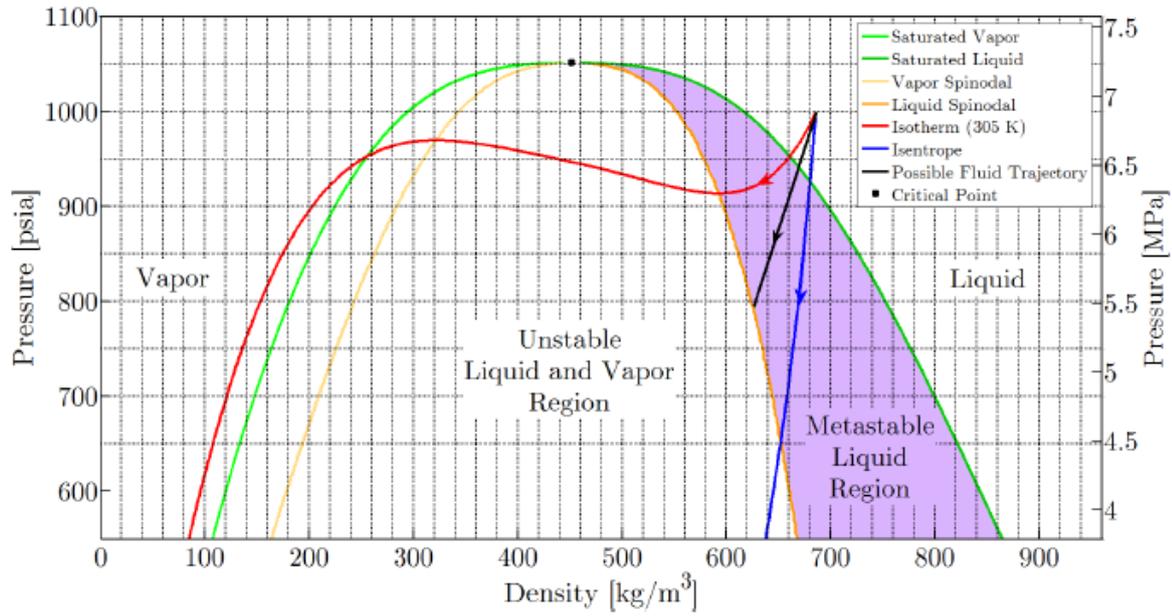


Figura 14 – Diagrama P - ρ para o óxido nitroso mostrando a extensão das curvas isotérmicas e isentrópicas na região metaestável.

Fonte: Adaptado de Waxman et al. (2013).

Devido a dificuldade em determinar as variáveis que comandam o processo representado na Fig. 14, (DYER et al., 2007) propõem um fator de não-equilíbrio k , Eq. 2.46, para contabilizar a vaporização que ocorre, definido como a razão entre o tempo característico de crescimento da bolha de vapor τ_b , Eq. 2.44, e o tempo de residência do líquido no orifício do injetor τ_r , Eq. 2.45.

$$\tau_b \equiv \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\rho_L}{P_v - P_2}} \quad (2.44)$$

$$\tau_r \equiv L \sqrt{\frac{\rho_L}{2(P_1 - P_2)}} \quad (2.45)$$

$$k = \frac{\tau_b}{\tau_r} = \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{P_v - P_2}} \quad (2.46)$$

O modelo NHNE usa o fator de não-equilíbrio k para permitir que a taxa de vazão mássica varie entre o modelo de líquido incompressível (Eq. 2.16) e o modelo HEM (Eq. 2.39). Se o tempo de crescimento da bolha for maior que o tempo de residência do fluido no injetor, ou seja, se o tempo de formação de bolhas de vapor for maior que o tempo que o fluido leva para percorrer o injetor, a vazão mássica é melhor calculada através do modelo incompressível, já que não há tempo suficiente para formação de vapor antes da saída do líquido do orifício do injetor. Por outro lado, se o tempo de residência é maior que o tempo de crescimento da bolha, ou seja, se as bolhas de vapor se desenvolvem

rápido em relação ao tempo que o fluido leva para percorrer o injetor, isso quer dizer que existe tempo suficiente para as fases atingirem o equilíbrio e a vazão mássica é melhor descrita pelo modelo HEM. Dessa forma, o modelo proposto por [Dyer et al. \(2007\)](#) e posteriormente corrigido por [Solomon \(2011\)](#) é apresentado na Eq. 2.47.

$$\dot{m}_{NHNE} = \left(\frac{k}{1+k} \right) \dot{m}_{inc} + \left(\frac{1}{1+k} \right) \dot{m}_{HEM} \quad (2.47)$$

A Equação 2.47 será utilizada nesse trabalho para realizar os cálculos de vazão mássica de N_2O e obter a análise de performance do sistema de propulsão híbrido que está sendo estudado. O uso do modelo NHNE juntamente com as equações de balística interna apresentadas no Capítulo 1 serão usados para obter as curvas de performance do MFPH em função do seu tempo de operação. No entanto, depois de discutidas as hipóteses e modelagens por trás dos modelos de escoamento, fica claro a importância de se ter bem definidas as propriedades termodinâmicas do oxidante nas regiões de interesse: entrada e saída do injetor. Para tal, é necessário um modelo que possibilite rastrear as mudanças nas propriedades termodinâmicas do oxidante durante seu processo de esvaziamento, quando o sistema de alimentação está fornecendo fluxo mássico de oxidante para a câmara de combustão.

A próxima seção se dedica a uma breve discussão acerca de alguns dos modelos que existem e que tentam descrever a dinâmica de esvaziamento de tanques de propelente auto-pressurizados, com ênfase no modelo utilizado neste trabalho, que possibilitou a obtenção das curvas de performance do MFPH, baseado na implementação do modelo de engenharia para esvaziamento do tanque proposto por [Whitmore e Chandler \(2010\)](#).

2.4 Modelagem do esvaziamento do tanque de oxidante

Alguns pesquisadores desenvolveram modelos diferentes para descrever a dinâmica dos tanques de oxidante que utilizam N_2O , com por exemplo: [Zilliac e Karabeyoglu \(2005\)](#), [Casalino e Pastrone \(2008\)](#) e [Whitmore e Chandler \(2010\)](#). No entanto, esses modelos foram desenvolvidos com o objetivo de reproduzir dados experimentais dos próprios autores e apresentam hipóteses conflitantes. Os modelos citados são comparados com os mesmos resultados experimentais, afim de terem sua performance avaliadas. Essa avaliação é realizada no trabalho de [Zimmerman et al. \(2013\)](#), onde são expostas as principais hipóteses por trás dos três modelos.

O modelo apresentado por [Whitmore e Chandler](#) é conhecido como Modelo de Equilíbrio, uma vez que assume que as fases de líquido e de vapor estão em equilíbrio termodinâmico no tanque de armazenamento. Dessa forma, todas as propriedades termodinâmicas das duas fases podem ser avaliadas em seu estado de saturação e em função da

temperatura ou pressão no tanque, não necessitando de equações de estado complexas. A implementação desse modelo é mais simples e seu tempo de solução é menor, uma vez que as propriedades termodinâmicas podem ser obtidas ajustando os dados às curvas de saturação das respectivas propriedades. Os resultados apresentados pelo modelo de equilíbrio foram satisfatórios, apesar de em alguns casos apresentar resultados para os cálculos de pressão em temperatura no tanque que não são suficientemente precisos para uso prático (ZIMMERMAN et al., 2013).

Um maior nível de complexidade na modelagem é inserido no modelo de Zilliac e Karabeyoglu, uma vez que o modelo já não assume mais que as fases de líquido e vapor estão em equilíbrio termodinâmico no tanque, permitindo assim que sejam contabilizadas as taxas de transferência de calor e massa entre as fases. Devido a essa possibilidade, o modelo requer equações de estado mais sofisticadas, uma vez que as propriedades de cada fase são avaliadas fora do estado de saturação. A implementação desse modelo é mais complexa e requer um maior tempo de solução, além de necessitar de um fator empírico que é dependente do sistema que está sendo avaliado (ZIMMERMAN et al., 2013).

Casalino e Pastrone apresentam dois modelos em seu trabalho: um modelo de equilíbrio similar ao proposto por Withmore e Chandler e um modelo que batizado por eles de “modelo bifásico em blocos”. O segundo modelo assume não-equilíbrio térmico no tanque de armazenamento, no entanto, uma série de simplificações são feitas afim de possibilitar o cálculo das propriedades termodinâmicas das fases no estado de saturação. Esse segundo modelo foi avaliado no trabalho de Zimmerman et al. (2013), que concluiu que apesar de ser um compromisso entre os outros dois modelos avaliados, o modelo de Casalino e Pastrone apresenta a pior performance entre os três modelos avaliados.

Como não existem dados experimentais suficientes para o sistema avaliado nesse trabalho, a implementação do modelo de Zilliac e Karabeyoglu não pode ser utilizada, uma vez que depende de fatores empíricos. Já o modelo de Casalino e Pastrone não apresenta bons resultados, como avaliado no trabalho de Zimmerman et al. Dessa forma, o modelo de equilíbrio apresentado por Withmore e Chandler é implementado neste trabalho, uma vez que apresenta bons resultados e seu uso é relativamente simples. O Capítulo seguinte descreve a metodologia utilizada para a análise de performance do sistema de alimentação e, conseqüentemente, do sistema de propulsão híbrida estudado neste trabalho, utilizando o modelo de Withmore e Chandler para descrever o a dinâmica de esvaziamento do tanque de oxidante e o modelo de escoamento bifásico de Dyer et al. para descrever a vazão de oxidante do sistema de alimentação para a câmara de combustão.

3 Análise computacional da injeção de N₂O líquido

Como o objetivo do trabalho é analisar o escoamento do óxido nitroso desde o tanque de armazenamento até a câmara de combustão, é necessário um estudo da evolução do oxidante não só através do sistema de alimentação, modelos que já foram citados no capítulo anterior, mas também é necessário o estudo dos fenômenos que acontecem com o oxidante desde sua saída do injetor e entrada na câmara de combustão até sua vaporização e mistura com o combustível, para que haja então combustão.

Para realizar essa análise, uma opção é a realização de simulação computacional, onde é possível realizar a injeção do oxidante tanto na fase gasosa quanto na fase líquida. Como já explicado, o N₂O é injetado na câmara de combustão como uma mistura em duas fases, líquido e vapor. Dessa forma, para que a simulação seja representativa, é necessário que sejam consideradas as duas fases na injeção.

Utilizando o software Ansys Fluent, as simulações de Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics - CFD*) da injeção bifásica podem ser realizadas. A modelagem da injeção é feita considerando a injeção da fase gasosa como uma fase Euleriana e contínua, enquanto a fase líquida é modelada como uma fase Lagrangiana e discreta. O detalhamento da modelagem da injeção é feito nas seções seguintes.

Uma vez que serão realizadas simulações de CFD, além da modelagem de injeção de oxidante, será feita uma simulação completa da combustão no motor híbrido, afim de obter uma simulação o mais fiel possível à realidade do motor.

3.1 Modelagem analítica

O estudo do escoamento de N₂O a partir da saída do injetor requer a modelagem de alguns processos essenciais e seus mecanismos. A modelagem das duas fases deve ser feita separadamente, o que inclui definir as condições de injeção na seção de entrada do domínio.

A primeiro passo na modelagem da injeção de oxidante é definir a fração de vapor x_2 na saída do injetor. Isso pode ser feito com através do modelo de injeção HEM, já detalhado no capítulo anterior, através das Eqs. 2.41 e 2.42. Definida a fração de vapor, as condições na entrada de oxidante, para das duas, podem ser então calculadas.

Para definir corretamente a entrada de oxidante líquido é preciso definir uma “origem das gotas”, onde é necessário dar informações sobre: distribuição do tamanho de

gotas, tamanho da gota injetada e velocidade de injeção da gota. Todas essas informações tem relação com mecanismos extremamente importantes e que influenciam na análise e projeto do injetor e da câmara de combustão, como atomização e evaporação das gotas de oxidante.

Definir o tempo de vida das gotas de N_2O dentro da câmara de combustão do motor híbrido, permite analisar qual seria o comprimento necessário da pré-câmara de combustão. Esse tempo de vida é o tempo necessário para a gota de líquido evaporar completamente, pois só no estado gasoso o oxidante pode se misturar e reagir com o combustível gasoso e dessa forma a reação de combustão pode acontecer. É preciso definir analiticamente o tempo de vida da gota para ser usado como referência para definir corretamente o passo de tempo que será utilizado na simulação em CFD.

Cada mecanismo e respectivo modelo considerado para definir as entradas necessárias na configuração da injeção de oxidante são detalhada nas seções a seguir.

3.1.1 Tamanho da gota injetada

O tamanho da gota injetada é o primeiro parâmetro a se definir quando a injeção de N_2O líquido é considerada. Existem várias formas de caracterizar o tamanho da gota injetada, sendo que o diâmetro médio é o mais utilizado. Das abordagens de cálculo de diâmetro médio existentes na literatura, o Diâmetro Médio de Sauter (SMD, em inglês) é o tipo de abordagem utilizada para análises em motores de foguetes. O SMD, também referenciado como D_{32} , é o diâmetro da gota cuja razão entre volume e área de superfície é a mesma por todo o *spray*, sendo o mais recomendado para análises que envolvam transferência de massa e reações (LEFEBVRE; MCDONELL, 2007).

Existem vários modelos de SMD, a depender do tipo de injetor que está sendo analisado e do ambiente em que está sendo injetado o propelente. Para injetores do tipo *shower head*, Merrington e Richardson propuseram a Eq. 3.1 para o cálculo do SMD, já Tanasawa e Toyoda propuseram a Eq. 3.2:

$$SMD = \frac{500d_o^{1.2}\nu_L^{0.2}}{u_L} \quad (3.1)$$

$$SMD = \frac{47d_o}{u_L} \left(\frac{\sigma}{\rho_G} \right)^{0.25} \left[1 + 331 \frac{\mu_L}{(\rho_L \sigma d_o)^{0.5}} \right] \quad (3.2)$$

onde d_o é o diâmetro do orifício de injeção, ν_L é a viscosidade cinemática do líquido, σ é a tensão superficial, μ_L é a viscosidade dinâmica e u_L é a velocidade do líquido. É importante destacar que o SMD é um valor médio da distribuição de diâmetro entre as gotas de um *spray* e, para análises mais robustas, é possível avaliar essa distribuição com mais detalhes. Alguns modelos empíricos disponíveis para avaliar essa distribuição

são: o modelo de Nukiyama e Tanasawa, Rosin-Rammler, Rosin-Rammler modificado e o modelo Função de Limite Superior (LEFEBVRE; MCDONELL, 2007).

No entanto, a análise realizada nesse trabalho dispensa o uso de modelos de distribuição do tamanho de gota, para simplificação da modelagem final e por motivos de custo computacional. No caso analisado aqui, é considerada uma distribuição uniforme de tamanho de gotas, o que necessita apenas do cálculo do tamanho injetado através do SMS. Essa é uma abordagem comumente utilizada em simulações CFD semelhantes e os valores de SMD encontrados em vários desses trabalhos, para injetores similares, foram entre 0,3 e 1000 μm , o que mostra como os valores podem variar, a depender de como as propriedades do oxidante foram avaliadas (DEQUICK; LEFEBVRE; HENDRICK, 2021; LAZZARIN et al., 2011; LAZZARIN et al., 2015).

3.1.2 Atomização

O processo de atomização é de suma importância para a performance da combustão no motor de foguete, uma vez que esse mecanismo é responsável pelo aumento da área de contato entre o propelente injetado e o gases quentes do ambiente da câmara de combustão, dessa forma, aumentando a taxa de transferência de calor e massa entre as gotas e o meio, acelerando o processo de vaporização das gotas e mistura dos propelentes.

A atomização se dá através de mecanismos de quebra da gota, que dependem das interações entre as forças aerodinâmicas e as forças de coesão da gota (tensão superficial). A Figura 15 mostra como as forças aerodinâmicas atuam na gota.

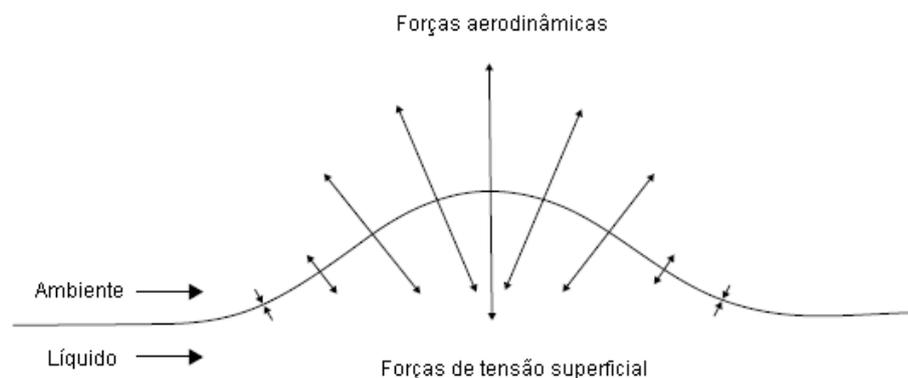


Figura 15 – Forças aerodinâmicas e tensão superficial agindo na gota de propelente.

Fonte: Adaptado de Lefebvre e McDonell (2007).

Os mecanismos de quebra podem ser divididos em quatro regimes: mecanismo de quebra de Rayleigh, quebra primária, quebra secundária e atomização. Para avaliar se um injetor é capaz de proporcionar uma atomização satisfatória alguns números adimensionais podem ser utilizados. Esses números relacionam as forças que agem sobre a gota e são uma forma de identificar se a atomização acontece. (LEFEBVRE; MCDONELL, 2007)

O primeiro é o número de Reynolds, Eq. 2.20 (onde $D = d_o$), que é a razão entre a força de inércia e a viscosidade da gota, como também avalia o nível de turbulência no escoamento. Para que o escoamento seja considerado turbulento e se atinja uma melhor atomização é necessário que $Re \gg 2300$. O segundo é o número de Weber, que é a razão entre a força de inércia e a tensão superficial. O terceiro é o número de Ohnesorge, que é a razão entre a viscosidade e as forças que agem para deformar a gota. A Figura 16 mostra como esses números são utilizados para verificar a ocorrência de atomização. (GAMPER; HINK, 2013; LEFEBVRE; MCDONELL, 2007)

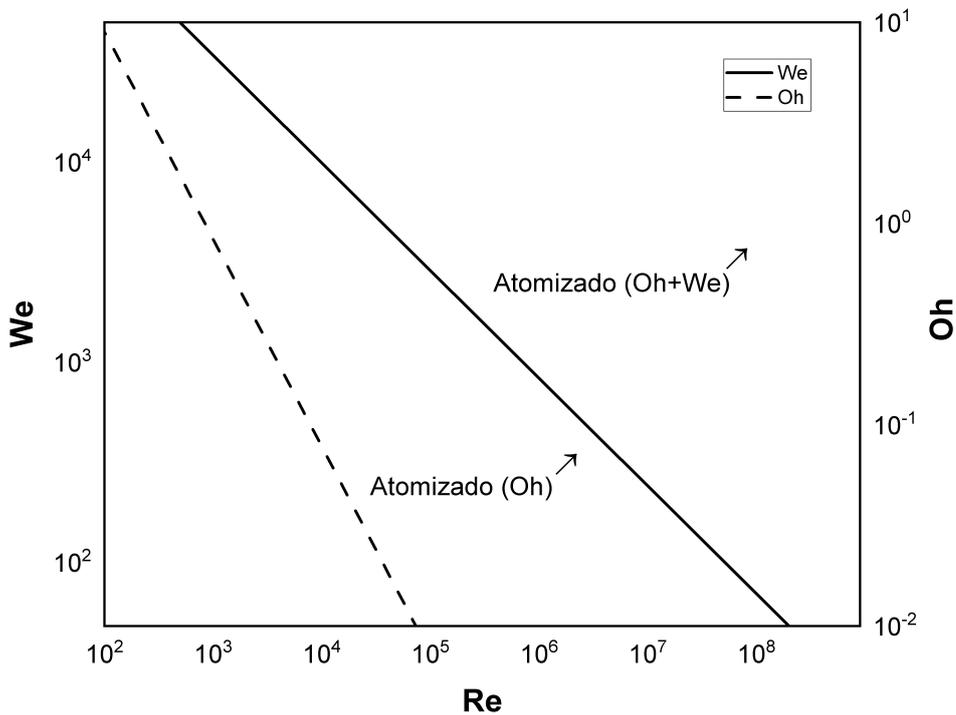


Figura 16 – Regiões de atomização em função dos números adimensionais Re , We e Oh .
Fonte: (GONTIJO, 2021).

De acordo com a Fig. 16, é possível identificar que a região de atomização que atende aos critérios dos três números citados é a região acima da linha contínua que corresponde ao número de Weber.

O número de Weber pode ser calculado de acordo com a Eq. 3.3. Já o número de Ohnesorge pode ser calculado de acordo com a Eq. 3.4. Os três números se relacionam de acordo com a Eq. 3.5.

$$We = \frac{\rho u^2 d_o}{\sigma} \quad (3.3)$$

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma d_o}} \quad (3.4)$$

$$Re = \frac{\sqrt{We}}{Oh} \quad (3.5)$$

3.1.3 Conceitos de transferência de massa e equações de conservação

A vaporização da gota de oxidante é a última etapa antes da mistura com o combustível e queima dentro da câmara de combustão, uma vez que qualquer material só pode entrar em combustão na fase gasosa.

Modelos diversos para vaporização de gotas são apresentados por [Turns \(2012\)](#). O primeiro modelo é problema de transferência de massa Stefan modificado para um sistema de coordenadas esférico simétrico, onde a vaporização da gota é controlada pela transferência de massa, induzida pelo gradiente de concentração de espécies, do vapor produzido na superfície da gota para o meio. O segundo é um modelo simples de vaporização que assume que a temperatura do meio é o suficiente para provocar a mudança de fase na superfície da gota, sem combustão. O terceiro modelo considera que a gota é envolvida por uma chama difusa esfericamente simétrica e, portanto, considera efeitos de reação química, através da combustão. O último modelo considera que a combustão em volta da gota é controlada pela vaporização uni-dimensional, sendo esse modelo o mais abrangente, considerando vários efeitos que podem ocorrer com a gota em um ambiente como a câmara de combustão de um motor de foguete.

Uma vez que o caso estudado trata-se da injeção de oxidante na pré-câmara de combustão do motor híbrido, o segundo modelo de vaporização apresentado por [Turns \(2012\)](#) será utilizado para o cálculo do tempo de vida da gota. Antes de entrar em detalhes na derivação do modelo que será utilizado, alguns conceitos importantes de transferência de massa e equações de conservação aplicadas a escoamentos reativos.

Começando pela transferência de massa, uma importante lei de taxa transferência de massa é a onde a diferença de concentração de espécies **Lei de Difusão de Fick**. Vamos considerar uma mistura gasosa não-reativa que contém apenas duas espécies moleculares: A e B. A Lei de Fick descreve a taxa com que uma espécie difunde através da outra. Para o caso de uma difusão binária unidimensional, a Lei de Fick pode ser escrita como na Eq. 3.6:

$$\dot{m}_A'' = Y_A(\dot{m}_A'' + \dot{m}_B'') - \rho \mathcal{D}_{AB} \frac{dY_A}{dx}, \quad (3.6)$$

onde Y é a fração de massa na mistura e \dot{m}'' é o fluxo de massa, definido como a taxa de vazão mássica por unidade de área, de acordo com a Eq. 3.7 e os subscritos A e B são referentes as espécies moleculares. Já o termo \mathcal{D}_{AB} é a difusividade binária, que é uma propriedade da mistura e tem unidade de m^2/s .

$$\dot{m}'' = \frac{\dot{m}}{A} \quad (3.7)$$

A Equação 3.6 mostra que a espécie A é transportada por dois meios: o primeiro termo no lado direito da equação representa o transporte de A associada com o escoamento da mistura, e o segundo termo representa a difusão molecular de A superposta ao escoamento. Na ausência de difusão, o fluxo de massa da espécie A pode ser representado pela Eq. 3.8:

$$\dot{m}_A'' = Y_A(\dot{m}_A'' + \dot{m}_B'') = Y_A \dot{m}'' \equiv \text{fluxo de massa da espécie A}, \quad (3.8)$$

onde \dot{m}'' é o fluxo de massa da mistura. O fluxo difusivo, associado à difusão molecular, adiciona um componente ao fluxo da espécie A, de acordo com a Eq. 3.9:

$$-\rho \mathcal{D}_{AB} \frac{dY_A}{dx} \equiv \text{fluxo difusivo da espécie A, } \dot{m}_{A,dif}''. \quad (3.9)$$

A expressão na Eq. 3.9 mostra que o fluxo difusivo da espécie A é proporcional ao gradiente de concentração de massa, onde a constante de proporcionalidade é $-\rho \mathcal{D}_{AB}$, o que mostra que a espécie A tende a se mover da região de alta concentração para a região de baixa concentração, analogamente a energia que se move da região de alta para região de baixa temperatura. Uma comparação da Eq. 3.9 com a Lei de Fourier para condução de calor, Eq. 3.10, mostra como o termo $\rho \mathcal{D}$ é uma propriedade de transporte importante e análoga a condutividade térmica λ .

$$\dot{Q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (3.10)$$

A Equação 3.6 é a componente unidimensional da expressão mais geral:

$$\dot{\mathbf{m}}_A'' = Y_A(\dot{\mathbf{m}}_A'' + \dot{\mathbf{m}}_B'') - \rho \mathcal{D}_{AB} \nabla Y_A, \quad (3.11)$$

onde os termos em negrito são quantidade vetoriais. Quanto a difusividade binária, \mathcal{D}_{AB} , essa pode ser definida como na Eq. 3.12, como:

$$\mathcal{D}_{AB} = \frac{2}{3} \left(\frac{k_B^3 T}{\pi^3 m_A} \right) \frac{T}{\rho^2 P} \quad (3.12)$$

ou

$$\mathcal{D}_{AB} \propto T^{3/2} P^{-1}, \quad (3.13)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann, m_A é a massa de uma única molécula de A, T é a temperatura, P é a pressão e ρ é o diâmetro de ambas as moléculas de A e B. Assim, vemos que a difusividade binária tem grande dependência em relação a temperatura (elevada a potência de $3/2$) e é inversamente proporcional a pressão. No entanto, o fluxo mássico difusivo da espécie A é proporcional ao produto $\rho \mathcal{D}_{AB}$, que por sua vez depende da raiz quadrada da temperatura e é independente da pressão:

$$\rho \mathcal{D}_{AB} \propto T^{1/2}. \quad (3.14)$$

Por conta disso, em muitas análises simplificadas de processos de combustão, como é o caso deste trabalho, o produto $\rho \mathcal{D}_{AB}$ é tratado como uma constante, devido à sua fraca dependência em relação à temperatura.

Partindo agora para a conservação de energia, começando com um sistema de referência cartesiano unidimensional, Fig. 17, onde os escoamentos de energia para dentro e para fora de uma camada plana com comprimento Δx são mostrados.

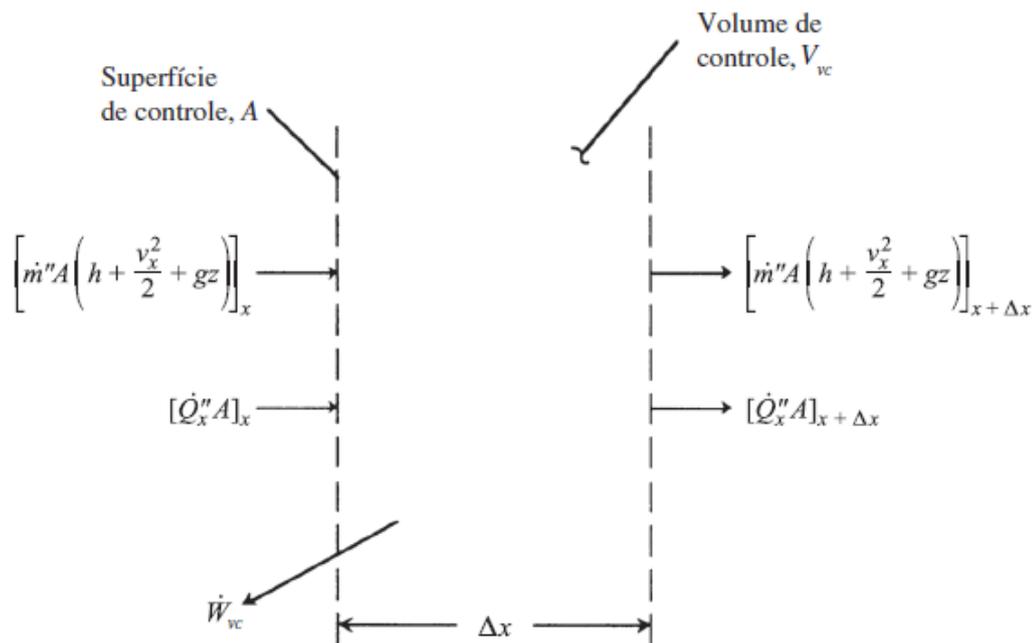


Figura 17 – Volume de controle para a análise unidimensional e em regime permanente da conservação de energia.

Fonte: Adaptado de [Lefebvre e McDonell \(2007\)](#).

A primeira lei da termodinâmica aplicada a esse volume de controle, pode ser expressa como:

$$(\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x}) A - \dot{W}_{vc} = \dot{m}'' A \left[\left(h + \frac{u_x^2}{2} + gz \right)_{x+\Delta x} - \left(h + \frac{u_x^2}{2} + gz \right)_x \right]. \quad (3.15)$$

Uma vez que já admitimos regime permanente, a Eq. 3.15 não apresenta nenhum termo de acumulação de energia dentro do volume de controle. Admitindo também, que nenhum trabalho é executado pelo volume de controle e que não existe variação de energia potencial entre os escoamentos de entrada e saída e, juntamente com essas simplificações, dividindo a Eq. 3.15 por A , temos:

$$-\left(\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x\right) = \dot{m}'' \left[\left(h + \frac{u_x^2}{2} \right)_{x+\Delta x} - \left(h + \frac{u_x^2}{2} \right)_x \right]. \quad (3.16)$$

Dividindo ambos os lados da Eq. 3.16 por Δx , tomando o limite quando $\Delta x \rightarrow 0$ e reconhecendo a definição de derivada, obtemos a seguinte equação diferencial:

$$-\frac{d\dot{Q}_x}{dx} = \dot{m}'' \left(\frac{dh}{dx} + u_x \frac{du_x}{dx} \right). \quad (3.17)$$

Como o sistema considerado aqui, admite a existência de espécies químicas em difusão, o fluxo de calor, Eq. 3.18, consiste na condução e em um fluxo adicional de entalpia resultante da difusão de massa. Admitindo que não há radiação, a forma geral do vetor de fluxo de calor é dada por:

$$\dot{\mathbf{Q}} = -\lambda \nabla T + \sum \dot{\mathbf{m}}''_{i,\text{dif}} h_i, \quad (3.18)$$

onde $\dot{\mathbf{m}}''_{i,\text{dif}}$ é o fluxo por difusão da i -ésima espécie química. Para uma camada plana unidimensional, a Eq. 3.18 se torna:

$$\dot{Q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx} + \sum \rho Y_i (u_{ix} - u_x) h_i. \quad (3.19)$$

Antes de substituir o fluxo de calor na Eq. 3.17, reescrevemos a Eq. 3.19 em termos dos fluxos de massa de mistura e de espécie química, como:

$$\dot{Q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx} + \sum \rho v_{ix} Y_i h_i - \rho v_x \sum Y_i h_i = -k \frac{dT}{dx} + \sum \dot{m}''_i h_i - \dot{m}'' h, \quad (3.20)$$

onde tem-se que $\dot{m}''_i = \rho v_{ix} Y_i$, $\dot{m}'' = \rho v_x$ e $\sum Y_i h_i = h$. Finalmente, substituindo a Eq. 3.20 na Eq. 3.17, cancelando os termos $\dot{m}'' dh/dx$ que aparecem em ambos os lados e rearranjando a equação, obtêm-se:

$$\frac{d}{dx} \left(\sum h_i \dot{m}''_i \right) + \frac{d}{dx} \left(-\lambda \frac{dT}{dx} \right) + \dot{m}'' v_x \frac{dv_x}{dx} = 0. \quad (3.21)$$

Expandindo o primeiro termo da Eq.3.21, ou seja:

$$\frac{d}{dx} \left(\sum h_i \dot{m}_i'' \right) = \sum \dot{m}_i'' \frac{dh_i}{dx} + \sum h_i \frac{d\dot{m}_i''}{dx}. \quad (3.22)$$

O termo $d\dot{m}_i''/dx$ pode ser expresso como \dot{m}_i''' . Com a substituição desse termo, a conservação de energia, Eq. 3.22, relaciona-se com às taxas de produção de espécies químicas associadas com as reações químicas. A forma unidimensional final da equação da conservação da energia é:

$$\sum \dot{m}_i'' \frac{dh_i}{dx} + \frac{d}{dx} \left(-\lambda \frac{dT}{dx} \right) + \dot{m}'' v_x \frac{dv_x}{dx} = - \sum h_i \dot{m}_i''' \quad (3.23)$$

A Equação 3.23 é utilizada como ponto de partida para simplificações adicionais, sendo aplicável para sistemas tanto binários como multicomponentes.

Uma forma útil da equação da energia é a forma de Shvab-Zeldovich, onde os fluxos de massa de espécies químicas e de entalpia no lado esquerdo da Eq. 3.23 desaparecem e são substituídos por termos que dependem apenas da temperatura. Uma hipótese chave para o desenvolvimento da equação de Shvab-Zeldovich é que o número de Lewis, Eq. 3.24, é unitário. A hipótese de $Le = 1$ é frequentemente utilizada em problemas de combustão e permite uma grande simplificação da análise. Outra hipótese chave é a de que a Lei de Fick é válida como modelo para descrever os fluxos de difusão de massa das espécies químicas.

$$Le = \frac{\lambda}{\rho c_p \mathcal{D}} = \frac{\alpha}{\mathcal{D}}, \quad (3.24)$$

onde $\alpha = \lambda/\rho c_p$ é difusividade térmica. Analisando a Eq. 3.18, na forma unidimensional, obtêm-se a Eq. 3.25:

$$\dot{Q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx} + \sum \dot{m}_{i,dif}'' h_i, \quad (3.25)$$

Utilizando a definição de fluxo difusivo, Eq. 3.9 e admitindo que um único valor de difusividade mássica é suficiente para caracterizar a mistura:

$$\dot{Q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx} - \rho \mathcal{D} \sum \frac{dY_i}{dx} h_i. \quad (3.26)$$

Utilizando os conceitos de transferência de massa já citados, realizando algumas simplificações e retomando que o número de Lewis é unitário ($\alpha = \mathcal{D}$), o fluxo de calor se torna:

$$\dot{Q}_x = -\rho \mathcal{D} \frac{dh}{dx}. \quad (3.27)$$

Substituindo a expressão para o fluxo de calor da Eq. 3.27 na equação da conservação da energia, Eq. 3.17, obtêm-se a Eq. 3.28:

$$\frac{d}{dx} \left(\rho \mathcal{D} \frac{dh}{dx} \right) = \dot{m}'' \frac{dh}{dx} + \dot{m}'' v_x \frac{dv_x}{dx}. \quad (3.28)$$

Utilizando a definição de entalpia padrão, Eq. 3.29, negligenciando o termo de variação de energia cinética, uma vez que é um termo pequeno em relação aos outros e utilizando os conceitos já explorados para rearranjar a equação de conservação de energia, Eq. 3.28, chega-se a forma final da equação da energia de Shvab-Zeldovich unidimensional, Eq. 3.30:

$$h = \sum Y_i h_{f,i}^o + \int_{T_{\text{ref}}}^T c_p dT \quad (3.29)$$

$$\dot{m}'' \frac{d \int c_p dT}{dx} + \frac{d}{dx} \left[-\rho \mathcal{D} \frac{d \int c_p dT}{dx} \right] = - \sum h_{f,i}^o \dot{m}_i''' \quad (3.30)$$

A interpretação física da Eq. 3.30 é a de que a soma das taxas de convecção (advecção), primeiro termo do lado esquerdo da equação, e difusão de entalpia sensível (energia térmica), segundo termo do lado esquerdo da equação, é igual à taxa na qual a energia química é convertida em energia sensível por reação química. A forma geral da equação da energia de Shvab-Zeldovich é:

$$\nabla \cdot \left[\dot{m}'' \int c_p dT - \rho \mathcal{D} \nabla \left(\int c_p dT \right) \right] = - \sum h_{f,i}^o \dot{m}_i''' \quad (3.31)$$

Pode-se aplicar as definições das operações vetoriais para obter a equação da energia de Shvab-Zeldovich para as geometrias esféricas. A forma 1-D em coordenadas esféricas é expressa pela Eq. 3.32:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(\rho v_r \int c_p dT - \rho \mathcal{D} \frac{d \int c_p dT}{dr} \right) \right] = - \sum h_{f,i}^o \dot{m}_i''' \quad (3.32)$$

A Equação 3.32 é a forma final da equação de conservação da energia que será aplicada na geometria de interesse, uma gota esférica. Nesse ponto, é importante destacar todas as considerações que foram feitas e que levaram a dedução da Eq. 3.32. A Tabela 1 resume todas as considerações importantes e que serão também utilizadas na construção do modelo de vaporização da gota.

Tabela 1 – Hipóteses utilizadas para o desenvolvimento da equação da energia de Shvab-Zeldovich.

Hipóteses básicas/ efeitos negligenciados	Propriedades	Leis de transporte de massa	Geometria
Regime permanente Ausência de gravidade Ausência de trabalho de eixo e dissipação viscosa Ausência de transferência de calor por radiação Número de Lewis unitário Variações de energia cinética negligenciáveis, o que implica que a pressão é constante	Variam em função da temperatura	Difusão devido gradiente de concentração Difusividade binária modelada com a Lei de Fick	Unidimensional, simetria esférica

Fonte: Adaptado de [Lefebvre e McDonell \(2007\)](#).

3.1.4 Modelo de vaporização da gota

Nesse ponto, todas as equações de conservação e conceitos de transferência de massa necessários para a construção do modelo de vaporização da gota foram discutidos. Todas as equações serão aplicadas ao sistema de referência esféricamente simétrico de acordo com a Fig. 18, onde o raio r é a única coordenada variável.

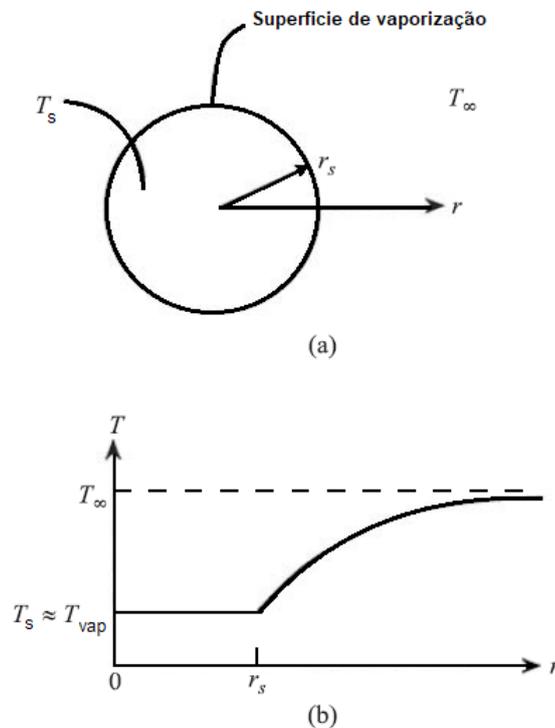


Figura 18 – Vaporização de uma gota de líquido em um meio quiescente, onde se assume que a temperatura da superfície da gota está próxima da temperatura de ebulição do líquido.

Fonte: Adaptado de [Lefebvre e McDonell \(2007\)](#).

O sistema de referência mostrado na Fig. 18 tem sua origem no centro da gota, com o raio da gota, na interface entra o líquido e o vapor, denominado por r_s . Longe da gota, onde $r \rightarrow \infty$, a temperatura do meio é denominada por T_∞ .

A física do problema assume que a energia necessária para vaporizar o oxidante líquido é fornecida pelo calor do meio, fazendo com que o vapor de oxidante difunda da superfície da gota para o gás ambiente. A perda de massa faz com que o raio da gota diminua com o tempo, até o momento em que a gota vaporiza completamente ($r_s = 0$).

Na aplicação analisada aqui, a vaporização das gotas de N_2O acontecem na pré-câmara de combustão, onde o ambiente é rico em oxidante, uma que a mistura e reação com o combustível acontecem na câmara de combustão. No entanto, a pré-câmara de combustão ainda apresenta uma temperatura suficiente para que haja energia disponível para a vaporização das gotas de oxidante, devido à presença de ignitores na pré-câmara.

O problema que deve ser resolvido é a determinação da taxa de vazão mássica do vapor de oxidante a partir da superfície da gota em qualquer instante de tempo. O conhecimento dessa taxa de vazão mássica irá permitir que o raio da gota em função do tempo seja calculado e seu tempo de vida.

As seguintes hipóteses para a vaporização de uma gota em um gás quente são normalmente utilizadas, uma vez que elas levam a grandes simplificações, principalmente por eliminarem a necessidade de lidar com os aspectos de transferência de massa do problema, uma vez que, nesse caso, no modelo a taxa vaporização é controlada pela transferência de calor e não pelo gradiente de concentração (LEFEBVRE; MCDONELL, 2007):

1. A gota vaporiza em um meio quiescente e infinito;
2. O processo de vaporização ocorre em regime quase-permanente. Isso significa que em qualquer instante de tempo o processo pode ser descrito como se estivesse em regime permanente. Essa hipótese elimina a necessidade de lidar com equações diferenciais parciais;
3. O oxidante é um líquido mono-componente com solubilidade zero para gases;
4. A temperatura da gota é uniforme e assume-se que a temperatura seja igual a temperatura de ebulição, ($T_s = T_{vap}$). Em vários problemas, o aquecimento transiente do líquido não afeta grandemente o tempo de vida da gota. Cálculos mais rigorosos mostram que a temperatura da gota está pouco abaixo da temperatura de ebulição. Essa hipótese elimina a necessidade de resolver a equação de energia para a fase líquida (gota) e, mais importante, elimina a necessidade de resolver a equação de transporte de espécies para a fase gasosa. Está implícito nessa hipótese que $T_\infty > T_{vap}$;

5. Assume-se difusão binária com o número de Lewis unitário ($\alpha = \mathcal{D}$). Isso permite a utilização da simples equação da energia de Shvab-Zeldovich, já desenvolvida na seção anterior;
6. As propriedades termodinâmicas como condutividade térmica, massa específica e calor específico são assumidas constantes. Apesar de que as propriedades podem variar bastante a medida que se atravessa da superfície da gota para o meio gasoso, o uso de propriedades constantes permite um solução simples e fechada. Ao fim da análise, uma escolha criteriosa de valores médios para as propriedades possibilita que resultados razoavelmente precisos sejam feitos.

Com as hipóteses acima é possível encontrar a taxa de vaporização de massa da gota (\dot{m}) e a evolução do raio da gota ($r_s(t)$), a partir do desenvolvimento de uma equação para a conservação de massa para a fase gasosa, uma equação de energia para a fases de vapor, um balanço de energia para a interface líquido-vapor e uma equação para a conservação de massa da gota líquida. A equação de energia para a fase gasosa fornece a distribuição de temperatura da fase gasosa, o que permite avaliar a transferência de calor para a superfície da gota. A avaliação dessa transferência de calor é necessária para avaliar o balanço de energia na superfície, que fornece a taxa de evaporação \dot{m} . Tendo $\dot{m}(t)$, é possível encontrar facilmente o tamanho da gota em função do tempo.

ANALISE DA FASE GASOSA

Conservação de massa: Com a hipótese de vaporização quase-permanente, a taxa de vazão mássica é constante e independente do raio, o que é expresso pelas Eqs. 3.33 e 3.34:

$$\dot{m} = \rho v_r 4\pi r^2 = \text{constante} \quad (3.33)$$

e

$$\frac{d(\rho v_r r^2)}{dr} = 0 \quad (3.34)$$

onde v_r é a velocidade da mistura.

Conservação de energia: Aplicando a forma unidimensional da equação de energia de Shvab-Zeldovich, Eq. 3.32, para coordenadas esféricamente simétricas, como a situação representada na Fig. 19, utilizando a hipótese de propriedades constantes e número de Lewis unitário, a equação de energia para a fase gasosa pode ser expressa pela Eq. 3.35:

$$\frac{d\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right)}{dr} = \kappa \dot{m} \frac{dT}{dr}, \quad (3.35)$$

onde $\kappa = c_{pg}/4\pi\lambda$, c_{pg} é o calor específico do gás e para o caso de vaporização pura o termo de reação é igual a zero.

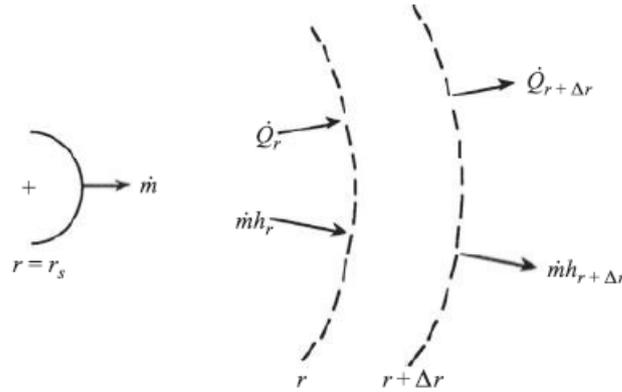


Figura 19 – Balanço de energia para a fase gasosa.

Fonte: Adaptado de [Lefebvre e McDonell \(2007\)](#).

Resolvendo a Eq. 3.35, é possível obter a distribuição de temperatura ($T(r)$) na fase gasosa. Essa solução requer duas condições de contorno:

$$\text{Condição de contorno 1 : } T(r \rightarrow \infty) = T_\infty \quad (3.36)$$

$$\text{Condição de contorno 2 : } T(r = r_s) = T_{vap} \quad (3.37)$$

Aplicando as duas condições de contorno e resolvendo a Eq. 3.35, a equação para a distribuição de temperatura na fase gasosa é expressa pela Eq. 3.38:

$$T(r) = \frac{(T_\infty - T_{vap}) \exp(-\kappa\dot{m}/r) - T_\infty \exp(-\kappa\dot{m}/r_s) + T_{vap}}{1 - \exp(-\kappa\dot{m}/r_s)}. \quad (3.38)$$

Balanço de energia na interface fase gasosa-superfície da gota: A Equação 3.38 sozinha não permite que a taxa de evaporação \dot{m} seja calculada, mas possibilita que o calor transferido para a superfície da gota seja calculado, termo que aparece no balanço de energia da interface, ilustrado na Fig. 20.

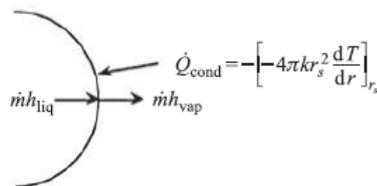


Figura 20 – Balanço de energia para a interface fase gasosa-superfície da gota.

Fonte: Adaptado de [Lefebvre e McDonell \(2007\)](#).

A Figura 20 mostra que o calor é conduzido para a interface a partir do vapor quente e, uma vez que assume-se a temperatura da gota é uniforme e igual a T_{vap} , todo esse calor é utilizado para vaporizar o oxidante, não existindo fluxo de calor para o interior da gota. O balanço de energia na superfície pode ser expresso como:

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m}(h_{vap} - h_{liq}) = \dot{m}h_{fg}. \quad (3.39)$$

Substituindo a lei de Fourier para \dot{Q}_{cond} , obtêm-se:

$$4\pi\lambda_g r_s^2 \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r_s} = \dot{m}h_{fg}. \quad (3.40)$$

Derivando a Eq. 3.38, o gradiente de temperatura da fase gasosa, na superfície da gota é:

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r_s} = \frac{\kappa\dot{m}}{r_s^2} \left[\frac{(T_\infty - T_{vap}) \exp(-\kappa\dot{m}/r_s)}{1 - \exp(-\kappa\dot{m}/r_s)} \right]. \quad (3.41)$$

Substituindo o resultado da Eq. 3.41 na Eq. 3.40 e resolvendo para \dot{m} , têm-se:

$$\dot{m} = \frac{4\pi\lambda_g r_s}{c_{pg}} \ln \left[\frac{c_{pg}(T_\infty - T_{vap})}{h_{fg}} + 1 \right]. \quad (3.42)$$

O primeiro termo dentro das chaves na Eq. 3.42 é definido como:

$$B_q = \frac{c_{pg}(T_\infty - T_{vap})}{h_{fg}} \quad (3.43)$$

dessa forma

$$\dot{m} = \frac{4\pi\lambda_g r_s}{c_{pg}} \ln(B_q + 1). \quad (3.44)$$

O parâmetro B é um parâmetro adimensional que é bastante usado em problemas de combustão, normalmente chamado de **número de Spalding** ou **número de transferência**. A forma apresentada na Eq. 3.43 é do número de Spalding baseado em considerações de transferência de calor, denotado pelo subscrito q . Existem outras formas do número B , a depender da aplicação. Outra forma bastante utilizada é a apresentada na Eq. 3.45, que relaciona as frações mássicas, denotado pelo subscrito Y :

$$B_Y = \frac{Y_{A,s} - Y_{A,\infty}}{1 - Y_{A,s}}. \quad (3.45)$$

Quando a hipótese de que $Le = 1$ é utilizada, têm-se que $B_q = B_Y$. Com o resultado apresentado na Eq. 3.44, finaliza-se a análise da fase gasosa. Obtendo a taxa de vaporização instantânea, é possível agora calcular o tempo de vida da gota.

TEMPO DE VIDA DA GOTA

Conservação de massa da gota: para encontrar uma expressão para o tempo de vida da gota escreve-se o balanço de massa da gota, que estabelece que a taxa com que a massa da gota decresce é igual à taxa na qual o líquido é vaporizado, como expresso na Eq. 3.46:

$$\frac{dm_d}{dt} = -\dot{m}, \quad (3.46)$$

onde a massa da gota é dada por

$$\dot{m}_d = \rho_l V = \rho_l \pi D^3 / 6 \quad (3.47)$$

e V e D são o volume e diâmetro da gota, respectivamente.

Substituindo as Eqs. 3.47 e 3.44 na Eq. 3.46 e realizando a diferenciação, expressando em termos D^2 , temos que:

$$\frac{dD^2}{dt} = -\frac{8\lambda_g}{\rho_l c_{pg}} \ln(B_q + 1). \quad (3.48)$$

A Equação 3.48 mostra que o quadrado do diâmetro da gota decresce linearmente com o tempo, com um declive \mathcal{K} , que é definido como a constante de vaporização:

$$\mathcal{K} = \frac{8\lambda_g}{\rho_l c_{pg}} \ln(B_q + 1) \quad (3.49)$$

Integrando a Eq. 3.48 é possível obter uma expressão geral para expressar a variação de D^2 com o tempo:

$$\int_{D_0^2}^{D^2} dD^2 = \int_0^t \mathcal{K} dt \quad (3.50)$$

o que leva à Eq 3.51

$$D^2(t) = D_0^2 - \mathcal{K}t. \quad (3.51)$$

onde D_0 é o diâmetro da gota injeta e é calculado com a Eq. 3.1, ou seja, $D_0 = SMD$. A Equação 3.51 é chamada de lei do D^2 para a vaporização de gotas. Experimentos mostram que a lei do D^2 é válida após um período transiente inicial, associado com o aquecimento até próximo do ponto de ebulição (TURNES, 2012).

Para encontrar o tempo de vida da gota, ou seja, o tempo que leva até um gota de um determinado tamanho inicial evaporar completamente, fazendo com que $D^2(t_d) = 0$, o que leva à expressão para o tempo de vida da gota, Eq. 3.52:

$$t_d = \frac{SMD^2}{\mathcal{K}}. \quad (3.52)$$

Por fim, o modelo de vaporização é utilizado para definir analiticamente o tempo de vida da gota de oxidante na pré-câmara de combustão do MFPH. Com essa informação é possível definir o intervalo de tempo que deve ser considerado na configuração da simulação numérica, que deve ser um passo de tempo que permita rastrear a trajetória das gotas de oxidante a partir da injeção até sua vaporização.

3.1.5 Cálculo das propriedades termodinâmicas e de transporte

Utilizando as Eqs. 3.43, 3.49 e 3.52 é possível calcular o tempo de vida da gota de N_2O na câmara de combustão do MFPH. No entanto, é preciso escolher valores médios apropriados para λ_g e c_{pg} , a condutividade térmica e o calor específico a pressão constante da fase gasosa, respectivamente, que aparecem no cálculo da constante de vaporização e do número de Spalding. Essas propriedades variam consideravelmente, indo da superfície da gota para o fluxo livre.

O procedimento que será seguido para definição dessas propriedades é o mesmo utilizado por Lefebvre e McDonell (2007), onde as propriedades são avaliadas na temperatura média \bar{T} , de acordo com as Eqs. 3.53-3.55:

$$\lambda_g = \lambda_{g,N_2O}(\bar{T}) \quad (3.53)$$

$$c_{pg} = c_{pg,N_2O}(\bar{T}) \quad (3.54)$$

$$\bar{T} = (T_{vap} + T_\infty)/2. \quad (3.55)$$

Já as propriedades termodinâmicas da fase líquida, h_{fg} e ρ_l , a entalpia de vaporização e a massa específica da fase líquida, respectivamente, são calculadas tendo como referência a temperatura de ebulição (T_{vap}) do N_2O :

$$h_{fg} = h_{fg,N_2O}(T_{vap}) \quad (3.56)$$

$$\rho_l = \rho_{l,N_2O}(T_{vap}). \quad (3.57)$$

As propriedades da fase líquida podem ser obtidas a partir dos dados disponíveis em [Walterm \(1991\)](#). Já para as propriedades da fase gasosa uma forma alternativa para o cálculo deve ser adotada, uma vez que T_∞ é a temperatura na pré-câmara de combustão do MFPH e normalmente está em valor por volta de 2000 K. Os valores para as propriedades do N_2O , como os apresentados em [Lemmon, Huber e McLinden \(2007\)](#) e [Walterm \(1991\)](#), estão disponíveis apenas para uma faixa de temperatura que vai até no máximo 1000 K.

O *software Chemical Equilibrium with Applications* (CEA), utilizado para cálculos de reações químicas e combustão, possui uma biblioteca de compostos químicos e realiza os cálculos de suas propriedades termodinâmicas a partir de um polinômio de quarta ordem ([MCBRIDE, 1996](#)).

O polinômio para o cálculo do calor específico a pressão constante é apresentado na Eq. 3.58:

$$\frac{c_p^o}{R} = a_1 T^{-2} + a_2 T^{-1} + a_3 + a_4 T + a_5 T^2 + a_6 T^3 + a_7 T^4, \quad (3.58)$$

onde T é a temperatura em que se está avaliando a propriedade e R é a constante do gás. Um polinômio diferente é utilizado em [McBride \(1996\)](#) para o cálculo das propriedades de transporte. A Equação 3.59 mostra polinômio para o cálculo da condutividade térmica:

$$\ln \lambda = A_1 \ln T + \frac{A_2}{T} + \frac{A_3}{T^2} + A_4. \quad (3.59)$$

Os valores dos coeficientes nas Eqs. 3.58 e 3.59 podem ser encontrados em [McBride \(1996\)](#). No caso do N_2O , são apresentados dois conjuntos diferentes de coeficientes para cada polinômio, o primeiro válido para temperaturas entre 200 K e 1000 K, já o segundo é válido para temperaturas entre 1000 K a 6000 K no caso da Eq. 3.58 e para o intervalo de 1000 K a 5000 K no caso da Eq. 3.59.

As Tabelas 2 e 3 mostram as temperaturas de referência e os valores das propriedades para as fases líquidas (superfície da gota) e gasosa (fluxo livre), respectivamente, considerando uma temperatura de 2500 K na pré-câmara de combustão.

Tabela 2 – Quantidades físicas do N_2O líquido usadas para o modelo de vaporização.

Parâmetro	Valor	Unidade
Temperatura de referência	184,69	[K], temp. ebulição
Massa específica	1216,3	[kg/m ³]
Calor latente de vaporização	375000	[J/kg]

Fonte: ([WALTERM, 1991](#)).

Tabela 3 – Quantidades físicas do N₂O gasoso usadas para o modelo de vaporização.

Parâmetro	Valor	Unidade
Temperatura de referência	1342,345	[K], temp. média
Condutividade térmica	95,43	[W/mK]
Calor específico	1323,297	[J/kg], a pressão cte.

Fonte: (MCBRIDE, 1996).

3.2 Modelagem numérica

3.2.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional

Para realizar um estudo do escoamento dentro do MFPH é preciso resolver as equações governantes fundamentais da dinâmica dos fluidos. Essas equações são equações diferenciais parciais (EDPs), como as equações de Navier-Stokes, que descrevem a conservação de momento. Soluções analíticas dessas equações só são possíveis para casos simples, sendo que para casos mais complexos, como o estudo aqui proposto, métodos numéricos são necessários.

Casos práticos, como o do escoamento dentro de MFPHs, são altamente turbulentos. Para alcançar soluções satisfatórias é necessário que a turbulência no escoamento seja bem modelada. Existem três principais abordagens para a modelagem de escoamentos que envolvem turbulência: *Direct Numerical Simulations* (DNS), *Large-Eddy Simulations* (LES) e *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS).

A abordagem DNS busca resolver todas as escalas (espacial e temporal) da turbulência, requerendo assim uma resolução extremamente alta na discretização do domínio modelado, aumentando consideravelmente o custo computacional desse tipo de simulação, tornando essa abordagem impraticável para a maioria das aplicações. Já o método LES busca resolver apenas as maiores escalas da turbulência e para as pequenas escalas apresenta um campo médio, sendo como uma combinação das abordagens DNS e RANS.

RANS é a abordagem com o menor custo computacional e por isso é a mais utilizada na indústria e em pesquisas, sendo também que sua eficiência no estudo do escoamento no MFPH utilizando N₂O/Parafina já foi provada em vários trabalhos (BELLOMO et al., 2010; LAZZARIN et al., 2011; LAZZARIN et al., 2015; PACCAGNELLA et al., 2018; NIÑO; RAZAVI, 2019). No método RANS, as equações de Navier-Stokes são apresentadas como uma média em relação ao tempo e ao espaço e algum modelo é escolhido para incluir os efeitos de turbulência, resultando em um campo de escoamento médio. Se o caso simulado é transiente e as escalas de tempo do problema são muito maiores que a escala de tempo da turbulência, uma simulação RANS transiente (URANS) pode ser usada, resultando em um campo médio para cada instante de tempo diferente do sistema. A abordagem RANS pode ser aplicada em domínios 2D ou 3D, enquanto as LES e DNS

precisam de um domínio 3D.

3.2.2 Modelagem do escoamento

Para o estudo proposto neste trabalho, a abordagem RANS será adotada, levando em consideração seu custo computacional e performance quanto a estudos semelhantes. Uma vez que a proposta do trabalho é simular a injeção das duas fases do N_2O , um modelo bifásico de simulação é proposto.

A fase gasosa contínua é resolvida a partir de um referencial Euleriano e a fase líquida discreta é resolvida a partir de um referencial Lagrangiano. A fase líquida discreta é introduzida para representar os efeitos do *spray* de oxidante injetado. As duas fases interagem através de um acoplamento Euleriano-Lagrangiano, mas a quebra ou interação entre as gotas não são consideradas nesse estágio de desenvolvimento do modelo.

3.2.2.1 Fase gasosa contínua

A fase gasosa contínua do MFPH é resolvida com um modelo RANS estacionário. O modelo RANS leva a equações de Navier-Stokes onde aparecem termos de estresse, que podem ser modelados através de um modelo de turbulência. As equações governantes são apresentadas a seguir, onde aparecem termos de fonte que são responsáveis pelo acoplamento das fases contínua e discreta. A primeira é a equação de conservação de massa, Eq. 3.60:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \mathbf{S}_m, \quad (3.60)$$

onde \mathbf{S}_m representa a massa de N_2O adicionada a fase contínua pela vaporização da fase discreta líquida. De forma semelhante, o termo \mathbf{S}_F aparece nas equações RANS, Eq. 3.61, devido a troca de momento causada pelas forças de arrasto entre as duas fases:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = & -\nabla P + \nabla \cdot \left[(\mu + \mu_t) \left(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} I \right) \right] \\ & + \nabla \cdot \left(-\rho k \frac{2}{3} I \right) + \mathbf{S}_F. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Na equação da energia total, aqui mostrada em termos da entalpia H , dois termos de fonte aparecem, o primeiro devido a entalpia de combustão $\mathbf{S}_{H,c}$ e outro devido a troca de calor entre a fase contínua e a fase discreta $\mathbf{S}_{H,d}$, como mostrado na Eq. 3.62:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho K) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} H) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} K) - \frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{\kappa + \kappa_t}{c_p} \nabla H \right) + \mathbf{S}_{H,c} + \mathbf{S}_{H,d}, \quad (3.62)$$

onde os subscritos c e d representam, respectivamente, a combustão e a fase discreta. Por conta do modelo de combustão escolhido, apresentado mais a frente na Seção 5.3.1, várias

espécies químicas devem ser consideradas separadamente. Portanto, o modelo também inclui $N - 1$ equações de transporte para as N espécies que estão presentes nos cálculos. Além disso, outras equações de transporte são adicionadas também para resolver o modelo de turbulência escolhido. Para mais detalhes sobre as equações de conservação e sobre como os vários termos de fontes são calculados podem ser encontrados em [ANSYS \(2020\)](#).

3.2.2.2 Fase líquida discreta

Para a fase discreta, a trajetória da gota é calculada através da integração do balanço de força na mesma, computada de um referencial Lagrangiano. Nesse caso, a única força agindo sobre a gota é o arrasto, resultando na Eq. 3.63:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{3C_D\rho_c}{4d_g\rho_g} |\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_g| (\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_g), \quad (3.63)$$

onde os subscritos c e g se referem, respectivamente, a fase contínua e a gota, já C_D é o coeficiente de arrasto. Para uma gota vaporizando, a temperatura é calculada utilizando a Eq. 3.64, onde \mathcal{H} é o coeficiente de troca de calor por convecção e h_{fg} e a entalpia de vaporização da gota.

$$m_g c_p \frac{dT_g}{dt} = \mathcal{H} A_g (T_c - T_g) - \frac{dm_g}{dt} h_{g,fg} \quad (3.64)$$

Mais detalhes quanto ao cálculo do coeficiente de arrasto e a taxa de vaporização da gota $\frac{dm_g}{dt}$ podem ser encontrados em [ANSYS \(2020\)](#).

Parte II

Metodologia

4 Implementação do modelo de análise de performance

4.1 Performance do MFPH

Como abordado no Capítulo 1, a performance do MFPH têm grande dependência em relação a taxa de vazão mássica de oxidante. Para realizar uma análise da performance do motor é necessário caracterizar bem a vazão de oxidante durante a operação do sistema. As seção seguintes se dedicam a explicar a implementação do modelo que permite obter de forma mais precisa a curva de vazão mássica de oxidante em função do tempo de operação do MFPH, e conseqüentemente, as curvas de performance do sistema como um todo.

4.2 Modelo adiabático de entropia bifásica

O modelo para esvaziamento do tanque é construído sobre o modelo NHNE, que descreve com precisão a vazão de N_2O . Baseado na consideração de um processo isentrópico, o modelo estabelece que, à medida que o tanque esvazia, a entropia inicial total no tanque decresce com um valor igual a entropia total da massa de oxidante que foi evacuada, porém, a cada instante, a soma da entropia total da massa de oxidante que deixou o tanque com a entropia total da massa de fluido restante no tanque é igual a entropia inicial total no tanque. Portanto, com relação ao processo completo, o fluxo de propelente é isentrópico, mas com relação apenas ao tanque como volume de controle, o fluxo de propelente é não-isentrópico. Resultados obtidos mostram que, pelo menos para o N_2O como propelente, a suposição de fluxo isentrópico possibilita a construção de um modelo que consegue prever com precisão os parâmetros críticos de interesse, como pressão no tanque, temperatura no tanque e taxa de vazão mássica, já que o aumento de entropia do processo no geral é pequena se comparada com a entropia inicial do tanque e com a entropia evacuada do tanque (WHITMORE; CHANDLER, 2010). Outras hipóteses que valem ser destacadas, usadas para construir o modelo, são descritas abaixo:

- O tanque é pequeno o suficiente para que a pressão se iguale no volume interno durante o processo de vazão de oxidante;
- Não ocorre transferência de calor externa para o fluido dentro do tanque durante o processo de vazão de oxidante;
- O oxidante está estratificado no tanque, com camadas distintas de líquido e vapor;

- A pressão hidrostática do fluido é desprezível quando comparada com sua pressão de vapor;

A medida que o líquido deixa o tanque, parte do fluido evapora para ocupar para criar vapor suficiente para ocupar o volume adicional no topo do tanque. Parte desse vapor condensa instantaneamente perto da interface com a fase líquida (WHITMORE; CHANDLER, 2010). A Figura 21 ilustra a configuração básica do tanque e como as fases de líquido e vapor interagem.

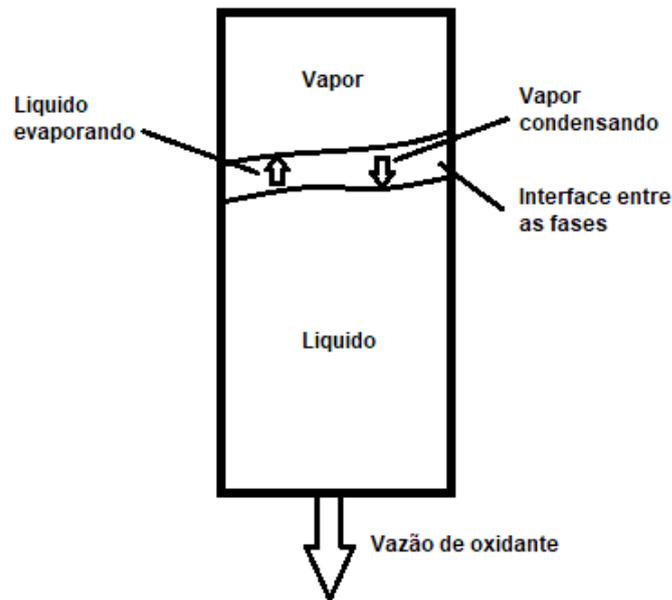


Figura 21 – Esquemático do modelo do tanque com a estratificação da fases.

4.2.1 Condições iniciais

O modelo inicia a partir da definição inicial dos valores de temperatura e pressão no tanque, T_0 e P_0 . Usando esse valores para interpolação das curvas de saturação obtidos nas tabelas do NIST (Fig. 5) é possível então calcular a massa específica inicial de cada uma das fases (ρ_L e ρ_V) e então, tendo o volume do tanque (V_{tanque}) a massa inicial de propelente (m_0) como constantes, calcular a fração de vapor inicial x_0 no tanque, de acordo com a Eq. 4.1:

$$x_0 = \frac{(\rho_L \cdot \rho_V)V_{tanque} - \rho_V \cdot m_0}{m_0(\rho_L - \rho_V)} \quad (4.1)$$

Obtida a fração de vapor inicial no tanque e interpolando novamente as curvas de saturação para definir os valores de entropia específica para fase líquida e de vapor, s_L e s_V respectivamente, é possível calcular, utilizando a Eq. 4.2, a entropia específica inicial no tanque s_0 e, multiplicando pelo valor de massa inicial m_0 , é possível então calcular a

entropia total inicial no tanque S_0 , de acordo com a Eq. 4.3. Como foi dito, a qualquer instante durante o esvaziamento do tanque, a soma da entropia restante no tanque com a entropia da massa que foi evacuada se iguala com o valor de entropia inicial S_0 .

$$\phi_1 = x_0 \cdot \phi_V + (1 - x_0)\phi_L \quad (4.2)$$

$$S_0 = s_0 \cdot m_0 \quad (4.3)$$

onde ϕ pode assumir o valor de qualquer propriedade intensiva de interesse: entropia específica (s), entalpia específica (h) e volume específico (v).

4.2.2 Algoritmo de vazão bifásica

Definidas as condições iniciais no tanque de oxidante, todas as informações na região à montante do injetor podem ser calculadas. No entanto, as propriedades termodinâmicas na saída do injetor também devem ser definidas, em especial a massa específica e entalpia do fluido, ρ_2 e h_2 , respectivamente. Primeiramente, conhecida a pressão na saída do injetor P_2 , as propriedades de saturação da fase líquida e de vapor podem ser calculadas. Para obter as propriedades efetivas do fluido é necessário calcular a fração de vapor da mistura na saída do injetor x_2 , que pode ser calculada de acordo com a Eq. 2.42, como explicado na Seção 2.3.1 para o uso do modelo HEM de taxa de vazão mássica para escoamentos bifásicos. Obtidas todas as propriedades de interesse, a vazão de oxidante pode ser calculada a partir do NHNE, de acordo com a Eq. 4.4, que é uma forma reorganizada da Eq. 2.47, apresentada dessa maneira para facilitar a compreensão do algoritmo e a compreensão de todas as informações que são necessárias até esse ponto.

$$\dot{m}_{ox} = A_{inj} C_d \left[\left(\frac{k}{1+k} \right) \left(\sqrt{2\rho_L(P_1 - P_2)} \right) + \left(\frac{1}{1+k} \right) \left(\rho_2 \sqrt{2(h_1 - h_2)} \right) \right] \quad (4.4)$$

Calculada a taxa de vazão mássica de oxidante, é possível recalculer todas as variáveis de interesse do algoritmo para o próximo instante de tempo. A entropia total no tanque de oxidante para o próximo instante de tempo (S_{i+1}) pode ser calculada de acordo com a Eq. 4.5:

$$S_1(i+1) = S_1(i) - (\dot{m}_{ox}(i) \cdot s_1(i) \cdot \Delta t) \quad (4.5)$$

onde $i = 1, 2, 3, \dots$ representa o passo atual no algoritmo e Δt é o intervalo de tempo, em segundos, entre dois passos. Da mesma forma, a massa de oxidante no tanque pode ser recalculada, de acordo com a Eq. 4.6:

$$m(i+1) = m(i) - (\dot{m}_{ox}(i) \cdot \Delta t) \quad (4.6)$$

Dessa forma, a nova entropia específica e massa específica no tanque podem ser calculadas de acordo com as Eqs. 4.7 e 4.8, respectivamente.

$$s(i+1) = \frac{S(i+1)}{m(i+1)} \quad (4.7)$$

$$\rho(i+1) = \frac{m(i+1)}{V_{tanque}} \quad (4.8)$$

Os novos valores de entropia específica e massa específica no tanque são usados para calcular os novos valores de temperatura, pressão e fração de vapor no tanque. Esse cálculo é possível pois, quando a entropia específica é plotada em função da massa específica do fluido para ambas as fases de líquido e vapor, Fig. 22, é possível obter uma única curva contínua, com as curvas de líquido e vapor se encontrando no ponto crítico.

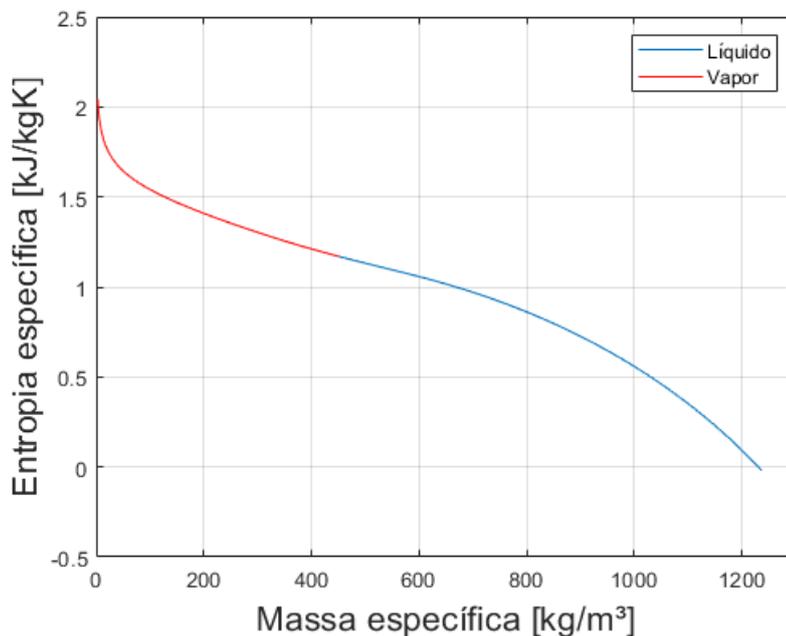


Figura 22 – Entropia específica vs. massa específica do fluido.

Fonte: NIST

O comportamento dos dados mostrado na Fig. 22 permite que a fração de vapor do fluido no tanque seja calculada em função da entropia específica e massa específica do fluido, separadamente. Esse artifício permite que a temperatura no tanque seja redefinida da seguinte maneira:

- Assume-se uma pequena queda de temperatura ($\sim 0.01K$);

- Para o novo valor de temperatura são obtidos as respectivas entropia específica e massa específica;
- São calculados dois valores de fração de vapor, a partir dos novos valores de entropia específica e massa específica;
- Os dois valores de fração de vapor são comparados e, se o erro entre os valores for maior que 1%, o valor de temperatura continua caindo, até que o erro entre as frações de vapor seja menor que 1%.

As Equações 4.1-4.8, juntamente com a definição das propriedades termodinâmicas, calculam as propriedades termodinâmicas do oxidante a cada intervalo de tempo (Δt) a cada passo (i) do algoritmo, dessa forma, obtendo as curvas de temperatura, pressão e taxa de vazão mássica em função do tempo de vazão de líquido do tanque.

4.2.3 Algoritmo de vazão de vapor

Como já foi dito, o oxidante no tanque está estratificado, com a fase de vapor na parte de cima do tanque. Como a seção de saída do tanque está em baixo, inicialmente todo o oxidante que sai do tanque está na fase líquida. No entanto, a medida que o líquido deixa o tanque, parte dele evapora para preencher o volume do tanque, até o instante onde todo o líquido no tanque foi evacuado, restando somente vapor de oxidante. Esse instante é marcado no algoritmo pelo instante em que a fração de vapor no tanque se iguala a unidade ($x_1 = 1$). A partir desse ponto, o modelo NHNE, Eq. 4.4, já não se aplica para modelar a vazão de oxidante, uma vez que no tanque só existe vapor saturado. Nesse caso, o modelo de Gás Perfeito, Eq. 2.33, é usado para calcular a taxa de vazão mássica restante, até que toda massa de oxidante tenha sido evacuada do tanque.

4.3 Cálculos de performance do MFPH

Para o cálculo de performance do MFPH, é possível acoplar ao algoritmo que modela a vazão mássica de oxidante um cálculo de balística interna simples, utilizando equações que apresentam relações empíricas entre parâmetros de performance do MFPH, a partir dos quais é possível obter os valores de pressão na câmara e empuxo em função do tempo de operação do motor. Primeiramente, calculada a taxa de vazão mássica de oxidante, é possível calcular o fluxo mássico de oxidante através da porta de combustão do grão combustível, de acordo com a Eq. 4.9. A partir disso, o fluxo mássico de oxidante através da porta de combustão e a taxa de regressão do grão combustível podem ser calculados, como na Eq. 4.9 e Eq. 4.10, respectivamente.

$$G_{ox} = \frac{\dot{m}_{ox}}{A_{pc}} \quad (4.9)$$

$$\dot{r} = aG_{ox}^n \quad (4.10)$$

onde A_{pc} é a área da porta de combustão e a e n são coeficientes balísticos empiricamente determinados que dependem do propelente utilizado. Como todos os cálculos do algoritmo são realizados a cada intervalo de tempo, com a taxa de regressão é possível calcular o aumento do raio da porta de combustão a cada instante, como na Eq. 4.11.

$$r(i+1) = r(i) - (\dot{r}(i) \cdot \Delta t) \quad (4.11)$$

Com isso, é possível calcular quanto a área lateral do grão regrediu e então calcular a taxa de vazão mássica de combustível, na Eq. 4.12 e, dessa forma, a vazão mássica propelente pode ser obtida pela simples soma das vazões de oxidante e combustível, pela Eq. 4.13.

$$\dot{m}_f(i) = \frac{\rho_f L_f \pi [r(i)^2 - r(i-1)^2]}{\Delta t} \quad (4.12)$$

$$\dot{m}_p(i) = \dot{m}_{ox}(i) + \dot{m}_f(i) \quad (4.13)$$

onde ρ_f é a densidade do combustível, L_f é o comprimento do combustível, $r(i)$ é o raio da porta de combustão no passo atual e $r(i-1)$ é o raio da porta de combustão no passo anterior. Para calcular o empuxo e a pressão na câmara de combustão, as Eqs. 4.15 e 4.14 são usadas, respectivamente.

$$P_2(i) = \frac{C^*(i) \cdot \dot{m}_p(i)}{A_t} \quad (4.14)$$

$$T(i) = C_F \cdot P_2(i) \cdot A_t \quad (4.15)$$

onde C_F é o coeficiente de empuxo, C^* é a velocidade característica, A_t é a área da garganta da tubeira do motor. Os valores de C_F e C^* são obtidos através de uma análise de performance utilizando o *software* CEA, a partir do qual é possível obter uma expressão que relaciona o C^* com a razão de mistura de oxidante por combustível (O/F) para uma determinada pressão na câmara de combustão, Eq. 4.16. A razão de mistura de oxidante por combustível pode ser calculada como na Eq. 4.17.

$$C^*(i) = f(O/F(i)) \quad (4.16)$$

$$O/F(i) = \frac{\dot{m}_{ox}(i)}{\dot{m}_f(i)} \quad (4.17)$$

Por fim, um último parâmetro de performance muito importante para sistema de propulsão, o impulso específico, pode ser calculado a cada iteração do algoritmo, a partir da Eq. 4.18:

$$I_{sp}(i) = \frac{C_F \cdot C^*(i)}{g_o} \quad (4.18)$$

onde g_o é a aceleração da gravidade. Utilizando o equacionamento apresentado na Seção anterior juntamente com as Eqs. 4.9-4.18, é possível obter as curvas de performance não só do sistema de alimentação (temperatura e pressão no tanque e taxa de vazão mássica de oxidante), como também do MFPH como um todo.

4.4 Modelo de pressão transiente

O cálculo da pressão na câmara de combustão a partir da Eq. 4.14, apesar de apresentar uma relação simples entre parâmetros de balística interna, não é capaz de capturar o efeitos transientes iniciais de pressurização da câmara de combustão. Para obter uma descrição mais precisa desse processo de pressurização, um modelo de pressão transiente (MPT) é considerado e acoplado com a modelagem até aqui descrita.

O MPT para MFPHs é baseado na aplicação da equação de conservação de massa a um volume de controle que conta com duas entradas, de oxidante e combustível, e uma saída, através da tubeira. A Figura 23 mostra um esquemático geral de como esse volume de controle foi considerado.

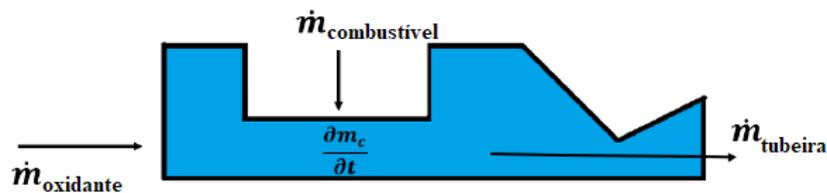


Figura 23 – Representação da simetria axial para o volume de controle do MFPH.

Uma vez que os propelentes se misturam e reagem, a combustão gera produtos gasosos a alta temperatura. Esses gases escapam através da tubeira até atingirem uma vazão mássica, quando o número de Mach atinge a unidade na garganta da tubeira. Como os gases não podem escapar tão rápido quanto são produzidos, a pressão começa a aumentar dentro da câmara de combustão. A medida que a pressão aumenta, aumenta também a vazão mássica, até que se atinja o mássico e o regime permanente seja alcançado.

A Equação 4.19 representa a expressão geral para a conservação de massa dos gases na câmara de combustão (m_c). A variação de m_c com o tempo é igual a diferença entre a taxa de vazão mássica dos propelentes entrando no volume de controle, oxidante (\dot{m}_{ox}) e combustível (\dot{m}_f), e a taxa de vazão mássica dos gases produtos da combustão saindo através da tubeira ($\dot{m}_{tubeira}$).

$$\frac{\partial m_c}{\partial t} = (\dot{m}_{ox} + \dot{m}_f) - \dot{m}_{tubeira} \quad (4.19)$$

Para modelar matematicamente o processo de pressurização da câmara de combustão, assume-se que o escoamento crítico na tubeira é atingido imediatamente, os gases respeitam as leis dos gases ideais e a variação do volume da câmara de combustão (V_c) é diferente de zero, devido a regressão do grão combustível com o tempo, como mostra a Eq. 4.20.

$$\frac{\partial V_c}{\partial t} = A_b \dot{r} \quad (4.20)$$

Aplicando as hipóteses citadas, a Eq. 4.20, a Eq. 2.47 para a taxa de vazão mássica de oxidante na Eq. 4.19 e resolvendo para a variação com o tempo da pressão na câmara de combustão, a expressão da Eq. 4.21 é encontrada.

$$\frac{\partial P_c}{\partial t} = O_x + F - Ch = f(P_c) \quad (4.21)$$

$$O_x = \frac{R_g T_c}{V_c} \left[\left(\frac{k}{1+k} \right) \dot{m}_{SPI} + \left(\frac{1}{1+k} \right) \dot{m}_{HEM} \right] \quad (4.22)$$

$$F = \frac{A_b \dot{r}}{V_c} [\rho_f R_g T_c - P_c] \quad (4.23)$$

$$Ch = P_c \left[\frac{A_t}{V_c} \sqrt{\gamma R_g T_c \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \right] \quad (4.24)$$

onde O_x é o termo devido à entrada de oxidante no domínio, F é o termo devido à entrada de combustível, Ch é o termo devido ao escoamento crítico através da tubeira, R_g é a constante dos gases de combustão e T_c é a temperatura na câmara de combustão.

Para resolver a equação diferencial ordinária, Eq. 4.21, o Método de Runge-Kutta de Quarta Ordem é aplicado. O valor de pressão do próximo passo do algoritmo é calculado a partir da Eq. 4.25, que depende do passo de tempo (dt) e dos coeficientes (C_1 , C_2 , C_3 e C_4), calculados a partir das Eqs. 4.26-4.29. O valor de pressão inicial

de pressão na câmara é a pressão ambiente ($P_c(i = 1) = 1,01325 \text{ Bar}$) e o passo de tempo é de 0,001 s.

$$P_c(i + 1) = P_c(i) + \frac{dt}{6} (C_1 + 2C_2 + 2C_3 + C_4) \quad (4.25)$$

$$C_1 = f(P_c(i)) \quad (4.26)$$

$$C_2 = f\left(P_c(i) + C_1 \frac{dt}{2}\right) \quad (4.27)$$

$$C_3 = f\left(P_c(i) + C_2 \frac{dt}{2}\right) \quad (4.28)$$

$$C_4 = f(P_c(i) + C_3 dt) \quad (4.29)$$

4.5 Algoritmo de performance completo

O equacionamento e metodologia apresentados nesse capítulo são utilizados para definir um algoritmo que foi implementado para realizar a análise de performance do MFPH com sistema de alimentação auto-pressurizado. A Figura 24 mostra um fluxograma que resume e ilustra a lógica de implementação do algoritmo apresentado até aqui.

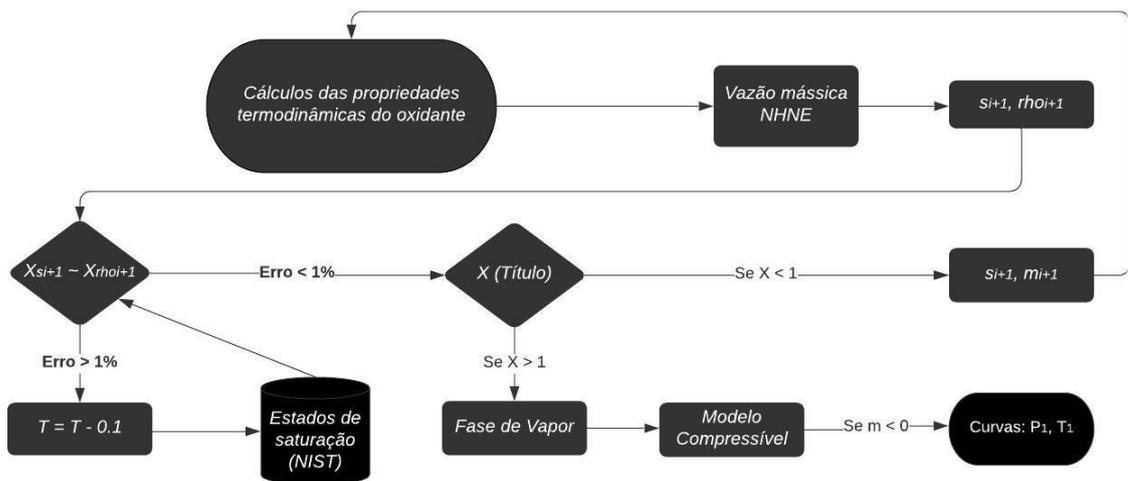


Figura 24 – Fluxograma do algoritmo utilizado.

4.6 Redimensionamento da área de injeção

Um redimensionamento da área de injeção é proposto, utilizando o modelo de vazão mássica para escoamentos bifásicos proposto por (DYER et al., 2007), com objetivo de calcular uma área de injeção a partir da qual é possível obter uma taxa de vazão mássica suficiente e que atenda os requisitos de performance do MFPH, uma vez que o modelo NHNE é capaz de calcular um valor de vazão muito próximo do obtido experimentalmente, para propelentes que operam em condições iguais as do N_2O .

A metodologia para calcular a área de injeção do modelo é simples e consiste em definir as condições iniciais de operação, da mesma forma que foi feito nas seções anteriores. O projeto do motor tem como requisito uma taxa de vazão mássica teórica ($\dot{m}_{ox,teórica}$). Definidas as condições iniciais de operação no tanque de oxidante é possível igualar a Eq. 4.4 à $\dot{m}_{ox,teórica}$ e, a partir da Eq. 4.30, calcular a área de injeção necessária para obter inicialmente a vazão mássica de oxidante teórica.

$$A_{inj} = \frac{\dot{m}_{ox,teórica}}{C_d \left[\left(\frac{k}{1+k} \right) \left(\sqrt{2\rho_L(P_1 - P_2)} \right) + \left(\frac{1}{1+k} \right) \left(\rho_2 \sqrt{2(h_1 - h_2)} \right) \right]} \quad (4.30)$$

Os resultados da metodologia discutida são apresentados e discutidos no próximo capítulo. Adicionalmente, uma comparação entre as curvas de performance obtidas entre o modelo apresentado e as curvas de performance obtidas ao se considerar uma vazão mássica de oxidante constante (realizada nas primeiras fases do projeto do sistema de propulsão) são apresentadas, afim de enfatizar os ganhos que a análise proposta nesse trabalho traz para o estudo da performance do MFPH com sistema de alimentação auto-pressurizado.

5 Modelo computacional

A metodologia de análise de performance abordada na Seção 4 será aplicada também ao MPFH do SARA. Os resultados dessa análise são usados tanto como um forma de validar o algoritmo com mais um sistema como também servirá para definir parâmetros necessários para definir as condições de contorno do modelo computacional, que serão detalhadas na Seção 5.3.

5.1 Geometria

Como o objetivo da simulação é realizar um estudo da evolução do escoamento das duas fases do N_2O dentro da câmara de combustão e como a inclusão da fase líquida discreta pode reproduzir os efeito do *spray* de oxidante, não é necessário considerar todo o volume interno da câmara de combustão, incluindo a pós-câmara de combustão e a tubeira. Nesse caso, o volume considerado vai da placa injetora até o fim do grão combustível. Uma vista 2D do volume considerado é mostrada na Fig. 25 e suas respectivas dimensões na Tab. 4.

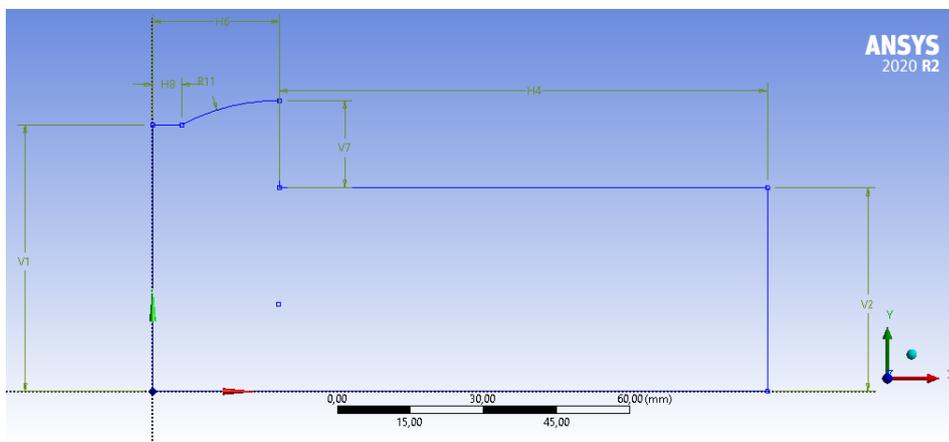


Figura 25 – Seção transversal do domínio fluido considerado.

Tabela 4 – Dimensões do domínio, em milímetros.

Dimensão	Valor
H4	100
H6	26
H8	06
R11	42
V1	55
V2	42
V7	18

Como o modelo computacional proposto é para uma simulação RANS 3D, foi necessário reorganizar a geometria do injetor de forma que fosse possível obter uma geometria periódica. A geometria da placa injetora encontrada está detalha na Fig. 26.

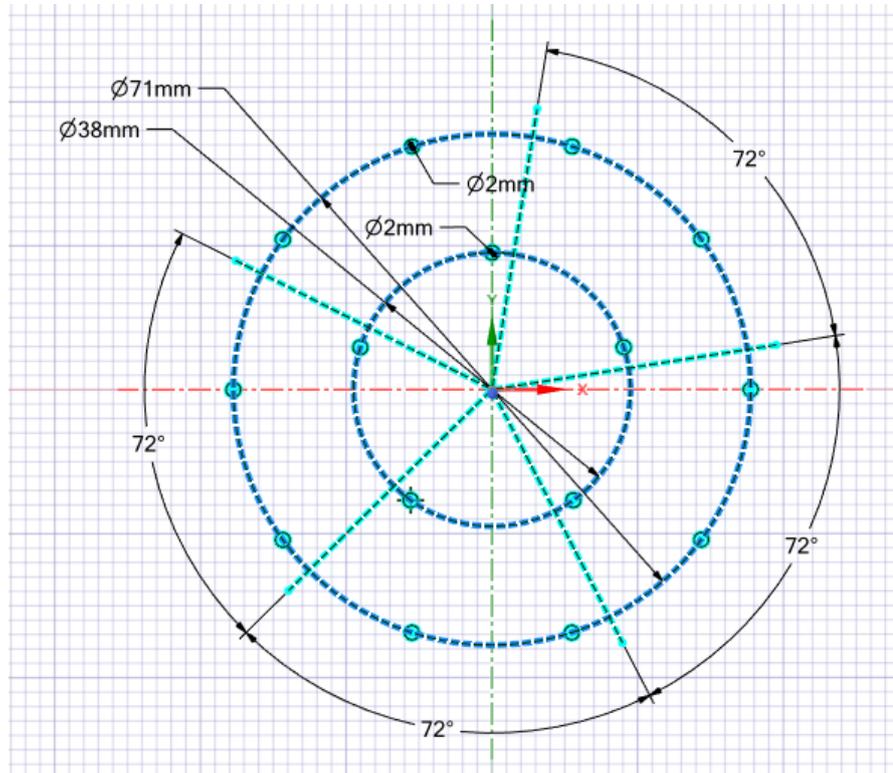


Figura 26 – Geometria da placa injetora.

Essa configuração foi pensada para manter a área injeção total original, de 50 mm^2 , mantendo assim a vazão mássica de oxidante. Dessa forma, os orifícios foram distribuídos de forma que a fosse possível obter uma configuração periódica, que se repete a cada 72° , obtendo assim cinco seções idênticas, como mostrado na Fig. 26. A Tabela 5 detalha as dimensões do injetor.

Tabela 5 – Dimensões do injetor do modelo computacional.

Parâmetro	Valor	Unidade
Área de injeção	50	$[\text{mm}^2]$
Diâmetro dos orifícios	2	$[\text{mm}]$
Número de orifícios	15	$[-]$
Diâmetro do círculo externo	71	$[\text{mm}]$
Diâmetro do círculo interno	38	$[\text{mm}]$
Número de orifícios externos	10	$[-]$
Número de orifícios internos	5	$[-]$

Com essa configuração de injetor (Fig. 26) e volume interno considerado (Fig. 25), a geometria 3D obtida foi uma seção de 72° que engloba 3 orifícios injetores, a pré-câmara

de combustão e a câmara de combustão (ao longo da porta de combustão do grão), como mostra a Fig. 27.

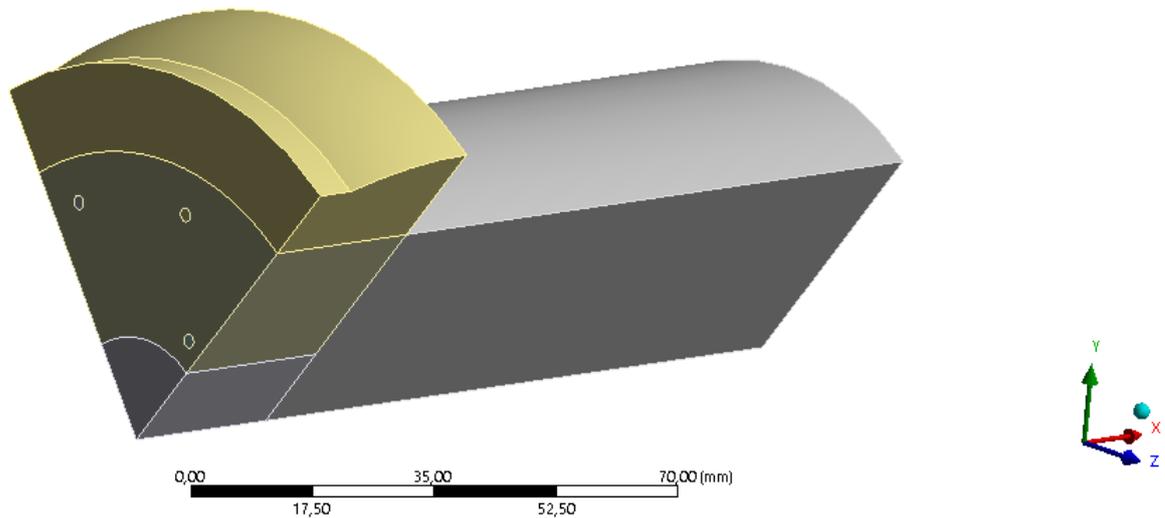


Figura 27 – Volume fluido modelado.

Na Figura 27 é possível ver que o volume total foi separado em outros volumes menores. Isso foi feito para possibilitar um melhor controle dos parâmetros da malha dentro do domínio, mais detalhes sobre a malha serão apresentados na Seção 5.2. Com essa configuração, foi possível configurar uma região periódica, tendo como limites as faces laterais da geometria, como mostrado na Fig. 28.

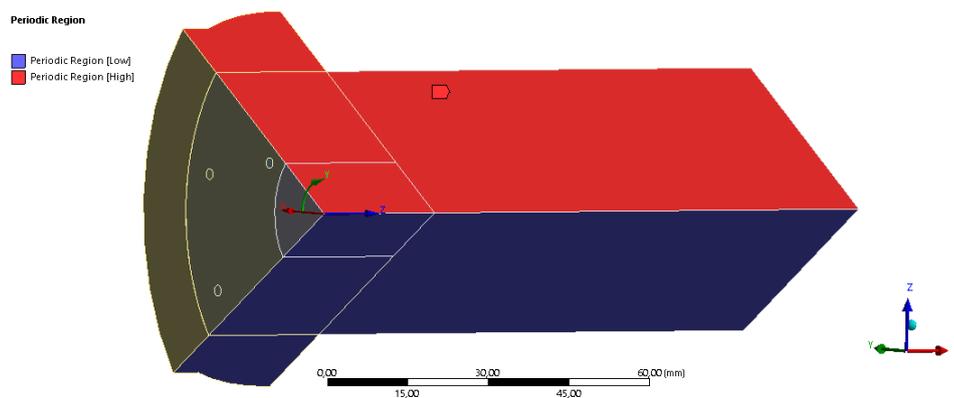


Figura 28 – Definição da região periódica.

A definição dessa região periódica é importante para auxiliar na construção da malha. Os detalhes sobre a discretização do domínio são abordados na próxima Seção.

5.2 Malha

Para a construção da malha e melhor controle do refino na região interna, o volume foi dividido em 7 partes, sendo que 6 dessas são apenas para a seção que corresponde à pré-câmara de combustão, como mostrado na Fig. 29.

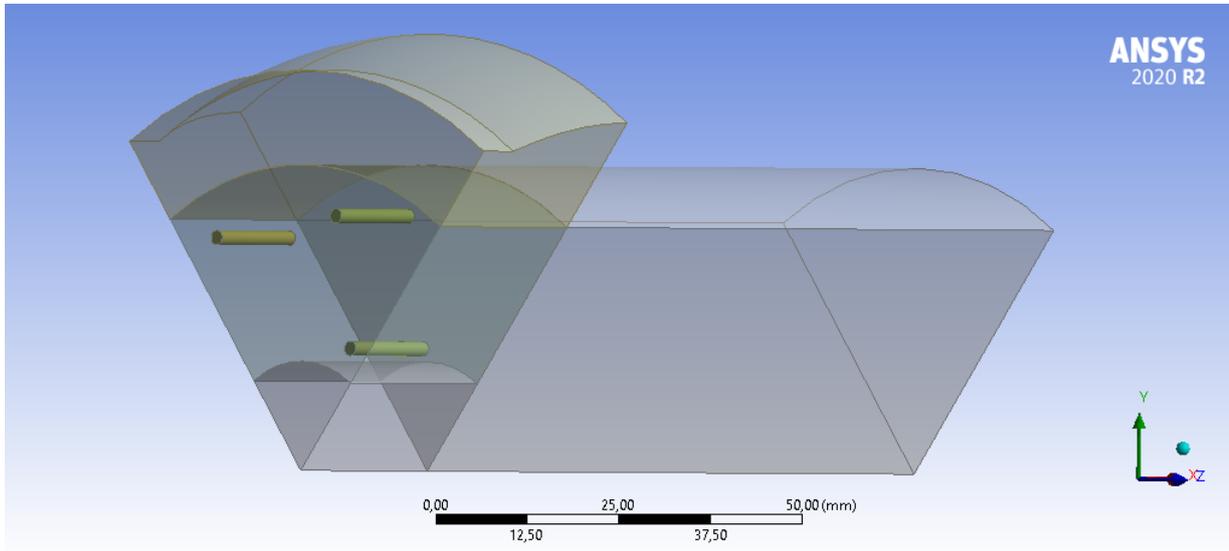


Figura 29 – Divisão do domínio em volumes menores para o melhor controle da malha na região interna.

Como destacado na Fig. 29, a partir das faces dos orifícios injetores foram construídos volumes cilíndricos, com 15 mm de comprimento, para que fosse possível obter um refino maior da região perto de onde ocorre a injeção de oxidante, onde se espera que haja uma interação entre o campo contínuo de escoamento e as gotas (fase discreta). As Figuras 30 e 31 mostram cortes do volume com a malha, onde é possível verificar o refino próximo aos injetores e na região da pré-câmara mais perto os orifícios.

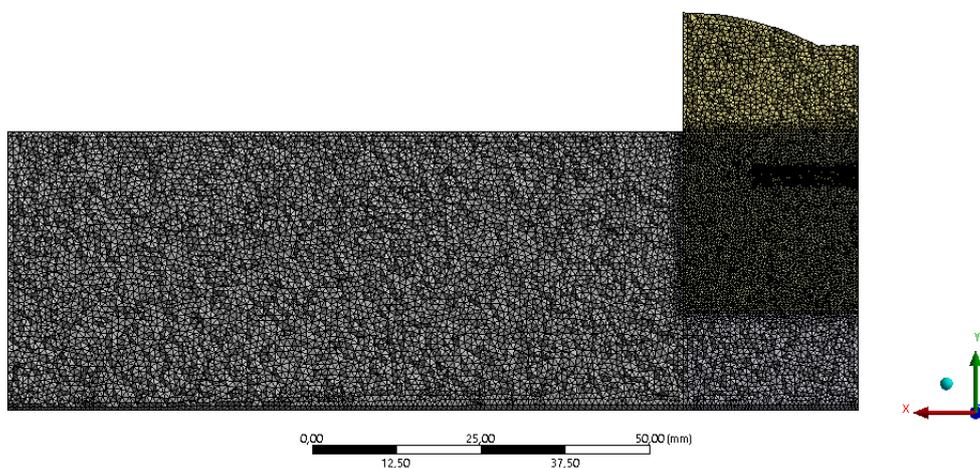


Figura 30 – Seção de corte na malha mostrando como foi feito o refino da região interna.

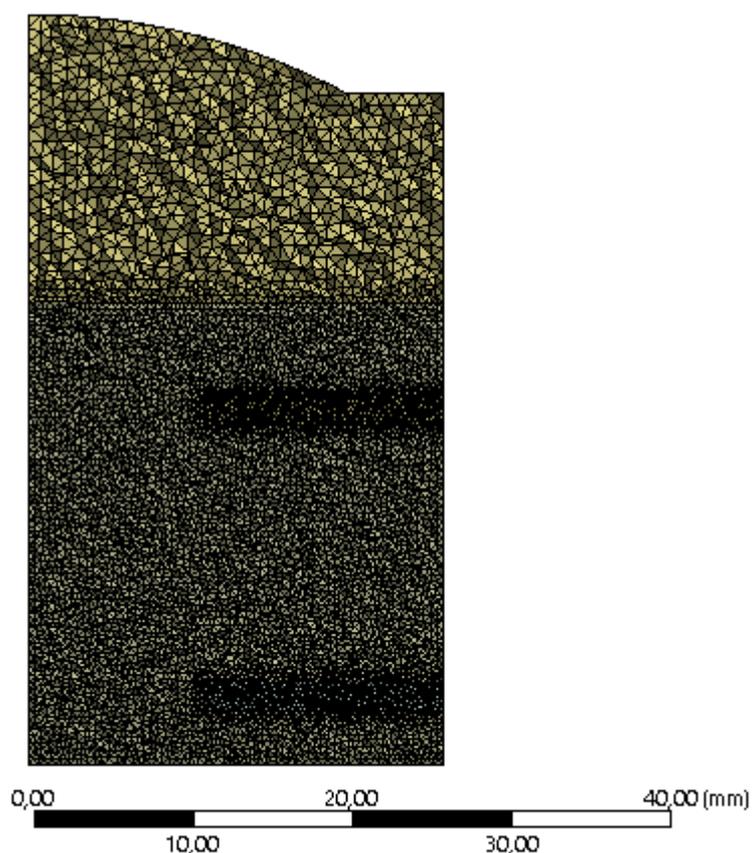


Figura 31 – Seção de corte na malha mostrando como foi feito o refinamento da região próxima aos orifícios na pré-câmara.

A malha gerada é não-estruturada, com elementos tetraédricos e com 589642 nós e 3388030 elementos. Apesar da divisão do domínio em vários corpos diferentes, como todos os corpos compõem uma mesma parte é possível garantir que todos tenham o mesmo tipo de elemento utilizando a ferramenta *Patch Conforming Method* e ainda assim controlar o tamanho dos elementos de cada corpo separadamente. Outra ferramenta utilizada foi o *Match Control*, para garantir que as malhas nas duas faces laterais fossem exatamente iguais, possibilitando assim a criação de uma zona periódica, como já mostrado na Fig. 28. Todas essas ferramentas estão disponíveis na ferramenta de construção de malha do *Fluent*.

5.3 Condições de contorno

Definido o domínio 3D e construída a malha do modelo, é possível começar a definir as condições de contorno da simulação. As Seções seguintes são dedicadas a detalhar como foram definidas as entradas de oxidante e combustível, o modelo de combustão adotado e os todos os outros modelos necessários para a definição correta do problema.

5.3.1 Modelo químico

Para determinar o modelo de combustão apropriado é preciso primeiro definir a reação química e os reagentes envolvidos que serão considerados. No caso do oxidante a espécie química considerada é o N_2O . Já para o combustível, o reagente considerado é o principal produto da pirólise da parafina. Uma vez que o processo de combustão no MFPH está associada a formação de uma chama difusa, onde a zona de chama se desenvolve dentro da camada limite, como mostrado na Fig. 32, o fluxo de calor da chama decompõe e vaporiza o grão combustível, ocorrendo assim a pirólise do combustível sólido (SUTTON; BIBLARZ, 2010).

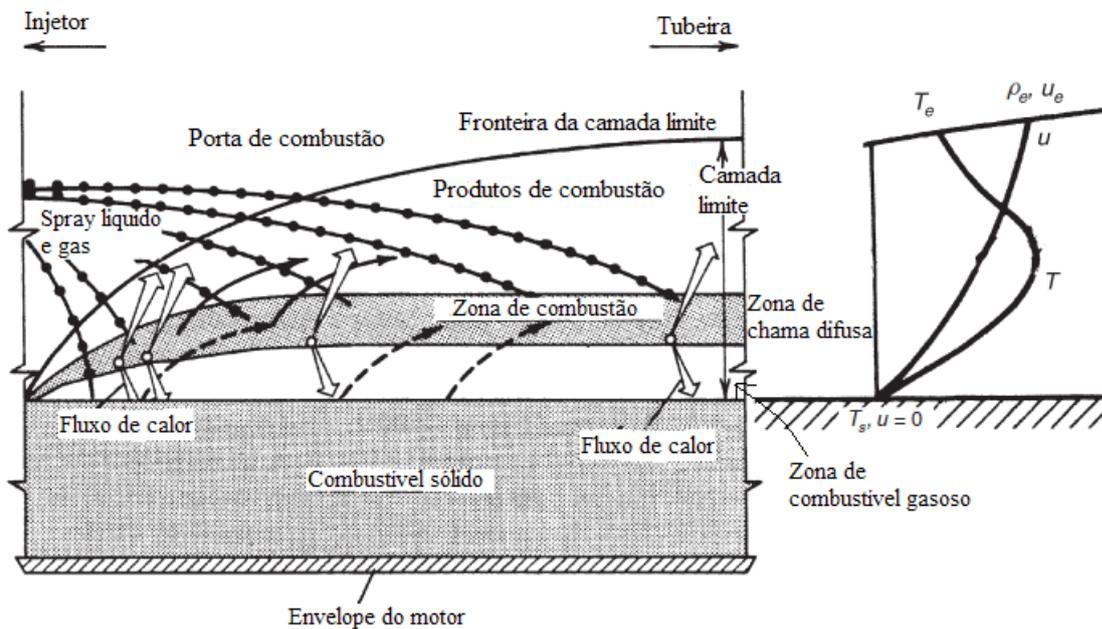


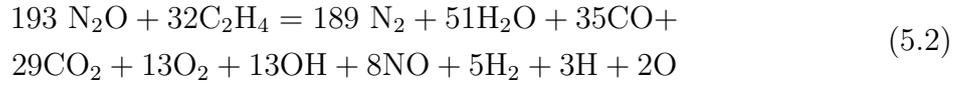
Figura 32 – Modelo simplificado do processo de combustão no MFPH controlado por difusão, ilustrando a zona de chamas embutida dentro da camada limite de combustível.

Fonte: Adaptado de Sutton e Biblarz (2010).

Assim, a pirólise da parafina com fórmula C_nH_{2n+1} gera os seguintes produtos:



Alguns trabalhos já avaliaram o impacto da presença do H_2 na pirólise da parafina e na combustão no MFPH, como os trabalhos de Bellomo et al. (2010), Lazzarin et al. (2011), Lazzarin et al. (2015), Paccagnella et al. (2018), Dequick, Lefebvre e Hendrick (2021), onde foi verificado que o impacto do H_2 é negligenciável. Assim, apenas o etileno (C_2H_4) é considerado como reagente combustível. A reação química considerada para esse trabalho é a mesma utilizada no trabalho de Paccagnella et al. (2018) e é mostrada na Eq. 5.2 abaixo.



Essa equação é usada para modelar um processo de combustão que só envolve espécies gasosas. Definida a reação química que será modelada, é preciso agora definir o modelo de combustão que será adotado. Uma vez que a combustão no MFPH é controlada pela mistura turbulenta, para modelar essa interação turbulência-química o *Eddy Dissipation Model* (EDM) é escolhido. Da mesma forma, esse modelo já foi usado em trabalhos semelhantes e se mostrou adequado para modelar a combustão de casos como o desse trabalho.

O EDM é um modelo semi-empírico desenvolvido sobre a hipótese de que taxa de reação química é muito maior que taxa de transferência de massa por convecção (ANSYS, 2020). A taxa de reação é proporcional a fração molar dos reagentes e a taxa de dissipação de vórtices (o inverso da escala temporal de mistura dos vórtices k/ϵ). A taxa de reação \mathcal{R} é apresentada por Lazzarin et al. (2011) como:

$$\mathcal{R} = A \frac{\epsilon}{k} \left(\frac{\min[\text{reagente}]_r}{v'_r} \right)
 \tag{5.3}$$

onde A é uma constante empírica (igual a 4), reagente é a concentração molar do r -ésimo reagente e v'_r é o coeficiente estequiométrico do r -ésimo reagente. Essa abordagem foi escolhida pois uma reação global reduz o custo computacional da simulação e por conta do EDM não ser um bom modelo para considerar cinéticas químicas mais complexas.

5.3.2 Entrada de combustível

Definido o modelo de combustão e a reação química que será modelada, pode-se definir a entrada de combustível (C_2H_4) no domínio. A entrada de combustível é definida como uma entrada do tipo taxa de vazão mássica a partir da face que representa a superfície da porta de combustão do grão combustível, como mostra a Fig. 33.

A taxa de vazão mássica de combustível e raio da porta de combustão são definidos a partir da análise de *blowdown* do motor do SARA, para um determinado instante do tempo de operação. Os resultados serão apresentados na Seção 6.3.

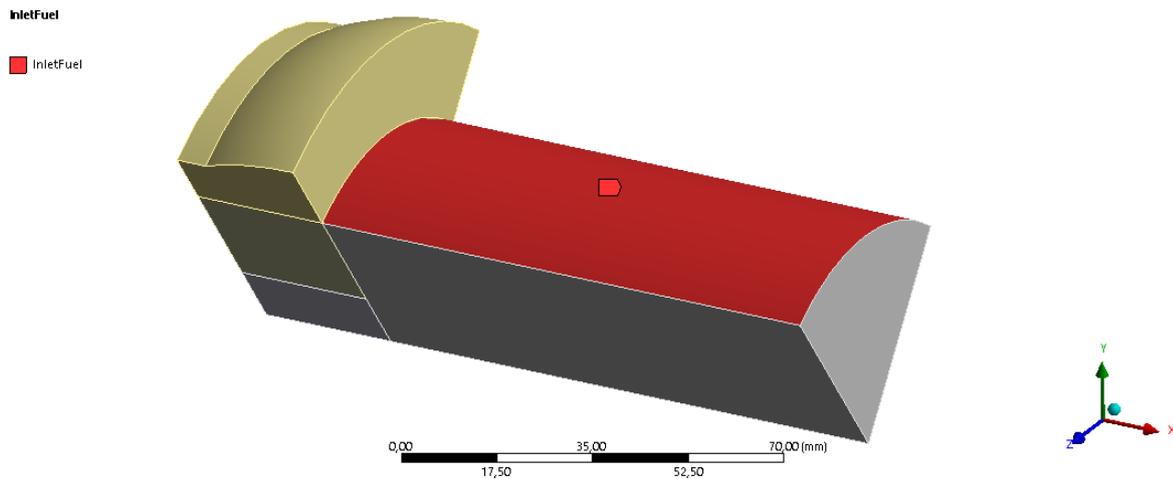


Figura 33 – Destaque da superfície de entrada de combustível.

5.3.3 Entrada de oxidante

Como o objetivo da simulação é realizar a injeção de oxidante nas duas fases (líquido e gasoso), afim de considerar a ocorrência de escoamento bifásico que ocorre com o uso N_2O , é preciso definir qual fração da taxa de vazão mássica total é composta por vapor.

A fração de vapor de oxidante injeta é calculada a partir da hipótese de expansão isentrópica do oxidante no injetor, de acordo com o modelo HEM já detalhado na Seção 2.3.1. Dessa forma, a fração de vapor pode ser calculada com a Eq. 5.4, repetida aqui para facilitar o entendimento.

$$x_2 = \frac{s_1 - s_{2,L}}{s_{2,V} - s_{2,L}} \quad (5.4)$$

Pra definir a vazão mássica total e todos os outros valores que serão aplicados às condições de contorno da simulação, um instante de tempo da simulação de performance do motor SARA, Seção 6.3, assim definindo um estado de referência para a injeção de oxidante.

Esse estado de referência também é usado para avaliar as propriedades da fase líquida de N_2O , uma vez que é necessário incluir o material na biblioteca do *FLUENT*. O estado de referência e as propriedades da fase líquidas são mostrados na Tab. 6 abaixo. Essas propriedades são usadas para definir o material das gotas de oxidante que serão injetadas a partir dos orifícios injetores.

Tabela 6 – Quantidades físicas usadas para o N₂O líquido.

Parâmetro	Valor	Unidade
Estado de referência	289,2; 46,26	[K, Bar]
Massa específica	813,3	[kg/m ³]
Calor específico	2576,5	[J/kgK]
Entalpia específica	203670	[J/kg]
Entropia específica	0,84416	[J/kgK]
Viscosidade dinâmica	6,01x10 ⁻⁵	[Pa · s]
Calor latente de vaporização	182000	[J/kg]
Tensão superficial	0,0024137	[N/m]
Temperatura de ebulição	184,69	[K]

Fonte: (LEMMON; HUBER; MCLINDEN, 2007).

Além da fração de vapor e líquido que correspondem ao total da vazão mássica de oxidante, outros parâmetros são necessários para definir a entrada das gotas de oxidante. Primeiramente, tanto a fase gasosa contínua quanto a fase discreta líquida entram no domínio através das superfícies que representam os injetores, como mostrado na Fig. 34 abaixo.

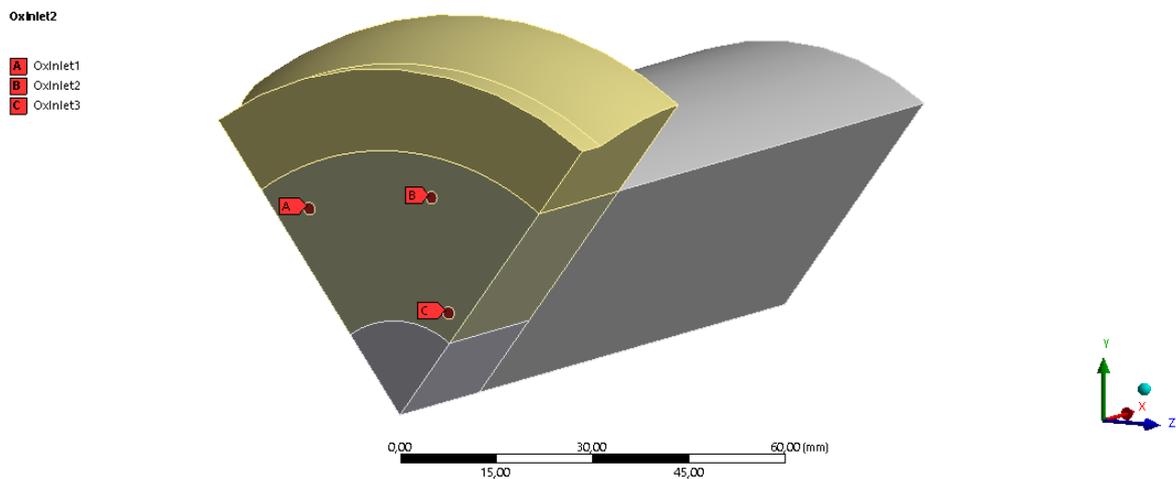


Figura 34 – Destaque das superfícies de entrada de oxidante líquido e gasoso.

É preciso também definir o diâmetro da gota injetada, que nesse caso é calculada a partir da Eq. 3.1 assim como a velocidade de injeção das gotas, que pode ser calculada com a Eq. 2.3. A distribuição de gotas no spray foi considerada uniforme nesse estágio do desenvolvimento do modelo e futuramente podem ser adotados modelos para considerar uma distribuição não uniforme. A Tabela 7 mostra como é definida a entrada das duas fases de oxidante a partir da abordagem adotada.

Tabela 7 – Entrada de oxidante.

Parâmetro	Definição
Espécie	N_2O
Tipo de entrada de vapor	Entrada de vazão mássica
Tipo de entrada de líquido	Fonte de gotas
Vazão mássica total	\dot{m}_{NHNE}
Vazão mássica de vapor	$\dot{m}_{NHNE} \cdot x_2$
Vazão mássica de líquido	$\dot{m}_{NHNE} \cdot (1 - x_2)$
Velocidade de injeção das gotas	Eq. 2.3
Distribuição do tamanho das gotas	Uniforme
Diâmetro da gota	Eq. 3.1
Orientação de injeção	Perpendicular a face

5.4 Saída do domínio

A saída do domínio é por onde escapam os gases produtos da combustão, que o modelo proposto coincide com o fim do grão combustível, como mostra a Fig. 35. A saída é definida utilizando três parâmetros principais: pressão, temperatura e fração molar das espécies que são produto da queima dos propelentes.

A pressão é definida como a pressão na câmara de combustão calculada pela análise de *blowdown* no instante de tempo considerado. Já a temperatura na câmara de combustão e frações molares das espécies são calculadas com auxílio do *software* CEA.

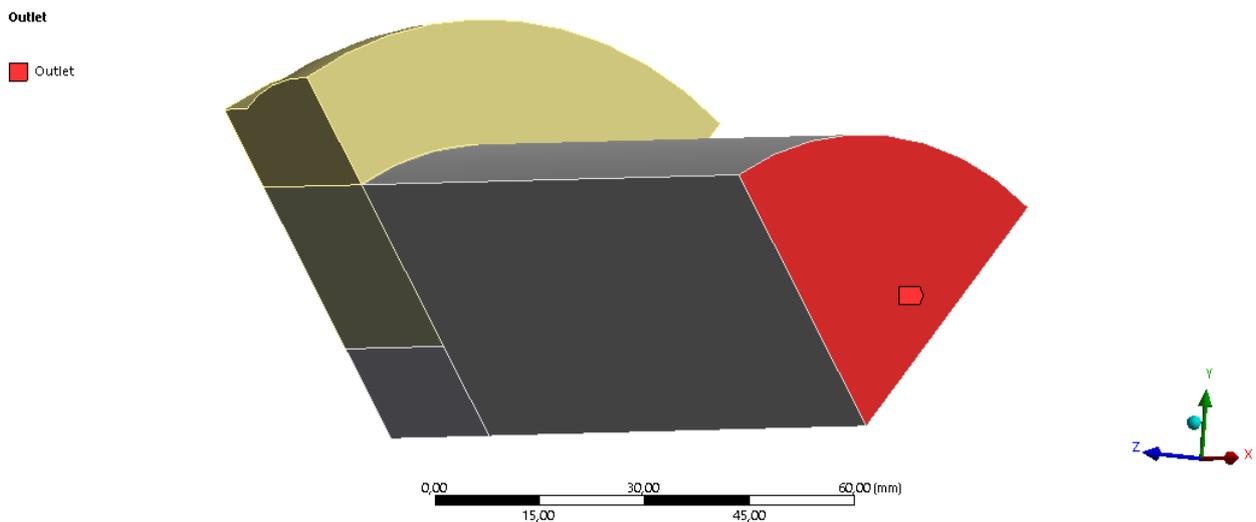


Figura 35 – Saída do domínio.

Para o cálculo da temperatura na câmara de combustão e composição das espécies, considera-se a hipótese de que toda a reação química acontece na câmara de combustão. Dessa forma, utilizando os propelentes e espécies químicas já destacados na Eq. 5.2, as

frações molares das espécies são obtidas e apresentadas na Tab. 8. A temperatura obtida é de 3111,14 K e todos os cálculos foram feitos considerando uma razão O/F de 4,591, obtida através da análise de *blowdown*, apresentada na Seção 6.3.

Tabela 8 – Composição das espécies na saída.

Espécie	Fração molar
CO	0,26402
CO ₂	0,02159
H	0,01653
H ₂	0,16960
H ₂ O	0,10572
NO	0,00063
N ₂	0,41758
O	0,00022
OH	0,00401
O ₂	0,00005
HCN	0,00001
HCO	0,00001
NH ₃	0,00001

Parte III

Resultados

6 Resultados e Análise

Neste capítulo serão abordados os resultados tanto da metodologia que considera a vazão mássica de oxidante constante quanto da metodologia que assume condições de operação variáveis no tanque de oxidante.

6.1 Curvas de performance considerando \dot{m}_{ox} constante

O sistema ao qual foram aplicadas as metodologias de análise de desempenho apresentadas trata-se de um sistema de propulsão híbrida que conta com quatro câmaras de empuxo, cada um com a mesma configuração apresenta na Fig. 36.

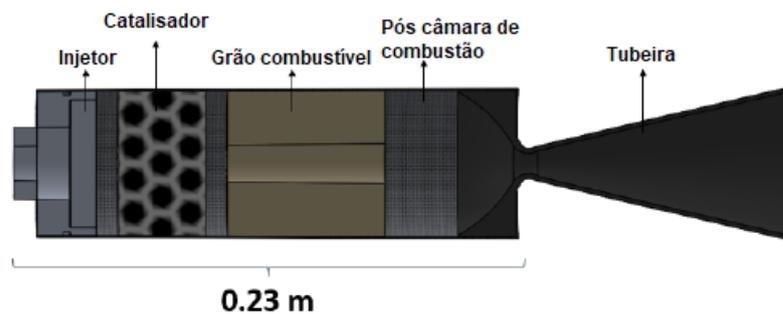


Figura 36 – Seção transversal do MFPH.
Fonte: Adaptado de Domingos (2020)

Neste trabalho, será analisada a performance de apenas um MFPH do sistema proposto por (DOMINGOS, 2020). Os parâmetros de performance referentes ao motor estudado são apresentados na Tab. 9 abaixo:

Tabela 9 – Parâmetros de performance.

Parâmetro	Valor	Unidade
Empuxo teórico	145	[N]
Coefficiente de empuxo	1,39	[-]
Velocidade característica teórica	1586,7	[m/s]
Impulso específico teórico	224,8	[s]
Pressão tórica na câmara de combustão	20	[Bar]

Fonte: Adaptado de Domingos (2020).

O sistema de alimentação do MFPH conta com um tanque para armazenamento do oxidante, válvulas de controle de fluxo e sistema de injeção. Os parâmetros de interesse para a análise realizada neste trabalho são apresentados na Tab. 10 abaixo:

Tabela 10 – Parâmetros do sistema de alimentação do MFPH para pequeno satélite.

Parâmetro	Valor	Unidade
Volume do tanque	0,002061	[m^3]
Massa de oxidante	1,3697	[kg]
Vazão mássica de oxidante teórica	0,0548	[kg/s]
Volume de oxidante	0,0018	[m^3]

Fonte: Adaptado de [Domingos \(2020\)](#).

Como já foi discutido em capítulos anteriores, uma primeira análise de performance do sistema de alimentação e do MFPH é realizada considerando a taxa de vazão mássica de oxidante constante. Esse tipo de análise é comumente empregada nas primeiras fases do projeto e, apesar de fornecer dados importantes quanto à performance do MFPH e servir como uma primeira iteração de projeto, não reflete o real comportamento de um sistema de propulsão híbrida com um sistema de alimentação auto-pressurizado. Os parâmetros de balística interna de interesse são apresentados na Tab. 11 abaixo:

Tabela 11 – Parâmetros de balística interna.

Parâmetro	Valor	Unidade
Tempo de queima	25	[s]
Massa específica do combustível	900	[kg/s]
Raio da porta de combustão	0.01	[m]
Comprimento do grão combustível	0,0824	[m]
Massa de combustível	0,2739	[kg]
a	0,1781	[-]
n	0,5	[-]
Área da garganta da tubeira	5,2155e-05	[m^2]

Fonte: Adaptado de [Domingos \(2020\)](#).

Utilizando os dados apresentados nas Tabs. 9, 10 e 11 e o equacionamento apresentado na Seção 4.3, é possível obter as curvas de performance do motor. Na Figura 37 são apresentadas as curvas de empuxo e pressão na câmara de combustão em função do tempo de operação do sistema. Uma vez que o projeto tem como objetivo auxiliar um pequeno satélite na sua manobra de inserção na órbita de Marte, é importante que seus parâmetros de performance estejam bem caracterizados. Dessa forma, nessa seção e nas seções seguintes, serão apresentadas curvas de performance em função do tempo de operação do sistema para alguns parâmetros chave, como: empuxo, pressão na câmara de combustão, taxa de vazão mássica e fluxo mássico de oxidante, razão O/F , velocidade característica e impulso específico.

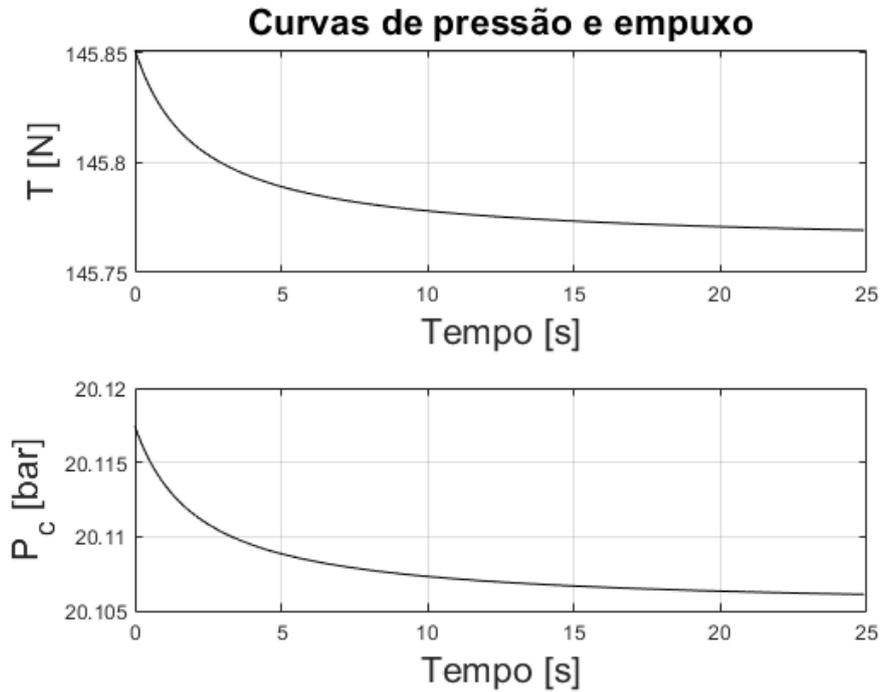


Figura 37 – Curvas de empuxo e pressão na câmara de combustão em função do tempo de operação do sistema ($\dot{m}_{ox} = cte.$).

Na Figura 37 pode ser observado que as variações de empuxo e pressão na câmara são bem pequenas e os valores estão muito próximos aos valores teóricos apresentados na Tab. 9. As Figuras 38 e 39 apresentam as curvas de variação em função do tempo de operação para o fluxo mássico de oxidante (G_{ox}), taxa de regressão do grão combustível (\dot{r}), taxa de vazão mássica de combustível (\dot{m}_f), velocidade característica (C^*) e impulso específico (I_{sp}).

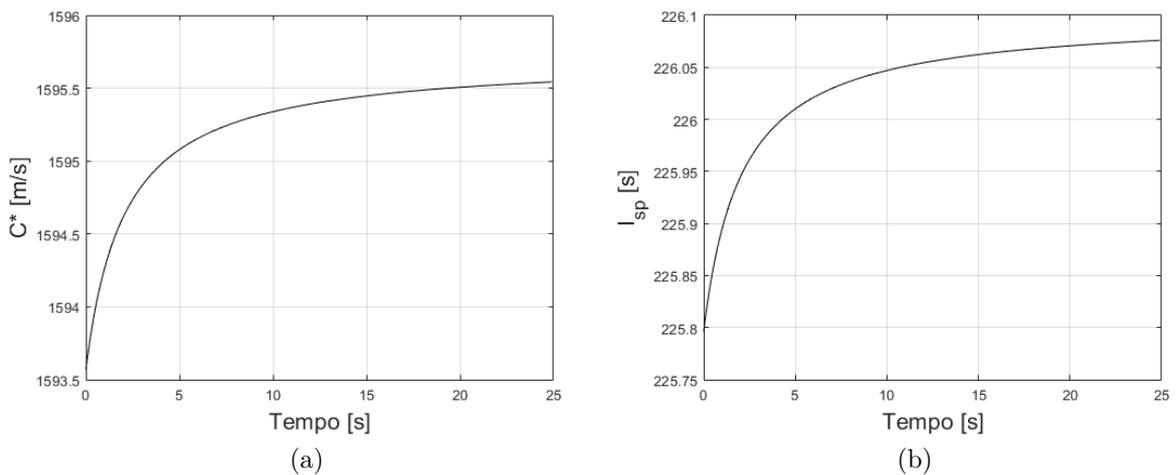


Figura 38 – Variação no tempo para a) C^* e b) I_{sp} ($\dot{m}_{ox} = cte.$).

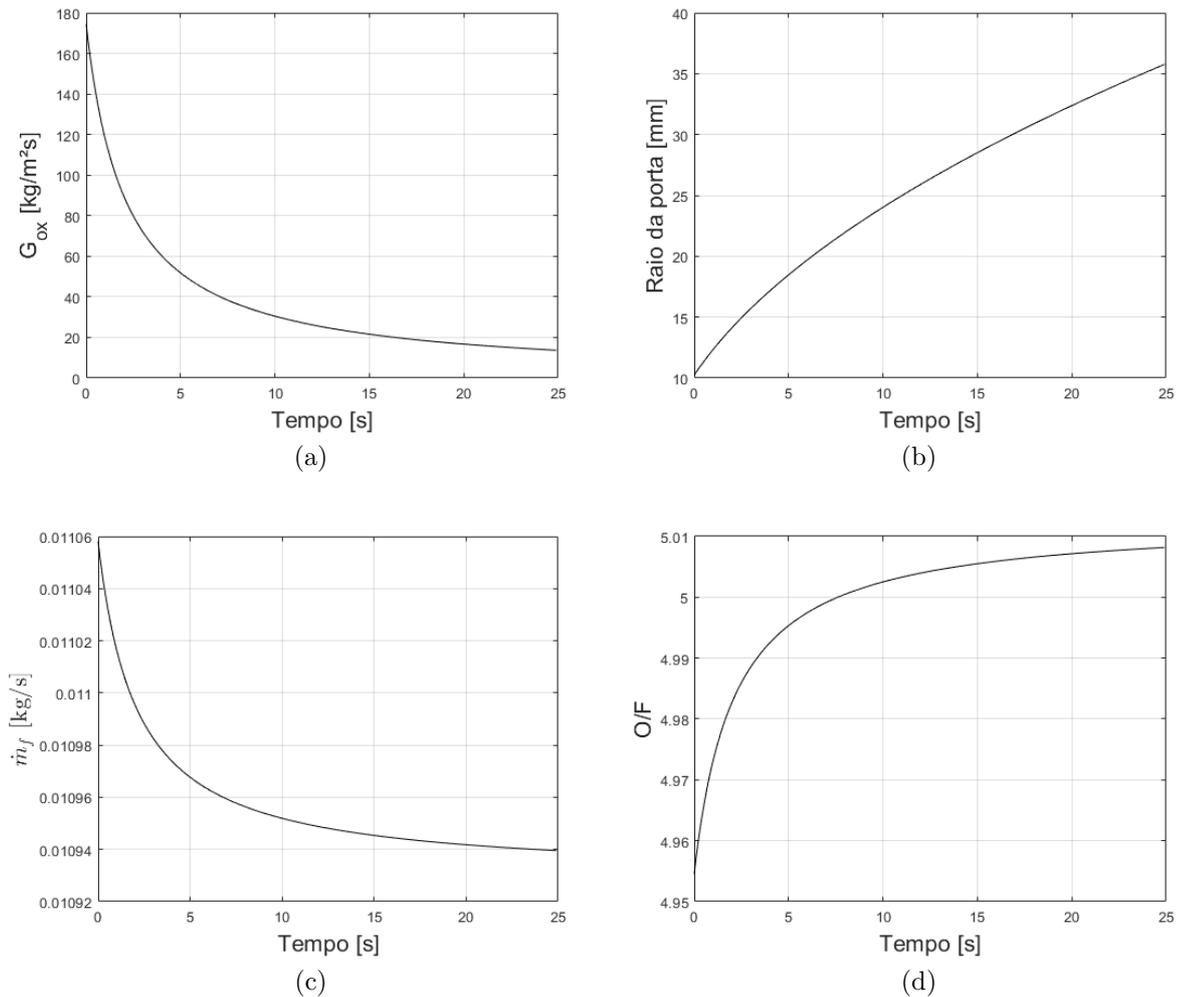


Figura 39 – Variação no tempo para a) G_{ox} b) \dot{r} c) \dot{m}_f d) O/F ($\dot{m}_{ox} = cte.$).

Na Figura 39a é possível observar que o fluxo mássico de oxidante cai com o tempo, uma vez que ele é inversamente proporcional a área da porta de combustão, que cresce a medida que o grão é consumido na taxa representada na Fig. 39b. Como a taxa de vazão mássica de oxidante é constante e a taxa de regressão diminui com o tempo, a vazão mássica de combustível também cai com o tempo, como mostrado na Fig. 39c. Essa queda se reflete nas curvas de empuxo e pressão na câmara, apresentadas na Fig. 37. Com relação à razão O/F , uma vez que a taxa de vazão mássica cai com o tempo e a vazão de oxidante é constante, isso se reflete em uma razão O/F que aumenta durante a operação do motor, como mostrado na Fig. 39d.

Analisando as Figs. 38a e 38b, que mostram a variação dos principais parâmetros de performance do MFPH, observa-se um aumento de performance durante a operação do sistema, uma vez que a razão O/F aumenta e a velocidade característica (C^*) e impulso específico (I_{sp}) variam em função desse parâmetro e são diretamente proporcionais a ele. No entanto, é sabido que a real tendencia de motores híbridos com sistema de alimentação

auto-pressurizado é de que a performance caia durante o tempo de operação (GENEVI-EVE; BEAUJARDIERE; BROOKS, 2017), (KAREBEYOGLU; CASTELLUCCI; ZILLIAC, 2003), (FILHO; GONTIJO, 2020). Isso se deve ao fato de que a medida que ocorre depressurização no tanque de oxidante, a taxa de vazão mássica de oxidante também sofre uma queda.

As próximas seções apresentam os resultados de análise de performance para o caso onde é considerada a queda na taxa de vazão mássica de oxidante.

6.2 Curvas de performance considerando variação da \dot{m}_{ox}

Nesta seção são apresentados dois casos distintos da análise de performance do sistema de propulsão híbrida com oxidante auto-pressurizado. A primeira apresenta uma análise da performance do sistema de alimentação, sem a presença da câmara de combustão, como em um teste à frio. A segunda apresenta os resultados de performance gerais do sistema, adicionando os cálculos de balística interna à análise.

6.2.1 Teste à frio (*blow-down*)

A implementação da modelagem apresentada no capítulo anterior possibilita a análise de performance do sistema de alimentação de forma isolada. Como em um teste à frio (sem combustão), a operação do sistema de alimentação pode ser simulada, assumindo que a vazão de oxidante acontece para o ambiente ($P_2 = 1.01325\text{Bar}$) durante todo o tempo de operação do sistema.

Nesse ponto, é necessário destacar o resultado para o redimensionamento da área de injeção, utilizando a Eq. 4.30, uma vez que este é um parâmetro importante no cálculo de taxa de vazão mássica e será utilizado para todos os cálculos realizados a partir dessa seção. Os resultados são apresentados na Tab. 12 abaixo:

Tabela 12 – Configuração da placa injetora.

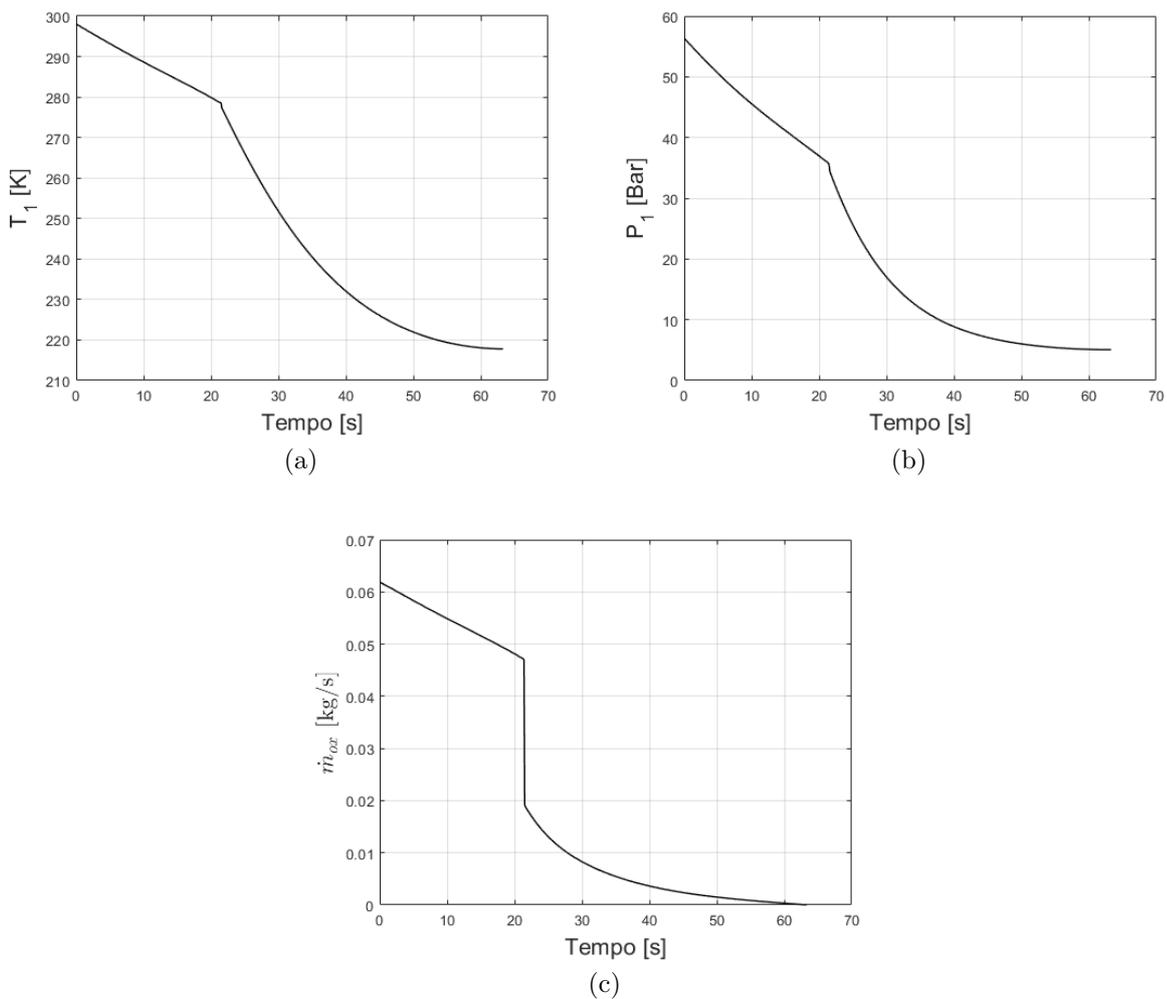
Parâmetro	Valor	Unidade
Área de injeção	2.0603e-06	$[m^2]$
Diâmetro do orifício de injeção	0,0005	$[m]$
Número de orifícios	11	$[-]$
Razão de aspecto do injetor	12	$[-]$

Obtida a configuração do injetor, um parâmetro chave a ser definido para um cálculo correto da taxa de vazão mássica de oxidante é o coeficiente de descarga do injetor (C_d). Esse parâmetro pode ser calculado de acordo com o equacionamento apresentado na Seção 2.2.2, os resultados são apresentados na Tab. 13 abaixo:

Tabela 13 – Resultados para os cálculos do coeficiente de descarga.

Parâmetro	Valor	Unidade
Velocidade de injeção	95,40	[m/s]
Viscosidade dinâmica	5,2173e-05	[Ns/m ²]
Massa específica do oxidante	738.7092	[kg/m ³]
Número de Reynolds	6,7537e+05	[-]
Fator de atrito	0,0110	[-]
Coeficiente de descarga	0,65	[-]

Definidas a área de injeção e o coeficiente de descarga, o equacionamento apresentado nos capítulos anteriores pode ser usado para se obter as curvas de temperatura e pressão no tanque, Figs. 40a e 40b respectivamente, e a curva de taxa de vazão mássica de oxidante, apresentada na Fig. 40c.

Figura 40 – Propriedades no tanque de oxidante: a) T_1 e b) P_1 c) \dot{m}_{ox} ($P_2 = 1.01325\text{Bar}$).

Na Figura 40 é possível identificar a queda de temperatura e pressão que ocorre no tanque de oxidante durante a operação do sistema de alimentação. A mudança brusca de

valor na curva da Fig. 40c, em $t = 21,4s$, representa o momento em que toda a fase líquida de oxidante no tanque foi evacuada, restando apenas vapor saturado. Essa mudança se reflete nas curvas de temperatura e pressão como uma mudança na velocidade em que a pressão e temperatura caem. Isso se deve ao fato de que a vazão mássica de vapor apresenta valores muito menores que a vazão de líquido, por isso, leva mais tempo para toda a massa de vapor ser evacuada do tanque.

Como a queda de pressão (ΔP) através da placa injetora é maior para esse caso, uma vez que a pressão na saída do injetor é fixa na pressão ambiente, os valores de taxa de vazão mássica de oxidante são inicialmente maiores que a vazão teórica, que considera $P_2 = 20Bar$. Como a vazão é maior, o tempo de vazão líquida para esse caso acaba sendo menor que o tempo de queima teórico de 25s. O tempo de vazão da fase líquida é levado em consideração para os cálculos de performance do MFPH, uma vez que na maioria dos testes realizados a queima dos motores é terminada com o fim da vazão de líquido (ZIMMERMAN et al., 2013). Fica claro, a partir dos resultados apresentados nessa seção, que a hipótese de taxa de vazão mássica de oxidante constante não reflete o real comportamento do sistema de alimentação com oxidante auto-pressurizado. A queda no valor de vazão de oxidante tem impacto direto na performance geral do sistema de propulsão híbrida e esse fenômeno deve ser levado em conta ao se analisar a performance do sistema.

6.2.2 Teste à quente

Adicionando o equacionamento da Seção 4.3 para realizar os cálculos de balística interna do MFPH, considerando a variação de pressão na saída do injetor ($P_2 = P_c$), é possível obter as curvas que representam a variação de performance nominal do MFPH. A Figura 41 mostra as curvas de temperatura e pressão no tanque de oxidante.

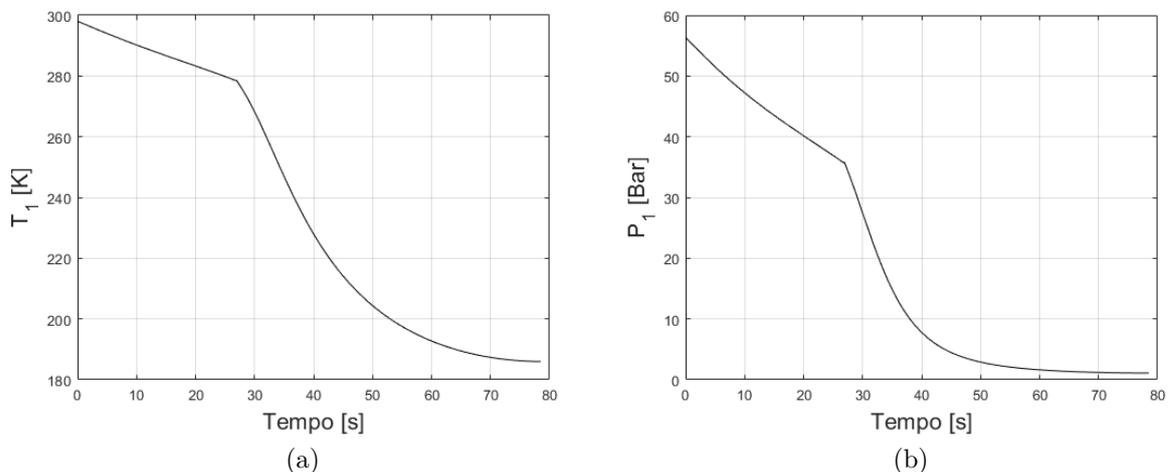


Figura 41 – Queda de a) temperatura e b) pressão no tanque de oxidante.

A primeira mudança que se observa nos resultados apresentados na Fig. 41 é o pequeno aumento no tempo de vazão da fase líquida, finalizando agora em $t = 26,7s$. Essa mudança é pode ser explicada através do resultado apresentado da Fig. 42a, que mostra que a taxa de vazão de oxidante inicial que a apresentada na Fig. 40c, uma vez que a queda de pressão através do injetor diminui, agora que a pressão na saída é igual a pressão na câmara de combustão. As curvas de taxa de vazão mássica de oxidante (\dot{m}_{ox}), empuxo (T) e a variação da pressão na câmara de combustão ($P_c = P_2$), apresentadas na Fig. 42.

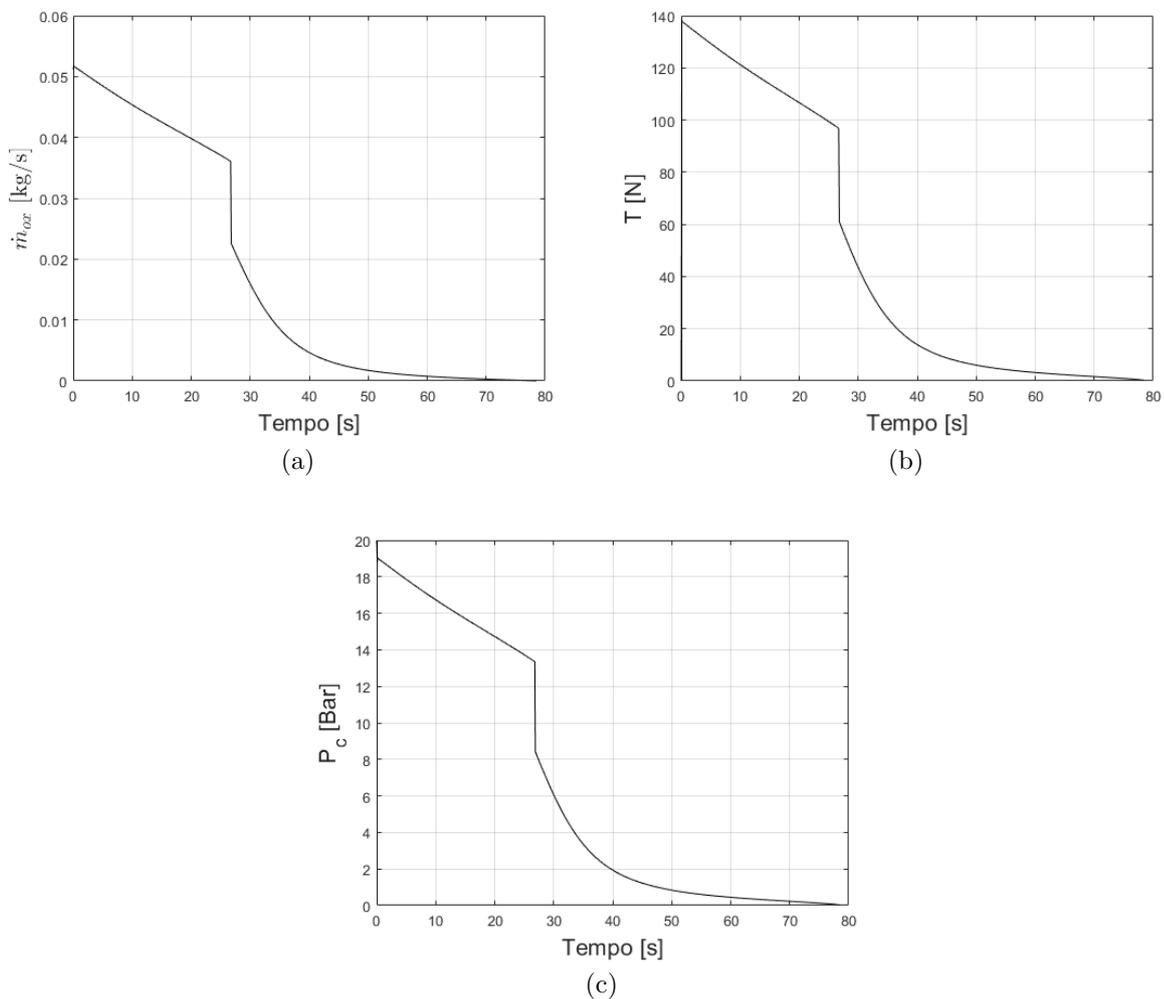


Figura 42 – Variação das curvas a) \dot{m}_{ox} e b) Empuxo c) Pressão na câmara de combustão durante a operação nominal do MFPH.

A Figura 42a mostra como a taxa de vazão mássica de oxidante varia durante a operação do MFPH e, devido a menor queda de pressão no injetor, como ela se diferencia da vazão apresentada na Fig. 40c. Como já foi comentado, o tempo de vazão da fase líquida é levado em consideração para os cálculos de performance do MFPH (ZIMMERMAN et al., 2013). Apesar disso, é interessante apresentar os parâmetros de performance do motor

no intervalo de tempo em que ocorre a vazão de todo o oxidante armazenado no tanque. A Figura 43 mostra as variações de fluxo mássico de oxidante (G_{ox}), taxa de regressão (\dot{r}), taxa de vazão mássica de combustível (\dot{m}_f) e taxa de vazão mássica de propelente (\dot{m}_p).

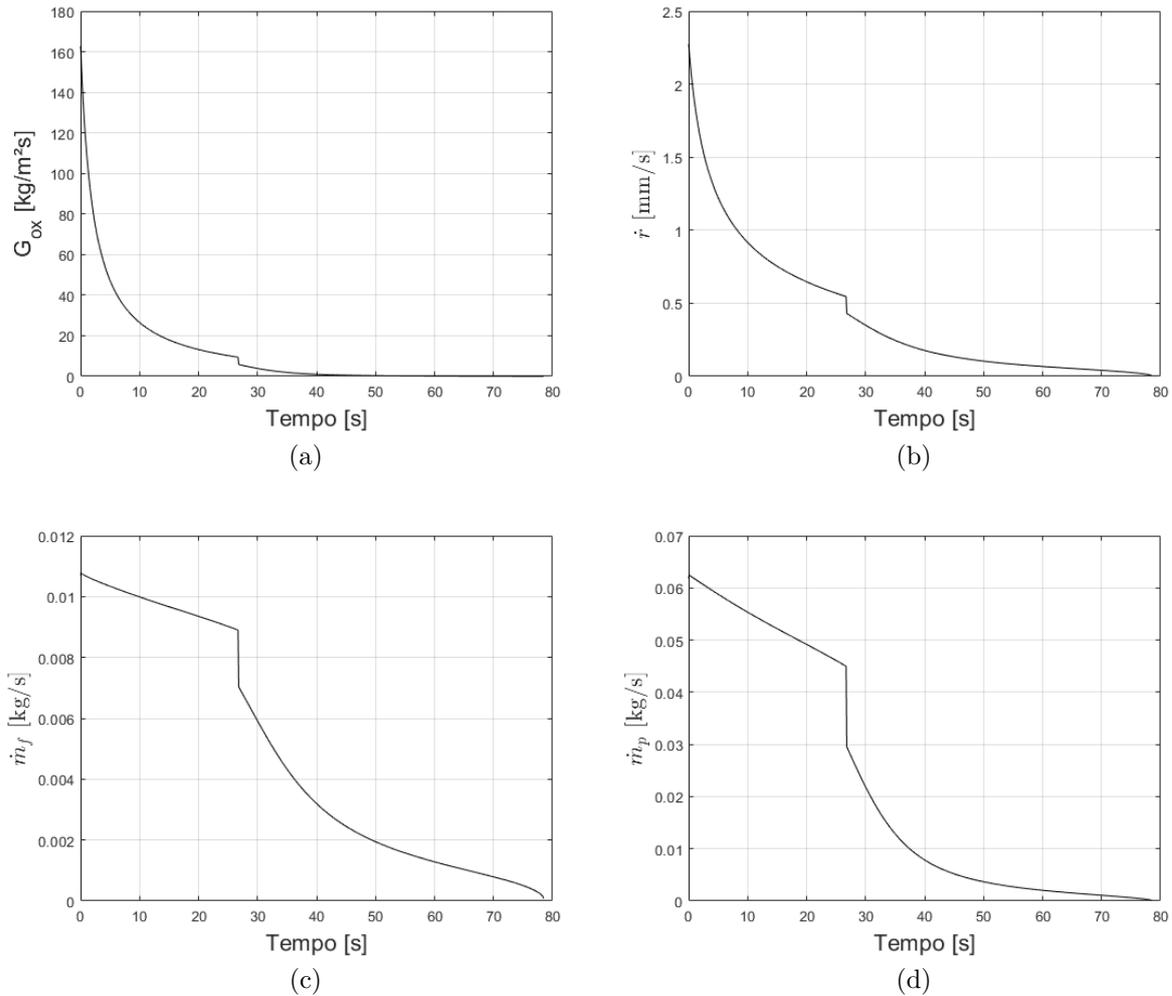


Figura 43 – Variação durante tempo de vazão de oxidante líquido para a) G_{ox} b) \dot{r} c) \dot{m}_f d) \dot{m}_p .

A principal diferença que se observa nos resultados apresentados acima é mostrada na Fig. 43c, onde a queda na vazão mássica de combustível acontece de forma mais linear durante a vazão de oxidante líquido e a variação nos valores é maior. A variação da taxa de vazão mássica de propelente é mostrada na Fig. 43d, a partir da qual é possível calcular uma massa de propelente total consumida de $m_p = 1,74\text{kg}$, valor um pouco maior que a massa de propelente calculada teoricamente, uma vez que considera que durante a vazão de vapor ainda ocorre combustão. A Figura 44 apresenta a variação dos parâmetros de performance do motor.

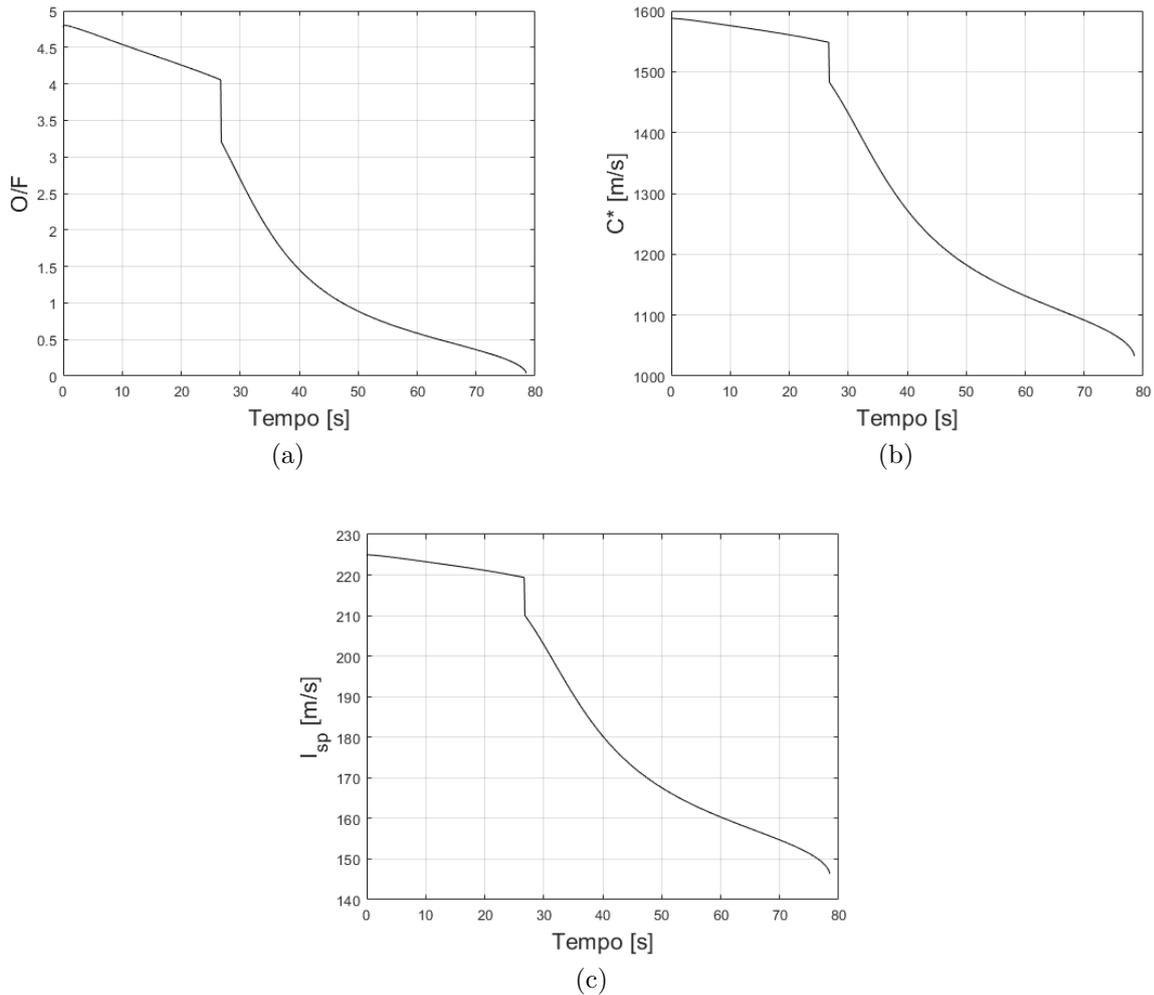


Figura 44 – Variação durante tempo de vazão de oxidante líquido para a) razão O/F b) C^* c) I_{sp} .

Analisando a Figura 44 ficam claras as mudanças que se observam na performance do MFPH. Diferente dos resultados apresentados na Seção 6.1, onde os valores de razão O/F , C^* e I_{sp} aumentam com o tempo de operação do motor, observa-se uma queda de performance ao longo do tempo. Como ambas as vazões mássicas de oxidante e combustível sofrem uma queda com o tempo, isso se reflete em uma queda da razão O/F , como exposta na Fig. 44a, conseqüentemente, uma queda da C^* e do I_{sp} é observada, uma vez que seus valores dependem diretamente dessa razão, como mostrado nas Figs. 44b e 44c. A partir das curvas mostradas foi possível calcular um impulso específico médio (\bar{I}_{sp}) de 215,96 s, um menor que o impulso específico teórico antes mostrado. Esse resultado é esperado quando se considera as perdas de desempenho discutidas.

Uma vez que ainda não foram realizados testes de bancada com o motor estudado, os resultados alcançados com o algoritmo apresentado não poderão ser comparados com dados experimentais. No entanto, resultados obtidos através do algoritmo já foram comparados com curvas experimentais do motor híbrido do projeto GAMA I da

equipe universitária de foguetes experimentais, Capital Rocket Team, no trabalho de (FILHO; GONTIJO, 2020), onde a metodologia usada se mostrou eficaz em reproduzir o comportamento capturado durante os teste do sistema.

6.3 Análise de *blowdown* para o motor do SARA

A metodologia de análise de performance apresentada até agora também é aplicada no motor do SARA, com três principais objetivos: avaliar como o MPT apresentado na Seção 4.4 melhora os resultados, oferecer uma comparação dos resultados obtidos com valores já verificados experimentalmente e obter valores de referência para a simulação numérica.

Os parâmetros de entrada do algoritmo foram fornecidos pelo CPL (2021), que obteve vários dados experimentais do motor a partir das campanhas de testes já conduzidas. Os parâmetros de entrada são detalhados na Tab. 14 abaixo.

Tabela 14 – Valores de referência do motor do SARA.

Parâmetro	Valor	Unidade
Empuxo teórico	1000	[N]
Tempo de queima	12	[s]
Pressão tórica na câmara de combustão	30	[Bar]
Área da garganta	0,000204	[m ²]
Porta de combustão inicial	0,0255	[m]
Comprimento do grão	0,1	[m]
Taxa de regressão média	3,4	[mm/s]
Comprimento da pré-câmara	0,026	[m]
Raio da pré-câmara	0,060	[m]
Comprimento da pós-câmara	0,080	[m]
Raio da pós-câmara	0,060	[m]
Razão O/F	3 ~ 4	[-]
Eficiência	0,75 ~ 0,8	[-]
Temperatura inicial do tanque de oxidante	298,15	[K]
Massa de oxidante	6	[kg]
Área de injeção	50	[mm ²]
Vazão mássica de oxidante	0,4	[kg/s]
Volume do tanque	0,01	[m ³]

Fonte: (CPL, 2021)

Além dos valores fornecidos, três parâmetros tiveram que ser estimados para que fosse possível atingir os valores de vazão mássica de oxidante e combustível: o coeficiente de descarga (C_d), o coeficiente da taxa de regressão (a) e o expoente da taxa de regressão (n). Os valores de a e n foram definidos para que se atingisse a taxa de regressão média fornecida de 3,4 mm/s. Os valores utilizados são mostrados na Tab. 15.

Tabela 15 – Valores estimados para o motor do SARA.

Parâmetro	Valor	Unidade
Coefficiente de descarga	0,60	[-]
a	0,42	[-]
n	0,51	[-]

Com os valores das Tabs. 14 e 15 foi possível realizar a mesma análise de desempenho feita no MFPH do projeto UnB-SIA. No entanto, duas principais diferenças entre as análises realizadas nos dois motores devem ser destacadas. Primeiramente, para o motor do SARA apenas a vazão de oxidante líquido foi considerada, já que foi possível verificar nas curvas de performance do MFPH do projeto UnB-SIA que o período que corresponde a vazão de vapor de oxidante não tem grande contribuição para a performance do motor.

Por último, a forma de se calcular a pressão na câmara de combustão foi modificada, sendo que a análise pro motor do SARA usa o MPT, Eq. 4.21, em vez da simples relação experimental da Eq. 4.14. Essa abordagem foi uma alternativa encontrada para mitigar alguns problemas encontrados a partir dos resultados obtidos para o motor do projeto Unb-SIA, onde nas primeiras iterações do algoritmo as curvas apresentam uma oscilação que não correspondem ao comportamento que se observa durante a operação de um MFPH.

Tendo esses dois pontos destacados, como também o fato de que os resultados dessa análise são utilizados para definir os valores de referência para simulação numérica, a seguir são apresentadas as curvas obtidas com essa nova abordagem. Começando pelas curvas de pressão e temperatura no tanque de oxidante, nas Figs. 45a e 45b, respectivamente.

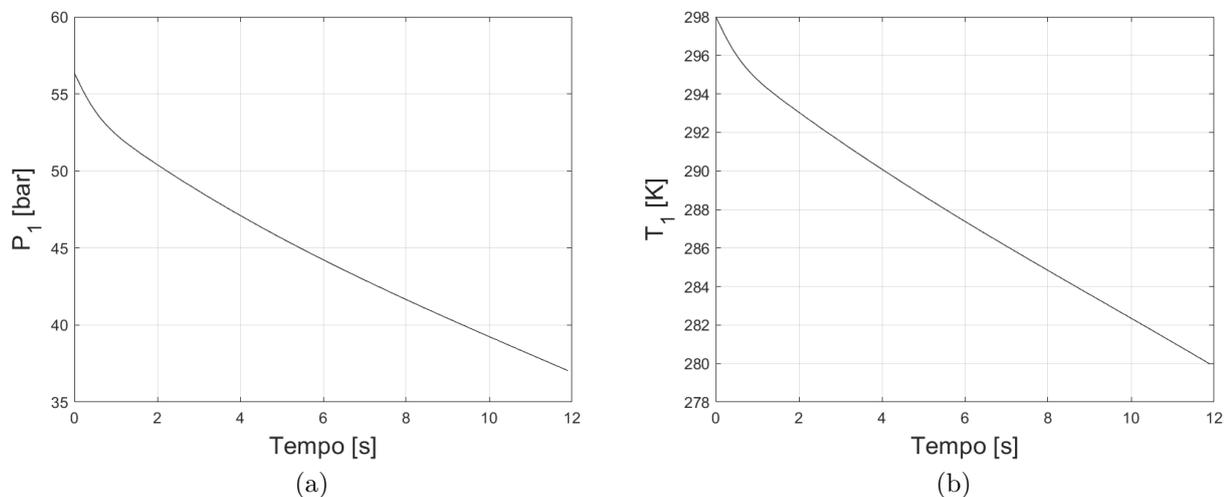


Figura 45 – Curvas de variação das propriedades do oxidante no tanque a) Pressão b) Temperatura.

As curvas de pressão e temperatura no tanque de oxidante não apresentam mudanças significativas em relação às mesmas curvas apresentadas para o motor anterior, mostrando a mesma tendência de queda nos valores, com apenas uma diferença na velocidade de queda nas primeiras iterações. Essa diferença nas iterações iniciais é devido ao uso do MPT, esse efeito é mais perceptível nas curvas de operação do motor. As curvas de pressão na câmara de combustão, empuxo e queda de pressão através do injetor são mostradas nas Figs. 46a, 46b e 46c, respectivamente.

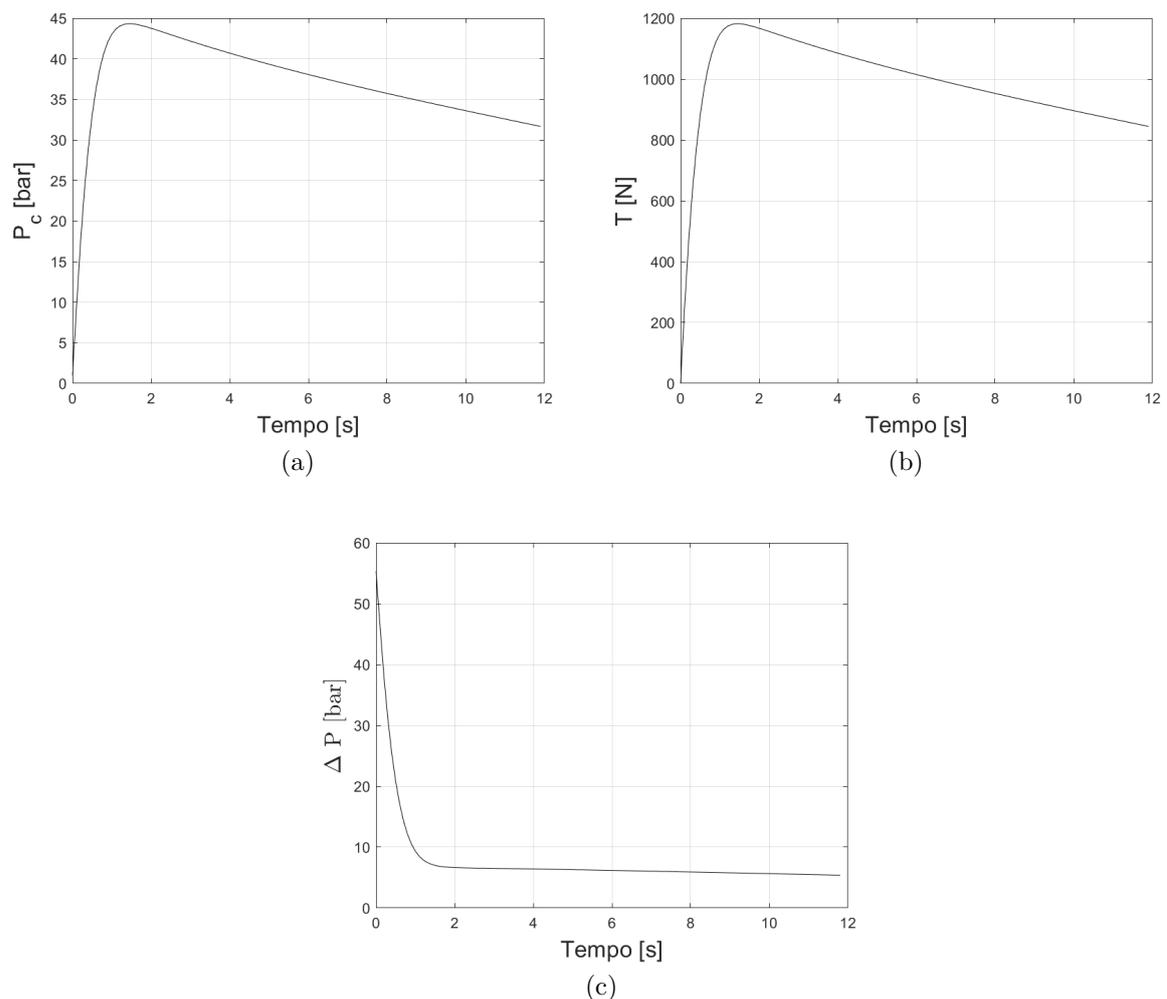


Figura 46 – Variação no motor do SARA para a) Pressão na câmara de combustão b) Empuxo c) Queda de pressão através do injetor durante a operação nominal do MFPH.

A partir das curvas da Fig. 46 é possível ver com clareza o efeito do uso do MPT quando utilizado no algoritmo de análise de *blowdown*. Com o MPT é possível calcular um aumento gradual da pressão na câmara de combustão, como o efeito de pressurização da câmara durante o início da operação do sistema. Com o aumento gradual da pressão na câmara e queda da pressão no tanque, a diferença de pressão através do injetor tem

uma queda também mais suave, com um pico no valor inicial, uma vez que a câmara de combustão inicia na pressão ambiente.

Como a vazão mássica de oxidante é diretamente proporcional a diferença de pressão no injetor, observa-se também uma queda gradual dessa vazão mássica, que reflete diretamente nas curvas de performance do MFPH. As curvas de vazão mássica de oxidante e combustível, fluxo de oxidante através da porta de combustão e taxa de regressão são mostradas nas Figs. 47a, 47b, 47c e 47d, respectivamente.

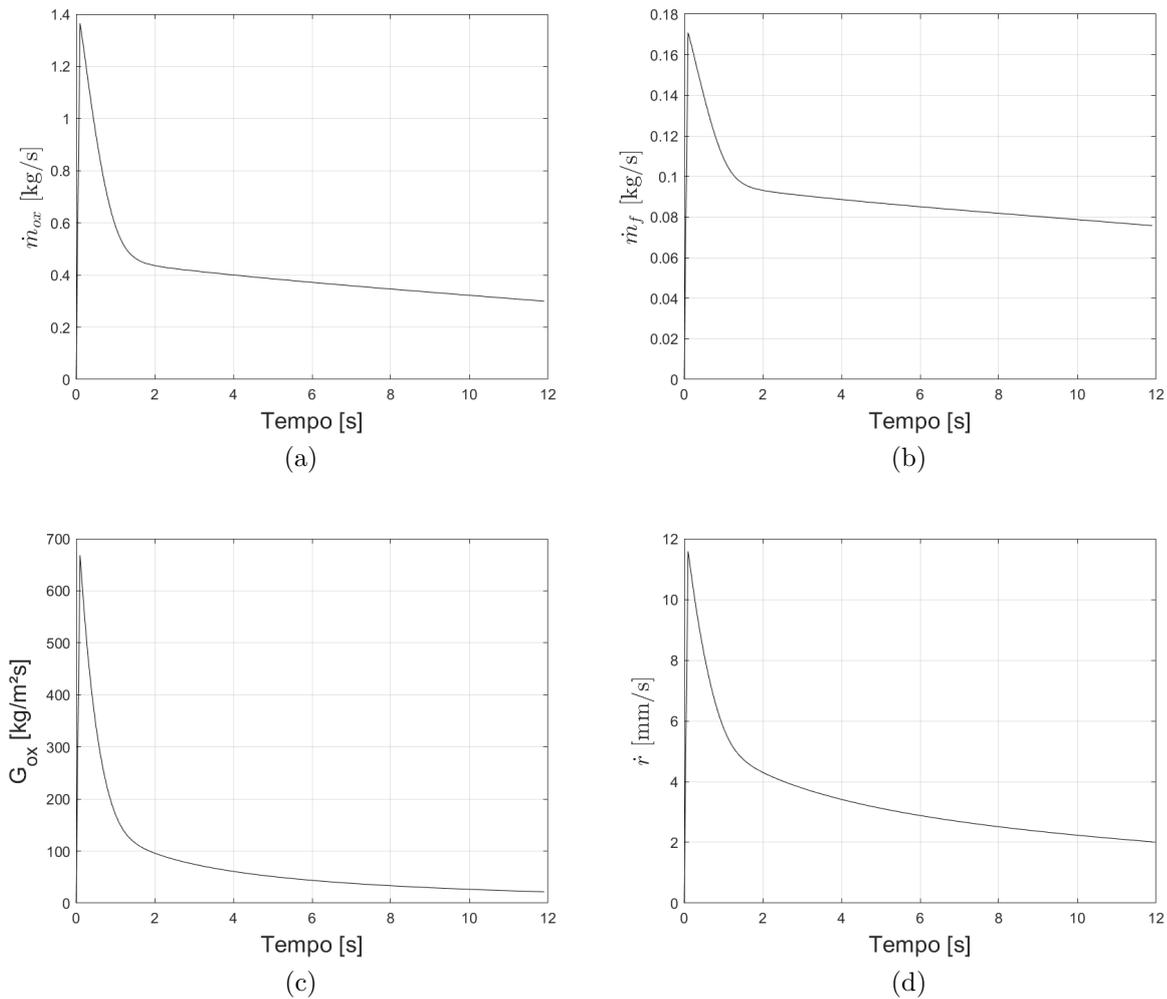


Figura 47 – Variação durante tempo de vazão de oxidante líquido do motor do SARA para a) \dot{m}_{ox} b) \dot{m}_f c) G_{ox} d) \dot{r} .

Pode-se observar um pico inicial nos valores de vazão mássica, consequência da alta queda de pressão inicial, que induz uma alta vazão mássica de oxidante e consequente alta vazão mássica de combustível. Esses valores vão caindo com o tempo, acompanhando a queda de pressão entre o tanque e a câmara de combustão. A seguir são apresentadas as curvas de variação do raio da porta de combustão e razão O/F, nas Figs. 48a e 48b, respectivamente.

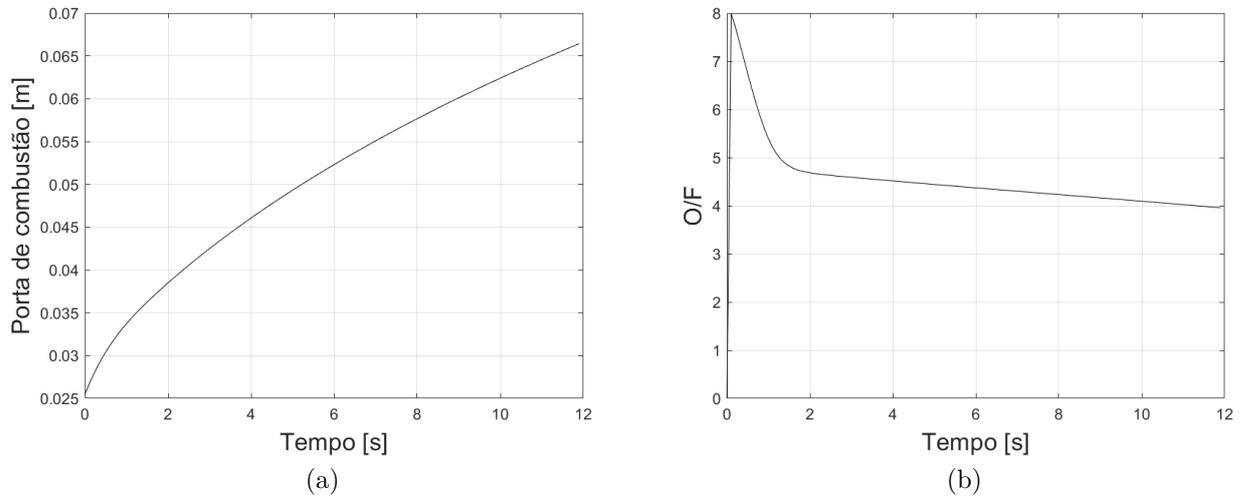


Figura 48 – Curvas de variação das propriedades do oxidante no tanque a) Raio do grão b) Razão O/F.

Na Figura 48 é possível ver a evolução do raio da porta de combustão com o consumo do grão e também como a razão O/F muda durante a operação do motor. A curva de razão O/F também apresenta um pico inicial, uma vez que os valores iniciais de vazão mássica são altos.

Na Tabela 16 são apresentados os valores médios das curvas obtidas com a análise de performance proposta e é feita uma comparação com os valores de referência do projeto do motor do SARA.

Tabela 16 – Valores médios do blowdown do motor do SARA.

Parâmetro	Teórico/ Experimental	Calculado	Erro [%]	Unidade
Empuxo	1000	984,184	1,58 %	[N]
Tempo de queima	12	11,9	0,83 %	[s]
\dot{m}_{ox}	0,4	0,4150	3,75 %	[kg/s]
\dot{m}_f	$\sim 0,1$	0,0886	11,40 %	[kg/s]
Taxa de regressão	3,4	3,4	0 %	[mm/s]
Pressão na câmara	30	36,92	23,1 %	[Bar]
O/F	~ 4	4,5	12,5%	[-]

Quase todos os principais parâmetros de operação calculados que foram comparados apresentam um erro percentual pequeno em relação aos valores de projeto. A exceção foram os valores de vazão mássica de combustível, pressão na câmara de combustão e razão O/F. Um vez que o resultado para vazão de combustível é calculado a partir da taxa de regressão, é possível que exista algum erro associado a escolha dos valores de a e n , mostrados na Tab. 15, que foram definidos para que a taxa de regressão média fosse de 3,4 mm/s. Apesar de o valor médio ter sido atingido, o cálculo da taxa de regressão

ao longo das iterações pode ter apresentado alguma discrepância em relação a real variação de vazão de combustível, o que impactaria diretamente nos resultados obtidos para pressão na câmara e razão O/F.

Com os resultados obtidos com a análise de desempenho para os dois MFPHs, do projeto UnB-SIA e do motor do SARA, foi possível avaliar a eficiência do algoritmo em prever a variação dos parâmetros de operação do MFPH com sistema de alimentação auto pressurizado, sendo capaz de calcular as variações das propriedades termodinâmicas do oxidante no tanque e conseqüente impacto dessa variação no desempenho do motor. Foi possível identificar também que o uso do MPT é uma boa alternativa para o cálculo da evolução da pressurização na câmara de combustão e para refinar os cálculos de variação dos parâmetros nas primeiras iterações e segundos iniciais de operação dos motores.

6.4 Análise numérica da injeção de N_2O para o motor do SARA

Como já foi explicado na Seção 5.3, os resultados da análise de performance do motor do SARA forneceriam os valores de referência necessários para se definir a configuração da simulação numérica, definindo um instante de tempo como referência para se obter os valores necessários. Essa é uma estratégia que já foi explorada em outros trabalhos semelhantes, porém fazendo o uso também de dados experimentais, como os trabalhos de Lazzarin et al. (2011), Paccagnella et al. (2018), Niño e Razavi (2019), Dequick, Lefebvre e Hendrick (2021), sendo assim, a diferença da metodologia proposta nesse trabalho é o uso dos dados obtidos através do algoritmo de análise de *blowdown*, que tenta reproduzir o comportamento experimental do motor de forma analítica. Na Tabela 17 é mostrado os valores de referência calculados para a entrada de oxidante, tomando como referência o instante de 3 s da operação do motor.

Tabela 17 – Entrada de oxidante.

Parâmetro	Valor	Unidade
Estado de referência	46,26; 289,2	[Bar; K]
Fração de vapor	29,19	[%]
Vazão mássica total	0,4163	[kg/s]
Número total de orifícios	15	[-]
Vazão mássica de vapor	0,109	[kg/s]
Vazão mássica de vapor por orifício	0,007	[kg/s]
Vazão mássica de líquido	0,307	[kg/s]
Vazão mássica de líquido por orifício	0,0205	[kg/s]
Velocidade de injeção das gotas	10,237	[m/s]
Diâmetro inicial da gota	0.0011	[m]

Todos os valores utilizados para definir a entrada de oxidante no domínio, tanto da fase gasosa continua quanto da fase discreta líquida, estão detalhados na Tab. 17 e

foram definidos de acordo com a metodologia resumida na Tab. 7. Além disso, os dados da Tab. 6 foram usados para calcular o diâmetro da gota.

Os valores de referência para a entrada de combustível são detalhados na Tab. 18 abaixo. Como o domínio foi dividido em cinco partes iguais e a simetria considerada é do tipo periódica, a vazão total de combustível é dividida por cinco e esse valor é utilizado como vazão mássica na superfície mostrada na Fig. 33.

Tabela 18 – Entrada de combustível.

Parâmetro	Valor	Unidade
Vazão mássica total	0,091	[kg/s]
Número de seções periódicas	5	[-]
Vazão mássica de por seção	0,018	[kg/s]
Raio da porta de combustão	0,042	[m]
Temperatura	700	[K]

Definidos os valores de referência nas duas entradas, resta definir apenas a configuração na saída do domínio. A Tabela 8 mostra a composição dos gases na saída e a Tab. 19 mostra os valores dos parâmetros restantes que devem ser considerados.

Tabela 19 – Saída do domínio.

Parâmetro	Valor	Unidade
Pressão	4218000	[Pa]
Temperatura	3111,14	[K]
Composição das espécies	Tabela 8	[-]

Todos os valores das fronteiras foram calculados tomando como referências os valores obtidos para 1,5 s do tempo de operação do motor do SARA de acordo com a análise de *blowdown* realizada. Para fim de comparação, as simulações numéricas foram realizadas primeiramente considerando apenas a injeção da fase gasosa e posteriormente incluindo a injeção da fase líquida, com as gotas de oxidante.

6.4.1 Campos de escoamento

A fim de avaliar as mudanças provocadas pela inclusão da fase líquida discreta, como um fluxo de gotas, uma comparação entre os resultados obtidos considerando apenas a injeção de vapor de oxidante e os resultados da injeção das duas fases é feita. Os resultados para o campo de temperatura são mostrados na Fig. 49 abaixo.

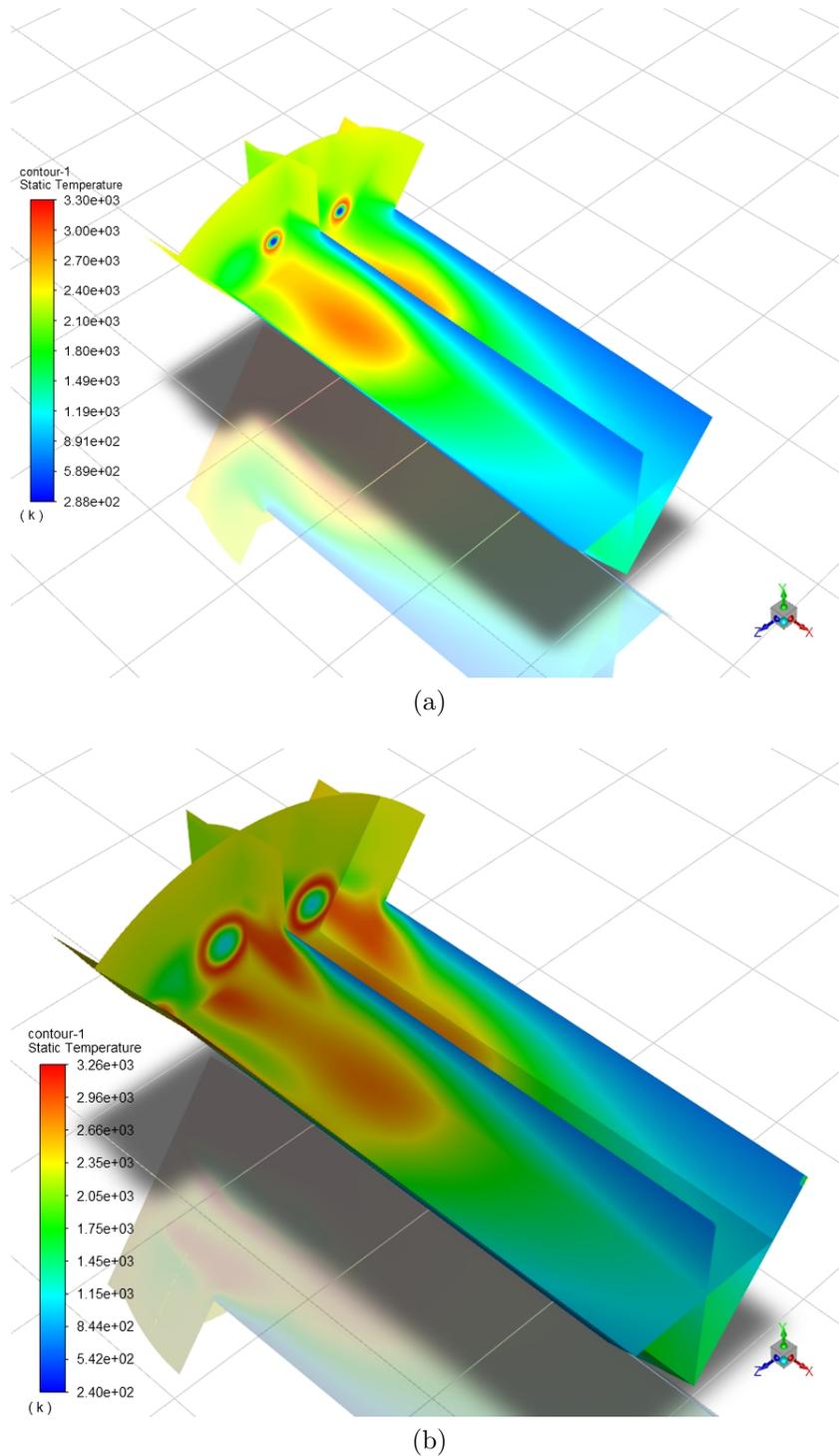


Figura 49 – Campo de escoamento colorido por temperatura estática a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.

Nas Figuras 49a e 49b são mostrados os resultados quando considerando injeção apenas de vapor de oxidante e das duas fases, respectivamente. É possível perceber que existe uma concentração maior de temperatura em volta do jato de oxidante que saís dos injetores para a simulação que considera as duas fases, como também uma distribuição melhor de temperatura ao longo do comprimento do grão. No entanto, por conta de tempo

disponível e do custo computacional da simulação, não foi possível obter um resultado com o escoamento totalmente desenvolvido. Os problemas identificados ao longo da simulação serão mais discutidos com a apresentação dos resultados restantes. Na Figura 50 são mostradas outras vistas para o campo de temperatura.

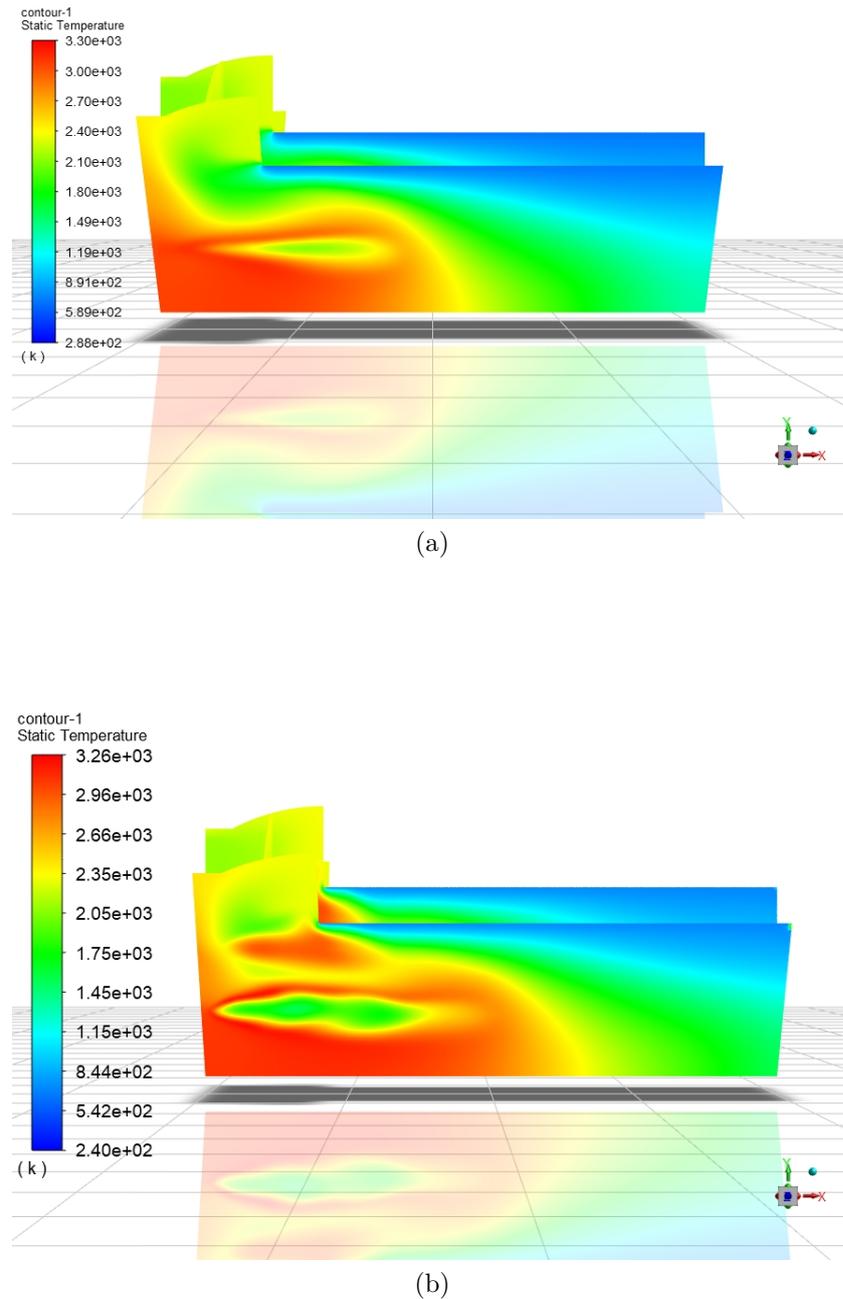


Figura 50 – Campo de escoamento colorido por temperatura estática, vista lateral a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.

Com a vista apresentada na Fig. 50 fica claro como o escoamento ainda está em

desenvolvimento, uma vez que as maiores temperaturas estão ainda concentrada na parte superior da porta de combustão, enquanto na parte inferior a chama ainda parece em desenvolvimento. No entanto, é possível ver que o resultado obtido com a injeção da fase discreta que existe uma maior concentração de temperatura em volta do jato de oxidante. Na Figura 51 são mostrados os resultados para a velocidade do escoamento.

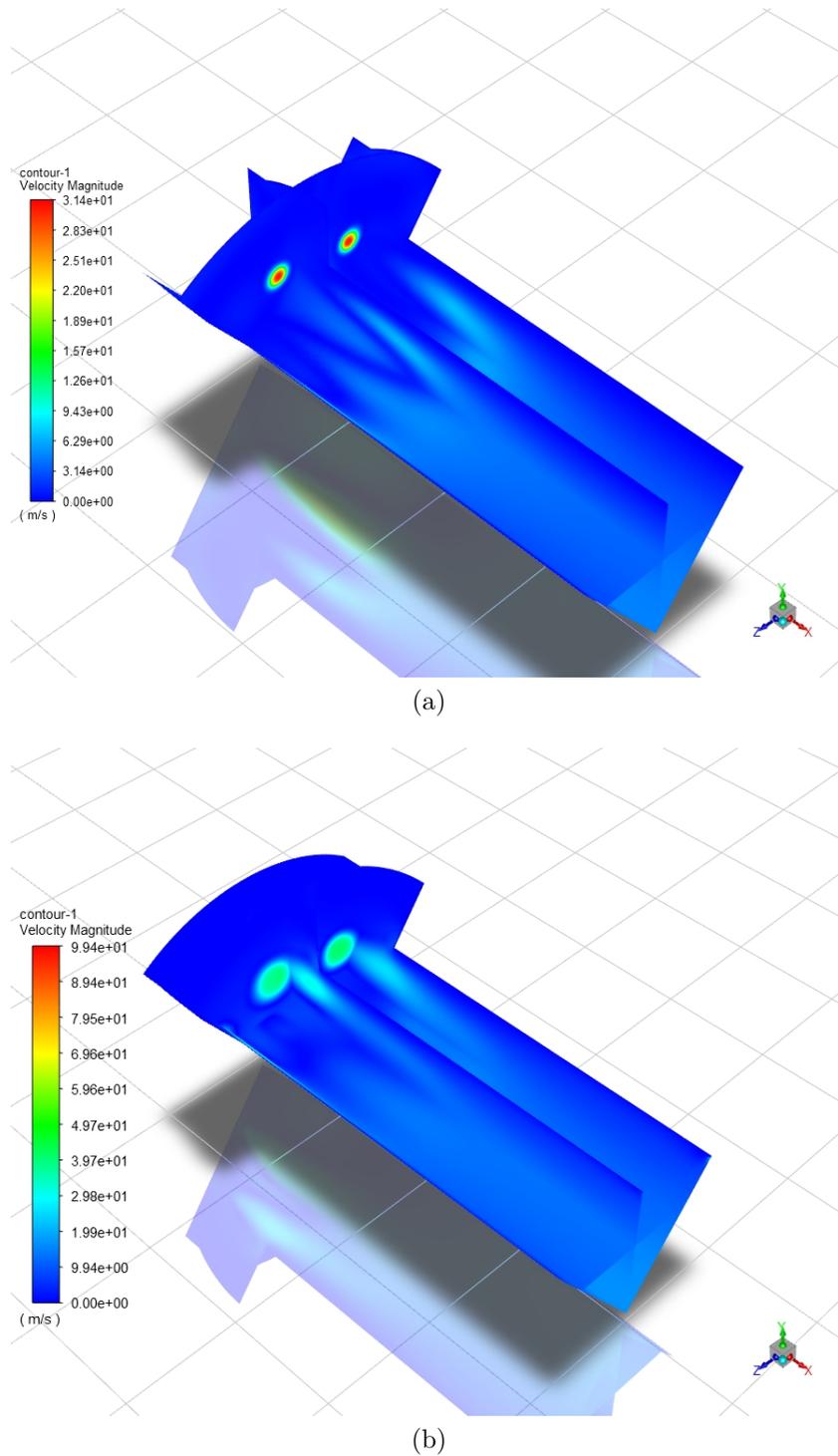


Figura 51 – Campo de escoamento colorido por velocidade a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.

A velocidade dos jatos de oxidante injetados é mais uniforme quando considera a injeção de líquido, Fig 51b, enquanto na simulação que considera apenas vapor existe uma variação de velocidade de injeção, Fig 51a, sendo maior no centro do jato. Na Figura 52 são mostradas as vistas laterais para o campo de velocidade, onde é possível notar que a injeção de líquido induz uma maior distribuição do jato de oxidante na câmara de combustão.

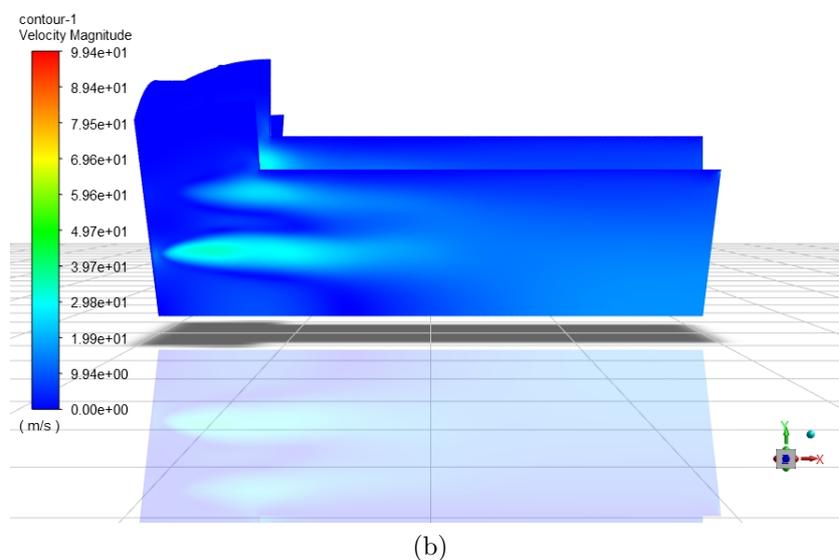
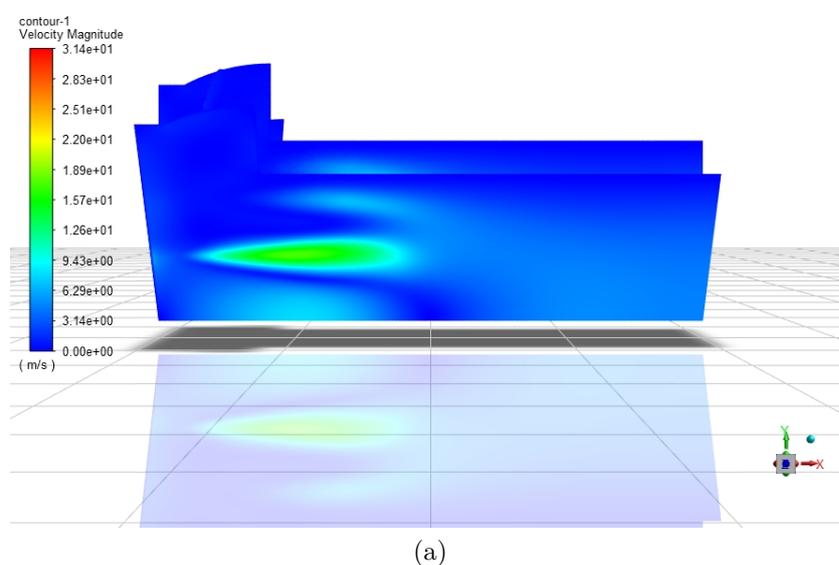


Figura 52 – Campo de escoamento colorido por velocidade a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.

É possível destacar que a simulação considerando apenas vapor obteve um resultado para a velocidade de injeção de aproximadamente $16,7 \text{ m/s}$, muito próximo da velocidade analítica calculada de $15,6 \text{ m/s}$. Partindo agora para a concentração das espécies, a Fig. 53 mostra a concentração de C_2H_4 .

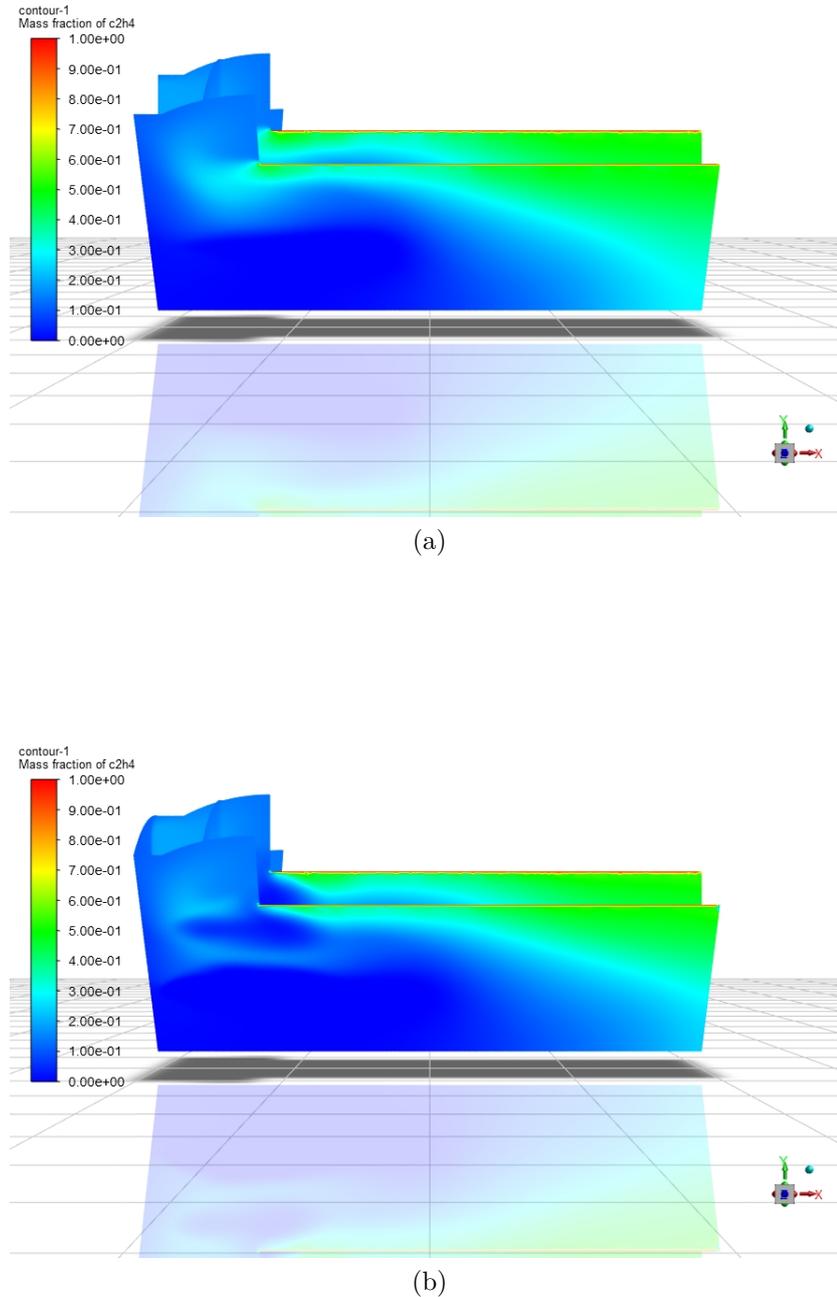


Figura 53 – Campo de escoamento colorido pela fração mássica de C_2H_4 a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.

Nas duas simulações foi identificado uma pequena fração de C_2H_4 sendo transpor-

tada para a região da pré-câmara acima do grão. Esse resultado pode ser um indicativo de que considerar a superfície superior do grão como uma parede no modelo computacional, em vez de considerar como uma superfície por onde também pode haver a entrada de C_2H_4 possa não ser a melhor opção, uma vez que essa fronteira sendo também uma fonte de C_2H_4 gasoso pode induzir a formação de vórtices nessa região, ajudando no transporte do combustível gasoso para o núcleo do escoamento, através da porta de combustão. A concentração de N_2O é mostrada na Fig. 54.

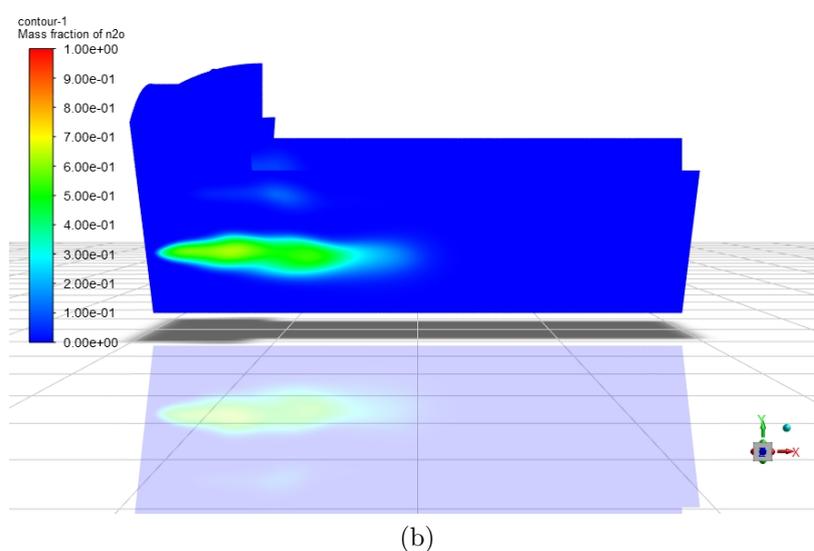
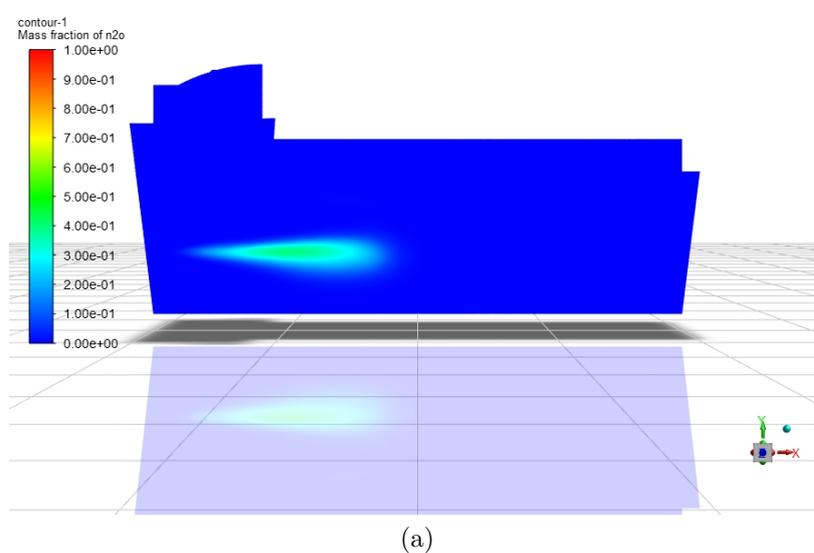


Figura 54 – Campo de escoamento colorido pela fração mássica de N_2O a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.

Como era esperado, com a inclusão da fase líquida na injeção, a concentração de N_2O aumenta, tendo assim mais oxidante disponível para a combustão com a parafina. Esse resultado está condizente com o resultado das Figs. 49 e 50, que mostram uma temperatura maior em volta do jato de oxidante na simulação com a fase líquida. Uma forma de analisar como a combustão está acontecendo é verificar a concentração de espécies que são produto da reação de combustão, como na Fig. 55.

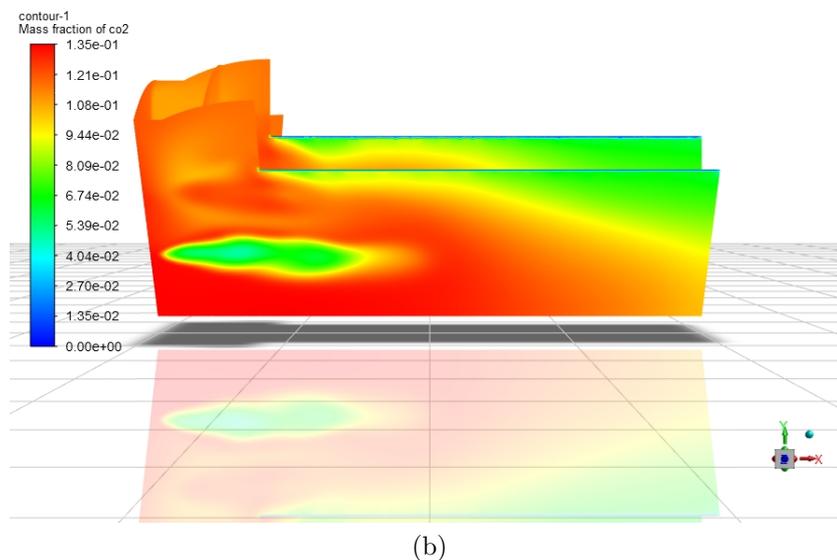
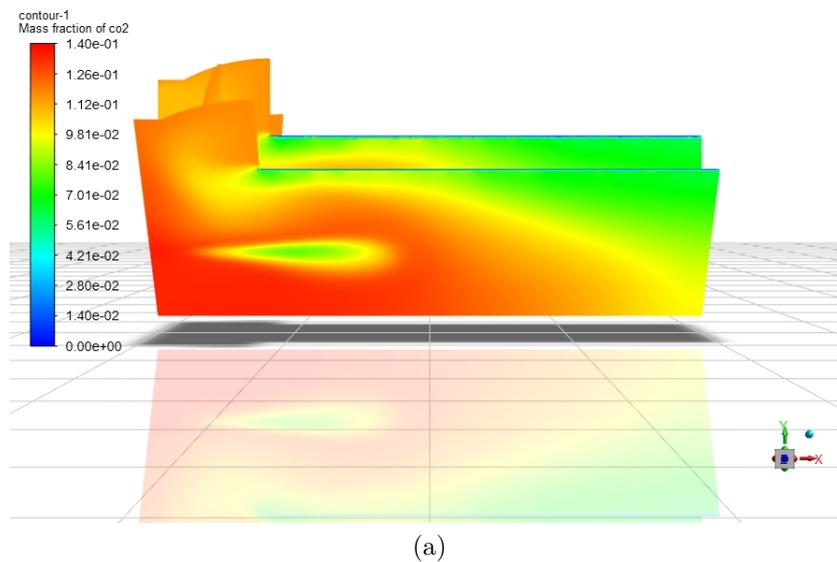


Figura 55 – Campo de escoamento colorido pela fração mássica de CO_2 a) injeção de vapor b) inclusão da fase líquida.

Apesar de muito parecidos, os resultados para concentração de CO_2 mostram uma maior concentração no caso que considera também a injeção de líquido, corroborando os outros resultados.

Com já foi citado, por conta do custo computacional das simulações, que consideram um domínio 3D com uma simetria periódica, não houve tempo suficiente para realizar as simulações até que se obtivessem os campos de escoamento totalmente desenvolvidos. No entanto, já é possível identificar diferenças no resultado quando considera a injeção de N_2O líquido como fase discreta. Esses resultados são um indicativo de que a metodologia proposta para definição das condições de contorno a partir da análise de *blowdown* é promissora.

Apesar disso, outros parâmetros precisam ser mais bem desenvolvidos e estudados, como as fronteiras do domínio, no caso da superfície superior do grão. O modelo de vaporização utilizado na simulação e os valores de referência fornecidos para o mesmo também necessitam de um estudo mais refinado. O *FLUENT* tem a opção de verificar dois parâmetros diferentes para inicializar o modelo de vaporização: a temperatura de ebulição e a pressão de vapor. É válido que sejam realizadas simulações com considerando separadamente os dois critérios, com o objetivo de definir qual apresenta um desempenho melhor para o caso da injeção de N_2O . Além disso, todas os resultados têm uma dependência significativa em relação às propriedades termodinâmicas fornecidas, Tab. 6, portanto, é preciso estar bem definido o estado de referência em que são avaliadas essas propriedades. Para ilustrar melhor a necessidade de uma melhor caracterização dos parâmetros de referência para o modelo numérico de vaporização, são apresentados nas Figs. 56 e 57 alguns resultados específicos para a fase discreta.

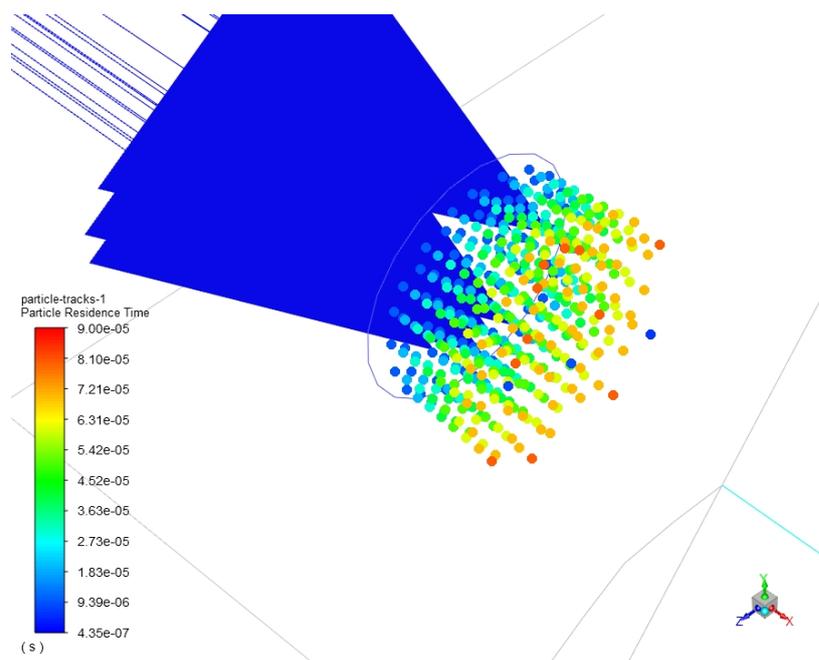


Figura 56 – Tempo de residência das gotas de N_2O .

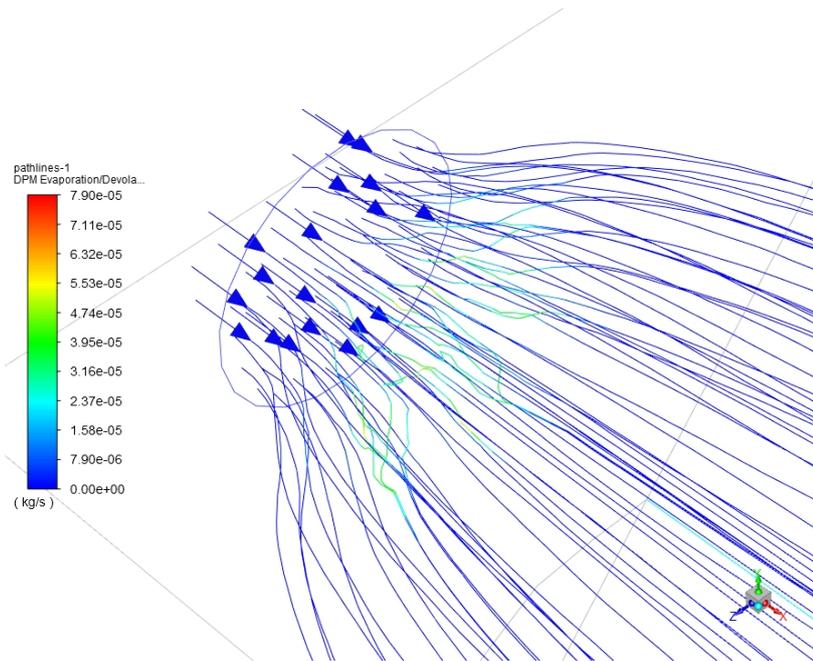


Figura 57 – Linhas de fluxo coloridas pela taxa de vaporização das gotas.

A partir das Figs. 56 e 57 é possível identificar que o caminhos percorrido pelas gotas acaba ainda muito próximo do injetor. Esses resultados podem ser comparados com os resultados obtidos pelo modelo analítico de vaporização das gotas, Seção 3.1.4. Utilizando os dados de propriedades termodinâmica das Tabs. 2, 3 e 6, foram calculados de forma analítica o tempo de queima e taxa de vaporização da gota de oxidante, na Tab. 20 são mostrados esses resultados e a comparação com os resultados numéricos.

Tabela 20 – Comparação dos resultados dos modelos de vaporização analítico e numérico.

Parâmetro	Analítico	Numérico	Erro [%]	Unidade
Tempo de vida das gotas	$1,14 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-5}$	92,1%	[s]
Taxa de vaporização	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$7,9 \cdot 10^{-5}$	98,83 %	[kg/s]

A Tabela 20 mostra como é grande a diferença entre os resultados analíticos e numéricos. Essa diferença pode indicar a necessidade de se considerar um modelo analítico mais abrangente, que considere não só a vaporização da gota em um ambiente quiescente, mas também a queima da gota, como consideram outros modelos apresentados por Turns (2012). Além disso, ainda é preciso um refino nas considerações e hipóteses aplicadas ao modelo numérico, o que só é possível com a avaliação de metodologias já propostas, para que seja possível realizar um refino a partir da obtenção e comparação dos resultados obtidos. Vale ressaltar que os resultados apresentados para a simulação numérica são o primeiro passo de uma metodologia e análise que deve ser aprofundada, necessitando ainda de um estudo mais detalhado dos modelos numéricos e tempo de desenvolvimento, para que os resultados obtidos sejam de fato representativos da operação do motor.

7 Considerações Finais

Um dos objetivos principal desse trabalho foi a implementação de uma modelagem que permitisse descrever o comportamento de sistemas de alimentação de óxido nitroso saturado auto-pressurizado e como o comportamento do sistema de alimentação refletia na performance de balística interna no MFPH.

O modelo final empregado na análise conta com três principais modelo acoplados: um modelo para calcular a taxa de vazão mássica de fluido bifásico através do injetor do motor e um modelo capaz de descrever as mudanças das propriedades termodinâmicas do oxidante no tanque de armazenamento durante a operação do sistema e um modelo de pressão transiente capaz de capturar os efeitos de pressurização da câmara de combustão nos instantes iniciais de operação do MFPH.

Os resultados encontrados mostram que diferente da análise simplificada, onde é considerado que o sistema de alimentação fornece oxidante à câmara de combustão a uma taxa constante, o sistema real apresenta um taxa de vazão mássica de oxidante que varia ao longo do tempo de operação do motor, impactando diretamente na performance do MFPH. É característico de motores híbrido que ao longo da operação do sistema a taxa de vazão mássica de combustível sofra um queda ao longo da operação, uma vez que a porta de combustão aumenta seu diâmetro a medida que o grão é consumido. Dessa forma, devido a queda na vazão de oxidante apresentada pelo sistema de alimentação, a razão O/F do sistema também sofre uma queda ao longo da operação, impactando diretamente na performance do MFPH.

Com objetivo de avaliar mais a fundo o comportamento do sistema de alimentação utilizando óxido nitroso saturado, foi proposta a realização de simulações numéricas considerando a injeção bifásica de óxido nitroso na câmara de combustão, com ênfase no comportamento do escoamento do oxidante a partir da saída da placa injetora, realizando assim a modelagem e estudo do escoamento de N_2O do tanque de oxidante, através do sistema de alimentação e até sua evolução na câmara de combustão, após a injeção. Para definir os valores de referência da simulação, foi utilizado os resultados obtidos através do modelo de *blowdown* e da análise de desempenhos dos MFPH.

Para tal simulação, foi considera a injeção de N_2O líquido como uma fase discreta, simulada a partir de um referencial Lagrangiano, com o objetivo de reproduzir o efeito de *spray* durante o processo de injeção e estudar como as gotas de oxidante se comportam no interior do motor e quanto tempo levam para evaporar completamente e participar da combustão. Para isso, foi proposta uma metodologia que utiliza os resultados do modelo de *blowdown* para definir os valores de referência das condições de contorno do modelo

computacional. Os resultados dessa metodologia foram comparados tanto com resultados analíticos como com resultados obtidos em simulações que consideram apenas a injeção de vapor de oxidante.

A análise final dos resultados indicou que ainda é preciso tempo para realização de um refino dos modelos propostos para a simulação numérica, apesar de a metodologia já se mostrar promissora e servir como um primeiro passo no desenvolvimento de simulações mais complexas e representativas da operação de um MFPH com as características estudadas. O desenvolvimento dos modelos propostos deve culminar em uma metodologia capaz de fornecer resultados confiáveis que possam servir com uma ferramenta fundamental na fase de desenvolvimento de motores híbridos com sistemas de alimentação auto pressurizados.

Referências

- ANDERSON, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. [S.l.]: McGraw-Hill, New York, 2011. ISBN 978-0-07-339810-5. Citado na página 41.
- ANDRIANOV, A. et al. Concept and design of the hybrid test-motor for development of a propulsive decelerator of sara reentry capsule. In: *51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 3941. Citado na página 28.
- ANSYS INC. *Ansys Fluent Theory Guide (2020 R2)*. Canonsburg, PA, USA, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 99.
- BELLOMO, N. et al. Numerical investigation of the effect of a diaphragm on the performance of a hybrid rocket motor. In: *46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 7033. Citado 2 vezes nas páginas 77 e 98.
- BERTOLDI, A. A. de M. Estudo de instabilidade de combustão em motor foguete a propelente híbrido. *Tese de Doutorado*, Universidade de Brasília, 2018. Citado na página 28.
- CAMPBELL, J.; MACKLIN, F.; THICKSTEN, Z. Handling considerations of nitrous oxide in hybrid rocket motor testing. In: _____. *44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. [s.n.], 2012. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2008-4830>>. Citado na página 27.
- CAMPBELL, W. D.; SLATTERY, J. C. Flow in the entrance of a tube. 1963. Citado na página 45.
- CASALINO, L.; PASTRONE, D. Optimal design of hybrid rocket motors for microgravity platform. *Journal of Propulsion and Power*, v. 24, n. 3, p. 491–498, 2008. Citado na página 57.
- CPL, C. P. L. Chemical propulsion laboratory. Acesso em: 02, nov, 2021, 2021. Disponível em: <<https://fga.unb.br/cpl>>. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 117.
- DARBY, R. et al. Select the best model for two-phase relief sizing. *Chemical engineering progress*, v. 97, n. 5, p. 56–65, 2001. Citado na página 55.
- DEQUICK, B.; LEFEBVRE, M.; HENDRICK, P. Two-phase cfd simulation of a 1kn paraffin-fueled hybrid rocket motor. In: *AIAA Propulsion and Energy 2021 Forum*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 3493. Citado 3 vezes nas páginas 61, 98 e 122.
- DOMINGOS, C. Design and numerical analysis of a n2o/paraffin fueled hybrid rocket to perform capture maneuvers in a mars orbit. Sapienza Università Di Roma, 2020. Citado 5 vezes nas páginas 27, 28, 35, 107 e 108.
- DYER, J. et al. Modeling feed system flow physics for self-pressurizing propellants. In: . [S.l.: s.n.], 2007. p. 1–13. Citado 7 vezes nas páginas 50, 51, 52, 55, 56, 57 e 92.

- FILHO, R. B. N.; GONTIJO, M. S. Performance prediction software for hybrid rocket motors. In: *Proceedings of the 18th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*. [S.l.: s.n.], 2020. Citado 2 vezes nas páginas 111 e 117.
- FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. [S.l.]: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2010. ISBN 978-85-216-1757-0. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 50.
- GAMPER, E.; HINK, R. *Design and test of nitrous oxide injectors for a hybrid rocket engine*. [S.l.]: Deutsche Gesellschaft für Luft-und Raumfahrt-Lilienthal-Oberth eV, 2013. Citado na página 62.
- GENEVIEVE, B.; BEAUJARDIERE, J. Pitot de la; BROOKS, M. A computational tool for predicting hybrid rocket motor performance. *R&D Journal*, Ownership of copyright in terms of the Work remains with the Authors, v. 33, p. 56–65, 2017. Citado na página 111.
- GONTIJO, M. S. Projeto, análise e otimização de um motor de foguete a propelente líquido para foguetes de sondagem. *Monografia*, Universidade de Brasília, 2021. Citado na página 62.
- GREATRIX, D. *Powered Flight: The Engineering of Aerospace Propulsion*. [S.l.: s.n.], 2014. 1-519 p. Citado na página 33.
- HESSON, J. C.; PECK, R. E. Flow of two-phase carbon dioxide through orifices. *AICHE Journal*, v. 4, n. 2, p. 207–210, 1958. Disponível em: <<https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/aic.690040216>>. Citado 3 vezes nas páginas 51, 52 e 55.
- KARABEYOGLU, A. et al. High performance hybrid upper stage motor. In: *47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 6025. Citado na página 34.
- KAREBEYOGLU, M. A.; CASTELLUCCI, P.; ZILLIAC, G. *Development of High Burning-rate Hybrid-rocket Fuel Flight Demonstrators*. [S.l.], 2003. Citado na página 111.
- LANGHAAR, H. L. Steady flow in the transition length of a straight tube. 1942. Citado na página 45.
- LAZZARIN, M. et al. Cfd simulation of a hybrid rocket motor with liquid injection. In: *47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 5537. Citado 5 vezes nas páginas 61, 77, 98, 99 e 122.
- LAZZARIN, M. et al. Computational fluid dynamics simulation of hybrid rockets of different scales. *Journal of Propulsion and Power*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 31, n. 5, p. 1458–1469, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 61, 77 e 98.
- LEFEBVRE, A. H.; MCDONELL, V. G. *Atomization and Sprays*. [S.l.]: CRC Press, 2^a Ed., 2007. Citado 8 vezes nas páginas 60, 61, 62, 65, 69, 70, 72 e 75.
- LEMMON, E. W.; HUBER, M. L.; MCLINDEN, M. O. Nist standard reference database 23: reference fluid thermodynamic and transport properties-refprop, version 8.0. 2007. Citado 7 vezes nas páginas 27, 37, 38, 39, 49, 76 e 101.

LEUNG, J.; GROMES, M. A generalized correlation for flashing choked flow of initially subcooled liquid. *AIChE journal*, Wiley Online Library, v. 34, n. 4, p. 688–691, 1988. Citado na página 55.

LICHTAROWICZ, A.; DUGGINS, R. K.; MARKLAND, E. Discharge coefficients for incompressible non-cavitating flow through long orifices. *Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 7, n. 2, p. 210–219, 1965. Disponível em: <https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1965_007_029_02>. Citado na página 45.

MARXMAN, G.; GILBERT, M. Turbulent boundary layer combustion in the hybrid rocket. In: ELSEVIER. *Symposium (International) on Combustion*. [S.l.], 1963. v. 9, n. 1, p. 371–383. Citado na página 34.

MCBRIDE, B. J. *Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications*. [S.l.]: NASA Lewis Research Center, 1996. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 77.

NIÑO, E. V.; RAZAVI, M. R. H. Design of two-phase injectors using analytical and numerical methods with application to hybrid rockets. In: *AIAA Propulsion and Energy 2019 Forum*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 4154. Citado 2 vezes nas páginas 77 e 122.

PACCAGNELLA, E. et al. Cfd simulations of self-pressurized nitrous oxide hybrid rocket motors. In: *2018 Joint Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 4534. Citado 3 vezes nas páginas 77, 98 e 122.

SOLOMON, B. J. Engineering model to calculate mass flow rate of a two-phase saturated fluid through an injector orifice. Utah State University, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 51, 52 e 57.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. *Rocket Propulsion Elements*. [S.l.]: John Wiley Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2010. ISBN 9780470080245. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 98.

TURNIS, S. R. *An Introduction to Combustion Concepts and Applications*. [S.l.]: McGraw-Hill, 3ª Ed., 2012. Citado 3 vezes nas páginas 63, 74 e 132.

WALTERM, G. Thermophysical properties of nitrous oxide. *Physical Data and Reaction Kinetics Committee, ESDU*, 1991. Citado na página 76.

WAXMAN, B. S. An investigation of injectors for use with high vapor pressure propellants with applications to hybrid rockets. Stanford University, 2014. Citado 7 vezes nas páginas 38, 42, 43, 45, 48, 50 e 54.

WAXMAN, B. S. et al. Mass flow rate and isolation characteristics of injectors for use with self-pressurizing oxidizers in hybrid rockets. In: . [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–32. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 56.

WHITMORE, S. A.; CHANDLER, S. N. Engineering model for self-pressurizing saturated n_2o propellant feed systems. In: *JOURNAL OF PROPULSION AND POWER*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 26, n. 4, p. 706–714. Citado 4 vezes nas páginas 27, 57, 83 e 84.

ZILLIAC, G. G.; KARABEYOGLU, M. A. Modeling of propellant tank pressurization. In: . [S.l.: s.n.], 2005. p. 1–25. Citado na página 57.

ZIMMERMAN, J. E. et al. Review and evaluation of models for self-pressurizing propellant tank dynamics. In: . [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–22. Citado 4 vezes nas páginas [57](#), [58](#), [113](#) e [114](#).