

Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial

Simulação de Escoamento Turbulento em um Motor de Foguete com o Modelo de Grandes Escalas (LES)

Autor: Érick Marcelino Miranda
Orientador: Prof. Dr. Olexiy Shynkarenko

Brasília, DF
2022



Érick Marcelino Miranda

Simulação de Escoamento Turbulento em um Motor de Foguete com o Modelo de Grandes Escalas (LES)

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. Dr. Olexiy Shynkarenko

Coorientador: Prof. Dr. Domenico Simone

Brasília, DF

2022

Érick Marcelino Miranda

Simulação de Escoamento Turbulento em um Motor de Foguete com o Modelo de Grandes Escalas (LES)/ Érick Marcelino Miranda. – Brasília, DF, 2022-
120 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Olexiy Shynkarenko

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2022.

1. Simulação. 2. Ansys. I. Prof. Dr. Olexiy Shynkarenko. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Simulação de Escoamento Turbulento em um Motor de Foguete com o Modelo de Grandes Escalas (LES)

CDU 02:141:005.6

Érick Marcelino Miranda

Simulação de Escoamento Turbulento em um Motor de Foguete com o Modelo de Grandes Escalas (LES)

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Prof. Dr. Olexiy Shynkarenko
Orientador

Prof. Dr. Domenico Simone
Coorientador

Prof. Dr. Fábio Alfaia da Cunha
Convidado 1

Prof. Dr. Paolo Gessini
Convidado 2

Brasília, DF
2022

*Dedico este trabalho à minha mãe Ediane e a
meu irmão Ícaro, que sempre me apoiaram
e incentivaram nas minhas decisões.*

Agradecimentos

A minha família, que foi fonte ininterrupta de amor, carinho e suporte durante todos esses anos.

Aos professores Fábio Alfaia e Paolo Gessini pelos direcionamentos e comentários enriquecedores.

E em especial, aos meus orientadores, Olexiy Shynkarenko e Domenico Simone, sempre me ajudando nos momentos de dificuldade, tornando mais fluida e possível a conclusão desse trabalho.

*“Não fui eu que ordenei a você? Seja forte e corajoso!
Não se apavore nem desanime, pois o Senhor, o seu Deus,
estará com você por onde você andar”.
(Bíblia Sagrada, Josué 1, 9)*

Resumo

O escoamento turbulento é caracterizado por um número de Reynolds suficientemente alto no qual apresenta alta complexidade e dinamismo. Uma das formas de analisá-lo é por meio de métodos numéricos baseados em modelos de turbulência. Nesse contexto, o modelo LES (Large Eddy Simulation) é uma proposta viável, pois é baseado na modelagem física e numérica, tornando-se um intermediário entre os modelos RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) e DNS (Direct Numerical Simulation). Também é vantajoso porque pode ser usado em ambientes computacionalmente limitados. Este trabalho consiste na análise e obtenção dos parâmetros iniciais de simulação, condições de contorno, construção da geometria, desenvolvimento de malhas e simulações computacionais referentes ao motor de foguete auxiliar do ônibus espacial (*Space Shuttle Solid Rocket Booster*) que utiliza propelente sólido em seu sistema propulsivo. Após construir a geometria no ANSYS *SpaceClaim*, foram geradas quatro malhas computacionais. Três delas compostas por elementos hexaédricos e a outra por poliedros de número de lados não regulares, duas delas ainda tiveram uma restrição de 512.000 células. As malhas foram avaliadas pela razão de aspecto e métricas de *skewness*. Os parâmetros iniciais e condições de contorno foram obtidos usando o RPA (Rocket Propulsion Analysis) e o MATLAB. A análise das malhas mostrou resultados competitivos sobre as métricas de qualidade da literatura. Com isso, foi possível realizar as simulações computacionais que compuseram um estudo de convergência de malha, mostrando que não somente os resultados da malha mais refinada, mas os obtidos para todas as malhas analisadas puderam ser utilizados no caso de estudo definido, e sua escolha depende do custo computacional disponível e do grau de detalhamento requerido e definido em cada projeto.

Palavras-chave: Turbulência. Dinâmica dos fluidos. Escoamento compressível. Modelo LES. Simulação numérica.

Abstract

Turbulent flow is characterized by a high Reynolds number, high complexity and dynamism. One way to analyze it is using numerical methods based on turbulence models. In this context, the LES (Large Eddy Simulation) model is a viable proposal since it is based on both physical and numerical modeling, making it an intermediary between the RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) and DNS (Direct Numerical Simulation) models. It is also advantageous because it can be used in computationally limited environments. This work consists of analyzing and obtaining the initial simulation parameters, boundary conditions, construction of the geometry, and development of computational meshes of the Space Shuttle Solid Rocket Booster that uses solid propellant in its propulsive system. After constructing the geometry in ANSYS SpaceClaim, four computational meshes were generated. Three of them are composed of hexahedral elements and the other of polyhedral with irregular side numbers, two of them had a 512.000 cells restriction. The meshes were evaluated by the aspect ratio and skewness metrics. Initial parameters and boundary conditions were obtained using RPA (Rocket Propulsion Analysis) and MATLAB. The mesh analysis showed competitive results above quality metrics from the literature. Therefore, it was possible to create computer simulations that composed a mesh convergence study, showing that not only the results of the most refined mesh, but the obtained results for all analyzed meshes could be used in the case of the defined study and its choice relies on the available computer cost and on the required and defined detailing level in each project.

Key-words: Turbulence. Fluid dynamics. Compressible flow. LES model. Numerical simulation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Grau de modelagem por custo computacional entre os modelos RANS, LES e DNS. Fonte: (REZENDE, 2009).	21
Figura 2 – Organograma do trabalho. Fonte: Autor.	24
Figura 3 – Diagrama de escalas turbulentas e tamanhos de turbilhões. Fonte: (MAKRIS; MEMOS; KRESTENITIS, 2016).	26
Figura 4 – Classificação dos sistemas propulsivos. Fonte: Adaptado de (MISHRA, 2017).	37
Figura 5 – Vista em perspectiva de três quartos de um motor de foguete com propelente sólido. Fonte: Figura adaptada do (SUTTON; BIBLARZ, 2016).	38
Figura 6 – Variação na taxa de queima com a pressão na câmara p_c . Fonte: (MISHRA, 2017).	41
Figura 7 – Taxa de combustão versus pressão da câmara para vários tipos de propelente sólidos. Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2016).	42
Figura 8 – Tipos de arquitetura dos grãos. Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2016).	44
Figura 9 – Vistas de seções transversais de diferentes configurações de grãos de propelente sólido. Fonte: (SFORZA, 2016).	45
Figura 10 – Tipos de queima. Fonte: (RAMAMURTHI, 2016).	46
Figura 11 – Nomenclatura e componentes do ônibus espacial. Fonte: (BRITANICA, THE EDITORS OF ENCYCLOPAEDIA, 2021).	48
Figura 12 – Caracterização do grão propelente. Fonte: (HEATH; DICK, 2000).	49
Figura 13 – C_p e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.	50
Figura 14 – Peso molecular e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.	50
Figura 15 – Condutividade térmica (<i>frozen</i>) e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.	51
Figura 16 – Condutividade Térmica (<i>effective</i>) e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.	51
Figura 17 – Densidade e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.	52
Figura 18 – Configuração de projeto. Fonte: (SADERHOLM, 1985).	54
Figura 19 – Configuração de projeto. Fonte: (I.H., 1987).	55
Figura 20 – Geometria utilizada nas simulações (vista lateral). Fonte: Autor.	56
Figura 21 – Geometria utilizada nas simulações (vista isométrica). Fonte: Autor.	56
Figura 22 – Representação da área simulada. Fonte: Autor.	57
Figura 23 – Divisões na geometria para facilitação no processo de malhagem. Fonte: Autor.	57

Figura 24 – Comparação entre um elemento ideal e um degenerado. Fonte: (FLU- ENT et al., 2008).	59
Figura 25 – Sistema de referência utilizado. Fonte: Adaptado do ANSYS <i>Fluent</i> . . .	60
Figura 26 – Divisões do <i>Space Shuttle</i> SRB nas seções A, B, C, D, E e F. Fonte: Autor.	60
Figura 27 – Seção A da malha 1. Fonte: Autor.	61
Figura 28 – Seção B da malha 1. Fonte: Autor.	61
Figura 29 – Seção C da malha 1. Fonte: Autor.	62
Figura 30 – Seção D da malha 1. Fonte: Autor.	62
Figura 31 – Seção E da malha 1. Fonte: Autor.	62
Figura 32 – Seção F da malha 1. Fonte: Autor.	63
Figura 33 – Seção A da malha 2. Fonte: Autor.	63
Figura 34 – Seção B da malha 2. Fonte: Autor.	63
Figura 35 – Seção C da malha 2. Fonte: Autor.	64
Figura 36 – Seção D da malha 2. Fonte: Autor.	64
Figura 37 – Seção E da malha 2. Fonte: Autor.	64
Figura 38 – Seção F da malha 2. Fonte: Autor.	65
Figura 39 – Seção A da malha 3. Fonte: Autor.	65
Figura 40 – Seção B da malha 3. Fonte: Autor.	65
Figura 41 – Seção C da malha 3. Fonte: Autor.	66
Figura 42 – Seção D da malha 3. Fonte: Autor.	66
Figura 43 – Seção E da malha 3. Fonte: Autor.	67
Figura 44 – Seção F da malha 3. Fonte: Autor.	67
Figura 45 – Localização das condições de contorno (vista 1). Fonte: Autor.	69
Figura 46 – Localização das condições de contorno (vista 2). Fonte: Autor.	70
Figura 47 – Vorticidade em x para a malha 1. Fonte: Autor.	75
Figura 48 – Vorticidade em y para a malha 1. Fonte: Autor.	75
Figura 49 – Magnitude da vorticidade para a malha 1. Fonte: Autor.	75
Figura 50 – Vorticidade em x para a malha 2. Fonte: Autor.	76
Figura 51 – Vorticidade em y para a malha 2. Fonte: Autor.	76
Figura 52 – Magnitude da vorticidade para a malha 2. Fonte: Autor.	76
Figura 53 – Vorticidade em x para a malha 3. Fonte: Autor.	77
Figura 54 – Vorticidade em y para a malha 3. Fonte: Autor.	77
Figura 55 – Magnitude da vorticidade para a malha 3. Fonte: Autor.	77
Figura 56 – Vorticidade em x para a malha 4. Fonte: Autor.	78
Figura 57 – Vorticidade em y para a malha 4. Fonte: Autor.	78
Figura 58 – Magnitude da vorticidade para a malha 4. Fonte: Autor.	78
Figura 59 – Velocidade em x para a malha 1. Fonte: Autor.	80
Figura 60 – Velocidade em x para a malha 2. Fonte: Autor.	80

Figura 61 – Velocidade em x para a malha 3. Fonte: Autor.	81
Figura 62 – Velocidade em x para a malha 4. Fonte: Autor.	81
Figura 63 – Temperatura para a malha 1. Fonte: Autor.	83
Figura 64 – Temperatura para a malha 2. Fonte: Autor.	83
Figura 65 – Temperatura para a malha 3. Fonte: Autor.	84
Figura 66 – Temperatura para a malha 4. Fonte: Autor.	84
Figura 67 – <i>Pathlines</i> de pressão para a malha 1. Fonte: Autor.	86
Figura 68 – <i>Pathlines</i> de pressão para a malha 2. Fonte: Autor.	86
Figura 69 – <i>Pathlines</i> de pressão para a malha 3. Fonte: Autor.	87
Figura 70 – <i>Pathlines</i> de pressão para a malha 4. Fonte: Autor.	87
Figura 71 – Número de Mach para a malha 1. Fonte: Autor.	89
Figura 72 – Número de Mach para a malha 2. Fonte: Autor.	89
Figura 73 – Número de Mach para a malha 3. Fonte: Autor.	90
Figura 74 – Número de Mach para a malha 4. Fonte: Autor.	90
Figura 75 – Seção A da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.	103
Figura 76 – Seção B da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.	104
Figura 77 – Seção C da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.	105
Figura 78 – Seção D da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.	106
Figura 79 – Seção E da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.	107
Figura 80 – Seção F da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.	108
Figura 81 – Seção A da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.	109
Figura 82 – Seção B da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.	110
Figura 83 – Seção C da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.	111
Figura 84 – Seção D da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.	112
Figura 85 – Seção E da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.	113
Figura 86 – Seção F da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.	114
Figura 87 – Seção A da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.	115
Figura 88 – Seção B da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.	116
Figura 89 – Seção C da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.	117
Figura 90 – Seção D da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.	118
Figura 91 – Seção E da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.	119
Figura 92 – Seção F da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.	120

Lista de tabelas

Tabela 1 – Composição do grão propelente.	47
Tabela 2 – Parâmetros iniciais do <i>Space Shuttle</i> SRB.	48
Tabela 3 – Pontos utilizados na regressão polinomial.	52
Tabela 4 – Valores de R^2 para as regressões polinomiais.	53
Tabela 5 – Relação entre o valor do <i>skewness</i> e a qualidade das células.	58
Tabela 6 – Características das malhas.	67
Tabela 7 – Resíduos das simulações.	73
Tabela 8 – Valores simulados da velocidade de exaustão em comparação ao valor de referência.	82
Tabela 9 – Valores de temperatura estática média comparados ao valor de referência.	85
Tabela 10 – Valores de pressão absoluta na saída do bocal, na garganta e máxima ao longo do motor de foguete para as quatro malhas analisadas.	88
Tabela 11 – Comparação entre o número de Mach teórico e simulado para as quatro malhas na garganta do bocal.	91

Lista de abreviaturas e siglas

CPL	Chemical Propulsion Laboratory
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large eddy simulation
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes
RPA	Rocket Propulsion Analysis
SPRE	Solid Propellant Rocket Engines
SRB	Solid Rocket Booster
SGS	Sub Grid Scale
UnB	Universidade de Brasília

Lista de símbolos

a	Constante empírica influenciada pela temperatura inicial do grão propelente
A_b	Área de queima do grão propelente
A_t	Área da garganta do bocal
a_0	Valor de a no ponto de estagnação
C_s	Constante de Smagorinsky
c^*	Velocidade característica
d	Distância da parede mais próxima
D_t	Difusividade turbulenta
E	Energia total por unidade de massa
f	Número total de direções coordenadas associadas ao elemento
e_i	Comprimento médio das arestas em uma direção coordenada local
G	Função de filtro
h	Entalpia
k	Condutividade térmica
L_{ij}	Identidade de Germano
L_s	Comprimento de mistura das escalas submalha
M_{SGS}	Número de Mach submalha
\dot{m}	Vazão mássica
p	Pressão
p_c	Pressão na câmara de combustão
Q_{AR}	Razão de aspecto
Q_j	Fluxo de calor submalha
q_j	Número de Prandtl turbulento submalha

\tilde{q}_{ij}	Fluxo difusivo
R_i	Taxa líquida de produção de espécies i por reação química
\dot{r}	Taxa de regressão/queima
Sc_t	Número turbulento de Schmidt
S_b	Superfície de queima
S_i	Taxa de criação por adição de fase dispersa mais quaisquer fontes definidas pelo usuário
S_{ij}	Tensor da taxa de deformação
T_{ij}	Tensor de tensões submalha filtrado por teste
T_{pi}	Temperatura inicial do propelente
T_{pi}^0	Temperatura de referência
u	Velocidade
V_1	Taxa de aumento do volume da cavidade do gás
V_{gas}	Velocidade de entrada dos gases no sistema
Y_i	Fração mássica local de cada espécie
$\overline{(\quad)}$	Componente Filtrada espacialmente
$(\hat{\quad})$	Componente filtrada por teste
$(\widetilde{\quad})$	Componente filtrada por Favre
β	Constante empírica
Δ	Largura do Filtro
ε	Energia interna por unidade de massa
ε_v	Dissipação viscosa submalha
κ	Constante de von Kármán
μ_t	Viscosidade turbulenta dinâmica
ξ	Posição do elemento de volume $d\xi$
π_{dil}	Dilatação de pressão submalha

ρ_1	Densidade dos gases quentes da câmara de combustão
ρ_b	Densidade do propelente sólido antes da ignição do motor
ρ_{gas}	Densidade do gás equivalente ao propelente sólido
σ_{ij}	Fluxo difusivo
τ_{ij}	Tensor de tensões submalha
τ_{kk}	Parte isotrópica de τ_{ij}

Sumário

	Introdução	20
	Metodologia	23
1	MODELO LES	25
1.1	Introdução	25
1.2	Cascata de Energia	25
1.2.1	Teoria de Kolmogorov	25
1.3	Filtro Espacial	26
1.4	Filtro de Favre	28
1.5	Hipóteses de Boussinesq	30
1.6	Modelos submalha	31
1.6.1	Modelo de Smagorinsky-Lilly	32
1.6.2	Modelo Dinâmico de Smagorinsky-Lilly	33
1.7	Influência das Paredes no escoamento Turbulento	35
2	PROPULSÃO DE FOGUETE QUÍMICO COM PROPELENTE SÓLIDO	36
2.1	Propulsão	36
2.1.1	Classificação de Sistemas Propulsivos	36
2.2	Funcionamento de um Foguete com Propulsão Química	38
2.3	Propelente Sólido	39
2.3.1	Processo Físico da Queima do Propelente Sólido	39
2.3.2	Balística Interna	39
2.3.2.1	Taxa de Regressão/Queima \dot{r}	39
2.3.2.1.1	Relações da Vazão Mássica	43
2.3.2.2	Configuração e Geometria do Grão	44
3	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	47
3.1	Objeto de estudo	47
3.2	Composição do Grão Propelente	47
3.3	Parâmetros Iniciais	47
3.4	Geometria do <i>Space Shuttle</i> SRB	53
3.5	Malha Computacional	57
3.5.1	Skewness	58
3.5.2	Razão de aspecto	58

3.5.3	Malha no Motor de Foguete	60
3.5.3.1	Convergência de Malha	60
3.5.4	Condições de Contorno	69
3.5.4.1	Paredes	69
3.5.4.2	Entrada	69
3.5.4.3	Saída	71
4	RESOLUÇÃO NUMÉRICA	72
4.1	Configuração e Convergência das Simulações	72
4.1.1	1ª Configuração	72
4.1.2	2ª Configuração	73
4.1.3	Convergência	73
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	74
5.1	Vorticidade	74
5.1.1	Malha 1	75
5.1.2	Malha 2	76
5.1.3	Malha 3	77
5.1.4	Malha 4	78
5.2	Velocidade	79
5.2.1	Malha 1	80
5.2.2	Malha 2	80
5.2.3	Malha 3	81
5.2.4	Malha 4	81
5.3	Temperatura	83
5.3.1	Malha 1	83
5.3.2	Malha 2	83
5.3.3	Malha 3	84
5.3.4	Malha 4	84
5.4	Pressão Absoluta	86
5.4.1	Malha 1	86
5.4.2	Malha 2	86
5.4.3	Malha 3	87
5.4.4	Malha 4	87
5.5	Número de Mach	89
5.5.1	Malha 1	89
5.5.2	Malha 2	89
5.5.3	Malha 3	90
5.5.4	Malha 4	90

6	CONCLUSÃO	92
7	SUGESTÃO PARA FUTUROS TRABALHOS	94
	REFERÊNCIAS	95
	APÊNDICES	98
	APÊNDICE A – CÁLCULO DA CONDIÇÃO DE CONTORNO DE ENTRADA	99
	APÊNDICE B – MALHAS AMPLIADAS	103

Introdução

Os escoamentos turbulentos são uma área da dinâmica dos fluidos de alto dinamismo e complexidade. Esse tipo de escoamento é o mais comum na natureza e é caracterizado por alto número de Reynolds, baixa viscosidade, irregularidades no movimento das partículas, vorticidade, tridimensionalidade entre outros. Nesse contexto, uma das formas de analisar esse tipo de escoamento é por meio do método numérico, este traz a possibilidade de simular virtualmente diversos cenários reais e obter resultados preditivos acerca do comportamento do escoamento.

Existem diversos modelos numéricos para a análise de um escoamento turbulento, como por exemplo o Large Eddy Simulation (LES), Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS), Direct Numerical Simulation (DNS), e cada um possui características específicas. O modelo RANS, por exemplo, perde as informações espectrais por utilizar as equações médias de Navier-Stokes nas escalas turbulentas. Já o modelo LES, foco deste trabalho, é baseado na resolução das grandes escalas turbulentas e na modelagem das pequenas. Para isso, é utilizado um filtro que classifica as escalas turbulentas em pequenas e grandes. Assim sendo, essa modelagem ocorre por meio de modelos de turbulência de escalas submalha - como o modelo de Smagorinsky, por exemplo. Por fim, o modelo DNS resolve as equações de Navier-Stokes para todos os comprimentos de turbilhões. Para isso, é necessária uma malha computacional com alto grau de refinamento e passo de tempo reduzido para realizar a simulação utilizando esse modelo.

Em relação ao custo computacional, o modelo RANS é o mais barato. Já modelo DNS, devido ao seu grau de precisão, é o mais caro computacionalmente (inviável na grande maioria dos casos) porém, apresenta os melhores resultados. Por fim, o modelo LES apresenta um custo intermediário entre os modelos apresentados. A Figura 1 apresenta um gráfico referente aos modelos RANS, LES e DNS, relacionando o grau de modelagem com o custo computacional.

Um exemplo de escoamento que pode ser modelado numericamente é o escoamento dentro de um motor de foguete. De forma simples, acontece por meio de uma reação química exotérmica formada a partir da reação entre um oxidante e um combustível dentro da câmara de combustão, tendo como produto a geração de gases expelidos em altas velocidades através de um bocal, gerando impulso para a movimentação do foguete.

O objetivo geral desse trabalho é caracterizar a simulação numérica em um motor de foguete com escoamento turbulento. Os objetivos específicos são:

- Avaliar os resultados obtidos pela implementação do modelo LES para um escoamento

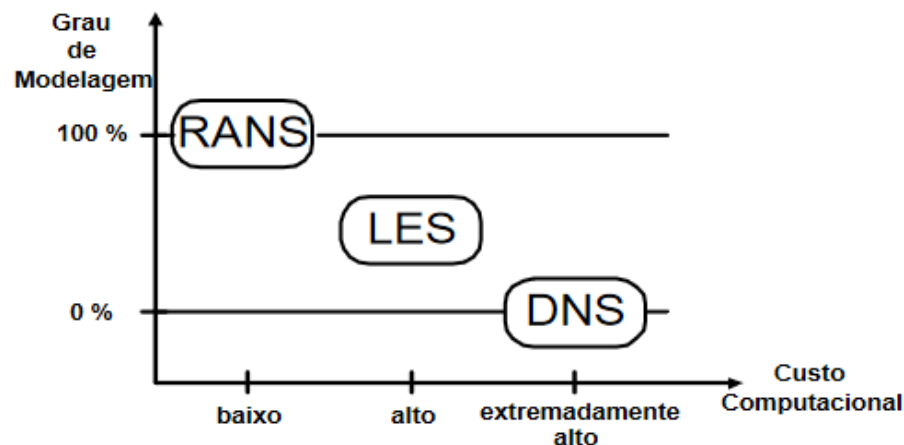


Figura 1 – Grau de modelagem por custo computacional entre os modelos RANS, LES e DNS. Fonte: (REZENDE, 2009).

mento turbulento;

- Analisar a influência do refino da malha computacional nos resultados da simulação;
- Analisar os resultados obtidos numericamente decorrentes da combustão em um motor de foguete a propelente sólido;
- Validar os resultados obtidos pela simulação numérica através de comparações com *baselines* da literatura;
- Avaliar a utilização do modelo LES em um ambiente computacionalmente limitado.

A apresentação do trabalho segue a seguinte composição:

- Capítulo 1: são apresentados uma fundamentação teórica e o equacionamento do modelo LES, incluindo os modelos submalha úteis para o desenvolvimento do trabalho;
- Capítulo 2: é apresentada uma breve revisão teórica sobre foguetes sólidos, incluindo a classificação desse tipo de sistema, a propulsão, combustão, taxa de queima, geometria do grão etc.;
- Capítulo 3: são apresentadas as malhas computacionais construídas e os parâmetros iniciais e de contorno;
- Capítulo 4: são mostradas as configurações utilizadas e como ocorreu o processo de convergência das simulações;
- Capítulo 5: apresenta os resultados obtidos pelas simulações numéricas e sua respectiva discussão;

- Capítulo 6: apresenta a conclusão obtida através do trabalho realizado;
- Capítulo 7: apresenta sugestões para trabalhos futuros com base na experiência adquirida na realização desse trabalho.

Metodologia

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica com o intuito de estudar a combustão em motores de foguetes a propelente sólido com escoamento turbulento, bem como o método computacional por trás desse processo.

Em seguida, foram reunidas informações sobre o objeto de estudo deste trabalho, o foguete auxiliar do ônibus espacial, que foram passadas para o *Rocket Propulsion Analysis* (RPA) (RPA, 2022) tendo como objetivo fazer uma análise preliminar sobre o *Space Shuttle* SRB, gerando valores importantes para a simulação numérica.

A simulação numérica foi executada integralmente utilizando o ANSYS (ANSYS, 2022). Para a criação da geometria, foi utilizado o ANSYS *SpaceClaim*, que contém ferramentas de modelagem e preparação da geometria. Já a malha computacional foi desenvolvida no ANSYS *meshing* e no *Fluent meshing*. Por fim, quatro malhas foram criadas com o intuito de obter a menor influência possível nos resultados devido ao refino da malha por meio de uma análise de convergência.

Em seguida, a malha foi passada para o ANSYS *Fluent*, responsável por realizar a simulação computacional. Além disso, foram transferidos os parâmetros iniciais necessários. Esse processo se repetiu para as outras três malhas computacionais geradas.

No fim, os resultados obtidos pelas simulações numéricas foram comparados com base em dados bibliográficos de outros autores.

Na Figura 2, o fluxo de atividades discutidas nesse capítulo está representado graficamente para melhor entendimento.

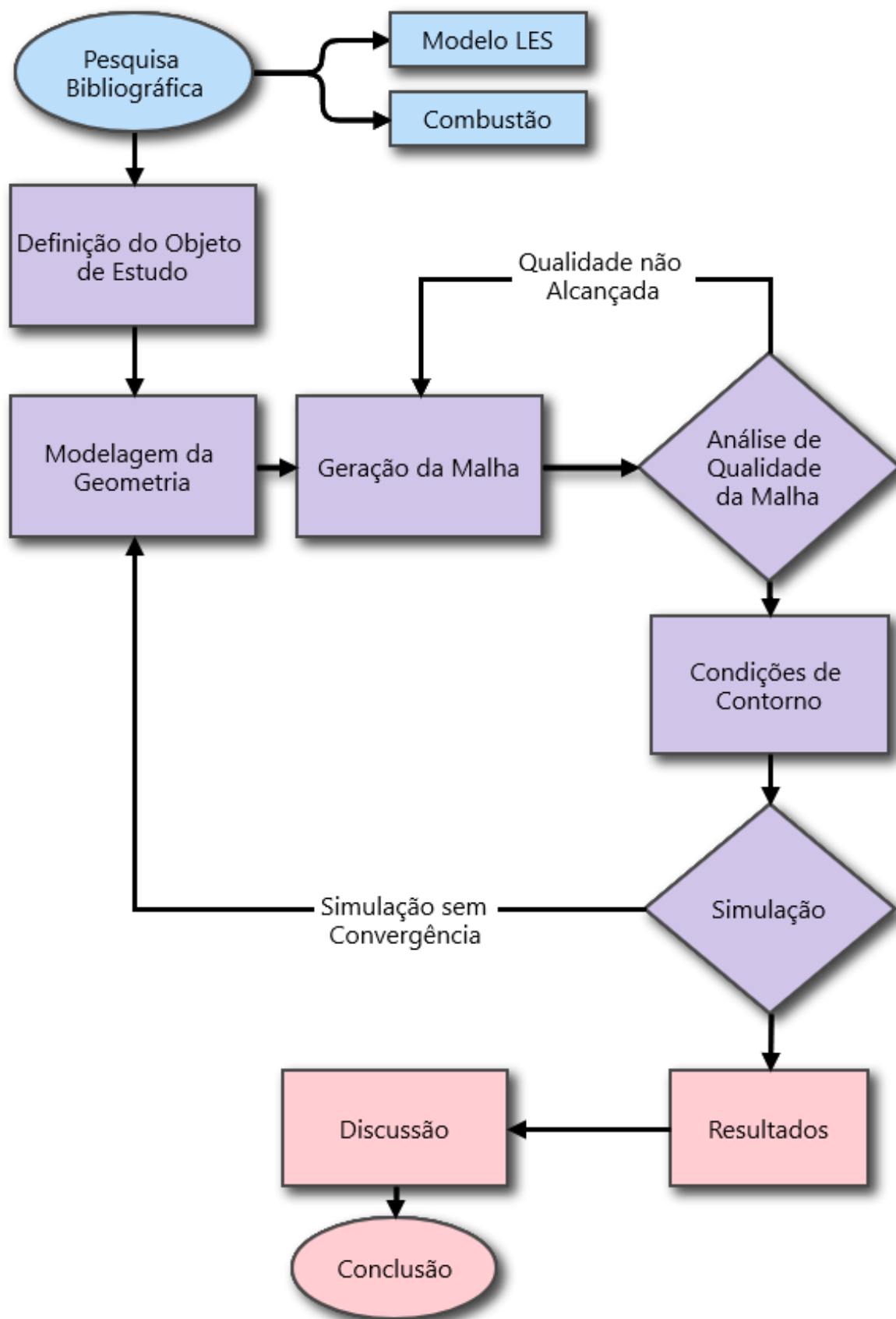


Figura 2 – Organograma do trabalho. Fonte: Autor.

1 Modelo LES (Large Eddy Simulation)

1.1 Introdução

O modelo LES foi desenvolvido devido a necessidade de levar em consideração as diferenças encontradas no comportamento dos pequenos e grandes turbilhões presentes no escoamento (mais comumente chamados de pequenas e grandes estruturas). Os turbilhões menores têm as mesmas propriedades físicas independente da direção (isotrópicos), ou seja, um comportamento universal (para escoamentos com um número de Reynolds suficientemente alto). Por outro lado, os turbilhões maiores são mais anisotrópicos devido a interação da energia com o fluxo médio e são definidos pela geometria, condições de contorno e forças corporais do objeto que está sendo analisado ([VERSTEEG; MALALA-SEKERA, 2007](#)).

1.2 Cascata de Energia

Os turbilhões mencionados anteriormente seguem o conceito da cascata de energia, onde os grandes turbilhões são instáveis e acabam se rompendo, transferindo energia para os turbilhões que são um pouco menores. Esses turbilhões menores, semelhantemente ao que ocorre com os grandes turbilhões, passam por um processo de decomposição e transferem sua energia para turbilhões ainda menores. Esse processo é repetido nos demais turbilhões menores até que o número de Reynolds seja suficientemente pequeno para que o turbilhão possa ser estável e a viscosidade molecular eficaz na dissipação da energia cinética, criando o conceito da cascata de energia ([POPE, 2001](#)).

1.2.1 Teoria de Kolmogorov

Como complemento ao conceito da cascata de energia, é definida a teoria de Kolmogorov, que é baseada em três hipóteses:

1. A hipótese de similaridade de Kolmogorov da isotropia local: os movimentos turbulentos de pequena escala são estaticamente isotrópicos para um número de Reynolds suficientemente alto. Esses movimentos são considerados universais uma vez que são semelhantes para todos os escoamentos turbulentos de alto número de Reynolds (tradução livre) ([POPE, 2001](#)).
2. Primeira hipótese de similaridade de Kolmogorov: em todo escoamento turbulento que tenha um número de Reynolds suficientemente alto, as estatísticas dos movi-

mentos para as pequenas escalas tem uma forma universal que é estabelecida pelas propriedades de viscosidade cinemática e da taxa de dissipação (tradução livre). Essa forma universal pode ser vista na Figura 3, referenciada como *universal equilibrium range* (POPE, 2001).

3. Segunda hipótese de similaridade de Kolmogorov: em todo escoamento turbulento que contenha um número de Reynolds suficientemente alto, uma forma universal é determinada exclusivamente pela taxa de dissipação, independentemente da viscosidade cinemática (tradução livre) (POPE, 2001).

A Figura 3 apresenta as escalas turbulentas e o tamanho dos turbilhões na forma de um diagrama que resume o que foi mencionado anteriormente. A sub faixa inercial da turbulência é onde a energia decai em escalas de comprimentos menores sem dissipação viscosa. As microescalas de Taylor representam o regime turbulento, sendo responsáveis por formar o campo de transferência de energia e o momento de escalas mais grossas para as mais finas. O limite inferior de Λ_{DI} representa as escalas turbulentas de Kolmogorov, que representam as menores escalas no espectro que formam a subcamada viscosa. É nesta faixa que ocorre a dissipação da energia devido a viscosidade. Por fim, tem-se a faixa que contém a energia, esta é de difícil análise pois a energia depende do fluxo particular e os espectros unidimensionais fornecem poucas informações que sejam diretas, mas apresentam os maiores números de onda do espectro (MAKRIS; MEMOS; KRESTENITIS, 2016; POPE, 2001).

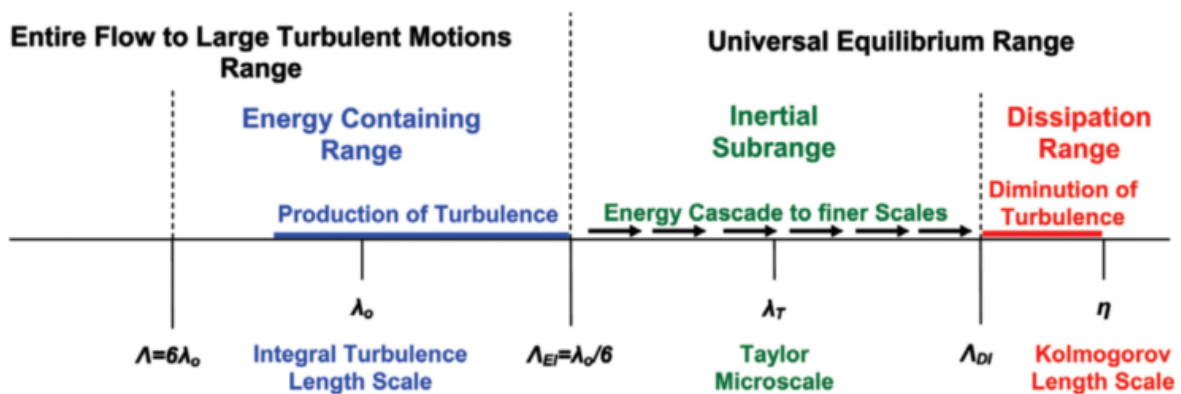


Figura 3 – Diagrama de escalas turbulentas e tamanhos de turbilhões. Fonte: (MAKRIS; MEMOS; KRESTENITIS, 2016).

1.3 Filtro Espacial

Voltando a definição do modelo LES, que forma uma união entre a modelagem física e a numérica, uma vez que ele calcula as grandes escalas turbulentas e modela fisicamente as pequenas escalas (menores do que a resolução da malha) (LAUNDER;

SANDHAM et al., 2002), tornando-se um modelo intermediário entre os modelos RANS e DNS. Pode-se dizer que o modelo LES foi criado para suprir as necessidades do modelo DNS, uma vez que na grande maioria dos problemas não é possível refinar a malha o suficiente para captar as pequenas estruturas devido ao grande custo computacional utilizado nessa abordagem.

Como mencionado anteriormente, o modelo LES necessita de um campo de escoamento onde estejam presentes apenas as grandes escalas turbulentas, pois serão efetivamente calculadas e não modeladas (TU; YEOH; LIU, 2018). Para que essa situação seja alcançada é utilizado um processo de filtragem espacial, iniciado com a seleção de uma função de filtragem com uma largura de corte.

De forma geral, as estruturas do escoamento maiores que a largura do filtro são consideradas grandes estruturas, e as estruturas que são menores do que a largura do filtro são consideradas como pequenas (TU; YEOH; LIU, 2018). Na etapa seguinte, a filtragem espacial é utilizada nas equações de Navier-Stokes transientes no espaço de Fourier (número de onda) ou no espaço de configuração (físico), é nessa etapa que o filtro detecta as pequenas estruturas e elimina suas informações. Devido a essa interação entre as grandes estruturas resolvidas e as pequenas não resolvidas, originam-se as tensões em escala submalha ou tensões SGS (*subgrid scales*) (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

Neste momento, pode ser utilizado o método dos volumes finitos. Dessa forma as equações de escoamento transientes filtradas são resolvidas em uma malha de volumes de controle juntamente com o modelo SGS (esses modelos serão apresentados na seção 1.6) para as tensões que não foram resolvidas. É dessa forma que o escoamento médio e todas as grandes estruturas turbulentas maiores que a largura de corte são produzidas, ou seja, as equações governantes da dinâmica das grandes estruturas são definidas (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007; FLUENT et al., 2020).

Um filtro generalizado é apresentado pela Equação 1.1 (ANDERSSON et al., 2011).

$$\bar{\varphi}(x, t) = \iiint G(x - \xi; \Delta) \varphi(\xi, t) d^3\xi \quad (1.1)$$

Onde a integral tripla delimita o domínio fluido, $\bar{\varphi}(x, t)$ é a componente filtrada (ou componente das grandes estruturas), $\varphi(\xi, t)$ é o campo filtrado, G é a função de filtro (podendo ser um filtro de caixa, Gaussiano, espectral e outros) que é zero para valores de φ que correspondam as pequenas escalas, Δ é a largura do filtro e ξ é a posição do elemento de volume $d\xi$ (ANDERSSON et al., 2011), (COSTA, 2018).

1.4 Filtro de Favre

Para os escoamentos compressíveis (como o estudado nesse trabalho), é utilizado o filtro de Favre para que seja evitada a introdução de termos SGS na equação da conservação de massa (MARTIN; PIOMELLI; CANDLER, 2000).

Uma variável filtrada pelo filtro de Favre é apresentada na Equação 1.2.

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad (1.2)$$

Utilizando a operação de filtragem de Favre, são obtidas as equações de transporte.

A equação da massa é apresentada pela Equação 1.3.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1.3)$$

A equação do momento é apresentada pela Equação 1.4.

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \bar{p} \delta_{ij} - \tilde{\sigma}_{ji})}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (1.4)$$

A energia interna é apresentada pela Equação 1.5.

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{\varepsilon})}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{q}_j}{\partial x_j} + \bar{p} \tilde{S}_{kk} - \tilde{\sigma}_{ji} \tilde{S}_{ij} = -C_v \frac{\partial Q_j}{\partial x_j} - \Pi_{dil} + \varepsilon_v \quad (1.5)$$

A entalpia é apresentada pela Equação 1.6.

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{h}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{h})}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{q}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} - \tilde{u}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} - \tilde{\sigma}_{ji} \tilde{S}_{ij} = -C_v \frac{\partial Q_j}{\partial x_j} - \Pi_{dil} + \varepsilon_v \quad (1.6)$$

A equação da energia total é apresentada pela Equação 1.7.

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial [(\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p}) \tilde{u}_j + \tilde{q}_j - \tilde{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i]}{\partial x_j} = - \frac{\partial (\gamma C_v Q_j + \frac{1}{2} \mathcal{J}_j - D_j)}{\partial x_j} \quad (1.7)$$

Onde:

- ρ é a densidade;
- u_j é a velocidade na direção x_j ;
- p é a pressão;
- $\varepsilon = c_v T$ é a energia interna por unidade de massa;

- T é a temperatura;
- $h = \varepsilon + \frac{p}{\rho}$ é a entalpia por unidade de massa;
- $E = \varepsilon + \frac{u_i u_i}{2}$ é a energia total por unidade de massa;
- $\tilde{\sigma}_{ij} = 2\tilde{\mu}\tilde{S}_{ij} - \frac{2}{3}\tilde{\mu}\sigma_{ij}\tilde{S}_{kk}$ e $\tilde{q}_j = -\tilde{k}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j}$ são os fluxos difusivos;
- $\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ é o tensor da taxa de deformação;
- $\tilde{\mu}$ é a viscosidade correspondente a temperatura filtrada \tilde{T} ;
- \tilde{k} é a condutividade térmica correspondente a temperatura filtrada \tilde{T} .

O efeito das escalas submalha aparecem no lado direito das equações governantes apresentadas anteriormente por meio das tensões submalha. Esse efeito das escalas submalha podem ser visualizados nas Equações 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.12 e 1.13 (MARTIN; PIOMELLI; CANDLER, 2000).

A Equação 1.8 apresenta o tensor de tensões submalha na forma compressível.

$$\tau_{ij} = \bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \quad (1.8)$$

O fluxo de calor submalha é apresentado pela Equação 1.9.

$$Q_j = \bar{\rho}(\widetilde{u_j T} - \tilde{u}_j \tilde{T}) \quad (1.9)$$

A Equação 1.10 apresenta a dilatação de pressão submalha.

$$\Pi_{dil} = \overline{pS_{kk}} - \bar{p}\tilde{S}_{kk} \quad (1.10)$$

A Equação 1.11 representa a dissipação viscosa submalha.

$$\varepsilon_v = \overline{\sigma_{ji} S_{ij}} - \tilde{\sigma}_{ij} \tilde{S}_{ij} \quad (1.11)$$

A difusividade turbulenta submalha é dada por $\frac{\partial \mathcal{J}_j}{\partial x_j}$. O valor de \mathcal{J}_j é apresentado pela Equação 1.12.

$$\mathcal{J}_j = \bar{p}(u_j \widetilde{u_k u_k} - \tilde{u}_j - \tilde{u}_j \widetilde{u_k u_k}) \quad (1.12)$$

A difusividade viscosa submalha é dada por $\frac{\partial D_j}{\partial x_j}$. O valor de D_j é apresentado pela Equação 1.13.

$$D_j = \overline{\sigma_{ij} u_i} - \tilde{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i \quad (1.13)$$

1.5 Hipóteses de Boussinesq

Após a filtragem, as tensões SGS ainda necessitam do processo de modelagem. O ANSYS *Fluent*, semelhantemente ao que foi desenvolvido para o modelo RANS, utiliza as hipóteses de Boussinesq apresentadas abaixo de forma implícita em seus modelos submalha (FLUENT et al., 2020).

- Hipótese de Boussinesq (1): a ação das escalas submalha nas escalas resolvidas é essencialmente uma ação energética, de modo que o único equilíbrio da transferência de energia entre as duas faixas de escala é suficiente para descrever a ação das escalas submalha (tradução livre) (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

A hipótese acima é utilizada como um dos fundamentos para a modelagem. É importante ressaltar que uma pequena parte das informações das pequenas estruturas, como por exemplo as informações estruturais referentes à anisotropia são negligenciadas (devido ao seu baixo impacto no comportamento das pequenas estruturas). Isso ocorre devido às pequenas estruturas serem isotrópicas, como mencionado anteriormente. Esta hipótese ainda mostra que a transferência da cascata de energia entre as escalas submalha e as escalas resolvidas ocorre por dois mecanismos: (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

1. Transferência de energia para a frente, em direção as escalas submalha.
2. Para as escalas resolvidas, uma transferência de energia para trás, muito mais fraca em intensidade.

Assim, a partir da hipótese citada anteriormente, observa-se que a modelagem modifica as diferentes equações de evolução do sistema, integrando nelas os efeitos de dissipação ou produção de energia (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

- Hipótese de Boussinesq (2): o mecanismo de transferência de energia das escalas resolvidas para as de submalha é análogo aos mecanismos moleculares representados pelo termo de difusão, no qual aparece a viscosidade molecular (tradução livre) (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

A hipótese acima é equivalente a admitir um movimento Browniano sobreposto as escalas resolvidas para o comportamento das escalas submalha (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

Em concordância com a energia cinética dos gases, o movimento das moléculas é responsável pela extração da energia do escoamento por meio da viscosidade das moléculas. Com isso, a cascata de energia pode ser modelada por um termo de estrutura matemática semelhante a da difusão molecular (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

Nesta abordagem, será assumido que a parte anisotrópica do tensor de tensões submalha é proporcional à taxa do tensor de deformação. O tensor da taxa de tensão submalha é apresentado pela Equação 1.14 (XU, 2003).

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}q^2\delta_{ij} = -2\mu_t \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}\delta_{ij} \right) \quad (1.14)$$

Onde $q^2 = \tau_{kk}$ é a parte isotrópica de τ_{ij} e μ_t é a viscosidade turbulenta (ou turbulência) e \tilde{S}_{ij} é o tensor da taxa de deformação.

- Hipótese de Boussinesq (3): existe uma separação total entre a submalha e as escalas resolvidas (tradução livre) (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

O processo de filtragem associado à simulação das grandes estruturas não introduz a separação citada na hipótese acima devido a continuidade do espectro de energia turbulenta. Os modelos baseados na viscosidade submalha para a cascata de energia direta, impõem um alinhamento não físico dos autovetores para o tensor da taxa de deformação resolvido e o tensor de escala submalha (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

A próxima hipótese é utilizada para calibrar a constante do modelo.

- Hipótese de Boussinesq (4): o fluxo está em equilíbrio espectral constante, então não há acúmulo de energia em qualquer frequência e a forma do espectro de energia permanece invariante com o tempo (tradução livre) (GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

"Esta hipótese impõe um ajuste instantâneo para todas as escalas da solução para o mecanismo de produção de energia cinética turbulenta e, conseqüentemente, um equilíbrio entre a produção, dissipação e fluxo de energia através do corte"(GARNIER; ADAMS; SAGAUT, 2009).

1.6 Modelos submalha

Após a aplicação do filtro, é necessário que as tensões submalha sejam modeladas. Para isso, é necessário que a Equação 1.14 seja observada novamente (XU, 2003), (FLUENT et al., 2020).

A forma compressível do tensor de tensões submalha (Equação 1.8) pode ser separada em uma parte isotrópica e outra anisotrópica como mostra a Equação 1.15 (FLUENT

et al., 2020).

$$\tau_{ij} = \underbrace{\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij}}_{\text{anisotrópica}} + \underbrace{\frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij}}_{\text{isotrópica}} \quad (1.15)$$

A parte isotrópica é modelada usando a forma compressível do modelo de Smagorinsky apresentado na Equação 1.14. Como nos escoamentos incompressíveis, o termo isotrópico (τ_{kk}) não é modelado mas adicionado ao termo de pressão filtrada (FLUENT et al., 2020).

Esse termo isotrópico pode ainda ser reescrito como $\tau_{kk} = \gamma M_{sgs}^2 \bar{p}$ onde M_{sgs} é o número de Mach submalha (FLUENT et al., 2020).

O ANSYS Fluent dispõe de quatro modelos para μ_t .

- Modelo de Smagorinsky-Lilly
- Modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly
- Modelo WALE
- Modelo de escala submalha de energia cinética dinâmica

O presente trabalho abordará o modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly, pois este será utilizados nas simulações posteriores. Os modelos que contribuíram para a fundamentação e criação do modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly também serão apresentados.

O escoamento turbulento das escalas submalha, considerando uma variável escalar ϕ , pode ser modelado utilizando um número de Prandtl turbulento submalha apresentado pela Equação 1.16 (FLUENT et al., 2020).

$$q_j = \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \quad (1.16)$$

Onde q_j é o fluxo submalha da variável ϕ e σ_t é o número de Prandtl turbulento submalha (PEDRÃO, 2010).

1.6.1 Modelo de Smagorinsky-Lilly

Neste modelo, proposto prioritariamente por Smagorinsky, a viscosidade turbulenta é modelada pela Equação 1.17 (FLUENT et al., 2020).

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\overline{S_{ij}}| \quad (1.17)$$

Onde L_s é o comprimento de mistura para as escalas submalha e $|\overline{S_{ij}}| \equiv (2\overline{S_{ij}}\overline{S_{ij}})^{\frac{1}{2}}$ (PEDRÃO, 2010).

A Equação 1.18 apresenta a formulação utilizada pelo ANSYS *Fluent* para o cálculo de L_s que é o comprimento de mistura das escalas submalha (FLUENT et al., 2020).

$$L_s = \min(\kappa d, C_s \Delta) \quad (1.18)$$

Onde κ é a constante de von Kármán, d é a distância da parede mais próxima, C_s é a constante de Smagorinsky e Δ é calculado de acordo com o volume da célula computacional usando $\Delta = V^{\frac{1}{3}}$ (FLUENT et al., 2020; PEDRÃO, 2010).

Diferentemente de Lilly, que encontrou um valor de 0,23 para a constante de Smagorinsky, o valor padrão utilizado pelo ANSYS *Fluent* é de 0,10 responsável por produzir melhores resultados para uma variedade maior de escoamentos (FLUENT et al., 2020).

Neste modelo, o valor de C_s , é limitado entre 0 e 23 por padrão do ANSYS *Fluent* para evitar instabilidades numéricas (PEDRÃO, 2010).

1.6.2 Modelo Dinâmico de Smagorinsky-Lilly

O Modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly, representando uma junção entre as contribuições de Germano e Lilly, tornou possível um procedimento numérico em que a constante de Smagorinsky C_s fosse calculada dinamicamente a partir das informações fornecidas pelas escalas de movimento resolvidas, retirando a obrigatoriedade da especificação de um valor como no modelo de Smagorinsky-Lilly. O modelo dinâmico utiliza um segundo filtro (chamado de filtro de teste), nas equações de movimento. Para esse modelo, a largura do novo filtro $\hat{\Delta}$ é o dobro do filtro da malha Δ . Estes dois filtros produzem um campo de escoamento resolvido. A diferença entre esses dois campos resolvidos resultam nas contribuições das pequenas estruturas, cujo tamanho está especificado entre os filtros de malha e teste. A constante do modelo é calculada a partir das informações relacionadas a essas escalas (FLUENT et al., 2020).

Com a utilização do filtro de teste, o tensor de tensões submalha pode ser expresso como mostra a Equação 1.19:

$$T_{ij} = \overline{\rho u_i u_j} - \left(\frac{\hat{\rho} \hat{u}_i \hat{\rho} \hat{u}_j}{\hat{\rho}} \right) \quad (1.19)$$

As Equações 1.20 e 1.21 mostram o equacionamento de τ_{ij} e T_{ij} , respectivamente, que são modelados da mesma forma que no modelo de Smagorinsky-Lilly, assumindo

similaridade de escala (FLUENT et al., 2020).

$$\tau_{ij} = -2C\bar{\rho}\Delta^2|\tilde{S}| \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\tilde{S}_{kk}\sigma_{ij} \right) \quad (1.20)$$

$$T_{ij} = -2C\hat{\rho}\hat{\Delta}^2|\hat{S}| \left(\hat{S}_{ij} - \frac{1}{3}\hat{S}_{kk}\delta_{ij} \right) \quad (1.21)$$

Onde C nas Equações 1.20 e 1.21, é assumido como independente do processo de filtragem e é igual a C_s^2 (FLUENT et al., 2020).

As escalas submalha filtradas espacialmente e as escalas submalha filtradas por teste são relacionadas pela identidade de Germano como mostra a Equação 1.22 (FLUENT et al., 2020).

$$L_{ij} = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij} = \bar{\rho}\hat{u}_i\tilde{u}_j - \frac{1}{\hat{\rho}}(\hat{\rho}\hat{u}_i\hat{\rho}\hat{u}_j) \quad (1.22)$$

Onde L_{ij} é computado a partir do campo das grandes estruturas resolvidas.

O valor de C pode ser encontrado na Equação 1.23, a partir da substituição do modelo de filtro de malha de Smagorinsky-Lilly e da Equação 1.21 na Equação 1.22 (FLUENT et al., 2020).

$$C = \frac{\left(L_{ij} - L_{kk}\frac{\delta_{ij}}{3} \right)}{M_{ij}M_{ij}} \quad (1.23)$$

$$\text{Onde } M_{ij} = -2 \left(\hat{\Delta}^2\hat{\rho}|\hat{S}|\hat{S}_{ij} - \Delta^2\bar{\rho}|\tilde{S}|\tilde{S}_{ij} \right)$$

Como $C_s = \sqrt{C}$ varia no espaço e no tempo em uma ampla faixa, visando evitar instabilidade numérica, a Equação 1.23 é calculada localmente ou filtrada, utilizando o filtro de teste (FLUENT et al., 2020).

É importante destacar que a escolha do modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly foi baseada nos trabalhos dos autores (BEN-NASR et al., 2017; LEE; CANT, 2017; PINHO; MUNIZ, 2021; JÚNIOR; VIANNA, 2015; MA; WANG; TANG, 2009) que fizeram comparações entre os modelos submalha em diferentes casos de estudo. De forma geral, os resultados mostraram que o modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly possui melhores resultados e um custo computacional maior quando comparado ao modelo de Smagorinsky-Lilly, que tem a desvantagem da constante C_s ser definida manualmente pelo usuário, e devido a ampla faixa de valores aceitáveis para essa constante, se torna um processo muito demorado. O modelo WALE mostrou ser o possuidor dos melhores resultados (ainda assim, próximos ao modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly) e menor custo computacional entre os modelos, porém concentra-se na captura do comportamento próximo à parede para escoamentos confinados de geometrias complexas.

Como o objeto a ser estudado nesse trabalho tem poucas regiões de parede devido a representação geométrica utilizada (que será apresentada na seção 3.4), mesmo o modelo WALE representando os melhores resultados, ele não se adequa ao caso de estudo desse trabalho, tornando o modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly o mais promissor para as simulações numéricas.

1.7 Influência das Paredes no escoamento Turbulento

As paredes em escoamentos turbulentos, afetam de forma significativa sua dinâmica devido as condições de não deslizamentos que devem ser fundamentalmente respeitadas. Elas são a principal fonte de turbulência e vorticidade média encontradas nesse tipo de escoamento. "Nas proximidades das paredes, as variáveis de solução tem grandes gradientes, e o momento e outros transportes escalares ocorrem de forma mais rigorosa" (FLUENT et al., 2020). Resumindo, quanto melhor representado for o escoamento nas proximidades da parede, melhor será a simulação em escoamentos turbulentos.

Regiões próximas a parede podem ser divididas em três camadas (FLUENT et al., 2020):

- Camada mais interna (subcamada viscosa): o escoamento é praticamente laminar, onde a transferência de calor ou massa são fortemente influenciados pela viscosidade molecular;
- Camada intermediária: não há uma dominância entre a viscosidade molecular e a turbulência, as duas são igualmente importantes;
- Camada externa (camada totalmente turbulenta): fortemente influenciada pela turbulência.

2 Propulsão de Foguete Químico com Propelente Sólido

2.1 Propulsão

A propulsão pode ser caracterizada como o efeito responsável por alterar o movimento de um corpo em relação a um referencial inercial (SUTTON; BIBLARZ, 2016). Os sistemas propulsivos geram forças responsáveis por mover os corpos a partir do seu estado de repouso ou mudando sua velocidade ou ainda superando as forças de retardo para corpos propelidos através de um meio viscoso. A propulsão de foguete produz impulso por meio da ejeção de matéria (fluido de trabalho ou propelente) que é integralmente armazenado no veículo voador (SUTTON; BIBLARZ, 2016). Logo, a propulsão para os motores com *airbreathing*, utilizam o ar ambiente como oxidante para realizar a queima do combustível (MISHRA, 2017).

2.1.1 Classificação de Sistemas Propulsivos

Existem diversos tipos de dispositivos propulsivos baseados em vários princípios e são utilizados em aeronaves e espaçonaves modernas (MISHRA, 2017). Os dispositivos propulsivos podem ser divididos em duas grandes categorias e depois subdivididos novamente, como pode ser visto na Figura 4. No presente trabalho, será utilizado como sistema propulsivo, um motor de foguete com combustão química carregado com propelente sólido.

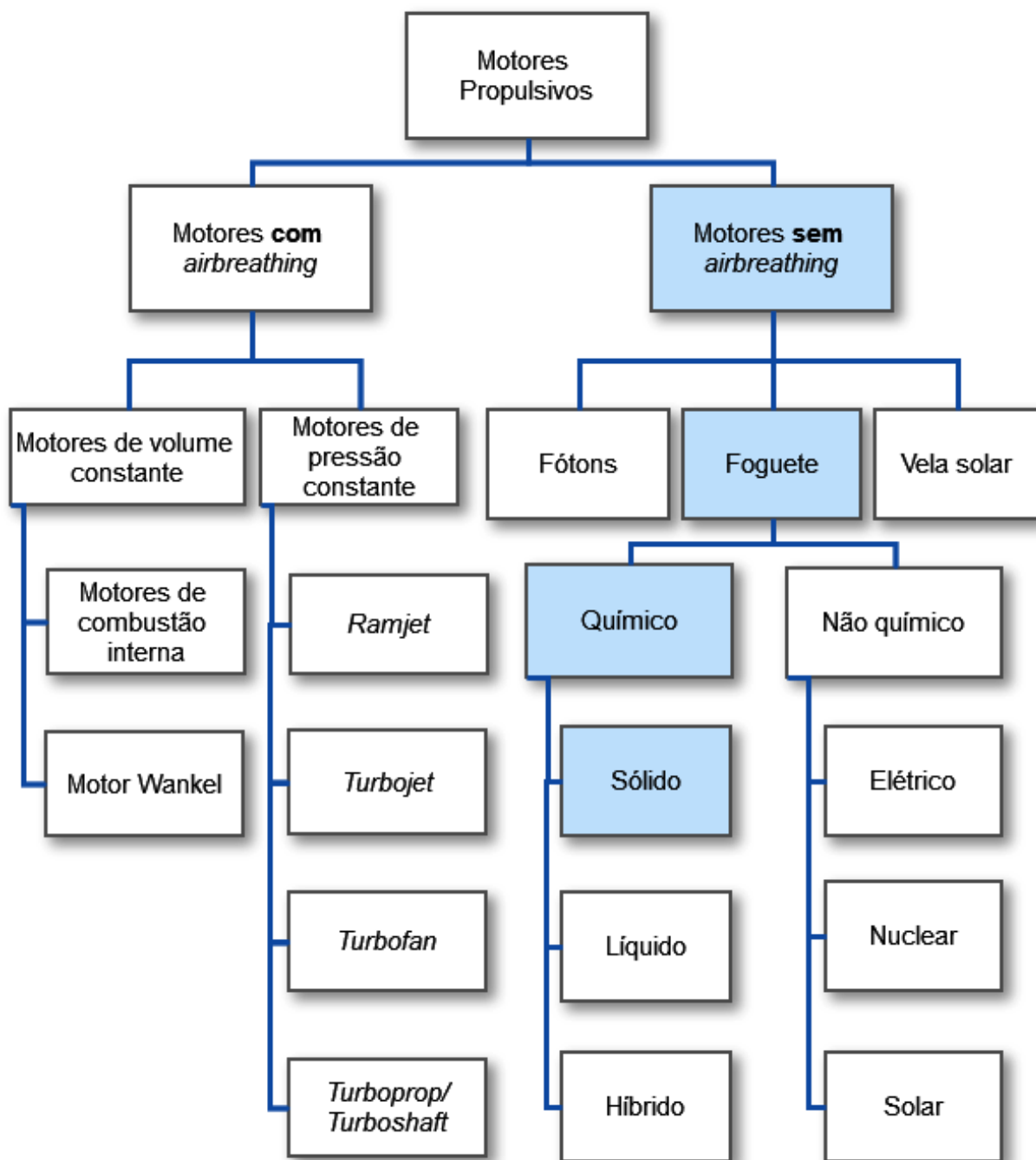


Figura 4 – Classificação dos sistemas propulsivos. Fonte: Adaptado de (MISHRA, 2017).

2.2 Funcionamento de um Foguete com Propulsão Química

Os foguetes com propulsão química são amplamente utilizados para o transporte espacial, como por exemplo o lançamento de satélites nas órbitas desejadas e para propulsão de mísseis. De forma resumida, os gases gerados a partir do processo da combustão, são expelidos em altas velocidades. Nesse tipo de foguete, são transportados o oxigênio ou oxidante para a combustão dos combustíveis (RAMAMURTHI, 2016). A energia da combustão (reação entre combustível e oxidante) ocorrida em uma câmara de alta pressão vai para os gases do produto da reação de aquecimento a temperaturas elevadas (geralmente entre 2500 °C a 4100 °C). Em seguida esses gases são expandidos e acelerados devido a sua passagem por um bocal supersônico (convergente-divergente) para altas velocidades (1800 $\frac{m}{s}$ a 4300 $\frac{m}{s}$). Devido a essa alta temperatura alcançada, é necessário que seja feito o resfriamento ou isolamento de todas as superfícies que são expostas aos gases. Após passarem pelo bocal supersônico, os gases são expelidos em alta velocidade, gerando impulso para o veículo (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

A Figura 5 apresenta de forma esquemática o funcionamento de um motor de foguete a propelente sólido.

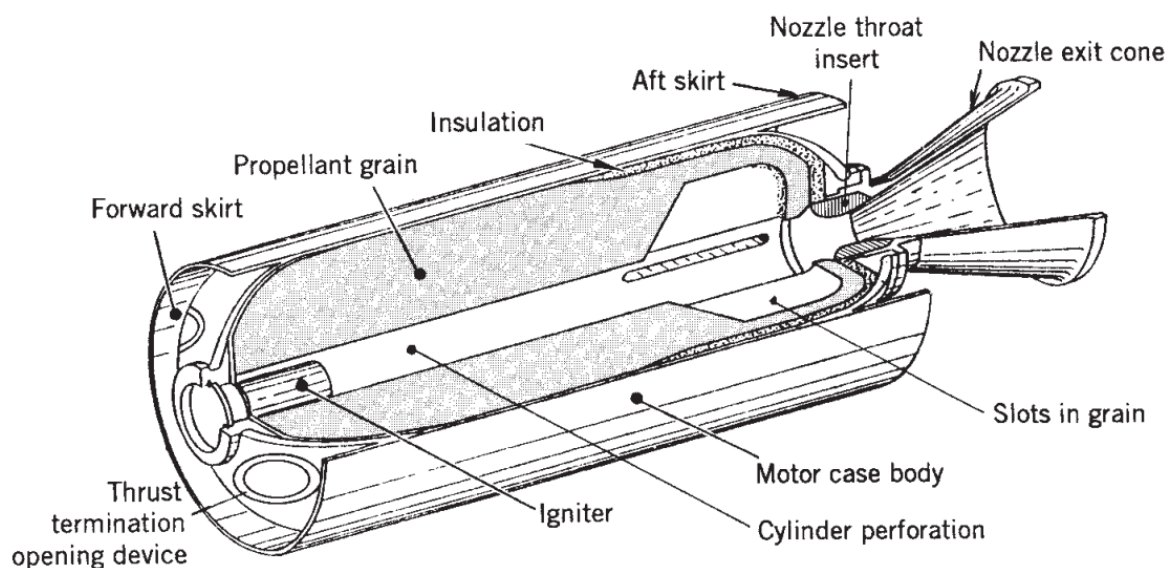


Figura 5 – Vista em perspectiva de três quartos de um motor de foguete com propelente sólido. Fonte: Figura adaptada do (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

Observando a Figura 5, tem-se que os ingredientes a serem queimados estão armazenados dentro da câmara de combustão. O propelente sólido é chamado de grão e contém todos os elementos químicos necessários para a combustão completa. O início da queima é dado pelo dispositivo de ignição nas superfícies internas da perfuração do cilindro e nas quatro fendas. A cavidade interna tem a capacidade de ser expandida na medida em que ocorre a queima do propelente sólido. E como dito anteriormente, os gases quen-

tes resultantes da combustão, fluem pelo bocal supersônico gerando impulso (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

2.3 Propelente Sólido

Os motores de foguete a propelente sólido (SPRE) vem sendo utilizados desde meados do século XII, inicialmente pelos chineses para fins militares. Atualmente, os propelentes do tipo sólido também são utilizados em sistemas propulsivos e em sistemas de geração de gás. Este tipo de propelente possui vários níveis de empuxo, forma sólida e pode ser armazenado em uma câmara de combustão pronto para uso em longos períodos (10 - 20 anos), porém com a necessidade de uma selagem hermética (MISHRA, 2017).

É importante mencionar que no decorrer da combustão, uma característica do propelente sólido é sua queima homogênea, contínua e controlada (ALVES et al., 2020).

2.3.1 Processo Físico da Queima do Propelente Sólido

Normalmente, uma chama é formada próxima da superfície sólida devido a reação gasosa. O calor da chama (também chamado de reação) é transportado para a superfície do propelente por condução, convecção e radiação. Este calor é parcialmente usado para o derretimento, evaporação ou sublimação do propelente e uma parte do calor é conduzida para o seu interior, aumentando a temperatura interna. A energia térmica é responsável por auxiliar na decomposição do propelente em estado sólido para o gasoso através da pirólise (processo de decomposição pelo calor). Os gases que saem da superfície do propelente se misturam e reagem quimicamente de forma exotérmica, formando uma chama perto da superfície de combustão do propelente. Este processo de conversão da camada superior do propelente em gases leva à regressão de sua superfície (MISHRA, 2017).

2.3.2 Balística Interna

A parte operacional de um motor de foguete, bem como seu projeto, são dependentes de diversas áreas que serão abordadas nessa seção (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

2.3.2.1 Taxa de Regressão/Queima \dot{r}

A taxa de regressão \dot{r} é a distância percorrida por segundo pela frente de regressão, ocorrendo de forma perpendicular à superfície de queima do grão do propelente. É assumido que a ignição ocorre de forma homogênea (MISHRA, 2017).

Esta taxa pode ser modificada a partir de (SUTTON; BIBLARZ, 2016):

1. Temperaturas mais altas do propelente sólido antes do início da queima;

2. Pressões mais altas do que as planejadas para a câmara de combustão;
3. Temperaturas mais altas do gás de combustão;
4. Velocidades do fluxo de gás mais altas, paralelas à superfície de queima do propelente;
5. Movimentos do motor de foguete (aceleração e tensão do grão induzido pelo giro).

Os processos envolvidos durante a queima do propelente são de alta complexidade, tornando muito difícil uma previsão precisa da taxa de regressão (MISHRA, 2017).

O que vem sendo usado, é uma relação empírica com base em dados experimentais que é utilizada para o projeto e desenvolvimento de motores de foguetes a propelente sólido (MISHRA, 2017).

A taxa de regressão é intrinsecamente ligada a pressão na câmara de combustão p_c (MISHRA, 2017).

Como citado anteriormente, uma relação empírica entre a taxa de regressão e a pressão na câmara é utilizada, e é conhecida como a lei da taxa de queima, (mais comumente conhecida como a lei de Saint-Robert ou lei de Vieille). Esta lei é apresentada pela Equação 2.1 (MISHRA, 2017).

$$\dot{r} = ap_c^n \quad (2.1)$$

Onde:

\dot{r} é a taxa de regressão;

a é a constante empírica influenciada pela temperatura inicial do grão propelente;

p_c é a pressão na câmara de combustão;

n é o expoente de pressão ou índice de combustão, e depende da constituição do propelente e independe de sua temperatura inicial. Dependendo do valor de n , os propelentes sólidos são classificados em (MISHRA, 2017):

- $n < 0$: queima em mesa (taxa de queima diminui com a pressão p_c para uma dada temperatura inicial do grão);
- $n = 0$: queima de Plateau (taxa de combustão permanece praticamente constante com o aumento na pressão p_c);
- $n > 0$: queima normal (taxa de queima aumenta com a pressão p_c para uma dada temperatura inicial do grão).

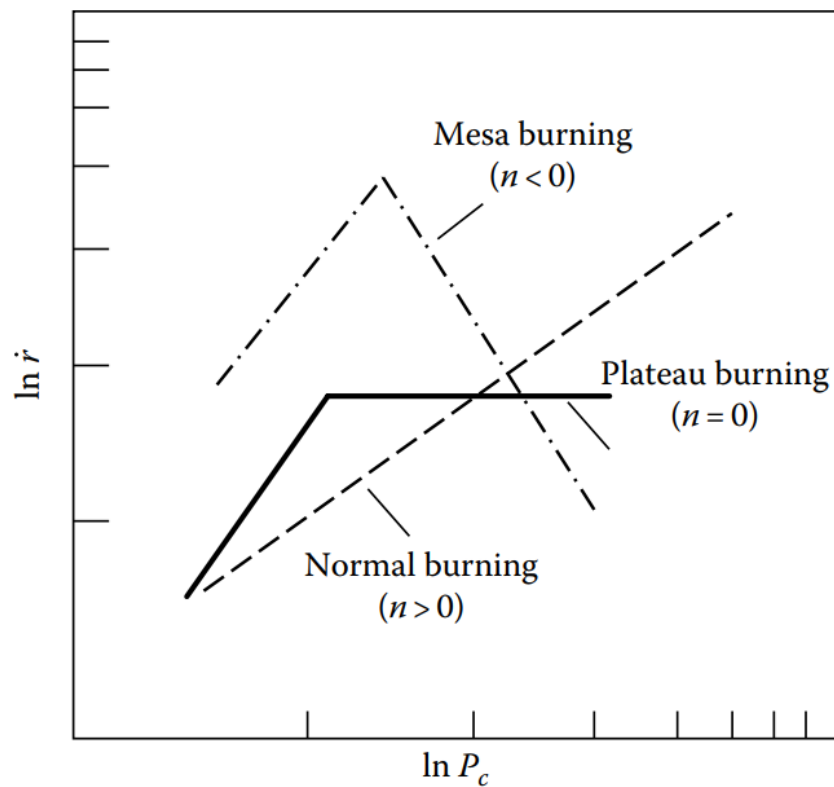


Figura 6 – Variação na taxa de queima com a pressão na câmara p_c . Fonte: (MISHRA, 2017).

As variações na taxa de queima podem ser vistas na Figura 6.

A Equação 2.1 é utilizada em propelentes de base dupla, compósitos ou compósitos de base dupla (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

A relação empírica mostrada na Equação 2.1 pode ser apresentada para uma faixa de pressão de interesse no formato logaritmo como mostra a Figura 7.

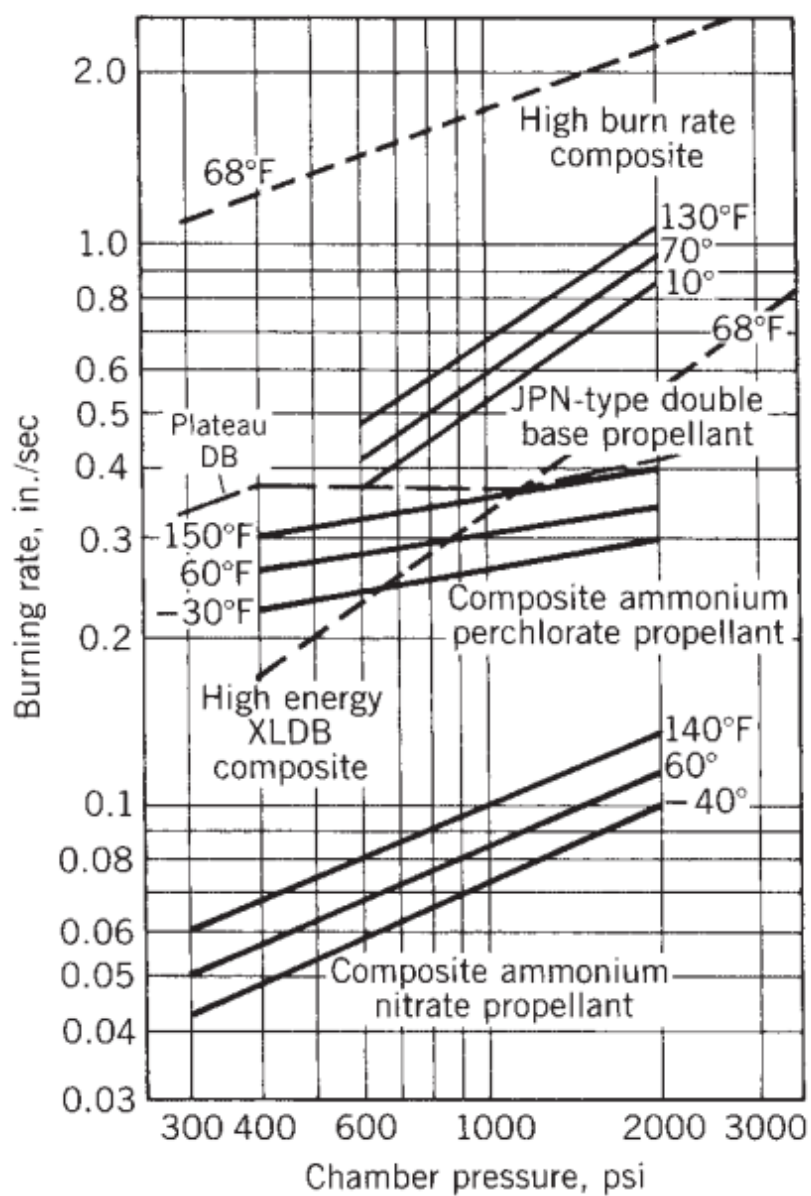


Figura 7 – Taxa de combustão versus pressão da câmara para vários tipos de propelente sólidos. Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

Voltando a Equação 2.1, é possível inspecionar mais a fundo e perceber que o valor de a é dado por (SFORZA, 2016):

$$a = a_0 e^{\beta(T_{pi} - T_{pi}^0)} \quad (2.2)$$

Onde:

T_{pi} é a temperatura inicial do propelente;

T_{pi}^0 é uma temperatura de referência;

β é uma constante empírica;

a_0 é o valor de a quando $T_{pi} = T_{pi}^0$.

Uma observação importante sobre a Equação 2.2 é que ela é dimensional, com excessão do n . Quando esta equação é usada, as unidades devem ser vistas com atenção. Para esse trabalho, serão usadas da seguinte forma: pressão em MPa, temperatura em °C e \dot{r} em $\frac{cm}{s}$. Conversões podem ser feitas normalmente posteriormente, mas para uma padronização, o cálculo seguirá essas unidades (SFORZA, 2016).

2.3.2.1.1 Relações da Vazão Mássica

A taxa de regressão é uma importante relação que se correlaciona com diversas outras.

A taxa da vazão mássica \dot{m} dos gases quentes gerados e que fluem pelo motor é apresentado pela Equação 2.3 (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

$$\dot{m} = A_b \dot{r} \rho_b \quad (2.3)$$

Onde:

A_b é a área de queima do grão propelente;

\dot{r} é a taxa de regressão;

ρ_b é a densidade do propelente sólido antes da ignição do motor.

A Equação 2.4 é a primeira relação básica de desempenho que é fundamentada no princípio da conservação da matéria (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

$$\dot{m} = A_b \dot{r} \rho_b = \underbrace{\frac{\partial \rho_1 V_1}{\partial t}}_I + A_t \underbrace{\frac{p_c}{c^*}}_II \quad (2.4)$$

Onde:

ρ_1 é a densidade dos gases quentes da câmara de combustão;

V_1 representa a taxa de aumento do volume da cavidade do gás na câmara;

A_t representa a área da garganta do bocal;

c^* é a velocidade característica (que é proporcional a T_1).

A parte I da Equação 2.4 é a taxa de variação no armazenamento da massa dos gases quentes no volume da câmara e a parte II é a taxa do fluxo de propelente fluindo para fora do bocal por unidade de tempo (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

2.3.2.2 Configuração e Geometria do Grão

Como citado anteriormente, o grão é a massa moldada de propelente sólido processado que fica contido dentro do motor de foguete. As características de desempenho do motor são governadas pelo material e sua respectiva configuração (SUTTON; BIBLARZ, 2016). Existem dois tipos principais de arquitetura de grãos:

1. Grãos autônomos: são fabricados separadamente e em seguida montados na caixa (por fundição ou extrusão). Esse tipo de grão tem menor custo e melhor gestão industrial geral (DAVENAS, 2012; SUTTON; BIBLARZ, 2016).
2. Grãos aglomerados: a caixa é usada como molde e o propelente é lançado e colado diretamente na caixa ao revestimento ou ao isolamento. Oferecem melhor desempenho para mesmos volumes (quando comparador aos grãos autônomos) (DAVENAS, 2012; SUTTON; BIBLARZ, 2016).

A Figura 8 apresenta os dois tipos de arquitetura dos grãos.

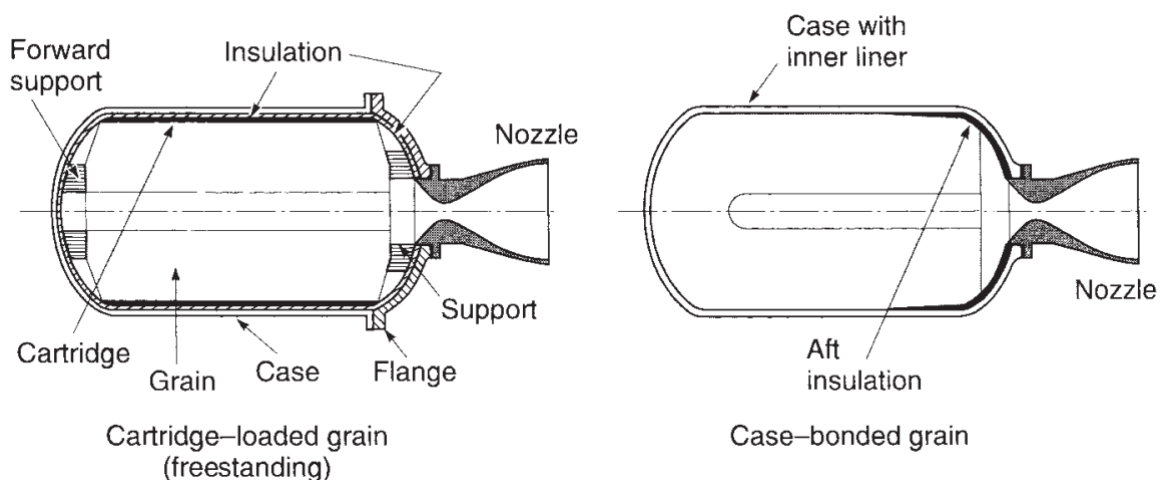


Figura 8 – Tipos de arquitetura dos grãos. Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

Outra característica importante do grão, é sua seção transversal. Ainda que geralmente o limite externo do grão seja circular, os limites internos podem variar, pois a

superfície de queima e sua forma são de grande importância para o controle, geração dos gases e aumento de pressão. A Figura 9 apresenta algumas configurações dos grãos, onde a linha preta circular externa delimita a carcaça do motor, a região vermelha é o grão do propelente e as áreas em branco representam a região para onde o gás gerado flui. Entre a carcaça do motor e o grão, existe um isolamento que limita o aumento da temperatura para as partes mais externas (SFORZA, 2016).

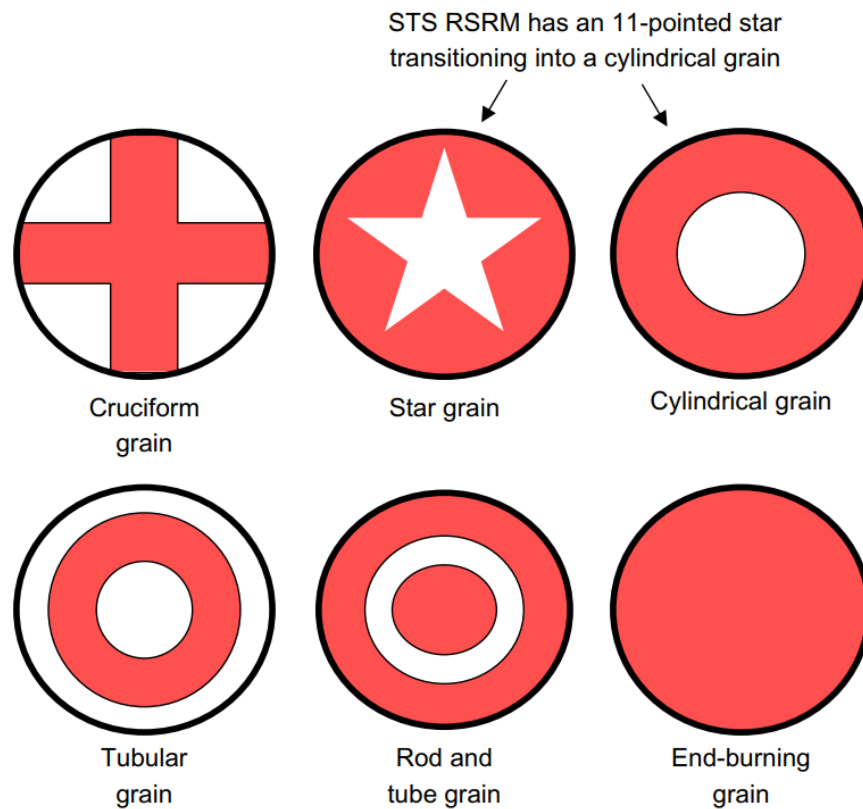


Figura 9 – Vistas de seções transversais de diferentes configurações de grãos de propelente sólido. Fonte: (SFORZA, 2016).

As configurações dos grãos levam a algumas outras importantes definições acerca dos foguetes de propelente sólido. O empuxo, assim como a pressão da câmara de combustão, são dependentes da área da superfície da queima S_b para a área da garganta A_t (RAMAMURTHI, 2016).

A área da superfície da queima S_b pode caracterizar a queima das seguintes formas (RAMAMURTHI, 2016):

1. Progressiva: Quando S_b aumenta conforme a queima do grão progride, a pressão e o impulso aumentam conforme a queima prossegue;
2. Neutra: Quando S_b é mantido constante conforme a queima progride, a pressão não varia com o tempo;
3. Regressiva: Quando S_b diminui a medida que a queima progride, levando a uma diminuição na pressão e no empuxo.

A Figura 10 apresenta as queimas neutra, progressiva e regressiva, respectivamente.

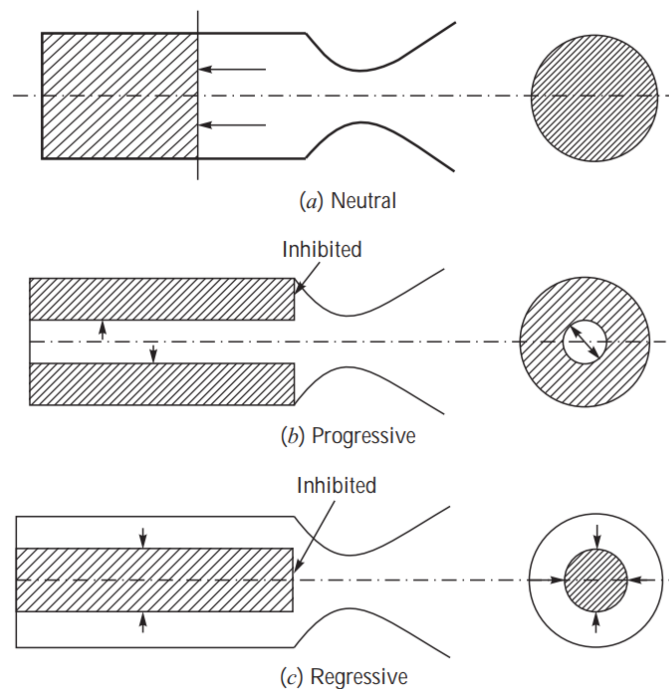


Figura 10 – Tipos de queima. Fonte: (RAMAMURTHI, 2016).

3 Simulação Numérica

3.1 Objeto de estudo

O objeto a ser estudado na simulação numérica é o motor de foguete auxiliar a propelente sólido do ônibus espacial, mais conhecido por *Space Shuttle SRB (Solid Rocket Booster)*.

A Figura 11 apresenta a nomenclatura e a localização dos componentes do ônibus espacial.

3.2 Composição do Grão Propelente

A Tabela 1 apresenta a composição do grão propelente que é armazenado no foguete auxiliar.

Tabela 1 – Composição do grão propelente.

Classe	Componente	Massa (%)
Combustível	Pó de alumínio atomizado	16
Oxidante	Perclorato de amônio	69,8
Catalisador	Óxido de Ferro em pó	0,2
Aglutinante	Acrilonita de ácido acrílico polibutadieno	12
Agente de cura	Epóxi (D.E.R 332)	2

Fonte: adaptado de (WILSON, 2006).

O grão propelente tem a forma de uma estrela de 11 pontas no segmento do motor dianteiro e uma perfuração de cone duplo truncado em cada um dos segmentos traseiros e fechamento posterior (DUMOULIN, 1988). Outra informação importante é que a densidade desse propelente sólido é de $1715 \frac{kg}{m^3}$ (BRAEUNING, 1996).

A Figura 12 apresenta as quatro divisões do *Space Shuttle SRB*, bem como a seção transversal e respectiva localização do grão propelente.

3.3 Parâmetros Iniciais

A Tabela 2 mostra os parâmetros iniciais da simulação que foram utilizados no *Rocket Propulsion Analysis (RPA)* para que fosse possível obter os parâmetros necessários para a simulação no *ANSYS Fluent*.

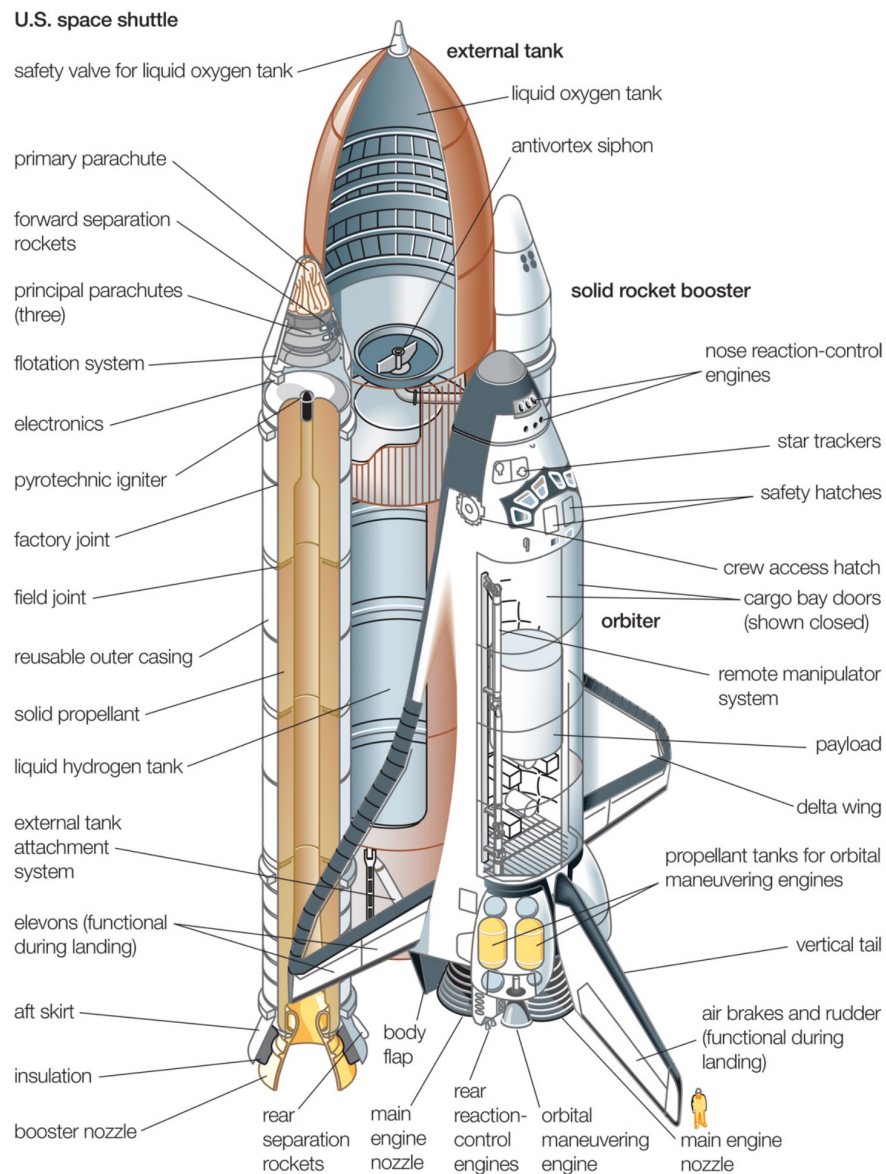


Figura 11 – Nomenclatura e componentes do ônibus espacial. Fonte: (BRITANNICA, THE EDITORS OF ENCYCLOPAEDIA, 2021).

Tabela 2 – Parâmetros iniciais do *Space Shuttle* SRB.

Parâmetros	Valores
Pressão na câmara (MPa)	6,38
Relação oxidante/combustível	4,35
P_c/P_e	63,01
Razão de expansão	5,43

Fonte: (SMITH et al., 1986; DUMOULIN, 1988).

A simulação no RPA, resultou as especificações do propelente, como por exemplo,

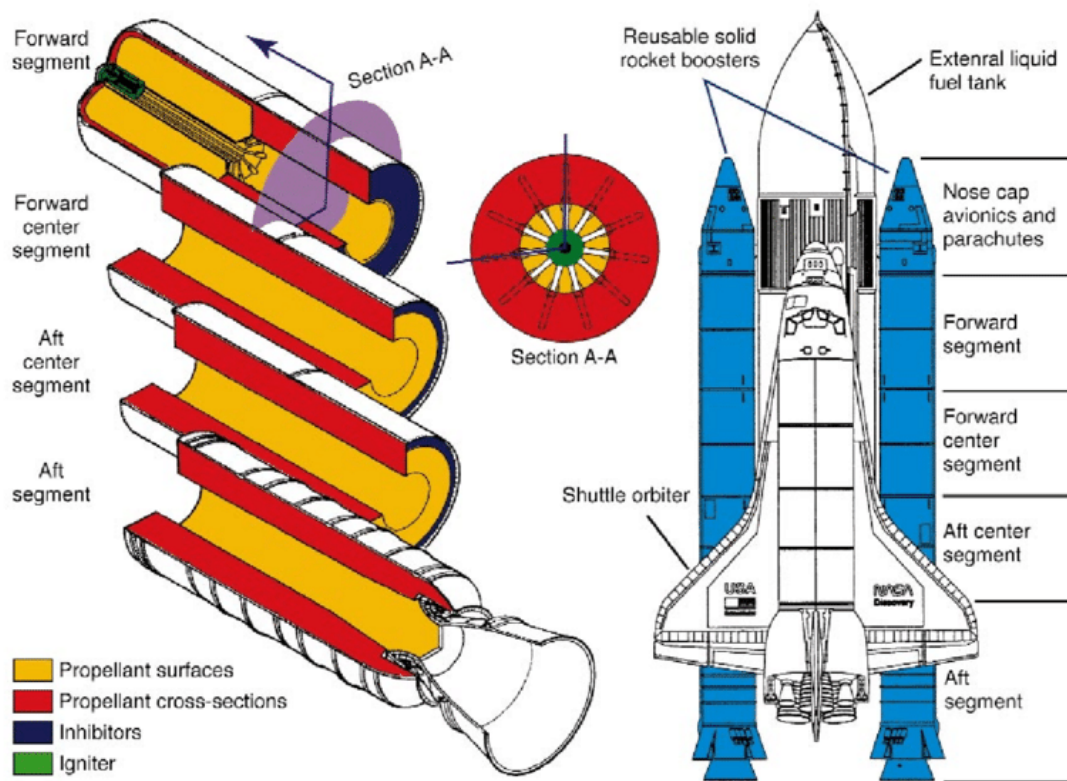


Figura 12 – Caracterização do grão propelente. Fonte: (HEATH; DICK, 2000).

a sua fórmula que pode ser visualizada na Equação 3.1.

$$N_{0,290}H_{1,730}Cl_{0,278}O_{1,137}Fe_{0,001}C_{0,445} \quad (3.1)$$

Vale observar que não foram utilizados os dados da Tabela 1 diretamente na simulação numérica pois será trabalhado o conceito de gás equivalente (Equação 3.1), com o intuito de diminuir a complexidade e o custo computacional.

Ainda foi possível obter as propriedades termodinâmicas em diversos pontos ao longo da geometria. Os gráficos da temperatura em relação ao calor específico a pressão constante, peso molecular, condutividade térmica e densidade gerados a partir de uma regressão polinomial podem ser visualizados nas Figuras 13, 14, 15, 16 e 17, respectivamente.

Para as Figuras 13, 14, 15, 16 e 17 um polinômio de segunda ordem foi o suficiente para um bom ajuste de curva.

Os coeficientes da regressão polinomial podem ser visualizados a seguir.

Para o gráfico da Figura 13:

$$C_p(T) = 4,91609219 \times 10^{-7}T^2 - 1,39017747 \times 10^{-03}T + 2,65457918 \quad (3.2)$$

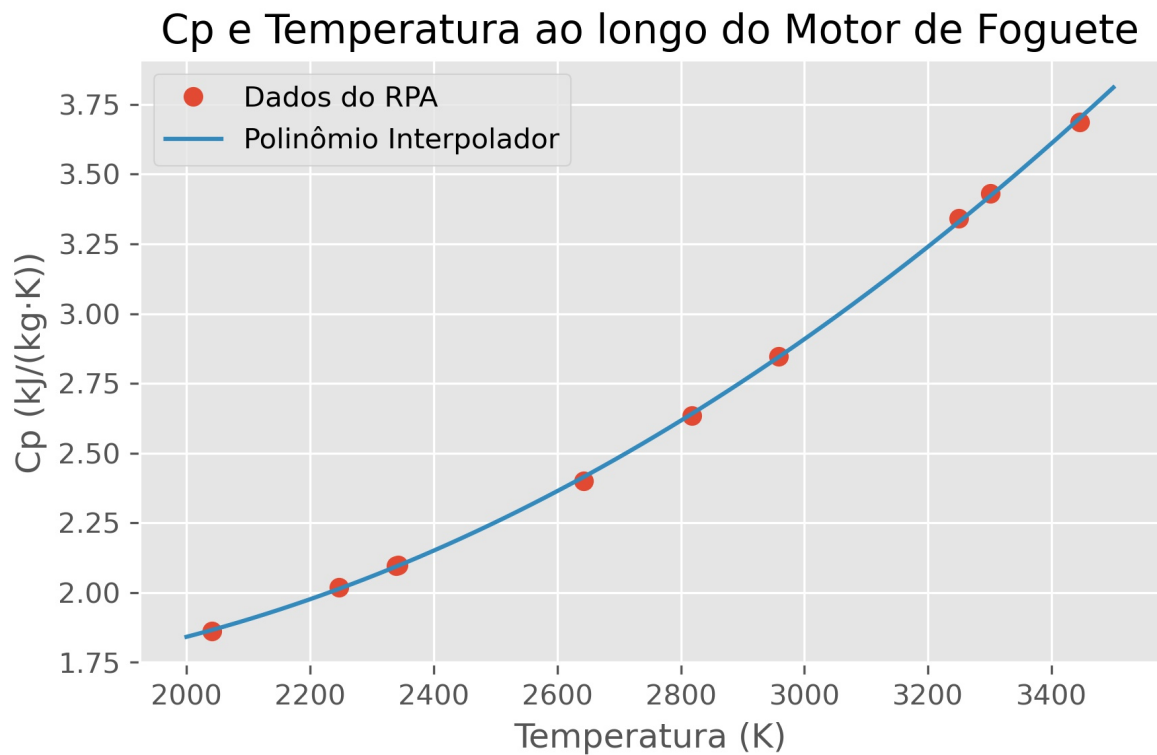
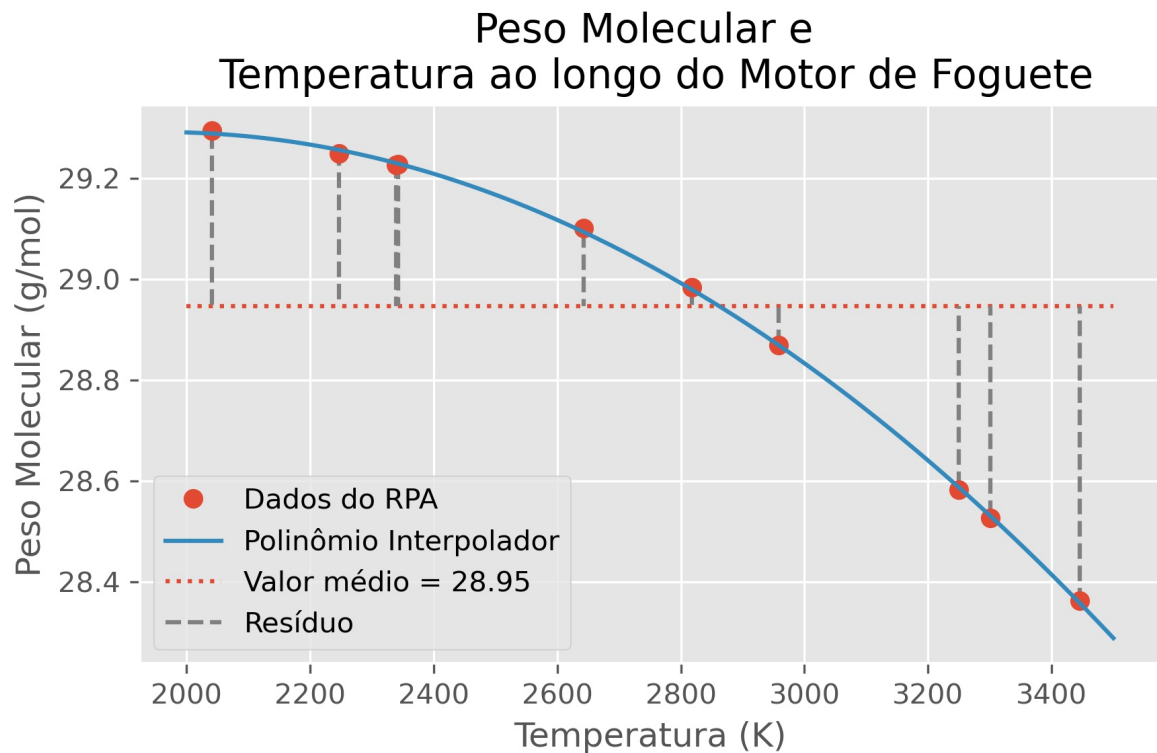
Figura 13 – C_p e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.

Figura 14 – Peso molecular e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.

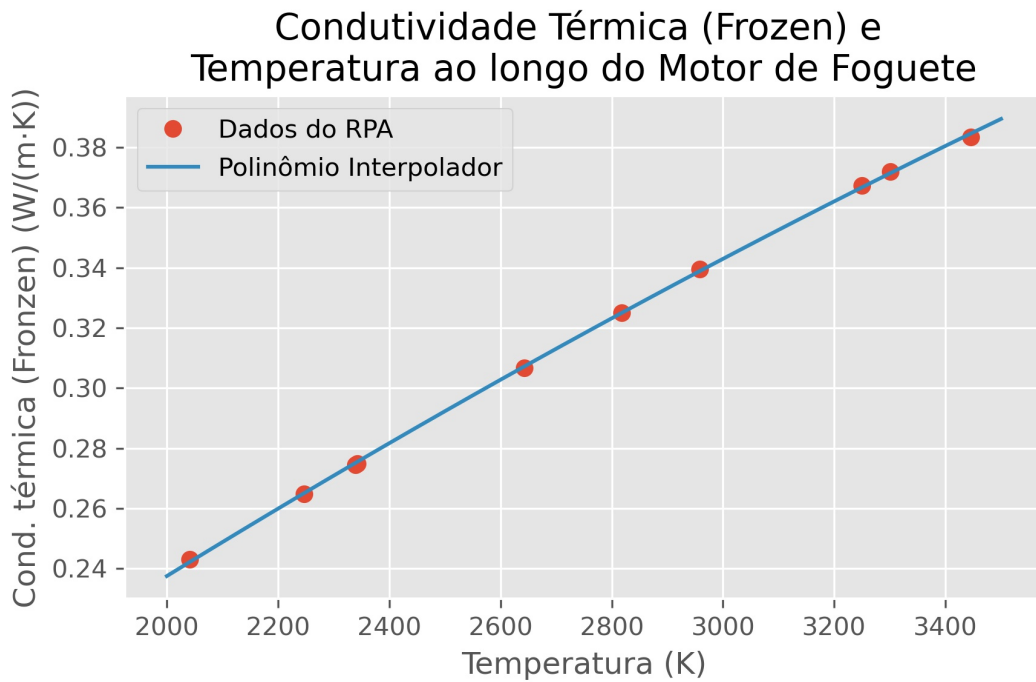


Figura 15 – Condutividade térmica (*frozen*) e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.

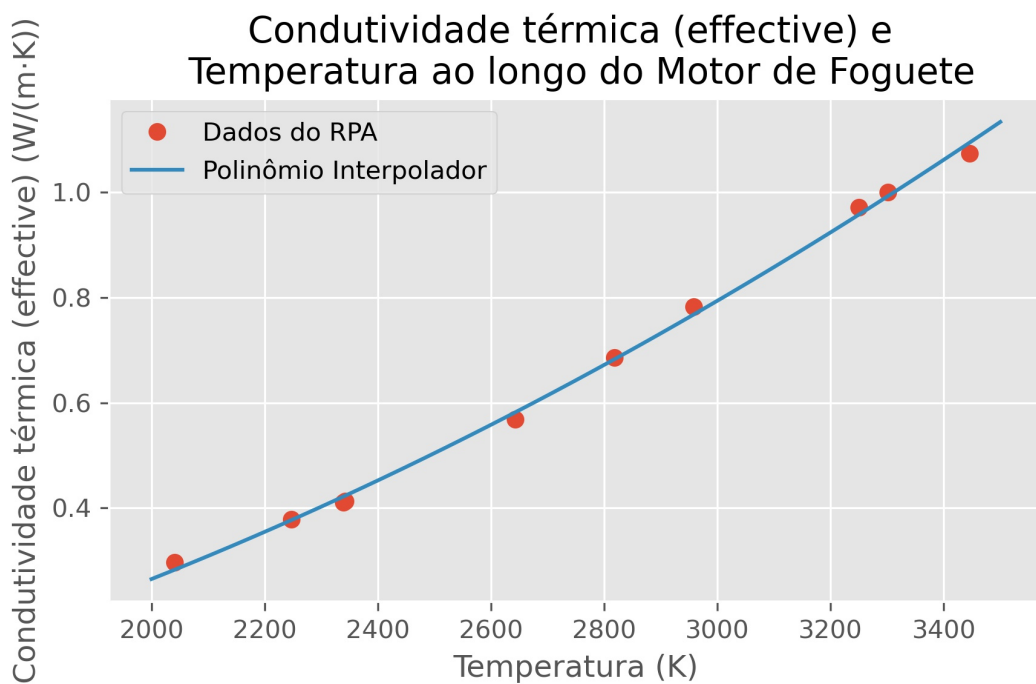


Figura 16 – Condutividade Térmica (*effective*) e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.

Para o gráfico da Figura 14:

$$M(T) = -4,2 \times 10^{-7}T^2 + 1,64862000 \times 10^{-3}T + 27,6781149 \quad (3.3)$$

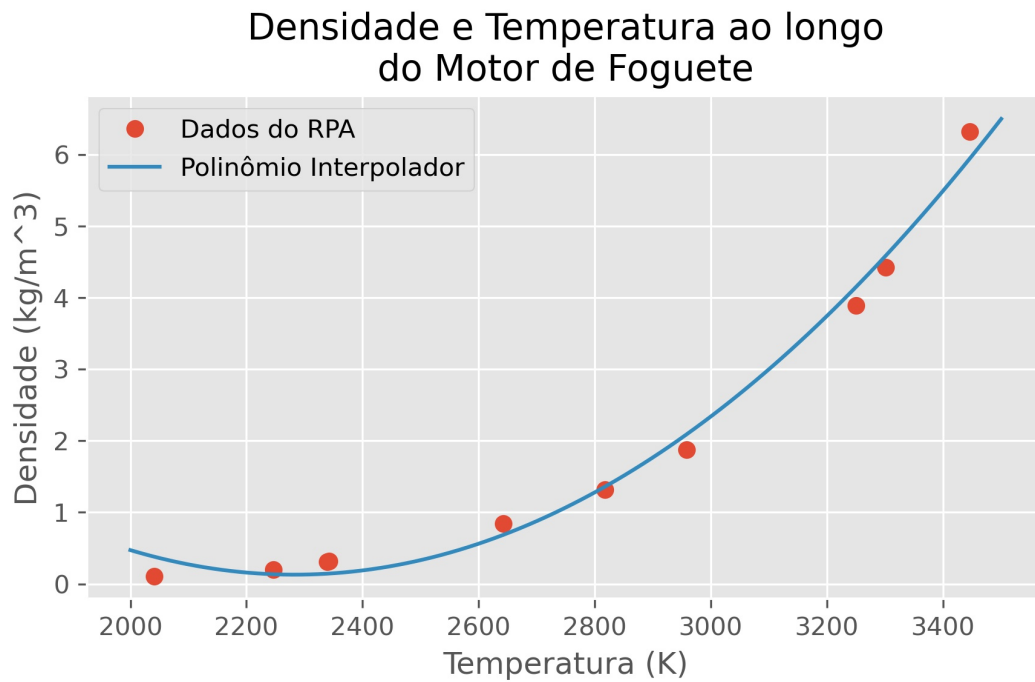


Figura 17 – Densidade e temperatura ao longo do motor de foguete. Fonte: Autor.

Para o gráfico da Figura 15:

$$K_f(T) = -1 \times 10^{-8}T^2 + 1,469100 \times 10^{-4}T - 2,316461 \times 10^{-2} \quad (3.4)$$

Para o gráfico da Figura 16:

$$K_e(T) = 1 \times 10^{-7}T^2 + 2,62 \times 10^{-5}T - 1,8969203 \times 10^{-1} \quad (3.5)$$

Para o gráfico da Figura 17:

$$\rho(T) = 4,29587552 \times 10^{-6}T^2 - 1,96116958 \times 10^{-2}T + 22,5127330 \quad (3.6)$$

Os pontos utilizados para realizar a regressão polinomial tiveram como base a relação $\frac{pc}{p}$, podendo ser visualizados na Tabela 3.

Tabela 3 – Pontos utilizados na regressão polinomial.

$\frac{pc}{p}$	1,5	4	6	10	30	50	100
----------------	-----	---	---	----	----	----	-----

Fonte: Autor.

É importante alertar que além da Tabela 3, foram considerados mais três pontos, sendo eles a entrada, a garganta e a saída do bocal.

Os valores do coeficiente de determinação (ou coeficiente de correlação de Pearson, ou simplesmente R^2) das regressões polinomiais realizadas podem ser observadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Valores de R^2 para as regressões polinomiais.

Função	R^2
Cp(T)	0,99980
M(T)	0,99977
Kf(T)	0,99980
Ke(T)	0,99783
ρ (T)	0,98949

Fonte: Autor.

Os valores apresentados na Tabela 4, mostram ótimos resultados obtidos pela regressão, uma vez que quanto mais próximo de 1, melhor o resultado obtido.

Além de todos esses parâmetros apresentados, o RPA ainda apresenta parâmetros de frações dos produtos da combustão, desempenho teórico (ideal), desempenho estimado e ainda sobre a condição do ambiente para uma expansão ideal.

3.4 Geometria do *Space Shuttle* SRB

A configuração de projeto original do *Space Shuttle* SRB é apresentada pelas Figuras 18 e 19.

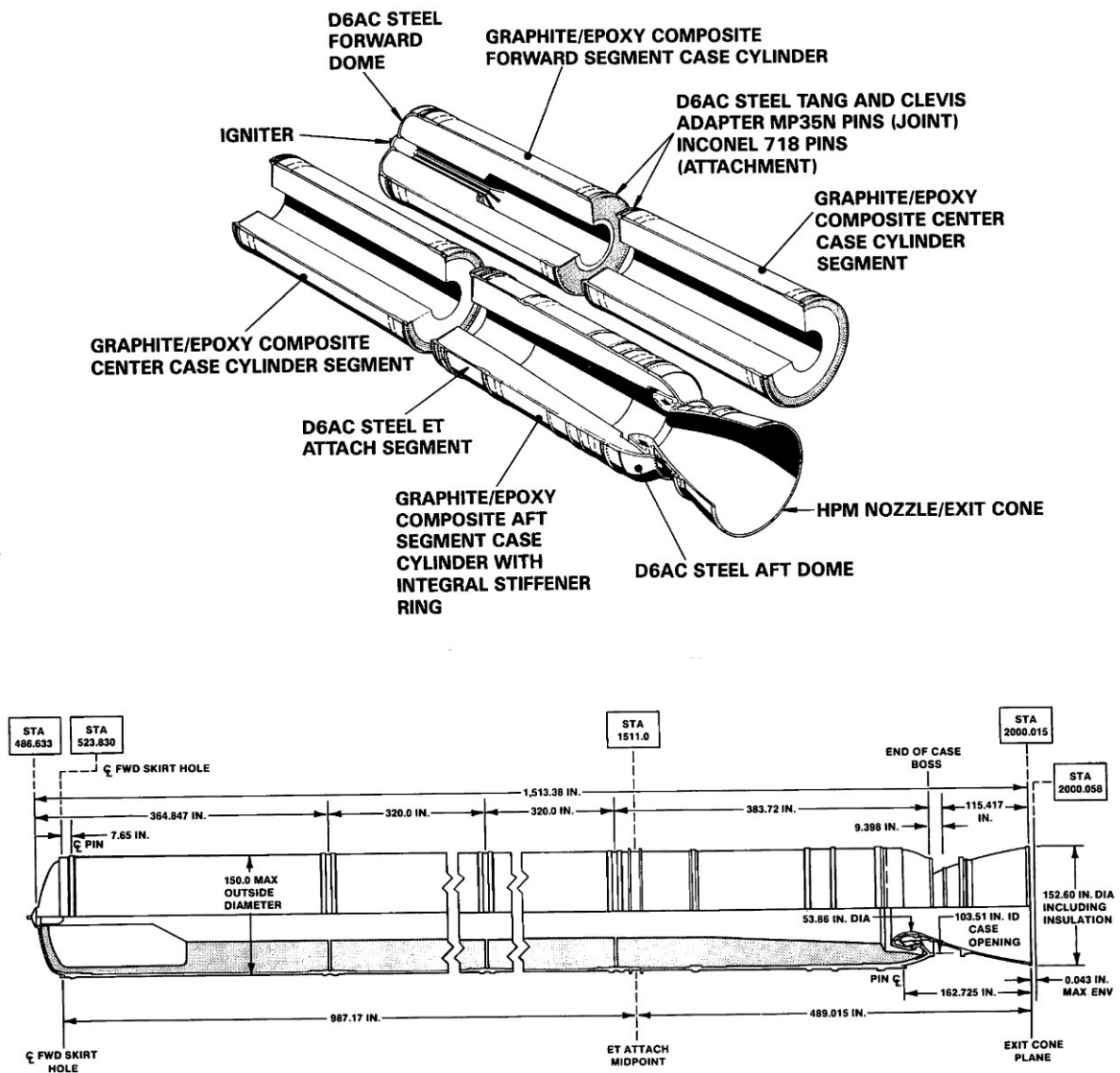


Figura 18 – Configuração de projeto. Fonte: (SADERHOLM, 1985).

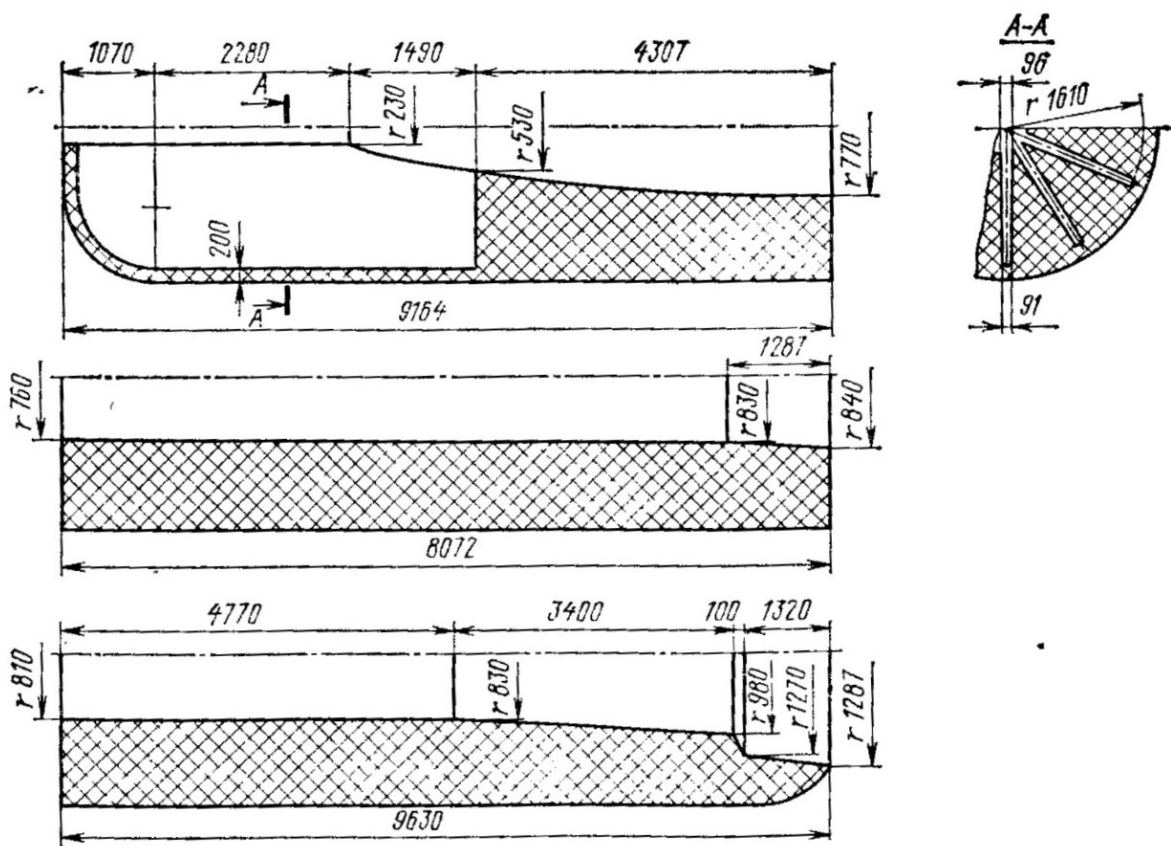


Figura 19 – Configuração de projeto. Fonte: (I.H., 1987).

As Figuras 18 e 19 foram usadas como referência para a criação da geometria utilizada na simulação numérica. Uma importante observação é que em nenhuma referência encontrada, foi possível reproduzir a geometria de forma completa, devido a falta de algumas medidas essenciais, por isso foi necessário fazer algumas adaptações na geometria levando em consideração os dados obtidos. O *ANSYS SpaceClaim* foi utilizado para a geração da geometria, podendo ser visualizada nas Figuras 20 e 21.



Figura 20 – Geometria utilizada nas simulações (vista lateral). Fonte: Autor.

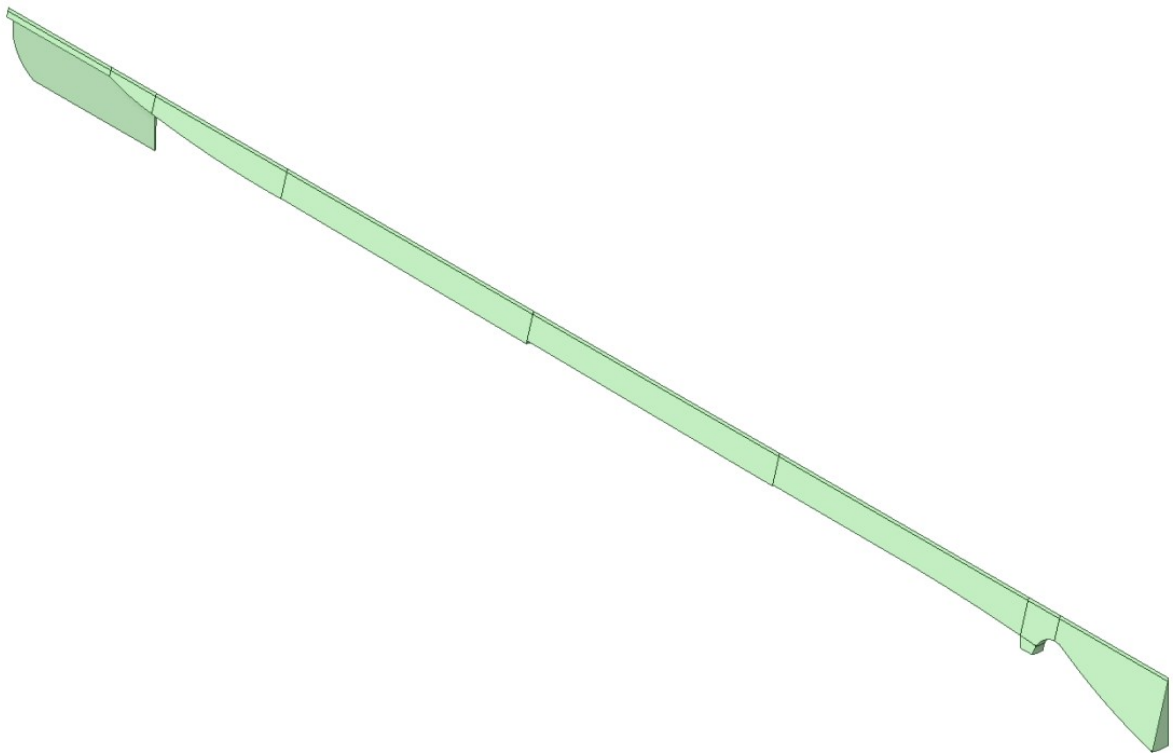


Figura 21 – Geometria utilizada nas simulações (vista isométrica). Fonte: Autor.

Devido as simetrias geométricas existentes, o objeto de estudo não foi reproduzido integralmente (uma revolução no eixo principal de 360°), foi representada apenas uma parte (uma revolução no eixo principal de $16,4^\circ$). Essa simplificação diminui o custo computacional da simulação numérica. A Figura 22 apresenta a simplificação realizada.

É importante observar nas Figuras 20 e 21 que existe uma simplificação no início do bocal de saída do motor de foguete, quando comparada a Figura 18. Outro ponto a ser observado, é que as partes sólidas não foram consideradas (parte hachurada na Figura

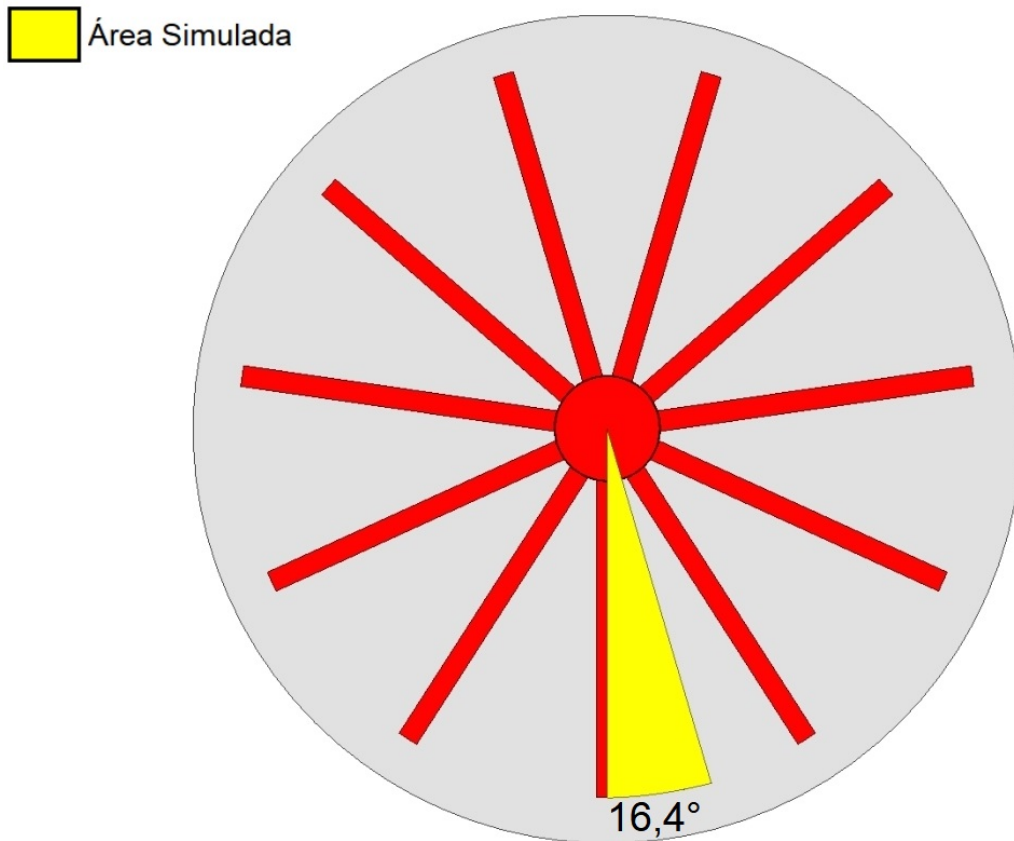


Figura 22 – Representação da área simulada. Fonte: Autor.

19), uma vez que representam o propelente sólido, substituído por um gás equivalente como foi apresentado na Seção 3.3.

Ainda durante o processo de geração da geometria, foram feitas divisões estratégicas para melhorar a qualidade dos elementos em regiões complexas na etapa de malhagem, tornando a malha estruturada e facilitando a utilização de elementos hexaédricos que necessitam de um menor número de elementos para discretizar a malha, quando comparados a elementos tetraédricos (CUNHA, 2005).



Figura 23 – Divisões na geometria para facilitação no processo de malhagem. Fonte: Autor.

3.5 Malha Computacional

Os elementos que irão compor a malha computacional são muito importantes pois afetam diretamente o resultado obtido posteriormente pela simulação numérica, ou seja,

uma boa discretização, diminui o erro numérico atrelado ao problema. Existem vários parâmetros que podem ser utilizados para observar a qualidade da malha.

Para o presente trabalho serão utilizados dois parâmetros para verificar a qualidade da malha, o *skewness* e a razão de aspecto.

3.5.1 Skewness

O *skewness* é uma medida de assimetria das células da malha. Quanto mais próximo de 0 o valor do *skewness*, melhor será a qualidade do elemento (FLUENT et al., 2008).

A Tabela 5 apresenta uma relação entre o valor do *skewness* e a qualidade das células.

Tabela 5 – Relação entre o valor do *skewness* e a qualidade das células.

Valor do Skewness	Qualidade da Célula
1	Degenerado
[0,9; 1,0)	Ruim
[0,75; 0,9)	Pobre
[0,5; 0,75)	Razoável
[0,25; 0,5)	Bom
(0; 0,25)	Excelente
0	Equilátero

Fonte: Adaptado de (FLUENT et al., 2008).

Observando a Tabela 5, nota-se que o mínimo para que a malha tenha elementos razoáveis é que o valor do *skewness* máximo esteja abaixo de 0,75, principalmente nas regiões de importância. Mas vale ressaltar que quanto mais próximo de 0 o *skewness* for, melhor será a qualidade do elemento (FLUENT et al., 2008). A recomendação para o *skewness* máximo é que ele deva ser mantido com valores menores que 0,85 para elementos hexaédricos e menores que 0,95 para tetraédricos, pois a partir desses valores é necessário alterações nos controles do *solver* utilizado para a convergência da simulação (FLUENT et al., 2008; BAKKER, 2002), devido a baixa qualidade desse elemento, que deve ser fortemente evitado. Como dito anteriormente, um *skewness* de 0,75 considera os elementos como razoáveis, e para fins de análise nesse trabalho ele será utilizado como limite para o valor máximo.

A Figura 24 apresenta exemplos de elementos ideais comparados com elementos muito degenerados, ou seja, com alto valor de *skewness*.

3.5.2 Razão de aspecto

A razão de aspecto pode ser definida como uma medida entre o comprimento da célula. Ela é calculada a partir da razão de valores máximos e mínimos, como por exemplo

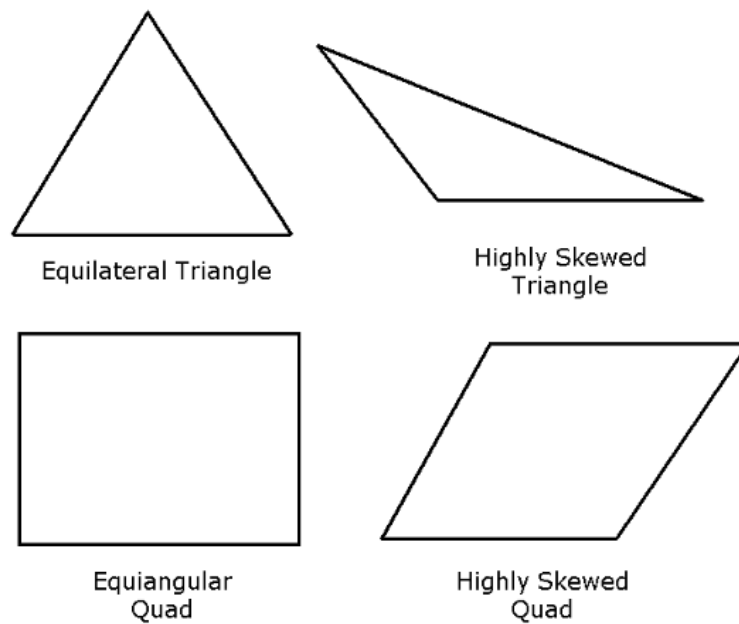


Figura 24 – Comparação entre um elemento ideal e um degenerado. Fonte: (FLUENT et al., 2008).

entre as distâncias normais entre o centroide da célula e os centroides da face (TURÉ-GANO, 2019).

Para um elemento hexaédrico quadrilátero, a razão de aspecto é definida como mostrado pela Equação 3.7 (CUNHA, 2005):

$$Q_{AR} = \frac{\max[e_1, e_2, \dots, e_f]}{\min[e_1, e_2, \dots, e_f]} \quad (3.7)$$

Onde f é o número total de direções coordenadas associadas ao elemento e e_i é o comprimento médio das arestas em uma direção coordenada local (i) ao elemento (CUNHA, 2005).

O valor de f varia dependendo do tipo de elemento utilizado. Sendo $f = 2$ para um elemento quadrilátero e, $f = 3$ para um hexaédrico (CUNHA, 2005).

A razão de aspecto igual a 1 representa um elemento equilátero. Entretanto, podem ser encontradas variações nesse valor quando a ferramenta *inflation* é utilizada (TURÉ-GANO, 2019; FLUENT et al., 2008; CUNHA, 2005). Dessa forma, a malha computacional deve ter um valor da razão de aspecto moderado (<10) (CUNHA, 2005).

Algumas recomendações quanto a razão de aspecto para escoamentos altamente anisotrópicos são apresentadas abaixo (GUIDE et al., 2013).

- Para as regiões longe da parede (fluxo em massa), a razão de aspecto não deve ser

superior a 5:1;

- As células quadriláteros e hexaédricas dentro da camada limite podem ter uma razão de aspecto de até 10:1 na maior parte dos casos;
- A estabilidade da solução da energia pode ir até uma razão de aspecto máxima de 35:1. Entretanto, quanto a estabilidade da solução do escoamento, ela pode ir até o mais alto possível.

3.5.3 Malha no Motor de Foguete

As malhas criadas serão apresentadas nessa subsecção. O sistema de referência utilizado pode ser observado pela Figura 25.

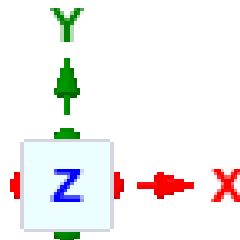


Figura 25 – Sistema de referência utilizado. Fonte: Adaptado do ANSYS *Fluent*.

3.5.3.1 Convergência de Malha

Foram realizadas quatro malhas com o intuito de analisar sua influência nos resultados. É importante ressaltar que o nível de refino e as características foram diferentes para cada malha.

Devido ao tamanho do *Space Shuttle* SRB, foi realizada uma divisão da geometria para a apresentação da malha. Com isso, a representação será feita por seções, sendo elas: A, B, C, D, E e F, respectivamente. A Figura 26 apresenta as divisões realizadas.

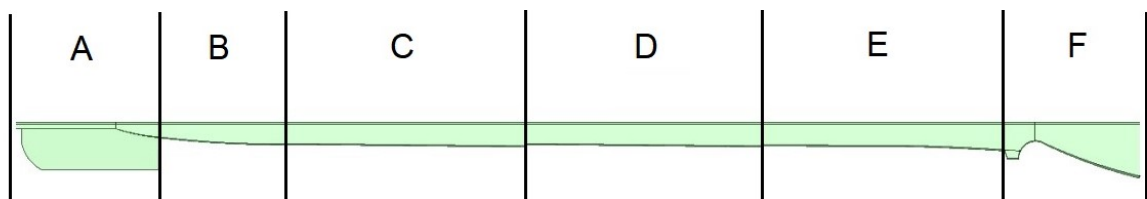


Figura 26 – Divisões do *Space Shuttle* SRB nas seções A, B, C, D, E e F. Fonte: Autor.

A malha 1 é apresentada pelas Figuras 27, 28, 29, 30, 31 e 32. A malha 2 é apresentada pelas Figuras 33, 34, 35, 36, 37 e 38. A malha 3 é apresentada pelas Figuras

39, 40, 41, 42, 43 e 44. Observe que não foram inseridas figuras referentes a malha 4 devido ao seu grande número de elementos, o que inviabiliza uma boa representação.

É importante ressaltar que as figuras das malhas 1, 2 e 3 de forma ampliada encontram-se no Apêndice B.

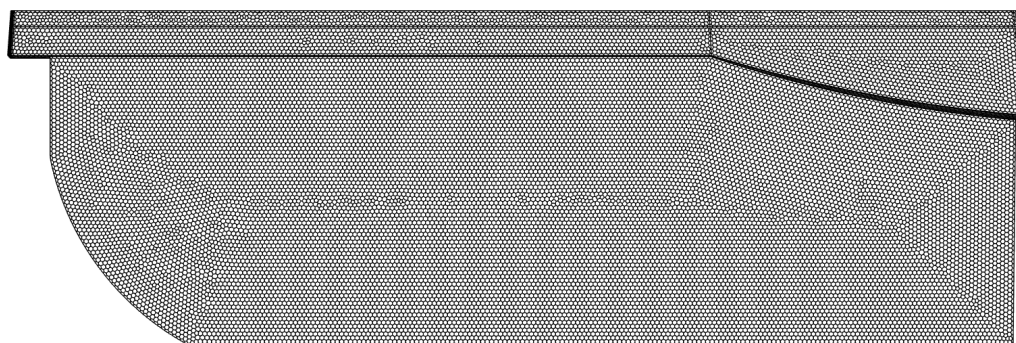


Figura 27 – Seção A da malha 1. Fonte: Autor.

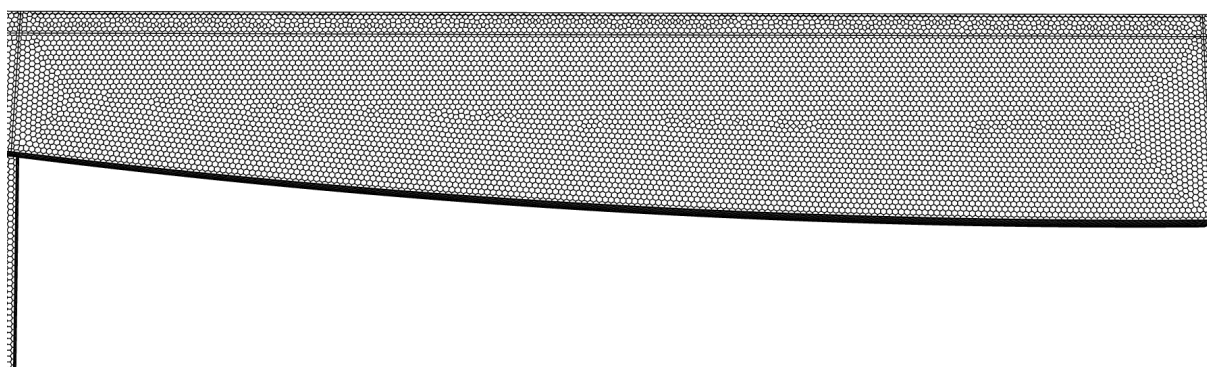


Figura 28 – Seção B da malha 1. Fonte: Autor.

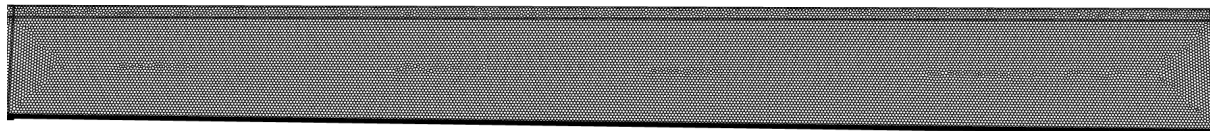


Figura 29 – Seção C da malha 1. Fonte: Autor.

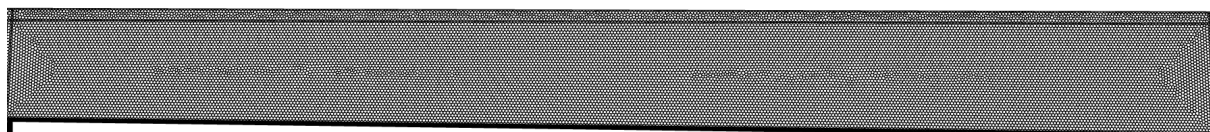


Figura 30 – Seção D da malha 1. Fonte: Autor.

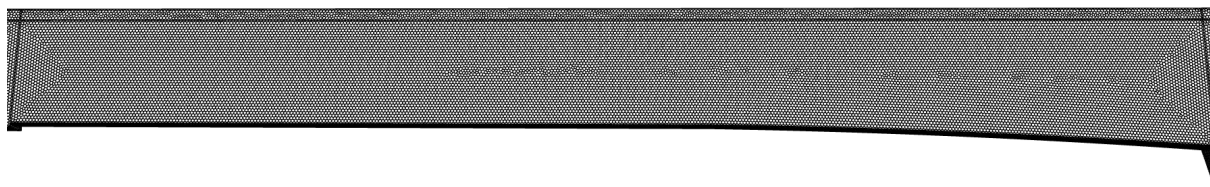


Figura 31 – Seção E da malha 1. Fonte: Autor.

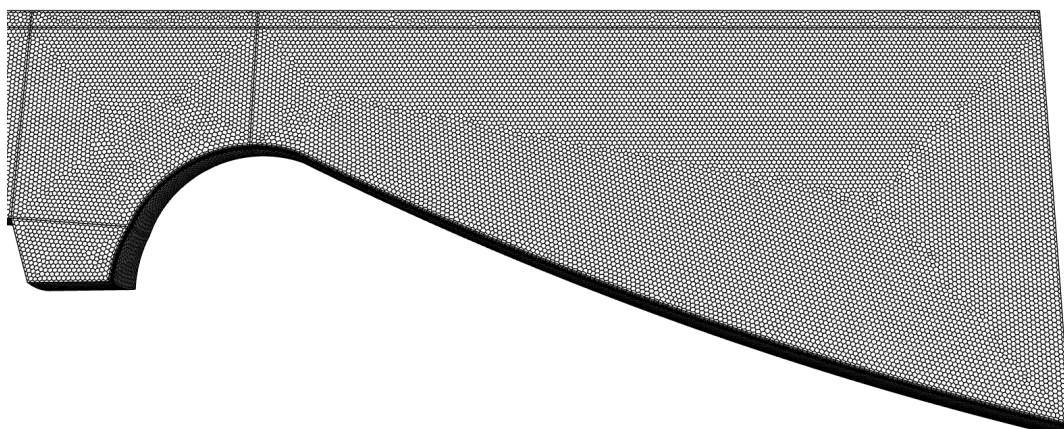


Figura 32 – Seção F da malha 1. Fonte: Autor.

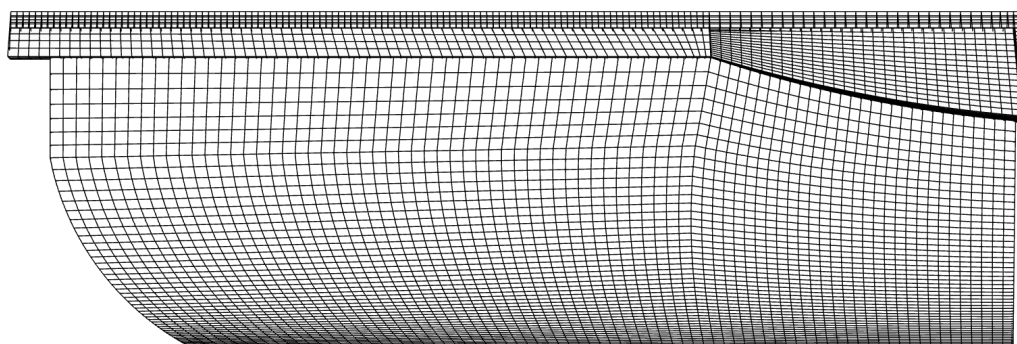


Figura 33 – Seção A da malha 2. Fonte: Autor.

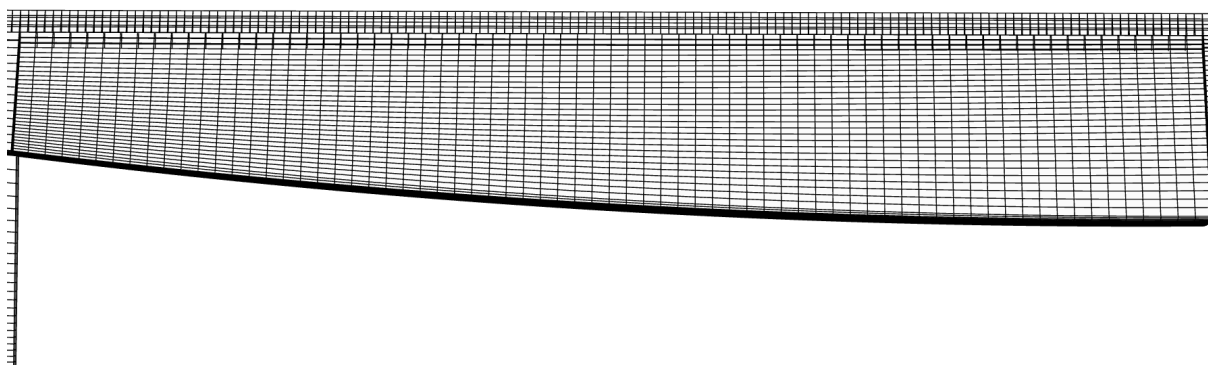


Figura 34 – Seção B da malha 2. Fonte: Autor.

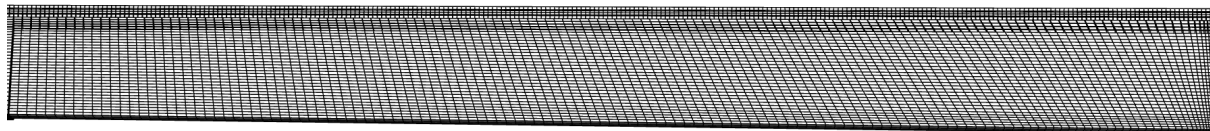


Figura 35 – Seção C da malha 2. Fonte: Autor.

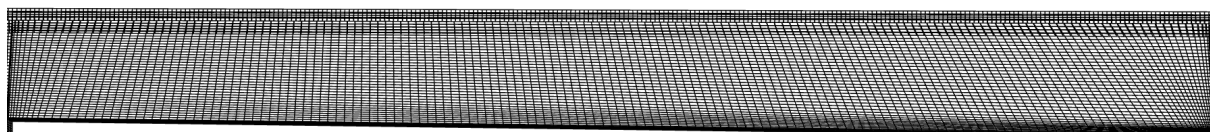


Figura 36 – Seção D da malha 2. Fonte: Autor.

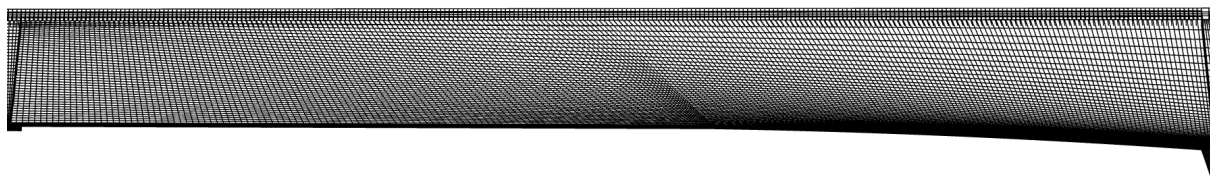


Figura 37 – Seção E da malha 2. Fonte: Autor.

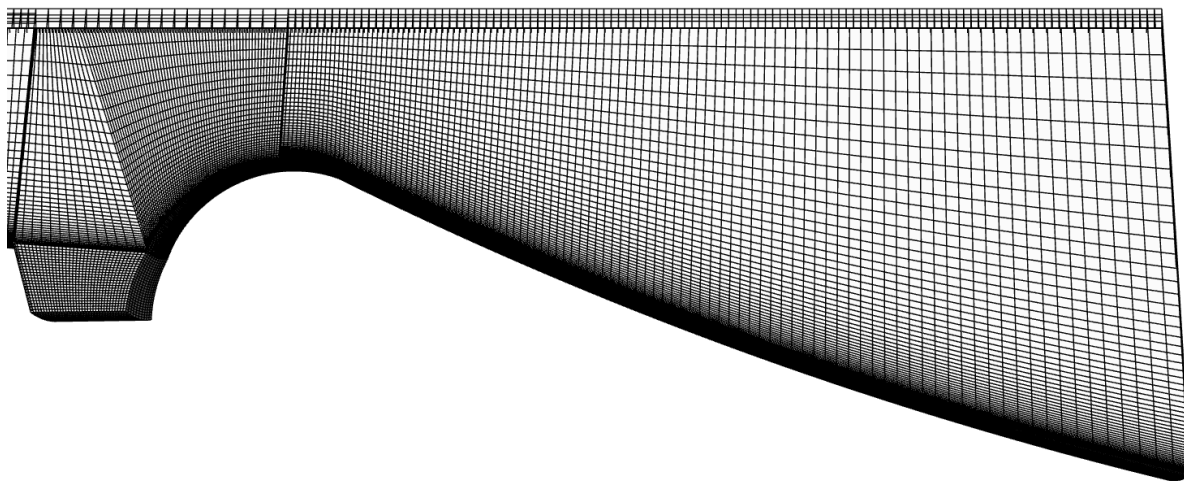


Figura 38 – Seção F da malha 2. Fonte: Autor.

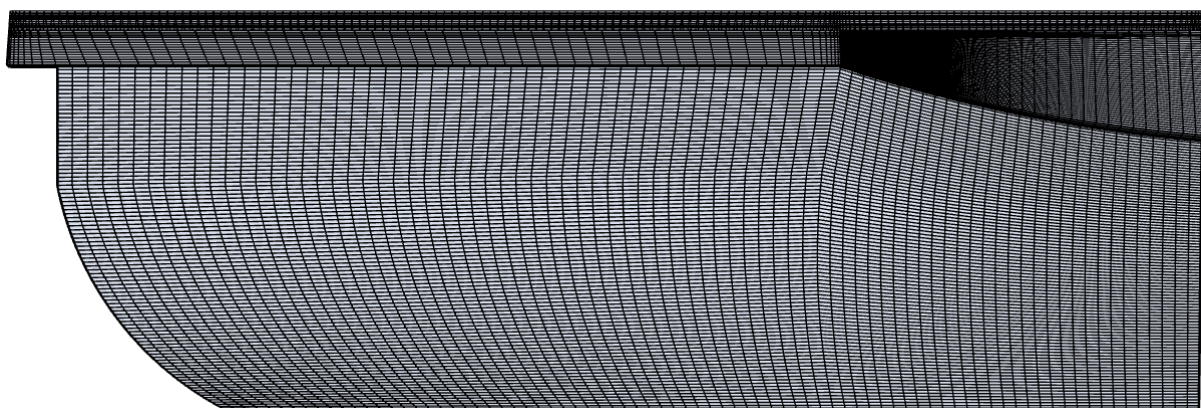


Figura 39 – Seção A da malha 3. Fonte: Autor.



Figura 40 – Seção B da malha 3. Fonte: Autor.

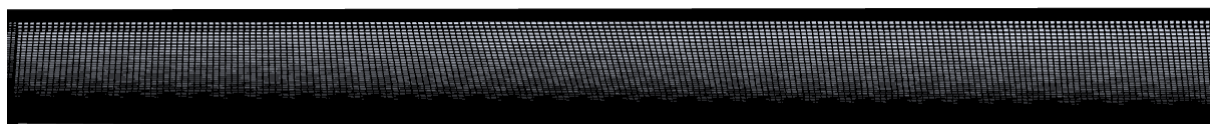


Figura 41 – Seção C da malha 3. Fonte: Autor.

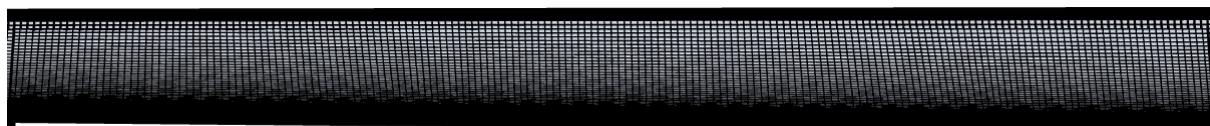


Figura 42 – Seção D da malha 3. Fonte: Autor.

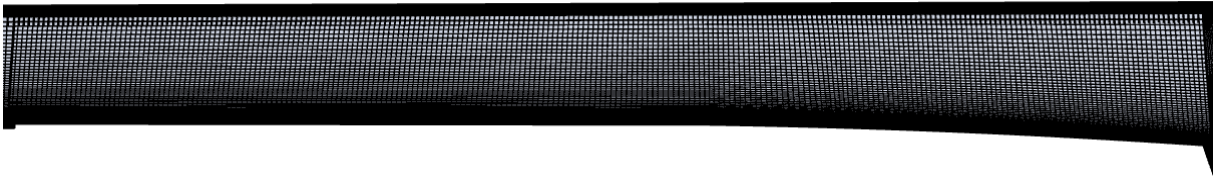


Figura 43 – Seção E da malha 3. Fonte: Autor.

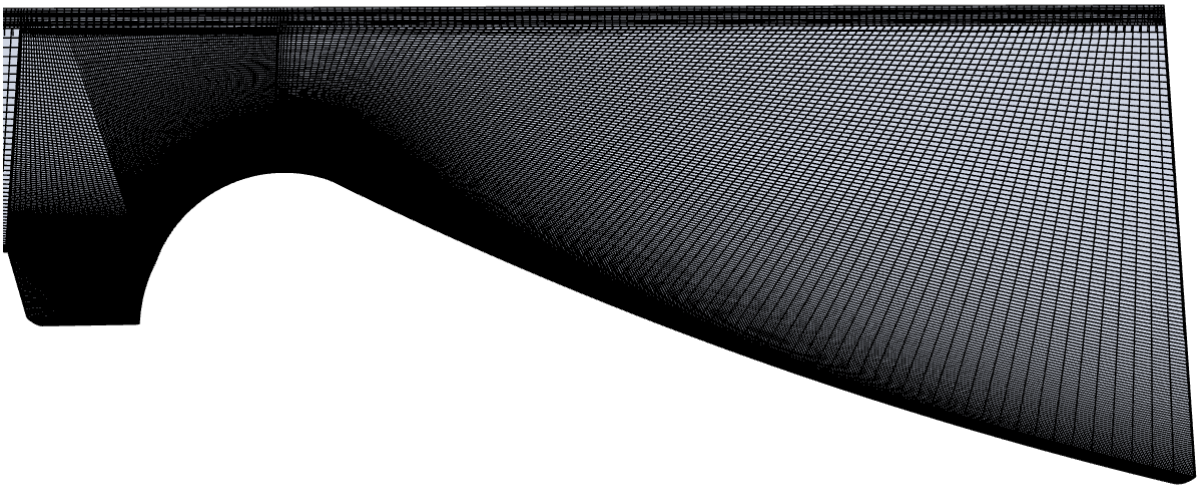


Figura 44 – Seção F da malha 3. Fonte: Autor.

A Tabela 6 apresenta algumas características gerais das malhas utilizadas.

Tabela 6 – Características das malhas.

Identificação da Malha	Nº Células	<i>Skewness</i> (Máximo/Médio)	Razão de Aspecto (Máximo/Médio)
1- Poliédrica de N° Lados Irregulares	511.217	0,78/0,06	23,55/2,61
2 - Hexaédrica	511.268	0,73/0,22	65,28/7,79
3 - Hexaédrica	1.789.811	0,73/0,11	47,71/7,34
4 - Hexaédrica	7.623.789	0,73/0,077	32,51/4,36

Fonte: Autor.

Observando a Tabela 6, é possível notar que cada malha tem suas características próprias. A malha 1 foi realizada no *Fluent meshing* e tem como sua característica principal a utilização de elementos do tipo poliédricos de número de lados não regulares. É importante observar que o valor do *skewness* máximo ficou 4% maior do que a faixa

de elementos considerados razoáveis, porém isso ocorreu em uma baixa porcentagem da quantidade total de células (menos de 1% do total). O *skewness* médio teve um valor de 0,06 que é muito próximo ao valor de 0, onde os elementos são considerados como equiláteros. Referente a razão de aspecto máxima e média, essa foi a malha que obteve os valores mais baixos (mais que 50% melhor comparados as malhas 2 e 3).

A malha 2 tem elementos do tipo hexaédricos. Ela teve o valor do *skewness* máximo melhor do que o da malha 1, sendo que eles ficaram dentro da faixa que considera os elementos como razoáveis. O valor do *skewness* médio de 0,22 não superou o encontrado na malha 1, no entanto são considerados como elementos excelentes. Referente a razão de aspecto máxima, foi obtido um valor de 65,28. Esses valores mais elevados são localizados nas regiões complexas da geometria, onde existe a ocorrência de curvaturas e cantos agudos e ainda em regiões onde os elementos encontram-se com uma alta diferença em relação as suas medidas, ocasionando em elementos longos ou finos. O limite de 512.000 células é um dos fatores que dificulta um maior refinamento da malha, pois ele limita uma melhor distribuição e qualidade dos elementos.

A malha 3 foi realizada com o objetivo de refinar a malha 2. Dessa forma, a malha 3 obteve uma melhora de 100% em relação ao *skewness* médio da malha 2, que já apresentava resultados satisfatórios uma vez que ficou abaixo de 0,33. Em relação a razão de aspecto, a malha 3 teve uma melhora de 36,83% na máxima e 6,13% na média, quando comparada a malha 2. Outro ponto importante a ser observado é que a malha 3 teve um aumento de aproximadamente 3,5 vezes no número de células presentes na malha 2.

A malha 4 contou com refinamentos na malha 3. É possível observar que o valor do *skewness* máximo manteve-se e o médio teve uma melhora de 42,86% em relação a malha 3. Referente a razão de aspecto máxima foi obtida uma melhora de 46,75% e em relação ao valor médio, uma melhora de 68,35%. Referente ao número de células, foi obtido um valor de aproximadamente 4,26 vezes maior do que o da malha 3.

Ainda observando a Tabela 6, o leitor pode concluir precipitadamente que alguns dos refinamentos realizados não tiveram um bom custo-benefício, uma vez que a quantidade de elementos teve um crescimento expressivo em relação a qualidade adquirida para alguns parâmetros (como por exemplo na razão de aspecto máxima das malhas 2, 3 e 4, que se manteve constante, ou até mesmo em relação a melhora de 6,13% referente a razão de aspecto média da malha 3 em relação a malha 2 a um custo do número total de células aproximadamente 3,5 vezes maior e ainda sobre a malha 4 ter tido valores de métricas de qualidade melhores do que a malha 1 apenas no *skewness* máximo a um custo de 14,91 vezes mais células). Porém, um fator crucial a ser levado em consideração é que neste trabalho, está sendo analisado apenas duas métricas de qualidade, mas no total existem mais de dez, como por exemplo a qualidade ortogonal e o desvio paralelo que provavelmente também sofreram alterações. É importante lembrar que um maior número

de células também pode ser responsável por captar mais detalhes do escoamento. Dessa forma, o ganho expressivo ou não de qualidade nos resultados da simulação devido ao refino da malha será discutido no Capítulo 5.

3.5.4 Condições de Contorno

As condições de contorno devem ser inseridas de forma a estarem o mais próximo possível da realidade, pois elas tem forte impacto nos resultados da simulação numérica (CUNHA, 2005).

A localização das condições de contorno para o caso de estudo desse trabalho podem ser observadas nas Figuras 45 e 46. A coloração azul representa a entrada do sistema, a cor verde as regiões de simetria, a cor preta as paredes e a laranja a saída do sistema.

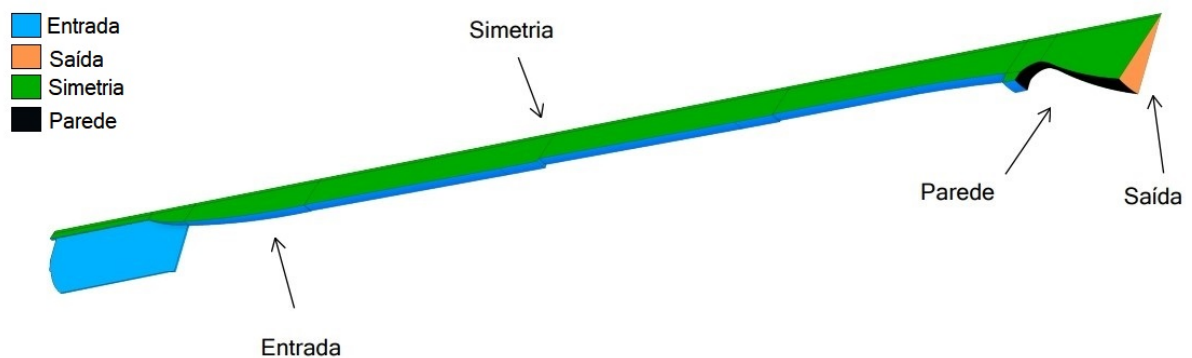


Figura 45 – Localização das condições de contorno (vista 1). Fonte: Autor.

3.5.4.1 Paredes

Para as paredes do motor de foguete foram utilizadas as condições de contorno de não deslizamento.

Para as regiões próximas da parede das malhas 2, 3 e 4, foi realizado um maior refinamento de malha na direção normal a parede para que ocorra uma melhor precisão da camada limite. Para a malha 1 foi utilizada a ferramenta *inflation*.

3.5.4.2 Entrada

Uma vazão mássica de $4480,49 \frac{kg}{s}$ foi calculado com base na Equação 2.3. Porém, devido a utilização das simetrias discutidas anteriormente, é possível dividir esse valor em 22 partes iguais, sendo que apenas uma delas resulta em $203,66 \frac{kg}{s}$ e pode ser utilizada para representar a condição de contorno de entrada do sistema.

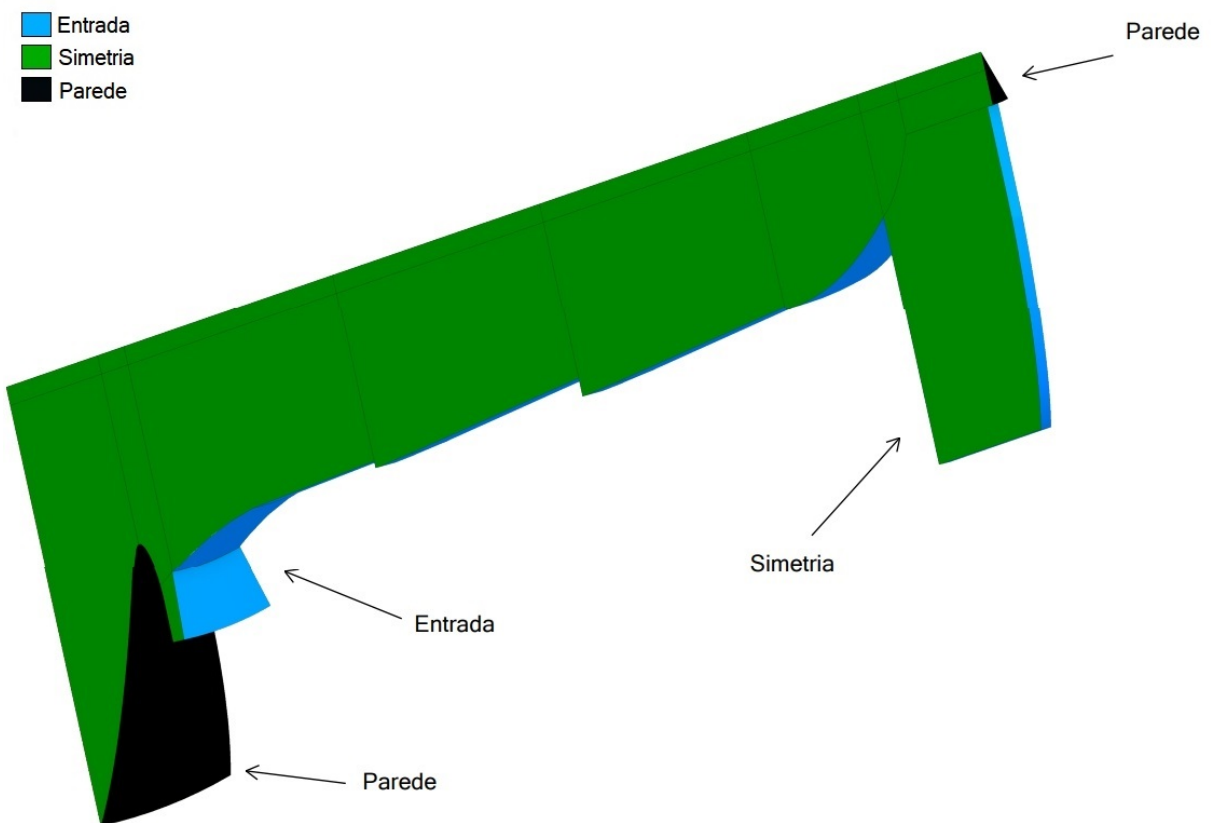


Figura 46 – Localização das condições de contorno (vista 2). Fonte: Autor.

Uma vez tendo a vazão mássica, é possível calcular a velocidade do gás como uma condição de contorno alternativa para a entrada do sistema. A realização desse cálculo foi derivado das formulações matemáticas apresentadas na seção 2.3.2.

A Equação 3.8 apresenta a velocidade de entrada dos gases no sistema.

$$V_{gas} = \frac{\dot{m}}{\rho_{gas} \times A_s} \quad (3.8)$$

Onde:

ρ_{gas} é a densidade do gás equivalente ao propelente sólido.

O resultado foi calculado pela Equação 3.8, gerando o valor de $2,43 \frac{m}{s}$.

O desenvolvimento e os passos necessários para a obtenção da condição de contorno de entrada podem ser vistos por meio de um código compatível com o MATLAB (MATLAB, 2022), disponibilizado no Apêndice A.

Referente a temperatura de *backflow* foi utilizado o valor de 3445,78 K.

3.5.4.3 Saída

Na saída, foi utilizada uma condição de contorno de diferença de pressão. A pressão manométrica (*gauge pressure*) foi utilizada como sendo zero. A temperatura de *backflow* foi de 2338,88 K.

4 Resolução Numérica

As simulações numéricas foram realizadas no ANSYS *Fluent* a partir da resolução das equações governantes por meio do método dos volumes finitos (MVF) nas malhas apresentadas na seção 3.5.3. É importante ressaltar que no MVF o *Fluent* resolve um sistema de equações de forma iterativa, gerado pela integração das equações diferenciais governantes. Sendo necessário uma estimativa inicial de valores para a resolução do campo de escoamento. Com isso, quanto mais próximo da solução for essa estimativa, mais rápido será a convergência da simulação (CUNHA, 2005).

A estabilidade nos cálculos é um ponto fundamental e devido a isso, para todas as simulações foi utilizada precisão dupla com o intuito de diminuir a instabilidade da solução.

Para todas as simulações o número de Courant (malha 1) e os fatores de sub-relaxação (malhas 1, 2, 3 e 4) foram reduzidos quando os gráfico de convergência demonstravam oscilações que ocasionariam uma divergência de solução. Esses fatores eram reduzidos em um passo de 0,1, quando necessário.

4.1 Configuração e Convergência das Simulações

4.1.1 1ª Configuração

O *solver* utilizado nas simulações foi o *density-based* por ter sido originalmente projetado para escoamentos compressíveis de alta velocidade (GUIDE et al., 2013). Inclusive é utilizado quando existe uma grande interdependência entre energia, densidade, momento e/ou espécies (ANSYS, 2010). A formulação foi resolvida de forma implícita, uma vez que é a mais apropriada para escoamentos compressíveis de alta velocidade com combustão (SOFIALIDIS, 2013). Em relação a discretização espacial, o esquema *upwind* de segunda ordem foi utilizado nas equações do escoamento devido a sua complexidade (FLUENT et al., 2020). E para o *gradient*, será utilizado o *Least Squares Cell Based* devido ao seu custo-benefício em relação ao *Green-Gauss Cell Based* e o *Green-Gauss Node Based*. O *Flux type* utilizado foi o Roe-FDS, sendo esse o mais recomendado para a maioria dos escoamentos (FLUENT, 2012). Referente a turbulência, foi utilizado o modelo LES com o modelo de submalha dinâmico de Smagorinsky-Lilly, como discutido ao longo desse trabalho. A equação da energia também foi utilizada. O passo de tempo foi configurado para 0,001 s.

Utilizando essas configurações, a simulação não atingiu a convergência para as malhas 2, 3 e 4, sendo então necessária uma nova configuração para essas malhas.

4.1.2 2ª Configuração

O *solver* baseado na pressão foi utilizado como uma alternativa devido a falta de convergência alcançada na primeira simulação realizada na seção 4.1. Originalmente ele foi criado para a resolução de escoamentos incompressíveis de baixa velocidade. Entretanto, atualmente ele pode ser usado para uma gama muito maior de escoamentos (FLUENT et al., 2020).

As configurações iniciais utilizadas na simulação foram baseadas no comportamento do escoamento. Para o acoplamento pressão-velocidade foi utilizado o esquema SIMPLEC que é recomendado para o modelo LES, sendo que geralmente necessita de um passo de tempo pequeno (GUIDE et al., 2013). Referente a discretização espacial, para todas as equações foi utilizado o esquema *Second Order Upwind* e, para a pressão, o esquema *Second Order*, que é recomendado para escoamentos compressíveis em geral e tem melhor precisão quando os outros modelos não são aplicáveis (GUIDE et al., 2013). Referente a opção *gradient*, será utilizado o Least Squares Cell Based e para a turbulência, o modelo LES com o modelo de submalha dinâmico de Smagorinsky-Lilly como na 1ª configuração. A equação da energia também foi utilizada. Essa configuração foi utilizada para as malhas 2, 3 e 4.

Foi utilizado um passo de tempo de 0,001 s para as malhas 2 e 3. Para a malha 4, o passo de tempo foi de 0,0005 s até aproximadamente metade da simulação para uma melhor convergência, logo após, esse valor foi modificado para 0,001 s.

4.1.3 Convergência

Os critérios de convergência utilizados foram os padrões do Ansys, onde cada resíduo deve atingir o valor de 1×10^{-3} com exceção do resíduo da equação da energia que é de 1×10^{-6} .

A Tabela 7 apresenta os resíduos obtidos para cada equação resolvida durante a última iteração da simulação.

Tabela 7 – Resíduos das simulações.

Equações	Referência	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Continuidade	1×10^{-3}	$2,66 \times 10^{-03}$	$1,17 \times 10^{-03}$	$7,53 \times 10^{-4}$	$1,37 \times 10^{-3}$
Vel. x	1×10^{-3}	$7,73 \times 10^{-04}$	$4,57 \times 10^{-04}$	$4,90 \times 10^{-5}$	$3,23 \times 10^{-5}$
Vel. y	1×10^{-3}	$2,87 \times 10^{-03}$	$3,37 \times 10^{-04}$	$3,20 \times 10^{-5}$	$2,67 \times 10^{-5}$
Vel. z	1×10^{-3}	$9,52 \times 10^{-04}$	$1,87 \times 10^{-04}$	$2,38 \times 10^{-5}$	$1,98 \times 10^{-5}$
Energia	1×10^{-6}	$1,79 \times 10^{-03}$	$1,39 \times 10^{-05}$	$8,97 \times 10^{-6}$	$2,72 \times 10^{-5}$

Fonte: Autor.

Observando a Tabela 7, nota-se que em todas as malhas, pelo menos uma equação não atingiu o valor do resíduo esperado.

5 Resultados e Discussões

Os resultados e as discussões serão apresentadas por parâmetro analisado. Para cada um deles, serão mostradas as figuras referentes as malhas 1, 2, 3 e 4, respectivamente. É importante mencionar que durante todo o capítulo, as figuras estão com um escalonamento ajustado para 20% no eixo x. Isso ocorre para uma melhor visualização dos resultados devido ao tamanho da geometria.

Os resultados foram obtidos para o tempo de 1,352 s do comportamento do escoamento.

O sistema de referência utilizado é o mesmo apresentado pela Figura 25.

As divisões apresentadas na Figura 26 também serão utilizadas em alguns momentos para facilitar a apresentação e discussão dos resultados.

5.1 Vorticidade

As figuras referentes a vorticidade em (s^{-1}) são apresentadas na seguinte ordem:

- Vorticidade no eixo x;
- Vorticidade no eixo y;
- Magnitude da vorticidade.

Para as malhas 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

5.1.1 Malha 1

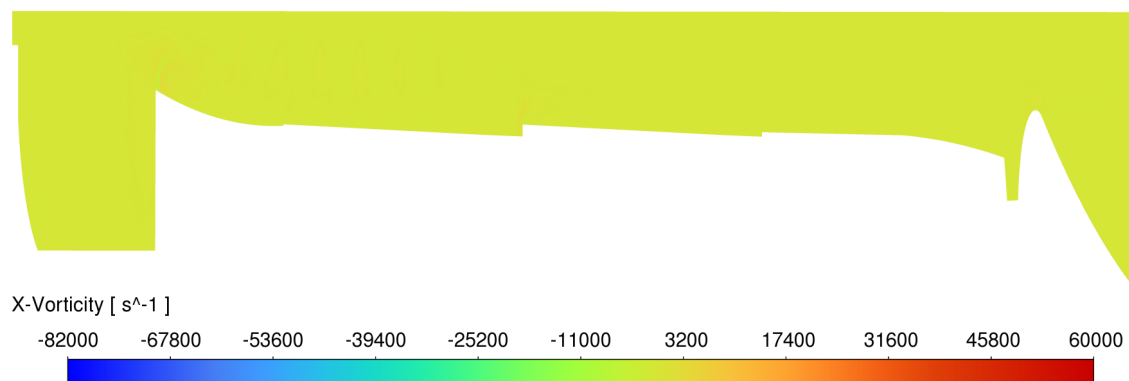


Figura 47 – Vorticidade em x para a malha 1. Fonte: Autor.

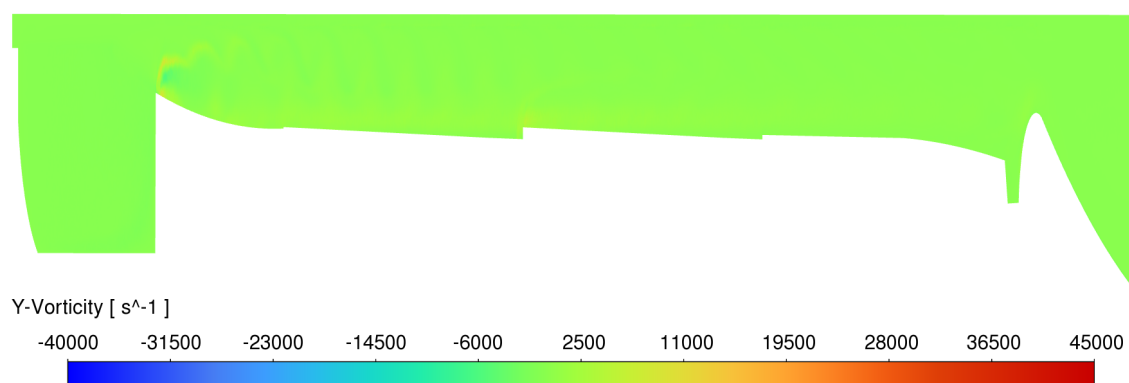


Figura 48 – Vorticidade em y para a malha 1. Fonte: Autor.

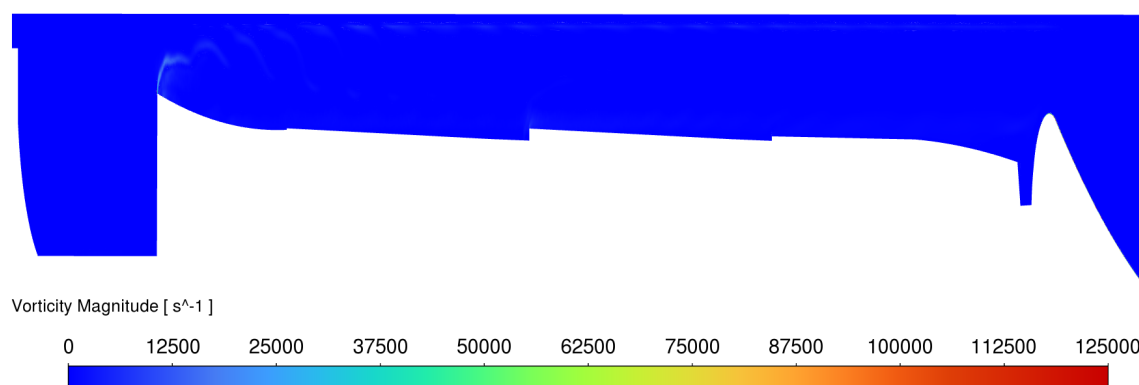


Figura 49 – Magnitude da vorticidade para a malha 1. Fonte: Autor.

5.1.2 Malha 2

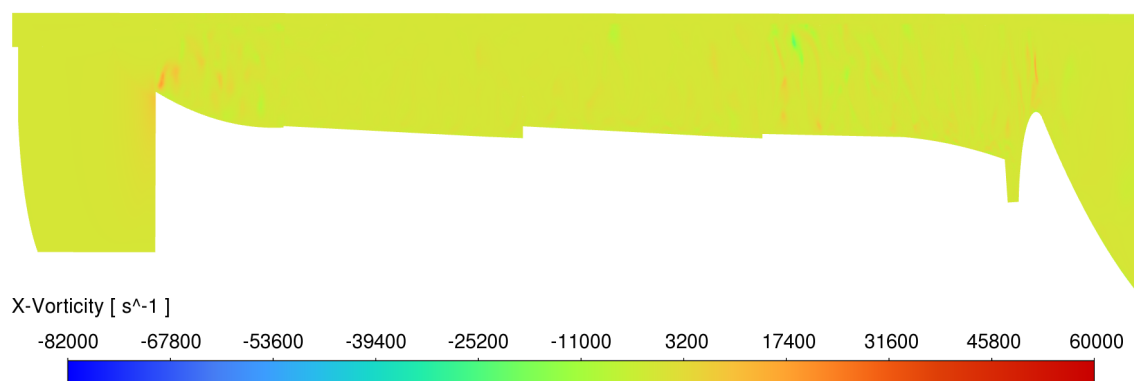


Figura 50 – Vorticidade em x para a malha 2. Fonte: Autor.

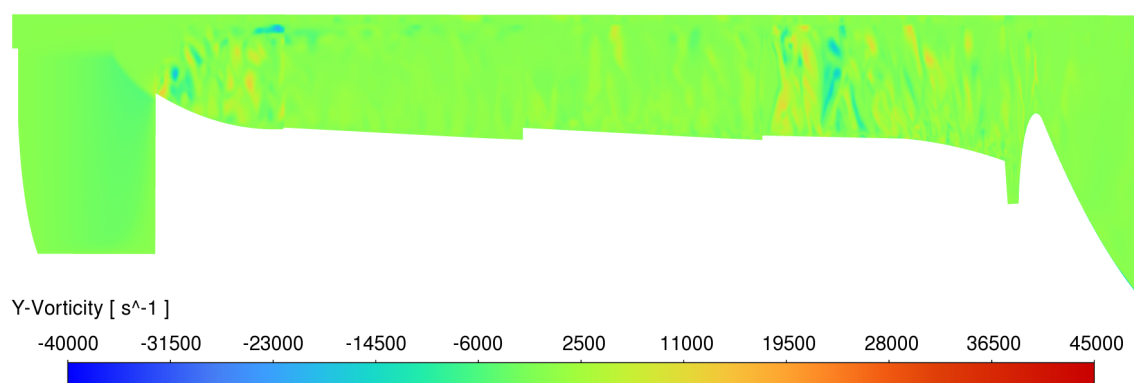


Figura 51 – Vorticidade em y para a malha 2. Fonte: Autor.

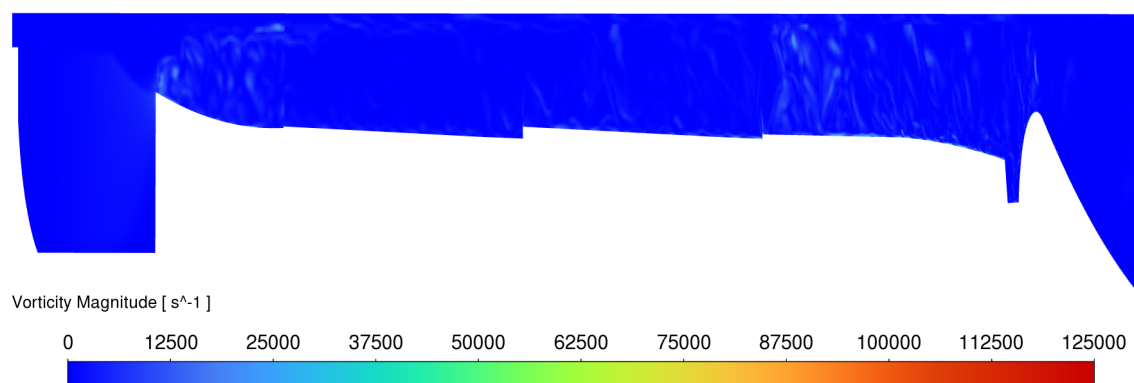


Figura 52 – Magnitude da vorticidade para a malha 2. Fonte: Autor.

5.1.3 Malha 3

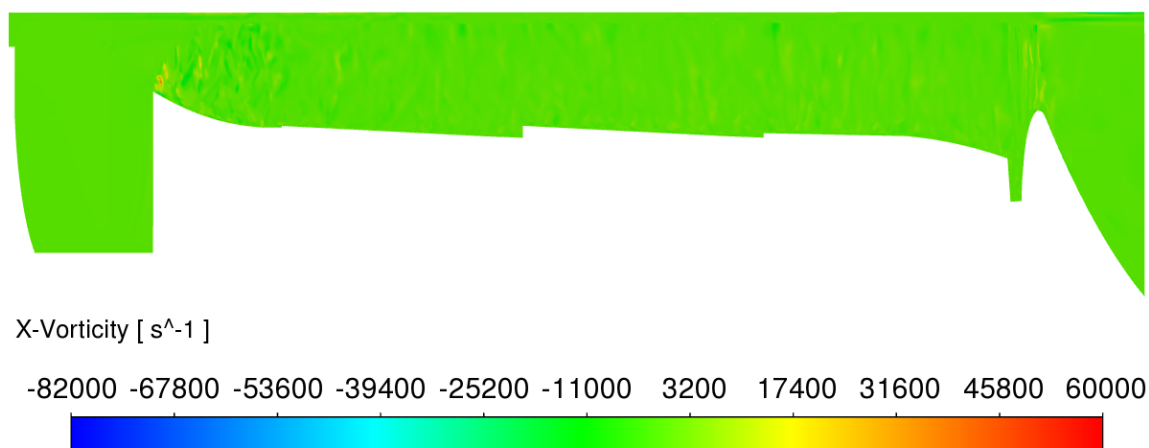


Figura 53 – Vorticidade em x para a malha 3. Fonte: Autor.

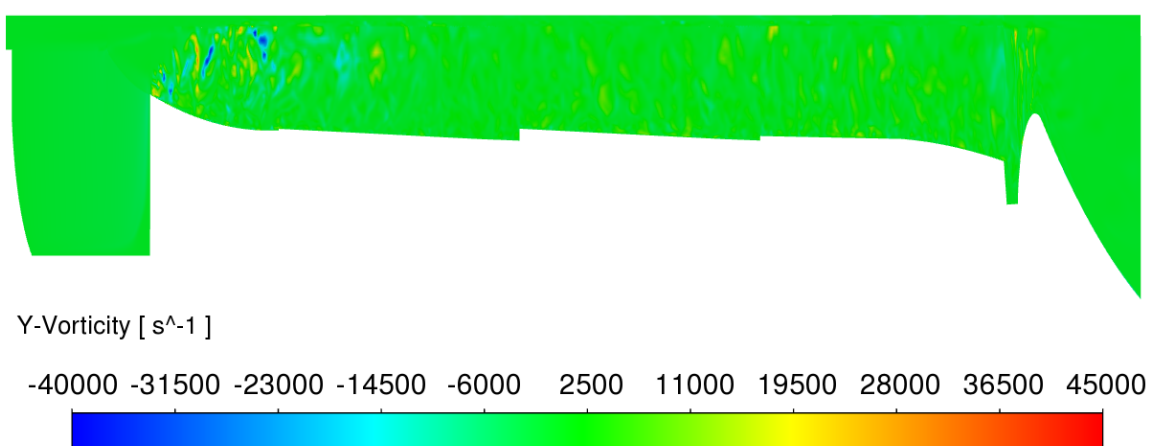


Figura 54 – Vorticidade em y para a malha 3. Fonte: Autor.

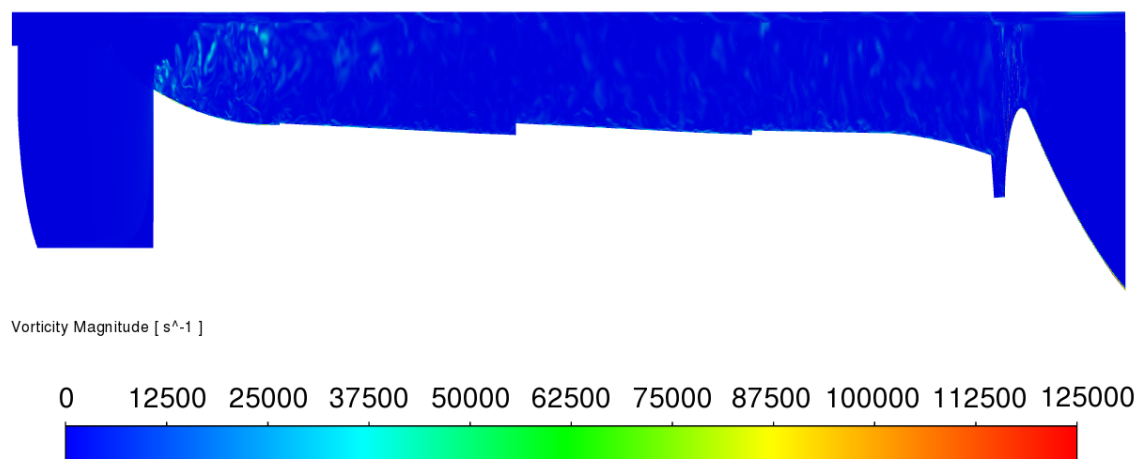


Figura 55 – Magnitude da vorticidade para a malha 3. Fonte: Autor.

5.1.4 Malha 4

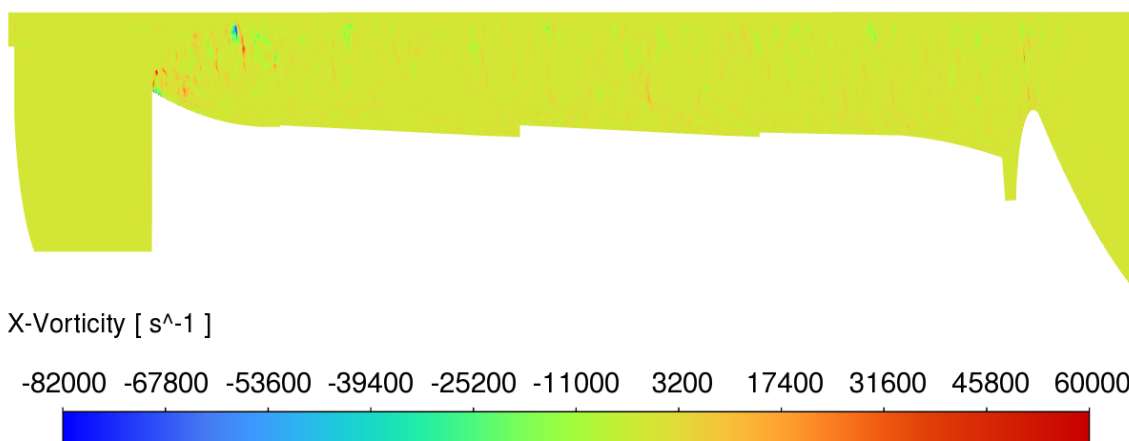


Figura 56 – Vorticidade em x para a malha 4. Fonte: Autor.

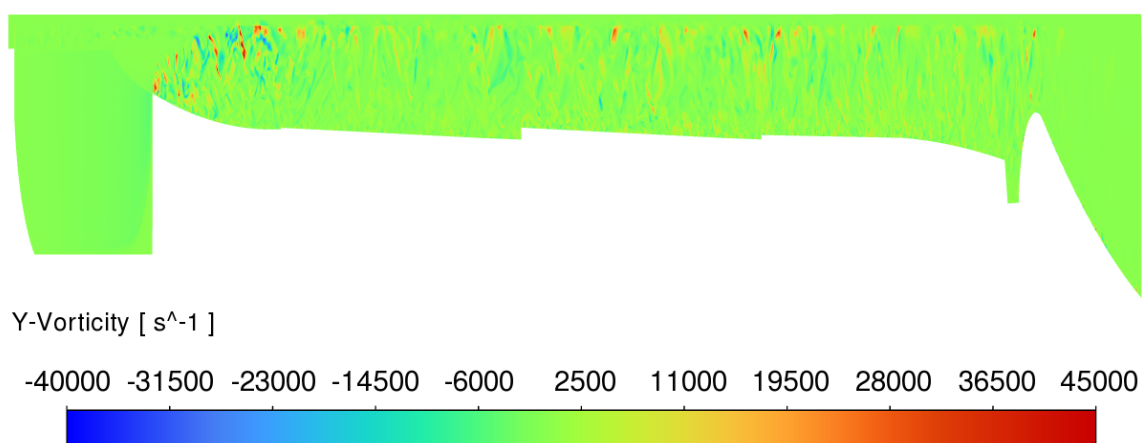


Figura 57 – Vorticidade em y para a malha 4. Fonte: Autor.

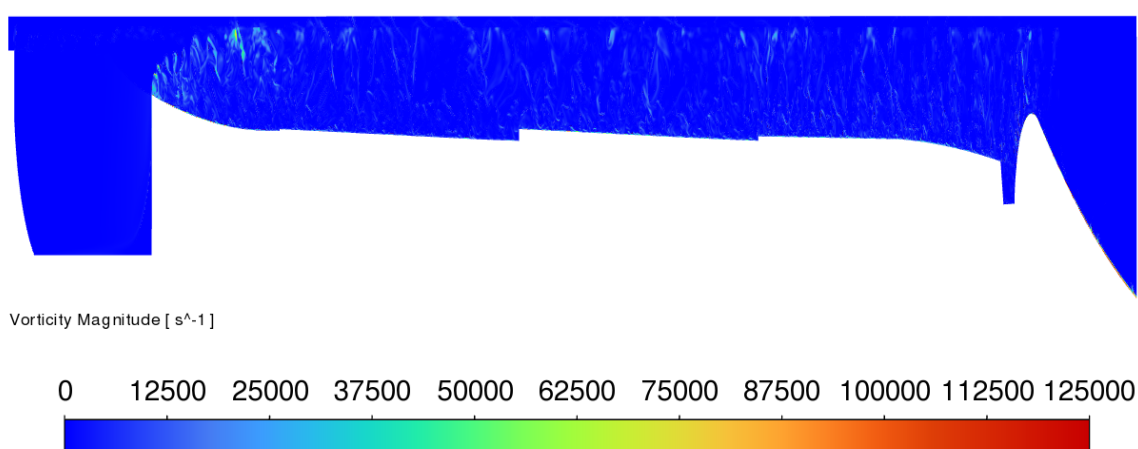


Figura 58 – Magnitude da vorticidade para a malha 4. Fonte: Autor.

A partir das figuras referentes a vorticidade, nota-se o comportamento transiente do escoamento nos resultados das malhas analisadas. Ainda é possível visualizar regiões de recirculação devido aos vórtices. Os resultados com maior nível de detalhes foram obtidos nas malhas 4, 2, 3 e 1, respectivamente e mostraram várias escalas de comprimento do escoamento, sendo as maiores coincidentes com a mesma ordem de grandeza da dimensão da geometria (vorticidade em x e em y). Referente a malha 1, mesmo podendo ser observados vórtices em algumas das regiões das malhas 2, 3 e 4, não foi possível verificar o mesmo grau de detalhamento, ou seja, não foi possível obter a variabilidade das escalas de comprimento encontradas nos resultados das demais malhas.

Ainda é possível observar que existem vórtices através de toda a geometria (principalmente nos resultados referentes a malha 4), que é uma característica do escoamento turbulento, com uma maior concentração na seção B, seguida da região de entrada do bocal.

5.2 Velocidade

As figuras referentes a velocidade no eixo x em ($\frac{m}{s}$) serão apresentadas para as malhas 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

5.2.1 Malha 1

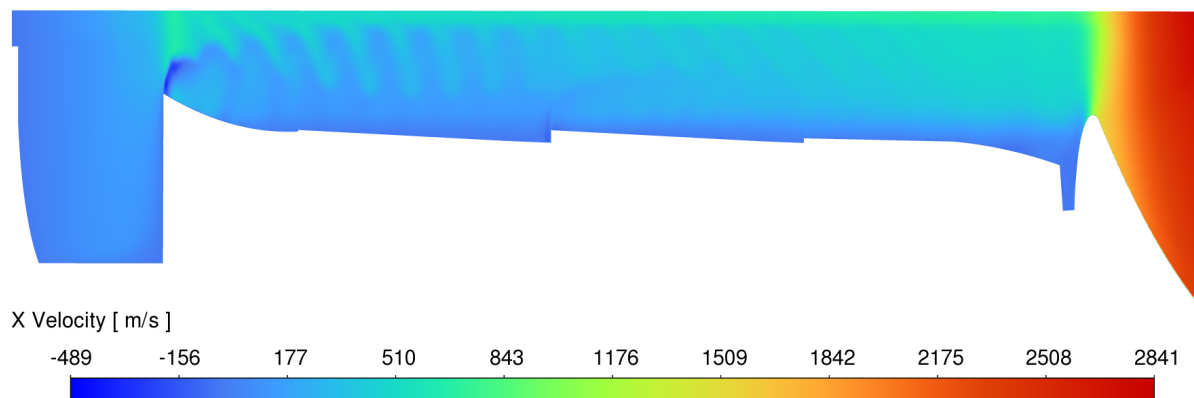


Figura 59 – Velocidade em x para a malha 1. Fonte: Autor.

5.2.2 Malha 2

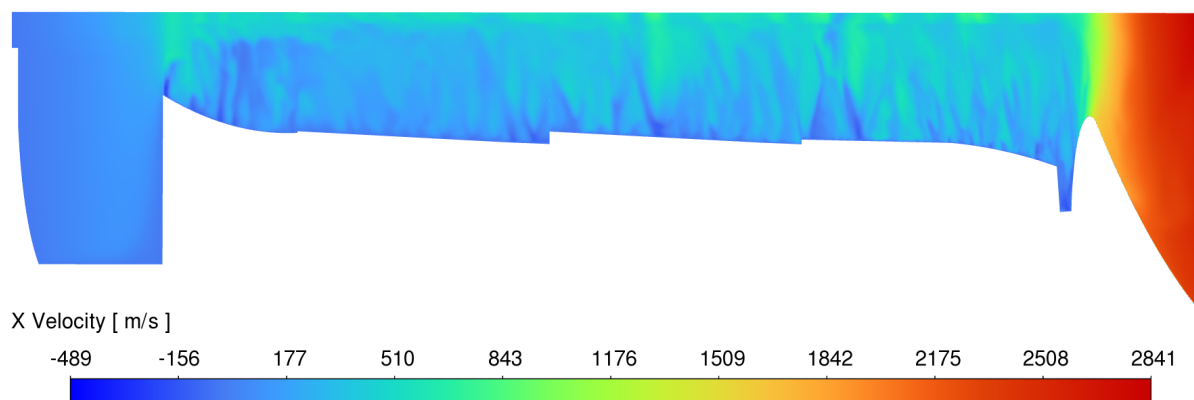


Figura 60 – Velocidade em x para a malha 2. Fonte: Autor.

5.2.3 Malha 3

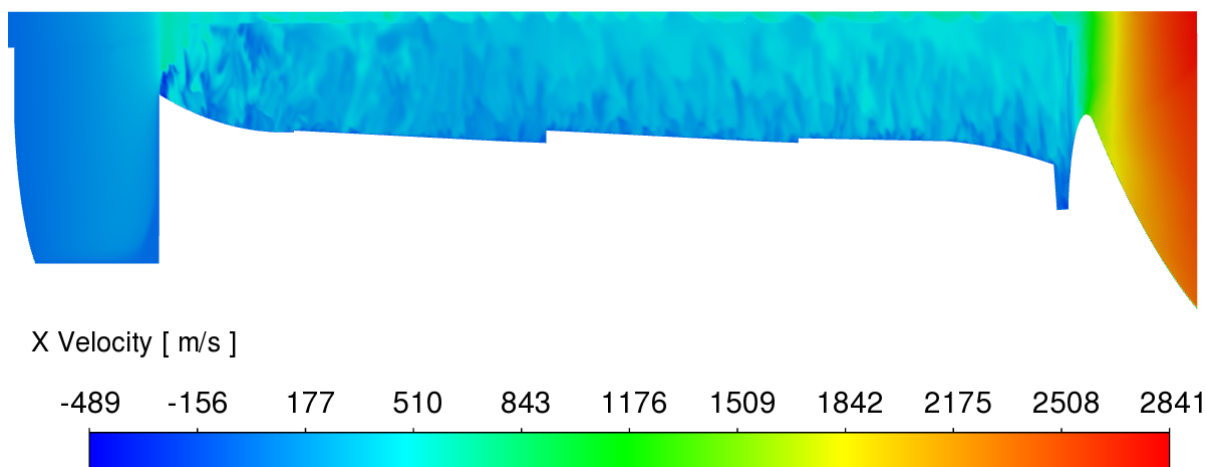


Figura 61 – Velocidade em x para a malha 3. Fonte: Autor.

5.2.4 Malha 4

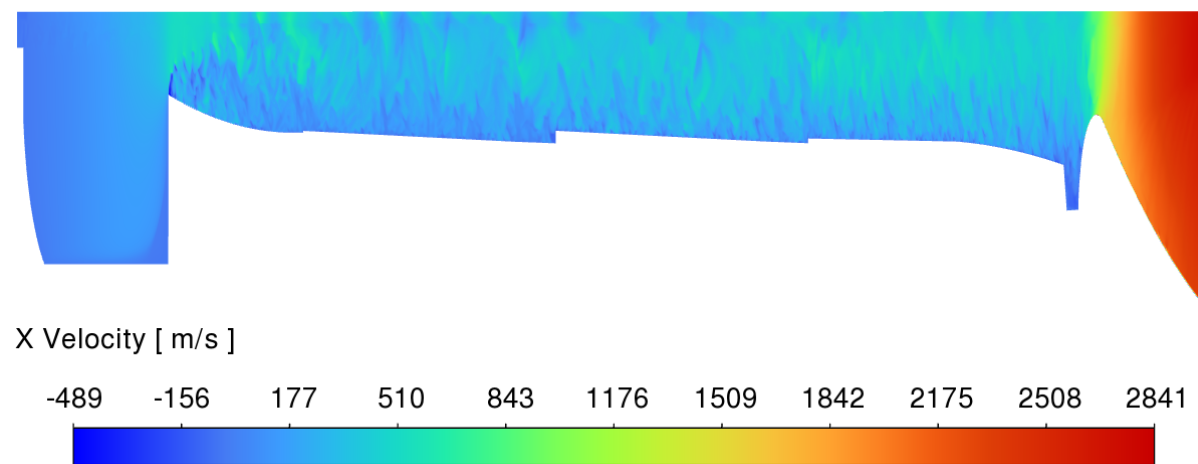


Figura 62 – Velocidade em x para a malha 4. Fonte: Autor.

Observando a velocidade em x , nota-se um aumento ao longo desse eixo para os resultados obtidos para as quatro malhas analisadas. É importante observar que devido as características do escoamento turbulento, existem várias regiões ao longo de todo o domínio interferindo na velocidade obtida, podendo ser visualizadas em todas as figuras apresentadas.

As figuras referentes a malha 4 foram as que apresentaram o maior grau de detalhamento. Esse comportamento era esperado uma vez que a malha 4 teve a maior quantidade de elementos. A malha 1 ter tido um menor grau de detalhamento pode ser explicado devido ao tipo de elemento utilizado, pois mesmo eles tendo a capacidade de se ajustarem melhor a geometrias complexas com um número reduzido de elementos, não estão alinhados ao escoamento como nas malhas 2, 3 e 4.

O valor esperado para a velocidade de exaustão dos gases do *Space Shuttle* SRB é de aproximadamente $2571 \frac{m}{s}$ (HEPPENHEIMER, 21-?).

A Tabela 8 apresenta a diferença entre o valor da velocidade na saída do bocal (velocidade de exaustão) a partir da média dos valores obtidos por um plano em $x = 38,05$ m para as quatro malhas simuladas em relação ao valor de referência.

Tabela 8 – Valores simulados da velocidade de exaustão em comparação ao valor de referência.

Identificação da Malha	Velocidade de Exaustão $\left(\frac{m}{s}\right)$ (Referência)	Velocidade de Exaustão $\left(\frac{m}{s}\right)$ (Magnitude)	Diferença (%)
1 - Poliédrica de N° de Lados Irregulares	2571	2549,50	0,84
2 - Hexaédrica	2571	2545,11	1,01
3 - Hexaédrica	2571	2541,84	1,13
4 - Hexaédrica	2571	2548,84	0,86

Fonte: Autor.

A Tabela 8 mostra que o valor mais próximo da velocidade de referência foi o verificado na malha 1, seguido das malhas 4, 2 e 3 respectivamente.

Note que o mais importante nessa análise, é perceber que a diferença entre os valores encontrados para os resultados das malhas ficaram muito próximos (maior diferença de 0,27% encontrado entre as malhas 4 e 3), indicando a convergência dos resultados.

A diferença encontrada entre os valores simulados e o de referência é esperada, uma vez que não foi possível descobrir em qual momento do tempo e em quais condições o valor de referência foi obtido.

5.3 Temperatura

A temperatura estática em (K) é apresentada por meio de uma única figura para cada uma das malhas.

5.3.1 Malha 1

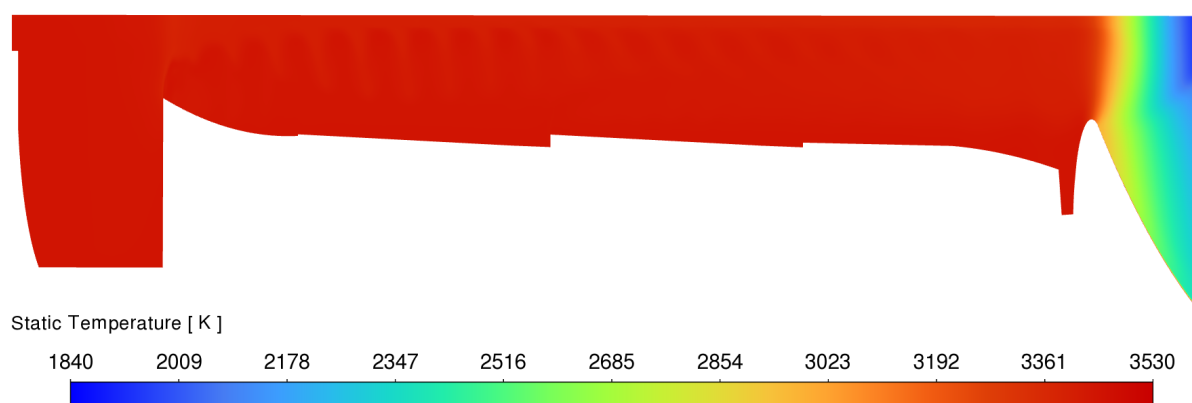


Figura 63 – Temperatura para a malha 1. Fonte: Autor.

5.3.2 Malha 2

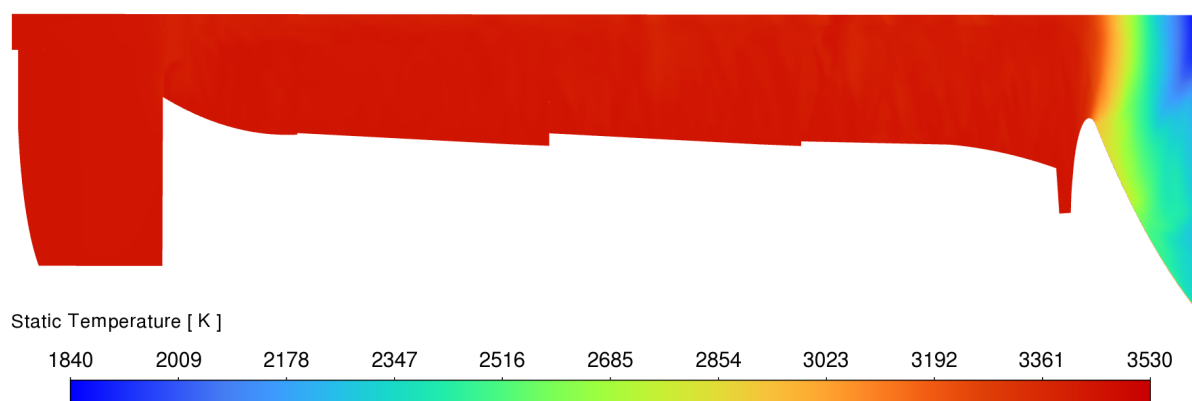


Figura 64 – Temperatura para a malha 2. Fonte: Autor.

5.3.3 Malha 3

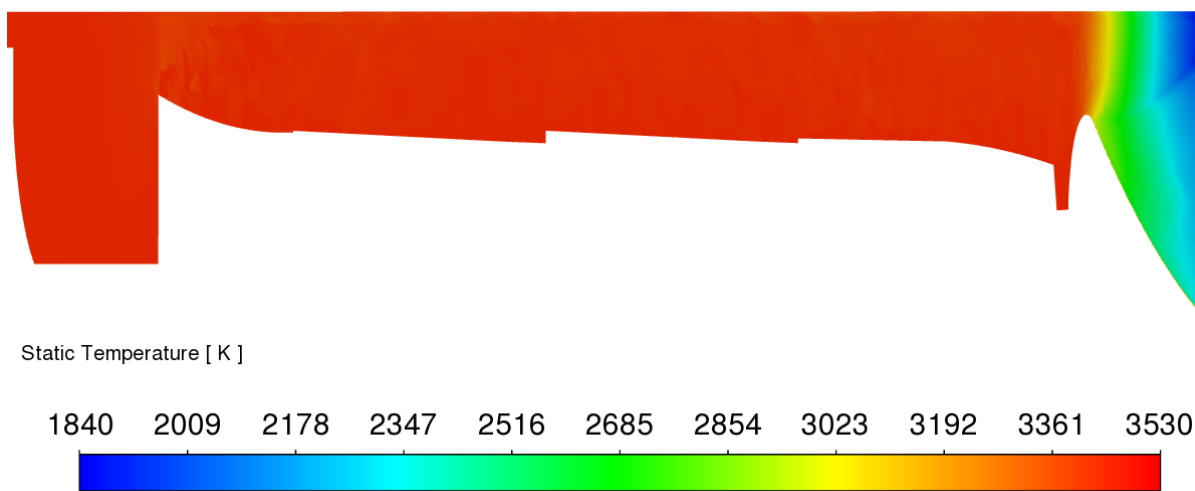


Figura 65 – Temperatura para a malha 3. Fonte: Autor.

5.3.4 Malha 4

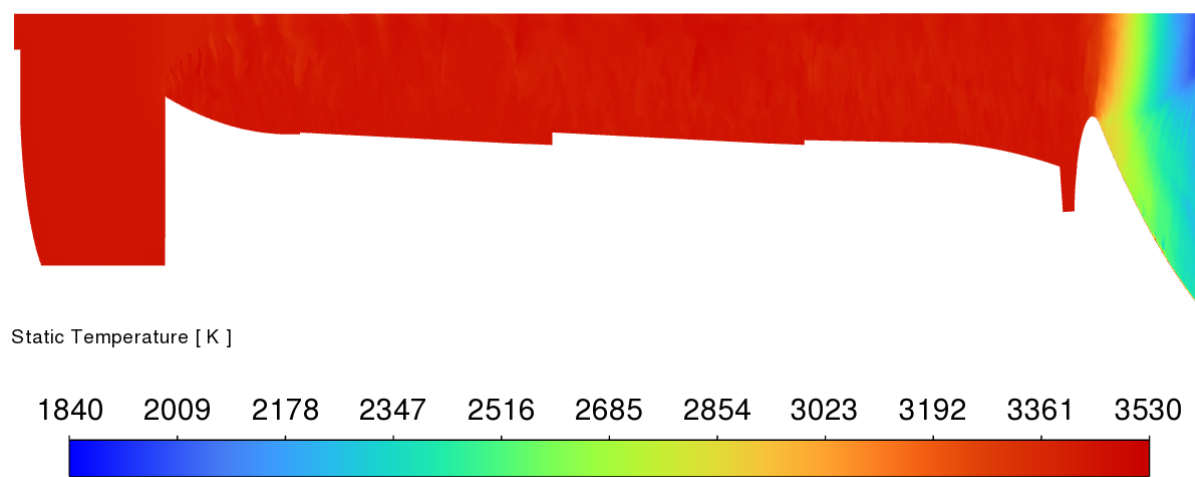


Figura 66 – Temperatura para a malha 4. Fonte: Autor.

É possível observar que os resultados referentes a temperatura para as quatro malhas analisadas alcançaram um valor elevado dentro da câmara de combustão, diminuindo a partir da região da garganta até a saída do bocal. Esse comportamento é esperado pois está ocorrendo a expansão do escoamento supersônico, e uma de suas principais características é exatamente a diminuição da temperatura a partir da região da garganta do bocal. Essa diminuição ocorre devido ao bocal estar aberto para a atmosfera. A temperatura dentro do *Space Shuttle* SRB chega a aproximadamente 3573,15 K (BROWN, 2022).

Os valores da temperatura média simulados para as quatro malhas foram obtidos por meio da média dos valores através de um plano em $y = -0,34$ m, e foram comparados ao valor de referência apresentado na Tabela 9.

Tabela 9 – Valores de temperatura estática média comparados ao valor de referência.

Identificação da Malha	Temperatura (K) (Referência)	Temperatura (K) (Média)	Diferença (%)
1 - Poliédrica de N ^o Lados Irregulares	3573,15	3336,36	6,63
2 - Hexaédrica	3573,15	3341,62	6,48
3 - Hexaédrica	3573,15	3342,23	6,46
4 - Hexaédrica	3573,15	3346,99	6,33

Fonte: Autor.

A partir da Tabela 9, nota-se que o valor mais próximo ao de referência foi o encontrado no resultado da malha 4, seguido das malhas 3, 2 e 1, respectivamente. É importante observar que a maior diferença entre os resultados das malhas não passou de 0,32% (entre as malhas 4 e 1), apresentando novamente uma boa convergência dos resultados para esse parâmetro.

A diferença entre os valores simulados e o de referência ocorre pelo mesmo motivo apresentado para a velocidade, pois não foi possível saber as condições em que ele foi obtido, mas serve como base para indicar que a simulação foi feita corretamente.

5.4 Pressão Absoluta

A pressão absoluta é apresentada em forma de linhas de escoamento para facilitar a visualização e compreensão. As figuras apresentam os resultados da pressão absoluta ao longo do motor de foguete para as malhas 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

5.4.1 Malha 1

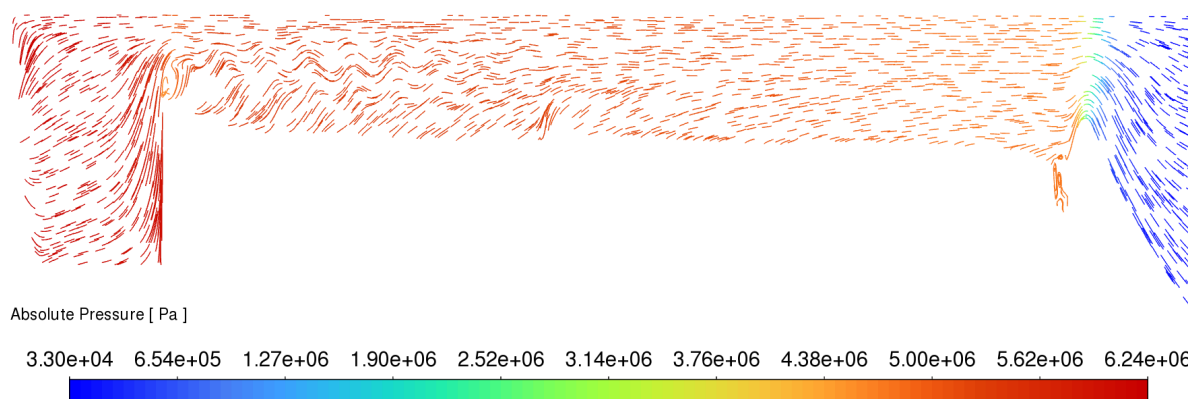


Figura 67 – *Pathlines* de pressão para a malha 1. Fonte: Autor.

5.4.2 Malha 2

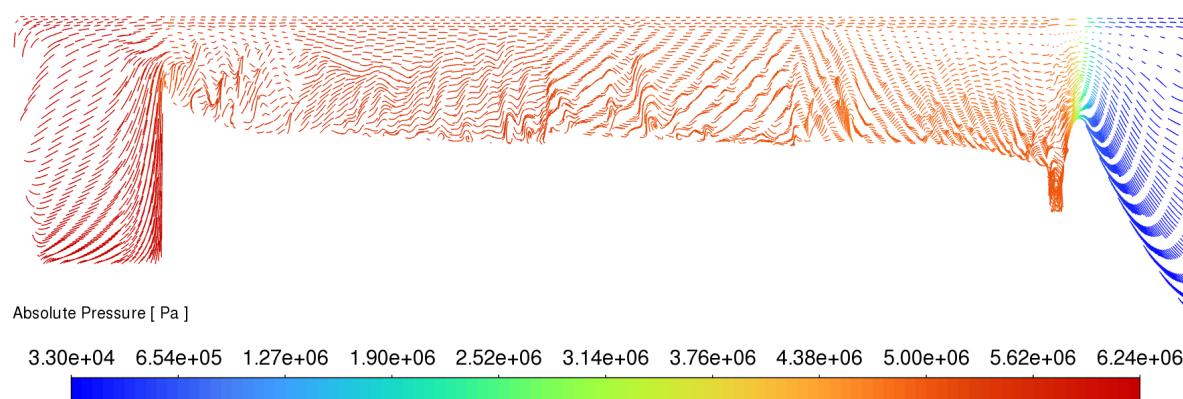


Figura 68 – *Pathlines* de pressão para a malha 2. Fonte: Autor.

5.4.3 Malha 3

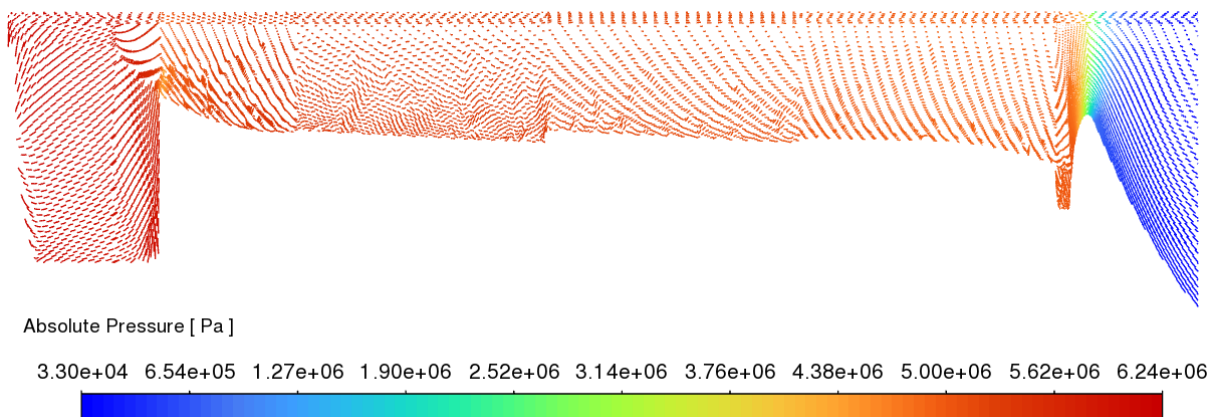


Figura 69 – *Pathlines* de pressão para a malha 3. Fonte: Autor.

5.4.4 Malha 4

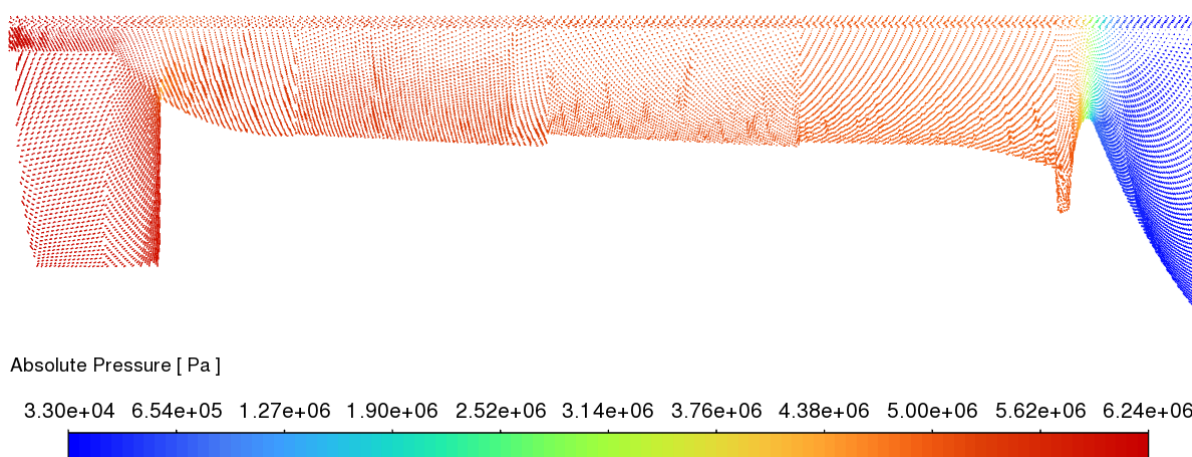


Figura 70 – *Pathlines* de pressão para a malha 4. Fonte: Autor.

Observando as Figuras 67, 68, 69 e 70 é possível notar várias zonas de turbulência ao longo do motor de foguete. Isso ocorre em escoamentos reais e pode ser utilizado para comprovar a eficiência do modelo LES em captar essa riqueza de detalhes.

A diminuição da pressão após a região da garganta até a saída do bocal observada nos resultados de todas as malhas é um comportamento esperado e ocorre devido a expansão do escoamento supersônico. Matematicamente, essa diminuição pode ser explicada devido a utilização da equação de gás ideal na simulação.

Os valores da pressão absoluta na saída do bocal, na região da garganta e máxima para as quatro malhas analisadas podem ser observados pela Tabela 9. Vale ressaltar que os valores na garganta foram calculados a partir da média de valores correspondentes a um plano vertical na posição $x = 34,53$ m.

Tabela 10 – Valores de pressão absoluta na saída do bocal, na garganta e máxima ao longo do motor de foguete para as quatro malhas analisadas.

Identificação da Malha	Pressão Abs. (Pa) (Saída do Bocal)	Pressão Abs. (Pa) (Garganta)	Pressão Abs. (Pa) (Máxima)
1 - Poliédrica de N ^o Lados Irregulares	$3,66 \times 10^4$	$3,03 \times 10^6$	$6,17 \times 10^6$
2 - Hexaédrica	$3,29 \times 10^4$	$3,00 \times 10^6$	$6,24 \times 10^6$
3 - Hexaédrica	$3,59 \times 10^4$	$2,99 \times 10^6$	$6,09 \times 10^6$
4 - Hexaédrica	$3,55 \times 10^4$	$3,05 \times 10^6$	$6,09 \times 10^6$

Fonte: Autor.

A maior diferença entre os valores apresentados na Tabela 10 para a pressão absoluta na saída do bocal é encontrada entre as malhas 2 e 1, sendo de $0,37 \times 10^4$ Pa.

Referente a pressão absoluta, ocorre a maior diferença entre as malhas 4 e 3 que é de $0,06 \times 10^6$ Pa.

Com relação a pressão absoluta máxima, a maior diferença ocorre entre as malhas 4 e 2, sendo de $0,15 \times 10^6$ Pa.

É notório que para todos os valores apresentados na Tabela 10, a simulação está convergindo para os valores da malha 4.

Outro fator importante a ser observado é a queda de pressão máxima que ocorre na câmara de combustão. Esse fenômeno é esperado devido aos efeitos da turbulência e da fricção que são considerados na simulação.

5.5 Número de Mach

As Figuras 71, 72, 73 e 74, representam o valor obtido para o número de Mach ao longo do motor de foguete para as malhas 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

5.5.1 Malha 1

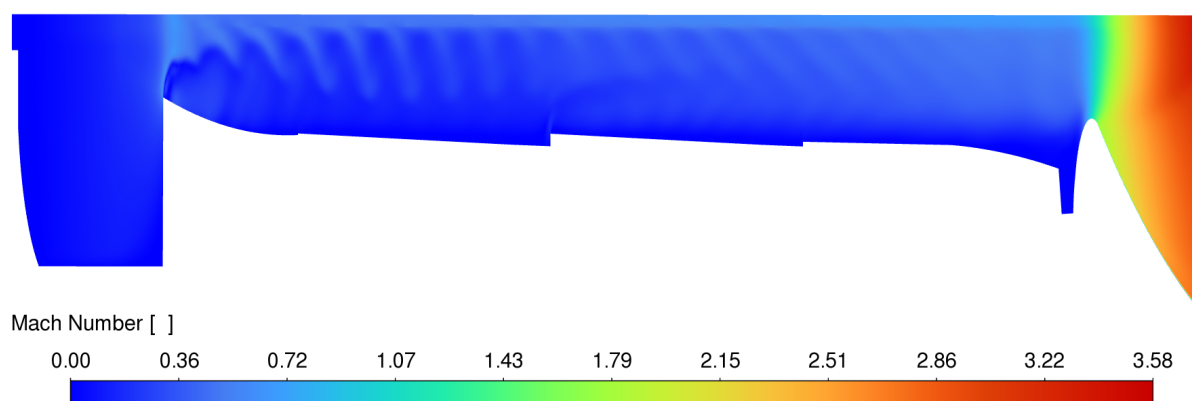


Figura 71 – Número de Mach para a malha 1. Fonte: Autor.

5.5.2 Malha 2

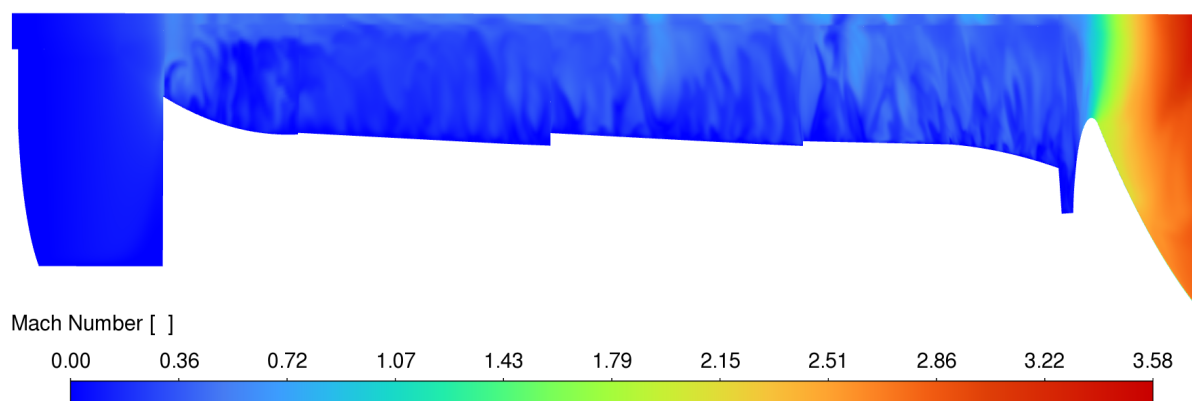


Figura 72 – Número de Mach para a malha 2. Fonte: Autor.

5.5.3 Malha 3

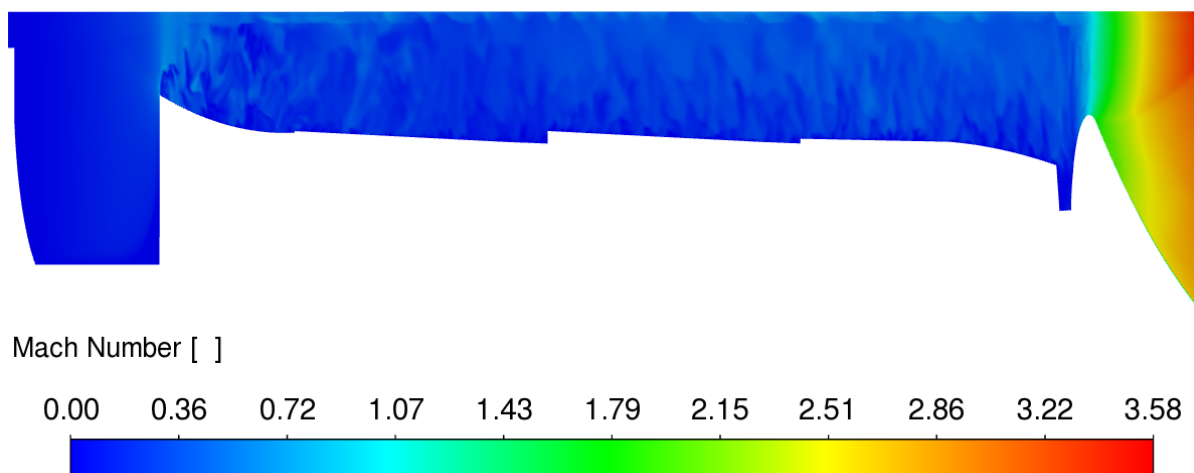


Figura 73 – Número de Mach para a malha 3. Fonte: Autor.

5.5.4 Malha 4

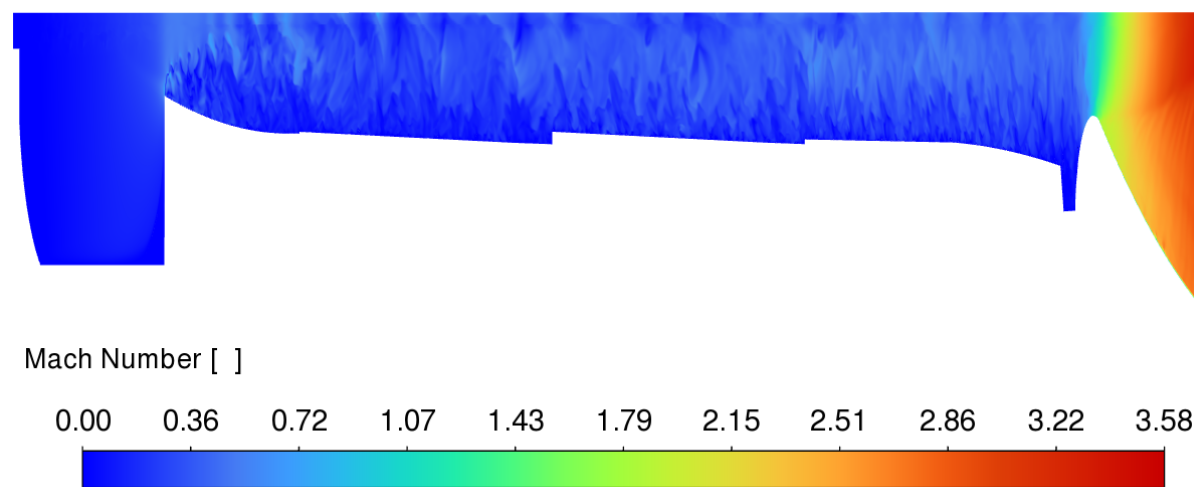


Figura 74 – Número de Mach para a malha 4. Fonte: Autor.

O número de Mach é uma forma adimensional de contabilizar a velocidade com relação a velocidade do som local. A análise do número de Mach é extremamente importante na região do bocal, uma vez que na região da garganta (área mínima) esse valor teoricamente deve ser igual a 1. Isso deve ocorrer pois se esse valor for atingido, é alcançada uma maior eficiência. Porém é importante ressaltar que em escoamentos reais e simulados esse valor pode ficar em torno de 1, devido as particularidades encontradas nesses tipos de escoamentos.

O número de Mach obtido para cada uma das malhas foi comparado ao valor teórico, podendo ser visualizado pela Tabela 11. Os valores simulados apresentados na tabela foram calculados a partir da média de valores correspondentes a um plano vertical na posição $x = 34,53$ m, localizado na região da garganta do bocal.

Tabela 11 – Comparação entre o número de Mach teórico e simulado para as quatro malhas na garganta do bocal.

Identificação da Malha	Número de Mach (Teórico)	Número de Mach	Diferença (%)
1 - Poliédrica de N ^o Lados Irregulares	1	1,02	2
2 - Hexaédrica	1	1,02	2
3 - Hexaédrica	1	1,02	2
4 - Hexaédrica	1	1	0

Fonte: Autor.

Observando a Tabela 11, nota-se que a maior diferença entre o valor teórico e o simulado é de 2%, bem como a diferença entre as malhas 1, 2 e 3 em relação a malha 4.

6 Conclusão

Uma das propriedades do escoamento turbulento é sua alta complexidade. Por isso, encontrar uma boa representação é uma tarefa desafiadora. Dessa forma, os parâmetros iniciais, condições de contorno, modelagem da geometria, qualidade da malha, escolha dos modelos utilizados, limite computacional disponível, entre outros são fatores determinantes para a simulação numérica e devem ser bem definidos.

O foguete auxiliar do ônibus espacial (objeto de estudo), foi modelado no ANSYS *SpaceClaim* e em seguida, desenvolvidas quatro malhas computacionais. Assim sendo, a malha 1 resultou em um *skewness* máximo 4% maior do que a faixa de elementos considerada razoável. Em relação a razão de aspecto, essa malha apresentou os melhores resultados, sendo o valor máximo de 23,55 e médio de 2,61. A segunda malha, contendo elementos do tipo hexaédricos, respeitou a métrica de qualidade do *skewness*, sendo que o valor máximo ficou abaixo de 0,75 e o valor médio na faixa de elementos considerados excelentes. Com relação a razão de aspecto máxima e média, foram observados valores superiores quando comparados a malha 1. Entretanto as duas malhas respeitaram o número máximo de células imposto de 512.000, o que dificulta um maior refinamento. A terceira malha, contou com refinamentos na malha 2, e teve melhoras nas duas métricas de qualidade analisadas. Essa malha teve um aumento de aproximadamente 3,5 vezes no número de células em relação as malhas 1 e 2. A malha 4 foi feita com o intuito de ser a mais refinada e conseqüentemente a que traria os melhores resultados para a simulação. Ela teve aproximadamente 4,26 vezes mais elementos que a malha 3 e aproximadamente 14,91 vezes a mais em relação as malhas 1 e 2. Essa malha conseguiu superar a malha 3 em todos os parâmetros analisados, com exceção do *skewness* máximo, que manteve-se constante. Isso ocorre pois existem regiões de alta complexidade na geometria, que mesmo com um expressivo aumento na quantidade de elementos, afetam negativamente a qualidade do processo de malhagem.

É importante ressaltar que as métricas de *skewness* e razão de aspecto são indicadores de qualidade da malha e nem sempre o não atingimento dos valores recomendados inviabilizam a simulação numérica. Isso depende de vários fatores, como a localização dos elementos problemáticos. Pois, se eles estiverem efetivamente em uma região de grandes gradientes ou onde hajam fortes variações no escoamento, podem afetar negativamente a convergência e conseqüentemente os resultados da simulação. Existem também outras métricas de qualidade que não foram abordadas nesse trabalho e que podem ter sofrido grandes variações em relação a cada uma das malhas.

Em posse de todos os dados necessários (geometria, malha, condições de contorno

etc.) foram realizadas as simulações computacionais. Observando os resultados obtidos para as quatro malhas, nota-se que os valores tem uma tendência a convergir em cada parâmetro analisado para a malha de maior refino. De forma geral, os resultados das malhas 2, 3 e 4 se mostraram mais próximos do que quando comparados a malha 1. Isso ocorre devido a essa malha ser a única a ter configurações de simulação e tipo de elemento de malha diferentes (sendo esses elementos desalinhados com relação ao escoamento), tendo influência nos resultados da simulação.

Outro fator a ser observado é que a malha 4 (mais refinada), mesmo tendo um considerável aumento no número de elementos em relação as malhas 1 e 2, não apresentou uma melhora expressiva para a maioria dos resultados. Isso não quer dizer que o refinamento seja ou tenha sido desnecessário. Com ele foi possível obter uma diferença de 10,1% para a pressão absoluta na saída do bocal para o resultado da malha 1 em relação a malha 3, além de captar melhor os detalhes do comportamento do escoamento. A utilização de uma malha com um alto nível de refinamento deve ser realizada levando em consideração o nível de detalhamento requerido em cada projeto e custo computacional disponível.

Por fim, observa-se que mesmo as malhas 1 e 2 tendo tido uma restrição de 512.000 células, uma vez que a malha é gerada com base nas métricas de qualidade e com configurações de simulação definidas de forma adequada, existe a possibilidade de realizar uma simulação LES com resultados competitivos em um ambiente computacionalmente limitado.

7 Sugestão para Futuros Trabalhos

Para a realização de trabalhos futuros que tenham por objetivo aprofundar na combustão de um motor de foguete com o modelo LES, propõe-se:

- Realizar o refino da malha 1 e refazer a simulação numérica comparando os resultados com as demais malhas;
- Utilizar o modelo de transporte de espécies juntamente com os modelos de interação entre a química e a turbulência;
- Fazer a simulação sem a simplificação no bocal;
- Acrescentar nas análises a métrica de qualidade ortogonal para obter malhas mais refinadas.

Os resultados dessas sugestões poderão contribuir para um melhor entendimento dos seguintes itens:

- Nível mais adequado de refino da malha;
- Melhor tipo de elemento a ser utilizado na simulação;
- Diferença entre realizar a simulação com o cálculo do equilíbrio químico da combustão obtido pelo RPA e os modelos disponíveis no ANSYS para a combustão;
- Observar a influência nos resultados ao considerar mais uma métrica de qualidade.

Os artefatos obtidos nesse trabalho estão disponíveis em: <https://github.com/ErickLuoying/MotorFoguete>

Referências

- ALVES, A. L. et al. Minifoguete a propelente sólido: aspectos teóricos e propostas experimentais para o ensino de física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 42, 2020. Citado na página 39.
- ANDERSSON, B. et al. Computational fluid dynamics for engineers. Cambridge university press, 2011. Citado na página 27.
- ANSYS. Disponível online: <https://www.ansys.com/>. Acessado em abril, 2022. Citado na página 23.
- ANSYS, I. Introduction to ansys fluent lecture 5. *ANSYS Inc*, 2010. Citado na página 72.
- BAKKER, A. *Lecture 7-Meshing Applied Computational Fluid Dynamics*. 2002. Citado na página 58.
- BEN-NASR, O. et al. Assessment of subgrid-scale modeling for large-eddy simulation of a spatially-evolving compressible turbulent boundary layer. *Computers & Fluids*, Elsevier, v. 151, 2017. Citado na página 34.
- BRAEUNING, R. *ROCKET PROPELLANTS*. 1996. <<https://www.scss.tcd.ie/Stephen.Farrell/ipn/background/Braeunig/propel1.htm>>. Acessado em 27 de setembro de 2021. Citado na página 47.
- BRITANNICA, THE EDITORS OF ENCYCLOPAEDIA. *Space Shuttle*. 2021. <<https://www.britannica.com/technology/space-shuttle>>. Acessado em 8 de agosto de 2021. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 48.
- BROWN, I. *Solid Rocket Boosters*. 2022. <<https://www.encyclopedia.com/science/news-wires-white-papers-and-books/solid-rocket-boosters>>. Acessado em 29 de março de 2022. Citado na página 85.
- COSTA, L. M. F. *Investigação numérica de modelos de turbulência no escoamento do vento em pontes suspensas*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2018. Citado na página 27.
- CUNHA, F. A. Análise experimental e simulação numérica da combustão de serragem em um combustor ciclônico. Universidade Federal do Pará, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 57, 59, 69 e 72.
- DAVENAS, A. Solid rocket propulsion technology. Newnes, 2012. Citado na página 44.
- DUMOULIN, J. Nsts shuttle reference manual. 1988. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.
- FLUENT, A. Theory guide, 2012. *ANSYS Inc*, 2012. Citado na página 72.
- FLUENT, A. et al. Tgrid 5.0 user's guide. *ANSYS Inc., USA*, v. 5, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 10, 58 e 59.

- FLUENT, A. et al. Ansys fluent theory guide. *ANSYS Inc., USA*, v. 15317, 2020. Citado 9 vezes nas páginas 27, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 72 e 73.
- GARNIER, E.; ADAMS, N.; SAGAUT, P. Large eddy simulation for compressible flows. Springer Science & Business Media, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 27, 30 e 31.
- GUIDE, A. et al. Ansys fluent user's guide. *ANSYS Inc., USA*, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 59, 72 e 73.
- HEATH, M.; DICK, W. Virtual prototyping of solid propellant rockets. *Computing in Science Engineering*, v. 2, 04 2000. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 49.
- HEPPENHEIMER, T. A. *Principles of Rocketry*. 21-? <[https://www.centennialofflight.net/essay/SPACEFLIGHT/rockets/SP6.htm#:~:text=The%20Solid%20Rocket%20Boosters%20of,\(4%2C447%20meters%20per%20second\).](https://www.centennialofflight.net/essay/SPACEFLIGHT/rockets/SP6.htm#:~:text=The%20Solid%20Rocket%20Boosters%20of,(4%2C447%20meters%20per%20second).>)> Acessado em 25 de março de 2022. Citado na página 82.
- I.H., K. A. F. Construção e projeto de motores de propulsão sólida: Livro didático para alunos de engenharia mecânica. 1987. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 55.
- JÚNIOR, E. F.; VIANNA, S. Impact of les turbulence subgrid models in the jet release simulation. *Blucher Chemical Engineering Proceedings*, v. 1, n. 3, 2015. Citado na página 34.
- LAUNDER, B. E.; SANDHAM, N. D. et al. Closure strategies for turbulent and transitional flows. Cambridge University Press, 2002. Citado na página 27.
- LEE, C. Y.; CANT, S. Assessment of les subgrid-scale models and investigation of hydrodynamic behaviour for an axisymmetrical bluff body flow. *Flow, turbulence and combustion*, Springer, v. 98, n. 1, 2017. Citado na página 34.
- MA, J.; WANG, F.; TANG, X. Comparison of several subgrid-scale models for large-eddy simulation of turbulent flows in water turbine. Springer, 2009. Citado na página 34.
- MAKRIS, C.; MEMOS, C.; KRESTENITIS, Y. Numerical modeling of surf zone dynamics under weakly plunging breakers with sph method. *Ocean Modelling*, v. 98, 02 2016. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 26.
- MARTIN, M. P.; PIOMELLI, U.; CANDLER, G. V. Subgrid-scale models for compressible large-eddy simulations. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Springer, v. 13, n. 5, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- MATLAB. Disponível online: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. Acessado em abril, 2022. Citado na página 70.
- MISHRA, D. Fundamentals of rocket propulsion. CRC Press, 2017. Citado 6 vezes nas páginas 9, 36, 37, 39, 40 e 41.
- PEDRÃO, N. *Estudo comparativo entre os modelos LES e DES para simulação de escoamento compressível turbulento*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- PINHO, J. M. d.; MUNIZ, A. R. The effect of subgrid-scale modeling on les of turbulent coaxial jets. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer, v. 43, n. 2, 2021. Citado na página 34.

- POPE, S. B. Turbulent flows. IOP Publishing, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- RAMAMURTHI, K. Rocket propulsion. Macmillan, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 9, 38 e 46.
- REZENDE, A. L. T. Análise numérica da bolha de separação do escoamento turbulento sobre placa plana fina inclinada. *PUC, Rio de Janeiro*, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 21.
- RPA. Disponível online: <https://www.rocket-propulsion.com/index.htm>. Acessado em abril, 2022. Citado na página 23.
- SADERHOLM, C. A. Space shuttle filament wound case solid rocket motor static test results (dm-6). MORTON THIOKOL, INC./WASATCH DIVISION, 1985. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 54.
- SFORZA, P. M. Theory of aerospace propulsion. Butterworth-Heinemann, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 9, 43 e 45.
- SMITH, B. et al. Block ii srm conceptual design studies final report. *National Aeronautics and Space Administration, NASA Technical reports server (NTRS)*. NASA-CR-179048, 1986. Citado na página 48.
- SOFIALIDIS, D. Express introductory training in ansys fluent. *Slides presented at the Partnership for Advanced Computing in Europe, Ljubljana, Slovenia, Sept, 2013*. Citado na página 72.
- SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. Rocket propulsion elements. John Wiley & Sons, 2016. Citado 8 vezes nas páginas 9, 36, 38, 39, 41, 42, 43 e 44.
- TU, J.; YEOH, G. H.; LIU, C. Computational fluid dynamics: a practical approach. Butterworth-Heinemann, 2018. Citado na página 27.
- TURÉGANO, I. H. Cfd study of nasal drug delivery. *Université Libre de Bruxelles*, 2019. Citado na página 59.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method. Pearson education, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.
- WILSON, J. *Solid Rocket Boosters*. 2006. <https://www.nasa.gov/returntoflight/system/system_SRB.html>. Acessado em 16 de agosto de 2021. Citado na página 47.
- XU, X. Large eddy simulation of compressible turbulent pipe flow with heat transfer. Iowa State University, 2003. Citado na página 31.

Apêndices

APÊNDICE A – Cálculo da Condição de Contorno de Entrada

```
1
2 %Erick M. Miranda
3 %UnB/FGA
4
5 clear all;
6 clc;
7 close all;
8
9 %% Dados Iniciais
10
11 %Densidade do propelente solido
12 rho_solido = 1715; %kg/m3
13
14 %Densidade do gas equivalente
15 rho_gas = 6.3206; %kg/m3
16
17 %Temperatura inicial do propelente
18 tpi = 24.44; % C
19
20 %Temperatura de referencia
21 t0 = 15; % C
22
23 %Pressao na camara de combustao
24 pc = 6.3846; %Mpa
25
26 %sigma_p2 (Livro)
27 sigma_p2 = 1/(3445.7875 - 297.594);
28
29 %sigma_p (Livro)
30 sigma_p = 0.5;
31
32 %Area das superficies de entrada
33 sup = [
```

```
34 5946264.8675%Inlet1
35 76280.8499%Inlet2
36 180155.4766%Inlet3
37 50071.8039%Inlet4
38 13166.7639%Inlet5
39 56627.9623%Inlet6
40 103599.7164%Inlet7
41 861207.3292%Inlet8
42 2189.6901%Inlet9
43 1544049.8153%Inlet10
44 307609.2193%Inlet11
45 18318.9758%Inlet12
46 1544049.8153%Inlet13
47 307609.2193%Inlet14
48 7084.2914%Inlet15
49 1119585.4983%Inlet16
50 867245.4287%Inlet17
51 98779.8926%Inlet18
52 134313.6872%Inlet19
53 ]; %mm2
54
55 sup = sup/1e6; %m2
56 suptot = sum(sup); %m2
57
58
59 %% Calculos
60
61 i=1;
62
63 while i<=19
64 %Taxa de regressao
65 r_dot = (sigma_p*exp(0.003*(tpi - t0))*pc^0.3)/100; %m/s
66
67 %vazao massica
68 m_dot(i) = r_dot*rho_solido*sup(i); %kg/s
69
70 i = i+1;
71
72 end
```

```
73
74 Inlet1 = m_dot(1)
75 Inlet2 = m_dot(2)
76 Inlet3 = m_dot(3)
77 Inlet4 = m_dot(4)
78 Inlet5 = m_dot(5)
79 Inlet6 = m_dot(6)
80 Inlet7 = m_dot(7)
81 Inlet8 = m_dot(8)
82 Inlet9 = m_dot(9)
83 Inlet10 = m_dot(10)
84 Inlet11 = m_dot(11)
85 Inlet12 = m_dot(12)
86 Inlet13 = m_dot(13)
87 Inlet14 = m_dot(14)
88 Inlet15 = m_dot(15)
89 Inlet16 = m_dot(16)
90 Inlet17 = m_dot(17)
91 Inlet18 = m_dot(18)
92 Inlet19 = m_dot(19)
93
94 Inlet_total = m_dot(1) + m_dot(2) + m_dot(3) + m_dot(4) + m_dot
    (5) + m_dot(6) + m_dot(7) + m_dot(8) + m_dot(9) + m_dot(10) +
    m_dot(11) + m_dot(12) + m_dot(13) + m_dot(14) + m_dot(15) +
    m_dot(16) + m_dot(17) + m_dot(18) + m_dot(19)
95 %% Calculos
96
97 % Vazao massica Total (1 ponta da estrela)
98 m_dot_total_1ponta = sum(m_dot)
99
100 % Vazao massica Total (22 pontas da estrela)
101 m_dot_total_22pontas = sum(m_dot)*22
102
103 %Velocidade de Entrada dos Gas
104 vgas1 = ((r_dot*rho_solido)/(rho_gas)) %m/s
105
106 %Validacao do resultado
107
108 burntime = 127; %s
```

109

110 R_grao = r_dot*burntime %m

APÊNDICE B – Malhas Ampliadas

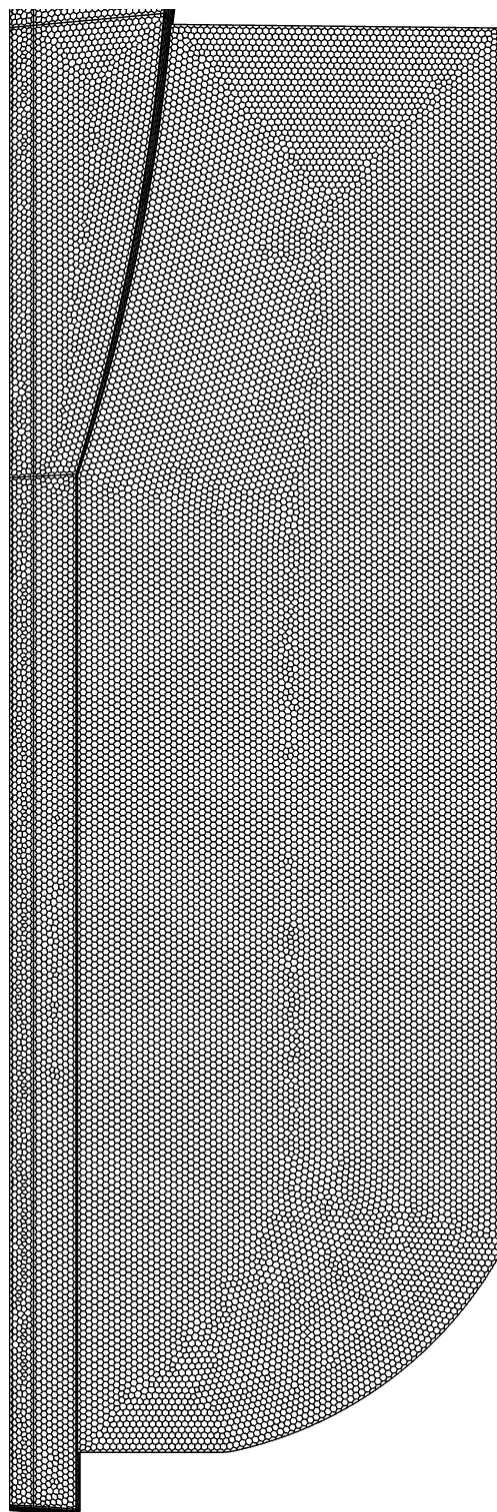


Figura 75 – Seção A da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.

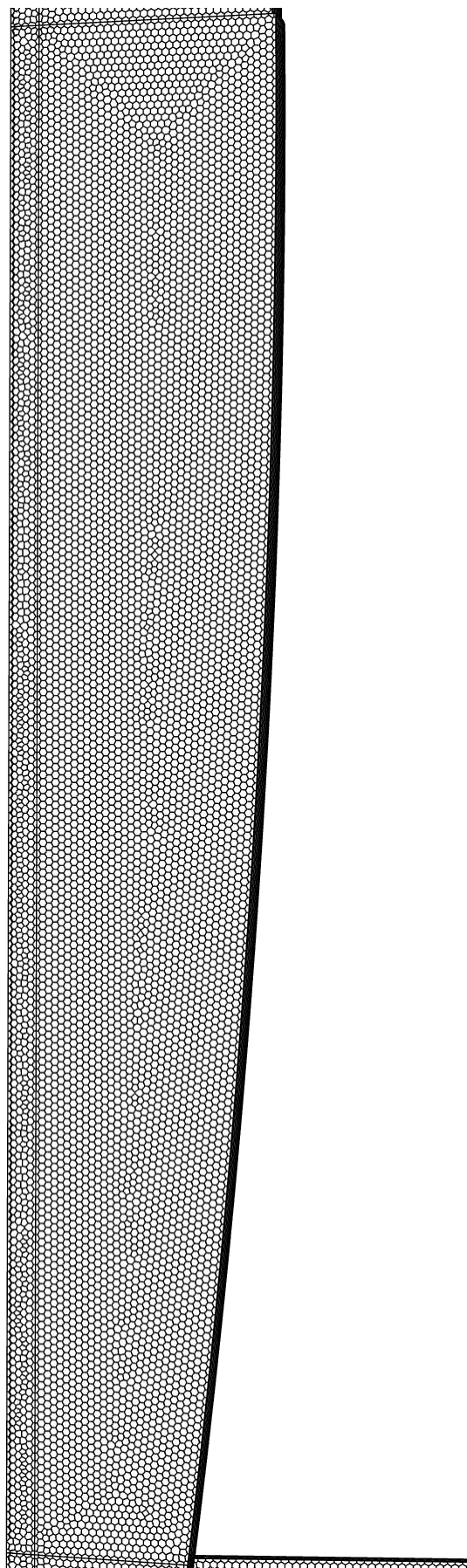


Figura 76 – Seção B da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.

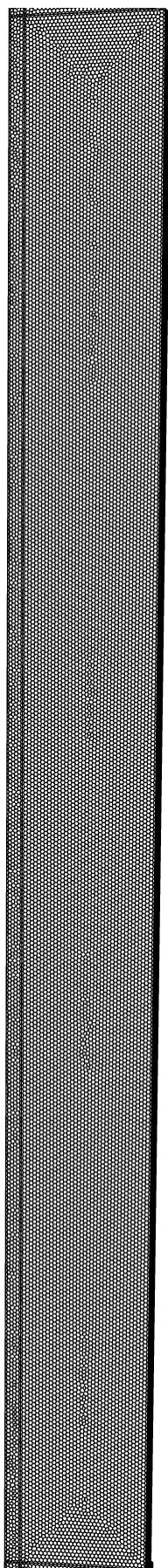


Figura 77 – Seção C da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.

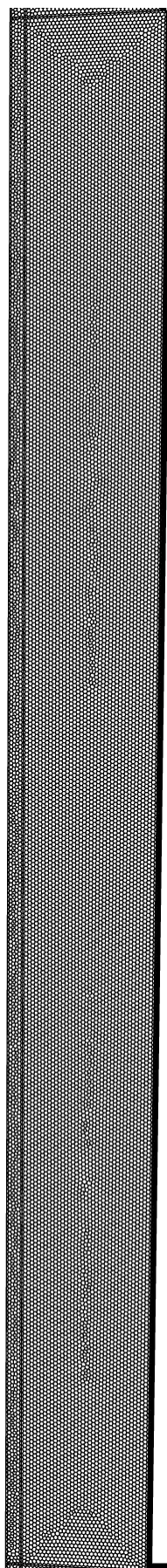


Figura 78 – Seção D da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.

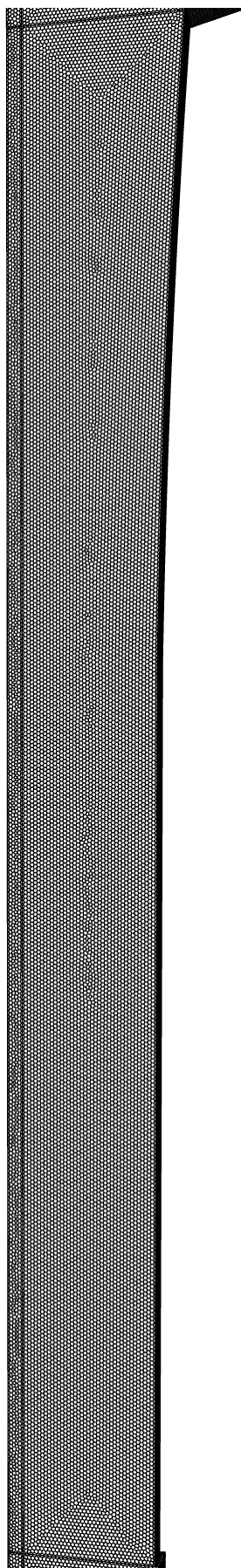


Figura 79 – Seção E da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.

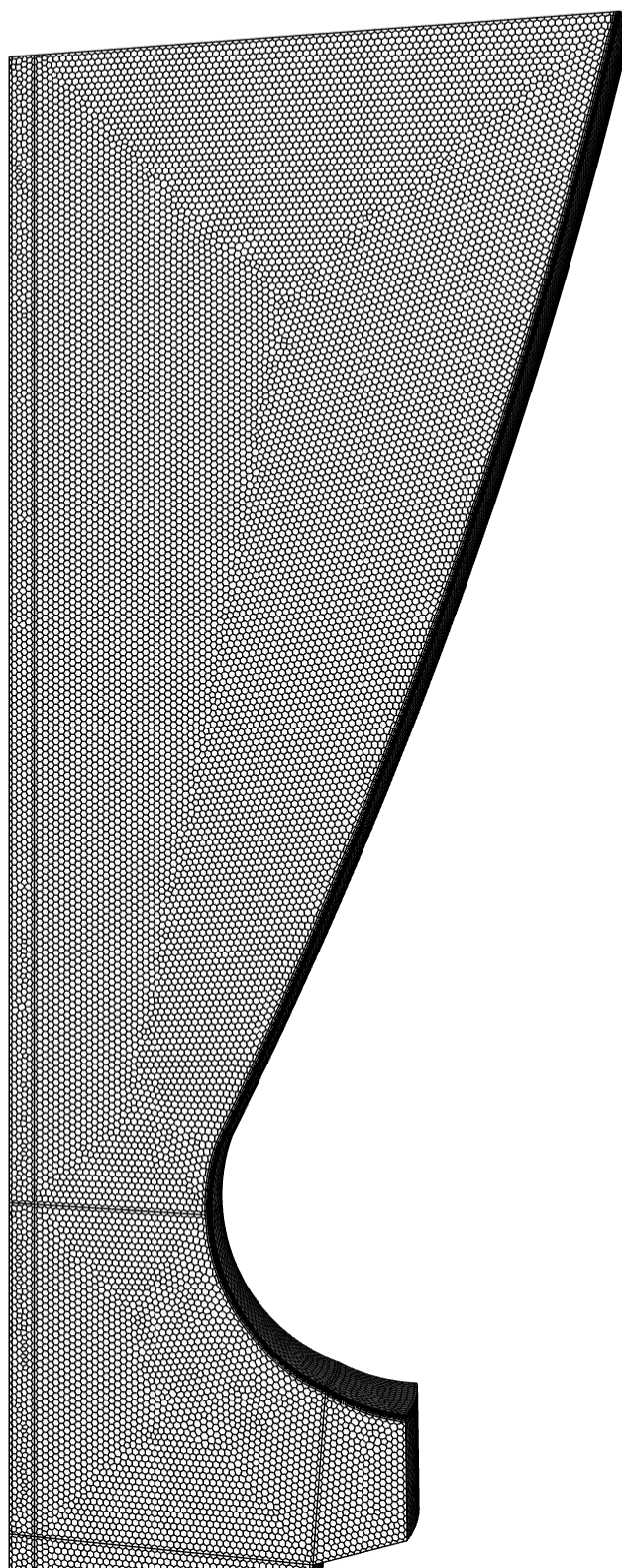


Figura 80 – Seção F da malha 1 (ampliada). Fonte: Autor.

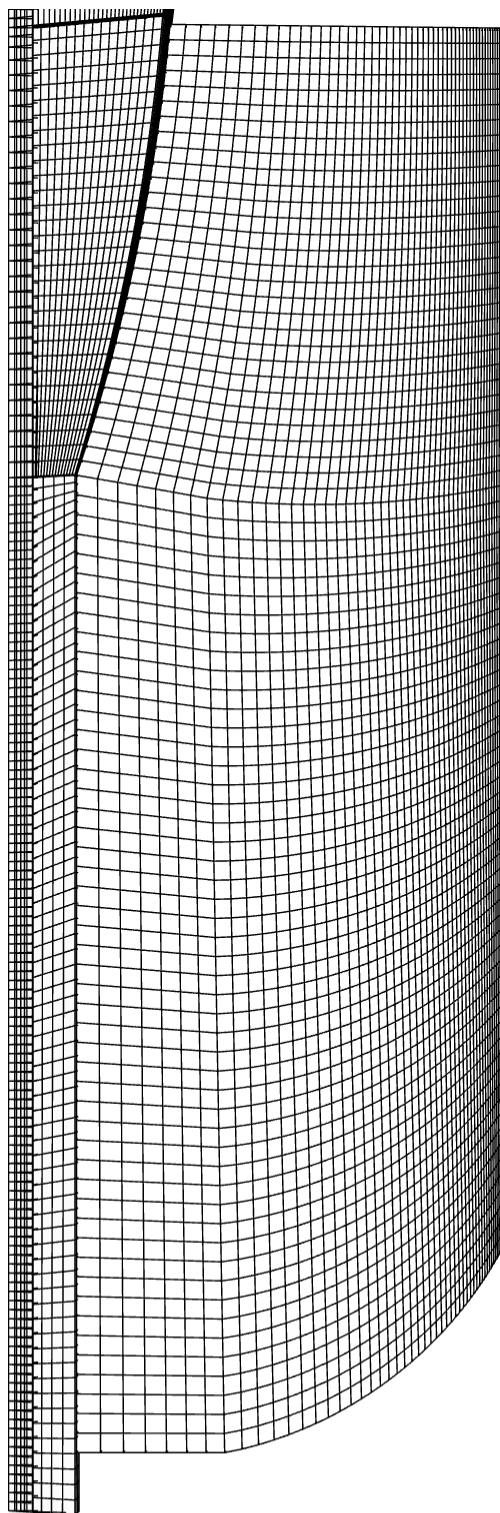


Figura 81 – Seção A da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.

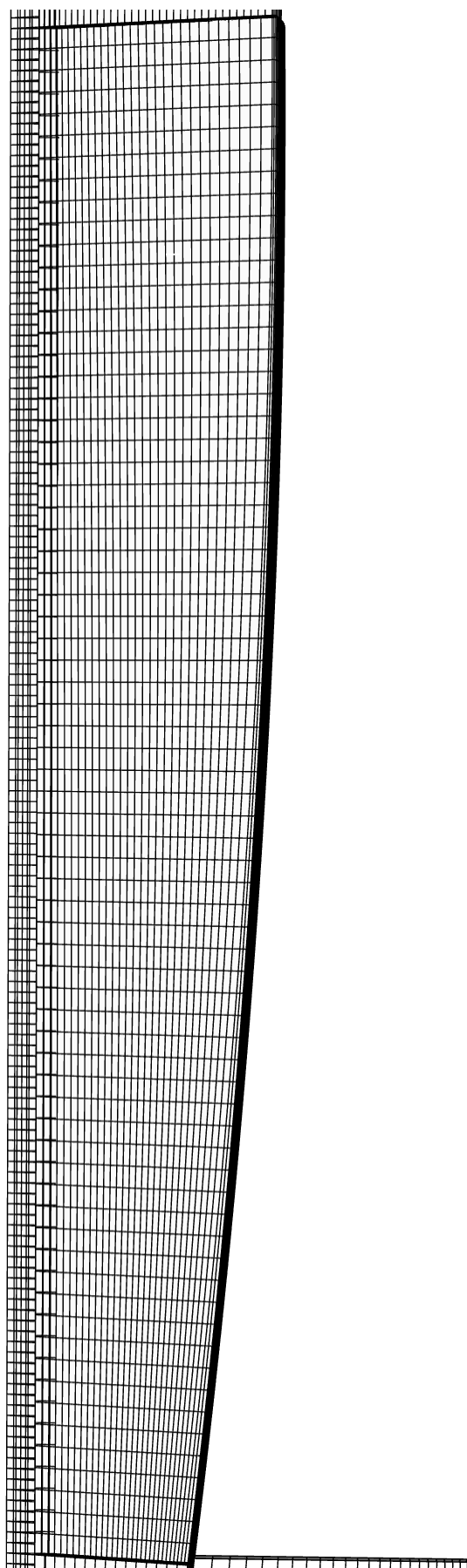


Figura 82 – Seção B da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.

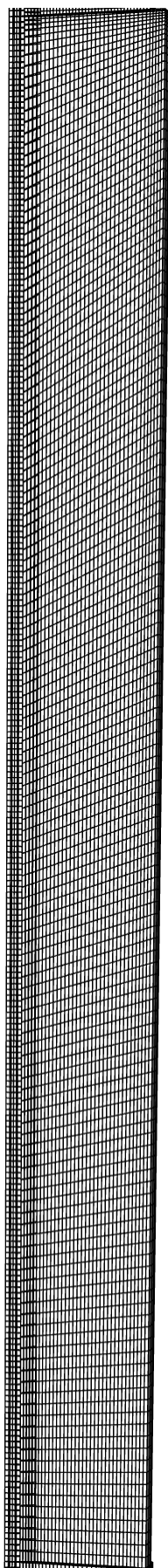


Figura 83 – Seção C da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.

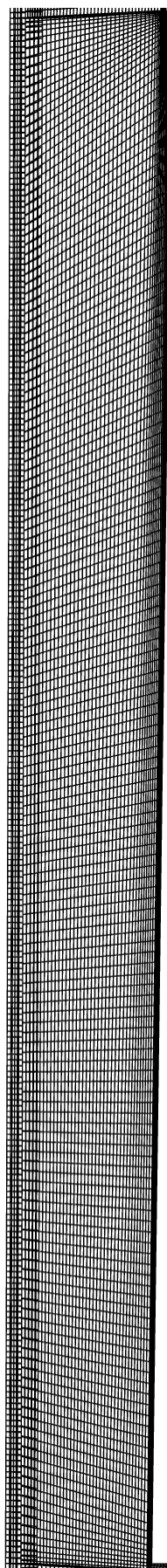


Figura 84 – Seção D da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.

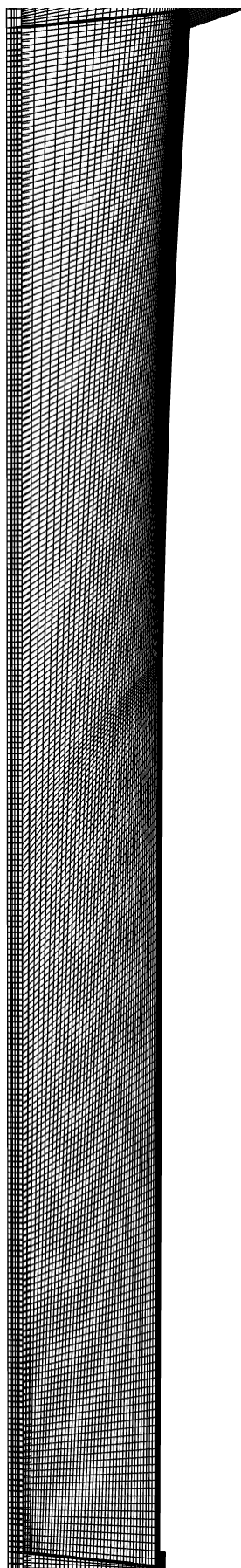


Figura 85 – Seção E da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.

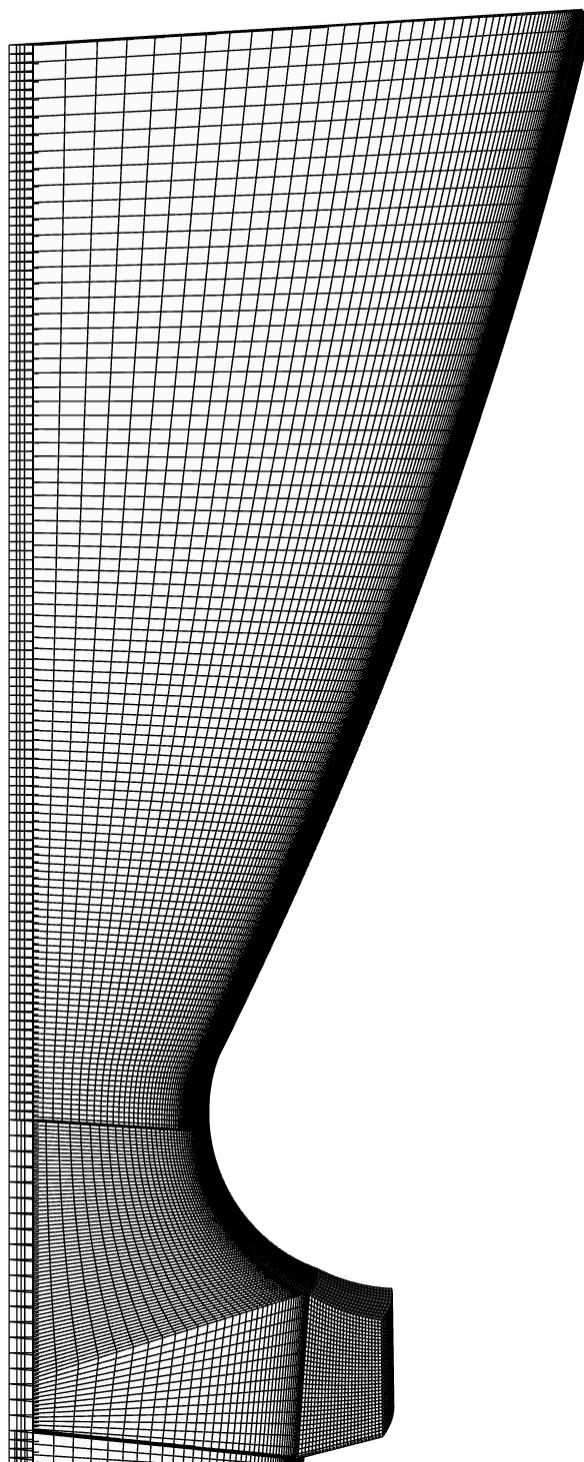


Figura 86 – Seção F da malha 2 (ampliada). Fonte: Autor.

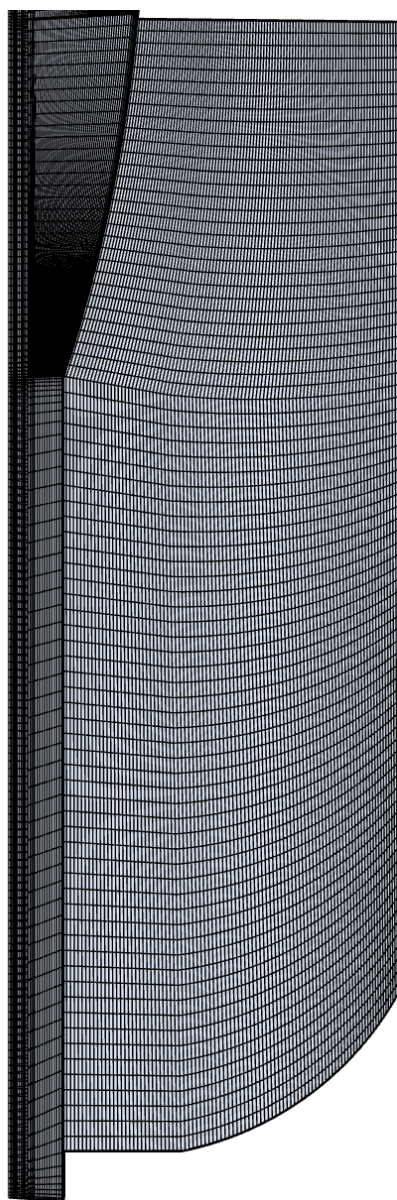


Figura 87 – Seção A da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.



Figura 88 – Seção B da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.

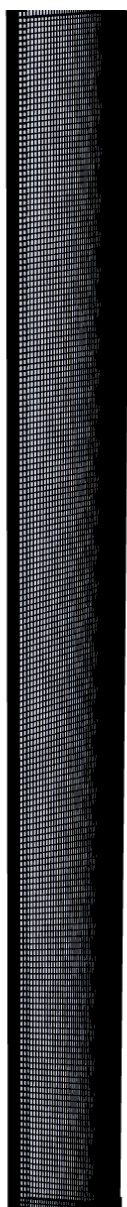


Figura 89 – Seção C da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.

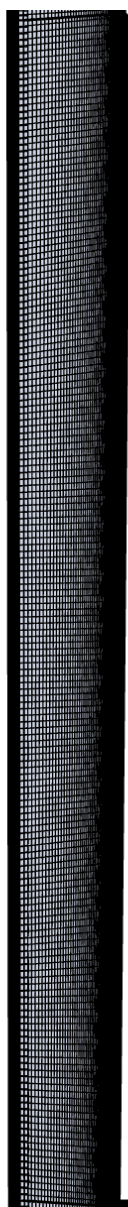


Figura 90 – Seção D da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.

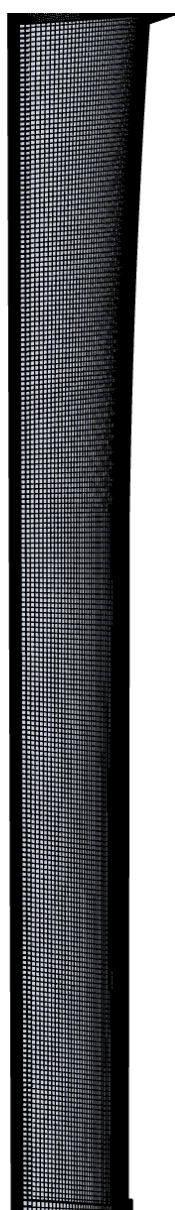


Figura 91 – Seção E da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.



Figura 92 – Seção F da malha 3 (ampliada). Fonte: Autor.