

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**ESTUDO E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS GFDM  
COM FORMATAÇÃO DE PULSOS ORTOGONAIS:  
TS-OQAM-GFDM E FS-OQAM-GFDM**

André da Cruz Braga Reis  
Guilherme Augusto Leite Alves

Brasília, dezembro de 2017

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**ESTUDO E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS GFDM  
COM FORMATAÇÃO DE PULSOS ORTOGONAIS:  
TS-OQAM-GFDM E FS-OQAM-GFDM**

**André da Cruz Braga Reis  
Guilherme Augusto Leite Alves**

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia  
Elétrica como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro de Redes de Comunicação*

Banca Examinadora

Prof. Dr. João Paulo Leite, ENE/UnB  
*Orientador*

\_\_\_\_\_

Prof. André Noll Barreto, ENE/UnB  
*Examinador interno*

\_\_\_\_\_

Prof. Leonardo Aguayo, FGA/UnB  
*Examinador interno*

\_\_\_\_\_

## **Dedicatórias**

*Dedico esse trabalho à minha família, meus amigos e meus professores.*

*Guilherme Augusto Leite Alves*

*Dedico esse trabalho à minha família, meus amigos, meus professores e à minha namorada.*

*André da Cruz Braga Reis*

## Agradecimentos

*À minha família e namorada por todo apoio necessário durante a realização deste projeto e do curso de graduação.*

*Aos meus amigos por toda ajuda e companheirismo durante a graduação.*

*Ao meu orientador pelo incentivo, inspiração e conselhos necessários para a realização deste trabalho.*

*Aos meus professores por terem me ensinado a base de aprendizado necessária para a realização deste projeto.*

*André da Cruz Braga Reis*

*À minha família por todo apoio e suporte durante a realização deste projeto.*

*Aos meus amigos por todo o companheirismo e suporte durante toda a graduação.*

*Ao meu orientador por todos os conselhos e esclarecimentos nos momentos de dúvida.*

*Guilherme Augusto Leite Alves*

---

## RESUMO

O presente texto apresenta formas de modulação baseadas em multiportadoras para sistemas de comunicação. Essas técnicas são implementadas em aplicações atuais de comunicações sem fio e com o crescimento dessa forma de comunicação, a tendência é que sejam mais usadas em tecnologias futuras. A primeira tecnologia a ser estudada é o OFDM (Multiplexação por divisão ortogonal de frequências) que é o esquema mais implementado atualmente, e é o método usado na quarta geração de comunicação celular (4G). Na sequência o foco será no GFDM (Multiplexação por divisão generalizada de frequências), que é uma tecnologia mais nova, e busca melhorar alguns aspectos do OFDM sem perder suas principais vantagens e é um dos candidatos para a próxima geração de comunicação sem fio celular (5G). Posteriormente é analisado o OQAM (Modulação de Amplitude em quadratura com *Offset*) combinado com o GFDM e outra técnica denominada IF-GFDM (GFDM Livre de interferência), formatando seus pulsos de forma a melhorar seu desempenho no que diz respeito à ICI (interferência entre canais). Tanto o OFDM quanto o OQAM são analisados com bastante cautela, os exemplos em pequena escala e os equacionamentos feitos minuciosamente para provar que o OQAM é ortogonal e para obter o sinal GFDM no receptor são as maiores contribuições do projeto. Os resultados das simulações dessas formatações de pulsos, ao serem transmitidas através de um canal AWGN (Canal aditivo gaussiano branco), serão comparados com os obtidos para o OFDM e entre as próprias técnicas, com relação a taxa de erro, radiação fora de banda e complexidade.

---

## ABSTRACT

The following text presents modulation forms based on multicarriers for communication systems. These techniques are implemented in current applications of wireless communications and with the growth of this form of communication the tendency is that they are more used in future technologies. The first technology to be studied is OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), which is the most implemented scheme currently, including the method used in the fourth generation of cellular communications (4G). Then the focus will be on GFDM (Generalized Frequency Division Multiplexing) which is a newer technology, and seeks to improve some aspects of OFDM without losing its key advantages and is one of the candidates for the next generation of cellular communications (5G). Subsequently, the OQAM (Quadrature Amplitude Modulation with Offset) combined with the GFDM and another technique called IF-GFDM (Interference-free GFDM) are analyzed, formatting their pulses in order to improve their ICI (inter-channel interference) performance. Both OFDM and OQAM are analyzed with caution, the small scale examples and the equations made to prove that the OQAM is orthogonal and to obtain the GFDM signal at the receiver are the major contributions of the project. The results of the simulations of these pulse

formatting, when transmitted through an AWGN (Additive White Gaussian Noise) channel, will be compared with those obtained for OFDM and between the techniques themselves, with respect to error rate, out-of-band radiation and complexity.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	OBJETIVOS DO PROJETO	2
1.3	APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO	3
<b>2</b>	<b>OFDM</b>	<b>4</b>
2.1	INTRODUÇÃO	4
2.2	TRANSMISSOR OFDM	4
2.2.1	SINAL OFDM	5
2.2.2	ELIMINANDO A INTERFERÊNCIA INTERSIMBÓLICA	8
2.3	RECEPTOR OFDM	12
2.4	SIMULAÇÕES	14
2.5	VANTAGENS E DESVANTAGENS	16
2.6	CONCLUSÃO	18
<b>3</b>	<b>TEORIA FUNDAMENTAL DO GFDM</b>	<b>19</b>
3.1	INTRODUÇÃO	19
3.2	TRANSMISSOR GFDM	20
3.2.1	FILTROS PARA O GFDM	21
3.2.2	<i>Tail-biting</i> E PREFIXO CÍCLICO	24
3.2.3	OFDM A PARTIR DO GFDM	25
3.3	RECEPTOR GFDM	25
3.3.1	EQUACIONAMENTO	25
3.4	MÉTODOS PARA IMPLEMENTAÇÃO DO GFDM	28
3.4.1	PRIMEIRO MÉTODO DE IMPLEMENTAÇÃO	29
3.4.2	SEGUNDO MÉTODO DE IMPLEMENTAÇÃO	29
3.4.3	TERCEIRO MÉTODO DE IMPLEMENTAÇÃO	32
3.4.4	QUARTO MÉTODO DE IMPLEMENTAÇÃO	33
3.5	SIMULAÇÕES	37
3.6	CONCLUSÃO	41
<b>4</b>	<b>PROPOSTAS DE PULSOS ORTOGONAIS PARA GFDM</b>	<b>43</b>
4.1	INTRODUÇÃO	43

4.2	OQAM .....	43
4.3	TS-OQAM-GFDM .....	51
4.4	FS-OQAM-GFDM.....	54
4.5	IF-GFDM .....	56
4.6	SIMULAÇÕES .....	60
4.7	CONCLUSÃO.....	70
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>72</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>75</b>



# LISTA DE FIGURAS

2.1	Exemplo de transmissor multiportadora. Adaptado de [1].	5
2.2	Exemplo de sinal OFDM no domínio da DFT.	7
2.3	Transmissor OFDM. Adaptado de [1].	8
2.4	Tempo de guarda em um símbolo OFDM. Adaptado de [2].	9
2.5	Exemplo prefixo cíclico. Adaptado de [2].	9
2.6	Exemplo de convolução cíclica e linear.	9
2.7	Exemplo de convolução cíclica com prefixo cíclico.	10
2.8	Sinais a serem transmitidos e suas convoluções cíclicas com o canal.	11
2.9	Sinal recebido após ser transmitido pelo canal.	11
2.10	BER de um esquema OFDM com modulação QPSK.	14
2.11	BER de um esquema OFDM com modulação 16-QAM.	15
2.12	PSD do sinal OFDM com modulação QPSK.	15
2.13	Máscara espectral utilizada para o padrão 802.11a [3].	16
2.14	Exemplo de erro de sincronização na frequência.	17
3.1	Transmissor GFDM. Adaptado de [4].	20
3.2	Exemplo de paralelização feitas nas modulações OFDM, SC-FDE ( <i>Single-Carrier Frequency Domain Equalization</i> ) e GFDM. a) Com $K = 12$ subportadoras. b) Com $M = 12$ sub-símbolos. c) Com $K = 3$ e $M = 4$ . Adaptado de [5].	20
3.3	Exemplo de alguns filtros que podem ser utilizados em um sinal GFDM.	22
3.4	Densidade espectral de frequência dos filtros da Figura 3.3.	22
3.5	Exemplo do pulso RRC e a convolução cíclica deste pulso com o mesmo.	23
3.6	Exemplo do funcionamento do filtro <i>tail biting</i> . Adaptado de [6].	24
3.7	Receptor GFDM. Adaptado de [4].	25
3.8	Segundo esquema - transmissor GFDM. Adaptado de [4].	29
3.9	Segundo esquema - receptor GFDM [4].	31
3.10	Terceiro esquema - transmissor GFDM. Adaptado de [7].	32
3.11	Quarto esquema - transmissor e receptor GFDM. Adaptado de [5].	33
3.12	Exemplo de matriz $\mathbf{A}$ com $M = 8$ e $K = 16$ , utilizando um filtro RRC.	33
3.13	Colunas um, dois e $K + 1$ da matriz $\mathbf{A}$ da Fig. 3.12.	34
3.14	Complexidade entre os quatro esquemas. Complexidade sendo o número de multiplicações feitas.	36
3.15	Complexidade entre o terceiro esquema do GFDM e o OFDM.	37

3.16	Gráfico de BER - GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos. Foi utilizado um filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,1 e utilizando uma modulação QPSK.....	38
3.17	Gráfico de BER - GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos. Foi utilizado um filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,5 e utilizando uma modulação QPSK.....	39
3.18	Filtros RRC com diferentes <i>roll-off</i> na frequência. ....	39
3.19	Gráfico de BER - GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC, e modulação 16-QAM. ....	40
3.20	PSD do sinal GFDM da primeira simulação. ....	41
4.1	Sistema de comunicação OQAM. Adaptado de [8]. ....	44
4.2	Sistema de comunicação TS-OQAM-GFDM e FS-OQAM-GFDM. Adaptado de [9]. ...	53
4.3	Exemplo de pulso $g^e$ e $g^o$ com $K = 128$ e $M = 5$ . ....	58
4.4	Complexidade variando o numero de subsímbolos para $K$ igual a 128.....	60
4.5	Complexidade variando o numero de subportadoras para $M$ igual a 5. ....	61
4.6	Gráfico de BER - TS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,1, e modulação QPSK.....	62
4.7	Gráfico de BER - TS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,5, e modulação QPSK.....	63
4.8	Gráfico de BER - TS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,9, e modulação 16-QAM.....	63
4.9	Gráfico de BER - FS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,1, e modulação QPSK.....	64
4.10	Gráfico de BER - FS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,5, e modulação QPSK.....	64
4.11	Gráfico de BER - FS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,9, e modulação 16-QAM.....	65
4.12	Gráfico de BER - IF-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,1, e modulação QPSK.....	65
4.13	Gráfico de BER - IF-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,5, e modulação QPSK.....	66
4.14	Gráfico de BER - IF-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,9, e modulação 16-QAM.....	66
4.15	Exemplo de $g^o$ e $g^e$ na frequência. ....	67
4.16	Exemplo de descontinuidade em um filtro RRC com <i>roll-off</i> igual a 0,5 e este mesmo filtro em um sinal FS-OQAM-GFDM, com $K = 128$ e $M = 6$ . ....	68
4.17	PSD do sinal IF-GFDM com $M$ igual a 6, $K$ igual a 128, <i>roll-off</i> igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM. ....	68
4.18	PSD do sinal TS-OQAM-GFDM com $M$ igual a 6, $K$ igual a 128, <i>roll-off</i> igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM.....	69
4.19	PSD do sinal FS-OQAM-GFDM com $M$ igual a 6, $K$ igual a 128, <i>roll-off</i> igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM.....	69

4.20 PSD do sinal FS-OQAM-GFDM com o subsímbolo, que gera descontinuidade, nulo. Utilizando $M$ igual a 6, $K$ igual a 128, <i>roll-off</i> igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM. ....	70
---	----

# LISTA DE TABELAS

2.1	Simulação OFDM.....	14
3.1	Resumo das complexidades apresentadas.....	36
3.2	Parâmetros da simulação GFDM.....	37
3.3	Tabela de ACPR com o OFDM e GFDM.....	41
4.1	Resumo das complexidades apresentadas.....	60
4.2	Simulação propostas ortogonais para o GFDM.....	62
4.3	Tabela de ACPR com todos os esquemas de modulação apresentadas.....	70

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos

$K$	Número de subportadoras
$M$	Número de subsímbolos
$N$	Taxa de superamostragem
$B$	Banda do sinal transmitido
$\omega$	Frequência em radianos por segundo
$T_0$	Tempo de coerência
$T_a$	Intervalo de amostragem
$T_s$	Tempo de símbolo
$T_m$	Tempo de subsímbolo
$\tau_m$	Espalhamento de Atraso
$S(t)$	Sinal transmitido em banda passante
$s(t)$	Sinal a ser transmitido em banda base
$s[n]$	Sinal $s(t)$ discretizado
$d[k]$	Dados modulados em M-QAM do sinal OFDM
$W_N$	exponencial complexa $e^{\frac{j2\pi}{N}}$
$h[n]$	Resposta impulsional do canal
$w[n]$	Ruído gaussiano branco
$\sigma^2$	Variância
$y[n]$	Sinal recebido
$Y[k]$	DFT do sinal $y[n]$
$H[k]$	DFT do sinal $h[n]$
$W[k]$	DFT do sinal $w[n]$
$\hat{s}[k]$	Dados OFDM demodulados
$c[k]$	Sinal do equalizador MMSE
Bsc	Banda de uma subportadora - <i>Subcarrier Bandwidth</i>
$d_k[m]$	Dados modulados em M-QAM, sendo $k$ o número da subportadora e $m$ o número do subsímbolo
$d_k^I[m]$	Parte imaginária de $d_k[m]$
$d_k^R[m]$	Parte real de $d_k[m]$
$d_{k,m}^e[m]$	Dado par do IF-GFDM
$d_{k,m}^o[m]$	Dado ímpar do IF-GFDM

$\hat{d}_k^R[m]$	Parte real do dado demodulado
$\hat{d}_k^I[m]$	Parte imaginária do dado demodulado
$d_k[n]$	Dados superamostrados na subportadora $k$
$g(t)$	Filtro no tempo contínuo
$g_{kTx}[n]$	Pulso de transmissão da subportadora $k$
$g_{kRx}[n]$	Pulso de recepção da subportadora $k$
$g_{RRC}(t)$	Filtro RRC
$g_{k,m}^{(i)}[n]$	Filtro de transmissão em fase de um sinal TS-OQAM-GFDM da subportadora $k$ e subsímbolo $m$
$g_{k,m}^{(q)}[n]$	Filtro de transmissão em quadratura de um sinal TS-OQAM-GFDM da subportadora $k$ e subsímbolo $m$
$\tilde{g}_{k,m}^{(i)}[n]$	Filtro de transmissão em fase de um sinal FS-OQAM-GFDM da subportadora $k$ e subsímbolo $m$
$\tilde{g}_{k,m}^{(q)}[n]$	Filtro de transmissão em quadratura de um sinal FS-OQAM-GFDM da subportadora $k$ e subsímbolo $m$
$g_{k,m}^e[n]$	Filtro de transmissão par de um sinal IF-GFDM da subportadora $k$ e subsímbolo $m$
$g_{k,m}^o[n]$	Filtro de transmissão ímpar de um sinal IF-GFDM da subportadora $k$ e subsímbolo $m$
$g_{k,m}[n]$	Filtro de transmissão da subportadora $k$ e subsímbolo $m$
$G[v]$	DFT do filtro $g_{kTx}[n]$
$\alpha$	<i>Roll-off</i>
$z_k[n]$	Sinal GFDM recebido após o bloco do filtro, na subportadora $k$
$r_k[n]$	Distorção adicionada pelas subportadoras adjacentes a subportadora $k$ de um sinal GFDM recebido após o filtro de recepção
$\mathcal{O}(\cdot)$	Número de multiplicações de um algoritmo (complexidade)
<b>D</b>	Matriz de dados modulados em M-QAM
<b>S</b> $\frac{M}{N}$	Matriz de superamostragem
<b>X</b> $_D$	Matriz de dados superamostrados
<b>X</b> $_G$	Matriz de dados filtrados
<b>G</b>	Matriz de coeficientes do filtro circular
<b>W</b>	Matriz da DFT
<b>Ď</b>	Matriz de dados demodulados
$\vec{d}$	Vetor coluna de dados modulados em M-QAM
<b>A</b>	Matriz de modulação do GFDM
$\vec{g}_{k,m}$	Vetor coluna do filtro da subportadora $k$ e do subsímbolo $m$
<b>B</b>	Matriz de demodulação do GFDM
<b>A</b> $^+$	Matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose de <b>A</b>
<b>A</b> $^\dagger$	Matriz de demodulação do GFDM com equalização MMSE
<b>A</b> $^{(i)}$	Matriz de modulação em fase do TS-OQAM-GFDM

$\mathbf{A}^{(q)}$	Matriz de modulação em quadratura do TS-OQAM-GFDM
$\tilde{\mathbf{A}}^{(i)}$	Matriz de modulação em fase do FS-OQAM-GFDM
$\tilde{\mathbf{A}}^{(q)}$	Matriz de modulação em quadratura do FS-OQAM-GFDM
$\mathbf{A}^e$	Matriz de modulação par de um sinal IF-GFDM
$\mathbf{A}^o$	Matriz de modulação ímpar de um sinal IF-GFDM
$\mathbf{I}$	Matriz identidade
$\mathbf{0}_{MK}$	Matriz zero de tamanho $MK$
$\mathbf{U}_{MK}$	Matriz unitária de tamanho $MK$
$r(t)$	Componente de interferência entre canais adjacentes de um sinal OQAM
$R(\omega)$	Transformada de Fourier do sinal $r(t)$
dB	Decibéis

## Siglas

3G	Terceira Geração - <i>Third Generation</i>
4G	Quarta Geração - <i>Fourth Generation</i>
5G	Quinta Geração - <i>Fifth Generation</i>
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACPR	<i>Adjacent Channel Power Ratio</i>
ADSL	<i>Asymmetric Digital Subscriber Line</i>
ARIB	<i>Association of Radio Industries and Businesses</i>
AWGN	Canal aditivo gaussiano branco - <i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	Taxa de Erro de Bit - <i>Bit Error Rate</i>
CP	Prefixo cíclico - <i>Cyclic Prefix</i>
DC	Dolph-Chebyshev
DFT	Transformada Discreta de Fourier - <i>Discrete Fourier Transform</i>
DMT	<i>Discrete Multitone</i>
DVB-T	<i>Digital Video Broad-casting - Terrestrial</i>
ETSI	<i>European Telecommunications Standards Institute</i>
FBMC	Banco de filtros de multi-portadoras - <i>Filter Bank Multi-Carrier</i>
FDM	Multiplexação por Divisão em frequência <i>Frequency Division Multiplexing</i>
FFT	Transformada Rápida de Fourier - <i>Fast Fourier Transform</i>
FS	Deslocamento na Frequência - <i>Frequency-Shift</i>
GFDM	Multiplexação por divisão generalizada de frequências - <i>Generalized Frequency Division Multiplexing</i>
ICI	Interferência Entre Canais - <i>Inter-Channel Interference</i>
IDFT	Transformada Inversa Discreta de Fourier - <i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos - <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
IF	Livre de interferência - <i>Interference-Free</i>
IFFT	Transformada Inversa Rápida de Fourier - <i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
IoT	Internet das Coisas - <i>Internet of Things</i>
ISDB-T	<i>Integrated Digital Video Broad-casting - Terrestrial</i>
ISI	Interferência intersimbólica - <i>Intersymbol Interference</i>
LTE	<i>Long Term Evolution</i>
MCM	Modulação multiportadora - <i>Multi-Carrier Modulation</i>
MF	Filtro casado - <i>Matched-Filter</i>
MMSE	Mínimo erro médio quadrático - <i>Minimum Mean Square Error</i>
MTC	<i>Machine Type Communications</i>
OFDM	Multiplexação por divisão ortogonal de frequências - <i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>
OOB	Radiação fora de banda - <i>Out-of-Band</i>
OQAM	Modulação de Amplitude em quadratura com <i>Offset</i> - <i>Quadrature Amplitude Modulation with Offset</i>



PAPR	Razão entre a potência de pico e a potência média - <i>Peak to Average Power Rate</i>
PSD	Densidade Espectral de Potência
QAM	Modulação de amplitude em quadratura - <i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QPSK	Modulação por deslocamento de fase em quadratura - <i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
RRC	Raiz de cosseno Levantado - <i>Root Raised Cosine</i>
SC-FDM	Multiplexação por divisão de frequência com uma subportadora - <i>Single-Carrier Frequency Division Multiplexing</i>
SNR	Razão Sinal-ruído - <i>Signal-to-Noise Ratio</i>
STC	<i>Space-Time Code</i>
TDM	Multiplexação por Divisão no Tempo <i>Time Division Multiplexing</i>
TS	Deslocamento no tempo - <i>Time-Shift</i>
TV	Televisão
UFMC	Filtro de multiportadoras universal - <i>Universal Filter Multi-Carrier</i>
WHT	Transformada de Walsh-Hadamard
WiMAX	<i>Worldwide Interoperability for Microwave Access</i>
WLAN	<i>Wireless Local Area Network</i>
ZF	<i>Zero Forcing</i>

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contextualização

O contexto de redes de comunicação tem se desenvolvido de forma exponencial nas últimas décadas, com cada vez mais dispositivos conectados e mídias que precisam de mais capacidade da rede sendo transmitidas [4]. Dessa forma, o meio de telecomunicações se encontra em constante mudança e inovação, cientistas e empresas trabalham em novos métodos para melhorar os sistemas de comunicação todos os dias. O OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing* – Multiplexação por divisão ortogonal de frequências) e GFDM (*General Frequency Division Multiplexing* – Multiplexação por divisão generalizada de frequências) surgiram com esse objetivo e serão detalhados durante todo o projeto.

O OFDM é uma modulação bastante empregada em redes de comunicação, devido à sua baixa complexidade para banda larga e apresenta grande capacidade de minimizar efeitos negativos provocados por canais com desvanecimento seletivo em frequência, oferecendo maior facilidade na equalização se comparado a um sistema de uma única portadora, para banda larga.

Por esse e outros motivos, várias tecnologias vêm fazendo uso do OFDM. Dentre elas estão o DVB-T (*Digital Video Broad-casting – Terrestrial*) padronizado pelo ETSI (*European Telecommunications Standards Institute*), o padrão japonês e brasileiro de TV digital ISDB-T (*Integrated Digital Video Broad-casting – Terrestrial*) estabelecido pela ARIB (*Association of Radio Industries and Businesses*), o padrão de WLAN IEEE 802.11a, as mais recentes tecnologias celulares como LTE (*Long Term Evolution*) do 3GPP (*3rd Generation Partnership Project*) e WiMAX do IEEE [3], além da tecnologia ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*), que usa a DMT (*Discrete Multitone*), uma variante do OFDM, além de ser usado na quarta geração de sistemas de comunicação móvel celular, o 4G (quarta geração) [10].

O OFDM tem sido a tecnologia escolhida em vários sistemas de comunicação com e sem fio. Porém ele tem algumas limitações, como a OOB (radiação fora de banda) e baixa sensibilidade de sincronia em frequência. Devido a essas limitações, ao crescimento do uso de comunicações sem fio e à demanda por algumas aplicações emergentes, como o MTC (*Machine Type Communications*) e o IoT (*Internet das coisas – Internet of Things*) aplicados no 5G (quinta geração), outras tecnologias

estão sendo estudadas para substituir o OFDM nessas aplicações. O GFDM é um dos candidatos a forma de onda do 5G, pois, devido a algumas de suas propriedades, vem recebendo bastante atenção [11].

O GFDM, como sugere o nome, é uma forma geral do OFDM, e busca preservar suas propriedades vantajosas enquanto diminui suas limitações. Uma das abordagens, que será apresentada ao longo do projeto, traz uma implementação do GFDM com baixa radiação fora de banda enquanto mantém a ortogonalidade, assim removendo a limitação da OOB do OFDM. O GFDM somente utiliza um prefixo cíclico a cada grupo de subsímbolos, diferentemente do OFDM que utiliza um para cada símbolo, tornando o GFDM mais eficiente em banda [11].

Porém, complexidade de implementação do GFDM é maior que a do OFDM. Há várias formas de se gerar o sinal GFDM, e apresentaremos quatro formas de se implementar este sinal, a fim de se alcançar uma complexidade próxima à do OFDM.

No que diz respeito ao GFDM, ele possui algumas combinações com outras técnicas a fim de obter características dessas. Por exemplo, sua forma de onda pode ser configurada para atingir requisitos de baixa latência, sendo possível combinar com a WHT (transformada de Walsh-Hadamard) para a obtenção de um alto desempenho em aplicações que necessitam de transmissões únicas [10].

O WHT-GFDM é apenas um caso especial de uma técnica muito mais flexível, que pode também ser combinada com o mapeamento OQAM (*Offset Quadrature Amplitude Modulation*) para evitar a geração de interferências, ou com a STC (*Space-Time Code*) para alcançar diversidade na transmissão e na recepção [10].

Por conta das vantagens citadas e outros aspectos que serão apresentados na sequência, tanto o GFDM quanto o OFDM são candidatos para a camada física da quinta geração de sistemas de comunicação móvel, o 5G, assim como outras modulações, como o UFMC (Filtro de Multiportadoras Universal), o FBMC (Banco de Filtros de Multiportadoras) e o F-OFDM (OFDM filtrado).

Entretanto o atual cenário da camada física do 5G aponta para uma solução baseada no OFDM, denominada CP-OFDM, a escolha desse tipo de modulação multiportadora se dá pois o CP-OFDM possui resultados melhores do que seus concorrentes nos indicadores que mais importam, como compatibilidade com sistemas multi-antena, alta eficiência espectral e baixa complexidade. O que não elimina o uso do GFDM em outras aplicações [12].

## 1.2 Objetivos do projeto

O GFDM é uma forma de modulação ainda bastante nova, mas com muito potencial para o futuro. Sua flexibilidade de implementação a torna bastante atrativa para aplicações que necessitam dessa característica. Por isso optamos por tê-la como foco desse projeto.

O primeiro objetivo é a análise de complexidade para quatro métodos diferentes de se implementar o modulador e demodulador GFDM. Será feita a comparação entre eles, a fim de encontrarmos o método que garante a menor complexidade entre eles.

O segundo objetivo é analisar três formas de se garantir a ortogonalidade de um sinal GFDM: TS-OQAM-GFDM (OQAM-GFDM com deslocamento no tempo), FS-OQAM-GFDM (OQAM-GFDM com deslocamento na frequência) e IF-GFDM (GFDM livre de interferência), pois quando esta não é garantida este sinal ficará suscetível a interferência entre canais (ICI), aumentando sua taxa de erro. A fim de se resolver este problema, estas três formas de se implementar a ortogonalidade em um sinal GFDM serão apresentadas, e então será feita uma comparação entre essas formas, em termos de complexidade, taxa de erro e radiação fora de banda.

### 1.3 Apresentação do manuscrito

No capítulo dois, é apresentado o OFDM, com as motivações para a criação desta modulação, o par transmissor-receptor, equações em pequena escala e resultados computacionais analisando o desempenho de uma transmissão OFDM e suas vantagens e desvantagens.

No capítulo três, é apresentado o GFDM, com a explicação de todos os blocos que envolvem o par transmissor-receptor com explicações e exemplos das equações mais complicadas, assim como uma análise detalhada do sinal GFDM no receptor. Além disso, são apresentados quatro métodos de implementação do sinal GFDM, sendo duas matriciais, uma no tempo e uma na frequência. Será apresentado as complexidades dos quatro métodos, e em seguida os resultados computacionais analisando o desempenho de uma transmissão GFDM.

No capítulo quatro, é apresentada a modulação OQAM (*Quadrature Amplitude Modulation with Offset*) para sistemas MCM (*Multicarrier Modulation* – Modulação multiportadora) e uma análise detalhada provando que o OQAM garante a ortogonalidade. Em seguida, são exibidos três métodos que garantem a ortogonalidade de um sinal GFDM, TS-OQAM-GFDM, FS-OQAM-GFDM e IF-GFDM, e apresentando a prova matemática de que esses métodos mitigam a interferência entre canais. Além de resultados computacionais da transmissão desses três métodos.

No capítulo cinco, são feitas as principais conclusões do trabalho, e propostas para trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## OFDM

### 2.1 Introdução

O OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing* – Multiplexação por divisão ortogonal de frequências) é uma modulação antiga, criada e patenteada em 1966 por R. W. Chang [13], porém só foi implementada em equipamentos na década de 90, que foi quando as necessidades do mercado coincidiram com a capacidade de softwares e tecnologias eletrônicas eficientes [14].

Antes de se utilizar o OFDM, eram utilizados sistemas TDM (*Time Division Multiplexing* – multiplexação por divisão de tempo) e FDM (*Frequency Division multiplexing* – multiplexação por divisão de frequências). Em 1918 o FDM se tornou a base da telefonia analógica, sendo substituído por um sistema misto (TDM/FDM) e posteriormente para um unicamente TDM. Com o aumento do número de usuários, o FDM voltou a ser aplicado no lugar do TDM, mas de uma forma diferente: com o tempo de símbolo maior que o espalhamento de atraso do canal, assim a equalização do sinal recebido se tornou mais simples. Entretanto o FDM apresentava um problema, as subportadoras adjacentes geravam interferência entre canais, ou utilizava uma banda de guarda entre os canais, o que acabava consumindo banda desnecessariamente. Assim surgiu o OFDM, que é uma particularidade do FDM, com a diferença de que suas subportadoras são ortogonais, de forma que sejam sobrepostas mas não interferem entre si [4].

Será apresentado o par transmissor-receptor de um esquema OFDM, com e sem a FFT e IFFT. Logo após, serão exibidos alguns resultados, taxa de erro e radiação fora de banda, de simulações computacionais de um sinal OFDM ao ser transmitido por um canal AWGN (ruído aditivo gaussiano branco), suas vantagens e desvantagens e uma conclusão do capítulo.

### 2.2 Transmissor OFDM

O OFDM é uma modulação digital multiportadora, como mostrado na Fig. 2.1. Em sistemas de comunicações digitais a modulação é o processo de variação de amplitude, frequência e/ou fase de um sinal. O intuito da modulação em sistemas de comunicação é a de transmitir o sinal pelo

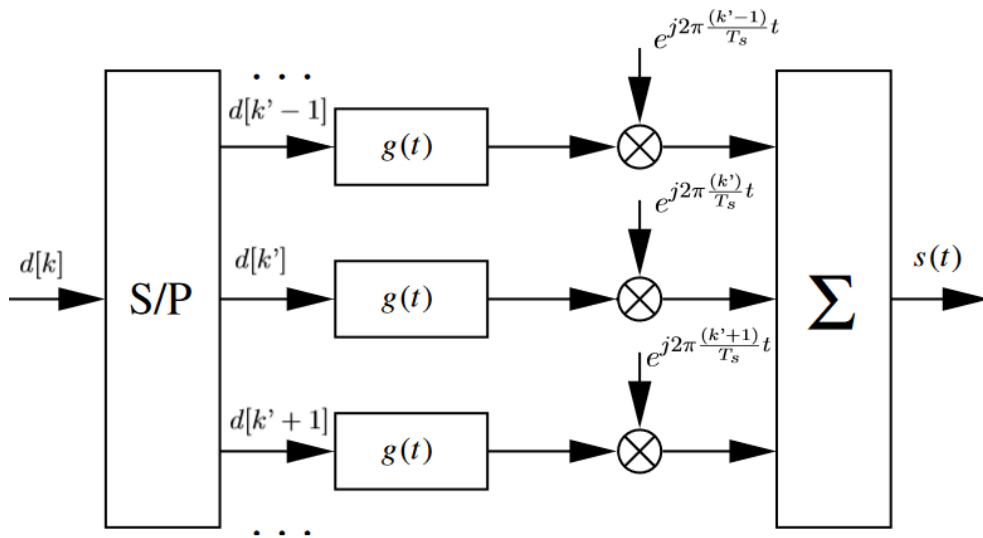


Figura 2.1: Exemplo de transmissor multiportadora. Adaptado de [1].

meio e conseguir recuperar este sinal na demodulação.

O OFDM surgiu para se alcançar taxas de transmissão altas e livres de ISI, ICI e facilidade de equalização. Isso era complicado de ser feito utilizando os esquemas de modulações digitais de única portadora. Um exemplo disso é que se o espalhamento de atraso do canal for alto, para este sistema transmitir em altas taxas, a equalização será complexa, pois o tempo de símbolo do sinal será pequeno.

A modulação multiportadora permite dividir o fluxo de dados em vários fluxos com taxas menores, que somadas resultam na taxa total do fluxo de dados inicial. Cada um desses fluxos de taxas menores é modulado em sua subportadora, e essa divisão da taxa de dados é feita por meio da paralelização no transmissor. Estas subportadoras podem então ser moduladas e enviadas por meio de subcanais paralelos e demoduladas separadamente. No OFDM esses subcanais são feitos de forma que sejam ortogonais, para retirar a interferência entre subportadoras, o que resulta em uma taxa de erros menor. Utilizando-se deste método, o tempo de símbolo ( $T_s$ ) pode ser maior que o espalhamento de atraso ( $\tau_m$ ) do canal. Após esse processo a ISI em cada subcanal será pequena, e mais para frente demonstraremos como eliminá-la utilizando prefixo cíclico.

### 2.2.1 Sinal OFDM

Um transmissor OFDM é muito parecido com o transmissor da Fig. 2.1, porém o pulso  $g(t)$  é um pulso retangular com o comprimento igual ao número de subportadoras ( $K$ ) do transmissor OFDM, e após o somatório pode se adicionado o prefixo cíclico, se estiver em um canal com desvanecimentos, como será apresentado na Subseção 2.2.2. E as subportadoras são deslocadas de forma a serem ortogonais.

Um sinal OFDM pode ser separado em blocos como mostrado na Fig. 2.1. Primeiramente os bits são mapeados em um codificador M-QAM (M indicando o número de pontos existentes em

uma modulação QAM). Na Fig. 2.1 o bloco que faz o mapeamento para a constelação M-QAM não é apresentado, pois os símbolos  $d[k]$  já estão codificados. Após isso cada símbolo é paralelizado em sua subportadora, havendo assim só um símbolo por subportadora. Cada símbolo é filtrado por um pulso retangular de comprimento  $K$  e, em seguida, deslocado para a frequência da sua subportadora. Após o sinal em cada subportadora estar pronto, eles são somados e se adiciona o prefixo cíclico.

Entretanto, as subportadoras precisam ser ortogonais, ou seja, o produto interno entre as subportadoras deve ser nulo. Para isso será calculado o produto interno entre duas subportadoras arbitrárias ( $k'$  e  $k''$ ).

$$\left\langle d[k']e^{j2\pi f_{k'}t}, d[k'']e^{j2\pi f_{k''}t} \right\rangle = \int_0^{T_s} d[k']e^{j2\pi f_{k'}t} \left\{ d[k'']e^{j2\pi f_{k''}t} \right\}^* dt. \quad (2.1)$$

$x^*$  é o conjugado complexo de  $x$ , e  $d[k']$  e  $d[k'']$  são constantes. Logo não serão necessários para o cálculo do produto interno, podendo assim serem retirados da Eq. (2.1), o que resulta em

$$\int_0^{T_s} e^{j2\pi f_{k'}t} e^{-j2\pi f_{k''}t} dt = \int_0^{T_s} e^{j2\pi(f_{k'}-f_{k''})t} dt. \quad (2.2)$$

A variação de frequência  $\Delta f$  será igual a  $\frac{1}{T_s}$ , assim  $f_k$  será igual a  $\frac{k}{T_s}$ . Com esses valores de frequência pode-se calcular a integral dada na Eq. (2.2), resultando em

$$\int_0^{T_s} e^{j2\pi(f_{k'}-f_{k''})t} dt = \begin{cases} T_s & \text{se } k'' = k'. \\ 0 & \text{se } k'' \neq k'. \end{cases} \quad (2.3)$$

Dessa forma obtém-se a ortogonalidade entre as subportadoras, visto que se as frequências forem iguais a múltiplos de  $\frac{1}{T_s}$ , o valor do produto interno só será diferente de 0 quando as frequências forem iguais.

O sinal OFDM que será enviado em banda passante ( $S(t)$ ) em torno da frequência  $f_c$ , e é calculado por meio de

$$S(t) = \text{Re}\{s(t)e^{j2\pi f_c t}\} \quad \text{de } 0 < t < T_s. \quad (2.4)$$

$$s(t) = \sum_{k=0}^{K-1} d[k]e^{j2\pi \frac{k}{T_s} t}. \quad (2.5)$$

A função  $s(t)$ , da Eq. (2.5), é a envoltória complexa de  $S(t)$ . Pode-se discretizar  $s(t)$  para implementar o modulador OFDM digitalmente.

$$s[n] = s(T_a). \quad (2.6)$$

$$s[n] = \sum_{k=0}^{K-1} d[k] e^{j2\pi \frac{k}{T_s} n T_a}.$$

A taxa de amostragem deve ser maior ou igual a  $2B$  em que  $B$  é a banda do sistema, e a banda desse sistema é um pouco mais que  $\frac{K}{T_s}$  e pode ser aproximada a  $\frac{K}{T_s}$ . Porém, a taxa de amostragem não precisa ser  $\frac{2K}{T_s}$  porque não existem componentes de frequência na parte negativa da frequência (a não ser metade da banda da primeira subportadora). Logo é possível amostrar a uma taxa  $\frac{K}{T_s}$  e não ter *aliasing*.

O tempo de símbolo será igual a  $KT_a$ . Com o intuito de se transmitir em um canal com desvanecimento plano, pode-se alterar o número de subportadoras do sistema OFDM, a fim de fazer  $T_s$  maior que  $\tau_m$ . Porém  $T_s$  deve ser menor que o tempo de coerência do canal ( $T_0$ ), a fim de tornar o canal invariante no tempo.

Na Fig. 2.2 pode ser visto o espectro de um sinal OFDM com oito subportadoras e modulação 16-QAM.

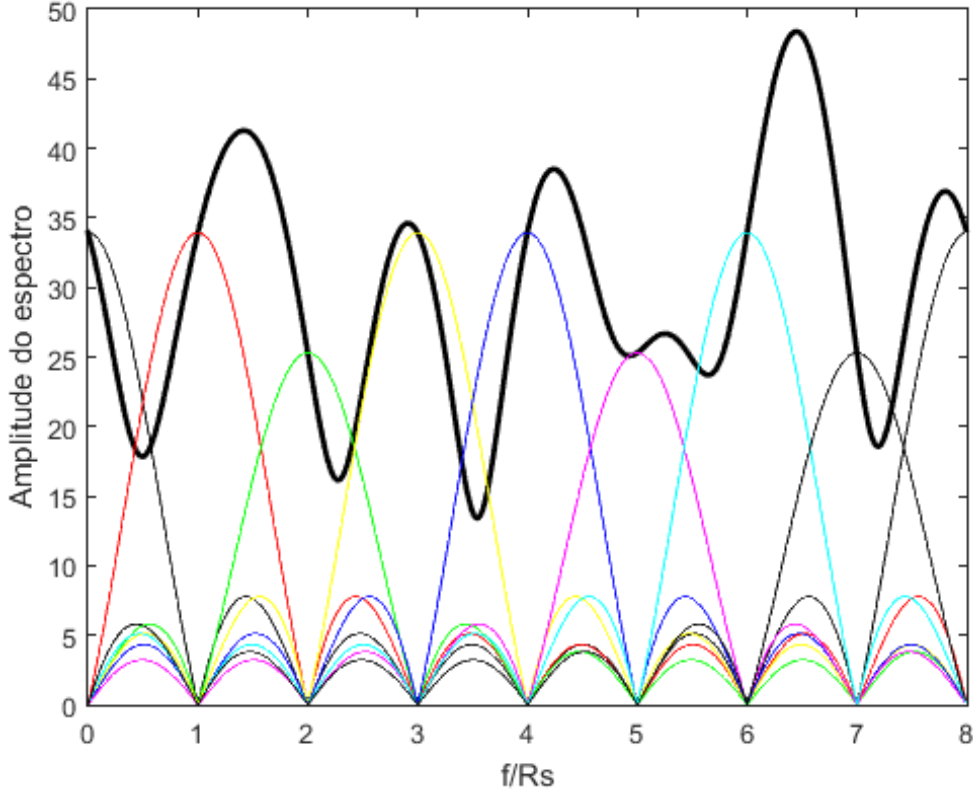


Figura 2.2: Exemplo de sinal OFDM no domínio da DFT.

Logo, fazendo  $T_a = \frac{T_s}{K}$  e o substituindo na Eq. (2.6), obtém-se:

$$s[n] = \sum_{k=0}^{K-1} d[k] e^{j2\pi \frac{nk}{K}}. \quad (2.7)$$



O sinal da Eq. (2.7) pode ser implementada por meio da IDFT, pois a IDFT tem a seguinte forma:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn}, \quad (2.8)$$

em que  $W_N$  é igual a  $e^{-\frac{2j\pi}{N}}$  e  $N$  é o tamanho da IDFT.

É possível se observar que a envoltória complexa do sinal OFDM é a mesma da fórmula da IDFT, se utilizar uma IDFT de tamanho igual ao número de suportadoras do sinal OFDM, a menos de uma constante multiplicativa, logo  $s[n] = K (\text{IDFT}\{d[k]\})$ . Uma forma de se otimizar o modulador OFDM é implementar a IFFT em vez da IDFT, reduzindo a complexidade do sistema de  $\mathcal{O}(K^2)$  para  $\mathcal{O}(K \log_2 K)$ .

O Transmissor OFDM pode ser visto na Fig 2.3.

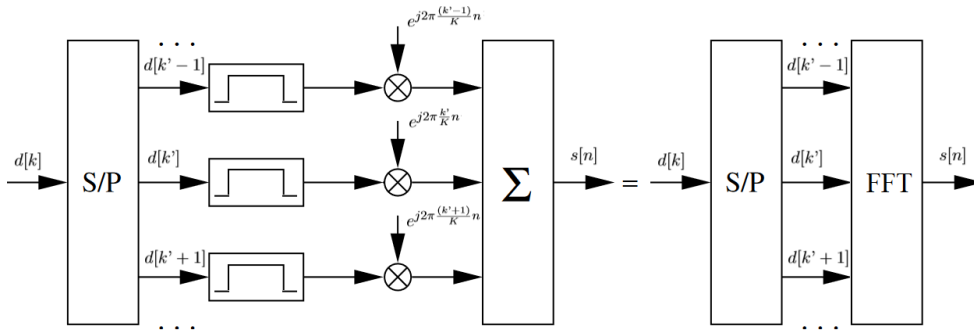


Figura 2.3: Transmissor OFDM. Adaptado de [1].

### 2.2.2 Eliminando a Interferência Intersimbólica

A fim de se transmitir em um canal com desvanecimento plano, queremos que o tempo de símbolo ( $T_s$ ) seja maior que o espalhamento de atraso ( $\tau_m$ ), e  $T_s = T_a$ , pois na subseção anterior definimos o intervalo de amostragem igual a  $\frac{T_s}{K}$ . E queremos que  $T_s$  seja menor que o tempo de coerência ( $T_0$ ), a fim de se transmitir em um canal com desvanecimento lento. Porém somente isso não é o suficiente para se transmitir um sinal sem ISI (Interferência Intersimbólica).

Quando o sinal OFDM  $s[n]$  é transmitido pelo canal com resposta impulsional igual a  $h[n]$ , gera-se o sinal  $y[n]$  que é igual a  $s[n] * h[n]$ , em que o símbolo  $*$  representa uma convolução linear. O sinal  $y[n]$  tem duração igual a  $T_s + \tau_m$ , portanto é necessário utilizar um tempo de guarda ( $T_g$ ) maior ou igual ao  $\tau_m$  para não gerar ISI ao símbolo adjacente, como mostra na Fig. 2.4 e no Exemplo 2.2.

O tempo de guarda pode ser enviado nulo, pode ser enviado com um prefixo cíclico, entre outras possibilidades. O prefixo cíclico terá a função de transformar a convolução linear do sinal com o canal em uma convolução cíclica de tamanho igual ao do sinal OFDM sem prefixo cíclico. Isso é preferível pois queremos utilizar o par DFT e IDFT para implementar o sinal OFDM, por motivos

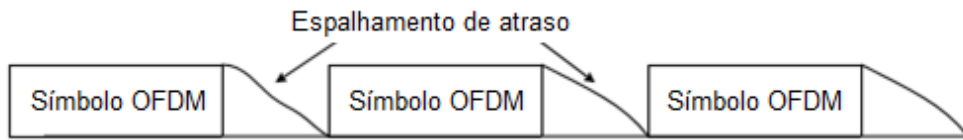


Figura 2.4: Tempo de guarda em um símbolo OFDM. Adaptado de [2].

de complexidade, pois a convolução linear, diferentemente da convolução cíclica, não resulta em uma multiplicação no domínio das DFT's, o que dificulta um pouco a equalização no decodificador.

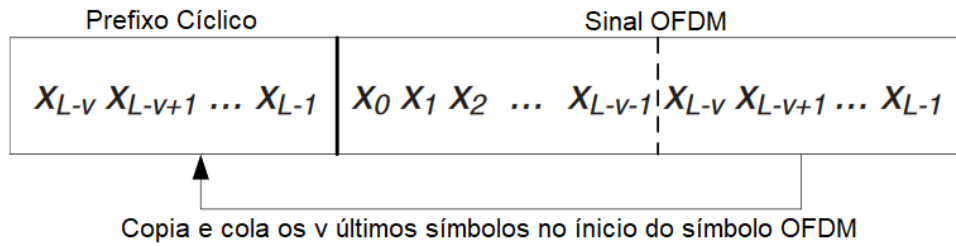


Figura 2.5: Exemplo prefixo cíclico. Adaptado de [2].

A adição de um prefixo cíclico (CP) serve para tornar o sinal de recepção igual a  $y[n] = s[n] \otimes h[n]$ , em que o símbolo  $\otimes$  representa uma convolução cíclica, como pode ser visto no Exemplo 2.1. O prefixo cíclico é implementado fazendo-se a cópia dos últimos símbolos do sinal OFDM e colando na parte inicial do símbolo OFDM, conforme pode ser verificado por meio da Fig. 2.5. O número de símbolos que deve ser copiado deve ser maior ou igual ao tamanho da resposta impulsional do canal menos um, porque é o tamanho de símbolos a mais que será gerado quando for feita a convolução linear entre o canal de comunicação e o sinal a ser enviado.

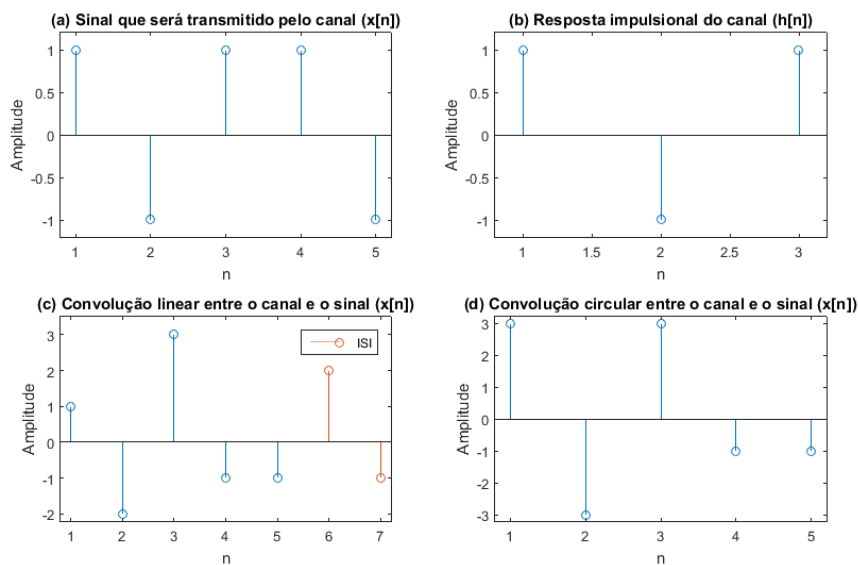


Figura 2.6: Exemplo de convolução cíclica e linear.

Exemplo 2.1: Será demonstrado que a convolução linear com o canal gera ISI e que o prefixo cíclico realmente produz uma convolução cíclica. O sinal ( $x[n]$ ) será transmitido pelo canal ( $h[n]$ ) que tem resposta impulsional igual a  $[1, -1, 1]$ . O sinal  $x[n]$  tem os seguintes valores  $[1, -1, 1, 1, -1]$ , conforme pode ser observado na Fig. 2.6.

Na Fig. 2.6 pode-se ver que a convolução linear entre os dois sinais do exemplo gera dois componentes de ISI. Para não ter ISI, e a convolução linear da Fig. 2.6 se tornar a convolução cíclica, com comprimento igual a cinco, mostrada na mesma figura, será utilizado um prefixo cíclico de tamanho igual número de componentes de ISI.

Por meio da Fig. 2.7 pode-se ver que o prefixo cíclico realmente produz uma convolução cíclica entre os dois sinais, além de servir como um tempo de guarda para os componentes adicionais resultantes da convolução linear com o canal.

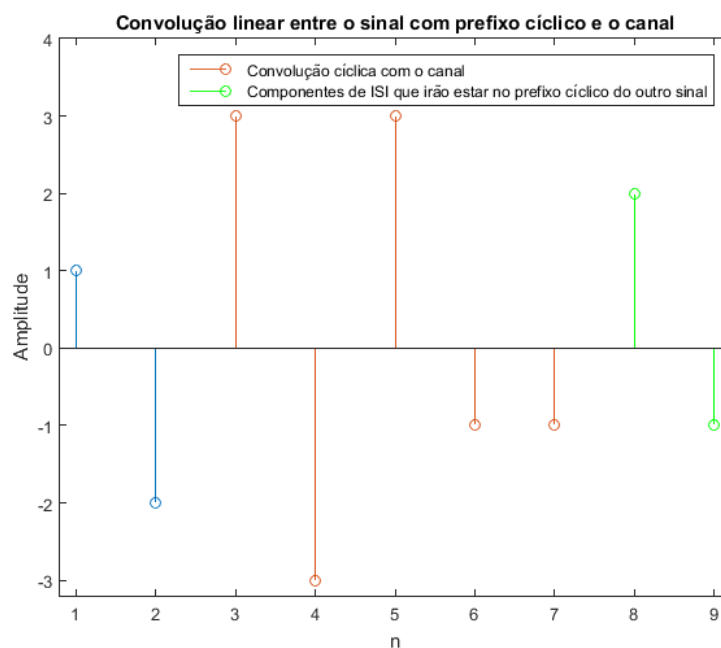


Figura 2.7: Exemplo de convolução cíclica com prefixo cíclico.

Exemplo 2.2: Este exemplo tem a finalidade de demonstrar que a ISI é eliminada ao se utilizar o prefixo cíclico adicionado ao tempo de símbolo seja maior que o espalhamento de atraso do canal.

Dois sinais serão transmitidos pelo canal, que tem resposta impulsional igual a  $h[n] = [1, 0.5, -0.5]$ . Os dois sinais utilizarão um prefixo cíclico com tamanho igual a dois.

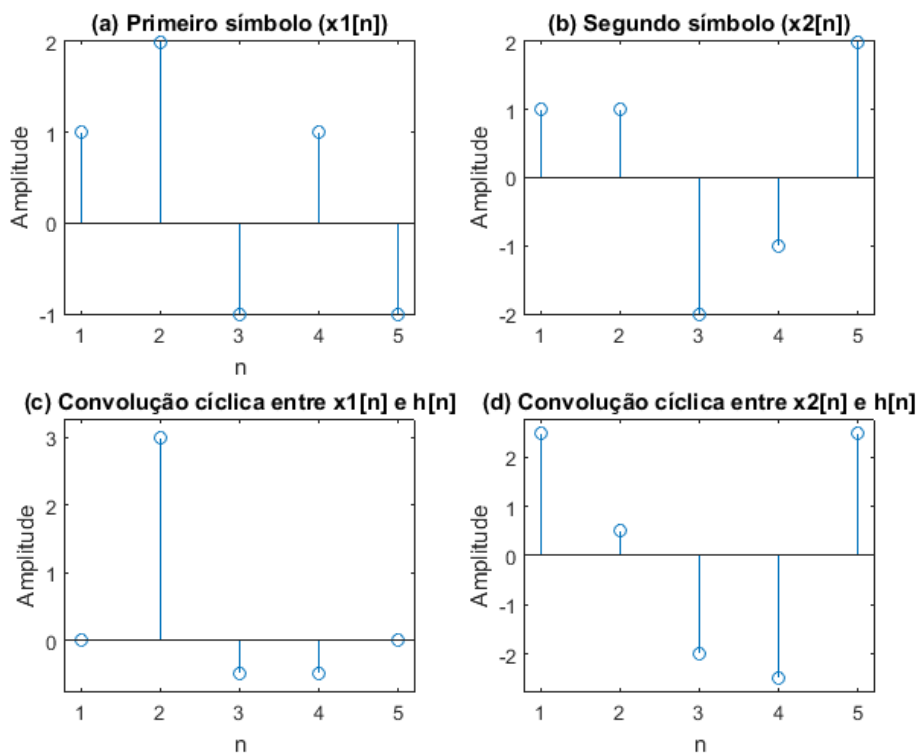


Figura 2.8: Sinais a serem transmitidos e suas convoluções cíclicas com o canal.

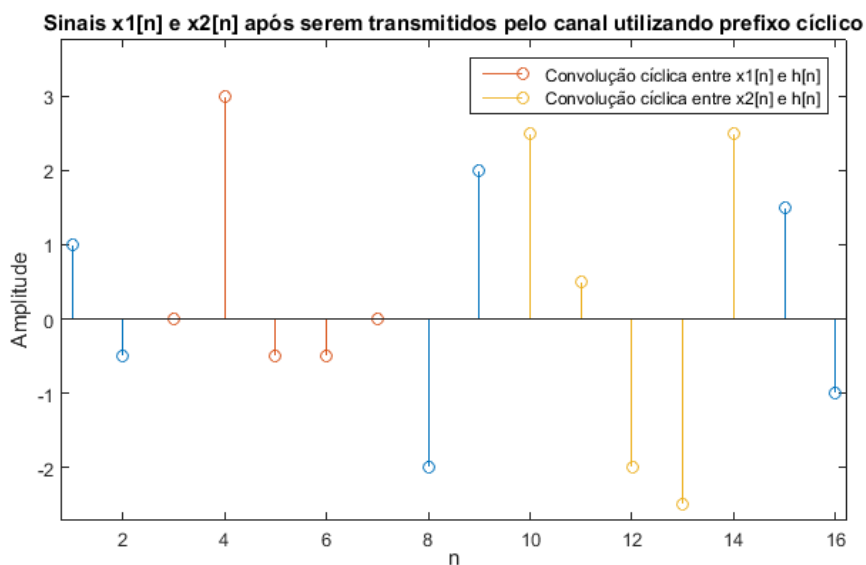


Figura 2.9: Sinal recebido após ser transmitido pelo canal.

Pode ser observado mediante a Fig. 2.9 que o sinal resultante da convolução linear com o canal de comunicação gerou os mesmos sinais resultantes da convolução cíclica presente na Fig. 2.8, o que demonstra que a comunicação não apresentou nenhuma interferência intersimbólica.

## 2.3 Receptor OFDM

Assim como é possível implementar o transmissor OFDM com a IDFT, também é possível implementar o decodificador com a DFT. Prova é simples, pois  $d[k] = \text{DFT}\{s[n]\}$  e  $d[k] = \text{DFT}\{\text{IDFT}\{d[k]\}\}$ , em que a DFT é implementada por meio de

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]W_N^{kn}, \quad (2.9)$$

em que  $W_N$  é igual a  $e^{-\frac{2j\pi}{N}}$  e  $N$  é o tamanho da DFT.

Com a Eq. (2.9) e a Eq. (2.8), tem-se o par DFT e IDFT, e é com essas duas equações que a igualdade  $d[k] = \text{DFT}\{s[n]\}$  pode ser provada. Então pretende-se obter a constante  $d[k']$  por meio do sinal  $s[n]$ , para isso será feita a DFT, de tamanho igual ao número de subportadoras ( $K$ ), deste sinal.

$$d[k'] = \sum_{n=0}^{K-1} s[n]e^{-j2\pi\frac{nk'}{K}}. \quad (2.10)$$

Substituindo a Eq. (2.7) na Eq. (2.10), temos

$$d[k'] = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \sum_{k=0}^{K-1} d[k]e^{-j2\pi\frac{nk'}{K}}e^{i2\pi\frac{nk}{K}}. \quad (2.11)$$

É possível retirar o sinal  $d[k]$  do somatório  $\sum_{n=0}^{K-1}$  e assim isolar as exponenciais complexas no somatório  $\sum_{k=0}^{K-1}$ .

$$d[k'] = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} d[k] \sum_{n=0}^{K-1} e^{j2\pi\frac{n(k-k')}{K}}. \quad (2.12)$$

$$\sum_{n=0}^{K-1} e^{j2\pi\frac{n(k-k')}{K}} = \begin{cases} K & \text{se } k = k'. \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.13)$$

A Eq. (2.13) é uma forma discreta da Eq. (2.3), e o somatório é igual a  $K$  quando  $k = k'$  e é igual a zero caso contrário. Isto prova a ortogonalidade entre as exponenciais complexas. Portanto,  $d[k'] = d[k']$  O que prova que  $d[k] = \text{DFT}\{s[n]\}$ .

Porém, o sinal recebido ( $y[n]$ ), pode estar convoluído ciclicamente com um canal dispersivo, mas ainda assim a equalização do sinal pode ser feita de forma simples, já que será utilizado a DFT na recepção do sinal. Então, a convolução cíclica se tornará uma multiplicação no domínio da DFT, o que torna possível a equalização ser feita utilizando somente um coeficiente. Isso pode ser observado através da Eq. (2.14), que é a definição de convolução cíclica discretizada.

$$x_3[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x_2[m]x_1([n-m] \bmod N). \quad (2.14)$$

A partir da Eq. (2.14), é feita a DFT do sinal  $x_3[n]$ .

$$X_3[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \sum_{m=0}^{N-1} x_2[m]x_1([n-m] \bmod N) \right) W_N^{kn}. \quad (2.15)$$

O sinal  $x_2[m]$  pode ser retirado de dentro do somatório  $\sum_{n=0}^{N-1}$ , o que resulta em

$$X_3[k] = \sum_{m=0}^{N-1} x_2[m] \left( \sum_{n=0}^{N-1} x_1([n-m] \bmod N) W_N^{kn} \right). \quad (2.16)$$

O somatório  $\sum_{n=0}^{N-1} x_1([n-m] \bmod N) W_N^{kn}$  é a definição da equação da DFT, porém como um descolamento cíclico, logo pode-se substituir o este somatório pela DFT do sinal  $x_1[n]$ .

$$\sum_{n=0}^{N-1} x_1([n-m] \bmod N) W_N^{kn} = W_N^{km} X_1[k]. \quad (2.17)$$

Substituindo a Eq. (2.17) na Eq. (2.16), temos

$$X_3[k] = \sum_{m=0}^{N-1} x_2[m] W_N^{km} X_1[k]. \quad (2.18)$$

O somatório  $\sum_{m=0}^{N-1} x_2[m]$  representa a DFT do sinal  $x_2[m]$  e, portanto, fazendo a devida substituição é possível obter

$$X_3[k] = X_2[k] X_1[k]. \quad (2.19)$$

Supondo que o canal utilizado é dispersivo no tempo, a equação do sinal na recepção ( $y[n]$ ) será igual a

$$y[n] = s[n] \otimes h[n] + w[n], \quad (2.20)$$

sendo  $w_n[n]$  o ruído gaussiano branco com variância de  $\sigma_n^2$  adicionado pelo canal de comunicação. Portanto, após se retirar o prefixo cíclico na recepção, é feita a DFT de  $y[n]$  ficando igual a  $Y[k] = d[k]H[k] + W[k]$ . Assim haverá somente uma componente de  $H[k]$  por subportadora, facilitando a equalização. A equalização ZF (*Zero Forcing*) pode ser feita utilizando somente um coeficiente.

O equalizador ZF aplica a divisão do sinal  $Y[k]$  pela transformada do canal  $H[k]$ , como pode ser observado na Eq. (2.21).

$$\hat{s}_{ZF}[k] = Y[k]/H[k] = d[k] + W[k]/H[k]. \quad (2.21)$$

## 2.4 Simulações

Tabela 2.1: Simulação OFDM.

Parâmetros	Valores
Quantidade de símbolos	1024
Número de subportadoras	128
Modulação	QPSK e 16-QAM
Canal	AWGN
CP	0

Foram feitas simulações utilizando o *software* MATLAB. Nas simulações foram enviados 1024 símbolos OFDM através de um canal AWGN. Em uma das simulações os símbolos OFDM foram modulados em 16-QAM e em QPSK. Em ambas as simulações foram utilizadas 128 subportadoras. Não foi utilizado prefixo cíclico, já que não foi utilizado canal dispersivo.

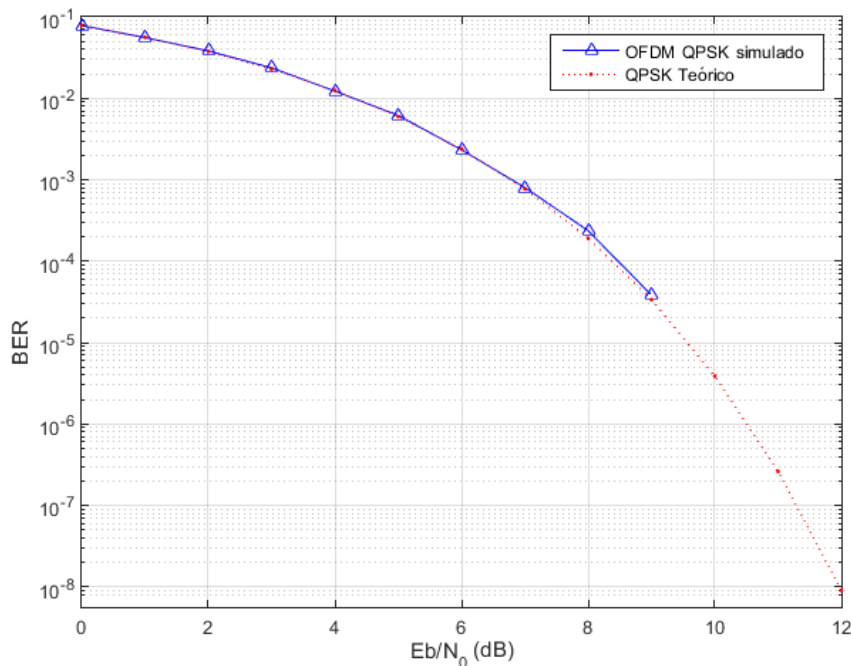


Figura 2.10: BER de um esquema OFDM com modulação QPSK.

Percebe-se pelas Fig. 2.10 e Fig. 2.11 que o desempenho da modulação OFDM é bem próximo ao do valor teórico para modulações de única subportadora.

Pela Fig. 2.12 tem-se a densidade espectral de potência (PSD) do sinal OFDM modulado em QPSK. A PSD foi normalizada em função da banda de uma única subportadora ( $B_{sc}$ ), por este motivo a banda do sinal OFDM tem largura de 128, pois nesta simulação foram utilizados 128 subportadoras.

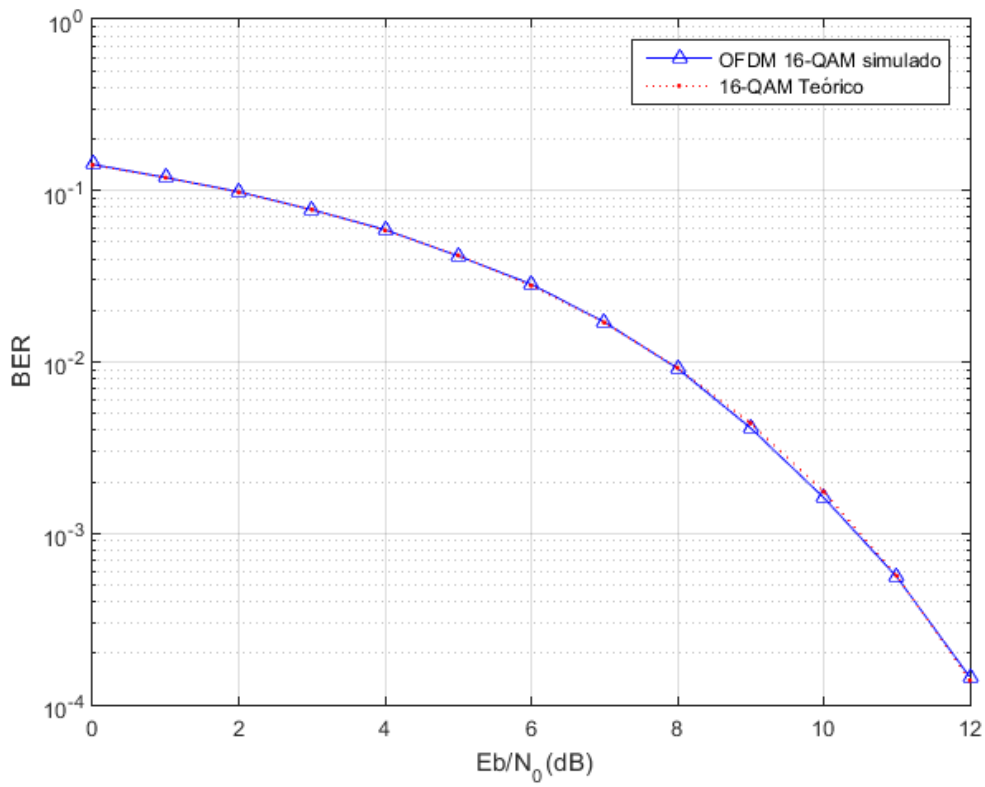


Figura 2.11: BER de um esquema OFDM com modulação 16-QAM.

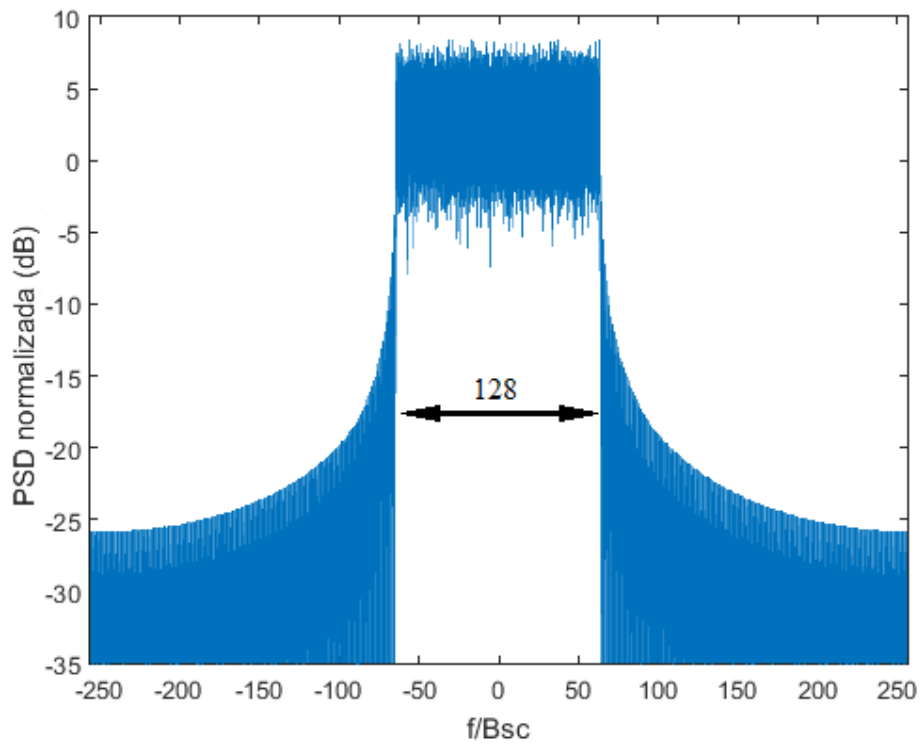


Figura 2.12: PSD do sinal OFDM com modulação QPSK.



Neste gráfico pode-se observar uma ACPR (*Adjacent Channel Power Ratio*) próxima de 25 dB nos pontos  $-250$  e  $250$  do eixo da frequência normalizada. E pode-se observar uma ACPR próxima 20 dB nos pontos  $-100$  e  $100$  do eixo da frequência normalizada. Esta ACPR não é ideal para algumas aplicações, mostrando um ponto a ser melhorado em um sinal OFDM.

A Fig. 2.12 com a máscara espectral de um sistema podem ser utilizadas para saber se este sinal satisfaz os padrões deste sistema. Um exemplo de máscara espectral é a da Fig 2.13, que é utilizada para o padrão 802.11a, que é uma padrão que utiliza o OFDM com 64 subportadoras.

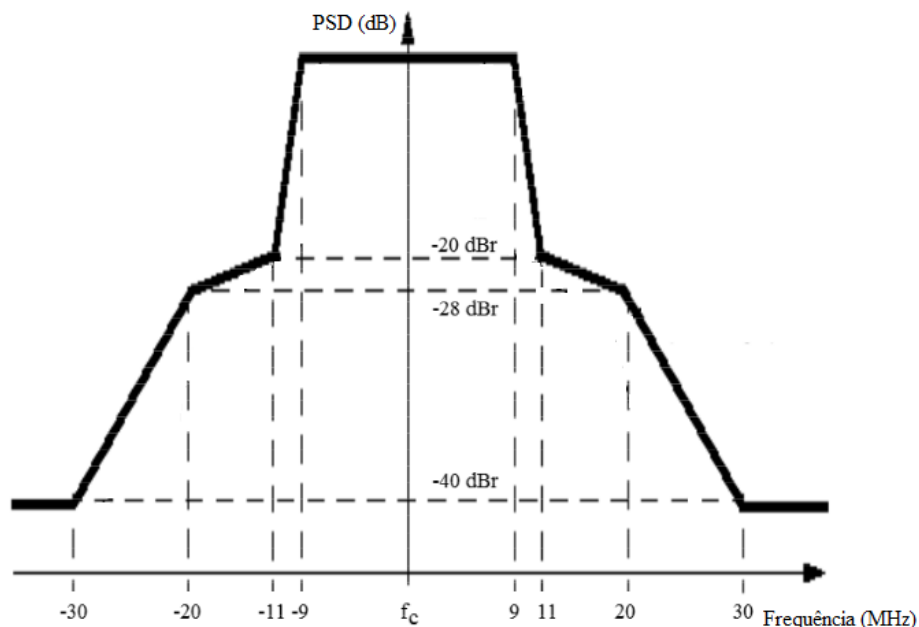


Figura 2.13: Máscara espectral utilizada para o padrão 802.11a [3].

## 2.5 Vantagens e Desvantagens

Neste ponto do projeto, podem-se notar alguns pontos positivos e negativos ao se utilizar o OFDM. Os pontos positivos são:

- Uso eficiente da banda por ter a sobreposição dos espectros.
- Facilidade de implementação computacional por usar o par FFT-IFFT.
- Complexidade de equalização baixa.
- BER próxima a modulações que utilizam uma única subportadora. Se utilizado sem prefixo cíclico a BER é igual.

Porém, também existem alguns pontos negativos. Um deles é a alta radiação fora de banda, pois o pulso utilizado é um pulso retangular, que tem uma queda pequena entre os lóbulos secundários e primários. Um exemplo da necessidade de uma OOB menor é a utilização das bandas disponíveis

entre os canais de televisão digital, pois essas bandas são estreitas. Isto que torna o OFDM inutilizável, pois tem a OOB alta, o que interfere nos sinais de TV.

Outro ponto negativo é a alta PAPR (*Peak-to-Average Ratio* - razão entre a potência de pico e a potência média), pois em alguns momentos o sinal OFDM pode assumir valores de pico bastante maiores do que a amplitude média, e alguns valores bastante menores também. Isto dificulta a recepção de sistemas que utilizam amplificadores não lineares, tendo que utilizar um *back-off* para não saturar o sinal OFDM. Assim, utilizando menos potência do que poderia ser utilizada, o que limita a distância da comunicação.

A sincronização tanto no tempo como na frequência em sistemas OFDM também é um ponto crítico, porque a ortogonalidade na frequência só existirá exatamente no ponto máximo da frequência, como mostrado na Fig. 2.2. Logo, qualquer erro de sincronismo pode gerar grandes interferências entre as subportadoras, podendo até impossibilitar a comunicação. O erro de sincronismo na frequência pode ser visto no exemplo 2.3.

Exemplo 2.3: Foi utilizado um pulso retangular com comprimento igual a quatro amostras. Os símbolos  $d[k]$  são iguais a um em todas as subportadoras. O espectro deste símbolo OFDM pode ser visto na Fig. 2.14. O erro que ocorre quando se erra a sincronização na frequência é dada pela linha vermelha. O valor no primeiro ponto do sinal é quatro, porém o valor no segundo ponto é  $3,82 - 1,16i = 4e^{-0,2945j}$ .

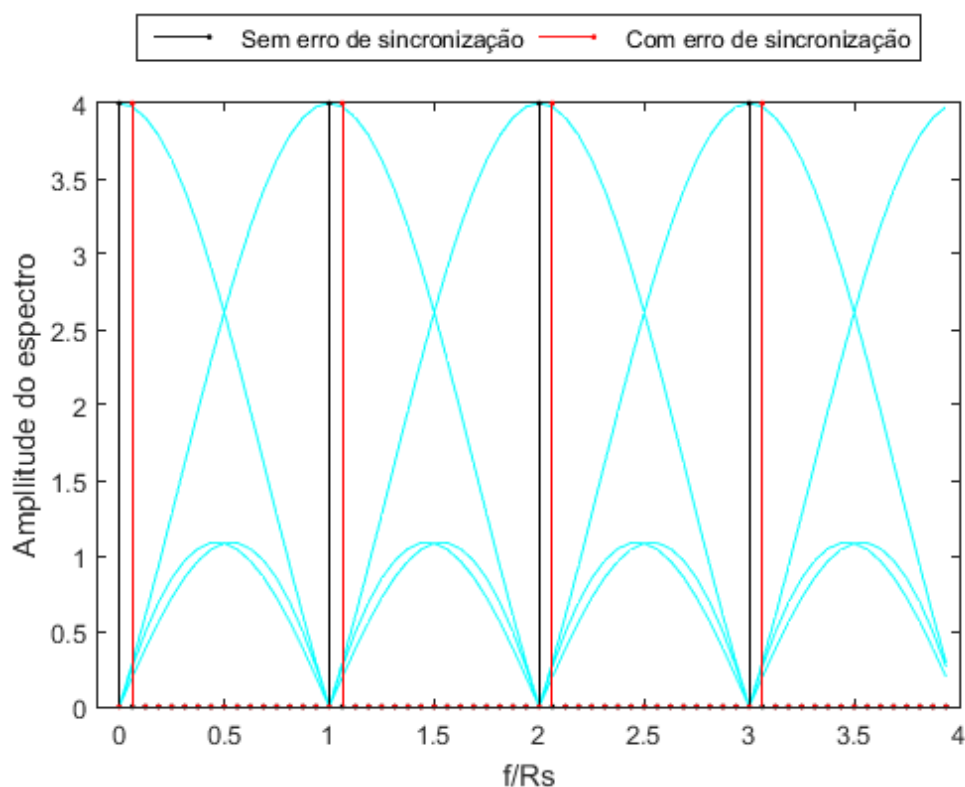


Figura 2.14: Exemplo de erro de sincronização na frequência.

## 2.6 Conclusão

O OFDM é uma modulação multiportadora efetiva pois sua BER é igual a de sua modulação M-QAM, quando não é necessário a utilização do prefixo cíclico. Porém, quando é necessária a utilização do prefixo cíclico, por estar em um canal com desvanecimento, o OFDM garante uma equalização simples, pois utiliza somente um coeficiente. Além da facilidade de implementação, essas características o tornavam bastante utilizado em sistemas de comunicações móveis [4]. Porém, como é apresentado na Seção 2.4 e na Seção 2.5, a OOB de um sinal OFDM é alta, assim como sua PAPR, e a sincronização de frequência é crítica, e por isso surgiram outras técnicas de modulação para substituí-la, como o GFDM, que será apresentada no Capítulo 3.

## Capítulo 3

# Teoria Fundamental do GFDM

### 3.1 Introdução

O OFDM é uma tecnologia que está sendo utilizada já há alguns anos por sua fácil equalização quando utilizada em sistemas de comunicações que utilizam canais multipercursos. Porém, o aumento da demanda por altas taxas e mais usuários, atreladas a exigências do sistema de comunicação, como a diminuição da OOB, fizeram com que o OFDM deixasse de ser tão atrativo, quando comparado com a época do 3G e 4G. Assim começaram-se as buscas por novos métodos de modulação para o substituir [4].

As principais tecnologias que estão sendo pesquisadas para substituir o OFDM são o UFMC (*Universal Filter Multi-Carrier* - filtro de multiportadoras universal), o FBMC (*Filter Bank Multi-Carrier* - banco de filtros de multiportadoras), o GFDM (*Generalized Frequency Division Multiplexing* - multiplexação por divisão generalizada de frequências) e o F-OFDM (OFDM filtrado) [4].

O GFDM é a modulação que será estudada neste capítulo e ao longo de todo o projeto. O principal ponto do GFDM é que este é uma forma generalizada do OFDM. Isto significa que: o filtro não precisa ser retangular, cada subportadora pode ser modulada de forma independente e elas não precisam ser ortogonais entre si. O GFDM pode ser comparado a várias modulações de única portadora moduladas separadamente, deslocadas em frequência e somadas para se tornar o sinal GFDM.

Primeiramente, é abordado o transmissor GFDM e os blocos que o constituem, e em seguida o receptor GFDM. Além disso são apresentados quatro métodos de implementação do sinal GFDM, sendo dois matriciais, um no tempo e um na frequência, mostrando suas complexidades. Logo após, são exibidos os resultados computacionais, em relação a BER, OOB e complexidade, da transmissão de um sinal GFDM através de uma canal AWGN e então uma conclusão do capítulo.

## 3.2 Transmissor GFDM

O transmissor GFDM pode ser dividido em blocos como mostra a Fig. 3.1. No primeiro bloco os dados são modulados em M-QAM e no próximo bloco eles são paralelizados em  $K$  subportadoras e  $M$  símbolos em série por subportadora (subsímbolos), como pode ser visto pela Fig. 3.2.

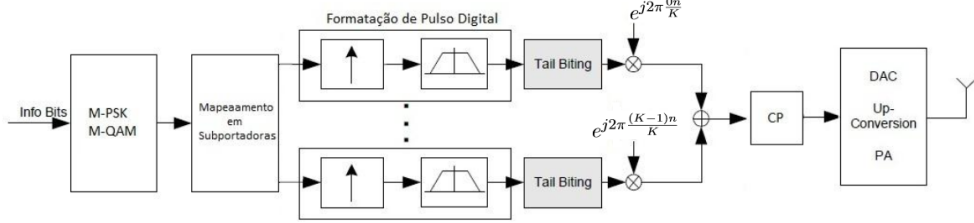


Figura 3.1: Transmissor GFDM. Adaptado de [4].

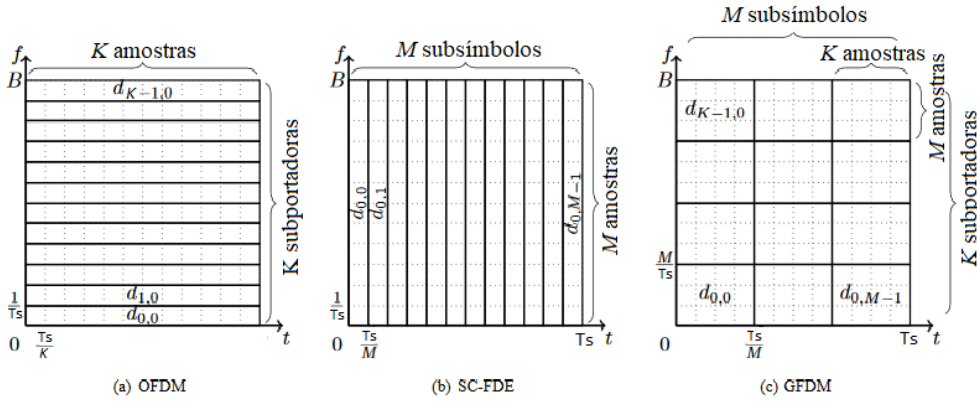


Figura 3.2: Exemplo de paralelização feitas nas modulações OFDM, SC-FDE (*Single-Carrier Frequency Domain Equalization*) e GFDM. a) Com  $K = 12$  subportadoras. b) Com  $M = 12$  sub-símbolos. c) Com  $K = 3$  e  $M = 4$ . Adaptado de [5].

Assim como no OFDM, a escolha destes parâmetros não é arbitrária, pois estes influenciam diretamente o tempo de símbolo do sinal GFDM e o comprimento do filtro de transmissão e recepção. Assim como no OFDM, estes parâmetros podem ser utilizados para se transmitir em um canal com desvanecimento plano.

Após isso os dados em cada subportadora ( $d_k[m]$ ) são superamostrados a uma taxa  $N$  gerando  $d_k[n]$  em que  $N$  deve ser maior ou igual a  $K$ . A taxa de superamostragem ( $N$ ) pode ser maior que o número de subportadoras e dessa forma pode-se obter um espaçamento maior entre as bandas das subportadoras. Porém, ao longo deste projeto será utilizado  $N$  igual ao número de subportadoras. A taxa de amostragem do transmissor GFDM será igual à banda do sistema, visto que, da mesma forma que para o OFDM, o sinal só tem um componente para frequências positivas. Logo a banda é igual a  $\frac{K}{T_m}$ , em que  $T_m$  é o tempo de um subsímbolo, resultando em um tempo de amostragem igual a  $\frac{T_m}{K}$  e um tempo de símbolo igual a  $MKT_a$ .

Logo após, o sinal  $d_k[n]$  é filtrado pelo pulso de transmissão ( $g_{kT_x}[n]$ ), que tem tamanho  $MN$ , e gera o sinal  $d_k[n] * g_{kT_x}[n]$ , lembrando que o símbolo  $*$  equivale a uma convolução linear.

O bloco *tail-biting* tem a função de transformar a convolução linear entre o sinal  $d_k[n]$  e o filtro de transmissão em uma convolução cíclica, gerando o sinal  $d_k[n] \otimes g_{kT_x}[n]$  de tamanho  $MN$ .

Após passar pelo filtro de *tail-biting*, o sinal é deslocado em frequência e somado com os sinais nas outras subportadoras, gerando o sinal

$$s[n] = \sum_{k=0}^{K-1} (d_k[n] \otimes g_{kT_x}[n]) e^{j2\pi \frac{knT_a}{T_m}}. \quad (3.1)$$

Substituindo  $T_m$  por  $KT_a$  na Eq. (3.1), temos

$$s[n] = \sum_{k=0}^{K-1} (d_k[n] \otimes g_{kT_x}[n]) e^{j2\pi \frac{kn}{K}}. \quad (3.2)$$

O sinal apresentado na Eq. (3.2) é o sinal GFDM, sem a adição de um prefixo cíclico. O sinal GFDM também pode ser representado conforme a Eq. (3.3). Esta equação será utilizada em seções seguintes para facilitar a explicação de outros métodos de implementação.

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} d_k[m] g_{kT_x}([n - mK] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{kn}{K}}. \quad (3.3)$$

O prefixo cíclico pode ser adicionado em seguida, e então o sinal pode ser convertido de digital para analógico e deslocado em frequência para a banda passante do sistema.

### 3.2.1 Filtros para o GFDM

O bloco dos filtros na modulação GFDM não tem um filtro específico, como no OFDM. A escolha do pulso é arbitrária, podendo também haver filtros diferentes para cada subportadora, o que é utilizado pelo GFDM proposto em seções seguintes. A utilização de pulsos arbitrários faz com que as subportadoras deixem de ser ortogonais, a não ser se forem utilizados pulsos específicos para gerar a ortogonalidade, o que também é proposto em seções seguintes. Isso gera interferência entre os canais, mas diminui a sensibilidade da sincronização na frequência.

O filtro tem que ter tamanho máximo de  $MK$  para gerar uma convolução cíclica quando passar pelo bloco *tail-biting*, e geralmente é escolhido um pulso que tenha uma banda de transição pequena, para gerar menos radiação fora de banda, assim resolvendo uma das limitações que existia no OFDM. Logo, queremos pulsos de tamanhos grandes, mas a convolução entre o pulso  $g_{kT_x}([n - mK] \bmod MK)$  e o sinal  $d_k[m]$  pode gerar uma interferência intersimbólica entre os subsímbolos adjacentes, que dependerá dos pulsos utilizados.

Portanto, a escolha do filtro e de seu tamanho deve levar em conta essas duas condições, e irá depender de cada aplicação do sinal GFDM.

Na Fig. 3.3 estão alguns pulsos que podem vir a ser utilizados no sinal GFDM, e na Fig. 3.4 vemos a densidade espectral de frequência deles.

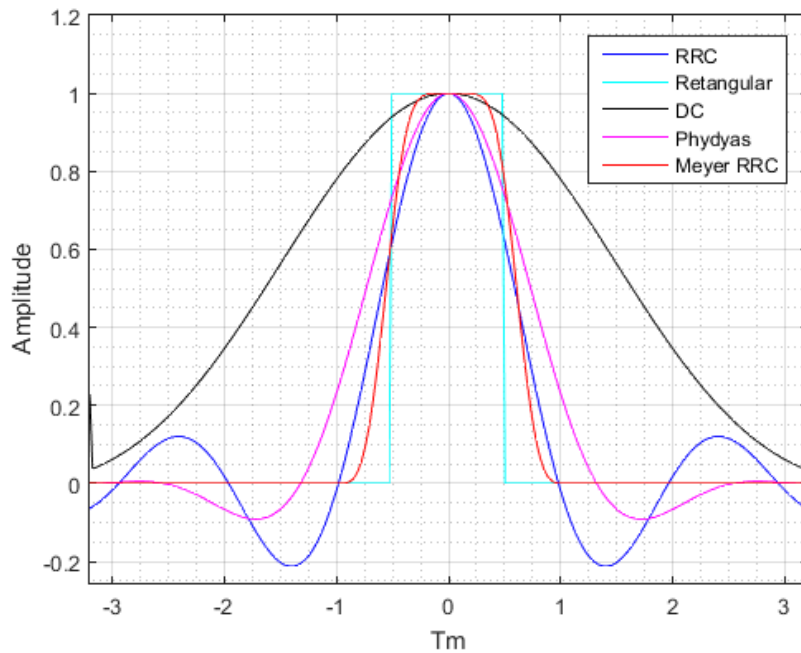


Figura 3.3: Exemplo de alguns filtros que podem ser utilizados em um sinal GFDM.

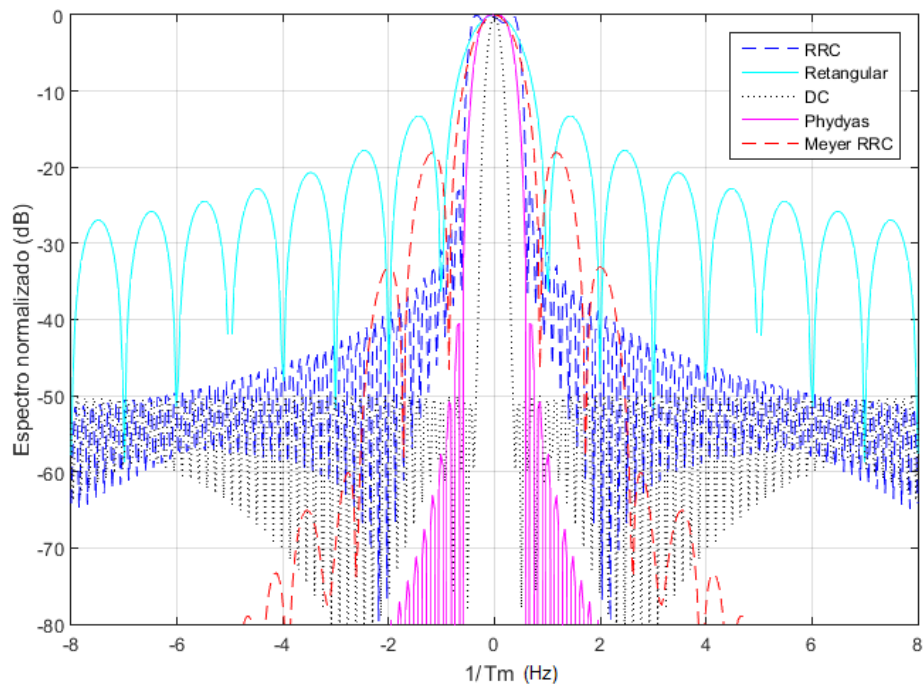


Figura 3.4: Densidade espectral de frequência dos filtros da Figura 3.3.

O pulso pode ser escolhido pela sua radiação fora de banda, ou pela interferência intersimbólica gerada. Por exemplo, o pulso DC (Dolph-Chebyshev) gera bastante interferência intersimbólica, mas é o pulso que tem o lóbulo primário menor e decai mais rapidamente. Já o RRC (raiz de

cosseno levantado) não gera interferência intersimbólica, mas tem um lóbulo primário maior e um decaimento menor quando comparado com o pulso DC. Logo, a escolha do pulso dependerá de sistema para sistema.

A raiz de cosseno levantado (RRC) geralmente é o pulso mais utilizado em artigos sobre o GFDM, pelo fato de a convolução cíclica entre este pulso com ele mesmo ser igual a zero nos pontos dos outros subsímbolos como pode ser observado na Fig. 3.5.

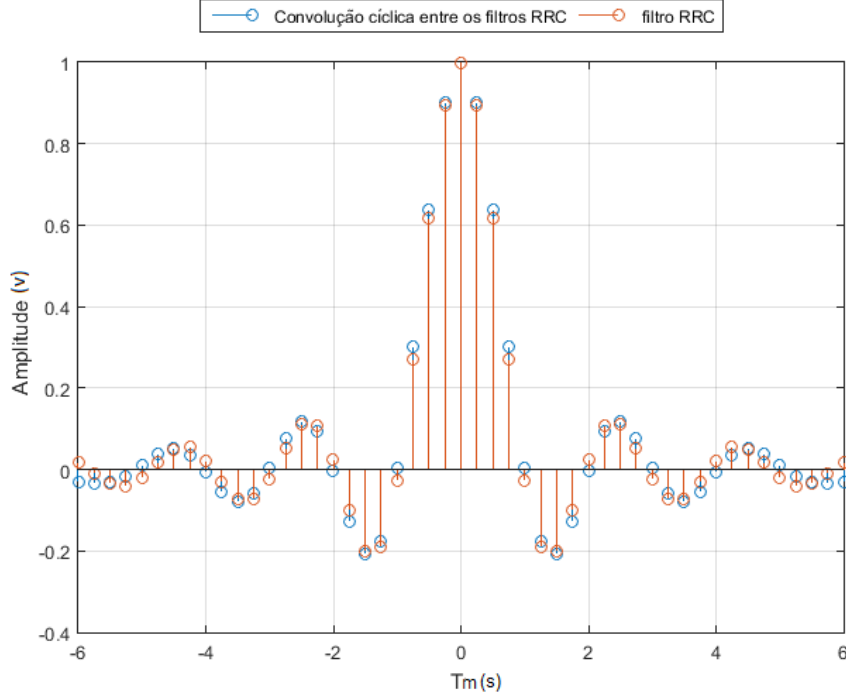


Figura 3.5: Exemplo do pulso RRC e a convolução cíclica deste pulso com o mesmo.

O filtro RRC pode ser implementado por meio da Eq. (3.4), que é derivada em [15].

$$g_{RRC}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_m}} \left(1 - \alpha + 4\frac{\alpha}{\pi}\right) & t = 0. \\ \frac{\alpha}{\sqrt{2T_m}} \left[ \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \text{sen}\left(\frac{\pi}{4\alpha}\right) + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \text{cos}\left(\frac{\pi}{4\alpha}\right) \right] & t = \pm \frac{T_m}{4\alpha}. \\ \frac{1}{\sqrt{T_m}} \frac{\text{sen}\left(\pi \frac{t}{T_m} (1-\alpha)\right) + 4\alpha \frac{t}{T_m} \text{cos}\left(\pi \frac{t}{T_m} (1+\alpha)\right)}{\pi \frac{t}{T_m} \left[1 - \left(4\alpha \frac{t}{T_m}\right)^2\right]} & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.4)$$

Já as fórmulas dos filtros DC (Dolph-Chebyshev) e PHYDIAS são mais complexas e podem ser encontradas na referência [15]. A fórmula do *Meyer* RRC pode ser encontrada em [16].

O filtro usado na recepção geralmente é um filtro casado com o filtro da transmissão, pois é o filtro que obtém a maior razão sinal-ruído para o canal AWGN.



### 3.2.2 Tail-biting e prefixo cíclico

Os blocos de *tail-biting* e prefixo cíclico servem para transformar as convoluções lineares entre o filtro de transmissão,  $g_{kTx}[n]$ , o filtro de recepção,  $g_{kRx}[n]$ , o canal,  $h[n]$ , e o sinal superamostrado,  $d_k[n]$ , em convoluções cíclicas de tamanho  $MK$ .

O *tail biting* transforma a convolução linear entre o  $g_{kTx}[n]$  e o  $d_k[n]$  em uma convolução cíclica. Isto é feito separando a parte convoluída que vai de 0 até  $MK - 1$  da parte que vai de  $MK$  até  $2MK - 2$ , pois tanto o tamanho de  $d_k[n]$  quanto o tamanho de  $g_{kTx}[n]$  é  $MK$ . Após isso, as duas partes podem ser somadas, como pode ser vista na Fig. 3.6 e no exemplo 3.1.

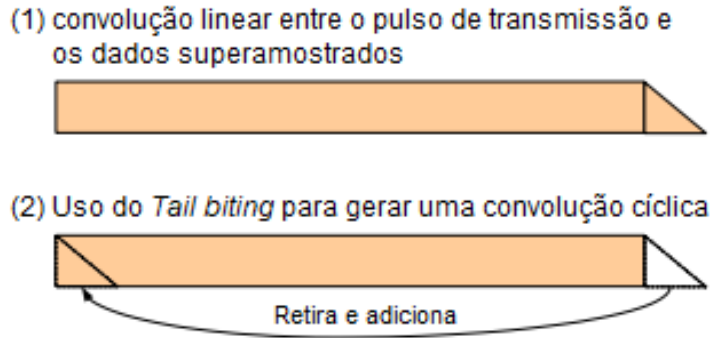


Figura 3.6: Exemplo do funcionamento do filtro *tail biting*. Adaptado de [6].

Exemplo 3.1: Exemplo de filtro *tail biting*:  $x_1[n] = [x_1[0], x_1[1], x_1[2]]$  e  $x_2[n] = [x_2[0], x_2[1], x_2[2]]$  e  $x_3[n] = x_1[n] * x_2[n]$ .

$$\begin{aligned}
 x_3[0] &= x_1[0]x_2[0]. \\
 x_3[1] &= x_1[0]x_2[1] + x_1[1]x_2[0]. \\
 x_3[2] &= x_1[0]x_2[2] + x_1[1]x_2[1] + x_1[2]x_2[0]. \\
 x_3[3] &= x_1[1]x_2[2] + x_1[2]x_2[1]. \\
 x_3[4] &= x_1[2]x_2[2].
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Após o sinal  $x_3[n]$  passar pelo filtro *tail biting* de comprimento igual a três amostras,  $x_3[n]$  ficará igual a  $[x_3[0] + x_3[3], x_3[1] + x_3[4], x_3[2]]$ , que é a convolução cíclica entre  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$ .

Assim como no OFDM, o prefixo cíclico serve para tornar nula a interferência intersimbólica e tornar a convolução linear com o canal em uma convolução cíclica. Para isso deve-se escolher o número de subportadoras e o número de subsímbolos, para tornar o tempo de símbolo maior que o espalhamento de atraso do canal e, conseqüentemente, transmitir por através de um canal com desvanecimento plano. Porém, o canal ainda poderá gerar interferência intersimbólica entre os subsímbolos.

A taxa efetiva de um sinal GFDM é maior que o a de um OFDM em um canal seletivo em frequência, visto que o sinal GFDM só utiliza prefixo cíclico a cada  $M$  subsímbolos, enquanto que o sinal OFDM utiliza um prefixo cíclico por subsímbolo.

O prefixo cíclico pode ser utilizado para gerar uma convolução cíclica com o pulso de recepção, o que pode ser feito aumentando o tamanho do prefixo cíclico, porém isto é totalmente ineficiente, além de que esta convolução cíclica pode ser implementada na recepção.

### 3.2.3 OFDM a partir do GFDM

Como o GFDM é uma forma generalizada do OFDM, é possível chegar ao OFDM a partir do GFDM.

No OFDM o número de subsímbolos deve ser igual a um ( $M = 1$ ). A superamostragem não é necessária e o pulso de transmissão deve ser um filtro retangular com número de amostras igual ao número de subportadoras.

No modulador OFDM o filtro *tail biting* não é necessário, já que a convolução entre um escalar e um sinal é o próprio escalar multiplicado pelo sinal.

Se os passos anteriores forem seguidos a Eq. (3.3) se torna a Eq. (2.7).

## 3.3 Receptor GFDM

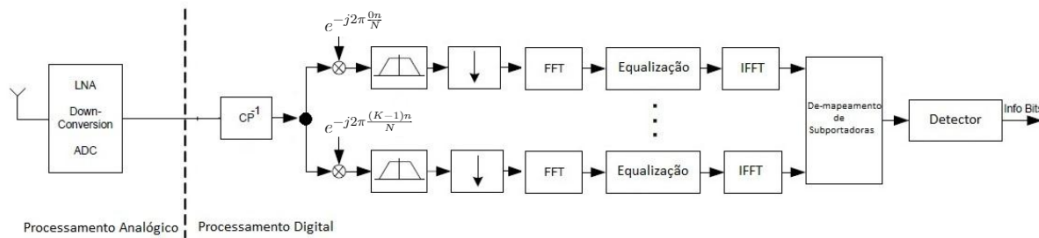


Figura 3.7: Receptor GFDM. Adaptado de [4].

O receptor GFDM segue o esquema de blocos mostrado na Fig. 3.7, que são os passos inversos do que é feito na Fig. 3.1.

Primeiramente, o sinal na recepção é deslocado em frequência para banda base, depois é convertido de analógico para digital, e então é deslocado em frequência para as frequências das subportadoras. Após o sinal ser deslocado para a frequência das subportadoras, o sinal é filtrado pelo pulso de recepção ( $g_{kRx}[n]$ ) que tem tamanho  $MK$ . Após o sinal ser filtrado ele é subamostrado em uma taxa  $N$ , e então pode ser equalizado, a equalização não precisa ser implementada no domínio das FFT's, como está na Fig. 3.7. Após a equalização os dados das subportadoras são serializados e então demapeados na codificação que foi utilizado no transmissor.

### 3.3.1 Equacionamento

Para ser feita a equalização do sinal na recepção, é necessário saber qual é o sinal que estará presente após o bloco de subamostragem. Para isso será feito o equacionamento da função do sinal

em uma subportadora arbitrária ( $k_0$ ) antes da subamostragem ser feita. Este equacionamento é uma contribuição deste projeto, pois há passos intermediários que não são encontrados em outras referências. Estes passos foram adicionados para facilitar o entendimento das equações.

$$y[n] = s[n] \otimes h[n] + w[n], \quad (3.6)$$

em que  $y[n]$  é o sinal de recepção antes de ser deslocado em frequência. Lembre-se que  $w[n]$  é o componente introduzido pelo canal AWGN. O sinal  $y[n]$  é deslocado em frequência e depois feita a convolução cíclica com o pulso de recepção ( $g_{k_0 Rx}[n]$ ), que gera

$$z_{k_0}[n] = \left( y[n] e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} \right) \otimes g_{k_0 Rx}[n]. \quad (3.7)$$

Substituindo a Eq. (3.6) na Eq. (3.7), temos

$$z_{k_0}[n] = \left( (s[n] \otimes h[n]) e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} \right) \otimes g_{k_0 Rx}[n] + \left( w[n] e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} \right) \otimes g_{k_0 Rx}[n]. \quad (3.8)$$

Pode-se passar o componente da exponencial complexa que está multiplicando a convolução entre o sinal GFDM e o canal para dentro da convolução, como pode-se ver nas seguintes equações.

$$(s[n] \otimes h[n]) e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} = \sum_{l=0}^{MK-1} s[l] h([n-l] \bmod MK) e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}}. \quad (3.9)$$

Então, pode-se multiplicar  $s[l]$  por uma exponencial  $e^{-j2\pi \frac{k_0 l}{K}}$  e o termo  $h[n-l]$  pelo complexo dessa exponencial, gerando

$$\sum_{l=0}^{MK-1} s[l] e^{-j2\pi \frac{k_0 l}{K}} h([n-l] \bmod MK) e^{-j2\pi \frac{k_0 (n-l)}{K}} = \left( s[n] e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} \otimes h[n] e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} \right). \quad (3.10)$$

Expandindo o termo  $s[n] e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}}$ , temos que

$$s[n] e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} = \left( \sum_{k=0}^{K-1} (d_k[n] \otimes g_{k Tx}[n]) e^{j2\pi \frac{kn}{K}} \right) e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}}. \quad (3.11)$$

Multiplicando as exponencias complexas, presentes em

$$s[n] e^{-j2\pi \frac{k_0 n}{K}} = \sum_{k=0}^{K-1} (d_k[n] \otimes g_{k Tx}[n]) e^{j2\pi \frac{(k-k_0)n}{K}}. \quad (3.12)$$

Retirando o termo  $k_0$  do somatório da Eq. (3.12),

$$s[n]e^{-j2\pi\frac{k_0n}{K}} = d_{k_0}[n] \otimes g_{k_0Tx}[n] + \sum_{k=0, k \neq k_0}^{K-1} (d_k[n] \otimes g_{kTx}[n])e^{j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}}. \quad (3.13)$$

O termo  $h[n]e^{-j2\pi\frac{kn}{K}}$  será igual a  $h_k[n]$  e o termo  $d_k[n] \otimes g_{kTx}[n]$  será igual a  $s_k[n]$ , para facilitar as equações. Substituindo  $h_k[n]$  e a Eq. (3.13) na Eq. (3.10), temos

$$\left( s[n]e^{-j2\pi\frac{k_0n}{K}} \otimes h[n]e^{-j2\pi\frac{k_0n}{K}} \right) = s_{k_0}[n] \otimes h_{k_0}[n] + \sum_{k=0, k \neq k_0}^{K-1} \left( s_k[n]e^{j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}} \right) \otimes \left( h[n]e^{-j2\pi\frac{k_0n}{K}} \right). \quad (3.14)$$

Multiplicando o somatório da Eq. (3.14) por  $e^{-j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}}e^{j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}}$  e então multiplicando a exponencial conjugada  $e^{-j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}}$  pelos componentes da convolução cíclica da mesma forma como é feita na Eq. (3.9) e na Eq. (3.10),

$$\left( s[n]e^{-j2\pi\frac{k_0n}{K}} \otimes h[n]e^{-j2\pi\frac{k_0n}{K}} \right) = s_{k_0}[n] \otimes h_{k_0}[n] + \sum_{k=0, k \neq k_0}^{K-1} \left( s_k[n] \otimes h[n]e^{-j2\pi\frac{kn}{K}} \right) e^{j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}}. \quad (3.15)$$

O termo  $\left( w[n]e^{-j2\pi\frac{k_0n}{K}} \right) \otimes g_{k_0Rx}[n]$  será trocado por  $w_{k_0}[n]$ , com o intuito de facilitar as equações. Substituindo a Eq. (3.15) na Eq. (3.8), temos

$$z_{k_0}[n] = s_{k_0}[n] \otimes h_{k_0}[n] \otimes g_{k_0Rx}[n] + \left[ \sum_{k=0, k \neq k_0}^{K-1} \left( s_k[n] \otimes h[n]e^{-j2\pi\frac{kn}{K}} \right) e^{j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}} \right] \otimes g_{k_0Rx}[n] + w_{k_0}[n]. \quad (3.16)$$

A convolução entre o somatório e o pulso de recepção é o termo de distorção dos outros canais que é filtrado pelo pulso de recepção e será igual a  $r_{k_0}[n]$ , como pode ser visualizado na Eq. (3.17).

$$r_{k_0}[n] = \left[ \sum_{k=0, k \neq k_0}^{K-1} \left( s_k[n] \otimes h[n]e^{-j2\pi\frac{kn}{K}} \right) e^{j2\pi\frac{(k-k_0)n}{K}} \right] \otimes g_{k_0Rx}[n]. \quad (3.17)$$

Expandindo o termo  $s_{k_0}[n]$  e substituindo a Eq. (3.17) na Eq. (3.16),

$$z_{k_0}[n] = d_k[n] \otimes g_{k_0Tx}[n] \otimes h_{k_0}[n] \otimes g_{k_0Rx}[n] + r_{k_0}[n] + w_{k_0}[n]. \quad (3.18)$$

Por meio da Eq. 3.18 pode ser feita a subamostragem e então a equalização do sinal. A equalização irá depender de sistema para sistema, pois se forem utilizados filtros de transmissão e recepção que geram interferência intersimbólica, então será preferível fazer a equalização desses filtros também levando em conta o termo de distorção,  $r_{k_0}[n]$ . Porém, se forem utilizados filtros que não geram interferência intersimbólica, pode ser feita a equalização somente em função da

resposta impulsional do canal para aquele subportadora,  $h_{k_0}[n]$ . Dessa forma, a equalização pode ser feita de forma parecida a apresentada para o OFDM, que é a Eq. (2.21).

### 3.4 Métodos para Implementação do GFDM

O transmissor da Fig. 3.1 não é a única forma de se implementar o modulador GFDM. A fim de se conseguir complexidades menores, foram criadas outras formas de se realizar a modulação GFDM. Serão apresentadas três delas.

A complexidade neste projeto é igual ao número de multiplicações que são feitas.

Primeiramente será equacionada a complexidade de uma multiplicação matricial e uma convolução linear, em que a complexidade se dará pelo número de multiplicações feitas.

Fazendo a multiplicação matricial de duas matrizes, a matriz  $\mathbf{X1}$  e a matriz  $\mathbf{X2}$ , que irá gerar a matriz  $\mathbf{X3}$ . A matriz  $\mathbf{X1}$  tem dimensões  $B \times C$  e  $\mathbf{X2}$  tem dimensões  $C \times D$ , portanto  $\mathbf{X3}$  tem dimensões iguais a  $B \times D$ , como pode ser visto na Eq. (3.19).

$$\begin{pmatrix} X1_{1,1} & \cdots & X1_{1,C} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X1_{B,1} & \cdots & X1_{B,C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X2_{1,1} & \cdots & X2_{1,D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X2_{C,1} & \cdots & X2_{C,D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X3_{1,1} & \cdots & X3_{1,D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X3_{B,1} & \cdots & X3_{B,D} \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

A complexidade para se calcular um termo de  $\mathbf{X3}$  é a mesma. Logo só é necessário saber a complexidade de somente um termo.

$$X3_{i,j} = (X1_{i,1} \cdots X1_{i,C}) \begin{pmatrix} X2_{1,j} \\ \vdots \\ X2_{C,j} \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

A Eq. (3.20) tem  $C$  multiplicações, e a matriz  $\mathbf{X3}$  tem  $BD$ . Logo, a complexidade de uma multiplicação matricial como a descrita acima é  $\mathcal{O}(BCD)$ . Existem formas menos complexas de se implementar uma multiplicação matricial quadrada, porém não entra no escopo deste projeto. Logo, para qualquer tipo de multiplicação matricial será usada essa complexidade.

A seguir será calculada a complexidade para uma convolução linear. Será considerado que a convolução cíclica tem a mesma complexidade que uma convolução linear, já que a convolução cíclica pode ser implementada por meio de uma convolução linear mais o uso do filtro *tail biting*, que só utiliza somas.

Será feita a convolução linear entre dois sinais,  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$ , em que  $x_1[n]$  tem tamanho  $B$  e  $x_2[n]$  tem tamanho  $C$ .

$$x_1[n] * x_2[n] = \sum_{l=0}^{B-1} x_1[l]x_2[n-l]. \quad (3.21)$$

Expandindo o somatório da Eq. (3.21).

$$\sum_{l=0}^{BC-2} x_1[l]x_2[n-l] = x_1[0]x_2[n] + x_1[1]x_2[n-1] + \dots + x_1[B-1]x_2[n-B+1]. \quad (3.22)$$

Cada termo  $x_1[l]x_2[n-l]$  terá  $C$  multiplicações, e existem  $B$  termos iguais a este, logo a complexidade desta convolução linear é  $\mathcal{O}(BC)$ .

### 3.4.1 Primeiro Método de Implementação

O primeiro método de implementação é o apresentado pela Fig. 3.1. Os blocos de *tail biting*, prefixo cíclico e superamostragem, não serão necessários para a conta de complexidade, já que estes podem ser implementados sem utilização de multiplicações, logo será dada complexidade nula para estes blocos.

Primeiramente é feita uma convolução linear entre o pulso de transmissão e o sinal superamostrado, em que ambos os sinais tem tamanho  $MK$ , resultando em uma complexidade igual a  $\mathcal{O}((MK)^2)$ . Entretanto o sinal superamostrado só tem  $M$  componentes diferentes de zero, o que diminui a complexidade de  $\mathcal{O}((MK)^2)$  para  $\mathcal{O}(M^2K)$ .

O outro bloco que introduz complexidade ao sistema, é o bloco onde o sinal é deslocado em frequência, sendo multiplicado pelas exponenciais complexas. Este bloco terá complexidade igual a  $\mathcal{O}(MK)$ , e quando somado com a complexidade anterior gera a complexidade  $\mathcal{O}(MK + M^2K)$ , que é a complexidade de uma única subportadora. Logo, a complexidade total desse esquema é  $\mathcal{O}(MK^2 + (MK)^2)$ .

É possível juntar os blocos do filtro e das exponenciais complexas em um só, afim de diminuir a complexidade, o que será feito em um esquema posterior.

A complexidade do sistema de recepção deste será a mesma que a complexidade do esquema de transmissão mais as complexidades da equalização, já que este é o único passo que não existe na transmissão. Será desconsiderada a complexidade da equalização, já que vai depender da equalização utilizada no sistema e as por termos utilizado somente o canal AWGN para as simulações.

### 3.4.2 Segundo Método de Implementação

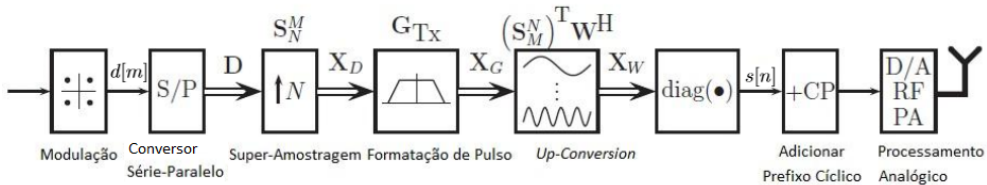


Figura 3.8: Segundo esquema - transmissor GFDM. Adaptado de [4].

O segundo método de implementação segue os passos da Fig. 3.8 e é um método matricial. A diferença entre este esquema e o esquema anterior, é que enquanto existe um bloco para cada subportadora na Fig. 3.1, neste só existe um bloco para todas as subportadoras, e todo o processo de modulação é feito através de multiplicações matriciais, inclusive a superamostragem. Esta subseção foi embasada em [17].

$$\mathbf{D} = \{d_{m,k}\}_{M \times K}. \quad (3.23)$$

Primeiramente é criada a matriz da Eq. (3.23), e então esta matriz é multiplicada pela matriz de superamostragem ( $\mathbf{S}_N^M$ ), formando a matriz  $\mathbf{X}_D$ :

$$\mathbf{X}_D = \mathbf{S}_N^M \mathbf{D}, \quad (3.24)$$

em que a matriz  $\mathbf{S}_N^M$  pode ser calculada por meio de

$$\mathbf{S}_N^M = \{up_{n,m}\}_{MN \times M} \quad , \quad up_{n,m} = \begin{cases} 1 & n = (m-1)N + 1. \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.25)$$

Após os dados serem superamostrados, eles são multiplicados pela matriz do filtro de transmissão ( $\mathbf{G}_{Tx}$ ), que tem dimensão  $MN \times MN$ , gerando a matriz ( $\mathbf{X}_G$ ):

$$\mathbf{X}_G = \mathbf{G}_{Tx} \mathbf{X}_D, \quad (3.26)$$

em que  $\mathbf{G}_{Tx}$  pode ser calculada através da Eq. (3.27).

$$\mathbf{G}_{Tx} = \begin{pmatrix} g_{kTx}[0] & g_{kTx}[MN-1] & \cdots & g_{kTx}[1] \\ g_{kTx}[1] & g_{kTx}[0] & \cdots & g_{kTx}[2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{kTx}[MN-1] & g_{kTx}[MN-2] & \cdots & g_{kTx}[0] \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

O pulso usado neste esquema é o mesmo para todas as subportadoras. Se for necessária a utilização de pulsos diferentes em determinadas subportadoras, pode ser utilizado outro esquema de implementação, ou serem utilizadas matrizes fracionadas, como será feito em uma outra implementação no Capítulo 4.

Após o filtro, o sinal é deslocado em frequência pela matriz  $(\mathbf{S}_M^N)^T \mathbf{W}^H$ , em que  $\mathbf{W}$  é a matriz da DFT. E pode ser calculada por meio da Eq. (3.28).

$$\mathbf{W} = \left\{ W_K^{(k-1)(n-1)} \right\}_{MK \times MK}, \quad \text{em que } W_K = e^{-\frac{2j\pi}{K}} \text{ e } K \text{ é o tamanho da DFT.} \quad (3.28)$$

Após estes passos, basta tomar a diagonal da matriz resultante, como pode ser observado em

$$s[n] = \text{diag}(\mathbf{G}_{Tx} \mathbf{S}_N^M \mathbf{D} (\mathbf{S}_M^N)^T \mathbf{W}^H). \quad (3.29)$$

As multiplicações  $\mathbf{G}_{Tx}\mathbf{S}_N^M$  e  $(\mathbf{S}_M^N)^T\mathbf{W}^H$  terão o mesmo valor, independentemente da matriz de dados. Logo a modulação pode ser feita por meio da Eq. (3.30).

$$s[n] = \text{diag}(\mathbf{G}'_{Tx}\mathbf{D}\mathbf{W}'_{Tx}), \quad (3.30)$$

sendo  $\mathbf{G}'_{Tx} = \mathbf{G}_{Tx}\mathbf{S}_N^M$  e  $\mathbf{W}'_{Tx} = (\mathbf{S}_M^N)^T\mathbf{W}^H$ , em que  $\mathbf{G}'_{Tx}$  tem dimensões  $MK \times M$  e  $\mathbf{W}'_{Tx}$  tem dimensões  $K \times MK$ .

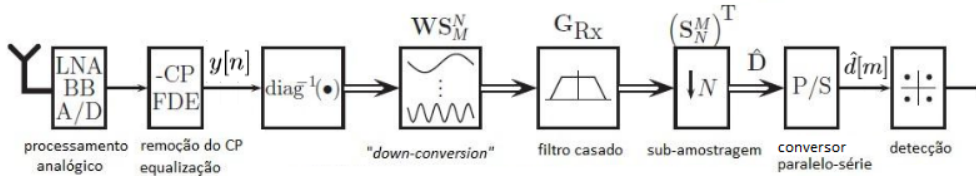


Figura 3.9: Segundo esquema - receptor GFDM [4].

A recepção desse esquema pode ser feita como mostra a Fig. 3.9. O receptor utiliza as mesmas matrizes que o transmissor, e segue os passos inversos do transmissor. Note que é utilizada a matriz  $\mathbf{G}_{Tx}$  no receptor, pois o receptor está fazendo uso do filtro casado. A função  $\text{diag}^{-1}(\cdot)$  transforma um vetor de tamanho  $X$  na matriz diagonal desse vetor de dimensões  $X \times X$ .

$$\hat{\mathbf{D}} = (\mathbf{S}_N^M)^T \mathbf{G}_{Tx} \text{diag}^{-1}(y[n]) \mathbf{W}\mathbf{S}_M^N. \quad (3.31)$$

Da mesma forma como a Eq. (3.29) foi encurtada, pode-se encurtar a Eq. (3.31), fazendo  $\mathbf{G}'_{Rx} = (\mathbf{S}_N^M)^T \mathbf{G}_{Tx}$  e  $\mathbf{W}'_{Rx} = (\mathbf{W}'_{Tx})^H$ , em que  $\mathbf{G}'_{Rx}$  tem dimensões  $M \times MK$  e  $\mathbf{W}'_{Rx}$  tem dimensões  $MK \times K$ .

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{G}'_{Rx} \text{diag}^{-1}(y[n]) \mathbf{W}'_{Rx}. \quad (3.32)$$

A complexidade do sistema de transmissão dependerá de como será feita a multiplicação matricial, se for feita desta forma  $\text{diag}((\mathbf{G}'_{Tx}\mathbf{D})\mathbf{W}'_{Tx})$ , a complexidade será igual a Eq. (3.33).

$$\mathcal{O}(MK.M.K + MK.K.MK) = \mathcal{O}((K+1)(MK)^2), \quad (3.33)$$

porque a matriz que é gerada da multiplicação entre a matriz de dados e a matriz  $\mathbf{G}'_{Tx}$  terá dimensões  $MK \times K$ . Porém, se a multiplicação matricial for feita da outra forma, a complexidade será igual a  $\mathcal{O}(MK.M.K + MK.M.MK) = \mathcal{O}((M+1)(MK)^2)$ , pois a matriz que é gerada da multiplicação entre a matriz de dados e a matriz  $\mathbf{W}'_{Tx}$  terá dimensões  $M \times MK$ .

O receptor, terá a mesma complexidade que o transmissor, e dependerá da ordem que as multiplicações forem feitas. Se for feita esta multiplicação  $\mathbf{G}'_{Rx} \text{diag}^{-1}(y[n])$  primeiro a complexidade do sistema de recepção será  $\mathcal{O}(MK.M.MK + MK.M.K) = \mathcal{O}((M+1)(MK)^2)$ . Entretanto, se a multiplicação  $\text{diag}^{-1}(y[n])\mathbf{W}'_{Rx}$  for feita primeiro a complexidade será igual a Eq. (3.33).



Este esquema de implementação é o esquema que apresenta maior complexidade quando comparado com os outros três esquemas, o que o torna o menos eficiente, porém é um esquema interessante para estudo, já que as subportadoras são superamostradas, filtradas, e deslocadas em frequência juntas.

### 3.4.3 Terceiro Método de Implementação

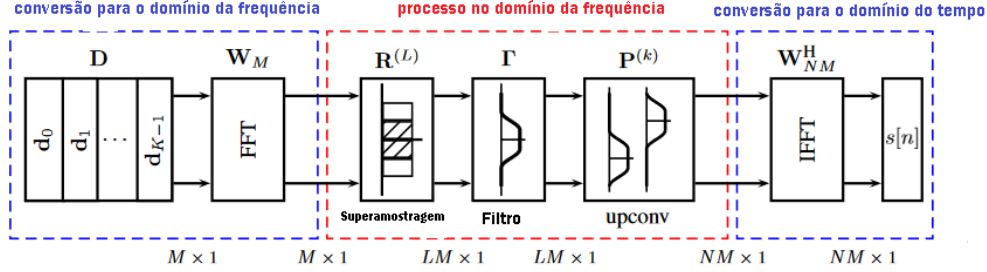


Figura 3.10: Terceiro esquema - transmissor GFDM. Adaptado de [7].

O terceiro esquema pode ser visto na Fig. 3.10. O receptor deste esquema faz o processo inverso do transmissor, e terá a mesma complexidade do transmissor. Portanto será explicado somente o transmissor. Esta subseção foi embasada em [7].

O ponto principal deste esquema é que para diminuir a complexidade todo o processo de modulação segue o modelo do primeiro esquema, mas é feito no domínio das FFT's, com exceção da paralelização e prefixo cíclico.

Primeiramente, os dados são paralelizados, da mesma forma realizada no primeiro esquema, e então é feita a FFT, de tamanho  $M$ , dos dados em cada subportadora ( $d_k[m]$ ). Logo após, os dados no domínio das FFT's são superamostrados e multiplicados pelo filtro também no domínio das FFT's ( $\text{FFT}\{g_{kTx}[n]\}$ ). A superamostragem e o deslocamento na frequência podem ser feitos por meio de ponteiros e operações na memória. Logo, não será considerada nenhuma complexidade para estes blocos.

O pulso  $\text{FFT}\{g_{kTx}[n]\}$  terá tamanho igual a  $LM$ , em que  $L$  geralmente é igual a dois, para não gerar interferência significativa nos canais adjacentes. Logo, pode-se limitar o tamanho deste pulso em  $2M$ . Portanto, são feitas  $2M$  multiplicações no bloco do filtro de transmissão.

Após a multiplicação pelo pulso no domínio das FFT's, é feito o deslocamento em frequência, em seguida são somados os sinais das subportadoras, e então é feita a IFFT, de tamanho  $MK$ , da soma.

Logo, são feitas  $K$  FFT's de tamanho  $M$ ,  $K$  multiplicações de tamanho  $2M$  e uma FFT de tamanho  $MK$ , o que chega na complexidade da Eq. (3.34).

$$\mathcal{O}(MK\log_2(M) + 2MK + MK\log_2(MK)) = \mathcal{O}(MK(2\log_2 M + 2 + \log_2 K)). \quad (3.34)$$

Este esquema é o que apresenta a menor complexidade, entre os quatro apresentados.

### 3.4.4 Quarto Método de Implementação

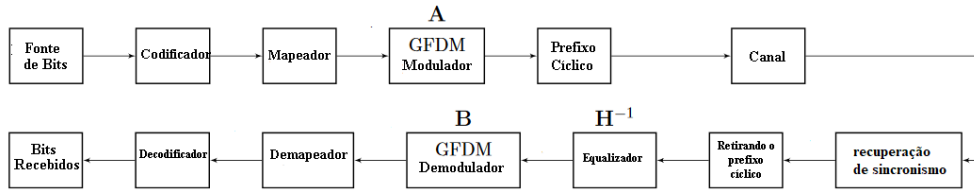


Figura 3.11: Quarto esquema – transmissor e receptor GFDM. Adaptado de [5].

O quarto método de implementação pode ser visto na Fig. 3.11. Este é um método matricial que é implementado somente pela matriz moduladora ( $\mathbf{A}$ ) e demodulado pela matriz demoduladora ( $\mathbf{B}$ ). Este método é o mais utilizado por artigos sobre o GFDM, pelo fácil método de implementação, tanto da modulação quanto da equalização ZF e MMSE. Esta subseção foi embasada em [5].

A matriz ( $\mathbf{A}$ ) tem dimensões  $MK \times MK$  e pode ser implementada por meio da Eq. (3.35).

$$\mathbf{A} = (\vec{g}_{0,0} \cdots \vec{g}_{K-1,0} \vec{g}_{0,1} \cdots \vec{g}_{K-1,M-1}). \quad (3.35)$$

Em que  $\vec{g}_{k,m}$  é o vetor coluna igual a  $(g_{kTx}([n - mK] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{kn}{K}})^T$ .

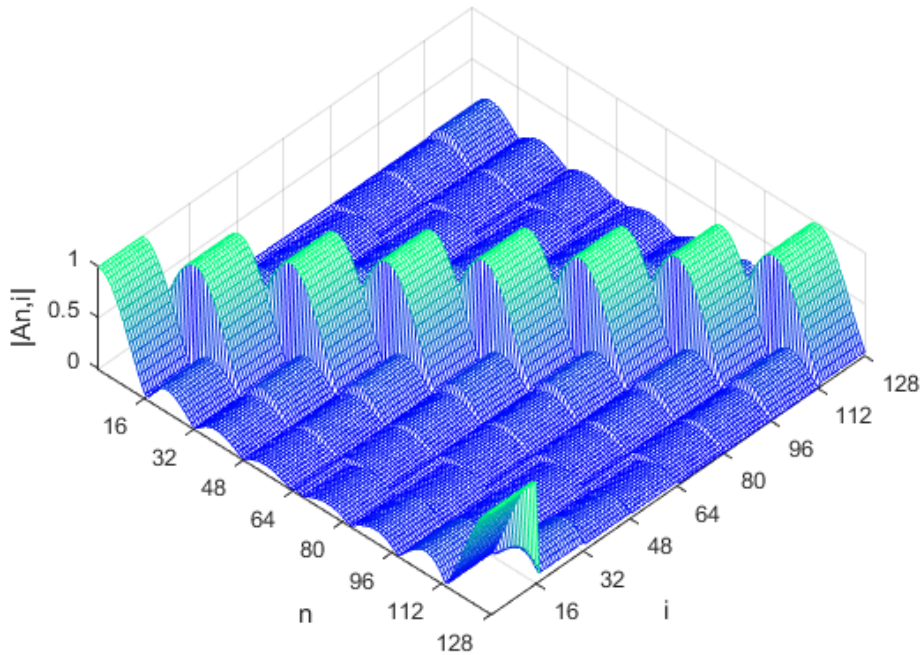


Figura 3.12: Exemplo de matriz  $\mathbf{A}$  com  $M = 8$  e  $K = 16$ , utilizando um filtro RRC.

Na Fig. 3.12 pode ser ilustrado um exemplo de matriz  $\mathbf{A}$ . Conforme foi implementado graficamente o valor absoluto da matriz, é possível notar que terão  $K$  colunas iguais, e após essas  $K$

colunas, a próxima coluna sofre um deslocamento circular, pois é a coluna da subportadora zero e subsímbolo um. Logo haverão  $K$  colunas iguais, e  $M$  deslocamentos circulares dessas  $K$  colunas

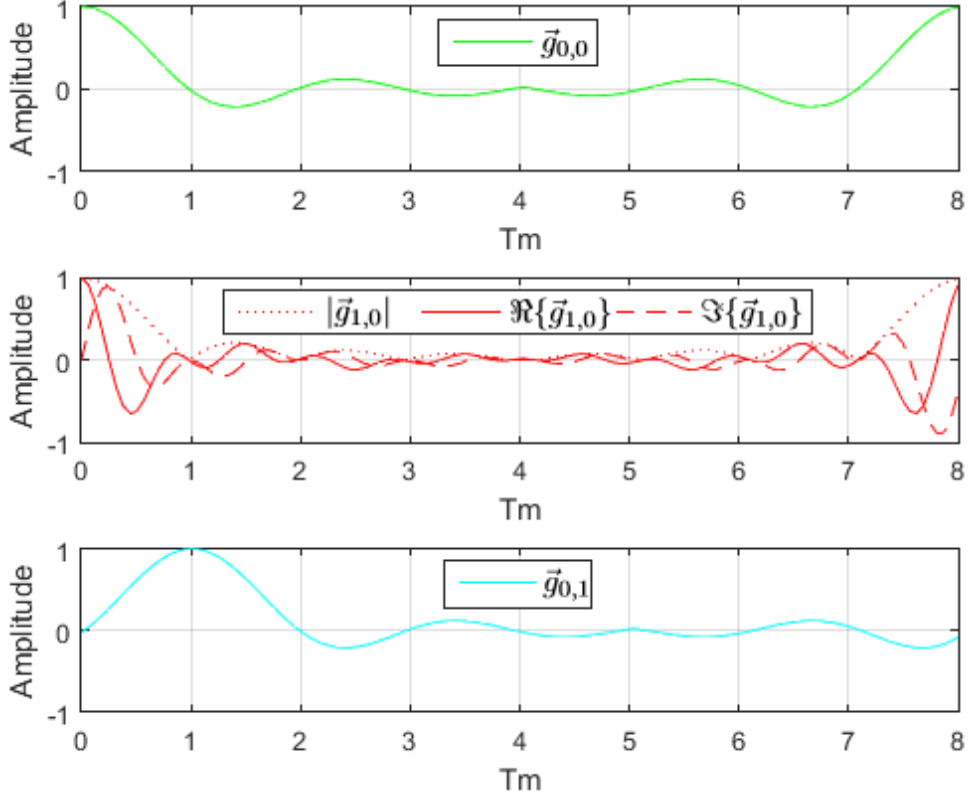


Figura 3.13: Colunas um, dois e  $K + 1$  da matriz  $\mathbf{A}$  da Fig. 3.12.

Na Fig. 3.13 é apresentado o sinal que corresponde às colunas um, dois e  $K + 1$ , de forma a exemplificar os sinais que estarão nas colunas da matriz  $\mathbf{A}$ .

O sinal GFDM pode ser obtido por meio da Eq. (3.36).

$$s[n] = \mathbf{A}\vec{d}, \quad (3.36)$$

em que  $\vec{d}$  é o vetor coluna dos símbolos mapeados em uma constelação M-QAM. A multiplicação matricial da Eq. (3.36) pode ser expandida em multiplicações dos vetores  $\vec{g}_{k,m}$  pelos escalares do vetor  $\vec{d}$ , como pode ser visto em

$$s[n] = \vec{g}_{0,0}d_0[0] + \vec{g}_{1,0}d_1[0] + \cdots + \vec{g}_{K-1,0}d_{K-1}[0] + \vec{g}_{0,1}d_0[1] + \cdots + \vec{g}_{K-1,M-1}d_{K-1}[M-1]. \quad (3.37)$$

Agrupando as somas presentes na Eq. (3.37) em um somatório,

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} \vec{g}_{k,m}d_k[m]. \quad (3.38)$$

Expandindo o vetor  $\vec{g}_{k,m}$  na Eq. (3.38),

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} \left( g_{kTx}([n - mK] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{kn}{K}} \right)^T d_k[m]. \quad (3.39)$$

A Eq. (3.39) é a transposta da Eq. (3.3), mas como são vetores, não há diferença se é vetor linha ou coluna. Logo, a Eq. (3.39) é igual a Eq. (3.3).

A demodulação desse esquema é feita por meio da matriz  $\mathbf{B}$ , e esta matriz mudará dependendo da equalização. Serão apresentadas três formas de se demodular o sinal GFDM. A primeira é a demodulação com filtro casado, a segunda é a demodulação com filtro casado e equalização *Zero Forcing* e a última é a demodulação com filtro casado e equalização MMSE. Para os receptores a seguir, espera-se que o canal com resposta impulsional ( $h[n]$ ), seja conhecido no receptor, e que já foi feita a equalização ZF, tornando o sinal  $y'[n] = s[n] + w^+[n]$ , em que  $w^+[n]$  é a IDFT  $\left\{ \frac{W[k]}{H[k]} \right\}$ .

O sinal demodulado sempre terá a mesma função, o que mudará será a matriz  $\mathbf{B}$ .

$$\hat{\vec{d}} = \mathbf{B}(y'[n])^T. \quad (3.40)$$

O receptor utilizando somente o filtro casado terá a matriz  $\mathbf{B}$  igual a Eq. (3.41).

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^H. \quad (3.41)$$

Por meio da matriz  $\mathbf{A}^+$  pode ser feita a equalização ZF no receptor.  $\mathbf{A}^+$  é a matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose de  $\mathbf{A}$  [4].

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H. \quad (3.42)$$

O receptor com a equalização MMSE adiciona a influência da variância do ruído aditivo gaussiano branco na Eq. (3.42), gerando a matriz  $\mathbf{A}^\dagger$ .

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^\dagger = \left( \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} \mathbf{I} + \mathbf{A}^H \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{A}^H. \quad (3.43)$$

O símbolo  $\sigma_d^2$  representa a variância do sinal mapeado na constelação M-QAM do sistema, e não a variância do sinal transmitido.

A complexidade de transmissão deste método é igual a  $\mathcal{O}((MK)^2)$ , pois a matriz  $\mathbf{A}$  tem dimensões  $MK \times MK$  e o vetor coluna  $\vec{d}$  tem tamanho  $MK$ , o que é o esperado, visto que esse esquema é a implementação do primeiro esquema sem a complexidade do deslocamento em frequência.

Na recepção só será calculada a complexidade da recepção com filtro casado, visto que foi a única complexidade que foi calculada para os outros três esquemas. A complexidade é a mesma da complexidade de transmissão, visto que a matriz  $\mathbf{B}$  terá dimensões iguais a matriz  $\mathbf{A}$ .

As complexidades dos quatro métodos apresentados mais a complexidade do OFDM podem ser vistas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Resumo das complexidades apresentadas.

Modulação	Complexidade
OFDM	$\mathcal{O}(K \log_2 K)$
GFDM - Primeiro método	$\mathcal{O}(MK^2 + (MK)^2)$
GFDM - Segundo método	$\mathcal{O}((M+1)(MK)^2)$ ou $\mathcal{O}((K+1)(MK)^2)$
GFDM - Terceiro método	$\mathcal{O}(MK(2 \log_2 M + \log_2 K + 2))$
GFDM - Quarto método	$\mathcal{O}((MK)^2)$

A fim de ilustrar a diferença de complexidade entre esses esquemas, foram feitos três gráficos utilizando as equações de complexidade que foram equacionadas ao longo desta seção.

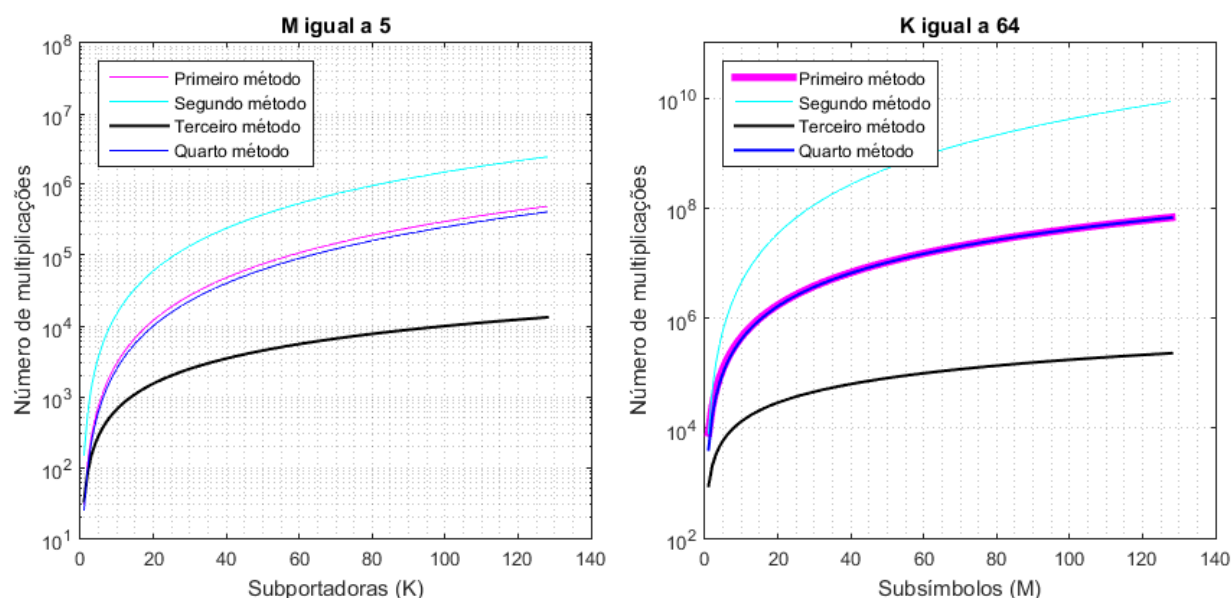


Figura 3.14: Complexidade entre os quatro esquemas. Complexidade sendo o número de multiplicações feitas.

Na Fig. 3.14 pode-se ver que a complexidade do segundo esquema é altíssima quando comparada com a dos outros três, e a complexidade do terceiro esquema é baixíssima quando comparada com a dos outros três, fazendo-se necessário ressaltar a linha deste esquema nos gráficos, para poder ser visualizado. Como o terceiro esquema é o que necessita de menos complexidade, será usado este esquema para comparar as complexidades entre os sistemas GFDM e OFDM.

Como pode ser visto na Fig. 3.15, mesmo o esquema menos complexo dos apresentados, ainda possui complexidade maior que o transmissor OFDM, mostrando que a complexidade do sistema GFDM pode ser pequena, mas não inferior ao do OFDM.

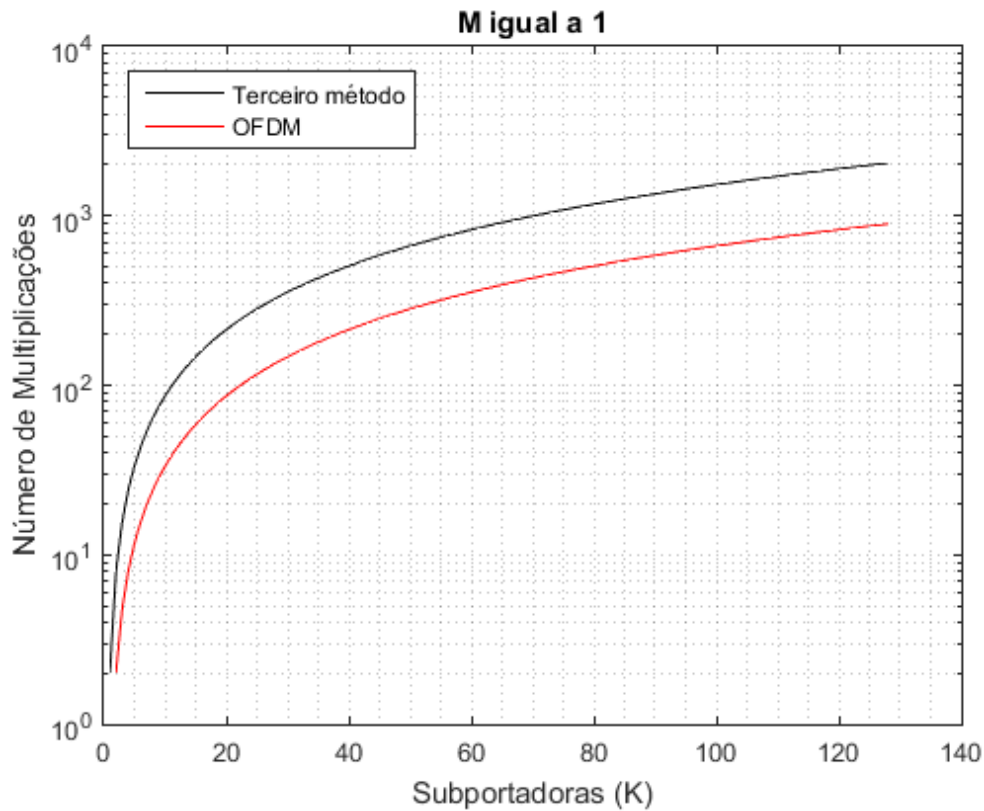


Figura 3.15: Complexidade entre o terceiro esquema do GFDM e o OFDM.

### 3.5 Simulações

Tabela 3.2: Parâmetros da simulação GFDM.

Parâmetros	Valores
Modulação	16-QAM e QPSK
Número de símbolos	40 e 200
Número de subportadoras	128
Número de subsímbolos	5
Filtro	RRC
<i>Roll-off</i>	0,05; 0,1 e 0,5
Canal	AWGN
CP	0

Foram feitas algumas simulações utilizando o *software* MATLAB. Foram feitas um total de três simulações utilizando cada método de implementação apresentado, em que todos deram os mesmos resultados. Portanto, só foi utilizado os resultados do quarto método.

As três simulações utilizaram 128 subportadoras e 5 subsímbolos, e mudaram outros parâme-

tros, como o *roll-off* do filtro RRC e a ordem da modulação. Foram transmitidos quarenta sinais GFDM nas simulações um e dois, e duzentos sinais GFDM na simulação três, e estes sinais foram transmitidos através de um canal AWGN, e então demodulados, como pode ser observado na Tabela 3.2.

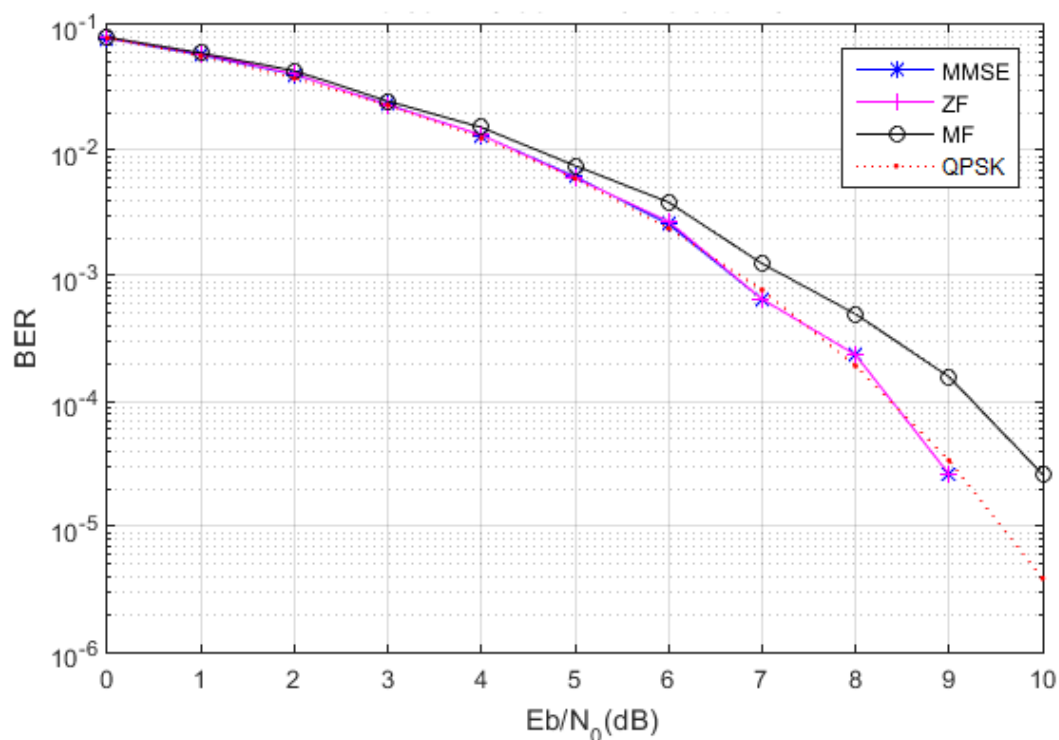


Figura 3.16: Gráfico de BER - GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos. Foi utilizado um filtro RRC com *roll-off* igual a 0,1 e utilizando uma modulação QPSK.

Na primeira simulação a BER obtida foi a correspondente a Fig. 3.16. Nesta foi utilizado um filtro RRC com *roll-off* igual a 0,1 e modulação QPSK, e foi comparada a BER utilizando uma recepção com filtro casado, com ZF e com MMSE. Como pode ser visualizado na imagem, a utilização dos filtros ZF e MMSE faz com que a BER seja idêntica à BER para o QPSK teórico. A BER do filtro casado (MF - *Matched Filter*) não é tão satisfatória quanto as que utilizaram equalização.

Na segunda simulação a BER obtida foi a correspondente a Fig. 3.17, nesta foi utilizado um filtro RRC com *roll-off* igual a 0,5 e modulação QPSK, e foi comparada a BER utilizando uma recepção com filtro casado, com ZF e com MMSE. Nesta figura é possível perceber uma piora no gráfico da BER quando comparado com a Fig. 3.16 e a BER para o QPSK teórico. Isto acontece devido a interferência gerada entre as subportadoras, visto que aumentando o *roll-off* irá aumentar o lóbulo primário, gerando maior interferência na frequência, o que pode ser visto na Fig. 3.18.

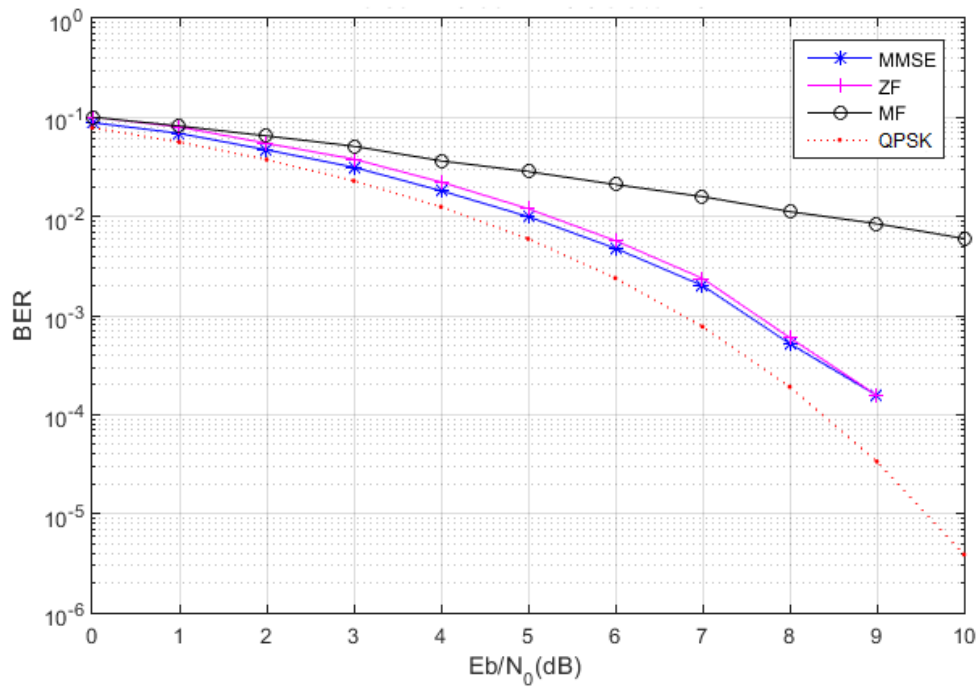


Figura 3.17: Gráfico de BER - GFDN com 128 subportadoras, 5 subsímbolos. Foi utilizado um filtro RRC com *roll-off* igual a 0,5 e utilizando uma modulação QPSK.

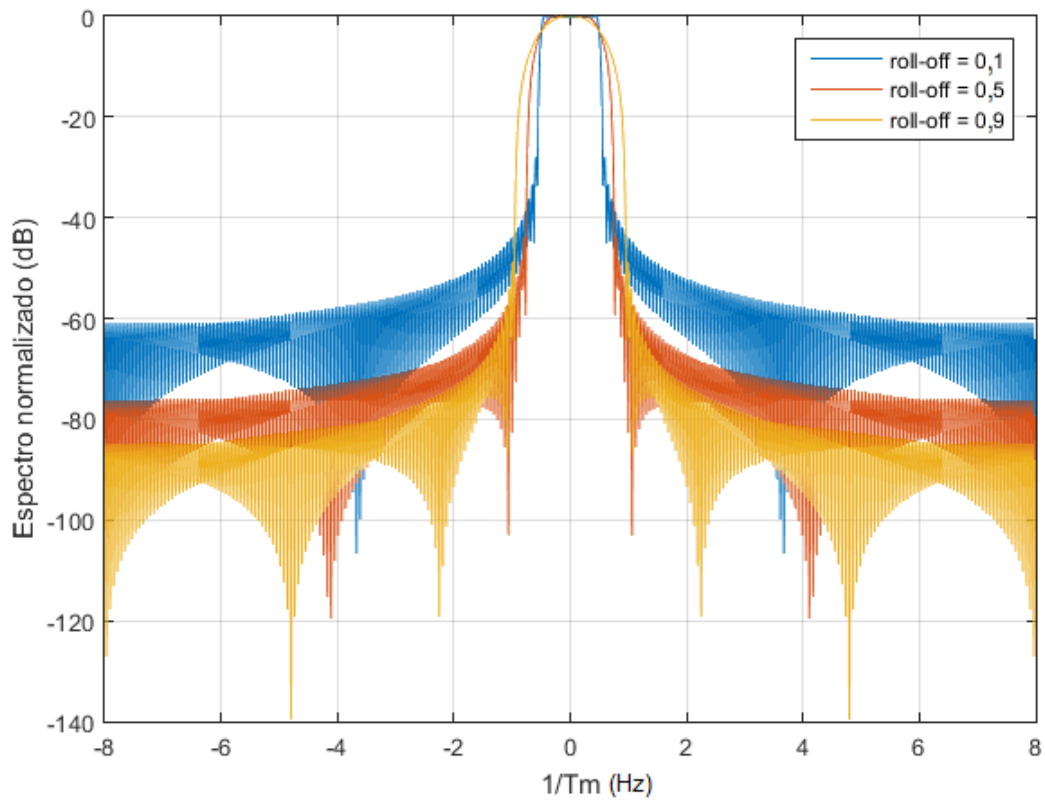


Figura 3.18: Filtros RRC com diferentes *roll-off* na frequência.



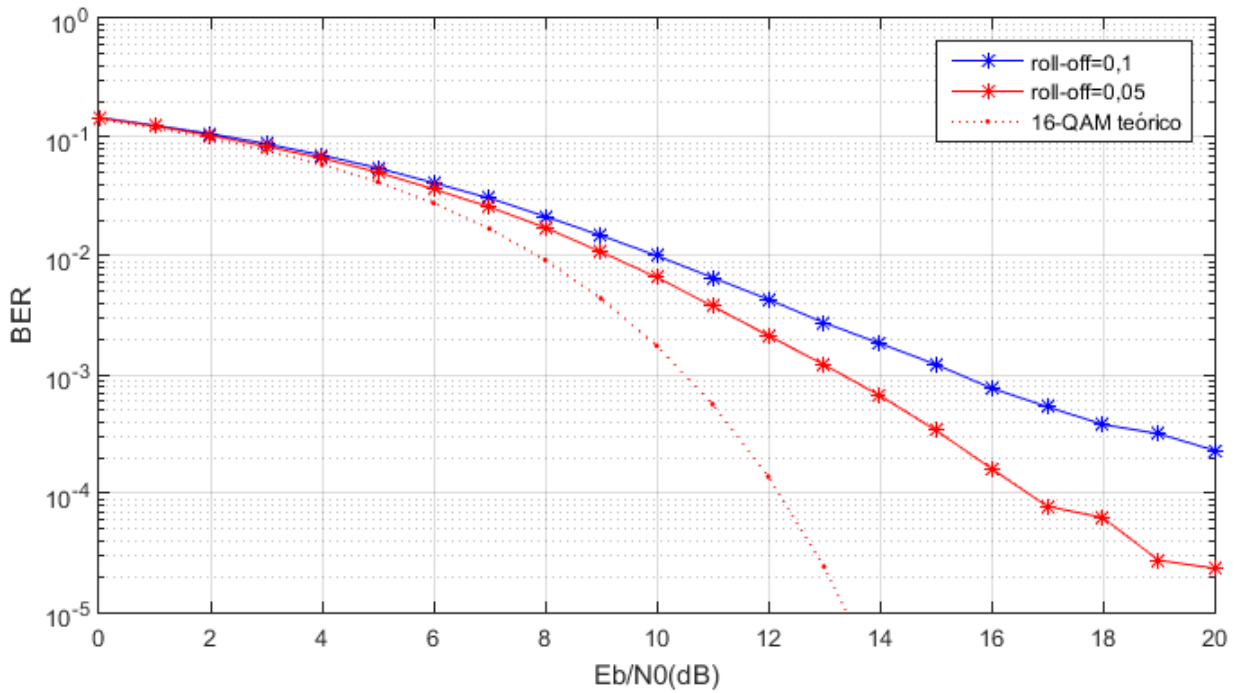


Figura 3.19: Gráfico de BER - GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC, e modulação 16-QAM.

Na terceira simulação a BER obtida foi a correspondente a Fig. 3.19, nesta foi utilizado um filtro RRC, modulado em 16-QAM e recepção utilizando um filtro casado, nesta simulação foi comparada a BER utilizando *roll-offs* iguais a 0,1 e 0,05. Como pode ser notado por meio desta figura, utilizando uma modulação 16-QAM, mesmo o pulso com *roll-off* igual a 0,1 obtém uma taxa de erro acima da teórica para o 16-QAM, e diminuindo este *roll-off* pela metade não foi o suficiente para aproximar estas taxas de erro, estes gráficos servem para mostrar o quão prejudicial pode ser a interferência entre os canais, principalmente quando se aumenta a ordem da modulação M-QAM.

Foi calculado o espectro do sinal GFDM gerado na primeira simulação, utilizando 200 símbolos, com o intuito de observar a radiação fora da banda. A Fig. 3.20 foi normalizada da mesma forma que a Fig. 2.12, e tem a mesma banda que esta figura, já que foram utilizados exatamente o mesmo número de subportadoras. O sinal GFDM teve ACPR de 35 dB nos pontos -250 e 250 da frequência normalizada e 27 dB nos pontos -100 e 100. Assim, apresentando uma OOB consideravelmente menor, ainda que o filtro de transmissão escolhido não seja o melhor quando se trata de reduzir a radiação fora de banda, entretanto mesmo não sendo o melhor, já apresenta uma melhora de 10 dB nos pontos -250 e 250 da frequência normalizada.

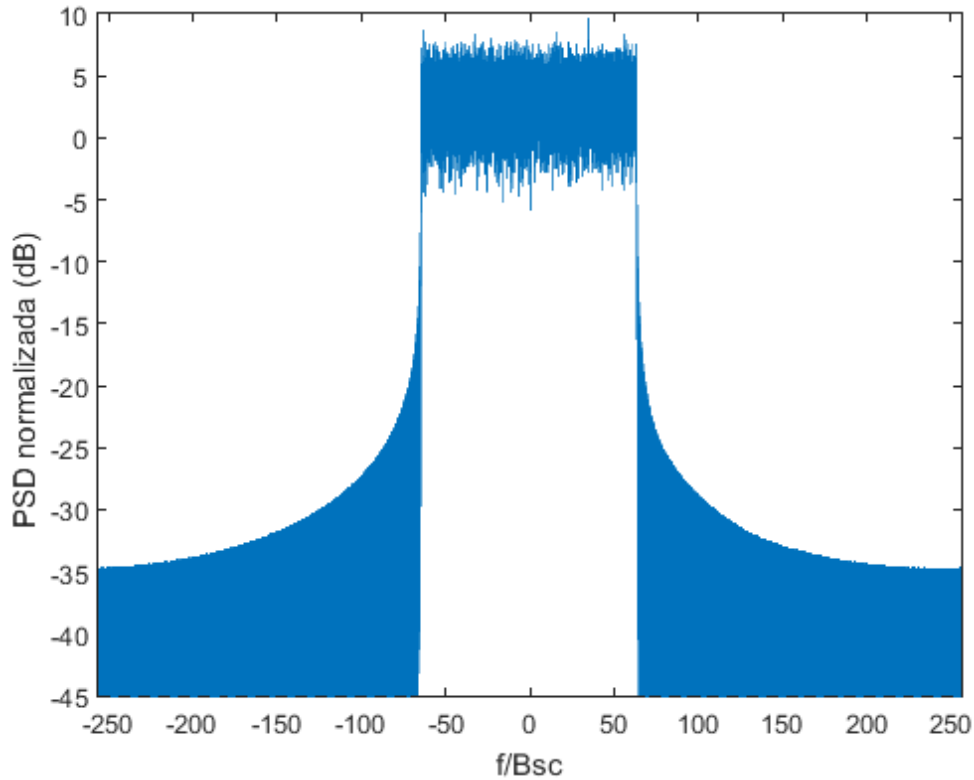


Figura 3.20: PSD do sinal GFDM da primeira simulação.

Modulação	ACPR: Pontos $-100$ e $100$	ACPR: Pontos $-250$ e $250$
OFDM	20 dB	25 dB
GFDM	27 dB	35 dB

Tabela 3.3: Tabela de ACPR com o OFDM e GFDM.

A Tabela 3.3 faz um resumo das ACPR's das simulações feitas até este momento.

### 3.6 Conclusão

Como foi visto ao longo do capítulo, o GFDM traz uma forma generalizada do OFDM, isto proporciona algumas vantagens, porém geram algumas desvantagens também. Isto pode ser observado na Seção 3.5, onde foi visto que a BER para alguns sinais GFDM foi pior que a do valor teórico para a modulação M-QAM, diferentemente do OFDM, que a BER sobrepôs a teórica, pois não foi utilizado prefixo cíclico.

Outro ponto em que o GFDM se mostrou inferior ao OFDM é em relação à complexidade, em que os quatro modelos de implementação do GFDM tiveram complexidade superior à do OFDM.

É claro que o GFDM traz algumas melhorias em relação ao OFDM, como uma radiação fora de banda menor, é mais robusto à falta de sincronização na frequência e há a possibilidade de serem

feitas escolhas para diminuir o PAPR, mesmo que não tenha sido abordado sobre PAPR ao longo do capítulo.

Logo, deve ser feita uma solução de compromisso, entre a BER, radiação fora de banda, taxa, entre outros aspectos. Por exemplo, ao diminuir o *roll-off* a BER diminui, porém a OOB aumenta. Entretanto há algumas formas de se implementar o GFDM buscando melhorar a BER do sistema, pois como foi visto, utilizando o filtro RRC, tanto na recepção como na transmissão, mitigamos a interferência intersimbólica adicionada pelos filtros de recepção e transmissão. Portanto, o deslocamento superior que foi visto nos gráficos de BER das simulações é devido à interferência entre canais. Com o intuito de retirar esta interferência, serão apresentados três esquemas de GFDM ortogonal no capítulo seguinte.

## Capítulo 4

# Propostas de Pulsos Ortogonais para GFDM

### 4.1 Introdução

Conforme foi visto no capítulo anterior, as subportadoras do GFDM sofrem interferência entre canais pela falta de ortogonalidade entre as subportadoras, o que aumenta a BER quando comparada com um sinal OFDM. Este capítulo visa formas de implementar um sinal GFDM de forma a garantir a ortogonalidade entre as subportadoras, assim diminuindo a BER.

São apresentados três esquemas ortogonais para o GFDM, TS-OQAM-GFDM (OQAM-GFDM com deslocamento no tempo), FS-OQAM-GFDM (OQAM-GFDM com deslocamento na frequência) e IF-GFDM (GFDM livre de interferência), em que duas se baseiam em uma tecnologia já existente, o OQAM (*Offset-QAM*), e a outra proposta faz uma construção de pulsos que geram a ortogonalidade.

Nas seções posteriores é apresentado o OQAM e uma análise detalhada do mesmo. E a seguir os outros três esquemas.

### 4.2 OQAM

O OQAM é uma modulação criada para gerar ortogonalidade em sistemas MCM (*Multi-Carrier Modulation*). Primeiro é feita a separação entre a parte real e a imaginária do símbolo. Após isto, o filtro de uma dessas partes é atrasado em meio intervalo de símbolo e então estes sinais são deslocados em frequência. As subportadoras adjacentes terão uma diferença de fase de  $\frac{\pi}{2}$ , como pode ser visto na Fig. 4.1. Esta seção é baseada em [18] e em [19].

A fim de facilitar as equações a seguir, serão utilizadas as notações da Eq. (4.1), onde  $d_k^I[m]$  representa a parte imaginária dos dados modulados em M-QAM e  $d_k^R[m]$  a parte real desses dados.

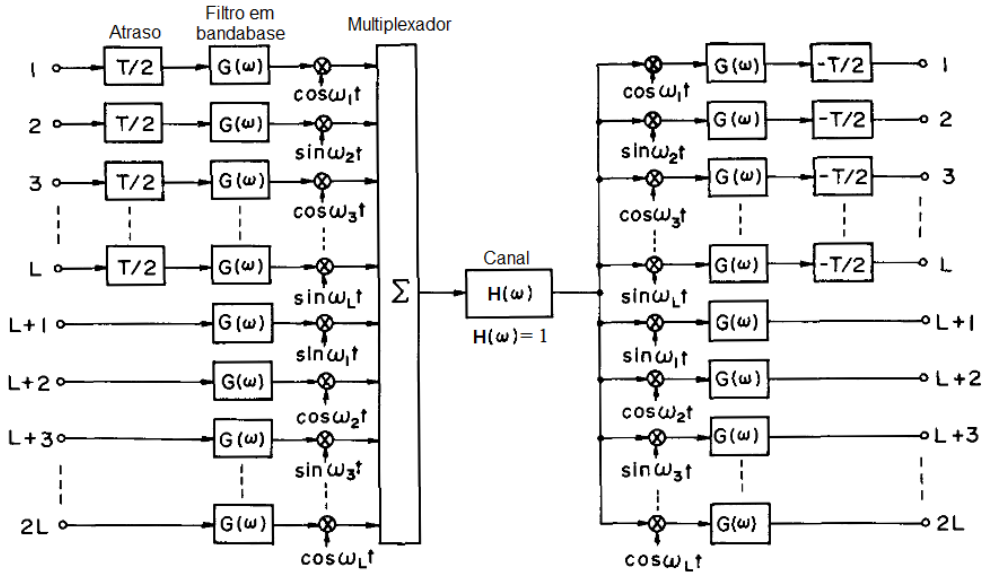


Figura 4.1: Sistema de comunicação OQAM. Adaptado de [8].

$$\begin{aligned}\Im\{d_k[m]\} &= d_k^I[m]. \\ \Re\{d_k[m]\} &= d_k^R[m].\end{aligned}\tag{4.1}$$

O sinal OQAM em tempo contínuo será

$$\begin{aligned}s(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{k \text{ ímpar}} d_k^R[m] g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos(\omega_k t) + d_k^I[m] g(t - mT_s) \sin(\omega_k t) \right. \\ \left. + \sum_{k \text{ par}} d_k^R[m] g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \sin(\omega_k t) + d_k^I[m] g(t - mT_s) \cos(\omega_k t) \right).\end{aligned}\tag{4.2}$$

$\omega_k$  é a frequência da subportadora  $k$  em rad/s, e é igual a  $\omega_0 + k\frac{2\pi}{T_s}$ , e  $\omega_0$  é a frequência da primeira subportadora.

O sinal da Eq. (4.2) é enviado através do canal dispersivo e então é demodulado. Por conta da demonstração da ortogonalidade, o canal será um impulso no domínio do tempo.

Será considerado que o filtro utilizado neste sistema é um filtro que satisfaz os critérios de Nyquist.  $G(\omega)$ , que é o pulso  $g(t)$  no domínio da frequência, é igual a zero para  $|\omega|$  maior que  $\frac{2\pi}{T_s}$ . Logo na recepção pode-se assumir que só terá interferência entre os canais adjacentes.

Será feito o equacionamento para provar que a técnica OQAM garante a ortogonalidade. Este equacionamento é uma contribuição deste projeto, pois há passos intermediários que não são encontrados em outras referências. Estes passos foram adicionados para facilitar o entendimento das equações.

Deslocando em frequência para a subportadora da parte imaginária do receptor OQAM,

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( d_{k-1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos(\omega_{k-1}t) + d_{k-1}^I[m]g(t - mT_s)\text{sen}(\omega_{k-1}t) \right. \\
& \quad + d_k^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \text{sen}(\omega_k t) + d_k^I[m]g(t - mT_s)\cos(\omega_k t) \\
& \quad \left. + d_{k+1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos(\omega_{k+1}t) + d_{k+1}^I[m]g(t - mT_s)\text{sen}(\omega_{k+1}t) \right) 2\cos(\omega_k t).
\end{aligned} \tag{4.3}$$

A multiplicação entre o cosseno da recepção e os cossenos e senos do sinal OQAM gerará dois sinais senoidais com frequências diferentes, uma próxima a zero e outra frequência superior. Esta com frequência superior será desconsiderada, visto que o pulso de transmissão irá zerar o componente desta frequência. Portanto o sinal após o filtro de recepção ficará igual a

$$\begin{aligned}
\hat{d}_k^I[m] &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( d_{k-1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right) - d_{k-1}^I[m]g(t - mT_s)\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right) \right. \\
& \quad + d_k^I[m]g(t - mT_s) \\
& \quad \left. + d_{k+1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right) + d_{k+1}^I[m]g(t - mT_s)\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right) \right) * g(t - mT_s).
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Ambas as subportadoras adjacentes têm os mesmos termos multiplicando seus dados,  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$  conforme pode ser observado na Eq. (4.5). Logo esses termos serão separados.

$$\begin{aligned}
r_1(t) &= \left[ g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right) \right] * g(t - mT_s). \\
r_2(t) &= \left[ g(t - mT_s)\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right) \right] * g(t - mT_s).
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Substituindo a Eq. (4.5) na Eq. (4.4), temos

$$\begin{aligned}
\hat{d}_k^I[m] &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( d_{k-1}^R[m]r_1(t) - d_{k-1}^I[m]r_2(t) \right. \\
& \quad + d_k^I[m]g(t - mT_s) * g(t - mT_s) \\
& \quad \left. + d_{k+1}^R[m]r_1(t) + d_{k+1}^I[m]r_2(t) \right).
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Para se obter um sinal ortogonal os termos  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$  devem ser iguais a zero.

$$R_1(\omega) = \mathcal{F} \left\{ \left[ g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right) \right] * g(t - mT_s) \Big|_{=0} \right\}. \tag{4.7}$$

O termo  $R_1(\omega)$  é a transformada de Fourier de  $r_1(t)$  para  $m$  igual a zero, foi escolhido  $m$  igual a zero para facilitar as equações. Resolvendo esta transformada obtém-se

$$R_1(\omega) = -\pi \left( G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) + G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) \right) G(\omega) e^{-j\omega \frac{T_s}{2}}. \quad (4.8)$$

Fazendo a transformada inversa de Fourier pela definição do sinal  $R_1(\omega)$ .

$$r_1(t) = \mathcal{F}^{-1}\{R_1(\omega)\} = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left( G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) + G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) \right) G(\omega) e^{j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} d\omega. \quad (4.9)$$

Considerando que  $G(\omega)$  é simétrico e par, e lembrando que  $G(\omega)$  é igual a zero para  $|\omega|$  maior que  $\frac{2\pi}{T_s}$ . Portanto, pode-se separar a integral em duas.

$$r_1(t) = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) e^{j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} d\omega - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) e^{j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} d\omega. \quad (4.10)$$

O termo  $\int_{-\infty}^0 G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) e^{j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} d\omega$  da Eq. (4.10) pode ser manipulado para os limites da integral serem de  $-\infty$  para zero.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^0 G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) e^{j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} d\omega &= \int_0^{\infty} G \left( -\omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) e^{-j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} d\omega. \\ &= \int_0^{\infty} G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) e^{-j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} d\omega. \end{aligned} \quad (4.11)$$

A manipulação feita para gerar a  $G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right)$  na Eq. (4.11) só é possível pelo fato de  $G(\omega)$  ter simetria par. Substituindo a Eq. (4.11) na Eq. (4.10), temos

$$r_1(t) = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) \left( e^{j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} + e^{-j\omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} \right) d\omega. \quad (4.12)$$

Pode-se substituir a soma das exponenciais da Eq. (4.12) por um cosseno.

$$r_1(t) = - \int_0^{\frac{2\pi}{T_s}} G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) \cos \left( \omega \left( t - \frac{T_s}{2} \right) \right) d\omega. \quad (4.13)$$

O limite superior da integral da Eq. (4.13) foi modificado pelo fato de que o termo  $G(\omega)$  é zero a partir deste limite. Fazendo uma substituição de variáveis na integral da Eq. (4.13) igual a  $u = \omega - \frac{\pi}{T_s}$ .

$$r_1(t) = - \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} G \left( u - \frac{\pi}{T_s} \right) G \left( u + \frac{\pi}{T_s} \right) \cos \left( ut + \frac{\pi t}{T_s} - \frac{uT_s}{2} - \frac{\pi}{2} \right) du. \quad (4.14)$$

Expandindo o termo  $\cos\left(ut + \frac{\pi t}{T_s} - \frac{uT_s}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ ,

$$\begin{aligned}\cos\left(ut + \frac{\pi t}{T_s} - \frac{uT_s}{2} - \frac{\pi}{2}\right) &= \text{sen}\left(ut + \frac{\pi t}{T_s} - \frac{uT_s}{2}\right) \\ &= \text{sen}\left(ut - \frac{uT_s}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) + \cos\left(ut - \frac{uT_s}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\pi t}{T_s}\right).\end{aligned}\quad (4.15)$$

Considerando que o sinal na recepção será amostrado inicialmente em um instante igual a  $mT_s$ , e tem um intervalo de amostragem igual a  $mT_s$ .

$$\text{sen}\left(umT_s - \frac{uT_s}{2}\right) \cos(\pi m) + \cos\left(umT_s - \frac{uT_s}{2}\right) \text{sen}(\pi m) = (-1)^m \text{sen}\left(umT_s - \frac{uT_s}{2}\right). \quad (4.16)$$

Substituindo a Eq. (4.16) na Eq. (4.14), temos

$$r_1(mT_s) = (-1)^{m+1} \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} G\left(u - \frac{\pi}{T_s}\right) G\left(u + \frac{\pi}{T_s}\right) \text{sen}\left(uT_s\left(m - \frac{1}{2}\right)\right) du = 0. \quad (4.17)$$

A Eq. (4.17) é zero, porque  $G(u)$  tem simetria par. Logo,  $G\left(u - \frac{\pi}{T_s}\right) G\left(u + \frac{\pi}{T_s}\right)$  também tem simetria par. Porém, o termo  $\text{sen}\left(uT_s\left(m - \frac{1}{2}\right)\right)$  tem simetria ímpar, logo a multiplicação destes dois componentes também terá simetria ímpar. Desta forma é integrado um sinal ímpar em torno do ponto zero, tornando a integral igual a zero.

É importante notar nas equações anteriores que o atraso inserido no filtro foi o responsável por gerar a exponencial complexa  $e^{-j\omega\frac{T_s}{2}}$ , que possibilitou o cosseno se transformar em um seno, tornando a função ímpar. Caso contrário a função seria par e não se anularia quando amostrada inicialmente em um instante  $mT_s$ .

Agora será demonstrado matematicamente que  $r_2(t)$  também é igual a zero quando são feitas as mesmas suposições feitas para o  $r_1(t)$ . Primeiramente, será calculada a transformada de Fourier de  $r_2(t)$  para  $m$  igual a zero.

$$R_2(\omega) = \mathcal{F}\left\{\left[g(t - mT_s) \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T_s}t\right)\right] * g(t - mT_s)|_{m=0}\right\}. \quad (4.18)$$

Resolvendo a transformada da Eq. (4.18),

$$R_2(\omega) = j\pi G(\omega) \left(G\left(\omega + \frac{2\pi}{T_s}\right) - G\left(\omega - \frac{2\pi}{T_s}\right)\right). \quad (4.19)$$

Calculando a transformada inversa de Fourier pela definição do sinal dado pela Eq. (4.19),

$$r_2(t) = \mathcal{F}^{-1}\{R_2(\omega)\} = \frac{j}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \left(G\left(\omega + \frac{2\pi}{T_s}\right) - G\left(\omega - \frac{2\pi}{T_s}\right)\right) e^{j\omega t} d\omega. \quad (4.20)$$



Pode ser feito o mesmo procedimento realizado na Eq. (4.10), onde será separada a integral da Eq. (4.20) em duas. Lembre-se que isto é feito assumindo que  $G(\omega)$  é simétrico e par, e lembrando que  $G(\omega)$  é igual a zero para  $|\omega|$  maior que  $\frac{2\pi}{T_s}$ .

$$r_2(t) = \frac{j}{2} \int_0^\infty G(\omega)G\left(\omega - \frac{2\pi}{T_s}\right) (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) d\omega. \quad (4.21)$$

Pode-se substituir a soma das exponenciais da Eq. (4.21) por um seno. E substituindo o limite superior por  $\frac{2\pi}{T_s}$ , da mesma forma que foi feito para o  $R_1(\omega)$ , e pelo mesmo motivo,

$$r_2(t) = \int_0^{\frac{2\pi}{T_s}} G(\omega)G\left(\omega - \frac{2\pi}{T_s}\right) \text{sen}(\omega t) d\omega. \quad (4.22)$$

Fazendo uma substituição de variáveis na integral da Eq. (4.22),  $u = \omega - \frac{\pi}{T_s}$ ,

$$r_2(t) = \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} G\left(u + \frac{\pi}{T_s}\right)G\left(u - \frac{\pi}{T_s}\right) \text{sen}\left(ut + \frac{\pi t}{T_s}\right) du. \quad (4.23)$$

Expandindo o termo  $\text{sen}\left(ut + \frac{\pi t}{T_s}\right)$ ,

$$\text{sen}\left(ut + \frac{\pi t}{T_s}\right) = \text{sen}(ut)\cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) + \cos(ut)\text{sen}\left(\frac{\pi t}{T_s}\right). \quad (4.24)$$

Considerando que o sinal na recepção será amostrado inicialmente em um instante igual a  $mT_s$ , e tem um tempo de amostragem igual a  $mT_s$ .

$$\text{sen}(umT_s)\cos\left(\frac{\pi mT_s}{T_s}\right) + \cos(umT_s)\text{sen}\left(\frac{\pi mT_s}{T_s}\right) = (-1)^m \text{sen}(umT_s). \quad (4.25)$$

Substituindo a Eq. (4.25) na Eq. (4.23), temos

$$r_2(mT_s) = (-1)^m \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} G\left(u + \frac{\pi}{T_s}\right)G\left(u - \frac{\pi}{T_s}\right) \text{sen}(umT_s) du = 0. \quad (4.26)$$

A Eq. (4.26) é igual a zero pelos mesmos motivos que tornaram a Eq. (4.17) igual a zero. Um ponto importante no desenvolvimento das equações anteriores, é que a diferença de fase de  $\frac{\pi}{2}$  entre as subportadoras foi o que fez com que a soma das exponenciais resultasse em um seno e não em um cosseno. Assim, transformando a função da Eq. (4.26) em uma função ímpar com as suposições que foram feitas ao longo do equacionamento.

Portanto, com  $r_1(mT_s)$  e  $r_2(mT_s)$  iguais a zero a Eq. (4.6) estará livre de interferência entre canais (ICI), assim provando que o OQAM realmente gera ortogonalidade.

Foi visto que a interferência entre os canais é eliminada para a parte imaginária do sinal OQAM. Agora será feito os mesmos passos para a parte real. Deslocando em frequência para a subportadora da parte real do receptor OQAM, obtém-se um sinal igual à Eq. (4.3).

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( d_{k-1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos(\omega_{k-1}t) + d_{k-1}^I[m]g(t - mT_s) \text{sen}(\omega_{k-1}t) \right. \\
& \quad + d_k^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \text{sen}(\omega_k t) + d_k^I[m]g(t - mT_s) \cos(\omega_k t) \\
& \quad \left. + d_{k+1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \cos(\omega_{k+1}t) + d_{k+1}^I[m]g(t - mT_s) \text{sen}(\omega_{k+1}t) \right) 2 \text{sen}(\omega_k t).
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Após o sinal ser deslocado em frequência, será feita a convolução entre este sinal e o filtro atrasado em  $-\frac{T_s}{2}$ ,

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( d_{k-1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) + d_{k-1}^I[m]g(t - mT_s) \cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \right. \\
& \quad - d_{k+1}^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) + d_{k+1}^I[m]g(t - mT_s) \cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \\
& \quad \left. + d_k^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \right) * g\left(t - mT_s + \frac{T_s}{2}\right).
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Ambas as subportadoras adjacentes têm os mesmos termos multiplicando seus dados,  $r_3(t)$  e  $r_4(t)$  conforme pode ser observado na Eq. (4.29). Logo esses termos serão separados.

$$\begin{aligned}
r_3(t) &= \left[ g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \right] * g\left(t - mT_s + \frac{T_s}{2}\right). \\
r_4(t) &= \left[ g(t - mT_s) \cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \right] * g\left(t - mT_s + \frac{T_s}{2}\right).
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Substituindo a Eq. (4.29) na Eq. (4.28),

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( d_{k-1}^R[m]r_3(t) + d_{k-1}^I[m]r_4(t) \right. \\
& \quad - d_{k+1}^R[m]r_3(t) + d_{k+1}^I[m]r_4(t) \\
& \quad \left. + d_k^R[m]g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) * g\left(t - mT_s + \frac{T_s}{2}\right) \right).
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Calculando a transformada de Fourier de  $r_3(t)$  para  $m$  igual a zero,

$$R_3(\omega) = \mathcal{F} \left\{ \left[ g\left(t - mT_s - \frac{T_s}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \right] * g\left(t - mT_s + \frac{T_s}{2}\right) \Big|_{m=0} \right\}. \tag{4.31}$$

Resolvendo a transformada da Eq. (4.31),

$$R_3(\omega) = j\pi \left( G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) - G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) \right) G(\omega). \quad (4.32)$$

Por meio de Eq. (4.32) e Eq. (4.19) é possível notar que  $R_3(\omega)$  é igual a  $-R_2(\omega)$ , logo  $r_3(mT_s)$  também é igual a zero.

Calculando a transformada de Fourier de  $r_4(t)$  para  $m$  igual a zero,

$$R_4(\omega) = \mathcal{F} \left\{ \left[ g(t - mT_s) \cos \left( \frac{2\pi t}{T_s} \right) \right] * g \left( t - mT_s + \frac{T_s}{2} \right) \Big|_{m=0} \right\}. \quad (4.33)$$

Resolvendo a transformada da Eq. (4.33),

$$R_4(\omega) = \pi \left( G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) + G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) \right) G(\omega) e^{j\omega \frac{T_s}{2}}. \quad (4.34)$$

Calculando a transformada inversa de Fourier pela definição do sinal dado pela Eq. (4.34),

$$r_4(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left( G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) + G \left( \omega + \frac{2\pi}{T_s} \right) \right) G(\omega) e^{j\omega(t + \frac{T_s}{2})} d\omega. \quad (4.35)$$

Pode ser feito o mesmo procedimento realizado na Eq. (4.10), onde será separada a integral da Eq. (4.35) em duas.

$$r_4(t) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) \left( e^{j\omega(t + \frac{T_s}{2})} + e^{-j\omega(t + \frac{T_s}{2})} \right) d\omega. \quad (4.36)$$

Pode-se substituir a soma das exponenciais da Eq. (4.36) por um cosseno. O limite superior será modificado da mesma forma como foi para o  $r_1(t)$  e o  $r_2(t)$ .

$$r_4(t) = \int_0^{\frac{2\pi}{T_s}} G \left( \omega - \frac{2\pi}{T_s} \right) G(\omega) \cos \left( \omega \left( t + \frac{T_s}{2} \right) \right) d\omega. \quad (4.37)$$

Fazendo uma substituição de variáveis na integral da Eq. (4.37) igual a  $u = \omega - \frac{\pi}{T_s}$ .

$$r_4(t) = \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} G \left( u - \frac{\pi}{T_s} \right) G \left( u + \frac{\pi}{T_s} \right) \cos \left( ut + \frac{\pi t}{T_s} + \frac{uT_s}{2} + \frac{\pi}{2} \right) du. \quad (4.38)$$

O termo  $\cos \left( ut + \frac{\pi t}{T_s} + \frac{uT_s}{2} + \frac{\pi}{2} \right)$  pode ser substituído por  $-\text{sen} \left( ut + \frac{\pi t}{T_s} + \frac{uT_s}{2} \right)$ . Pode-se expandir este seno do mesmo modo como foi feito na Eq. (4.15) e então amostrado em  $mT_s$ , e fazendo esses passos é possível obter  $(-1)^{m+1} \text{sen} \left( umT_s + \frac{uT_s}{2} \right)$ . Substituindo este seno na Eq. (4.38),

$$r_4(mT_s) = (-1)^{m+1} \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} G \left( u - \frac{\pi}{T_s} \right) G \left( u + \frac{\pi}{T_s} \right) \text{sen} \left( uT_s \left( m + \frac{1}{2} \right) \right) du = 0. \quad (4.39)$$

A Eq. (4.39) é igual a zero pelos mesmos motivos que as equações Eq. (4.26) e Eq. (4.17) são iguais a zero. Dessa forma a prova de que o sinal OQAM é ortogonal em uma subportadora par está completa, porém não será feita a prova para uma subportadora ímpar, já que os passos e os componentes multiplicando os termos dos canais adjacentes são os mesmos.

### 4.3 TS-OQAM-GFDM

O TS-OQAM-GFDM (*Time-Shift Offset-QAM for GFDM*) é uma das formas de retirar a interferência entre os canais adjacentes do GFDM, onde são utilizados os princípios do OQAM, mostrado na seção anterior. As exposições feitas nesta seção é embasada em [9].

Isso pode ser alcançado transmitindo a parte real ( $d_k^R[m]$ ) e imaginária ( $d_k^I[m]$ ) de um símbolo ( $d_k[m]$ ) usando filtros simétricos, porém com um *offset* de  $\frac{K}{2}$  amostras entre eles e uma diferença de fase de  $\frac{\pi}{2}$  entre subportadoras adjacentes.

Com isso o pulso de transmissão é igual a

$$\begin{aligned} g_{k,m}^{(i)}[n] &= j^k g_{kTx}([n - mK] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{kn}{K}}, \\ g_{k,m}^{(q)}[n] &= j^{k+1} g_{kTx}\left([n - mK - \frac{K}{2}] \bmod MK\right) e^{j2\pi \frac{kn}{K}}, \end{aligned} \quad (4.40)$$

em que  $g_{k,m}^{(i)}[n]$  é o pulso em fase e o  $g_{k,m}^{(q)}[n]$  é o pulso em quadratura. A fim de facilitar as equações, será substituído  $g_{kTx}([n - mK] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{kn}{K}}$  por  $g_{k,m}[n]$ . Substituindo  $g_{k,m}[n]$  na Eq. (4.40),

$$\begin{aligned} g_{k,m}^{(i)}[n] &= j^k g_{k,m}[n], \\ g_{k,m}^{(q)}[n] &= j^{k+1} g_{k,m+\frac{1}{2}}[n]. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Portanto, o sinal TS-OQAM-GFDM pode ser implementado modulando a parte real com o pulso  $g_{k,m}^{(i)}[n]$  e a parte imaginária com o pulso  $g_{k,m}^{(q)}[n]$ , o que gera o sinal dado pela Eq. (4.42).

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} \left( d_k^R[m] g_{k,m}^{(i)}[n] + d_k^I[m] g_{k,m}^{(q)}[n] \right). \quad (4.42)$$

Será feita a demodulação, utilizando um filtro casado, considerando um canal sem ruído e com resposta impulsional igual o impulso no instante zero.

$$\hat{d}_k[m] = \Re \left\{ y[n] \otimes g_{k,m}^{(\cdot)*}[-n] \right\} |_{n=0}. \quad (4.43)$$

Expandindo o termo  $y[n]$  na Eq. (4.43),

$$\hat{d}_k[m] = \Re \left\{ \left[ \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} \left( d_k^R[m] g_{k,m}^{(i)}[n] + d_k^I[m] g_{k,m}^{(q)}[n] \right) \right] \otimes g_{k,m}^{(\cdot)*}[-n] \right\} |_{n=0}. \quad (4.44)$$

Para a Eq. (4.44) ser igual a  $d_k[m]$  é necessário cumprir os critérios dado por

$$\begin{aligned}
\Re \left\{ g_{k,m}^{(i)}[n] \otimes g_{k',m}^{(i)*}[-n] \right\} |_{n=0} &= \delta_{k,k'} \delta_{m,m'} \\
\Re \left\{ g_{k,m}^{(q)}[n] \otimes g_{k',m}^{(q)*}[-n] \right\} |_{n=0} &= \delta_{k,k'} \delta_{m,m'} \\
\Re \left\{ g_{k,m}^{(i)}[n] \otimes g_{k',m}^{(q)*}[-n] \right\} |_{n=0} &= 0 \\
\Re \left\{ g_{k,m}^{(q)}[n] \otimes g_{k',m}^{(i)*}[-n] \right\} |_{n=0} &= 0,
\end{aligned} \tag{4.45}$$

onde o  $\delta_{k,k'}$  é o delta de Kronecker e sua fórmula pode ser vista por meio de Eq. (4.46).

$$\delta_{x_1,x_2} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_1 = x_2. \\ 0, & \text{se } x_1 \neq x_2. \end{cases} \tag{4.46}$$

Note que a ortogonalidade da parte real vem da projeção entre os m-ésimos subsímbolos e as k-ésimas subportadoras para todo k e m. Note também que o uso de filtros que obedecem o critério de Nyquist assegura que não haverá ISI em nenhum dos m-ésimos subsímbolos e não irá produzir interferência imaginária entre as k-ésimas subportadoras adjacentes. Consequentemente, a rotação de fase alinha os componentes em um arranjo sem ICI [9]. Desta forma se for utilizado filtros que satisfazem os critérios de Nyquist, assim como era requerido no sistema OQAM visto na seção anterior, o pulso irá satisfazer as igualdades da Eq. (4.45).

Note que o sinal apresentado na Eq. (4.42) pode ser visto como duas modulações GFDM, uma modulando a parte real e outra a imaginária. Portanto, este sinal pode ser implementado utilizando a matriz  $\mathbf{A}$  descrita na subseção 3.4.4, mas utilizando duas matrizes, a em fase ( $\mathbf{A}^{(i)}$ ) e a em quadratura ( $\mathbf{A}^{(q)}$ ), e essas matrizes podem ser implementadas por meio da Eq. (4.47). Para facilitar a notação será utilizado  $\vec{g}_{k,m}^{(\cdot)}$  igual ao vetor coluna de comprimento  $MK$  de  $g_{k,m}^{(\cdot)}[n]$

$$\mathbf{A}^{(\cdot)} = \left( \vec{g}_{0,0}^{(\cdot)} \cdots \vec{g}_{K-1,0}^{(\cdot)} \vec{g}_{0,1}^{(\cdot)} \cdots \vec{g}_{K-1,M-1}^{(\cdot)} \right). \tag{4.47}$$

Utilizando a matriz da Eq. (4.47) pode-se implementar o modulador TS-OQAM-GFDM, como pode ser observado na Eq. (4.48).

$$s[n] = \mathbf{A}^{(i)} \vec{d}^{(i)} + \mathbf{A}^{(q)} \vec{d}^{(q)}, \tag{4.48}$$

em que  $\vec{d}$  é o vetor coluna dos símbolos modulados em M-QAM,  $\vec{d}^{(i)}$  é igual a  $\Re\{\vec{d}\}$  e  $\vec{d}^{(q)}$  é igual a  $\Im\{\vec{d}\}$ . Lembrando que quando o sinal  $s[n]$  é implementado por meio da matriz  $\mathbf{A}$ , o sinal será um vetor coluna.

A Fig. 4.2 ilustra um sistema utilizando o TS-OQAM-GFDM utilizando as matrizes para implementar este sistema.

O dado recebido, utilizando o filtro casado,  $\hat{\vec{d}}$  pode ser calculado por meio da Eq. (4.49).

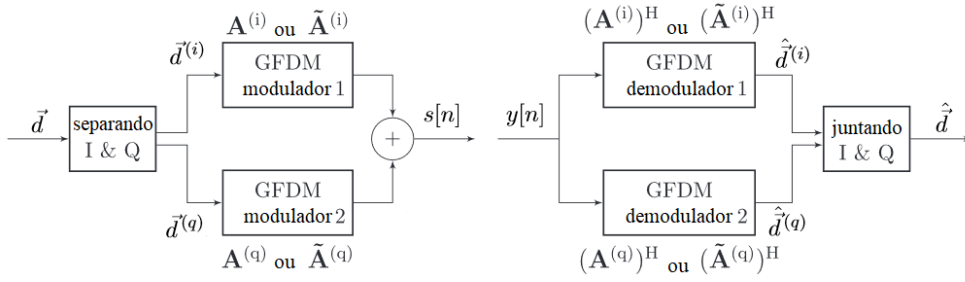


Figura 4.2: Sistema de comunicação TS-OQAM-GFDM e FS-OQAM-GFDM. Adaptado de [9].

$$\hat{d} = \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(i)} \right)^H y[n] \right\} + j \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(q)} \right)^H y[n] \right\}. \quad (4.49)$$

Considerando um canal sem ruído e com resposta impulsional igual um impulso no instante zero e expandindo o sinal  $y[n]$  na Eq. (4.49).

$$\hat{d} = \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(i)} \right)^H \left( \mathbf{A}^{(i)} \vec{d}^{(i)} + \mathbf{A}^{(q)} \vec{d}^{(q)} \right) \right\} + j \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(q)} \right)^H \left( \mathbf{A}^{(i)} \vec{d}^{(i)} + \mathbf{A}^{(q)} \vec{d}^{(q)} \right) \right\}. \quad (4.50)$$

Portanto para  $\hat{d}$  ser igual a  $\vec{d}^{(i)} + j\vec{d}^{(q)}$  os critérios da Eq. (4.51) devem ser obedecidos.

$$\begin{aligned} \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(i)} \right)^H \mathbf{A}^{(i)} \right\} &= \mathbf{I}_{MK}. \\ \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(q)} \right)^H \mathbf{A}^{(q)} \right\} &= \mathbf{I}_{MK}. \\ \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(i)} \right)^H \mathbf{A}^{(q)} \right\} &= \mathbf{0}_{MK}. \\ \Re \left\{ \left( \mathbf{A}^{(q)} \right)^H \mathbf{A}^{(i)} \right\} &= \mathbf{0}_{MK}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Porém, note que a Eq. (4.51) tem o mesmo significado que a Eq. (4.45).

O termo  $\mathbf{I}_{MK}$  na Eq. (4.51) é a matriz identidade com tamanho igual a  $MK \times MK$  e o termo  $\mathbf{0}_{MK}$  é a matriz de zeros de tamanho  $MK \times MK$ .

A complexidade do transmissor e receptor TS-OQAM-GFDM é igual ao dobro da complexidade assintótica do sistema GFDM, pelo fato de que o TS-OQAM-GFDM é implementado como se fossem duas modulações GFDM. A fim de quantificar a complexidade para este sistema será utilizada a complexidade do quarto método do GFDM, apresentado na subseção 3.4.4, logo a complexidade do TS-OQAM-GFDM é igual a  $\mathcal{O}(2(MK)^2)$ . Em geral é retirado o a contante multiplicativa de dentro do  $\mathcal{O}(\cdot)$ , mas a constante não será retirada neste projeto, para ter uma base de comparação entre os três esquemas.

## 4.4 FS-OQAM-GFDM

Esta seção estende o uso do OQAM utilizando transformações unitárias e selecionando um caso específico que permite explorar a dualidade entre o domínio do tempo e frequência para criar o filtro, que será utilizado no FS-OQAM-GFDM. Nesse sentido as respostas de impulso e frequência deste filtro são trocadas [9]. Esta seção é embasada em [9].

O FS-OQAM-GFDM pode ser visto como uma forma particular do TS-OQAM-GFDM, pois a condição de ortogonalidade também é válida quando utilizada uma operação unitária, por meio da matriz  $\mathbf{U}_{MK}$ , como pode ser observado na Eq. (4.52).

$$\left(\mathbf{U}_{MK}^H \mathbf{A}^{(\cdot)}\right)^H \mathbf{U}_{MK}^H \mathbf{A}^{(\cdot)} = \left(\mathbf{A}^{(\cdot)}\right)^H \mathbf{U}_{MK} \mathbf{U}_{MK}^H \mathbf{A}^{(\cdot)} = \left(\mathbf{A}^{(\cdot)}\right)^H \mathbf{A}^{(\cdot)}. \quad (4.52)$$

No caso do FS-OQAM-GFDM, a matriz  $\mathbf{U}_M K$  que será utilizada é a matriz da DFT ( $\mathbf{W}$ ), que pode ser vista na Eq. (3.28). O sinal FS-OQAM-GFDM segue na Eq. (4.53) e pode ser visto na Fig. 4.2.

$$s[n] = \tilde{\mathbf{A}}^{(i)} \vec{d}^{(i)} + \tilde{\mathbf{A}}^{(q)} \vec{d}^{(q)}, \quad (4.53)$$

em que as matrizes  $\tilde{\mathbf{A}}^{(\cdot)}$  podem ser implementadas por meio da Eq. (4.54).

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}^{(i)} &= \mathbf{W}^H \mathbf{A}^{(i)}. \\ \tilde{\mathbf{A}}^{(q)} &= \mathbf{W}^H \mathbf{A}^{(q)}. \end{aligned} \quad (4.54)$$

A demodulação é feita de forma semelhante a realizada no TS-OQAM-GFDM, e pode ser observada pela Eq. (4.55).

$$\hat{\vec{d}} = \Re \left\{ \left( \tilde{\mathbf{A}}^{(i)} \right)^H y[n] \right\} + j \Im \left\{ \left( \tilde{\mathbf{A}}^{(q)} \right)^H y[n] \right\}. \quad (4.55)$$

A relação dada na Eq. (4.54) sugere que a modulação do sinal vista na Eq.(4.53) é o equivalente a aplicar a modulação TS-OQAM-GFDM no domínio da frequência e então transformar o resultado de volta para o domínio do tempo, por isso o nome FS-OQAM-GFDM. Mais explicitamente as colunas  $\tilde{\mathbf{A}}^{(\cdot)}$  são as IDFT's das colunas de  $\mathbf{A}^{(\cdot)}$ , como pode ser visto na Eq. (4.56) [9].

$$\tilde{g}_{k,m+c}[n] = g_{k,m+c}[n] \mathbf{W}^H, \text{ em que } c \in \left\{ 0, \frac{1}{2} \right\}. \quad (4.56)$$

$\tilde{g}_{k,m+c}[k]$  pode ser derivado por meio dos seguintes passos. Primeiro será feita a IDFT do pulso  $g_{k,m+c}[n]$ .

$$\tilde{g}_{k,m+c}[\tilde{n}] = \frac{1}{\sqrt{MK}} \sum_{n=0}^{MK-1} g_{k,m+c}[n] e^{j2\pi \frac{\tilde{n}}{MK} n}. \quad (4.57)$$

Expandindo o pulso  $g_{k,m+c}[n]$  na Eq. (4.57),

$$\tilde{g}_{k,m+c}[\tilde{n}] = \frac{1}{\sqrt{MK}} \sum_{n=0}^{MK-1} g_{kTx}([n - (m+c)K] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{(\tilde{n}+Mk)}{MK} n}. \quad (4.58)$$

Fazendo a DFT do pulso  $g_{kTx}([n - (m+c)K] \bmod MK)$  e depois aplicando a IDFT deste pulso pela definição,

$$g_{kTx}([n - (m+c)K] \bmod MK) = \frac{1}{\sqrt{MK}} \sum_{v=0}^{MK-1} G[v] e^{-j2\pi \frac{(m+c)v}{M}} e^{j2\pi \frac{v}{MK} n}. \quad (4.59)$$

Foi utilizado  $v$  como o índice do domínio da DFT na Eq. (4.59) em vez de  $k$ , a fim de não confundir os dois parâmetros. Substituindo a Eq. (4.59) na Eq. (4.58), temos

$$\tilde{g}_{k,m+c}[\tilde{n}] = \frac{1}{MK} \sum_{n=0}^{MK-1} e^{j2\pi \frac{(\tilde{n}+Mk)}{MK} n} \sum_{v=0}^{MK-1} G[v] e^{-j2\pi \frac{(m+c)v}{M}} e^{j2\pi \frac{v}{MK} n}. \quad (4.60)$$

Separando os somatórios existentes na Eq. (4.60),

$$\tilde{g}_{k,m+c}[\tilde{n}] = \frac{1}{MK} \sum_{v=0}^{MK-1} G[v] e^{-j2\pi \frac{(m+c)v}{M}} \sum_{n=0}^{MK-1} e^{j2\pi \frac{(\tilde{n}+Mk+v)}{MK} n}. \quad (4.61)$$

Utilizando o conceito da ortogonalidade entre as exponenciais, vista na Eq. (2.13), e utilizando este conceito para o somatório  $\sum_{n=0}^{MK-1} e^{j2\pi \frac{(\tilde{n}+Mk+v)}{MK} n}$ ,

$$\sum_{n=0}^{MK-1} e^{j2\pi \frac{(\tilde{n}+Mk+v)}{MK} n} = \begin{cases} 0, & \text{se } v \neq MK - \tilde{n} - Mk. \\ MK, & \text{se } v = MK - \tilde{n} - Mk. \end{cases} \quad (4.62)$$

Substituindo a Eq. (4.62) na Eq. (4.61),

$$\tilde{g}_{k,m+c}[\tilde{n}] = G([- \tilde{n} - Mk] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{(m+c)}{M} \tilde{n}}. \quad (4.63)$$

Como  $G[v]$  é simétrico a Eq. (4.63) pode ser reescrita na Eq. (4.64).

$$\tilde{g}_{k,m+c}[\tilde{n}] = G([\tilde{n} + Mk] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{(m+c)}{M} \tilde{n}}. \quad (4.64)$$

Substituindo a Eq. (4.64) na Eq. (4.41),

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{k,m}^{(i)}[n] &= j^k G([n + Mk] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{m}{M} n}. \\ \tilde{g}_{k,m}^{(q)}[n] &= j^{k+1} G([n + Mk] \bmod MK) e^{j2\pi \frac{(m+\frac{1}{2})}{M} n}. \end{aligned} \quad (4.65)$$



A parte da exponencial complexa  $e^{j2\pi\frac{(c)}{M}\tilde{n}}$  equivale ao deslocamento no tempo que é feito no TS-OQAM-GFDM entre a parte real e a imaginária.

O pulso utilizado na Eq. (4.65) é a DFT do pulso  $g_{kTx}[n]$ . Logo, se  $K$  for grande, o comprimento de  $g_{kTx}[n]$  também será grande, o que resultará em  $G[n]$  pequeno. Logo, a fim de manter o comprimento de  $G[n]$  igual ao de  $g_{kTx}$  deve-se trocar  $M$  por  $K$  e  $m$  por  $k$ , o que resulta em

$$\begin{aligned}\tilde{g}_{k,m}^{(i)'}[n] &= j^m G([n + mK] \bmod MK) e^{j2\pi\frac{kn}{K}}. \\ \tilde{g}_{k,m}^{(q)'}[n] &= j^{m+1} G([n + mK] \bmod MK) e^{j2\pi\frac{(k+\frac{1}{2})n}{K}}.\end{aligned}\tag{4.66}$$

A complexidade do transmissor e receptor, sem equalização, FS-OQAM-GFDM é igual ao dobro da complexidade de um sistema GFDM, da mesma forma que o TS-OQAM-GFDM. Utilizando a complexidade do quarto método do GFDM, apresentado na subseção 3.4.4, faz com que a complexidade do FS-OQAM-GFDM seja igual a  $\mathcal{O}(2(MK)^2)$ , porém como é feita a DFT do pulso se transmissão, e está sendo assumido um pulso de transmissão que interfere em  $L$  canais, isto faz com que o filtro não tenha tamanho  $MK$ . Ele tem tamanho  $LK$  diminuindo a complexidade para  $\mathcal{O}(2LMK^2)$ . Entretanto será considerado que o pulso  $g_{kTx}[n]$  é um pulso que satisfaz os critérios de Nyquist, portanto a DFT deste filtro só irá interferir nos subsímbolos adjacentes. Será utilizado  $L$  igual a dois, o que torna a complexidade igual a  $\mathcal{O}(4MK^2)$ .

## 4.5 IF-GFDM

Nesta seção será apresentada outra forma de garantir a ortogonalidade do pulso GFDM, porém esta será utilizando um transmissor GFDM padrão e, por meio dos seus pulsos de transmissão e recepção, será garantida a ortogonalidade. Esta seção é embasada em [20].

Neste esquema serão utilizados dois filtros, um para as subportadoras pares ( $g^e[n]$ ) e o outro para as ímpares ( $g^o[n]$ ). Também serão separados os dados modulados em M-QAM, sendo  $d_{k,m}^e$  os dados das subportadoras pares e  $d_{k,m}^o$  os dados das subportadoras ímpares.

Pode-se separar  $d_{k,m}^o$  e  $d_{k,m}^e$  como na Eq. (4.67).

$$\begin{aligned}d_{k,m}^e &= d_{2k,m}, k \in \left\{0, 1, \dots, \frac{K}{2} - 1\right\}. \\ d_{k,m}^o &= d_{2k+1,m}, k \in \left\{0, 1, \dots, \frac{K}{2} - 1\right\},\end{aligned}\tag{4.67}$$

e os pulsos podem ser separados conforme a Eq. (4.68),

$$\begin{aligned}g_{k,m}^e[n] &= g^e([n - mK] \bmod MK) e^{-j2\pi\frac{2k}{K}n}. \\ g_{k,m}^o[n] &= g^o([n - mK] \bmod MK) e^{-j2\pi\frac{2k+1}{K}n}.\end{aligned}\tag{4.68}$$

O sinal GFDM para este esquema pode ser visto em

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{\frac{K}{2}-1} (d_{k,m}^e g_{k,m}^e[n] + d_{k,m}^o g_{k,m}^o[n]). \quad (4.69)$$

A demodulação será feita considerando um canal perfeito e sem adição de ruído. A demodulação pode ser vista na Eq. (4.70) e na Eq. (4.71).

$$\begin{aligned} \hat{d}_{k,m}^e &= (y[n] \otimes g_{k,m}^e[n])|_{n=0}. \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{\frac{K}{2}-1} (d_{k,m}^e g_{k,m}^e[n] \otimes g_{k,m}^e[n] + d_{k,m}^o g_{k,m}^o[n] \otimes g_{k,m}^e[n])|_{n=0}. \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_{k,m}^o &= (y[n] \otimes g_{k,m}^o[n])|_{n=0}. \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{\frac{K}{2}-1} (d_{k,m}^e g_{k,m}^e[n] \otimes g_{k,m}^o[n] + d_{k,m}^o g_{k,m}^o[n] \otimes g_{k,m}^o[n])|_{n=0}. \end{aligned} \quad (4.71)$$

Para  $\hat{d}_{k,m}^e$  ser igual a  $d_{k,m}^e$  e  $\hat{d}_{k,m}^o$  ser igual a  $d_{k,m}^o$  algumas condições devem ser satisfeitas, essas condições podem ser vistas na Eq. (4.72).

$$\begin{aligned} (g_{k',m'}^e[-n])^* \otimes g_{k,m}^e[n]|_{n=0} &= \delta_{k,k'} \delta_{m,m'}. \\ (g_{k',m'}^o[-n])^* \otimes g_{k,m}^o[n]|_{n=0} &= \delta_{k,k'} \delta_{m,m'}. \\ (g_{k',m'}^e[-n])^* \otimes g_{k,m}^o[n]|_{n=0} &= 0. \\ (g_{k',m'}^o[-n])^* \otimes g_{k,m}^e[n]|_{n=0} &= 0. \end{aligned} \quad (4.72)$$

A fim de satisfazer estas condições de ortogonalidade, os filtros devem ser bem projetados. O filtro que será utilizado para a subportadora par ( $g^e$ ) pode ser um pulso convencional de Nyquist, porém será necessário um processo para gerar o pulso  $g^o$ .

O par de filtros  $g^e$  e  $g^o$  apresentados neste projeto é um par que satisfaz a Eq. (4.72), mas não é o único. Podem ter outros pares de filtros que satisfaz a Eq. (4.72).

O primeiro passo é dividir o pulso  $g^e$  em  $2M - 1$  subvetores, como em

$$g^e = (g^{(0)}, g^{(1)}, g^{(2)}, \dots, g^{(2M-1)}), \text{ em que } g^{(l)} \text{ tem tamanho } \frac{K}{2}. \quad (4.73)$$

Então,  $g^o$  pode ser criado invertendo os subvetores de  $g^e$ .

$$g^o = (g^{(2M-1)}, g^{(2M-2)}, \dots, g^{(1)}, g^{(0)}). \quad (4.74)$$

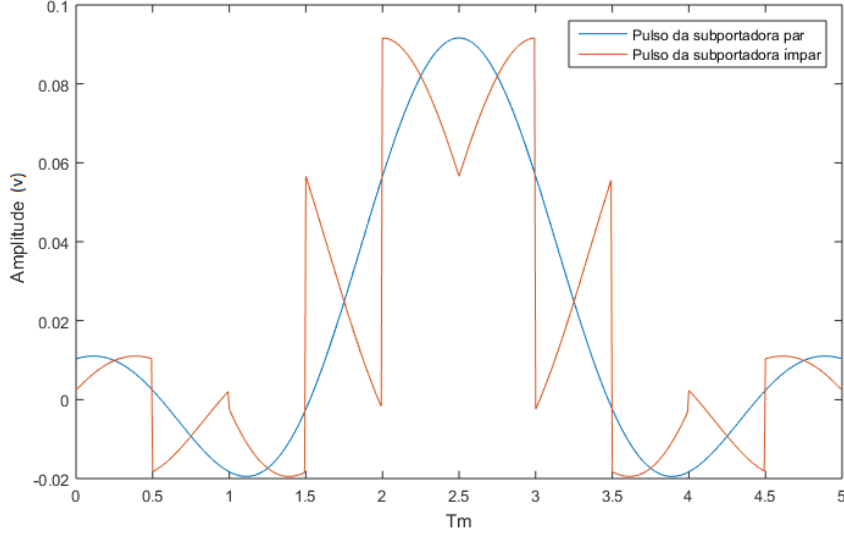


Figura 4.3: Exemplo de pulso  $g^e$  e  $g^o$  com  $K = 128$  e  $M = 5$ .

A Fig. 4.3 ilustra os pulsos par e ímpar com 128 subportadoras e cinco subsímbolos.

Quando  $k = k'$  e  $m = m'$  então  $g^e$  e  $g^o$  satisfazem as duas primeiras condições de ortogonalidade da Eq. 4.72, as outras duas condições são satisfeitas pelas equações a seguir:

$$(g_{k',m'}^e[n])^* \otimes g_{k,m}^o[n]|_{n=0} = \sum_{m=0}^{MK-1} (g_{k,m}^e[n]g_{k,m}^o[n]). \quad (4.75)$$

Substituindo a Eq. (4.68) na Eq. (4.75),

$$e^{-j2\pi\frac{2k}{K}n} \sum_{n=0}^{MK-1} g^e([n - mK] \bmod MK)g^o([n - mK] \bmod MK)e^{-j2\pi\frac{n}{K}}. \quad (4.76)$$

Substituindo a Eq. (4.73) e a Eq. (4.74) na Eq. (4.76),

$$e^{-j2\pi\frac{2k}{K}n} \sum_{n=0}^{MK-1} \left( g^{(0)}g^{(2M-1)} + g^{(1)}g^{(2M-2)} + \dots + g^{(2M-1)}g^{(0)} \right) e^{-j2\pi\frac{n}{K}} = 0. \quad (4.77)$$

O termo  $g^{(0)}g^{(2M-1)}e^{-j2\pi\frac{n}{K}}$  se cancela com  $g^{(2M-1)}g^{(0)}e^{-j2\pi\frac{n}{K}}$ , porque no primeiro termo o  $n$  assume valores de zero a  $\frac{K}{2} - 1$ , enquanto o segundo assume valores de  $\frac{K}{2}$  a  $K - 1$ , e como  $e^{-j2\pi\frac{n}{K}} = -e^{-j2\pi\frac{(n+\frac{K}{2})}{K}}$ , isto fará com que os termos se cancelem. Isto irá acontecer com todos os termos, tornando a Eq. (4.77) igual a zero.

Esse esquema também pode ser implementado matricialmente com a ajuda da matriz  $\mathbf{A}$ , porém serão utilizadas duas matrizes, a  $\mathbf{A}^e$  e a  $\mathbf{A}^o$ , em que ambas terão dimensões iguais a  $MK \times \frac{MK}{2}$ .

$$s[n] = \mathbf{A}^o \mathbf{d}^o + \mathbf{A}^e \mathbf{d}^e, \quad (4.78)$$

em que  $\mathbf{d}^e$  e  $\mathbf{d}^o$  são os vetores colunas contendo os dados modulados em M-QAM, com comprimento igual a  $\frac{MK}{2}$ .

As matrizes  $\mathbf{A}^e$  e  $\mathbf{A}^o$  são implementadas por meio dos vetores colunas dos pulsos par,  $\vec{g}_{k,m}^e$ , e ímpar,  $\vec{g}_{k,m}^o$ . A implementação dessas matrizes pode ser realizada por meio de

$$\begin{aligned}\mathbf{A}^e &= \left( \vec{g}_{0,0}^e \cdots \vec{g}_{\frac{K}{2}-1,0}^e \vec{g}_{0,1}^e \cdots \vec{g}_{\frac{K}{2}-1,M-1}^e \right). \\ \mathbf{A}^o &= \left( \vec{g}_{0,0}^o \cdots \vec{g}_{\frac{K}{2}-1,0}^o \vec{g}_{0,1}^o \cdots \vec{g}_{\frac{K}{2}-1,M-1}^o \right).\end{aligned}\tag{4.79}$$

A demodulação será feita considerando um canal perfeito e sem adição de ruído, a recepção é feita por filtro casado e pode ser demonstrada da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{d}}^e &= (\mathbf{A}^e)^H y[n]. \\ \hat{\mathbf{d}}^o &= (\mathbf{A}^o)^H y[n].\end{aligned}\tag{4.80}$$

Expandindo a Eq. (4.80).

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{d}}^e &= (\mathbf{A}^e)^H \mathbf{A}^e \mathbf{d}^e + (\mathbf{A}^e)^H \mathbf{A}^o \mathbf{d}^o. \\ \hat{\mathbf{d}}^o &= (\mathbf{A}^o)^H \mathbf{A}^e \mathbf{d}^e + (\mathbf{A}^o)^H \mathbf{A}^o \mathbf{d}^o.\end{aligned}\tag{4.81}$$

Para garantir que  $\hat{\mathbf{d}}^e = \mathbf{d}^e$  e  $\hat{\mathbf{d}}^o = \mathbf{d}^o$  algumas condições devem ser obedecidas.

$$\begin{aligned}(\mathbf{A}^e)^H \mathbf{A}^e &= \mathbf{I}_{\frac{MK}{2}}. \\ (\mathbf{A}^o)^H \mathbf{A}^o &= \mathbf{I}_{\frac{MK}{2}}. \\ (\mathbf{A}^e)^H \mathbf{A}^o &= \mathbf{0}_{\frac{MK}{2}}. \\ (\mathbf{A}^o)^H \mathbf{A}^e &= \mathbf{0}_{\frac{MK}{2}}.\end{aligned}\tag{4.82}$$

Note que a Eq. (4.82) é equivalente a Eq. (4.72) porém utilizando matrizes para mostrar o critério da ortogonalidade.

A complexidade deste esquema é a mesma que para um esquema GFDM normal. Como foi utilizado o quarto método para as outras implementações ortogonais, também será utilizado esse método, logo a complexidade é igual a  $\mathcal{O}((MK)^2)$ .

## 4.6 Simulações

Tabela 4.1: Resumo das complexidades apresentadas.

Modelo	Complexidade
TS-OQAM-GFDM	$\mathcal{O}(2(MK)^2)$
FS-OQAM-GFDM	$\mathcal{O}(4MK^2)$
IF-GFDM	$\mathcal{O}((MK)^2)$

Dois gráficos foram feitos, com a finalidade de visualizar qual dos três esquemas é o menos complexo dos esquemas estudados. A complexidade foi avaliada variando o número de subportadoras como na Fig. 4.4 e o número de símbolos como visto na Fig. 4.5. A Tabela 4.1 mostra as expressões de complexidade dos três modelos que foram utilizadas para simular suas complexidades.

Em ambos os casos é possível perceber que o FS-OQAM-GFDM é o menos complexo dos três modelos, com a sua complexidade praticamente independente do número de subsímbolos, quando comparado com o aumento que há quando é alterado o número de subportadoras. O TS-OQAM-GFDM e o IF-GFDM são os mais complexos, tendo comportamento quadrático tanto em relação ao número de subportadoras quanto ao número de símbolos, apesar de que o TS-OQAM-GFDM é mais complexo que o IF-GFDM, visto que sua complexidade é igual ao dobro da do IF-GFDM.

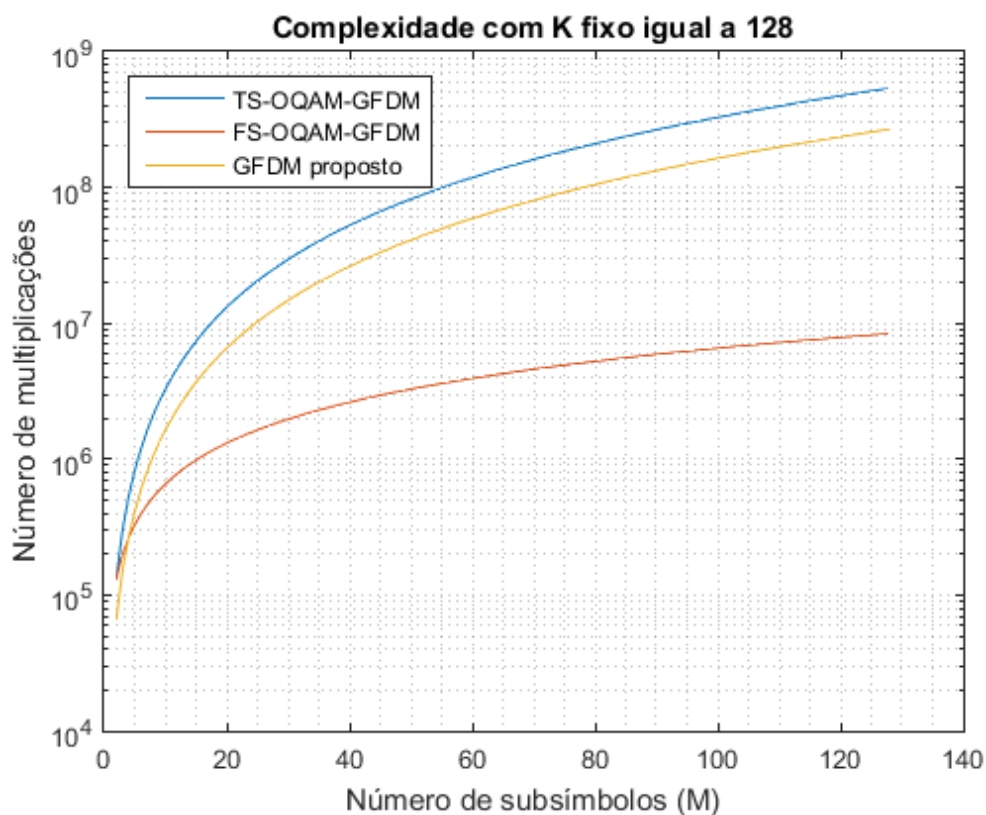


Figura 4.4: Complexidade variando o numero de subsímbolos para  $K$  igual a 128.

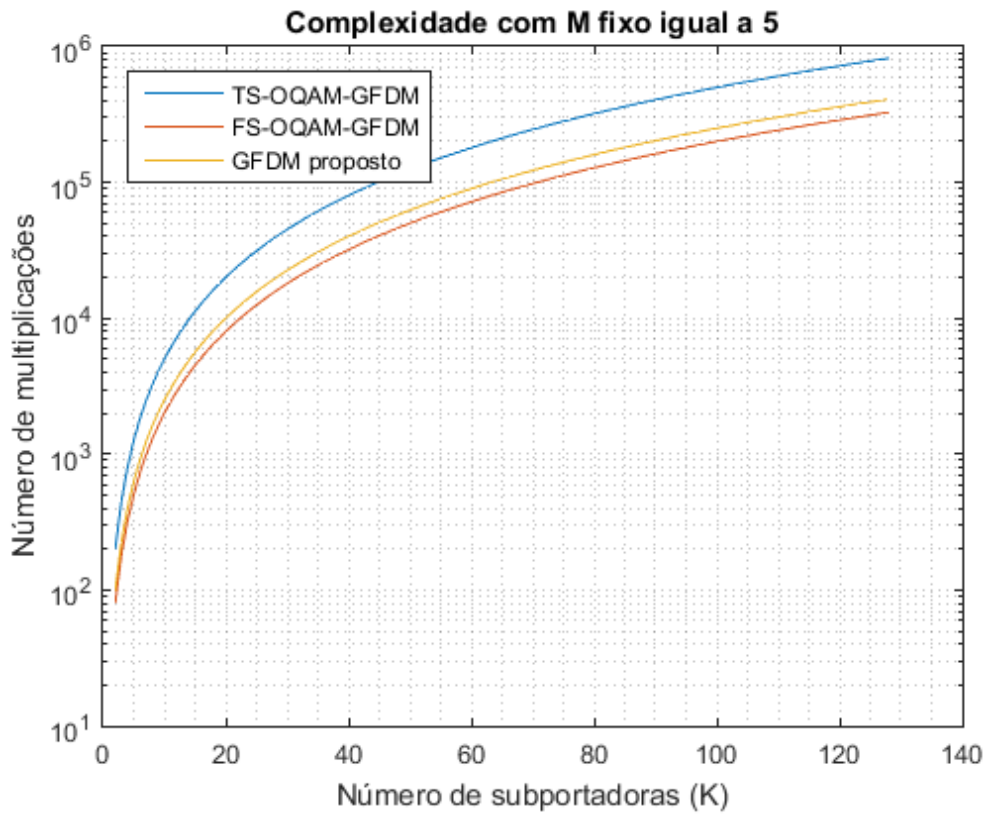


Figura 4.5: Complexidade variando o numero de subportadoras para  $M$  igual a 5.

Porém, a complexidade do FS-OQAM-GFDM só é menos porque a implementação foi feita no domínio do tempo. Se fosse utilizado o terceiro método para comparar as complexidades, este esquema seria o mais complexo, e o IF-GFDM seria o menos complexo. Portanto, o menos complexo entre esses três esquemas irá depender do domínio que for feita a implementação.

Após os gráficos das complexidades, foram feitas simulações para avaliar a taxa de erros dos modelos propostos, pois a finalidade desses modelos é a de retirar a interferência entre canais (ICI). Logo por meio desta simulação é possível confirmar que estes geram a ortogonalidade. Foram utilizados parâmetros semelhantes aos da simulação feita para o GFDM, a fim de visualizar se houve ou não uma melhora significativa. As modulações utilizadas foram o QPSK e o 16-QAM, ambas utilizando 128 subportadoras, cinco subsímbolos e filtro RRC, para o QPSK foram utilizados os *roll-offs* de 0,1 e 0,5, enquanto o 16-QAM só foi simulado com *roll-off* igual a 0,9 com a finalidade de provar que realmente as três propostas ortogonais geram a ortogonalidade, pois como pode ser visto na Fig. 3.19 uma transmissão utilizando 16-QAM, *roll-off* igual a 0,01 e os mesmos parâmetros citados acima, gera uma BER consideravelmente superior quando comparada com a BER teórica do 16-QAM. Após o sinal ser modulado, ele é enviado sem prefixo cíclico através de um canal AWGN, e então demodulado utilizando um filtro casado.

Tabela 4.2: Simulação propostas ortogonais para o GFDM.

Parâmetros	Valores
Modulação	16-QAM e QPSK
Número de símbolos	80 e 200
Número de subportadoras	128
Número de subsímbolos	5 e 6
Filtro	RRC
<i>Roll-off</i> do filtro RRC	0,1; 0,5 e 0,9
Canal	AWGN
CP	0

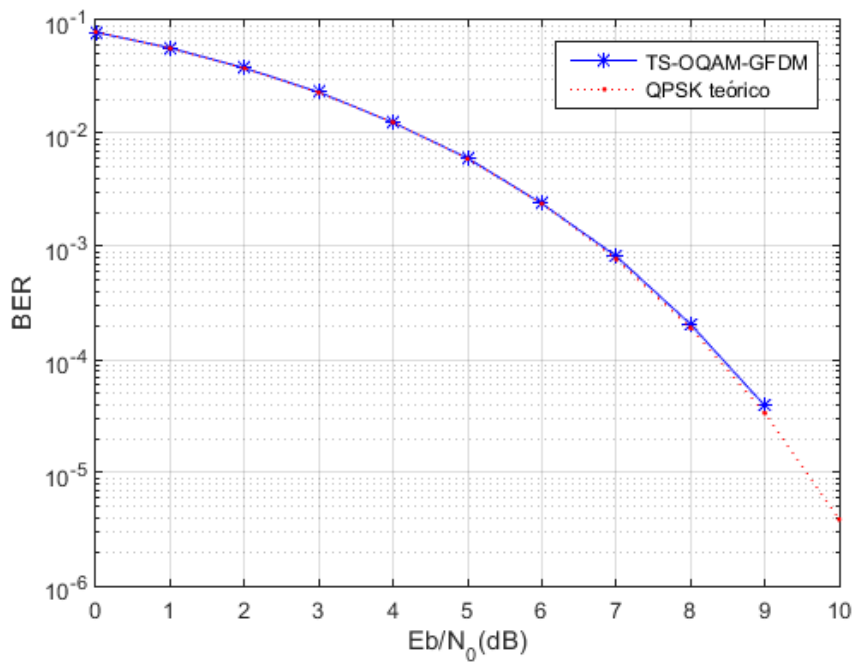


Figura 4.6: Gráfico de BER - TS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,1, e modulação QPSK.

Conforme pode ser observado por meio da Fig. 4.6 e Fig. 4.7, utilizar o *roll-off* igual a 0,1 ou 0,5 não fez diferença para a BER do TS-OQAM-GFDM, e as taxas de erro de ambas as figuras sobrepuseram a BER do QPSK teórico, como o esperado.

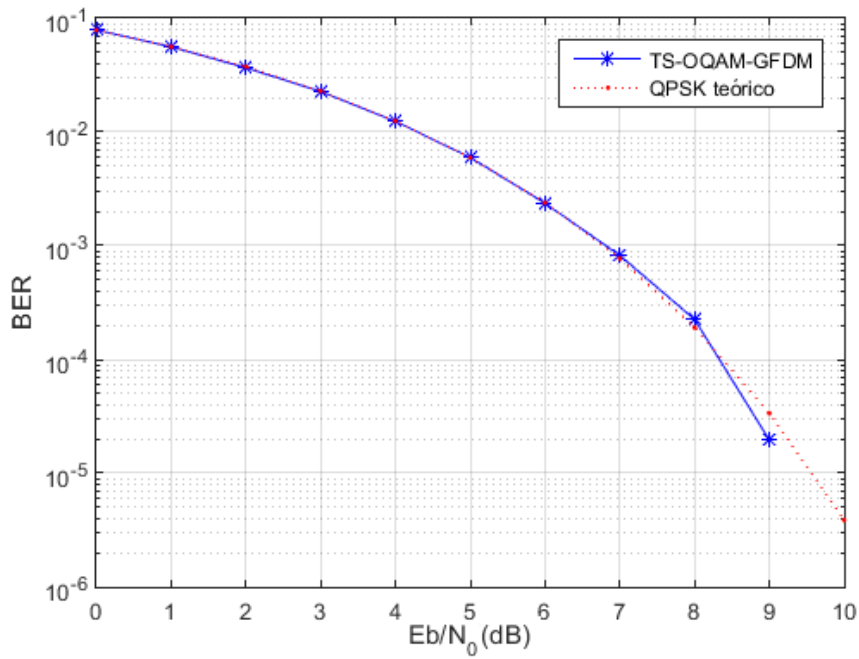


Figura 4.7: Gráfico de BER - TS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,5, e modulação QPSK.

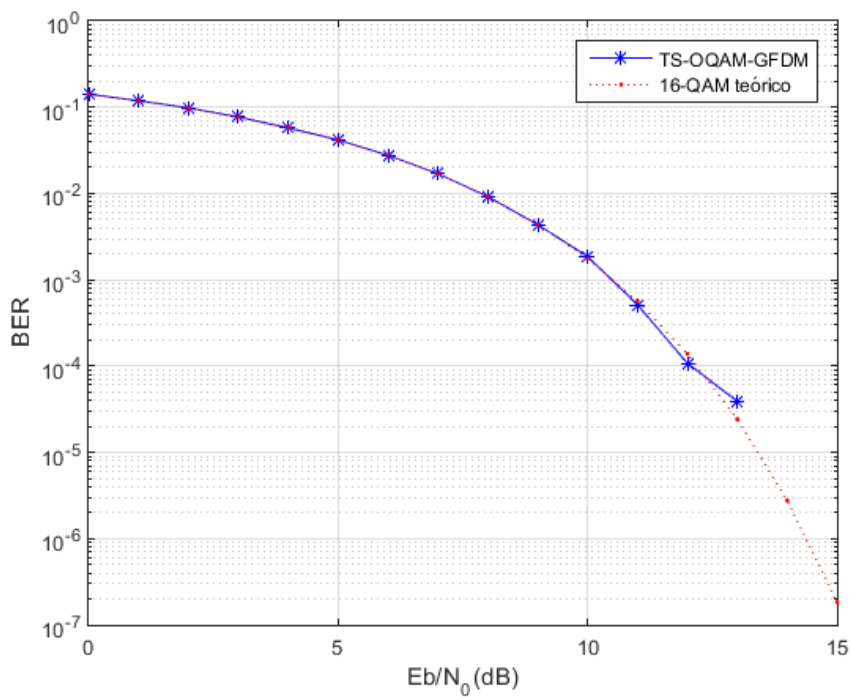


Figura 4.8: Gráfico de BER - TS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,9, e modulação 16-QAM.

Por meio da Fig. 4.8 pode-se observar que mesmo com o *roll-off* igual a 0,9 e utilizando a modulação 16-QAM a BER do TS-OQAM-GFDM ainda assim sobrepõe a BER do 16-QAM teórico, o que é bastante diferente do visto pela Fig. 3.19, como o esperado.



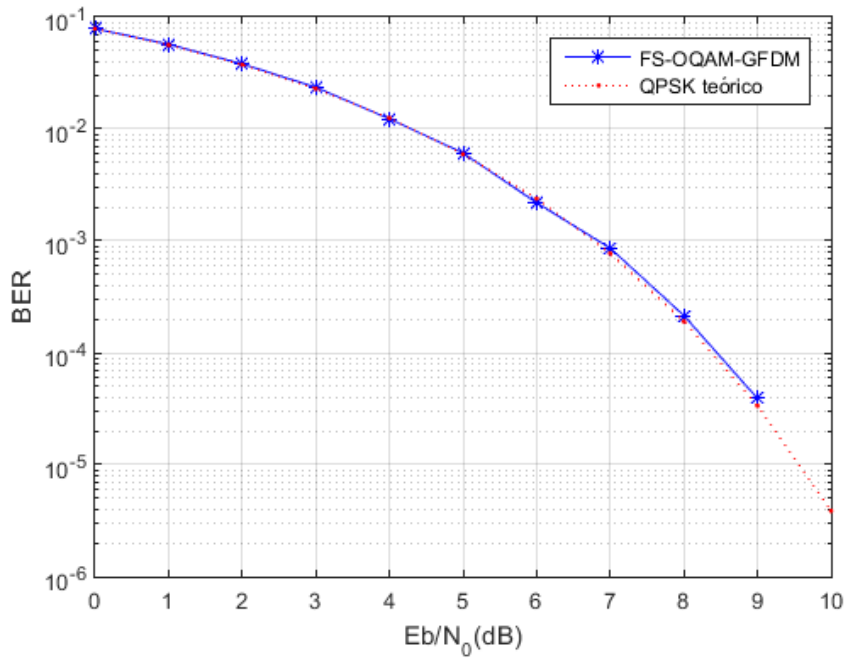


Figura 4.9: Gráfico de BER - FS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,1, e modulação QPSK.

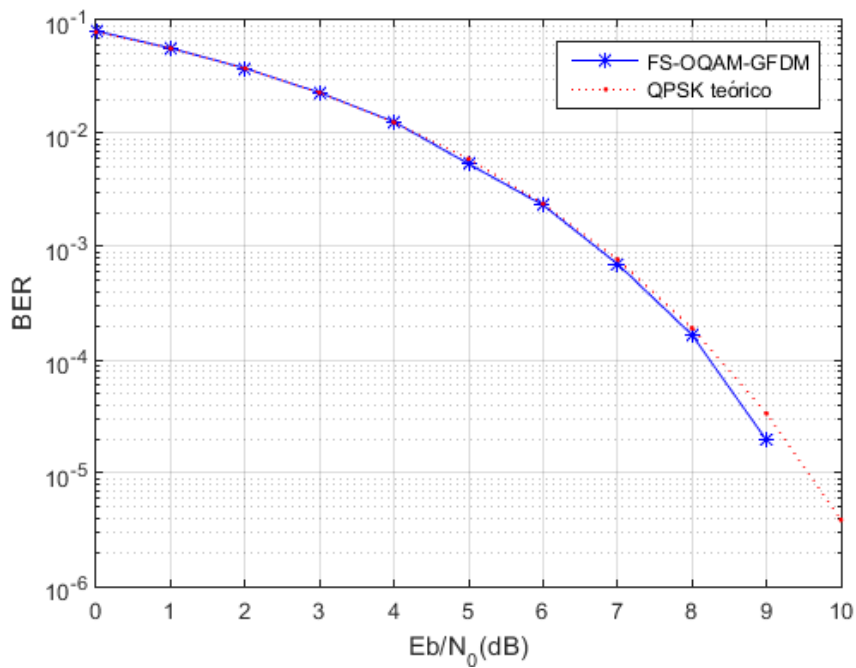


Figura 4.10: Gráfico de BER - FS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,5, e modulação QPSK.

Como pode ser visto por meio da Fig. 4.9 e Fig. 4.10, assim como para o TS-OQAM-GFDM, a BER do FS-OQAM-GFDM sobrepôs a BER do QPSK teórico tanto para o *roll-off* igual a 0,1 quanto para o igual a 0,5.

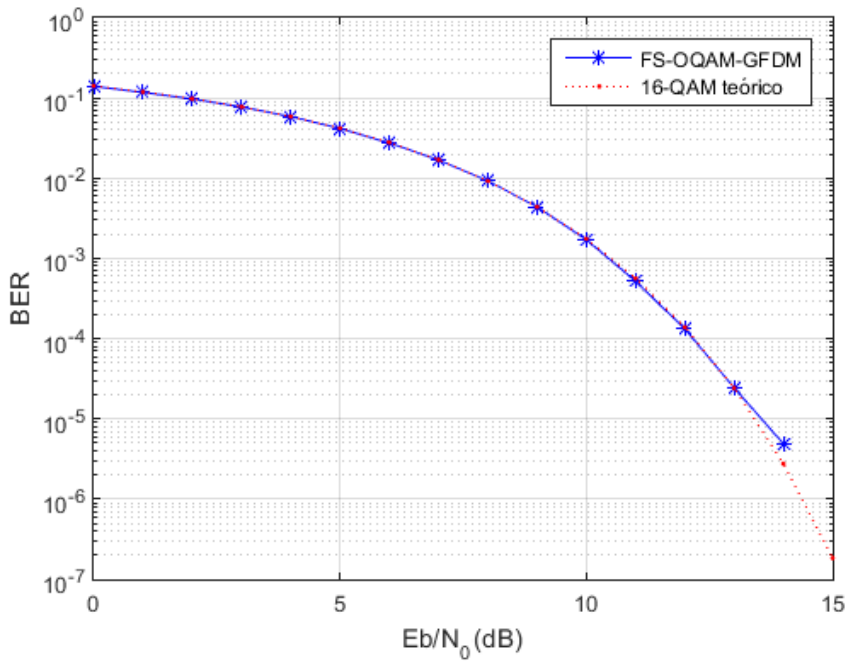


Figura 4.11: Gráfico de BER - FS-OQAM-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,9, e modulação 16-QAM.

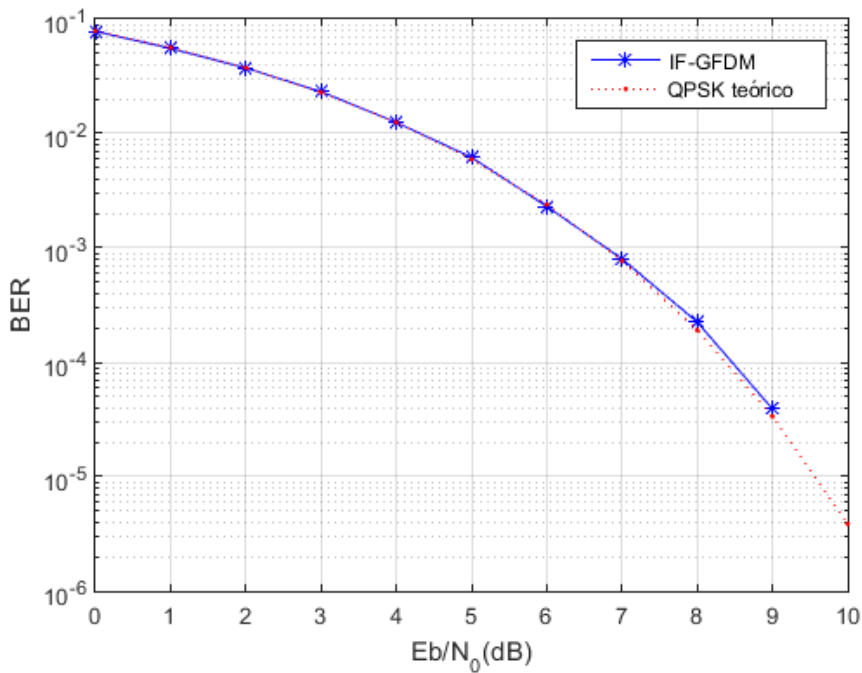


Figura 4.12: Gráfico de BER - IF-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,1, e modulação QPSK.

Por meio da Fig. 4.11 pode-se observar que mesmo com o *roll-off* igual a 0,9 e utilizando a modulação 16-QAM a BER do FS-OQAM-GFDM ainda assim sobrepôs a BER do 16-QAM teórico, assim como foi para o TS-OQAM-GFDM, o que era esperado.

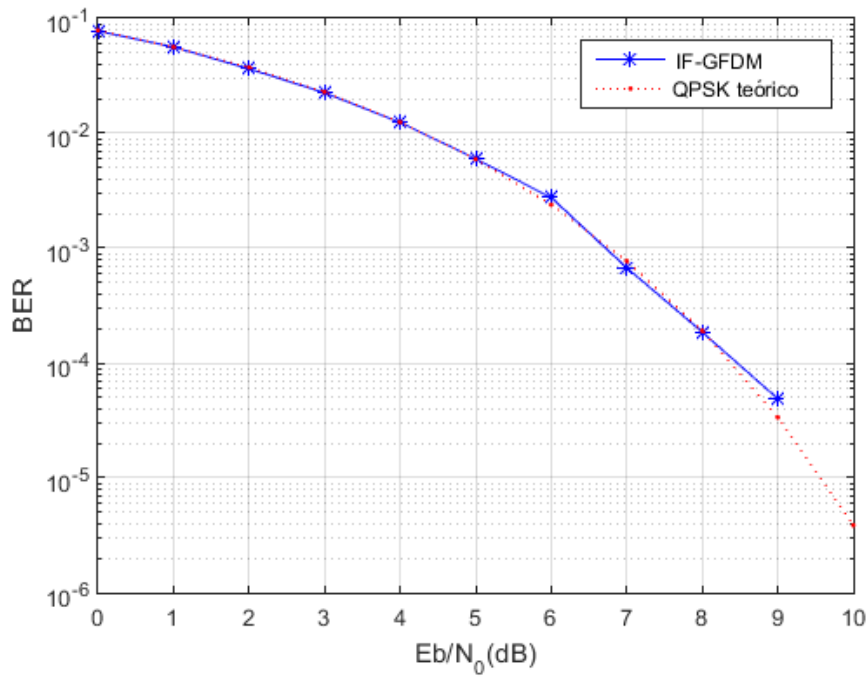


Figura 4.13: Gráfico de BER - IF-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,5, e modulação QPSK.

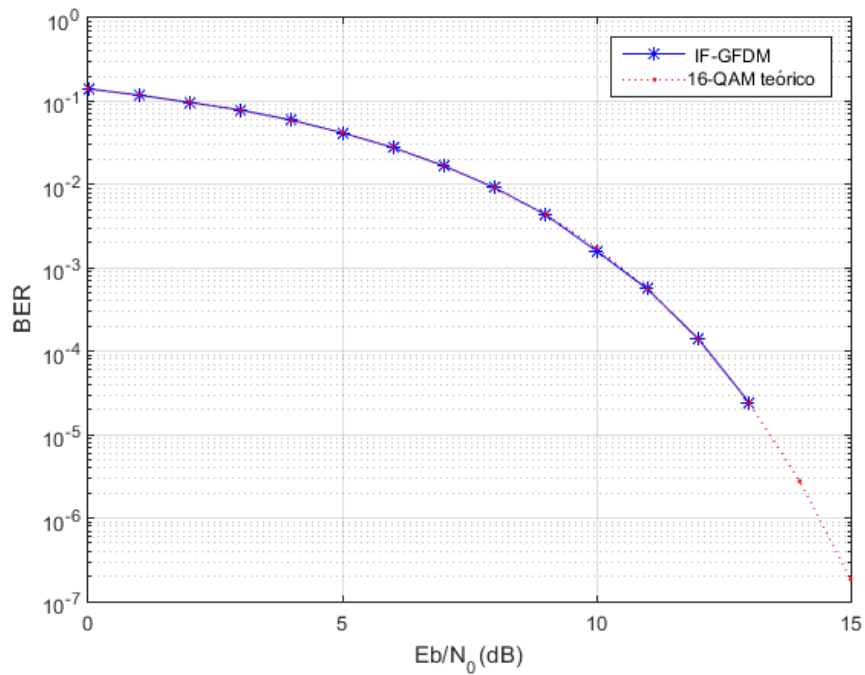


Figura 4.14: Gráfico de BER - IF-GFDM com 128 subportadoras, 5 subsímbolos, utilizando filtro RRC com *roll-off* igual a 0,9, e modulação 16-QAM.

Como pode ser visto por meio das Fig. 4.12 e Fig. 4.13, do mesmo modo que o TS-OQAM-GFDM e o FS-OQAM-GFDM, a BER do IF-GFDM sobrepõe a BER do QPSK teórico tanto para o *roll-off* igual a 0,1 quanto para o igual a 0,5.

Por meio da Fig. 4.14 pode ser observado que mesmo com o *roll-off* igual a 0,9 e utilizando a modulação 16-QAM a BER do IF-GFDM também sobrepôs a BER do 16-QAM teórico, da mesma forma que os outros dois modelos, como era esperado.

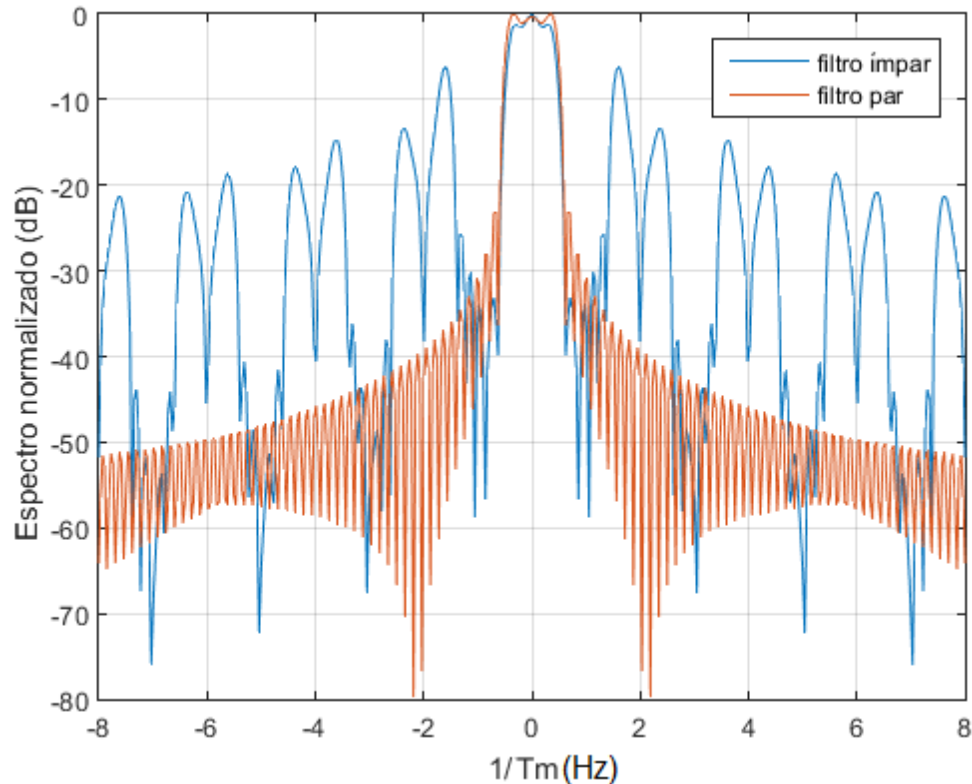


Figura 4.15: Exemplo de  $g^o$  e  $g^e$  na frequência.

Portanto, os três modelos obtiveram a mesma taxa de erros para dada SNR, o que era esperado, pois estes modelos se propuseram a consertar o mesmo problema, a falta de ortogonalidade de um sinal GFDM. Dessa forma, se o critério de escolha for complexidade, o melhor método será o FS-OQAM-GFDM. Porém se for OOB, devem-se tomar alguns cuidados. O pior seria o IF-GFDM, como pode ser visto na Fig. 4.17, pois o pulso  $g^o$  apresenta descontinuidades, como pode ser observado por meio da Fig. 4.15.

O IF-GFDM obteve uma OOB parecida com a do OFDM e a BER também, porém apresentou uma complexidade de implementação superior. Porém, o IF-GFDM, assim como todas as implementações do GFDM neste projeto, atinge taxas efetivas maiores que o OFDM, visto que ele só utiliza o prefixo cíclico a cada  $M$  subsímbolos, enquanto o OFDM utiliza em cada subsímbolo.

Já a OOB para o método TS-OQAM-GFDM será a mesma para um sinal GFDM utilizando o pulso  $g_{kTx}[n]$  e pode ser visto na Fig. 4.18. O filtro utilizado pelo FS-OQAM-GFDM é a transformada do  $g_{kTX}[n]$ , e como foi utilizado um número grande de subportadoras, a banda do pulso FS-OQAM-GFDM também ficou grande, logo a fim de conseguir uma OOB menor para o FS-OQAM-GFDM foi utilizada a Eq. (4.66) para a criação do sinal FS-OQAM-GFDM, o espectro deste sinal pode ser visto na Fig 4.19.

O sinal que obteve a menor radiação fora da banda foi o sinal FS-OQAM-GFDM e o TS-OQAM-GFDM, porém ainda assim não obteve um ganho tão expressivo quando comparado com o OFDM. O ganho foi igual a 10 dB nos pontos  $-250$ ,  $250$ ,  $-100$  e  $100$  da frequência normalizada. Este ganho pequeno vem do subsímbolo que gera descontinuidade. Porém, o sinal FS-OQAM-GFDM só tem um subsímbolo que gera descontinuidade, diferentemente do TS-OQAM-GFDM que tem mais de um subsímbolo que gera descontinuidade, como pode ser visto na Fig. 4.16.

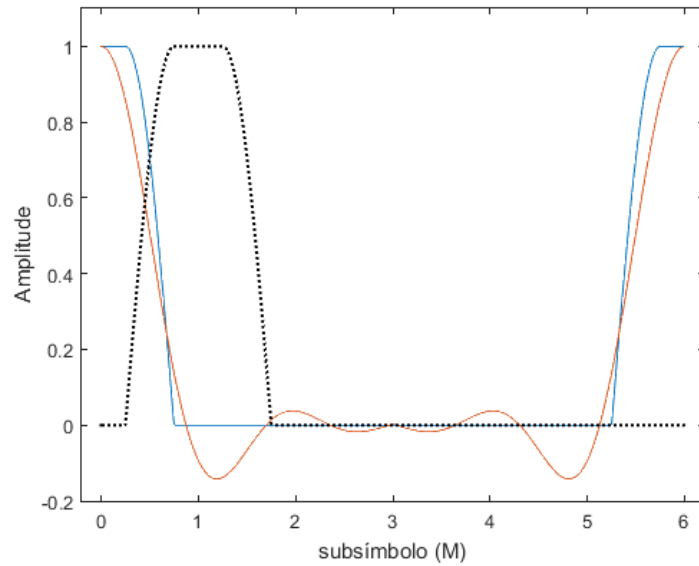


Figura 4.16: Exemplo de descontinuidade em um filtro RRC com roll-off igual a 0,5 e este mesmo filtro em um sinal FS-OQAM-GFDM, com  $K = 128$  e  $M = 6$ .

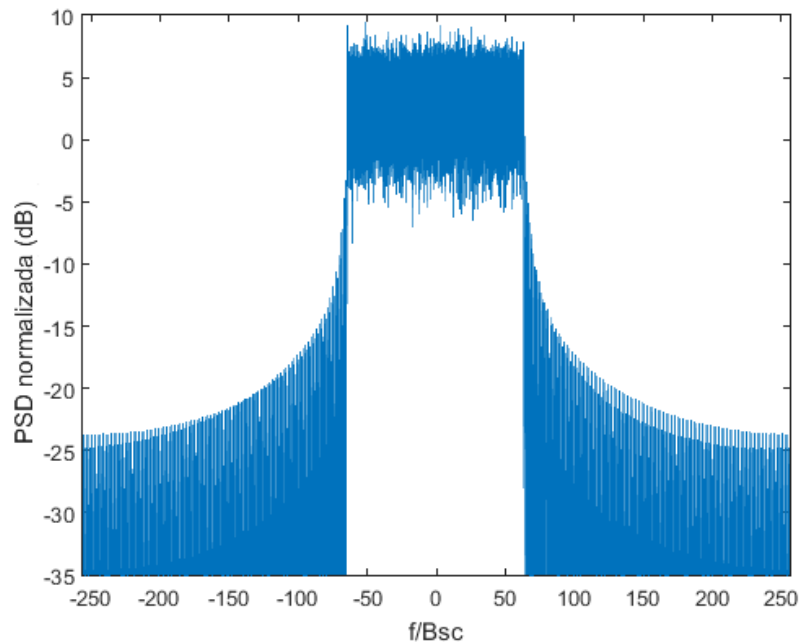


Figura 4.17: PSD do sinal IF-GFDM com  $M$  igual a 6,  $K$  igual a 128, *roll-off* igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM.

Portanto, para obter uma OOB menor, é necessário tornar este subsímbolo igual a zero, como pode ser visto na Fig. 4.20. O ponto negativo em se zerar um subsímbolo é que a taxa do sistema será reduzida, mas ao zerar o subsímbolo o ganho foi de 45 dB no pontos  $-250$  e  $250$  da frequência normalizada e 42 dB nos pontos  $-100$  e  $100$ .

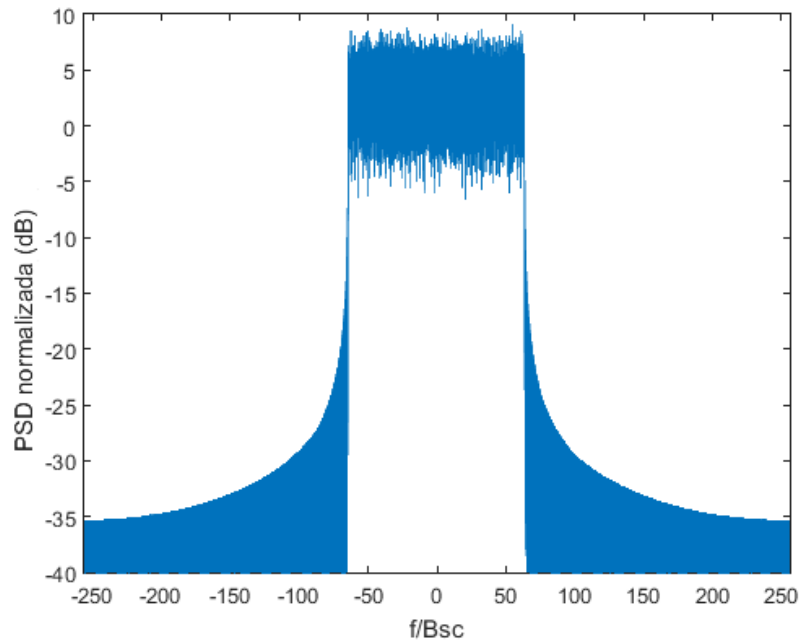


Figura 4.18: PSD do sinal TS-OQAM-GFDM com  $M$  igual a 6,  $K$  igual a 128, *roll-off* igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM.

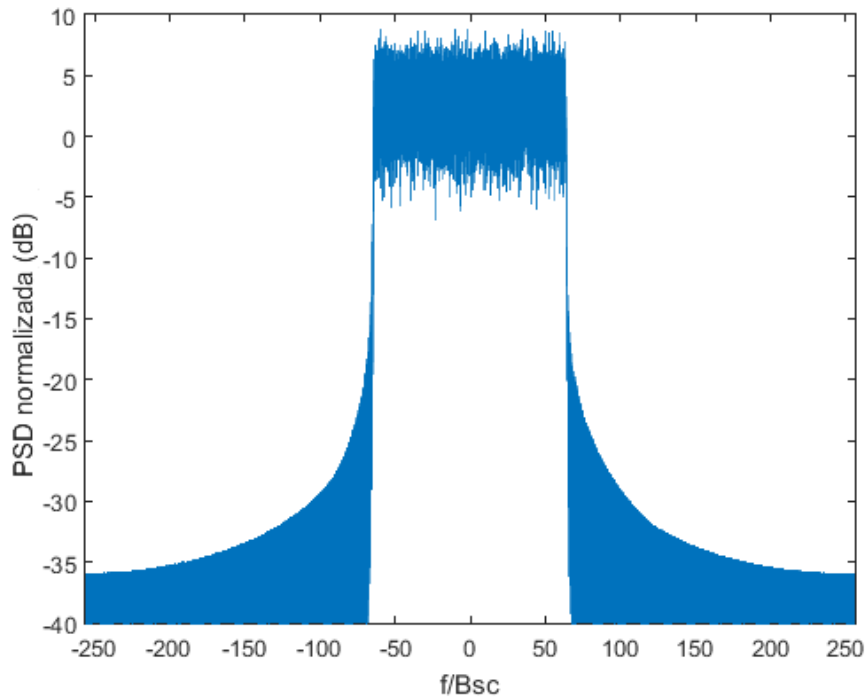


Figura 4.19: PSD do sinal FS-OQAM-GFDM com  $M$  igual a 6,  $K$  igual a 128, *roll-off* igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM.

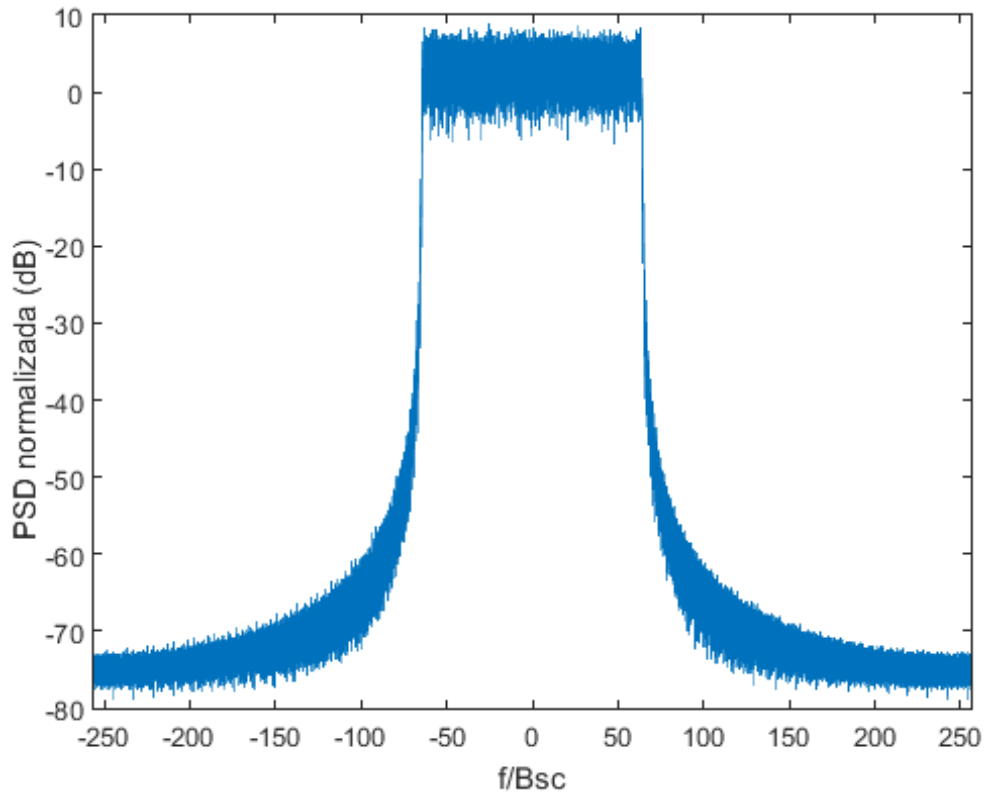


Figura 4.20: PSD do sinal FS-OQAM-GFDM com o subsímbolo, que gera descontinuidade, nulo. Utilizando  $M$  igual a 6,  $K$  igual a 128, *roll-off* igual a 0,5, utilizando 200 símbolos GFDM.

Modulação	ACPR: Pontos $-100$ e $100$	ACPR: Pontos $-250$ e $250$
OFDM	20 dB	25 dB
GFDM	27 dB	35 dB
IF-GFDM	17 dB	25 dB
TS-OQAM-GFDM	30 dB	35 dB
FS-OQAM-GFDM	30 dB	35 dB
FS-OQAM-GFDM com um subsímbolo nulo	62 dB	70 dB

Tabela 4.3: Tabela de ACPR com todos os esquemas de modulação apresentadas.

A Tabela 4.3 faz um resumo das ACPR's das simulações feitas até este momento.

## 4.7 Conclusão

O GFDM proporciona uma maior flexibilidade no sincronismo de frequências do que o OFDM, porém como suas subportadoras não são ortogonais, ele possui uma ICI maior, o que causa uma taxa de erros maior do que a do OFDM, o objetivo desse capítulo era estudar formas de mitigar esta interferência, os dois primeiros modelos conseguem isso ao combinar o GFDM com o OQAM

de forma a tornar as subportadoras ortogonais e o terceiro modelo alcança essa condição por meio dos pulsos de transmissão e recepção.

Os métodos propostos atingiram o que se propunham, no sentido de mitigar a interferência entre canais (ICI). Cada um atingiu de uma forma e com suas particularidades, mas com taxas de erro que se assemelham bastante entre si e se aproximam do valor esperado. Tornando-se métodos que merecem uma certa atenção e um estudo ainda mais aprofundado.

Vale ressaltar que o FS-OQAM-GFDM foi o melhor em termos de complexidade e de radiação fora de banda, tornando se assim a melhor escolha baseado nos estudos realizados neste capítulo. Porém se for utilizada uma implementação na frequência, o FS-OQAM-GFDM será o que terá a maior complexidade entre os três modelos, portanto ao utilizar este método deve-se levar em conta em que domínio a implementação será feita, para conseguir uma complexidade menor.



# Capítulo 5

## Conclusões

O contexto de redes de comunicação é bastante mutável e novos esquemas de modulação estão surgindo a todo instante. O esquema de modulação multiportadora já se provou bastante útil no contexto de sistemas de comunicação e a tendência é de que tanto o OFDM quanto o GFDM continuem ganhando espaço em mais aplicações nos próximos anos.

Com esse projeto foi possível fazer uma comparação entre as modulações OFDM e GFDM em torno de suas complexidades, taxa de erros e radiação fora de banda, além de apresentar pulsos com formatações específicas a fim de eliminar a interferência entre canais (ICI) em um sinal GFDM.

Primeiramente fizemos uma revisão sobre OFDM, a fim de entender as motivações por trás da utilização do OFDM, seus pontos positivos e negativos. Vimos que o OFDM é uma modulação interessante quando utilizada em um canal seletivo em frequência, pela sua facilidade de equalização, e isto foi provado por meio de equacionamentos matemáticos. Também foi possível perceber que sua complexidade de implementação é relativamente baixa e sua taxa de erros é igual à da modulação M-QAM utilizada pelo OFDM. A baixa complexidade de equalização foi provada por meio de equacionamentos matemáticos enquanto que a taxa de erros foi demonstrada utilizando-se de simulações no software MATLAB. Por meio das simulações foi possível observar que a OOB de um sinal OFDM é alta, podendo atrapalhar sistemas de comunicações adjacentes.

No terceiro capítulo apresentamos os princípios básicos do GFDM, modelando-se o transmissor e receptor GFDM, e então explicamos a função de cada bloco do sistema de comunicação GFDM, além de serem apresentados alguns filtros que podem ser utilizados por este sistema. Além disso foram feitos exemplos em pequena escala para verificar pontos importantes e pontos de difícil compreensão do sistema GFDM. Foi demonstrado por meio de um equacionamentos matemáticos o sinal GFDM na recepção após o filtro de recepção, incluindo alguns passos intermediários não encontrados em outras referências. Após isso, exibimos outras três formas de implementação deste sinal, duas matriciais e uma na frequência, onde foi feito o equacionamento da complexidade desses quatro métodos. O método que apresentou a menor complexidade foi o método da Subseção 3.4.3, mas, ainda assim, não obteve uma complexidade menor que a do OFDM. Ao final apresentamos as simulações feitas para o GFDM, onde primeiramente foi exibida uma simulação provando que o terceiro método é realmente o menos complexo e que este método é mais complexo que o OFDM.

Após isto foram feitas simulações para observar a BER, e por meio dessas simulações foi possível notar que a taxa de erros é superior à da modulação M-QAM utilizada pelo sinal GFDM, por conta da interferência entre canais existente neste sinal. Logo, o GFDM obteve uma taxa de erros superior à de um sinal OFDM com a mesma modulação M-QAM e o mesmo número de subsímbolos. As simulações também possibilitaram observar a OOB do sinal GFDM utilizando um filtro RRC, e foi visto que a OOB deste sinal é menor do que a do sinal OFDM, porém ainda relativamente alta.

No quarto capítulo foi apresentado o OQAM, que é uma formatação de pulsos antiga, que proporciona a ortogonalidade em comunicações MCM. Por meio de equacionamentos matemáticos, foi provado que o OQAM garante a ortogonalidade, em que alguns passos deste equacionamento não são encontrados em outras referências. Após provar que esta técnica realmente provê a ortogonalidade, ela foi combinada ao GFDM, resultando na técnica TS-OQAM-GFDM, ao qual foi explicada em uma seção. Após apresentar o TS-OQAM-GFDM, foi apresentado o FS-OQAM-GFDM, que é uma forma particular da técnica anterior, porém esta alcança uma complexidade menor quando implementada no tempo, visto que seu pulso terá tamanho menor que o do TS-OQAM-GFDM, o que foi provado por meio de simulações, e uma radiação fora de banda baixa. Na sequência foi exibido a formatação de filtro utilizada para o IF-GFDM e então foi provado, por meio de equacionamentos, que este método também garante a ortogonalidade.

Na sequência foram mostradas as simulações feitas com a finalidade de provar a ortogonalidade desses métodos, os parâmetros utilizados nessas simulações foram semelhantes aos utilizados no capítulo 3, para ser possível comparar os resultados. Por meio dos gráficos de BER é possível notar que a taxa de erro de todos estes métodos é igual a da modulação M-QAM utilizado pelo sinal GFDM, porém quando foi comparado a OOB entre estes métodos foi possível perceber que a radiação fora de banda do FS-OQAM-GFDM é inferior a dos outros métodos, mas por pouco, entretanto quando é retirado o último subsímbolo do sinal FS-OQAM-GFDM, que teve uma ACPR próxima de 62 dB nos pontos  $-100$  e  $100$  da frequência normalizada. Portanto, este é o método que alcança a menor radiação fora de banda entre os estudados.

Por meio do que foi visto e analisado é possível concluir que o GFDM é de fato uma abordagem interessante, visto que para os métodos ortogonais do GFDM, eles só foram inferiores ao OFDM em complexidade, além de oferecer mais flexibilidade para os seus sistemas. Portanto o GFDM é um bom candidato para aplicações futuras, quando se leva em conta estas características.

Além do que foi abordado neste projeto, existem outras possibilidades de estudo para pesquisas futuras. Algumas delas são:

- Estudo do desempenho de GFDM, em suas diferentes propostas e abordagens, em um canal seletivo em frequência.
- Estudo do desempenho do TS-OQAM-GFDM, FS-OQAM-GFDM e IF-GFDM em relação ao PAPR e sincronismo de frequência.
- Combinar outros métodos com o GFDM a fim de atingir outros requisitos, como, por exemplo, a combinação do WHT com o sinal GFDM para atingir requisitos de baixa latência [10].

- Estudar outras formas de mitigar as interferências presentes em um sinal GFDM.
- Estudar outras modulações concorrentes do GFDM, como FBMC, UFMC e F-OFDM (*Filtered-OFDM* - OFDM filtrado). E comparar estas abordagens em relação a BER, OOB, PAPR e sincronismo de frequência.
- Desempenho MIMO (*Multiple Input Multiple Output* - múltiplas entradas e múltiplas saídas) do sistema GFDM [4].
- Estudar a utilização do GFDM em outros sistemas, como rádio cognitivo.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SCHULZE, H.; LÜDERS, C. *Theory and Applications of OFDM e CDMA*. [S.l.]: Wiley, 2005.
- [2] ANDREWS, J. G.; GHOSH, A.; MUHAMED, R. *Fundamentals of WiMAX - Understanding Broadband Wireless Networking*. [S.l.]: Prentice Hall, 2007.
- [3] XIONG, F. *Digital Modulation Techniques, Second Edition (Artech House Telecommunications Library)*. [S.l.: s.n.], 2006.
- [4] VASCONCELLOS, V. de O. *Análise do Desempenho do Esquema de Transmissão GFDM - Generalized Frequency Division Multiplexing*. 2014. 54 f., il. Monografia (Bacharelado em Engenharia Elétrica)—Universidade de Brasília, Brasília, 2014.
- [5] MICHAILOW, N. et al. Generalized Frequency Division Multiplexing for 5th Generation Cellular Networks. *IEEE Transactions on Communications*, v. 62, n. 9, p. 3045–3061, Setembro 2014.
- [6] FETTWEIS, G.; KRONDORF, M.; BITTNER, S. GFDM - Generalized Frequency Division Multiplexing. In: *VTC Spring 2009 - IEEE 69th Vehicular Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–4.
- [7] MICHAILOW, N. et al. Generalized frequency division multiplexing: Analysis of an alternative multi-carrier technique for next generation cellular systems. In: *2012 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 171–175.
- [8] HIROSAKI, B. An Orthogonally Multiplexed QAM System Using the Discrete Fourier Transform. *IEEE Transactions on Communications*, v. 29, n. 7, p. 982–989, Julho 1981.
- [9] GASPAR, I. et al. Frequency-Shift Offset-QAM for GFDM. *IEEE Communications Letters*, v. 19, n. 8, p. 1454–1457, Agosto 2015.
- [10] MORAIS, E. M. L. Lucas Otávio Santiago de. *Análise entre OFDM e GFDM*. 2017. Artigo (Pós Graduação em Engenharia de Redes e Sistemas de Telecomunicações)—Instituto Nacional de Telecomunicações, Minas Gerais, 2017.
- [11] FARHANG, A.; MARCHETTI, N.; DOYLE, L. E. Low complexity GFDM receiver design: A new approach. In: *2015 IEEE International Conference on Communications (ICC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 4775–4780.

- [12] ZAIDI, R. b. A. In the race to 5G CP-OFDM Triumphs. *Ericsson Research Blog*, may 2017.
- [13] CHANG, R. W. Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission. *The Bell System Technical Journal*, v. 45, n. 10, p. 1775–1796, Dezembro 1966.
- [14] WEINSTEIN, S. B. The history of orthogonal frequency-division multiplexing [History of Communications]. *IEEE Communications Magazine*, v. 47, n. 11, p. 26–35, November 2009.
- [15] LUO, F.-L.; ZHANG, C. J. *Signal Processing for 5G: Algorithms and Implementations*. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2016.
- [16] GASPAR, I. S. et al. A synchronization technique for generalized frequency division multiplexing. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, v. 2014, n. 1, p. 67, Maio 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1186/1687-6180-2014-67>>.
- [17] MICHAÏLOW, N. et al. Bit Error Rate Performance of Generalized Frequency Division Multiplexing. p. 1–5, Setembro 2012.
- [18] SALTZBERG, B. Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System. *IEEE Transactions on Communication Technology*, v. 15, n. 6, p. 805–811, Dezembro 1967.
- [19] HIROSAKI, B. An Analysis of Automatic Equalizers for Orthogonally Multiplexed QAM Systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 28, n. 1, p. 73–83, Janeiro 1980.
- [20] LI, F. et al. A Interference-Free Transmission Scheme for GFDM System. In: *2016 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–6.