

Universidade de Brasília – UnB  
Faculdade UnB Gama – FGA  
Engenharia Aeroespacial

# **Quantificação de incertezas na identificação de danos em painéis sanduíches**

**Autor:** Matheus Lisboa Cardoch Valdes  
**Orientador:** Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro  
**Co-orientador:** Allan Correa Domingues

Brasília, DF  
2019





Matheus Lisboa Cardoch Valdes

# **Quantificação de incertezas na identificação de danos em painéis sanduíches**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA

Orientador: Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro

Coorientador: Allan Correa Domingues

Brasília, DF

2019

---

Matheus Lisboa Cardoch Valdes

Quantificação de incertezas na identificação de danos em painéis sanduíches/  
Matheus Lisboa Cardoch Valdes. – Brasília, DF, 2019-  
113 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB  
Faculdade UnB Gama – FGA , 2019.

1. Quantificação de incertezas. 2. Identificação de danos. I. Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Quantificação de incertezas na identificação de danos em painéis sanduíches

CDU

---

Matheus Lisboa Cardoch Valdes

## **Quantificação de incertezas na identificação de danos em painéis sanduíches**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 12 de dezembro de 2019 – Data da aprovação do trabalho:

---

**Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva  
Carneiro**  
Orientador

---

**Prof. Dr. Henrique Gomes de Moura**  
Convidado 1

---

**Prof. Dr. Artem Andrianov**  
Convidado 2

Brasília, DF  
2019



**A dedicatória é opcional. Caso não deseje uma, deixar todo este arquivo em  
branco.**

*Este trabalho é dedicado às crianças adultas que,  
quando pequenas, sonharam em se tornar cientistas.*





# Agradecimentos

Agradeço primeiro a Deus, que me capacitou a escrever esse trabalho, agradeço a minha família que sempre foi meu alicerce, agradeço aos meus amigos de faculdade com que compartilhei momentos bons e ruins, agradeço a minha querida equipe de competição FGR onde pude aprender o que é engenharia, esforço e trabalho em equipe, agradeço aos professores que fizeram parte da minha formação como engenheiro, todos, desde a primeira aula de cálculo 1 até os avaliadores da banca de TCC, agradeço a Universidade de Brasília por fornecer uma formação de excelência e agradeço, em especial, ao meu orientador Sergio Carneiro que sempre soube cobrar não menos do que a excelência.







# Resumo

A identificação de danos em estruturas é um tema que possui grande atenção na engenharia aeroespacial, porque a não detecção ou a detecção tardia de um dano pode causar uma falha catastrófica com perdas humanas e perdas financeiras. A falsa detecção de um dano também pode implicar em sérias consequências financeiras. Este trabalho tem o objetivo de quantificar a incerteza do método de identificação de dano conhecido como "Método da Energia de Deformação". O método de Monte Carlo é empregado para a construção de um modelo estocástico de um painel sanduíche com núcleo *honeycomb* com um dano de delaminação. O método de energia de deformação produz um indicador de dano capaz de localizar a área danificada do painel. Uma análise estatística desse indicador de dano é feita utilizando ajustes de curvas com o método da máxima verossimilhança. O final da análise estatística atesta que, para a situação simulada, o método tem eficiência superior a 99%, ou seja, a chance do método de energia de deformação indicar um dano onde não existe é inferior a 1%.

**Palavras-chaves:** Processo estocástico. Detecção de danos. Quantificação de incertezas.



# Abstract

Damage identification in structures is a subject that has great attention in aerospace engineering, because of non-detection or late detection of a damage can cause a catastrophic failure with human losses and financial losses. False detection of damage may also entail serious financial consequences. This work aims to quantify the uncertainty of the damage identification method known as the "Strain Energy Method". The Monte Carlo method is employed for the construction of a stochastic model of a sandwich panel with honeycomb core with simulated damage. The method of strain energy produces a damage indicator capable of locating the damaged area of the panel. A statistical analysis of this damage indicator is done using curve fittings with the maximum likelihood method. The end of the statistical analysis shows that for the simulated situation, the method has an efficiency greater than 99 %, ie the chance of the strain energy method indicates a damage where it does not exist is less than 1 %.

**Key-words:** Stochastic process. Damage detection . Quantification of uncertainties.





# Lista de ilustrações

Figura 1 – Painel sanduíche com núcleo <i>honeycomb</i> . Adaptado (BITZER, 1997). . . . .	31
Figura 2 – Sistema massa-mola com $n$ graus de liberdade (INMAN, 2014). . . . .	32
Figura 3 – Função de resposta em frequência do sistema massa-mola amortecido. Imagem do autor . . . . .	33
Figura 4 – Elemento <i>SHELL</i> 181.(ANSYS, 2019) . . . . .	37
Figura 5 – Elemento <i>SOLID</i> 185. (ANSYS, 2019) . . . . .	37
Figura 6 – Elemento <i>COMBIN</i> 14. (ANSYS, 2019) . . . . .	38
Figura 7 – Probabilidade da resistência à tração ser menor do que 295 MPa. Imagem adaptada (DODSON; SCHWAB, 2006). . . . .	39
Figura 8 – Distribuição Weibull para diferentes fatores de forma. Imagem retirada de (MONTGOMERY, 2009) . . . . .	40
Figura 9 – Fluxograma de trabalho do TCC. Visão global dos processos. . . . .	43
Figura 10 – Seções do elemento <i>SHELL</i> 181. . . . .	45
Figura 11 – Divisão do painel 280 x 300 mm. Retirada de Domingues (2017). . . . .	46
Figura 12 – Ilustração do modelo numérico. . . . .	47
Figura 13 – Análise de convergência de malha. . . . .	49
Figura 14 – Elementos de conexão. Sem elementos <i>COMBIN</i> 14 na área danificada. . . . .	50
Figura 15 – Divisão do painel 670 x 300. Retirada de Domingues (2017). . . . .	50
Figura 16 – Exemplo de diagrama de estabilização gerado pelo <i>Easymod</i> . Imagem autoral. . . . .	54
Figura 17 – Divisão da placa 1 em nove regiões. Valores em milímetros. . . . .	55
Figura 18 – Divisão da placa 2 em nove regiões. Valores em milímetros. . . . .	55
Figura 19 – Função densidade de probabilidade de entrada. Imagem autoral. . . . .	56
Figura 20 – <i>Boxplot</i> dos indicadores de dano em cada região. . . . .	59
Figura 21 – Ajuste de curva para $Z_1$ . . . . .	60
Figura 22 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{12}$ . . . . .	61
Figura 23 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{13}$ . . . . .	62
Figura 24 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{14}$ . . . . .	62
Figura 25 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{15}$ . . . . .	63
Figura 26 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{16}$ . . . . .	63
Figura 27 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{17}$ . . . . .	64
Figura 28 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{18}$ . . . . .	64
Figura 29 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{19}$ . . . . .	65
Figura 30 – Primeiro modo de vibração global em 159 Hz da placa íntegra. Flexão simples na direção $x$ . . . . .	67

Figura 31 – Segundo modo de vibração global em 204,95 Hz da placa íntegra. Torção no plano $xy$ . . . . .	68
Figura 32 – Terceiro modo de vibração global em 429,8 Hz da placa íntegra. Flexão na direção $x$ com dois nós. . . . .	68
Figura 33 – Quarto modo de vibração global em 434,1 Hz da placa íntegra. Segundo modo de torção no plano $xy$ . . . . .	68
Figura 34 – Quinto modo de vibração global em 728 Hz da placa íntegra. Terceiro modo de torção no plano $xy$ . . . . .	69
Figura 35 – Modo de vibração local em 266 Hz. Vistas superior e lateral . . . . .	69
Figura 36 – Comparação entre FRFs das placas íntegra e danificada no ponto C4. . . . .	70
Figura 37 – Comparação entre as formas modais da placa íntegra e da placa danificada após análise no <i>Easymod</i> e algoritmo de seleção. . . . .	71
Figura 38 – Resultado da identificação de dano. . . . .	71
Figura 39 – <i>Boxplot</i> dos indicadores de dano em cada região. . . . .	72
Figura 40 – Ajuste de curva para os dados de $Z_{41}$ . . . . .	73

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Especificações técnicas . . . . .	44
Tabela 2 – Propriedades do material isotrópico. . . . .	44
Tabela 3 – Propriedades do material ortotrópico. . . . .	44
Tabela 4 – Fatores de amortecimento dos cinco primeiros modos de vibração da placa 300 x 280 mm . . . . .	47
Tabela 5 – Especificações técnicas . . . . .	47
Tabela 6 – Características geométricas do modelo numérico . . . . .	48
Tabela 7 – Propriedades do material isotrópico. . . . .	48
Tabela 8 – Propriedades do material ortotrópico. . . . .	48
Tabela 9 – Comparação de frequências naturais entre valores experimentais e numéricos . . . . .	49
Tabela 10 – Fatores de amortecimento dos oito primeiros modos de vibração. Valores retirados de Domingues (2017). . . . .	51
Tabela 11 – Valores de <i>Log-Likelihood</i> de cada distribuição para o indicador $Z_1$ . . . . .	60
Tabela 12 – Valores dos parâmetros da distribuição Weibull para cada indicador de sucesso. . . . .	61
Tabela 13 – Probabilidade de cada indicador de sucesso ter um valor maior do que 1. . . . .	62
Tabela 14 – Valores dos parâmetros da distribuição Weibull para cada indicador de sucesso. . . . .	72
Tabela 15 – Probabilidade de cada indicador de sucesso ter um valor maior do que 1. . . . .	73



# Lista de abreviaturas e siglas

FDP	Função densidade de probabilidade
GMEC	Grupo de Mecânica Experimental e Computacional
LSCE	<i>Least squares complex exponential</i>
MSE	<i>Method of Strain Energy</i>
MAC	<i>Modal Assurance Criterion</i>



# Lista de símbolos

$m$	Massa do sistema massa-mola
$k$	Rigidez da mola
$c$	Coefficiente de amortecimento viscoso
$F(t)$	Força externa atuante sobre o sistema massa-mola
$\omega_n$	Frequência natural
$f(t)$	Força externa atuante sobre o sistema massa-mola normalizada pela massa
$K$	Matriz de rigidez
$M$	Matriz de massa
$\ddot{x}$	Vetor aceleração
$x$	Vetor deslocamento
$q$	Vetor deslocamento no espaço modal
$\ddot{q}$	Vetor aceleração no espaço modal
$K^*$	Matriz de rigidez normalizada pela matriz de massa
$H(\omega)$	Função de transferência
$X(\omega)$	Sinal de saída do sistema
$F(\omega)$	Sinal de entrada do sistema
$U$	Energia de deformação
$U_j$	Energia de deformação associado ao j-ésimo modo de vibração
$U_{ji}$	Energia de deformação associado ao j-ésimo modo de vibração do i-ésimo elemento
$U_{ji}^d$	Energia de deformação associado ao j-ésimo modo de vibração do i-ésimo elemento da placa danificada
$U_{ji}^u$	Energia de deformação associado ao j-ésimo modo de vibração do i-ésimo elemento da placa íntegra

$\Delta U_{ji}$	Varição da energia de deformação da placa íntegra com a placa danificada
$\phi_j$	Vetor de forma modal do j-ésimo modo de vibração
$\phi_j^d$	Vetor de forma modal do j-ésimo modo de vibração da placa danificada
$\phi_j^u$	Vetor de forma modal do j-ésimo modo de vibração da placa íntegra
$\beta_i$	Variável indicativa de dano da i-ésima
$K_i$	Matriz de rigidez da i-ésima região
$K_c$	Matriz de rigidez do c-ésimo elemento
$E_j$	Energia armazenada no deslocamento do j-ésimo modo de vibração
E	Módulo de elasticidade
$h$	Espessura da placa
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Densidade da placa
UX	Deslocamento na direção x
UY	Deslocamento na direção Y
UZ	Deslocamento na direção Z
ROTX	Rotação em torno do eixo X
ROTY	Rotação em torno do eixo Y
ROTZ	Rotação em torno do eixo Z
$\mu$	Média
$\sigma^2$	Variância
X	Variável aleatória da Eq. 2.13
$P(a \leq X \leq b)$	Probabilidade do valor de X ser encontrado no intervalo [a,b]
$f(x)$	Função densidade de probabilidade
$\Gamma$	Função Gama
$\beta$	Fator de forma da distribuição Weibull



$\theta$	Fator de escala da distribuição Weibull
$1 - \alpha$	Coefficiente de confiança
$L(x_1, x_2, \dots, \theta)$	Função verossimilhança
$M_{mm}$	Matriz de massa dos graus de liberdade mestres
$M_{ms}$	Matriz de massa dos graus de liberdade mestres e escravos
$M_{ss}$	Matriz de massa dos graus de liberdade escravos
$K_{mm}$	Matriz de rigidez dos graus de liberdade mestres
$K_{ms}$	Matriz de rigidez dos graus de liberdade mestres e escravos
$K_{ss}$	Matriz de rigidez dos graus de liberdade escravos
$x_m$	Graus de liberdade mestres
$x_s$	Graus de liberdade escravos
$T$	Matriz de transformação
$t$	Matriz de transformação iterativa
$K_r$	Matriz de rigidez reduzida
$M_r$	Matriz de massa reduzida
$Z_i$	Indicador de dano da $i$ -ésima região
$Z_{ji}$	Indicador de sucesso da $i$ -ésima região para um dano na região $j$
$P(Z_{ji} > 1)$	Probabilidade do indicador de sucesso $Z_{ji}$ ser maior do que 1



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>27</b>
<b>1.1</b>	<b>Escopo</b>	<b>27</b>
1.1.1	Contexto	27
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>28</b>
1.2.1	Geral	28
1.2.2	Específicos	28
<b>1.3</b>	<b>Estrutura do trabalho</b>	<b>28</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO TEÓRICA</b>	<b>31</b>
<b>2.1</b>	<b>Painéis <i>honeycomb</i></b>	<b>31</b>
<b>2.2</b>	<b>Vibrações mecânicas</b>	<b>32</b>
2.2.1	Função de Resposta em Frequência	33
<b>2.3</b>	<b>Detecção de danos</b>	<b>33</b>
2.3.1	Método de energia de deformação ou MSE	34
2.3.2	<i>Modal Assurance Criterion (MAC)</i>	36
<b>2.4</b>	<b>Método dos elementos finitos</b>	<b>36</b>
2.4.1	Elemento <i>SHELL 181</i>	36
2.4.2	Elemento <i>SOLID 185</i>	37
2.4.3	Elemento <i>COMBIN 14</i>	37
<b>2.5</b>	<b>Quantificação de incertezas e modelo estocástico</b>	<b>38</b>
2.5.1	Medidas estatísticas	38
2.5.1.1	Medidas de posição	38
2.5.1.2	Medidas de dispersão	38
2.5.2	Função densidade de probabilidade	38
2.5.3	Distribuição de probabilidade Gama	39
2.5.4	Distribuição Weibull	40
2.5.5	Intervalos de confiança	41
2.5.6	Método da máxima verossimilhança	41
2.5.7	Processo estocástico	41
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>43</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelo numérico simplificado de placa <i>honeycomb</i></b>	<b>44</b>
3.1.1	Placa íntegra	44
3.1.2	Placa danificada	45
3.1.3	Simulação	46
3.1.3.1	Modal	46

3.1.3.2	Harmônica . . . . .	46
<b>3.2</b>	<b>Modelo numérico completo da placa . . . . .</b>	<b>47</b>
3.2.1	Placa íntegra . . . . .	47
3.2.2	Placa danificada . . . . .	49
3.2.3	Simulação . . . . .	50
3.2.3.1	Harmônica . . . . .	50
<b>3.3</b>	<b>Tratamento das matrizes . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>3.4</b>	<b>Toolbox Easymod . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>3.5</b>	<b>Identificação de dano . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>3.6</b>	<b>Simulação de Monte Carlo . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>3.7</b>	<b>Análise estatística . . . . .</b>	<b>56</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS PRELIMINARES . . . . .</b>	<b>59</b>
4.1	Resultados da primeira rodada de simulações . . . . .	59
4.1.1	Indicadores de sucesso . . . . .	60
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>67</b>
5.1	Modo de vibração local . . . . .	67
5.2	Comparação das FRFs das placas . . . . .	68
5.3	Extração dos modos de vibração via <i>EasyMod</i> . . . . .	69
5.4	Utilização do MSE . . . . .	70
5.5	Resultados da simulação de Monte Carlo . . . . .	71
5.5.1	Indicadores de sucesso . . . . .	72
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>75</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>77</b>
	<b>APÊNDICES . . . . .</b>	<b>81</b>
	<b>APÊNDICE A – PRIMEIRO APÊNDICE . . . . .</b>	<b>83</b>
	<b>APÊNDICE B – SEGUNDO APÊNDICE . . . . .</b>	<b>93</b>
	<b>APÊNDICE C – TERCEIRO APÊNDICE . . . . .</b>	<b>97</b>
	<b>ANEXOS . . . . .</b>	<b>105</b>
	<b>ANEXO A – PRIMEIRO ANEXO . . . . .</b>	<b>107</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Escopo

A identificação prematura de danos em qualquer sistema pode resultar em economia de recursos, tanto físicos, financeiros e humanos. Em estruturas aeroespaciais, a detecção tardia de danos na estrutura pode acarretar em falhas catastróficas.

Toda estrutura possui características únicas que as distinguem das demais, porque todo processo de fabricação possui um grau de incerteza, ou seja, nenhuma peça é igual a outra (DODSON; SCHWAB, 2006). Algumas características inerentes de toda estrutura são suas características dinâmicas: frequência natural, amortecimento e modo de vibração (INMAN, 2014). A alteração dessas características significa que a estrutura não se comporta da mesma forma, portanto pode-se dizer que a peça está danificada.

Dentre os vários métodos de identificação de danos, a avaliação da alteração das características dinâmicas do sistema através de um ensaio modal pode mostrar se a estrutura em questão foi danificada, o local e a severidade do dano (DOEBLING; FARRAR; PRIME, 1998). Porém existem incertezas associadas ao processo de fabricação da estrutura, à aquisição e ao tratamento de dados que podem sugerir que uma peça está danificada mesmo que não esteja, desta forma, é possível que uma peça íntegra possa ser qualificada como danificada.

Os processos desse trabalho passam por construir um modelo numérico de uma placa *honeycomb* de alumínio, avaliar suas características dinâmicas, introduzir um dano de delaminação ao modelo da placa, reavaliar mesmas características e aplicar um método de identificação de danos considerando a variação de módulo de elasticidade de uma das faces do painel. Todos esses processos são necessários para atingir o objetivo final de avaliar as incertezas do processo de identificação de dano.

### 1.1.1 Contexto

O presente trabalho utiliza painéis *honeycomb* disponibilizados pela Faculdade Gama. Em 2017, a caracterização dinâmica desses painéis e o desenvolvimento de modelos numéricos dos mesmos foi feita por Domingues (2017), que atualmente é mestrando dentro do Grupo de Mecânica Experimental e Computacional (GMEC). O trabalho de mestrado desenvolvido pelo autor citado envolve a implementação de um algoritmo para detecção de danos. Este trabalho de conclusão de curso utiliza alguns algoritmos e resultados experimentais desenvolvidos por Domingues (2017).

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Geral

O objetivo deste trabalho é quantificar as incertezas associadas à identificação de danos em um painel do tipo sanduíche com núcleo de *honeycomb* de alumínio para aplicações na indústria aeroespacial. Esse levantamento é feito por meio de resultados de ensaios modais experimentais, modelagem numérica, validação do modelo e tratamento estatístico dos dados.

### 1.2.2 Específicos

O objetivo geral foi subdividido nos seguintes processos:

- Construir modelos numéricos da placa sem dano e com dano com elementos finitos;
- Obter uma função de resposta em frequência dos modelos numéricos das placas e compará-las com a função de resposta em frequência das placas reais;
- Construir um algoritmo capaz de implementar um método de identificação de dano;
- Implementar uma modelagem estocástica da placa que permita variação de suas propriedades mecânicas de forma automática;
- Levantamento de funções de resposta em frequência do modelo estocástico da placa danificada;
- Analisar estatisticamente os resultados e estabelecer faixas de aplicação para o método de identificação de danos.

## 1.3 Estrutura do trabalho

No capítulo 2 encontra-se o referencial teórico deste trabalho. Todos os conceitos necessários para a construção do modelo estocástico que envolva a aplicação de método de identificação de danos e sua descrição matemática estão inseridos nesse capítulo.

O capítulo 3 dedica-se ao detalhamento de alguns processos envolvidos na construção do modelo estocástico, à descrição dos materiais utilizados, à descrição dos modelos numéricos, à descrição do dano gerado numericamente e sua variação e ao detalhamento do tratamento de dados para quantificação de incertezas.

O capítulo 4 mostra os resultados da implementação de um modelo estocástico a partir de um modelo numérico mais simplificado com dano simulado, os resultados analisados nesse capítulo servem para verificar a eficácia de todo o processo de identificação de dano.

O capítulo 5 traz os resultados obtidos, organizados de forma a torná-los tratáveis estatisticamente, as análises pertinentes ao modelo estocástico com um modelo numérico que simule o dano de delaminação.

O capítulo 6 traz a conclusão do trabalho, mostrando os objetivos alcançados e sugestões para trabalhos futuros.





## 2 Revisão Teórica

### 2.1 Painéis *honeycomb*

Considerado como uma classe de compósitos estruturais, painéis sanduíches são projetados para possuírem baixa massa tendo propriedades mecânicas elevadas. Tais estruturas são usadas na indústria aeroespacial porque elas permitem a diminuição do peso da estrutura e permitem que a carga útil seja mais pesada (CALLISTER, 2008), (BOUDJEMAI A., 2012). Ainda, segundo Bitzer (1997), não é incomum, na indústria aeronáutica, uma redução de massa de 1 lb (0,45 kg) representar uma economia de US\$ 500 a US\$1000, enquanto que, na indústria de veículos espaciais, tal redução pode representar uma economia de dezenas de milhares de dólares. A partir dos valores supracitados, nota-se a motivação econômica que as empresas do ramo aeroespacial possuem ao utilizar materiais compósitos em seus projetos. Outras aplicações dos painéis sanduíches são comumente encontrados na área de transporte, construção civil e equipamento esportivo.

Um painel *honeycomb* é composto por duas faces finas e um adesivo entre as faces e o núcleo, que consiste em uma matriz de células abertas, geralmente com forma hexagonal (Fig. 1). O núcleo de *honeycomb* tem uma densidade muito baixa comparada com materiais tradicionais, além de serem muito mais resistentes à fadiga (BITZER, 1997).

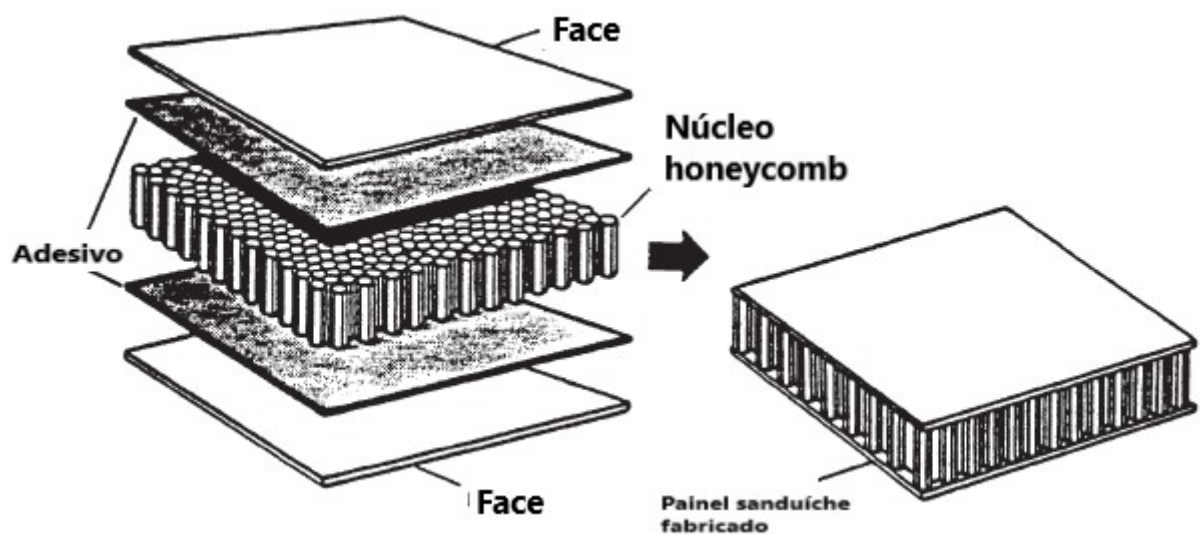


Figura 1 – Painel sanduíche com núcleo *honeycomb*. Adaptado (BITZER, 1997).

## 2.2 Vibrações mecânicas

Vibração é o estudo do movimento repetitivo dos objetos relativos a um referencial estacionário ou posição de equilíbrio. Ao ser excitado, um objeto tem uma tendência natural a vibrar, a frequência com que ele vibra é chamado de frequência natural (INMAN, 2014). A frequência natural é influenciada pelo material e pela geometria da peça. Em um sistema massa-mola, dado pela Eq. 2.1, a frequência natural depende da massa e da rigidez da mola.

$$m\ddot{x} + kx = F(t) \quad (2.1)$$

onde  $m$  é a massa em  $kg$ ,  $k$  é a rigidez da mola em  $N/m$  e  $F(t)$  é uma força de excitação externa dado em  $N$ . A Equação 2.1 pode ser reescrita da seguinte forma (Eq. 2.2):

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = F(t)/m = f(t) \quad (2.2)$$

onde  $\omega_n$  é a frequência natural em  $rad/s$ , dada pela Eq. 2.3:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

Generalizando para um sistema massa-mola com  $n$  graus de liberdade, como o mostrado pela Fig. 2, o sistema de equações que descreve esse sistema massa-mola é dado pela Eq. 2.4.

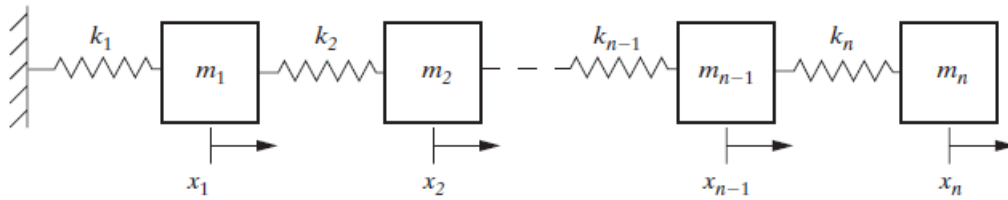


Figura 2 – Sistema massa-mola com  $n$  graus de liberdade (INMAN, 2014).

$$[M]\ddot{\vec{x}} + [K]\vec{x} = \vec{0} \quad (2.4)$$

Onde  $[M]$  é a matriz de massa diagonal de tamanho  $n \times n$  e  $[K]$  é a matriz de rigidez de tamanho  $n \times n$  simétrica. Uma das maneiras para calcular a frequência natural de sistemas com  $n$  graus de liberdade é através da normalização da Eq. 2.4 pela matriz de massa. Ao efetuar uma mudança de variável substituindo  $\vec{x}$  por  $\vec{q}[M]^{1/2}$  na Eq. 2.4 e multiplicá-la por  $[M]^{-1/2}$ , tem-se a Eq. 2.5.

$$[M]^{-1/2}[M][M]^{-1/2}\ddot{\vec{q}} + [M]^{-1/2}[K][M]^{-1/2}\vec{q} = \vec{0}$$

$$[I]\ddot{\vec{q}} + [K^*]\vec{q} = \vec{0} \quad (2.5)$$

Onde a matriz  $[K]^*$  é a matriz de rigidez normalizada pela massa e seus autovalores representam as frequências naturais ao quadrado do sistema da Fig. 2. Os autovetores representam, por sua vez, os modos de vibração do sistema (RAO, 2008).

### 2.2.1 Função de Resposta em Frequência

Uma função de resposta em frequência é uma função de transferência expressa no domínio da frequência. Trata-se de uma função complexa, com valores reais e imaginários, que podem ser representados em termos de magnitude e fase. A função de transferência  $H(\omega)$  de um sistema é a relação entre a transformada de Fourier do sinal de saída  $X(\omega)$  e a transformada de Fourier do sinal de entrada  $F(\omega)$  (OPPENHEIM; WILLSKY; NAWAB, 2010; INMAN, 2014). Uma FRF indica as frequências naturais de uma estrutura a partir da presença de picos, amortecimento a partir da largura dos picos de ressonância e o vetor de forma modal, calculado a partir dos valores reais e imaginários da FRF (INMAN, 2014). A Figura 3 mostra a FRF expressa em amplitude e fase e real e imaginário de um sistema massa mola com massa  $m = 1kg$ ,  $c = 2,48kg/s$  e  $k = 51,8N/m$  submetido a uma força de amplitude  $F = 1N$  com frequência de excitação variando de 0Hz até 15 Hz.

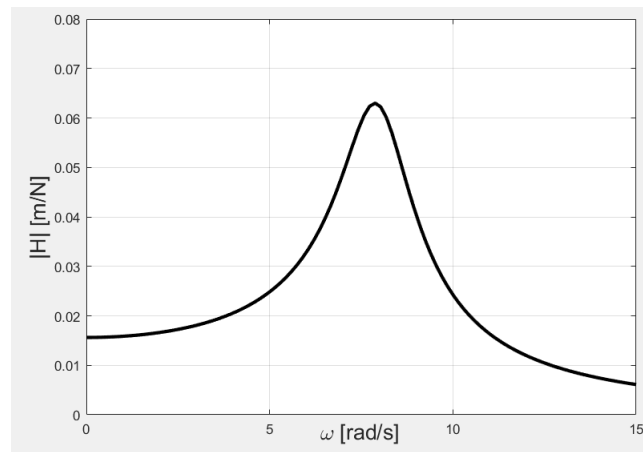


Figura 3 – Função de resposta em frequência do sistema massa-mola amortecido. Imagem do autor

## 2.3 Detecção de danos

Um dano é definido como uma mudança introduzida a um sistema, seja intencional ou não, com efeito adverso para as funções desempenhadas pelo sistema, por exemplo, um míssil antiaéreo é acionado para causar um dano que vai alterar severamente o comportamento de voo de uma aeronave, ou essa mesma aeronave pode sofrer um impacto com

um pássaro que não alterará significativamente as características de vôo. Desta forma, a detecção de danos depende do nível de severidade do dano para que estes sejam detectados (DOEBLING; FARRAR; PRIME, 1998).

Segundo Rytter (1993), os métodos de identificação de dano podem ser classificados em quatro níveis:

- Nível 1: determinação se o dano está ou não presente na estrutura;
- Nível 2: determinação da localização do dano na estrutura;
- Nível 3: quantificação da severidade do dano;
- Nível 4: predição do tempo de vida restante da estrutura.

Muitas técnicas de detecção de danos são visuais ou procedimentos experimentais localizados como métodos acústicos ou ultrassônicos, radiográficos, por correntes de Foucault e métodos de detecção a partir da avaliação do campo de temperaturas ou do campo magnético. Porém todos esses métodos necessitam que a área danificada seja conhecida antes do teste (CURADELLI et al., 2008).

Técnicas de detecção de danos baseadas no comportamento dinâmico do sistema são capazes de avaliar a condição de todo o sistema. Esses métodos são baseados no fato de que a alteração das características dinâmicas do sistema são devido a alterações nas propriedades físicas da estrutura, como massa, rigidez e mecanismos de dissipação de energia (DAWARI; VESMAWALA, 2013; CURADELLI et al., 2008).

De acordo com Cristiano et al. (2016), a avaliação da alteração de valores de frequência natural, forma modal e amortecimento de uma estrutura pode atestar se ela sofreu algum dano, porém outros métodos mais sofisticados podem atestar mais eficientemente se há um dano na estrutura e sua localização. Podem ser citados o *Modal Assurance Criterion* (MAC) e o *Strain Energy Method* (método de energia de deformação ou MSE).

### 2.3.1 Método de energia de deformação ou MSE

A expressão geral para a energia de deformação armazenada em uma estrutura com uma matriz de rigidez  $[\mathbf{K}]$  e submetidas a um deslocamento global  $\{\mathbf{x}\}$  é dado pela Eq. 2.6.

$$U = \frac{1}{2} \{\mathbf{x}\}^T [\mathbf{K}] \{\mathbf{x}\} \quad (2.6)$$

A Equação 2.7 mostra a energia de deformação armazenada no modo de vibração  $j$ , que pode ser determinada deformando a estrutura de acordo com seu vetor de forma modal (DOEBLING et al., 1997)

$$U_j = \frac{1}{2} \{\phi_j\}^T [\mathbf{K}] \{\phi_j\} \quad (2.7)$$

Se sua estrutura for dividida em  $N$  regiões, a  $i$ -ésima região terá energia de deformação  $U_{ji}$  para o  $j$ -ésimo modo de vibração, dado pela Eq. 2.8. Santos (2017) e Cristiano et al. (2016) exploram a mesma abordagem, porém para uma aplicação em vigas, utilizando uma abordagem fundamentada em matemática contínua, enquanto que Cha e Buyukozturk (2015) utiliza uma abordagem com matemática discreta.

$$U_{ji} = \frac{1}{2} \{\phi_j\}^T [\mathbf{K}_i] \{\phi_j\} \quad (2.8)$$

Seja  $U_{ji}^u$  a energia de deformação do  $j$ -ésimo modo de vibração da  $i$ -ésima região uma estrutura não danificada e que  $U_{ji}^d$  seja o mesmo para uma estrutura com danos. A variação da energia de deformação dada pela Eq. 2.9 é a diferença entre essas duas quantidades.

$$\Delta U_{ji} = U_{ji}^d - U_{ji}^u = \{\phi_j^d\}^T [\mathbf{K}_i] \{\phi_j^d\} - \{\phi_j^u\}^T [\mathbf{K}_i] \{\phi_j^u\} \quad (2.9)$$

Onde  $\{\phi_j^d\}$  é o vetor de forma modal da estrutura danificada,  $\{\phi_j^u\}$  é o vetor de forma modal da estrutura íntegra e  $[\mathbf{K}_i]$  é a matriz de rigidez da região  $i$  da estrutura íntegra.

A utilização da matriz de rigidez da estrutura não danificada no cálculo da energia de deformação da estrutura deformada na Eq. 2.9 deve-se ao fato de não se conhecer, *a priori*, a região do dano ou mesmo se há algum dano (CHA; BUYUKOZTURK, 2015).

Uma variável  $\beta$  é introduzida para avaliação da energia de deformação em cada região,  $\beta$  é definida pela Eq. 2.10 (STUBBS; KIM; TOPOLE, 1992).

$$\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^{NM} \left( \{\phi_j^d\}^T [\mathbf{K}_i] \{\phi_j^d\} + \sum_{c=1}^{NE} \{\phi_j^d\}^T [\mathbf{K}_c] \{\phi_j^d\} \right) E_j}{\sum_{j=1}^{NM} \left( \{\phi_j^u\}^T [\mathbf{K}_i] \{\phi_j^u\} + \sum_{c=1}^{NE} \{\phi_j^u\}^T [\mathbf{K}_c] \{\phi_j^u\} \right) E_j} \quad (2.10)$$

onde  $NE$  é o número de regiões,  $NM$  é o número de modos, o subíndice  $j$  representa o modo e o subíndice  $i$  representa a região.

A variável  $\beta$  é normalizada, gerando o indicador  $Z_j$ , dado na Eq. 2.11

$$Z_j = \frac{\beta_j - \beta_m}{\sigma_\beta} \quad (2.11)$$

onde  $\beta_m$  e  $\sigma_\beta$  representam, respectivamente, a média e o desvio padrão dos valores de  $\beta$  (STUBBS; KIM; TOPOLE, 1992).

### 2.3.2 Modal Assurance Criterion (MAC)

O *modal assurance criterion* (MAC) é uma ferramenta quantitativa de comparação entre vetores modais experimentais e numéricos. É um indicador estatístico que verifica se dois vetores modais estão correlacionados. Sejam dois vetores  $[\phi_a]$  e  $[\phi_b]$ , se o valor de MAC (Eq. 2.12) for próximo de 1 significa que os vetores estão correlacionados, se o valor for próximo de 0 (zero) significa que os vetores não estão correlacionados (PÁSTOR; BINDA; HARČARIK, 2012).

$$MAC = \frac{|[\phi_a]^T[\phi_b]|^2}{([\phi_a]^T[\phi_a])([\phi_b]^T[\phi_b])} \quad (2.12)$$

## 2.4 Método dos elementos finitos

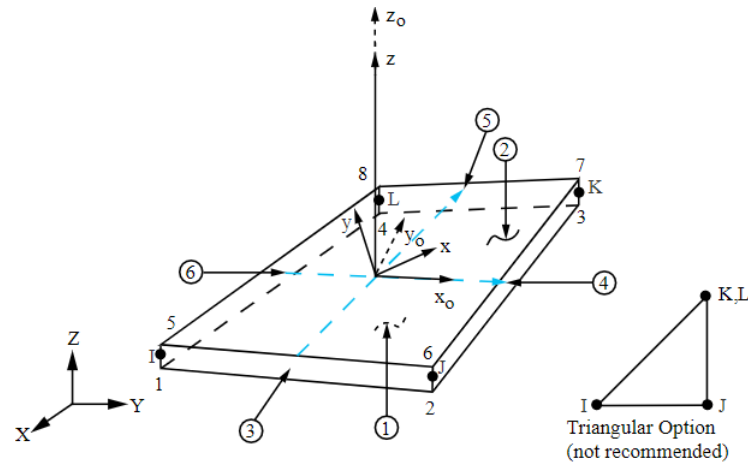
Para superar a intratabilidade da modelagem de problemas físicos complexos e contínuos ou da resolução de problemas físicos com domínio mais simplificado, vários métodos de discretização foram propostos (ZIENKIEWICZ, 1977).

O método dos elementos finitos é uma técnica numérica poderosa que usa métodos de variação e interpolação para modelar e solucionar problemas de valores de contorno. Esse método é bastante útil quando se trata de estruturas com geometrias complexas (INMAN, 2014).

O fluxo de análise em elementos finitos é dividido em três partes: pré-processamento, solução e pós-processamento. A fase de pré-processamento consiste na definição do domínio de cálculo, ou seja, da estrutura, na discretização do domínio e na aplicação das condições de contorno. A fase de solução consiste na escolha do software, no tipo de análise e nas configurações de solução. A fase de pós-processamento consiste na extração dos resultados para análise (NAKASONE; YOSHIMOTO; STOLARSKI, 2006).

### 2.4.1 Elemento SHELL 181

O elemento *SHELL 181*, mostrado na Fig. 4, é próprio para aplicação em estrutura de placas finas. Trata-se de um modelo de quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY e ROTZ. Esse elemento possui um comando que permite a definição de várias camadas, sendo possível especificar em cada camada: espessura, material, orientação e número de pontos de integração (ANSYS, 2019).



$x_o$  = Eixo x se ESYS não é fornecido

x = Eixo x se ESYS é fornecido

Figura 4 – Elemento *SHELL* 181. (ANSYS, 2019)

### 2.4.2 Elemento *SOLID* 185

O elemento *SOLID 185*, mostrado na Fig. 5, é utilizado na modelagem de estruturas tridimensionais. É um elemento que possui graus de liberdade UX, UY e UZ em cada um dos nós. O elemento possui 8 nós, com opção de ter 1, 2 ou 3 pontos de integração, sendo a opção padrão é utilizar 1 ponto de integração (ANSYS, 2019).

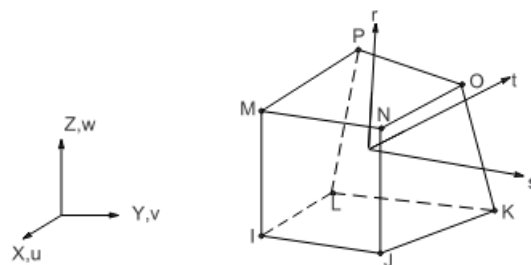


Figura 5 – Elemento *SOLID* 185. (ANSYS, 2019)

### 2.4.3 Elemento *COMBIN* 14

O *COMBIN 14* é um elemento de mola/amortecedor e possui duas configurações: mola longitudinal ou mola torcional. Esse elemento possui os seguintes graus de liberdade: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY e ROTZ. Cada grau de liberdade possui uma constante de rigidez e de amortecimento, desta forma, é possível utilizar esse elemento como uma mola unidirecional apenas deixando com o valor de zero as constantes relativas aos graus de liberdade que não devem interferir na análise.

A opção de mola longitudinal leva em consideração apenas esforços compressivos ou trativos, ignorando esforços de flexão ou torção(ANSYS, 2019).

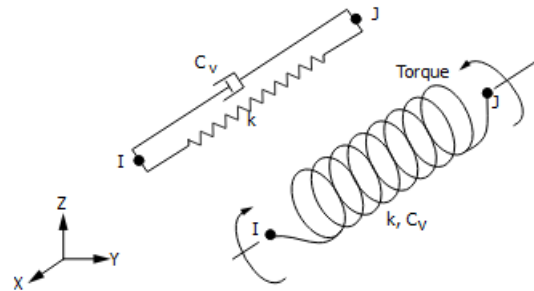


Figura 6 – Elemento *COMBIN* 14. (ANSYS, 2019)

## 2.5 Quantificação de incertezas e modelo estocástico

### 2.5.1 Medidas estatísticas

#### 2.5.1.1 Medidas de posição

O valor esperado ou esperança de uma variável aleatória  $X$ , denotada por  $\mu$  ou  $E(X)$  pode ser determinada pela Eq. 2.13. A expressão da esperança de  $X$  é obtida com a primeira função geradora de momentos (DODSON; SCHWAB, 2006).

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (2.13)$$

#### 2.5.1.2 Medidas de dispersão

A segunda função geradora de momentos sobre a origem é expressa pela Eq. 2.14. A variância de uma distribuição de probabilidade é igual à segunda função geradora de momento sobre a média  $\mu$ , expressa na Eq. 2.15 (DODSON; SCHWAB, 2006).

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \quad (2.14)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2 \quad (2.15)$$

### 2.5.2 Função densidade de probabilidade

Suponha que  $S$  seja um espaço amostral com um número não enumerável de valores, e seja  $E$  o evento que consiste em todos os valores  $e$  para os quais  $X(e) \leq x$ . Associa-se uma probabilidade  $F(x)$  a  $E$  para todos os valores de  $x$ .

$$P[X(e) \leq x] = P(E) = F(x) \quad (2.16)$$



a função  $F(x)$  é a função de distribuição acumulada de  $X$ . Se  $F(x)$  tem derivada  $f(x)$ , então  $f(x)$  é não negativa e é chamada função de probabilidade de probabilidade (FDP) da variável aleatória  $X$ . A FDP tem as seguintes propriedades (GUPTA, 2017):

$$f(x) \geq 0 \quad (2.17)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad (2.18)$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx \quad (2.19)$$

Um exemplo didático de aplicação da função densidade de probabilidade em engenharia é mostrado no exemplo 3.2 do livro *Accelerated Testing* de Dodson e Schwab (2006). Neste exemplo, um processo de extrusão de metal gera peças com resistência à tração normalmente distribuídas com média de 300 MPa e desvio padrão de 5 MPa e deseja-se calcular a porcentagem de peças que possuem uma resistência à tração abaixo de 295 MPa.

Neste caso, para calcular a probabilidade de uma peça possuir resistência à tração abaixo de 295 MPa utiliza-se a Eq. 2.19, ou seja, calcula-se a área sombreada da Fig. 7, chegando-se a um resultado de 15,87%.

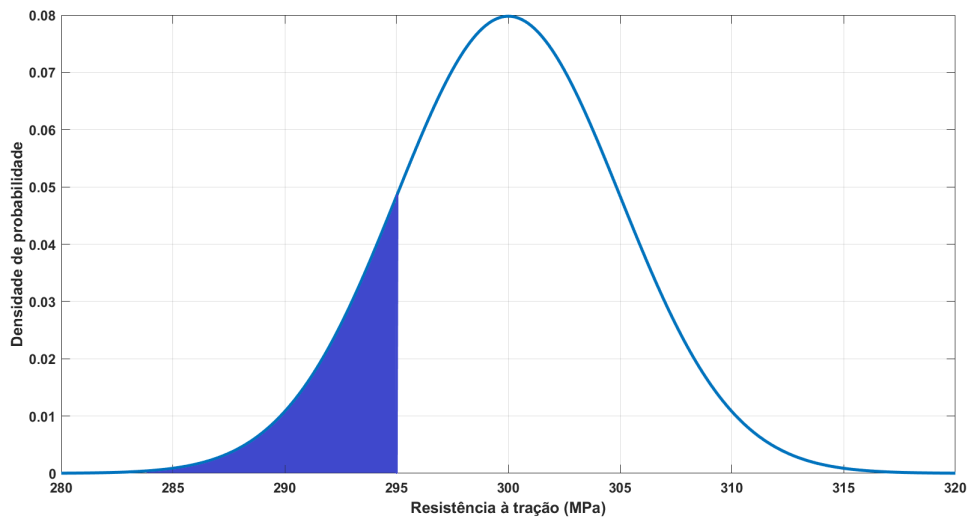


Figura 7 – Probabilidade da resistência à tração ser menor do que 295 MPa. Imagem adaptada (DODSON; SCHWAB, 2006).

### 2.5.3 Distribuição de probabilidade Gama

A distribuição de probabilidade Gama é dada pela Eq. 2.20

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(k)\theta^k} x^{k-1} e^{-x/\theta} \quad (2.20)$$

onde  $k$  é o fator de forma,  $\theta$  é o fator de escala e  $x \in (0, +\infty)$ .

A função Gama é definida pela Eq. 2.21. A integral que define essa função converge para todo  $x > 0$ . A distribuição Gama pode assumir várias formas dependendo dos valores de  $k$  e  $\theta$ , desta forma, esta função torna-se útil para a modelagem de diversas variáveis aleatórias (MONTGOMERY, 2009).

$$\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1} e^{-x} dx \quad (2.21)$$

### 2.5.4 Distribuição Weibull

A distribuição Weibull é dada pela Eq. 2.22

$$f(x) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}\right) \quad (2.22)$$

onde  $\theta > 0$  é o fator de escala e  $\beta > 0$  é o fator de forma. A distribuição é válida para  $x > 0$ . Assim como a distribuição Gama, a distribuição Weibull pode assumir várias formas dependendo dos valores dos parâmetros  $\beta$  e  $\theta$  como mostrado na Fig. 8. Essa distribuição é bastante utilizada para modelar tempo de vida de componentes eletrônicos e mecânicos (MONTGOMERY, 2009).

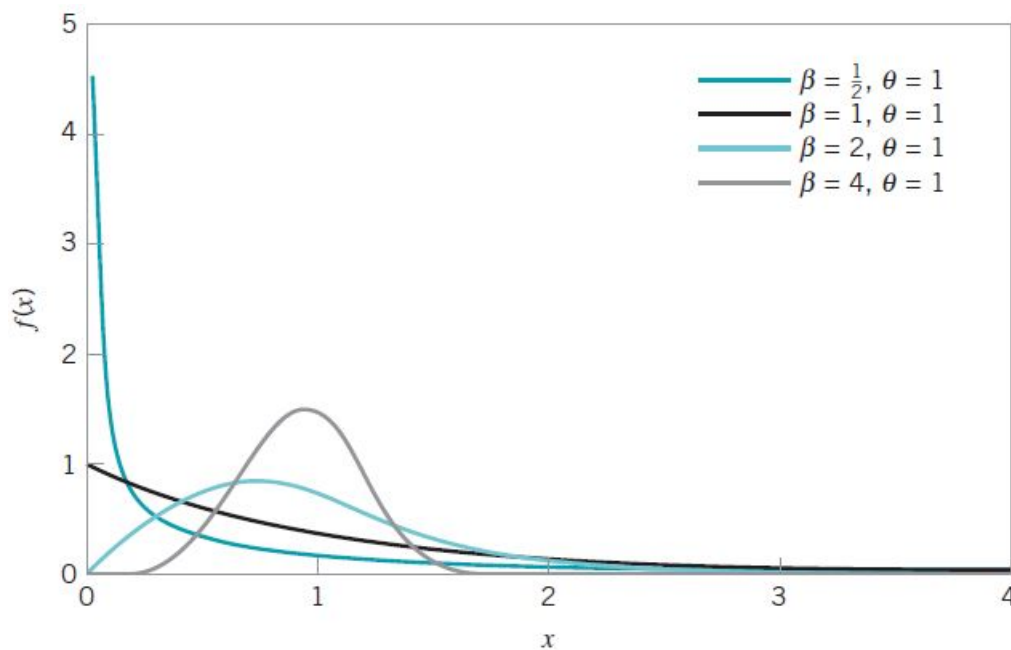


Figura 8 – Distribuição Weibull para diferentes fatores de forma. Imagem retirada de (MONTGOMERY, 2009)

### 2.5.5 Intervalos de confiança

Uma estimativa de intervalo de um parâmetro é o intervalo entre duas estatísticas que incluem o valor verdadeiro do parâmetro com alguma probabilidade, por exemplo, para construir um estimador de média  $\mu$  precisa-se de dois valores  $L$  e  $U$  (Eq. 2.23).

$$P(L \leq \mu \leq U) = 1 - \alpha \quad (2.23)$$

O intervalo  $L \leq \mu \leq U$  é chamado de intervalo de confiança do parâmetro  $\mu$ .  $L$  e  $U$  são os limites inferior e superior, respectivamente, e  $1 - \alpha$  é o coeficiente de confiança (MONTGOMERY, 2009).

### 2.5.6 Método da máxima verossimilhança

O método da máxima verossimilhança é utilizado para verificar de forma quantitativa qual distribuição de probabilidade é mais adequada para a análise um determinado fenômeno. A função de verossimilhança para uma dada distribuição é a representação da probabilidade de se obter a amostra de dados. Seja  $x_1, x_2, \dots, x_n$  variáveis aleatórias independentes da função densidade de probabilidade  $f(x, \theta)$ , onde  $\theta$  é o único parâmetro da distribuição. Então função de verossimilhança  $L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$  é dado pela Eq. 2.24 (DODSON; SCHWAB, 2006).

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = f(x_1, \theta)f(x_2, \theta)\dots f(x_n, \theta) \quad (2.24)$$

o valor estimado  $\theta^*$  que maximiza a Eq. 2.24 é o valor que melhor descreve a função densidade de probabilidade do conjunto de variáveis aleatórias. Para calcular  $\theta^*$  basta derivar a Eq. 2.24 em relação a  $\theta$  e igualar a expressão a zero.

### 2.5.7 Processo estocástico

Um processo estocástico, também chamado de um processo aleatório, é uma generalização muito simples do conceito de uma variável aleatória. Um processo estocástico  $X(t)$  é uma variável aleatória  $X$  que muda com o tempo. Assim como uma variável aleatória, um processo estocástico possui distribuição e função densidade de probabilidade, que são funções do tempo. Considerando o processo estocástico como uma variável aleatória  $X(t)$ , as Equações 2.13 e 2.15 também são válidas (SIMON, 2006).

A quantificação de incertezas é o campo da matemática voltado para a descrição de incertezas em sistemas dinâmicos. A teoria da probabilidade ajuda a descrever essas incertezas, enriquecendo a capacidade de análise de engenharia, habilitando a expressão da probabilidade de um evento ocorrer (BIGONI, 2015). Segundo Ritto e Castello (2016), existem alguns passos para o processo de quantificação de incertezas:

- **Passo 1-** Construção de um modelo computacional determinístico;
- **Passo 2-** Construção de um modelo computacional estocástico;
- **Passo 3-** Aproximação da resposta do modelo computacional estocástico;
- **Passo 4-** Estimação de parâmetros;
- **Passo 5-** Análises com o modelo estocástico calibrado;
- **Passo 6-** Atualização dos parâmetros a partir de novos dados experimentais.

Dentro do primeiro passo deve-se escolher quais parâmetros serão considerados incertos. Deve-se atestar que o modelo determinístico é confiável e validado. No segundo passo deve-se definir um modelo probabilístico para as variáveis aleatórias.

No terceiro passo usa-se o método de Monte Carlo. O método de Monte Carlo é a técnica mais utilizada para calcular a propagação de incerteza de parâmetros aleatórios. Esse método gera  $N$  amostras da variável aleatória de acordo com sua distribuição de probabilidade, posteriormente cada amostra define um novo modelo determinístico que é processado gerando um montante de dados (JR, 2017).

O quarto passo consiste em modelar os parâmetros de interesse como variáveis aleatórias a partir de dados experimentais. O passo cinco é o uso dos resultados do modelo estocástico para analisar incertezas e a confiabilidade do sistema. O último passo trata da atualização dos parâmetros estimados no passo quatro, o modelo pode ser atualizado a cada rodada de experimentos.

### 3 Metodologia

O objetivo é fornecer um intervalo de confiança para a detecção de danos. A Figura 9 mostra a visão global do trabalho, contendo cinco processos. As entradas e saídas de cada processo também são discriminadas. Cada processo é detalhado nas próximas seções.

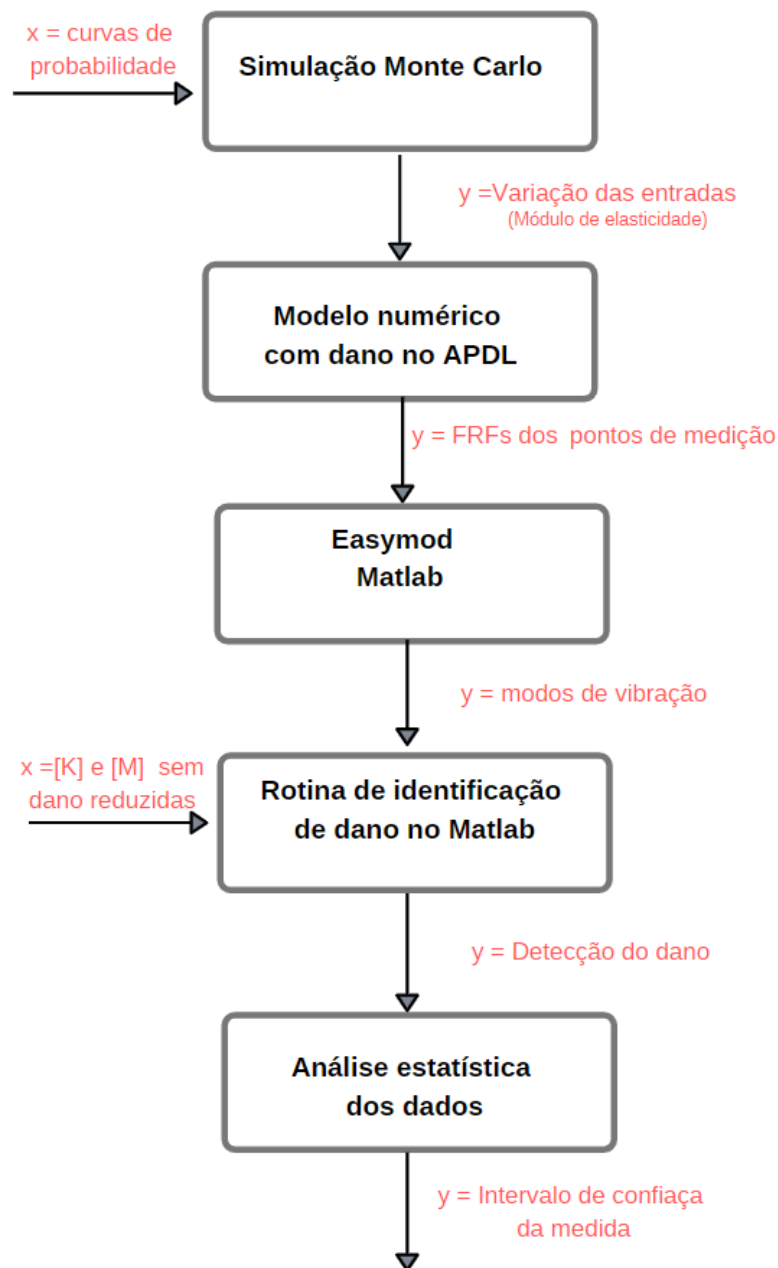


Figura 9 – Fluxograma de trabalho do TCC. Visão global dos processos.

## 3.1 Modelo numérico simplificado de placa *honeycomb*

### 3.1.1 Placa íntegra

A primeira placa em estudo possui as dimensões de 280 mm x 300 mm com as seguintes especificações (Tab.1):

Tabela 1 – Especificações técnicas

Comprimento	280 mm
Largura	300 mm
Espessura	15 mm
Tamanho da célula	6,35 mm (1/4 in)
Material da face	Alumínio 2024
Material do núcleo	Alumínio 5056

A placa é formada pela união de três estruturas distintas, duas faces e um núcleo. Desta forma, foram especificados dois materiais dentro do programa: o primeiro é isotrópico para representar as faces e o segundo é ortotrópico para representar o núcleo *honeycomb*. Algumas propriedades dos materiais foram retiradas *data sheet*<sup>1</sup> no Apêndice A. As propriedades dos materiais usados no *Ansys APDL* são mostrados nas Tabs. 2 e 3. A densidade do núcleo foi estimada a partir do peso e do volume da placa.

Tabela 2 – Propriedades do material isotrópico.

Densidade	2780 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de elasticidade	73,1 GPa
Coef. de Poisson	0,33

Tabela 3 – Propriedades do material ortotrópico.

Densidade	82 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de elasticidade x	0,7 MPa
Módulo de elasticidade y	1,2 MPa
Módulo de elasticidade z	1,83 MPa
Módulo de elasticidade transv. xy	1e-6 Pa
Módulo de elasticidade transv. yz	103e6 Pa
Módulo de elasticidade transv. xz	221e6 Pa
Coef. de Poisson xy	0

O elemento utilizado foi o *SHELL 181* e sua seção é dividida em três camadas:

- **Primeira camada:** material isotrópico, com 0,3 mm de espessura e três pontos de integração. Representação da folha de alumínio;

<sup>1</sup> Página 5, *Cell size 1/4, Nominal Density 2.3*

- **Segunda camada:** material ortotrópico, com 14,4 mm de espessura e três pontos de integração. Representação do núcleo *honeycomb*;
- **Terceira camada:** mesmas propriedades e funções da primeira camada.

A Figura 10 mostra a disposição das camadas utilizadas no modelo numérico. O material 1 da Fig. 10 representa o material isotrópico e o material 2 representa o material ortotrópico.

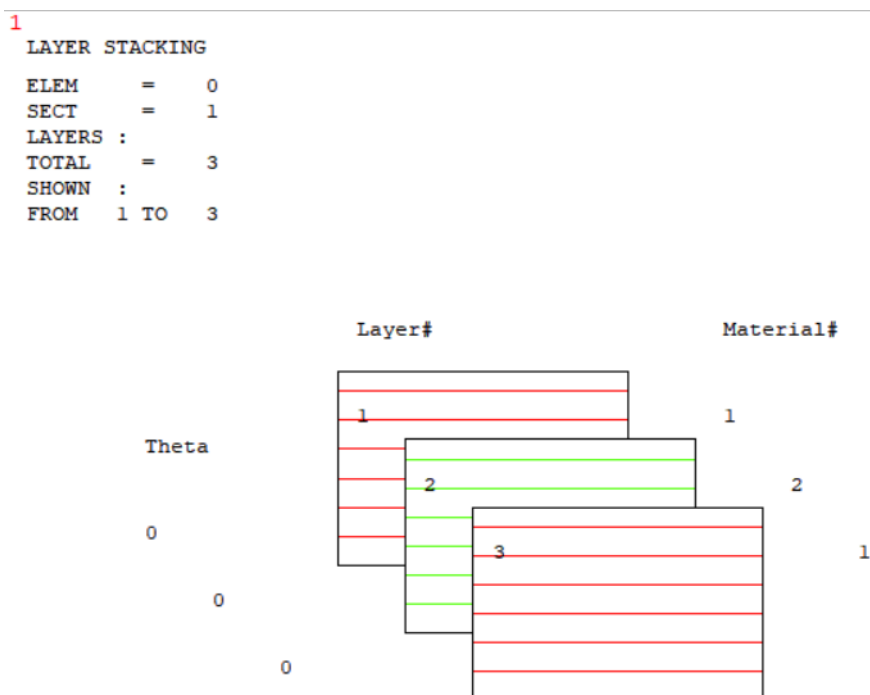


Figura 10 – Seções do elemento *SHELL 181*.

O modelo numérico possui 49 nós e 36 elementos. O tamanho reduzido do modelo deve-se ao fato da necessidade do modelo possuir nós nos mesmos lugares dos pontos de medição a análise modal. A validação do modelo numérico e análise de convergência são encontrados no trabalho de [Domingues \(2017\)](#).

### 3.1.2 Placa danificada

Para a construção do modelo numérico da placa danificada, utilizou-se como base o modelo da placa íntegra. A placa é dividida em nove áreas iguais, em uma das áreas um terceiro material simula uma perda de 10% no valor do modo de elasticidade do material da face. As propriedades do material que simulam o dano são as mesmas do material da Tab. 2 com exceção ao módulo de elasticidade da face, que possui um valor de 66 GPa.

Esse material é aplicado à umas das nove áreas para simular o dano em qualquer região da placa. A diferença no valor do módulo de elasticidade gera um comportamento dinâmico distinto entre as placas e esse comportamento deve ser quantificado pelo método de detecção de dano.

### 3.1.3 Simulação

#### 3.1.3.1 Modal

Uma simulação modal com condição livre-livre é feita para a extração das matrizes de rigidez  $[K]$  e massa  $[M]$ . Essas matrizes são extraídas no formato Harwell-Boeing, que é um formato específico para escrever matrizes esparsas. As matrizes de rigidez e massa dos dois modelos são armazenados em formato *.txt*, esses arquivos devem ser tratados para uso como vetores no *Matlab*.

#### 3.1.3.2 Harmônica

A simulação harmônica é feita para o levantamento das FRFs nos 49 pontos de medição, de acordo com a Fig. 11. Esse modelo é feito para simular os dados gerados por uma análise modal experimental, os dados de saída estão no formato real e imaginário. A faixa de frequência analisada é de 0 Hz até 2000 Hz e há a adição dos valores de fator de amortecimento (Tab. 4) para as cinco primeiras frequências naturais. O ponto de excitação no painel é o C3.

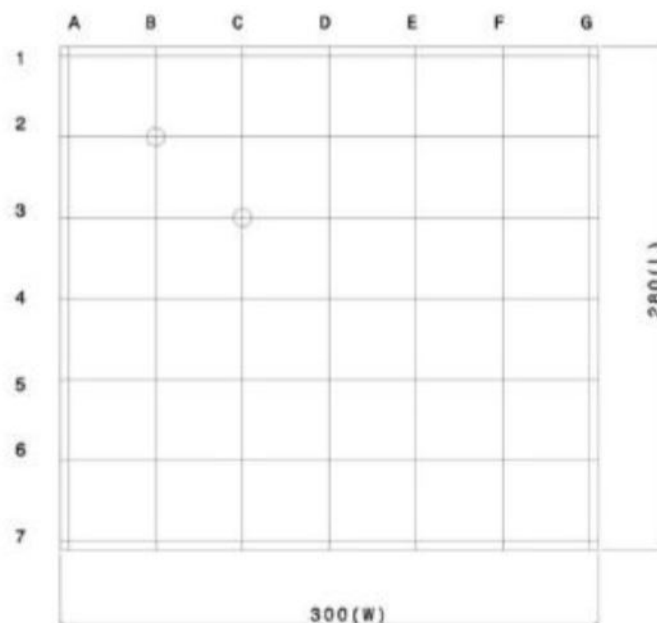


Figura 11 – Divisão do painel 280 x 300 mm. Retirada de [Domingues \(2017\)](#).



Tabela 4 – Fatores de amortecimento dos cinco primeiros modos de vibração da placa 300 x 280 mm

Modo de vibração	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
Fator de amortecimento	0,13	0,05	0,14	0,18	0,24

## 3.2 Modelo numérico completo da placa

### 3.2.1 Placa íntegra

A segunda placa em estudo possui as dimensões de 670 mm x 300 mm com as seguintes especificações (Tab.5):

Tabela 5 – Especificações técnicas

Comprimento	300 mm
Largura	670 mm
Espessura	10 mm
Tamanho da célula	6,35 mm (1/4 in)
Material da face	Alumínio 2024
Material do núcleo	Alumínio 5056

O modelo numérico da placa é formado pela união de três estruturas distintas, duas faces e um núcleo. A face é modelada com o elemento *SHELL 181*, o núcleo é modelado com o elemento *SOLID 185* e para fazer a conexão entre o núcleo e as faces utilizou-se o elemento *COMBIN 14*. A Figura 12 ilustra <sup>2</sup> como foi feita essa modelagem. Buscando simplificar a geometria do modelo, o núcleo *honeycomb* foi desenhado como um paralelepípedo. A Tabela 6 mostra as características geométricas de cada estrutura modelada.

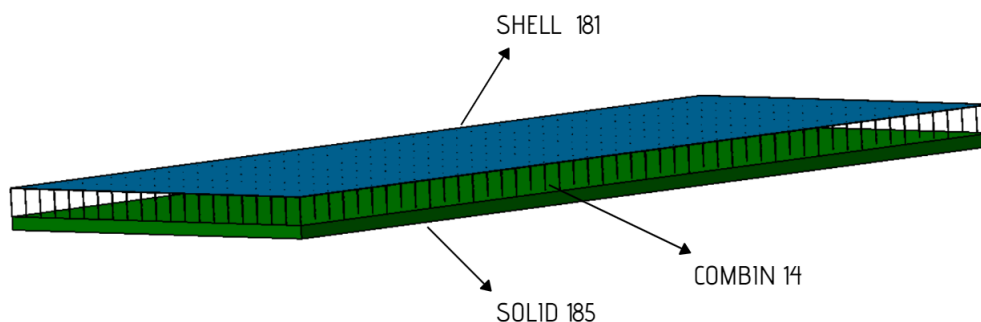


Figura 12 – Ilustração do modelo numérico.

O material da face, alumínio 2024, é modelado como um material isotrópico enquanto que o material do núcleo é modelado como um material ortotrópico, algumas

<sup>2</sup> A figura não mostra a face inferior nem seus elementos de conexão. Ressalta-se que o tamanho dos elementos estão desproporcionais ao tamanho adotado no modelo.

Tabela 6 – Características geométricas do modelo numérico

Comprimento	300 mm
Largura	670 mm
Espessura do núcleo	9,4 mm
Espessura da face	0,3 mm

propriedades dos materiais foram retiradas do *data sheet* disponível no Apêndice A <sup>3</sup>. As propriedades dos materiais usados no *Ansys APDL* são mostrados nas Tabs. 7 e 8. A densidade do núcleo foi estimada a partir da massa da placa (482 gramas). Para a modelagem da conexão, a constante de rigidez do elemento *COMBIN 14* foi deixado com o valor de  $7 \cdot 10^{10}$  N/m e o valor da constante de amortecimento para esse elemento foi deixado com o valor padrão de zero.

Tabela 7 – Propriedades do material isotrópico.

Densidade	2780 $kg/m^3$
Módulo de elasticidade	73,1 GPa
Coef. de Poisson	0,33

Tabela 8 – Propriedades do material ortotrópico.

Densidade	77,66 $kg/m^3$
Módulo de elasticidade x	13,5 GPa
Módulo de elasticidade y	22 GPa
Módulo de elasticidade z	12,5 GPa
Módulo de elasticidade transv. xy	5 GPa
Módulo de elasticidade transv. yz	103 MPa
Módulo de elasticidade transv. xz	221 MPa
Coef. de Poisson xy	0,1
Coef. de Poisson yz	0,1
Coef. de Poisson xz	0,1

A seção utilizada pelo elemento *SHELL 181* possui 0,3 mm nas duas faces. Na face inferior o *offset type* foi deixado como *bottom*, enquanto que na face superior o *offset type* foi deixado como *TOP*. As demais configurações foram deixadas como padrão do elemento em questão.

As configurações do elemento *COMBIN 14* estabelecem que o elemento se comporte como uma mola longitudinal 3D com uma solução linear (padrão).

A largura foi dividida em 100 partes, o comprimento foi dividido em 80 partes e núcleo foi dividido em 10 partes na direção da espessura. O modelo possui 104000 nós e 109852 elementos, sendo 16000 elementos *COMBIN 14*, 15642 elementos *SHELL 181* e 78210 elementos *SOLID 185*.

<sup>3</sup> Página 5, *Cell size 1/4, Nominal Density 2.3*

A Tabela 9 mostra os valores de frequência natural encontrados a partir do modelo numérico proposto e compara com resultados experimentais encontrados no trabalho feito por Domingues (2017). Uma análise de convergência de malha foi feita e mostrada na Fig. 13, o resultado analisado foi a primeira frequência natural. A partir de 200 mil nós há a convergência de malha.

Tabela 9 – Comparação de frequências naturais entre valores experimentais e numéricos

Modo	Experimental (Hz)		Numérico (Hz)	Erro (%)
	Excitação em C4	Excitação em L3		
1	159,2	159,8	159,03	0,1
2	201,6	201,3	204,95	1,66
3	430,4	—	429,79	0,14
4	—	433,4	434,09	0,16
5	728	727,9	728,8	1,22

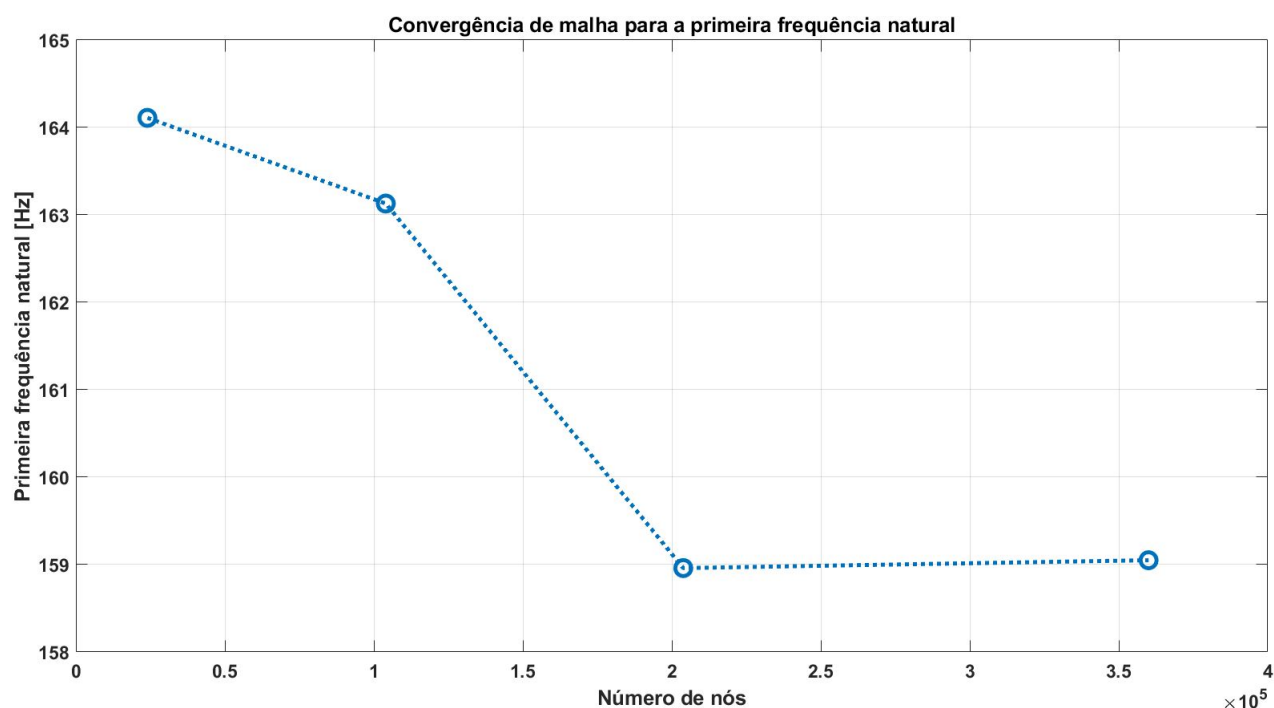


Figura 13 – Análise de convergência de malha.

### 3.2.2 Placa danificada

Para a construção do modelo numérico da placa danificada utilizou-se como base o modelo da placa íntegra. A placa é dividida em nove áreas e em uma dessas áreas não são feitos os elementos de ligação, como mostrado na Fig. 14. Na área danificada os outros elementos, *SOLID 185* e *SHELL181*, são feitos normalmente. No restante da placa os elementos são idênticos aos da placa íntegra.

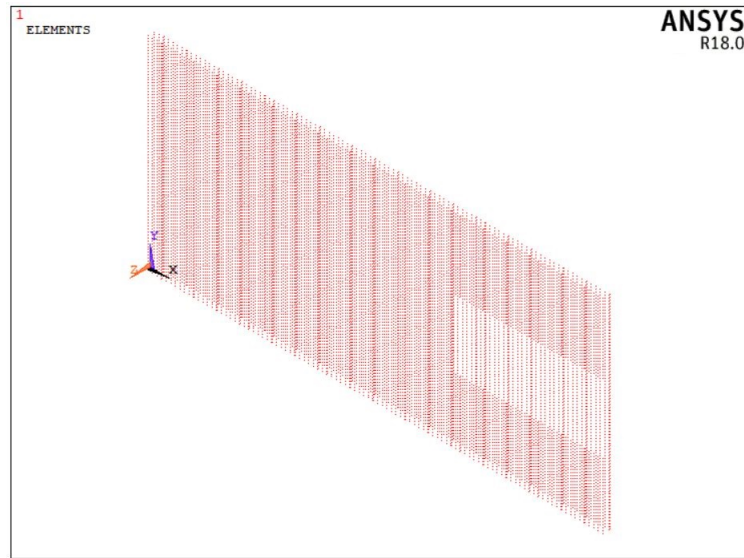


Figura 14 – Elementos de conexão. Sem elementos *COMBIN 14* na área danificada.

### 3.2.3 Simulação

#### 3.2.3.1 Harmônica

A simulação harmônica é feita para o levantamento das FRFs nos 136 pontos de medição, de acordo com a Fig. 15. O mesmo procedimento do modelo anterior é efetuado nessa simulação. A faixa de frequência analisada é de 0 Hz até 1000 Hz e há a adição dos valores de fator de amortecimento (Tab. 10) para as oito primeiras frequências naturais. O ponto de excitação no painel é o C4.

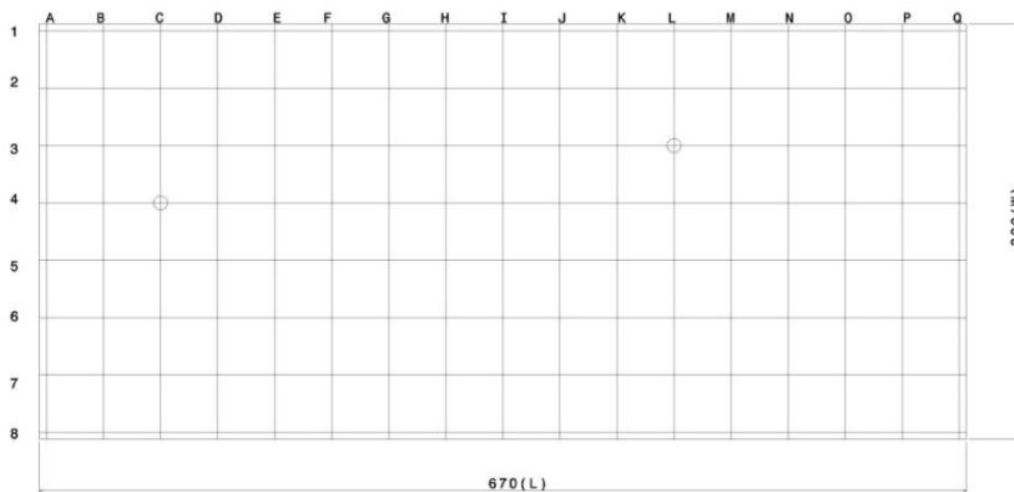


Figura 15 – Divisão do painel 670 x 300. Retirada de [Domingues \(2017\)](#).

Tabela 10 – Fatores de amortecimento dos oito primeiros modos de vibração. Valores retirados de [Domingues \(2017\)](#).

Modo de vibração	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
Fator de amortecimento	0.01	0.012	0.03	0.006	0.003	0.0033	0.007	0.3

### 3.3 Tratamento das matrizes

As matrizes de rigidez e massa advindas do *Ansys* são disponibilizadas em formato Harwell-Boeing, ainda não tratáveis diretamente no Matlab. Para isso essas matrizes passam por um tratamento dentro do Matlab e são convertidas em matrizes esparsas.

Para haver comparação com um modelo físico, as matrizes  $[K]$  e  $[M]$  devem possuir a mesma dimensão da matriz de modo experimental  $[\Phi]$ . Desta forma, as matrizes esparsas passam por uma rotina de redução. Essa rotina é um método de condensação dinâmica de matrizes ([WENG et al., 2017](#)).

Segundo [Weng et al. \(2017\)](#), um método de condensação de matrizes consiste em selecionar os graus de liberdade de interesse, esse graus de liberdade são chamados de mestres, e remover os demais graus de liberdade, chamados de escravos. Desta forma, a equação de vibração de uma estrutura com  $N$  graus de liberdade expressa por Eq. 2.4 é reescrita na forma da Eq. 3.1

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm}^T & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_m(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}_s(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm}^T & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_m(t) \\ \mathbf{x}_s(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m(t) \\ \mathbf{F}_s(t) \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

onde  $x_m$  representa os graus de liberdade mestres,  $x_s$  representa os graus de liberdade escravos.

Os graus de liberdade escravos não podem ser ignorados em um processo de redução matricial, desta forma, há um procedimento que relaciona os graus de liberdade mestres e escravos através de uma matriz de transformação  $\mathbf{T}$  (Eq. 3.2).

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Onde  $\mathbf{I}_m$  é a matriz identidade de dimensão  $n_m \times n_m$ ,  $\mathbf{t}$  é uma matriz de transformação iterativa que depende das matrizes reduzidas de rigidez e massa e é calculada usando a Eq. 3.5. As matrizes de rigidez e massa reduzidas,  $[K_r]$  e  $[M_r]$  respectivamente, para um sistema sem amortecimento e sem forças externas podem ser escritas, segundo [Weng et](#)

al. (2017), na forma das Eqs. 3.3 e 3.4.

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{K}_{mm} + \mathbf{K}_{ms}\mathbf{t}_G + \mathbf{t}_d\mathbf{K}_{ss}\mathbf{t}_d \quad (3.3)$$

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{M}_{mm} + \mathbf{M}_{ms}\mathbf{t}_G + \mathbf{t}_G^T(\mathbf{M}_{ms}^T + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{t}_G) + \mathbf{t}_d^T(\mathbf{M}_{ms}^T + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{t}_G) + (\mathbf{M}_{ms} + \mathbf{t}_G^T\mathbf{M}_{ss})\mathbf{t}_d\mathbf{M}_{ss}\mathbf{t}_d \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{t}_d$  e  $\mathbf{t}_G$  são matrizes de transformação que relacionam os graus de liberdade mestres e escravos. Essas matrizes são calculadas a partir das Eqs. 3.6 e 3.7 respectivamente.

$$\mathbf{t} = -\mathbf{K}_{ss}^{-1}(\mathbf{M}_{ms}^T + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{t})\mathbf{M}_r^{-1}\mathbf{K}_r + \mathbf{t}_d = \mathbf{t}_G\mathbf{e}\mathbf{t}_d \quad (3.5)$$

$$\mathbf{t}_G = -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{ms}^T \quad (3.6)$$

$$\mathbf{t}_d = -\mathbf{K}_{ss}^{-1}(\mathbf{M}_{ms}^T + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{t})\mathbf{M}_r^{-1}\mathbf{K}_r \quad (3.7)$$

Ressalta-se que as Eqs. 3.3 e 3.4 podem ser escritas segundo as Eqs. 3.8 e 3.9.

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{T}^T\mathbf{K}\mathbf{T} = (\mathbf{K}_{mm} + \mathbf{K}_{ms}\mathbf{t}) + \mathbf{t}^T(\mathbf{K}_{ms}^T + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{t}) \quad (3.8)$$

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{T}^T\mathbf{M}\mathbf{T} = (\mathbf{M}_{mm} + \mathbf{M}_{ms}\mathbf{t}) + \mathbf{t}^T(\mathbf{M}_{ms}^T + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{t}) \quad (3.9)$$

Para o presente trabalho, todos os pontos de medição experimental das duas placas são selecionados e os graus de liberdade mestres são os de deslocamento na direção normal à maior superfície da placa, ou seja, os graus de liberdade na direção  $z$ .

Por exemplo, a matriz de rigidez local de um elemento *shell 181* possui dimensão de 24 x 24 representando o número de nós e seus graus de liberdade, como a seleção será em todos os nós e apenas em um grau de liberdade específico (UZ), deve-se selecionar a terceira, a nona, a décima quinta e a vigésima primeira colunas da matriz de rigidez. Os valores dessas colunas são armazenados em um vetor para a formação da matriz  $[\mathbf{K}_{mm}]$  e as outras colunas formam a matriz  $[\mathbf{K}_{ss}]$ . O mesmo raciocínio é eventualmente aplicado aos outros elementos.

A matriz de rigidez global da placa 1<sup>4</sup> tem dimensão 294 x 294 e deseja-se reduzi-la para uma matriz 49 x 49, para isso uma rotina em *Matlab* foi criada. O programa armazena

<sup>4</sup> Convencionou-se a chamar de placa 1 o painel com dimensões 300 x 280 mm e de placa 2 o painel com dimensões 670 x 300 mm

cada um dos seis graus de liberdade em vetores específicos, ou seja,  $UX$  é armazenado em um vetor  $a1$ ,  $UY$  é armazenado em um vetor  $a2$  e assim sucessivamente. A matriz de rigidez global placa 2 tem dimensão  $360000 \times 360000$  e deseja-se reduzi-la para uma matriz  $136 \times 136$  e o mesmo procedimento efetuado na placa 1 é efetuado na placa 2. Desta forma é possível reescrever a equação de vibração da placa na forma explicitada pela Eq. 2.4.

O algoritmo de separação dos graus de liberdade e o algoritmo de condensação matricial foram unidos em um programa chamado *reducao.m* disponível no Anexo B. A entrada desse programa são as matrizes  $[K]$  e  $[M]$  em formato esparsa, a saída do programa são as matrizes reduzidas  $[K_r]$  e  $[M_r]$  com dimensão seis vezes menor do que as matrizes de entrada. O programa efetua um cálculo iterativo comparando os autovalores das matrizes reduzidas e das matrizes cheias para a determinação da matriz de transformação  $t$ , esse cálculo é encerrado com um critério de parada baseado no erro entre os autovalores.

## 3.4 Toolbox Easymod

O *Toolbox Easymod* é uma ferramenta que possibilita a leitura dos dados gerados por uma análise modal experimental e extração de parâmetros modais, essa ferramenta utiliza método *least-square complex exponential* (LSCE) para a extração dos modos de vibração da placa (KOUROUSSIS LASSAAD BEN FEKIH; VERLINDEN, 2012).

Através do extensivo uso dessa ferramenta, verificou-se que a escolha do analista é crítica para que o *Easymod* forneça valores corretos. Deve-se escolher um valor de convergência para a frequência e para o coeficiente de amortecimento. A Figura 16 mostra um diagrama de estabilização, onde a função de resposta em frequência é plotada com pontos em azul, vermelho e verde. Os pontos em azul indicam que não houve convergência dos valores para a frequência, enquanto que os pontos em vermelho e em verde indicam que o método LSCE converge para frequência e para o coeficiente de amortecimento. O analista deve escolher qual é a iteração que entrega os valores corretos de frequência natural e coeficiente de amortecimento. Ao final do processo, a saída disponibilizada pela *toolbox* são os modos de vibração da placa.

A interferência do analista é um grande empecilho para a automatização do método de Monte Carlo, desta forma, foi observado que, para a variação desejada, os valores de frequência convergiam a partir da décima iteração com um erro inferior a 1% no valor da frequência e 5% no valor do coeficiente de amortecimento. Portanto, escolher sempre uma iteração acima da convergência desses valores permite a automatização do processo.

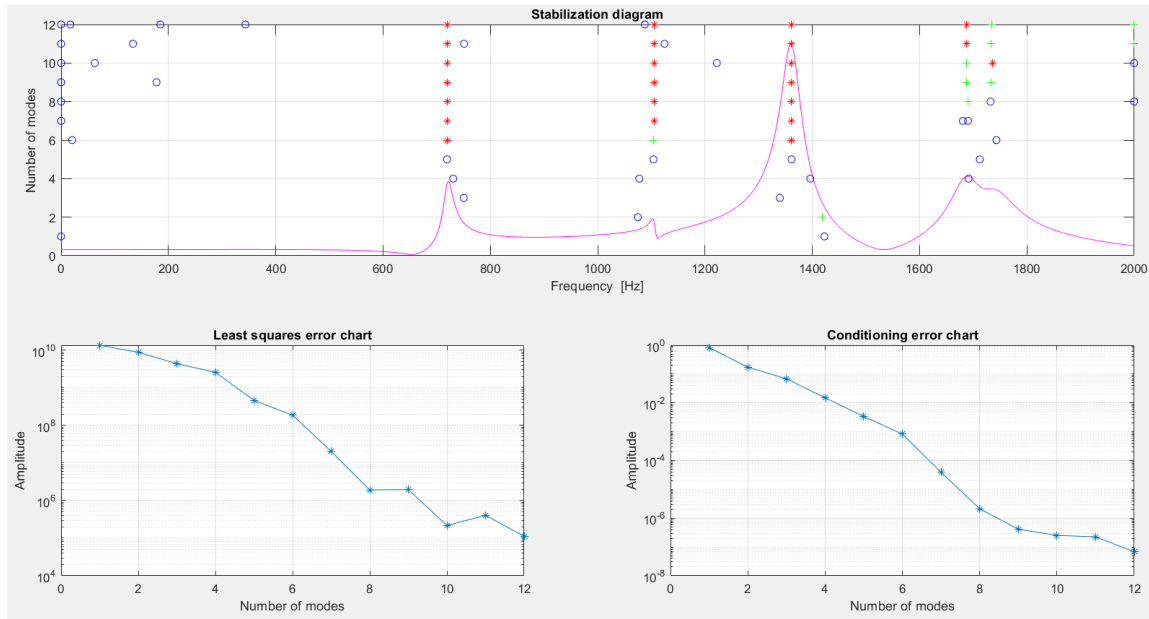


Figura 16 – Exemplo de diagrama de estabilização gerado pelo *Easymod*. Imagem autoral.

### 3.5 Identificação de dano

As placas são divididas em nove regiões, como mostrado nas Figs. 17 e 18 onde cada região possui sua própria matriz de rigidez  $[K_i]$ . Para simular o dano da placa 1 diminuiu-se o módulo de elasticidade de uma das faces em 10 %. Para simular do dano de delaminação na placa 2, os elementos de conexão da região danificada não são criados, buscando reproduzir o efeito de descolamento da face.

Uma rotina em *Matlab* é construída com base no método de energia de deformação. As matrizes  $[K_r]$  e  $[M_r]$  e os vetores de forma modal  $\phi$  da placa íntegra são carregados na inicialização do programa. Os vetores de forma modal da placa danificada são obtidos através do *easymod*, que faz o pós-processamento de uma análise modal experimental.

A implementação das Eqs. 2.6 a 2.11 geram um indicador de dano  $Z_j$ . O subíndice  $j$  refere-se a região, o maior valor de  $Z_j$  indica a região do dano.

### 3.6 Simulação de Monte Carlo

Para verificar a eficácia do método de energia de deformação, 393 simulações de Monte Carlo foram feitas para a placa 1 considerando a variação do módulo de elasticidade da face da área danificada e módulo de elasticidade da área íntegra constante. Para a placa 2, foram efetuadas 540 simulações de Monte Carlo com a variação do módulo de elasticidade de face.

Segundo Jr (2017), não se deve arbitrar distribuições de probabilidade para propriedades físicas. Seja  $K$  variável aleatória que representa uma propriedade física, uma



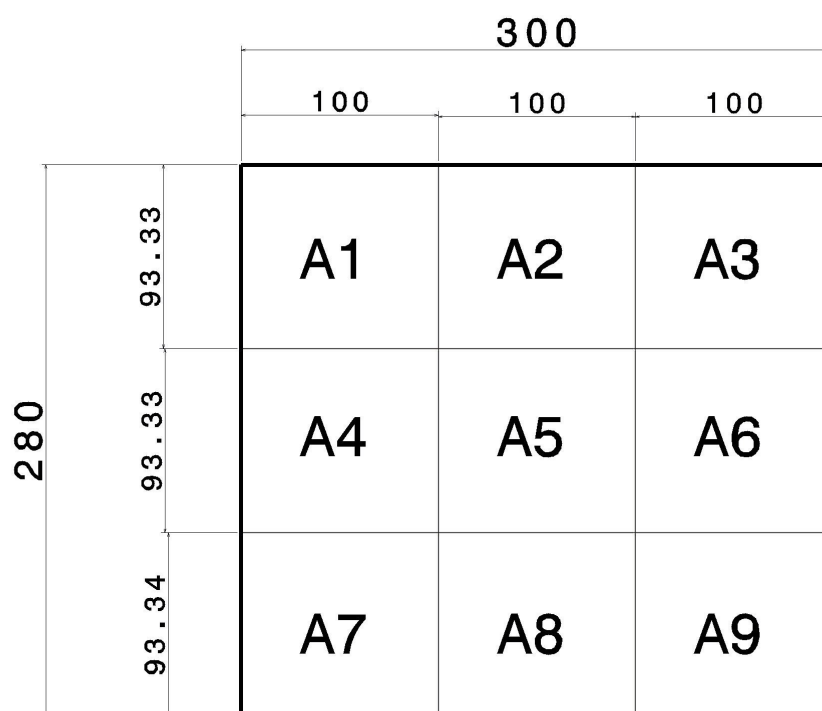


Figura 17 – Divisão da placa 1 em nove regiões. Valores em milímetros.

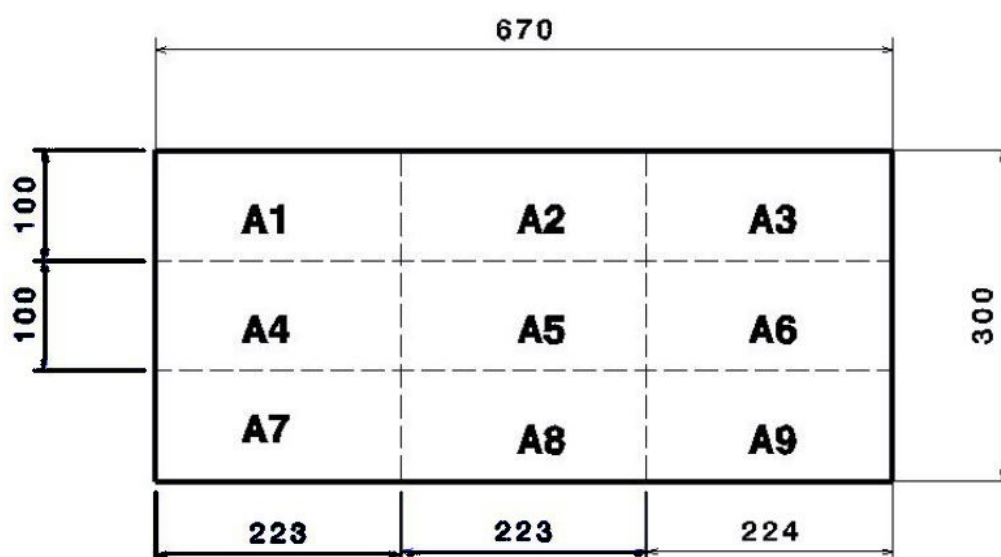


Figura 18 – Divisão da placa 2 em nove regiões. Valores em milímetros.

distribuição deve obedecer as seguintes condições:

- $P_K \subseteq (0, +\infty)$ , ou seja, a probabilidade de se encontrar valores de  $K$  menores que zero não existe
- $E\{K\} = K > 0$ , ou seja, a média de  $K$  deve ser maior que zero.
- $E\{K^2\} \leq +\infty$ , ou seja, a variância deve ter um valor finito;
- $E\{K^{-2}\} \leq +\infty$

Ainda, segundo Jr (2017), a distribuição Gama satisfaz todas essas condições e é uma escolha aceitável. Desta forma, para simular a variação do módulo de elasticidade em ambos os casos, a distribuição Gama será usada e o desvio padrão atribuído a cada caso será 10% da média do valor do módulo de elasticidade. A Figura 19 mostra a densidade de probabilidade de entrada do modelo estocástico.

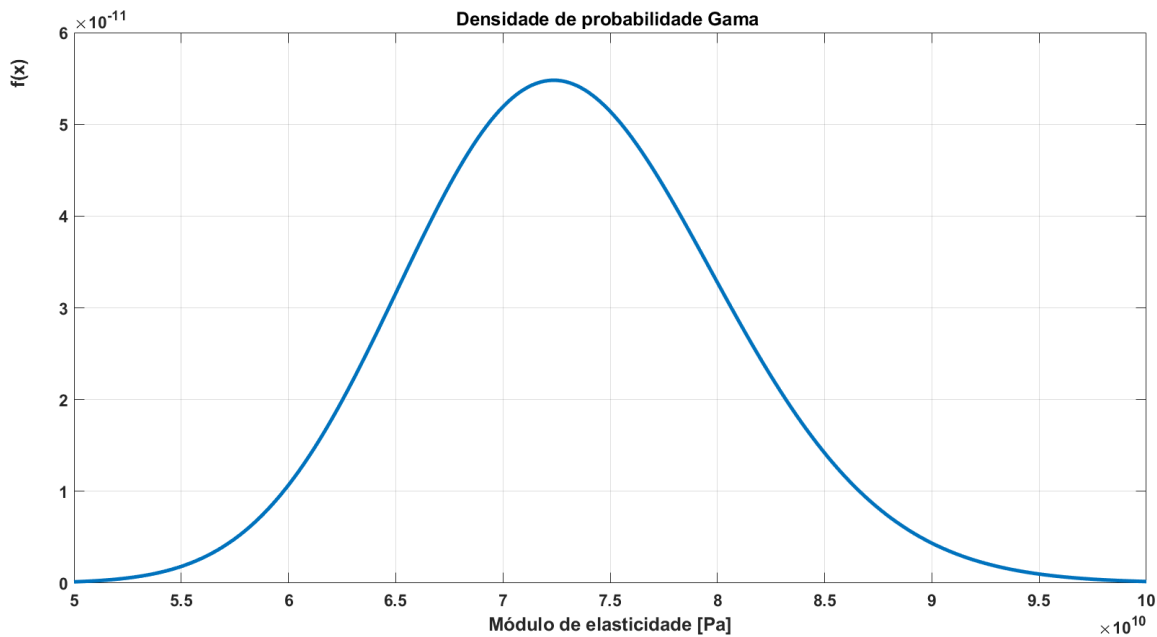


Figura 19 – Função densidade de probabilidade de entrada. Imagem autoral.

### 3.7 Análise estatística

Os dados sobre os indicadores de dano na placa são organizados em *boxplot* para a melhor visualização da dispersão desses dados e comparação entre os indicadores de dano de cada região. Posteriormente, com os dados da região danificada de cada placa, é feito um histograma de frequências e sua adequação a uma distribuição de probabilidade apropriada usando a aplicação disponível no *Matlab* chamada de *Distribution Fitter*, que usa o método da máxima verossimilhança para estimação de parâmetros de distribuição de probabilidade.

Para validar o sucesso ou o fracasso do processo de detecção de dano, a variável aleatória  $Z_j$ , onde  $j$  indica a região danificada, deve ser maior do que os outros indicadores. Desta forma, oito novas variáveis aleatórias são criadas. Seja  $Z_{ji} = Z_i/Z_j$  a variável aleatória que indica o sucesso do processo para  $Z_{ji} \geq 0$ , onde  $i$  é o número da região variando de 1 a 9.  $Z_{ji}$  será chamada de indicador de sucesso. As condições de sucesso são:

- $Z_{ji} < 1 \rightarrow$  sucesso;
- $Z_{ji} \geq 1 \rightarrow$  fracasso;



## 4 Resultados preliminares

Uma análise estatística preliminar do método de detecção de danos é feita com o modelo mais simplificado. A região escolhida para aplicar o dano foi a região 1 da placa 1.

### 4.1 Resultados da primeira rodada de simulações

A primeira rodada de simulações consistiu em 393 simulações de Monte Carlo com a variação do módulo de elasticidade da região danificada. A média considerada foi o valor nominal do módulo de elasticidade 73,1 MPa e desvio padrão de 7,31 MPa. A Figura 20 mostra a variação de resultados obtidos para o indicador de dano em cada região da placa.

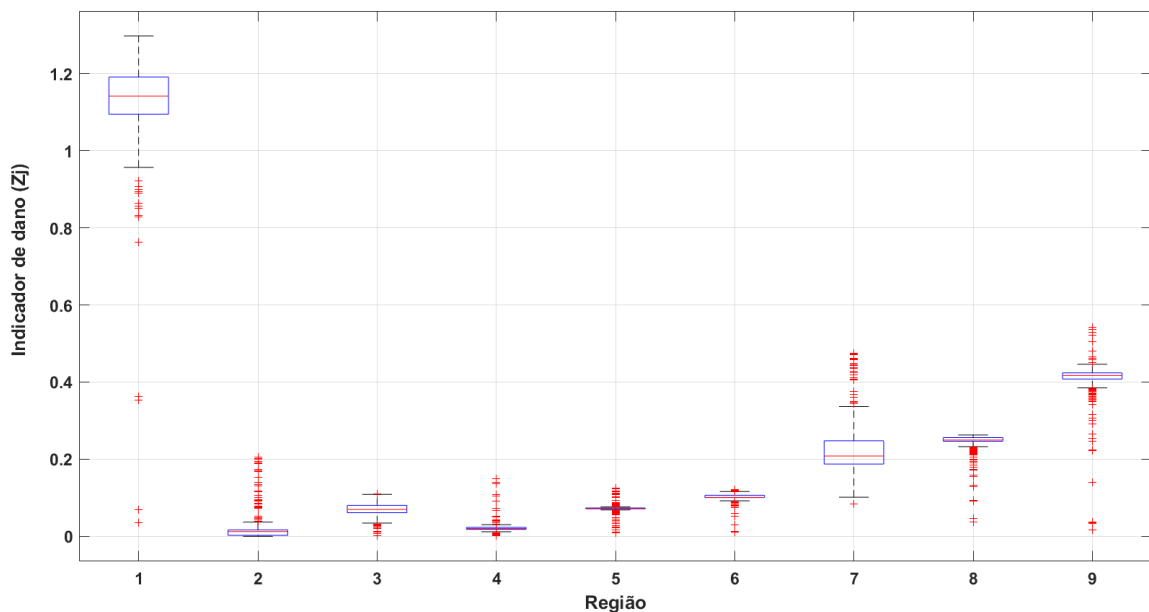


Figura 20 – *Boxplot* dos indicadores de dano em cada região.

Nota-se que os valores do indicador de dano da região 1, onde de fato está localizado o dano, mostram que o 25<sup>o</sup> percentil encontra-se em 1,0947, ou seja, 75% dos valores do indicador  $Z_1$  encontram-se acima desse valor.

O maior valor da função de verossimilhança indica que uma curva ajusta-se melhor aos dados do que outra, no caso, a distribuição Weibull ajusta-se melhor aos dados do que a distribuição exponencial e a distribuição Gama. Destaca-se o fato de que o maior valor de dano nas outras regiões ser de 0,54206 e pertencer a região de número 9. A região 1 apresenta 20 medidas discrepantes, ou seja, 5,09% estão fora do intervalo  $[0, 95681; 1, 2974]$ .

A Tabela 11 mostra os valores do logaritmo da verossimilhança para as distribuições que não possuem valores negativos, desta forma, exclui-se da análise a distribuição normal. A Figura 21 mostra a tentativa de ajuste de curva nas distribuições Gama e Weibull, percebe-se visualmente o que é comprovado matematicamente que a distribuição Weibull é a melhor curva para o ajuste dos dados do indicador  $Z_1$ .

Tabela 11 – Valores de *Log-Likelihood* de cada distribuição para o indicador  $Z_1$

Distribuição	<i>Log-Likelihood</i>
Exponencial	-439,225
Gama	21,0862
Weibull	267,965

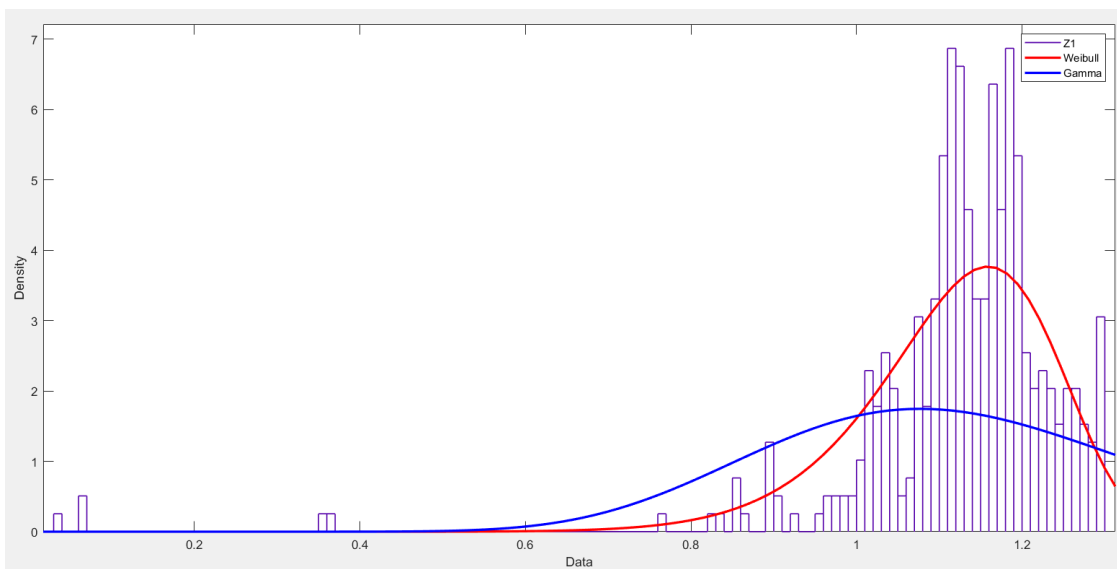


Figura 21 – Ajuste de curva para  $Z_1$ .

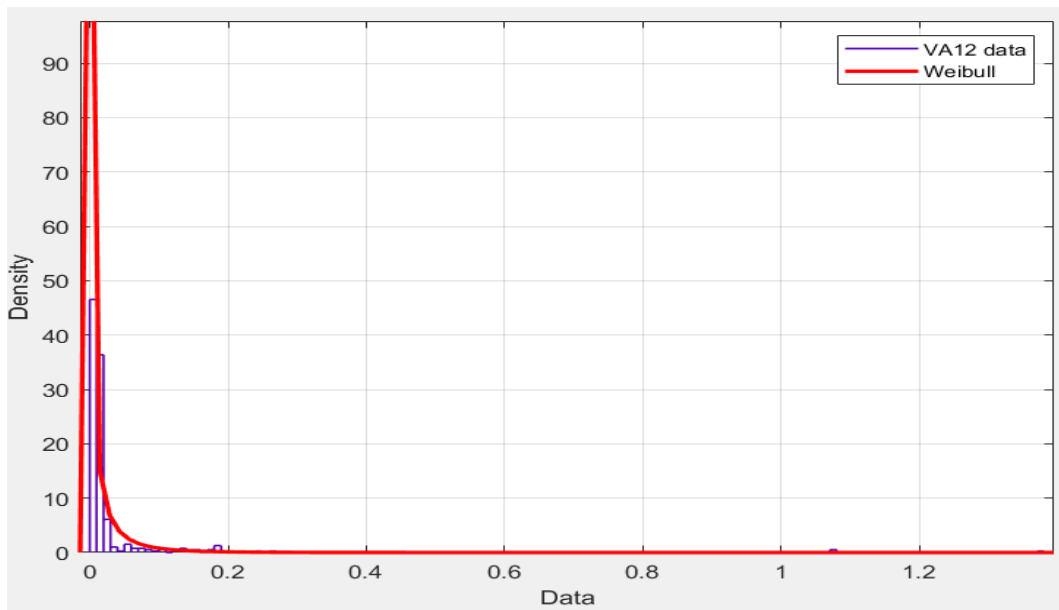
Para a estimação de parâmetros, com um nível de confiança de 95%, os valores do fator de forma  $\beta$  e do fator de escala  $\theta$  são, respectivamente, 11,9156 e 1,1674. A média é de 1,11845 e a variância é de 0,013.

#### 4.1.1 Indicadores de sucesso

Os indicadores de sucesso  $Z_{12}, Z_{13}, Z_{14}, Z_{16}, Z_{17}$  e  $Z_{18}$  apresentam alguns valores acima de 1, ou seja, o método falhou em identificar o dano na região correta. Todavia, os indicadores de sucesso  $Z_{15}$  e  $Z_{19}$  acusaram sucesso do método em todas as 393 simulações de Monte Carlo. A modelagem dos dados deu-se a partir de uma distribuição Weibull. A Tabela 12 mostra os valores da função de verossimilhança do ajuste da curva aos dados, o fator de forma  $\beta$  estimado e o fator de escala  $\theta$ . As Figuras 22 à 29 mostram a distribuição adequada para cada indicador de sucesso.

Tabela 12 – Valores dos parâmetros da distribuição Weibull para cada indicador de sucesso.

Indicador	Log-likelihood	Parâmetros	
		$\beta$	$\theta$
$Z_{12}$	1198,47	0,594874	0,01426
$Z_{13}$	733,019	1,42624	0,07417
$Z_{14}$	938,107	0,752138	0,02817
$Z_{15}$	827,943	1,88392	0,07389
$Z_{16}$	642,274	1,65165	0,107254
$Z_{17}$	310,687	1,63951	0,24355
$Z_{18}$	469,71	2,80306	0,24247
$Z_{19}$	509,721	4,81113	0,381648

Figura 22 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{12}$ 

A partir dos parâmetros da Tab. 12, pode-se calcular a probabilidade de cada indicador ser maior do 1 efetuando uma integração da FDP de 1 até infinito. A Tabela 13 mostra, na segunda coluna, o valor de probabilidade de cada indicador ter um valor maior que 1, indicando falha na detecção de dano e na terceira coluna os valores complementares aos da segunda coluna indicam a probabilidade do sucesso do método. A probabilidade do método indicar dano na região 1 é o produto das probabilidades individuais de cada indicador ser menor do que 1, ou seja, é o produto dos valores indicados na terceira coluna da Tab. 13.

Constata-se que, para o cenário da primeira rodada de simulações, o processo de detecção de dano é bem sucedido em 99,9956% dos casos.

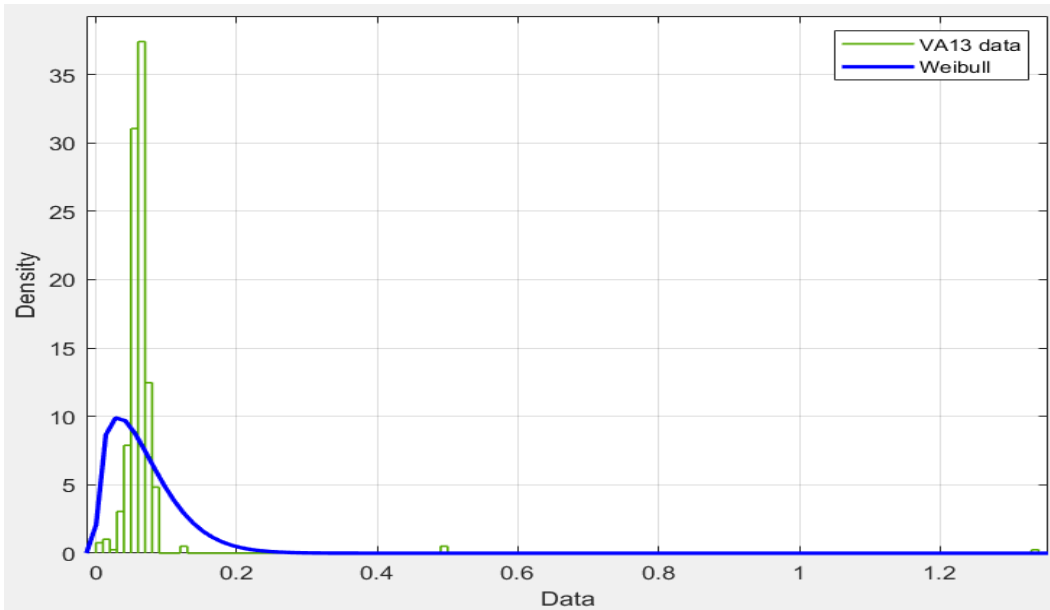


Figura 23 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{13}$

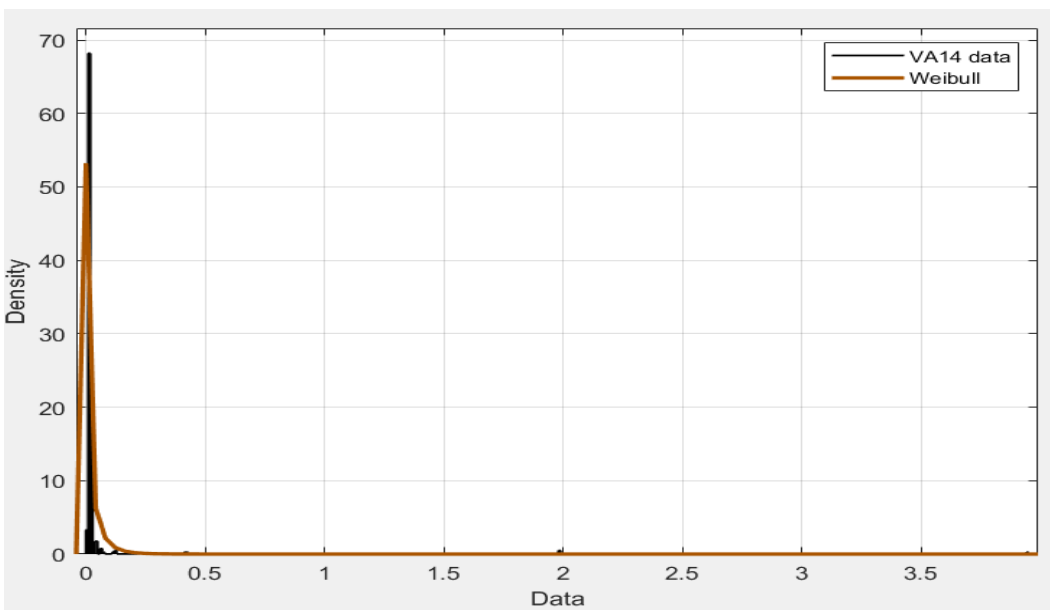
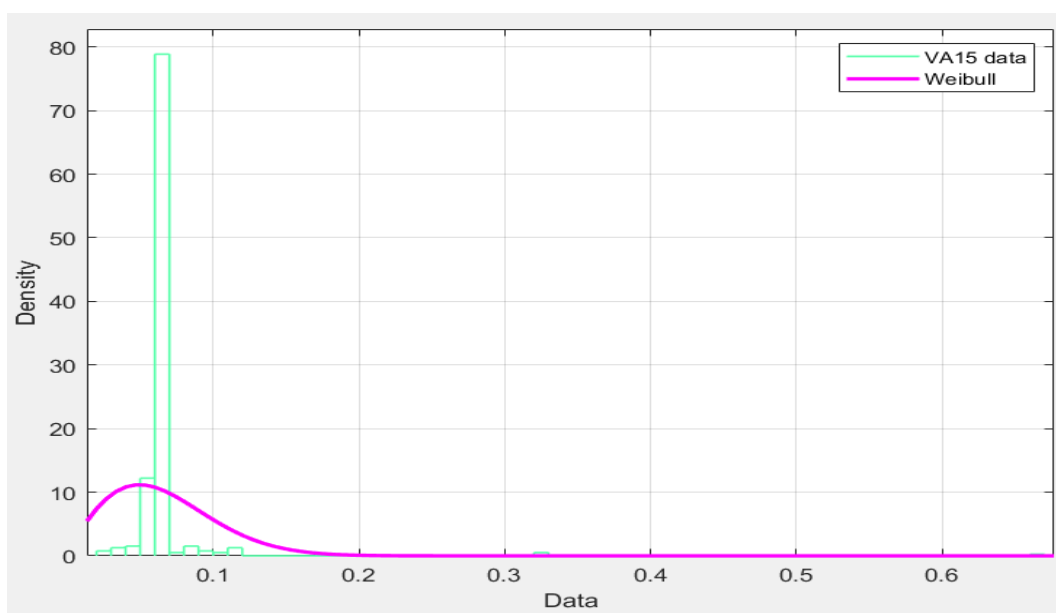
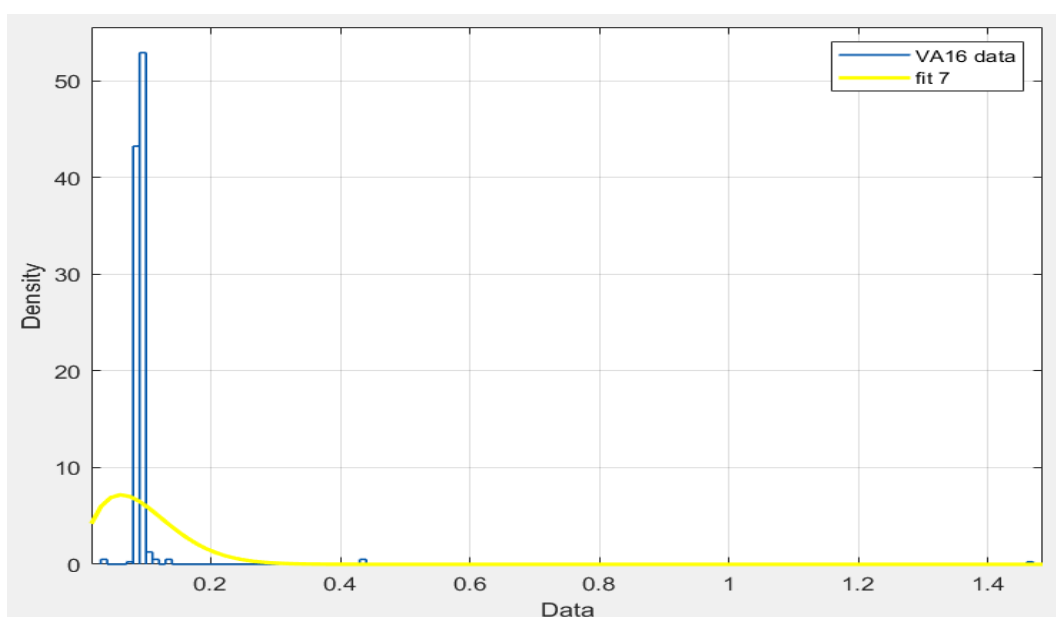


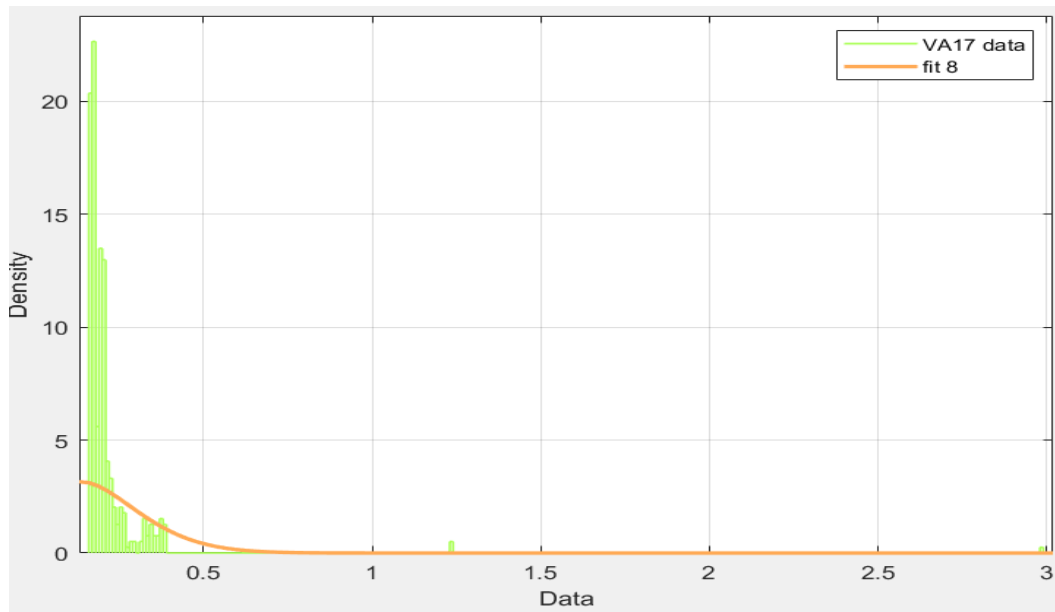
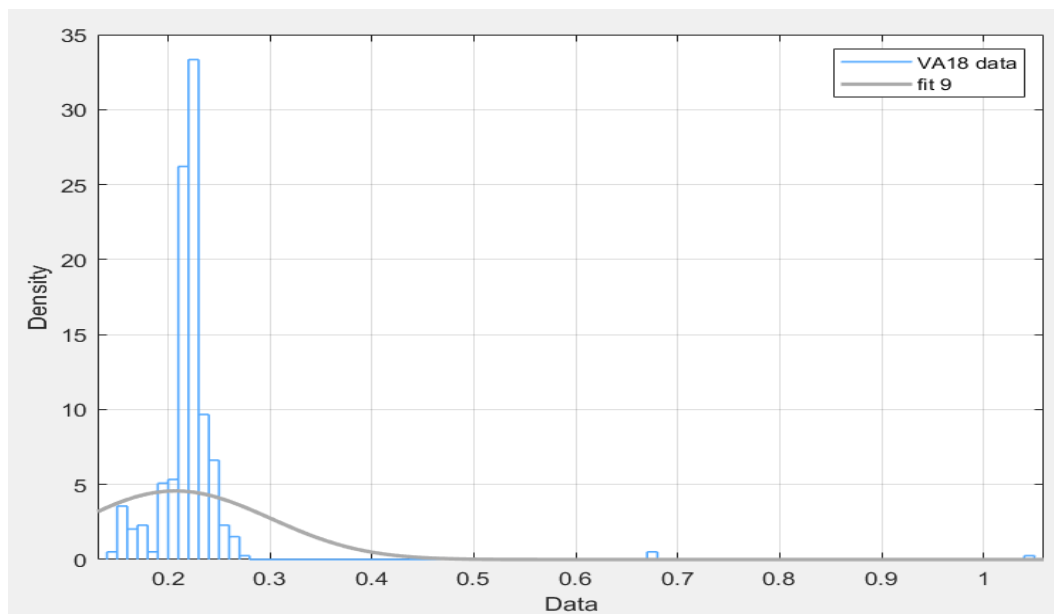
Figura 24 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{14}$

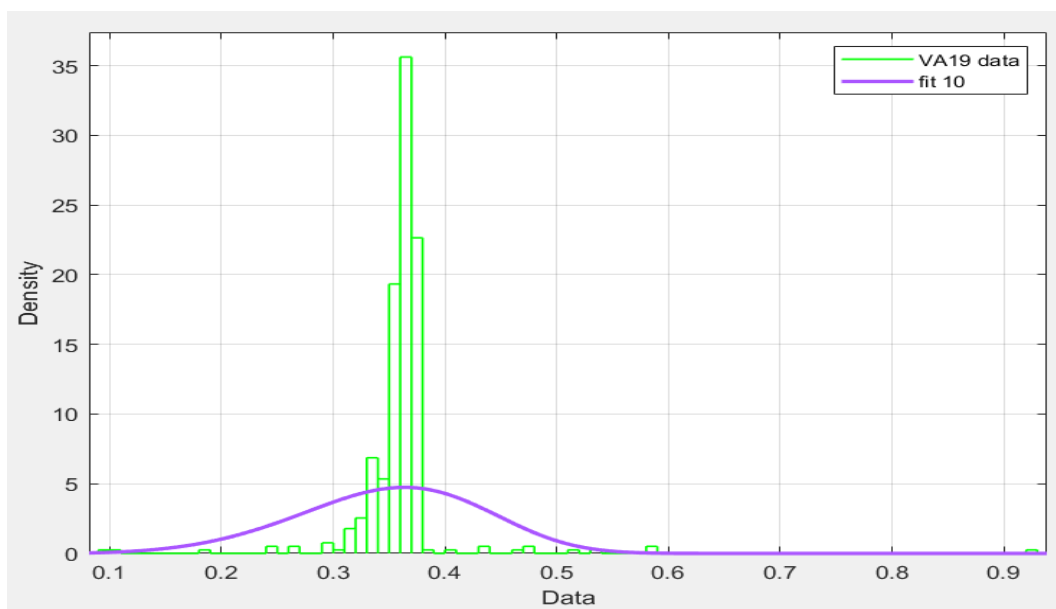
Tabela 13 – Probabilidade de cada indicador de sucesso ter um valor maior do que 1.

Indicador	$P(Z_{1i} > 1)$	$1 - P(Z_{1i} > 1)$
$Z_{12}$	$3,6754 \cdot 10^{-6}$	0,999996324
$Z_{13}$	$1,7922 \cdot 10^{-18}$	1
$Z_{14}$	$4,3281 \cdot 10^{-7}$	0,999999567
$Z_{15}$	$1,6867 \cdot 10^{-59}$	1
$Z_{16}$	$4,5071 \cdot 10^{-18}$	1
$Z_{17}$	$3,9805 \cdot 10^{-5}$	0,999960195
$Z_{18}$	$8,9794 \cdot 10^{-24}$	1
$Z_{19}$	$1,9253 \cdot 10^{-45}$	1



Figura 25 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{15}$ Figura 26 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{16}$

Figura 27 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{17}$ Figura 28 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{18}$

Figura 29 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{19}$



## 5 Resultados e Discussão

A construção de um modelo mais complexo da placa 2 delaminada levou a modos de vibração muito diferentes daqueles encontrados na placa íntegra <sup>1</sup>, desta forma, este capítulo dedica-se a explicar essas diferenças e como esse problema foi contornado na análise de detecção de danos e ao final analisar estatisticamente os resultados gerados. Alguns detalhes da construção do código de detecção de dano são mencionados. Basicamente os mesmos procedimentos adotados no capítulo anterior são adotados nesse capítulo para a parte de análise estatística, com exceção do estudo de qual é a melhor distribuição de probabilidade para os dados a partir da medida de *Log-Likelihood*, assume-se diretamente que os dados podem ser ajustados com uma distribuição Weibull.

### 5.1 Modo de vibração local

A placa íntegra possui 5 modos de vibração até 750 Hz. Esses modos são mostrados nas Figs. 30, 31, 32, 33, 34. Entretanto, a placa com dano de delaminação possui os mesmos modos de vibração da placa íntegra e alguns modos locais, em que apenas a região delaminada é afetada por essa frequência. Exemplo de modo de vibração local é mostrado na Fig. 35. Esses modos locais que aparecem nas simulações efetuadas pelo software *Ansys* não existem numa análise modal experimental, porque na simulação numérica o efeito de não-linearidade é ignorado. Em um experimento, a parte delaminada pode se deslocar em uma direção normal à sua superfície no sentido "para fora" da placa, porém ela não pode se deslocar no sentido contrário porque haverá um contato com a núcleo de placa.

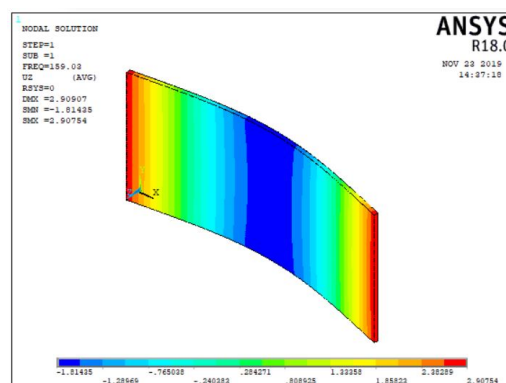


Figura 30 – Primeiro modo de vibração global em 159 Hz da placa íntegra. Flexão simples na direção  $x$ .

<sup>1</sup> Nesse texto, os modos encontrados na placa íntegra são chamados de modos globais.

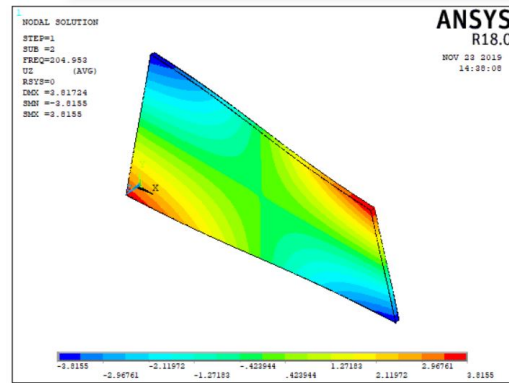


Figura 31 – Segundo modo de vibração global em 204,95 Hz da placa íntegra. Torção no plano  $xy$ .

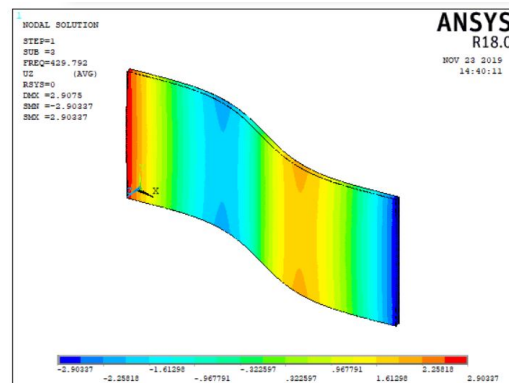


Figura 32 – Terceiro modo de vibração global em 429,8 Hz da placa íntegra. Flexão na direção  $x$  com dois nós.

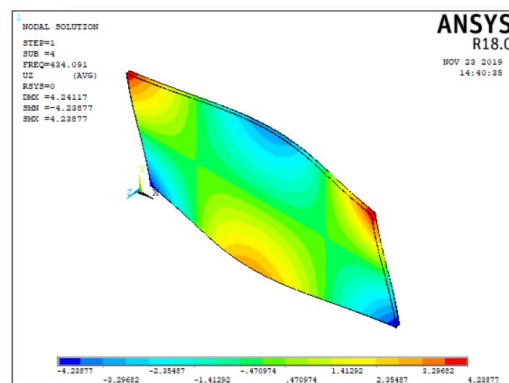


Figura 33 – Quarto modo de vibração global em 434,1 Hz da placa íntegra. Segundo modo de torção no plano  $xy$ .

## 5.2 Comparação das FRFs das placas

A FRF de uma placa íntegra e de uma placa danificada são mostradas na Fig. 36. Constata-se que os modos locais aparecem na FRF e podem contaminar uma análise modal indicando modos de vibração que não existem em uma placa real. Na curva em

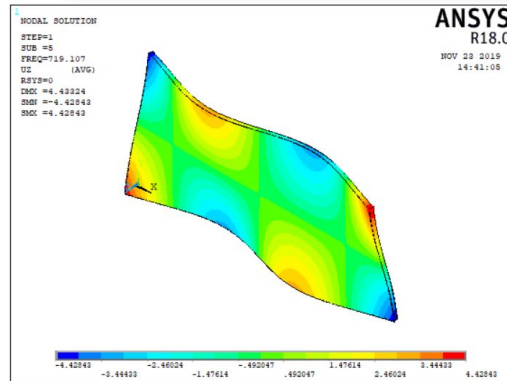


Figura 34 – Quinto modo de vibração global em 728 Hz da placa íntegra. Terceiro modo de torção no plano  $xy$

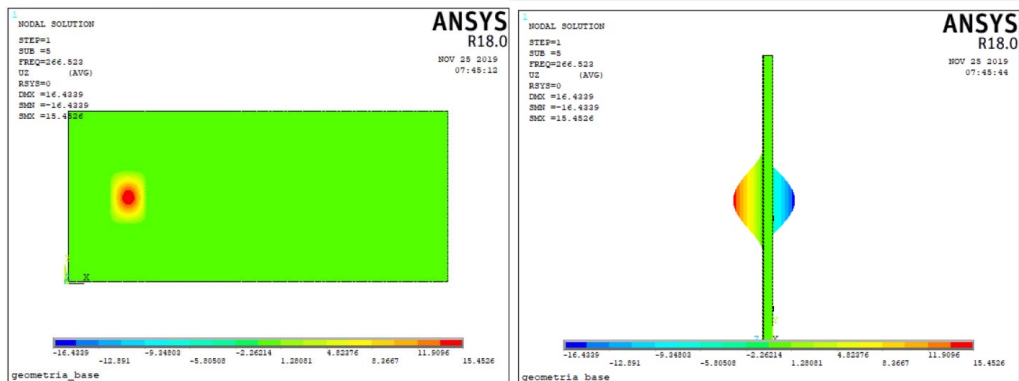


Figura 35 – Modo de vibração local em 266 Hz. Vistas superior e lateral

preto da Fig. 36, nota-se que há 15 picos na curva de magnitude os picos de magnitude que são levados em consideração nas análises são os picos que correspondem aos modos que aparecem na placa íntegra.

Os fatores de amortecimento utilizados na simulação da placa danificada são os mesmos daqueles utilizados na simulação da placa íntegra, porém, para os modos locais, o valor de fator de amortecimento é o maior entre dois modos de vibração global.

### 5.3 Extração dos modos de vibração via *EasyMod*

A utilização do *toolbox EasyMod* para identificar os modos e as frequências naturais da placa íntegra indica 8 modos de vibração até 1000 Hz, enquanto que, para a placa danificada, indica 16 modos de vibração e frequências naturais. Na análise da placa danificada, afim de identificar os modos de vibração correspondentes aos modos de vibração da placa íntegra, utilizou-se o MAC para garantir paridade entre os modos de vibração, desta forma foi possível eliminar os modos locais e eventuais modos fantasmas <sup>2</sup>. Outro

<sup>2</sup> Um modo fantasma é um modo identificado pela ferramenta de análise modal (*Easymod*) que não existe na realidade. Esse modo aparece devido a algum equívoco do analista ao selecionar os resultados.

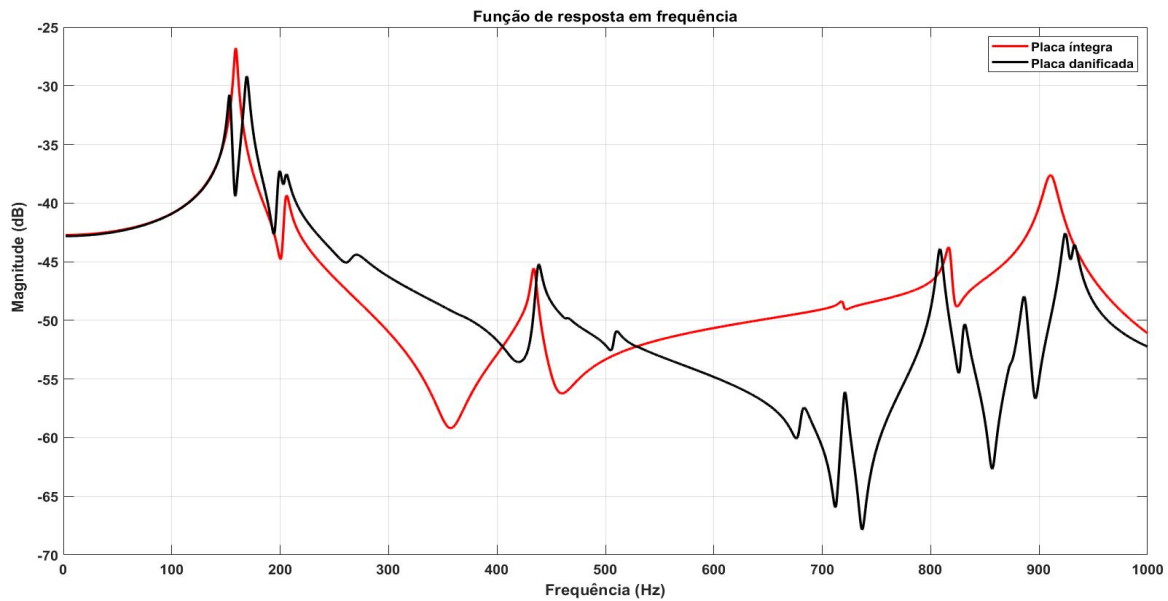


Figura 36 – Comparação entre FRFs das placas íntegra e danificada no ponto C4.

critério de seleção de modos foi a frequência natural, que não poderia variar mais do que 7,5% da frequência natural correspondente ao modo de vibração da placa íntegra.

Os pontos de medição das FRFs foram na face em que existe o dano de delaminação, desta forma as entradas do vetor do modo de vibração correspondentes a área delaminada estão com magnitude muito maiores do que o restante dos outros valores do vetor em questão. Desta forma, o vetor foi normalizado e comparado com o vetor de modo de vibração da placa íntegra. O MAC correspondente era superior a 0,4, o que indicaria que não há paridade, porém, devido a essa grande deformação local, esse valor é aceitável, visto que os modos selecionados representam corretamente os modos globais <sup>3</sup>, como mostrado na Fig. 37.

## 5.4 Utilização do MSE

O MSE leva em consideração no cálculo de energia de deformação a quantidade de modos. O número de modos de vibração varia de análise para análise, sendo cinco a maior quantidade. Essa variação deve-se ao fato do *Easymod* não ser capaz de identificar corretamente todos os cinco primeiros modos de vibração correspondentes na análise da placa danificada, portanto há casos de apenas de três ou quatro modos de vibração serem levados em consideração no cálculo do indicador de dano.

A Figura 38 mostra um resultado típico da análise de danos. Esse resultado indica dano na região 4.

<sup>3</sup> Modo global é o modo de vibração correspondente ao modo de vibração da placa íntegra.



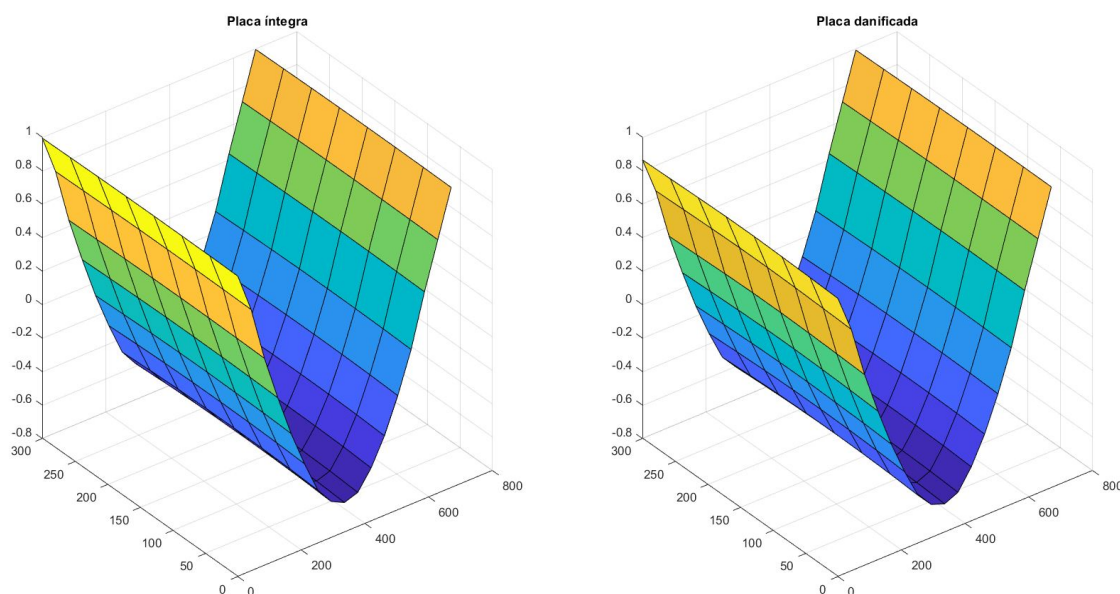


Figura 37 – Comparação entre as formas modais da placa íntegra e da placa danificada após análise no *Easymod* e algoritmo de seleção.

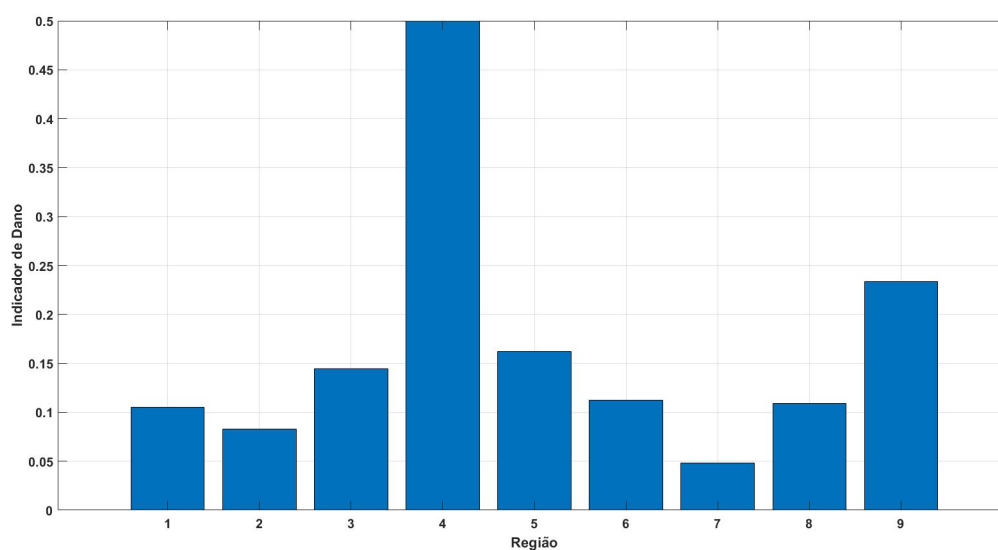


Figura 38 – Resultado da identificação de dano.

## 5.5 Resultados da simulação de Monte Carlo

A rodada de simulações consistiu em 540 simulações de Monte Carlo com a variação do módulo de elasticidade da região danificada. A média considerada foi o valor nominal do módulo de elasticidade 73,1 MPa e desvio padrão de 7,31 MPa. A Figura 39 mostra a variação de resultados obtidos para o indicador de dano em cada região da placa.

Nota-se que os valores do indicador de dano da região 4, onde de fato está localizado o dano, mostram que o 25º percentil encontra-se em 0,9877, ou seja, 75% dos valores do indicador  $Z_4$  encontram-se acima desse valor. Os valores dos indicadores de dano das

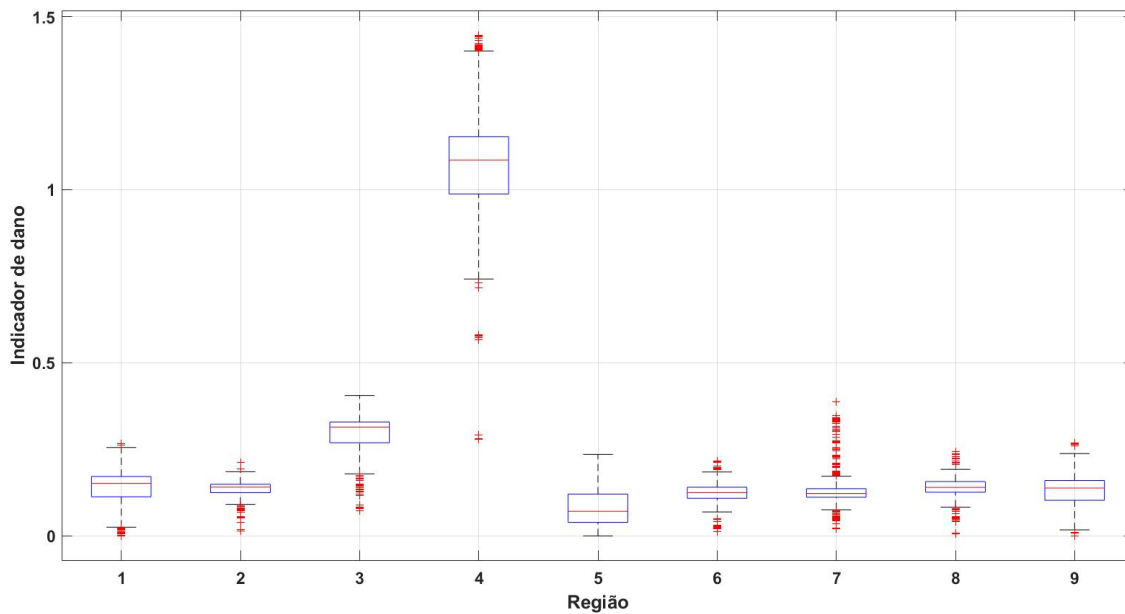


Figura 39 – *Boxplot* dos indicadores de dano em cada região.

outras regiões estão muito abaixo dos valores encontrados na região 4. Apenas com esse gráfico, visualmente, percebe-se que o método funciona bem para o tipo de dano analisado.

### 5.5.1 Indicadores de sucesso

Os dados de indicadores de sucesso  $Z_{41}, Z_{42}, Z_{43}, Z_{45}, Z_{46}, Z_{47}, Z_{48}$  e  $Z_{49}$  foram organizados em histogramas e foi feita uma modelagem de distribuição de densidade de probabilidade a partir dos histogramas, por exemplo a Fig. 40. A modelagem dos dados deu-se a partir de uma distribuição Weibull. A Tabela 14 mostra os valores de verossimilhança do ajuste da curva aos dados, o fator de forma  $\beta$  estimado e o fator de escala  $\theta$ .

Tabela 14 – Valores dos parâmetros da distribuição Weibull para cada indicador de sucesso.

Indicador	Log-likelihood	Parâmetros	
		$\theta$	$\beta$
$Z_{41}$	730	0,1538	2,27142
$Z_{42}$	1416,7	0,1338	8,3806
$Z_{43}$	1059,9	0,2907	9,5744
$Z_{45}$	927,4	0,0843	1,6052
$Z_{46}$	1222	0,1228	5,0369
$Z_{47}$	742,7	0,1490	1,9866
$Z_{48}$	1038,5	0,1442	3,9034
$Z_{49}$	1048,2	0,1335	4,1053

A partir dos parâmetros da Tab. 14, pode-se calcular a probabilidade de cada indicador ser maior do 1 efetuando uma integração da FDP de 1 até infinito. A Tabela 15

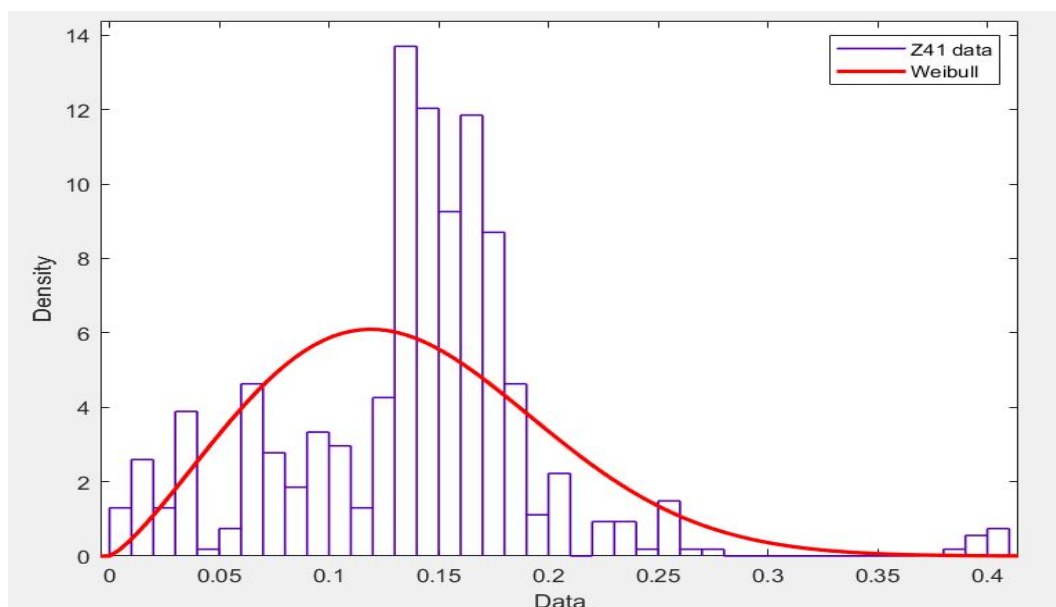


Figura 40 – Ajuste de curva para os dados de  $Z_{41}$

mostra, na segunda coluna, o valor de probabilidade de cada indicador ter um valor maior que 1, indicando falha na detecção de dano e na terceira coluna os valores complementares aos da segunda coluna indicam a probabilidade do sucesso do método. A probabilidade do método indicar dano na região 4 é o produto das probabilidades individuais de cada indicador ser menor do que 1, ou seja, é o produto dos valores indicados na terceira coluna da Tab. 15.

Constata-se que, para o cenário da primeira rodada de simulações, o processo de detecção de dano é bem sucedido em 100% dos casos.

Tabela 15 – Probabilidade de cada indicador de sucesso ter um valor maior do que 1.

Indicador	$P(Z_{4i} > 1)$	$1 - P(Z_{4i} > 1)$
$Z_{41}$	$5,0170 \cdot 10^{-29}$	1
$Z_{42}$	0	1
$Z_{43}$	0	1
$Z_{45}$	$8,3502 \cdot 10^{-22}$	1
$Z_{46}$	0	1
$Z_{47}$	$7,4198 \cdot 10^{-18}$	1
$Z_{48}$	0	1
$Z_{49}$	0	1



## 6 Conclusão

Este trabalho utilizou duas placas *honeycomb* e dois modelos numéricos com elementos diferentes, ambos validados experimentalmente, para implementar um método de identificação de danos. O diferencial do modelo numérico da placa 2 em relação ao modelo da placa 1 foi a adição elementos de ligação entre o núcleo da placa e as faces da placa 2 que, posteriormente, foi capaz de reproduzir numericamente um dano de delaminação. O trabalho também tratou sobre todos os aspectos teóricos da construção de um modelo estocástico para detecção de danos em um painel sanduíche com núcleo *honeycomb*, a construção e implementação desse modelo e análise estatística do processo estocástico.

O método de energia de deformação exige o uso de modelos numéricos e testes experimentais para atestar se uma estrutura possui algum dano e a sua localização. O modelo numérico fornece a matriz de rigidez e os dados experimentais fornecem os modos de vibração. Neste trabalho, os dados experimentais foram substituídos por uma simulação numérica com o propósito de construir um modelo estocástico de todo o processo.

Para a primeira situação com a placa de dimensão 300 mm x 280 mm, mesmo com uma flutuação do valor do módulo de elasticidade na região danificada em torno de 73,1 GPa, que é o mesmo do restante da placa, o método conseguiu identificar dano na região correta e mostrou-se bastante confiável com uma perspectiva de acerto em 99,9956% dos casos, o que na prática representaria 44 falhas de detecção em 1 milhão de ensaios. Para o caso analisado, comparando-se com o nível de variabilidade utilizado e buscado por indústrias de alta tecnologia, trata-se um processo superior a um processo  $5\sigma$ , que possui cerca de 233 falhas por milhão, porém ainda é inferior a um processo  $6\sigma$ , processo considerado de excelência e que possui cerca de 3,4 falhas por milhão.

O dano analisado com o segundo modelo de placa foi o de delaminação de uma área relativamente grande da placa, cerca de 10% da área total da placa. Tal dano mudou o valor de frequência natural dos modos de vibração além de gerar novos modos de vibração que não aparecem em uma placa não danificada, esses modos contaminaram a análise proposta, visto que o objetivo inicial era simular uma análise modal experimental. Foi necessário a implementação de duas condições de seleção para filtrar apenas os modos de vibração correspondentes aos modos de vibração da placa íntegra, o primeiro critério foi o *MAC*, que atestava a paridade entre os modos de vibração da placa íntegra e o da placa danificada, e a segunda condição foi a seleção dos modos de vibração que tivessem uma frequência natural deslocada de no máximo 7,5% da frequência natural do modo de vibração da placa íntegra. A diminuição da área delaminada no modelo da placa 670 mm x 300 mm acarretará na diminuição dos modos de vibração locais, algo que

tornará esses critérios de seleção desnecessário. Com uma flutuação no formato de uma distribuição Gama com desvio padrão de 7,31 GPa e média de 73,1 GPa do valor do módulo de elasticidade das faces da placa, o método conseguiu identificar dano na região correta e mostrou-se bastante confiável com uma perspectiva de acerto em todos os casos. É importante ressaltar o fato de que a região danificada nesse estudo de caso é muito grande assim como a variabilidade do parâmetro incerto.

Os resultados obtidos neste trabalho para detecção de danos em painéis sanduíches podem ser vistos como promissores para aplicações na indústria aeronáutica, visto que, dentro dessa indústria, os componentes são avaliados periodicamente e de forma não destrutiva. O emprego de um processo de detecção de danos que possui um índice de acerto bastante alto nesse contexto pode acarretar em ganhos de economia e segurança para as empresas do ramo.

As iterações de cada simulação de Monte Carlo com a primeira modelagem numérica, apenas com elementos *SHELL* 181, levou metade do tempo do que as iterações com a segunda modelagem porque o tempo levado para gerar a malha na segunda modelagem era muito maior. Os processos de extração de FRFs, análise dos modos de vibração via *Easymod* e cálculo do indicador de dano tomam exatamente o mesmo tempo nos dois casos. Desta forma, dependendo do tempo disposto para uma análise, deve-se avaliar qual modelo numérico é mais adequado para a investigação do dano.

Este trabalho conseguiu construir uma rotina automatizada de análise de danos, desta forma, para trabalhos futuros, pode-se utilizar da mesma plataforma para investigar se o método é capaz de indicar dano na região correta com danos simulados de delaminação menores, verificar até qual tamanho de área danificada o MSE é capaz de atestar com alta confiabilidade o dano levando-se em conta a variabilidade das propriedades dos materiais. Pode-se, ainda, investigar se é possível identificar duas ou mais áreas danificadas e se o método é capaz de indicar qual área está mais danificada.

Outra abordagem que pode ser efetuada em trabalhos futuros é a equivalência entre os modelos numéricos. Verificar se uma diminuição do módulo de elasticidade dentro do modelo numérico apenas com elementos *SHELL* 181 pode ser equivalente a um dano de delaminação do outro modelo, quantificar a diminuição do módulo de elasticidade necessária para reproduzir o efeito de uma área delaminada.

# Referências

- ANSYS. *Theory reference: Shell 181*. 2019. <[https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_SHELL181.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SHELL181.html)>. Citado 4 vezes nas páginas 15, 36, 37 e 38.
- BIGONI, D. *Uncertainty Quantification with Applications to Engineering Problems*. Tese (Doutorado), 02 2015. Citado na página 41.
- BITZER, T. *Honeycomb Technology: materials, design, manufacturing, applications and testing*. 1st edition. ed. USA: Springer-Science+Business Media, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 31.
- BOUDJEMAI A., A. R. M. A. S. H. B. M. B. D. Modal analysis and testing of hexagonal honeycomb plates used for satellite structural design. *Materials and Design*, v. 35, 2012. Citado na página 31.
- CALLISTER, J. *Ciências e engenharia de materiais: uma introdução*. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2008. Citado na página 31.
- CHA, Y.-J.; BUYUKOZTURK, O. Structural damage detection using modal strain energy and hybrid multiobjective optimization. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 30, p. n/a–n/a, 02 2015. Citado na página 35.
- CRISTIANO, C. et al. Evaluation of numerical and experimental techniques for damage detection. 02 2016. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- CURADELLI, R. et al. Damage detection by means of structural damping identification. *Engineering Structures*, v. 30, n. 12, p. 3497 – 3504, 2008. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102960800206X>>. Citado na página 34.
- DAWARI, V.; VESMAWALA, G. Modal curvature and modal flexibility methods for honeycomb damage identification in reinforced concrete beams. *Procedia Engineering*, v. 51, p. 119 – 124, 2013. ISSN 1877-7058. Chemical, Civil and Mechanical Engineering Tracks of 3rd Nirma University International Conference on Engineering (NUIcONE2012). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705813000192>>. Citado na página 34.
- DODSON, B.; SCHWAB, H. *Accelerated Testing: A Practitioner's Guide to Accelerated and Reliability Testing*. SAE International, 2006. (Knovel Library). ISBN 9780768006902. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=wUq4PAAACAAJ>>. Citado 5 vezes nas páginas 15, 27, 38, 39 e 41.
- DOEBLING, S. W.; FARRAR, C.; PRIME, M. A summary review of vibration-based damage identification methods. *The Shock and Vibration Digest*, v. 30, p. 91–105, 03 1998. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 34.
- DOEBLING, S. W. et al. Improved damage location accuracy using strain energy-based mode selection criteria. *Aiaa Journal - AIAA J*, v. 35, p. 693–699, 04 1997. Citado na página 35.

- DOMINGUES, A. C. *Correlação teórico-experimental de modelos dinâmicos de estruturas aeroespaciais leves*. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Aeroespacial)—Universidade de Brasília, Brasília. Disponível em: <<http://bdm.unb.br/handle/10483/19717>>. Citado 8 vezes nas páginas 15, 17, 27, 45, 46, 49, 50 e 51.
- GUPTA, I. G. B. C. *Estatística e Probabilidade com Aplicações para Engenheiros e Cientistas*. Primeira edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2017. Citado na página 39.
- INMAN, D. J. *Engineering Vibration*. 4º. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 15, 27, 32, 33 e 36.
- JR, A. C. Modeling and quantification of physical systems uncertainties in a probabilistic framework. In: \_\_\_\_\_. [S.l.: s.n.], 2017. p. 127–156. ISBN 978-3-319-55851-6. Citado 3 vezes nas páginas 42, 54 e 56.
- KOUROUSSIS LASSAAD BEN FEKIH, C. C. G.; VERLINDEN, O. Easymod: A matlab/scilab toolbox for teaching modal analysis. *Proceedings of the 19th International Congress on Sound and Vibration*, 2012. Citado na página 53.
- MONTGOMERY, D. *Introduction to Statistical Quality Control*. Wiley, 2009. ISBN 9780470233979. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=oG1xPgAACAAJ>>. Citado 3 vezes nas páginas 15, 40 e 41.
- NAKASONE, Y.; YOSHIMOTO, S.; STOLARSKI, T. Chapter 1 - basics of finite-element method. In: NAKASONE, Y.; YOSHIMOTO, S.; STOLARSKI, T. (Ed.). *Engineering Analysis with ANSYS Software*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2006. p. 1 – 35. ISBN 978-0-7506-6875-0. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780750668750500314>>. Citado na página 36.
- OPPENHEIM, A.; WILLSKY, A.; NAWAB, S. *Sinais e sistemas*. Prentice-Hall, 2010. ISBN 9788576055044. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ZOg9bwAACAAJ>>. Citado na página 33.
- PÁSTOR, M.; BINDA, M.; HARČARIK, T. Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, v. 48, p. 543–548, 12 2012. Citado na página 36.
- RAO, S. *Vibrações Mecânicas*. São Paulo, Brasil: Pearson Prentice Hall, 2008. Citado na página 33.
- RITTO, T.; CASTELLO, D. *QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS E ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS EM DINÂMICA ESTRUTURAL: UMA INTRODUÇÃO A PARTIR DE EXEMPLOS COMPUTACIONAIS*. [S.l.: s.n.], 2016. ISBN 978-85-8215-071-9. Citado na página 41.
- RYTTER, A. *Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures*. Tese (Doutorado), Denmark, 1993. Ph.D.-Thesis defended publicly at the University of Aalborg, April 20, 1993 PDF for print: 206 pp. Citado na página 34.



- SANTOS, T. C. *Identificação de danos em vigas utilizando o método de energia de deformação*. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Automotiva)—Universidade de Brasília, Brasília. Disponível em: <<http://bdm.unb.br/handle/10483/19783>>. Citado na página 35.
- SIMON, D. J. Optimal state estimation: Kalman, h, and nonlinear approaches. 01 2006. Citado na página 41.
- STUBBS, N.; KIM, J.-T.; TOPOLE, K. An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore platforms. *Proc. ASCE Tenth Structures Congress*, 03 1992. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- WENG, S. et al. Dynamic condensation approach to calculation of structural responses and response sensitivities. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 88, p. 302 – 317, 2017. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327016304939>>. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- ZIENKIEWICZ, O. *The finite element method*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1977. ISBN 9780070840720. Citado na página 36.



# Apêndices



# APÊNDICE A – Primeiro Apêndice

Arquivos de entrada do Ansys para análise modal e harmônica

Arquivo que constrói a geometria da placa 670 x 300 mm

```

/CWD, 'C:\Users\mathe\Documents\20192\tcc2\geometria '
/FILNAME, geometria ,0
/TITLE, geometria_base
/UNITS, SI
/PREP7
!dimensoes do painel
xdim = 0.67
ydim = 0.3
zdim = 0.01!espessura do painel
shesp = 0.0003!espessura da folha de aluminio

ndivx = 100 !numero de divisoes em x
ndivy = 80 !numero de divisoes em y
ndivz = 10 ! numero de divisoes em z (espessura)
cont=1
!!!!!!!!!!!! N S DO SHELL
*do, i, 1, ndivx/16, 1
*do, j, 1, ndivy/16, 1
k, 1e6+cont, i*xdim/ndivx, j*ydim/ndivy, 0
cont = cont+1
*enddo
*enddo

KDELE, all

cont=1
!!!!!!!!!!!! N S DO SHELL
*do, p, 1, 2, 1
*do, i, 1, ndivx, 1
*do, j, 1, ndivy, 1
k, cont, i*xdim/ndivx, j*ydim/ndivy, (p-1)*zdim
cont = cont+1
*enddo

```

```

*enddo
*enddo
! nos 1 a 100 ou 1 a ndivx*ndivy bottom face
! nos 101 a 200 ou ndivx*ndivy+1 a 2*ndivx*ndivy top face

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! N S DO COMBIN
*do,p,1,2,1
*do,i,1,ndivx,1
*do,j,1,ndivy,1
k,cont,i*xdim/ndivx,j*ydim/ndivy,shesp+(p-1)*(zdim-2*shesp)
cont = cont+1
*enddo
*enddo
*enddo
! nos 201 a 300 ou 2*ndivx*ndivy+1 A 2*ndivx*ndivy+ndivx*ndivx
bottom face
! nos 301 a 400 ou 2*ndivx*ndivy+ndivx*ndivx+1 A 2*(ndivx*ndivy+ndivx*ndivx)
top face

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! N S DO SOLID
*do,p,1,ndivz-1,1
*do,i,1,ndivx,1
*do,j,1,ndivy,1
k,cont,i*xdim/ndivx,j*ydim/ndivy,shesp+p*(zdim-2*shesp)/(ndivz)
cont = cont+1
*enddo
*enddo
*enddo

!!!!transformar kpoints em n s
FLST,3,cont-1,3,ORDE,2
FITEM,3,1
FITEM,3,-cont+1
NKPT,0,P51X
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!FAZER AS Areas
*DO,pp,0,ndivx*(ndivy-1),ndivy
*DO,kk,1,ndivy-1,1
A,kk+pp,kk+pp+1,kk+pp+ndivy+1,kk+pp+ndivy

```

```

*ENDDO
*ENDDO !bottom area

*DO,pp,ndivx*ndivy,ndivx*ndivy + ndivx*(ndivy-1),ndivy
*DO,kk,1,ndivy-1,1
A,kk+pp,kk+pp+1,kk+pp+ndivy+1,kk+pp+ndivy
*ENDDO
*ENDDO
!!!!FIM DAS AREAS

!!!! Propriedade dos materiais
/PREP7
vex1 = 13.5e9! 0.97e9
vey2 = 22e9!0.7e6
vez3 = 12.5e9!1.83e6
densi = 77.66
kvalor = 7e10 !a partir desse valor nao tem alteracao

UIMP,1,EX,EY,EZ,vex1,vey2,vez3
UIMP,1,GXY,GYZ,GXZ,5e9,103e6,221e6
MP,NUXY,1,0.1
MP,DENS,1,densi
MP,NUYZ,1,0.1
MP,NUXZ,1,0.1

MP,EX,2,73.1e9
MP,NUXY,2,0.33
MP,DENS,2,2780

et,1,shell181
et,2,combin14!setar a kopts
KEYOPT,2,1,0
KEYOPT,2,2,0! mola com gdl em z
KEYOPT,2,3,0

sect,1,shell,,infer
secdata,shesp,2,0.0,3
secoffset,BOT
seccontrol,,,,, , , ,

```

```
sect ,2 , shell , , super
secdata , shesp ,2 ,0.0 ,3
secoffset ,TOP
seccontrol , , , , , , ,
```

```
!!!!!!! elementos 1D
r ,1 ,kvalor! !!!!! constante de rigidez
type ,2
real ,1
```

```
*do , i , 1 , ndivx*ndivy , 1
e , i , i+2*(ndivx*ndivy)
*enddo
```

```
base =ndivx*ndivy
!!!!!!!AREA 7
/PREP7
*do , j , base , base+ndivx*(ndivy-1)/3 , ndivy
*do , i , 1+j , (1+j)+(ndivy/3)-1 , 1
e , i , i+2*(ndivx*ndivy)
*enddo
*enddo
```

```
!!!!!!!AREA 4
!*do , j , base+ndivy/3 , base+ndivy/3+ndivx*(ndivy-1)/3 , ndivy
!*do , i , 1+j , (1+j)+(ndivy/3)-1 , 1
!e , i , i+2*(ndivx*ndivy)
!*enddo
!*enddo
```

```
j=base+ndivy/3
*do , i , 1+j , (1+j)+(ndivy/3)-1 , 1
e , i , i+2*(ndivx*ndivy)
*enddo
```

```
!!!!!!!AREA 1
*do , j , base+2*ndivy/3 , base+2*ndivy/3+ndivx*(ndivy-1)/3 , ndivy
*do , i , 1+j , (1+j)+(ndivy/3)-1 , 1
```



```
e , i , i + 2 * ( n d i v x * n d i v y )
* e n d d o
* e n d d o
```

```
base = n d i v x * n d i v y + n d i v x * n d i v y / 3
!!!!!!! AREA 5
* d o , j , base , base + n d i v x * ( n d i v y - 1 ) / 3 , n d i v y
* d o , i , 1 + j , ( 1 + j ) + ( n d i v y / 3 ) - 1 , 1
e , i , i + 2 * ( n d i v x * n d i v y )
* e n d d o
* e n d d o
```

```
!!!!!!! AREA2
* d o , j , base + n d i v y / 3 , base + n d i v y / 3 + n d i v x * ( n d i v y - 1 ) / 3 , n d i v y
* d o , i , 1 + j , ( 1 + j ) + ( n d i v y / 3 ) - 1 , 1
e , i , i + 2 * ( n d i v x * n d i v y )
* e n d d o
* e n d d o
```

```
!!!!!!! AREA8
* d o , j , base + 2 * n d i v y / 3 , base + 2 * n d i v y / 3 + n d i v x * ( n d i v y - 1 ) / 3 , n d i v y
* d o , i , 1 + j , ( 1 + j ) + ( n d i v y / 3 ) - 1 , 1
e , i , i + 2 * ( n d i v x * n d i v y )
* e n d d o
* e n d d o
```

```
base = n d i v x * n d i v y + 2 * n d i v x * n d i v y / 3
```

```
!!!!!!! AREA 3
* d o , j , base , base + n d i v x * ( n d i v y - 1 ) / 3 , n d i v y
* d o , i , 1 + j , ( 1 + j ) + ( n d i v y / 3 ) - 1 , 1
e , i , i + 2 * ( n d i v x * n d i v y )
* e n d d o
* e n d d o
```

```
!!!!!!! AREA 9
* d o , j , base + n d i v y / 3 , base + n d i v y / 3 + n d i v x * ( n d i v y - 1 ) / 3 , n d i v y
* d o , i , 1 + j , ( 1 + j ) + ( n d i v y / 3 ) - 1 , 1
e , i , i + 2 * ( n d i v x * n d i v y )
```

```
*enddo
*enddo
```

```
!!!!!!!AREA 6
*do , j , base+2*ndivy /3 , base+2*ndivy/3+ndivx*(ndivy -1)/3 , ndivy
*do , i , 1+j , (1+j)+(ndivy/3) -1 , 1
e , i , i +2*(ndivx*ndivy)
*enddo
*enddo
j = base+2*ndivy/3+ndivy*(ndivx/3-1)
*do , i , 1+j , (1+j)+(ndivy/3) -1 , 1
e , i , i +2*(ndivx*ndivy)
*enddo
```

```
!!!!!!!Elementos 3D
et , 3 , solid185
type , 3
mat , 1
```

```
*DO, pp , 2*(ndivx*ndivy) , 2*(ndivx*ndivy) + ndivx*(ndivy -1) , ndivy
*DO, kk , 1 , ndivy -1 , 1
E, kk+pp , kk+pp+1 , kk+pp+ndivy+1 , kk+pp+ndivy , kk+pp+2*(ndivx*ndivy) , kk+pp+1+2*(ndivx*ndivy)
*ENDDO
*ENDDO !camada de solid bottom
```

```
*DO, pp , (ndivz+2)*(ndivx*ndivy) , (ndivz+2)*(ndivx*ndivy) + ndivx*(ndivy -1) , ndivy
*DO, kk , 1 , ndivy -1 , 1
E, kk+pp , kk+pp+1 , kk+pp+ndivy+1 , kk+pp+ndivy , kk+pp-(ndivz-1)*(ndivx*ndivy) , kk+pp+(ndivz-1)*(ndivx*ndivy)
*ENDDO
*ENDDO !camada de solid top
```

```
*DO, i , 1 , ndivz -2 , 1
*DO, pp , (i+3)*(ndivx*ndivy) , (i+3)*(ndivx*ndivy) + ndivx*(ndivy -1) , ndivy
*DO, kk , 1 , ndivy -1 , 1
E, kk+pp , kk+pp+1 , kk+pp+ndivy+1 , kk+pp+ndivy , kk+pp+(ndivx*ndivy) , kk+pp+1+(ndivx*ndivy)
*ENDDO
*ENDDO
*ENDDO !camada de solid intermediaria
```

**Arquivo que estabelece as configurações das simulações modal e harmônica.**

```

RESUME, 'geometria', 'db', 'C:\Users\mathe\Documents
\20192\tcc2\painel10mm\Harmonico_com_dano\novo'
!SAVE, 'painel', 'db', 'C:\USERS\MATHE\Documents
\20192\tcc2\painel10mm\Harmonico_com_dano\novo'

/PREP7
!!!!!!!!ELEMENTOS 2D
type,1
mat,2
real,
esys, 0
secnum,1
MP,EX,2,73.1e9
esize,,1
amesh,1,(ndivx-1)*(ndivy-1),1
secnum,2
amesh,(ndivx-1)*(ndivy-1)+1,2*(ndivx-1)*(ndivy-1),1
NUMMRG,NODE,0.000005,,LOW
FINISH
/SOL
!*
ANTYPE,2
!*
!*
MODOPT,LANB,25
EQLV,SPAR 1111
MXPAND,25,,0
LUMPM,1
PSTRES,0
!*
MODOPT,LANB,25,2,1000,,OFF
SOLVE
FINISH
/SOLU
ANTYPE,3
HROPT,MSUP,,0
HROUT,ON

```

```
LUMPM,1
HROPT,MSUP,25,1,0
HROUT,ON,OFF,0
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,1005 !ponto de excitacao
/GO
F,P51X,FZ,25,
HARFRQ,2,1000,
NSUBST,8000,
KBC,1
ALPHAD,0,
BETAD,0,
DMPRAT,0,
DMPSTR,0,
MDAMP,1,0.01,0.012,0.012,0.012,0.03,0.03
MDAMP,7,0.03,0.03,0.006,0.006,0.006,0.006
MDAMP,13,0.006,0.006,0.003,0.0033,0.0033,0.0033
MDAMP,19,0.0033,0.0033,0.0033,0.0033,0.0033
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST26
FILE,'file','rfrq','.'
/UI,COLL,1
NUMVAR,200
NSOL,191,1,UX
STORE,MERGE
PLCPLX,0
PRCPLX,1
FILLDATA,191,,,,1,1
REALVAR,191,191
/AXLAB,X,
/AXLAB,Y,
/GTHK,AXIS,2
/GRTYP,0
/GROPT,ASCAL,ON
/GROPT,LOGX,OFF
/GROPT,LOGY,ON
/GROPT,AXDV,1
```

---

```
/GROPT,AXNM,ON  
/GROPT,AXNSC,1 ,  
/GROPT,DIG1,4 ,  
/GROPT,DIG2,3 ,  
/GROPT,XAXO,0 ,  
/GROPT,YAXO,0 ,  
/GROPT,DIVX,  
/GROPT,DIVY,  
/GROPT,RE VX,0  
/GROPT,RE VY,0  
/GROPT,L TYP,0
```

```
/XRANGE,DEFAULT  
/YRANGE,DEFAULT, ,1
```

```
NSOL,21 ,9005 ,U,Z, UZ_C4,  
STORE,MERGE  
XVAR,1  
PLVAR,21 ,
```



# APÊNDICE B – Segundo Apêndice

## Função de redução de matrizes

```

1 function [Kr,Mr]=reducao(K,M)
2
3 % -----      Esse arquivo faz parte do MSE
   -----
4 % Internal function
5 %
6 % Redu    o da matriz K e M num rica para o n mero de pontos
   experimentais
7 %
8 % Essa rotina foi elaborada com base na formula    o proposta
   por:
9 % Weng, S., Zhu, A., Zhu, H., Xia, Y., Mao, L., LI, P., 2014
10 % Dynamic condensation approach to the calculation of
   eigensensitivity
11 % Computers and Structures, Elsevier Ltd.
12
13 n=length(K);
14
15 K=full(K);
16 K=K+K';
17
18 M=full(M);
19 M=M+M';
20
21 for k=1:1:n;
22     K(k,k)=K(k,k)/2;
23     M(k,k)=M(k,k)/2;
24 end
25
26 %modos e frequencias
27 [phi_1, lambda_1]=eig(K,M);
28 freq1=sqrt(lambda_1)/(2*pi);
29
30 for i=7:1:20;
31     frequencial((i-6))=real(freq1(i,i));
32 end

```

```

33 frequencia1=frequencia1 '
34
35
36 %% rearranjando a matriz K e M
37
38 n1=length(K(:,1));
39 a1=1:6:n1-5;
40 a2=2:6:n1-4;
41 a3=3:6:n1-2;
42 a4=4:6:n1-2;
43 a5=5:6:n1-1;
44 a6=6:6:n1;
45
46 rearranjo1=[a1, a2, a4, a5, a6];
47 rearranjo1=sort(rearranjo1);
48
49 rearranjo2=[a3, rearranjo1];
50
51 for k1=1:1:length(rearranjo2);
52     K3(:,k1)=K(:,rearranjo2(k1));
53     M3(:,k1)=M(:,rearranjo2(k1));
54 end
55
56 for k1=1:1:length(rearranjo2);
57     K2(k1,:)=K3(rearranjo2(k1),:);
58     M2(k1,:)=M3(rearranjo2(k1),:);
59 end
60
61 %modos e frecuencias
62 [phi_2, lambda_2]=eig(K2,M2);
63 freq2=sqrt(lambda_2)/(2*pi);
64
65 for i=7:1:20;
66     frecuencia2((i-6))=real(freq2(i,i));
67 end
68 frecuencia2=frequencia2 '
69
70 mm=1:length(a3);
71 ss=length(a3)+1:length(K(:,1));
72
73 for k1=1:1:length(mm);
74     for k2=1:1:length(mm);

```



```

75         Kmm(k1,k2)=K2(mm(k1),mm(k2));
76         Mmm(k1,k2)=M2(mm(k1),mm(k2));
77     end
78 end
79
80 for k1=1:1:length(mm);
81     for k2=1:1:length(ss);
82         Kms(k1,k2)=K2(mm(k1),ss(k2));
83         Mms(k1,k2)=M2(mm(k1),ss(k2));
84     end
85 end
86
87 for k1=1:1:length(ss);
88     for k2=1:1:length(ss);
89         Kss(k1,k2)=K2(ss(k1),ss(k2));
90         Mss(k1,k2)=M2(ss(k1),ss(k2));
91     end
92 end
93
94 tg=-inv(Kss)*Kms';
95 Mg=Mmm+Mms*tg+(Mms*tg)'+tg'*Mss*tg;
96 Kg=Kmm+Kms*tg;
97
98 i=1;
99 cont=0;
100 t{i,i}=tg;
101 e{i,i}=1;
102 Md{i,i}=Mg;
103 lamb{i,i}=eig(Kg,Md{i,i});
104
105 while norm(e{i,i})>1e-1000000000000000
106     cont=cont+1
107     t{i+1,i+1}=tg+inv(Kss)*(Mms'+Mss*t{i,i})*inv(Md{i,i})*Kg;
108     Md{i+1,i+1}=Mmm+Mms*t{i+1,i+1}+tg'*(Mms'+Mss*t{i+1,i+1});
109
110     lamb{i+1,i+1}=eig(Kg,Md{i+1,i+1});
111
112     e{i+1,i+1}=(lamb{i+1,i+1}-lamb{i,i})/lamb{i,i};
113     i=i+1;
114
115 end
116

```

```
117 Mr=Mmm+Mms*t{i,i}+t{i,i}'*(Mms'+Mss*t{i,i});
118 Kr=Kmm+Kms*t{i,i}+t{i,i}'*(Kms'+Kss*t{i,i});
119
120 Mr=(Mr+Mr')/2;
121 Kr=(Kr+Kr')/2;
122
123
124 [phi_3, lambda_3]=eig(Kr,Mr);
125 freq3=sqrt(lambda_3)/(2*pi);
126
127 for i4=4:1:17;
128     frequencia3(i4-3)=real(freq3(i4,i4));
129 end
130
131 frequencia3=frequencia3'
132
133 %% compara o entre os valores das frequencias
134
135 frequencias=[frequencia1 frequencia2 frequencia3]
```

# APÊNDICE C – Terceiro Apêndice

## Programa principal do processo estocástico

```

1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2 %%                               Universidade de Bras lia                %%
3 %%                               Integridade de Materiais da Engenharia    %%
4 %%                               Mecanica Computaciona                    %%
5 %% Grupo de Mecanica Experimental e Computacional-GMEC%%
6 %%                               Allan Domingues                        %%
7 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
8
9 clear all, close all, clc
10
11 global template_form % vari vel global
12
13 col=['A' 'B' 'C' 'D' 'E' 'F' 'G' 'H' 'I' 'J' 'K' 'L' 'M' 'N' 'O'
      'P' 'Q' 'R' 'S' 'T' 'U' 'V' 'W' 'X' 'Y' 'Z'];
14
15 nlin=8; % n mero de linhas que a estrutura tem
16 ncol=17; % n mero de colunas que a estrutura tem
17
18 load ('Kr_10mm.mat') % carrega a matriz K reduzida
19 load ('Mr_10mm.mat') % carrega a matriz M reduzida
20 load('phi_integro'); %carrega os PHI integro e o vetor a
21
22 arquivo = fopen('placa.txt','r'); %abrir o arquivo com script
      ANSYS APDL
23 template_form = fscanf(arquivo,'%c');
24 fclose(arquivo)
25 % cd('C:\Users\mathe\Documents\20192\tcc2\painel10mm');
26
27 simu = 5; %numero de simulacoes
28 Zj= cell(simu,1);% celula dos indicadores de dano
29 phiidd = cell(simu,1);
30 %% Programa estoc stico
31 for x= 1:simu
32     file_name = 'placa';%nome do arquivo
33     concate = num2str(x);
34     extensao = '.txt';

```

```

35     file = strcat(file_name,concate,extensao);
36     novo_arquivo = fopen(file, 'w+'); % abrindo arquivo
37     conteudo = generate_content(template_form,x);% fun    o que
           varia os parametros do modelo
38     fprintf(novo_arquivo, '%c',conteudo); % escreve um no arquivo
           criado
39     fclose(novo_arquivo); % fecha o arquivo
40 end
41
42 for pp = 1:simu
43
44     path_exe = 'C:\Program Files\ANSYS Inc\v180\ansys\bin\winx64\
           ';%MAPDL" -b -i Placa25mm_Shell1181.txt -o FEAout.txt
45     syst_com_string = ['"', path_exe, 'MAPDL" -b -i placa',
           num2str(pp),'.txt -o DadosS',num2str(pp),'.txt'];
46     status = system(syst_com_string)
47     file_name = 'placa';
48     file_name2='DadosS';
49     concate = num2str(pp);
50     extensao = '.txt';
51     file = strcat(file_name,concate,extensao);
52     file2=strcat(file_name2,concate,extensao);
53     delete(file)
54     delete(file2)
55     delete('file.stat');
56     delete('file.rst')
57     delete('file.rfrq')
58     delete('file.mlv')
59     delete('file.log')
60     delete('file.full')
61     delete('file.esav')
62     delete('file.err')
63     delete('file.emat')
64     delete('file.db')
65     delete('file.BCS')
66
67 %% C lculo dos modos de vibra o via EASYMOD
68
69
70 %% gerando o vetor phi do painel com e sem dano
71
72 [phid, freqdn, infoMODED]=PHID(nlin,ncol,col,a);

```

```

73
74 [tam,value] = size(phid);
75 %% Encontra os modos globais equivalentes entre os phi
76
77 for j=1:5
78 for i=1:value
79     MAC(j,i) = (abs(phi(:,j) '* phid(:,i))^2)/((phi(:,j) '* phi(:,j))
            *(phid(:,i) '* phid(:,i)));
80 end
81 [sorted,index]=sort(MAC(j,:), 'descend');
82 if (sorted(1)>0.4) && (abs(freqdn(index(1))-freqn(j))/freqn(j)
    <0.075)
83     phidd(:,j) = phid(:,index(1));
84     phii(:,j) = phi(:,j);
85 elseif (sorted(2)>0.4) && (abs(freqdn(index(2))-freqn(j))/freqn(j)
    )<0.075)
86     phidd(:,j) = phid(:,index(2));
87     phii(:,j) = phi(:,j);
88 elseif (sorted(3)>0.4) && (abs(freqdn(index(3))-freqn(j))/freqn(j)
    )<0.075)
89     phidd(:,j) = phid(:,index(3));
90     phii(:,j) = phi(:,j);
91 else
92     phidd(:,j) = zeros(136,1);
93     phii(:,j) = zeros(136,1);
94 end
95 end
96
97 phidd( :, ~any(phidd,1) ) = []; %remove a coluna de zeros
98 phii( :, ~any(phii,1) ) = [];
99 %%% NORMALIZA O DOS VETORES
100 [l,c] = size(phidd);
101 for j=1:c
102 auxd = max(phidd(:,j));
103 auxi = max(phii(:,j));
104 phidd(:,j) = phidd(:,j)/auxd;
105 phii(:,j) = phii(:,j)/auxi;
106 end
107 %%
108
109 close all
110

```

```

111 [kk,nmode] = size(phidd);
112 % Index Method
113 Zj{pp,1}= MSE(Kr, phii, phidd, nlin, ncol, col,nmode);
114 phiidd{pp,1} = phidd;
115
116 clear('MAC');
117 clear('index');
118 clear('sorted');
119 clear('value');
120
121 end

```

## Função de tratamento das FRFs que estabelece os modos de vibração e as frequências naturais

```

1 function [phid, freqdn, infoMODED]=PHID(nlin,ncol,col,a)
2 pasta=strcat('C:\Users\mathe\Documents\20192\tcc2\painel10mm\
   Harmonico_com_dano\novo');
3 am=char(pasta);
4 cd(pasta);
5 for ii=1:ncol;
6     for jj=1:nlin;
7
8 % Carregando os dados do ensaio experimental
9 Ensaio = load(['NUMERICO_',num2str(col(ii)),num2str(jj),'.prn'])
   ;
10
11 freq = Ensaio(:,1);           % vetor de frequências do ensaio
   experimental
12 real = Ensaio(:,2);          % vetor da parte real da FRF
13 im = Ensaio(:,3);           % Vetor da parte imaginária da FRF
14
15 omega = 2*pi*freq;           % vetor de frequências rad/s
16 lambda = omega.*omega;
17 H1 = real+im*i;              % FRF da mobilidade
18 H1 = -lambda.*H1;           % FRF da receptância
19
20 H(:,jj + (ii-1)*nlin) = H1.'; %
   agrupando as FRF em uma s matriz
21 infoFRF(1,jj + (ii-1)*nlin).response =jj + (ii-1)*nlin; % Vetor
   que resposta para EasyMod
22 infoFRF(1,jj + (ii-1)*nlin).dir_response = 3; %

```

---

```

    Dire  o da medi  o da resposta do painel (3=Z)
23 infoFRF(1,jj + (ii-1)*nlin).excitation = 20;           % Ponto
    de excita  o (17=C3)
24 infoFRF(1,jj + (ii-1)*nlin).dir_excitation = 3;       %
    Dire  o da excita  o (3=Z)
25     end
26 end
27
28 %% calculo do phi
29
30 % Extra  o dos parametros modais pelos EasyMod utilizando least
    -square complex exponential (LSCE)
31 [RES,infoFRF,infoMODED] = lsce(H,freq,infoFRF);
32
33 % Convertendo modos complexo em reais
34 realMODE = cplxtoreal(infoMODED);
35
36 % salvando o vetor de modo de vibra  o (auto-vetor da estrutura
    )
37 PHID=realMODE.Bijk;
38 freqdn=infoMODED.frequencyk;
39 dampd=infoMODED.etak;
40
41 % o easymod gera o vetor phi nos 3 eixos, como analisamos apenas
    no eixo Z
42 % os outros dois eixos sao nulos. Essa parte visa gerar a matriz
    apenas com
43 % os valores nao nulos
44
45 [n1, n2]=size(PHID);
46
47 ix=1:3:(n1-2); % valores de phi no eixo X
48 iy=2:3:(n1-1); % valores de phi no eixo Y
49 iz=3:3:n1;     % valores de phi no eixo Z
50
51 for m=1:nlin*ncol;
52     phidX(m,:)=PHID(ix(m),:); % valores de phi no eixo X
53     phidY(m,:)=PHID(iy(m),:); % valores de phi no eixo Y
54     phidZ(m,:)=PHID(iz(m),:); % valores de phi no eixo Z
55 end
56
57

```

```

58 a=[5 136 4 136 1 32 65];
59 for j=1:7;
60     phidZ(:,j)=phidZ(:,j)/phidZ(a(j),j);
61 end
62
63 phid=phidZ;
64
65 pasta=strcat('C:\Users\mathe\Desktop\painel10mm');
66 am=char(pasta);
67 cd(pasta);

```

## Função geradora de valores aleatórios de acordo com uma distribuição *Gamma*

```

1
2
3 function barra_content = generate_content(x,n)
4
5     k21_mean = 73.1e9;
6     k21_var = (73.1e9*0.1).^2;
7     z = random('gam',k21_mean^2 ./ k21_var, k21_var ./ k21_mean);
8
9     j = num2str(z);
10
11     barra_content = strrep(x,'73.1e9',j);
12
13 end

```

## Função que calcula o indicador de dano da cada região da placa.

```

1 function [Zj]= MSE(Kr, phi, phid, nlin, ncol, col,nmode);
2
3 Zj=[];
4 load ('Ir_10mm.mat') % carrega a matriz K reduzida
5 load ('Jr_10mm.mat') % carrega a matriz M reduzida
6 modos=nmode; %input('entre com a quantidade de modos que deseja
    analisar: ');
7
8 for ii=1:ncol;
9     for jj=1:nlin;

```



```

10         eval(sprintf( '%s%d=jj + (ii-1)*nlin',col(ii),jj)); %
           numerando cada ponto do painel
11     end
12 end
13
14 ir{1,1}=[A1 A2 A3 B1 B2 B3 C1 C3 C4 D1 D2 D3 E1 E2 E3 F1 F2 F3];
           %Pontos regi o 1
15 ir{2,1}=[F1 F2 F3 G1 G2 G3 H1 H2 H3 I1 I2 I3 J1 J2 J3 K1 K2 K3 L1
           L2 L3];           %Pontos regi o 2
16 ir{3,1}=[L1 L2 L3 M1 M2 M3 N1 N2 N3 O1 O2 O3 P1 P2 P3 Q1 Q2 Q3];
           %Pontos regi o 3
17 ir{4,1}=[A3 A4 A5 A6 B3 B4 B5 B6 C3 C4 C5 C6 D3 D4 D5 D6 E3 E4 E5
           E6 F3 F4 F5 F6];           %Pontos regi o 4
18 ir{5,1}=[F3 F4 F5 F6 G3 G4 G5 G6 H3 H4 H5 H6 I3 I4 I5 I6 J3 J4 J5
           J6 K3 K4 K5 K6 L3 L4 L5 L6];           %Pontos
           regi o 5
19 ir{6,1}=[L3 L4 L5 L6 M3 M4 M5 M6 N3 N4 N5 N6 O3 O4 O5 O6 P3 P4 P5
           P6 Q3 Q4 Q5 Q6];           %Pontos regi o 6
20 ir{7,1}=[A6 A7 A8 B6 B7 B8 C6 C7 C8 D6 D7 D8 E6 E7 E8 F6 F7 F8];
           %Pontos regi o 7
21 ir{8,1}=[F6 F7 F8 G6 G7 G8 H6 H7 H8 I6 I7 I8 J6 J7 J8 K6 K7 K8 L6
           L7 L8];           %Pontos regi o 8
22 ir{9,1}=[L6 L7 L8 M6 M7 M8 N6 N7 N8 O6 O7 O8 P6 P7 P8 Q6 Q7 Q8];
           %Pontos regi o 9
23
24 for m=1:1:9;
25     for i=1:1:length(ir{m,1});
26         for j=1:1:length(ir{m,1});
27             K_elemento{m,1}(i,j)=Kr(Ir2{m,m}(i), Jr2{m,m}(j));%MUDEI
           AQKI
28         end
29     end
30     for i=1:1:length(ir{m,1});
31         phi_ele{m,1}(i,:)=phi(ir{m,1}(i),:);
32         phid_ele{m,1}(i,:)=phid(ir{m,1}(i),:);
33     end
34     for i=1:modos;
35         U(i,m)=0.5*phi_ele{m,1}(:,i) '*K_elemento{m,1}*phi_ele{m
           ,1}(:,i); % energia de deforma o para cada regi o
           do painel sem dano
36         Ud(i,m)=0.5*phid_ele{m,1}(:,i) '*K_elemento{m,1}*phid_ele{
           m,1}(:,i); % energia de deforma o para cada regi o

```

```

do painel com dano
37     end
38 end
39
40 for i=1:modos;
41 U_total(i)=sum(U(i,:));      % energia de deforma o do painel
    inteiro sem dano para cada modo de vibra o
42 Ud_total(i)=sum(Ud(i,:));   % energia de deforma o do painel
    inteiro com dano para cada modo de vibra o
43 end
44
45 %% identifica o do dano
46
47 %Formula o de dano com base nas equa es apresentadas no
    artigo de Kim e
48 %Stubbs
49
50 %Calculo do Beta que uma an lize da varia o da energia de
    deforma o por
51 %regi o
52
53 for m=1:9;
54     for i=1:modos
55         Betaj(i,m)=((Ud(i,m)+Ud_total(i))*U_total(i))/((U(i,m)+
            U_total(i))*Ud_total(i));
56     end
57 end
58
59 % Calculo do Z por regi o e por modo de forma normalizada
60 for i=1:modos;
61     miBeta(i)=mean(Betaj(i,:));
62     sigmaBeta(i)=std(Betaj(i,:));
63     Zij(i,:)=(Betaj(i,:)-miBeta(i))/sigmaBeta(i);
64 end
65
66 %Soma dos valores de Z para a quantidade de modos analisados
67 for m=1:9;
68     Zj(m)=sum(Zij(:,m));
69 end
70 Zj=abs(Zj/m);
71 % Zj=Zj/max(Zj);

```

# Anexos



## ANEXO A – Primeiro Anexo



# HexWeb® CR III

Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb



Product Data Sheet

## Description

5052 and 5056 expanded aerospace grade aluminum honeycomb materials are available in a wide selection of cell sizes and foil gauges. The HexWeb® CR III coating has been developed to offer superior protection for aluminum honeycomb exposed to corrosive environments. The HexWeb® CR III system offers a clear protective film that interacts with the aluminum surface forming a stable, tightly adherent bond. The coating is primarily an organometallic polymer type that differs from the normal conversion-type corrosion protective coatings.

## Features

- Aerospace structural grade honeycomb
- Excellent corrosion resistance
- Highest strength and rigidity to weight ratio as a sandwich core
- Maintain corrosion protection at elevated temperatures
- Available in 5052 and 5056 alloys

## Applications

Aluminum HexWeb® CR III Specification Grade honeycomb materials are predominantly used in sandwich structures to meet design requirements for highly engineered structural components. As a structural core material, it finds applications in all types of aerospace vehicles and supporting equipment where sandwich structure offers rigid panels of minimum weight, aerodynamic smooth surfaces, and high fatigue resistance. The same structural properties are also used for commercial applications such as tools, snow and water skis, bulkheads, and floors. Other nonstructural uses are directional air/fluid flow control, RF shielding, and energy absorption.

## Type Designation

HexWeb® CR III aluminum honeycomb is designated as follows:

Material – Cell size – Alloy – Density

Example: **CR-III – 3/16 – 5052 – 3.1N**

Where

**CR III** – designates corrosion resistant honeycomb

**3/16** – is the cell size in inches

**5052** – is the alloy of the aluminum

**N** – indicates the cell walls are not perforated.

**P** – indicates cell walls are perforated, and is available on special order

**3.1** – is the nominal density in pounds per cubic foot

5052 and 5056 are supplied in the H-39 temper



# HexWeb® CR III

Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb



Product Data Sheet

### Dimensional Nomenclature

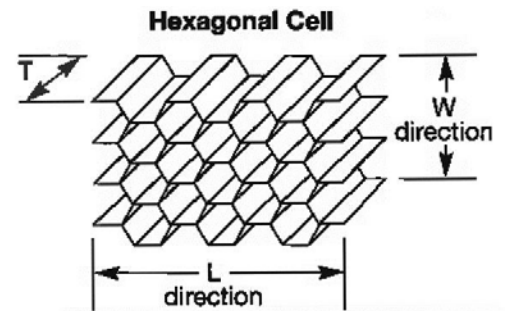
T = Thickness, or cell depth

L = Ribbon direction, or longitudinal direction

W = Transverse direction, or direction perpendicular to the ribbon

### Availability

Lead time varies with the honeycomb type. Please contact a Hexcel Sales Office or Hexcel Customer Service for price and delivery information.



### Specifications

HexWeb® CR III expanded aluminum honeycomb materials meet the requirements of Military Specification MIL-C7438 where applicable.

### Standard Dimensions

HexWeb® CR III 5052 and 5056 aluminum honeycomb is available in the following standard size:

On special orders Hexcel has the capability of manufacturing HexWeb® CR III honeycomb panels in the L dimensions up to 60 inches maximum, W dimensions up to 150 inches maximum, and T dimensions up to 34 inches maximum, subject to limitations on some products. Larger sizes may be produced by splicing. Contact the nearest Hexcel Sales Office for additional information.

Expanded Sheets		
L	W	Nominal Sq.Ft.
48 in. + 3 in. - 0 in.	96 in. + 4 in. - 0 in.	32.00

### Dimensional Tolerances

Tolerances on cut thickness for standard size and smaller sheets are as follows:

#### Sheet Thickness      Standard Tolerances

0.250 in. to 3.999 in.      ± 0.005 in.

4.000 in. and over      ± 0.062 in.

Contact your nearest Hexcel Sales Office with regard to specific dimensional tolerances.



# HexWeb® CR III

Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb



Product Data Sheet

## Density Tolerance

The nominal densities of the 5052 and 5056 expanded aluminum honeycomb products are shown in Table 1 and II. The standard density tolerance from the normal density is  $\pm 10\%$ .

## Custom Processing

Aluminum honeycomb can be provided machined or formed ready for bonding. Hexcel has complete facilities for the manufacture of honeycomb core parts and core assemblies. Capabilities include all types of adhesive edge splicing, machining of simple or compound taper elements with plane or compound curved surfaces, machining of relief areas, chamfering, drilling, plan form contouring, curvature forming, and similar operations.

## Special Products

In addition to the HexWeb® CR III hexagonal core honeycomb, Hexcel makes 5052 and 5056 aluminum honeycomb in several other specialized cell configurations and products; e.g., Flex-Core® (Data Sheet 2700), exceptional formable core material; Corrugated and Reinforced Corrugated Core (Data Sheet 2400), and higher density cores with superior compressive and crush strengths.

Contact your nearest Hexcel Sales Office for information on these specialized products and on specific processing requirements.

## Mechanical Properties

Mechanical properties of HexWeb® CR III 5052 and 5056 alloy honeycomb are shown in Table I and II, respectively. A major advantage of the HexWeb® CR III organo-metallic polymer coating over typical coatings is that HexWeb® CR III is much more resistant to salt spray exposure combined with a prior elevated temperature exposure. Shear strength retention after 350°F heat aging for up to 500 hours and 30-day salt spray exposure is approximately 88% of room temperature properties with no salt spray exposure; weight loss is considerably less than the maximum permissible per MIL-C-7438 for corrosion resistant aluminum honeycomb.





# HexWeb® CR III

Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb



Product Data Sheet

**Table I: HexWeb® CR III 5052 Hexagonal Aluminum Honeycomb**

Typical values (typ) are presented below, as well as minimum average (min) for a product type.

Cell Size	Nominal Density pcf	Compressive Strength					Crush Strength psi	Plate Shear					
		Bare		Stabilized		Modulus ksi		L Direction			W Direction		
		Strength psi		Strength psi				Strength psi	Modulus ksi	Strength psi		Modulus ksi	
		typ	min	typ	min					typ	min		typ
1/8	3.1	285	200	300	215	75	130	210	155	45.0	130	90	22.0
1/8	4.5	550	375	570	405	150	260	340	285	70.0	220	168	31.0
1/8	6.1	980	560	1020	680	240	450	560	455	98.0	340	272	41.0
1/8	8.1	1500	1000	1560	1100	350	750	800	670	135.0	470	400	54.0
1/8	10.0	2100p	1575p	2250p	1685p	-	-	980p	735p	175.0p	550p	415p	65.0p
1/8	12.0	2700	2100	2900	2200	900	-	1940l	1250l	-	1430l	1000l	-
5/32	2.6	220	150	240	160	55	90	165	120	37.0	100	70	19.0
5/32	3.8	395	285	410	300	110	185	270	215	56.0	165	125	26.4
5/32	5.3	690	490	720	535	15	340	420	370	84.0	270	215	36.0
5/32	6.9	1080	770	1130	800	285	575	590	540	114.0	375	327	46.4
5/32	8.4	1530	1070	1160	1180	370	800	760	690	140.0	475	420	56.0
3/16	2.0	160	90	175	100	34	60	120	80	27.0	70	46	14.3
3/16	3.1	290	200	335	215	75	130	210	155	45.0	125	90	22.0
3/16	4.4	520	360	550	385	145	250	330	280	68.0	215	160	30.0
3/16	5.7	820	560	860	600	220	390	460	410	90.0	300	244	38.5
3/16	6.9	1120	770	1175	800	285	575	590	540	114.0	375	328	46.4
3/16	8.1	1600	1000	1720	1100	350	750	725	670	135.0	480	400	54.0
1/4	1.6	90	60	100	70	20	40	85	60	21.0	50	32	11.0
1/4	2.3	190	120	210	130	45	75	140	100	32.0	85	57	16.2
1/4	3.4	340	240	370	250	90	150	230	180	50.0	140	105	24.0
1/4	4.3	500	350	540	370	140	230	320	265	66.0	200	155	29.8
1/4	5.2	590	500	760	510	190	335	410	360	82.0	265	200	35.4
1/4	6.0	990	630	1100	660	235	430	530	445	96.0	340	265	40.5
3/8	1.0	50	20	55	20	10	25	45	32	12.0	30	20	7.0
3/8	1.6	90	60	95	70	20	40	85	60	21.0	50	32	11.0
3/8	2.3	190	120	200	130	45	75	135	100	32.0	80	57	16.2
3/8	3.0	285	190	310	200	70	120	200	145	43.0	125	85	21.2
3/8	3.7	370	270	410	285	105	180	250	200	55.0	160	115	26.0
3/8	4.2	520	335	560	355	135	220	310	255	65.0	200	150	29.0

Test data obtained at 0.625 inch thickness.

p = preliminary

x = predicted values

l = beam shear for 12.0 pcf products.

maximum block size 48 in. x 60 in., maximum thickness = 1.00 in.

Other cell sizes, densities, and dimensions are available on special request. Please contact your nearest Hexcel Sales Office for additional information. One block minimum buy may apply.



# HexWeb® CR III

Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb



Product Data Sheet

**Table II: HexWeb® CR III 5056 Hexagonal Aluminum Honeycomb**

Typical values (typ) are presented below, as well as minimum average (min) for a product type.

Cell Size	Nominal Density pcf	Compressive Strength					Crush Strength psi	Plate Shear					
		Bare		Stabilized				L Direction			W Direction		
		Strength psi		Strength psi		Modulus ksi		Strength psi		Modulus ksi	Strength psi		Modulus ksi
		typ	min	typ	min	typ		typ	min	typ	min	typ	
1/8	3.1	320	250	350	260	97	170	250	200	45.0	155	110	20.0
1/8	4.5	710	475	690	500	185	320	440	350	70.0	255	205	28.0
1/8	6.1	1120	780	1200	825	295	535	690	525	102.0	400	305	38.0
1/8	8.1	1750	1200	1900	1300	435	810	945	740	143.0	560	440	51.0
5/32	2.6	250	180	265	185	70	120	200	152	37.0	115	80	17.0
5/32	3.8	450	360	500	375	140	235	335	272	57.0	195	155	24.0
5/32	5.3	820	615	865	650	240	420	550	435	85.0	325	250	33.0
5/32	6.9	1220	920	1340	1000	350	650	760	610	118.0	430	360	43.0
3/16	2.0	190	110	200	120	45	75	140	105	27.0	85	50	13.0
3/16	3.1	380	250	410	260	97	170	265	200	45.0	150	110	20.0
3/16	4.4	620	460	670	490	180	310	425	340	68.0	245	198	27.0
3/16	5.7	920	685	1000	735	270	480	565	480	94.0	330	280	36.0
1/4	1.6	100	75	110	80	30	50	90	78	20.0	60	38	10.5
1/4	2.3	240	145	265	155	58	100	180	130	32.0	100	62	15.0
1/4	3.4	400	300	480	315	115	200	290	230	50.0	175	130	22.0
1/4	4.3	580	440	620	465	172	300	400	325	67.0	230	190	27.0
1/4	5.2	790	600	820	645	230	410	490	425	84.0	300	245	32.0
3/8	1.0	55	25	60	35	15	35	55	45	15.0	35	25	6.8
3/8	1.6	100	75	110	80	30	50	90	78	20.0	60	38	10.5
3/8	2.3	215	155	225	155	58	100	170	130	32.0	95	62	15.0
3/8	3.0	320	240	340	260	92	160	245	190	43.0	145	100	19.0

Test data obtained at 0.625 inch thickness.

Other cell sizes, densities, and dimensions are available on special request. Please contact your nearest Hexcel Sales Office for additional information. One block minimum buy may apply.



# HexWeb® CR III

Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb



Product Data Sheet

## For more information

Hexcel is a leading worldwide supplier of composite materials to aerospace and industrial markets. Our comprehensive range includes:

- HexTow® carbon fibers
- HexForce® reinforcements
- HiMax™ multiaxial reinforcements
- HexPly® prepregs
- HexMC® molding compounds
- HexFlow® RTM resins
- Redux® adhesives
- HexTool® tooling materials
- HexWeb® honeycombs
- Acousti-Cap® sound attenuating honeycomb
- Engineered core
- Engineered products

For US quotes, orders and product information call toll-free 1-888-611-4038. For other worldwide sales office telephone numbers and a full address list, please go to:

<http://www.hexcel.com/contact/salesoffice>

©2017 Hexcel Corporation – All rights reserved. Hexcel Corporation and its subsidiaries ("Hexcel") believe that the technical data and other information provided herein was materially accurate as of the date this document was issued. Hexcel reserves the right to update, revise or modify such technical data and information at any time. Any performance values provided are considered representative but do not and should not constitute a substitute for your own testing of the suitability of our products for your particular purpose. **Hexcel makes no warranty or representation, express or implied, including but not limited to the implied warranties of merchantability and fitness for a particular purpose, and disclaims any liability arising out of or related to, the use of or reliance upon any of the technical data or information contained in this document.**