

LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES VISCOSOS

WILSON EMILIO DAVID SÁNCHEZ

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL

LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES VISCOSOS

WILSON EMILIO DAVID SÁNCHEZ

ORIENTADOR: JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS

BRASÍLIA / DF: 02 / 12 / 2019

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL**

LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES VISCOSOS

WILSON EMILIO DAVID SÁNCHEZ

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

APROVADA POR:



Prof. José Luís Vital de Brito, Doutor (ENC-UnB)
(Orientador)



Prof. Graciela N. Doz de Carvalho, Dr. Ing (ENC-UnB)
(Examinadora Interna)



Prof. Maria Paz Duque Gutierrez, Doutora (IESB)
(Examinadora Externa)

BRASÍLIA, 02 DE DEZEMBRO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

DAVID SÁNCHEZ, WILSON EMILIO

Localização ótima de amortecedores viscosos. [Distrito Federal] 2019.

x, 53p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2019).

Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Localização ótima de amortecedores

2. Amortecedor viscoso

3. Problema inverso incremental

4. Função de transferência

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

DAVID S., W. E. (2019). Localização ótima de amortecedores viscosos. Monografia de Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 53p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Wilson Emilio David Sánchez

TÍTULO: Localização ótima de amortecedores viscosos.

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



Wilson Emilio David Sánchez

Brasília / DF- Brasil

e-mail: wedavid@unal.edu.co

RESUMO

LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES VISCOSOS

Autor: Wilson Emilio David Sánchez

Orientador: José Luís Vital de Brito, Doutor

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

Brasília, Dezembro de 2019

O uso de amortecedores passivos do tipo viscoso tem sido eficaz no controle de vibração estrutural e é amplamente utilizado para a proteção de estruturas civis. Definir a localização ótima dos amortecedores pode aumentar sua eficiência. Nesta monografia, a localização ótima dos amortecedores viscosos é analisada numericamente pelo comportamento da amplitude da função de transferência. Duas metodologias de otimização, propostas por Izuru Takewaki e programadas no MATLAB, foram aplicadas a um edifício do tipo *shear building*. Essas duas metodologias são: (1) Reprojeto para a função de transferência objetivo e (2) Localização ótima de amortecedores. Foram avaliados modelos de edifícios do tipo *shear building* entre 2 e 8 graus de liberdade (GDL). Os resultados obtidos mostraram que o método de localização ótima de amortecedores foi eficiente, pois houve uma redução na amplitude da função de transferência de 25,17% e 43,71% no primeiro pavimento para os modelos 2 GDL e 8 GDL, respectivamente. Observou-se também que os pavimentos que não precisaram de amortecimento após realizar a distribuição ótima tendem a diminuir a amplitude da função de transferência na mesma proporção.

Palavras-chave: Localização ótima de dispositivos, amortecedor viscoso, problema inverso incremental, função de transferência, controle passivo.

ABSTRACT

OPTIMAL PLACEMENT OF VISCOUS DAMPERS

Author: Wilson Emilio David Sánchez

Supervisor: José Luís Vital de Brito, Doutor

Department of Civil and Environmental Engineering

Brasília, December of 2019

Viscous passive dampers have been effective in structural vibration control and are widely used for the protection of civil structures. Defining the optimal placement of the dampers can enhance their efficiency. In this analysis of the optimal placement of viscous dampers is analyzed numerically by the behavior of the amplitude of transfer function. Two optimization methodologies proposed by Izuru Takewaki and coded in MATLAB were applied to a shear building. These two methodologies are: (1) Redesign for target transfer function and (2) Optimal placement of dampers. Shear building models between 2 DOF and 8 DOF were evaluated. The results obtained showed that the method of optimal placement of dampers was efficient, as there was a reduction in the amplitude of transfer function of 25.17% and 43.71% in the first floor for the 2 DOF and 8 DOF models, respectively. It was also observed that floors that did not need damping after performing the optimal distribution tend to decrease the amplitude of transfer function by the same proportion.

Key-Words: Optimal placement of devices, viscous damper; incremental inverse problem; transfer function; passive control.

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 APRESENTAÇÃO..... | 1 |
| 1.2 OBJETIVOS..... | 2 |
| 1.3 METODOLOGIA..... | 3 |
| 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... | 4 |
| 2.1 INTRODUÇÃO..... | 4 |
| 2.2 SISTEMA DE CONTROLE PASSIVO | 7 |
| 2.2.1 Amortecedores de fluido viscoso | 8 |
| 2.2.2 Aplicações de Amortecedores de fluido viscoso | 8 |
| 2.3 ESTADO DA ARTE EM RELAÇÃO A AMORTECEDORES VISCOSOS | 10 |
| 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS | 15 |
| 3.1 INTRODUÇÃO..... | 15 |
| 3.2 REPROJETO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA OBJETIVO (RFTO)..... | 17 |
| 3.2.1 Problema inverso incremental..... | 17 |
| 3.3 LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DO AMORTECEDOR (LOA)..... | 21 |
| 3.3.1 Problema de localização ótima do amortecedor | 21 |
| 4. ANÁLISES NUMÉRICAS..... | 27 |
| 4.1 ANÁLISE NUMÉRICA 1..... | 27 |
| 4.2 ANÁLISE NUMÉRICA 2..... | 33 |
| 4.3 ANÁLISE NUMÉRICA 3..... | 42 |
| 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS..... | 48 |
| 5.1 CONCLUSÕES..... | 48 |
| 5.2 SUGESTÕES | 50 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 51 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 2.1: Estrutura com dissipação passiva de energia (Fonte: David (2016))..... | 4 |
| Figura 2.2: Estrutura com controle ativo (Fonte: David (2016))..... | 5 |
| Figura 2.3: Estrutura com controle semiativo (Fonte: David (2016)) | 5 |
| Figura 2.4: Estrutura com controle híbrido (Fonte: David (2016)) | 6 |
| Figura 2.5: Diagramas esquemáticos do Amortecedor de Fluido Viscoso (Fonte: He <i>et al.</i> (2017))..... | 8 |
| Figura 2.6: Hotel Anhui protegido por Amortecedor de Fluido Viscoso (em inglês) (Fonte: Guo <i>et al.</i> (2015))..... | 9 |
| Figura 2.7: Passarela <i>Millennium Bridge</i> protegida por Amortecedor de Fluido Viscoso | 9 |
| Figura 2.8: Palavras chaves sobre Amortecimento Viscoso (em inglês) – Visualização do tipo rede (Fonte: <i>VOSViewer</i>) | 11 |
| Figura 2.9: Relatório sobre Amortecedores Viscosos (Fonte: <i>web of science</i>)..... | 11 |
| Figura 3.1: Função de transferência (Modificada de Takewaki (2009))..... | 16 |
| Figura 3.2: Classificação das técnicas de localização ótima de amortecedor (Modificada de Whittle <i>et al.</i> (2012))..... | 16 |
| Figura 3.3: Edifício (<i>shear building</i>) com amortecedores viscosos (Variável de projeto k) | 17 |
| Figura 3.4: Edifício (<i>shear building</i>) com amortecedores viscosos (Variável de projeto c)..... | 22 |
| Figura 3.5: Fluxograma do processo de otimização (Modificado de Takewaki (2009))..... | 26 |
| Figura 3.6: Fluxograma de cálculo do RFTO e LOA | 26 |
| Figura 4.1: Modelo de Amortecedor viscoso (2 GDL)..... | 28 |
| Figura 4.2: Amplitude da função de transferência – Projeto Inicial (2 GDL)..... | 28 |
| Figura 4.3: Amplitude da função de transferência - Projeto Objetivo (2 GDL)..... | 29 |
| Figura 4.4: Distribuição da rigidez (2 GDL)..... | 29 |
| Figura 4.5: Amortecedor Viscoso (6 GDL)..... | 30 |
| Figura 4.6: Amplitude da função de transferência – Pavimento 1 (6 GDL) | 31 |
| Figura 4.7: Amplitude da função de transferência – Pavimento 2 (6 GDL) | 31 |
| Figura 4.8: Amplitude da função de transferência – Pavimento 3 (6 GDL) | 31 |
| Figura 4.9: Amplitude da função de transferência – Pavimento 4 (6 GDL) | 32 |
| Figura 4.10: Amplitude da função de transferência – Pavimento 5 (6 GDL) | 32 |
| Figura 4.11: Amplitude da função de transferência – Pavimento 5 (6 GDL) | 32 |
| Figura 4.12: Amortecedor Viscoso – Modelo A (6 GDL) | 34 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.13: Distribuição da rigidez – Modelo A (6 GDL) | 34 |
| Figura 4.14: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 1 (6 GDL). | 34 |
| Figura 4.15: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 2 (6 GDL). | 34 |
| Figura 4.16: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 3 (6 GDL). | 35 |
| Figura 4.17: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 4 (6 GDL). | 35 |
| Figura 4.18: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 5 (6 GDL). | 35 |
| Figura 4.19: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 6 (6 GDL). | 35 |
| Figura 4.20: Amortecedor Viscoso – Modelo 12 (6 GDL) | 36 |
| Figura 4.21: Distribuição da rigidez – Modelo 12 (6 GDL) | 36 |
| Figura 4.22: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 1 (6 GDL) | 37 |
| Figura 4.23: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 2 (6 GDL) | 37 |
| Figura 4.24: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 3 (6 GDL) | 37 |
| Figura 4.25: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 4 (6 GDL) | 37 |
| Figura 4.26: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 5 (6 GDL) | 37 |
| Figura 4.27: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 6 (6 GDL) | 37 |
| Figura 4.28: Amortecedor Viscoso – Modelo 34 (6 GDL) | 38 |
| Figura 4.29: Distribuição da rigidez – Modelo 34 (6 GDL) | 39 |
| Figura 4.30: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 1 (6 GDL) | 39 |
| Figura 4.31: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 2 (6 GDL) | 39 |
| Figura 4.32: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 3 (6 GDL) | 39 |
| Figura 4.33: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 4 (6 GDL) | 39 |
| Figura 4.34: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 5 (6 GDL) | 40 |
| Figura 4.35: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 6 (6 GDL) | 40 |
| Figura 4.36: Amortecedor Viscoso – Modelo 56 (6 GDL) | 41 |
| Figura 4.37: Distribuição da rigidez – Modelo 56 (6 GDL) | 41 |
| Figura 4.38: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 1 (6 GDL) | 41 |
| Figura 4.39: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 2 (6 GDL) | 41 |
| Figura 4.40: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 3 (6 GDL) | 42 |
| Figura 4.41: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 4 (6 GDL) | 42 |
| Figura 4.42: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 5 (6 GDL) | 42 |
| Figura 4.43: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 6 (6 GDL) | 42 |
| Figura 4.44: Amortecedor Viscoso – Modelo ótimo (2 GDL)..... | 43 |
| Figura 4.45: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (2 GDL) | 44 |

| | |
|--|----|
| Figura 4.46: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 1 (2 GDL) | 44 |
| Figura 4.47: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 2 (2 GDL) | 44 |
| Figura 4.48: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (3 GDL) | 45 |
| Figura 4.49: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (4 GDL) | 45 |
| Figura 4.50: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (5 GDL) | 45 |
| Figura 4.51: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (6 GDL) | 45 |
| Figura 4.52: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (7 GDL) | 45 |
| Figura 4.53: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (8 GDL) | 45 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1.1: Danos causados por terremotos | 1 |
| Tabela 2.1: Classificação dos dispositivos de controle estrutural (Fonte: David (2016)) | 6 |
| Tabela 2.2: Critérios de pesquisa do SVC usando WT | 10 |
| Tabela 4.1: Propriedades iniciais – Modelo 2 GDL | 28 |
| Tabela 4.2: Propriedades iniciais – Modelo 6 GDL | 30 |
| Tabela 4.3: Propriedades iniciais – Modelo A | 34 |
| Tabela 4.4: Propriedades iniciais – Modelo 12 | 36 |
| Tabela 4.5: Propriedades iniciais – Modelo 34 | 38 |
| Tabela 4.6: Propriedades iniciais – Modelo 56 | 40 |
| Tabela 4.7: Propriedades iniciais | 43 |
| Tabela 4.8: Máxima Amplitude da Função de Transferência | 47 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|----------------------|--|
| A | : Matriz dos componentes da transformada de Fourier da função de movimento |
| $A_{,j}$ | : Diferenciação parcial de A_H |
| B_i | : Somatória dos valores absoluto do valor complexo $\hat{\delta}_i$ |
| c_c | : Amortecimento crítico |
| i | : Unidade imaginaria |
| $\text{Im}[]$ | : Parte imaginaria de um valor complexo |
| k_i | : Rigidez |
| \mathbf{K} | : Matriz de rigidez |
| L | : O Lagrangiano |
| m_i | : Massa |
| \mathbf{M} | : Matriz diagonal de massa. |
| N | : Número de passos |
| $\text{Re}[]$ | : Parte real de um valor complexo |
| T | : Matriz de transformação da deformação-deslocamento |
| u_i | : Deslocamento nodal da massa m_i |
| \ddot{u}_g | : Aceleração na base |
| $U_i(\omega)$ | : Funções de frequência da transformada de Fourier de u |
| \hat{U}_i | : Valor complexo |
| $\ddot{U}_g(\omega)$ | : Funções de frequência da transformada de Fourier de \ddot{u} |
| $\hat{U}_{i,j}$ | : Sensibilidade de primeira ordem do valor complexo \hat{U}_i |
| V | : Flexibilidade global |
| $V^{(1)}$ | : Menor autovetor não amortecido |
| \bar{W} | : Valor especificado (somatória dos amortecedores adicionados) |
| α_{0i} | : Valor inicial da relação da função de transferência |
| $\alpha_i(k)$ | : Razão entre dois deslocamentos nodais relativos (Relação da função de transferência) |
| α_{Fi} | : Valor final da relação da função de transferência |
| c_i | : Coeficiente de amortecimento |

| | |
|-------------------------|--|
| γ_{0i} | : Valor inicial de γ_i |
| γ_i | : Relação das somatórias dos valores absoluto do valor complexo $\hat{\delta}_i$ |
| $\delta_i(\omega)$ | : Transformada de Fourier dos deslocamentos de pavimento |
| $\hat{\delta}_i$ | : Valor complexo |
| $\hat{\delta}_{i,j}$ | : Sensibilidade de primeira ordem do valor complexo $\hat{\delta}_i$ |
| $ \hat{\delta}_i $ | : Valor absoluto do valor complexo $\hat{\delta}_i$ |
| $ \hat{\delta}_i _{,j}$ | : Sensibilidade de primeira ordem da amplitude complexa $ \hat{\delta}_i $ |
| Δk | : Incremento das rigidezes. |
| $\Delta\alpha_1(k)$ | : Incremento linear de $\alpha_i(k)$ |
| Δc | : Incremento dos coeficientes de amortecimento. |
| $\Delta\gamma_i$ | : Incremento linear de γ_i |
| $\Delta\Omega_1(k)$ | : Incremento linear do menor autovalor $\Omega_1(k)$ |
| λ | : Multiplicador de Lagrange |
| ξ | : Coeficiente de amortecimento crítico |
| ω | : Frequência circular |
| ω_1 | : Frequência natural não amortecida |
| $\omega_1(k)_{,j}$ | : Sensibilidade de primeira ordem da frequência natural não amortecida. |
| $\Omega_{1(0)}$ | : Valor inicial do menor autovalor não amortecido |
| Ω_{1F} | : Valor final do menor autovalor não amortecido |
| $\Omega_1(k)_{,j}$ | : Sensibilidade de primeira ordem do menor autovalor de $\Omega_1(k)$ |
| $(\cdot)_{,j}$ | : Diferenciação parcial respeito a variável de projeto |
| AFT | : Amplitude da Função de Transferência |
| LOA | : Localização ótima do amortecedor |
| RFTO | : Reprojetado para a função de transferência objetivo |

1. INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

O avanço tecnológico, o desenvolvimento de novos materiais e o espaço limitado nas grandes cidades deram origem a estruturas esbeltas. Estruturas esbeltas, como torres de linhas de transmissão, arranha-céus e pontes de grandes vãos, podem sofrer vibrações excessivas e ficar vulneráveis quando cargas dinâmicas atuam. Essas cargas dinâmicas podem ser causadas por terremotos, vento, ondas etc. Uma possível solução para aumentar a resistência e a ductilidade dessas estruturas esbeltas seria através da implementação de controle estrutural, usando dispositivos de controle.

Um tipo de carga que chama a atenção na engenharia é aquele que vem dos terremotos devido ao seu poder destrutivo. No presente século tem havido terremotos que deixaram grandes perdas humanas e materiais, terremotos com magnitude superior a 7,0 graus na escala Richter e mais de 1.000 mortes são resumidos na Tabela 1.1.

Tabela 1.1: Danos causados por terremotos

| Data | Pais | Magnitude | Mortes | Danos materiais (USD\$ Milhões) |
|-------------|-------------|------------------|---------------|--|
| 26/01/2001 | Índia | 7,7 | 20.005 | 2.623 |
| 26/12/2004 | Indonésia | 9,1 | 1.001 | 10.000 |
| 28/03/2005 | Indonésia | 8,6 | 1.303 | - |
| 08/10/2005 | Paquistão | 7,6 | 76.213 | 6.680 |
| 12/05/2008 | China | 7,9 | 87.652 | 86.000 |
| 30/09/2009 | Indonésia | 7,5 | 1.117 | 2.200 |
| 12/01/2010 | Haiti | 7,0 | 316.000 | 8.000 |
| 11/03/2011 | Japão | 9,1 | 1.476 | 220.000 |
| 25/04/2015 | Nepal | 7,8 | 8.200 | 10.000 |

Fonte: NESDIS – National Geophysical Data Center, Significant Earthquake Database.

Os terremotos podem produzir na estrutura vibrações excessivas causando danos e, em alguns casos, o colapso. O controle estrutural surge como uma solução que tenta mitigar os danos produzidos pela ação do sismo, melhorando a proteção dos edifícios e estruturas civis, seus ocupantes e conteúdo através da absorção de uma porção da energia imposta, reduzindo a dissipação de energia nos elementos primários (David, 2016).

Segundo Housner *et al.*, (1997) e Soong e Dargush (1997) os sistemas de isolamento sísmico e controle estrutural podem ser classificados em quatro grupos: (1) Controle Passivo, (2) Controle Semiativo, (3) Controle Ativo e (4) Controle Híbrido. Neste trabalho, será utilizado um amortecedor viscoso, que faz parte do sistema de controle passivo.

Através do uso de amortecedores viscosos e a implementação de duas técnicas de otimização propostas por Takewaki (2009), procura-se definir a localização ótima dos dispositivos de controle. Segundo Takewaki (2009), inicialmente todos os pavimentos são considerados com a mesma quantidade de amortecimento. Uma das tarefas mais importantes e de difícil decisão para os projetistas é definir a melhor localização dos dispositivos de controle para maximizar sua eficiência. Takewaki (2009) propôs duas metodologias: (1) Reprojeto para a Função de Transferência objetivo (RFTO) e (2) localização Ótima de Amortecedores (LOA). David (2016) programou as duas metodologias propostas por Takewaki (2009) em MATLAB, mas as adaptou para um amortecedor do tipo histerético. Neste trabalho, propõe-se usar os algoritmos programados por David (2016) para estudar o comportamento da Amplitude da Função de Transferência (AFT) para modelos de edifícios do tipo *shear buildign* com amortecimento viscoso entre 2 GDL e 8 GDL.

1.2 OBJETIVOS

Como objetivo geral, pretende-se analisar a metodologia proposta por Takewaki (2009), em particular o comportamento da amplitude da função de transferência em edifícios do tipo *shear building* com diferentes números de pavimentos e protegidos por amortecedores viscosos.

Os objetivos específicos são:

- Calibrar a metodologia de cálculo proposta por Takewaki (2009) para determinar a localização ótima dos amortecedores viscosos.
- Analisar a importância de definir uma localização ótima dos amortecedores viscosos.
- Avaliar o comportamento da amplitude da função de transferência e a distribuição dos coeficientes de amortecimento viscoso em edifícios do tipo *shear building* com diferentes números de pavimentos.

1.3 METODOLOGÍA

Inicialmente foram estudadas duas metodologias de otimização propostas por Takewaki (2009). Foi considerado um edifício do tipo *shear building* como um modelo massa-mola-amortecedor. Os dados de entrada que alimentam os códigos programados foram: massa, rigidez e amortecimento, assim como o número de passos no processo de iteração. A primeira metodologia foi chamada pelo Takewaki (2009) como Reprojeto para a Função de Transferência objetivo (RFTO), que possui como variável de otimização a rigidez. A segunda metodologia foi denominada Localização Ótima de Amortecedores (LOA), onde a variável de otimização é o coeficiente de amortecimento dos amortecedores introduzidos. As duas metodologias são baseadas na amplitude da função de transferência. A Amplitude da função de transferência é definida como a relação entre a transformada de Laplace do sinal de saída e a transformada de Laplace do sinal de entrada.

Os códigos utilizados neste trabalho foram programados por David (2016) no programa MATLAB. David (2016) programou os métodos de otimização propostos por Takewaki (2009) para o uso de amortecedores do tipo histeréticos. Neste trabalho, os códigos de David (2016) foram adaptados para serem usados com amortecedores viscosos, mantendo o programa MATLAB como linguagem de programação.

Posteriormente foram realizadas três análises numéricas. Na primeira análise, procurou-se replicar os resultados apresentados por Takewaki (2009) para um edifício do tipo *shear building* de 2 GDL e 6 GDL. Na segunda análise, avaliou-se a importância de definir a localização ótima dos amortecedores, para isso foi utilizado um modelo de 6 GDL. Finalmente, a terceira análise numérica consistiu em avaliar o comportamento da amplitude da função de transferência, para isso foram utilizados modelos *shear building* entre 2 e 8 GDL.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma breve explicação dos diferentes sistemas de controle estrutural e um estado da arte sobre artigos que estudaram o amortecedor viscoso.

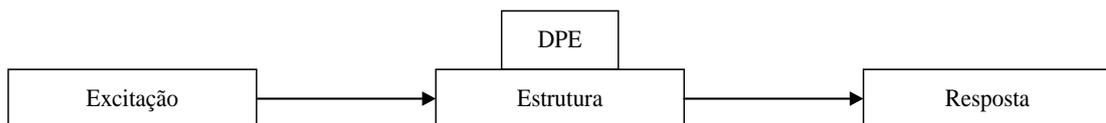
2.1 INTRODUÇÃO

Estruturas e construções civis enfrentam um cenário devastador quando as forças dinâmicas atuam sobre eles. Dependendo do grau de complexidade da estrutura, relacionado à altura e ao número de pessoas que abriga, será necessário pensar em alternativas que atendam às condições do projeto, proporcionando proteção e evitando possíveis perdas de vida e altos custos econômicos.

O controle estrutural emerge como uma solução para este problema e, basicamente, consiste em uma alteração das propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura, através da implementação de dispositivos antissísmicos ou pela ação de forças externas.

Segundo a ISSO 3010 *International Standard “Basis for design of structures – Seismic action on structures”* e publicado por Higashino e Okamoto (2006), os sistemas de isolamento sísmico e controle estrutural podem ser classificados como: sistemas de controle passivo, semiativo, ativo e híbrido (ver Tabela 2.1). São dadas a seguir as seguintes definições dos sistemas de controle existentes na literatura.

- **Controle Passivo:** Sua principal característica é que não precisa de uma fonte de energia externa. Estes dispositivos de controle dissipam a energia usando o próprio movimento da estrutura. Um sistema de controle passivo se resume à instalação de um ou mais dispositivos incorporados à estrutura que absorvem ou consomem uma parte da energia transmitida pelo carregamento dinâmico. A dissipação da energia pode ser devida à conversão de energia cinética em calor ou pela transferência de energia entre os modos de vibração (ver Figura 2.1).



* DPE (Dispositivos passivos de dissipação de energia)

Figura 2.1: Estrutura com dissipação passiva de energia (Fonte: David (2016))

Controle Ativo: Seu mecanismo de operação é baseado no uso de atuadores alimentados por fontes externas de energia, esses atuadores aplicam forças à estrutura, que são devidamente calculadas em tempo real por um computador. Essas forças podem ser usadas para adicionar ou dissipar a energia da estrutura (ver Figura 2.2). O sistema de controle ativo tem vantagens com respeito ao sistema de controle passivo no que se refere à frequência de excitação, pois o controle ativo pode se adaptar às mudanças de parâmetros tanto do carregamento quanto da estrutura.

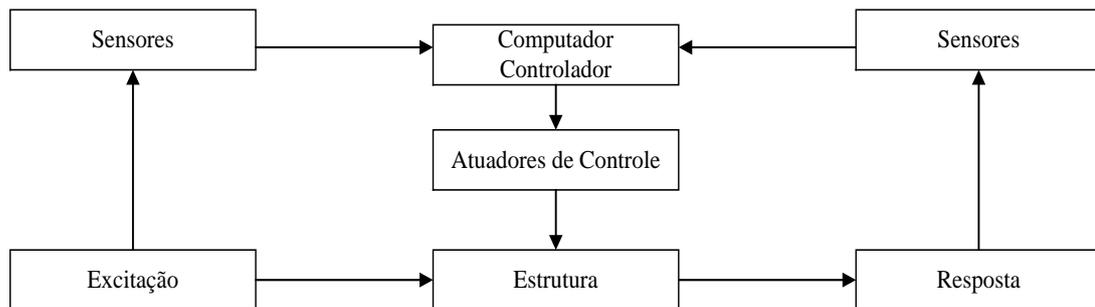
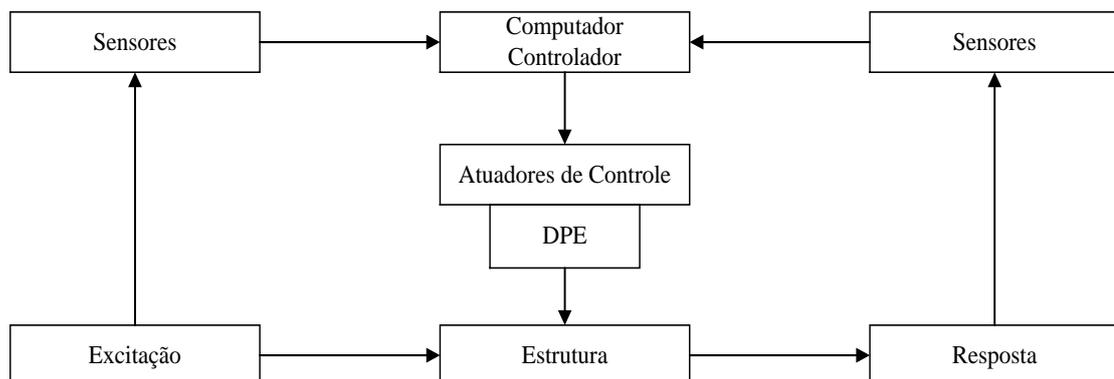


Figura 2.2: Estrutura com controle ativo (Fonte: David (2016))

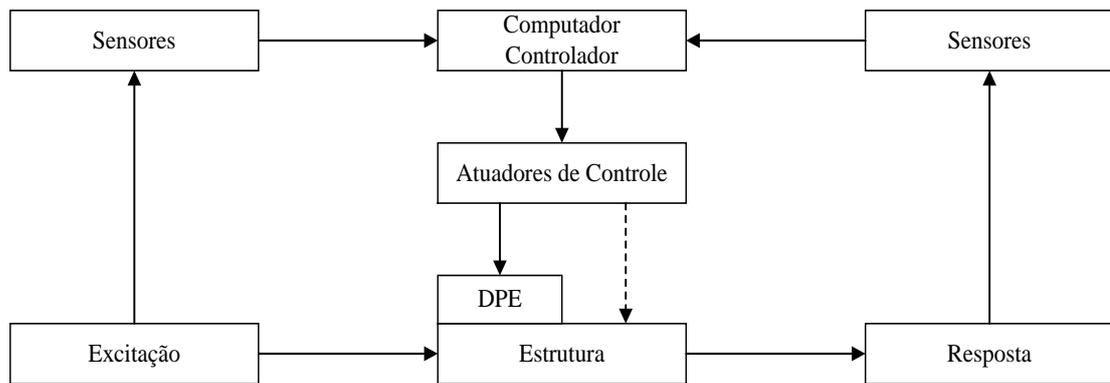
Controle Semiativo: Este tipo de controle estrutural tem a vantagem de que seus dispositivos exigem uma menor quantidade de energia em comparação com sistemas típicos de controle ativo, podendo, em muitas aplicações, operar com baterias de emergência. Normalmente estes dispositivos não introduzem energia mecânica ao sistema estrutural (incluindo a estrutura e os atuadores de controle). O controle semiativo tem a vantagem de possuir a adaptabilidade dos controladores ativos sem demandar grandes quantidades de energia (ver Figura 2.3).



* DPE (Dispositivos passivos de dissipação de energia)

Figura 2.3: Estrutura com controle semiativo (Fonte: David (2016))

Controle híbrido: Faz referência ao uso combinado do controle ativo e passivo. Assim, quando a capacidade do amortecedor passivo é excedida, o dispositivo ativo entra em operação. Uma das vantagens no uso de controle híbrido deve-se a exigência de pouca energia nos atuadores, levando a uma redução importante nos custos, além de um desempenho mais eficiente com respeito ao controle passivo, ampliando a faixa de frequência em que o dispositivo funciona de forma eficiente (ver Figura 2.4).



* DPE (Dissipadores passivos de energia)

Figura 2.4: Estrutura com controle híbrido (Fonte: David (2016))

A Tabela 2.1 mostra os diferentes dispositivos de controle para cada um dos sistemas de controle.

Tabela 2.1: Classificação dos dispositivos de controle estrutural (Fonte: David (2016))

| SISTEMA DE CONTROLE | TIPO | TIPO | DISPOSITIVO | |
|---------------------------|-----------------------|---------------------------------|---|----------------------------|
| CONTROLE PASSIVO | Isolamento sísmico | Mecanismo deslizante ou de rolo | Apoio de rolo | |
| | | | Apoio de chapa corrediça, tipo pêndulo basculante | |
| | | | Chapa deslizante | |
| | | | Outros | |
| | Dissipação de energia | Elemento flexível | Tipo Histerético | Elastômero de multicamadas |
| | | | | Dispositivo flexível |
| | | Tipo atrito | Tipo fluido | Aço |
| | | | | Chumbo |
| | | Tipo fluido | Tipo viscoelástico | Outros |
| | | | | Hidráulico |
| Efeito de massa adicional | Tipo Massa e mola | Tipo pendular | Viscoso | |
| | | | Outros | |
| | | | | |

Tabela 2.1: (Continuação)

| | | | |
|---------------------------------|---------------------------|-----------------------------------|------------------|
| | | Vibração de líquido | |
| | | Outros | |
| | Outros | | |
| CONTROLE SEMI-ATIVO | Controle do amortecimento | Sistema de amortecimento variável | Tipo hidráulico |
| | | | Outros |
| | Controle de rigidez | Sistemas com rigidez variável | Contraventamento |
| | | | Outros |
| | Outros | | |
| CONTROLE ATIVO E HÍBRIDO | Efeito de massa | Amortecimento ativo de massa | |
| | | Amortecimento híbrido de massa | |
| | Controle de força | Tendão ativo | |
| | | Outros | |
| | Outros | | |

2.2 SISTEMA DE CONTROLE PASSIVO

Quando uma estrutura vibra, ela dissipa energia através de tensões internas, rachaduras, deformações plásticas etc. Os sistemas de controle passivo ajudam a aumentar a capacidade de dissipação de energia em uma estrutura, convertendo energia cinética em calor ou transferindo energia entre os modos de vibração. Dessa maneira, quanto maior a capacidade de dissipação de energia, menor a amplitude da vibração.

Os dispositivos de dissipação de energia são usados para melhorar o amortecimento e a rigidez da estrutura; reduzindo a vibração estrutural. Os dispositivos passivos comumente usados para proteção sísmica são:

- Amortecedores metálicos - *Metallic dampers*
- Amortecedores de fricção - *Friction dampers*
- Amortecedores viscoelásticos - *Viscoelastic dampers* (VE)
- Amortecedores de fluido viscoso - *Viscous fluid dampers* (VF)
- Amortecedores de massa sintonizado - *Tuned mass dampers* (TMD)
- Amortecedores de líquido sintonizado e amortecedores de coluna de líquido sintonizado - *Tuned liquid dampers and tuned liquid column dampers* (TLD)

2.2.1 Amortecedores de fluido viscoso

Neste trabalho, será usado um amortecedor viscoso para avaliar o comportamento da Amplitude da função de transferência. O amortecedor viscoso usa a ação de fluidos para dissipar energia. Outros amortecedores, como: metálico, fricção e visco-elástico, usam a ação de sólidos para dissipar a energia da vibração. O amortecedor viscoso geralmente consiste em um pistão dentro de um cilindro preenchido com um composto de silicone ou óleo, no qual a energia é dissipada pelo movimento de um fluido viscoso no interior do cilindro (ver Figura 2.5). Se o fluido for puramente viscoso, a força de saída do amortecedor será diretamente proporcional à velocidade do pistão. As forças de amortecimento são geradas através do processo de conversão da energia mecânica em calor.

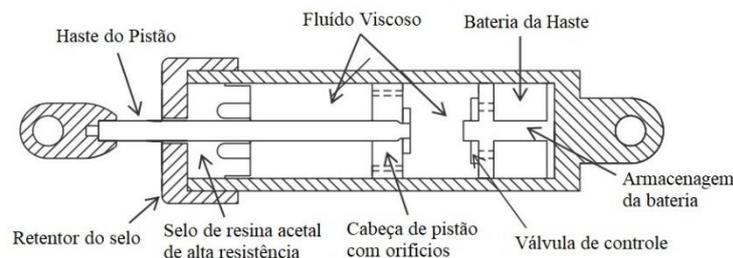


Figura 2.5: Diagramas esquemáticos do Amortecedor de Fluido Viscoso
(Fonte: He *et al.* (2017))

2.2.2 Aplicações de Amortecedores de fluido viscoso

Várias aplicações no uso de amortecedores viscosos foram feitas, por exemplo: em edifícios de escritórios, edifícios industriais, hospitais, pontes, reservatórios de água, etc. Por exemplo:

No Hotel Anhui, localizado na cidade de Hefei, na China, e construído em 1991. O edifício possui dois andares subterrâneos e dezenove andares acima do solo. Os amortecedores foram localizados nos cinco primeiros pavimentos, como mostra a Figura 2.6.

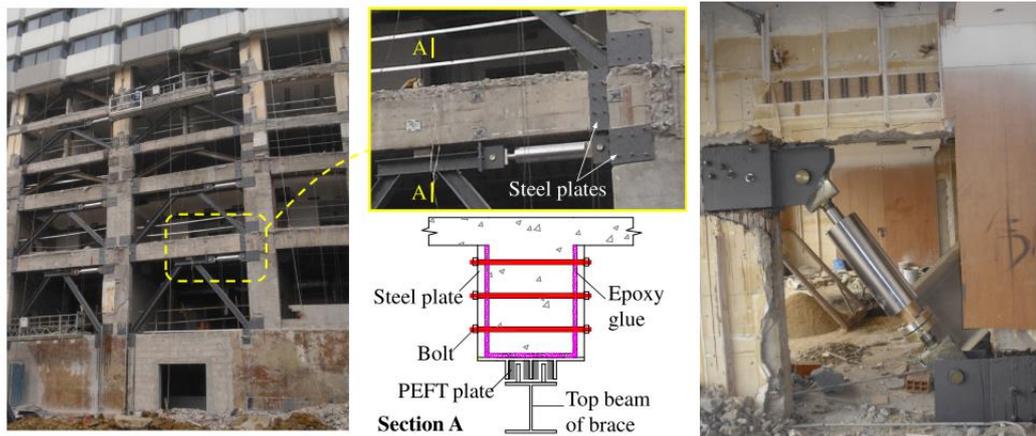


Figura 2.6: Hotel Anhui protegido por Amortecedor de Fluido Viscoso (em inglês)
(Fonte: Guo *et al.* (2015))

Outra aplicação de amortecedores viscosos foi implementada na passarela *Millennium Bridge*, localizada em Londres – Inglaterra, e construída em 2000. O uso de amortecedores foi necessário devido às vibrações excessivas ocorridas no dia da abertura ao público. Um total de 37 amortecedores viscosos foram instalados para eliminar vibrações laterais (ver a Figura 2.7). Também foram instalados amortecedores de massa sintonizados (TMD, por suas siglas em inglês).



(a) Fonte:

<http://britainexplorer.com/listing/millennium-bridge>



Fonte:

<http://epsassets.manchester.ac.uk/>

Figura 2.7: Passarela *Millennium Bridge* protegida por Amortecedor de Fluido Viscoso

2.3 ESTADO DA ARTE EM RELAÇÃO A AMORTECEDORES VISCOSOS

Segundo Domenico, Ricciardi e Takewaki (2019), o uso de amortecedores viscosos ganhou popularidade nos últimos anos. Países como Estados Unidos, Japão, China, Taiwan e Itália implementaram amortecedores para o controle estrutural (Higashino e Okamoto, 2006). Algumas das vantagens oferecidas pelos amortecedores viscosos são: 1) A capacidade de melhorar o desempenho da estrutura contra terremotos através da dissipação de energia; 2) A capacidade de gerar forças que estão fora de fase com os deslocamentos; 3) A possibilidade de aumentar a taxa de amortecimento de uma estrutura.

Amortecedores viscosos têm sido amplamente utilizados em aplicações aeroespaciais e militares. Nas últimas quatro décadas, seu uso foi estendido a estruturas civis novas e existentes, com o objetivo de dissipar energia. Atualmente, os amortecedores são oferecidos como um mecanismo eficaz para proteger as estruturas de riscos naturais.

Um estado da arte sobre amortecedores viscosos, bem como a localização dos amortecedores, foi consultado na página "web of science". Foram utilizados os critérios de pesquisa apresentados na Tabela 2.2 e, posteriormente, as palavras-chave foram representadas graficamente, conforme mostrado na Figura 2.8, com a ajuda do software *VOSViewer*.

Tabela 2.2: Critérios de pesquisa do SVC usando WT

| | | |
|-------------------|--|-----------------------------------|
| Palavras claves | <i>Viscous Damper</i> | <i>Viscous Damper + Placement</i> |
| Ano de publicação | 2015 – 2019 | 2000 – 2019 |
| Categoria | <i>Engineering civil - Construction building Technology - Engineering Mechanical - Mechanics</i> | |
| Tipo de documento | <i>Paper</i> | |
| Total de artigos | 192 | 23 |

Pode ser observado na Tabela 2.2 e na Figura 2.9, que o estudo sobre amortecedores viscosos nos últimos cinco anos tem sido uma linha de pesquisa ativa, apesar do pequeno número de publicações (192 artigos). Os estudos se concentraram principalmente na melhoria do desempenho de pontes e edifícios contra excitações sísmicas, como mostra a Figura 2.8. Em relação ao estudo da localização dos amortecedores viscosos, foi encontrado um baixo número

de publicações entre 2000 e 2019, apenas 23 no total. Portanto, pode-se dizer que o estudo sobre amortecedores viscosos e a localização desses amortecedores é uma área pouco explorada, mas de grande importância no controle de vibrações devido a sua capacidade na dissipação de energia.

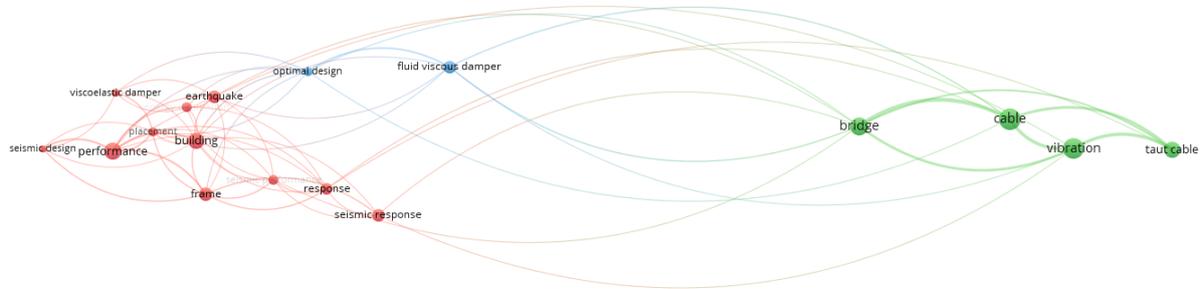


Figura 2.8: Palavras chaves sobre Amortecimento Viscoso (em inglês) – Visualização do tipo rede (Fonte: *VOSViewer*)

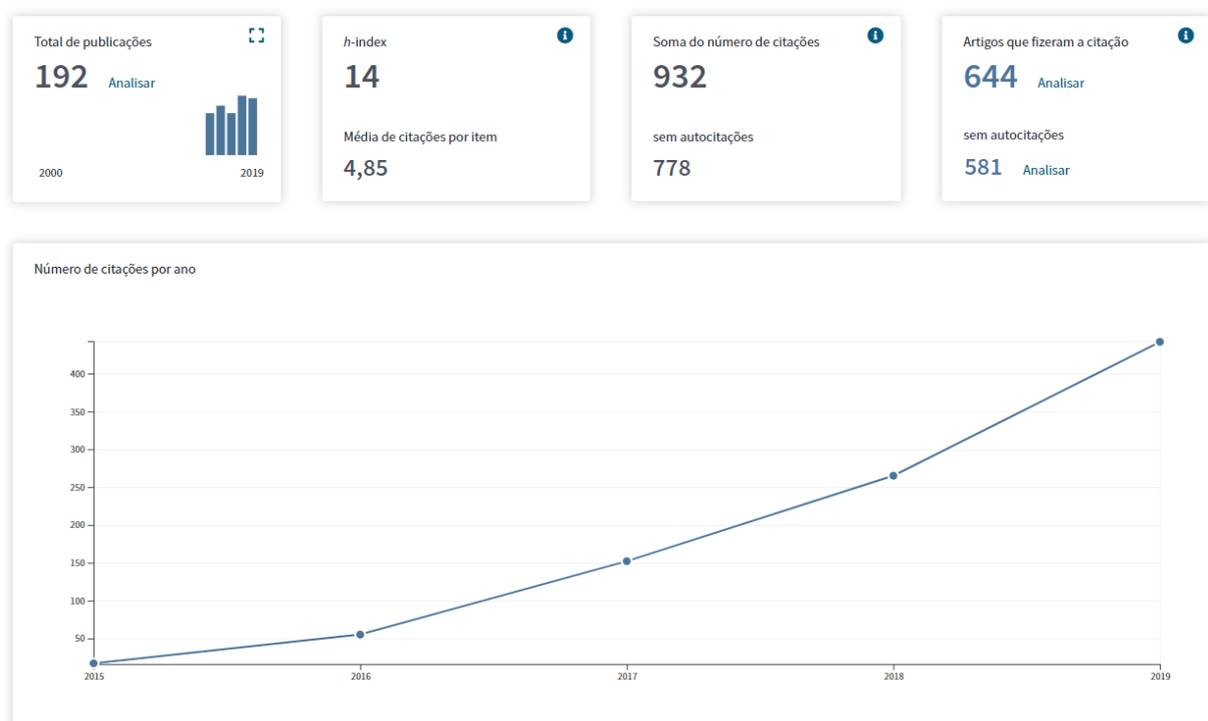


Figura 2.9: Relatório sobre Amortecedores Viscosos (Fonte: *web of science*)

Os amortecedores viscosos, projetados e posicionados otimamente, diminuem significativamente a resposta das estruturas. A seguir são apresentadas algumas investigações que estudaram o uso e a localização ótima de amortecedores do tipo viscoso.

Uma pesquisa focada na localização ótima dos amortecedores viscosos foi realizada por Takewaki (1997a; b). O autor propôs como função objetivo a amplitude da função de transferência. O método consiste em definir a rigidez ou o amortecimento como uma variável de projeto. No caso de se definir a rigidez como variável de projeto, a técnica é útil para estabelecer a priori possíveis pontos de localização ótima de amortecedores. No caso de usar o amortecimento como variável de projeto, a amplitude da função de transferência é minimizada, avaliada na frequência natural da estrutura e, restrita na soma dos coeficientes dos amortecedores adicionados. Desta forma, é determinada a melhor localização dos amortecedores viscosos.

Takewaki (1998) utilizou a amplitude da função de transferência como propriedade dinâmica geral, tendo como restrição a soma dos coeficientes dos amortecedores adicionados para encontrar a localização ótima de amortecedores e, assim minimizar a complacência dinâmica de uma viga em balanço. Posteriormente, Takewaki e Uetani (1999) considerando a resposta de amplificação devida à superfície do solo, desenvolveram um método sistemático para a instalação ótima de amortecedores em edifícios através da relação do período fundamental natural da estrutura com o da superfície do solo. Os autores apresentaram vários exemplos com diferentes condições do solo para demonstrar a eficácia e validade do método. Da mesma forma, Takewaki (2000a) propôs um novo método de excitação crítica probabilística para determinar a localização ótima de amortecedores baseado na característica de ressonância do movimento do solo.

Um procedimento chamado Algoritmo de pesquisa sequencial simplificado (SSSA, por suas siglas em inglês) foi proposto por Garcia (2001). O procedimento permite ao projetista o controle na escolha do número e características dos amortecedores. No caso de amortecedores viscosos lineares, a eficiência do método SSSA é comparável a outros procedimentos mais sofisticados. O autor utilizou um modelo de edifício plano de 6 GDL no desenvolvimento do trabalho.

Uetani, Tsuji e Takewaki (2003) propuseram um sistema de projeto ótimo para estruturas com amortecedores passivos. Foram instalados amortecedores do tipo viscoso em um edifício de 100 metros de altura. No estudo foi utilizado um algoritmo baseado na Projeção de gradiente.

Uma das vantagens do método é que possui a flexibilidade de ser modificado pelo projetista, a fim de satisfazer as condições especificadas nos códigos de projeto.

Em relação à função de transferência, Aydin, Boduroglu e Guney (2007) apresentaram variações da colocação ótima de amortecedores utilizando diferentes funções objetivos. Sendo os coeficientes dos amortecedores introduzidos as variáveis de projeto. Os resultados do procedimento numérico mostraram que pode ser benéfico na reabilitação estrutural. Posteriormente, Aydin (2012) propôs um novo método para encontrar as características e a localização ótima dos amortecedores viscosos, baseado no momento elástico em relação à base em modelos de edifícios planos de aço. Foram utilizadas como variáveis de projeto os coeficientes de amortecimento e avaliados em termos da função de transferência.

Martinez, Curadelli e Compagnoni (2013) estabeleceram um procedimento para definir de forma otimizada os coeficientes de amortecimento no caso de amortecedores do tipo viscoso. O critério de desempenho foi expresso em termos do deslocamento máximo, que é uma das limitações mais importantes utilizada pelos códigos de projeto sísmicos. Outro trabalho relevante no estudo sobre a quantidade e a colocação ótima dos amortecedores do tipo viscoso ou visco elástico foi desenvolvido por Alibrandi e Falsone (2015). Os autores apresentaram um método baseado na minimização do Valor Esperado da Potência Dissipada Estocástica (EDP, por sua sigla em inglês) pela estrutura. Um edifício plano de dez pavimentos foi submetido a um movimento do solo estocástico.

Para a prevenção de choque de faces, entre dois edifícios adjacentes, sob o efeito de um terremoto, Kandemir-Mazanoglu e Mazanoglu (2016) investigaram a capacidade e quantidade ótima de amortecedores viscosos. As forças de impacto devido ao choque foram simuladas por aproximação não linear mola-elástica chamada modelo de Hertz. No estudo paramétrico, os autores variaram o número e a rigidez dos pavimentos num edifício, além da capacidade dos amortecedores viscosos.

Recentemente, Akehashi e Takewaki (2019) desenvolveram um novo método para otimizar e distribuir amortecedores viscosos. Os autores implementaram um modelo plástico perfeitamente elástico para sistemas de múltiplos graus de liberdade através do uso de um método crítico de duplo impulso *pushover* (DIP, por suas siglas em inglês). Aydin, Öztürk e Dutkiewicz (2019) investigaram o projeto ótimo e a eficiência de amortecedores viscosos para estruturas afetadas por terremotos, levando em consideração diferentes comportamentos de modo. Outro estudo para a proteção de estruturas contra terremotos foi desenvolvido por

Domenico, De e Ricciardi (2019). Os autores examinam a forma dos amortecedores de fluido viscoso não linear (FVD, por suas siglas em inglês). Em seu estudo, um novo método de igualdade de energia é aplicado para tratar a não linearidade dos amortecedores de fluidos viscosos (FVD).

Foi possível observar pelos autores citados que há interesse em definir a localização ótima dos amortecedores viscosos. Takewaki em 1997 começou a usar a função de transferência como parâmetro indicador da distribuição ótima de amortecedores. Duas décadas depois, Takewaki continua estudando a importância da distribuição de amortecedores viscosos nas estruturas. Portanto, pode-se concluir que o estudo de amortecedores viscosos e sua localização ótima é uma área de interesse acadêmico e importante na proteção de estruturas civis.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 INTRODUÇÃO

Através de duas metodologias propostas por Takewaki (2009) e programadas por David (2016) em MATLAB, é estudado o comportamento da Amplitude da Função de Transferência (AFT) em um edifício do tipo *shear building* com amortecedores viscosos. David (2016) adaptou a metodologia do Takewaki (2009) para o caso de amortecedores históricos. As metodologias propostas por Takewaki (2009) são: Reprojeto para a Função de Transferência objetivo (RFTO) e Localização Ótima de Amortecedores (LOA). O RFTO considera a rigidez (k_i) como variável de projeto, mantendo constantes os valores de massa (m_i) e amortecimento (c_i) de cada um dos pavimentos que compõem o modelo. RFTO é usado para avaliar tentativas de localização ótima de amortecedores, definindo a priori possíveis pontos de distribuição do amortecimento na estrutura. LOA tem como variável a ser otimizada o amortecimento (c_i), mantendo constantes os valores da massa (m_i) e a rigidez (k_i) de cada pavimento. LOA é usado como processo de otimização dos amortecedores, através da distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento. As duas metodologias, RFTO e LOA, são baseadas em uma propriedade dinâmica geral conhecida como Amplitude da Função de Transferência (AFT). Segundo Takewaki (2009), os resultados obtidos pela AFT são gerais e não são influenciados pelas características dos movimentos de entrada. A Figura 3.1 mostra o comportamento típico da AFT, e a amplitude máxima ocorre para a frequência natural da estrutura (ω_1).

A função de transferência é definida como um modelo matemático que expressa a relação entre as variáveis de saída (resposta do sistema) e as variáveis de entrada (excitação externa). Sendo a AFT uma propriedade intrínseca do sistema, não depende da natureza ou magnitude da carga externa. A função de transferência é amplamente utilizada na análise de projetos de sistemas representados por equações diferenciais lineares invariantes ao longo do tempo.

A metodologia de localização ótima de amortecedores proposta por Takewaki (2009), ou seja, os métodos RFTO e LOA, segundo Whittle *et al.* (2012) pode ser classificada como uma otimização numérica do tipo determinístico baseado em gradiente (ver Figura 3.2). Modelos determinísticos são entendidos como aqueles em que todos os dados são conhecidos; caso contrário, são chamados de modelos estocásticos.

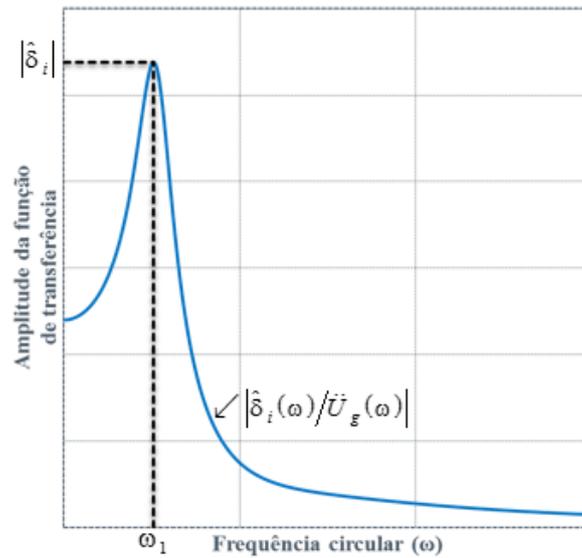
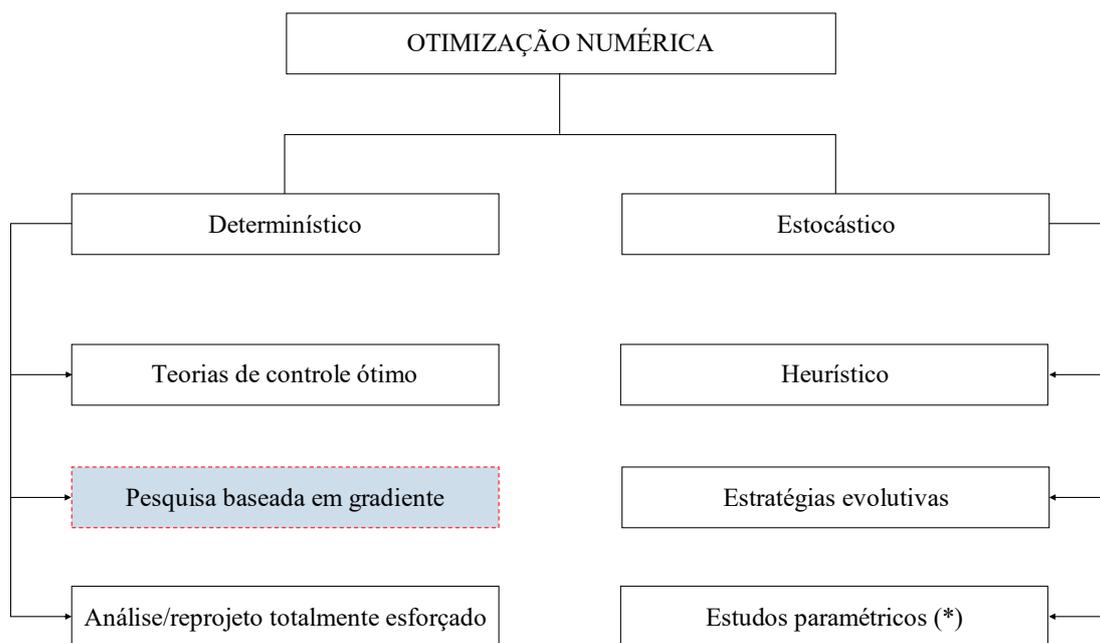


Figura 3.1: Função de transferência (Modificada de Takewaki (2009))



(*) Não é uma técnica de otimização numérica, mas é semelhante aos métodos estocásticos.

Figura 3.2: Classificação das técnicas de localização ótima de amortecedor (Modificada de Whittle *et al.* (2012))

3.2 REPROJETO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA OBJETIVO (RFTO)

3.2.1 Problema inverso incremental

Takewaki (2000a, 2009) implementa o problema inverso incremental em suas metodologias. Para o autor, o problema inverso incremental é considerado um processo de otimização por considerar parâmetros estruturais desconhecidos e, no momento em que esses parâmetros são determinados, a configuração e o tamanho dos elementos estruturais podem ser selecionados.

A formulação matemática apresentada neste capítulo é baseada em um modelo *shear building* de massa-mola-amortecedor de dois graus de liberdade com dispositivos viscosos, como mostra a Figura 3.3. Essa formulação matemática foi proposta por Takewaki (2009) e reescrita por David (2016). David (2016) eliminou alguns pontos de ambiguidade na nomenclatura escrita por Takewaki (2009) e as adaptou para um modelo com dissipadores do tipo histerético. Nesta monografia, a formulação para amortecedores viscosos realizada por Takewaki (2009) é usada, mas considerando algumas adaptações feitas por David (2016).

Na Figura 3.3, (\bar{m}_1, \bar{m}_2) são as massas, (k_1, k_2) as rigidezes e (\bar{c}_1, \bar{c}_2) os coeficientes de amortecimento. As variáveis de projeto são as rigidezes (k_1, k_2) .

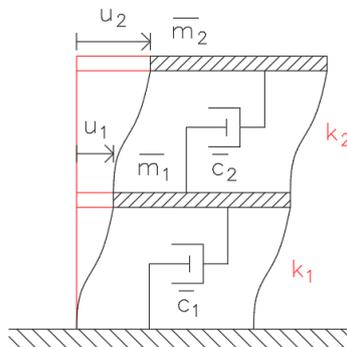


Figura 3.3: Edifício (*shear building*) com amortecedores viscosos (Variável de projeto k)

A equação do movimento quando o edifício é submetido a uma aceleração na base \ddot{u}_g , pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{c}_1 + \bar{c}_2 & -\bar{c}_2 \\ -\bar{c}_2 & \bar{c}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (3.1)$$

Onde u_1 e u_2 representam os deslocamentos nodais das massas \bar{m}_1 e \bar{m}_2 respectivamente. A transformada de Fourier, que dá a solução da equação diferencial da equação do movimento, Eq. (3.1), pode ser escrita como:

$$\left(\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \bar{c}_1 + \bar{c}_2 & -\bar{c}_2 \\ -\bar{c}_2 & \bar{c}_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{U}_g(\omega) \quad (3.2)$$

Sendo $U_1(\omega)$, $U_2(\omega)$, $\ddot{U}_g(\omega)$ funções no domínio da frequência devido à transformada de Fourier de u_1 , u_2 , \ddot{u}_g respectivamente, i a unidade imaginária e ω a frequência circular. As transformadas de Fourier $\delta_1(\omega)$ e $\delta_2(\omega)$ dos deslocamentos nodais absolutos $d_1 = u_1$ e $d_2 = u_2 - u_1$, podem ser escritas em termos de $U_1(\omega)$, $U_2(\omega)$ como:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1(\omega) \\ \delta_2(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Neste ponto Takewaki (2009) introduz as seguintes quantidades de valores complexo para auxiliar o desenvolvimento matemático, e são definidas como:

$$\hat{U}_1 \equiv \frac{U_1(\omega_1)}{\ddot{U}_g(\omega_1)} \quad \hat{U}_2 \equiv \frac{U_2(\omega_1)}{\ddot{U}_g(\omega_1)} \quad (3.4)$$

Na Eq. (3.4), \hat{U}_i indica a função de transferência para $\omega = \omega_1$. O valor absoluto de \hat{U}_i está representado pela Figura 3.1, chamado de amplitude da função de transferência com respeito à frequência ($\omega = \omega_1$). Esta quantidade de valor complexo indica a amplitude de ressonância do deslocamento de pavimento na frequência fundamental não amortecida ω_1 .

Novas quantidades de valores complexos são definidas por $\hat{\delta}_1 \equiv \hat{U}_1$ e $\hat{\delta}_2 \equiv \hat{U}_2 - \hat{U}_1$. Substituindo as equações (3.4) em (3.2) com $\omega = \omega_1$, conclui-se que as quantidades \hat{U}_1 e \hat{U}_2 devem satisfazer a seguinte equação:

$$\mathbf{A} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \bar{m}_1 \\ \bar{m}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Onde \mathbf{A} é definida como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) + i\omega_1(\bar{c}_1 + \bar{c}_2) - \omega_1^2 \bar{m}_1 & -k_2 - i\omega_1 \bar{c}_2 \\ -k_2 - i\omega_1 \bar{c}_2 & k_2 + i\omega_1 \bar{c}_2 - \omega_1^2 \bar{m}_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Da diferenciação parcial da Eq. (3.5) respeito à variável de projeto k_j , a seguir, a diferenciação parcial em relação a k_j é indicada por $()_{,j}$, resulta:

$$\mathbf{A}_{,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} + \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.7)$$

Na equação (3.7), $\mathbf{A}_{,j}$, se refere à derivada parcial de \mathbf{A} em relação a k_j ($j=1,2$) e pode ser expressada como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{,1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + i\omega_{1,1} \begin{bmatrix} \bar{c}_1 + \bar{c}_2 & -\bar{c}_2 \\ -\bar{c}_2 & \bar{c}_2 \end{bmatrix} - \Omega_{1,1} \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{,2} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + i\omega_{1,2} \begin{bmatrix} \bar{c}_1 + \bar{c}_2 & -\bar{c}_2 \\ -\bar{c}_2 & \bar{c}_2 \end{bmatrix} - \Omega_{1,2} \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Onde $\Omega_{1,j} = (\omega_1)_{,j}^2$.

Sendo \mathbf{A} regular, as sensibilidades de primeira ordem das quantidades \hat{U}_1 e \hat{U}_2 são derivadas a partir da equação (3.7) como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

A partir das equações (3.3) e (3.9) a primeira derivada de $\hat{\delta}_1 \equiv \hat{U}_1$ e $\hat{\delta}_2 \equiv \hat{U}_2 - \hat{U}_1$ respeito à k_j pode ser calculada como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,j} \\ \hat{\delta}_{2,j} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

A quantidade do valor complexo $\hat{\delta}_i$ pode ser reescrita simbolicamente como:

$$\hat{\delta}_i = \text{Re}[\hat{\delta}_i] + i \text{Im}[\hat{\delta}_i] \quad (3.11)$$

Onde $\text{Re}[\]$, $\text{Im}[\]$ indicam as partes reais e imaginárias respectivamente de um número complexo. A sensibilidade de primeira ordem de $\hat{\delta}_i$ pode ser formalmente expressada como:

$$\hat{\delta}_{i,j} = \left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} + i \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} \quad (3.12)$$

O valor absoluto $|\hat{\delta}_i|$ de $\hat{\delta}_i$ é definido por:

$$|\hat{\delta}_i| = \sqrt{\left(\text{Re}[\hat{\delta}_i]\right)^2 + \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i]\right)^2} \quad (3.13)$$

A sensibilidade de primeira ordem de $|\hat{\delta}_i|$ respeito à k_j pode ser expressada como:

$$\left. \frac{\partial |\hat{\delta}_i|}{\partial k_j} \right|_{.j} = \frac{1}{|\hat{\delta}_i|} \left\{ \text{Re}[\hat{\delta}_i] \left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{.j} + \text{Im}[\hat{\delta}_i] \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{.j} \right\} \quad (3.14)$$

Onde $\left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{.j}$ e $\left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{.j}$ podem ser calculados a partir da equação (3.10).

Nova quantidade é definida como a razão entre dois deslocamentos nodais relativos por:

$$\alpha_1(k) = \frac{|\hat{\delta}_2(k)|}{|\hat{\delta}_1(k)|} \quad (3.15)$$

A variação do menor valor próprio devido a Δk é avaliada pela aproximação linear:

$$\Delta \Omega_1(k) = \frac{\partial \Omega_1(k)}{\partial k} \Delta k \quad (3.16)$$

Da mesma forma, a variação da proporção de deformação definida na equação (3.15), devido à Δk , podem ser avaliadas pela seguinte aproximação linear:

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_1(k) &= \left(\frac{\partial |\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k} \frac{1}{|\hat{\delta}_1(k)|} - \frac{\partial |\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k} \frac{|\hat{\delta}_2(k)|}{|\hat{\delta}_1(k)|^2} \right) \Delta k \\ &= \frac{1}{|\hat{\delta}_1(k)|} \left(\frac{\partial |\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k} - \frac{\partial |\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k} \alpha_1(k) \right) \Delta k \end{aligned} \quad (3.17)$$

As equações (3.16) e (3.17) podem ser arranjadas no seguinte conjunto de equações lineares respeito a Δk :

$$\left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \Omega_1(k)}{\partial k_1} & \frac{\partial \Omega_1(k)}{\partial k_2} \\ \frac{\partial |\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k_1} - \left(\frac{\partial |\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k_1} \right) \alpha_1(k) & \frac{\partial |\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k_2} - \left(\frac{\partial |\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k_2} \right) \alpha_1(k) \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \Omega_1(k) \\ |\hat{\delta}_1(k)| \Delta \alpha_1(k) \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

A equação (3.18) implica que, uma vez que os incrementos $\Delta \Omega_1(k)$ e $\Delta \alpha_1(k)$ são dados e as sensibilidades $\partial \Omega_1(k)/\partial k$ e $\partial |\hat{\delta}_j(k)|/\partial k$ desses incrementos são avaliadas, Δk pode ser encontrado.

A sensibilidade de primeira ordem do menor valor próprio $\Omega_1(k)$ segundo Fox e Kapoor, (1968), no domínio da otimização estrutural é expressa como:

$$\Omega_1(k)_{,j} = V^{(1)T} K_{,j} V^{(1)} \quad (3.19)$$

Onde $V^{(1)}$ indica o menor autovetor não amortecido e satisfaz a seguinte condição de normalização:

$$V^{(1)T} M V^{(1)} = 1 \quad (3.20)$$

K e M são as matrizes de rigidez e de massa. Em seguida, a sensibilidade de projeto da frequência fundamental não amortecida pode ser dado por:

$$\omega_1(k)_{,j} = \frac{1}{2\omega_1(k)} V^{(1)T} K_{,j} V^{(1)} \quad (3.21)$$

O incremento linear de α e Ω_1 a especificar nesta formulação são dados como:

$$\Delta\alpha = \frac{1}{N}(\alpha_F - \alpha_0) \quad \Delta\Omega_1 = \frac{1}{N}(\Omega_{1F} - \Omega_{1(0)}) \quad (3.22)$$

Onde:

- α_0 Valor inicial da relação da função de transferência
- α_F Valor final da relação da função de transferência
- $\Omega_{1(0)}$ Valor inicial do menor autovalor do modelo não amortecido
- Ω_{1F} Valor final do menor autovalor do modelo não amortecido e
- N Número de passos necessários no processo iterativo para resolver a equação diferencial.

3.3 LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DO AMORTECEDOR (LOA)

3.3.1 Problema de localização ótima do amortecedor

O método de localização ótima de amortecedores tem como variável de projeto os coeficientes de amortecimento $c = \{c_1, c_2\}$. Para a formulação matemática, um modelo do tipo *shear building* de dois andares com amortecimento viscoso é considerado (ver Figura 3.4). A formulação matemática assume que a estrutura não possui amortecimento; que pode ser desprezado em comparação com o amortecimento dos amortecedores adicionados.

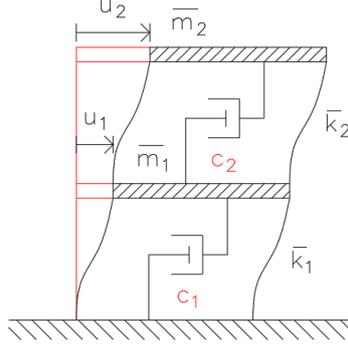


Figura 3.4: Edifício (*shear building*) com amortecedores viscosos (Variável de projeto c)

A equação do movimento quando o edifício é submetido a uma aceleração na base \ddot{u}_g , pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_1 + \bar{k}_2 & -\bar{k}_2 \\ -\bar{k}_2 & \bar{k}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (3.23)$$

Sendo u_1 e u_2 os deslocamentos nodais das massas \bar{m}_1 e \bar{m}_2 respectivamente.

A transformada de Fourier da equação do movimento, Eq. (3.23), para o modelo de amortecedor viscoso pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} \bar{k}_1 + \bar{k}_2 & -\bar{k}_2 \\ -\bar{k}_2 & \bar{k}_2 \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} = \\ & - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{U}_g(\omega) \end{aligned} \quad (3.24)$$

O desenvolvimento matemático, é análogo ao apresentado entre as equações (3.3) até (3.14).

O problema da localização ótima do amortecedor para um modelo de edifício do tipo *shear building* pode ser descrito como:

$$V = \sum_{i=1}^2 \left| \hat{\delta}_i(\mathbf{c}) \right| \quad (3.25)$$

A quantidade V representa a flexibilidade global e sua minimização é preferível do ponto de vista de projeto baseado no desempenho. A flexibilidade global consiste na somatória das máximas amplitudes da função de transferência de cada pavimento avaliada na frequência fundamental da estrutura.

O problema de localização ótima é sujeito à restrição na soma dos coeficientes de amortecimento dos amortecedores adicionados

$$\sum_{i=1}^2 c_i = \bar{W} \quad (\bar{W} : \text{valor especificado}) \quad (3.26)$$

O Lagrangeano para este problema pode ser expresso como:

$$L(\mathbf{c}, \lambda) = \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i(\mathbf{c})| + \lambda \left(\sum_{i=1}^2 c_i - \bar{W} \right) \quad (3.27)$$

A partir da condição de estacionariedade do Lagrangeano com respeito a $L(\mathbf{c}, \lambda)$, às seguintes condições de otimização podem ser derivadas:

$$\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,j} + \lambda = 0 \quad (j=1, 2) \quad (3.28)$$

$$\sum_{i=1}^2 c_i - \bar{W} = 0 \quad (3.29)$$

Onde $(\cdot)_{,j}$ indica a diferenciação parcial com respeito a c_j . Se $c_j = 0$, em seguida a equação (3.28) pode ser modificada em

$$\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,j} + \lambda \geq 0 \quad (3.30)$$

Os critérios de otimização apresentados nas Eqs. (3.28) e (3.30) incluem um parâmetro indeterminado λ . Outra expressão sem o parâmetro λ pode ser obtida, através da definição da seguinte quantidade:

$$\gamma_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,2}}{\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,1}} \quad (3.31)$$

Uma expressão alternativa da equação (3.28), pode ser obtida para $\gamma_1 = 1$ pela eliminação de λ .

Se $c_1 = 0$, então $\gamma_1 \geq 1$. Se $c_2 = 0$, então $\gamma_1 \leq 1$.

Diferenciando a equação (3.5) com respeito a variável de projeto c_j obtêm-se:

$$\mathbf{A}_{,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} + \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.32)$$

Onde $\mathbf{A}_{,j}$ na Eq. (3.32) é definida como:

$$\mathbf{A}_{,1} = i\omega_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_{,2} = i\omega_1 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Sendo A regular, as primeiras derivadas das quantidades dos valores complexos \hat{U}_1 e \hat{U}_2 podem ser escritas como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Além disso, a primeira derivada do deslocamento do pavimento pode ser expressa como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,j} \\ \hat{\delta}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Onde \mathbf{T} é a matriz de transformação da deformação-deslocamento e $\hat{\delta}_i$ pode ser expresso formalmente como:

$$\hat{\delta}_i = \text{Re}[\hat{\delta}_i] + i \text{Im}[\hat{\delta}_i] \quad (3.36)$$

A primeira derivada de $\hat{\delta}_i$ é conformada pela soma das derivadas de cada um dos seus componentes e é escrita formalmente como:

$$\hat{\delta}_{i,j} = \left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} + i \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} \quad (3.37)$$

O valor absoluto de $\hat{\delta}_i$ é definido por:

$$|\hat{\delta}_i| = \sqrt{\left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)^2 + \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)^2} \quad (3.38)$$

A primeira derivada de $|\hat{\delta}_i|$ pode então ser escrita como:

$$\left| \hat{\delta}_i \right|_{,j} = \frac{1}{|\hat{\delta}_i|} \left\{ \text{Re}[\hat{\delta}_i] \left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} + \text{Im}[\hat{\delta}_i] \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} \right\} \quad (3.39)$$

Onde $\left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j}$ e $\left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j}$ são calculados da Eq. (3.35)

O incremento linear $\Delta\gamma_1$ de γ_1 é dado por:

$$\Delta\gamma_1 = \left(\frac{1}{B_1} \frac{\partial B_2}{\partial \mathbf{c}} - \frac{B_2}{B_1^2} \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \right) \Delta \mathbf{c} = \frac{1}{B_1} \left(\frac{\partial B_2}{\partial \mathbf{c}} - \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \gamma_1 \right) \Delta \mathbf{c} \quad (3.40)$$

Onde B_1 , e B_2 são definidos como:

$$B_1 = \left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,1}, \quad B_2 = \left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,2} \quad (3.41)$$

Os incrementos Δc devem satisfazer a seguinte relação devido à restrição da Eq. (3.29)

$$\sum_{i=1}^2 \Delta c_i = 0 \quad (3.42)$$

Arranjo das Eqs. (3.40) e (3.42) conduz ao seguinte conjunto de equações lineares com respeito à Δc :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{B_1} \left(\frac{\partial B_2}{\partial c_1} - \frac{\partial B_1}{\partial c_1} \gamma_1 \right) & \frac{1}{B_1} \left(\frac{\partial B_2}{\partial c_2} - \frac{\partial B_1}{\partial c_2} \gamma_1 \right) \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \gamma_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

O incremento $\Delta \gamma_1$ é dado aqui como:

$$\Delta \gamma_1 = (1 - \gamma_{01}) / N \quad (3.44)$$

Onde N é o número de passos e γ_{01} indica o valor inicial de γ_1 . Deve-se advertir que, se qualquer um dos c_1 ou c_2 desaparece, a seguinte relação tem de ser satisfeita. Se $c_1 = 0$, $\gamma_1 \geq 1$. Se $c_2 = 0$, $\gamma_1 \leq 1$.

As derivadas $\partial B_1 / \partial c_i$ e $\partial B_2 / \partial c_i$, podem ser avaliadas da seguinte forma.

Diferenciação parcial da equação (3.39) com respeito a c_k leva a:

$$\left. \begin{aligned} \left| \hat{\delta}_i \right|_{,jk} &= \frac{1}{\left| \hat{\delta}_i \right|^2} \left[\begin{aligned} & \left(\left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,k} \left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} + \text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk} \right) \\ & + \left(\left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,k} \left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} + \text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk} \right) \end{aligned} \right] \\ & - \left| \hat{\delta}_i \right|_{,k} \left[\begin{aligned} & \text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} \\ & + \text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right] \quad (3.45)$$

Em seguida, $\partial B_1 / \partial c_i$ e $\partial B_2 / \partial c_i$, podem ser apresentados como:

$$\frac{\partial B_1}{\partial c_1} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,11} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,11} \right\} \quad \frac{\partial B_1}{\partial c_2} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,12} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,12} \right\} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial c_1} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,21} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,21} \right\} \quad \frac{\partial B_2}{\partial c_2} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,22} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,22} \right\} \quad (3.47)$$

$\left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk}$ e $\left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk}$ na equação (3.45) pode ser obtido a partir de:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,jk} \\ \hat{\delta}_{2,jk} \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,k} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{Bmatrix} - \mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,k} \\ \hat{\delta}_{2,k} \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

A equação (3.48) é derivada pela diferenciação da equação (3.35) com respeito a c_k e usando a seguinte relação $\mathbf{A}_{,k}^{-1} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,k} \mathbf{A}^{-1}$. Deve notar-se aqui que, uma vez que os componentes da matriz \mathbf{A} são funções lineares de \mathbf{c} , $\mathbf{A}_{,jk}$ torna-se uma matriz nula para todos j e k .

Na Figura 3.5 é apresentado o algoritmo que resume o processo de otimização segundo Takewaki (1997a, 2009). A Figura 3.6 apresenta o fluxograma de cálculo dos métodos RFTO e LOA. Aonde os dados de entrada são: \mathbf{M} , \mathbf{K} e \mathbf{C} que representam as matrizes de massa, rigidez e amortecimento respetivamente. N é o número de passos no processo de iteração. A saída de RFTO e LOA são as novas distribuição das rigidezes e amortecimentos respetivamente.

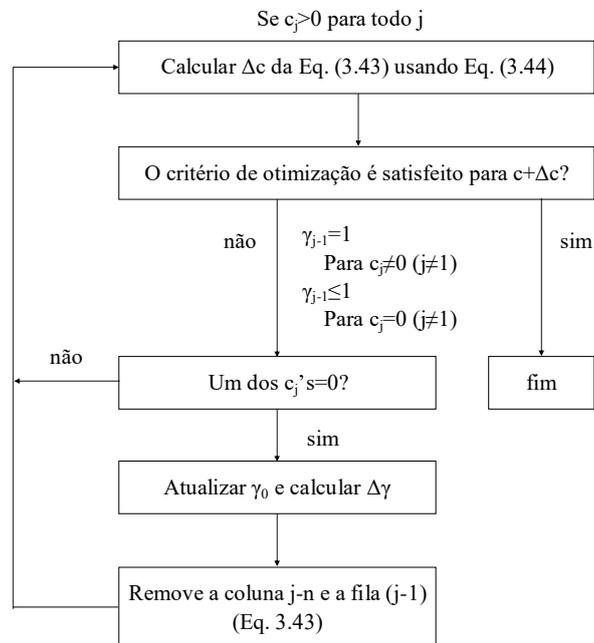


Figura 3.5: Fluxograma do processo de otimização (Modificado de Takewaki (2009))

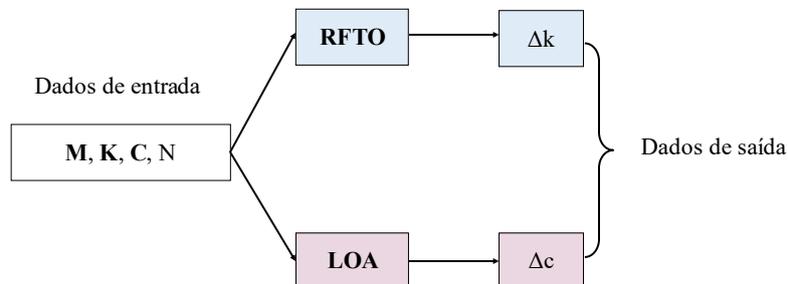


Figura 3.6: Fluxograma de cálculo do RFTO e LOA

4. ANÁLISES NUMÉRICAS

Neste capítulo serão apresentadas três análises numéricas, todas baseadas no comportamento da Amplitude da Função de Transferência (AFT). Os algoritmos utilizados nas análises foram programados no MATLAB por David (2016). Na Análise Numérica 1 é apresentada uma réplica dos resultados obtidos por Takewaki (2009). O objetivo da Análise Numérica 1 é demonstrar que os algoritmos foram calibrados. Na Análise Numérica 2, são apresentados vários cenários de localização de amortecedores. O objetivo da Análise Numérica 2 é mostrar a importância da localização ótima dos amortecedores. Finalmente, na Análise Numérica 3, é calculada a localização ótima dos amortecedores para diferentes números de pavimentos num *shear building*, de 2 a 8 pavimentos. O objetivo da análise numérica 3 é encontrar algum tipo de tendência na AFT com a mudança no número de pavimentos.

4.1 ANÁLISE NUMÉRICA 1

Dois exemplos apresentados por Takewaki (2009) foram considerados para calibrar os algoritmos desenvolvidos por David (2016). No primeiro exemplo proposto por Takewaki (2009), é considerado um modelo de 2 GDL e a variável do projeto é a rigidez (k_i). Os resultados obtidos por Takewaki (2009) são apresentados na Figura 4.2(b) e Figura 4.3(b). No segundo exemplo, é considerado um modelo de 6 GDL e a variável do projeto é o amortecimento (c_i). Os resultados apresentados por Takewaki (2009) são mostrados na Figura 4.6(b) até a Figura 4.11(b). Nos dois exemplos, se procura replicar os resultados obtidos por Takewaki (2009) e, dessa maneira, demonstrar que o algoritmo foi calibrado. Nos dois exemplos, o amortecimento da estrutura não é considerado.

Algoritmo 1: Reprojeto para a Função de Transferência Objetivo (RFTO)

O procedimento matemático aplicado a este primeiro exemplo foi detalhado no capítulo 3.2. Este procedimento matemático foi chamado de Reprojeto para a Função de Transferência Objetivo (RFTO). O RFTO tem como objetivo recalcular a rigidez de todos os pavimentos de forma que a mesma Amplitude da Função de Transferência (AFT) seja alcançada em todos os pavimentos.

As propriedades usadas neste exemplo numérico são mostradas na Tabela 4.1, onde \bar{m}_1 e \bar{m}_2 representam as massas, k_1 e k_2 as rigidezes e \bar{c}_1 e \bar{c}_2 os amortecimentos (ver Figura 4.1). Esses

valores foram escolhidos a partir do texto de referência, Takewaki (2009). O número de passos escolhido no processo iterativo foi igual a 250, pois houve uma boa convergência ao comparar os gráficos obtidos nesta monografia em relação aos apresentados por Takewaki (2009).

Tabela 4.1: Propriedades iniciais – Modelo 2 GDL

| 2 GDL | |
|----------------------------------|--------------------|
| \bar{m}_1 [kg] | $1,00 \times 10^5$ |
| \bar{m}_2 [kg] | $0,80 \times 10^5$ |
| k_1, k_2 [N/m] | $4,00 \times 10^7$ |
| \bar{c}_1, \bar{c}_2 [N · s/m] | $2,00 \times 10^6$ |
| N (# passos) | 250 |

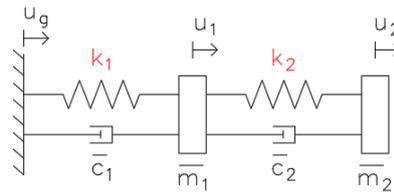
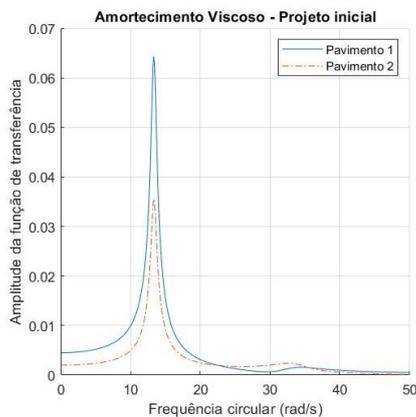
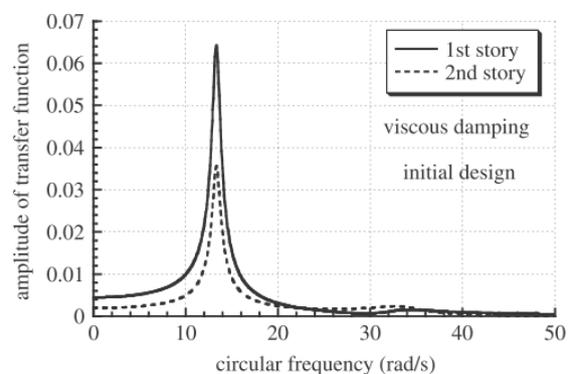


Figura 4.1: Modelo de Amortecedor viscoso (2 GDL)

A Figura 4.2 mostra o comportamento da AFT para os pavimentos 1 e 2. A AFT para o projeto inicial (*initial design*) é calculada considerando os parâmetros apresentados na Tabela 4.1, ou seja, os mesmos parâmetros em cada um dos pavimentos.



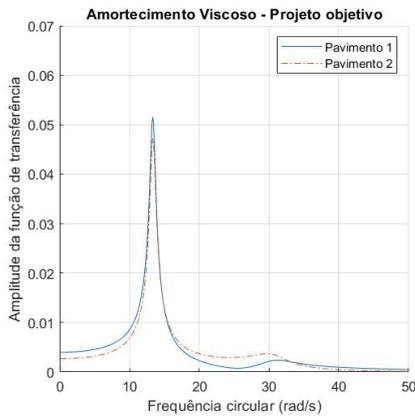
(a) Projeto Inicial



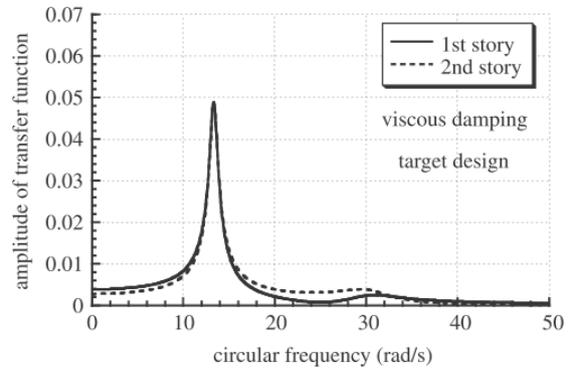
(b) Modelo de Referencia (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.2: Amplitude da função de transferência – Projeto Inicial (2 GDL)

A Figura 4.3 mostra a AFT para o caso do Projeto Objetivo (*target design*). Como se observa, ambos os pavimentos atingem o mesmo valor da AFT. A AFT é calculada após o RFTO recalcular as rigidezes (ver Figura 4.4).

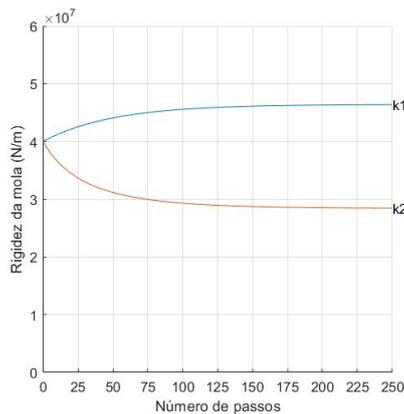


(a) Projeto Objetivo

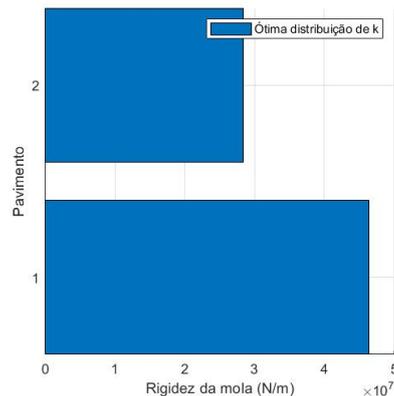


(b) Modelo de Referência (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.3: Amplitude da função de transferência - Projeto Objetivo (2 GDL)



(a) Variação da rigidez



(b) Distribuição ótima da rigidez

Figura 4.4: Distribuição da rigidez (2 GDL)

A partir da Figura 4.2 e Figura 4.3, pode-se concluir que o algoritmo RFTO foi calibrado com sucesso, pois a semelhança entre os gráficos obtidos e os apresentados por Takewaki (2009) é alta. Recomenda-se ao leitor que visualize em detalhes o comportamento da Figura 4.2 e Figura 4.3.

Algoritmo 2: Localização Ótima do Amortecedor (LOA)

A formulação matemática para o algoritmo LOA foi apresentada no capítulo 3.3. A LOA visa a distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento, o que se traduz na determinação da

localização ótima dos amortecedores. Diferentemente da RFTO, a LOA busca uma diminuição da Amplitude da Função de Transferência (AFT) em todos os pavimentos sem restringi-los a ter a mesma amplitude.

A Tabela 4.2 mostra as propriedades do modelo 6 GDL a ser analisado. Onde \bar{m}_i são as massas, \bar{k}_i as rigidezes e c_i os amortecimentos. A variável a ser otimizada são os coeficientes de amortecimento (c_i) como se mostra na Figura 4.5. O número de passos (N) no processo de iteração foi escolhido igual a 75, pois a redução na Amplitude da Função de Transferência foi maior comparado com outros valores para o número de passos.

Tabela 4.2: Propriedades iniciais – Modelo 6 GDL

| 6 GDL | |
|-----------------------------|--------------------|
| m_1, \dots, m_6 [kg] | $0,80 \times 10^5$ |
| k_1, \dots, k_6 [N/m] | $4,00 \times 10^7$ |
| c_1, \dots, c_6 [N · s/m] | $1,50 \times 10^6$ |
| N (# passos) | 75 |

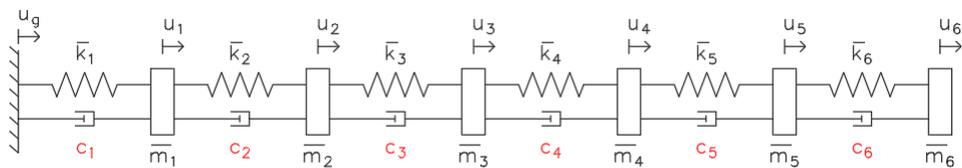
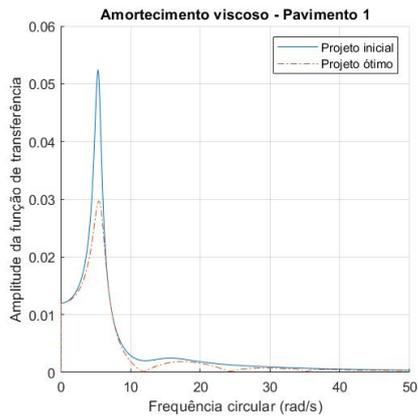
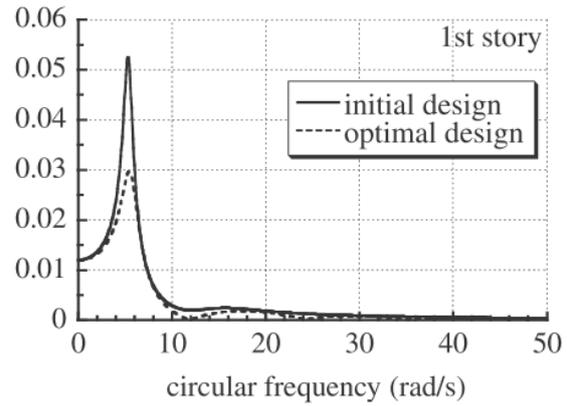


Figura 4.5: Amortecedor Viscoso (6 GDL)

Na Figura 4.6 até a Figura 4.11 se mostra a AFT para o caso do Projeto inicial (*initial design*) e do Projeto ótimo (*optimal design*). A AFT para o caso do Projeto Inicial é calculada considerando os valores apresentados na Tabela 4.2. A AFT para o caso do Projeto ótimo é calculada após a distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento. A distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento para 6 GDL é apresentada no item 4.3 "Análise Numérica 3" (ver Figura 4.51).

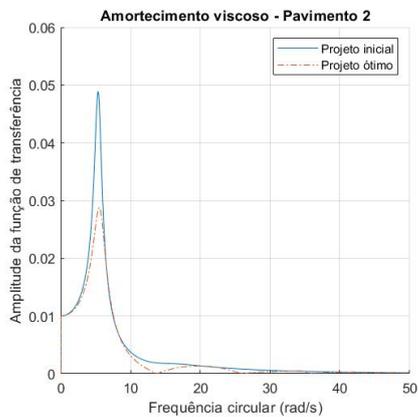


(a) Projeto Ótimo

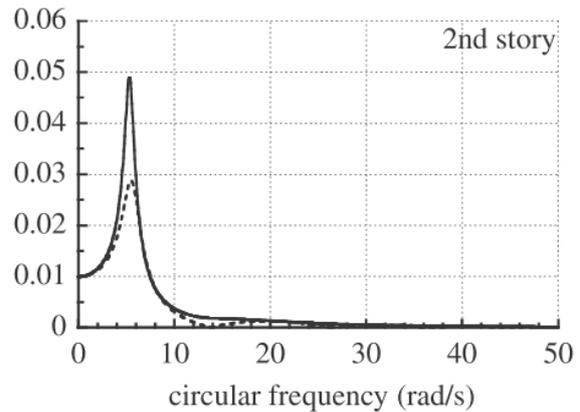


(b) Modelo de Referencia (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.6: Amplitude da função de transferência – Pavimento 1 (6 GDL)

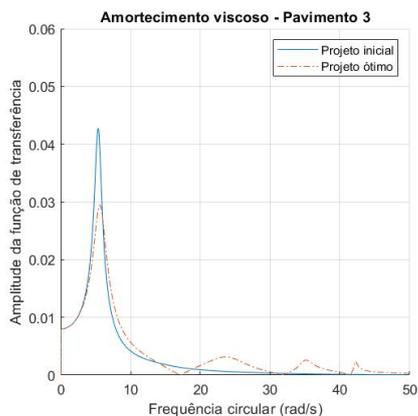


(a) Projeto Ótimo

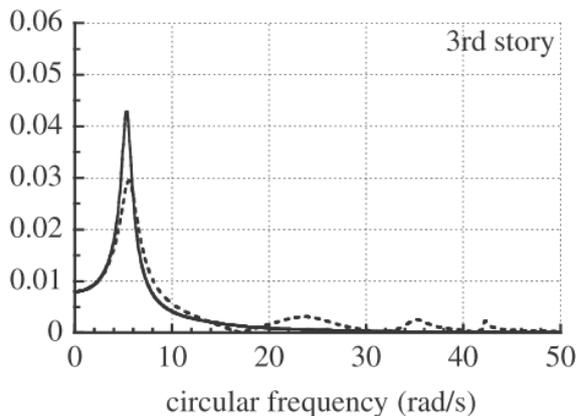


(b) Modelo de Referencia (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.7: Amplitude da função de transferência – Pavimento 2 (6 GDL)

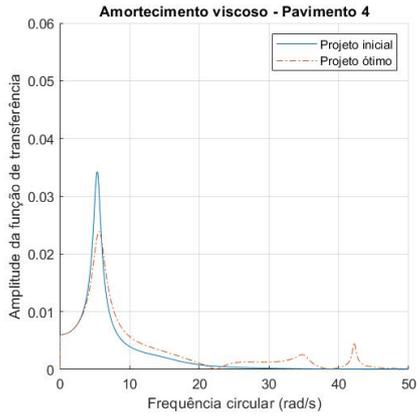


(a) Projeto Ótimo

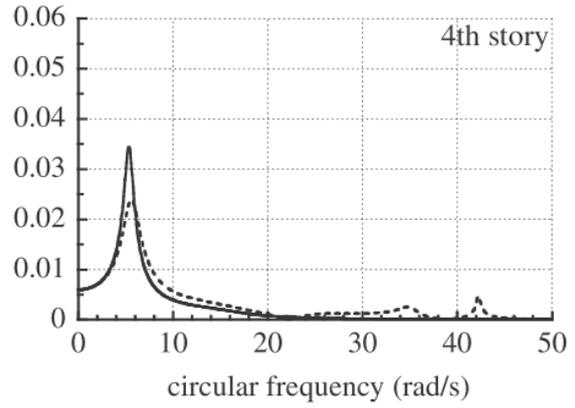


(b) Modelo de Referencia (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.8: Amplitude da função de transferência – Pavimento 3 (6 GDL)

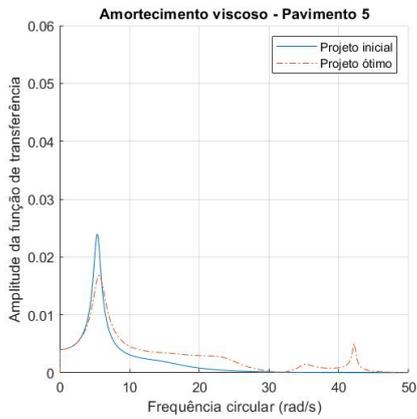


(a) Projeto Ótimo

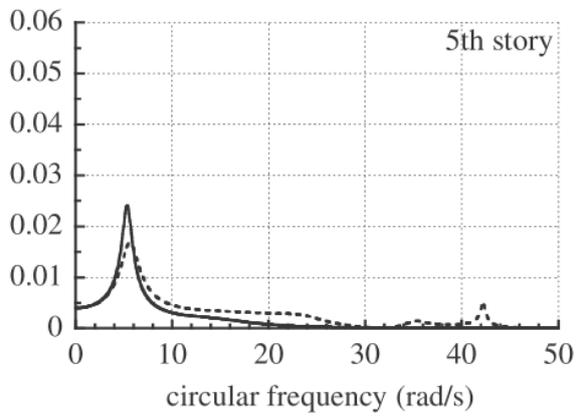


(b) Modelo de Referencia (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.9: Amplitude da função de transferência – Pavimento 4 (6 GDL)

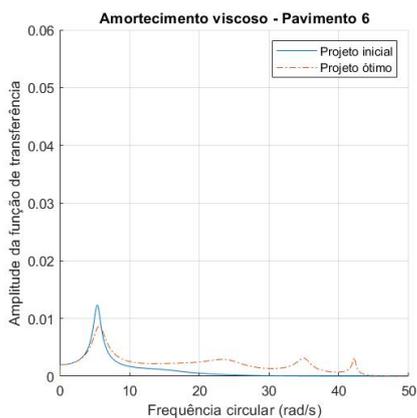


(a) Projeto Ótimo

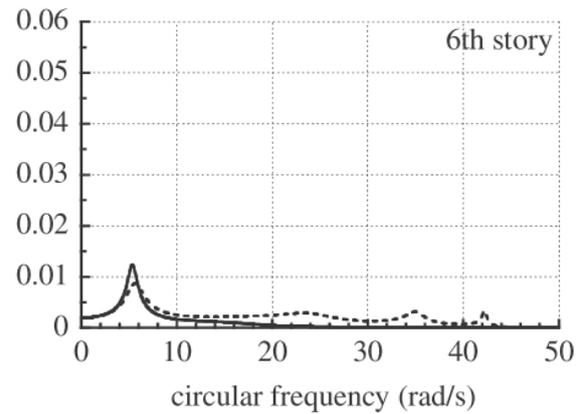


(b) Modelo de Referencia (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.10: Amplitude da função de transferência – Pavimento 5 (6 GDL)



(a) Projeto Ótimo



(b) Modelo de Referencia (Fonte: Takewaki (2009))

Figura 4.11: Amplitude da função de transferência – Pavimento 5 (6 GDL)

Como pode ser visto da Figura 4.6 à Figura 4.11, há uma alta similaridade entre os gráficos feitos nesta pesquisa em relação aos do modelo de referência extraído de Takewaki (2009). Portanto, pode-se concluir que o algoritmo LOA foi calibrado com sucesso.

4.2 ANÁLISE NUMÉRICA 2

Este exercício visa demonstrar a importância de definir a localização ótima dos amortecedores. São considerados quatro modelos: Modelo A, Modelo 12, Modelo 34 e Modelo 56. No modelo A, todos os pavimentos têm amortecimento; nos outros modelos, apenas alguns deles apresentam amortecimento. Considera-se que a estrutura não possui amortecimento. O algoritmo usado nesta análise é o RFTO, ou seja, a variável do projeto é a rigidez (k_i). O número de passos usados no processo iterativo de cada um dos modelos analisados foi igual a $N=250$. Se achou que para um número de passos igual a 250 os gráficos das amplitudes da função de transferência objetivo ficavam próximos dos reportados por Takewaki (2009).

Além de demonstrar a importância de definir uma localização ótima dos amortecedores, este exercício também valida os algoritmos, uma vez que os resultados podem ser verificados em Takewaki (2009).

Modelo A

No Modelo A, as propriedades mostradas na Tabela 4.3 são consideradas. Inicialmente, cada pavimento possui as mesmas propriedades de massa, rigidez e amortecimento (ver Figura 4.12). Após a aplicação do RFTO, a rigidez é recalculada (ver Figura 4.13) e a Amplitude da Função de Transferência (AFT) é determinada com base nos novos valores de rigidez (k_i), mantendo a massa (\bar{m}_i) e o amortecimento (\bar{c}_i) constantes.

Na Figura 4.14 até a Figura 4.19 se mostra a AFT por pavimento para o Projeto inicial e para o Projeto objetivo. Sendo o Projeto inicial calculado com os valores apresentados na Tabela 4.3 e o Projeto objetivo calculado com as rigidez apresentadas na Figura 4.13.

Tabela 4.3: Propriedades iniciais – Modelo A

| 6 GDL | |
|---|--------------------|
| $\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_6$ [kg] | $0,80 \times 10^5$ |
| k_1, \dots, k_6 [N/m] | $4,00 \times 10^7$ |
| $\bar{c}_1, \dots, \bar{c}_6$ [N · s/m] | $1,50 \times 10^6$ |
| N (# passos) | 250 |

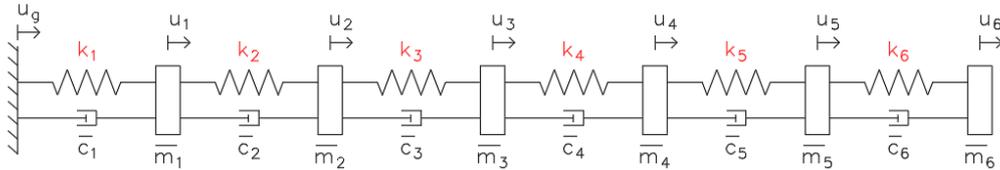
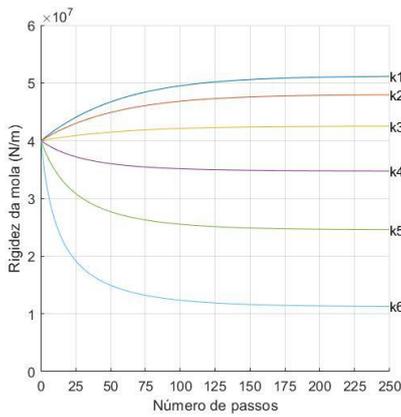
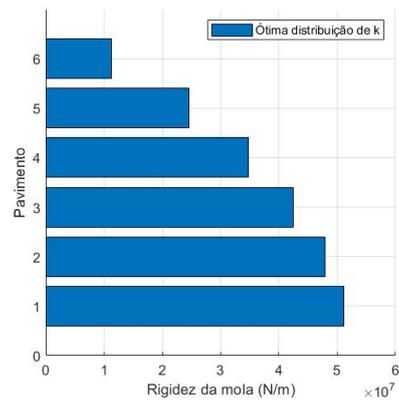


Figura 4.12: Amortecedor Viscoso – Modelo A (6 GDL)



(a) Variação da rigidez



(b) Distribuição ótima da rigidez

Figura 4.13: Distribuição da rigidez – Modelo A (6 GDL)

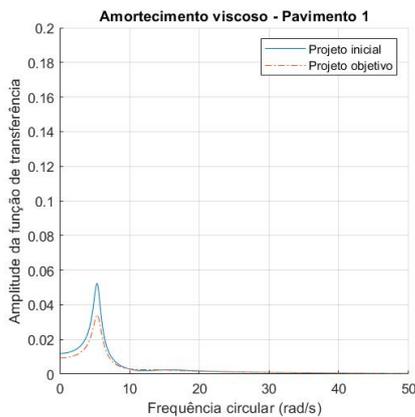


Figura 4.14: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 1 (6 GDL)

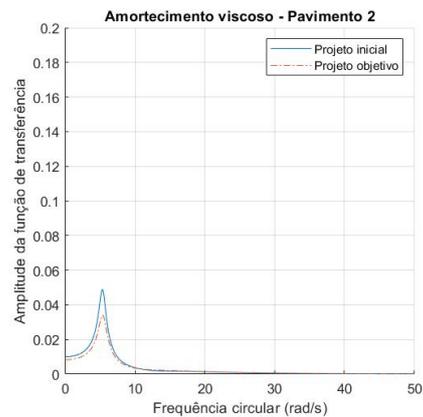


Figura 4.15: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 2 (6 GDL)

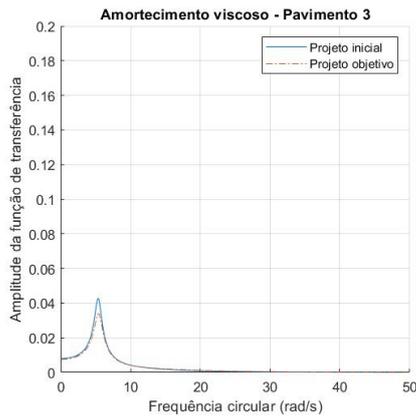


Figura 4.16: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 3 (6 GDL)

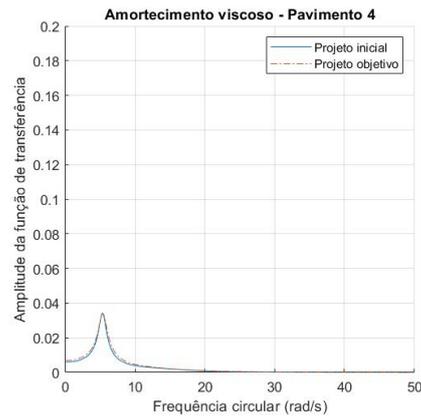


Figura 4.17: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 4 (6 GDL)

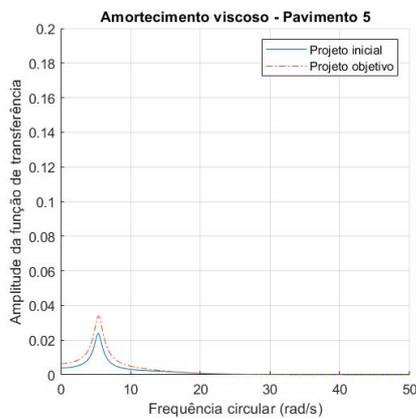


Figura 4.18: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 5 (6 GDL)

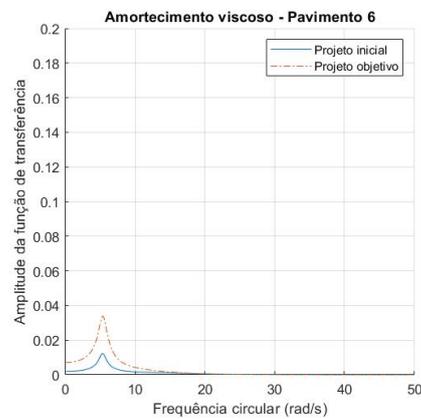


Figura 4.19: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 6 (6 GDL)

Da Figura 4.14 à Figura 4.19, pode-se concluir que o Modelo A permite validar se o algoritmo da RFTO é ou não eficiente. A partir das Figuras mencionadas, observa-se um aumento da AFT para os pavimentos 4 e 5 (ver Figura 4.18 e Figura 4.19). Segundo David (2016) o algoritmo RFTO não é apropriado como método de otimização, porque há um aumento na AFT após recalculer as rigidez para obter uma AFT igual em todos os pavimentos. David (2016) observou esse comportamento quando foram utilizados amortecedores do tipo histerético.

Modelo 12

O primeiro caso que lida com a importância de definir uma localização ótima dos amortecedores é o Modelo 12. O Modelo 12 considera apenas amortecimento nos pavimentos 1 e 2, nos outros pavimentos o amortecimento é zero (ver Tabela 4.4 e Figura 4.20). A Tabela 4.4 mostra as

propriedades iniciais do Modelo 12. As variáveis \bar{m}_i , k_i e \bar{c}_i representam as massas, rigidezes e amortecimentos respectivamente.

Tabela 4.4: Propriedades iniciais – Modelo 12

| 6 GDL | |
|---|----------------------|
| $\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_6$ [kg] | 0,80x10 ⁵ |
| k_1, \dots, k_6 [N/m] | 4,00x10 ⁷ |
| \bar{c}_1, \bar{c}_2 [N · s/m] | 1,50x10 ⁶ |
| $\bar{c}_3, \dots, \bar{c}_6$ [N · s/m] | 0,00 |
| N (# passos) | 250 |

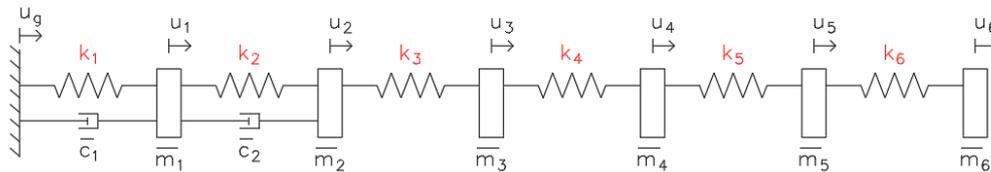


Figura 4.20: Amortecedor Viscoso – Modelo 12 (6 GDL)

A Figura 4.21 mostra a distribuição ótima da rigidez do Modelo 12 após a aplicação do RFTO. Pode-se observar que há um aumento na rigidez dos três primeiros pavimentos e uma diminuição na rigidez nos últimos 3 pavimentos.

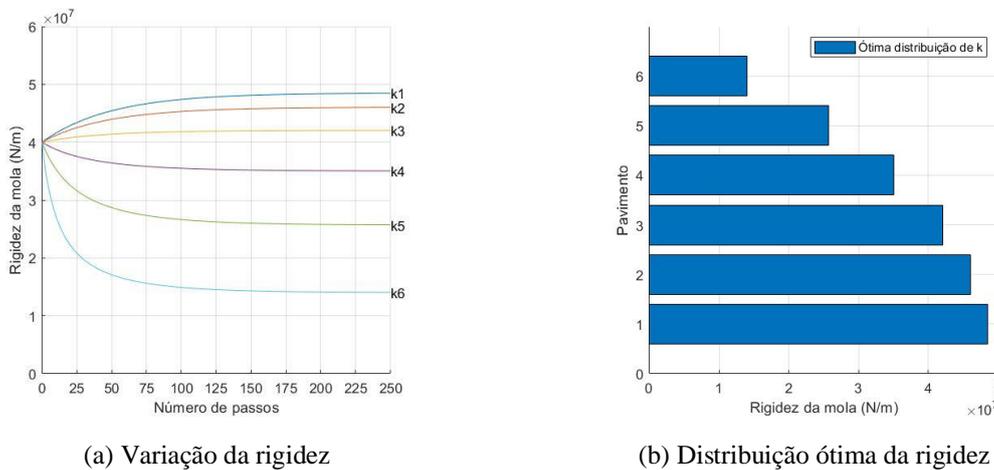


Figura 4.21: Distribuição da rigidez – Modelo 12 (6 GDL)

Da Figura 4.22 à Figura 4.27, é possível ver o comportamento da AFT para o Modelo 12. As figuras contêm informações sobre a AFT para o Projeto inicial e o Projeto objetivo. Lembrando que a AFT do Projeto Inicial é calculada usando os parâmetros apresentados na Tabela 4.4 e o AFT do Projeto Objetivo é calculado usando as rigidez apresentadas na Figura 4.21.

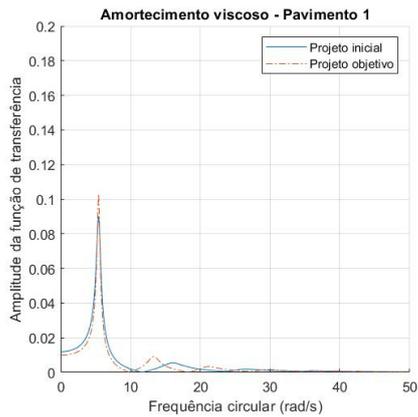


Figura 4.22: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 1 (6 GDL)

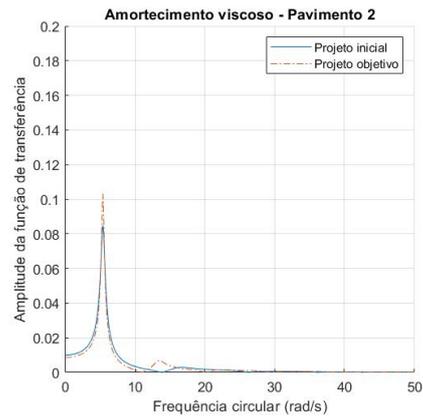


Figura 4.23: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 2 (6 GDL)

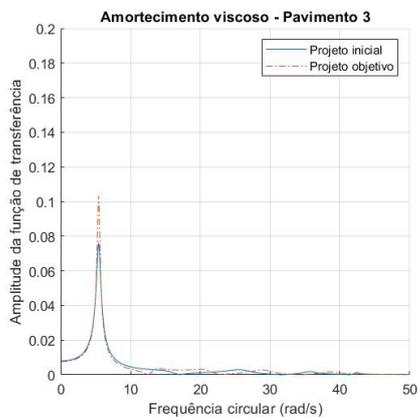


Figura 4.24: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 3 (6 GDL)

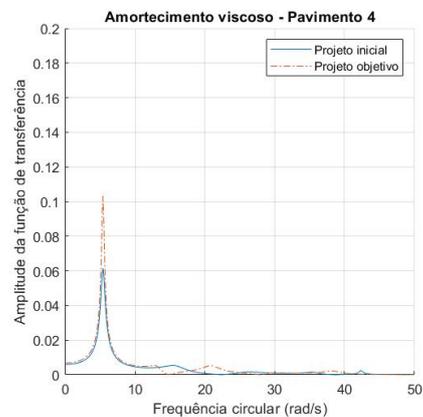


Figura 4.25: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 4 (6 GDL)

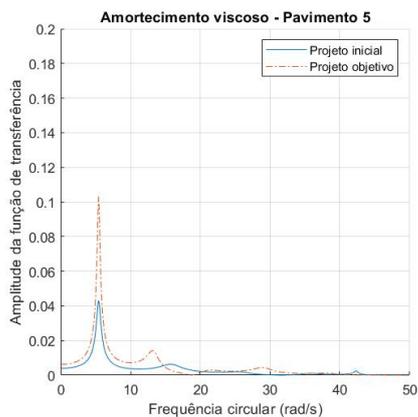


Figura 4.26: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 5 (6 GDL)

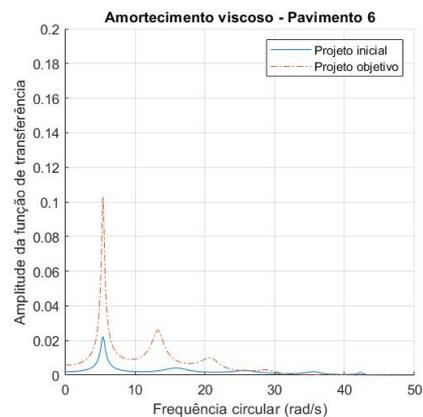


Figura 4.27: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 6 (6 GDL)

O Modelo 12 mostrou que a localização do amortecimento apenas nos dois primeiros pavimentos e na quantidade proposta não é eficiente na redução da AFT para o caso do Projeto objetivo (ver Figura 4.22 e Figura 4.27).

Modelo 34

O segundo caso proposto para analisar a importância da localização ótima dos amortecedores é o Modelo 34. O Modelo 34 possui amortecimento apenas nos pisos 3 e 4, conforme mostrado na Tabela 4.5 e Figura 4.28. As propriedades do modelo 34 são apresentadas na Tabela 4.5. As propriedades iniciais são as massa, rigidezes e amortecimentos, representadas pelas variáveis \bar{m}_i , k_i e \bar{c}_i respectivamente.

Tabela 4.5: Propriedades iniciais – Modelo 34

| 6 GDL | |
|--|----------------------|
| $\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_6$ [kg] | 0,80x10 ⁵ |
| k_1, \dots, k_6 [N/m] | 4,00x10 ⁷ |
| \bar{c}_3, \bar{c}_4 [N · s/m] | 1,50x10 ⁶ |
| $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_5, \bar{c}_6$ [N · s/m] | 0,00 |
| N (# passos) | 250 |

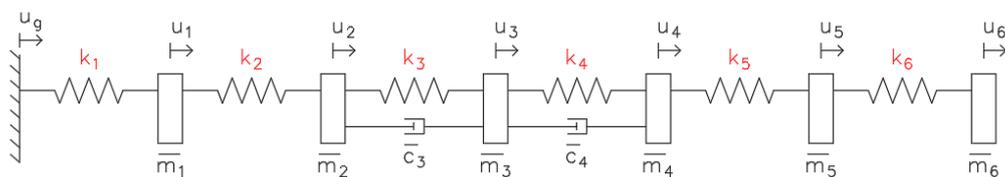
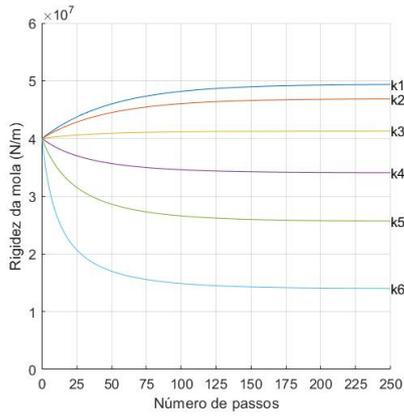
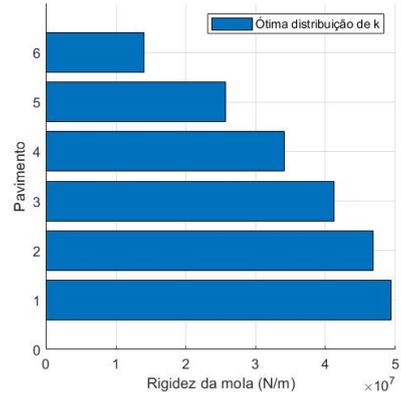


Figura 4.28: Amortecedor Viscoso – Modelo 34 (6 GDL)

Depois de aplicar a RFTO ao modelo 34, é calculada uma nova distribuição das rigidezes (ver Figura 4.29). A partir da nova distribuição das rigidezes, a AFT é calculada para o caso do Projeto Objetivo, conforme mostrado na Figura 4.30 à Figura 4.35. A AFT para o caso do Projeto inicial é calculada considerando os parâmetros iniciais apresentados na Tabela 4.5.



(a) Variacão da rigidez



(b) Distribuicão ótima da rigidez

Figura 4.29: Distribuicão da rigidez – Modelo 34 (6 GDL)

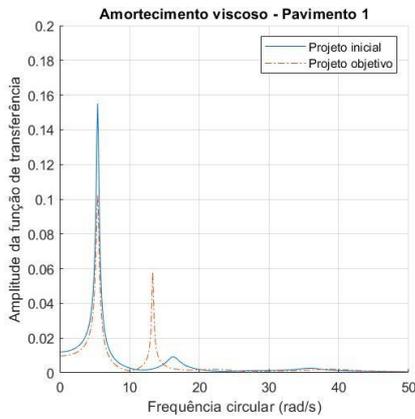


Figura 4.30: Amplitude da funçã de transferênciã – Modelo 34 – Pavimento 1 (6 GDL)

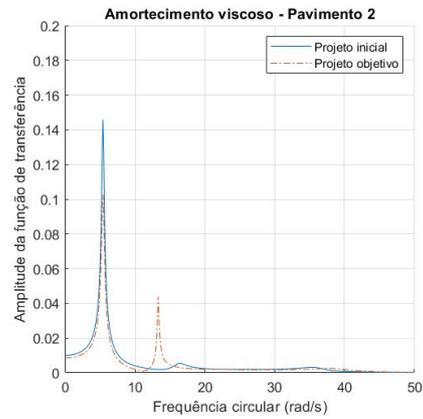


Figura 4.31: Amplitude da funçã de transferênciã – Modelo 34 – Pavimento 2 (6 GDL)

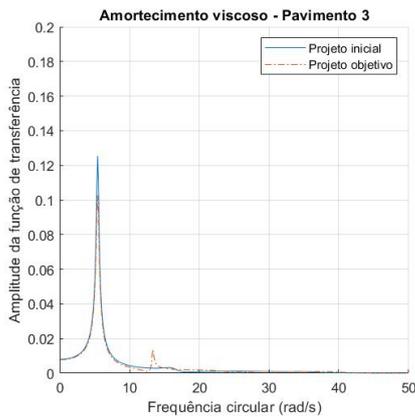


Figura 4.32: Amplitude da funçã de transferênciã – Modelo 34 – Pavimento 3 (6 GDL)

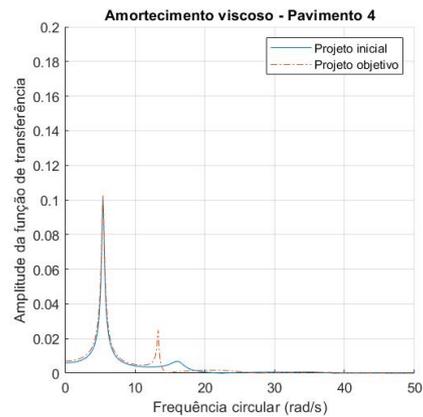


Figura 4.33: Amplitude da funçã de transferênciã – Modelo 34 – Pavimento 4 (6 GDL)

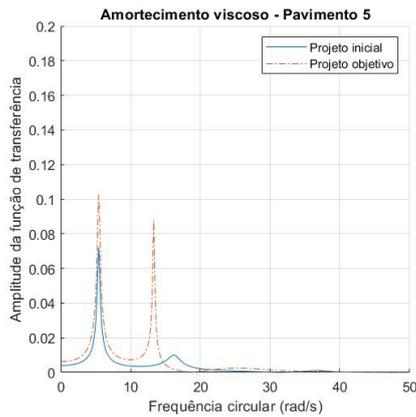


Figura 4.34: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 5 (6 GDL)

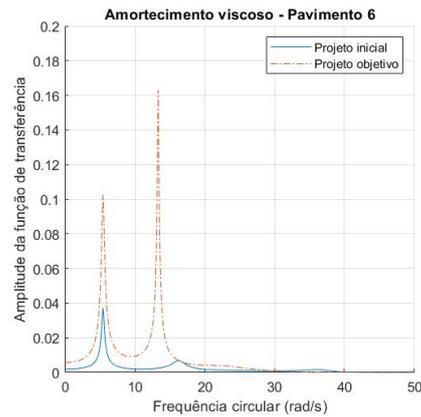


Figura 4.35: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 6 (6 GDL)

O modelo 34 é um caso especial e altamente relevante porque foi possível observar que uma má localização dos amortecedores pode ser prejudicial à estrutura. Como visto na Figura 4.35, uma AFT mais alta emergiu em outro nível de frequência. Lembrando que, no caso do uso de amortecedores passivos, por exemplo, um amortecedor de massa sintonizado (AMS), o AMS é ajustado à primeira frequência fundamental da estrutura. Portanto, se houver uma amplitude maior da função de transferência para outras frequências devido à localização incorreta do amortecedor, significa que o amortecedor, em vez de ser benéfico para a estrutura, se torna um dispositivo prejudicial.

Modelo 56

Finalmente, o último modelo que lida com a importância de definir a localização ótima dos amortecedores é o Modelo 56, no qual existe apenas a presença de amortecimento nos pisos 5 e 6 e zero nos outros pisos (ver Tabela 4.6 e Figura 4.36) As propriedades iniciais do Modelo 56 são mostradas na Tabela 4.5. Onde \bar{m}_i representa a massa, k_i a rigidez e \bar{c}_i o amortecimento.

Tabela 4.6: Propriedades iniciais – Modelo 56

| 6 GDL | |
|---------------------------------------|----------------------|
| $\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_6$ [kg] | 0,80x10 ⁵ |
| k_1, \dots, k_6 [N/m] | 4,00x10 ⁷ |
| \bar{c}_5, \bar{c}_6 [N·s/m] | 1,50x10 ⁶ |
| $\bar{c}_1, \dots, \bar{c}_4$ [N·s/m] | 0,00 |
| N (# passos) | 250 |

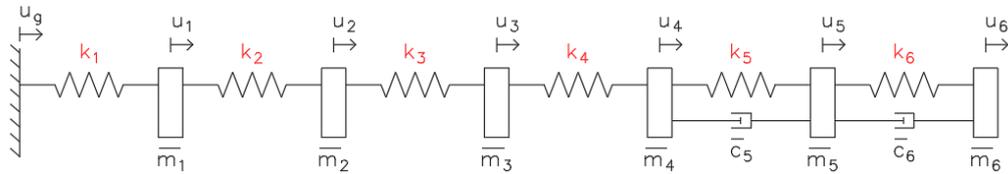
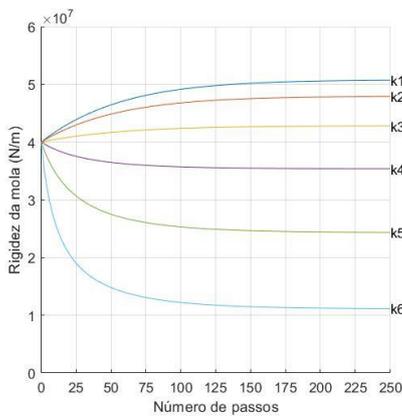
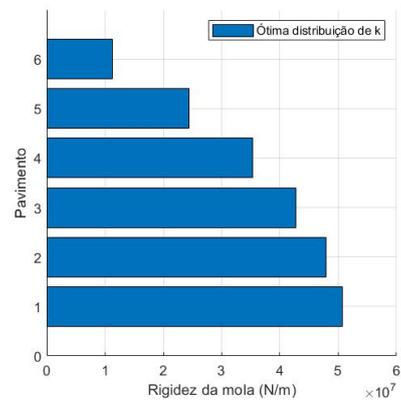


Figura 4.36: Amortecedor Viscoso – Modelo 56 (6 GDL)

Usando a distribuição das rigidez obtidas da aplicação do RFTO (ver Figura 4.37), a AFT é calculada para o caso do Projeto Objetivo, como pode ser visto na Figura 4.38 à Figura 4.43. A AFT para o caso do Projeto inicial é calculada usando os valores apresentados na Tabela 4.6.



(a) Variação da rigidez



(b) Distribuição ótima da rigidez

Figura 4.37: Distribuição da rigidez – Modelo 56 (6 GDL)

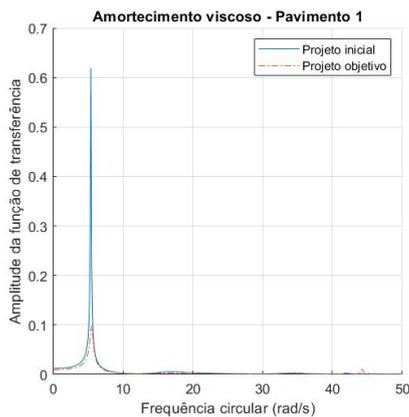


Figura 4.38: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 1 (6 GDL)

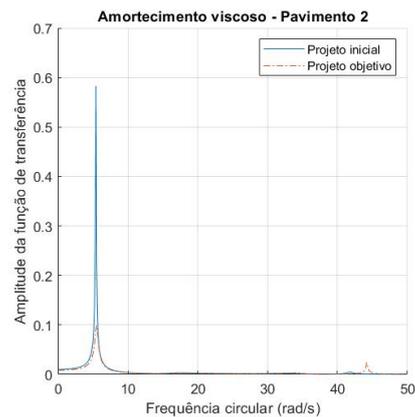


Figura 4.39: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 2 (6 GDL)

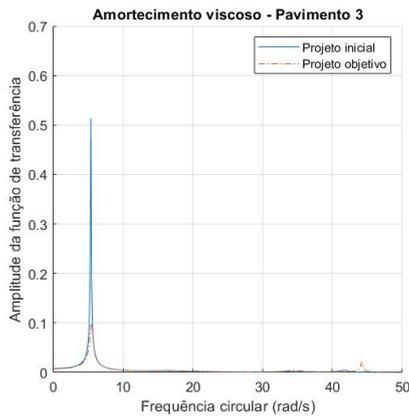


Figura 4.40: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 3 (6 GDL)

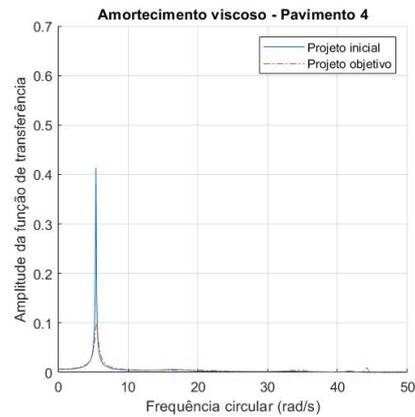


Figura 4.41: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 4 (6 GDL)

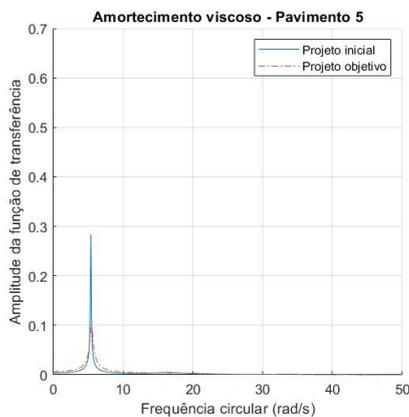


Figura 4.42: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 5 (6 GDL)

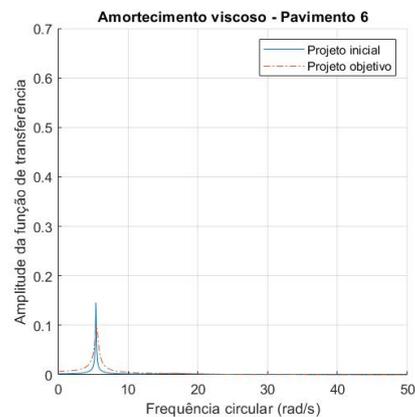


Figura 4.43: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 6 (6 GDL)

O Modelo 56 permitiu observar que a localização de amortecedores apenas nos últimos pavimentos é prejudicial à estrutura. Ao comparar a AFT do Modelo 56 com relação aos Modelos 12 e 34, observa-se um aumento significativo na AFT para o caso do Projeto inicial, que é calculado considerando os parâmetros apresentados na Tabela 4.6. Portanto, o Modelo 56 não é recomendado como uma boa localização de amortecedores.

4.3 ANÁLISE NUMÉRICA 3

Este exemplo lida com a análise da localização ótima de amortecedores para diferentes números de pavimentos. O comportamento da Amplitude da Função de Transferência (AFT) para um *shear building* entre 2 e 8 pavimentos é avaliado. Nesta análise numérica, a variável do projeto

é o amortecimento, portanto, o algoritmo a ser utilizado é o LOA. A metodologia de cálculo do LOA foi detalhada no capítulo 3.3. O algoritmo LOA otimiza o amortecimento, redistribui (c_i), enquanto mantém constantes os valores de massa (m_i) e rigidez da estrutura (k_i). Neste exercício, como os dois anteriores, o amortecimento da estrutura não é considerado.

A Tabela 4.7 mostra as propriedades iniciais usadas em cada um dos modelos *shear building*. Todos os *shear building*, de 2 GDL a 8 GDL, tem as mesmas propriedades de massa (\bar{m}_i), rigidez (\bar{k}_i) e amortecimentos (c_i). O número de passos escolhidos para todos os modelos *shear building* foi igual a 75. O motivo da escolha do valor de $N = 75$ foi devido aos resultados obtidos na Análise Numérica 1, onde foi mostrado que um $N = 75$ deu resultados próximos de os relatados por Takewaki (2009).

Tabela 4.7: Propriedades iniciais

| 2 GDL - 8 GDL | |
|-------------------------------------|--------------------|
| $\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_8 [kg]$ | $0,80 \times 10^5$ |
| $\bar{k}_1, \dots, \bar{k}_8 [N/m]$ | $4,00 \times 10^7$ |
| $c_1, \dots, c_8 [N \cdot s/m]$ | $1,50 \times 10^6$ |
| N (# passos) | 75 |

Como exemplo, o modelo 2 GDL é considerado para explicar do que se trata a análise numérica 3. Como mostra a Figura 4.44 e a Tabela 4.7, cada um dos pavimentos possui a mesma quantidade de amortecimento inicial. Posteriormente, quando o LOA é aplicado, sugere-se uma distribuição ótima para colocar todo o amortecimento no primeiro pavimento, como mostra a Figura 4.45. A partir da nova distribuição de amortecimento, a AFT é calculada para o caso do Projeto ótimo, conforme mostrado na Figura 4.46 e na Figura 4.47. A AFT para o caso do Projeto inicial é calculada com os parâmetros iniciais apresentados na Tabela 4.7, ou seja, cada pavimento com a mesma quantidade de amortecimento.

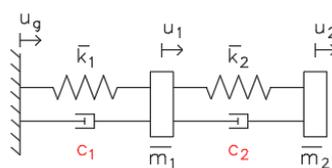


Figura 4.44: Amortecedor Viscoso – Modelo ótimo (2 GDL)

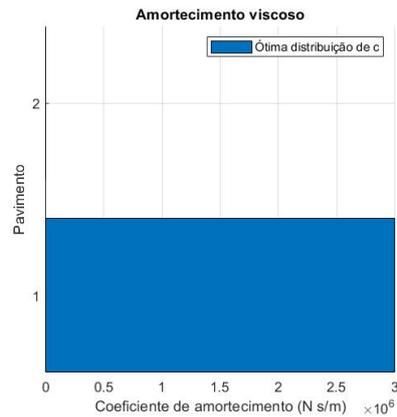


Figura 4.45: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (2 GDL)

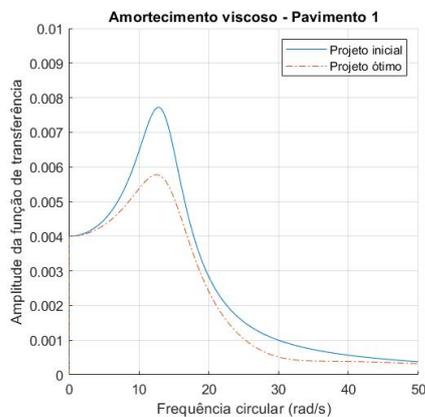


Figura 4.46: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 1 (2 GDL)

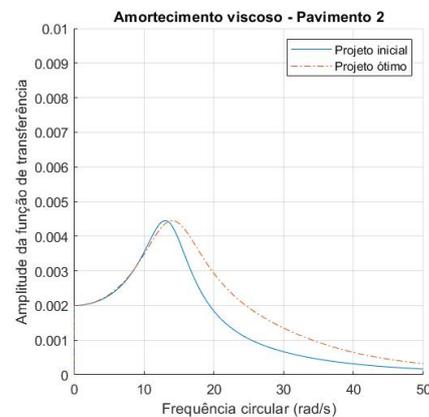


Figura 4.47: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 2 (2 GDL)

Posteriormente, a AFT máxima é lida para o Projeto Inicial e o Projeto ótimo de cada um dos modelos estudados, ou seja, dos 7 modelos (2 - 8 GDL). Os dados obtidos são apresentados na Tabela 4.8, bem como a distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento.

As figuras que descrevem a AFT para os outros modelos, ou seja, para os modelos de 3 GDL até 8 GDL não serão apresentadas. O comportamento da AFT é idêntico e não fornece informações adicionais. A localização ótima dos coeficientes de amortecimento dos modelos de 3 GDL até 8 GDL é mostrada na Figura 4.48 à Figura 4.53. Além disso, a distribuição dos coeficientes de amortecimento é apresentada na Tabela 4.8.

Localização ótima dos amortecedores

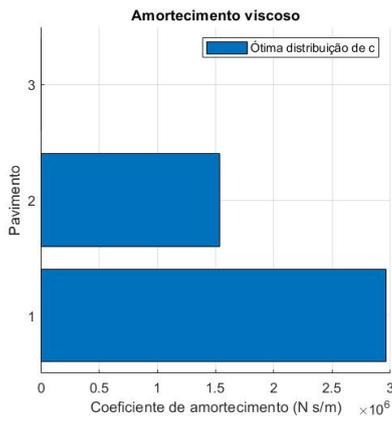


Figura 4.48: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (3 GDL)

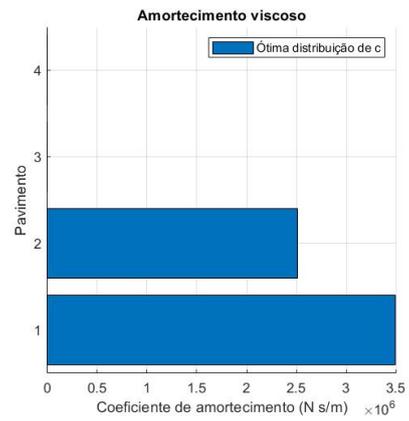


Figura 4.49: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (4 GDL)

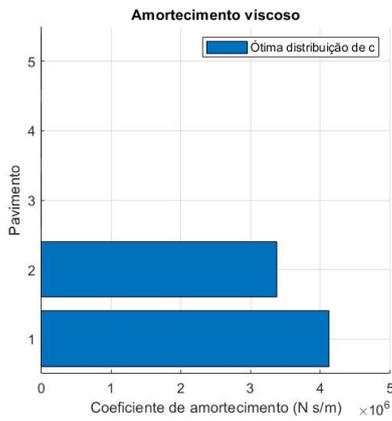


Figura 4.50: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (5 GDL)

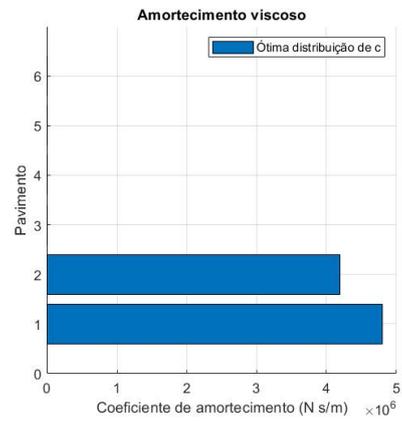


Figura 4.51: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (6 GDL)

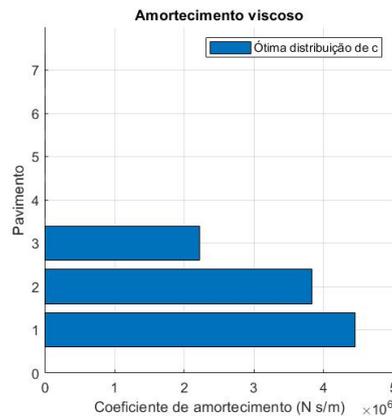


Figura 4.52: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (7 GDL)

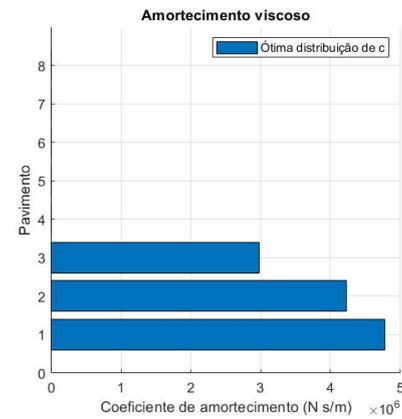


Figura 4.53: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (8 GDL)

Da Figura 4.48 à Figura 4.53, pode-se observar que a distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento sugere uma localização dos amortecedores viscosos da metade do edifício em direção ao primeiro pavimento. Sánchez, Avila e Brito (2018) e observaram o mesmo comportamento quando usaram o amortecedor do tipo histórico como dispositivo de controle.

A Tabela 4.8 mostra a AFT para o Projeto inicial e o Projeto ótimo. Lembrando que, o Projeto inicial é calculado mantendo todas as variáveis constantes (massa, rigidez e amortecimento) e o Projeto ótimo é calculado usando a distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento. Também na Tabela 4.8, é mostrada a distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento por pavimento para cada um dos modelos analisados.

É possível observar na Tabela 4.8 a tendência de alguns resultados. A partir do modelo de 4 GDL até 8 GDL, alguns valores tendem a se estabilizar. Por exemplo, a redução da AFT no primeiro pavimento tende a encontrar um ponto de equilíbrio próximo de 41% (entre 38,31% e 43,71%). Uma redução na AFT é entendida como um valor mais baixo no caso do Projeto Ótimo, quando comparado ao Projeto inicial. Também foi observado que, a partir do modelo de 4 GDL, pavimentos que não precisam de amortecimento tendem a diminuir a AFT na mesma proporção. Por exemplo, o modelo 7 GDL não requer amortecimento entre os pavimentos 4 e 7. Observa-se que a redução da AFT entre os pavimentos 4 e 7 foi de 34% em todos os pavimentos. O mesmo acontece para outros modelos, conforme mostrado na Tabela 4.8. É importante notar que Takewaki (1997b, 2009) e David (2016) não realizaram esse tipo de análise do comportamento da AFT para diferentes números de pavimento. Portanto, essa análise representa uma contribuição para a pesquisa que trata sobre a localização ótima dos amortecedores.

Tabela 4.8: Máxima Amplitude da Função de Transferência

| | | Pavimento (#) | | | | | | | |
|-------|------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 2 GDL | P. Inicial | 0,007720 | 0,004451 | | | | | | |
| | P. Ótimo | 0,005777 (25,17%) | 0,004451 (0,00%) | | | | | | |
| | c (*) | 3,00E+06 | 0,00 | | | | | | |
| 3 GDL | P. Inicial | 0,015262 | 0,011783 | 0,006421 | | | | | |
| | P. Ótimo | 0,010273 (32,69%) | 0,009089 (22,87%) | 0,005399 (15,92%) | | | | | |
| | c (*) | 2,96E+06 | 1,54E+06 | 0,00 | | | | | |
| 4 GDL | P. Inicial | 0,025206 | 0,021697 | 0,015894 | 0,008396 | | | | |
| | P. Ótimo | 0,015549 (38,31%) | 0,014383 (33,71%) | 0,011914 (25,04%) | 0,006355 (24,31%) | | | | |
| | c (*) | 3,49E+06 | 2,51E+06 | 0,00 | 0,00 | | | | |
| 5 GDL | P. Inicial | 0,037580 | 0,034052 | 0,028065 | 0,019973 | 0,010378 | | | |
| | P. Ótimo | 0,021954 (41,58%) | 0,020882 (38,68%) | 0,019873 (29,19%) | 0,014291 (28,45%) | 0,007472 (28,00%) | | | |
| | c (*) | 4,12E+06 | 3,38E+06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | | |
| 6 GDL | P. Inicial | 0,052453 | 0,048909 | 0,042736 | 0,034256 | 0,023924 | 0,012295 | | |
| | P. Ótimo | 0,029696 (43,39%) | 0,028761 (41,19%) | 0,029468 (31,05%) | 0,023896 (30,24%) | 0,016819 (29,70%) | 0,008683 (29,38%) | | |
| | c (*) | 4,80E+06 | 4,20E+06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | |
| 7 GDL | P. Inicial | 0,069676 | 0,066123 | 0,059864 | 0,051148 | 0,040328 | 0,027846 | 0,014216 | |
| | P. Ótimo | 0,039993 (42,60%) | 0,038899 (41,17%) | 0,037405 (37,52%) | 0,033290 (34,91%) | 0,026352 (34,66%) | 0,018246 (34,48%) | 0,009330 (34,37%) | |
| | c (*) | 4,45E+06 | 3,83E+06 | 2,22E+06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | |
| 8 GDL | P. Inicial | 0,089375 | 0,085977 | 0,079764 | 0,070934 | 0,059771 | 0,046642 | 0,031976 | 0,016256 |
| | P. Ótimo | 0,050308 (43,71%) | 0,049205 (42,77%) | 0,047611 (40,31%) | 0,044626 (37,09%) | 0,037760 (36,83%) | 0,029556 (36,63%) | 0,020306 (36,50%) | 0,010336 (36,42%) |
| | c (*) | 4,78E+06 | 4,23E+06 | 2,98E+06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

(*) Distribuição ótima de coeficientes de amortecimento viscoso [N.s/m]

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÕES

Este trabalho concentrou-se no estudo do comportamento da Amplitude da Função de Transferência (AFT) em um edifício do tipo *shear building*, como um modelo de massa-mola-amortecedor. Para a realização do estudo, foram propostas três análises numéricas e usado duas metodologias propostas por Takewaki (2009). As duas metodologias foram programadas por David (2016) no MATLAB. As metodologias utilizadas foram RFTO e LOA. O RFTO modifica a matriz de rigidez da estrutura para que todos os pavimentos atinjam o mesmo valor da amplitude da função de transferência. Por outro lado, o LOA modifica a matriz de amortecimento, redistribui os coeficientes de amortecimento, de modo que a amplitude da função de transferência seja minimizada em todos os pavimentos e haja uma localização ótima dos amortecedores.

As principais conclusões obtidas neste trabalho foram:

- Na primeira análise numérica, os gráficos apresentados por Takewaki (2009) para as duas metodologias, RFTO e LOA foram replicados através de dois exemplos numéricos. No primeiro exemplo, um modelo de 2 GDL foi considerado e a metodologia RFTO foi usada; posteriormente, a AFT foi plotada para o Projeto inicial e o Projeto objetivo. No segundo exemplo, um modelo de 6 GDL foi considerado e a metodologia LOA foi usada, as AFTs para o Projeto inicial e o Projeto ótimo também foram plotadas. Nos dois exemplos, observou-se que era possível replicar os gráficos apresentados por Takewaki (2009) e, portanto, confirmar que os algoritmos eram confiáveis e foram calibrados com sucesso.
- Na segunda análise numérica, a metodologia RFTO foi utilizada. Várias tentativas para localizar amortecedores foram analisadas. Os modelos considerados foram: Modelo A, Modelo 12, Modelo 34 e Modelo 56. No Modelo A, todos os pavimentos tiveram a mesma quantidade de amortecimento; nos outros Modelos, apenas alguns dos pavimentos apresentaram amortecimento. O Modelo A mostrou que a metodologia RFTO não é adequada como método de otimização, pois houve pouca diminuição na AFT e nos pavimentos superiores (5 e 6) a AFT para o Projeto objetivo foi maior que o Projeto inicial. O Modelo 12 apresentou um valor mais baixo para a AFT no caso do Projeto inicial, em comparação com o Modelo 34 e o Modelo 56; o que implicava que

a melhor localização dos amortecedores poderia estar nos primeiros pavimentos. O Modelo 34 permitiu observar que uma má localização dos amortecedores pode ser prejudicial para a estrutura, uma vez que a AFT do Projeto objetivo foi maior para outro nível de frequência da estrutura. Finalmente, o Modelo 56 apresentou uma AFT alta para o caso do Projeto inicial, quando comparado aos outros modelos. Pode-se concluir que, na Análise Numérica 2, serviu para entender a importância de definir uma localização ótima de amortecedores em uma estrutura.

- Na terceira análise numérica, foi avaliado o comportamento da AFT para um *shear building* de 2 GDL até 8 GDL. Verificou-se que, o método LOA criado por Takewaki (2009), além de fazer uma distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento, diminuindo a AFT em todos os pavimentos, garante que pavimentos que não possuem amortecimento tenham uma diminuição da AFT na mesma proporção. Tal comportamento foi observado entre os modelos de 4 GDL até 8 GDL, em que a porcentagem de queda na AFT tende a um valor constante para o primeiro pavimento e para os pavimentos que não possuem amortecimento. Além disso, verificou-se que os autores citados neste trabalho não analisaram o comportamento da AFT quando possuem diferentes números de pavimentos. Takewaki (2009) analisou o comportamento da flexibilidade global da estrutura usando amortecedores viscosos, que consistia na soma das amplitudes da função de transferência de cada um dos pavimentos que compõem o modelo; não analisou o comportamento da AFT de cada pavimento individualmente. David (2016) realizou uma análise semelhante para amortecedores do tipo histerético. Portanto, os resultados obtidos na Análise Numérica 3 são considerados como contribuição importante da pesquisa.
- Em relação ao número de passos utilizados no processo iterativo, para a metodologia RFTO foi utilizado $N = 250$ e para a metodologia LOA $N = 75$. A escolha desse número de passos foi devido aos resultados obtidos na Análise Numérica 1, onde foram replicados os gráficos apresentados por Takewaki (2009). Portanto, o mesmo número de passos foi utilizado nas análises numéricas 2 e 3.

5.2 SUGESTÕES

Algumas sugestões para pesquisas futuras são:

- Realizar experimentos que validam as informações apresentadas nesta monografia.
- Desenvolver a mesma análise para uma estrutura 3D.
- Aplicar os métodos propostos por Takewaki (2009) a outros tipos de amortecedores, como os apresentados na Tabela 2.1.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKEHASHI, H.; TAKEWAKI, I. Optimal viscous damper placement for elastic-plastic mdof structures under critical double impulse. *Frontiers in Built Environment*, v. 5, p. 20, 2019.
- ALIBRANDI, U.; FALSONE, G. Optimal design of dampers in seismic excited structures by the Expected value of the stochastic Dissipated Power. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 41, p. 129–138, 2015.
- AYDIN, E. Optimal damper placement based on base moment in steel building frames. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 79, p. 216–225, 2012.
- AYDIN, E.; BODUROGLU, M. H.; GUNEY, D. Optimal damper distribution for seismic rehabilitation of planar building structures. *Engineering Structures*, v. 29, n. 2, p. 176–185, 2007.
- AYDIN, E.; ÖZTÜRK, B.; DUTKIEWICZ, M. Analysis of efficiency of passive dampers in multistorey buildings. *Journal of Sound and Vibration*, v. 439, p. 17–28, 2019.
- DAVID, W. E. Localização ótima de amortecedores tipo histerético baseado no problema inverso incremental. [Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil.] Universidade de Brasilia, 2016.
- DOMENICO, D. DE; RICCIARDI, G. Earthquake protection of structures with nonlinear viscous dampers optimized through an energy-based stochastic approach. *Engineering Structures*, v. 179, p. 523–539, 2019.
- DOMENICO, D. DE; RICCIARDI, G.; TAKEWAKI, I. Design strategies of viscous dampers for seismic protection of building structures: A review *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2019.
- FOX, R. L.; KAPOOR, M. P. Rates of change of eigenvalues and eigenvectors. *AIAA journal*, v. 6, n. 12, p. 2426–2429, 1968.
- GARCIA, D. L. A simple method for the design of optimal damper configurations in MDOF structures *Earthquake Spectra*, 2001.
- GUO, T.; XU, J.; XU, W.; DI, Z. Seismic Upgrade of Existing Buildings with Fluid Viscous Dampers: Design Methodologies and Case Study. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, v. 29, n. 6, 2015.
- HE, J.; XU, Y. L.; ZHAN, S.; HUANG, Q. Structural control and health monitoring of building structures with unknown ground excitations: Experimental investigation. *Journal of Sound and Vibration*, v. 390, p. 23–38, 2017.

HIGASHINO, M.; OKAMOTO, S. Response control and seismic isolation of buildings. London: Taylor & Francis, 2006.

HOUSNER, G. W.; MEMBER, ASCE, L. A. B.; MEMBER, ASCE, T. K. C.; CHASSIAKOS, A. G.; MEMBER, ASCE, R. O. C.; MASRI, S. F.; MEMBER, ASCE, R. E. S.; MEMBER, ASCE, T. T. S.; MEMBER, ASCE, B. F. S.; MEMBER, ASCE, AND J. T. P. Y.; MEMBER, A. Structural Control : Past , Present , and Future. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 123, n. 9, p. 897–971, 1997.

KANDEMIR-MAZANOGLU, E. C.; MAZANOGLU, K. An optimization study for viscous dampers between adjacent buildings. *Mechanical Systems and Signal Processing*, p. 1–9, 2016.

MARTINEZ, C. A.; CURADELLI, O.; COMPAGNONI, M. E. Optimal design of passive viscous damping systems for buildings under seismic excitation. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 90, p. 253–264, 2013.

Millennium Bridge - Britain Explorer Britain Explorer. Disponível em: <<https://britainexplorer.com/listing/millennium-bridge/>>. Acesso em: 3 dez. 2019.

SÁNCHEZ, W. E. D.; AVILA, S. M.; BRITO, J. L. V. Optimal placement of damping devices in buildings. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 40, n. 7, 1 jul. 2018.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*. England: John Wiley & Sons, 1997.

TAKEWAKI, I. Optimal damper placement for minimum transfer functions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 26, p. 1113–1124, 1997a.

TAKEWAKI, I. Efficient redesign of damped structural systems for target transfer functions. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 147, p. 275–286, 1997b.

TAKEWAKI, I. Optimal damper positioning in beams for minimum dynamic compliance. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 156, n. 97, p. 363–373, 1998.

TAKEWAKI, I. Optimal damper placement for critical excitation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 15, n. 4, p. 317–325, 2000a.

TAKEWAKI, I. *DYNAMIC STRUCTURAL DESIGN, Inverse Problem Approach*. Southampton, Boston: WIT Press, 2000b.

TAKEWAKI, I. *Building Control with Passive Dampers: Optimal Performance-based Design for Earthquakes*. Singapore: John Wiley & Sons (Asia), 2009.

TAKEWAKI, I.; UETANI, K. Optimal damper placement for building structures including surface ground amplification. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 18, n. 5, p. 363–

371, 1999.

UETANI, K.; TSUJI, M.; TAKEWAKI, I. Application of an optimum design method to practical building frames with viscous dampers and hysteretic dampers. *Engineering Structures*, v. 25, n. 5, p. 579–592, 2003.

WHITTLE, J. K.; WILLIAMS, MARTIN S. WHITTLE, J K., WILLIAMS, M. S., K.; BLAKEBOROUGH, A. Optimal Placement of Viscous Dampers for Seismic Building Design. *In: Design Optimization of Active and Passive Structural Control Systems*. IGI Global, 2012. p. 34–49.