

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE AEROFÓLIOS
COM OSCILAÇÃO VERTICAL
EM REGIME SUPERSÔNICO**

Ana Elisa Basilio de Carvalho

Brasília, novembro de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE AEROFÓLIOS
COM OSCILAÇÃO VERTICAL
EM REGIME SUPERSÔNICO

Ana Elisa Basilio de Carvalho

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia
Mecânica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheira Mecânica*

Banca Examinadora

Prof. Bráulio Gutierrez Pimenta
Orientador, ENM/UnB

Prof. José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues
ENM/UnB

Prof. Roberto Francisco Bobenrieth Miserda
ENM/UnB

Brasília, novembro de 2018

RESUMO

O presente trabalho mostra uma investigação preditiva sobre simulações numéricas em regime supersônico de aerofólios que apresentam um movimento de oscilação vertical. Inicialmente, é feita uma breve revisão bibliográfica, apresentando as publicações mais relevantes para o tema, assim como a exposição da base teórica usada, o cluster de computação que realizou as execuções e os objetivos. Em seguida, o método numérico com base no método da fronteira imersa é descrito, assim como os cálculos dos coeficientes aerodinâmicos implementados no código VAT e suas validações. O aerofólio simétrico NACA 0012 e o aerofólio transônico supercrítico OAT15A são simulados em frequências de 0 a 100 Hz, em intervalos de 10 Hz. São comentadas as evoluções de fenômenos no escoamento como choques destacados, ondas de bordo de fuga, ondas de choque lambda e esteira de vórtices. As distribuições dos coeficientes de pressão são mostradas como curvas de nível em função do tempo, apresentando histerese em ambos os aerofólios e representando bem as ondas de choque que estão em contato com a superfície. As funções dos coeficientes de sustentação, arrasto e momento possuem amplitudes em três escalas diferentes, além de apresentarem pequenas oscilações, como um ruído de sinal. Todos os resultados são discutidos e comparados, inclusive por meio de uma análise estatística, concluindo que, para as condições do escoamento usadas neste projeto, não foi possível gerar valores negativos para o coeficiente de arrasto, mas foi identificada uma redução no seu valor, para aproximadamente 0,1 em frequências próximas a 40 Hz.

Palavras-chave: aeroacústica computacional, VAT, regime supersônico, oscilação vertical, método da fronteira imersa, NACA 0012, OAT15A, coeficientes aerodinâmicos.

ABSTRACT

The present work shows a predictive research on numerical simulations in a supersonic regime of airfoils that present a plunging motion. Initially, a brief bibliographic review is made, presenting the most relevant publications for the subject, as well as the exposition of the theoretical basis used, the computation cluster that carried out the executions and the objectives. Then, the numerical method based on the immersed boundary method is described, as well as the calculations of the aerodynamic coefficients implemented on the VAT code, and its validation. The symmetrical NACA 0012 airfoil and the supercritical transonic OAT15A airfoil were simulated in frequencies from 0 to 100 Hz, in intervals of 10 Hz. The evolution of flow phenomena such as bow shocks, trailing-edge shocks, lambda shocks and vortex street are commented. The pressure coefficient distributions are shown as contour lines, as a functions of time, presenting hysteresis in both airfoils and representing well the shock waves that are in contact with the surface. The lift, drag and moment coefficient functions have amplitudes in three different scales, and also showing small oscillations, similar to a background noise reading. All of the results are discussed and compared, including a statistical analysis, concluding that, for the flow conditions used in this project, it was not possible to generate negative values for the drag coefficient, but a reduction in its value was identified, to approximately 0.1 at frequencies close to 40 Hz.

Keywords: computational aeroacoustics, VAT, supersonic regime, vertical oscillation, immersed boundary method, NACA 0012, OAT15A, aerodynamic coefficients.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	RELEVÂNCIA	1
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
1.3	CONCEITUAÇÃO TEÓRICA - MECÂNICA DOS FLUIDOS	3
1.3.1	Equação da Continuidade	4
1.3.2	Equação da Quantidade de Movimento	5
1.3.3	Equação da Energia	5
1.4	CONCEITUAÇÃO TEÓRICA - TERMODINÂMICA	6
1.5	ESCOAMENTO SUPERSÔNICO	6
1.6	O CLUSTER	7
1.7	OBJETIVOS	8
2	METODOLOGIA NUMÉRICA	10
2.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES	10
2.2	DISCRETIZAÇÃO	12
2.3	MARCHA TEMPORAL	13
2.4	FLUXOS	13
2.5	MÉDIA DE FAVRE	14
2.6	INTERPOLAÇÃO	14
2.7	DISSIPAÇÃO ARTIFICIAL	15
2.8	CÁLCULO DAS DERIVADAS	16
2.9	FRONTEIRA IMERSA	17
2.9.1	Oscilação Vertical	22
2.10	DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO	23
2.11	COEFICIENTES AERODINÂMICOS	23
3	RESULTADOS	29
3.1	VALIDAÇÃO	29
3.2	IMPLEMENTAÇÃO	34
3.2.1	Variáveis de Entrada	34
3.2.2	Geometria	35
3.2.3	O Número de CFL	36
3.3	SIMULAÇÕES	37
3.3.1	NACA 0012	40

3.3.2	OAT15A	61
3.3.3	Análise e Comparação	82
3.3.3.1	Choque Destacado	82
3.3.3.2	Onda de Bordo de Fuga	82
3.3.3.3	Ondas de Choque Lambda	82
3.3.3.4	Vórtices	83
3.4	DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO	83
3.4.1	NACA 0012	84
3.4.2	OAT15A	87
3.4.3	Análise e Comparação	91
3.5	COEFICIENTES AERODINÂMICOS	91
3.5.1	NACA 0012	92
3.5.2	OAT15A	95
3.5.3	Análise e Comparação	99
3.6	DADOS ESTATÍSTICOS	102
3.6.1	Análise e Comparação	105
4	CONCLUSÕES	106
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	108

LISTA DE FIGURAS

1.1	Esteira de vórtices para aerofólio com oscilação em regime de baixo Reynolds	2
1.2	Ilustração dos diferentes regimes de escoamento	7
1.3	Cluster AMADEA	8
2.1	Ilustração da força aerodinâmica resultante e suas componentes	24
2.2	Aerofólio com oscilação vertical e ângulo de ataque	25
2.3	Definição do ângulo de ataque efetivo	25
2.4	Integração das distribuições de pressão e tensão de cisalhamento	26
2.5	Centro de pressão de um aerofólio	27
2.6	Representações equivalentes em um aerofólio	28
3.1	Geometria do aerofólio de Busemann	29
3.2	Escoamento sobre o aerofólio de Busemann	30
3.3	Simulação do aerofólio de Busemann estático a $M = 2 - c_p$	31
3.4	Coefficientes para o aerofólio de Busemann a $M = 2$	32
3.5	Aerofólio NACA 0012	35
3.6	Aerofólio OAT15A	35
3.7	Velocidade resultante devido à oscilação vertical	37
3.8	Posições em um ciclo	39
3.9	NACA 0012 estático	40
3.10	NACA 0012 a 10 Hz	41
3.11	NACA 0012 a 20 Hz	43
3.12	NACA 0012 a 30 Hz	45
3.13	NACA 0012 a 40 Hz	47
3.14	NACA 0012 a 50 Hz	49
3.15	NACA 0012 a 60 Hz	51
3.16	NACA 0012 a 70 Hz	53
3.17	NACA 0012 a 80 Hz	55
3.18	NACA 0012 a 90 Hz	57
3.19	NACA 0012 a 100 Hz	59
3.20	OAT15A estático	61
3.21	OAT15A a 10 Hz	62
3.22	OAT15A a 20 Hz	64
3.23	OAT15A a 30 Hz	66
3.24	OAT15A a 40 Hz	68

3.25	OAT15A a 50 Hz	70
3.26	OAT15A a 60 Hz	72
3.27	OAT15A a 70 Hz	74
3.28	OAT15A a 80 Hz	76
3.29	OAT15A a 90 Hz	78
3.30	OAT15A a 100 Hz	80
3.31	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 estático	84
3.32	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 10 Hz	84
3.33	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 20 Hz	84
3.34	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 30 Hz	85
3.35	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 40 Hz	85
3.36	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 50 Hz	85
3.37	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 60 Hz	86
3.38	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 70 Hz	86
3.39	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 80 Hz	86
3.40	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 90 Hz	87
3.41	Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 100 Hz	87
3.42	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A estático	87
3.43	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 10 Hz	88
3.44	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 20 Hz	88
3.45	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 30 Hz	88
3.46	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 40 Hz	89
3.47	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 50 Hz	89
3.48	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 60 Hz	89
3.49	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 70 Hz	90
3.50	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 80 Hz	90
3.51	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 90 Hz	90
3.52	Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 100 Hz	91
3.53	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 estático	92
3.54	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 10 Hz	92
3.55	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 20 Hz	92
3.56	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 30 Hz	93
3.57	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 40 Hz	93
3.58	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 50 Hz	93
3.59	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 60 Hz	94
3.60	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 70 Hz	94
3.61	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 80 Hz	94
3.62	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 90 Hz	95
3.63	Coefficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 100 Hz	95
3.64	Coefficientes aerodinâmicos do OAT15A estático	95
3.65	Coefficientes aerodinâmicos do OAT15A a 10 Hz	96
3.66	Coefficientes aerodinâmicos do OAT15A a 20 Hz	96

3.67	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 30 Hz	96
3.68	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 40 Hz	97
3.69	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 50 Hz	97
3.70	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 60 Hz	97
3.71	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 70 Hz	98
3.72	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 80 Hz	98
3.73	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 90 Hz	98
3.74	Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 100 Hz	99
3.75	Detalhes dos coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 10 Hz	100
3.76	Detalhes dos coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 100 Hz	101
3.77	Dados estatísticos do NACA 0012	102
3.78	Dados estatísticos do OAT15A	103

LISTA DE TABELAS

3.1	Principais variáveis de entrada utilizadas na validação	31
3.2	Comparação entre os valores de c_p - Extradorso esquerdo	33
3.3	Comparação entre os valores de c_p - Extradorso direito	33
3.4	Comparação entre os valores de c_p - Intradorso esquerdo	33
3.5	Comparação entre os valores de c_p - Intradorso direito	33
3.6	Comparação entre os valores de c_d	34
3.7	Principais variáveis de entrada utilizadas nas simulações	34
3.8	Valores calculados para a simulação do NACA 0012 a $M = 1,2$	38
3.9	Valores calculados para a simulação do OAT15A a $M = 1,2$	38
3.10	Valores das constantes de dissipação usadas	39
3.11	Resultados numéricos da análise estatística - NACA 0012	104
3.12	Resultados numéricos da análise estatística - OAT15A	104

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	Amplitude ou força axial
a	Velocidade do som no meio
B	Propriedade genérica de um fluido
C_p	Coefficiente de pressão
c	Corda
c_d	Coefficiente de arrasto bidimensional
c_l	Coefficiente de sustentação bidimensional
c_m	Coefficiente de momento bidimensional
c_v	Calor específico à volume constante
D	Dissipação artificial explícita
D	Operador diferença ou força de arrasto
d	Operador dissipação artificial
\mathbf{E}	Vetor de fluxo na direção x
E_t	Energia total
e	Energia interna específica
e_k	Energia cinética específica
e_t	Energia total específica
\mathcal{F}	Função de fluxo
\mathbf{F}	Vetor de fluxo na direção y
f	Força ou frequência
\mathbf{I}	Matriz identidade
\mathbf{i}	Vetor unitário na direção x
\mathbf{j}	Vetor unitário na direção y
L	Comprimento característico ou força de sustentação
M	Número de Mach ou momento
m	Massa
N	Força normal
\mathbf{n}	Vetor unitário normal à superfície
O	Ordem
p	Pressão
q_s	Fluxo volumétrico sobre a superfície

q_∞	Pressão dinâmica
\mathcal{R}	Função do efeito das pseudo-forças
\mathbf{R}	Vetor de pseudo-forças ou força aerodinâmica resultante
R	Constante do gás ideal por unidade de massa
\mathbf{S}	Vetor de superfície
S	Superfície
T	Temperatura
t	Tempo
\mathbf{U}	Vetor de variáveis conservativas
U	Velocidade em módulo
\mathbf{u}	Vetor velocidade
u	Componente da velocidade na direção x
V	Volume
v	Componente da velocidade na direção y
\mathbf{x}	Vetor de coordenadas espaciais
x	Primeira coordenada espacial
y	Segunda coordenada espacial

Símbolos Gregos

α	Ângulo de ataque
β	Valor intensivo da propriedade genérica de um fluido
β_T	Variável de visualização do gradiente de temperatura
γ	Razão de calor específico
Δ	Variação finita
ϵ	Coefficiente de dissipação ou erro de arredondamento
$\mathbf{\Pi}$	Tensor de fluxo
ρ	Massa específica
Ψ	Sensor

Símbolos Matemáticos

∇	Operador diferencial
\otimes	Operador do produto entre tensores

Subscritos

∞	Relativo ao escoamento não perturbado
<i>den</i>	Relativo à massa específica
<i>div</i>	Relativo ao divergente
<i>e</i>	Externo

i	Posição na direção x
j	Posição na direção y
l	Relativo à superfície superior
n	Direção normal
P	Relativo ao volume de controle para cálculos com precisão espacial
prs	Relativo à pressão
ref	Valor de referência
res	Valor resultante
rot	Relativo ao rotacional
t	Total ou direção tangencial
u	Relativo à superfície inferior
x	Relativo à primeira coordenada espacial
y	Relativo à segunda coordenada espacial

Sobrescritos

B	Relativo ao corpo
b	Relativo à fronteira
n	n -ésimo passo temporal
\sim	Média de Favre no volume de controle
$-$	Valor médio no volume de controle
$+$	Direção positiva
$-$	Direção negativa
$*$	Adimensionalidade
$'$	Valor por unidade de comprimento

Siglas

CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
VAT	Túnel Aeroacústico Virtual (<i>Virtual Aeroacoustic Tunnel</i>)

Capítulo 1

Introdução

1.1 Relevância

Com o desenvolvimento dos estudos, a aerodinâmica clássica não pode mais ser usada sem o auxílio de novas ferramentas para descrever regimes de voo em escoamentos com efeitos de compressibilidade mais intensos e fenômenos transientes, como *stall*, *buffeting* e *flutter*. Tais fenômenos possuem sérias limitações quando estudados de forma experimental ou analítica, tornando inviável ou muito dispendiosa a obtenção de dados por meio desses métodos.

O caso em estudo, uma investigação numérica de aerofólios com oscilação vertical em regime altamente compressível e supersônico, tem aplicação direta na indústria aeronáutica, onde a interação fluido-estrutura em problemas não-lineares ainda carece de profundo entendimento.

Desse modo, a partir de modelos matemáticos complexos sem soluções matemáticas analíticas, métodos de alta ordem numérica são propostos e aplicados para o caso estudado, como o método da fronteira imersa móvel, que possibilita a livre movimentação de fronteiras rígidas ao longo do escoamento.

1.2 Revisão Bibliográfica

Como base teórica e experimental para este projeto, é de suma importância que outros trabalhos já publicados sejam pesquisados e usados para fins de comparação. Devido à dificuldade que um estudo experimental supersônico apresenta, não foram encontradas publicações sobre aerofólios com oscilação vertical nesse regime. Desse modo, foram selecionados os seguintes trabalhos focados no estudo de aerofólios com oscilação vertical em outros regimes, com suas principais contribuições relacionadas ao tema.

A publicação de Yongsheng Lian e Wei Shyy, *Aerodynamics of Low Reynolds Number Plunging Airfoil under Gusty Environment* [1], mostra um estudo analítico para um NACA 0012 com oscilação vertical sobre a produção de sustentação e de propulsão a partir de uma certa combinação de valores de amplitude e frequência.

Para um NACA 0012 com movimentação de mergulho, é realizado um estudo experimental em túnel de água no artigo *Jet Characteristics of a Plunging Airfoil* [2], por Joseph C. S. Lai e M. F. Platzer. Aplicando diversas velocidades de escoamento, frequências e amplitudes de oscilação, é provado que os vórtices passam a gerar propulsão assim que a razão da velocidade de oscilação pela velocidade do escoamento excede 0,4. Na figura abaixo, é mostrado um experimento com o aerofólio NACA 0012 oscilando verticalmente com frequência igual a $2,5 \text{ Hz}$, velocidade do escoamento não perturbado de $0,2 \text{ m/s}$ e 5 mm de amplitude.

Figura 1.1: Esteira de vórtices para aerofólio com oscilação em regime de baixo Reynolds



Fonte: [2]

Em vermelho, os vórtices giram em sentido horário e, em verde, no sentido anti-horário. Afirma-se que a disposição e intensidade dos vórtices de sentido alternado afetam o valor do arrasto, podendo ser positivo, neutro ou negativo, o último caso gerando propulsão.

John Young e Joseph C. S. Lai apresentam em *On the Aerodynamic Forces of a Plunging Airfoil* [3], resultados para um NACA 0012 com oscilação vertical, onde é realizado um estudo analítico e numérico com diversas frequências e amplitudes de oscilação, relacionando as forças aerodinâmicas com a velocidade de oscilação vertical.

J. M. Anderson, K. Streitlien, D. S. Barret e M. S. Triantafyllou publicam um estudo em *Oscillating Foils of High Propulsive Efficiency* [4], que afirma que a teoria não linear e invíscida se aproxima dos experimentos quando a esteira produz vórtices com rotações alternadas fracas ou que não sejam de bordo de fuga. As maiores propulsões são associadas à formação de vórtices bordo de fuga relativamente fortes em lados alternados da superfície a cada meio ciclo, apresentando uma esteira de von Kármán invertida.

O trabalho recente de Ismet Gursul e David Cleaver, *Plunging Oscillation of Airfoils and Wings: Progress, Opportunities, and Challenges* [5], mostra um estudo numérico e experimental para aerofólios com oscilação vertical, mostrando geração de propulsão e de sustentação, além de uma discussão sobre os diversos efeitos gerados por esse escoamento. É afirmado que os maiores valores de sustentação são obtidos em situações de geração de vórtices alternados.

1.3 Conceituação Teórica - Mecânica dos Fluidos

Segundo White [6], do ponto de vista da mecânica dos fluidos, toda matéria consiste de dois estados: o sólido e o fluido, sendo que o sólido é capaz de resistir à tensão de cisalhamento por deflexão estática, ao contrário do fluido. Qualquer tensão de cisalhamento aplicada a um fluido, não importando a sua grandeza, resulta na contínua movimentação e deformação desse fluido.

Os fluidos também são divididos em duas classes, os gases e os líquidos. Os líquidos são compostos por moléculas relativamente concentradas que apresentam ligações fortes entre si, com tendência a manter o seu volume e formar uma superfície livre se estão na presença de um campo gravitacional. Já as moléculas dos gases são dispersas e possuem forças de coesão entre si quase desprezíveis, sem volume definido quando não confinados e não sendo sempre afetados pela presença de um campo gravitacional.

Como na maioria dos problemas de engenharia, as dimensões físicas são muito maiores do que as escalas moleculares, os fluidos são considerados meios contínuos, o que significa que a variação das suas propriedades é tão pequena que o seu comportamento mecânico pode ser analisado usando o cálculo diferencial.

Desse modo, para converter um sistema em estudo para um volume de controle, aplica-se o teorema do transporte de Reynolds às leis básicas que descrevem um fluido. Sendo B uma propriedade qualquer do fluido, e seu valor intensivo:

$$\beta = \frac{dB}{dm}, \quad (1.1)$$

que é a quantidade de B por unidade de massa em um pequeno elemento de fluido, então a quantidade total de B no volume de controle é dada por:

$$B_V = \int_V \beta \, dm = \int_V \beta \, \rho \, dV. \quad (1.2)$$

Como o volume de controle é fixo no espaço e recebe um fluxo de massa através de sua área superficial S , cada elemento infinitesimal de área dS percebe uma velocidade do escoamento \mathbf{u} . Assim, a variação instantânea da quantidade de B em um período de tempo dt é dada pela sua variação interna no volume de controle somada com a sua variação devido ao fluxo através da superfície.

Sendo \mathbf{n} o vetor normal em qualquer ponto da superfície, positivo para o exterior, o teorema do transporte de Reynolds é dado por:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_V \beta \, \rho \, dV \right) + \oint_S \beta \, \rho \, (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \, dS \quad (1.3)$$

Portanto, substituindo a quantidade B na equação (1.3) por massa, quantidade de movimento ou energia, podem ser deduzidas as equações governantes da mecânica dos fluidos em suas formas integrais.

Adicionalmente, dois teoremas do cálculo são relevantes para esta conceituação teórica. O Teorema da Divergência [7] diz que, sob condições adequadas, o fluxo exterior de um campo vetorial através de uma superfície fechada é igual à integral tripla da divergência do campo sobre a região delimitada pela superfície. Desse modo, sendo \mathbf{F} um campo vetorial cujos componentes tenham derivadas parciais de primeira ordem contínuas, o fluxo de \mathbf{F} através da área S na direção do campo normal unitário exterior da superfície, \mathbf{n} , é igual à integral de $\nabla \cdot \mathbf{F}$ sobre a região V delimitada pela superfície:

$$\oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} \, dV. \quad (1.4)$$

Também sob condições adequadas, uma função contínua $F(x)$ definida no intervalo aberto $\Omega \rightarrow R$ e sendo D um subintervalo arbitrário contido em Ω , o Teorema da Localização diz que:

$$\int_D F(x) \, dx = 0 \quad \forall D \subset \Omega \Rightarrow F(x) = 0 \quad \forall x \in \Omega, \quad (1.5)$$

ou seja, pode ser inferido que se uma integral de volume é nula em dado volume de integração, então seu argumento pode ser nulo.

1.3.1 Equação da Continuidade

Representa a conservação de massa de um sistema, que não pode ser criada ou destruída. Aplicando a massa m ao teorema do transporte de Reynolds:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{dm}{dt} = 0, \quad \beta = \frac{dm}{dm} = 1, \quad (1.6)$$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV + \oint_S \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{dS} = 0. \quad (1.7)$$

Aplicando-se o Teorema da Divergência, as integrais de superfície podem ser transformadas em integrais de volume:

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \right] \, dV = 0, \quad (1.8)$$

que ainda podem ser simplificadas por meio do Teorema da Localização, resultando na equação da continuidade em sua forma diferencial e conservativa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (1.9)$$

1.3.2 Equação da Quantidade de Movimento

Derivada a partir da segunda lei de Newton, representa o efeito das forças externas a um corpo na mudança de quantidade de movimento nesse corpo. Aplicando a quantidade de movimento $m\mathbf{u}$ ao teorema do transporte de Reynolds e desprezando os efeitos de viscosidade:

$$\beta = \frac{d(m\mathbf{u})}{dm} = \mathbf{u}, \quad (1.10)$$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho\mathbf{u}) dV + \oint_S \rho\mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{dS}) = - \oint_S p \cdot \mathbf{dS} + \int_V \rho\mathbf{f}_e dV. \quad (1.11)$$

Aplicando-se o Teorema da Divergência, as integrais de superfície podem ser transformadas em integrais de volume:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho\mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p\mathbf{I}) - \mathbf{f}_e \right] dV = 0, \quad (1.12)$$

que ainda podem ser simplificadas por meio do Teorema da Localização, resultando na equação da quantidade de movimento em sua forma diferencial e conservativa:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho\mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla \cdot (p\mathbf{I}) + \mathbf{f}_e. \quad (1.13)$$

1.3.3 Equação da Energia

Derivada a partir da Primeira Lei da Termodinâmica, que afirma que a energia não pode ser criada ou destruída, apenas transformada. Aplicando a energia total E_t ao teorema do transporte de Reynolds, considerando um escoamento adiabático e desprezando os efeitos de viscosidade:

$$\beta = \frac{dE_t}{dm} = e_t, \quad (1.14)$$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho e_t) dV + \oint_S \rho e_t (\mathbf{u} \cdot \mathbf{dS}) = - \oint_S (p\mathbf{I} \cdot \mathbf{u}) \mathbf{dS} + \int_V (\rho\mathbf{f}_e \cdot \mathbf{u}) dV. \quad (1.15)$$

Aplicando-se o Teorema da Divergência, as integrais de superfície podem ser transformadas em integrais de volume:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho e_t) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}e_t + p\mathbf{I} \cdot \mathbf{u}) - \mathbf{f}_e \cdot \mathbf{u} \right] dV = 0, \quad (1.16)$$

que ainda podem ser simplificadas por meio do Teorema da Localização, resultando na equação da energia em sua forma diferencial e conservativa:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e_t) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}e_t) = -\nabla \cdot (p\mathbf{I} \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{f}_e \cdot \mathbf{u}. \quad (1.17)$$

1.4 Conceituação Teórica - Termodinâmica

O fluido em estudo é o ar, considerado compressível, termicamente e caloricamente perfeito. Para adicionar um fechamento às equações governantes, considera-se a equação de estado:

$$p = \rho RT, \quad (1.18)$$

onde p é a pressão, ρ é a massa específica, R é a constante do gás ideal por unidade de massa e T é a temperatura. Para o ar na condição padrão, o valor de R é $287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ [6].

Sendo c_v o calor específico à volume constante, para um gás caloricamente perfeito, a relação a seguir é usada para determinar sua energia interna específica, e :

$$e = c_v T. \quad (1.19)$$

A energia total de um fluido é calculada pela soma da sua energia interna e energia cinética, e_k :

$$e_t = e + e_k = c_v T + \frac{|\mathbf{u}|^2}{2}. \quad (1.20)$$

1.5 Escoamento Supersônico

Segundo o livro de Escoamentos Compressíveis, de Anderson [8], os regimes de escoamento podem ser classificados como subsônicos, transônicos, supersônicos ou até hipersônicos, caracterizados pela razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som naquele meio, o número de Mach, calculado como:

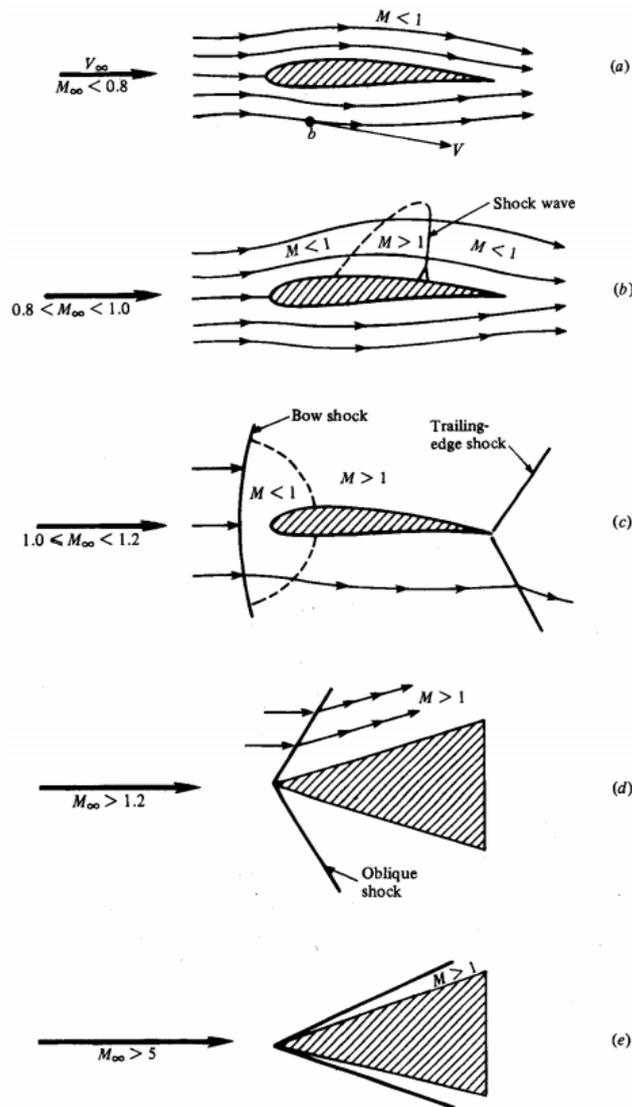
$$M_\infty = \frac{U_\infty}{a_\infty} = \frac{U_\infty}{\sqrt{\gamma RT_\infty}}. \quad (1.21)$$

O subscrito ∞ indica que os valores são referentes ao escoamento não perturbado, ou seja, ao escoamento livre, sem contato com o corpo em estudo. Assim, U_∞ é a velocidade do escoamento não perturbado, a_∞ é a velocidade de propagação do som no escoamento não perturbado e γ é a razão de calores específicos do meio.

Para ser considerado supersônico, como ilustrado a seguir, na Figura 1.2c, o número de Mach deve ser maior que a unidade, ou seja, $M_\infty > 1,0$. Um limite usual para o valor de Mach para o escoamento ser considerado hipersônico é a partir de 5.

Como indicado, um corpo que está imerso em um escoamento cuja velocidade é igual ou maior do que a velocidade do som naquele meio terá a presença de ondas de choque capazes de modificar drasticamente as características físicas do escoamento antes e depois delas.

Figura 1.2: Ilustração dos diferentes regimes de escoamento



Fonte: [8]

1.6 O Cluster

Todas as simulações apresentadas neste projeto foram realizadas no cluster de computação de alto desempenho ou HPC, do inglês *High Performance Computing*, do Laboratório de Aeroacústica Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica na Universidade de Brasília.

O CNPq, através da chamada N° 22/2013 do Apoio ao Desenvolvimento Científico, Tecnológico e de Inovação no Setor Aeroespacial, forneceu o investimento externo que possibilitou a cotação de um cluster em março de 2016, com 8 processadores KNL, totalizando 21,28 Tflops de desempenho computacional, 128 GBytes de memória integrada MCDRAM e 768 GBytes de memória externa SDRAM DDR4, disponível para instalação no final de janeiro de 2017.

Figura 1.3: Cluster AMADEA



A alta capacidade computacional do cluster de HPC, denominado AMADEA, está associada à capacidade de processamento maciçamente paralelo do processador KNL instalado em cada nó de cálculo, já que cada processador possui 64 núcleos de processamento, onde cada núcleo possui 2 unidades vetoriais capazes de realizar 8 operações de ponto flutuante com precisão dupla, resultando em 1024 operações simultâneas para cada ciclo de relógio. Como o cluster possui 8 nós de cálculo, o mesmo pode realizar 8192 operações de ponto flutuante com precisão dupla em paralelo.

É importante mencionar também que o cluster AMADEA é o primeiro cluster de HPC instalado no Brasil onde todos os nós de cálculo estão baseados no processador Intel KNL, de última geração, conectado com a memória externa SDRAM através do barramento DDR4, com largura de banda de 100 GB/s. Desse modo, a arquitetura do cluster AMADEA é ideal para códigos altamente otimizados como o VAT, *Virtual Aeroacoustic Tunnel*, onde mais de 98% da execução é realizada em forma maciçamente paralela.

A otimização do código VAT, em conjunto com a alta capacidade computacional do cluster AMADEA, permite realizar simulações aeroacústicas com aproximadamente $5 \cdot 10^9$ volumes de controle. Para visualizar essa enorme massa de resultados gerados pela execução do código VAT no cluster AMADEA, foi integrado ao cluster um nó exclusivamente dedicado para a visualização dos resultados gerados pelo código VAT e de outros códigos.

1.7 Objetivos

Dado que o regime supersônico possui características fundamentalmente distintas dos regimes a baixo número de Reynolds, característica dos artigos citados anteriormente, é esperado que modelos totalmente diferentes sejam definidos para a geração de propulsão em escoamentos supersônicos.

O objetivo deste projeto é iniciar uma investigação preditiva da relação entre parâmetros do escoamento de aerofólios com movimentação de oscilação vertical em regime supersônico e a resposta do escoamento expressa por meio dos coeficientes aerodinâmicos, assim como a análise visual das simulações.

Desse modo, a abordagem escolhida, que será mais aprofundada ao decorrer do relatório, foi a variação dos valores da frequência de oscilação vertical, de 0 a 100 Hz em intervalos de 10 Hz, mantendo a velocidade do escoamento não perturbado, o ângulo de ataque e a amplitude de oscilação constantes. Dois aerofólios distintos foram escolhidos, e a análise dos resultados será feita com foco no comportamento do coeficiente de arrasto, avaliando se existe alguma redução no seu valor ou se apresenta valores negativos, apresentando propulsão.

Capítulo 2

Metodologia Numérica

Para a execução desse trabalho, considerou-se um escoamento bidimensional não viscoso no interior de um túnel aeroacústico virtual, o código VAT, com base na publicação de Pimenta [9]. Foi implementado o método dos volumes finitos para as equações de Euler bidimensionais. Objetivou-se a implementação das condições nas superfícies dos aerofólios por meio da metodologia de fronteira imersa móvel com interpolação de quarta ordem de precisão e a resolução das equações governantes através de uma discretização de volumes finitos com marcha temporal por meio do Runge-Kutta de terceira ordem.

Por se tratar de um problema na área da aeroacústica, a grandeza das escalas estudadas é muito maior do que a escala da camada limite. Desse modo, os efeitos da viscosidade, quando computados em um escoamento a uma longa distância da superfície do aerofólio, não possuem uma influência tão significativa [10]. Por isso, os termos viscosos não fazem parte desta metodologia, o que ainda traz a vantagem da solução numérica mais simplificada das equações de Euler sobre as equações de Navier-Stokes.

2.1 Equações Governantes

Inicialmente, são definidos os vetores bidimensionais de coordenadas espaciais, \mathbf{x} , e de velocidade, \mathbf{u} :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Para aplicação do método dos volumes finitos para as equações de Euler bidimensionais, serão utilizadas as equações não-lineares e não-permanentes, que, para um referencial não inercial, podem ser escritas da forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e_t) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho e_t u_i) = -\frac{\partial}{\partial x_i} (p u_i) + f_i u_i, \quad (2.4)$$

onde as pseudo-forças de campo f_i são usadas para a aceleração do escoamento do estado inicial até atingir a velocidade de referência estabelecida.

Para serem resolvidas numericamente, as equações de Euler são escritas na forma não-conservativa e vetorial:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \mathbf{R}, \quad (2.5)$$

onde \mathbf{U} é o vetor de variáveis conservativas, \mathbf{E} e \mathbf{F} são vetores de variáveis de fluxo e \mathbf{R} é o vetor de pseudo-forças no volume. Sendo as componentes dos vetores:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ \rho u v \\ (\rho e_t + p) u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v v + p \\ (\rho e_t + p) v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_x \\ f_y \\ f_x u + f_y v \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

A equação (2.5) é reescrita como:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Pi} = \mathbf{R}. \quad (2.7)$$

em que o tensor $\mathbf{\Pi}$ é definido pelo produto tensorial

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{E} \otimes \mathbf{i} + \mathbf{F} \otimes \mathbf{j}. \quad (2.8)$$

Integrando a equação (2.7) em um volume de controle V e aplicando o teorema do divergente sobre a equação resultante, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{U} dV = - \int_V (\nabla \cdot \mathbf{\Pi}) dV + \int_V \mathbf{R} dV = - \oint_S (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_V \mathbf{R} dV. \quad (2.9)$$

Definindo as médias volumétricas dos vetores \mathbf{U} e \mathbf{R} no volume de controle V :

$$\bar{\mathbf{U}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \mathbf{U} dV, \quad \bar{\mathbf{R}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \mathbf{R} dV, \quad (2.10)$$

e a equação (2.9) é reescrita:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} = -\frac{1}{V} \oint_S (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{S} + \bar{\mathbf{R}}. \quad (2.11)$$

2.2 Discretização

Avaliando a equação (2.11) para um volume de controle finito e bidimensional, utilizando-se os subíndices i e j como referências à primeira e segunda coordenada, respectivamente, tem-se que a variação das propriedades médias do mesmo é dada pela soma dos fluxos através de suas faces, esquerda e direita, como na equação:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} \right)_{i,j} = & -\frac{1}{V_{i,j}} \left[\int_{S_{i+1/2}} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_{i-1/2}} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) dS + \right. \\ & \left. \int_{S_{j+1/2}} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_{j-1/2}} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) dS \right] + \bar{\mathbf{R}}_{i,j}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde $S_{i+1/2}$, $S_{i-1/2}$, $S_{j+1/2}$, e $S_{j-1/2}$ são as faces que definem o volume de controle $V_{i,j}$, sendo $S_{i+1/2}$ a face comum entre esse volume e $V_{i+1,j}$.

Fazendo V suficientemente pequeno, é possível aproximar o tensor $\mathbf{\Pi}$ como constante nas superfícies de controle. Fazendo uma discretização de primeira ordem no tempo, com um passo temporal Δt , obtém-se então:

$$\frac{\Delta \bar{\mathbf{U}}_{i,j}}{\Delta t} = -\frac{1}{V_{i,j}} [(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} + (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i-1/2} + (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{j+1/2} + (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{j-1/2}] + \bar{\mathbf{R}}_{i,j}. \quad (2.13)$$

A função de fluxo líquido do tensor $\mathbf{\Pi}$ nas superfícies do volume de controle V durante o passo temporal Δt é definida como:

$$\mathcal{F}_{i,j} = \frac{\Delta t}{V_{i,j}} [(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} + (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i-1/2} + (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{j+1/2} + (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{j-1/2}]. \quad (2.14)$$

A função do efeito das pseudo-forças no volume de controle $V_{i,j}$ durante o passo temporal Δt é definida como:

$$\mathcal{R}_{i,j} = \Delta t \cdot \bar{\mathbf{R}}_{i,j}. \quad (2.15)$$

Desse modo, a discretização no tempo e espaço da equação (2.13) é reescrita como:

$$\Delta \bar{\mathbf{U}}_{i,j} = -\mathcal{F}_{i,j} + \mathcal{D}_{i,j} + \mathcal{R}_{i,j}. \quad (2.16)$$

sendo $\mathcal{D}_{i,j}$ a dissipação artificial explícita. Tal dissipação é imposta com o intuito de estabilizar o método numérico, ajustando o valor de $\mathcal{F}_{i,j}$, e será detalhada na seção 2.7.

2.3 Marcha Temporal

Para uma alta resolução temporal, usa-se o método de Runge-Kutta de terceira ordem, dado pelos seguintes passos:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j}^1 = \bar{\mathbf{U}}_{i,j}^n - (\mathcal{F}_{i,j}^n - \mathcal{D}_{i,j}^n - \mathcal{R}_{i,j}^n), \quad (2.17)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j}^2 = \frac{3}{4} \bar{\mathbf{U}}_{i,j}^n + \frac{1}{4} \bar{\mathbf{U}}_{i,j}^1 - \frac{1}{4} (\mathcal{F}_{i,j}^1 - \mathcal{D}_{i,j}^1 - \mathcal{R}_{i,j}^1), \quad (2.18)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{3} \bar{\mathbf{U}}_{i,j}^n + \frac{2}{3} \bar{\mathbf{U}}_{i,j}^2 - \frac{2}{3} (\mathcal{F}_{i,j}^2 - \mathcal{D}_{i,j}^2 - \mathcal{R}_{i,j}^2). \quad (2.19)$$

2.4 Fluxos

O cálculo do fluxo líquido $F_{i,j}$ através de um volume de controle $V_{i,j}$ já foi definido na equação (2.14). Sobre uma superfície $S_{i+1/2,j}$ o fluxo é dado por:

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} = \begin{bmatrix} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_1 \\ (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_2 \\ (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_3 \\ (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_4 \end{bmatrix}_{i+1/2}. \quad (2.20)$$

Cada termo da equação (2.20) é dado por:

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_1 = \rho_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2}, \quad (2.21)$$

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_2 = (\rho u)_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2}, \quad (2.22)$$

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_3 = (\rho v)_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2}, \quad (2.23)$$

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_4 = (\rho e_t)_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (q_s)_{i+1/2}, \quad (2.24)$$

definindo o fluxo volumétrico como:

$$(q_s)_{i+1/2} = \mathbf{u}_{i+1/2} \cdot \mathbf{S}_{i+1/2} = u_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2} + v_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2}. \quad (2.25)$$

2.5 Média de Favre

Para calcular os valores dos fluxos ($\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S}$), é preciso aproximar os valores das variáveis primitivas naquela superfície no volume de controle a partir dos valores das variáveis de fluxo no volume de controle.

Retomando o vetor de variáveis de fluxo médias:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho u} \\ \bar{\rho v} \\ \bar{\rho e_t} \end{bmatrix}_{i,j}, \quad (2.26)$$

aplica-se a média de Favre, uma média volumétrica ponderada pela massa específica, para obter os valores das variáveis primitivas abaixo:

$$\tilde{u} = \frac{\bar{\rho u}}{\bar{\rho}}, \quad \tilde{v} = \frac{\bar{\rho v}}{\bar{\rho}}, \quad \tilde{e}_t = \frac{\bar{\rho e_t}}{\bar{\rho}} = \tilde{e} + \tilde{e}_k = \tilde{e} + \frac{\tilde{u}\tilde{u} + \tilde{v}\tilde{v}}{2}. \quad (2.27)$$

A pressão e temperatura médias, calculadas pela equação de estado, são:

$$\tilde{p} = (\gamma - 1) \bar{\rho} \tilde{e}, \quad \tilde{T} = \frac{\gamma M_{\text{ref}}^2 \tilde{p}}{\bar{\rho}}. \quad (2.28)$$

2.6 Interpolação

O método formal explícito de quarta ordem desenvolvido por [9] é aplicado para a interpolação das propriedades médias, tanto primitivas quanto conservativas, em cada face.

Aplicando nas propriedades primitivas:

$$u_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j}) - \frac{1}{16} (\tilde{u}_{i-1,j} + \tilde{u}_{i+2,j}) + O(\Delta x^4), \quad (2.29)$$

$$v_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\tilde{v}_{i,j} + \tilde{v}_{i+1,j}) - \frac{1}{16} (\tilde{v}_{i-1,j} + \tilde{v}_{i+2,j}) + O(\Delta x^4), \quad (2.30)$$

$$p_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i+1,j}) - \frac{1}{16} (\tilde{p}_{i-1,j} + \tilde{p}_{i+2,j}) + O(\Delta x^4). \quad (2.31)$$

Aplicando nas propriedades conservativas:

$$\rho_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}_{i,j} + \bar{\rho}_{i+1,j}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}_{i-1,j} + \bar{\rho}_{i+2,j}) + O(\Delta x^4), \quad (2.32)$$

$$(\rho u)_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho u}_{i,j} + \bar{\rho u}_{i+1,j}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho u}_{i-1,j} + \bar{\rho u}_{i+2,j}) + O(\Delta x^4), \quad (2.33)$$

$$(\rho v)_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho v}_{i,j} + \bar{\rho v}_{i+1,j}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho v}_{i-1,j} + \bar{\rho v}_{i+2,j}) + O(\Delta x^4), \quad (2.34)$$

$$(\rho e_t)_{i+1/2} = \frac{9}{16} (\bar{\rho e_{t,i,j}} + \bar{\rho e_{t,i+1,j}}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho e_{t,i-1,j}} + \bar{\rho e_{t,i+2,j}}) + O(\Delta x^4). \quad (2.35)$$

2.7 Dissipação Artificial

A função de fluxo líquido $F_{i,j}$ exige um operador dissipação numérica. Este dissipador é definido pela soma dos operadores de dissipação artificial que atuam em cada face do volume.

$$\mathcal{D}_{i,j} = (d_{i+1/2} - d_{i-1/2}) + (d_{j+1/2} - d_{j-1/2}). \quad (2.36)$$

Para a superfície $S_{i+1/2,j}$, o operador $d_{i+1/2,j}$ é dado por:

$$d_{i+1/2} = \epsilon_{i+1/2}^{(2)} [\bar{\mathbf{U}}_{i+1,j} - \bar{\mathbf{U}}_{i,j}] - \epsilon_{i+1/2}^{(4)} [\bar{\mathbf{U}}_{i+2,j} - 3\bar{\mathbf{U}}_{i+1,j} + 3\bar{\mathbf{U}}_{i,j} - \bar{\mathbf{U}}_{i-1,j}], \quad (2.37)$$

cujos coeficientes de segunda e quarta ordem são, respectivamente:

$$\epsilon_{i+1/2}^{(2)} = \max [(\Psi_{\text{rot}})_{i+1/2}, (\Psi_{\text{div}})_{i+1/2}, (\Psi_{\text{prs}})_{i+1/2}, (\Psi_{\text{den}})_{i+1/2}], \quad (2.38)$$

$$\epsilon_{i+1/2}^{(4)} = \max [0, (K^{(4)} - \epsilon_{i+1/2}^{(2)})]. \quad (2.39)$$

Para o cálculo dos coeficientes, sensores com base no rotacional, divergente, pressão e massa específica são obtidos, respectivamente, através das relações:

$$(\Psi_{\text{rot}})_{i+1/2} = K_{\text{rot}}^{(2)} \cdot |\nabla \times \tilde{\mathbf{u}}|_{i+1/2}, \quad (2.40)$$

$$(\Psi_{\text{div}})_{i+1/2} = K_{\text{div}}^{(2)} \cdot |\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}|_{i+1/2}, \quad (2.41)$$

$$(\Psi_{\text{prs}})_{i+1/2} = K_{\text{prs}}^{(2)} \cdot |\nabla \tilde{p}|_{i+1/2}, \quad (2.42)$$

$$(\Psi_{\text{den}})_{i+1/2} = K_{\text{den}}^{(2)} \cdot |\nabla \tilde{\rho}|_{i+1/2}. \quad (2.43)$$

Tais sensores possuem o propósito de melhorar a estabilidade do código, e ambos os sensores e os coeficientes são ajustados por meio das constantes de calibração $K_{\text{rot}}^{(2)}$, $K_{\text{div}}^{(2)}$, $K_{\text{prs}}^{(2)}$, $K_{\text{den}}^{(2)}$ e $K^{(4)}$.

2.8 Cálculo das Derivadas

Para calcular as derivadas espaciais, usa-se o teorema do divergente. O volume de integração V_P não é necessariamente igual ao volume de controle V , dependendo da precisão das derivadas.

Aplicando o teorema ao gradiente de velocidade:

$$\int_{V_P} (\nabla u) dV_P = \oint_{S_P} u d\mathbf{s}_P. \quad (2.44)$$

Avaliando a integral anterior no volume de controle bidimensional:

$$\int_{V_P} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \mathbf{j} \right] dV_P = \oint_{S_P} [(u ds_{Px}) \mathbf{i} + (u ds_{Py}) \mathbf{j}]. \quad (2.45)$$

Reescrevendo de maneira mais reduzida para todas as direções:

$$\int_{V_P} \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right) dV_P = \int_{S_P} u ds_{Px_i}. \quad (2.46)$$

Calculando a média volumétrica da integral no volume de controle:

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)} \equiv \frac{1}{V_P} \int_{V_P} \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right) dV_P. \quad (2.47)$$

Combinando as duas equações anteriores:

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)} = \frac{1}{V_P} \int_{S_P} u ds_{Px_i}. \quad (2.48)$$

Definindo a função de fluxo líquido da componente u da velocidade através da componente i do vetor de superfície:

$$f(u)_{x_i} \equiv \int_{S_P} u ds_{Px_i}. \quad (2.49)$$

Assim, substituindo a equação (2.49) na equação (2.47), tem-se:

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)}_{i,j} = \frac{1}{V_P} [f(u)_{x_i}]_{i,j}. \quad (2.50)$$

Para manter a mesma ordem que o fluxo, o número de nós que participa da derivada, o estêncil, também deve ser 4. Definindo a função de fluxo líquido no ponto i, j por meio das equações (2.49) e (2.50) na direção x e na direção y :

$$[f(u)_x]_{i,j} = [f(u)_x]_{i+1/2,j} + [f(u)_x]_{i+1/2,j-1} + [f(u)_x]_{i-1/2,j} + [f(u)_x]_{i-1/2,j-1}, \quad (2.51)$$

$$[f(u)_y]_{i,j} = [f(u)_y]_{i,j+1/2} + [f(u)_y]_{i-1,j+1/2} + [f(u)_y]_{i,j-1/2} + [f(u)_y]_{i-1,j-1/2}. \quad (2.52)$$

Os termos nas equações anteriores podem ser calculados pela média aritmética dos valores nas superfícies:

$$[f(u)_x]_{i+1/2,j} = u_{i+1/2,j} (\mathbf{i} \cdot \mathbf{S}_x)_{i+1/2,j}, \quad (2.53)$$

$$[f(u)_y]_{i,j+1/2} = u_{i,j+1/2} (\mathbf{j} \cdot \mathbf{S}_y)_{i,j+1/2}, \quad (2.54)$$

onde a média aritmética dos valores nas superfícies é obtida pela média aritmética dos volumes que possuem uma face em comum,

$$u_{i+1/2,j} = \frac{1}{2} (\tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j}). \quad (2.55)$$

Assim, com os valores da derivada calculados no ponto i, j , podem-se calcular os valores das derivadas nas faces de acordo com a equação (2.50), também por meio de média aritmética:

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{i+1/2,j} = \frac{1}{4} \left[\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{i+1,j} + \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{i+1,j+1} \right], \quad (2.56)$$

sendo que os índices do item ao lado esquerdo da equação se referem a faces e os índices dos itens ao lado direito da equação se referem a vértices.

Tais derivadas calculadas nas superfícies dos volumes de controle possuem como objetivo a aplicação do modelo de dissipação artificial para estabilização do código. Sua precisão no espaço é de quarta ordem e a precisão temporal é de terceira ordem.

2.9 Fronteira Imersa

A fronteira imersa é um método usado para implementar as condições de contorno de um problema diretamente nos volumes de fronteira, que são volumes de controle que contém dois ou mais nós da malha.

Esse método foi desenvolvido para lidar com geometrias complexas demais para uma malha cartesiana, mas, ao mesmo tempo, possibilitava que o escoamento fosse desenvolvido nesse tipo de malha.

Os valores médios das variáveis conservativas em todos os volumes de controle são dados por:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\bar{u} \\ \bar{\rho}\bar{v} \\ \bar{\rho}\bar{e}_t \end{bmatrix}_{i,j} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{e}_t \end{bmatrix}_{i,j}. \quad (2.57)$$

Para impor a condição de deslizamento dos volumes de controle nas equações de Euler, decompõe-se a velocidade do fluido na superfície em componentes normal e tangencial:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}_n + \tilde{\mathbf{u}}_t = \tilde{u}_n \mathbf{n} + \tilde{u}_t \mathbf{t}. \quad (2.58)$$

Impondo também a condição de impenetrabilidade nos volumes de controle da fronteira, diferenciados com o sobrescrito b , o que significa que a componente normal da velocidade do fluido deve ser igual à componente normal da velocidade do corpo em movimento:

$$\tilde{u}_n = u_n^b, \quad \text{e} \quad \tilde{u}_t \neq 0. \quad (2.59)$$

No caso de um corpo estático, sua velocidade, indicada com o sobrescrito B , deve ser nula:

$$u_{nB} = 0. \quad (2.60)$$

Para as equações de Euler, a condição de não difusão de momento na direção normal é dada por:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x_n} = 0. \quad (2.61)$$

Considerando a equação da quantidade de movimento na direção normal:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_n) + \frac{\partial}{\partial x_n} (\bar{\rho} \tilde{u}_n \tilde{u}_n) + \frac{\partial}{\partial x_t} (\bar{\rho} \tilde{u}_n \tilde{u}_t) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n}, \quad (2.62)$$

Expandindo os termos da equação anterior:

$$\tilde{u}_n \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial t} + (\tilde{u}_n)^2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_n} + (2\bar{\rho} \tilde{u}_n) \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial x_n} + (\tilde{u}_n \tilde{u}_t) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_t} + (\bar{\rho} \tilde{u}_t) \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial x_t} + (\bar{\rho} \tilde{u}_n) \frac{\partial \tilde{u}_t}{\partial x_t} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n}. \quad (2.63)$$

Aplicando a condição de impenetrabilidade na direção normal:

$$u_n^b \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial u_n^b}{\partial t} + (u_n^b)^2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_n} + (2\bar{\rho} u_n^b) \frac{\partial u_n^b}{\partial x_n} + (u_n^b u_t) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_t} + (\bar{\rho} u_t) \frac{\partial u_n^b}{\partial x_t} + (\bar{\rho} u_n^b) \frac{\partial u_t}{\partial x_t} = -\frac{\partial p}{\partial x_n}. \quad (2.64)$$

No caso de um corpo sólido estático, $u_n^b = 0$, e a equação (2.64) torna-se:

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n} = 0. \quad (2.65)$$

Caso contrário, para um corpo em movimento,

$$u_{n_B} \neq 0, \quad (2.66)$$

identificada por um observador em um sistema inercial estacionário. Porém, a pressão estática independe da velocidade do sistema inercial de um observador, e se o observador se mover com a mesma velocidade do corpo, isso resulta na equação (2.60).

Então, para ambos os casos,

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n} = 0. \quad (2.67)$$

Para corpos estáticos ou em movimento com superfícies adiabáticas, essa condição é representada por:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_n} = 0. \quad (2.68)$$

Considerando a equação do gás ideal na direção normal:

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_n} = \frac{\partial}{\partial x_n} (\tilde{\rho} R \tilde{T}) = R \tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_n} + R \tilde{T} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x_n}, \quad (2.69)$$

e aplicando a equação (2.68), tem-se:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x_n} = 0. \quad (2.70)$$

Sendo a variável de fluxo da energia interna específica dada por:

$$\tilde{e} = \frac{1}{\gamma (\gamma - 1) M_{\text{ref}}^2 \tilde{T}}, \quad (2.71)$$

para a condição de superfície adiabática,

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial x_n} = 0. \quad (2.72)$$

Retornando ao vetor unitário normal à superfície da fronteira, n , que sempre está apontado para fora da geometria, suas coordenadas cartesianas no plano bidimensional são:

$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j}. \quad (2.73)$$

Desse modo, as derivadas das variáveis de fluxo $\tilde{\mathbf{u}}$, $\tilde{\rho}$ e $\tilde{\epsilon}$, respectivamente, avaliadas na direção normal são dadas por:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x_n} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial n} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = n_x \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x} + n_y \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial y}, \quad (2.74)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x_n} = \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial n} = \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = n_x \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} + n_y \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y}, \quad (2.75)$$

$$\frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_n} = \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial n} = \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = n_x \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x} + n_y \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial y}. \quad (2.76)$$

Como comentado anteriormente, mais de um nó da malha da superfície pode estar presente dentro de um volume de controle. Nessa situação, a normal utilizada para esse volume de controle é a média entre as normais relativas a cada ponto.

As derivadas das variáveis de fluxo $\tilde{\mathbf{u}}$, $\tilde{\rho}$ e $\tilde{\epsilon}$ na direção normal dos volumes de fronteira são, portanto:

$$0 = n_x \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial x} \right)_{i,j}^b + n_y \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial y} \right)_{i,j}^b, \quad (2.77)$$

$$0 = n_x \left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \right)_{i,j}^b + n_y \left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} \right)_{i,j}^b, \quad (2.78)$$

$$0 = n_x \left(\frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x} \right)_{i,j}^b + n_y \left(\frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial y} \right)_{i,j}^b. \quad (2.79)$$

Para $n_x > 0$, a derivada da densidade média nos volumes de fronteira pode ser calculada com quarta ordem de precisão, usando diferenças finitas com uma abordagem à frente do volume em questão:

$$\left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \right)_{i,j}^b = \frac{1}{12\Delta x} \left[-25\tilde{\rho}_{i,j}^b + 48\tilde{\rho}_{i+1,j} - 36\tilde{\rho}_{i+2,j} + 16\tilde{\rho}_{i+3,j} - 3\tilde{\rho}_{i+4,j} + O(\Delta x)^4 \right]. \quad (2.80)$$

Determinando o operador diferença, ainda para $n_x > 0$:

$$D_i^+ \tilde{\rho} = \frac{1}{25} (48\tilde{\rho}_{i+1,j} - 36\tilde{\rho}_{i+2,j} + 16\tilde{\rho}_{i+3,j} - 3\tilde{\rho}_{i+4,j}), \quad (2.81)$$

$$D_j^+ \tilde{\rho} = \frac{1}{25} (48\tilde{\rho}_{i,j+1} - 36\tilde{\rho}_{i,j+2} + 16\tilde{\rho}_{i,j+3} - 3\tilde{\rho}_{i,j+4}), \quad (2.82)$$

$$D_i^- \tilde{\rho} = \frac{1}{25} (48\tilde{\rho}_{i-1,j} - 36\tilde{\rho}_{i-2,j} + 16\tilde{\rho}_{i-3,j} - 3\tilde{\rho}_{i-4,j}), \quad (2.83)$$

$$D_j^- \tilde{\rho} = \frac{1}{25} (48\tilde{\rho}_{i,j-1} - 36\tilde{\rho}_{i,j-2} + 16\tilde{\rho}_{i,j-3} - 3\tilde{\rho}_{i,j-4}). \quad (2.84)$$

Os operadores D_i^+ e D_j^+ são utilizados para valores positivos de n_x e n_y , assim como os operadores D_i^- e D_j^- são utilizados para valores negativos de n_x e n_y .

Com isso, reescrevendo a equação (2.80):

$$\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}\right)_{i,j}^b = \frac{25}{12\Delta x} \left[-\bar{\rho}_{i,j}^b + D_i^+ \bar{\rho} + O(\Delta x)^4 \right]. \quad (2.85)$$

Caso $\mathbf{n} = \mathbf{i}$, conseqüentemente, $n_x = 1$ e $n_y = 0$, da equação (2.78):

$$0 = \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}\right)_{i,j}^b. \quad (2.86)$$

Aplicando o resultado anterior na equação (2.85):

$$\bar{\rho}_{i,j}^b = D_i^+ \bar{\rho} + O(\Delta x)^4. \quad (2.87)$$

Do mesmo modo, caso $\mathbf{n} = \mathbf{j}$, conseqüentemente $n_x = 0$ e $n_y = 1$, da equação (2.85):

$$\bar{\rho}_{i,j}^b = D_j^+ \bar{\rho} + O(\Delta y)^4. \quad (2.88)$$

Assim, para um caso em que $\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j}$, a densidade média é calculada nos volumes de fronteira por média ponderada pela magnitude das componentes do vetor normal:

$$\bar{\rho}_{i,j}^b = \frac{|n_x| D_i \bar{\rho} + |n_y| D_j \bar{\rho}}{|n_x| + |n_y|}. \quad (2.89)$$

Da mesma forma, para as médias de energia interna e velocidade:

$$\tilde{e}_{i,j}^b = \frac{|n_x| D_i \tilde{e} + |n_y| D_j \tilde{e}}{|n_x| + |n_y|}, \quad (2.90)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i,j}^b = \frac{|n_x| D_i \tilde{\mathbf{u}} + |n_y| D_j \tilde{\mathbf{u}}}{|n_x| + |n_y|}. \quad (2.91)$$

Sendo conhecidas todas as componentes da velocidade normal $\tilde{\mathbf{u}}_n$ para todos os volumes de controle de fronteira, suas componentes cartesianas podem ser dadas por:

$$(\tilde{\mathbf{u}}_n)_{i,j}^b = (\tilde{u}_{n_x} \mathbf{i} + \tilde{u}_{n_y} \mathbf{j})_{i,j}^b, \quad (2.92)$$

e sendo

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i,j}^b = (\tilde{\mathbf{u}})_{i,j}^b = (\tilde{\mathbf{u}}_n)_{i,j}^b + (\tilde{\mathbf{u}}_t)_{i,j}^b, \quad (2.93)$$

as componentes tangenciais cartesianas da velocidade são dadas por:

$$(\tilde{u}_{t_x})_{i,j}^b = (\tilde{u} - \tilde{u}_{n_x})_{i,j}^b, \quad (\tilde{u}_{t_y})_{i,j}^b = (\tilde{v} - \tilde{u}_{n_y})_{i,j}^b. \quad (2.94)$$

Reescrevendo a equação (2.57) com os resultados obtidos para os volumes de fronteira:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j}^b = \left[\begin{array}{c} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} (\tilde{u}_{t_x} + \tilde{u}_{n_x}) \\ \bar{\rho} (\tilde{u}_{t_y} + \tilde{u}_{n_y}) \\ \bar{\rho} \left\{ \tilde{e} + \frac{1}{2} \left[(\tilde{u}_{t_x} + \tilde{u}_{n_x})^2 + (\tilde{u}_{t_y} + \tilde{u}_{n_y})^2 \right] \right\} \end{array} \right]_{i,j}^b. \quad (2.95)$$

2.9.1 Oscilação Vertical

Como o VAT originalmente possuía o objetivo de simular geometrias com movimento vertical, como as pás de um rotor-estator, algumas modificações seriam necessárias para a implementação de uma oscilação vertical.

Foram adicionadas duas novas variáveis de entrada, a amplitude e a frequência de oscilação, valores que seriam definidos pelo usuário antes da execução. Essas variáveis foram inicializadas no código, suas precisões definidas e ambas foram incluídas nas instruções de paralelismo dos cálculos.

As linhas descrevendo o movimento dos pontos da geometria foram modificadas, primeiramente definindo a posição vertical em função do tempo:

$$y(t) = A \text{ sen}(2\pi ft), \quad (2.96)$$

sendo A a amplitude de oscilação, em metros, e f a frequência de oscilação, em Hz. A amplitude é definida como o deslocamento máximo do ponto médio do ciclo, no caso, $y(t) = 0$.

Derivando a equação anterior, obtém-se a velocidade vertical em função do tempo:

$$v(t) = 2\pi f A \cos(2\pi ft). \quad (2.97)$$

Ambas as equações foram adimensionalizadas a partir dos seguintes valores:

$$y^* = \frac{y}{L}, \quad t^* = \frac{t}{L/U_{ref}}, \quad v^* = \frac{v}{U_{ref}}, \quad f^* = \frac{fL}{U_{ref}}, \quad A^* = \frac{A}{L}, \quad (2.98)$$

$$y^*(t) = A^* \text{ sen}(2\pi f^* t^*), \quad (2.99)$$

$$v^*(t) = 2\pi f^* A^* L \cos(2\pi f^* t^*), \quad (2.100)$$

sendo L um valor adimensional que representa o comprimento característico do problema.

2.10 Distribuição do Coeficiente de Pressão

Dois novos módulos foram adicionados ao código VAT, um responsável por calcular a distribuição do coeficiente de pressão em função da posição na corda do aerofólio e outro que calcula os coeficientes de sustentação, arrasto e momento como funções do tempo, que será apresentado na Seção 2.11. Ambos podem ter suas frequências de registro de resultados definidas pelo número de iterações escolhido pelo usuário.

Do vetor de variáveis conservativas para volumes de fronteira, equação (2.95), segundo os procedimentos descritos nas equações (2.27), as médias de Favre, são definidos os valores das variáveis primitivas médias \tilde{u} , \tilde{v} e \tilde{e}_t .

Sendo a energia cinética específica média:

$$\tilde{e}_k = \frac{(\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)}{2}, \quad (2.101)$$

e a energia interna específica média:

$$\tilde{e}_i = \tilde{e}_t - \tilde{e}_k, \quad (2.102)$$

o valor da pressão média adimensional calculada em um volume de controle de fronteira é:

$$\tilde{p}^* = (\gamma - 1) \bar{\rho} \tilde{e}_i. \quad (2.103)$$

Convertendo essa pressão para o seu valor dimensional, utiliza-se a velocidade de referência do problema, que é a velocidade do som:

$$\tilde{p} = \tilde{p}^* \rho_\infty U_{ref}^2. \quad (2.104)$$

Assim, é definida a pressão dinâmica q_∞ [11]:

$$q_\infty \equiv \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2. \quad (2.105)$$

e o coeficiente de pressão é denotado por:

$$C_p \equiv \frac{(\tilde{p} - p_\infty)}{q_\infty}. \quad (2.106)$$

2.11 Coeficientes Aerodinâmicos

Seguindo a convenção de sinais e definições apresentadas em [11], é preciso primeiramente definir as forças e momentos aerodinâmicos que atuam sobre a superfície do corpo em estudo.

As forças e os momentos aerodinâmicos possuem duas fontes: as distribuições de pressão e tensão de cisalhamento sobre a superfície do corpo. Entretanto, neste trabalho, a tensão de cisalhamento não será incluída nos cálculos.

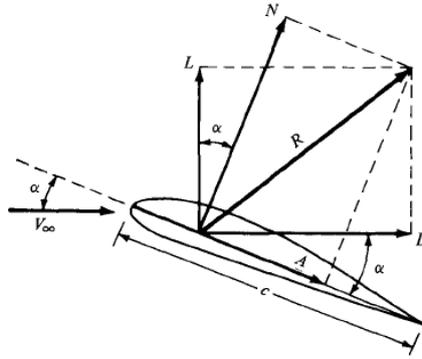
Conforme a Figura 2.1, a seguir, é definindo o vetor \mathbf{R} como a força aerodinâmica resultante, e seu valor pode ser calculado de duas maneiras:

$$R = (L^2 + D^2)^{1/2}, \quad (2.107)$$

ou

$$R = (N^2 + A^2)^{1/2}. \quad (2.108)$$

Figura 2.1: Ilustração da força aerodinâmica resultante e suas componentes



Fonte: [11]

Na Figura 2.1, a velocidade do escoamento não perturbado U_∞ é representada por V_∞ . Desse modo, a sustentação \mathbf{L} , do inglês *lift*, é definida como a componente de \mathbf{R} perpendicular à U_∞ , assim como o arrasto \mathbf{D} , do inglês *drag*, é definido como a componente de \mathbf{R} paralela à U_∞ .

Sendo a corda c definida como a distância do bordo de ataque ao bordo de fuga do corpo, a força resultante também pode ser decomposta em termos das componentes normal e axial à corda, \mathbf{N} e \mathbf{A} , respectivamente.

Adicionalmente, o ângulo de ataque, α , é o ângulo criado entre a linha da corda e a direção da velocidade U_∞ , entre \mathbf{L} e \mathbf{N} ou entre \mathbf{D} e \mathbf{A} . Com isso, pode-se determinar uma relação geométrica entre as componentes de \mathbf{R} :

$$L = N \cos(\alpha) - A \sin(\alpha), \quad (2.109)$$

$$D = N \sin(\alpha) + A \cos(\alpha). \quad (2.110)$$

Entretanto, devido à movimentação vertical, o ângulo de ataque passa a ser uma função do tempo.

Considerando as Figuras 2.2 e 2.3, a velocidade efetivamente percebida pelo aerofólio, como um referencial inercial, passa a ser uma velocidade composta por U_∞ e a velocidade de oscilação vertical $v(t)$, definida na equação (2.97), na direção oposta.

Figura 2.2: Aerofólio com oscilação vertical e ângulo de ataque

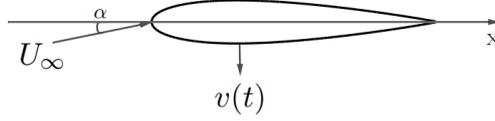
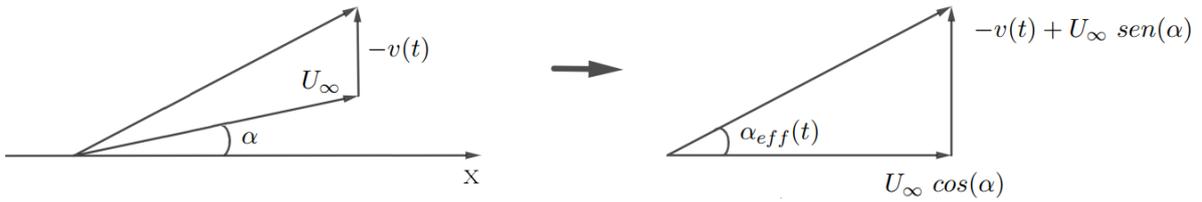


Figura 2.3: Definição do ângulo de ataque efetivo



Desse modo, o ângulo de ataque efetivo, como uma função do tempo, passa a ser definido como:

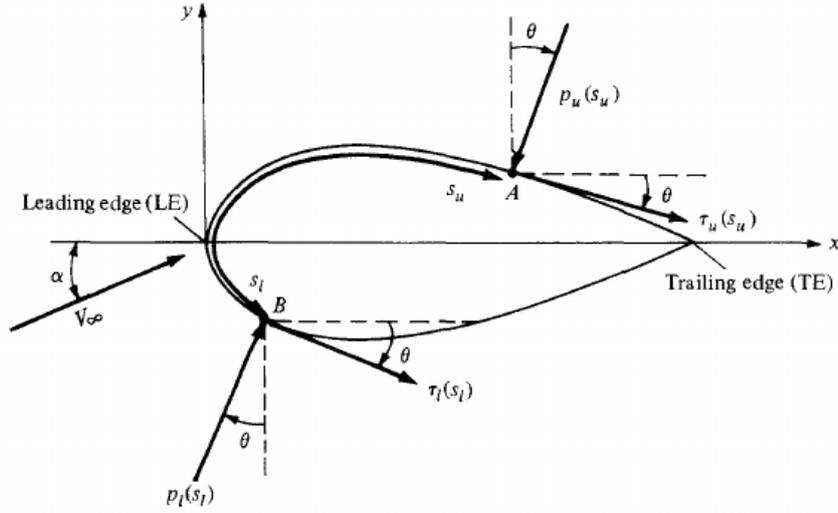
$$\alpha_{eff}(t) = \arctan \left[\frac{-v(t) + U_\infty \sin(\alpha)}{U_\infty \cos(\alpha)} \right]. \quad (2.111)$$

Para determinar os valores de N e A , deve ser realizada uma integração das distribuições de pressão e tensão de cisalhamento sobre a superfície do corpo, como ilustrado na Figura 2.4. Nesse caso, será demonstrada apenas a integração da distribuição de pressão, pois os termos viscosos não são incluídos neste método.

Considerando um corpo bidimensional cuja corda seja alinhada paralelamente com a coordenada horizontal x de um plano cartesiano, podem ser definidas duas superfícies de integração de profundidade unitária, a superior, referenciada pelo subíndice u e a inferior, referenciada pelo subíndice l , do inglês *upper* e *lower*, respectivamente.

Em um dado ponto, a pressão normal à superfície apresenta um ângulo θ em relação ao eixo y , positivo no sentido horário.

Figura 2.4: Integração das distribuições de pressão e tensão de cisalhamento



Fonte: [11]

Utilizando o símbolo ' para evidenciar o comprimento unitário nos cálculos, as forças normais e axiais atuando sobre a superfície superior e inferior devido à distribuição de pressão são:

$$dN'_u = -p_u \cos(\theta) ds_u, \quad (2.112)$$

$$dA'_u = -p_u \sen(\theta) ds_u, \quad (2.113)$$

$$dN'_l = p_l \cos(\theta) ds_l, \quad (2.114)$$

$$dA'_l = p_l \sen(\theta) ds_l. \quad (2.115)$$

Integrando as equações (2.112) a (2.115) do bordo de ataque (LE) ao bordo de fuga (TE), do inglês *leading edge* e *trailing edge*, respectivamente:

$$N' = - \int_{LE}^{TE} p_u \cos(\theta) ds_u + \int_{LE}^{TE} p_l \cos(\theta) ds_l, \quad (2.116)$$

$$A' = - \int_{LE}^{TE} p_u \sen(\theta) ds_u + \int_{LE}^{TE} p_l \sen(\theta) ds_l. \quad (2.117)$$

Com isso, as equações (2.116) e (2.117) podem ser substituídas nas equações (2.109) e (2.110) para o cálculo de L' e D' .

Considerando o bordo de ataque como ponto de referência para o cálculo do momento aerodinâmico, que é positivo no sentido horário, os momentos atuando sobre a superfície superior e inferior devido à distribuição de pressão são:

$$dM'_u = p_u \cos(\theta) x ds_u - p_u \sin(\theta) y ds_u, \quad (2.118)$$

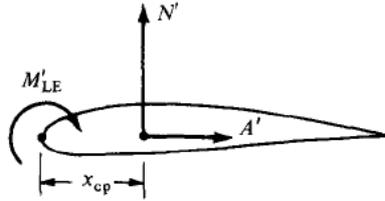
$$dM'_l = -p_l \cos(\theta) x ds_l + p_l \sin(\theta) y ds_l. \quad (2.119)$$

Integrando as equações (2.118) a (2.119) do bordo de ataque (LE) ao bordo de fuga (TE):

$$\begin{aligned} M'_{LE} &= \int_{LE}^{TE} [p_u \cos(\theta) x - p_u \sin(\theta) y] ds_u \\ &+ \int_{LE}^{TE} [-p_l \cos(\theta) x + p_l \sin(\theta) y] ds_l. \end{aligned} \quad (2.120)$$

O centro de pressão é o ponto imaginário no corpo do aerofólio no qual as componentes da força resultante podem ser posicionadas para o equilíbrio entre as forças e o momento de bordo de ataque.

Figura 2.5: Centro de pressão de um aerofólio



Fonte: [11]

A distância do bordo de ataque ao centro de pressão é dada por:

$$x_{cp} = -\frac{M'_{LE}}{N'}. \quad (2.121)$$

Assim, o momento no corpo ainda pode ser calculado em referência ao centro de pressão. Assumindo valores de α pequenos, tem-se $\sin(\alpha) \approx 0$ e $\cos(\alpha) \approx 1$. Reescrevendo a equação (2.121), tem-se:

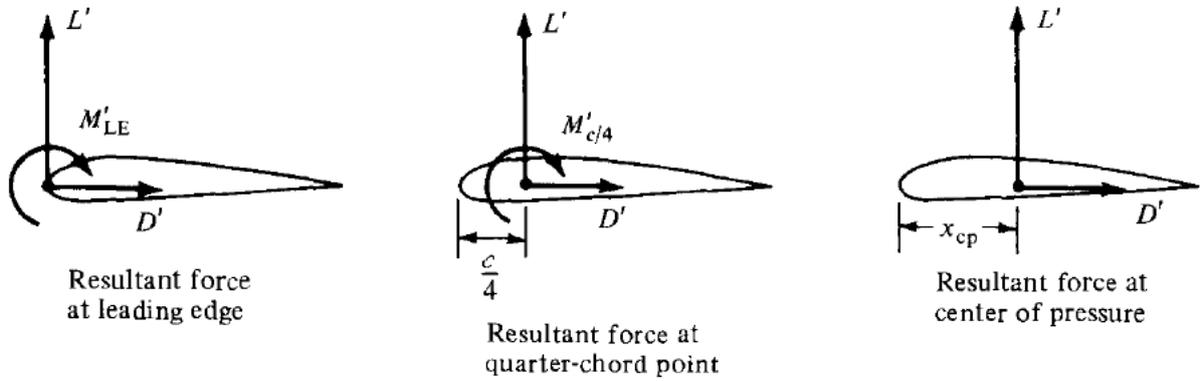
$$x_{cp} \approx -\frac{M'_{LE}}{L'}, \quad (2.122)$$

equação que nem sempre é conveniente, pois, ao reduzir bastante o valor de L' , o valor de x_{cp} pode tender ao infinito.

Introduzindo o conceito do quarto de corda, ou seja, $x = c/4$, o momento nesse ponto é calculado como:

$$M'_{c/4} = \frac{c}{4} L' + M_{LE} = \left(\frac{c}{4} + x_{cp} \right) L'. \quad (2.123)$$

Figura 2.6: Representações equivalentes em um aerofólio



Fonte: [11]

Retomando o conceito de pressão dinâmica da equação (2.105), os coeficientes bidimensionais de sustentação, arrasto e momento são dados por:

$$c_l \equiv \frac{L'}{q_\infty c}, \quad (2.124)$$

$$c_d \equiv \frac{D'}{q_\infty c}, \quad (2.125)$$

$$c_m \equiv \frac{M'}{q_\infty c^2}. \quad (2.126)$$

Os coeficientes de momento apresentados como resultados no Capítulo 3 são calculados com o valor de momento obtido segundo a equação (2.123), em um quarto de corda.

Capítulo 3

Resultados

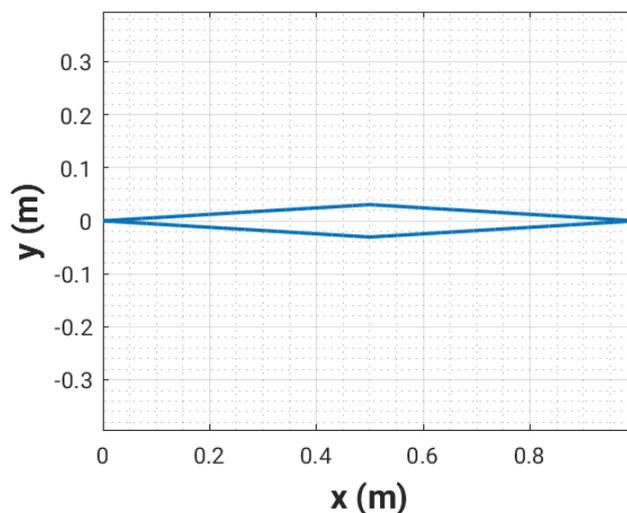
As equações descritas no Capítulo 2 foram adaptadas em um código em Fortran, compilados e executados pelo Intel[®] Parallel Studio XE. Outros alunos e também professores do Laboratório de Aeroacústica Computacional da Universidade de Brasília contribuíram com a criação, teste e adaptação desse código.

Para garantir uma alta performance, ao longo do código estão presentes linhas de comando para a execução dos cálculos em paralelo pelos processadores. A grande vantagem desse método é o melhor aproveitamento das limitações físicas da arquitetura computacional, otimizando o tempo de execução de cálculos longos e complexos.

3.1 Validação

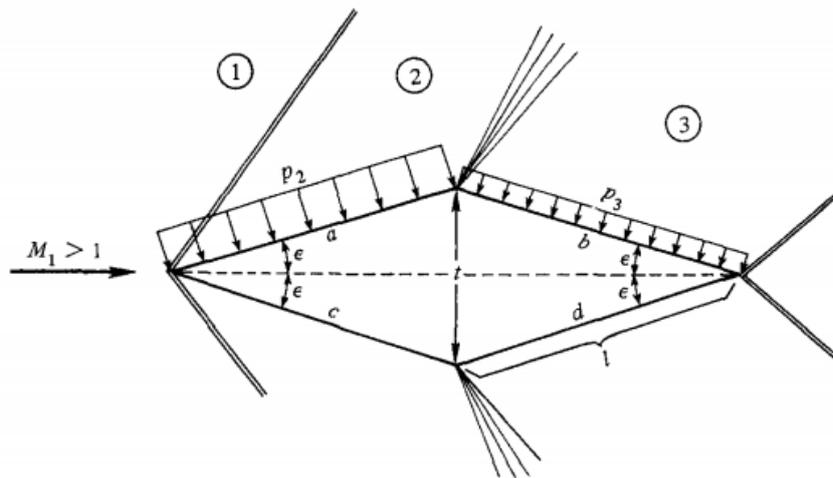
O método escolhido para a validação dos cálculos dos coeficientes descritos nas Seções 2.10 e 2.11 foi a comparação dos resultados da simulação com valores teóricos do aerofólio de Busemann, também chamado de dupla-cunha ou diamante.

Figura 3.1: Geometria do aerofólio de Busemann



No aerofólio de Busemann simétrico e com ângulo de ataque igual a zero, o escoamento supersônico é comprimido e defletido a um ângulo ϵ , Figura 3.2, através de um choque oblíquo localizado no bordo de ataque. Na metade do comprimento da corda, há uma expansão no escoamento, que é defletido a um ângulo 2ϵ devido a um leque de expansão. Por fim, o escoamento é comprimido novamente e defletido a um ângulo ϵ através de outro choque oblíquo localizado no bordo de fuga. Desse modo, o escoamento após o aerofólio é paralelo ao escoamento não perturbado [8].

Figura 3.2: Escoamento sobre o aerofólio de Busemann



Fonte: [8]

Sendo o ângulo de ataque igual a zero, a única força aerodinâmica atuante sobre o aerofólio é o arrasto, pois as distribuições de pressão na superfície superior e inferior são simétricas, e a sustentação se torna nula.

Para os segmentos a e c , a pressão teórica é calculada usando a teoria dos choques oblíquos. Já para os segmentos b e d , é usada a teoria das ondas de expansão Prandtl-Meyer. Os valores teóricos foram calculados através de rotinas desenvolvidas simultaneamente em [12].

Foram realizadas três simulações com as condições mostradas na Tabela 3.1, para $M = 2$, com variações na resolução da malha. Assim, os resultados para malhas com 1024, 2048 e 3072 elementos por unidade de comprimento, n_{unit} , estão presentes nas Figuras 3.3 e 3.4, a seguir.

Tabela 3.1: Principais variáveis de entrada utilizadas na validação

Símbolo	Valor	Descrição
ϵ	4,5	Meio-ângulo da cunha, em graus
L_x	3	Número de unidades de comprimento da malha regular na direção x
L_y	2	Número de unidades de comprimento da malha regular na direção y
n_{unit}	Diversos	Resolução em volumes de controle em um comprimento característico
$n_{stretch}$	512	Número de volumes alongados em cada direção
$f_{stretch}$	1,05	Fator de crescimento do tamanho do volume com relação ao volume anterior
α	0	Ângulo de ataque, em graus
U_∞	694,377418987686	Velocidade do escoamento não perturbado, em m/s
p_∞	101325	Pressão do escoamento não perturbado, em Pa
T_∞	300	Temperatura do escoamento não perturbado, em K
U_{ref}	347,188709493843	Velocidade de referência, em m/s
L	1	Comprimento característico, em m, utilizado na adimensionalização
Δt	Diversos	Valor físico, em s, de cada passo do Runge-Kutta
$K_{div}^{(2)}$	5,0E-04	Constante de dissipação numérica relacionada ao divergente
$K_{rot}^{(2)}$	5,0E-04	Constante de dissipação numérica relacionada ao rotacional
$K_{prs}^{(2)}$	5,0E-03	Constante de dissipação numérica relacionada ao gradiente de pressão
$K_{den}^{(2)}$	5,0E-03	Constante de dissipação numérica relacionada ao gradiente de massa específica
$K^{(4)}$	5,0E-02	Constante de dissipação numérica de quarta ordem

Figura 3.3: Simulação do aerofólio de Busemann estático a $M = 2 - c_p$

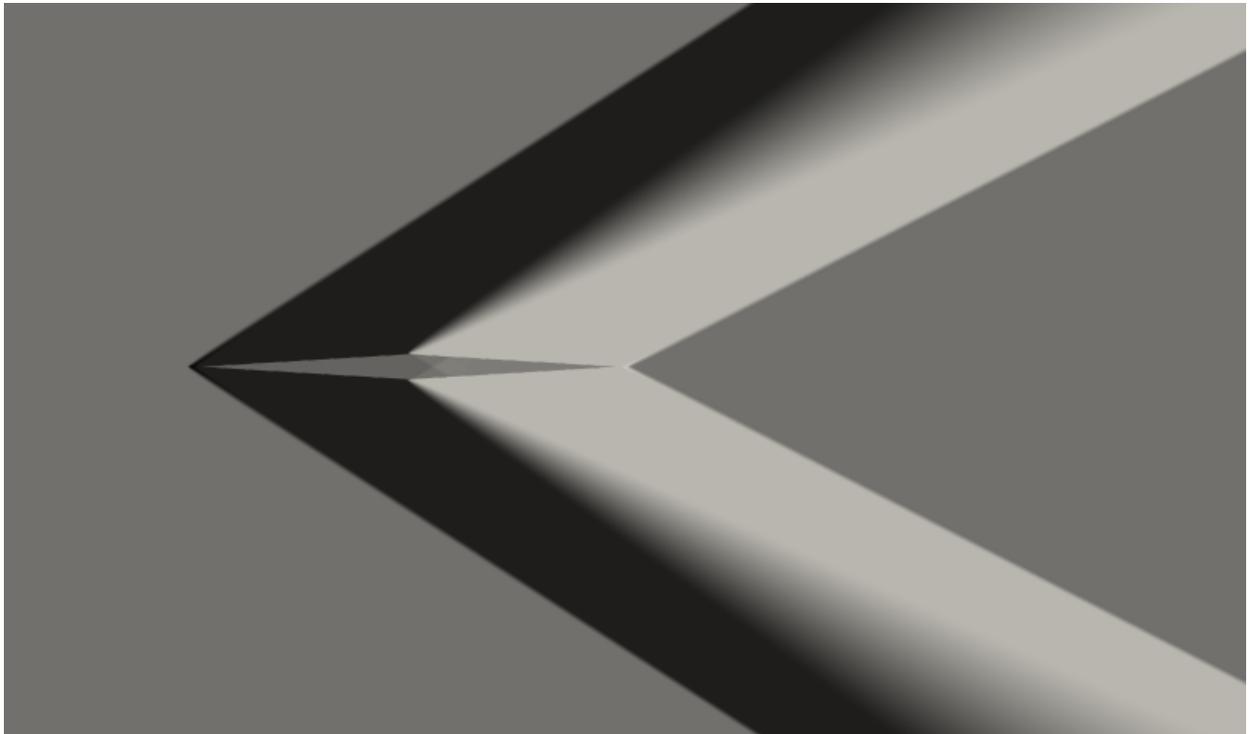
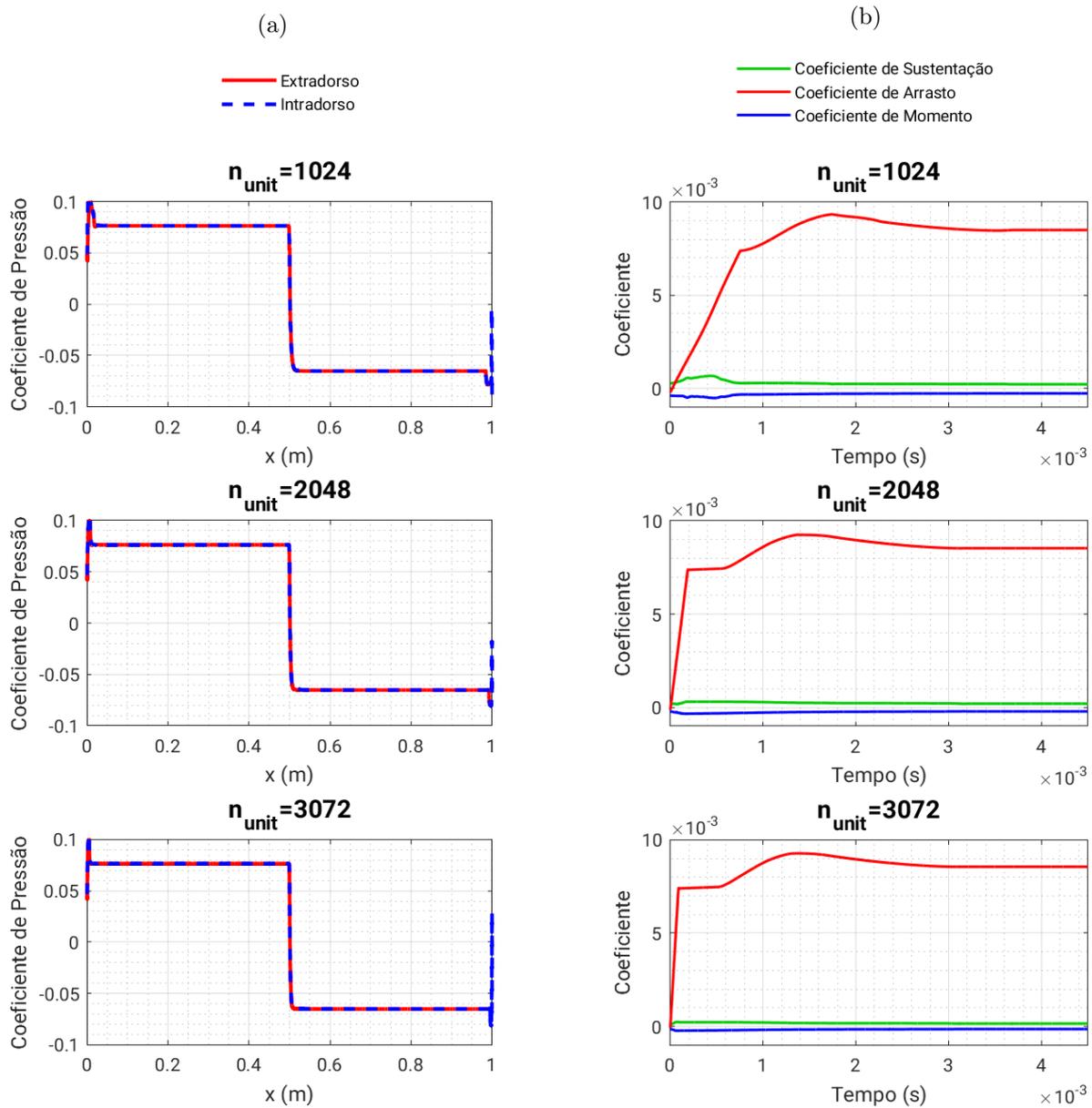


Figura 3.4: Coeficientes para o aerofólio de Busemann a $M = 2$



Analisando a Figura 3.4a, a evolução mais perceptível é a inclinação do salto entre os dois patamares de coeficiente de pressão, que se torna mais vertical com maiores números de elementos. As distribuições no intradorso e extradorso são bem similares, como esperado em um aerofólio com ângulo de ataque nulo, se interpolando por todo o comprimento do aerofólio, exceto nos bordos de fuga e de ataque, regiões que devem ser desconsideradas nesta análise. As divergências nas extremidades são causadas pelas mudanças bruscas na geometria do aerofólio, que são aproximadas para elementos de dimensões finitas para a simulação.

Os resultados teóricos para os coeficientes de pressão, os valores gerados com as simulações e os erros percentuais entre eles são:

Tabela 3.2: Comparação entre os valores de c_p - Extradorso esquerdo

n_{unit}	c_p teórico	c_p calculado	Erro %
1024	0,076248832	0,07626108884191960	-0,016074793
2048		0,07625429400724080	-0,007163398
3072		0,07625288629775210	-0,005317193

Tabela 3.3: Comparação entre os valores de c_p - Extradorso direito

n_{unit}	c_p teórico	c_p calculado	Erro %
1024	-0,065237593	-0,06526496325864320	-0,041954734
2048		-0,06524426463853760	-0,010226678
3072		-0,06524094671363870	-0,005140769

Tabela 3.4: Comparação entre os valores de c_p - Intradorso esquerdo

n_{unit}	c_p teórico	c_p calculado	Erro %
1024	0,076248832	0,07647773951208780	-0,300211172
2048		0,07626105362819640	-0,016028610
3072		0,07625346165147710	-0,006071767

Tabela 3.5: Comparação entre os valores de c_p - Intradorso direito

n_{unit}	c_p teórico	c_p calculado	Erro %
1024	-0,065237593	-0,06517905983734170	0,089723057
2048		-0,06520127895325200	0,055664296
3072		-0,06521170023813240	0,039689941

Das Tabelas 3.2 a 3.5, percebe-se que todos os erros percentuais estão entre 0,1 e -0,3%, consistentemente diminuindo com o aumento do número de elementos na malha. Esse é um resultado bastante satisfatório, confirmando que a implementação do cálculo do coeficiente descrito na Seção 2.10 possui uma ótima aproximação dos resultados teóricos, e foi assim validada.

Já na Figura 3.4b, observa-se que a convergência dos resultados para os coeficientes aerodinâmicos ocorre mais rápido com o aumento do número de elementos nas malhas das simulações. Isso demonstra que a implementação dos cálculos aparenta que foi feita corretamente e que o código é estável. Também nesses gráficos, enquanto o coeficiente de arrasto calculado é da ordem de 8×10^{-3} , os coeficientes de sustentação e de momento são da ordem de 1×10^{-4} , com tendência a se aproximarem do zero.

O resultado teórico para o coeficiente de arrasto, os valores gerados com as simulações e os erros percentuais entre eles são:

Tabela 3.6: Comparação entre os valores de c_d

n_{unit}	c_d teórico	c_d calculado	Erro %
1024	0,00865192308981566	0,00849404094230384	1,82482144
2048		0,00853536651008809	1,347175403
3072		0,00855969604321041	1,065971642

Da Tabela 3.6, percebe-se que todos os erros percentuais estão entre 1 e 2%. Esse também é um resultado bem satisfatório, confirmando que a implementação do cálculo dos coeficientes descrito na Seção 2.11 possui uma boa aproximação dos resultados teóricos, e foi assim validada.

3.2 Implementação

3.2.1 Variáveis de Entrada

Para cada execução do VAT, existe uma lista de variáveis de entrada que deve ser definida, em função dos parâmetros do escoamento e de execução. Tal lista inclui variáveis cinemáticas como a velocidade do escoamento não perturbado e a velocidade de propagação do som, variáveis termodinâmicas como pressão e temperatura, e valores que guiam a execução, como o número de iterações que serão utilizadas para acelerar o escoamento até a velocidade de referência.

Nas simulações dos aerofólios com oscilação vertical, as seguintes variáveis foram utilizadas.

Tabela 3.7: Principais variáveis de entrada utilizadas nas simulações

Símbolo	Valor	Descrição
A	0,5	Amplitude de oscilação dimensional, em metros
f	Diversos	Frequência de oscilação dimensional, em Hz
L_x	6	Número de unidades de comprimento da malha regular na direção x
L_y	4	Número de unidades de comprimento da malha regular na direção y
n_{unit}	1024	Resolução em volumes de controle em um comprimento característico
$n_{stretch}$	512	Número de volumes alongados em cada direção
$f_{stretch}$	1,05	Fator de crescimento do tamanho do volume com relação ao volume anterior
α	0	Ângulo de ataque, em graus
U_∞	415,56	Velocidade do escoamento não perturbado, em m/s
p_∞	101325	Pressão do escoamento não perturbado, em Pa
T_∞	298	Temperatura do escoamento não perturbado, em K
U_{ref}	346,3	Velocidade de referência, variável para adimensionalização das equações governantes, em m/s
L	1	Comprimento característico, em m, utilizado na adimensionalização
Δt	Diversos	Valor físico, em s, de cada passo do Runge-Kutta
$K_{div}^{(2)}$	Diversos	Constante de dissipação numérica relacionada ao divergente
$K_{rot}^{(2)}$	Diversos	Constante de dissipação numérica relacionada ao rotacional
$K_{prs}^{(2)}$	Diversos	Constante de dissipação numérica relacionada ao gradiente de pressão
$K_{den}^{(2)}$	Diversos	Constante de dissipação numérica relacionada ao gradiente de massa específica
$K^{(4)}$	Diversos	Constante de dissipação numérica de quarta ordem

3.2.2 Geometria

Assim como as variáveis de entrada, cada geometria é introduzida como um conjunto de dados. O VAT reconhece geometrias definidas por coordenadas no plano cartesiano de pontos da superfície igualmente espaçados, acompanhados de informações sobre os vetores normais em cada ponto.

Para este projeto, foram usadas duas geometrias de aerofólios: o NACA 0012, um aerofólio simétrico comum para validação do código através de comparação com outros trabalhos experimentais, Figura 3.5, e o OAT15A, um aerofólio transônico assimétrico supercrítico, Figura 3.6.

Figura 3.5: Aerofólio NACA 0012

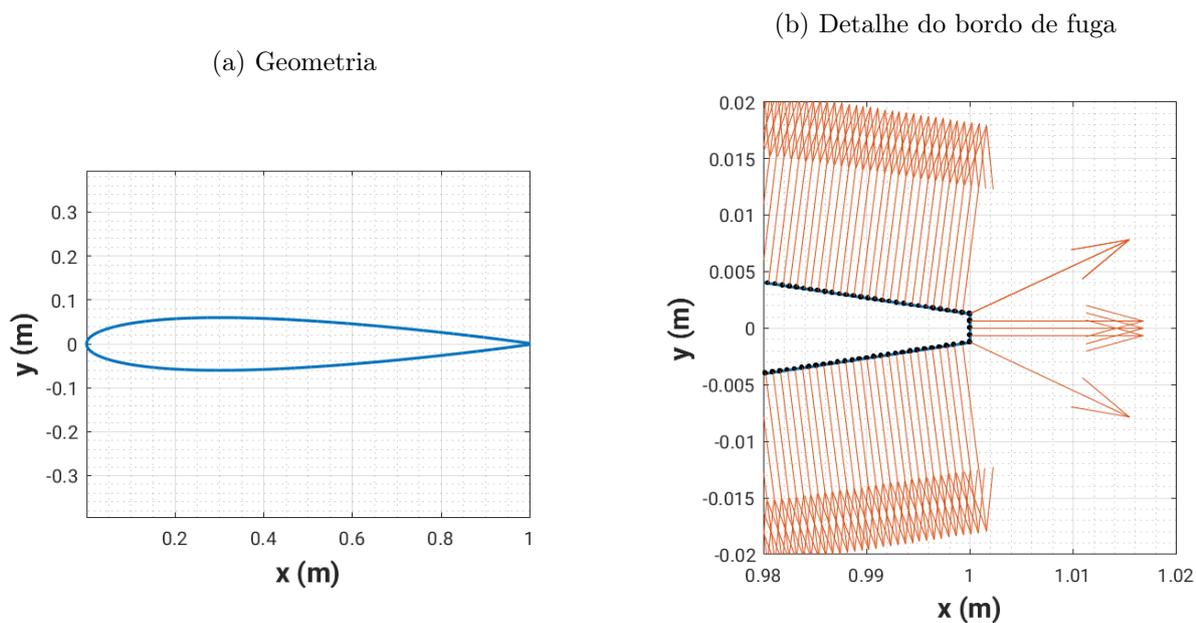
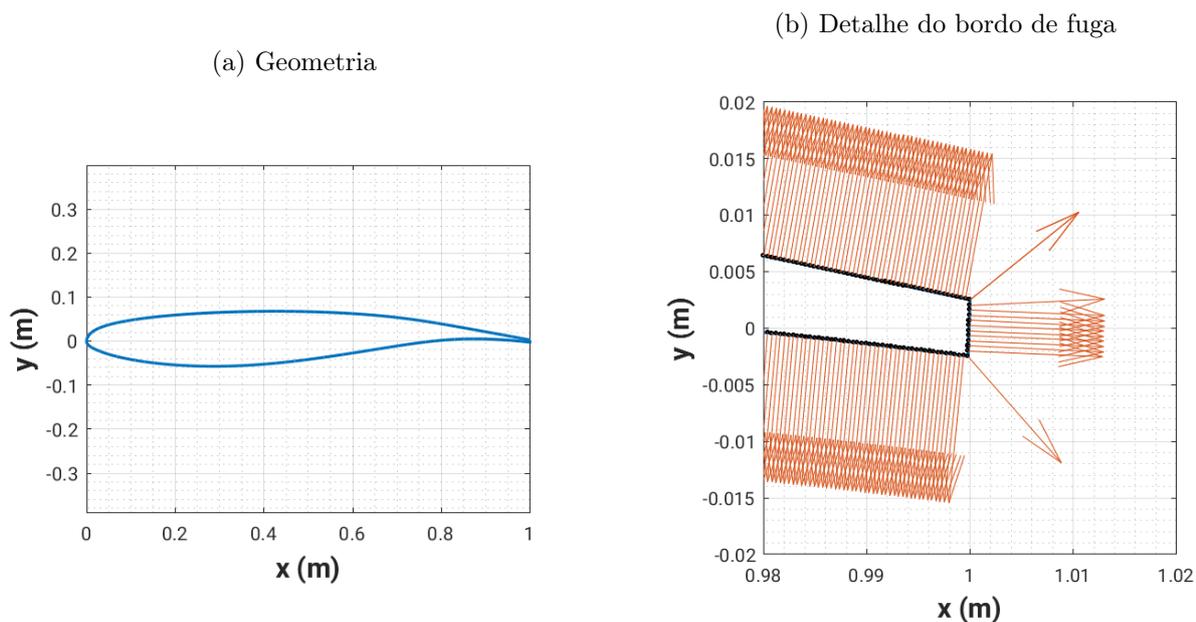


Figura 3.6: Aerofólio OAT15A



Um aerofólio supercrítico é um aerofólio desenvolvido para apresentar alta eficiência de voo, reduzindo o consumo de combustível. Sua geometria apresenta um extradorso mais plano e um intradorso mais curvo, em comparação com aerofólios convencionais. Em velocidades transônicas, $0,8 < M < 1,2$, essa característica atrasa a formação da onda de choque supersônica, permitindo um voo mais rápido e com menos arrasto [13].

Como pode ser observado nas Figuras 3.5b e 3.6b, os bordos de fuga dos aerofólios possuem uma espessura finita, pequena em relação ao comprimento da corda, determinada por diversos pontos e suas respectivas normais. Em comparação com um bordo de fuga infinitesimal, a espessura finita é uma característica desejável para a geometria do corpo, pois evita um gradiente de propriedades muito intenso nessa região durante a resolução do método numérico.

3.2.3 O Número de CFL

Mais um ajuste feito para a implementação da oscilação vertical foi no cálculo do passo temporal a ser usado no método numérico. Tal passo é calculado de acordo com a condição de Courant-Friedrichs-Lewy, abreviada por CFL.

Segundo [14], uma solução é estável se o erro numérico introduzido após um certo número de cálculos devido ao arredondamento dos valores pelo computador se manter ao menos constante ou diminuir. Caso contrário, a solução é instável e deve ser corrigida.

Assim, para manter sua estabilidade, o domínio computacional deve incluir todo domínio analítico. Para isso, analisando a velocidade:

$$CFL = a \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1, \quad (3.1)$$

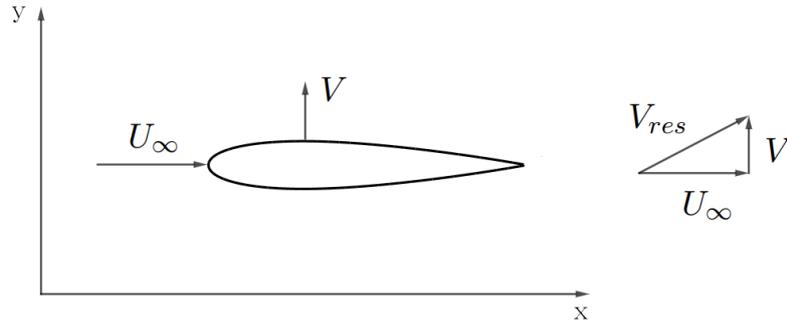
isto é, a velocidade do domínio computacional, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, deve sempre ser igual ou menor do que a velocidade do domínio analítico, a .

Para o VAT, o valor de Δx é definido de acordo com as características da malha. Desse modo, o passo temporal pode ser isolado e definido a partir de um valor para um número de CFL que obedeça à condição na equação anterior. Aplicando as variáveis utilizadas no programa, tem-se:

$$\Delta t = \frac{L \cdot CFL}{n_{unit}(U_{\infty} + U_{ref})}. \quad (3.2)$$

Porém, quando a oscilação vertical é introduzida, o cálculo do passo temporal pode ser modificado devido ao efeito da velocidade vertical na superfície da geometria, gerando uma velocidade resultante combinada maior do que a velocidade considerada anteriormente.

Figura 3.7: Velocidade resultante devido à oscilação vertical



Assim, uma nova maneira de calcular-se o passo temporal influenciada pela oscilação vertical é introduzida. Sendo a velocidade vertical máxima V atingida para cada frequência dada por:

$$V = A L 2\pi f, \quad (3.3)$$

a velocidade resultante da combinação da velocidade vertical e da velocidade do escoamento não perturbado é:

$$V_{res} = (V^2 + U_\infty^2)^{1/2}. \quad (3.4)$$

Assim, tem-se o cálculo do passo temporal modificado:

$$\Delta t_{mod} = \frac{L CFL}{n_{unit}(V_{res} + U_{ref})}. \quad (3.5)$$

3.3 Simulações

Com os cálculos dos coeficientes aerodinâmicos validados, o número de Mach escolhido para as simulações do NACA 0012 e OAT15A foi $M = 1,2$, por não ser um número muito alto para a futura comparação com outros trabalhos, mas já sendo um valor que caracteriza o regime como supersônico.

De acordo com as equações (3.2) e (3.5), os valores de CFL foram adaptados para cada frequência do aerofólio e seus valores de Δt calculados, presentes nas Tabelas 3.8 e 3.9, a seguir.

Tabela 3.8: Valores calculados para a simulação do NACA 0012 a $M = 1,2$

Frequência (Hz)	V (m/s)	V_{res} (m/s)	CFL	Δt (s)	Δt_{mod} (s)	Diferença (s)
0	0	4,16E+02	0,3	3,85E-07	3,85E-07	0
10	31,4159265359	416,7458146642	0,25	3,2E-07	3,2E-07	4,98E-10
20	62,8318530718	420,2831847224	0,25	3,2E-07	3,18E-07	1,97E-09
30	94,2477796077	426,1135500791	0,25	3,2E-07	3,16E-07	4,38E-09
40	125,6637061436	434,1445388828	0,2	2,56E-07	2,5E-07	6,1E-09
50	157,0796326795	444,2568227982	0,2	2,56E-07	2,47E-07	9,31E-09
60	188,4955592154	456,3120527051	0,2	2,56E-07	2,43E-07	1,3E-08
70	219,9114857513	470,1607971379	0,2	2,56E-07	2,39E-07	1,71E-08
80	251,3274122872	485,6496491989	0,175	2,24E-07	2,05E-07	1,89E-08
90	282,7433388231	502,6270080774	0,15	1,92E-07	1,73E-07	1,97E-08
100	314,159265359	520,9473654899	0,15	1,92E-07	1,69E-07	2,34E-08

Tabela 3.9: Valores calculados para a simulação do OAT15A a $M = 1,2$

Frequência (Hz)	V (m/s)	V_{res} (m/s)	CFL	Δt (s)	Δt_{mod} (s)	Diferença (s)
0	0	4,16E+02	0,3	3,85E-07	3,85E-07	0
10	31,4159265359	416,7458146642	0,25	3,2E-07	3,2E-07	4,98E-10
20	62,8318530718	420,2831847224	0,25	3,2E-07	3,18E-07	1,97E-09
30	94,2477796077	426,1135500791	0,2	2,56E-07	2,53E-07	3,5E-09
40	125,6637061436	434,1445388828	0,175	2,24E-07	2,19E-07	5,34E-09
50	157,0796326795	444,2568227982	0,2	2,56E-07	2,47E-07	9,31E-09
60	188,4955592154	456,3120527051	0,15	1,92E-07	1,83E-07	9,76E-09
70	219,9114857513	470,1607971379	0,15	1,92E-07	1,79E-07	1,29E-08
80	251,3274122872	485,6496491989	0,15	1,92E-07	1,76E-07	1,62E-08
90	282,7433388231	502,6270080774	0,1	1,28E-07	1,15E-07	1,31E-08
100	314,159265359	520,9473654899	0,07	8,97E-08	7,88E-08	1,09E-08

Como é possível observar, os valores do Δt_{mod} para as maiores frequências apresentam diferenças bem próximas ou da ordem de Δt . Isso demonstrou que o cálculo modificado de Δt foi útil para tais frequências, já que o número de CFL tornava-se cada vez mais reduzido para as situações críticas.

Também através da Tabela 3.10, a seguir, a complexidade das simulações das maiores frequências para o aerofólio assimétrica é demonstrada devido à necessidade dos incrementos nos valores das constantes de dissipação numérica.

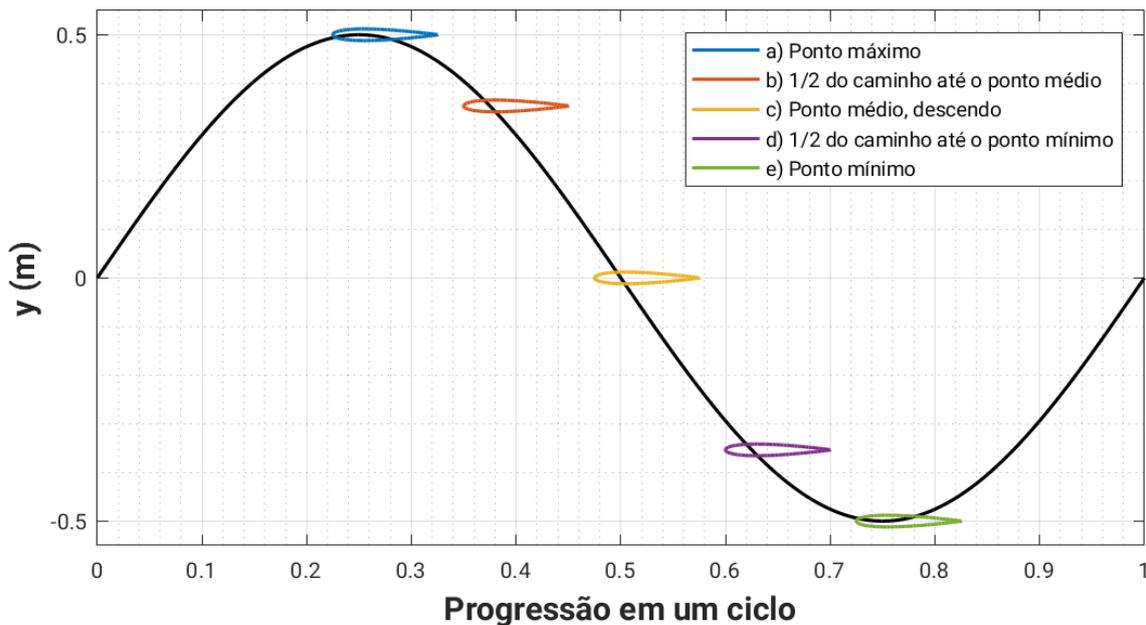
Tabela 3.10: Valores das constantes de dissipação usadas

Aerofólio	Frequência	$K_{div}^{(2)}$	$K_{rot}^{(2)}$	$K_{prs}^{(2)}$	$K_{den}^{(2)}$	$K^{(4)}$
NACA 0012	Todas	5,00E-04	5,00E-04	5,00E-03	5,00E-03	5,00E-02
OAT15A	0 a 80 Hz	5,00E-04	5,00E-04	5,00E-03	5,00E-03	5,00E-02
OAT15A	90 Hz	8,00E-04	8,00E-04	8,00E-03	8,00E-03	8,00E-02
OAT15A	100 Hz	9,00E-04	9,00E-04	9,00E-03	9,00E-03	9,00E-02

Para ambos os aerofólios, a primeira simulação das geometrias foi feita sem oscilação, para a validação da implementação das modificações no código, da geometria e das variáveis. Com as simulações já estabilizadas e apresentando resultados coerentes, iniciaram-se as simulações com oscilações de 10 a 100 Hz, com incrementos de 10 em 10 Hz.

Como cada frequência apresenta um número diferente de iterações para completar um ciclo de oscilação, foram escolhidos valores adequados do número de iterações para o registro dos dados e sua posterior visualização. Desse modo, nas Subseções 3.3.1 e 3.3.2, a seguir, para cada valor de frequência maior que zero, serão apresentadas visualizações nas seguintes posições.

Figura 3.8: Posições em um ciclo



Tais visualizações mostram uma escala da propriedade β_T , uma variável de visualização da magnitude do gradiente de temperatura, calculada por:

$$\beta_T = |\nabla T|^{1/10} \quad (3.6)$$

A variável foi escolhida pois mostra bem as ondas acústicas e as regiões de vorticidade, simultaneamente ilustrando os campos acústico e aerodinâmico do problema. Os valores mais altos, da ordem de 1, são os mais escuros.

3.3.1 NACA 0012

Figura 3.9: NACA 0012 estático

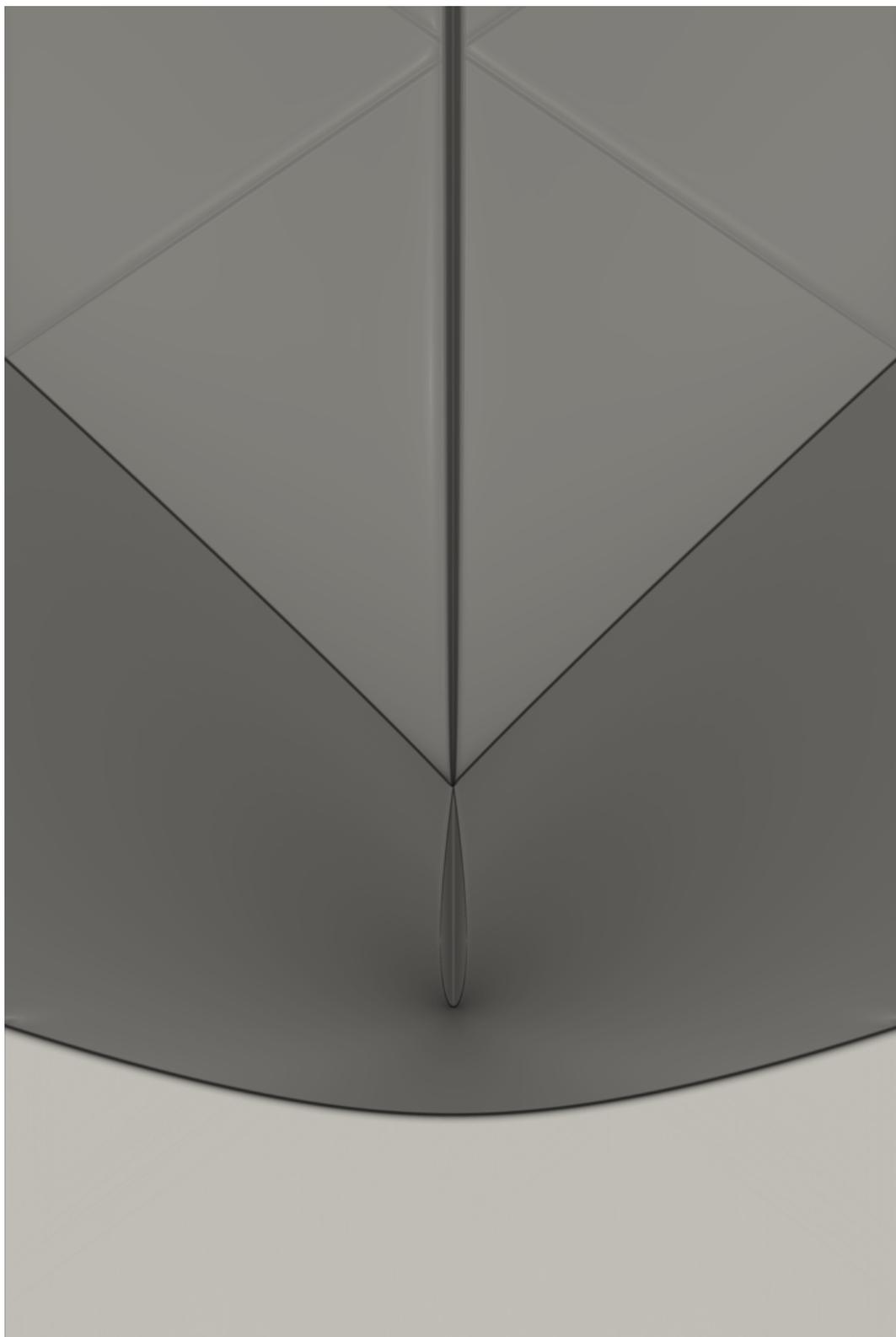
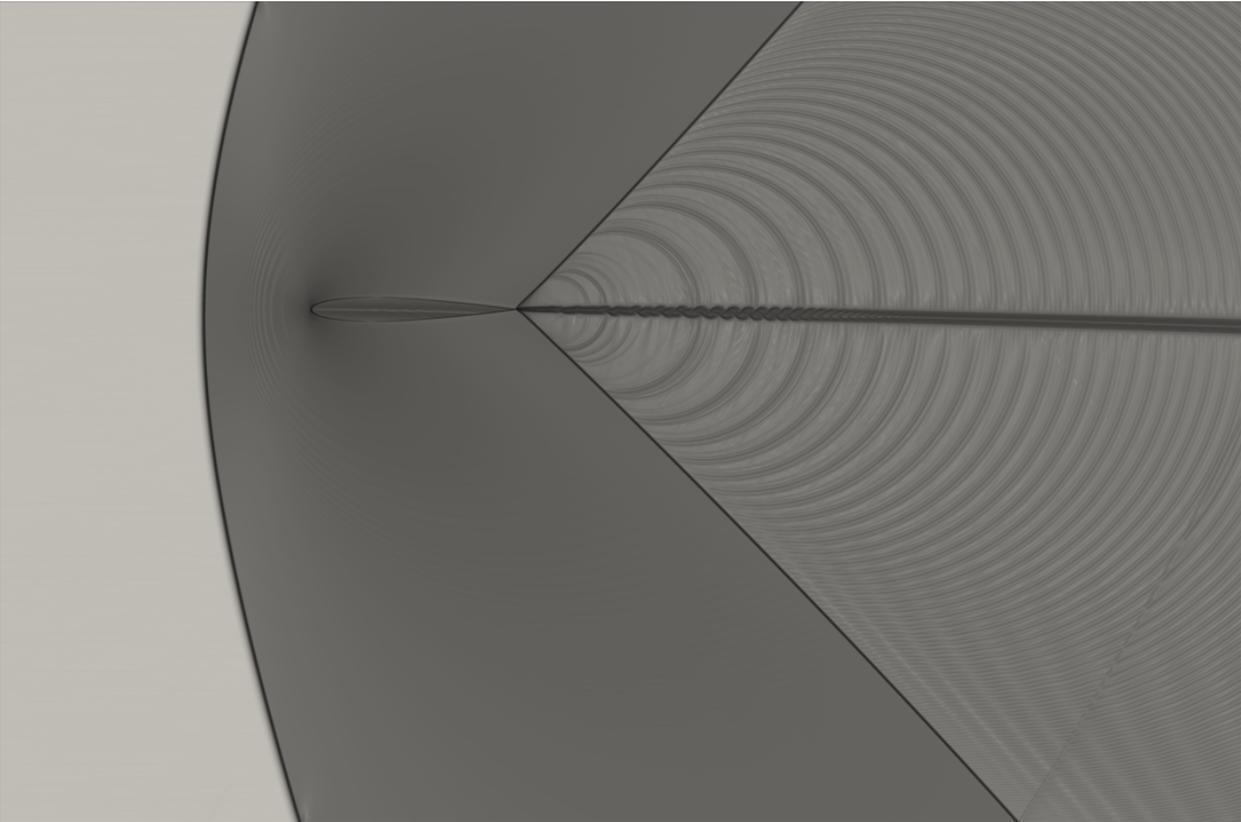
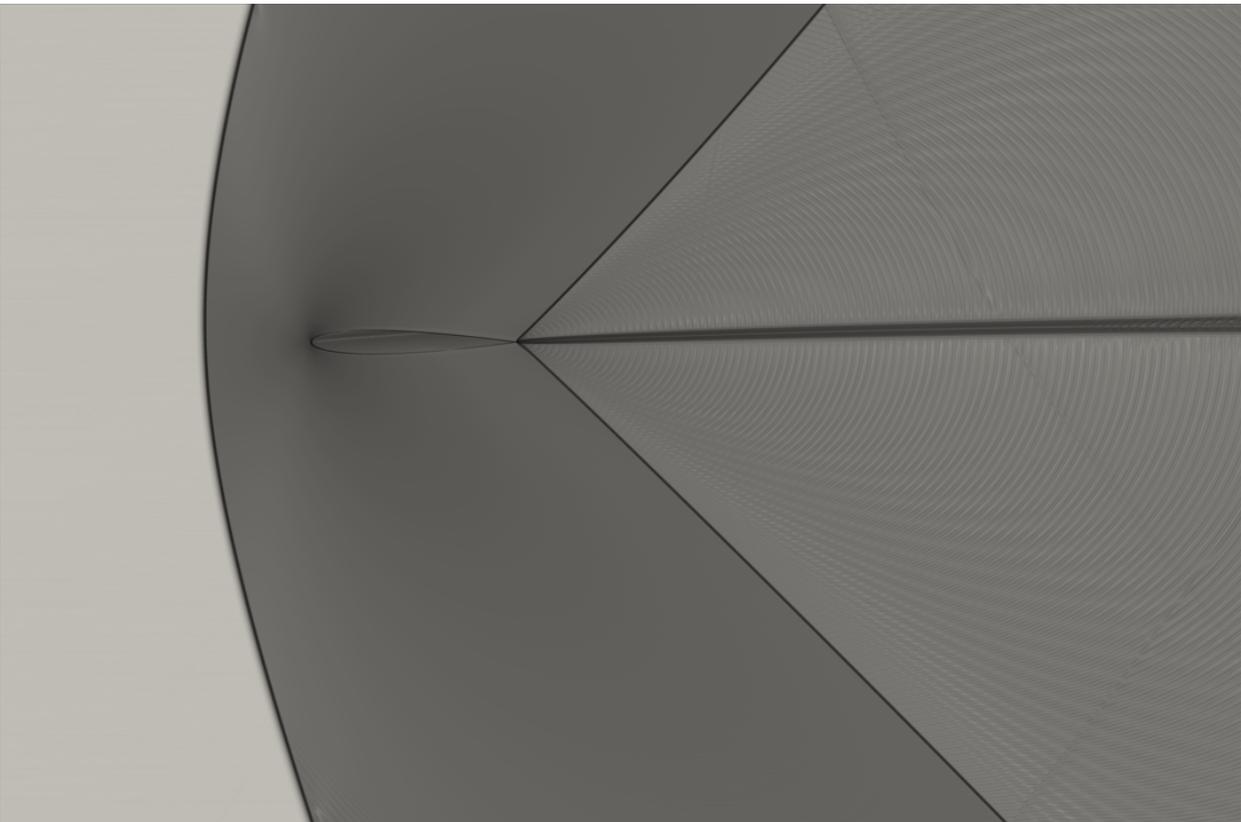


Figura 3.10: NACA 0012 a 10 Hz

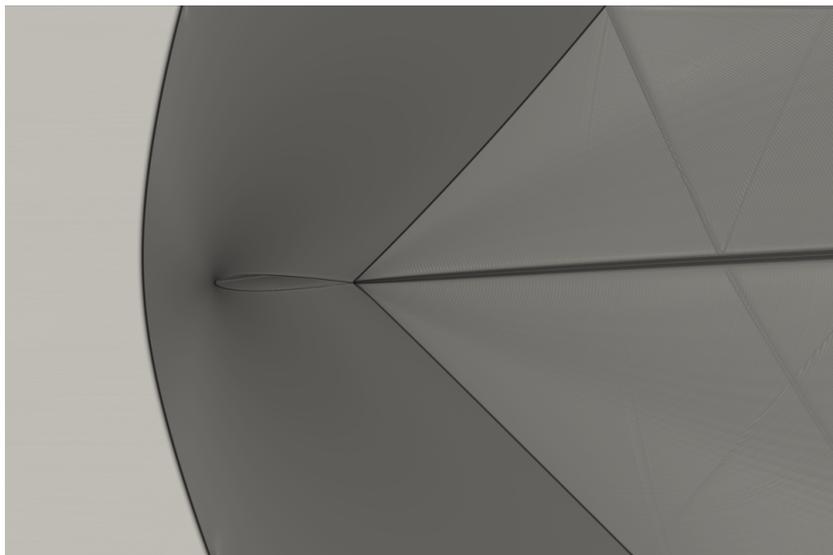
(a)



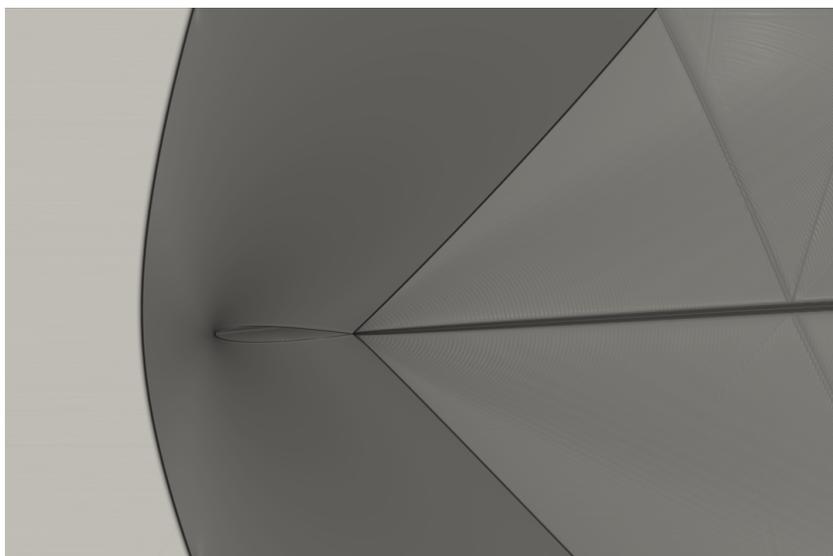
(b)



(c)



(d)



(e)

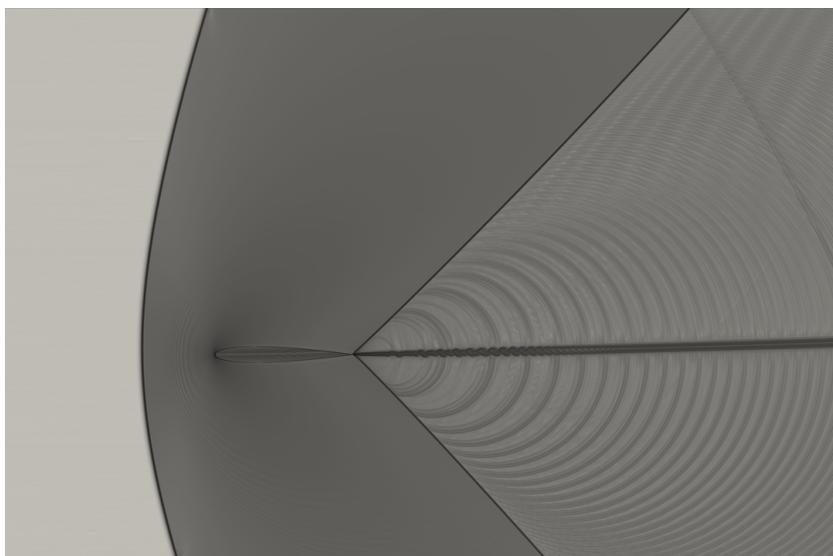
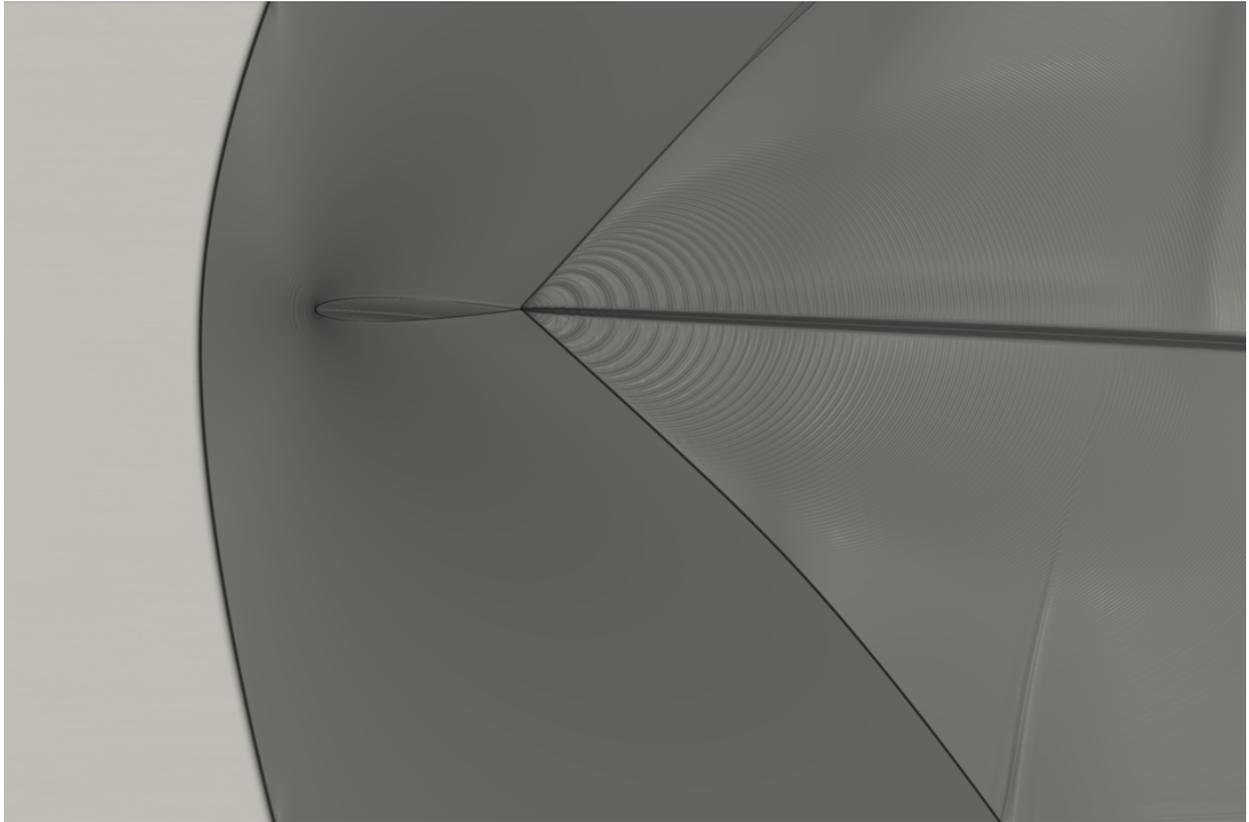
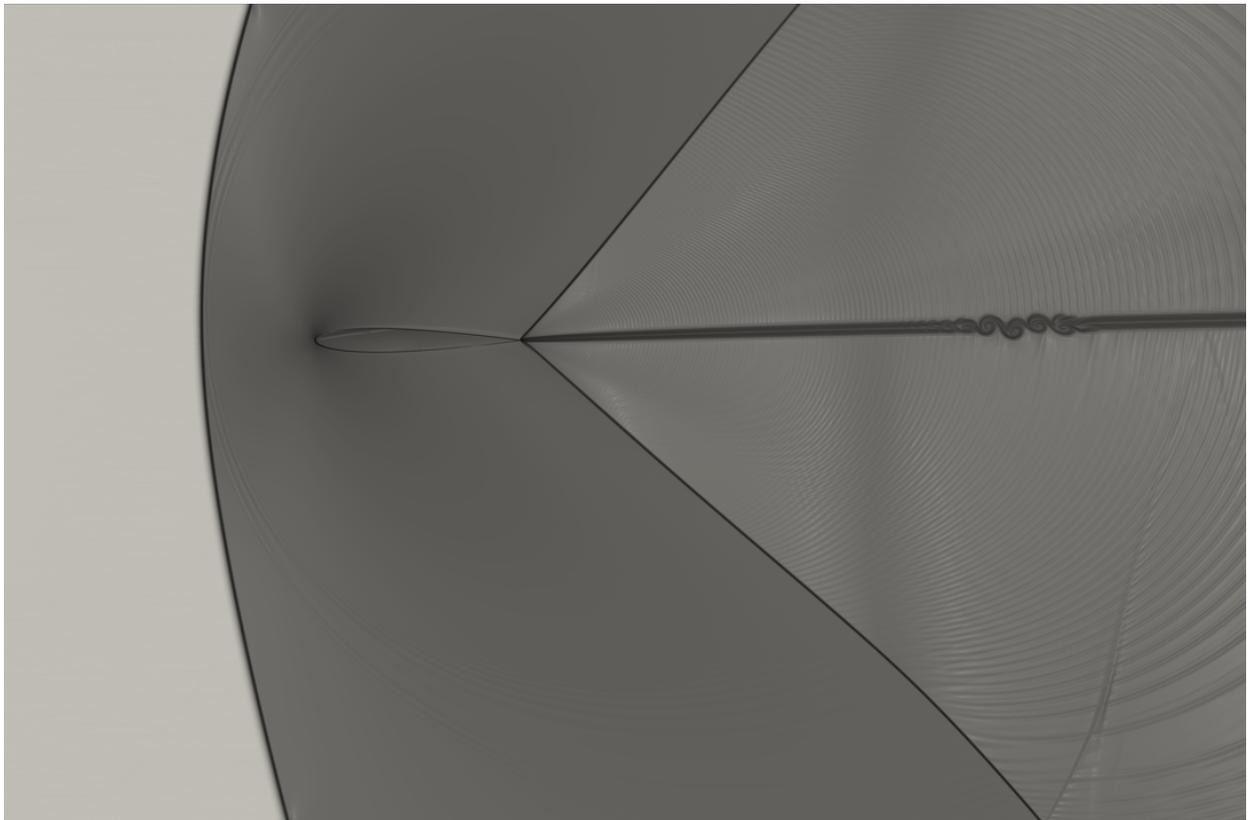


Figura 3.11: NACA 0012 a 20 Hz

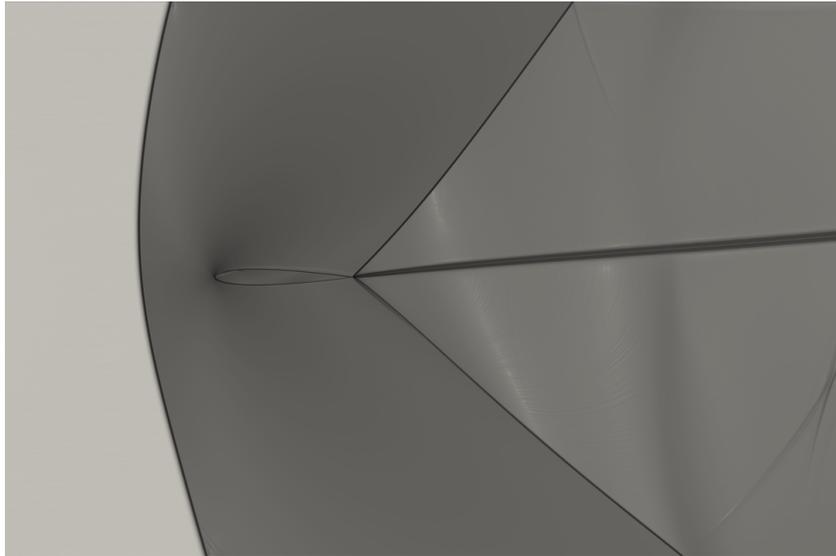
(a)



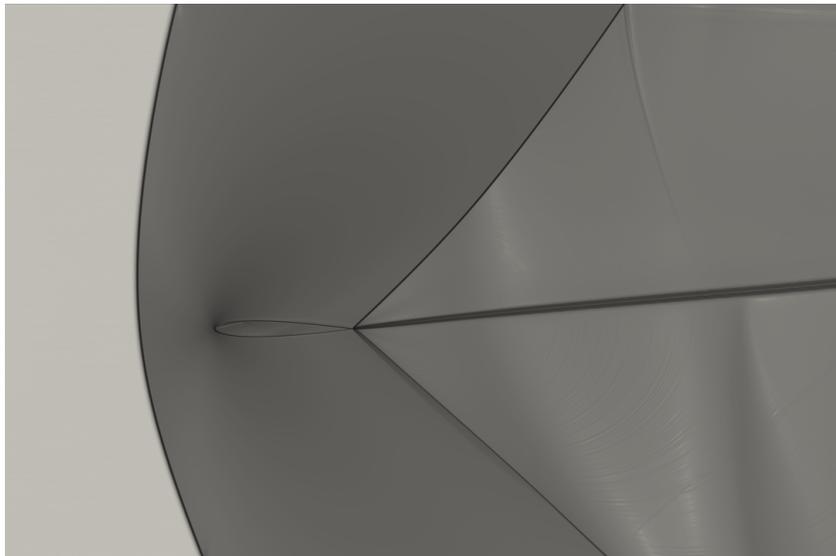
(b)



(c)



(d)



(e)

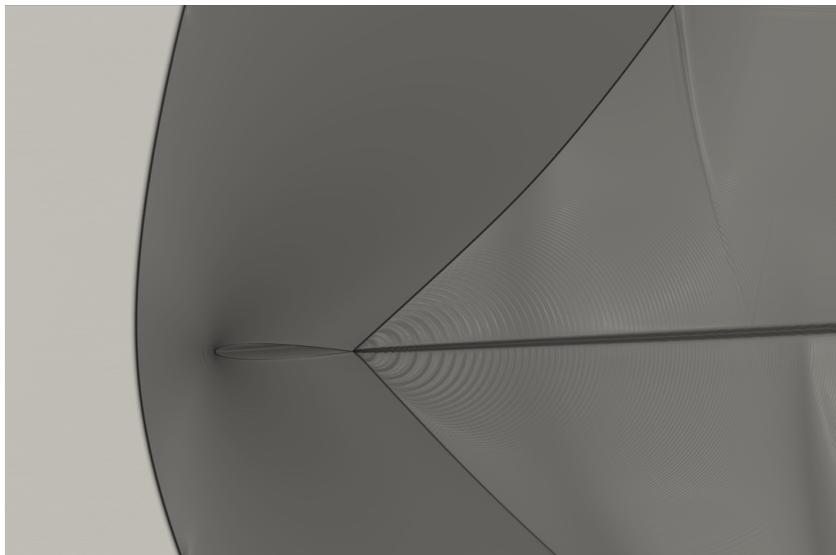
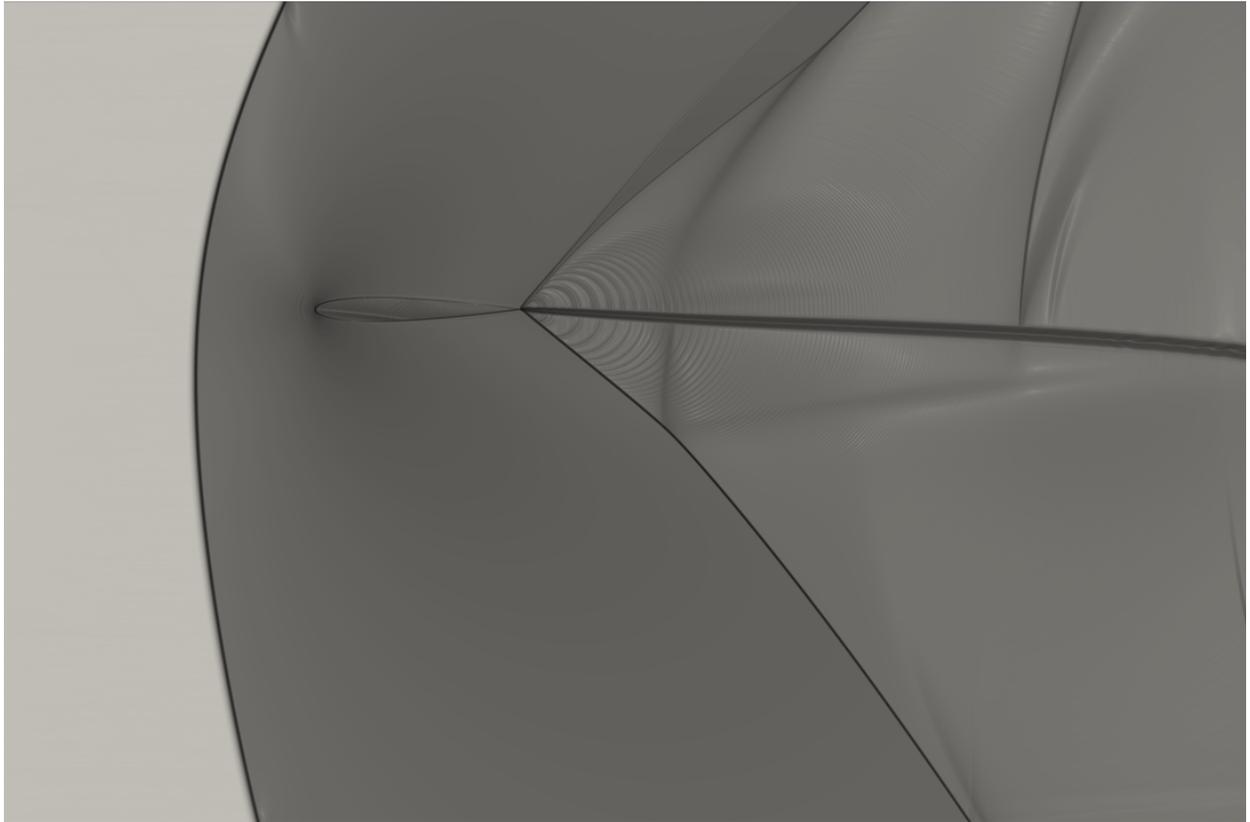
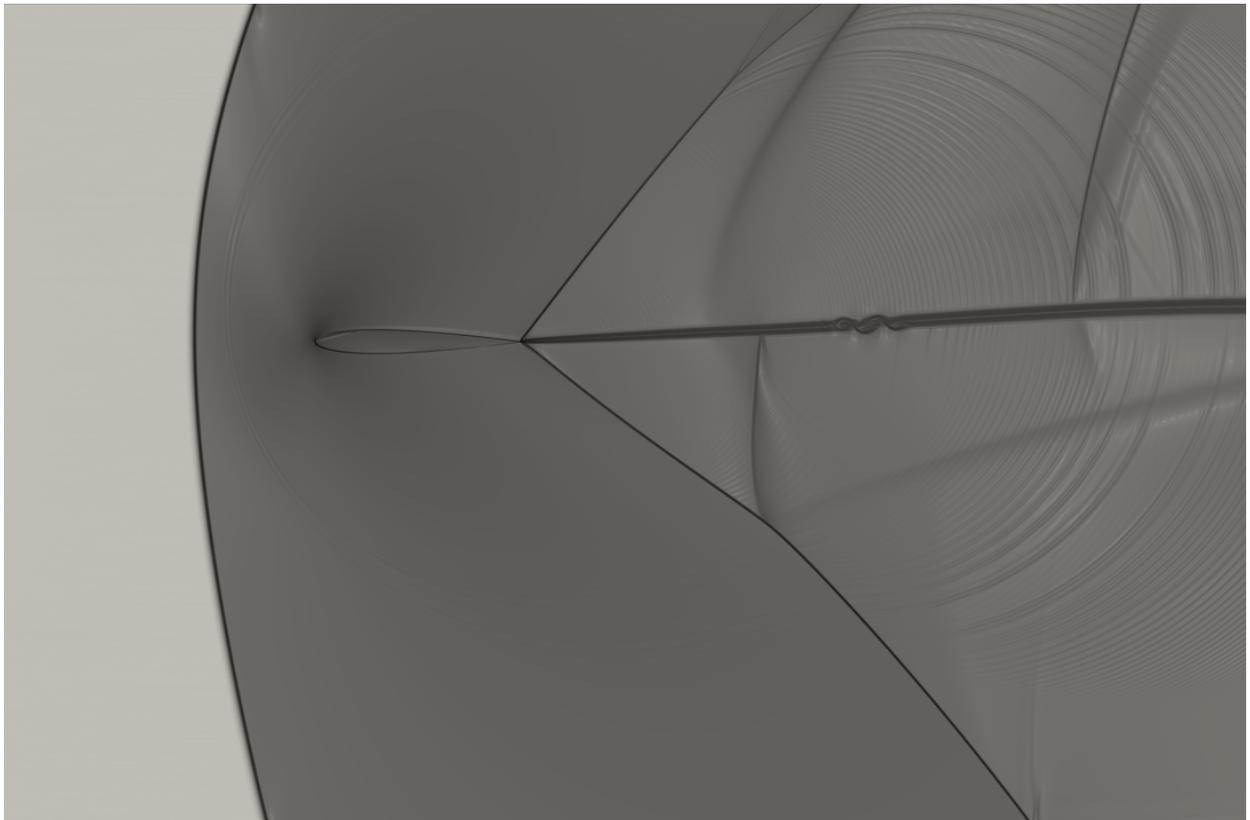


Figura 3.12: NACA 0012 a 30 Hz

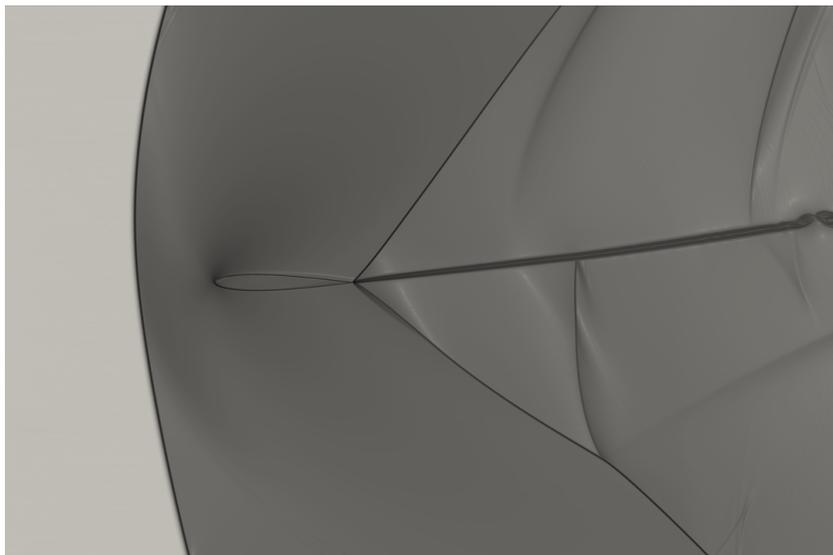
(a)



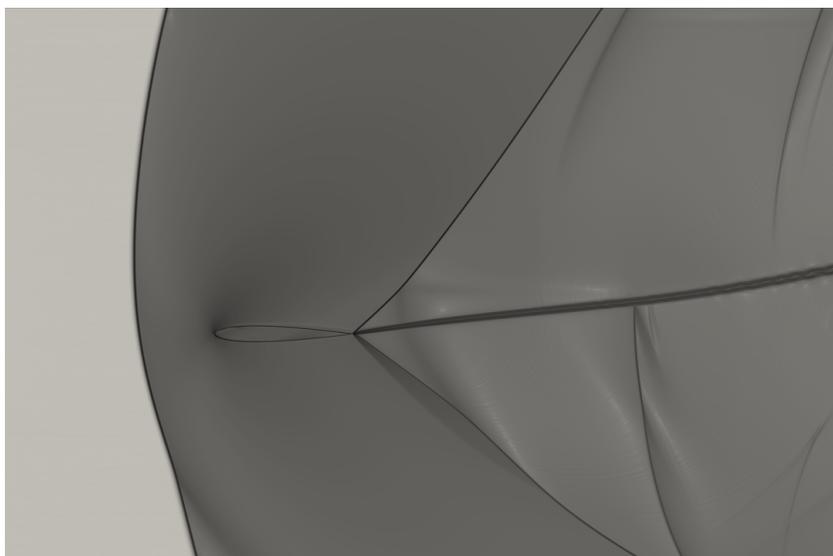
(b)



(c)



(d)



(e)

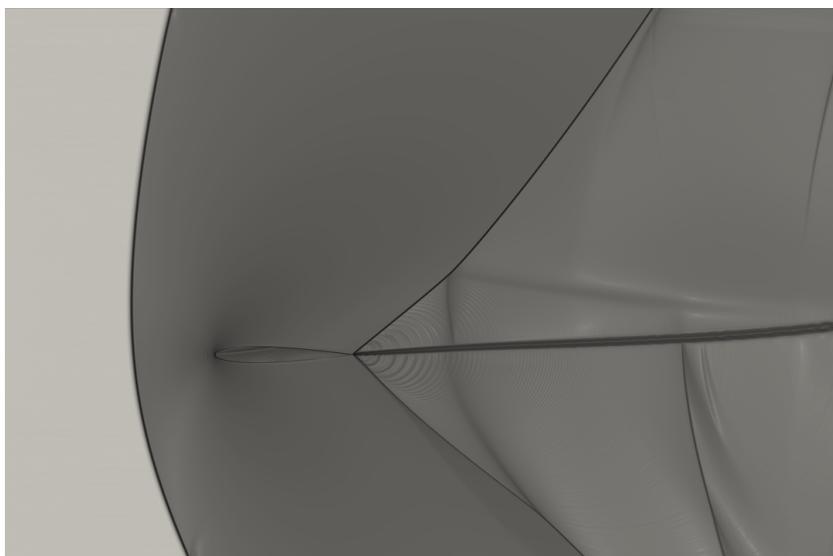
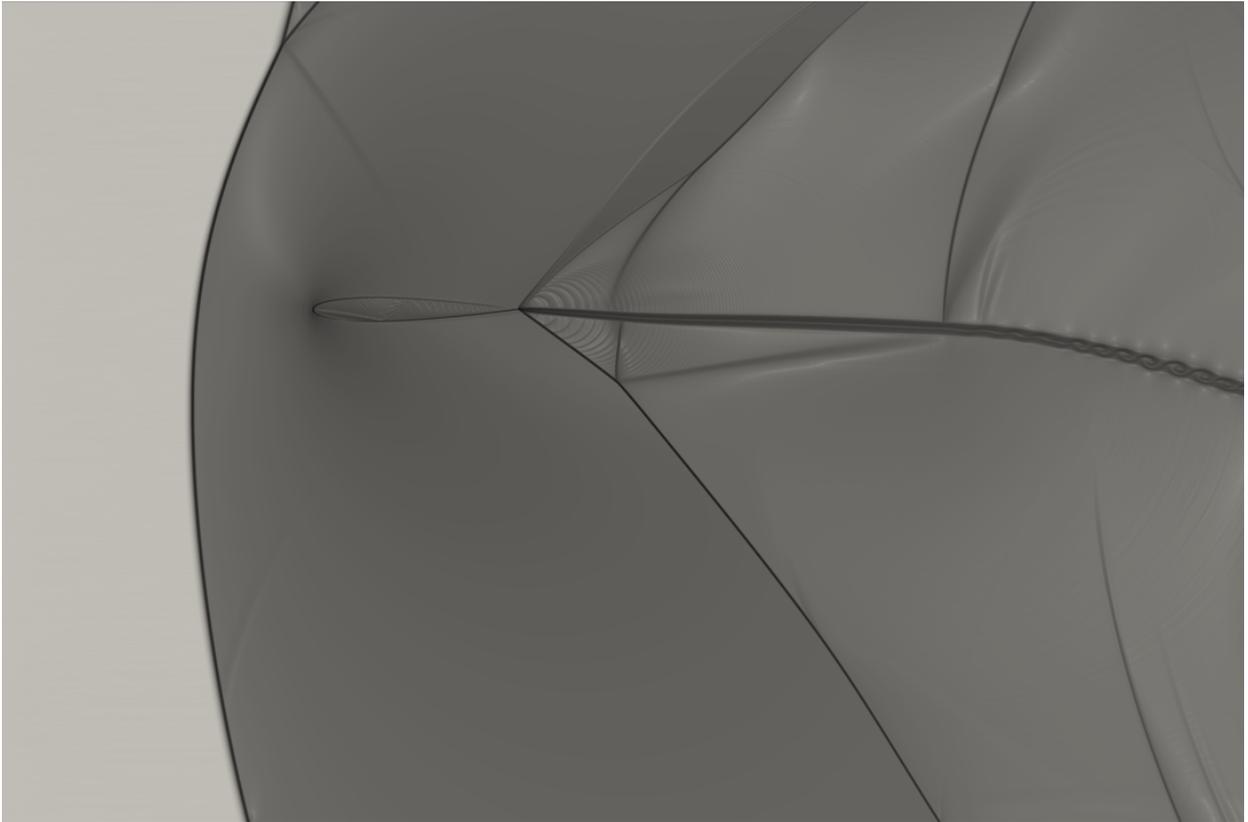
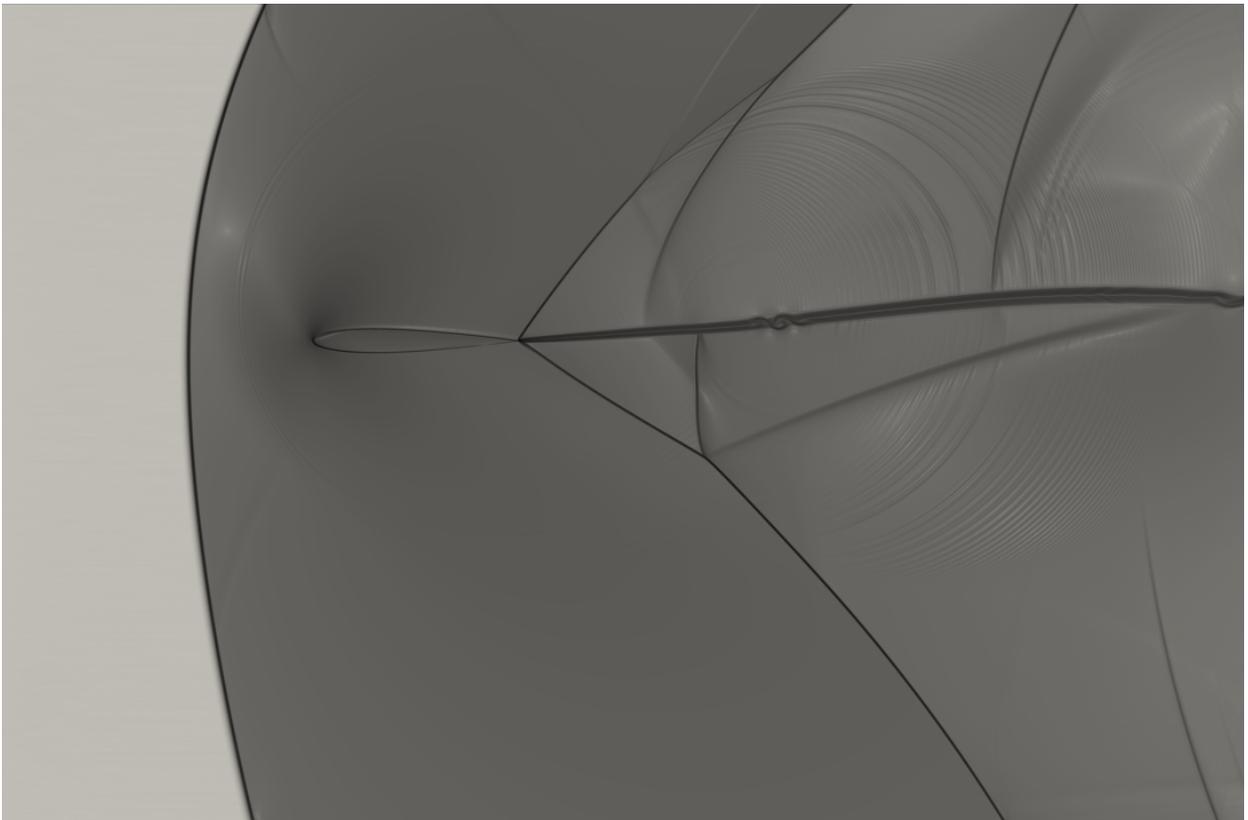


Figura 3.13: NACA 0012 a 40 Hz

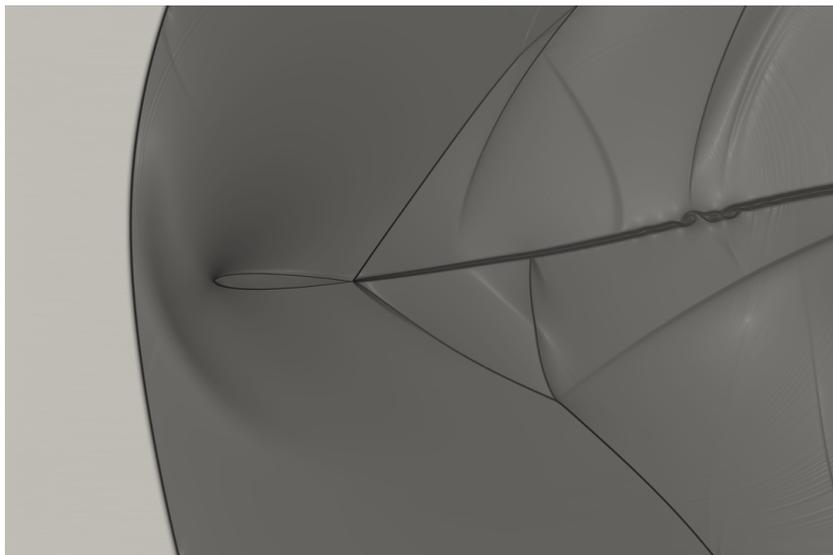
(a)



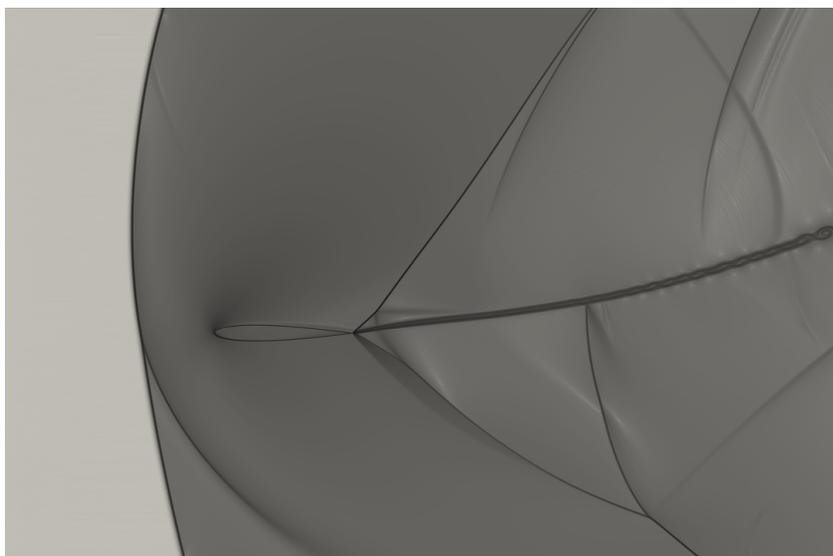
(b)



(c)



(d)



(e)

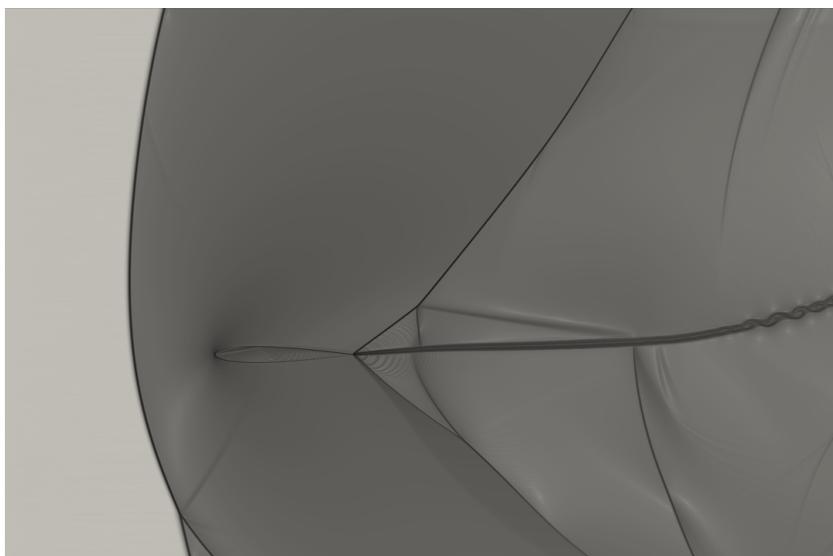
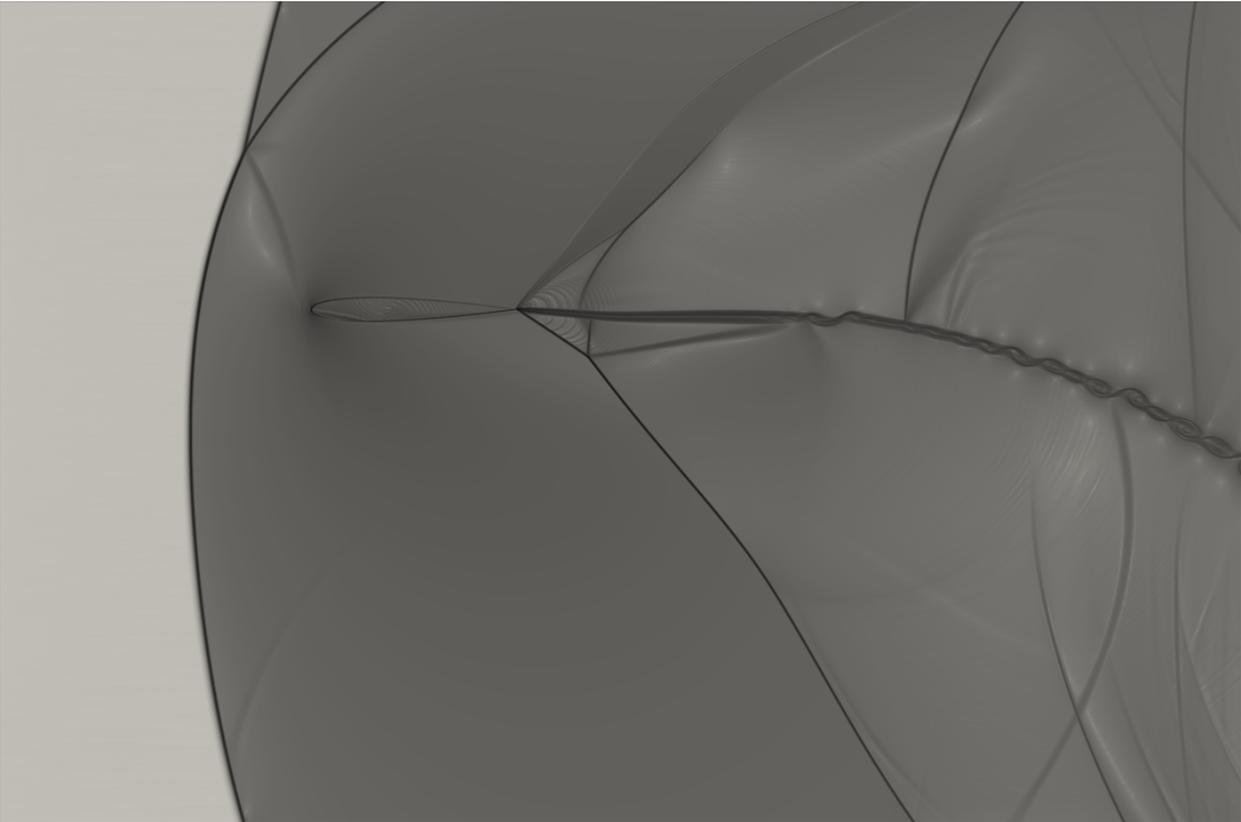
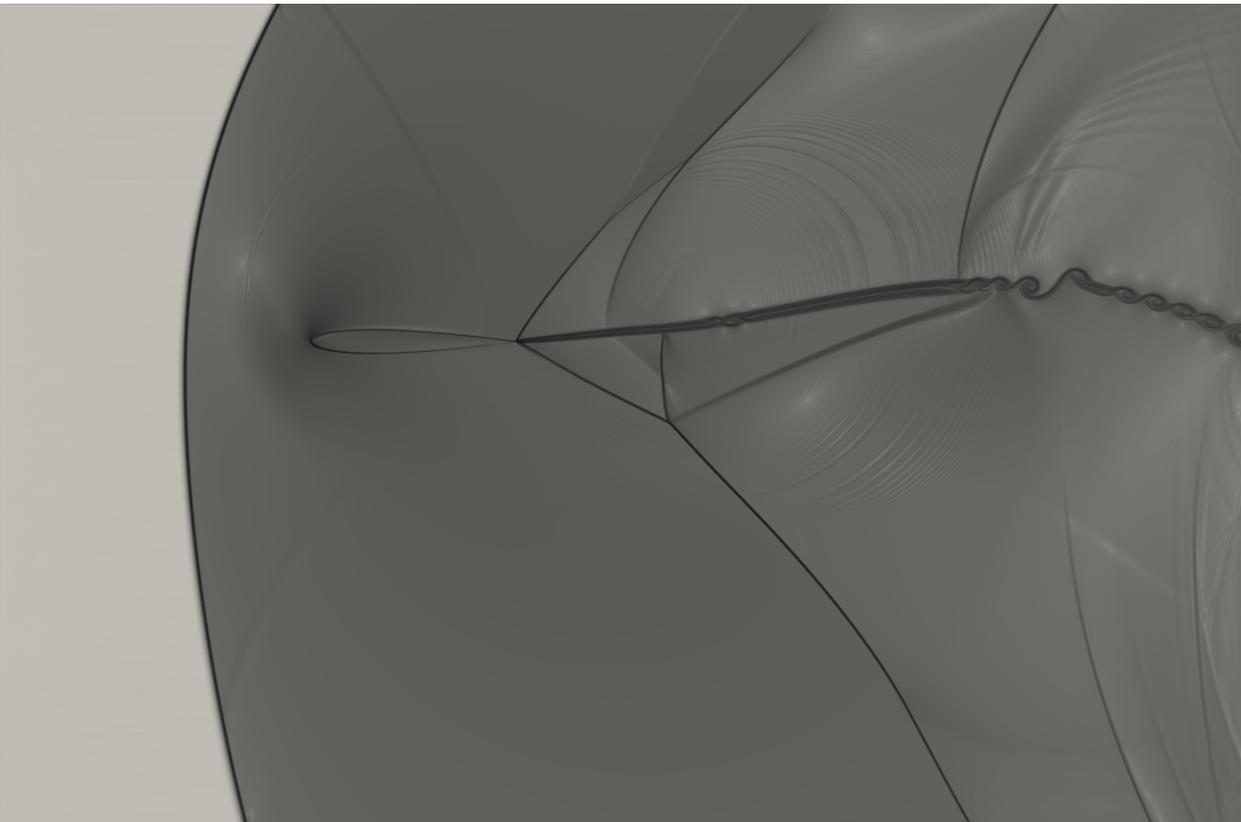


Figura 3.14: NACA 0012 a 50 Hz

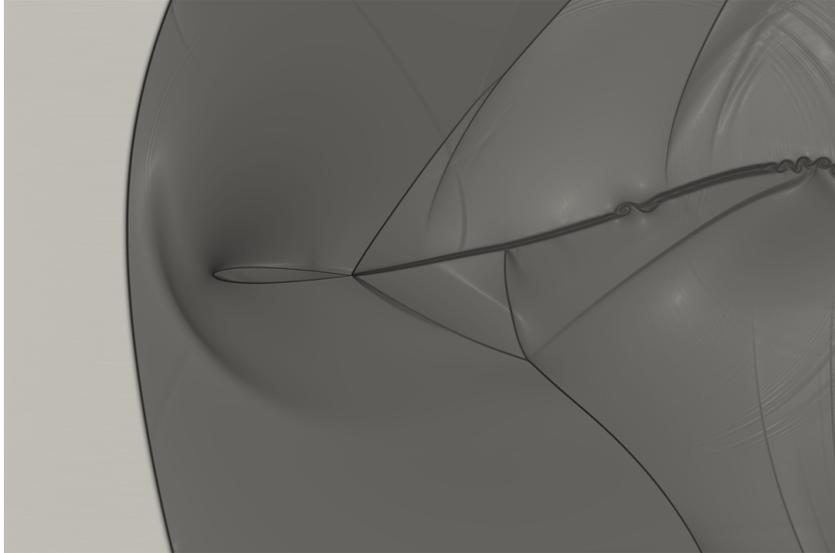
(a)



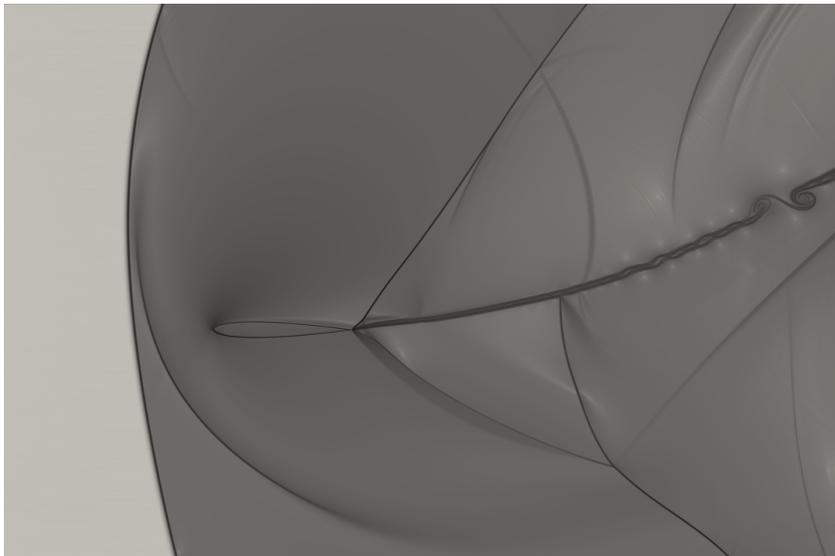
(b)



(c)



(d)



(e)

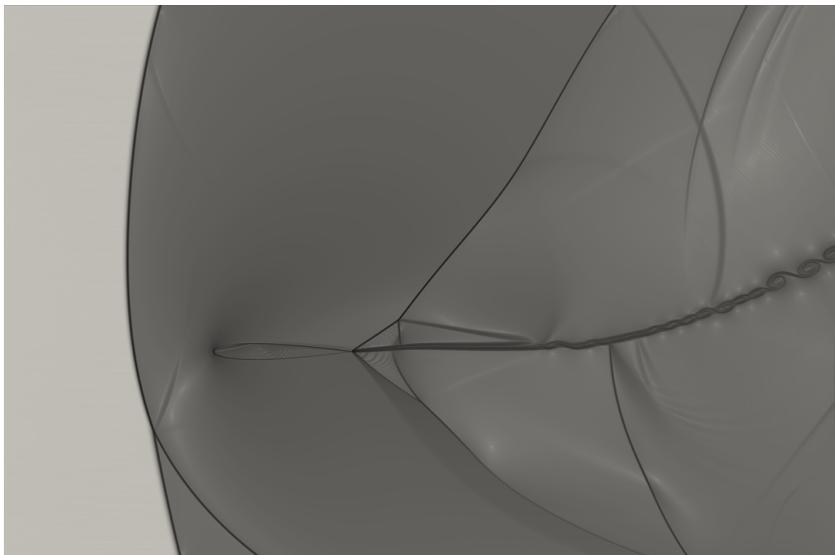
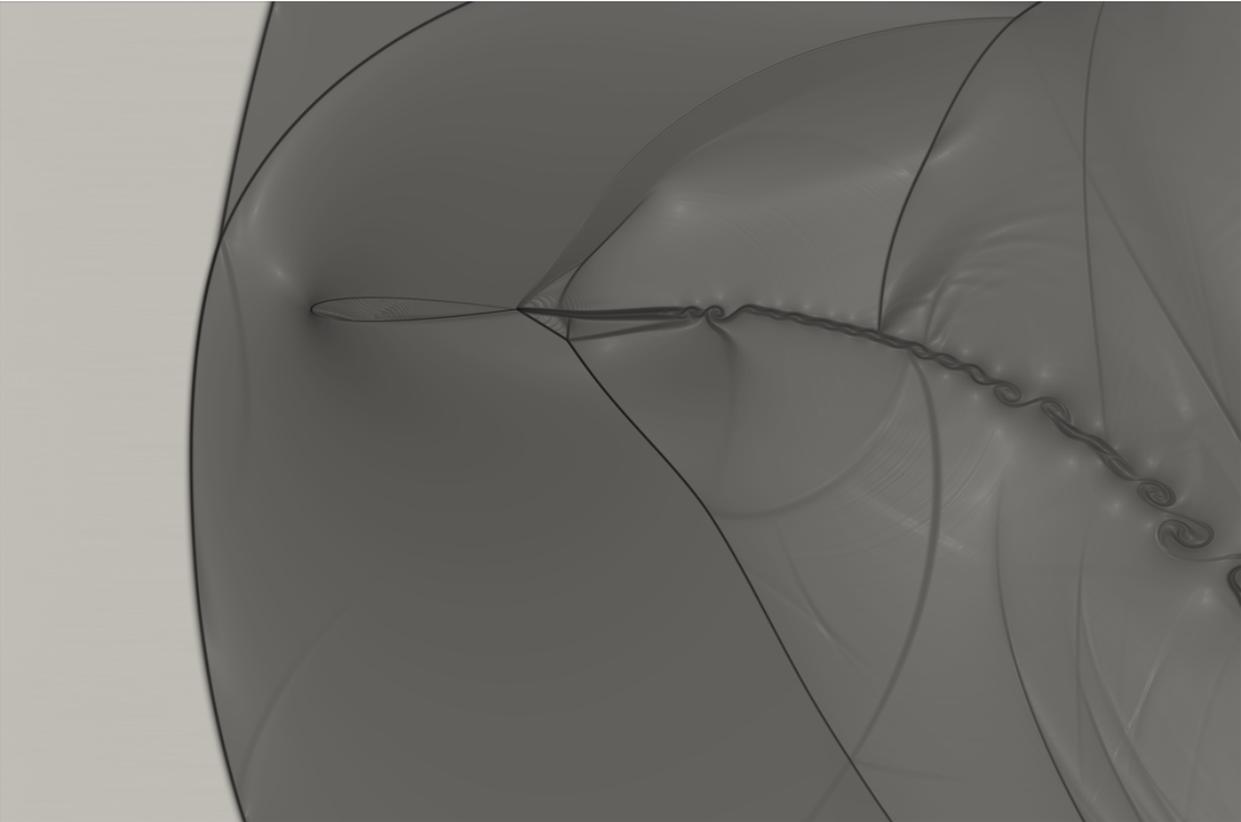
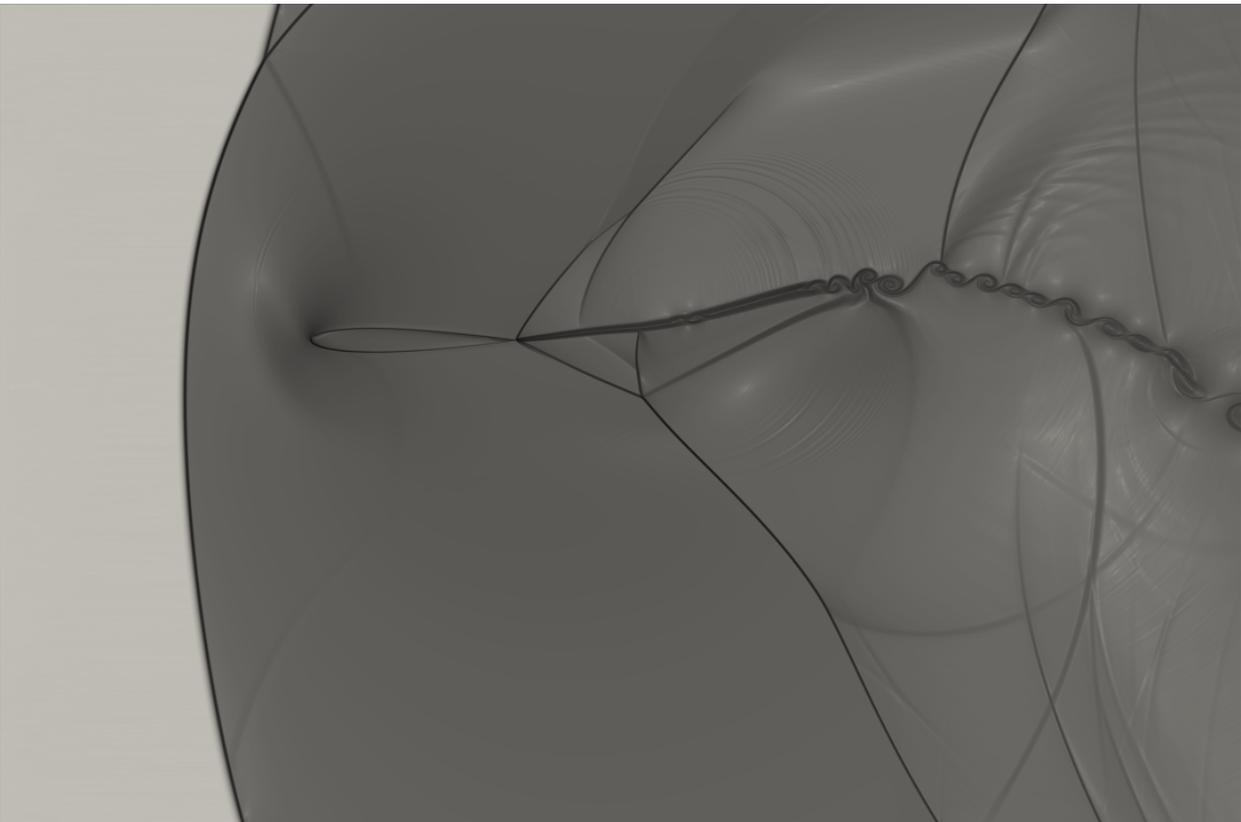


Figura 3.15: NACA 0012 a 60 Hz

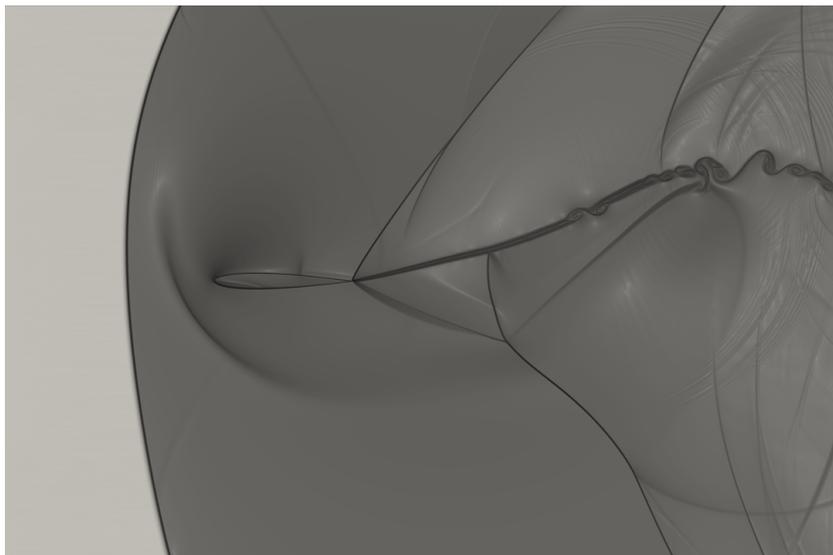
(a)



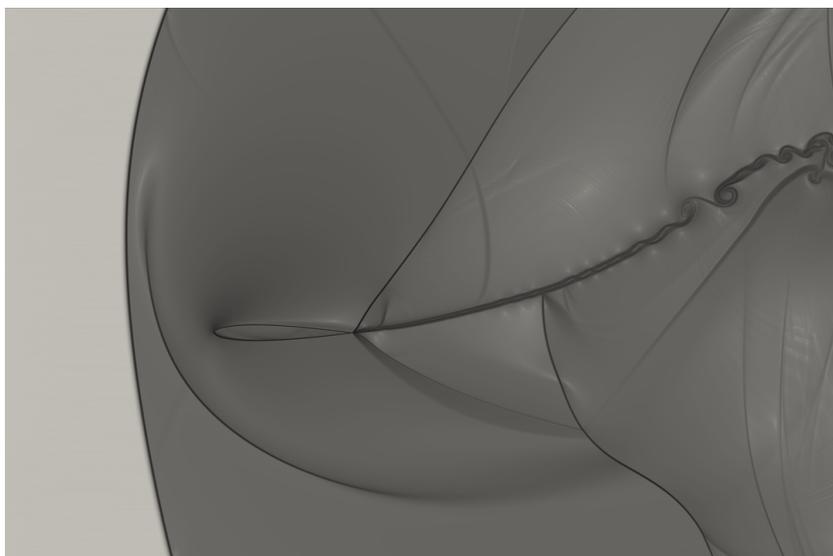
(b)



(c)



(d)



(e)

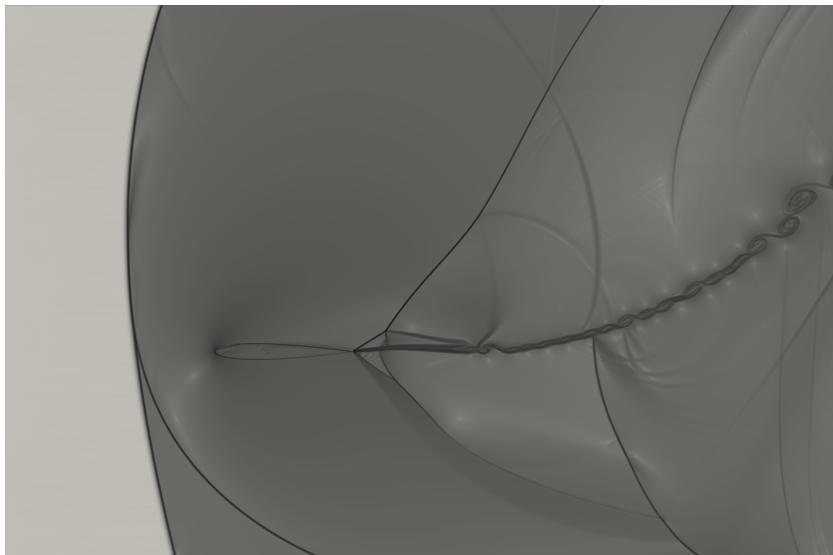
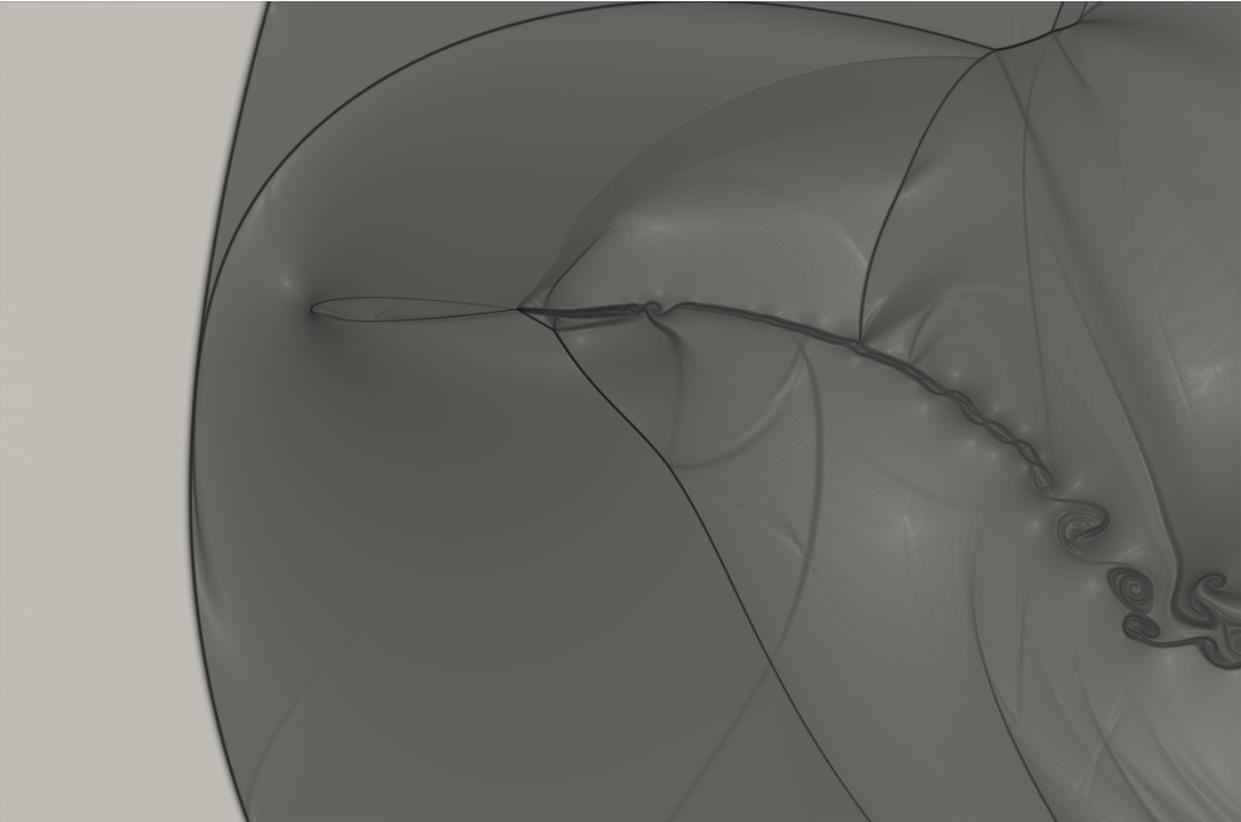
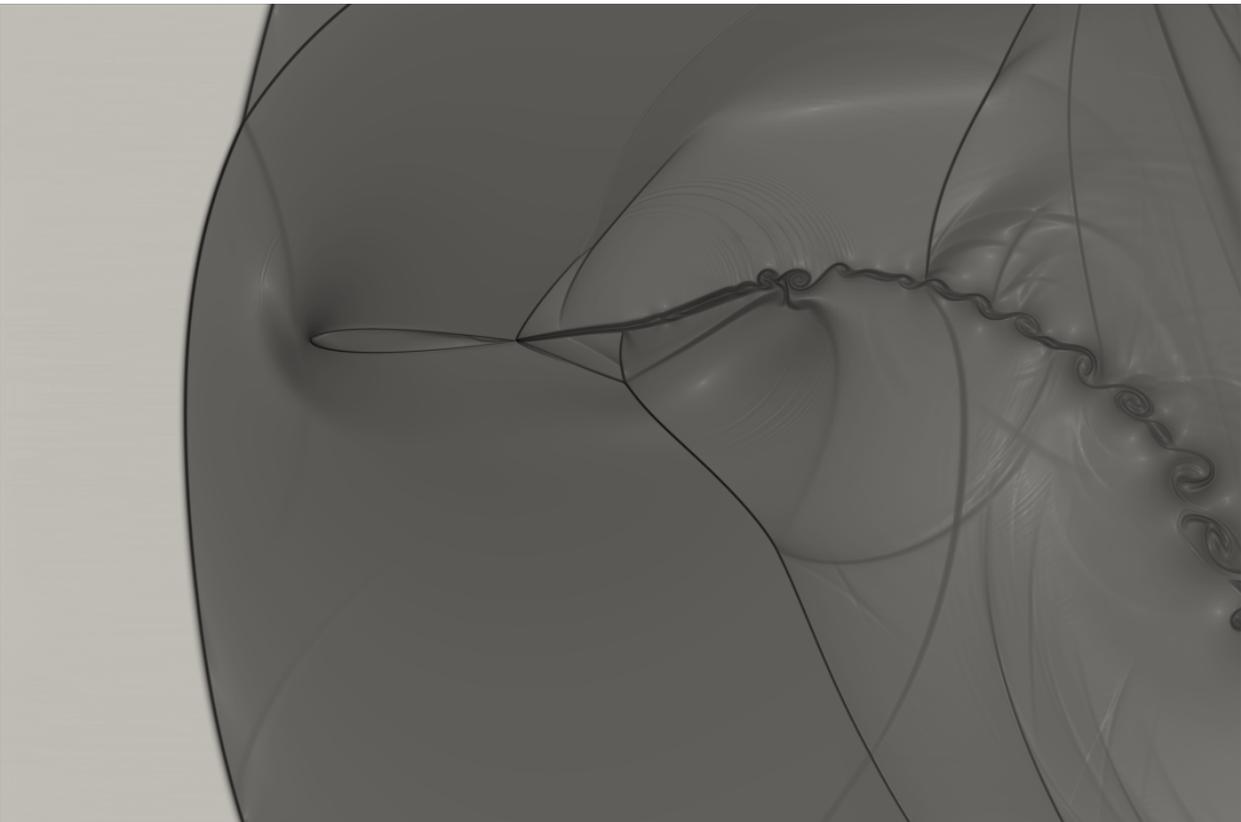


Figura 3.16: NACA 0012 a 70 Hz

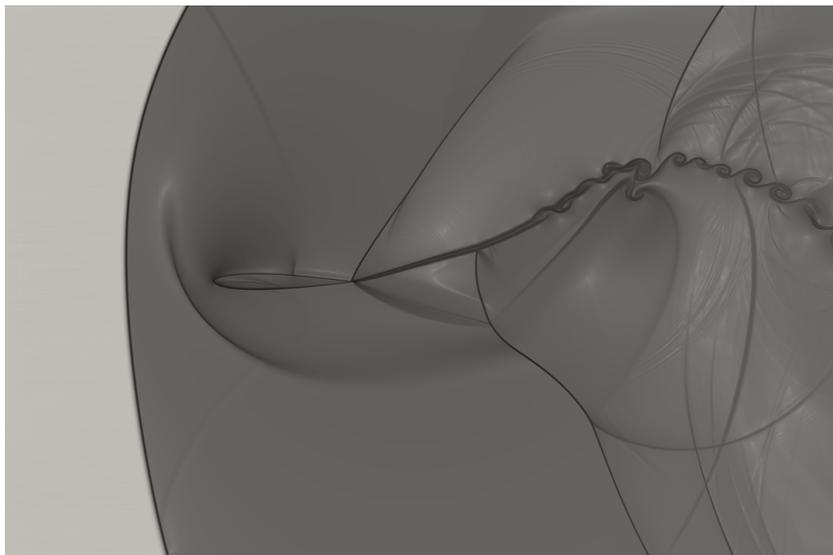
(a)



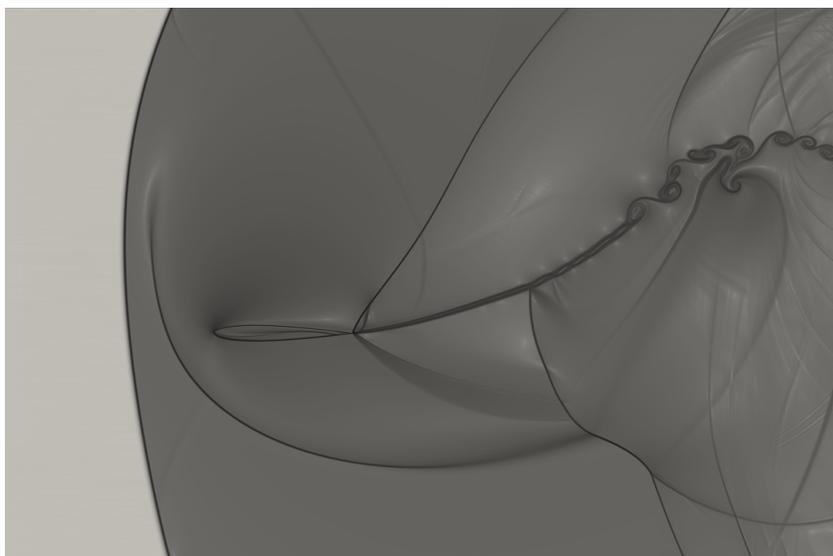
(b)



(c)



(d)



(e)

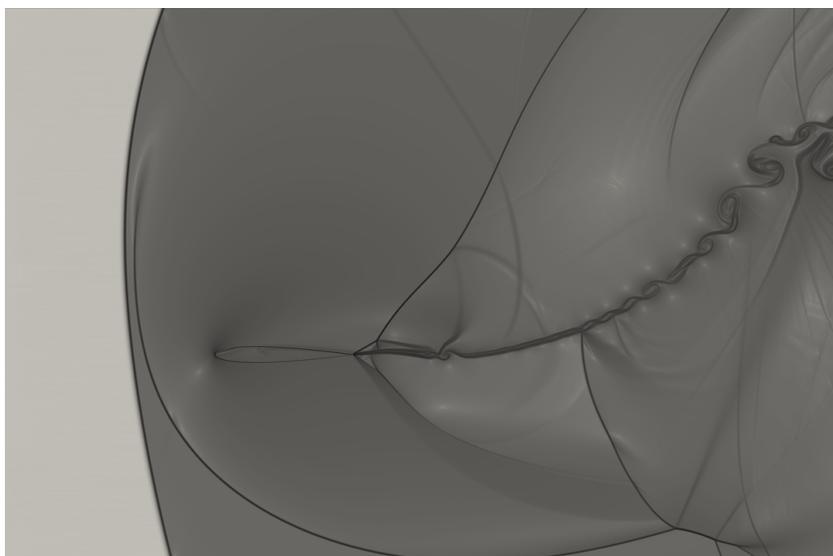
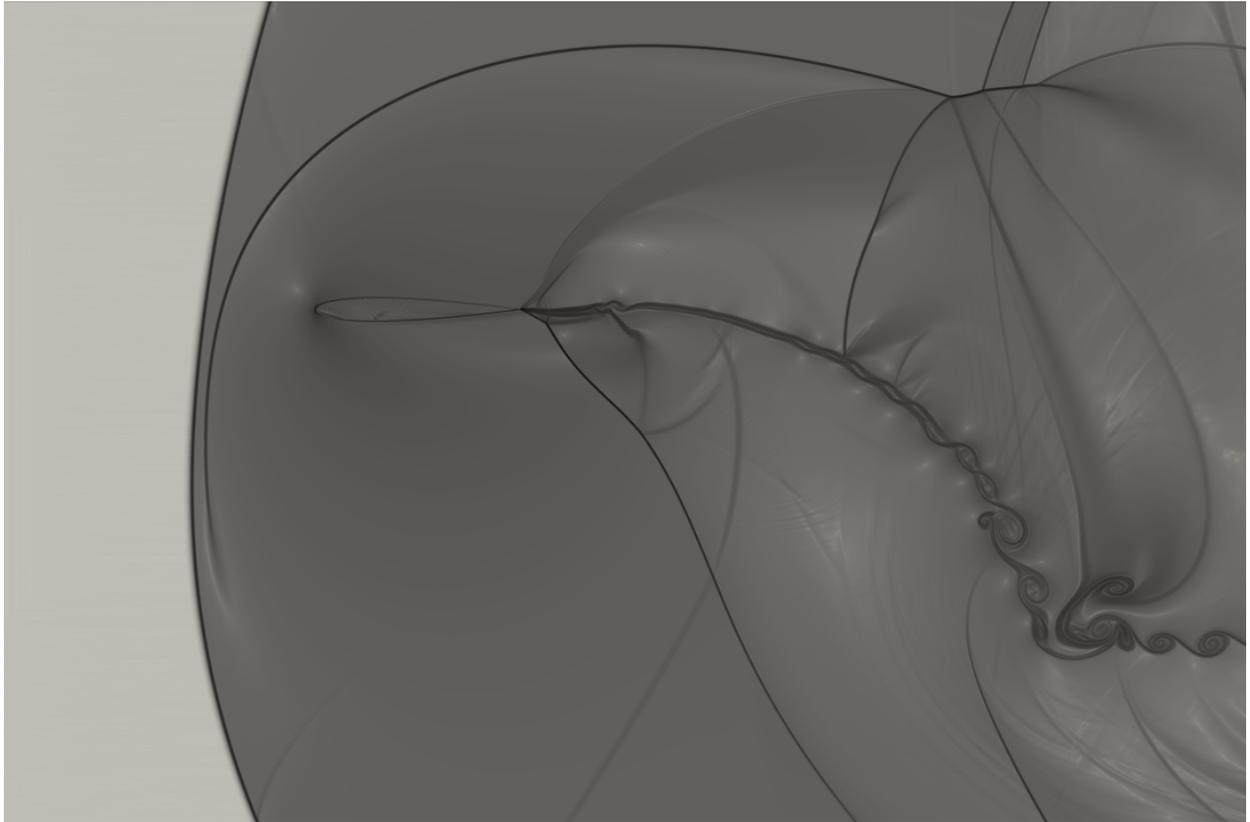
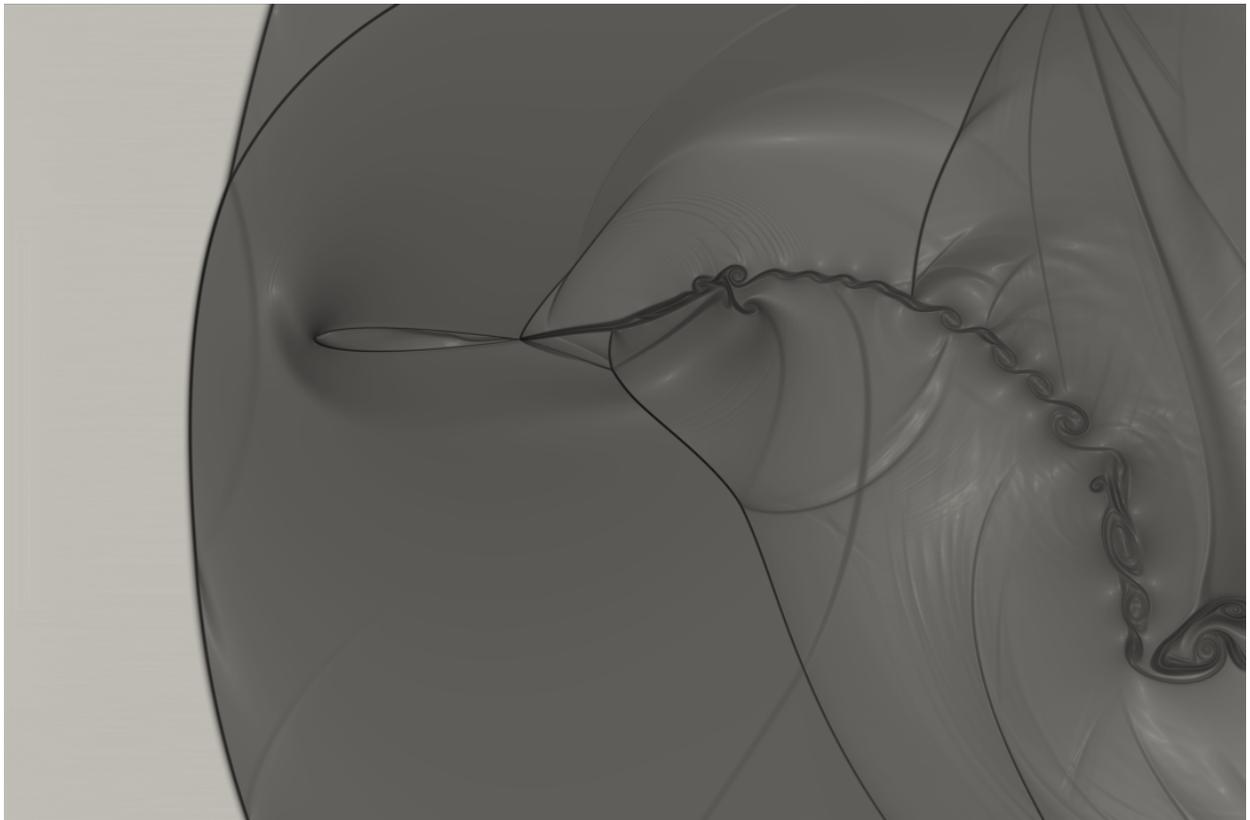


Figura 3.17: NACA 0012 a 80 Hz

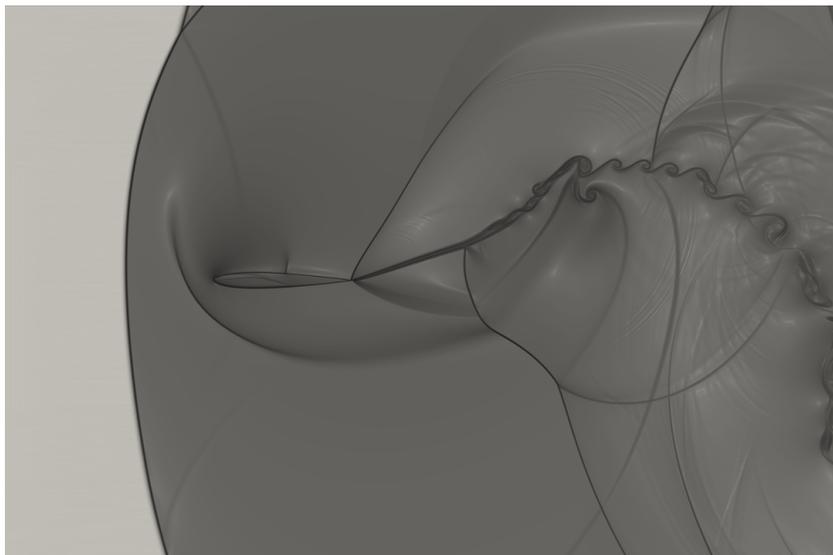
(a)



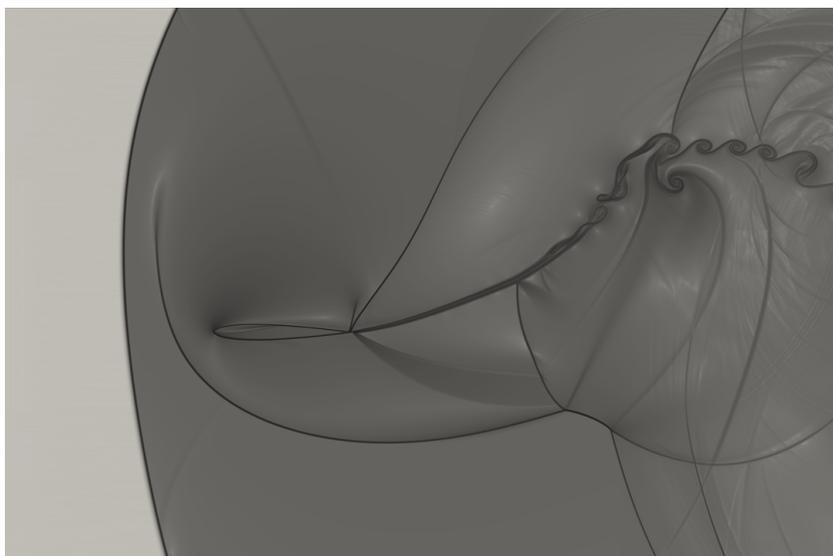
(b)



(c)



(d)



(e)

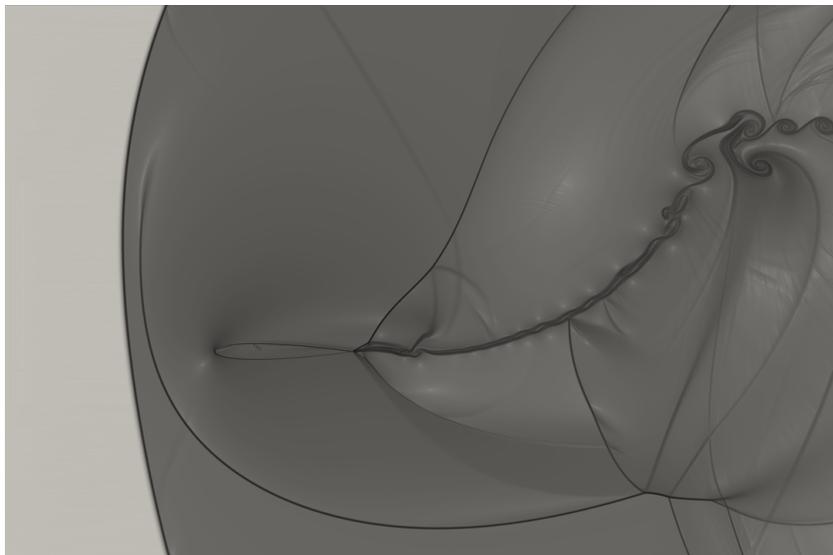
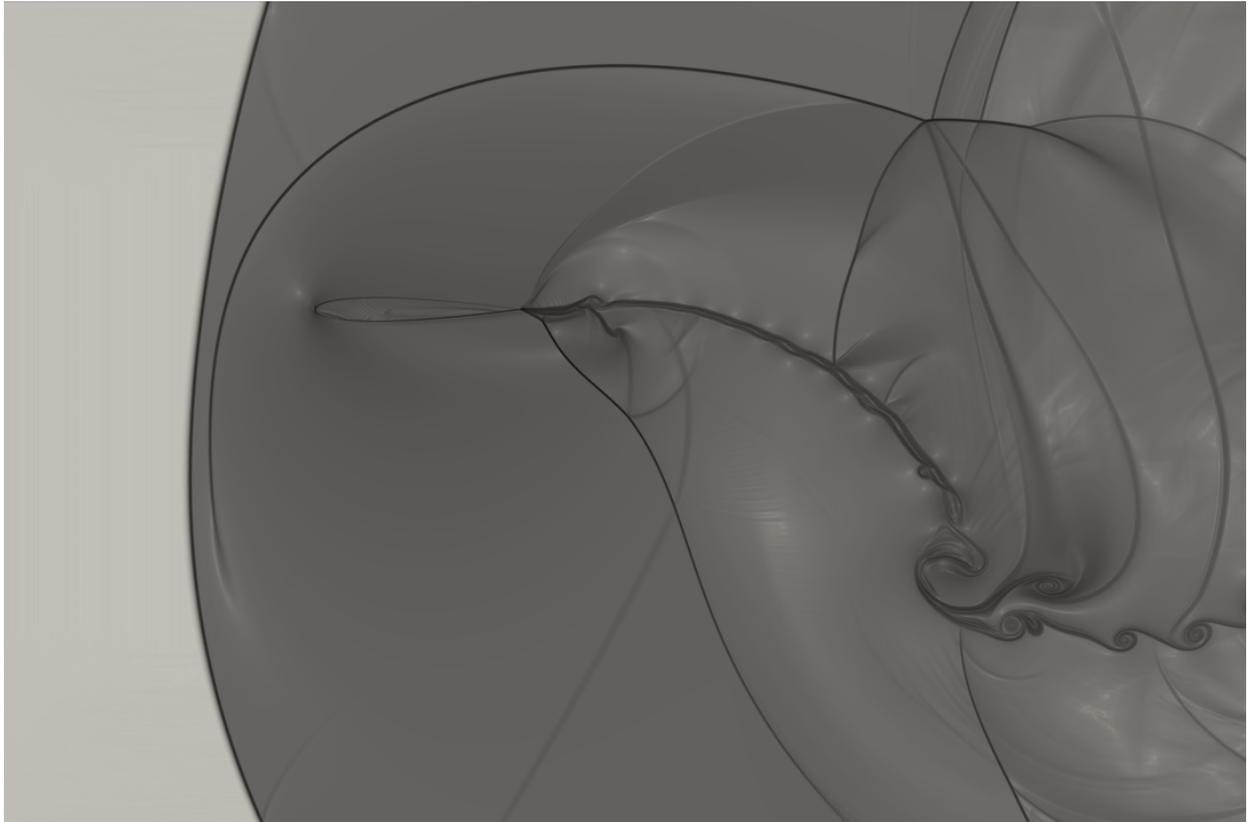
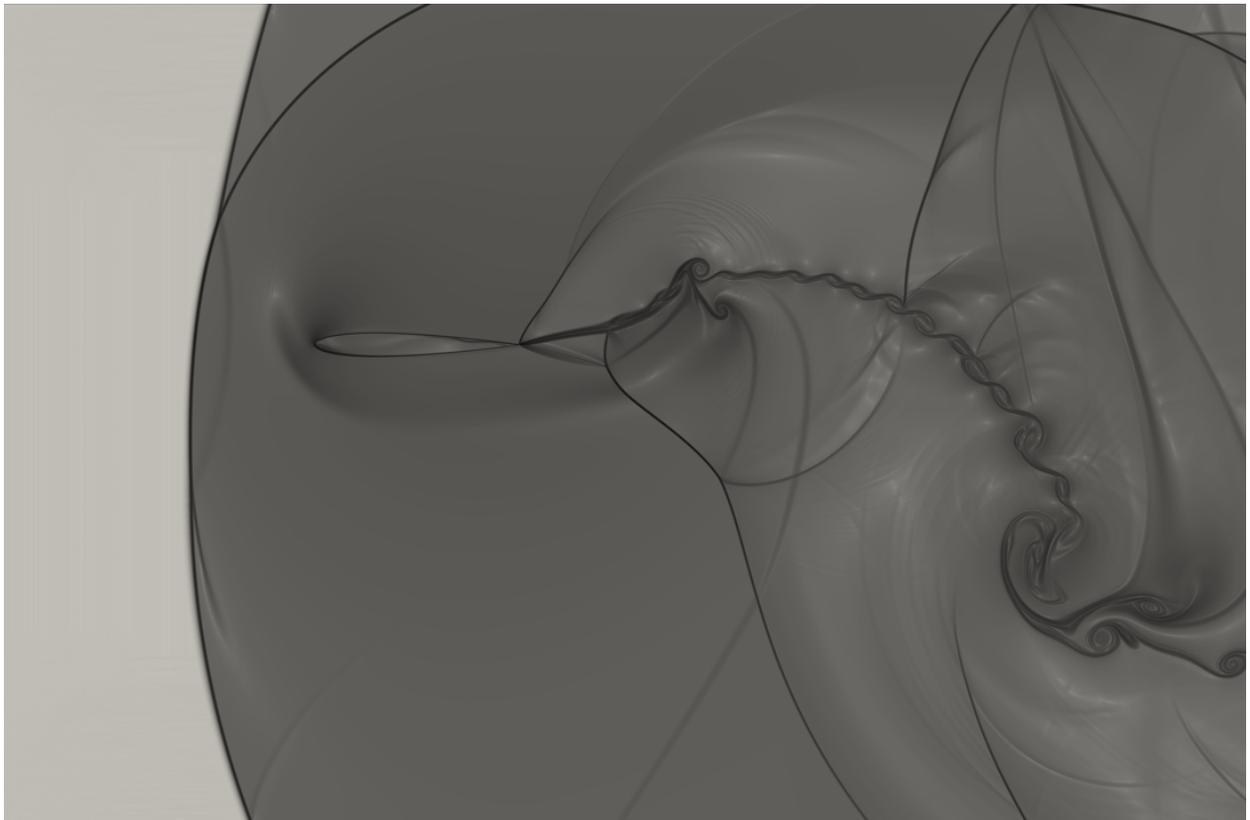


Figura 3.18: NACA 0012 a 90 Hz

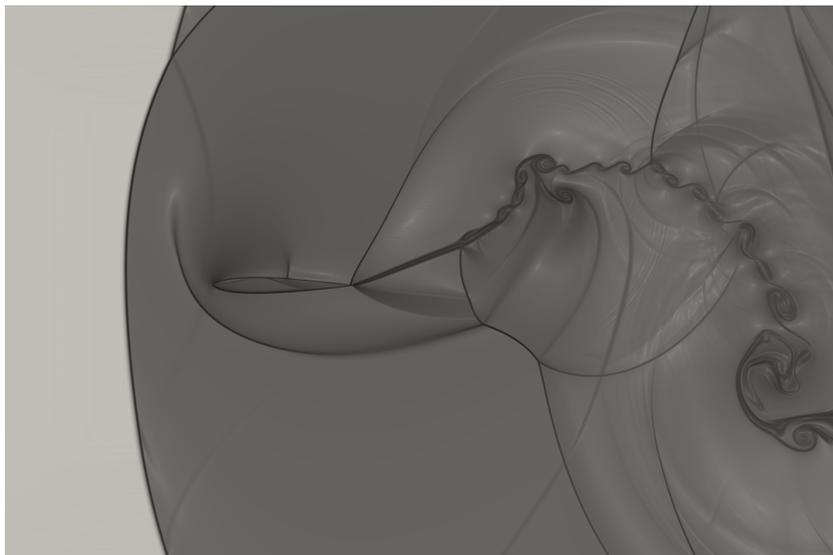
(a)



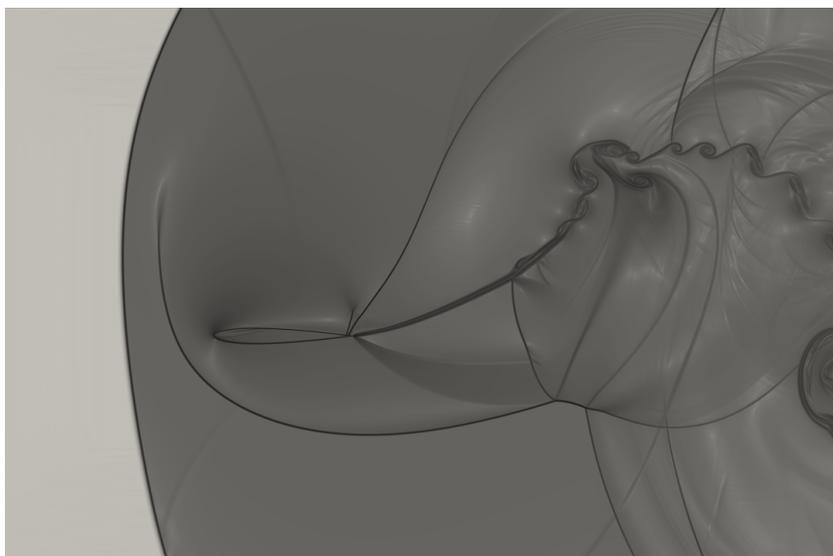
(b)



(c)



(d)



(e)

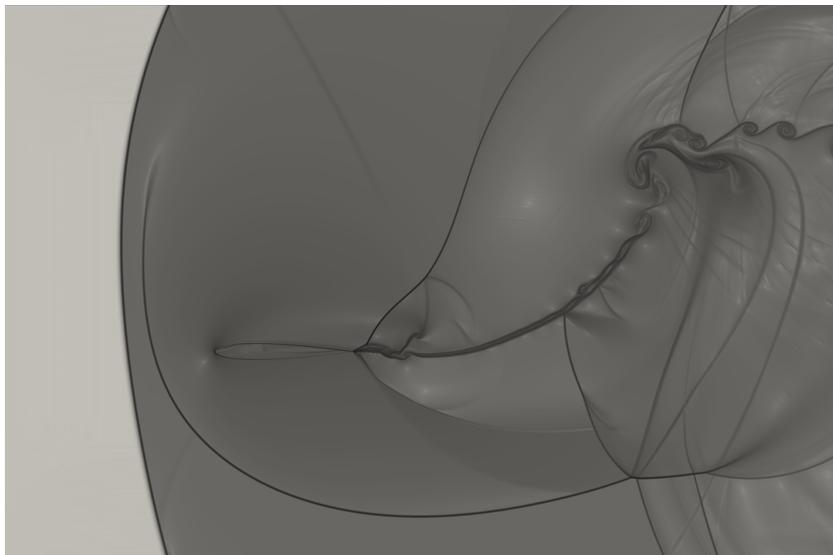
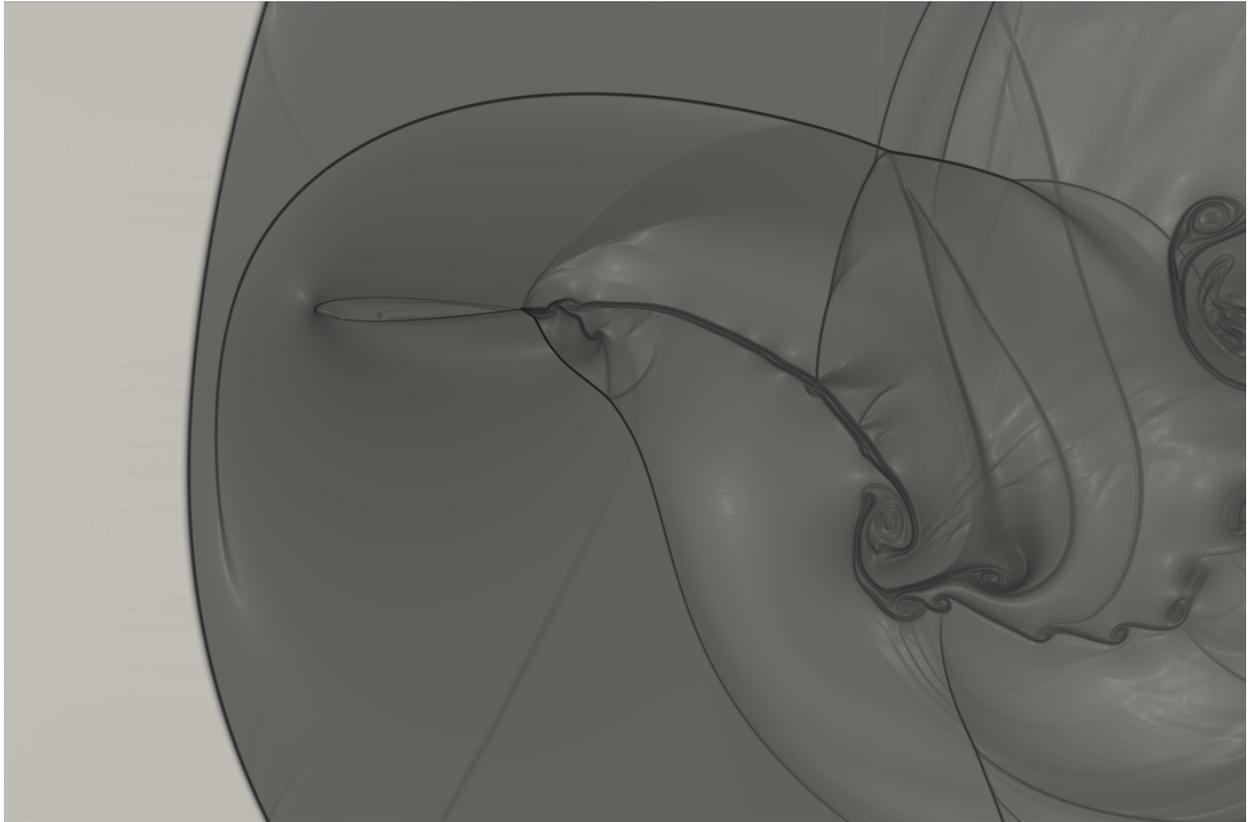
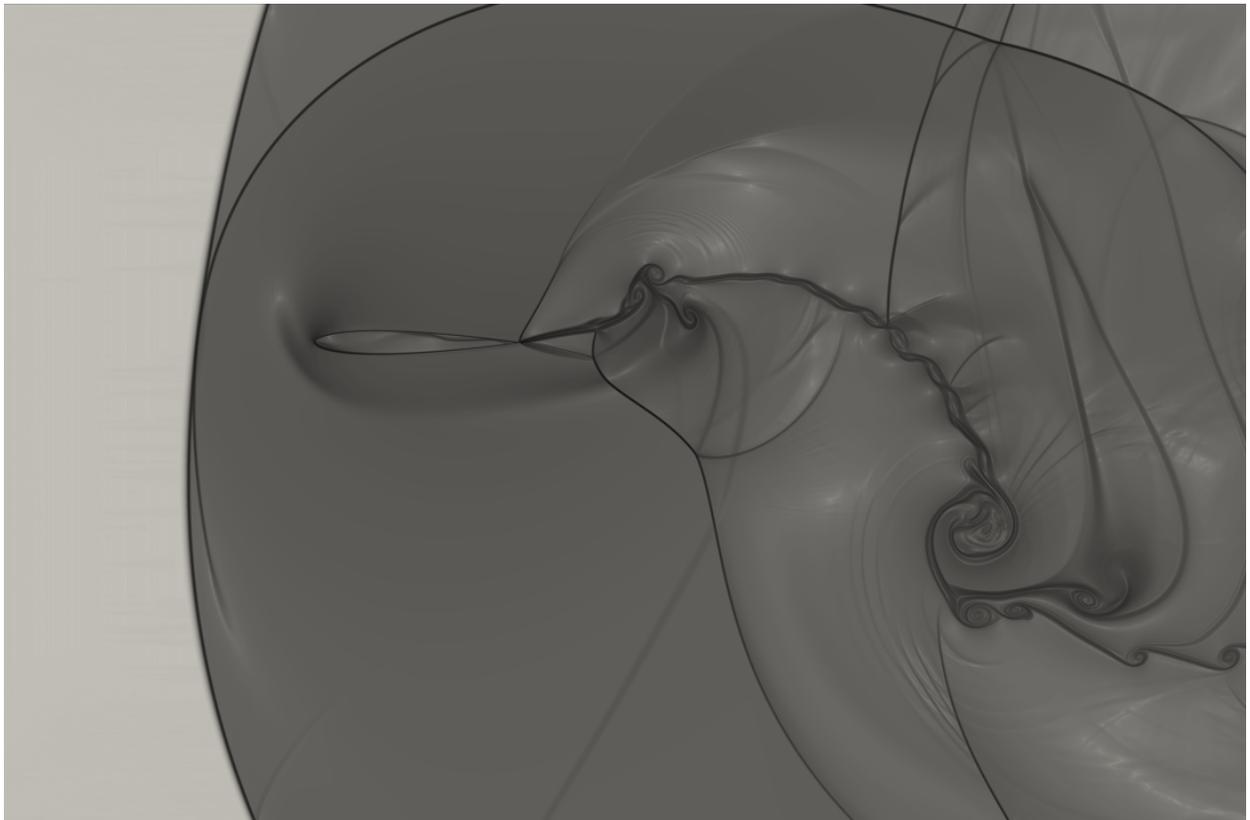


Figura 3.19: NACA 0012 a 100 Hz

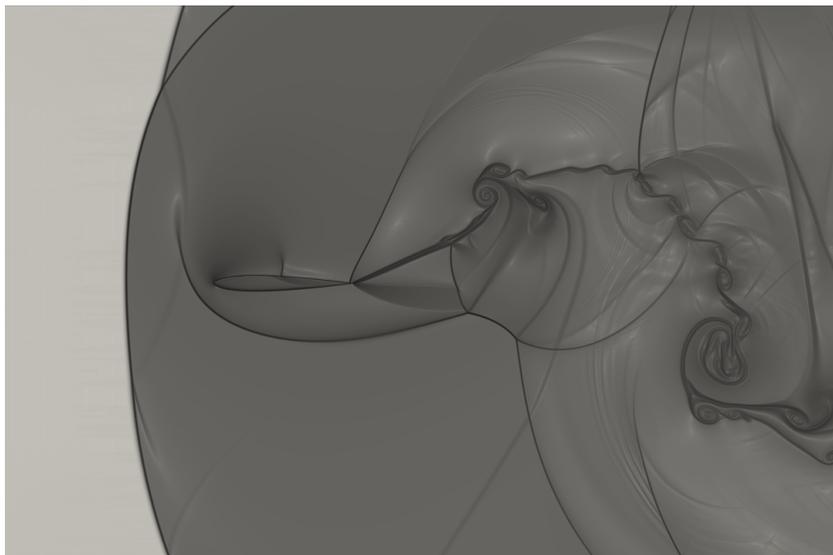
(a)



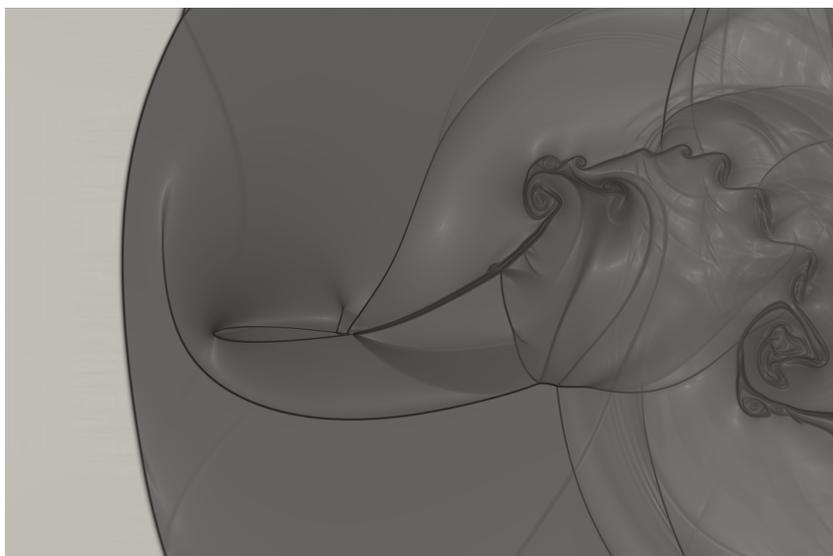
(b)



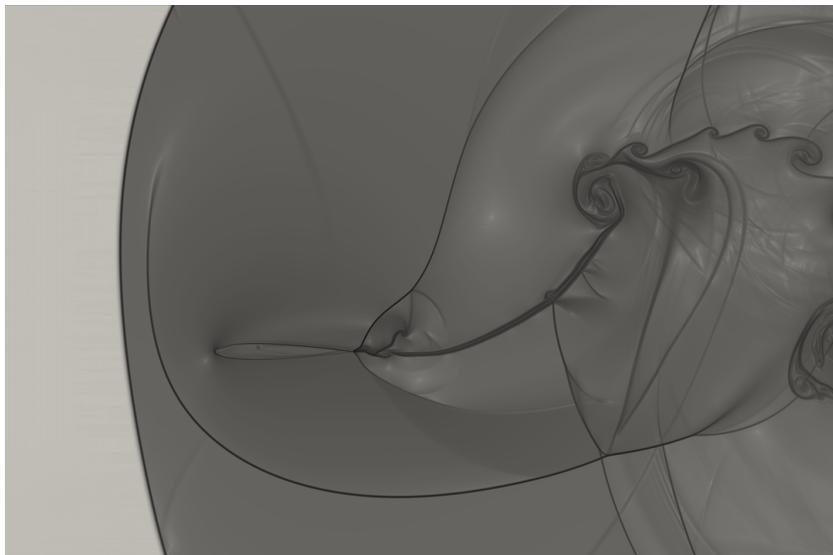
(c)



(d)



(e)



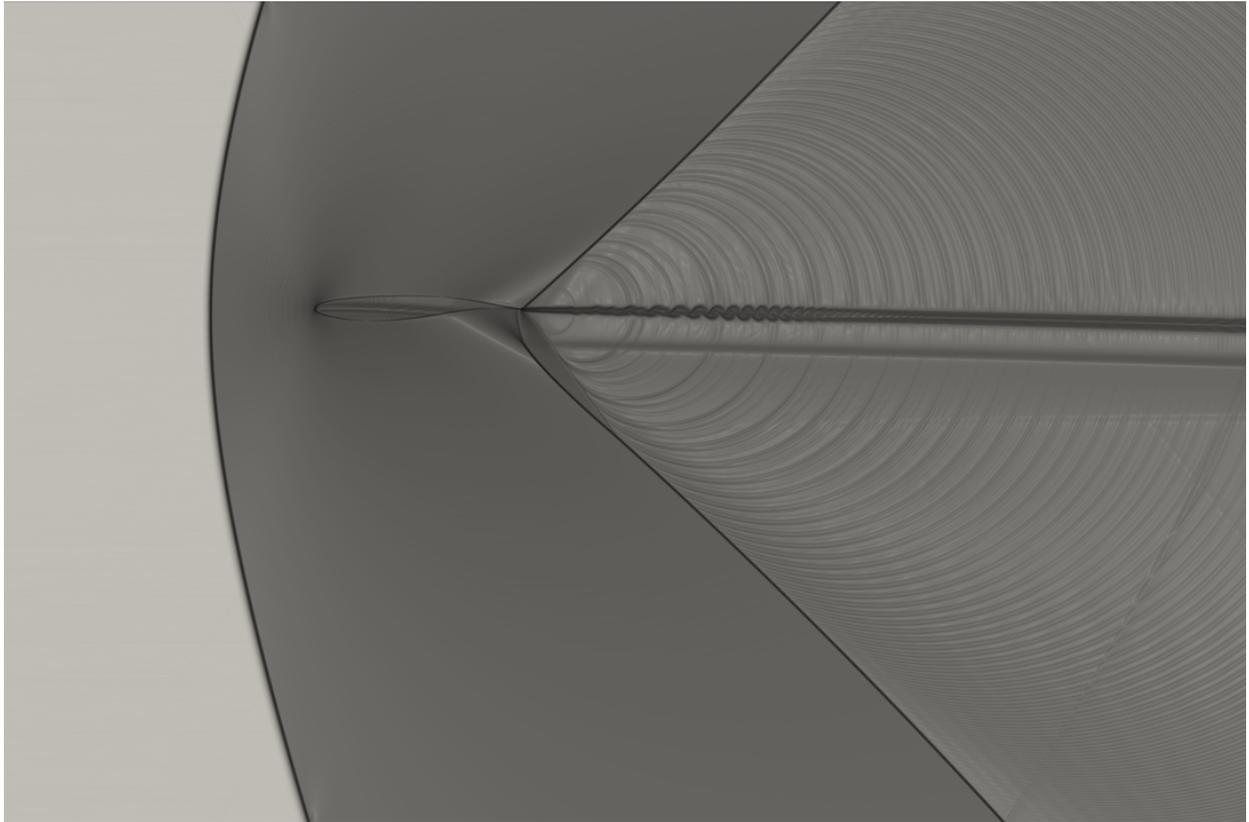
3.3.2 OAT15A

Figura 3.20: OAT15A estático

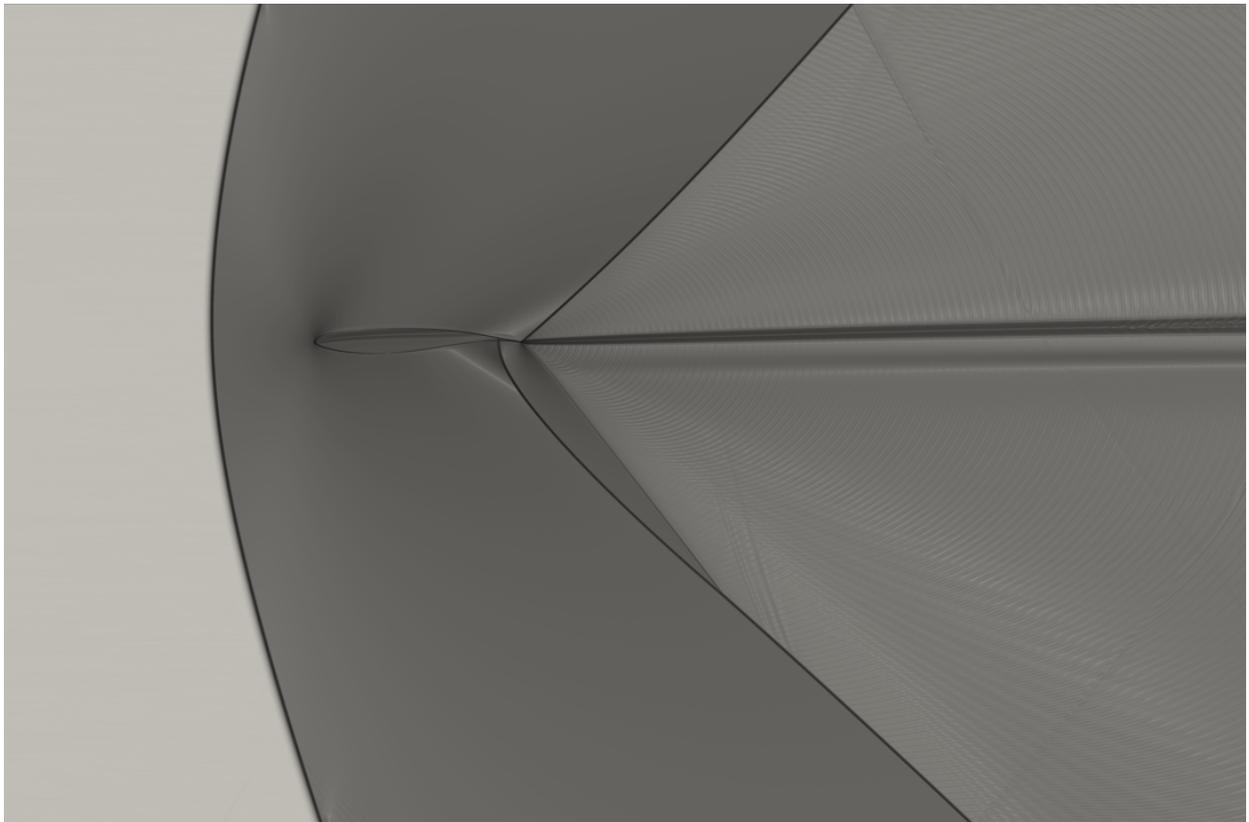


Figura 3.21: OAT15A a 10 Hz

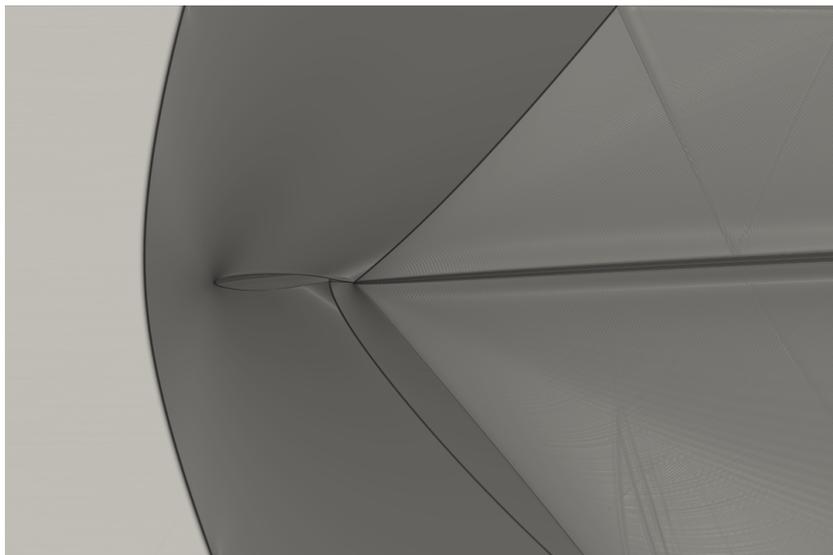
(a)



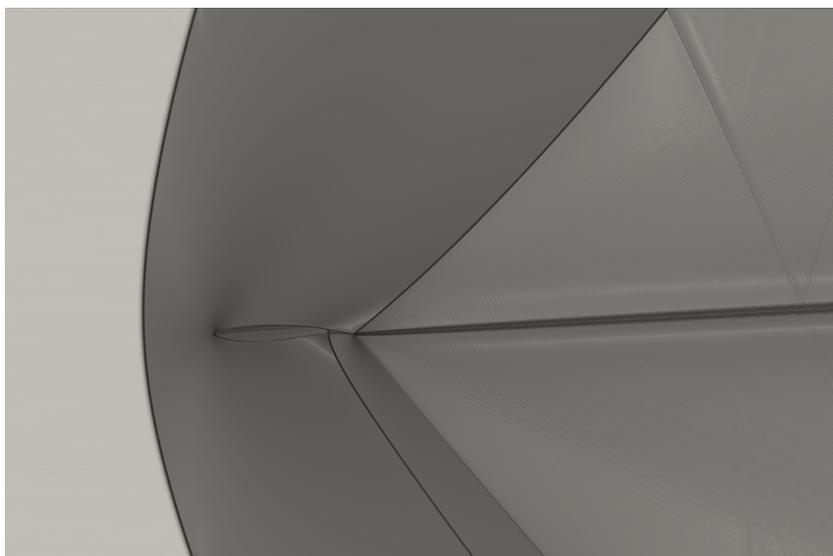
(b)



(c)



(d)



(e)

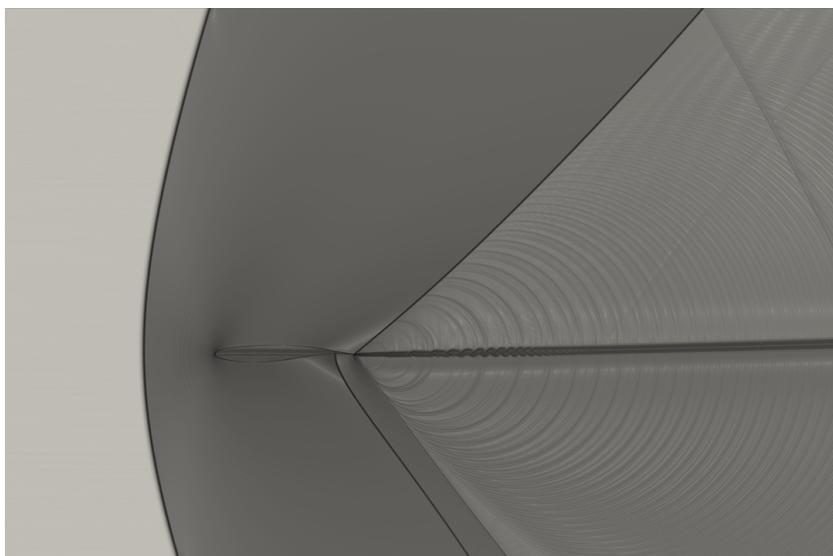
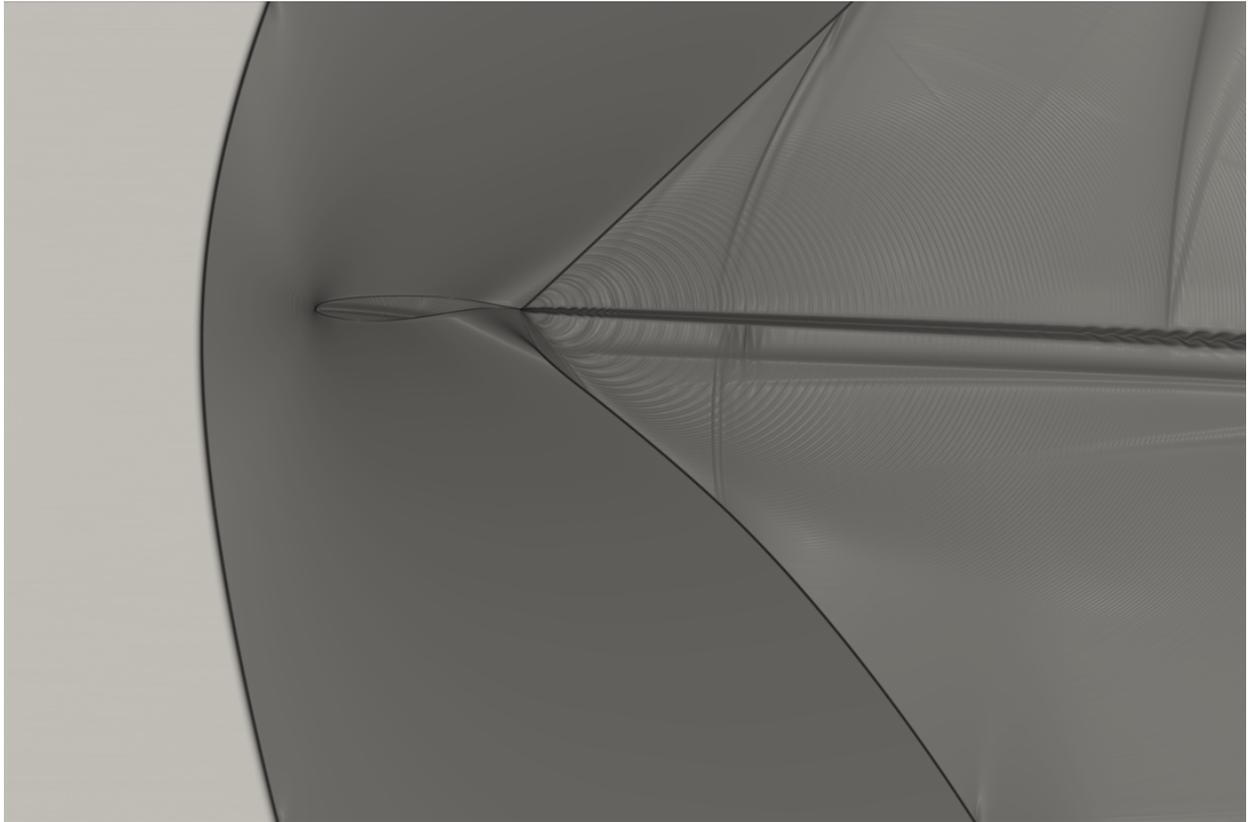
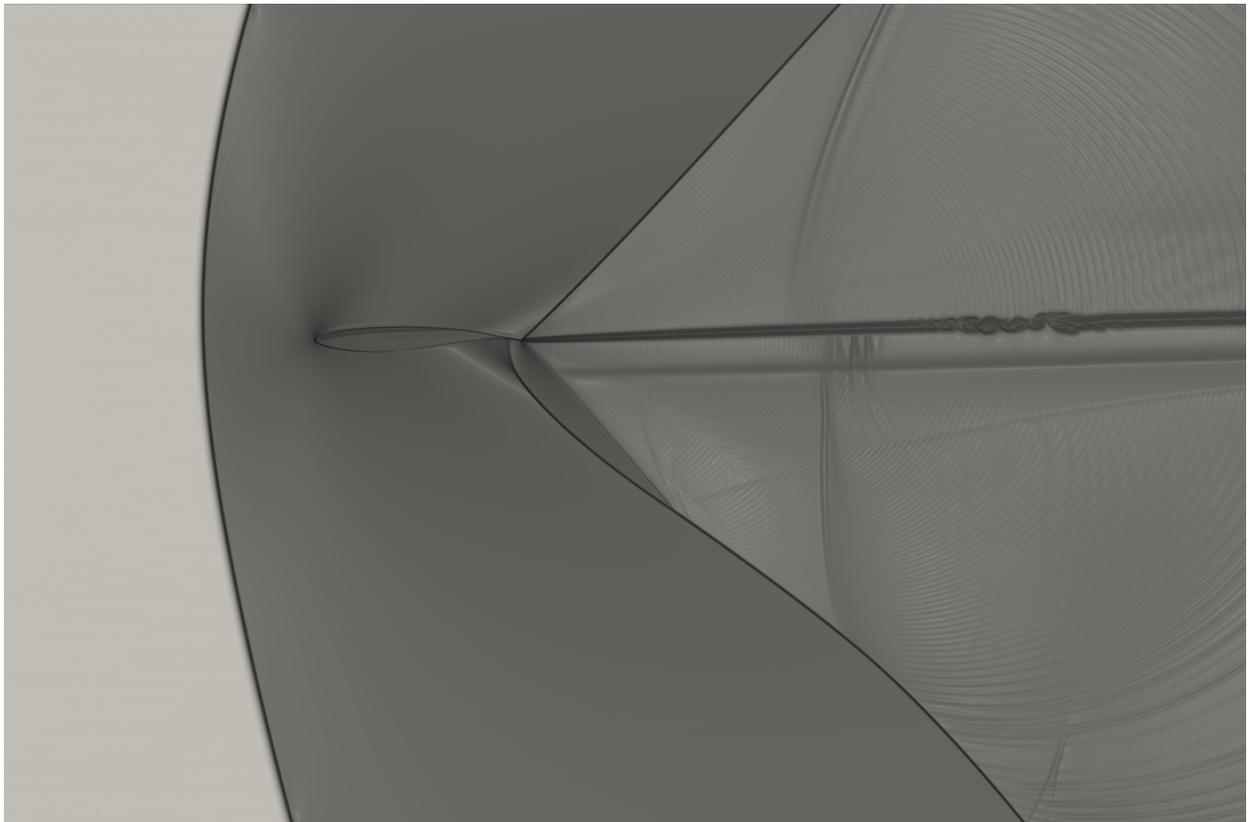


Figura 3.22: OAT15A a 20 Hz

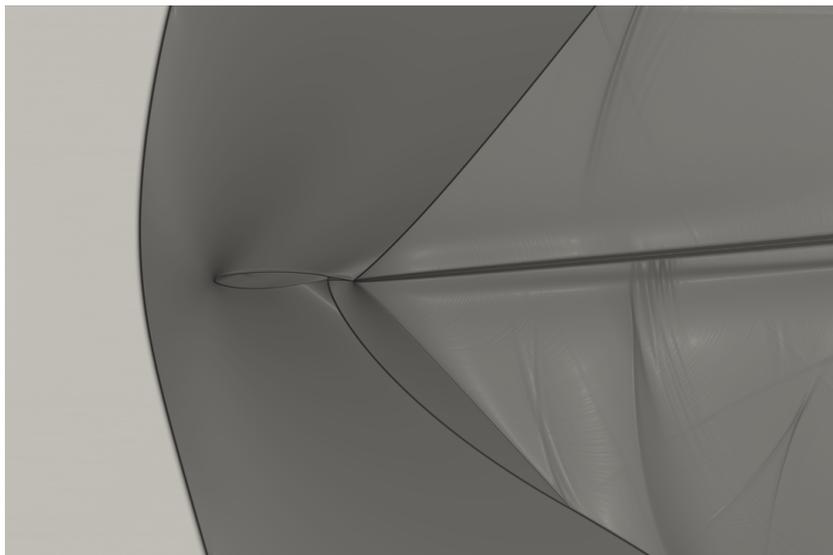
(a)



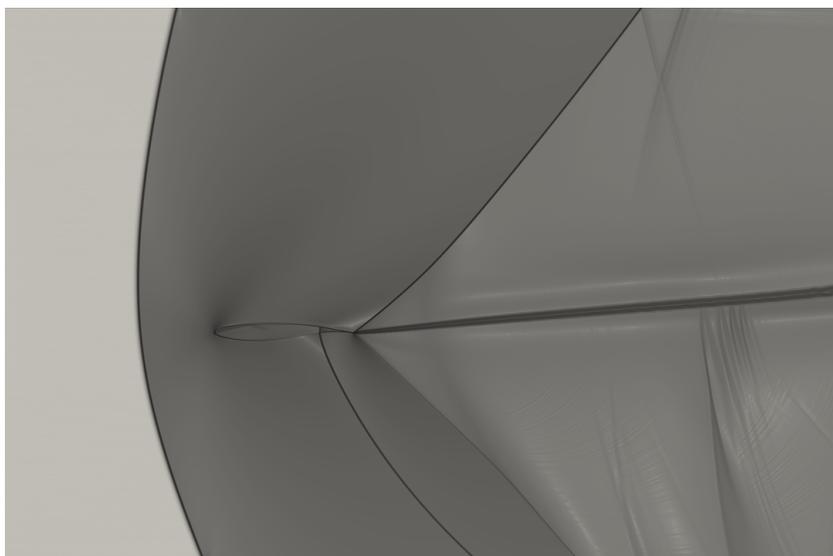
(b)



(c)



(d)



(e)

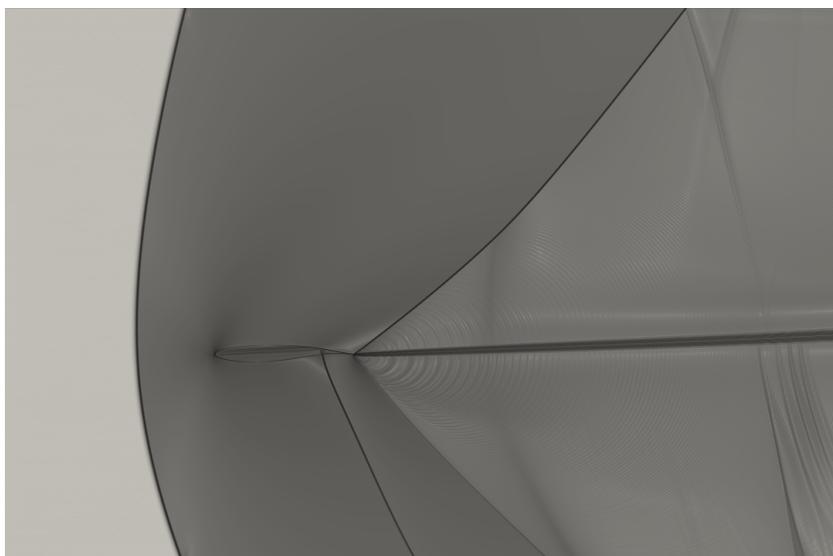
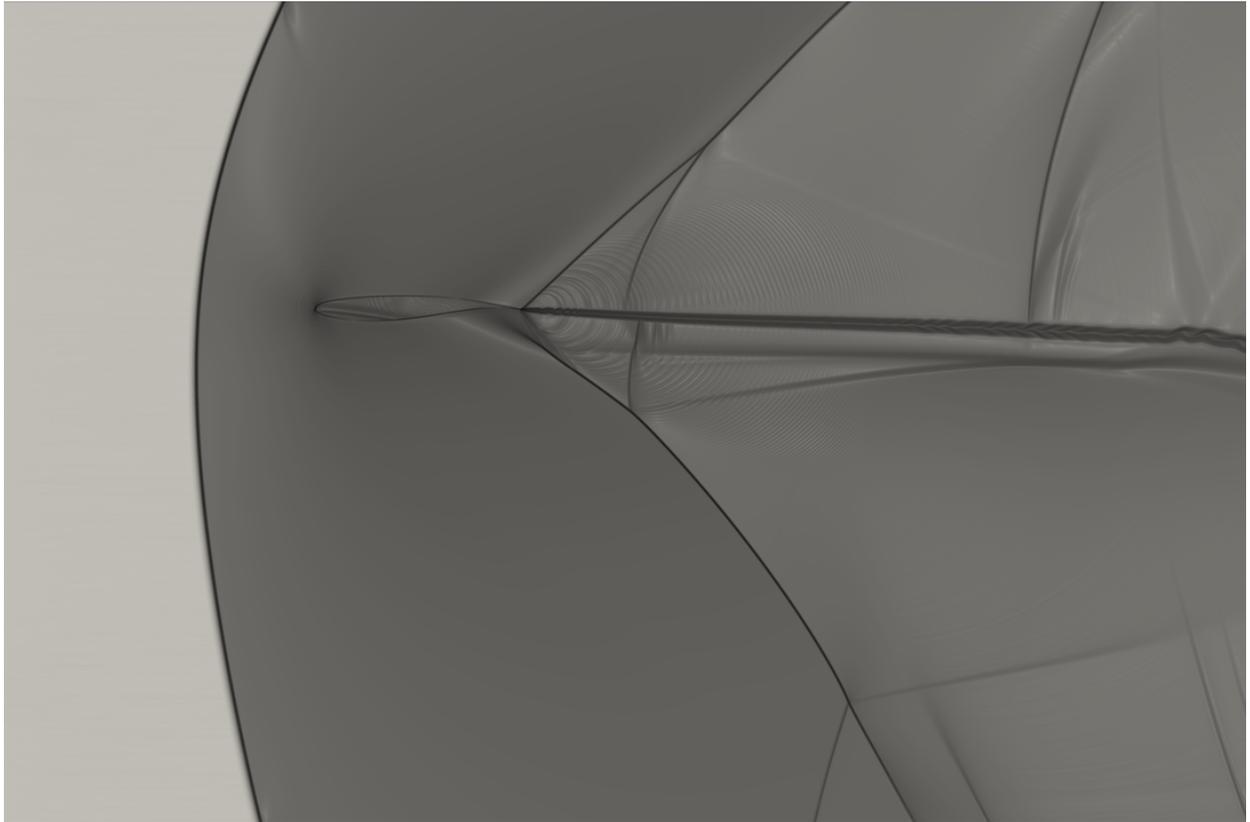
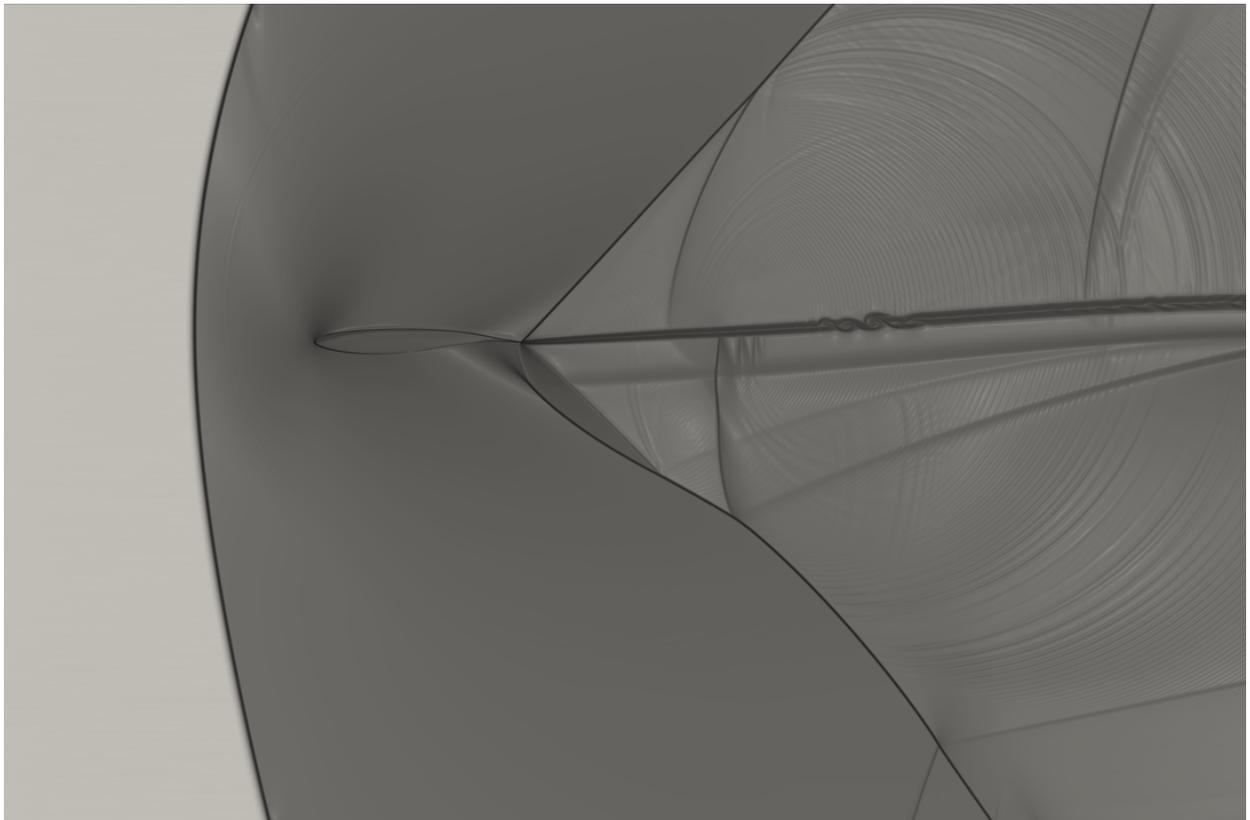


Figura 3.23: OAT15A a 30 Hz

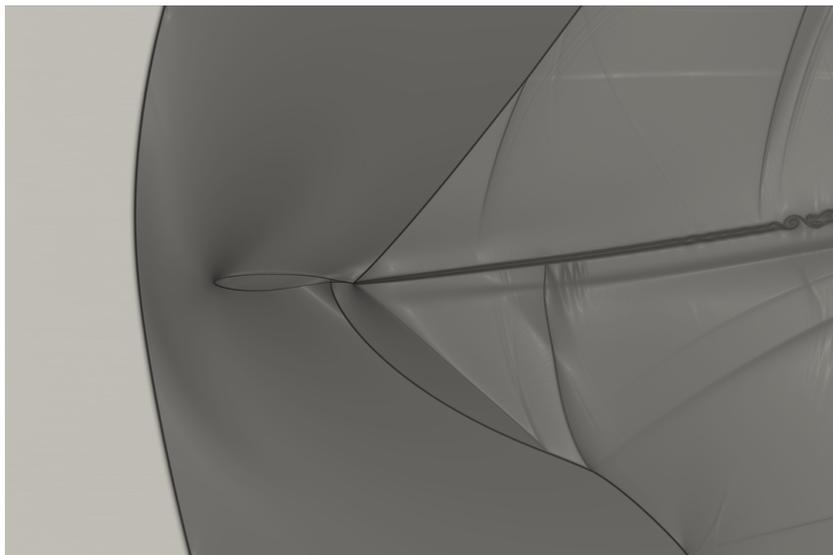
(a)



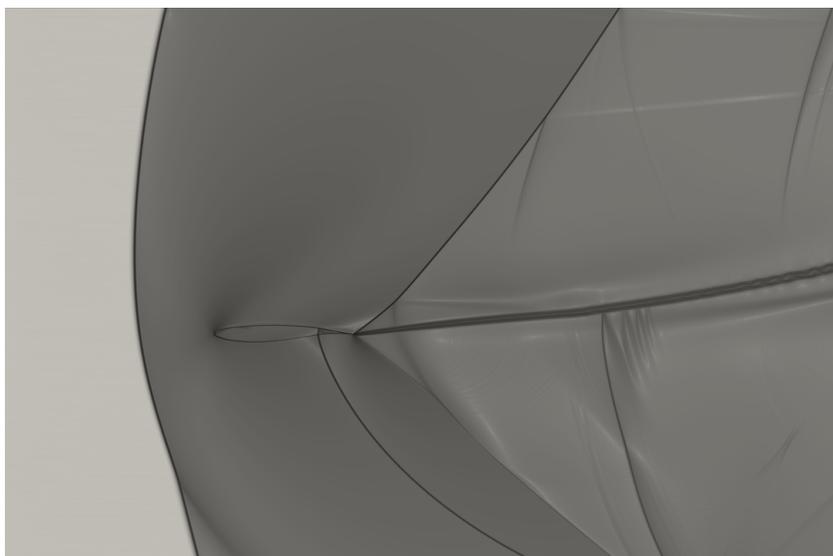
(b)



(c)



(d)



(e)

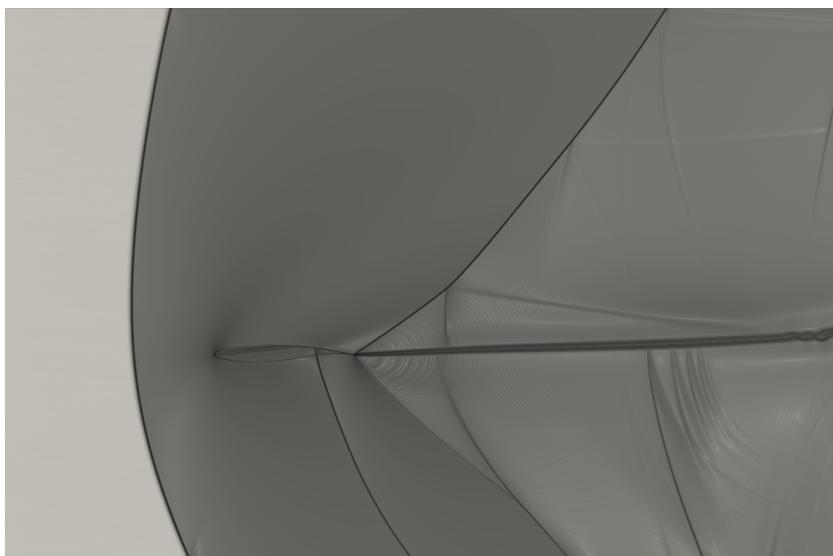
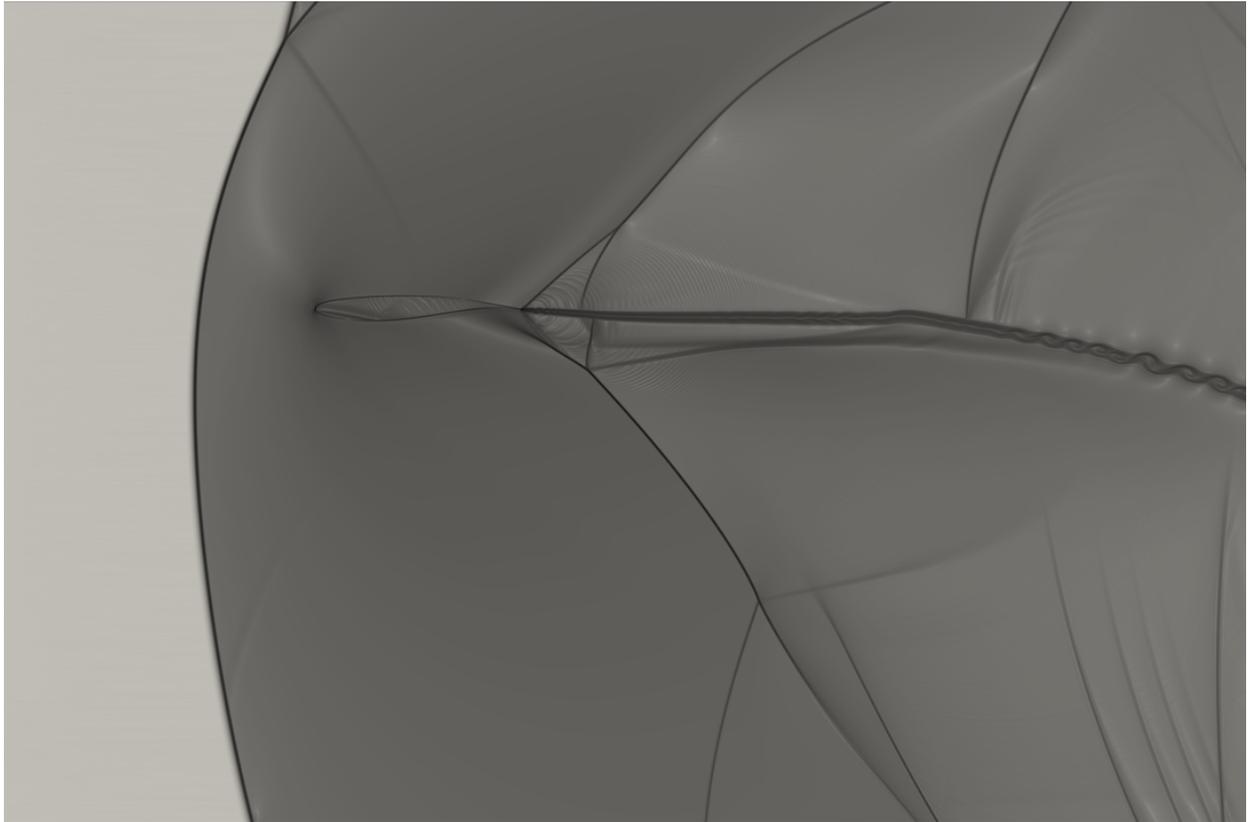
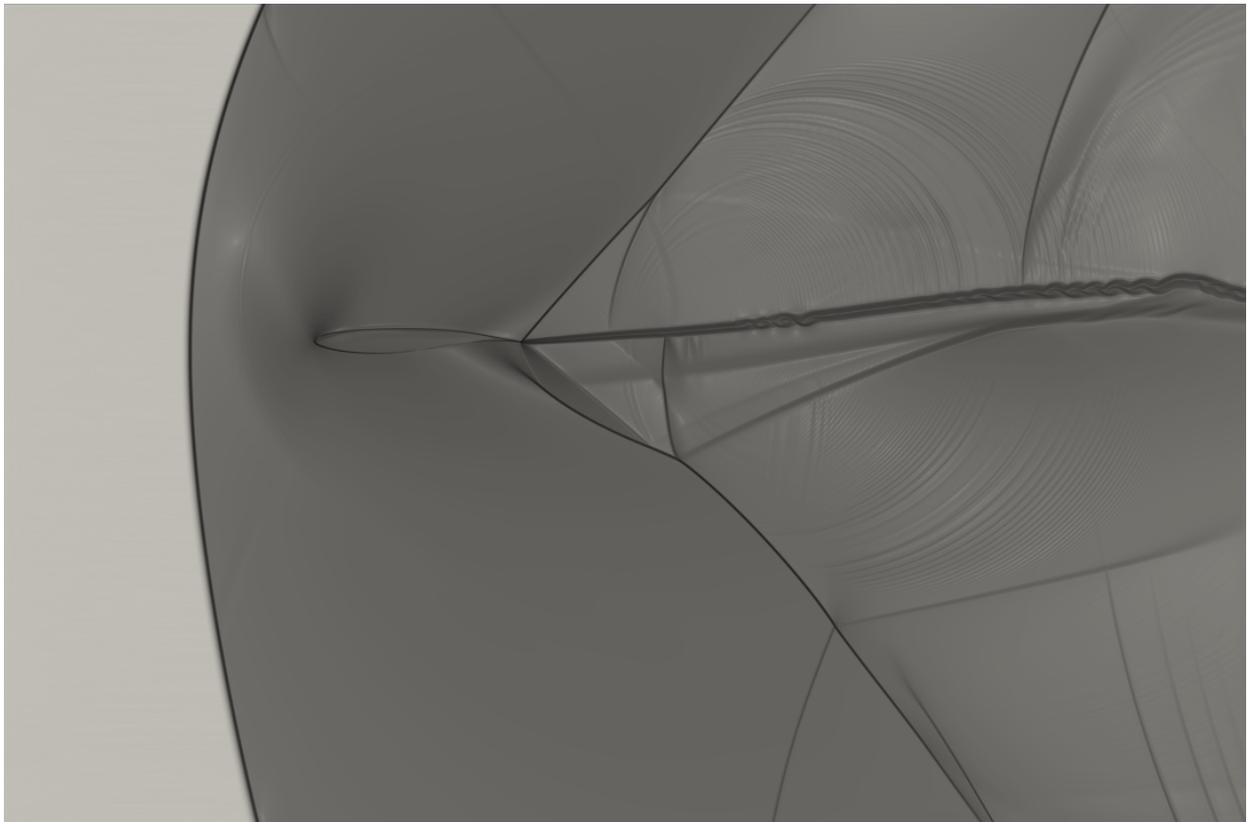


Figura 3.24: OAT15A a 40 Hz

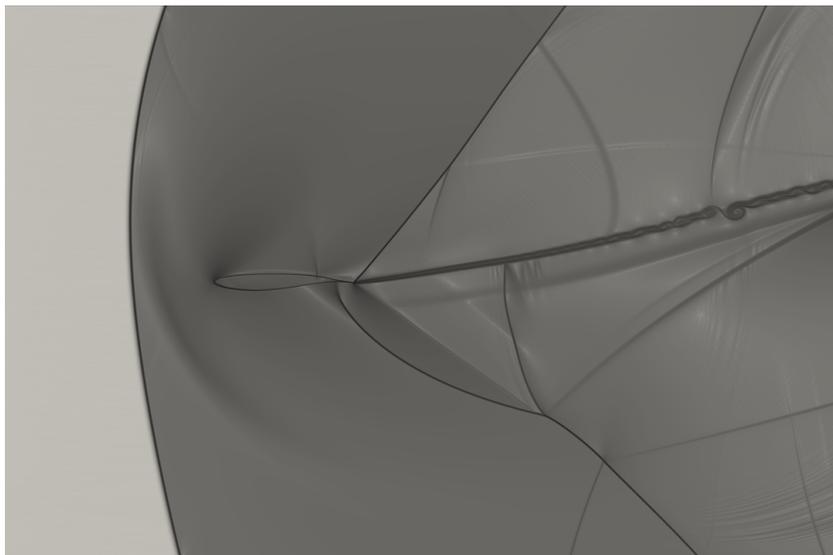
(a)



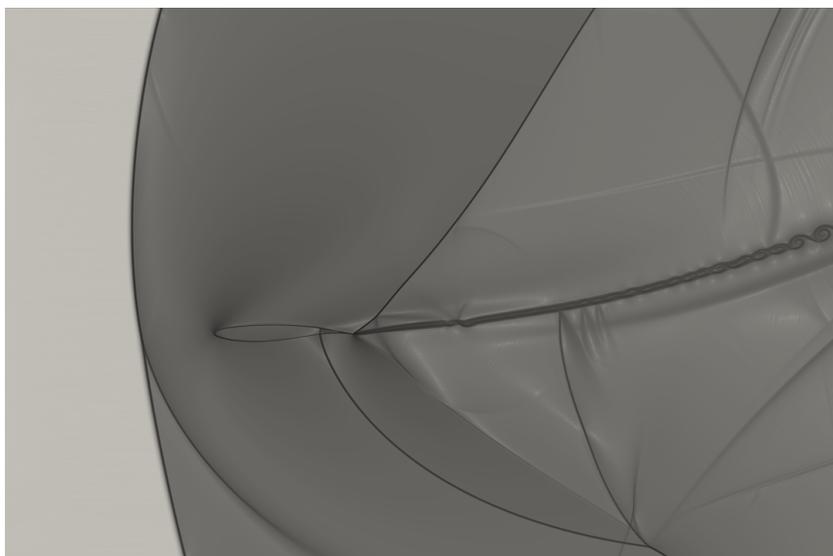
(b)



(c)



(d)



(e)

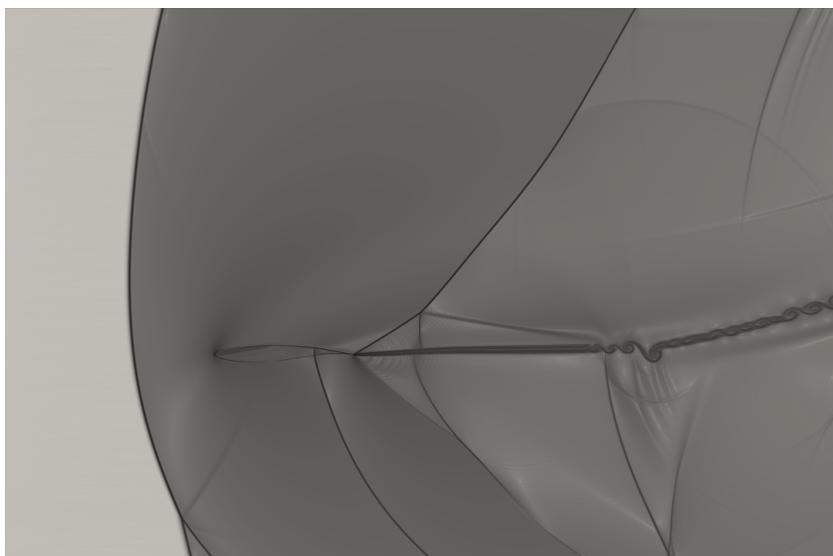
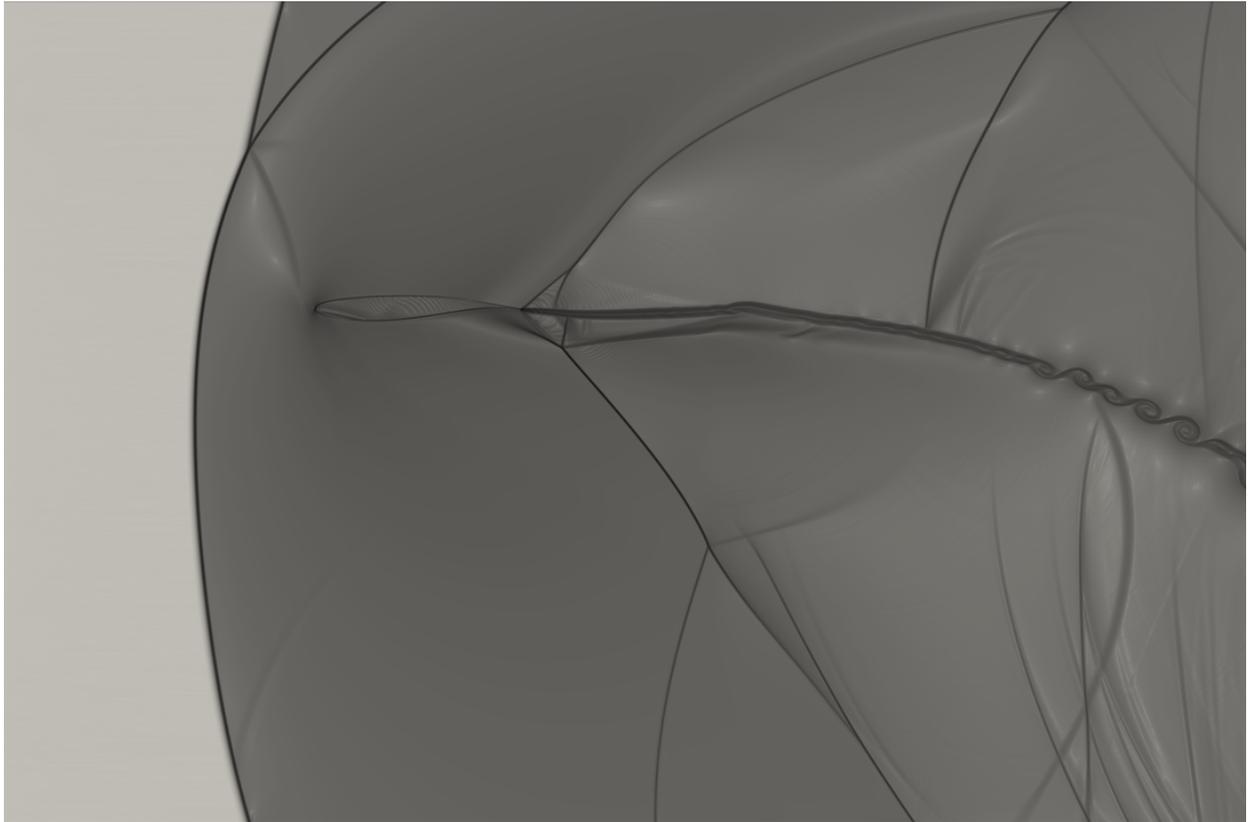
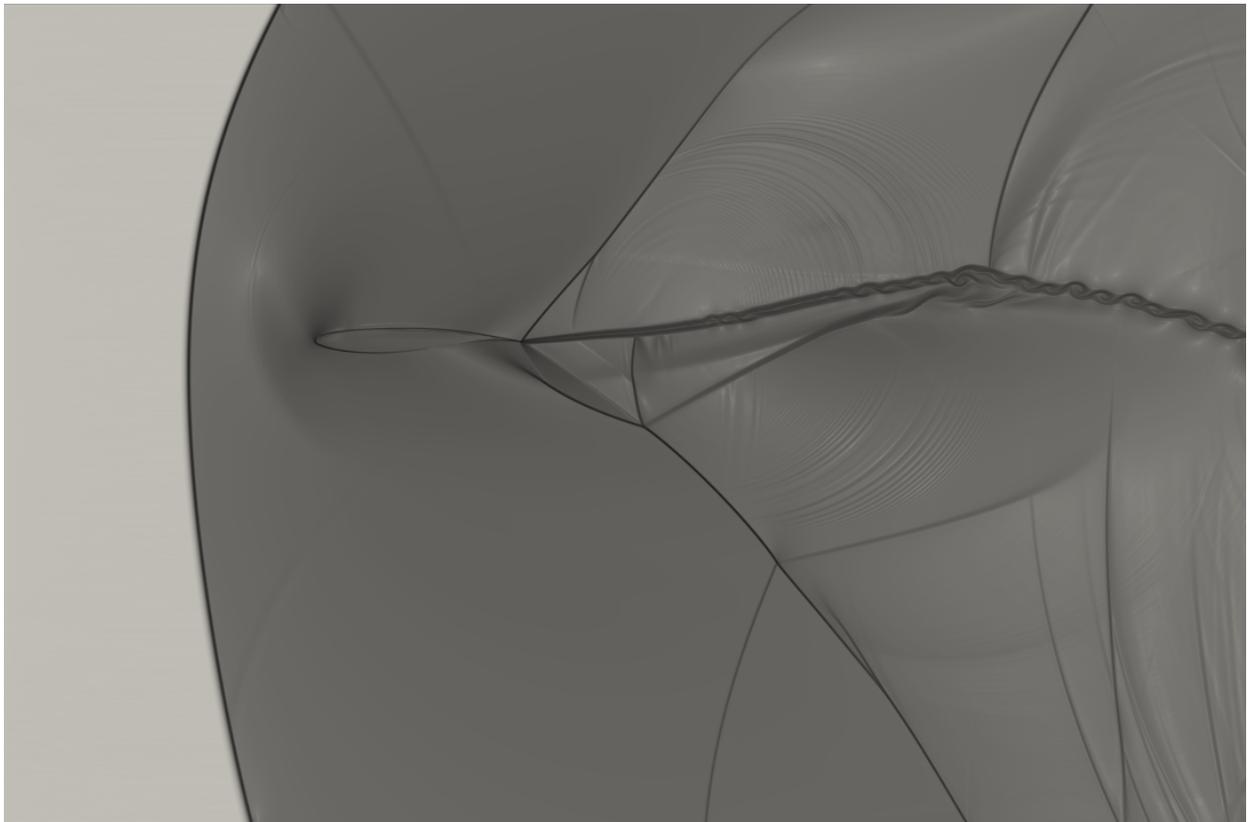


Figura 3.25: OAT15A a 50 Hz

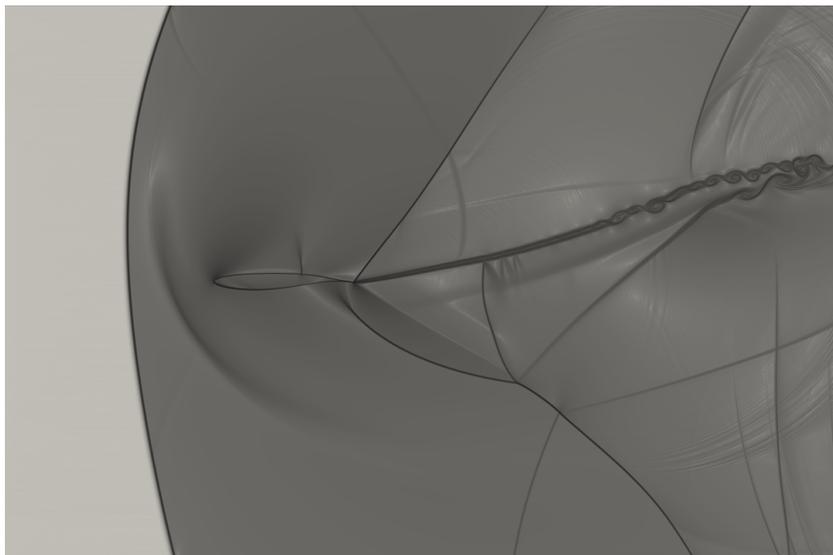
(a)



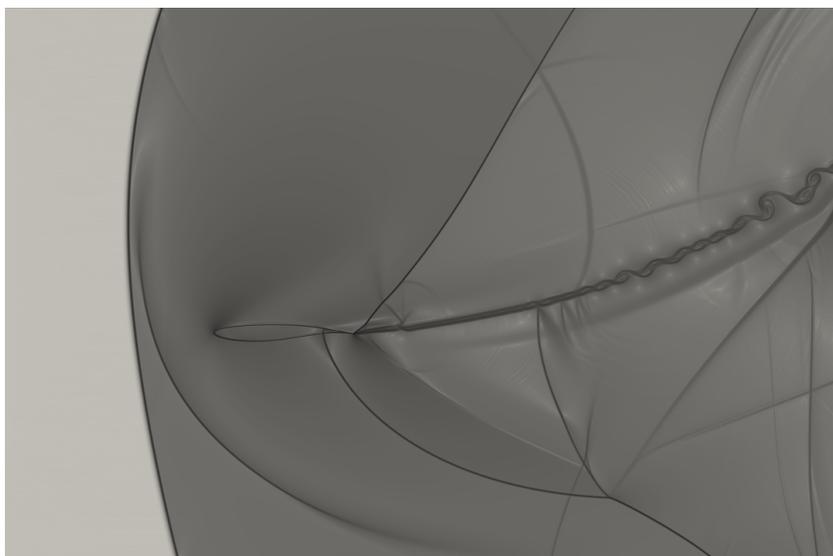
(b)



(c)



(d)



(e)

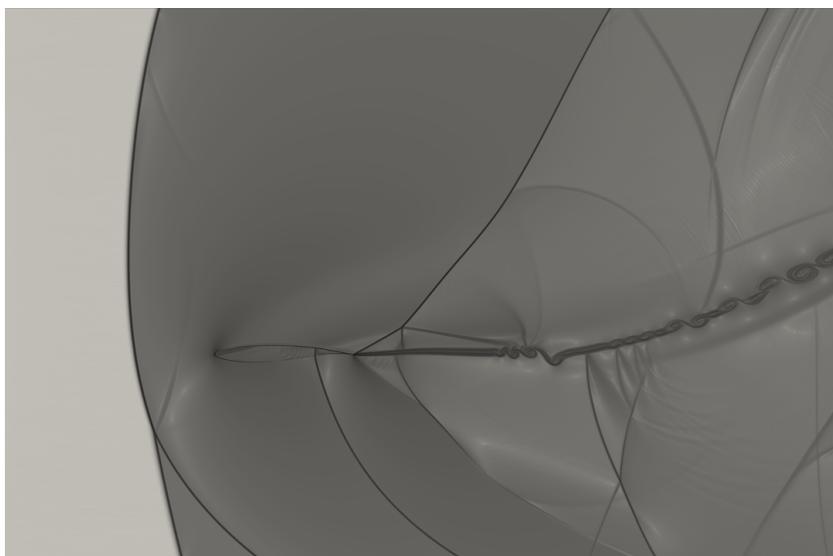
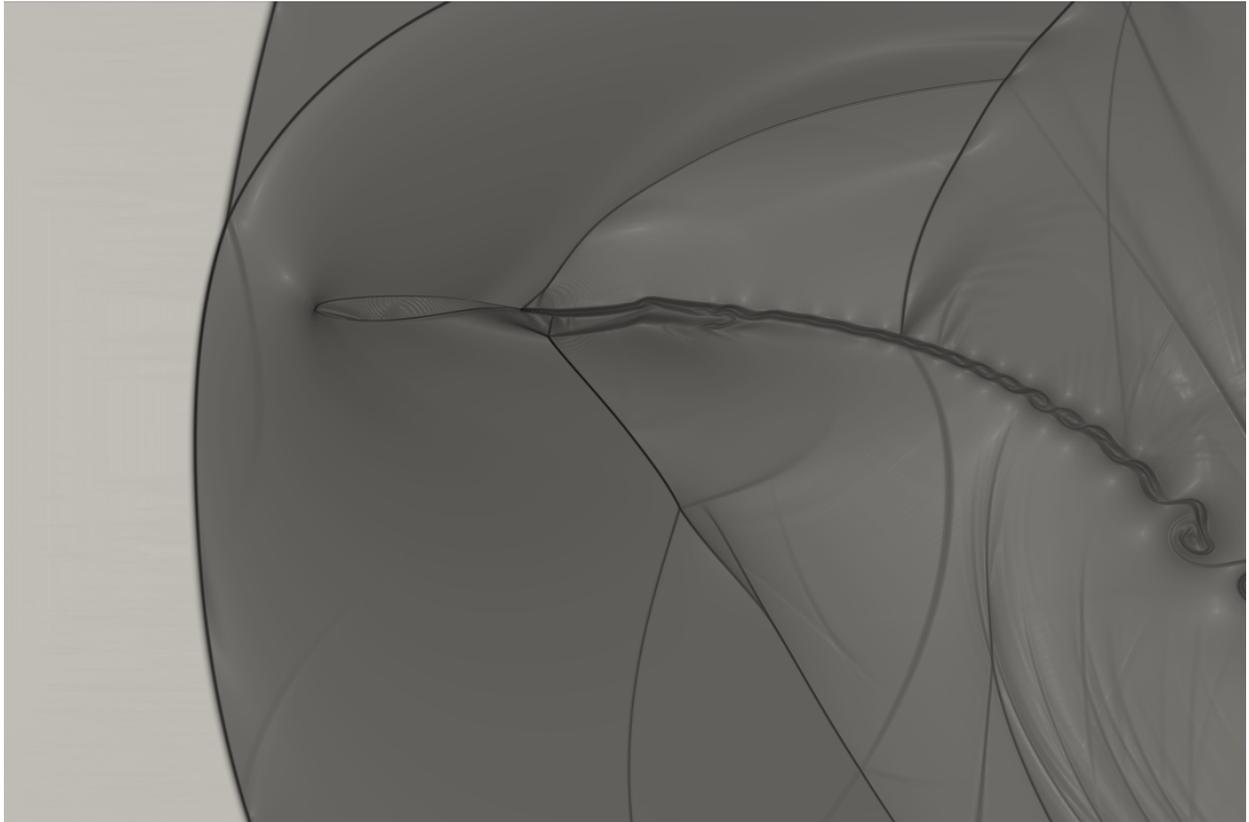
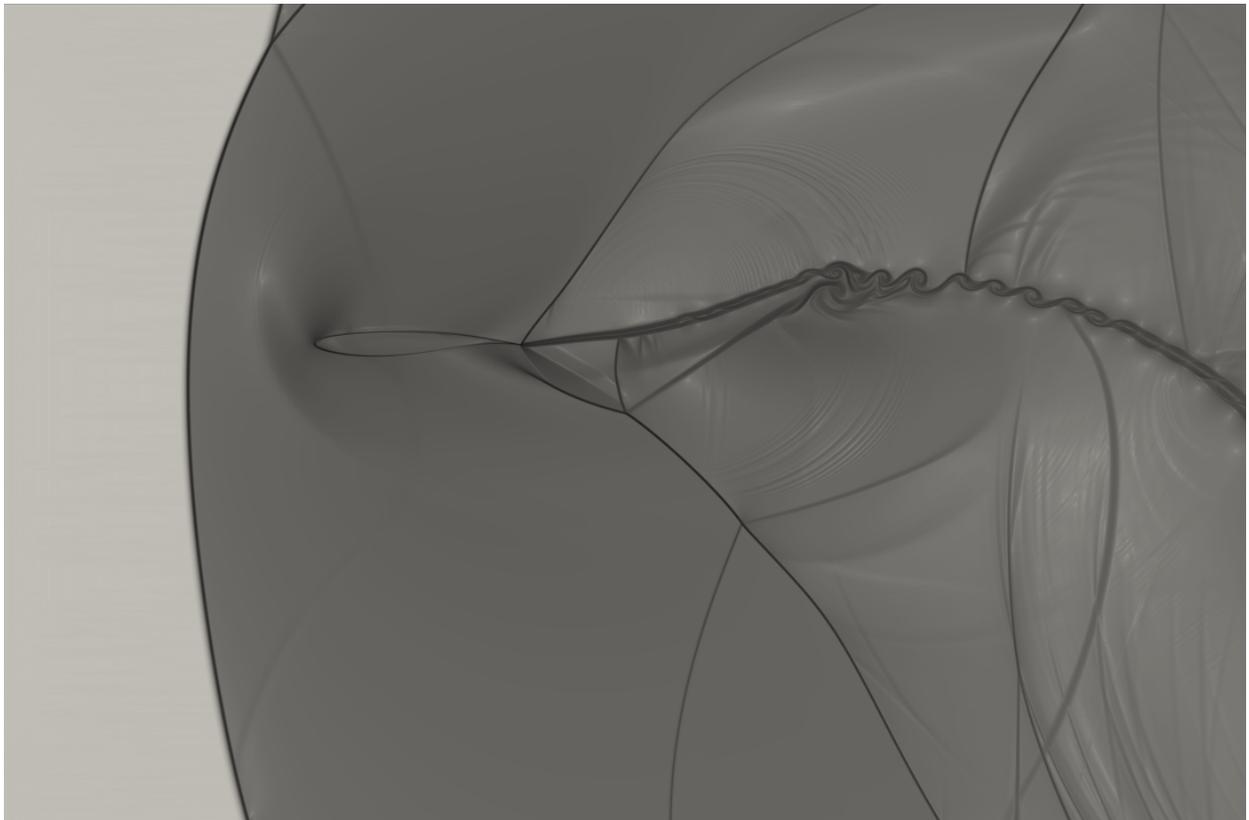


Figura 3.26: OAT15A a 60 Hz

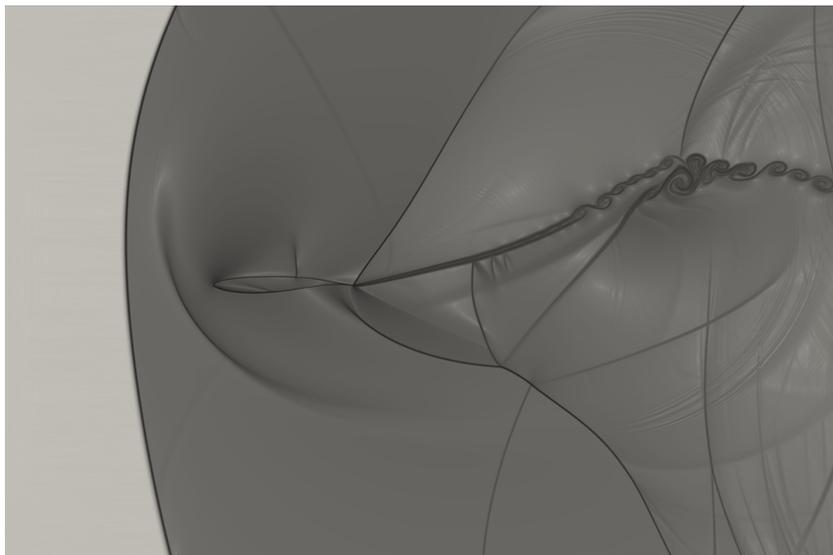
(a)



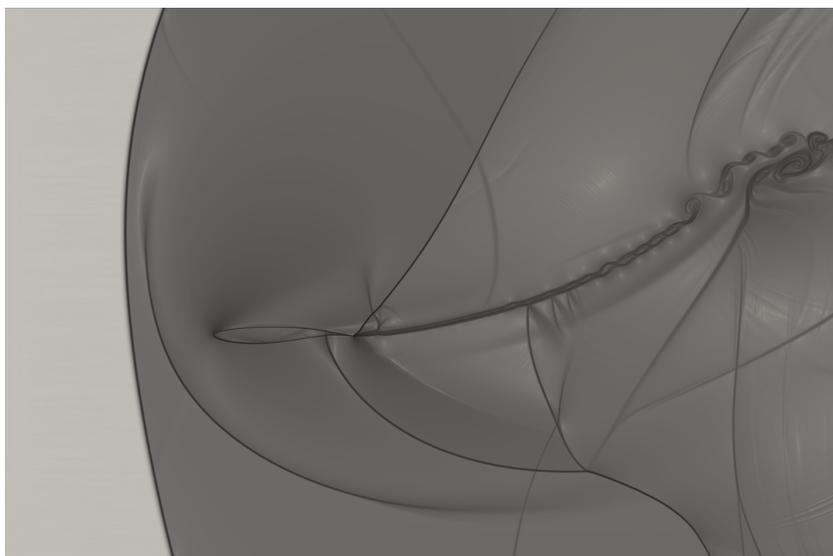
(b)



(c)



(d)



(e)

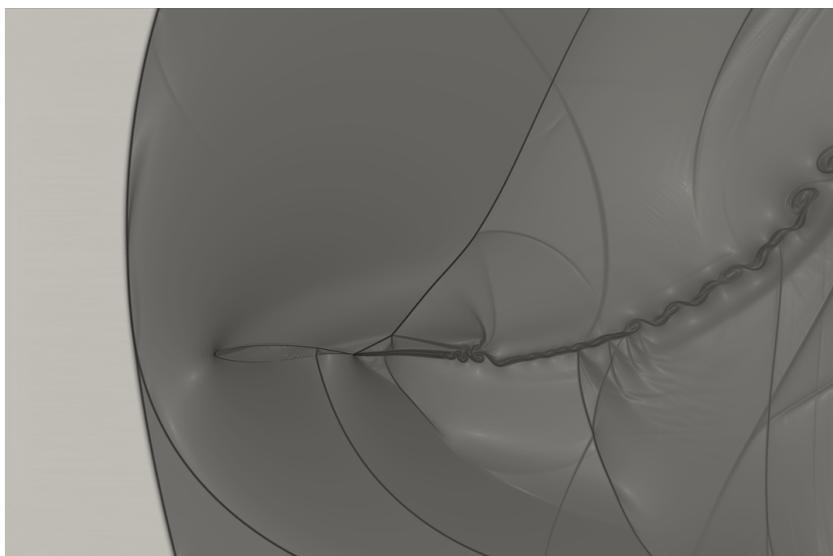
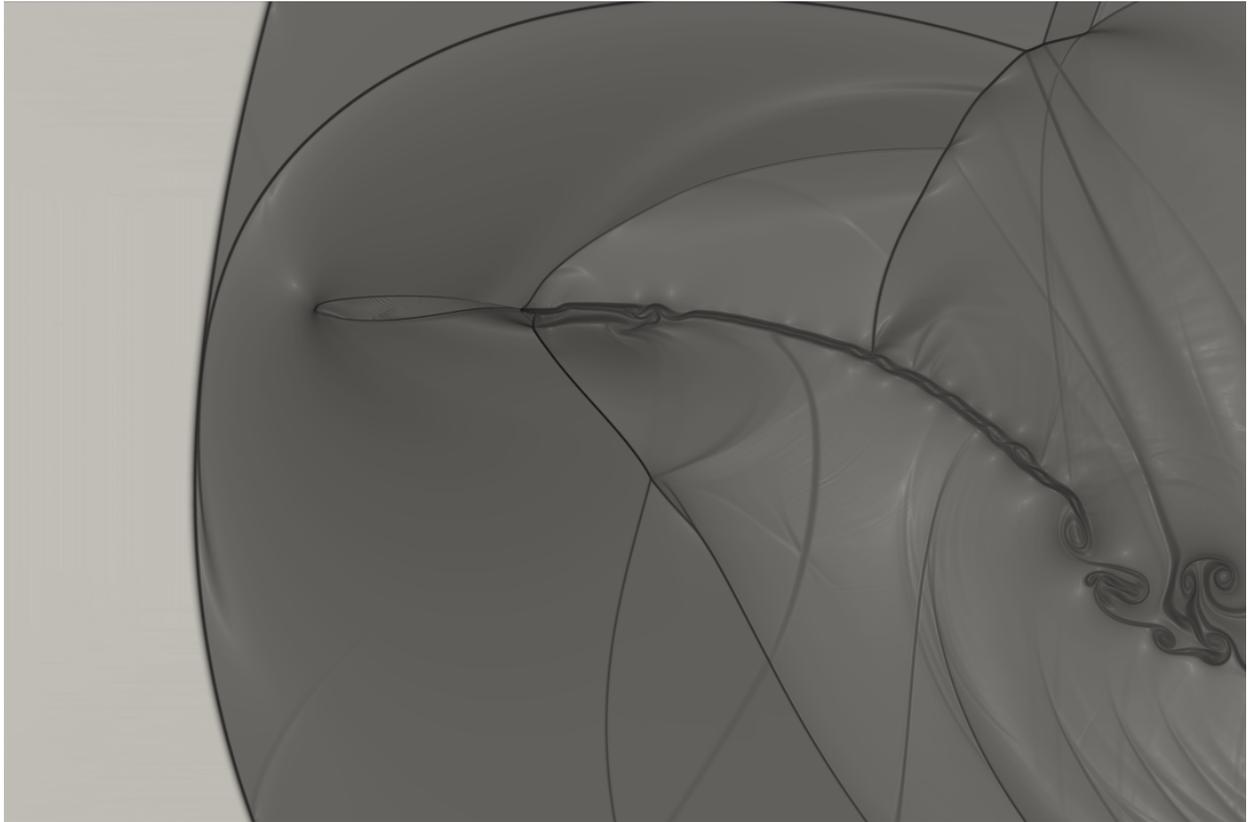
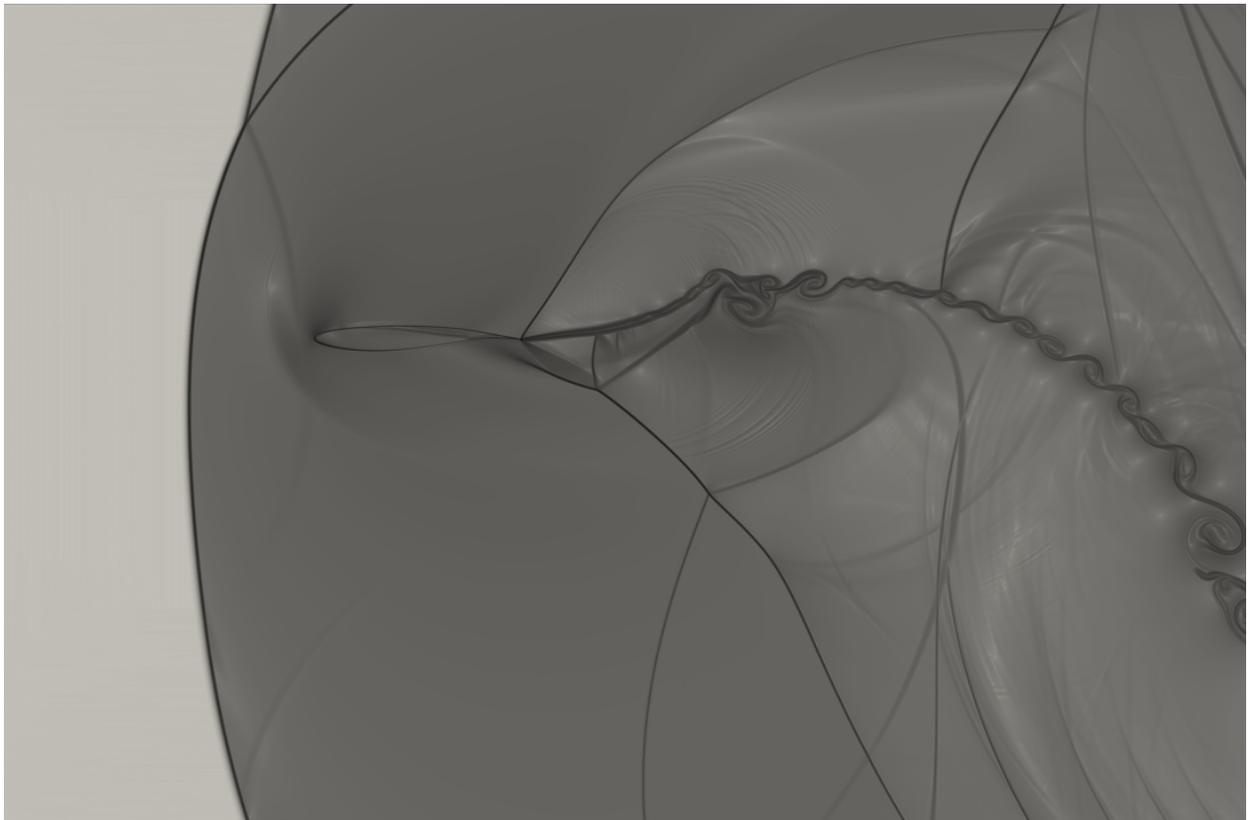


Figura 3.27: OAT15A a 70 Hz

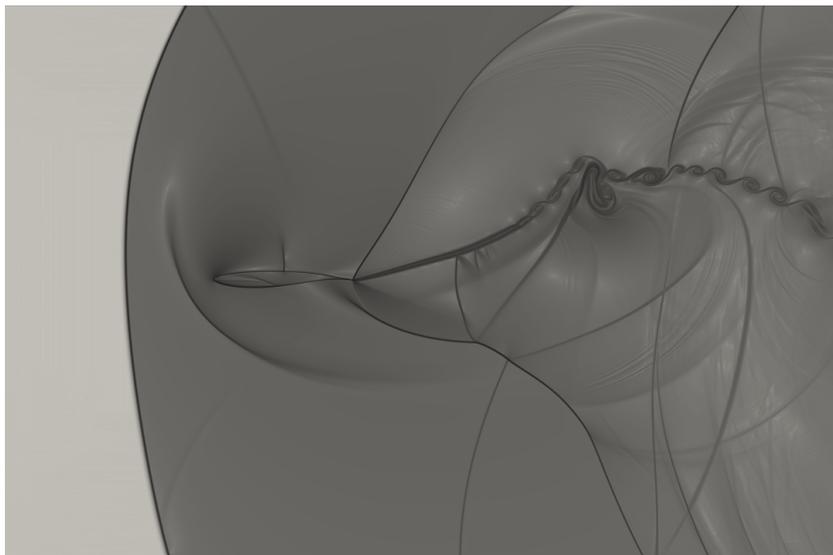
(a)



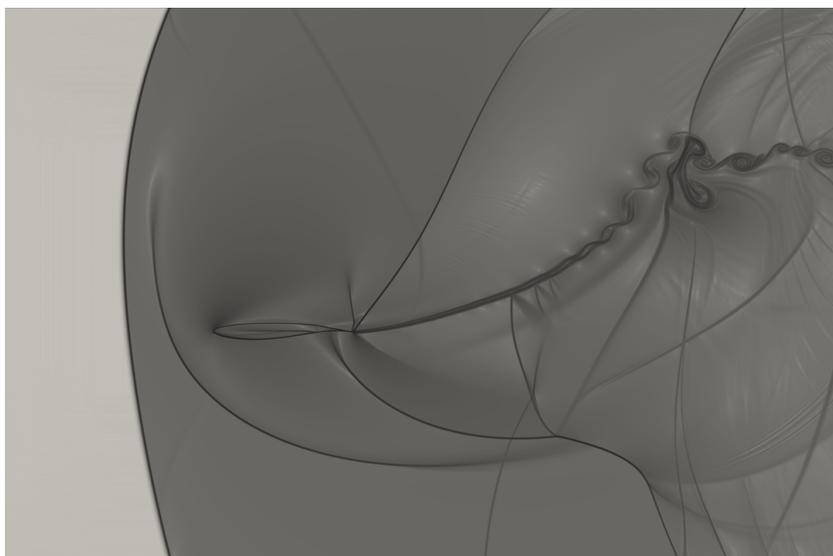
(b)



(c)



(d)



(e)

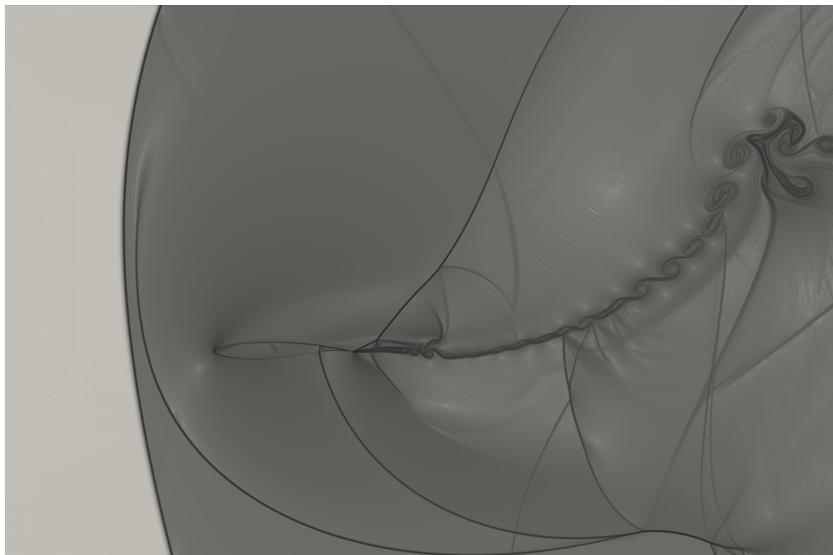
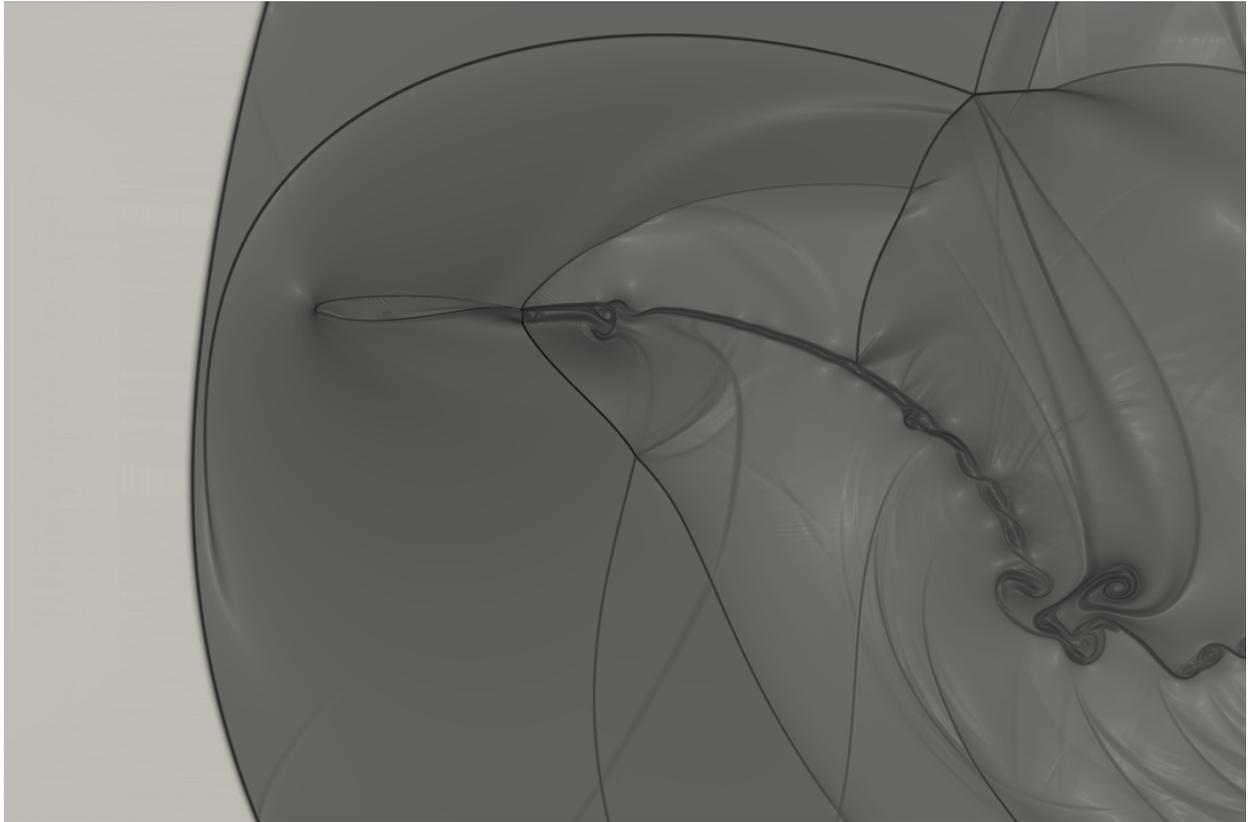
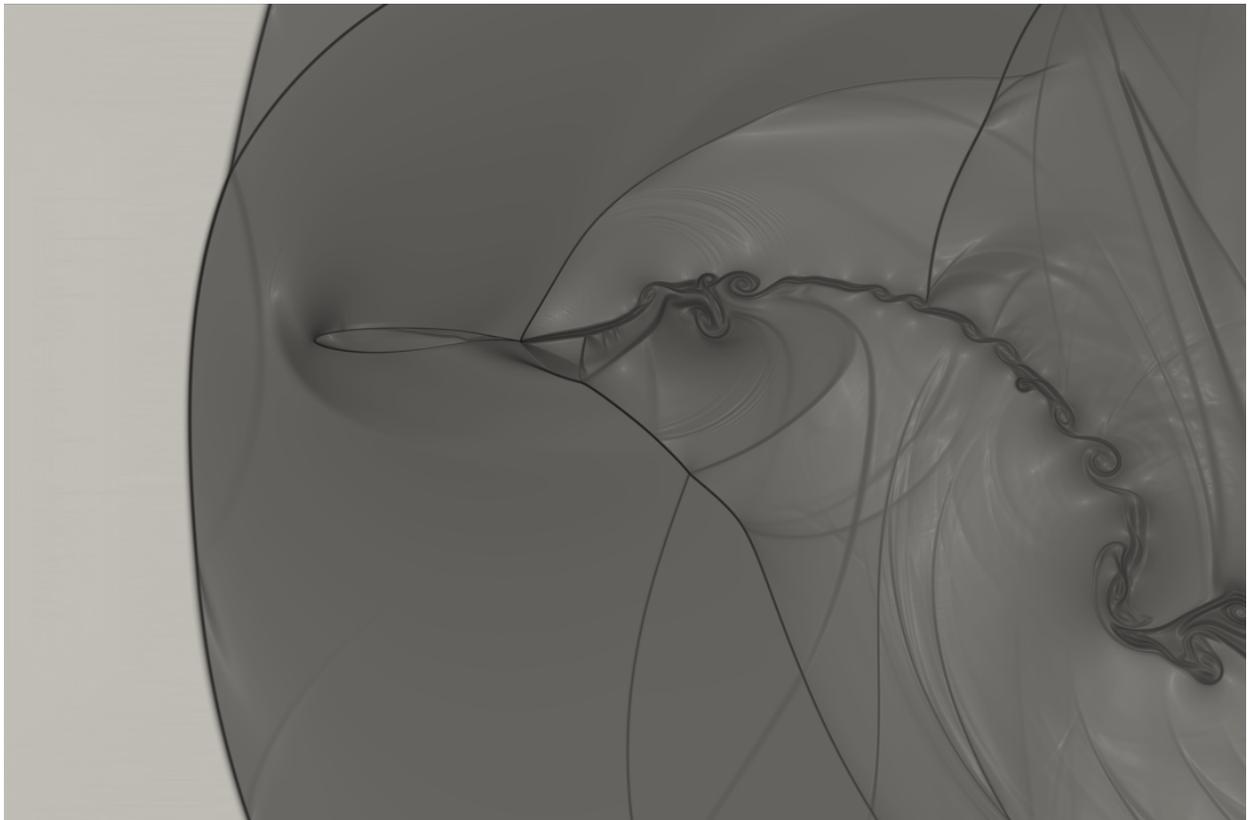


Figura 3.28: OAT15A a 80 Hz

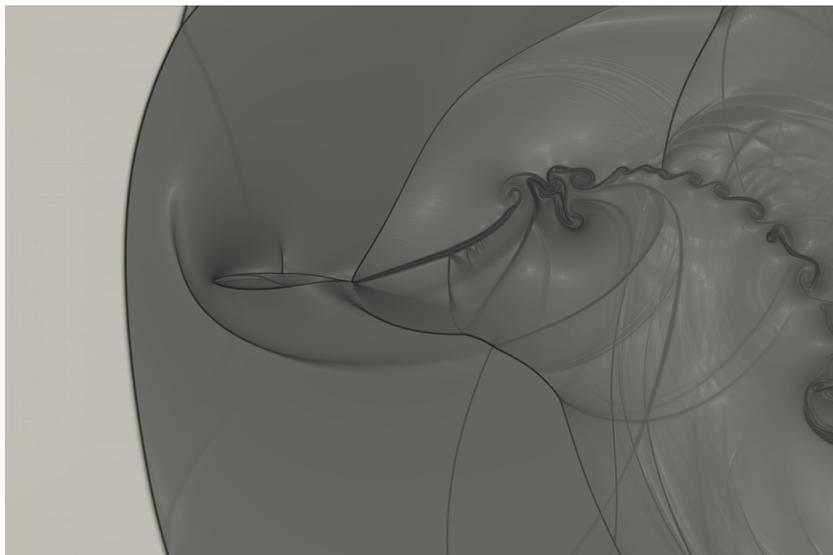
(a)



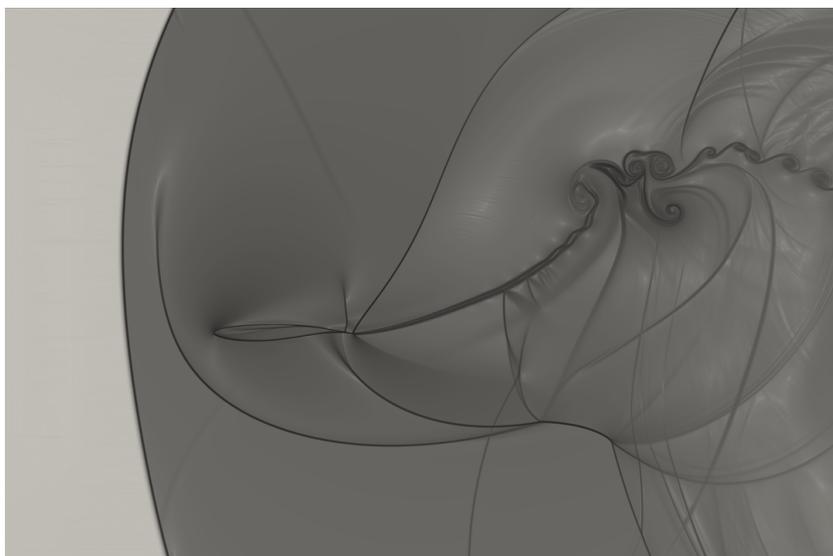
(b)



(c)



(d)



(e)

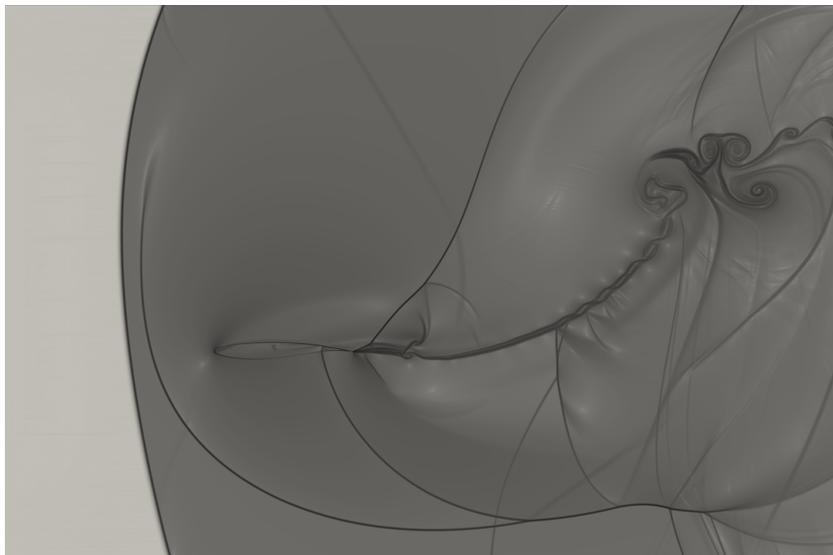
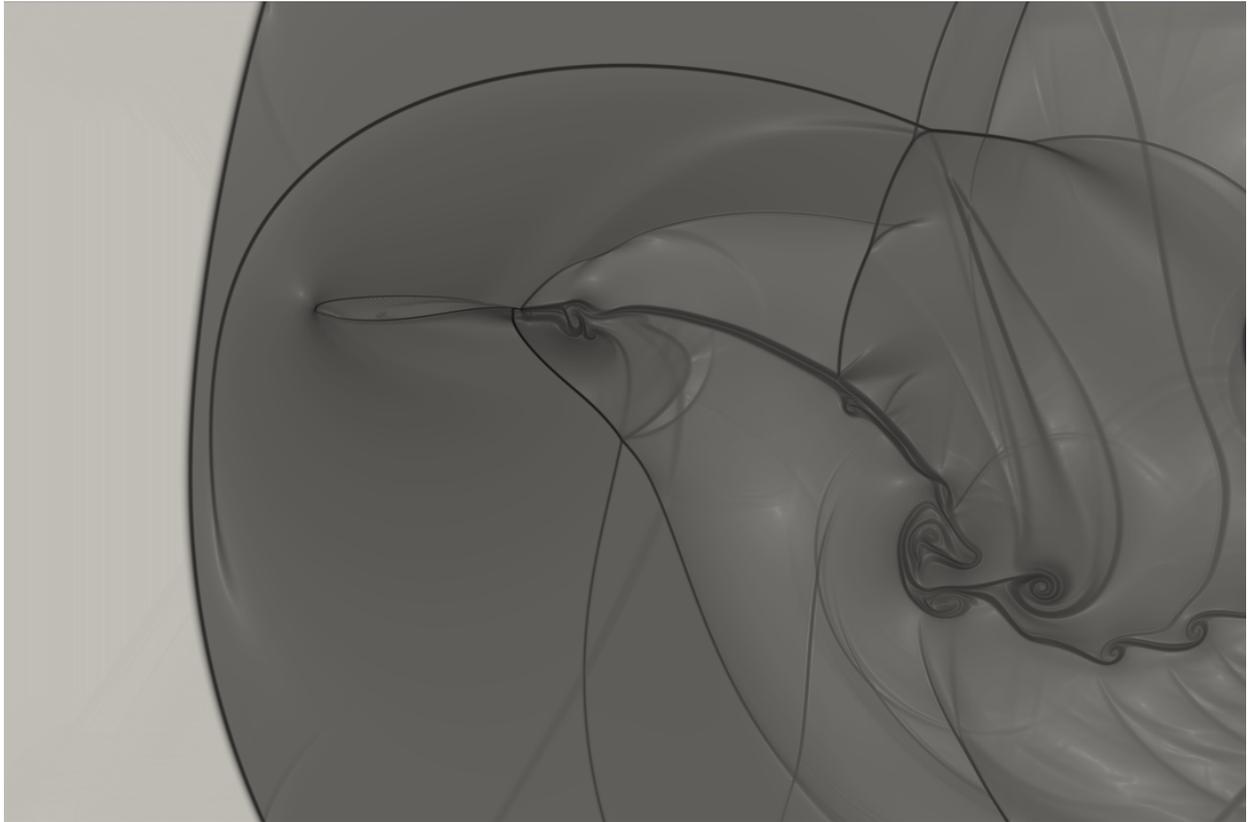
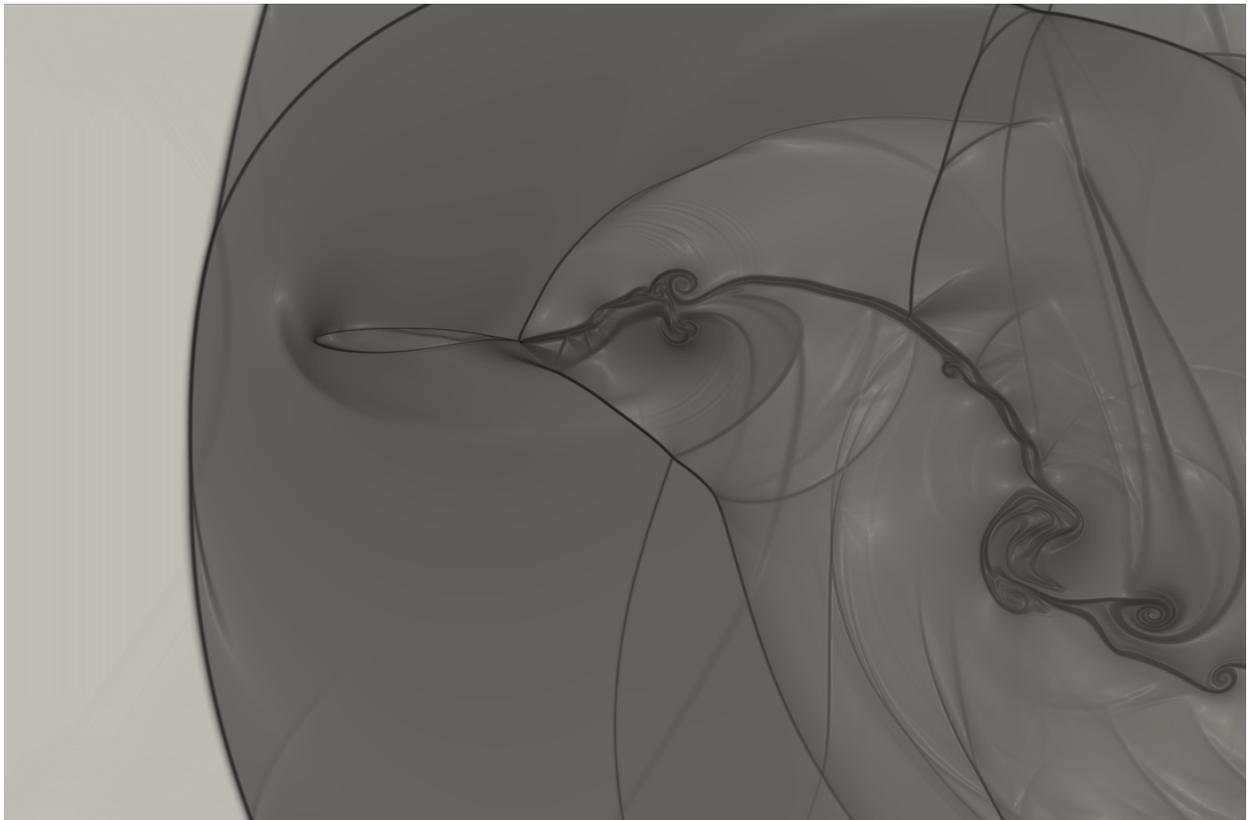


Figura 3.29: OAT15A a 90 Hz

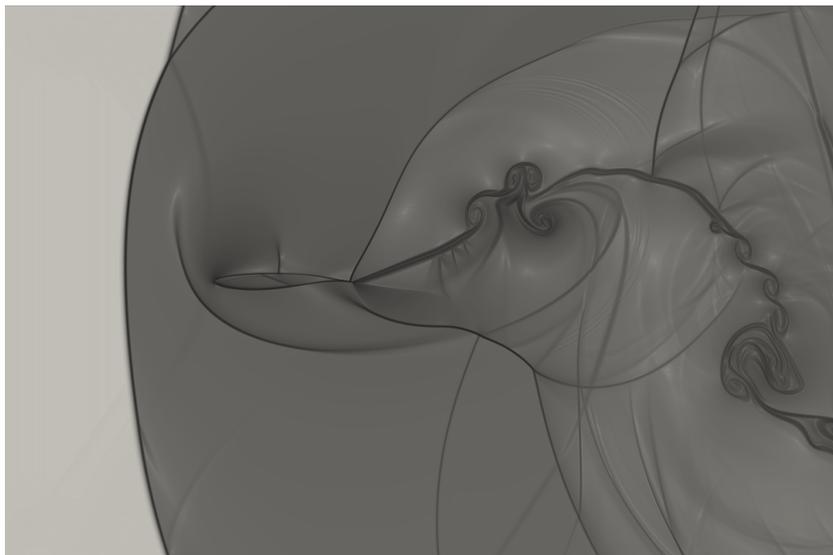
(a)



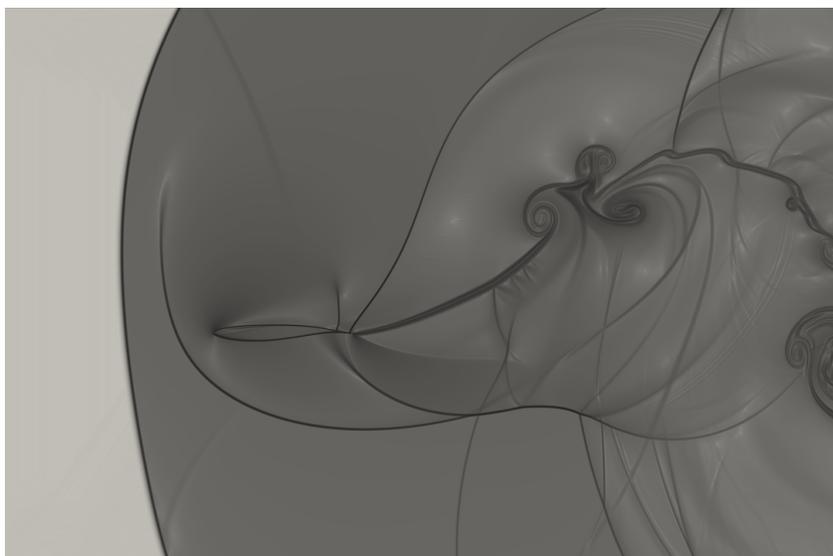
(b)



(c)



(d)



(e)

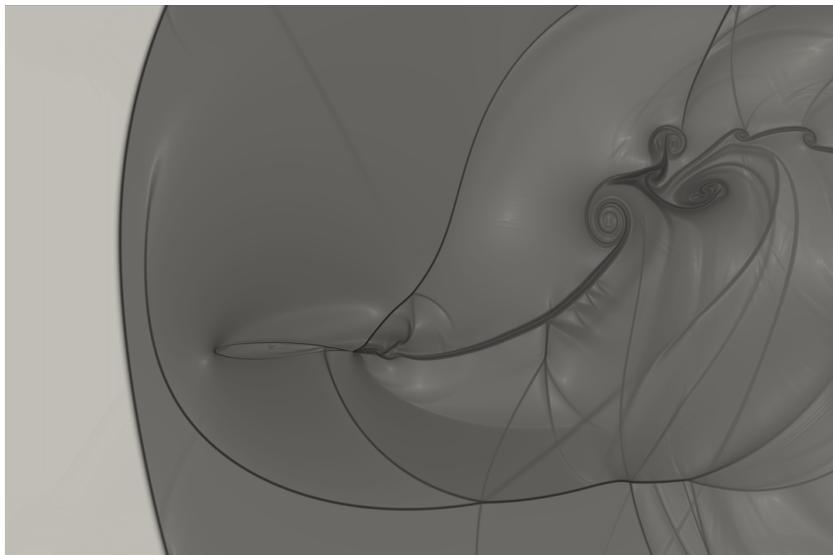
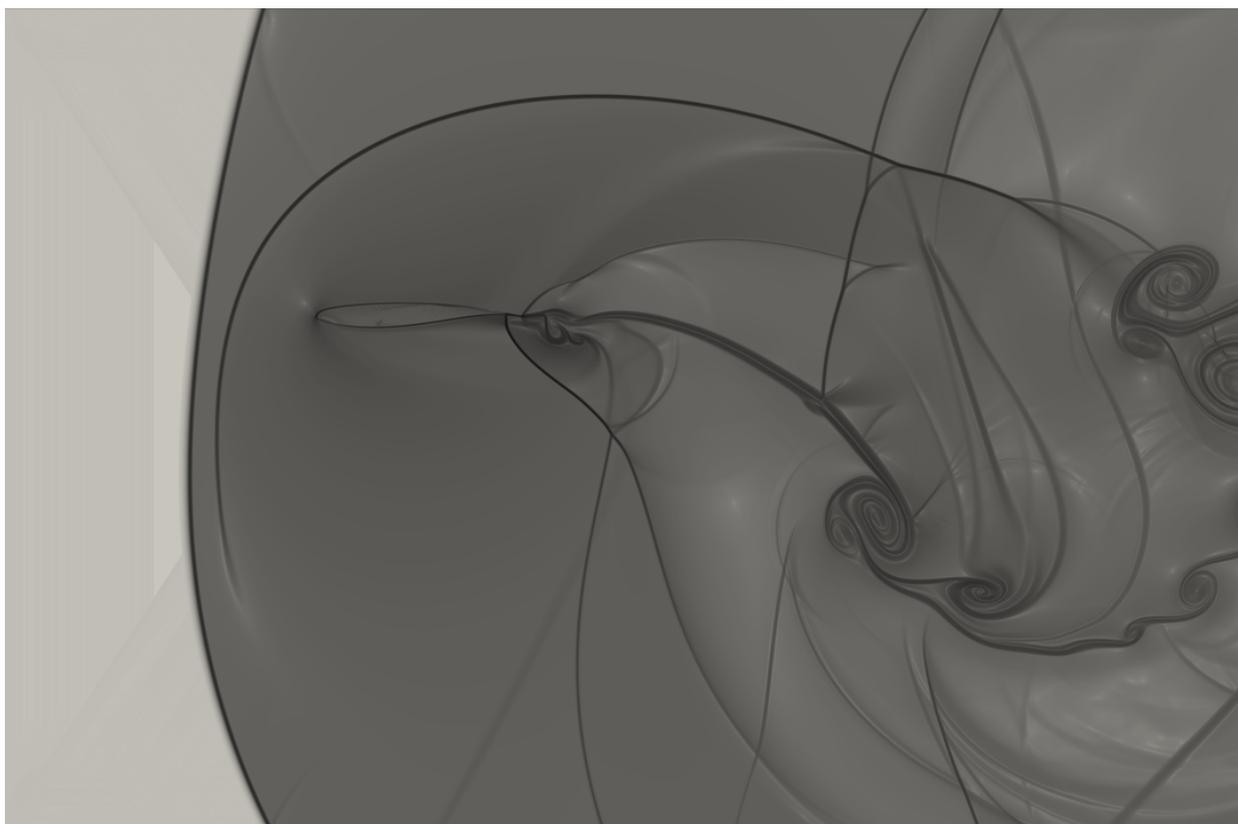
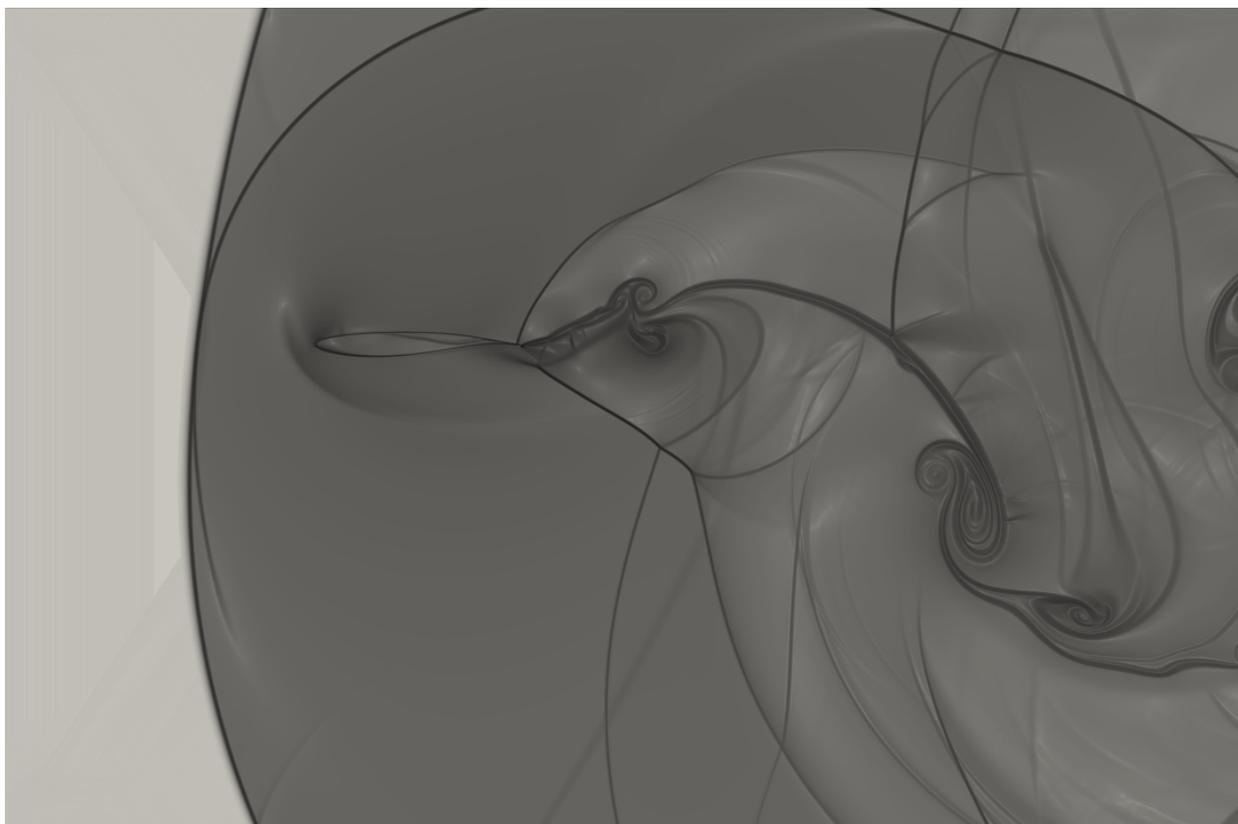


Figura 3.30: OAT15A a 100 Hz

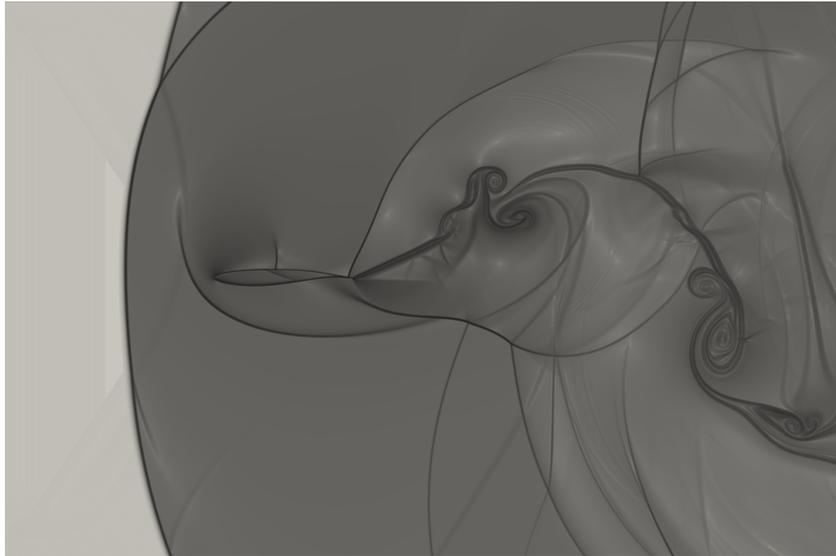
(a)



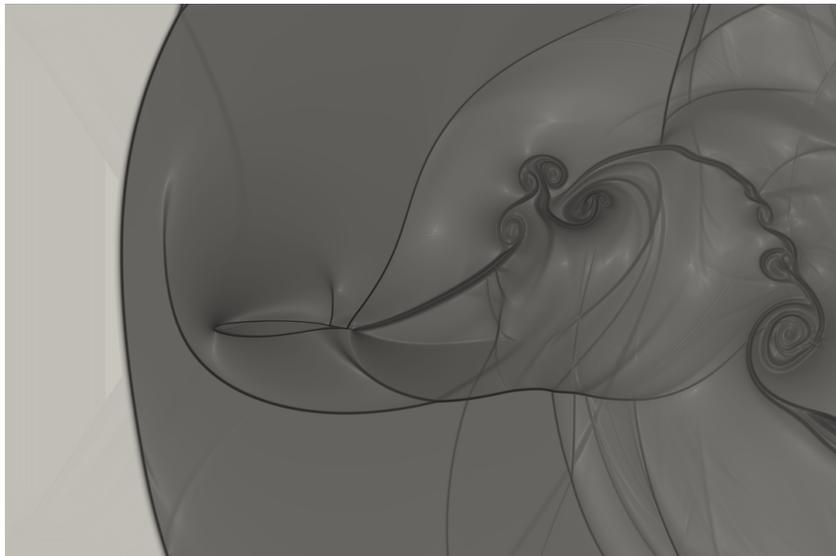
(b)



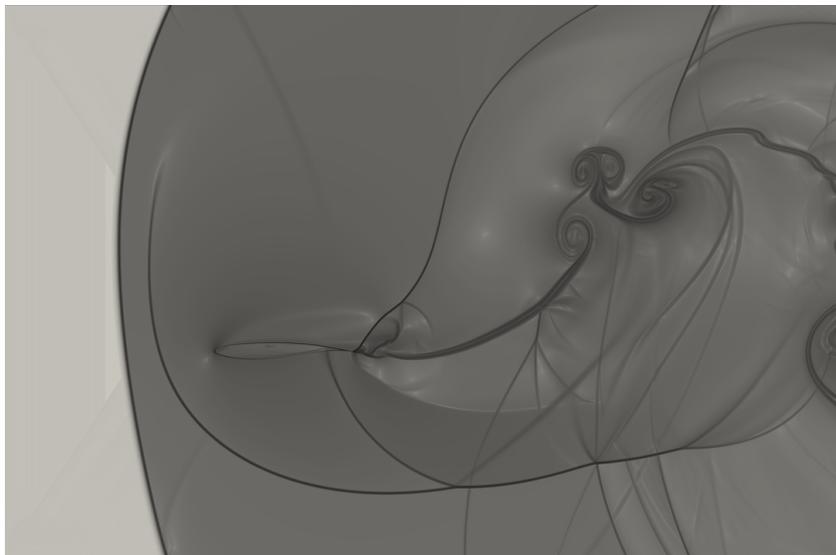
(c)



(d)



(e)



3.3.3 Análise e Comparação

Já por meio da Tabela 3.8 e da Tabela 3.9, percebe-se uma maior dificuldade na simulação do aerofólio OAT15A pelos valores de CFL usados. Com os incrementos das frequências, fenômenos mais complexos começavam a se desenvolver e a interagir entre si no escoamento, e devido à assimetria do OAT15A, algumas regiões da simulação não suportavam a mesma velocidade do domínio numérico usada para o NACA 0012, exigindo valores menores de Δt para o sucesso da simulação.

3.3.3.1 Choque Destacado

Como o escoamento é supersônico, várias regiões da Figura 3.9 à 3.30 possuem $M > 1,0$ e apresentam uma onda de choque destacado característica à frente da geometria. À frente da onda de choque, as linhas de corrente são retas e paralelas, mas ao passar por ela, as propriedades do escoamento mudam drasticamente.

Nas imagens, é possível observar que, quanto maior é a frequência de oscilação, mais a onda de choque destacado é deformada pelo movimento do aerofólio. Para 10 e 20 Hz, o formato da onda é praticamente constante em todas as posições. Para 30 e 40 Hz, a onda começa a se deformar mais de acordo com o movimento. Já a partir de 50 Hz, existe outro fenômeno contribuindo com a deformação da onda, que é a formação de ondas de choque destacado devido à velocidade do movimento vertical, que se aproxima da velocidade de referência, ou seja, o que seria a velocidade de propagação do som da simulação. As ondas menores continuam viajando à montante até se encontrarem com a onda de choque destacado causada pela velocidade do escoamento não perturbado. Em alguns casos, como na Figura 3.17c e na Figura 3.29c, pode-se identificar mais de uma onda de choque do movimento vertical se acumulando após o choque destacado.

3.3.3.2 Onda de Bordo de Fuga

Outra onda de choque característica do escoamento supersônico se encontra no bordo de fuga dos aerofólios, porém seu formato muda radicalmente com o incremento das frequências. Na Figura 3.9, do NACA 0012 estático, a onda de bordo de fuga é exatamente como na ilustração anteriormente mostrada na Figura 1.2c, entretanto, o mesmo não pode ser afirmado sobre o OAT15A estático da Figura 3.20. Sua característica assimétrica causou o deslocamento e a deformação da parte inferior da onda de choque de bordo de fuga. Em algumas posições do ciclo, a parte inferior da onda chega a se destacar da geometria, como observado na Figura 3.23a, Figura 3.24b e Figura 3.30d, por exemplo.

3.3.3.3 Ondas de Choque Lambda

Em zonas locais de escoamento supersônico laminar, os choques lambda podem se formar [15]. Em alguns casos, esses choques apareceram isoladamente sobre a superfície do aerofólio, como na Figura 3.17c e na Figura 3.27c, por exemplo. Os choques lambda também podem se formar sobre

a esteira, como nas Figuras 3.12b a 3.12e. Em alguns casos, esses choques não estão sozinhos, que é o caso da Figura 3.13e e da Figura 3.24e.

3.3.3.4 Vórtices

Apenas nas simulações estáticas, Figura 3.9 e Figura 3.20, observa-se uma esteira inteiramente não perturbada. Já a partir de 10 Hz, nos pontos de máximo e mínimo inicia-se a formação de vórtices na esteira, observado na Figura 3.10e e Figura 3.22a. Para o OAT15A, as formações são mais constantes, estando presentes em todas as frequências. Em frequências intermediárias, como na Figura 3.14e e Figura 3.25a, a esteira apresenta padrões de formação de vórtices de certa maneira ainda organizados e em maior quantidade ao longo do ciclo. A partir de 60 Hz, para ambos aerofólios, a esteira começa a apresentar eventos individuais e aleatórios. Os maiores exemplos desse comportamento são a Figura 3.19c e a Figura 3.30d.

Para as combinações de amplitude e frequências simuladas, não foi possível obter um padrão organizado de vórtices com sentido alternado na esteira. Uma justificativa para isso é que possivelmente o regime supersônico não permitia a formação dos vórtices em uma região próxima ao aerofólio, impedindo a influência desse fenômeno sobre a sua superfície.

Outro aspecto é a amplitude de oscilação, que parece ser muito grande. Aplicando amplitudes menores, os vórtices, que são gerados nos pontos de máximo e de mínimo do ciclo, seriam gerados em uma sequência muito mais próxima, apresentando outro padrão de escoamento.

3.4 Distribuição do Coeficiente de Pressão

As distribuições do coeficiente de pressão são apresentadas nesta seção. Os casos estáticos são representados da maneira tradicional, através de gráficos do coeficiente em função da posição na corda, para o extradorso e intradorso. Já os casos com oscilação vertical possuem uma representação diferenciada. Os gráficos são curvas de nível do coeficiente de pressão em função da posição na corda e do tempo para um ciclo completo, segundo a representação na Figura 3.8, para o extradorso e intradorso.

Para o NACA 0012 com oscilação, foram utilizados 30 arquivos para compor um ciclo completo. No caso do OAT15A, foram utilizados 500 arquivos.

3.4.1 NACA 0012

Figura 3.31: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 estático

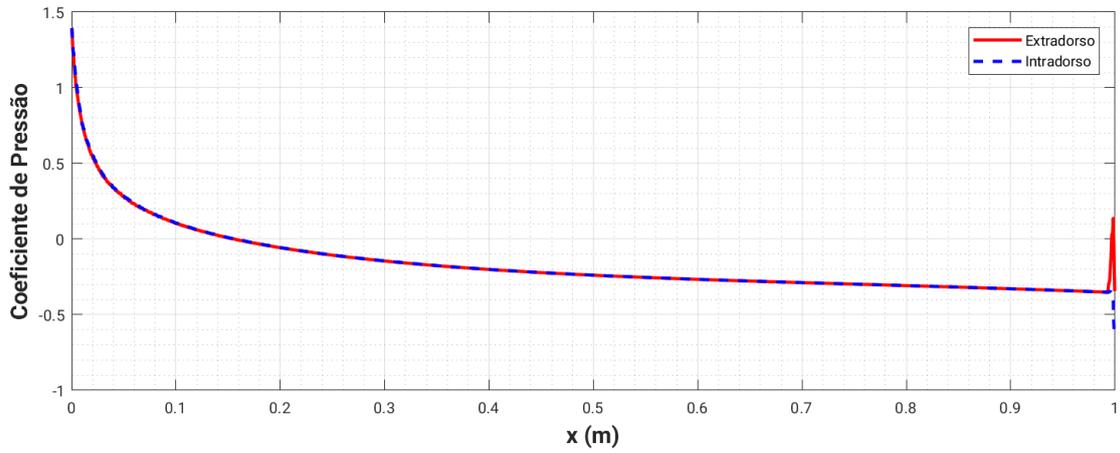


Figura 3.32: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 10 Hz

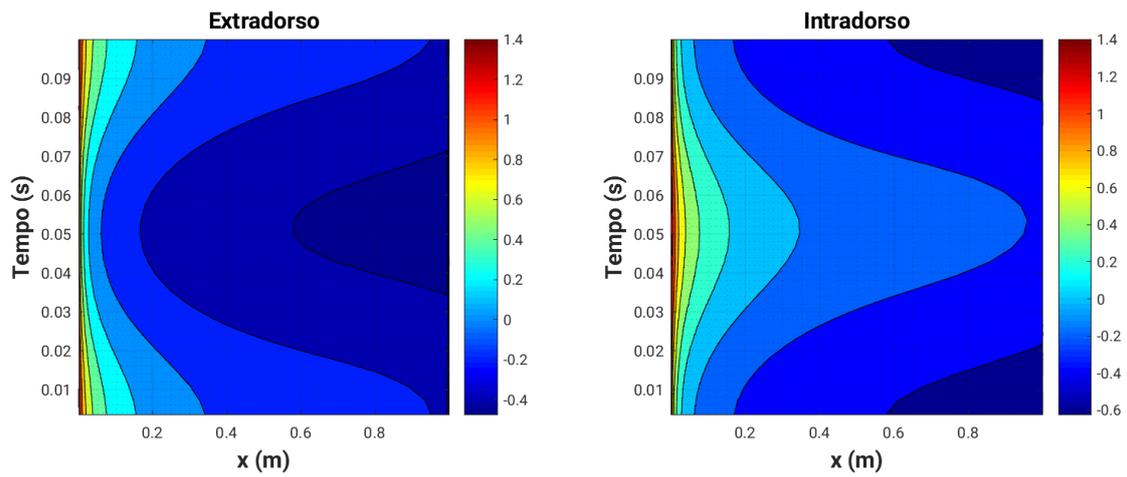


Figura 3.33: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 20 Hz

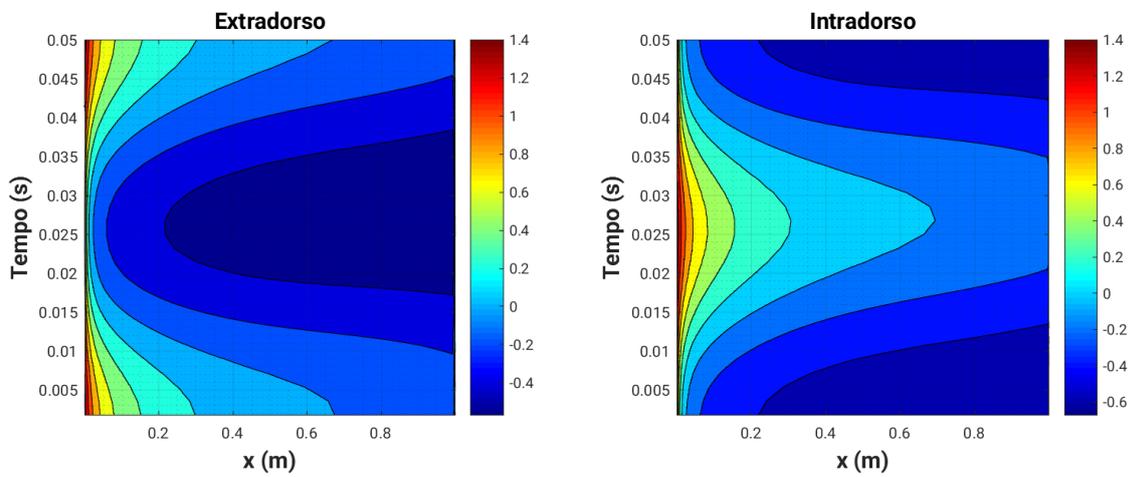


Figura 3.34: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 30 Hz

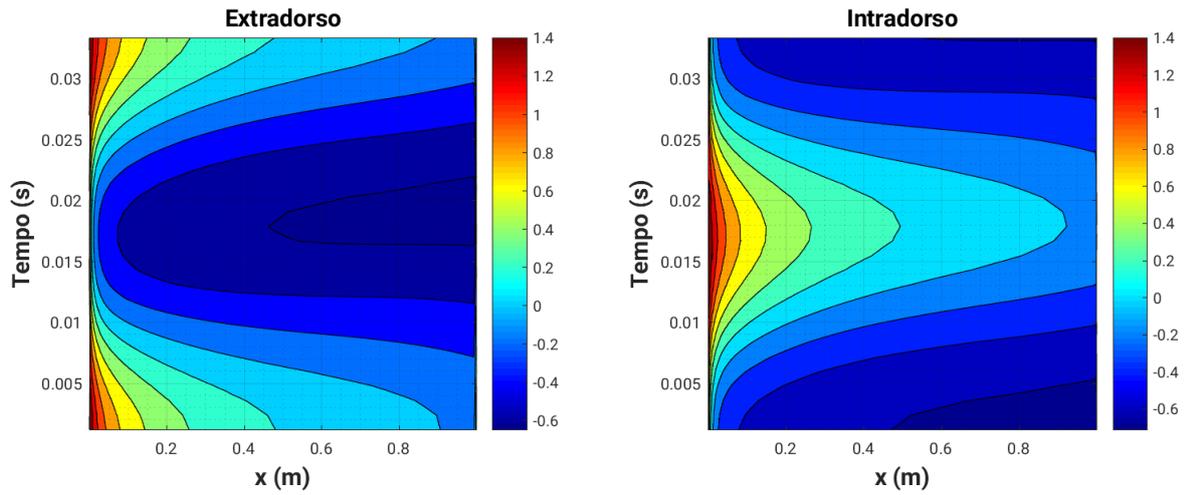


Figura 3.35: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 40 Hz

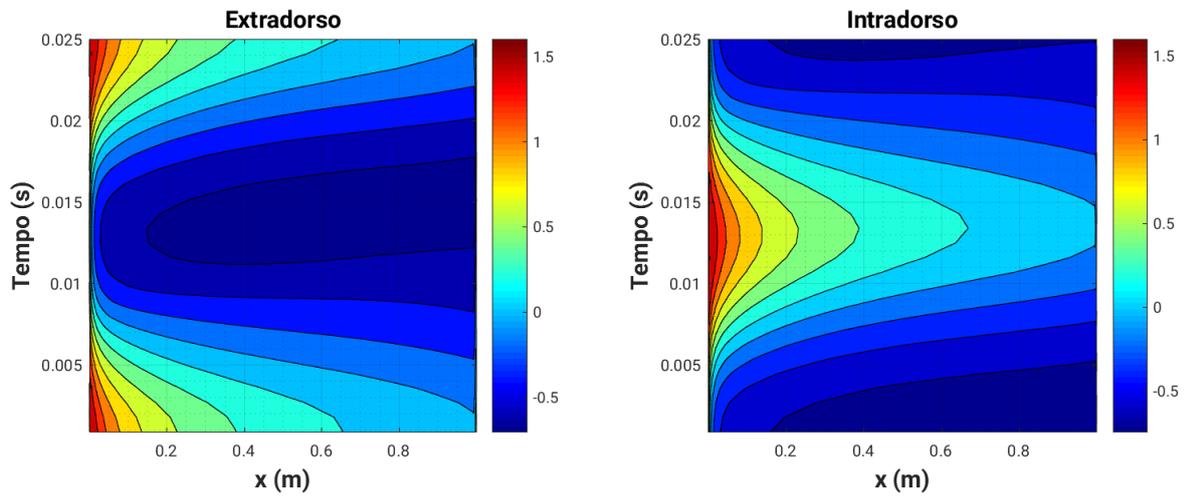


Figura 3.36: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 50 Hz

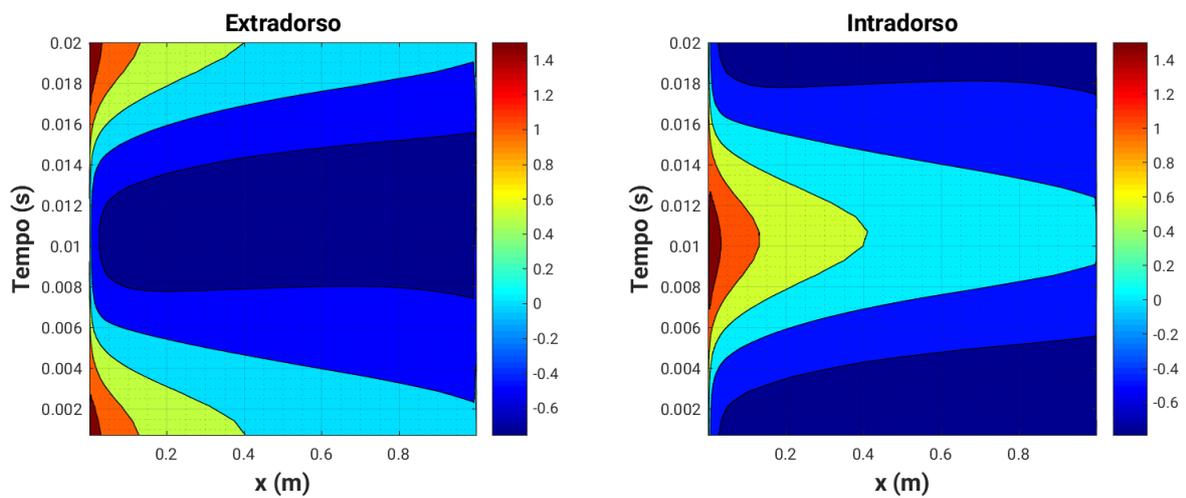


Figura 3.37: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 60 Hz

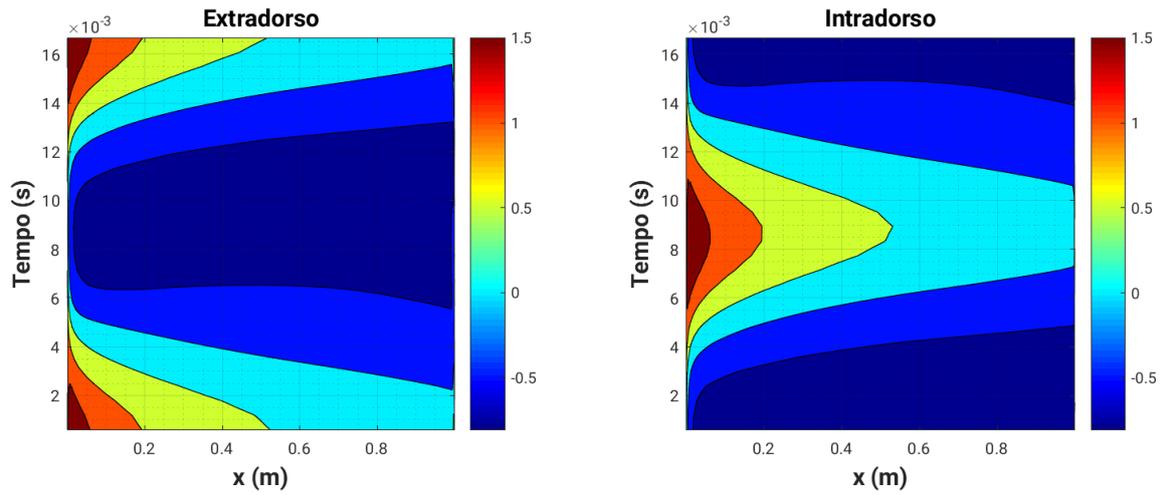


Figura 3.38: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 70 Hz

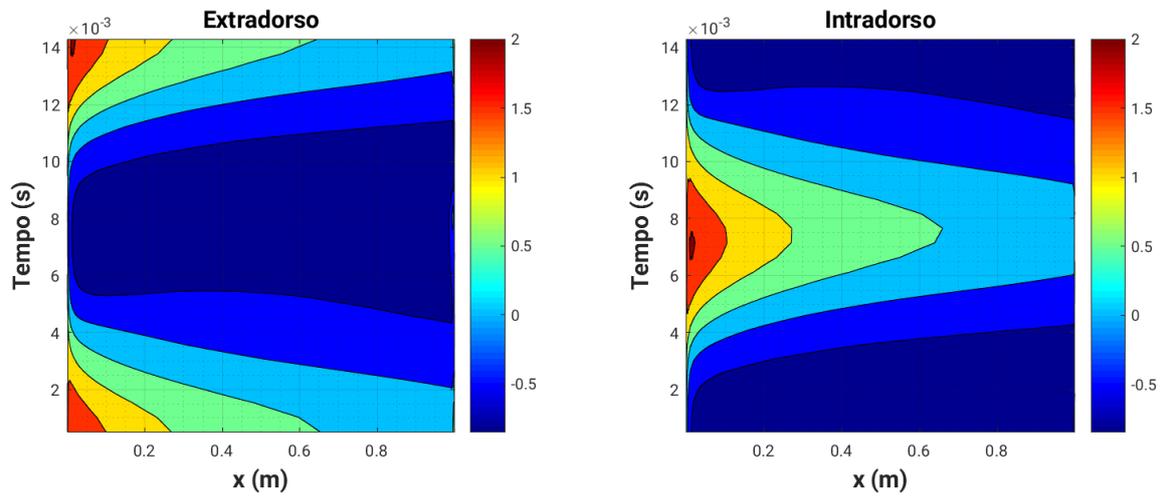


Figura 3.39: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 80 Hz

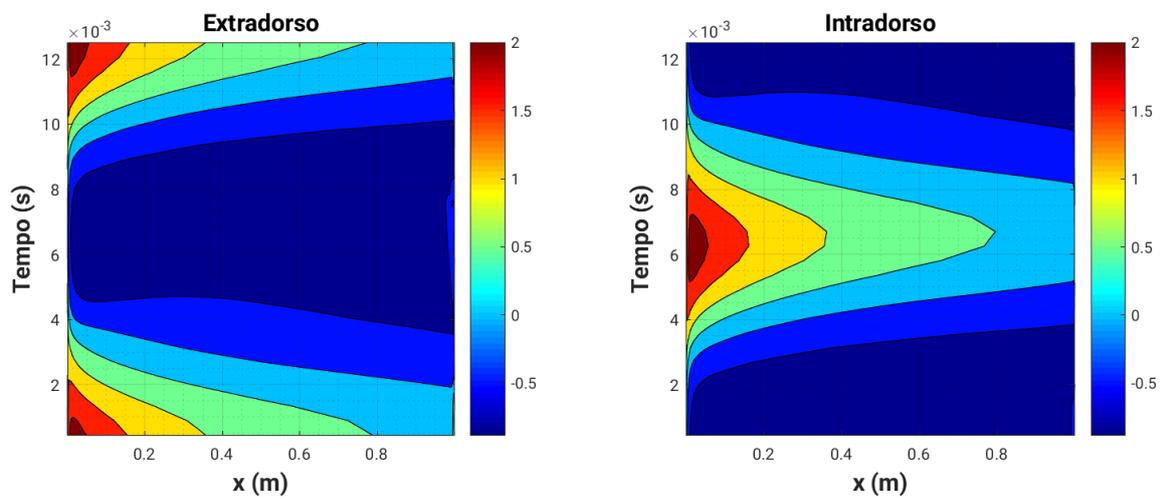


Figura 3.40: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 90 Hz

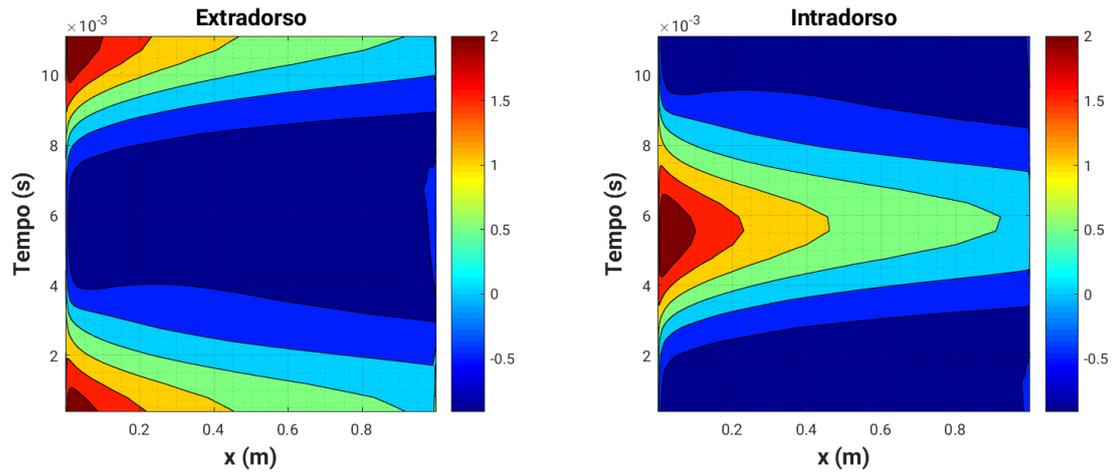
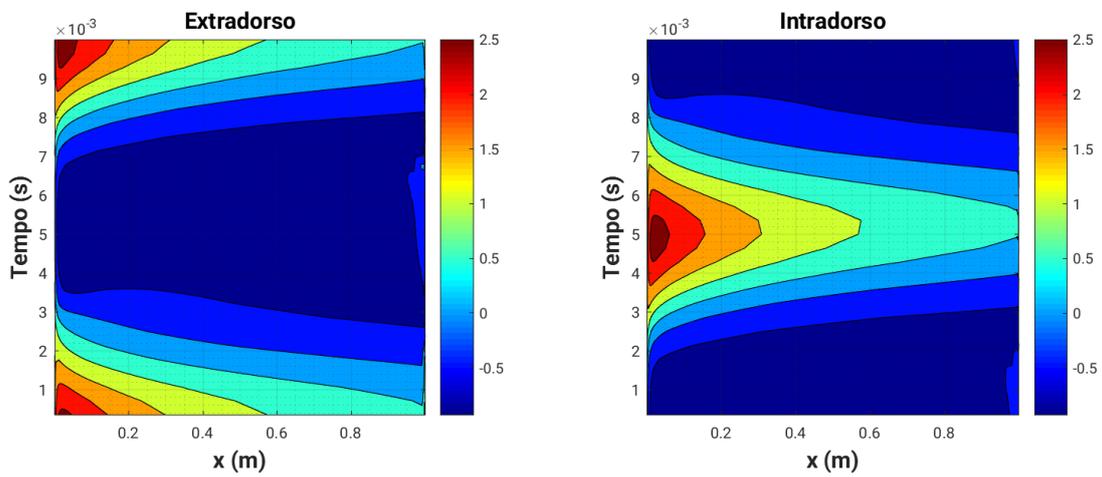


Figura 3.41: Distribuição do coeficiente de pressão no NACA 0012 a 100 Hz



3.4.2 OAT15A

Figura 3.42: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A estático

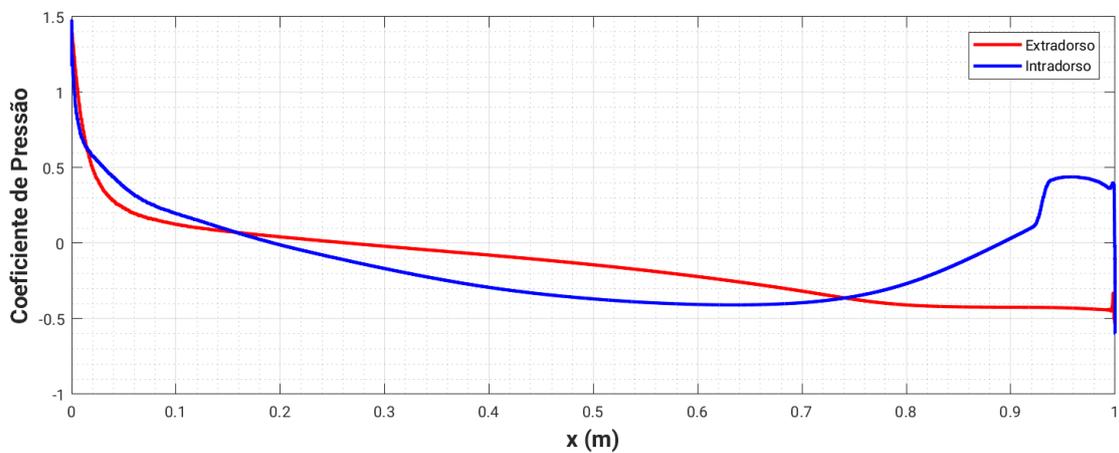


Figura 3.43: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 10 Hz

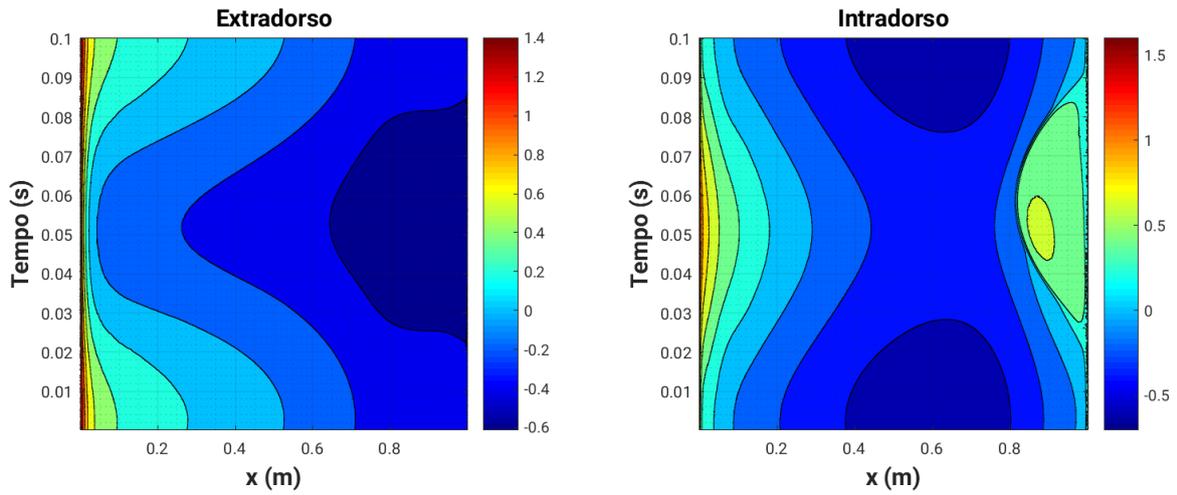


Figura 3.44: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 20 Hz

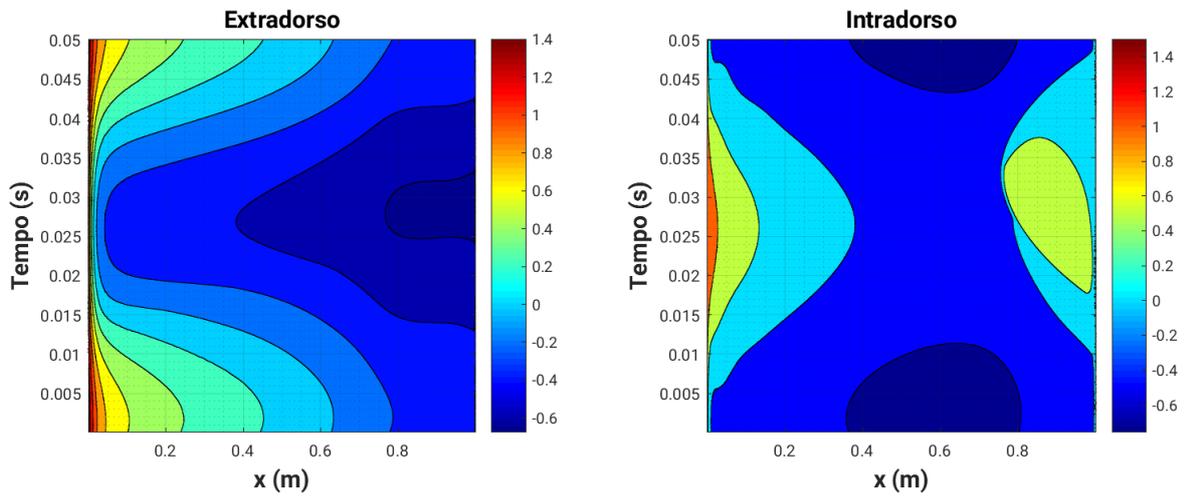


Figura 3.45: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 30 Hz

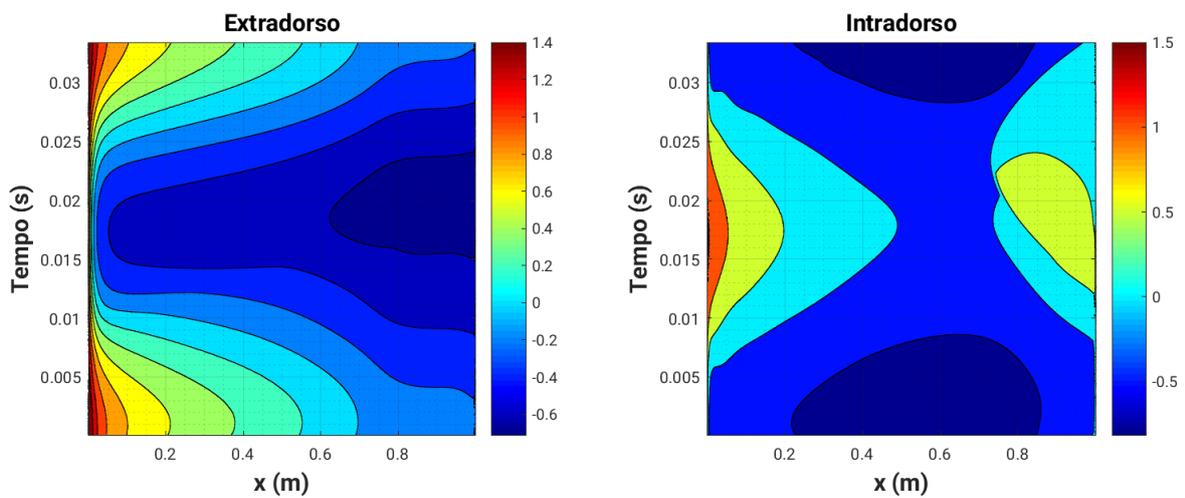


Figura 3.46: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 40 Hz

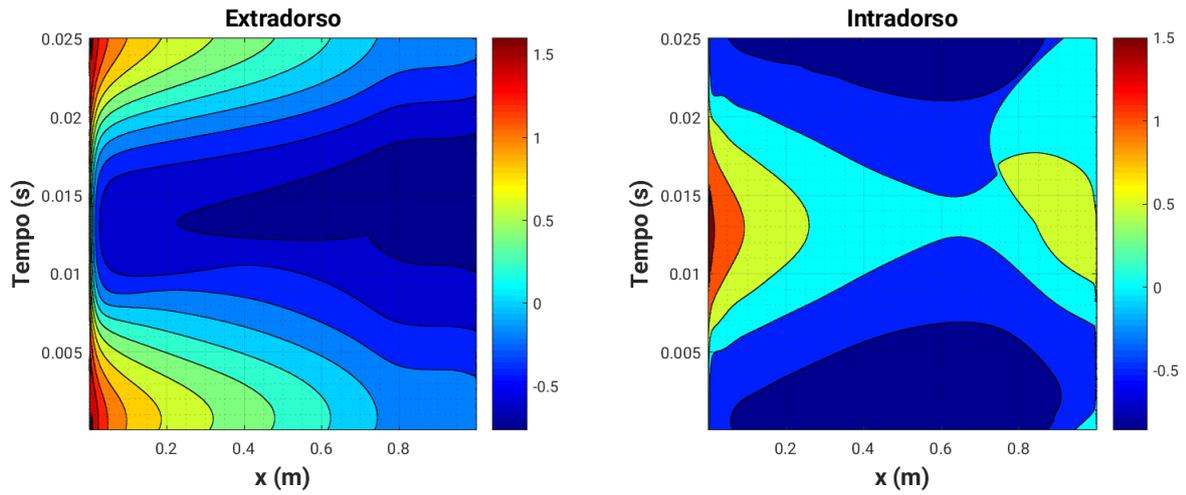


Figura 3.47: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 50 Hz

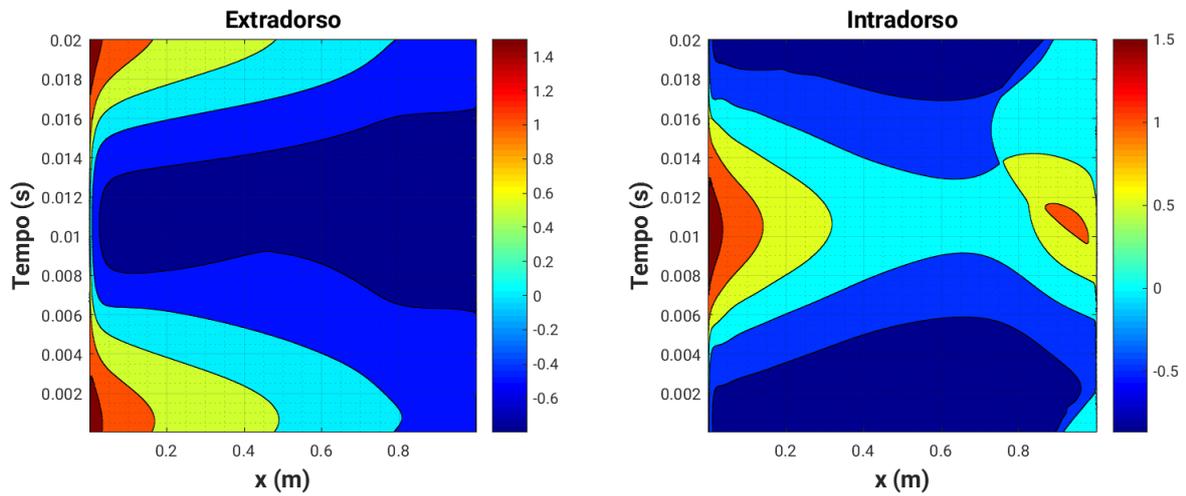


Figura 3.48: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 60 Hz

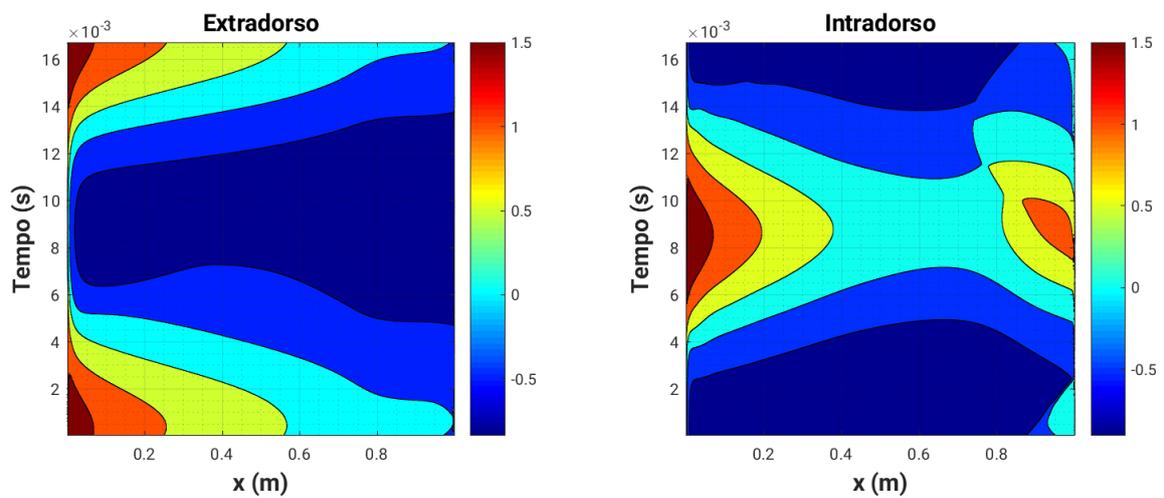


Figura 3.49: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 70 Hz

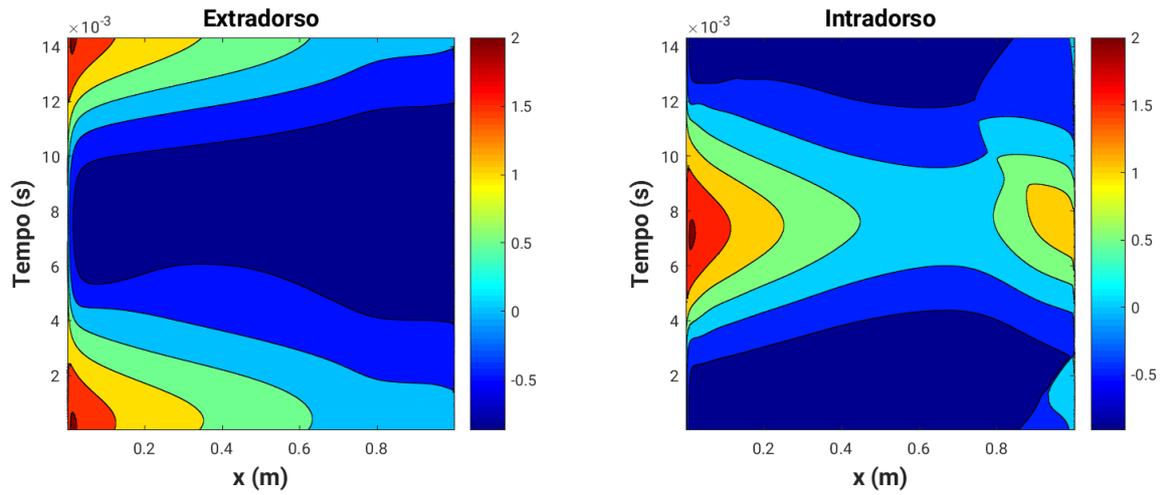


Figura 3.50: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 80 Hz

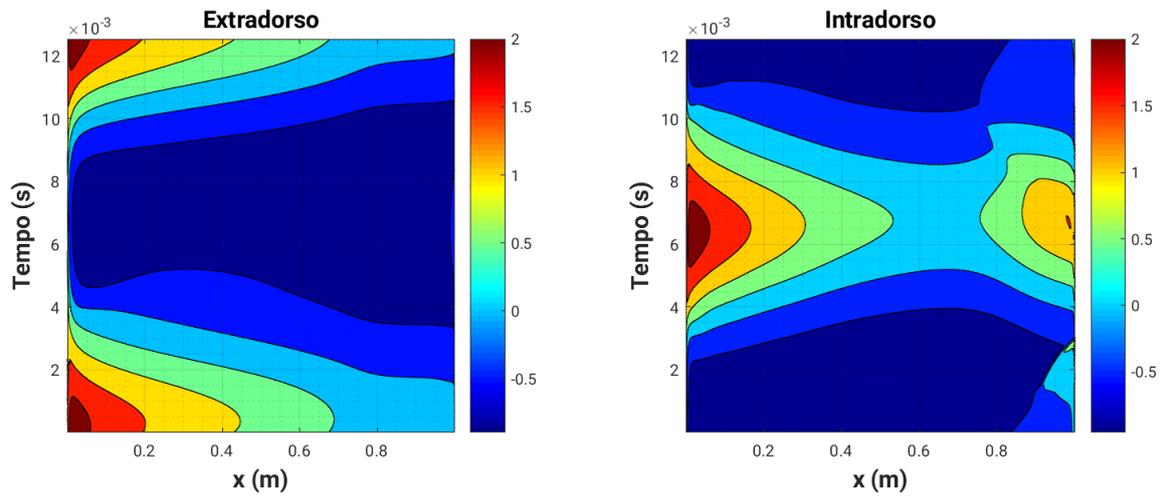


Figura 3.51: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 90 Hz

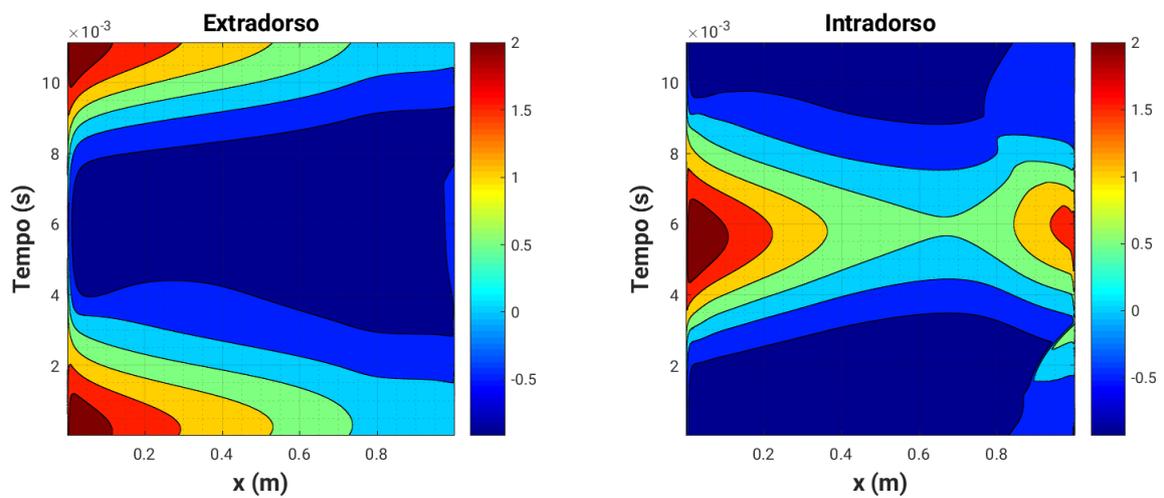
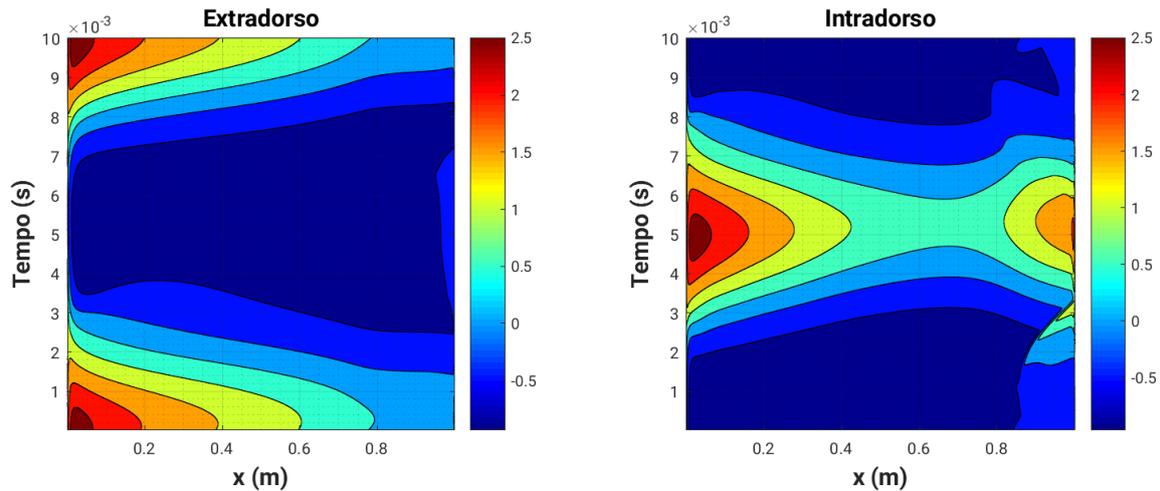


Figura 3.52: Distribuição do coeficiente de pressão no OAT15A a 100 Hz



3.4.3 Análise e Comparação

Como esperado, nos gráficos das simulações com oscilação, o bordo de ataque do intradorso apresenta os valores mais altos para o coeficiente de pressão no meio do ciclo, condição que mais se aproxima do caso estático. Para ambos aerofólios, os valores máximos de coeficiente de pressão no caso estático, Figuras 3.32 e 3.42, são próximos de 1,5. Com a evolução nos valores da frequência, o coeficiente de pressão máximo para os dois aerofólios aumenta para aproximadamente 2,5.

É possível observar que, para o NACA 0012, já a partir de 20 Hz, Figura 3.33, os gráficos não parecem ser simétricos no tempo, pois mesmo sendo um aerofólio simétrico, o escoamento ao seu redor não é, causando a histerese. Vários fenômenos em torno na geometria possuem velocidades de propagação e efeitos diferentes sobre o escoamento, e é visível, através dos gráficos, que a segunda metade do ciclo possui os maiores valores de pressão.

Outra observação a ser feita é relativa ao número de arquivos necessários para cada geometria. Para o OAT15A, a quantidade de arquivos registrados por ciclo teve um grande aumento com relação ao NACA 0012, para que certos detalhes nos gráficos fossem bem representados, o que foi extremamente necessário na região do bordo de fuga. Como já foi visto na Seção 3.3, o OAT15A apresenta ondas de choque sobre o seu intradorso, em cerca de 80% da corda e no ponto médio do ciclo. Conforme o aerofólio se movimentava, a onda de choque se afastava em direção ao bordo de fuga, o que é possível identificar nos gráficos.

3.5 Coeficientes Aerodinâmicos

Os coeficientes de sustentação, arrasto e momento são apresentados nesta seção. Exceto nos casos estáticos, foi dado um destaque à curva de coeficiente de arrasto, pois a sua amplitude varia em uma escala muito menor em comparação com os outros coeficientes. Para todas as simulações, os arquivos dos coeficientes aerodinâmicos foram atualizados a cada iteração.

3.5.1 NACA 0012

Figura 3.53: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 estático

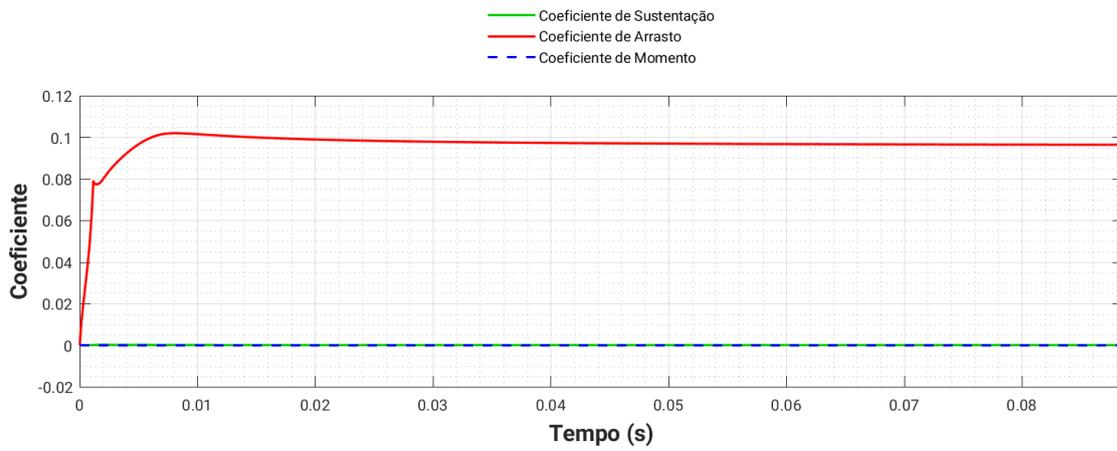


Figura 3.54: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 10 Hz

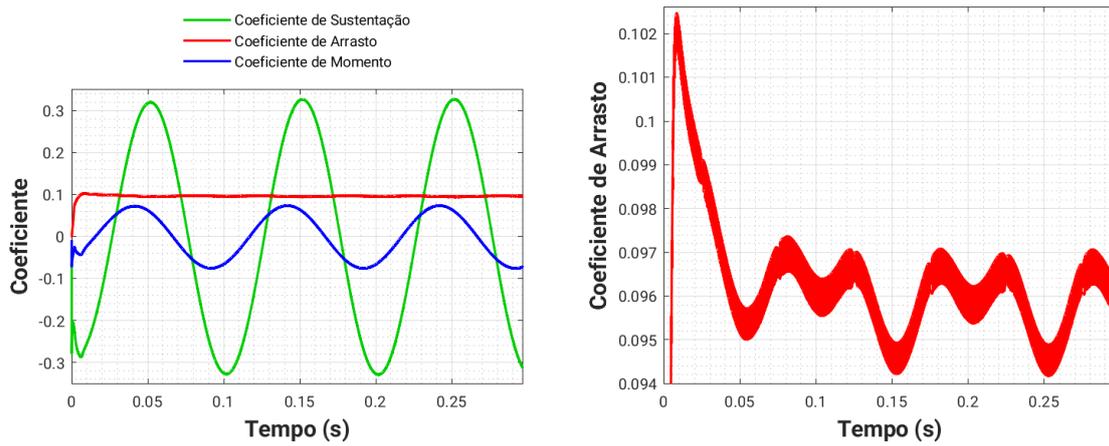


Figura 3.55: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 20 Hz

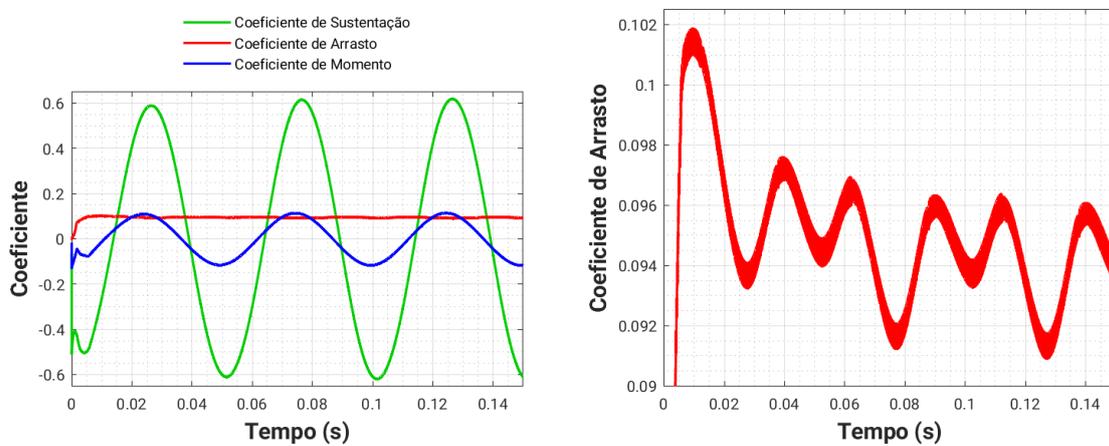


Figura 3.56: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 30 Hz

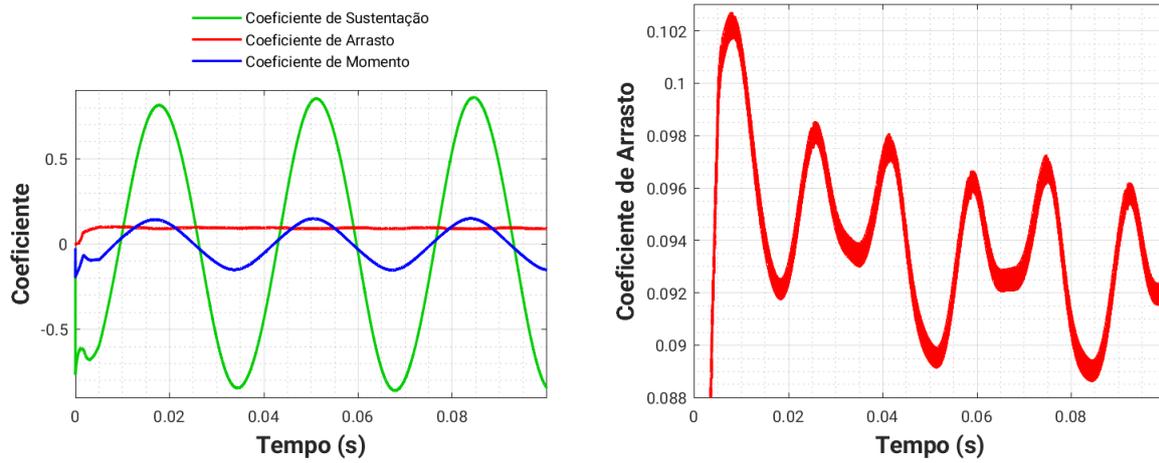


Figura 3.57: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 40 Hz

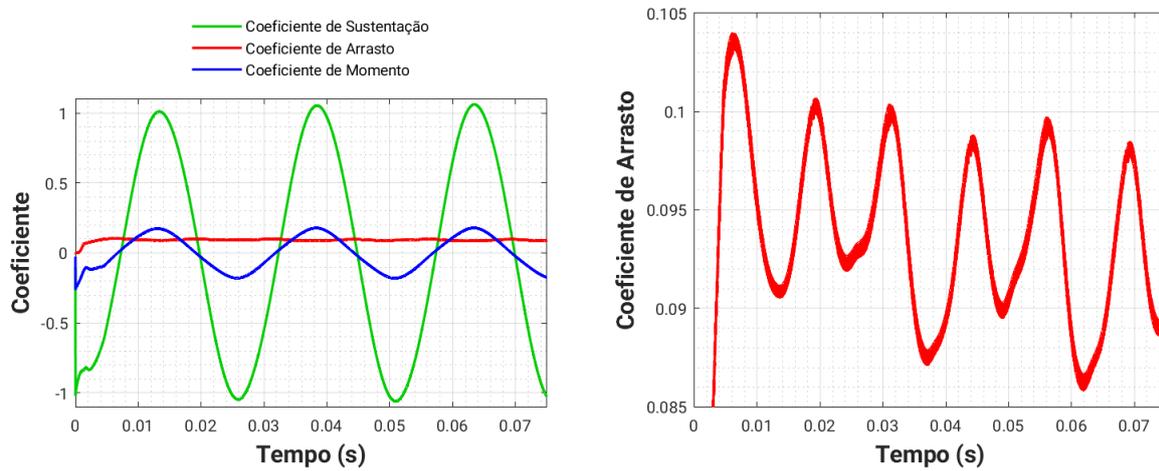


Figura 3.58: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 50 Hz

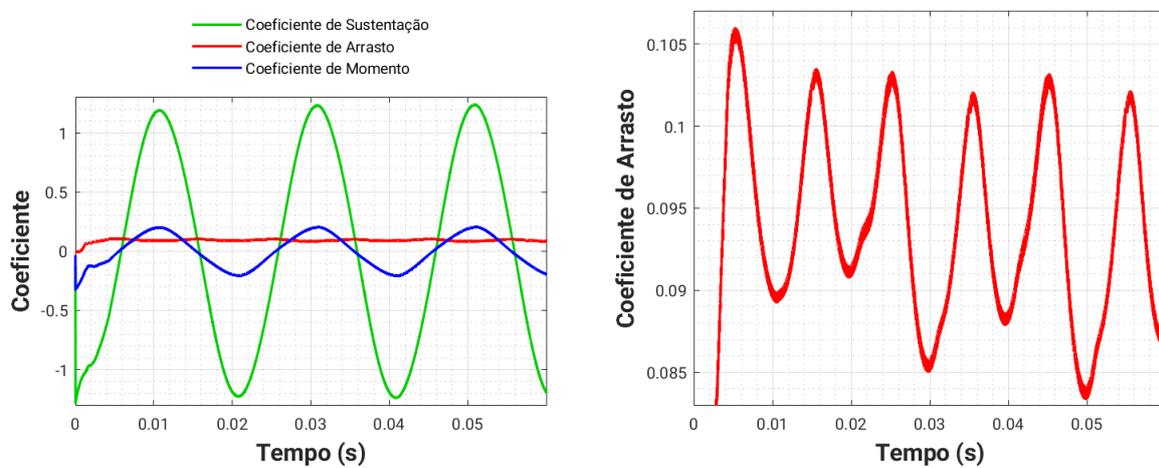


Figura 3.59: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 60 Hz

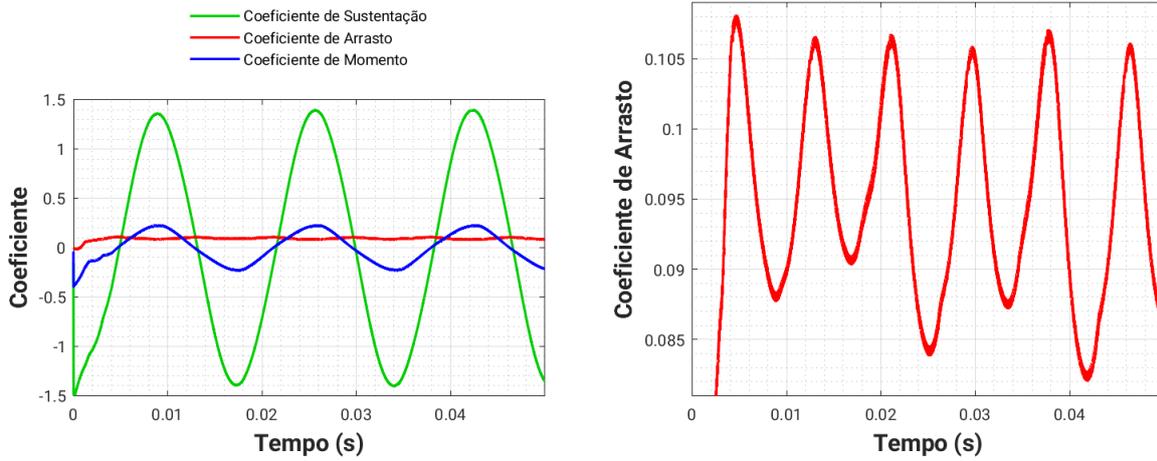


Figura 3.60: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 70 Hz

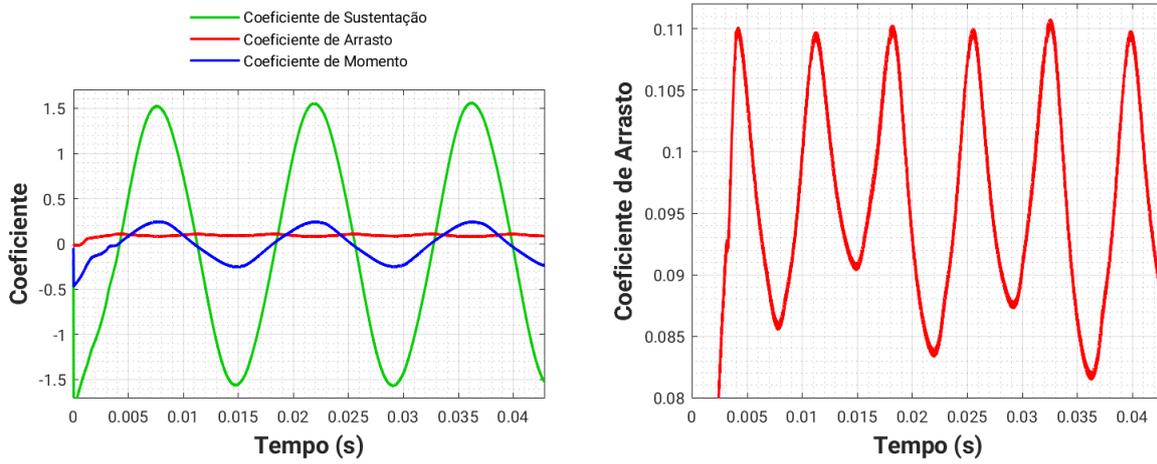


Figura 3.61: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 80 Hz

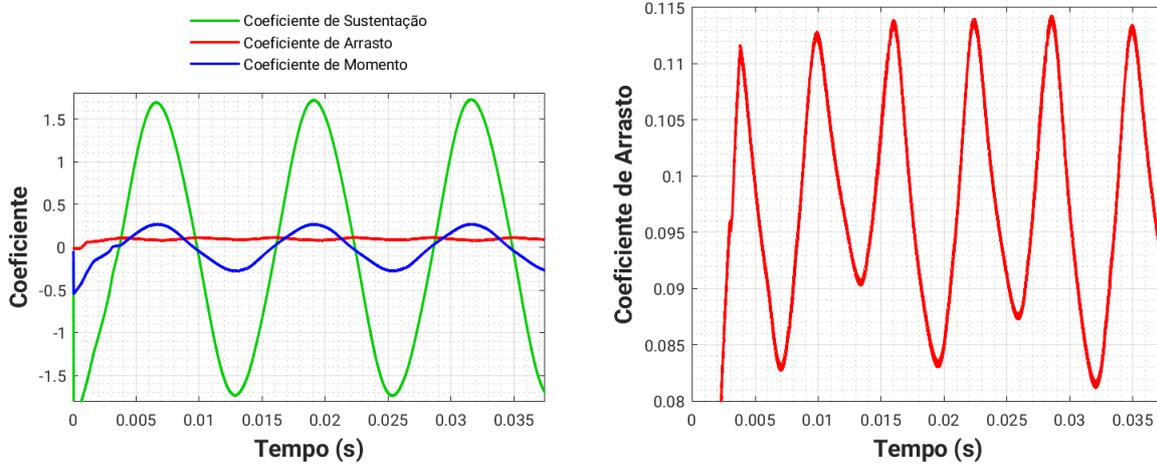


Figura 3.62: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 90 Hz

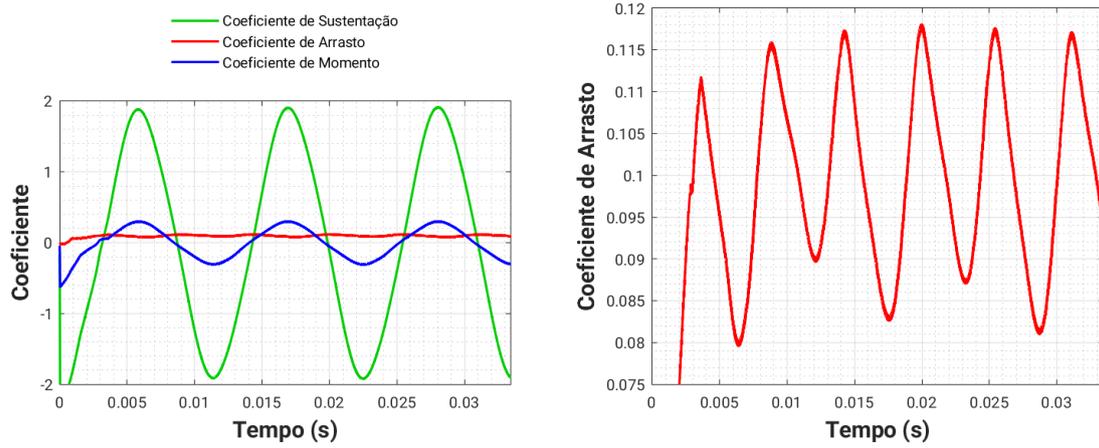
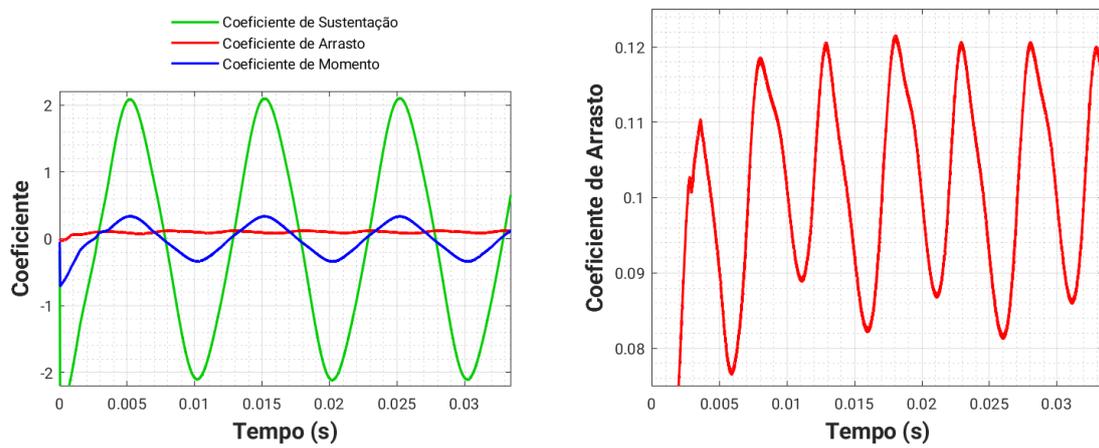


Figura 3.63: Coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 100 Hz



3.5.2 OAT15A

Figura 3.64: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A estático

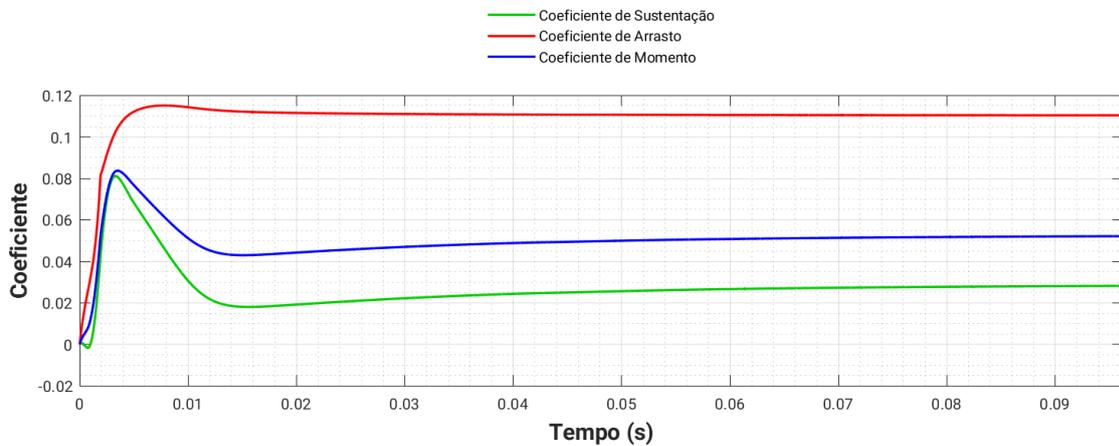


Figura 3.65: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 10 Hz

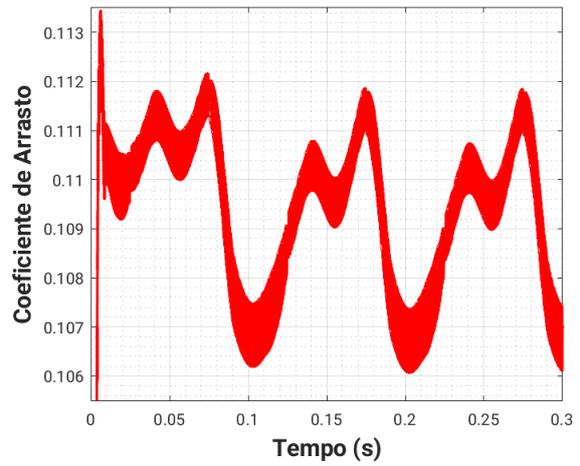
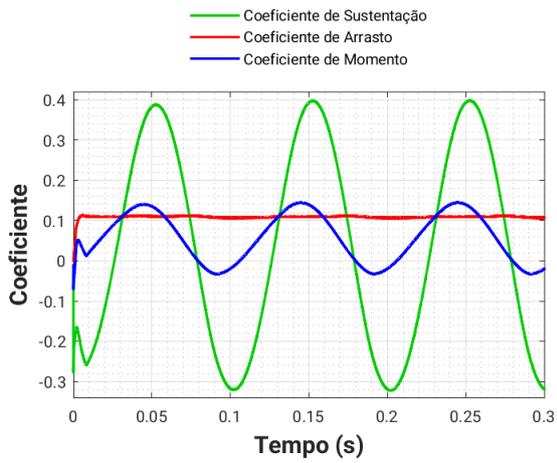


Figura 3.66: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 20 Hz

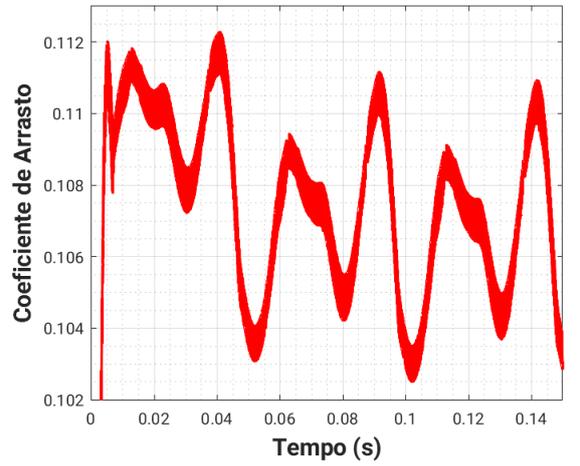
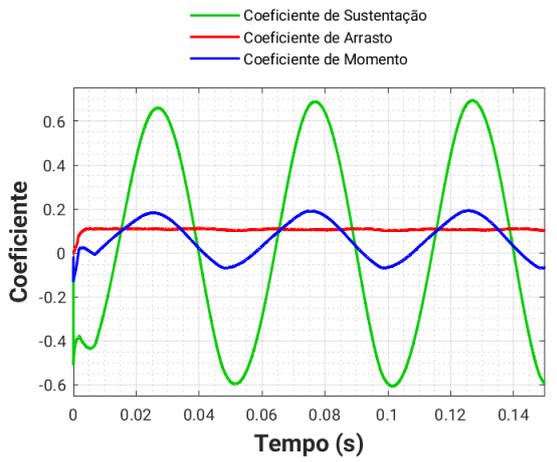


Figura 3.67: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 30 Hz

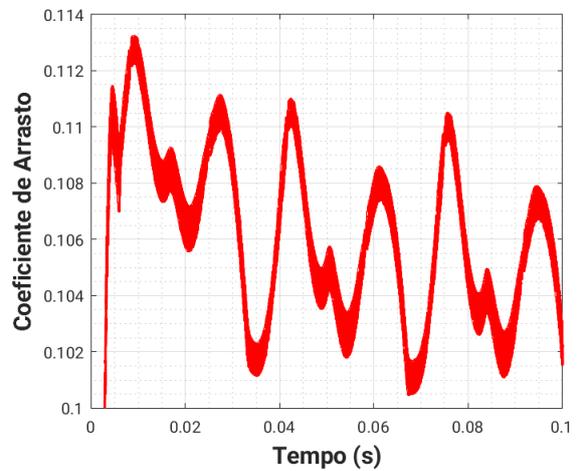
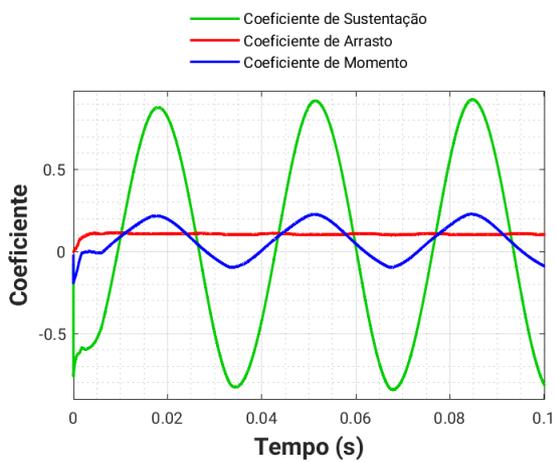


Figura 3.68: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 40 Hz

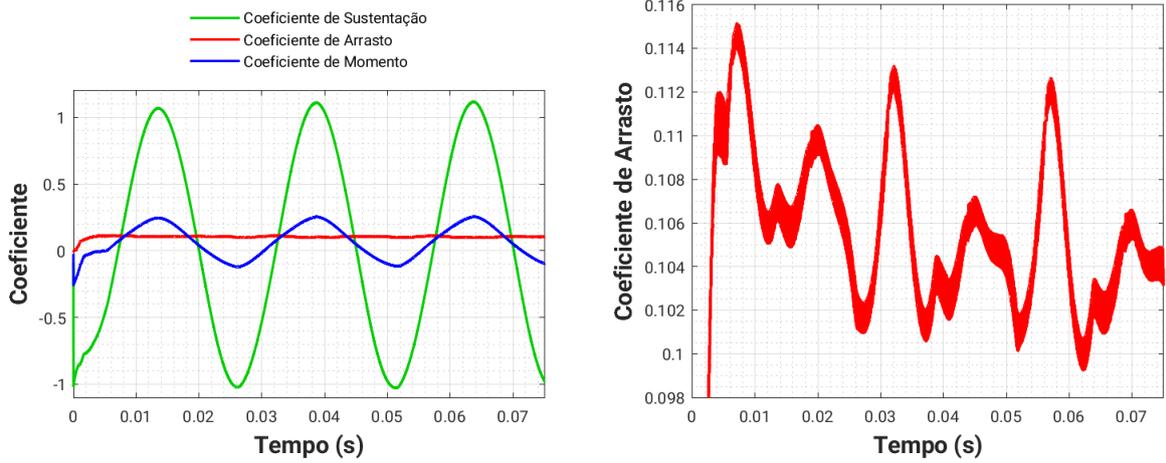


Figura 3.69: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 50 Hz

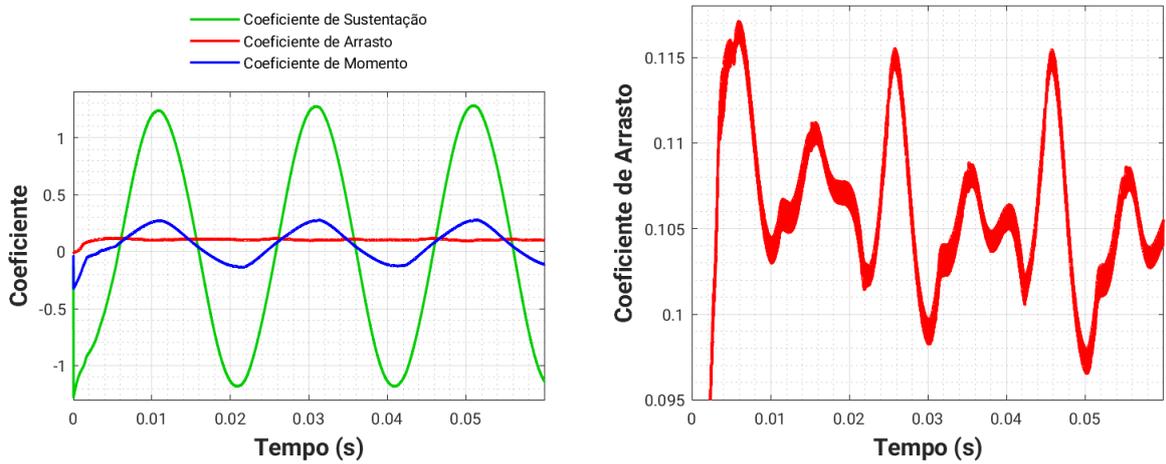


Figura 3.70: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 60 Hz

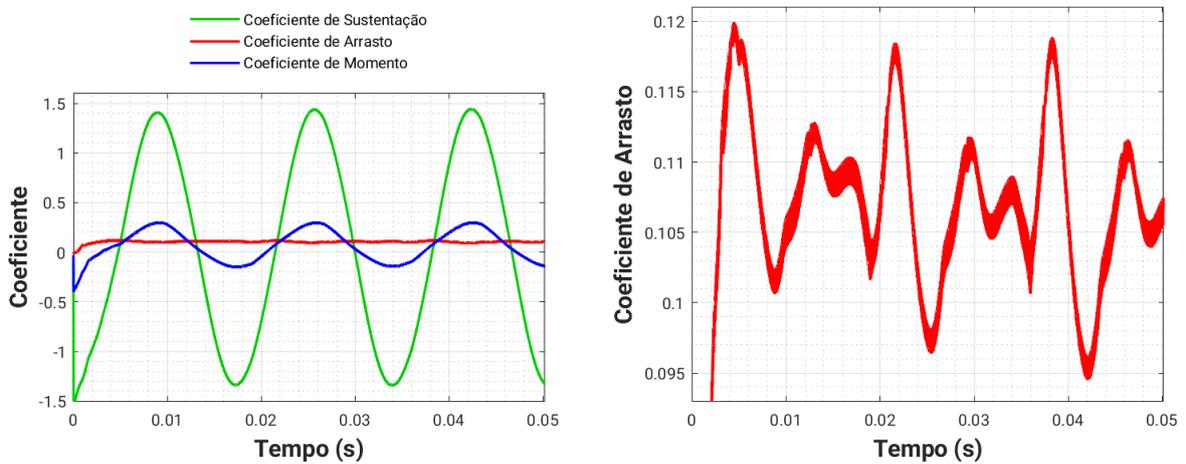


Figura 3.71: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 70 Hz

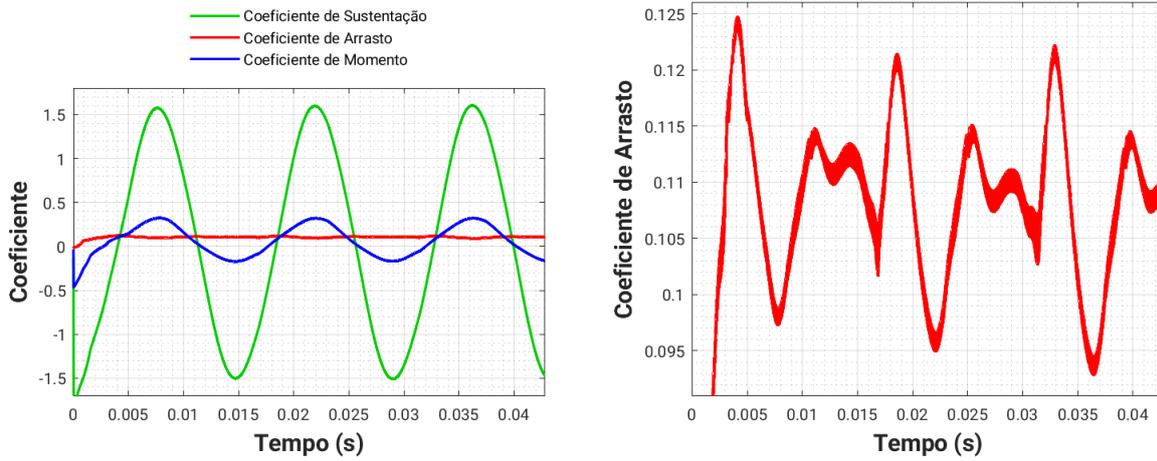


Figura 3.72: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 80 Hz

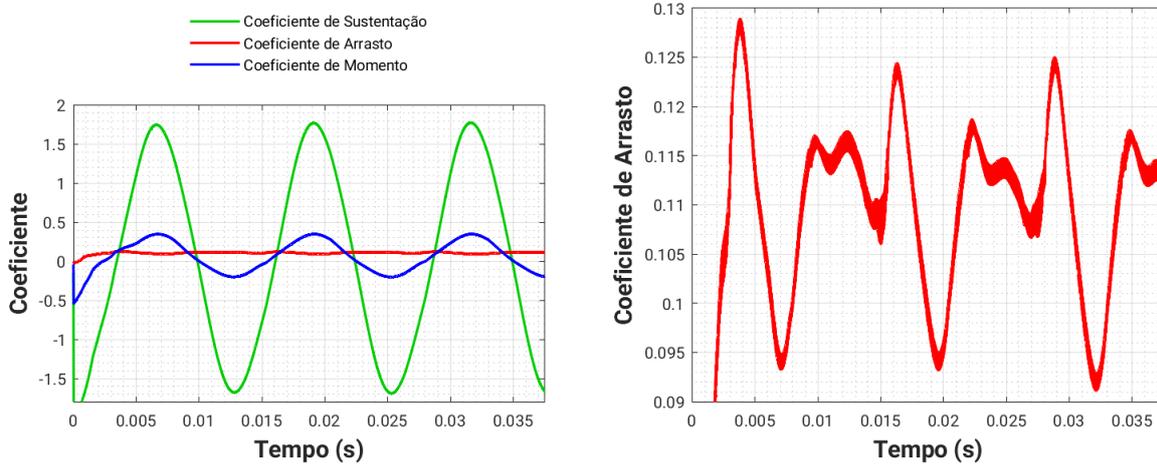


Figura 3.73: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 90 Hz

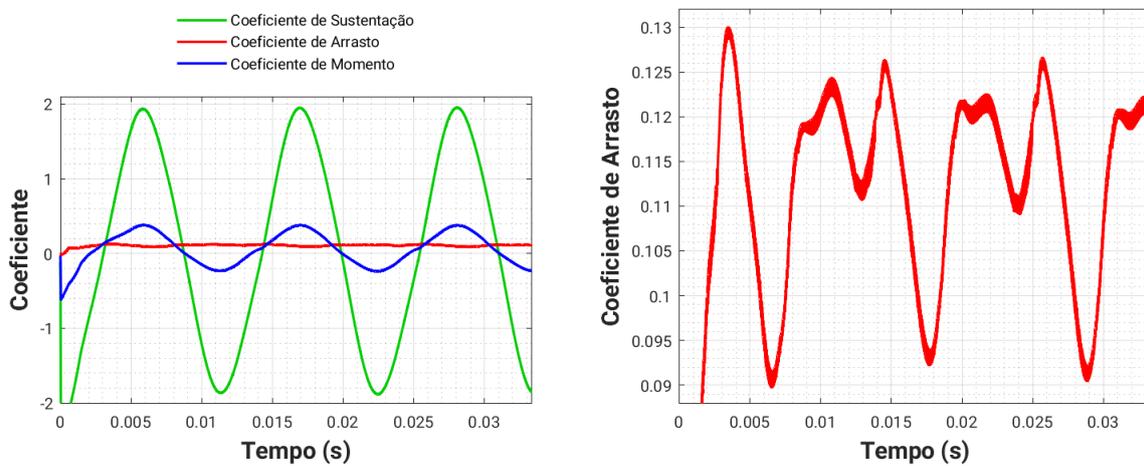
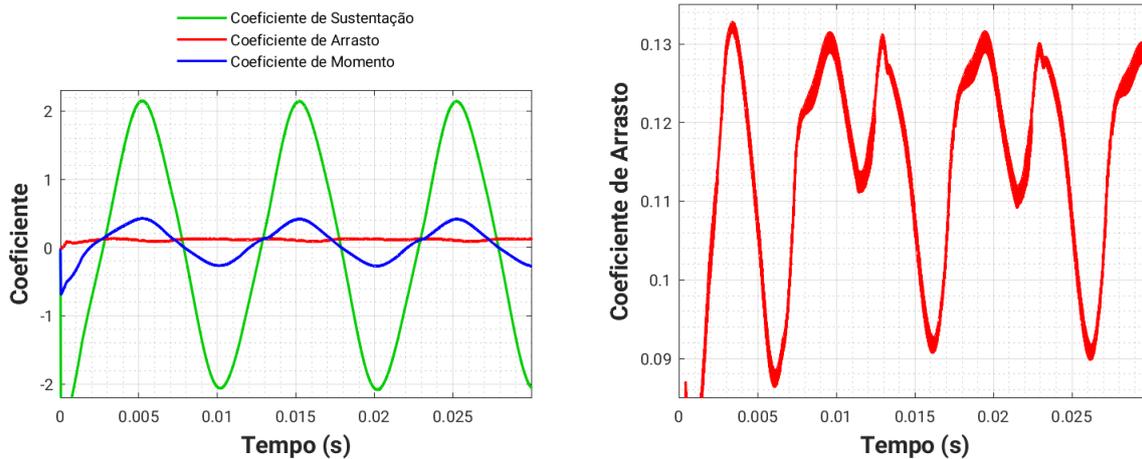


Figura 3.74: Coeficientes aerodinâmicos do OAT15A a 100 Hz



3.5.3 Análise e Comparação

Como esperado, no caso estático do NACA 0012, Figura 3.53, os coeficientes de sustentação e de momento tendem a zero, com valores na ordem de 10^{-4} , pois é um aerofólio simétrico simulado com ângulo de ataque igual a zero. O mesmo não pode ser visto no caso estático do OAT15A, Figura 3.64, pois é assimétrico. Ainda assim, os valores dos coeficientes de sustentação e momento são baixos, na ordem de 10^{-2} , porque também foi simulado com ângulo de ataque igual a zero.

Um padrão presente nas curvas de sustentação e momento é que, inicialmente, as grandes oscilações têm um formato característico da função seno, mas com a progressão da frequência, as curvas assumem um formato de onda mais triangular.

Em ambos os aerofólios, com a progressão do valor da frequência, são identificadas características parecidas nas curvas. Algo que chama bastante atenção é o coeficiente de arrasto que, mesmo possuindo uma amplitude desprezível em relação à sustentação e ao momento, possui uma variação significativa em sua própria escala. A amplitude de suas maiores oscilações aumenta e a amplitude de suas menores oscilações diminui. As menores oscilações se comportam como o ruído na leitura de um sinal, e devem ter sua origem nas interações dinâmicas dos fenômenos do escoamento.

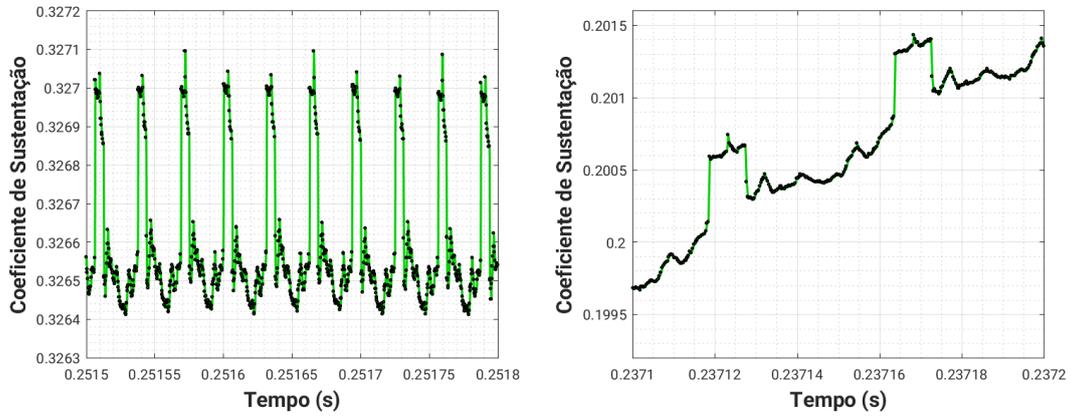
Através de uma investigação mais detalhada das curvas, é possível identificar que as menores oscilações não são exclusivas do arrasto. Nas Figuras 3.75 e 3.76 são apresentadas duas seções retiradas de cada curva dos três coeficientes, com os pontos evidenciados, onde é possível perceber um padrão que varia com a posição do aerofólio no ciclo e a frequência de oscilação do aerofólio.

Os gráficos à esquerda são de seções próximas ao ponto máximo de cada curva, já os gráficos à direita são de seções próximas ao ponto médio das grandes oscilações.

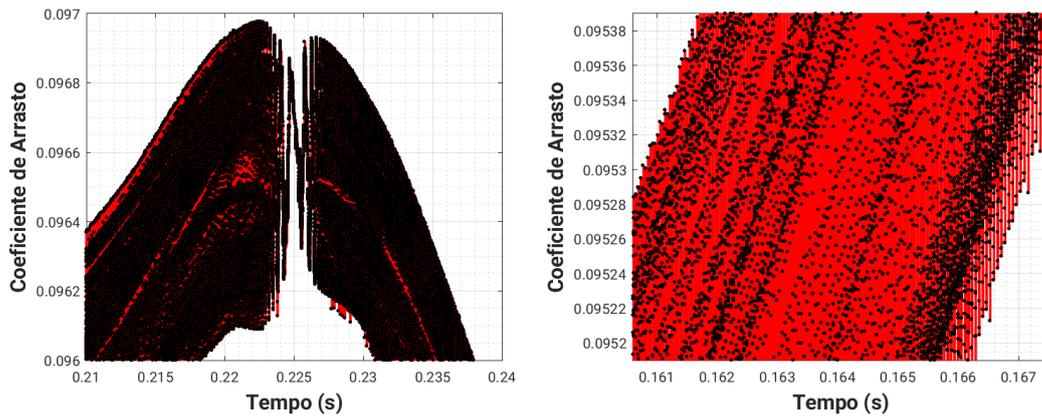
Tal comportamento pode ser estudado mais a fundo através de uma análise no espectro de frequências pelo método FFT ou similar, que pode ser realizada em trabalhos futuros.

Figura 3.75: Detalhes dos coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 10 Hz

(a)



(b)



(c)

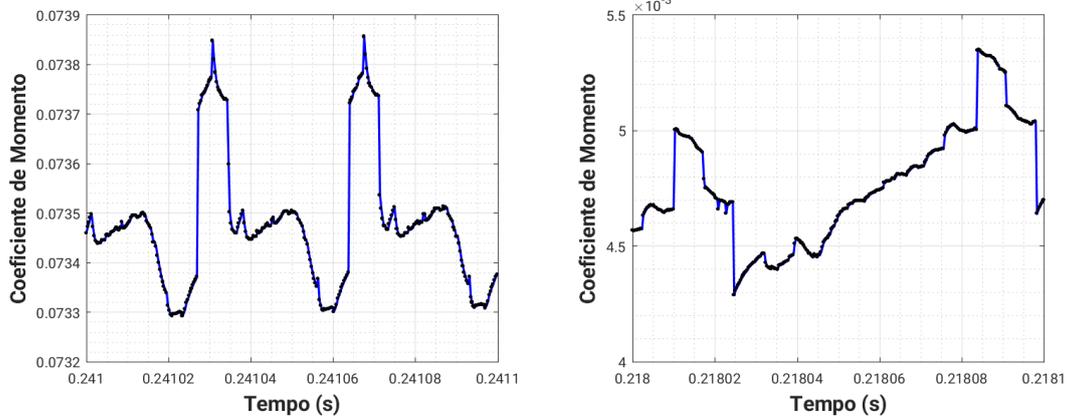
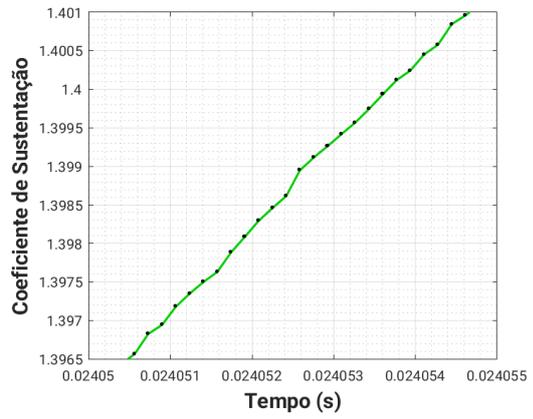
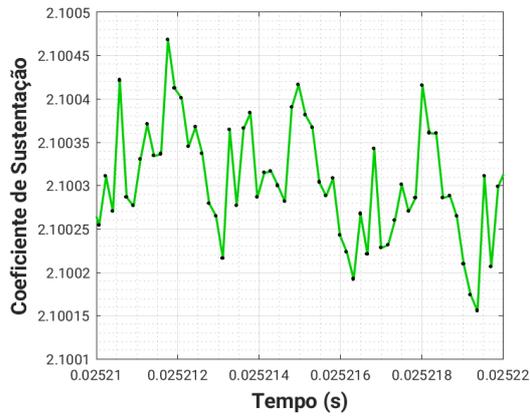
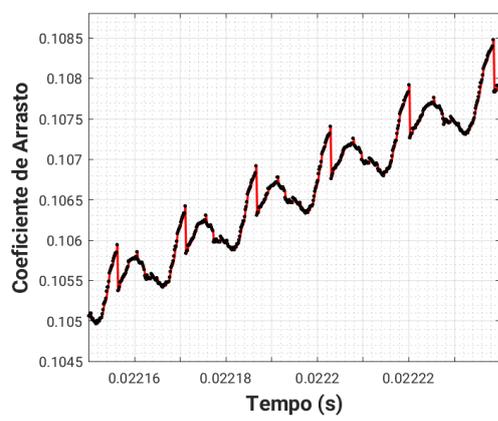
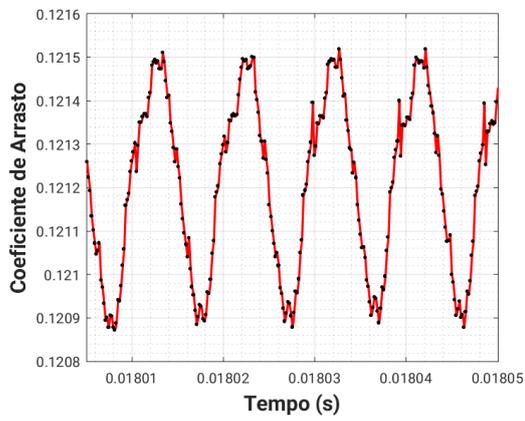


Figura 3.76: Detalhes dos coeficientes aerodinâmicos do NACA 0012 a 100 Hz

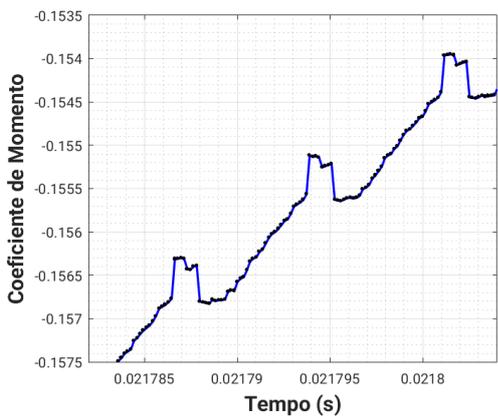
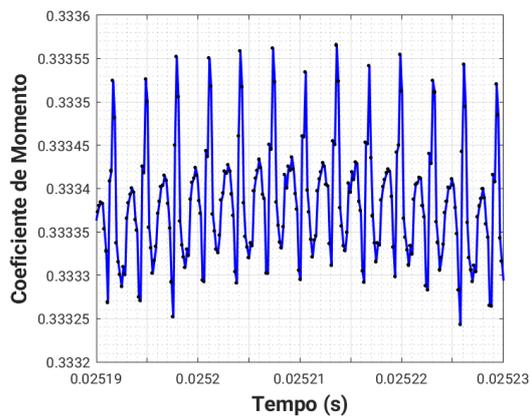
(a)



(b)



(c)



3.6 Dados Estatísticos

Para todas as frequências de oscilação, foram utilizados dados dos coeficientes de sustentação, arrasto e momento de um ciclo completo e com o escoamento totalmente desenvolvido. Os valores mínimos, médios, máximos e os desvios padrões foram calculados para ambos os aerofólios, e estão apresentados em forma de gráficos nas Figuras 3.77 e 3.78, e nas Tabelas 3.11 e 3.12.

Figura 3.77: Dados estatísticos do NACA 0012

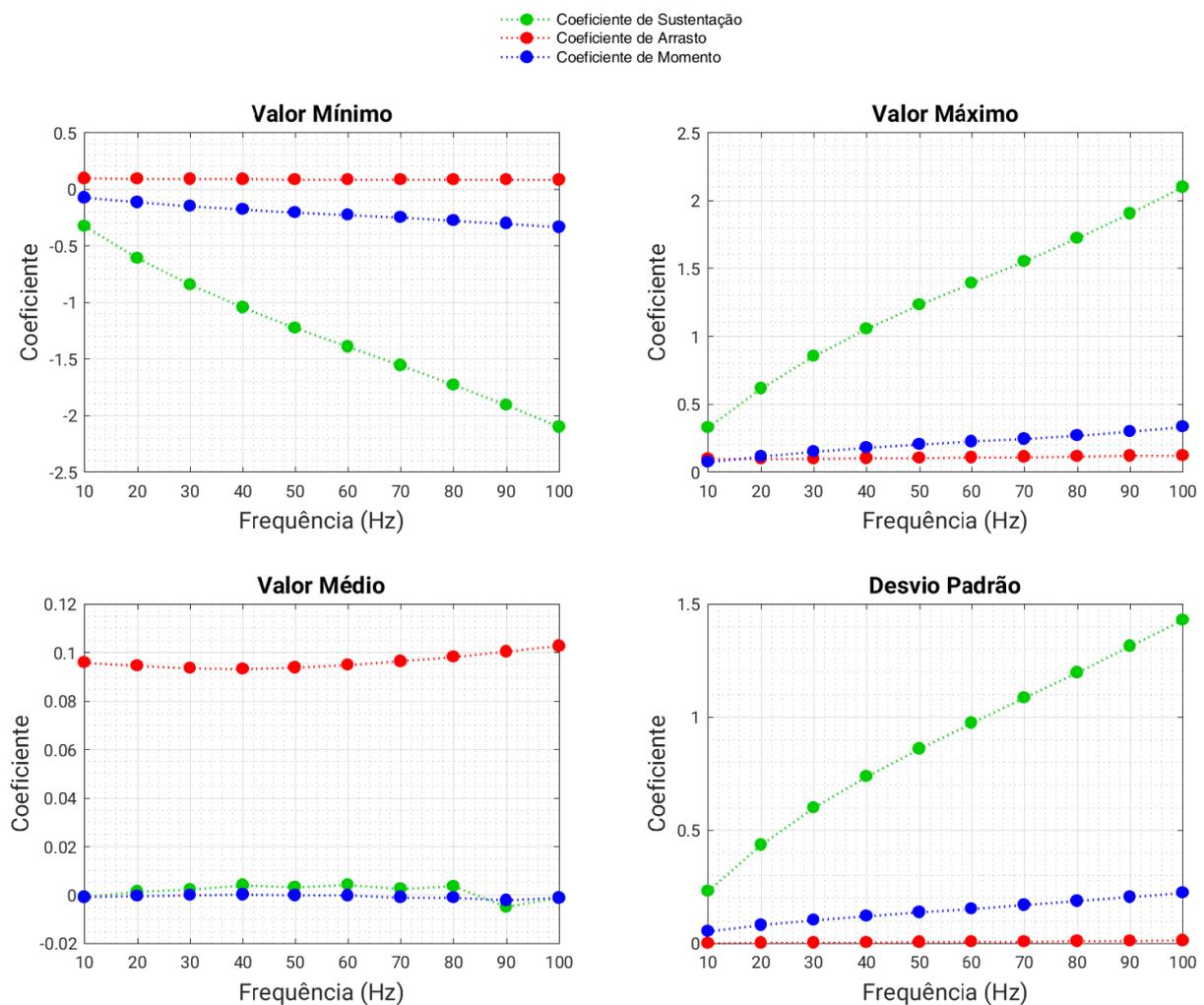


Figura 3.78: Dados estatísticos do OAT15A

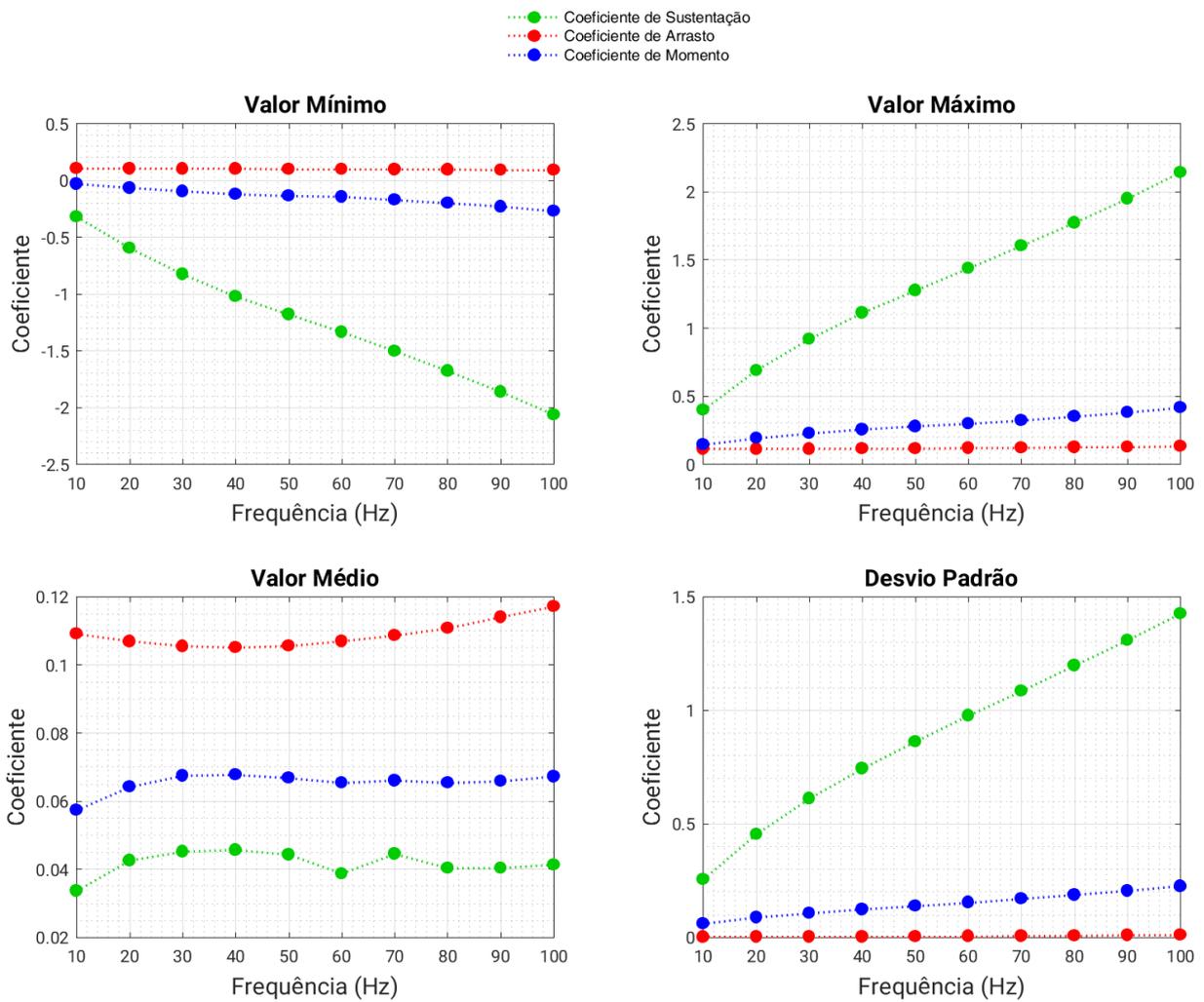


Tabela 3.11: Resultados numéricos da análise estatística - NACA 0012

Frequência (Hz)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
c_l mínimo	-0,3274057557716	-0,6102623282808	-0,8441230481229	-1,0465971337659	-1,2266377665156	-1,3931745475649	-1,55899853900833	-1,7298398134536	-1,9094184716712	-2,1025057675217
c_l máximo	0,3267298847023	0,6148534724833	0,8525065374951	1,0539577957978	1,23052224336990	1,3911613451118	1,5511571167573	1,7206478892787	1,9030516005525	2,0985446616185
c_l médio	-0,0009412634148	0,0013587100204	0,0021986128232	0,0039404585820	0,0031323621553	0,0041049096837	0,0024355543709	0,0035995342292	-0,0049574850916	-0,00104118723851
Desvio padrão do c_l	0,2315732056248	0,4348739340597	0,5996989994936	0,7369181313031	0,8595248976615	0,9736648389212	1,0855473883041	1,1965888176163	1,3133898637058	1,4294027358981
c_d mínimo	0,0942222668302	0,0912340327069	0,0891609000400	0,0871581474512	0,0850641830088	0,0838855313091	0,0833891832344	0,0830578891934	0,0826344747556	0,0821697498558
c_d máximo	0,0970799652660	0,0969335739978	0,0980456339780	0,1003390487524	0,1033078334615	0,1066918165537	0,11192159858693	0,1139631357978	0,1179987540866	0,1215187473625
c_d médio	0,0958878303773	0,0944580329263	0,0935026192364	0,0932740459070	0,0937653703067	0,0948876003475	0,0963380262822	0,0982147955566	0,1002917969781	0,10259222340410
Desvio padrão do c_d	0,0007127402797	0,0014654354604	0,0023641756122	0,0037710750963	0,0053284564782	0,0067857430128	0,0080690104260	0,0092383641300	0,0104959815462	0,0120789347299
c_m mínimo	-0,0758732735594	-0,1166662768310	-0,1508483599636	-0,1797057763171	-0,2055687168391	-0,2279808026606	-0,2509636827274	-0,27614390978987	-0,3041220812453	-0,3364272528139
c_m máximo	0,0738753820563	0,1145750060303	0,1496534811288	0,1791559122264	0,2037551654130	0,2229595916315	0,2424672126724	0,2678464192097	0,2989070605904	0,3341399950781
c_m médio	-0,0009876628014	-0,0003753358012	-0,0001518116807	0,0000730778879	-0,0002196880302	-0,0003490740020	-0,0010214097717	-0,0011031274061	-0,0022774533856	-0,0013114167957
Desvio padrão do c_m	0,0527885196399	0,0806275694038	0,1029163862408	0,1207637308894	0,1370513450738	0,15390161959141	0,1694915007553	0,18645652373584	0,2046030150542	0,2230039861707

Tabela 3.12: Resultados numéricos da análise estatística - OAT15A

Frequência (Hz)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
c_l mínimo	-0,3206714141700	-0,5963737990097	-0,8272671739317	-1,0231940715484	-1,18099430631833	-1,3366836385562	-1,50291351916626	-1,67967615491244	-1,86320797223151	-2,06358579134079
c_l máximo	0,3979665549882	0,6888689761749	0,9179434962248	1,1027673090667	1,27450945477601	1,43695955702433	1,60252417060587	1,77209520198430	1,948739879866443	2,14155713193363
c_l médio	0,0336150531689	0,0425834276282	0,0451723621025	0,0456622717771	0,0442903939548872	0,0387478296573775	0,0445028595526121	0,0403122586211284	0,0403722813832649	0,0413495653498756
Desvio padrão do c_l	0,2552142412369	0,4543905463977	0,6110538518406	0,7431561573891	0,862380971476181	0,976281305401113	1,08478197248540	1,19742603766320	1,30821853785604	1,42570202040610
c_d mínimo	0,1061202246787	0,1029648509802	0,1011630006799	0,1006003679670	0,0982496818491451	0,0964694156730853	0,0949551949165658	0,0932545969874039	0,0922665207527598	0,0907408770477683
c_d máximo	0,1118577644177	0,1111461980309	0,1109881421652	0,1113779435461	0,115522386204211	0,118409451005880	0,121421320634284	0,124383565563487	0,126302025572336	0,1316018614447892
c_d médio	0,1090894031999	0,106888930780	0,1054394060382	0,1050848799531	0,105605145382145	0,106924168685522	0,108660380916206	0,110795884703884	0,114008002236528	0,117133583099557
Desvio padrão do c_d	0,0014061687136	0,0020456098909	0,0024391410015	0,0028854186789	0,00375285193923374	0,00481938295520900	0,00611291479448223	0,00753555930343842	0,00929555417471091	0,0117120074887526
c_m mínimo	-0,0326037960517	-0,0676944978367	-0,0975431063483	-0,1210842014987	-0,134443267946310	-0,146415473748826	-0,169559941126228	-0,198009506295221	-0,232391323471173	-0,269868486743043
c_m máximo	0,1447239550765	0,19112728335785	0,2264490579851	0,2544264191260	0,276112356151559	0,296541223378511	0,322641815812590	0,349881566606750	0,380287052572593	0,416515988183429
c_m médio	0,0573187626141	0,0642009262706	0,06742829393939	0,0677398196688	0,0667885414756214	0,0654441091286275	0,0660511804600059	0,0653904325474714	0,0658883625175908	0,0671920380544924
Desvio padrão do c_m	0,0610208592532	0,0873336421885	0,1067898120067	0,1231352590660	0,138407866915207	0,153621217932972	0,169561110844778	0,1870006250430923	0,204669725596086	0,225018646790832

3.6.1 Análise e Comparação

Como é possível observar, os valores dos coeficientes de arrasto, mesmo sendo baixos, são sempre positivos, e parecem tender a aumentar em torno de 40 Hz. Diferentemente dos casos subsônicos de baixo número de Reynolds comentados na Revisão Bibliográfica, Seção 1.2, os casos simulados não apresentaram propulsão.

Outras abordagens alterando o número de Mach, amplitude de oscilação, ângulo de ataque ou explorando outros valores de frequência podem gerar valores negativos de arrasto, mas já pode ser afirmado que as mesmas condições dos casos subsônicos não surtem o mesmo efeito em um escoamento supersônico. Portanto, é provado por meio deste trabalho que é viável explorar combinações de parâmetros de oscilações verticais por meio de simulações numéricas.

Também é visto nos gráficos que os valores médios dos coeficientes de sustentação e momento são praticamente centrados em zero para o NACA 0012, o que não se repete no OAT15A, onde todos os valores médios apresentam uma diferença em comparação ao anterior.

Em ambos aerofólios, todos os valores mínimos tendem a diminuir com maiores frequências, assim como os valores máximos tendem a aumentar, todos com taxas diferentes, mas o coeficiente de sustentação é o que sofre as maiores alterações. Com isso, os desvios padrões também aumentam.

Isso mostra que altas frequências de oscilação, mesmo que produzindo valores maiores de sustentação, também produzem os valores opostos, variando essa intensidade em períodos de tempo cada vez menores, padrão que deve ser muito prejudicial à qualquer estrutura.

Capítulo 4

Conclusões

A partir dos resultados obtidos nesta fase do projeto, é seguro afirmar que as simulações foram executadas com êxito e produziram resultados fisicamente coerentes. Inicialmente, simularam-se os casos estáticos de cada aerofólio, onde foi possível observar os fenômenos característicos do regime supersônico e o comportamento clássico das distribuições dos coeficientes de pressão e coeficientes aerodinâmicos. Com isso, a oscilação vertical foi aplicada e recebeu diversos incrementos, sempre apresentando uma evolução na complexidade da análise dos escoamentos.

Uma sugestão para futuros trabalhos seria a comparação entre os resultados dessas simulações realizadas através do VAT e simulações com base na teoria do pistão [16], uma solução usada em problemas de aeroelasticidade de alta velocidade e não-permanentes, como uma validação da oscilação vertical em regime supersônico.

Embora não tenham sido encontrados valores negativos para o coeficiente de arrasto, ou propulsão, foram encontrados resultados esclarecedores e pioneiros para uma nova área de estudo dentro da Aeroacústica Computacional. As imagens geradas pelas simulações provaram que vários fenômenos da mecânica dos fluidos podem ser simulados em escoamentos invíscidos, como as ondas de choque lambda, e que o código VAT possui a complexidade e robustez necessárias para simular tais situações.

Para desenvolvimento deste tema, espera-se que sejam realizados estudos alterando outros parâmetros de simulação, como o número de Mach, amplitude de oscilação, ângulo de ataque ou explorando outros valores de frequência. De maneira similar aos escoamentos subsônicos de baixo número de Reynolds, podem ser definidas variáveis adimensionais que definem melhor a oscilação vertical no regime supersônico.

Como aplicação prática, esse tipo de simulação pode ser usada no desenvolvimento de turbofans aeronáuticos. Ao reduzir a espessura do aerofólio, aumentando a frequência de oscilação e reduzindo também a amplitude de oscilação, a simulação pode ser aproximada ao movimento vibratório das pás dos rotores.

Neste trabalho, as distribuições do coeficiente de pressão, além da representação convencional, passaram a ser representadas por meio de curvas de nível, pois além de variar com a posição na

corda do aerofólio, as distribuições variavam no tempo de forma cíclica. Por meio desses gráficos, é possível identificar os momentos mais críticos para cada superfície do aerofólio, extradorso ou intradorso, e relacioná-los com os fenômenos observados nas visualizações do escoamento.

Além disso, foram encontrados resultados interessantes no cálculo dos coeficientes aerodinâmicos. Os coeficientes de sustentação, arrasto e momento possuem grandes e pequenas amplitudes de oscilação, que variam de acordo com a frequência de oscilação vertical do aerofólio. Com isso, pode ser feita uma investigação sobre as grandes e pequenas frequências de oscilação dos valores dos coeficientes de sustentação, arrasto e momento, pelo método FFT, como por exemplo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] LIAN, Y.; SHYY, Wei. *Aerodynamics of Low Reynolds Number Plunging Airfoil Under Gusty Environment*. 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, p. 71, 2007.
- [2] LAI J. C.; PLATZER, M. F. S. *Jet Characteristics of a Plunging Airfoil*. AIAA Journal, v. 37, p. 1529–1537, 1999.
- [3] YOUNG, J.; LAI, Joseph C. S. *On the Aerodynamic Forces of a Plunging Airfoil*. Journal of Mechanical Science and Technology, v. 21, p. 1388, 2007.
- [4] ANDERSON, J. M. et al. *Oscillating Foils of High Propulsive Efficiency*. Journal of Fluid Mechanics, v. 360, p. 41–72, 1998.
- [5] GURSUL, I.; CLEAVER, David. *Plunging Oscillations of Airfoils and Wings: Progress, Opportunities, and Challenges*. AIAA Journal, p. 1–18, 2018.
- [6] WHITE, Frank M. *Fluid Mechanics*. [S.l.]: McGraw-Hill Boston, 1999.
- [7] THOMAS, George B. et al. *Cálculo, Volume 2*. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2012.
- [8] ANDERSON, J. D. *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1990.
- [9] PIMENTA, Bráulio Gutierrez. *Simulação Numérica de Ondas Não-Lineares em Dinâmica dos Gases e Ruído de Interação Rotor-Estator em Turbofans Aeronáuticos*. Tese (Doutorado em Ciências Mecânicas) — Universidade de Brasília, 2016.
- [10] RIENSTRA, Sjoerd W.; HIRSCHBERG, Avraham. *An Introduction to Acoustics*. [S.l.]: Eindhoven University of Technology, v. 18, p. 19, 2003.
- [11] ANDERSON, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. [S.l.]: McGraw-Hill Companies, 1984.
- [12] SANTOS, Pedro H. R. dos. *Simulação de escoamentos em Aerofólios Bidimensionais de Dupla Cunha e em Asas Sob Regime Supersônico*. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) — Universidade de Brasília, 2018.
- [13] NASA Technology Facts. *The Supercritical Airfoil*. Disponível em: <https://www.nasa.gov/pdf/89232main_TF-2004-13-DFRC.pdf>.

- [14] ANDERSON J. D.; WENDT, J. *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1995.
- [15] VAN DYKE, Milton. *An Album of Fluid Motion*. [S.l.: s.n.], 1990.
- [16] ASHLEY, Holt; ZARTARIAN, Garabed. *Piston Theory - A New Aerodynamic Tool for the Aeroelastician*. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v. 23, p. 1109–1118, 1956.