



Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FGA
Engenharia Aeroespacial

ANÁLISE DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL EM PLACAS FINAS: ESTUDO DE CASO PARA A PLACA DE UM AILERON

Autor: Júlia Meira Leite Henriques
Orientador: Prof. PhD. Artem Andrianov

Brasília, DF
2019



Júlia Meira Leite Henriques

**ANÁLISE DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL EM
PLACAS FINAS: ESTUDO DE CASO PARA A PLACA
DE UM AILERON**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA

Orientador: Prof. PhD. Artem Andrianov

Coorientador: Prof. Mestre Luís Fernando Balduino de Souza

Brasília, DF

2019

Júlia Meira Leite Henriques

ANÁLISE DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL EM PLACAS FINAS: ESTUDO DE CASO PARA A PLACA DE UM AILERON/ Júlia Meira Leite Henriques. – Brasília, DF, 2019-

92 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. PhD. Artem Andrianov

Coorientador: Prof. Mestre Luís Fernando Balduino de Souza

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA , 2019.

1. Deflexão transversal. 2. Placas finas. I. Prof. PhD. Artem Andrianov. II. Prof. Mestre Luís Fernando Balduino de Souza. III. Universidade de Brasília. IV. Faculdade UnB Gama. V. ANÁLISE DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL EM PLACAS FINAS: ESTUDO DE CASO PARA A PLACA DE UM AILERON

CDU 02:141:005.6

Júlia Meira Leite Henriques

ANÁLISE DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL EM PLACAS FINAS: ESTUDO DE CASO PARA A PLACA DE UM AILERON

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 9 de julho de 2019:

Prof. PhD. Artem Andrianov
Orientador

**Prof. Mestre Luís Fernando Balduino
de Souza**
Coorientador

**Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva
Carneiro**
Convidado 1

**Prof. Dr. Manoel Nascimento Dias
Barcelos Júnior**
Convidado 2

Brasília, DF
2019

Dedico esse trabalho aos meus pais, Suely Henriques e Milson Henriques, que sempre me apoiaram na vida acadêmica e contribuíram para o alcance dos meus sonhos e objetivos.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, pela vida a mim concedida e pela oportunidade de poder estudar para contribuir fazendo a minha parte para um mundo melhor. Agradeço aos meus pais, Milson Henriques de Oliveira e Suely Meira Leite Henriques, por todo o apoio durante não somente a minha graduação, mas durante toda a minha vida, apoiando meus estudos e me aconselhando para o melhor caminho. Agradeço à todos os incentivos a projetos, participação em equipes de trabalho, de competição, empresa júnior, e por terem apoiado meus objetivos e sonhos na vida, como aulas de dança, inglês, ballet, violão, natação, pois tudo isso contribuiu para a pessoa que sou hoje.

Agradeço à minha irmã, Amanda Henriques, por me apoiar nos diversos momentos da vida de estudante, por ser minha amiga, apoiando meus objetivos, sendo companheira nos momentos difíceis e também nos felizes e divertidos da vida. Caminhar com ela me ensinou valores de convivência que contribuem também para quem sou.

Agradeço à minha avó, Minalda Moreira de Oliveira, por me inspirar a fazer o melhor para a família sempre.

Agradeço aos professores que tive contato durante o curso, e especialmente ao meu professor orientador, Artem Andrianov, por toda paciência durante esses meses de trabalho, pelo conhecimento que a mim foi passado e por se prontificar a ajudar sempre.

Agradeço aos meus amigos que fiz durante a jornada acadêmica, que me proporcionaram momentos de aprendizagem não só na Universidade como na vida. Obrigada a esses que estiveram comigo nos momentos de comemoração, de construção de ideias e de parcerias, então por isso agradeço especialmente a Larissa Vidal, que esteve compartilhando comigo esses momentos e momentos marcantes, sempre me incentivando, aconselhando e ajudando como uma ótima amiga.

Agradeço também meus amigos Luis Fernando, por estar sempre disposto a ajudar em diversos momentos da graduação, pelos momentos de estudos e descontraídos, e à minha amiga Ana Carolina Faria, por estar presente nesse último ano da graduação, dividindo comigo diversos momentos e se tornando uma amiga para a vida.

Agradeço também à Atlética Maquinada, por me proporcionar momentos únicos e inesquecíveis no esporte universitário, pelas experiências de convivência e liderança de equipe, pelas viagens e amizades que nasceram ali que tem um espaço na minha vida de muito carinho e gratidão. Por motivar mais ainda a minha paixão ao esporte e por poder contribuir com a saúde esportiva dentro da universidade.

Agradeço também à Empresa júnior Zenit Aerospace e à equipe de competição

Draco Volans Aerodesign, por me proporcionarem momentos de aprendizagem pessoal e em equipe, e por todo conhecimento adquirido durante o tempo que fui membro.

Resumo

A deflexão de placas finas como material de revestimento de ailerons é um fator de atenção imprescindível no projeto de asa de uma aeronave. Ela é calculada por meio da definição de vários parâmetros de projeto de asa, como distância entre longarinas, distância entre nervuras, carga uniformemente distribuída, módulo de elasticidade do material - nesse caso, o escolhido foi uma liga de alumínio - e espessura do revestimento. O objetivo principal deste trabalho é calcular esta deflexão, identificando a deflexão máxima, e mostrar como isso influencia na performance da asa. O aileron em uma asa é um componente extremamente importante pois auxilia na performance aerodinâmica da aeronave e no seu controle. Os materiais de revestimento utilizados, a liga 2024Al-T6 e a liga 6061-T6, foram escolhidos com base nas suas propriedades mecânicas e tratamento térmico, que proporcionam rigidez à estrutura. A placa fina, então, comporta-se reagindo à momentos de flexão e torção em diferentes configurações e condições de contorno. É analisada, neste trabalho, a placa fina sob ação de carga uniformemente distribuída na condição de contorno de bordas simplesmente apoiadas e de bordas engastadas. Para isso foi utilizado o MATLAB e o método de Timoshenko para cálculos analíticos de deflexão destas duas condições de contorno, respectivamente. Os cálculos se dão pela teoria das placas de Kirchhoff e método de Navier, resultando em deformações pequenas, que aumentam conforme pressão aplicada aumenta e espessura de revestimento diminui. Quando a distância entre nervura diminui, observa-se também a diminuição da deflexão. Resultados experimentais também foram obtidos. Resultados analíticos e numéricos de deflexão máxima - estes últimos obtidos com o uso do programa Ansys - são comparados.

Palavras-chaves: deflexão. carga uniformemente distribuída. aileron.

Abstract

The deflection of thin plates as ailerons skin material is an essential attention factor in the wing design of an aircraft. It is calculated by defining several wing design parameters, such as distance between spars, distance between ribs, uniformly distributed load, modulus of elasticity of the material - in this case the chosen one was aluminum alloy - and thickness of the skin. The main objective of this work is to calculate this deflection, indicating the maximum deflection and to show how this influences the performance of the wing. Aileron on a wing is an extremely important component as it assists in the aerodynamic performance of the aircraft and its control. The material used to coat it, the alloy 2024Al-T6 and the liga 6061-T6, were chosen based on their mechanical properties and heat treatment, which provide rigidity to the structure. The thin plate then behaves reacting to the moments of bending and twisting in different configurations and boundary conditions. In this work, the plate under uniformly distributed load is analyzed in the boundary conditions of simply supported edges and built-in edges. For this, MATLAB and the Timoshenko's method were used for analytical deflection calculations of these conditions, respectively. The calculations are given by Kirchhoff's plate theory and Navier's method, resulting in small deformations, which increase as pressure applied increases and skin thickness decreases. When the distance between the ribs decreases, the decrease of the deflection is also observed. Experimental results of maximum deflection were also obtained. Analytical and numerical results of maximum deflection - the last one obtained with the use of Ansys program - are compared.

Key-words: deflection. uniformly distributed load. ailerons.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Aerofólio - seção transversal de uma asa (ANDERSON, 2001)	25
Figura 2 – Aerofólio para fluxo laminar (ANDERSON, 2001).	26
Figura 3 – Comportamento do Aerofólio submetido a um fluxo. (ANDERSON, 2001)	27
Figura 4 – Deformação máxima por distância entre nervuras. Linha contínua: $t = 0,8mm$. Linha descontínua: $t = 1,2mm$ (ENDOGUR, 1987).	29
Figura 5 – Estrutura de um aileron (ENDOGUR, 1987).	30
Figura 6 – Localização do aileron em vários tipos de asa (F.A.A., 2012).	33
Figura 7 – Leme e estabilizador vertical (F.A.A., 2012).	34
Figura 8 – Componentes estruturais da asa (FERNANDES, 2008).	37
Figura 9 – Seção de asa com um projeto estrutural de viga em caixa (F.A.A., 2012).	37
Figura 10 – Uso de ligas de alumínio e outros materiais estruturais no Boeing 747 (MOURITZ, 2012).	39
Figura 11 – Exemplo de placa (LEAL, 2015)	41
Figura 12 – Deslocamento de um ponto situado sobre uma normal ao plano médio da placa (WAIDEMAM, 2004).	43
Figura 13 – Placa fina submetida à flexão pura (MEGSON, 2007).	44
Figura 14 – Flexão anticlástica. (MEGSON, 2007)	46
Figura 15 – (a) Placa sujeita ao momento de flexão e torção. (b) Momentos tangenciais e normais em um plano arbitrário (MEGSON, 2007).	46
Figura 16 – Carga transversal aplicada a uma placa fina retangular (MEGSON, 2007).	48
Figura 17 – Placa fina retangular de dimensões $a \times b$ (MEGSON, 2007).	49
Figura 18 – Sistema de coordenadas e dimensões para uma placa fina retangular. Fonte: (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007b)	55
Figura 19 – Fator numérico α para deflexões centrais de uma placa retangular engastada sob carga uniformemente distribuída em função de m/n plotado pelo método da superposição e pelo método da literatura. (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007a)	58
Figura 20 – Modelo de placa fina retangular com as quatro bordas engastadas sob carregamento uniforme. (IMRAK E. ; FETVACI, 2009) (Adaptado).	59
Figura 21 – Carregamento de superfície de controle de limite médio. (ANAC, 2018)	63
Figura 22 – Distribuição na corda do aileron. (ANAC, 2018)(Adaptado).	64
Figura 23 – Aileron do avião experimental Sonex.	64

Figura 24 – Deflexão máxima para $a = 0,2$ m sob 7500 Pa (azul), 5000 Pa (verde) e 2500 Pa (preto). — Espessura do revestimento = 0,8 mm. - - - - Espessura do revestimento = 1,2 mm. Autoria própria.	65
Figura 25 – Deflexão máxima para $a = 0,14$ m sob 7500 Pa (azul), 5000 Pa (verde) e 2500 Pa (preto). — Espessura do revestimento = 0,8 mm. - - - - Espessura do revestimento = 1,2 mm. Autoria própria.	66
Figura 26 – Deflexão máxima para $a = 0,12$ m sob 7500 Pa (azul), 5000 Pa (verde) e 2500 Pa (preto). — Espessura do revestimento = 0,8 mm. - - - - Espessura do revestimento = 1,2 mm. Autoria própria.	66
Figura 27 – Representação do elemento SHELL 181. (ANSYS, 1994)	67
Figura 28 – Vista de perfil da placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 , t_1 , b_2 e q_1 sob carregamento transversal uniforme. Simulação numérica da deflexão (unidade - metro). Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.	67
Figura 29 – Simulação numérica da deflexão (em metros) em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 , t_1 , b_2 e q_1 sob carregamento transversal uniforme. (unidade - metro) Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.	68
Figura 30 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria.	69
Figura 31 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria.	69
Figura 32 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_2 e t_1 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	70
Figura 33 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_2 e t_2 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	70
Figura 34 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_3 e t_1 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	71

Figura 35 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_3 e t_2 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	71
Figura 36 – Representação do elemento SOLID 186 (ANSYS, 1994)	73
Figura 37 – Vista de perfil da placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 , t_1 , b_3 e q_2 sob carregamento transversal uniforme. Simulação numérica da deflexão (unidade - metro). Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.	73
Figura 38 – Simulação numérica da deflexão em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 , t_1 , b_3 e q_2 sob carregamento transversal uniforme (unidade - metro) Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.	73
Figura 39 – Convergência dos resultados numéricos da deflexão máxima para uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 , t_1 , b_3 e q_2 sob carregamento transversal uniforme. Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.	74
Figura 40 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_1 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	74
Figura 41 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_1 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	75
Figura 42 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_2 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	75
Figura 43 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_2 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	76
Figura 44 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	76

Figura 45 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria	77
Figura 46 – Gráfico de comparação do resultado numérico da deflexão máxima entre uma placa fina retangular sob carregamento transversal uniforme q_3 com bordas engastadas e bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 (em preto), a_2 (em cinza), a_3 (laranja) e resultado de (ENDOGUR, 1987) (em verde) e t_2 - sendo a seguinte representação: — Bordas simplesmente apoiadas e - - - - Bordas engastadas. Fonte: Autoria própria	77
Figura 47 – Perfil NACA 64-415 de asa. Perfil usado para o aviao experimental SONEX. Modelo gerado no software XFRL5 V6.	78
Figura 48 – Simulação numérica no Ansys da deflexão em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões $a = 361,28$, $b = 450,9$ e $t = 0,635$ sob carregamento transversal uniforme (unidade - metro). Material:Al 6061-T6. Fonte: Autoria própria.	79
Figura 49 – Vista de perfil de uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões $a = 361,28$, $b = 450,9$ e $t = 0,635$ sob carregamento transversal uniforme. Simulação numérica no Ansys da deflexão (unidade - metro). Material:Al 6061-T6. Fonte: Autoria própria.	79
Figura 50 – Análise de convergência para placa de parâmetros conforme tabelas 9 e 10 e conforme aumento do número de nós.	80
Figura 51 – Modelo de bancada para teste de deflexão em placa fina, visão superior.	81
Figura 52 – Modelo de bancada para teste de deflexão em placa fina, visão inferior.	81
Figura 53 – Modelo experimental da bancada para teste de deflexão em placa fina, com caixas de areia apoiadas e distribuídas uniformemente, visão superior.	82
Figura 54 – Modelo experimental da bancada para teste de deflexão em placa fina, visão superior.	82
Figura 55 – Modelo experimental da bancada para teste de deflexão em placa fina, vista isométrica.	83
Figura 56 – Vista superior do avião experimental Sonex - Representação.	91
Figura 57 – Vista superior do avião experimental Sonex - Representação.	91

Lista de tabelas

Tabela 1 – Propriedades da liga Al 2024-T6	41
Tabela 2 – Deflexões em uma placa fina retangular sob carga transversal uniforme e com as bordas engastadas. (TIMOSHENKO S. P. ; WOINOWSKY KRIEGER, 1938)	56
Tabela 3 – Fator numérico para deflexões no centro de uma placa fina retangular sob carga transversal uniforme e com as bordas engastadas para $b/a = 1$. (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007b)	56
Tabela 4 – Resultados convergentes de placas retangulares com as bordas engastadas sob carregamento uniforme para vários raios de aspectos pela resolução um sistema de 2000 x 2000 equações via método de série cossenos duplos e método de Hencky (para os dois casos foram mostrados um número máximo de 10 dígitos convergidos). Fonte: (TAYLOR R. ; GOVINDJEE, 2004)	57
Tabela 5 – Distância entre longarinas (a)	60
Tabela 6 – Distância entre nervuras (b)	60
Tabela 7 – Espessura (t)	60
Tabela 8 – Carga transversal distribuída (q)	61
Tabela 9 – Propriedades do Al 6061-T6.	61
Tabela 10 – Características e propriedades do modelo real de aileron do avião experimental SONEX.	62
Tabela 11 – Fatores de limite de carga de voo. (ANAC, 2018) (Adaptado)	63
Tabela 12 – Carregamento de superfície de controle de limite médio (ANAC, 2018) (Adaptado)	64
Tabela 13 – Deflexão máxima - Resultados numéricos e para a bancada	84
Tabela 14 – Especificações do Sonex	92
Tabela 15 – Configurações do Sonex	92

Lista de abreviaturas e siglas

IADS	International Alloy Designation System
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
R.T.	Resistência à tração
M.C.	Módulo de cisalhamento
RBAC	Regulamento Brasileiro de Aviação Civil

Lista de símbolos

a	Distância entre longarinas
b	Distância entre nervuras
D	Rigidez flexural da placa
E	Módulo de elasticidade
M_n	Momento Normal
M_t	Momento Tangencial
M_x	Momento de flexão pura na direção x
M_{xy}	Componente tangencial de momento no plano xy
M_y	Momento de flexão pura na direção y
M_{yx}	Componente tangencial de momento no plano yx
q	Carga transversal distribuída
ρ	Raio de curvatura do plano neutro
σ	Tensão normal
t	Espessura de revestimento
ν	Coefficiente de Poisson
w	deflexão transversal
$w_{m\acute{a}x}$	deflexão transversal máxima

Sumário

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Objetivos	30
1.1.1	Objetivo geral	30
1.1.2	Objetivos específicos	30
1.2	Metodologia	31
1.3	Organização do trabalho	32
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
2.1	Aileron	33
2.1.1	Estrutura do Aileron	35
2.1.1.1	Revestimento de Asa	36
2.1.2	Materiais utilizados no projeto e propriedades mecânicas	38
2.2	Teoria das placas	41
2.2.1	Flexão pura de placas finas	43
2.2.2	Placas sujeitas à flexão e à torção	46
2.2.3	Placas submetidas a uma carga transversal distribuída	47
2.3	Condições de Contorno	49
2.3.1	Borda simplesmente apoiada	49
2.3.2	Borda engastada	50
2.3.3	Borda livre	50
2.4	Deflexão	50
2.5	Teorias de cálculo da deflexão para o modelo de placa fina retangular com as quatro bordas engastadas	53
3	RESULTADOS E ANÁLISE	59
3.1	Descrição do Modelo	59
3.1.1	Cargas aerodinâmicas e análise conforme padrão da aeronave	61
3.2	Análise e comparação dos resultados analíticos e numéricos de deflexão máxima para os modelos de placas finas sob carregamento transversal uniforme com bordas simplesmente apoiadas	65
3.3	Análise e comparação dos resultados analíticos e numéricos de deflexão máxima para os modelos de placas finas sob carregamento transversal uniforme com bordas engastadas	72
3.4	Determinação de $w_{máx}$ para placa do aileron experimental Sonex - por método analítico e numérico	78

3.5	Análise experimental de uma bancada construída para testes de deflexão de uma placa fina	81
4	CONCLUSÃO	85
	REFERÊNCIAS	87
	APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO NO MATLAB	89
A.1	Estrutura do código de cálculo analítico da deflexão transversal máxima no revestimento	89
A.2	Geração do código da deflexão máxima	90
	APÊNDICE B – ESPECIFICAÇÕES SONEX	91

1 INTRODUÇÃO

Uma placa fina pode ser definida como uma camada de material cuja espessura é pequena comparada com suas outras dimensões, mas é resistente quando adicionadas forças de membranas. Esse tipo de placa forma a parte básica da estrutura de uma aeronave, sendo, por exemplo, a área da camada sob ação de forças delimitada por longarinas adjacentes e nervuras em uma estrutura de asa ou por longarinas e estruturas adjacentes em uma fuselagem.

Esse tipo de placa fina está sujeito a momentos fletores, e para entender o comportamento dessas placas é preciso analisar a que tipo de condições elas estão submetidas e como os tipos de asas de aviões e os designs de aerofólios podem influenciar nisso. Um aerofólio pode ser definido como qualquer seção de uma asa cortada por um plano paralelo ao xy , considerando uma asa como desenhada na figura 1 (ANDERSON, 2001) e sua sustentação e momentos se devem principalmente à distribuição de pressão, que pode ser calculada considerando o escoamento invíscido.

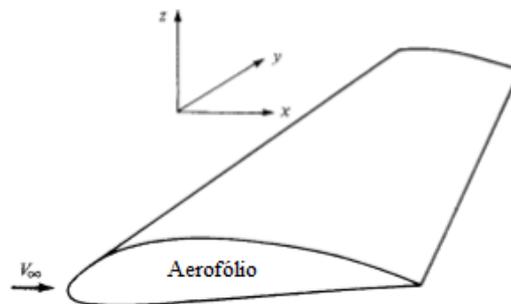


Figura 1 – Aerofólio - seção transversal de uma asa (ANDERSON, 2001)

As propriedades da asa de um avião são definidas pela forma e propriedades do seu aerofólio. A teoria do aerofólio de espessura fina foi definida na Alemanha na primeira Guerra Mundial. Apesar de ser limitada, fornece muitos resultados práticos, porém foi apenas a partir dos anos 60 que os avanços tecnológicos permitiram que fossem desenvolvidas análises numéricas baseadas na teoria da sustentação que fossem capazes de analisar qualquer formato de aerofólio em qualquer ângulo de ataque. (ANDERSON, 2001)

Primeiramente a NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) desenvolveu uma série de designs de aerofólios para objetivos específicos, como por exemplo para condição de fluxo laminar na camada limite sobre o aerofólio, representado na figura 2, em que o atrito do revestimento no aerofólio é reduzido drasticamente e c é a linha de

corda (que conecta bordo de ataque ao bordo de fuga) do aerofólio.

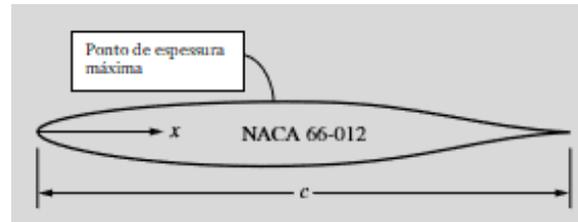


Figura 2 – Aerofólio para fluxo laminar (ANDERSON, 2001).

Posteriormente a NACA também desenvolveu para voos perto de Mach igual a 1, os aerofólios supercríticos e aerofólios para fluxo supersônico, em que Mach é maior que 1.

Um aerofólio constitui-se de parâmetros que regem as forças aerodinâmicas, são eles: configuração da geometria, ângulo de ataque - que é a atitude do veículo no plano de guinada relativo a direção de voo - , tamanho do veículo ou escala modal, fluxo livre de velocidade, densidade do ar não perturbado, Número de Reynolds e o Número de Mach. Informações de análise são obtidas, primeiramente com o teste no túnel de vento, que simula as condições de fluxo (BERTIN JOHN J.; CUMMINS, 2013).

Sabendo disso, os parâmetros de geometria podem ser classificados em geometria do aerofólio e geometria da asa. A geometria da asa se relaciona com o fluxo resultante em três dimensões. Os termos usados para descrever o formato projetado de uma asa são: área da asa, envergadura, corda média, raio de aspecto, a corda de raiz, a relação de conicidade, o ângulo de varredura, a corda principal aerodinâmica, o ângulo diédrico e a torção geométrica (BERTIN JOHN J.; CUMMINS, 2013).

Esses parâmetros influenciam em diversos aspectos da performance, estabilidade, rigidez, e forças como sustentação e arrasto.

Selecionar um aerofólio adequado é a primeira tarefa para projetar uma asa. O design aerodinâmico é um processo demorado e também complexo; percebe-se a importância então da sua projeção. A próxima tarefa é configurar uma asa com área de referência. No estágio conceitual do estudo do projeto, os valores típicos da torção da asa e outros refinamentos são retirados da experiência passada de um projetista. Os valores podem ser modificados através de análise de fluidos dinâmicos computacionais, se necessário, e de testes de túnel de vento a um ponto quando o teste de vôo pode exigir refinamentos finais locais (por exemplo, amarração de flanges e ailerons) (KUNDU, 2010).

Existem várias ferramentas matemáticas utilizadas para resolver problemas aerodinâmicos, porém uma que vale a pena destacar-se nesse trabalho e que é fundamental para calcular a sustentação aerodinâmica, é a circulação. Ela foi usada independentemente por Frederick Lanchester (1878-1946) na Inglaterra, Wilhelm Kutta (1867-1944) na Ale-

manha, e Nikolai Joukowski (1847-1921) na Rússia para criar um avanço na teoria da sustentação aerodinâmica na virada do século XX. Apesar de ter o nome de circulação, isso não significa necessariamente que os elementos fluidos estejam se movendo em círculos neste campo de fluxo. Na verdade, quando a circulação existe em um fluxo, significa simplesmente que a integral de linha em uma curva fechada C de uma velocidade no campo de fluxo é finita. Por exemplo, se o aerofólio na Figura 3 estiver gerando sustentação, a circulação tomada em torno de uma curva fechada envolvendo o aerofólio será finita, embora os elementos fluidos não estejam de maneira alguma executando círculos ao redor do aerofólio. Isso ficou conhecido como Teorema de Kutta-Joukowski, pois o matemático M. Wilhelm Kutta e o físico Nikolai E. Joukowski obtiveram essa equação, que afirma que a sustentação por unidade de tempo é diretamente proporcional à circulação em torno de um corpo em duas dimensões.

O objetivo desse trabalho não é saber quanto vale essa circulação, porém é importante saber que é por causa dela que se tem sustentação no aerofólio de uma asa. A asa tem sustentação devido à diferença de pressão nas superfícies superior e inferior, sendo a pressão na inferior, maior.

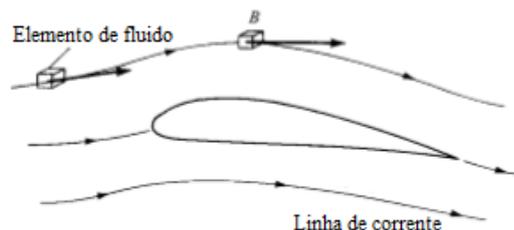


Figura 3 – Comportamento do Aerofólio submetido a um fluxo. (ANDERSON, 2001)

Os parâmetros aerodinâmicos são cruciais para o desempenho de uma asa em determinado voo, e determinantes também para a análise estrutural. Os resultados dos efeitos aerodinâmicos são a força - sustentação e arrasto - e o momento, pois as forças aumentam conforme aumenta o ângulo de ataque, por exemplo. A pressão dinâmica q também é consequência de circunstâncias de fluxo e modela efeitos da densidade e velocidade do ar. Ela é utilizada para cálculo de forças e momentos que variam com o ângulo de ataque e também vai ser utilizada nesse trabalho. Assim os parâmetros aerodinâmicos influenciam na eficiência aerodinâmica e logo, nas consequências estruturais. Esse trabalho foca em calcular a deformação máxima em placas finas sob condições de contorno, mais especificamente as placas finas que revestem o aileron, ou seja, em como a pressão dinâmica influencia no cálculo da deflexão nessas placas, como as placas fletem e a importância de se fazer esse cálculo no projeto de uma aeronave.

É fundamental calcular a deflexão na placa fina de revestimento pois essa vai influenciar diretamente no comportamento do fluxo de ar sobre ela e na performance e eficiência de uma aeronave. Por isso os parâmetros aerodinâmicos são tão importantes.

Antes de prosseguir para esses cálculos é necessário entender a teoria das placas, mais especificamente das placas finas. As placas podem ser classificadas em três grupos: Placas delgadas, placas muito delgadas e placas espessas (ROCHA, 2014); ou ainda como placas esbeltas com pequenos deslocamentos, placas esbeltas com grandes deslocamentos e placas espessas. As placas esbeltas são definidas pela razão entre a espessura e a sua menor dimensão ser inferior a $1/20$. Os deslocamentos transversais das placas com grandes deslocamentos tem um valor mais aproximado do valor da espessura da placa, contudo ainda são pequenos se comparado com as demais dimensões. E quando a placa possui deformações transversais bem menores que a sua espessura, é classificada como de pequenos deslocamentos (UGURAL, 1981). Para placas espessas pode-se concluir que define-se quando a razão entre a espessura e sua menor dimensão é maior ou igual a $1/20$.

Pelo fato das equações para a placa plana regular serem relativamente simples, ela é um bom exemplo para se demonstrar a aplicação dos critérios de equilíbrio de forças que determinam ausência ou não de estabilidade e das teorias fundamentais de flexão de placas, como as de Navier, Kirchhoff e Lévy, e as soluções numéricas mais aplicadas, como a de Galerkin e a de Wahl.

Em relação aos métodos analíticos, Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) desenvolveu aproximações para deduzir a teoria das placas finas, e como consequência destas aproximações, as componentes de deslocamento em qualquer ponto da placa podem ser expressas em termos da sua correspondente no plano médio; Navier apresentou, em 1820, um método para solucionar e encontrar deslocamentos e tensões de placas retangulares simplesmente apoiadas, que transforma uma equação diferencial em uma equação algébrica, facilitando as operações matemáticas; Por fim, o processo de M. Lévy resulta em convergências mais rápidas, chegando com precisão aceitável, às vezes com apenas o uso do primeiro termo da série. É aplicável à flexão de placas retangulares com condições de contorno simplesmente apoiadas em dois lados opostos e condições de contorno arbitrárias nos outros lados. Os dois últimos métodos foram baseados na série de Fourier.

A geometria das deformações é a base para as hipóteses fundamentais da teoria de flexão de placas finas com deflexões pequenas (placas isotrópicas, homogêneas e finas). Nesse trabalho serão analisados três casos em que a placa é deformada:

- Flexão pura de placas finas;
- Placas sujeitas a flexão e tração;
- Placas submetidas a uma carga transversal distribuída.

Para uma análise mais detalhada das deformações e da performance do fluxo aerodinâmico sobre a placa, foi escolhido para este trabalho o revestimento de um aileron como objeto de estudo.

Existem dificuldades para determinar a carga sobre um revestimento, já que esta

depende de características aerodinâmicas da asa e do ângulo de deflexão de uma placa (ENDOGUR, 1987). Porém, neste trabalho, a carga é uniformemente distribuída ao longo da placa.

Esse trabalho tem como referência um estudo desenvolvido para análise da performance do avião no aileron (ENDOGUR, 1987). Esse estudo já desenvolveu um gráfico de deflexão do revestimento pela distância entre as nervuras, a partir de dados experimentais reais, e é esse elemento da placa, a deflexão, que será estudado aqui nos cálculos. Os resultados deste estudo são mostrados na figura 4. Os parâmetros do gráfico nesta figura são as especificações da placa - sendo a distância entre as longarinas um valor fixo, e a distância entre as nervuras um valor variável -, pressão dinâmica, espessura variáveis e dados do material utilizado.

As Figuras 4 e 5 representam respectivamente o gráfico referente ao estudo citado, de deflexão máxima (em mm) por passo entre nervuras (em mm) e a representação da estrutura de um aileron. É importante observar que o gráfico da figura 4 não tem dados sobre o valor da distância entre longarinas, e também este valor não é facilmente encontrado na literatura. Nas figuras 5 *a* e *b*, pode-se ver claramente o revestimento da estrutura de um aileron, que são várias placas delimitadas por longarinas e nervuras e rebitadas entre si.

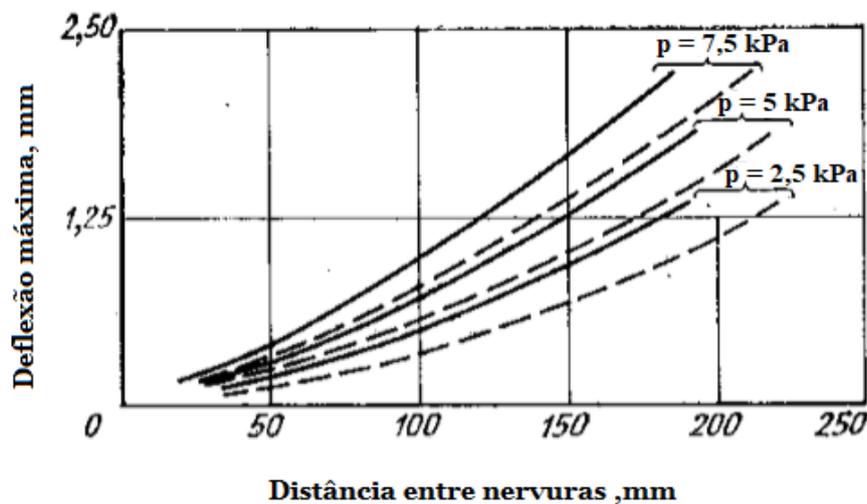


Figura 4 – Deformação máxima por distância entre nervuras. Linha contínua: $t = 0,8\text{mm}$. Linha descontinua: $t = 1,2\text{mm}$ (ENDOGUR, 1987).

O gráfico da figura 4 é muito importante para um engenheiro projetista para que ele possa escolher parâmetros de estrutura, como espessura de revestimento t e distância entre nervuras b . Desta forma é possível o engenheiro observar as mudanças no gráfico e concluir escolhendo os melhores valores desses parâmetros para que a estrutura apresente uma maior eficiência e contribua para uma performance ótima da asa.

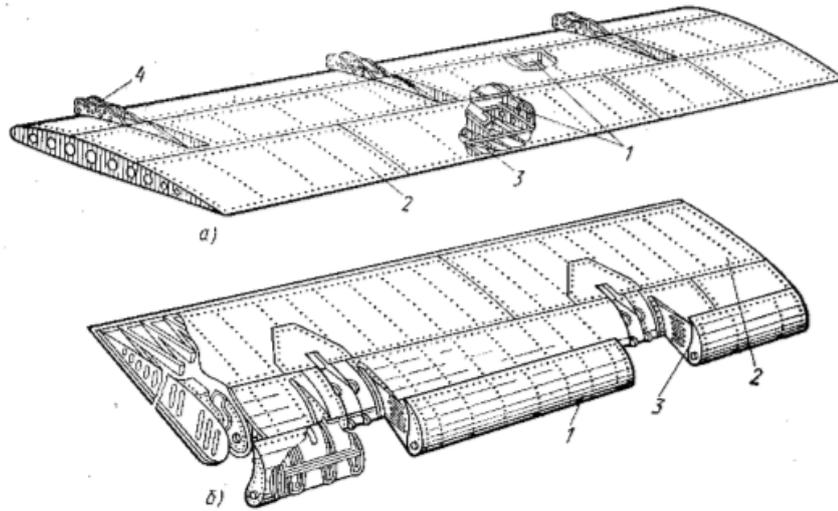


Figura 5 – Estrutura de um aileron (ENDOĞUR, 1987).

Os esquemas de flapes cinemáticos são extremamente diversos. Mas com relação ao revestimento de fenda, deve-se notar, como representado na figura 5, que eles podem ser divididos em dois grandes grupos de acordo com o princípio de formação da/s fenda/s.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo desse trabalho consiste em determinar deflexões transversais de placas finas que constituem o revestimento de um aileron, principalmente a deflexão máxima. É também apresentar os resultados em forma de gráficos que dependem de parâmetros de projeto do aileron: distância entre nervuras, distância entre longarinas, pressão aerodinâmica, espessura de revestimento e propriedades do material utilizado. Usou-se essa determinação de parâmetros de placas finas em aplicação experimental de uma bancada de medição de deformações transversais destas placas. Por fim, analisar e comparar estruturalmente resultados analíticos e numéricos de deformação transversal máxima em placas finas, que são constituintes do revestimento da asa de um avião, sendo o estudo de caso do trabalho o aileron.

1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho consistem em entender e fazer um estudo dos métodos analíticos para determinação de deformações transversais de placas finas; Saber os tipos de situações de condição de contorno para este tipo de placa e então calcular

a deflexão máxima para diferentes espessuras, pressões e distâncias entre nervuras de um aileron.

Na primeira etapa deste trabalho, então, objetiva-se aplicar cálculos analíticos para determinação da deflexão máxima a partir de uma carga transversal uniformemente distribuída aplicada na placa fina para condição de contorno de placa com borda simplesmente apoiada. O objetivo é que a partir desses cálculos sejam gerados gráficos de análise sobre os parâmetros de influência na performance da asa.

Na etapa concluinte deste trabalho, os objetivos são desenvolver simulações para deformações de placas finas sob cargas transversais na condição de contorno de borda engastada e comparar ambos resultados analíticos da primeira etapa e da segunda etapa com as simulações para uma conclusão satisfatória. Por fim, fazer comparação de métodos experimentais e numéricos.

1.2 Metodologia

Para realização desse estudo, será feita uma revisão bibliográfica sobre a teoria das placas finas e uma análise sobre quais são os métodos analíticos utilizados para deformações transversais dessas placas, como o método de Navier, a teoria das placas de Kirchhoff e Lagrange e o método de Timoshenko para deflexão de placas finas com bordas engastadas.

Para utilização dos métodos a serem apresentados, a placa será submetida a dois tipos de condições de contorno, para assim concluir sobre o comportamento da placa fina quando submetida à determinadas condições, simulando a ação de uma carga sobre a asa de um avião, mais especificamente sobre um aileron.

Para a primeira etapa deste trabalho, será utilizada a condição de contorno de borda simplesmente apoiada para cálculos e análises. Para tanto, utilizar-se-á a Teoria Clássica das Placas, ou Teoria de Kirchhoff e o método de Navier para cálculo de deflexão da placa fina. Por fim, será utilizado o MATLAB para realização dos cálculos analíticos e conclusão sobre os resultados.

Na segunda etapa deste trabalho, serão calculadas analiticamente a deformação máxima para placas finas sob carga uniformemente distribuída com bordas engastadas. Seguirá-se utilizando o Ansys para as simulações estruturais numéricas do revestimento da asa pretendendo assim definir em que condições de contorno a placa fina apresenta melhor comportamento e possivelmente definir quais seriam os melhores materiais que contemplam as necessidades mecânicas do revestimento de um aileron. Consequente a esta etapa, será analisada experimentalmente a deflexão transversal máxima em uma bancada para uma placa fina de alumínio.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: No capítulo 1 o assunto de deformação em placas finas e aplicação é introduzido bem como sua importância. Seguindo, tem-se dois capítulos principais: Revisão Bibliográfica e Resultados e Análises. Na Revisão Bibliográfica, tem-se dois itens: Estruturas da Asa, em que serão especificadas as estruturas do aileron, que também são da asa, como revestimento, longarinas e nervuras, e materiais que as compõem; e Deflexões. Neste item será feita uma revisão da teoria das placas finas, métodos analíticos usados para solução dos cálculos de deflexão, condições de flexão da placa fina e condições de contorno de uma placa fina com carregamento distribuído.

No capítulo 3, de Resultados e Análise, estão a descrição do modelo de placa fina de revestimento usado neste trabalho, uma análise do carregamento e do avião de referência para estudo conforme RBAC - Regulamento Brasileiro de Aviação Civil -, os cálculos analíticos e numéricos de deformação máxima para condições de contorno de placas simplesmente apoiadas e de placas engastadas, os gráficos conclusivos, uma análise experimental do caso e uma discussão e análise sobre o problema apresentado.

Após esse capítulo tem-se o capítulo 4, no qual está feita uma análise geral conclusiva do problema.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Aileron

Os ailerons são as principais superfícies de controle primário de vôo que movimentam a aeronave em torno do eixo longitudinal. Em outras palavras, o movimento dos ailerons em vôo faz com que a aeronave efetue o movimento do rolamento. Ailerons geralmente estão localizados na borda posterior - de fuga - de cada uma das asas. Eles são construídos na asa e são calculados como parte da área da superfície da asa. A Figura 6 mostra locais de aileron em vários projetos de ponta de asa (F.A.A., 2012).

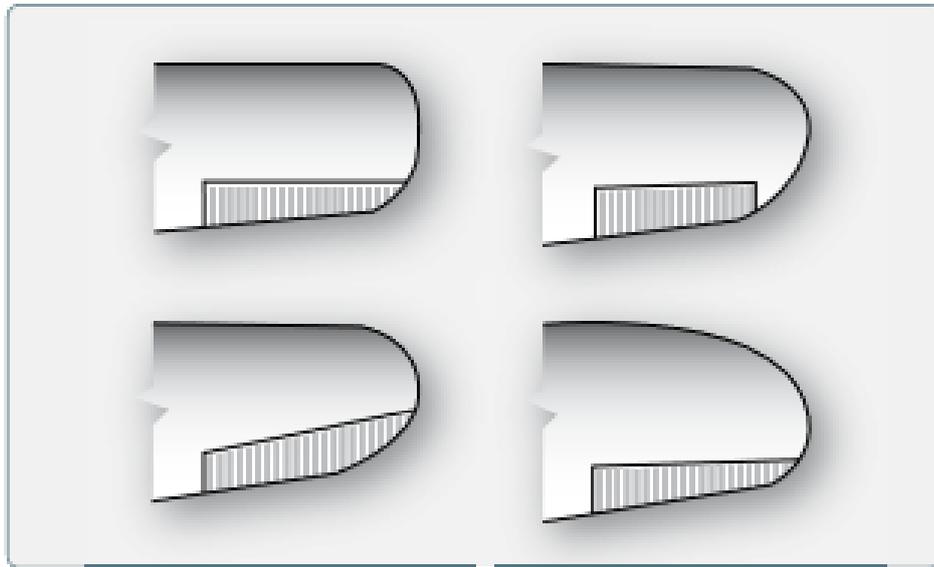


Figura 6 – Localização do aileron em vários tipos de asa (F.A.A., 2012).

Em grandes aviões podem existir dois grupos de ailerons, os que se localizam no meio da asa - esses atuam a qualquer velocidade de voo, ou seja, estão sempre atuantes - e os que se localizam na ponta da asa. Esses últimos são acionados apenas a baixas velocidades, pois a grandes velocidades a sua deflexão levaria à torção da asa (FERNANDES, 2008).

A deflexão dos ailerons gera consequências estruturais para a performance do avião. Ao serem defletidos, pode acontecer a guinada adversa do avião (guinada em sentido contrário ao sentido do enrolamento) em razão da diferença de resistência produzida nas asas. Para anular a guinada adversa existem alguns processos, como: uso de ailerons diferenciais - para equilibrar as resistências, visto que o aileron que sobe tem maior amplitude de deflexão que o aileron que desce; interligação entre o leme de direção e os

ailerons – pois o leme de direção tem uma pequena deflexão que é contrária a guinada adversa; e usos de ailerons de friso – os ailerons têm um friso no bordo de ataque, que leva ao aumento de resistência quando fica exposto ao escoamento ao subir (FERNANDES, 2008).

As superfícies de controle primário - ailerons, elevadores e leme - são geralmente semelhantes em construção umas às outras e variam apenas em tamanho, forma e métodos de fixação. Em aeronaves leves de alumínio, sua estrutura é muitas vezes semelhante a uma asa toda em metal. Isso é apropriado porque as superfícies de controle primárias são simplesmente dispositivos aerodinâmicos menores. Eles são tipicamente feitos de uma estrutura de liga de alumínio construída em torno de um membro de longarina ou tubo de torção no qual as nervuras são encaixadas e um revestimento é preso, anexado com rebites.

A figura abaixo mostra de forma esquemática o interior da estrutura de um leme, superfície de controle primário. Com o aileron, é análoga a construção, onde por ordem, da esquerda para a direita, estão localizados: nervura, longarinas de asa e revestimento.

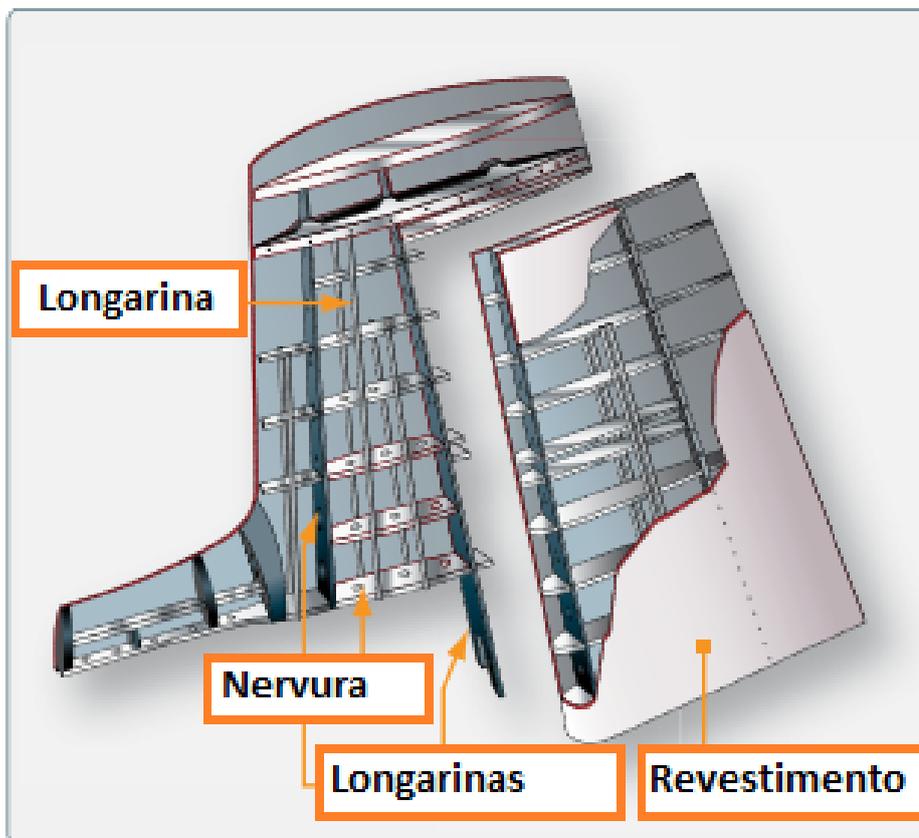


Figura 7 – Leme e estabilizador vertical (F.A.A., 2012).

Superfícies de controle primário são construídas a partir de uma ampla variedade de materiais e técnicas de construção também são comumente usadas. Há uma necessidade

crítica de balancear as superfícies de controle primário para que não vibrem com o vento (flutter).

O equilíbrio geralmente consiste em garantir que o centro de gravidade de um determinado dispositivo esteja no ponto de articulação ou à frente dele. Não equilibrar adequadamente uma superfície de controle pode levar a uma falha catastrófica. As configurações de aileron com seus pontos de articulação bem atrás da borda principal são um recurso de design comum usado para evitar flutter (F.A.A., 2012).

Sobre o seu funcionamento, quando o aileron de uma das asas desce, o aileron na asa oposta se inclina para cima. Isso amplifica o movimento da aeronave em torno do eixo longitudinal. Na asa na qual o bordo de fuga do aileron se move para baixo, a curvatura aumenta e a sustentação é aumentada. Por outro lado, na outra ala, o aileron elevado diminui a sustentação. O resultado é uma resposta sensível à entrada de controle para rolar a aeronave.

Aeronaves pesadas e de alto desempenho podem ter um segundo conjunto de ailerons localizados dentro da borda de fuga das asas. Estes compoem um sistema complexo de superfícies de controle primário e secundário que tem como função fornecer controle lateral e estabilidade em vôo. Em baixas velocidades, os ailerons podem ser aumentados pelo uso de abas e spoilers. Estes últimos diminuem a sustentação e podem aumentar a função do aileron. Estão localizados na borda superior e/ou traseira da asa. Além disso, com um terço do vão da asa exposto, a área de aileron por lado é de cerca de 1 m^2 (KUNDU, 2010).

Em altas velocidades, somente a deflexão interna do aileron é necessária para rolar a aeronave enquanto as outras superfícies de controle estão bloqueadas ou permanecem estacionárias (F.A.A., 2012).

2.1.1 Estrutura do Aileron

Esta seção trata-se de destacar os principais componentes da estrutura da asa de um avião, mais especificamente, de um componente de asa, o Aileron. As estruturas aqui tratadas estão presentes tanto na asa como um todo, como no Aileron como uma parte dela, pois este foi o objeto de estudo a lidar com as consequências do principal objetivo deste trabalho, o cálculo das deflexões e como elas influenciam na performance estrutural do avião.

Aqui serão tratadas então os três componentes fundamentais da estrutura: Longarinas, nervuras e revestimento do aileron.

Longarinas são os principais membros estruturais da asa. Elas se localizam paralelamente ao eixo lateral da aeronave, desde a fuselagem até a ponta da asa, e geralmente são presas à fuselagem por encaixes de asas, vigas simples ou uma treliça.

Atualmente, a maioria dos aviões fabricados tem longarinas feitas de alumínio extrudido sólido ou extrusões de alumínio rebitadas juntas para formar a longarina. O uso de materiais compostos e a combinação de uma variedade de materiais também é realidade para longarinas (F.A.A., 2012).

A longarina toda pode ser extrudida de uma peça de metal, mas muitas vezes é construída a partir de múltiplas extrusões ou ângulos formados. As configurações reais da longarina de asa assumem muitas formas. Ela pode ser construída a partir de materiais leves com reforços verticais empregados para resistência.

Além disso, o design da alma de longarina à prova de falhas existe. *Fail-safe* significa que se um membro de uma estrutura complexa falhar, alguma outra parte da estrutura assume a carga do membro com falha e permite a operação continuada. Se uma das seções desse tipo de longarina quebra, a outra seção ainda pode carregar a carga. Esse é o recurso à prova de falhas.

De maneira geral, uma asa tem duas longarinas. Uma é localizada perto da frente da asa, e a outra cerca de dois terços da distância em direção ao bordo de fuga da asa. Quando outros membros estruturais da asa são colocados sob carga, a maior parte da tensão resultante é passada para a longarina da asa, o que faz dela a parte mais importante da asa (F.A.A., 2012).

As longarinas também conectam a asa à fuselagem. Existe, na extremidade interna das longarinas de asa, uma forma de encaixe de fixação da asa. Ela fornece um método forte e seguro para anexar a asa à fuselagem. A interface entre a asa e a fuselagem é frequentemente coberta por uma carenagem para obter um fluxo de ar suave nesta área.

A estrutura da asa também é composta por nervuras. Estas são os elementos estruturais instalados na direção da corda do aerofólio e são utilizadas para conferir a forma curvada do perfil da asa. São combinadas com a longarina para formar a estrutura da asa, como na figura 8. Transmitem as cargas do revestimento às longarinas e as cargas concentradas nos motores, trem de pouso e superfícies de controle ao revestimento e às longarinas. Nervuras também são usadas em ailerons, elevadores, lemes e estabilizadores.

As nervuras são geralmente fabricadas em madeira ou metal e podem ser referidas como nervuras lisas ou nervuras principais. Além disso, uma vez que as nervuras são lateralmente fracas, elas são reforçadas em algumas asas por fitas que são alocadas acima e abaixo das seções das nervuras para evitar que as nervuras se dobrem lateralmente.

2.1.1.1 Revestimento de Asa

O revestimento compõe a forma exterior da asa. É projetado, geralmente, para transportar parte das cargas de vôo e solo em combinação com as longarinas e nervuras. Isso é conhecido como um *design* de revestimento tensionado. Suporta as cargas devidas

às diferenças de pressão do ar e compartilha parte da carga, quando há falta de suporte interno ou externo extra. Este se encontra endurecido para ajudar nessa função.

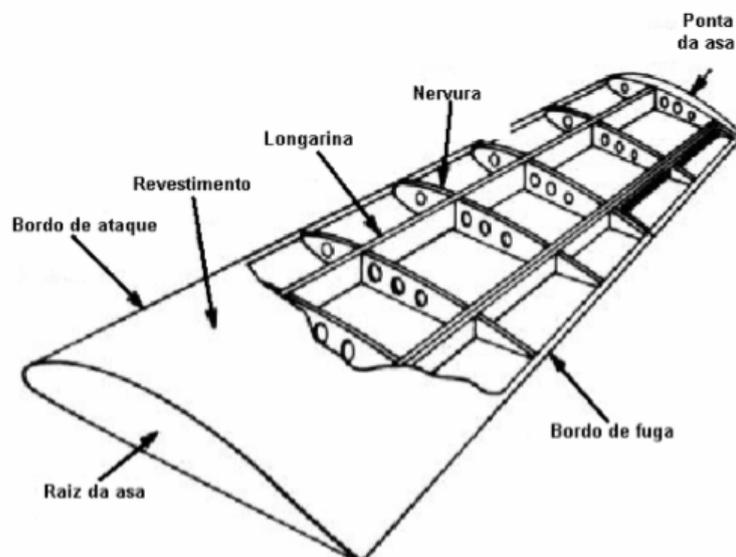


Figura 8 – Componentes estruturais da asa (FERNANDES, 2008).

O combustível é frequentemente carregado dentro das asas de uma aeronave de revestimento pressionado. O combustível pode ser armazenado dentro da estrutura, desde que as juntas da asa estejam seladas com um selante especial resistente a combustível. Isso é conhecido como design de asa molhada. Alternativamente, uma bexiga ou tanque de transporte de combustível pode ser instalado dentro de uma asa. Logo, um revestimento suporta o peso e a inércia do combustível. A Figura 9 mostra uma seção de asa com um projeto estrutural de viga em caixa. Essa estrutura aumenta a força e reduz o peso. A vedação adequada da estrutura permite que o combustível seja armazenado nas seções da caixa da asa (F.A.A., 2012).

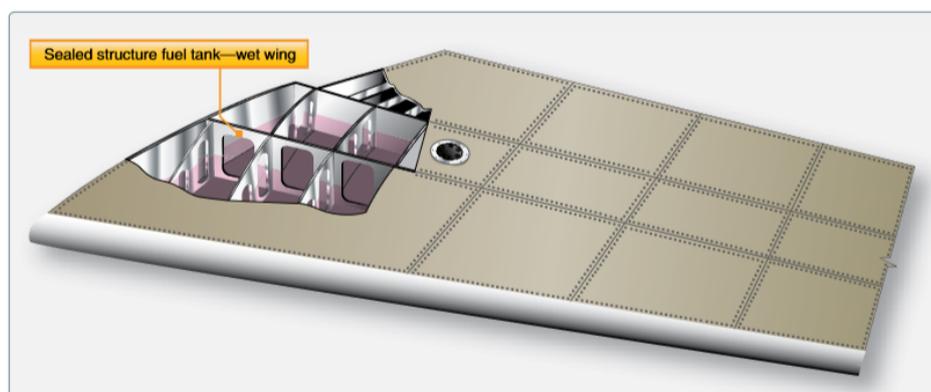


Figura 9 – Seção de asa com um projeto estrutural de viga em caixa (F.A.A., 2012).

Na figura 9 observa-se a composição estrutural interna da asa, composta por lon-

garinas e nervuras. O estudo da pressão sobre o revestimento dessa estrutura interna será analisado no capítulo de resultados e análise deste trabalho. O revestimento da asa de uma aeronave pode ser feito de vários tipos de materiais, e um deles é o alumínio.

2.1.2 Materiais utilizados no projeto e propriedades mecânicas

As ligas de alumínio tiveram um aumento de seu uso no setor industrial aeroespacial pois possuem características em sua maioria favoráveis e por poderem, algumas, serem endurecidas por precipitação, o que melhora ainda mais a resistência mecânica do alumínio.

Pode-se definir as vantagens e motivação do uso desse material, como custo moderado; facilidade de fabricação, incluindo fundição, forjamento e tratamento térmico; peso leve (densidade de apenas $2,7 \text{ g/cm}^3$); alta rigidez específica e força específica; ductilidade, tenacidade à fratura e resistência à fadiga; e bom controle de propriedades por tratamentos mecânicos e térmicos (MOURITZ, 2012).

Para este trabalho, foi escolhido como material de composição estrutural a liga de alumínio 2024Al-T6, em razão à sua grande importância na indústria aeroespacial e ao fato dos tratamentos térmicos nele utilizados, como solubilização e envelhecimento, potencializarem as suas propriedades.

A liga 2024 é uma liga de alumínio contendo cobre, magnésio, manganês e alguns elementos de liga em menor quantidade. Estes elementos proporcionam alta resistência ao fortalecer a solução sólida e por precipitação. Ao reagir com o alumínio, eles também aumentam a resistência à fadiga e à força. Os processos de fabricação desta liga são principalmente extrusão e laminação a quente. Esta liga pode ser envelhecida de forma natural ou artificial (COUTO ANTONIO A. ; REIS, 2012).

A liga de alumínio 2024 é muito utilizada em partes de aeronaves. O alumínio em si está em torno de 60–80 % do peso de fuselagem na maioria das aeronaves modernas, apesar do uso crescente de compósitos em grandes aviões de passageiros (MOURITZ, 2012).

Contudo, existem várias desvantagens do uso de ligas de alumínio em estruturas de aeronaves, como baixas propriedades mecânicas a temperatura elevada; suscetibilidade a rachaduras de corrosão por tensão; corrosão quando em contato com compósitos de fibra de carbono; e ligas endurecíveis por envelhecimento não podem ser facilmente soldadas (MOURITZ, 2012).

Quase todo o alumínio utilizado em estruturas de aeronaves é na forma de ligas tratáveis termicamente. As propriedades de resistência das ligas podem ser melhoradas por moldagem plástica (por exemplo, extrusão, estiramento, laminação) e tratamento térmico. O tratamento térmico, em seu sentido mais amplo, refere-se a qualquer operação

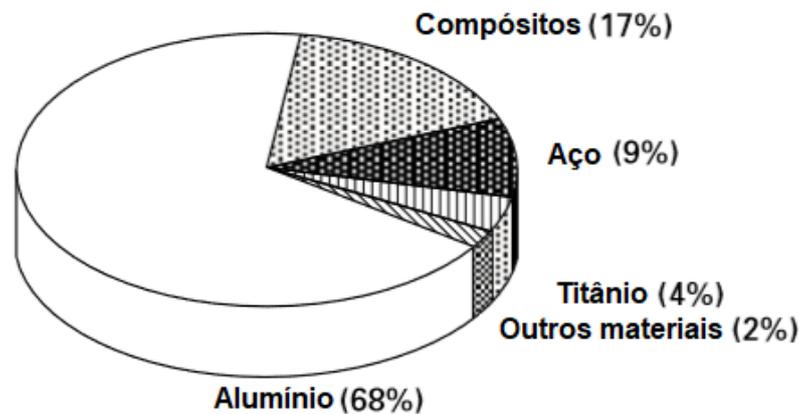


Figura 10 – Uso de ligas de alumínio e outros materiais estruturais no Boeing 747 (MOURITZ, 2012).

de aquecimento e resfriamento usada para alterar a estrutura metalúrgica (por exemplo, estrutura cristalina, tamanho de grão, densidade de deslocamento, precipitados), propriedades mecânicas (como limite de elasticidade, resistência à fadiga, resistência à fratura), durabilidade (por exemplo, resistência à corrosão, resistência à oxidação) ou o estado de tensão residual interna. No entanto, quando o termo tratamento térmico é aplicado a ligas de alumínio forjadas, isso geralmente implica que as operações de aquecimento e resfriamento são usadas para aumentar a força através do processo chamado endurecimento por idade (ou precipitação) (MOURITZ, 2012).

Quanto à mais uma classificação, existem dois grandes grupos de ligas de alumínio forjado: ligas não endurecíveis por envelhecimento e endurecíveis por envelhecimento (ou por tempo). As ligas endurecíveis por envelhecimento são caracterizadas pela sua capacidade de serem reforçadas pelo endurecimento por precipitação quando tratadas termicamente. Estas ligas atingem alta resistência a partir dos mecanismos combinados de fortalecimento de endurecimento de solução sólida, endurecimento de tensão, controle de tamanho de grão e, mais importante, endurecimento por precipitação. Neste último, ocorre o endurecimento da liga pela criação de impurezas sólidas (precipitados). Estes impedem o movimento de deslocamentos na estrutura. Quanto menos deslocamentos, maior o rendimento e a força do material, já que os mesmos causam plasticidade. Além disso, a resistência ao escoamento de ligas endurecíveis por envelhecimento está na faixa de 450 a 600 MPa. A combinação de baixo custo, leveza, ductilidade, alta resistência e tenacidade tornam as ligas endurecíveis por idade adequadas para uso em uma ampla variedade de peças estruturais e semi-estruturais em aeronaves. (MOURITZ, 2012).

Quanto à nomenclatura das ligas de alumínio, estas são separadas em categorias chamadas de séries de liga pelo esquema de classificação IADS - International Alloy Designation System, majoritariamente usado. Ele categoriza as ligas de alumínio de acordo com

sua composição química. Este sistema é usado pela indústria aeroespacial para classificar as ligas usadas em aeronaves. As ligas de alumínio então podem estar em uma das oito séries de classificação – que vai de 1000 a 8000 (100, 2000, 3000 e assim por diante) – e o(s) elemento(s) de liga principal(is) é o fator usado para determinar em qual das oito séries uma liga é alocada. Para este trabalho, foi considerado a liga 2024 – T6 Al, cujo elemento de liga principal é o cobre (MOURITZ, 2012).

Cada liga dentro de uma série tem um número de quatro dígitos: XXXX. O primeiro dígito indica o número da série. O segundo dígito indica o número de modificações no tipo de liga. Os dois últimos números no sistema só têm significado para as ligas da série 1000. Os dois últimos dígitos da série 2000 a 8000 não têm relação significativa com o teor de liga e têm como único propósito identificar as diferentes ligas de uma série. Então, a liga 2024-T6 não teve modificações no tipo de liga e está identificado como o número 24 da série 2000.

Além dos quatro dígitos, um sistema de letras e números, conhecido como o sistema de designação de temperamento, é usado para indicar o tipo de têmpera realizada em uma liga de alumínio. Temperamento é definido como o tratamento de forjamento (por exemplo, trabalho a frio e a quente) e tratamento térmico (por exemplo, recozimento, endurecimento por envelhecimento) realizado em um produto de alumínio para atingir o nível desejado de propriedades metalúrgicas.

Tais letras que seguem a designação para o temperamento são "F" para fabricadas e "T" para endurecidas pela idade. As subdivisões de temperamentos básicos, podem vir indicadas por um ou mais números. No caso da liga escolhida, 2024 Al-T6, T6 significa que a liga foi temperada para a condição T6, que envolve o tratamento da solução seguido pelo envelhecimento artificial (MOURITZ, 2012).

Só de estar na série 2000, a liga 2024 Al-T6 é endurecível por envelhecimento, assim como as ligas das séries 6000, 7000 e muitas 8000. É essa característica que faz com que as ligas de alumínio obtenham a resistência necessária para uso em estruturas altamente carregadas e, por isso, este processo é crítico na construção de aeronaves. As ligas 2000 também tem características como alta resistência, resistência à fadiga, tenacidade e tolerância a danos. Essa última característica é importante pois a liga é o caso da liga ser aplicada para estrutura da fuselagem e revestimento de asa inferior, que é o caso deste trabalho. Outrossim, essas propriedades tornam as ligas adequadas para revestimento de fuselagem, painéis de asa inferior e superfícies de controle. A liga aqui considerada é muito usada ainda em estruturas de aeronaves, como longarinas, anteparos, transportadores, revestimentos tensionados e treliças.

Segue na tabela 1 as propriedades da liga Al 2024-T6 consideradas para este trabalho.

Tabela 1 – Propriedades da liga Al 2024-T6

Liga	Temperabilidade	Alongação (%)	E (GPa)	ν	M.C. (GPa)	ρ
2024	T6	10	72,4	0,33	27	2,68 g/cm ³

Nessa tabela, E é o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson e M.C. é o módulo de cisalhamento.

2.2 Teoria das placas

Como previamente apresentado, a Teoria das placas teve sua primeira solução no século XIX, e foi sendo aprimorada conforme estudos realizados sobre o assunto eram publicados.

A placa é um elemento estrutural que é delimitado por duas superfícies médias planas e esforços externos normais a esse plano (DULOR, 2012). Como já especificado, a espessura da placa é a distância entre esses dois planos e ela pode variar dependendo do tipo de placa, mas em se tratando de placas finas ela é bem pequena se comparada às outras dimensões da mesma (LEAL, 2015).

Na figura 11 observa-se uma exemplificação da placa, seu plano médio e espessura.

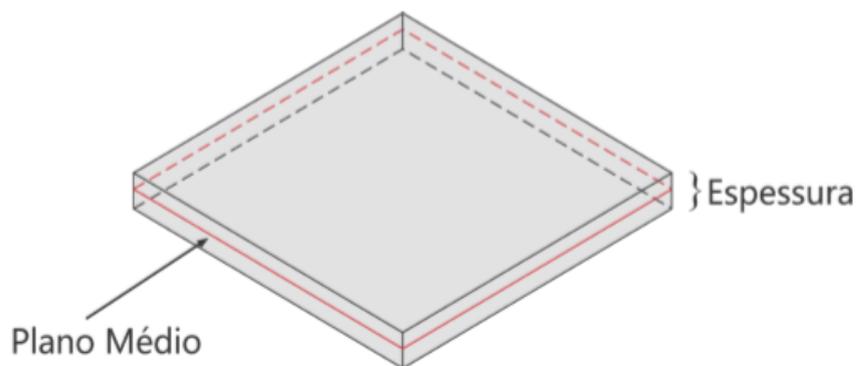


Figura 11 – Exemplo de placa (LEAL, 2015)

Além de finas, muito finas e espessas (ou finas, membranas e espessas), as placas podem ter outros critérios de classificações, como a rigidez. Mas esse trabalho foca em mostrar esse primeiro tipo e classificação apresentado, de Martinelli et al (1986).

Para o estudo das placas foram desenvolvidas algumas teorias, dentre elas a Teoria Clássica de Flexão de Placas, ou a Teoria de Kirchhoff. Gustav R. Kirchhoff (1824 – 1887) no ano de 1850, propôs essa teoria que foi a primeira completa sobre flexão de placas. Baseado nas hipóteses de Bernoulli para vigas, Kirchhoff derivou a mesma equação diferencial para flexão de placas que Navier, contudo, usando uma aproximação diferente em

relação a energia. Sua significativa contribuição para a teoria das placas foi a introdução de forças de contorno suplementares. Essas "forças de cisalhamento equivalentes" substituem, na verdade, os momentos torcionais nos contornos da placa. Consequentemente, todas as condições de contorno podem então ser declaradas como funções de deslocamento e suas derivadas em relação a x ou y . Ademais, Kirchhoff é considerado o fundador da teoria extendida das placas, a qual leva em consideração flexão combinada e alongamento (SZILARD, 2004).

O desenvolvimento da indústria aeronáutica moderna proporcionou um forte impulso para investigações analíticas mais rigorosas de vários problemas de placas. Placas submetidas a forças no plano, por exemplo, comportamento pós flambagem e problemas de vibração (fenômeno flutter) e placas enrijecidas foram analisadas por vários cientistas. Alguns pesquisadores relevantes na área são Wagner, Levy, Bleich e Federhofer (SZILARD, 2004).

A suposição mais importante da Teoria das Placas de Kirchhoff é que as normais para o plano médio permanecem normais para o plano médio defletido e reta. Já que essa teoria negligencia a deformação causada pelo cisalhamento transversal, seria errôneo aplicá-la a placas moderadamente espessas. Para essas placas, a Teoria Clássica das Placas de Kirchhoff (outros estudiosos contribuíram para a teoria clássica das placas, incluindo Bernoulli, Navier, Saint-Venant e Lagrange) subestima deflexões e superestima frequências e cargas de flambagem (SZILARD, 2004).

A Teoria Clássica das placas ocupa uma posição única na análise de pequenas deflexões em placas ditas delgadas. É formulada nos termos de deflexões transversais $w(x, y)$ para as quais a equação diferencial governante é de quarta ordem, requisitando apenas duas condições de contorno a serem satisfeitas para cada aresta. Como já mencionado, Kirchhoff formulou suposições para aplicar a análise ao modelo de placas finas de forma clara como base para as simplificações usadas na derivação da equação da placa:

1. O material é homogêneo, isotrópico e elástico linear; isto é, segue a lei de Hooke.
2. A placa é infinitamente plana.
3. O plano médio da placa não se alonga durante a flexão;
4. A espessura constante da placa, t , é a menor dimensão da placa, isto é, menor em no mínimo dez vezes do que a menor dimensão lateral da placa;
5. As deflexões transversais $w(x, y)$ são pequenas comparadas à espessura da placa.
6. As inclinações do plano médio defeituoso são pequenas em comparação com o todo.
7. Seções transversais da placa tendem a permanecer normais à superfície média ou plano médio da placa. Consequentemente, as deformações de cisalhamento são descon-

sideradas. Esta suposição representa uma extensão da hipótese de Bernoulli para vigas para placas.

8. A tensão normal σ_z na direção transversal para a superfície da placa pode ser negligenciada.

A figura abaixo exemplifica o ponto da Teoria Clássica das Placas em que pontos situados na superfície média, onde $z = 0$ movem-se apenas na direção z quando a placa se deforma. Percebe-se a permanência de uma linha reta perpendicular à superfície antes e após o carregamento (linha $OP - O'P'$).

Na figura, um ponto P que está situado a uma distância z da superfície média, possui deslocamentos u e v nas direções x e y , respectivamente. Admite-se que w é o deslocamento e que este seja função de x e y (WAIDEMAM, 2004).

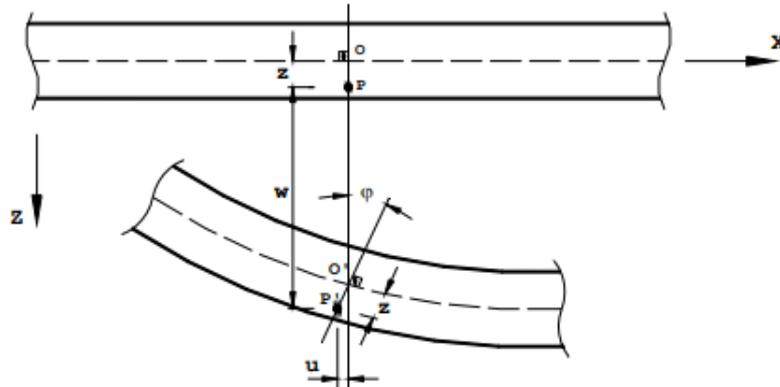


Figura 12 – Deslocamento de um ponto situado sobre uma normal ao plano médio da placa (WAIDEMAM, 2004).

Essas hipóteses fundamentais estão baseadas na geometria das deformações. Nesse trabalho serão analisados três casos em que a placa é deformada:

2.2.1 Flexão pura de placas finas

A placa na figura 13 está submetida aos momentos de flexão pura M_x e M_y por unidade de comprimento uniformemente distribuídos nas suas bordas. Assume-se que esses momentos são positivos quando produzem compressão na superfície superior e tensão na superfície inferior (MEGSON, 2007).

Para esse caso ainda assume-se que o deslocamento paralelo ao eixo z é muito pequeno comparado à espessura da placa após a flexão, a placa continua plana. Permanecendo plana, as tensões variam linearmente pela espessura da placa e suas magnitudes dependem dos momentos de flexão aplicados nela.

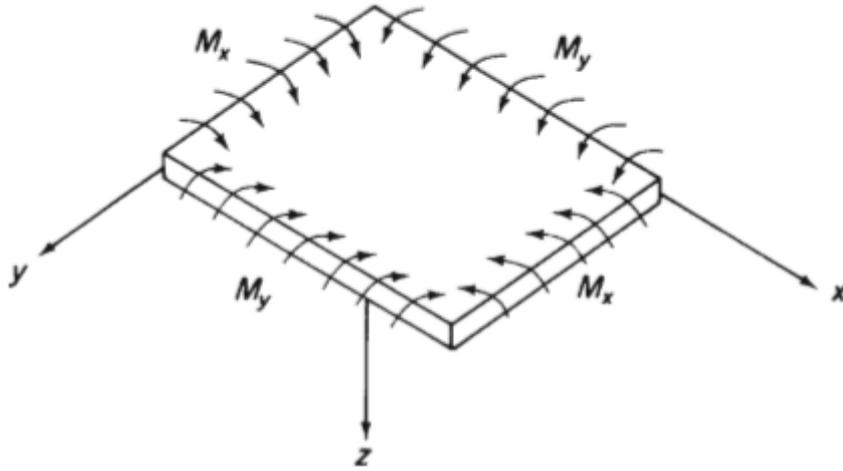


Figura 13 – Placa fina submetida à flexão pura (MEGSON, 2007).

O cálculo das tensões σ_x e σ_y do elemento da placa dá-se por

$$\sigma_x = \frac{Ez}{1 - \nu^2} \left(\frac{1}{\rho_x} + \frac{\nu}{\rho_y} \right) \quad \sigma_y = \frac{Ez}{1 - \nu^2} \left(\frac{1}{\rho_y} + \frac{\nu}{\rho_x} \right) \quad (2.1)$$

Em que E é o módulo de elasticidade do material, z é a distância abaixo do plano neutro, ν é o coeficiente de Poisson do material e ρ_x e ρ_y são os raios de curvatura do plano neutro n nos planos xz e yz respectivamente.

Sabe-se que D é a rigidez flexural da placa, e pode ser calculada por

$$D = \int_{-t/2}^{t/2} \frac{Ez^2}{1 - \nu^2} dz = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.2)$$

Em que t é a espessura da placa.

Assim pode-se calcular os momentos M_x e M_y . Logo, tem-se

$$M_x = D \left(\frac{1}{\rho_x} + \frac{\nu}{\rho_y} \right) \quad (2.3)$$

$$M_y = D \left(\frac{1}{\rho_y} + \frac{\nu}{\rho_x} \right) \quad (2.4)$$

Comparando as equações (1), (3) e (4), pode-se observar que:

$$\sigma_x = \frac{12M_x z}{t^3} \quad \sigma_y = \frac{12M_y z}{t^3} \quad (2.5)$$

As tensões da placa fina, entretanto, serão calculadas na segunda etapa deste trabalho, mas seus cálculos são obtidos a partir da integração das fórmulas de momento e tensão mencionados neste capítulo.

Se w é a deflexão de qualquer ponto na placa na direção z , então pode-se relacionar w com a curvatura da placa da mesma maneira que a expressão bem conhecida para curvatura de vigas. Assim:

$$\frac{1}{\rho_x} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \frac{1}{\rho_y} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.6)$$

Os sinais negativos resultam do fato de que os centros de curvatura ocorrem acima da placa na qual a região z é negativa. Das equações (3), (4) e (5), obtém-se que

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.8)$$

Se M_x ou M_y forem iguais a zero, no entanto, a placa tem curvaturas de sinais opostos. O caso de $M_y = 0$ é mostrado na figura 14. Quando uma superfície tem duas curvaturas de sinais opostos, ela é chamada superfície anticlástica. Além disso, se $M_x = M_y = M$, tem-se que a curvatura do formato esférico da placa é

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{D(1+v)} \quad (2.9)$$

Em que ρ é o raio de curvatura da placa neutra que é formado quando a placa deflete, sendo definido pela condição acima tal que

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{1}{\rho_y} = \frac{1}{\rho} \quad (2.10)$$

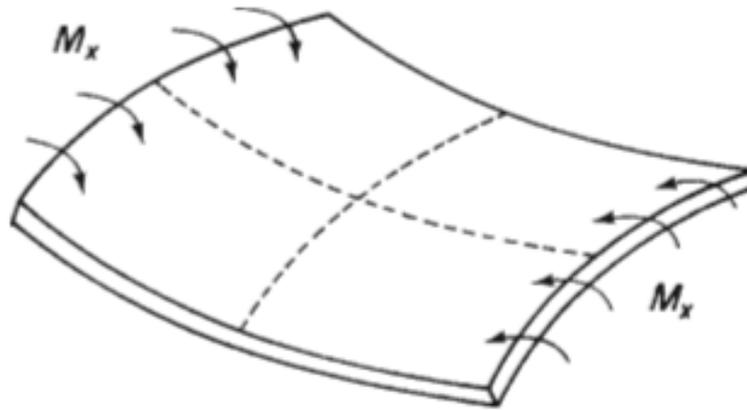


Figura 14 – Flexão anticlástica. (MEGSON, 2007)

2.2.2 Placas sujeitas à flexão e à torção

Os momentos de flexão aplicados a placa podem ser resolvidos em componentes perpendiculares e tangenciais. As perpendiculares são M_x e M_y , como anteriormente, e as tangenciais M_{xy} e M_{yx} produzem torção da placa fina sobre os eixos paralelos ao x e y . O primeiro subíndice indica o momento na vertical, e o segundo, paralelamente (MEGSON, 2007).

Os momentos de torção são resistidos por um sistema horizontal de tensão de cisalhamento τ_{xy} , pois são momentos tangenciais ou torques. Esses momentos M_x , M_y e M_{xy} produzem momento tangencial M_t e momento normal M_n . Na figura 15 está representada uma placa sujeita ao momento de flexão e torção de forma geral em um plano diagonal arbitrário FD (MEGSON, 2007).

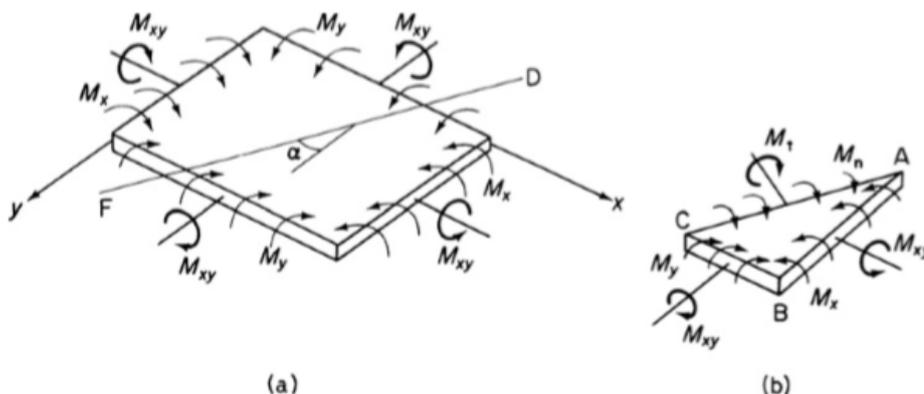


Figura 15 – (a) Placa sujeita ao momento de flexão e torção. (b) Momentos tangenciais e normais em um plano arbitrário (MEGSON, 2007).

Ao relacionar a curvatura w da placa com as relações de momento, pode-se concluir a respeito da solução para esses momentos M_n e M_t relacionados à deformação da placa.

Considerando a Figura 10, o equilíbrio de um elemento triangular ABC da figura 10.b, em um plano perpendicular a AC, leva a

$$M_n = M_x \cos^2 \alpha + M_y \sin^2 \alpha - M_{xy} \sin 2\alpha \quad (2.11)$$

Similar para o equilíbrio em um plano paralelo a CA, tem-se que

$$M_t = \frac{M_x - M_y}{2} \sin 2\alpha + M_{xy} \cos 2\alpha \quad (2.12)$$

Observa-se da Equação 8 que existem dois valores para α , com diferença de 90° e dados por

$$\tan 2\alpha = -\frac{2M_{xy}}{M_x - M_y} \quad (2.13)$$

Para o qual $M_t = 0$ deixando momentos normais de intensidade M_n em dois planos perpendiculares mútuos. Esses momentos são chamados de momentos principais e suas curvaturas correspondentes de curvaturas principais.

Tendo relacionado já neste capítulo M_x e M_y a w , agora prossegue-se para relacionar M_{xy} a w . Fazendo isto, chega-se a relação final para o momento de torção M_{xy} (MEGSON, 2007) (GAYDON, 1966):

$$M_{xy} = D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.14)$$

2.2.3 Placas submetidas a uma carga transversal distribuída

Assumindo uma placa fina retangular, suportando uma carga transversal distribuída de intensidade $q = f(x, y)$ por unidade de área, que o plano médio dessa placa é neutro e que seções planas continuam planas após aplicação do momento fletor, pode-se considerar a figura 16 para representação. Ainda, para isso acontecer, as tensões de cisalhamento nos planos xz e yz devem ser zero. A carga transversal, contudo, gera tensões na placa.

Assume - se, então, que γ_{xz} e γ_{yz} são desprezíveis, mas as forças de tensão são de mesma ordem de magnitude como a carga aplicada q e os momentos M_x , M_y e M_{xy} . (MEGSON, 2007)

Estabelecendo a relação entre carga aplicada, momentos e deflexão da placa no sistema xyz como mostrado, concluiu-se sobre como resolver os momentos M_x , M_y e M_{xy} ,

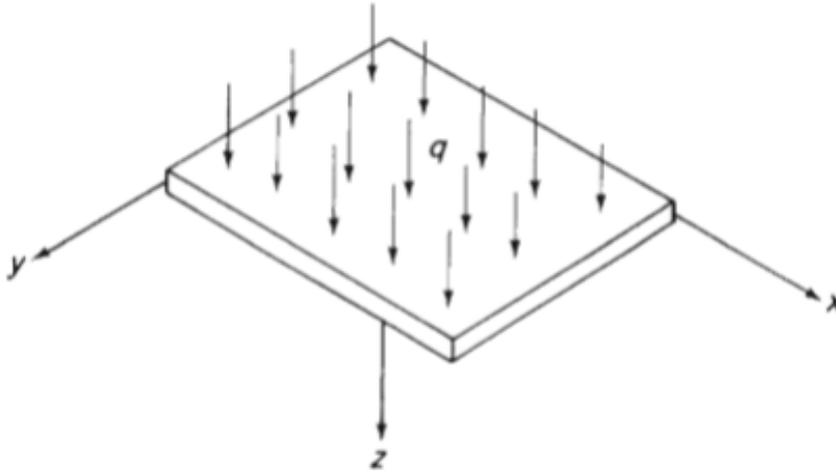


Figura 16 – Carga transversal aplicada a uma placa fina retangular (MEGSON, 2007).

como segue na fórmula.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (2.15)$$

A Equação (2.15) é a Equação de Sophie Germain-Lagrange ou Equação Fundamental das Placas. Sua solução é a função w , a qual oferece o deslocamento vertical em relação à posição original para quaisquer pontos (x, y) que estejam sobre o plano médio da placa, antes de sofrerem a ação da carga (LEAL, 2015).

Essa fórmula é resultado da análise de equilíbrio de forças em z , equilíbrio de momentos em x e equilíbrio de momentos em y .

Outros pesquisadores contribuíram para a solução do problema de cargas aplicadas a placas finas. Um deles foi Levy. Seu método consistia em solucionar o problema de placas através de uma série simples de senos. Ele obtém a solução da equação (2.15) em dois passos distintos de acordo com a equação geral da solução analítica da equação diferencial. Esta última pode ser escrita como:

$$w_T(x, y) = w_H(x, y) + w_P(x, y) \quad (2.16)$$

Onde w_H representa a solução da equação homogênea, e w_P é a solução particular da equação diferencial não-homogênea da placa.

O processo de M. Lévy resulta em convergências mais rápidas, chegando com precisão aceitável, às vezes com apenas o uso do primeiro termo da série. Este método é aplicável à flexão de placas retangulares com condições de contorno simplesmente apoiadas em dois lados opostos ($x = 0$ e $x = a$) e condições de contorno arbitrárias nos outros lados ($y = \frac{b}{2}$ ou $y = -\frac{b}{2}$) (SOARES, 2004).

Quando trata-se de placas submetidas a uma carga transversal distribuída, tem de se estabelecer condições de contorno, que serão especificadas a seguir.

2.3 Condições de Contorno

2.3.1 Borda simplesmente apoiada

Suponha-se que a borda $x = 0$ de uma placa fina como na figura 17 está livre para rotacionar, mas não para defletir. Assim temos as seguintes suposições:

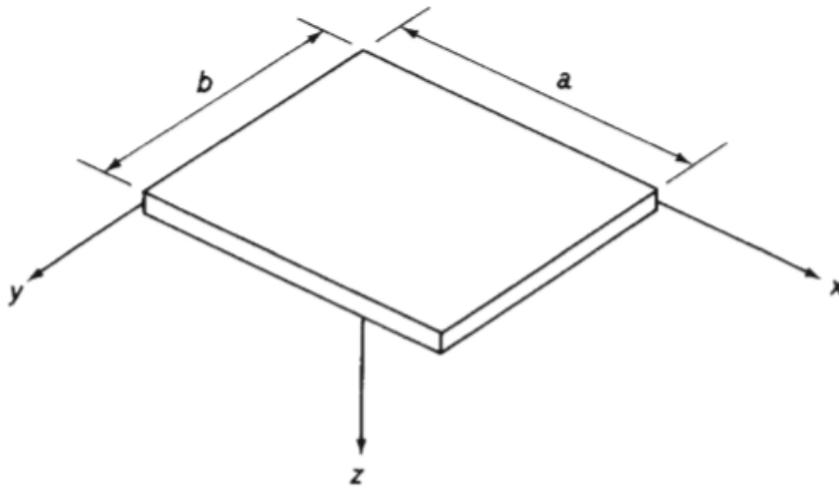


Figura 17 – Placa fina retangular de dimensões $a \times b$ (MEGSON, 2007).

- O momento fletor ao longo dessa borda deve ser zero;

$$(M_x)_{x=0} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} = 0$$

- A deflexão w deve ser

$$(w)_{x=0} = 0$$

Que conclui que

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

ao longo do eixo $x = 0$.

Logo, essas condições de contorno se reduzem a: (MEGSON, 2007)

$$(w)_{x=0} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=0} = 0$$

Este é o caso que será analisado neste trabalho, porém existem mais duas condições de contorno:

2.3.2 Borda engastada

Se a borda $x = 0$ estiver engastada ou firmemente presa, de forma que não poderá rotacionar ou defletir, além de w , a inclinação do plano médio da placa normal a esta borda deve ser zero.

Assim, as condições de contorno para este caso são

$$(w)_{x=0,a} = 0 \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0,a} = 0 \quad (2.17)$$

$$(w)_{y=0,b} = 0 \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0,b} = 0 \quad (2.18)$$

Quando o centro do eixo de coordenadas está na borda da placa como na figura 17. (MEGSON, 2007) (GAYDON, 1966)

2.3.3 Borda livre

Ao longo de uma borda livre não há momentos fletores, momentos de torção ou forças de cisalhamento vertical. Kirchhoff (1850) mostrou que somente duas condições de contorno são necessárias para obter a solução da Equação (2.15) (MEGSON, 2007).

Essas condições podem ser substituídas por uma condição equivalente: O sistema de forças horizontal equilibrando o momento de torção M_{xy} deve ser substituído ao longo da borda da placa por um sistema de forças vertical. Thomson e Tait(1883) deram a explicação física para isso (MEGSON, 2007).

2.4 Deflexão

Sabendo de cada uma das condições de contorno, procede-se para a solução do caso de uma placa retangular de dimensões $a \times b$, simplesmente apoiada ao longo de cada uma das suas bordas e carregando uma carga distribuída $q(x, y)$. Sua forma defletida deve satisfazer a equação diferencial de Sophie Germain-Lagrange, equação (2.15), com as condições de contorno:

$$(w)_{x=0,a} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=0,a} = 0$$

$$(w)_{y=0,b} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0,b} = 0$$

Navier (1820) mostrou que essas condições são satisfeitas pela representação da deflexão w como uma série de Fourier, ou série infinita trigonométrica:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.19)$$

em que m representa o número de meias ondas na direção x e n o número correspondente na direção y . Além disso, A_{mn} é um coeficiente de expansão desconhecido que deve satisfazer a equação diferencial acima e podem ser determinados como segue, a é a largura da placa na direção x e b é a largura da placa na direção y (MEGSON, 2007). A solução da equação 19 é conhecida como solução de Navier.

A carga $q(x, y)$ também pode ser representada como uma série de Fourier:

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.20)$$

Um coeficiente particular $a_{m'n'}$ é calculado primeiramente multiplicando os dois lados da Eq. (2.20) por $\sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right)$ e integrando de 0 a a em relação a x e de 0 a b em relação a y . Assim tem-se:

$$\begin{aligned} & \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dx dy \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^a \int_0^b a_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dx dy \\ &= \frac{ab}{4} a_{m'n'} \end{aligned}$$

desde que

$$\int_0^a \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) dx = 0$$

quando $m \neq m'$ e

$$\int_0^a \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) dx = \frac{a}{2}$$

quando $m = m'$ e também desde que

$$\int_0^b \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dy = 0$$

quando $n \neq n'$ e

$$\int_0^b \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dy = \frac{b}{2}$$

quando $n = n'$

Seguindo tem-se

$$a_{m'n'} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x) \sin\left(\frac{m'\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n'\pi y}{b}\right) dx dy \quad (2.21)$$

Substituindo agora por w e $q(x, y)$ das Eqs (2.7) e (2.8) na equação diferencial por w tem-se:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_{mn} = \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 + 2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4 \right] - \frac{a_{mn}}{D} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = 0$$

Essa equação é válida para todos os valores de x e y de modo que

$$A_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 + 2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4 \right] - \frac{a_{mn}}{D} = 0$$

Ou de forma alternativa

$$A_{mn} \pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{a_{mn}}{D} = 0$$

Levando a

$$A_{mn} = \frac{1}{\pi^4 D} \frac{a_{mn}}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right) \right]^2}$$

Assim,

$$w = \frac{1}{\pi^4 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{mn}}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right) \right]^2} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.22)$$

Em que a_{mn} é obtido pela Equação (2.20). A Equação (2.21) é a equação de solução geral para uma placa fina retangular submetida a um carregamento transversal $q = (x, y)$.

Para fazer este cálculo da deflexão w considera-se $q = q_0$ e pode -se chegar ao seguinte resultado por meio da equação (20):

$$a_{mn} = \frac{4q_0}{ab} \int_0^a \int_0^b \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy = \frac{16q_0}{\pi^2 mn}$$

em que m e n são integrantes ímpares. Para m ou n pares, $a_{mn} = 0$. Assim, da equação (2.21),

$$w = \frac{16q_0}{\pi^6 D} \sum_{m=1,3,5}^9 \sum_{n=1,3,5}^9 \frac{\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right)\right]^2} \quad (2.23)$$

Considerando o cálculo da deflexão na Equação(2.22), pode-se calcular a deflexão w máxima para placas retangulares, sabendo que isso acontece quando $x = \frac{a}{2}$ e $y = \frac{b}{2}$. Segue o cálculo:

$$w_{max} = \frac{16q_0}{\pi^6 D} \sum_{m=1,3,5}^9 \sum_{n=1,3,5}^9 \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right)\right]^2} \quad (2.24)$$

Essa série converge rapidamente. Então, considerando os parâmetros da placa, é necessário calcular-se para cada caso a deflexão máxima somando apenas os cinco primeiros termos da série, como será feito adiante.

2.5 Teorias de cálculo da deflexão para o modelo de placa fina retangular com as quatro bordas engastadas

A deflexão de uma placa fina sob a ação de uma carga uniformemente distribuída e com as bordas engastadas é um problema de importância técnica que merece uma atenção considerável. A placa é considerada isotrópica, e foram desenvolvidas soluções para este tipo de placa, como a solução de Stephen Timoshenko (1878-1972). Porém para o caso de placa fina com as bordas engastadas, os resultados apresentam pouca acurácia. Soluções aproximadas foram estudadas e sugeridas, mas isso resultou em uma notável perda de acurácia, tendo então aproximações como resultados. (TIMOSHENKO S. P. ; WOINOWSKY KRIEGER, 1938) (WANG D. ; ELSHEIK, 2005)

Para placas finas sob determinadas condições de contorno, muitos estudiosos calcularam a deflexão: Hencky (1913), Wojtaszak (1937), Timoshenko (1938), Evans(1939), Young(1940), Hutchinson (1992), Wang et al (2002) e Taylor e Govindjee (2004). Alguns desses métodos são aproximações. Dois métodos de aproximação tem sido usados para obtenção da solução da deflexão máxima para placas finas retangulares com as bordas

engastadas e sob a ação de um carregamento uniforme: o método da série dupla de cossenos (Szilard, 1974), e o método da superposição como uma generalização da solução de Hencky (Evans, 1939), Wojtaszak (1937), Young (1940), proposto por Timoshenko. Hencky(1913) evoluiu com esse método da superposição, e utilizou de funções trigonométricas hiperbólicas. Porém, a computação de funções hiperbólicas pode levar a números muito grandes e, portanto, a problemas de sobrecarregamento computacional (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007b) (HUTCHINSON, 1992).

Importante observar que, usando esses métodos aproximados, pode ser possível calcular a deflexão, porém não é possível encontrar os valores dos momentos. (IMRAK E. ; FETVACI, 2009)

O método de Hencky é conhecido por convergir rápido. Obter os valores das deflexões para um placa retangular pode ser, porém, um processo difícil. O método de Timoshenko é baseado no princípio de que a solução é obtida combinando a solução conhecida para placas finas simplesmente apoiadas sob carregamento uniforme com a solução da placa flexionada por momentos distribuídos ao longo dos pares de bordas opostas. Hutchinson(1992) utilizou a solução apresentada por Timoshenko em Timoshenko e Woinowsky (1959) e tabelou as deflexões para placas retangulares sob carga uniformemente distribuída para condições de contorno de placas com uma borda engastada, a sua oposta livre e as outras duas simplesmente apoiadas (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007b).

No método apresentado a seguir, a função de deflexão central de uma placa retangular engastada nas bordas tem três termos; o primeiro denota a função de deflexão para o caso de uma faixa e os outros denotam o efeito nas bordas. Os três coeficientes desconhecidos são calculados utilizando condições de contorno e um método mais complexo, de elementos finitos, que não será abordado neste trabalho. A série converge rapidamente, e o primeiro termo domina a série. Importante ressaltar que neste trabalho calcula-se a deflexão para espessura uniforme da placa. Para o cálculo da deflexão em quaisquer pontos x e y da placa, então, tem-se o método da sobreposição indicando que a deflexão pode ser calculada conforme proposto na equação (2.25):

$$w = \frac{q_0 b^4}{24D} \left[\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)^2 + \sum_{m=1}^3 \frac{\cos\left(\frac{m\pi x}{2b}\right)}{\cosh\frac{m\pi a}{2b}} \left(A_m \cosh\frac{m\pi x}{2b} + B_m \frac{x}{a} \sinh\frac{m\pi x}{2b} \right) + \sum_{m=1}^9 C_m \frac{\cos\frac{m\pi x}{2a}}{b \cosh\frac{m\pi b}{2a}} \left(y \sinh\frac{m\pi y}{2a} - b \tanh\frac{m\pi b}{2a} \cosh\frac{m\pi y}{2a} \right) \right] \quad (2.25)$$

Os coeficientes podem ser calculados com as condições de contorno, em que a variação da deflexão é zero nas bordas. Essa equação é válida para o modelo de placa mostrado na figura 18. (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007b)

Supõe-se que $a \geq b$. As condições de contorno para essa função de deflexão são:

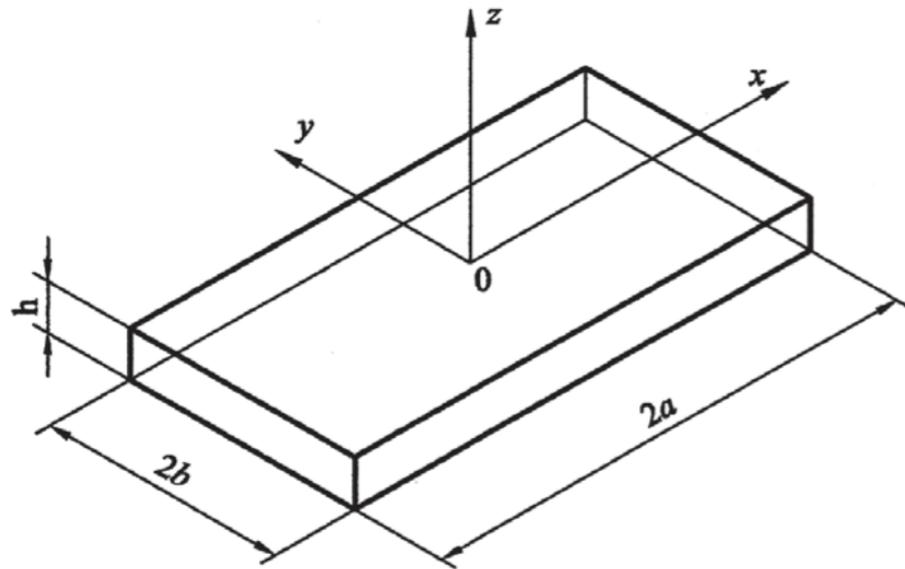


Figura 18 – Sistema de coordenadas e dimensões para uma placa fina retangular. Fonte: (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007b)

$$w = 0 \text{ para } x = \pm a,$$

$$w = 0 \text{ para } y = \pm b,$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0 \text{ para } x = \pm a,$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) = 0 \text{ para } y = \pm b.$$

Contudo, para usar essa fórmula necessita-se utilizar o método de Galerkin para encontrar os coeficientes, e esse método não será abordado neste trabalho. Porém, a série converge rapidamente e seu resultado está de acordo com o de estudos dos pesquisadores Evans (1939) e Taylor e Govindjee(2004).

Considerando, para análise neste trabalho, o estudo de Timoshenko em placas finas sob uma carga transversal uniforme sob a condição de contorno de bordas engastadas, podendo seu modelo ser considerado conforme figura 20 porém com o eixo deslocado para o centro da placa, foram encontrados os resultados presentes na tabela 2.

Para efeitos de análise e comparação, o que será discutido no capítulo posterior, pode-se utilizar a tabela 2, pois ela apresenta acurácia suficiente e satisfatória para comparação de dados analíticos e numéricos.

O resultado de Timoshenko pode ser comparado com resultados encontrados por outros estudiosos, como mostrado na tabela 3. Para essa tabela considerou-se o $\nu = 0,3$.

Da tabela 3 pode-se perceber, então, que o fator numérico α encontrado por Timoshenko é muito próximo do valor encontrado por outros estudiosos. Isso comprova a eficiência do método.

Tabela 2 – Deflexões em uma placa fina retangular sob carga transversal uniforme e com as bordas engastadas. (TIMOSHENKO S. P. ; WOINOWSKY KRIEGER, 1938)

b/a	$(w)_{(x=0, y=0)}$
1	$0,00126 qa^4/D$
1,1	$0,00150 qa^4/D$
1,2	$0,00172 qa^4/D$
1,3	$0,00191 qa^4/D$
1,4	$0,00207 qa^4/D$
1,5	$0,00220 qa^4/D$
1,6	$0,00230 qa^4/D$
1,7	$0,00238 qa^4/D$
1,8	$0,00245 qa^4/D$
1,9	$0,00249 qa^4/D$
2,0	$0,00254 qa^4/D$
∞	$0,00260 qa^4/D$

Tabela 3 – Fator numérico para deflexões no centro de uma placa fina retangular sob carga transversal uniforme e com as bordas engastadas para b/a = 1. (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007b)

Método	Fator numérico $\alpha = w(0,0)/qb^4D$
Método analisado por C. Erdem Imrak e Ismail Gerdemelli	0,00126401
(Timoshenko e Woinowsky-Krieger, 1959)	0,00126
(Evans, 1939)	0,00126
(Wojtaszak, 1937)	0,0012637

O problema em que uma das dimensões no espaço é pequena comparada às outras, ou seja de uma placa fina, é resolvido de forma eficiente pela Teoria das Placas, usando mais frequentemente um método de elemento finito. Para uma placa com as quatro bordas engastadas, não é encontrada uma solução precisa. Vários autores desenvolveram soluções para esse método, como H. Hencky, I.G. Boobnoff - tabelou os valores de deflexão e dos momentos em uma placa retangular com as bordas engastadas sob carga uniforme - , Boris Grigoryevich Galerkin e Timoshenko. Para resolver o problema, então, as condições de contorno são as demonstradas na seção (2.3.2). Dois métodos propostos para resolver esse problema foram os métodos da série de cossenos duplos e o método de Hencky. Como já dito, este último converge rápido, porém tem alguns problemas devido aos grandes argumento das funções trigonométricas hiperbólicas; Ele é, em sua essência, o método de Levy modificado. Já o método da série de cossenos duplos é desprovido desse problema, mas converge devagar. A deflexão pelo método da série de cossenos duplos é dada pela

Eq. (2.26) (TAYLOR R. ; GOVINDJEE, 2004) (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007a)

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{\cos 2m\pi x}{a}\right) \left(1 - \frac{\cos 2n\pi y}{b}\right) w_{mn} \quad (2.26)$$

Em que a e b são os tamanhos dos lados da placa nas direções $0 \leq x \leq a$ e $0 \leq y \leq b$, respectivamente e w_{mn} são parâmetros a serem determinados. Os termos desta série satisfazem a condição de contorno do tópico (2.3.2). O parâmetro w_{mn} é determinado utilizando o método de Energia de Ritz (ou alternativamente, o processo de Galerkin). (TAYLOR R. ; GOVINDJEE, 2004) (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007a)

Contudo, esse processo pode levar muito tempo e precisar de muitos termos para convergir. Taylor e Govindjee (2004) descrevem essa solução e os resultados obtidos para deflexão estão demonstrados na tabela 4.

Tabela 4 – Resultados convergentes de placas retangulares com as bordas engastadas sob carregamento uniforme para vários raios de aspectos pela resolução um sistema de 2000 x 2000 equações via método de série cossenos duplos e método de Hencky (para os dois casos foram mostrados um número máximo de 10 dígitos convergidos). Fonte: (TAYLOR R. ; GOVINDJEE, 2004)

b/a	Método	w (centro) $qa^4/D10^3$
1,2	Cosseno duplo	1,724870503
1,2	Hencky	1,724870503
1,4	Cosseno duplo	2,068143209
1,4	Hencky	2,068143209
1,6	Cosseno duplo	2,29996697
1,6	Hencky	2,299966977
1,8	Cosseno duplo	2,44612656
1,8	Hencky	2,44612656
2,0	Cosseno duplo	2,532955769
2,0	Hencky	2,532955769
20,0	Cosseno duplo	2,60416666
20,0	Hencky	2,60416666

Ao comparar-se a tabela 4 com a tabela 2, pode-se notar que os resultados são próximos para as razões b/a correspondentes, considerando que na tabela 4 o resultado está multiplicado por 10^3 . Logo, os métodos nelas explicitados estão de acordo entre si.

Um estudo feito por C. Erdem Imrak e Ismail Gerdemelli (2007) comparou a convergência de resultados dos cálculos de deflexão no centro de uma placa engastada usando o método da superposição e o método da literatura de Pilkey. (PILKEY,). O resultado obtido encontra-se na figura 19.

Pode-se perceber que os resultados de trabalhos anteriores e os resultados de C. Erdem Imrak e Gerdemelli encontram-se de acordo.

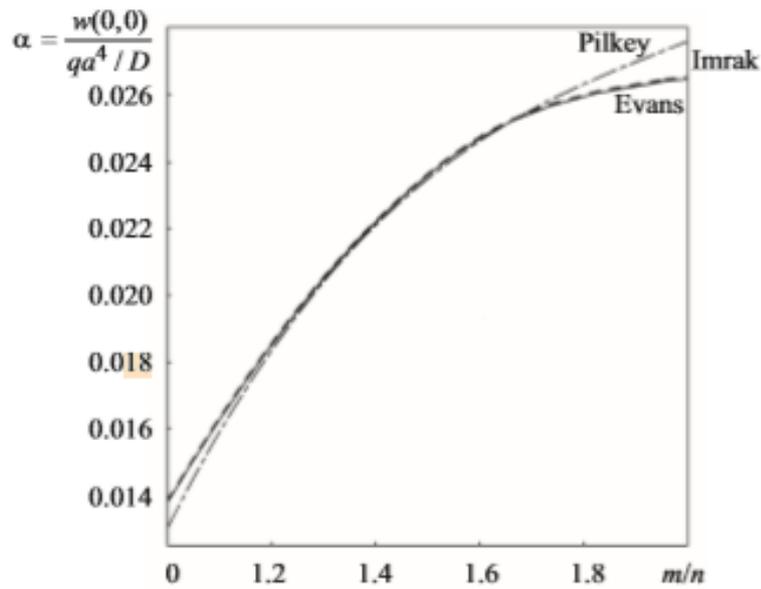


Figura 19 – Fator numérico α para deflexões centrais de uma placa retangular engastada sob carga uniformemente distribuída em função de m/n plotado pelo método da superposição e pelo método da literatura. (IMRAK E. ; GERDEMELI, 2007a)

Assim, utilizou-se, nesse trabalho, o método de Timoshenko para obtenção dos dados analíticos, visto que esses podem ser usados para comparação e assim comparou-se com o resultado numérico do Ansys. Isso pode ser averiguado no capítulo posterior.

3 RESULTADOS E ANÁLISE

3.1 Descrição do Modelo

O modelo de análise do trabalho consiste em uma placa fina retangular de área $a \times b$, em que a é a distância entre longarinas e b é a distância entre nervuras. A placa é de espessura t e essa espessura foi mudada durante o processo tendo portanto dois valores. A carga uniformemente distribuída sobre a placa, q_0 , apresentará três valores de pressão. A distância a entre longarinas assumirá três valores para análise e a distância b assumirá valores variáveis. Esses valores dos parâmetros geométricos da placa podem ser encontrados nas tabelas de 5 a 8. Na figura 20 está demonstrado o modelo de placa analisado, acrescido da condição de contorno de placa engastada.

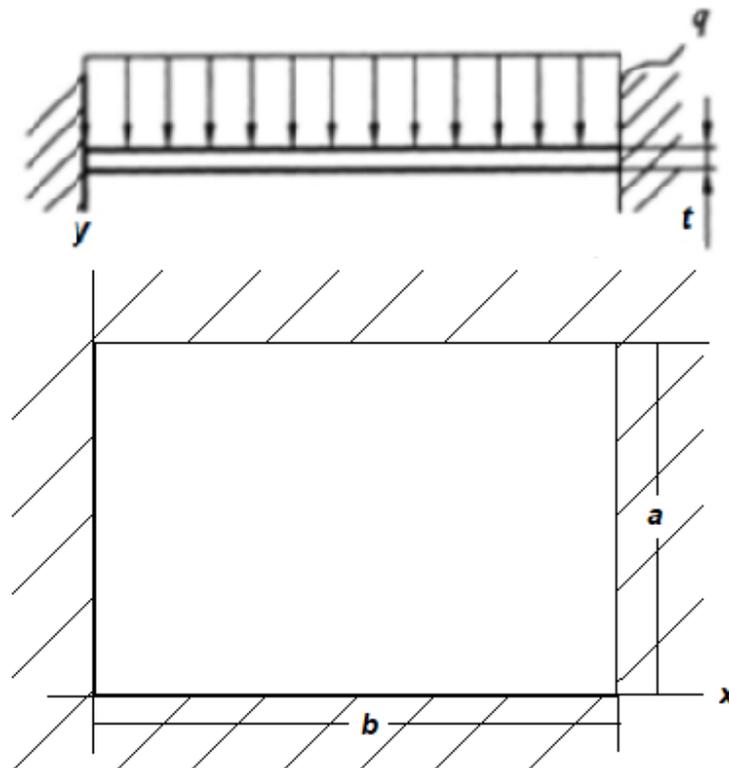


Figura 20 – Modelo de placa fina retangular com as quatro bordas engastadas sob carregamento uniforme. (IMRAK E. ; FETVACI, 2009) (Adaptado).

Lembrando que o modelo estudado tem variações conforme as tabelas de 5 a 8.

Foram escolhidos três valores de carga, como demonstrado na tabela 8, pois no estudo de referência em (ENDOGUR, 1987), foram utilizados os mesmos três valores de carga para analisar a deflexão, como na figura 4, e a fim de fazer uma comparação com

Tabela 5 – Distância entre longarinas (a)

a	Valor atribuído (m)
a_1	0,12
a_2	0,14
a_3	0,20

Tabela 6 – Distância entre nervuras (b)

b (m)	Valor atribuído (m)
b_1	0,05
b_2	0,1
b_3	0,15
b_4	0,20
b_5	0,25

Tabela 7 – Espessura (t)

t	Valor atribuído (m)
t_1	0,0008
t_2	0,0012

a literatura, utilizou-se esses valores como referência. Ademais, como no caso da figura 4 em (ENDOĞUR, 1987) não estão claros os valores do parâmetro "a", atribuiu-se três valores diferentes a fim de observar a influência da mudança deste parâmetro.

Para analisar a deflexão dos modelos de placa fina simplesmente apoiadas, foram feitas simulações numéricas no Ansys que mostraram a acurácia do método utilizado para calcular a deflexão, realizando também os cálculos dos erros entre cálculos numéricos e analíticos.

Como já citado, existe uma semelhança construtiva entre as superfícies de controle primário - ailerons, flaps, elevadores e leme. Então o processo de escolha dos parâmetros é o mesmo. Essa análise já foi feita a partir de dados experimentais como citado aqui neste trabalho, então, para averiguar essas informações, foi desenvolvido um código no MATLAB com o cálculo da deformação para qualquer ponto da placa fina, como nos Apêndices A.1 e A.2.

Logo, primeiramente, foi feita uma análise apenas do método analítico de placas simplesmente apoiadas com as dimensões das tabelas de 5 a 8. Tendo como referência esses valores e fazendo a combinação entre eles, tem-se um total de 90 modelos para cada tipo de condição de contorno. Depois de analisar analiticamente os resultados dos modelos de placas simplesmente apoiadas, fez-se a comparação com o modelo numérico gerado no Ansys. Por fim, fez-se a comparação analítica e numérica para os modelos de placas com

Tabela 8 – Carga transversal distribuída (q)

q	Valor atribuído (Pa)
q_1	2500
q_2	5000
q_3	7500

as bordas engastadas.

Para calcular a deformação na placa fina quando aplicada uma carga distribuída, foi necessário calcular a rigidez flexural da placa especificada neste trabalho. De acordo com as propriedades do material 2026Al-T6 especificadas na Tabela 1 e sabendo que a rigidez flexural da placa calcula-se pela equação (2.2), para t_1 , tem-se que

$$D = 3,46[Pa][m]$$

E para $t_2 = 1,2mm$, D será

$$D = 11,69[Pa][m]$$

Assim, é possível calcular a deflexão para os valores de carga especificados na descrição do modelo.

3.1.1 Cargas aerodinâmicas e análise conforme padrão da aeronave

Para a definição de modelos para análise, foram utilizadas cargas aerodinâmicas conforme aproximação de carga uniformemente distribuída como demonstrado na literatura na figura 4 e especificado na tabela 8. Porém, a motivação dessas cargas na literatura não é clara, então utilizou-se o Regulamento Brasileiro de Aviação Civil (ANAC, 2018) para obtenção da carga para o aileron de um modelo real de avião utilitário experimental. O modelo analisado foi o SONEX. Considerando o alumínio aeronáutico Al-6061 T6 para esse caso específico como especificado na tabela 9, e configurando as variáveis conforme teoria das placas, tem-se os dados para um modelo real como especificado na tabela 10 e no Apêndice B. Para esse cálculo tomou-se como base também a Regulamento Brasileiro da Aviação Civil nº 23, Emenda nº 63. (ANAC, 2018)

Tabela 9 – Propriedades do Al 6061-T6.

Liga	Temperabilidade	R.T.(MPa)	E (GPa)	ν	M.C. (GPa)
6061	T6	310	68,9	0,33	26

Tabela 10 – Características e propriedades do modelo real de aileron do avião experimental SONEX.

Características da placa	Valor especificado
t	0,000635 (m)
D	1,649805352
Força aplicada	93,5 N
a	0,361283 (m)
b	0,4509 (m)
b/a	1,248052081

De forma que, na tabela 9, R.T. é a Resistência à tração, E é o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson e M.C. é o módulo de cisalhamento.

Tendo este regulamento como base, o avião experimental escolhido para o modelo de análise encontra-se nos padrões de requisito do Regulamento Brasileiro da Aviação Civil, visto que de acordo com o Apêndice A para a parte 23 - Critérios simplificados de carga de projeto - desse regulamento, esses critérios estão descritos como segue:

(a) Os critérios de carga de projeto neste apêndice (ANAC, 2018) são um equivalente aprovado daqueles nos parágrafos 23.321 a 23.459 deste subcapítulo para um avião com um peso máximo de 6000 libras ou menos e a seguinte configuração:

(1) Um único motor, excluindo as centrais de turbina; (2) Uma asa principal localizada mais próxima do centro de gravidade do avião do que a empenagem montada na fuselagem; (3) Uma asa principal que contém um ângulo de varredura de um quarto de corda de não mais de 15 graus para a frente ou para trás; (4) Uma asa principal equipada com controles de borda traseira (ailerons ou flaps, ou ambos); (5) Uma razão de aspecto da asa principal não superior a 7; (6) Razão de aspecto da cauda horizontal não superior a 4; (7) Um coeficiente de volume da cauda horizontal não inferior a 0,34; (8) Raio de aspecto da cauda vertical não superior a 2; (9) Uma área de plataforma da cauda vertical não superior a 10% da área da plataforma da asa; e (10) Os aerofólios simétricos devem ser utilizados nos desenhos de cauda horizontais e verticais. (ANAC, 2018)

O modelo SONEX está dentro dos critérios estabelecidos, visto que sua razão de aspecto da asa é aproximadamente 4,94 (menor que 7, como descrito no item (5)); Sua razão de aspecto da cauda horizontal é aproximadamente 3,1 (menor que 4, como no item (6)); Seu coeficiente de volume da cauda horizontal é aproximadamente 0,4 (maior do que 0,34, como descrito no item (7)); Seu raio de aspecto da cauda vertical é aproximadamente 1,19 (não superior a 2, como no item (8)), e sua área da plataforma também segue como especificado no item (9). Esses valores foram calculados com base nas fórmulas aerodinâmicas para cada especificação e por correlação trigonométrica das medidas do Sonex, que está exemplificado na figura do Apêndice B. Assim, pode-se considerar o

aileron desse avião, de categoria utilitária, para uma análise de caso real, como será visto posteriormente neste trabalho. As especificações desse modelo podem ser encontradas no Apêndice B.

De acordo com a Tabela 11 - Fatores de limite de carga de voo (ANAC, 2018), para a categoria utilitária, o fator de carga de voo n_1 é 4,4. Esse valor também encontra-se nas especificações no Sonex no Apêndice B. Esse fator é utilizado para calcular a carga em um aileron conforme equação (3.1), considerando w_c como o carregamento:

$$w_c = 0,466n_1 \frac{W}{S} \quad (3.1)$$

Como gráfico na figura 21.

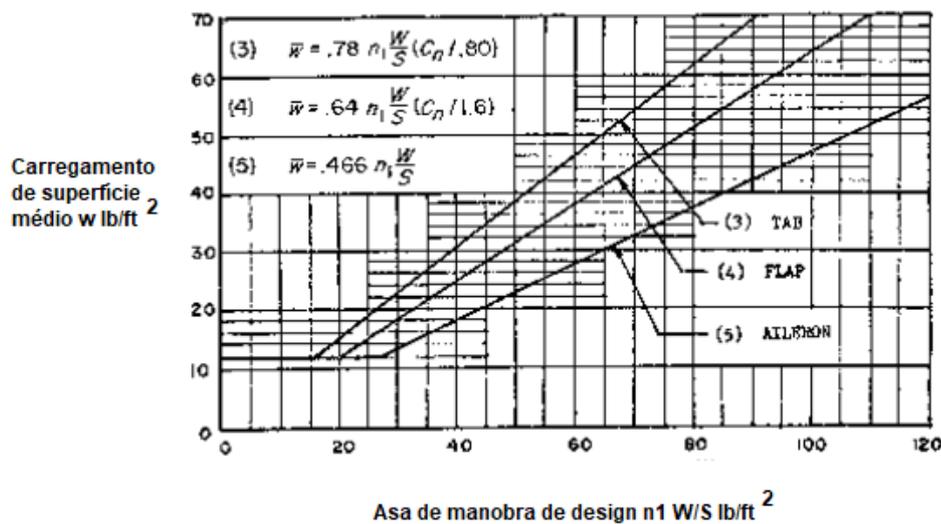


Figura 21 – Carregamento de superfície de controle de limite médio. (ANAC, 2018)

Tabela 11 – Fatores de limite de carga de voo. (ANAC, 2018) (Adaptado)

Fator de carga de voo	Categoria normal	Categoria utilitária	Categoria acrobática
n_1	3,8	4,4	6,0

Assim, Sabendo que W (peso) para esse modelo é 1150 lb e S (área da asa) é 98 ft^2 , como no Anexo 3, tem-se que $w_c = 24 \text{ lb/ft}^2$. Considerando a tabela 10, sabe-se que a área da placa do aileron é de $0,16286 \text{ m}^2$, ou $1,753 \text{ ft}^2$. A tabela 12 demonstra, conforme RBAC, como é distribuído o carregamento W em uma situação real. Contudo, considerou-se uma aproximação média da carga sobre a superfície do aileron, e para tanto, utilizou-se a média desse valor de carga w , considerando uma aproximação para carga uniformemente distribuída sobre a superfície da placa fina. Assim, utilizou-se o valor de 12 lb/ft^2 aplicado na área considerada. A carga para essa área da placa será de $21,036 \text{ lb}$, ou seja, $93,5 \text{ N}$

de força aplicada uniformemente a essa área, ou carregamento de 573,97 Pa de pressão. Esse valor de pressão será, portanto, usado para análise de carga uniforme sobre placa de aileron do modelo especificado na tabela 10 no final deste capítulo.

Tabela 12 – Carregamento de superfície de controle de limite médio (ANAC, 2018) (Adaptado)

Superfície	Direção da carga	Magnitude da carga	Distribuição na corda do aileron
Aileron	Para cima e para baixo	Curva 5 da Figura 21	Figura 22

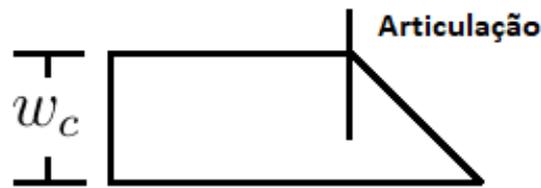


Figura 22 – Distribuição na corda do aileron. (ANAC, 2018)(Adaptado).

Na figura 23 está o modelo de aileron real do avião do avião experimental Sonex. Foram feitas as coletas de suas medidas, como descritas na tabela 10.



Figura 23 – Aileron do avião experimental Sonex.

3.2 Análise e comparação dos resultados analíticos e numéricos de deflexão máxima para os modelos de placas finas sob carregamento transversal uniforme com bordas simplesmente apoiadas

Como o valor de a , que é a distância entre longarinas, não foi declarado pela literatura de referência, foram estipulados três valores de a - a_1 , a_2 e a_3 . Primeiramente, então, realizou-se os cálculos de deflexão para a_3 , em seguida para a_2 e a_1 respectivamente, considerando os demais parâmetros da placa. A partir dos gráficos das figuras 24 a 26 observa-se que os resultados de deflexão máxima estão em conformidade com a Equação (2.24). Assim, w aumenta conforme a , b e q aumentam, e diminui para aumento de t . No caso de placa simplesmente apoiada, tendo um grau de liberdade a mais e na placa, ela responde a uma maior deflexão.

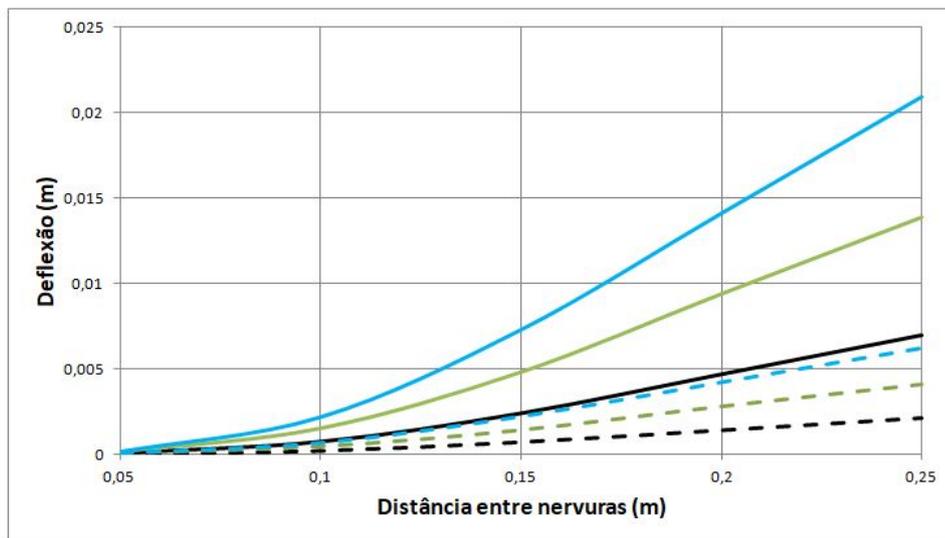


Figura 24 – Deflexão máxima para $a = 0,2$ m sob 7500 Pa (azul), 5000 Pa (verde) e 2500 Pa (preto). — Espessura do revestimento = 0,8 mm. - - - Espessura do revestimento = 1,2 mm. Autoria própria.

Realizou-se mais testes mudando o valor de a visando verificar o comportamento da deflexão quando essa variável for alterada. Não calculou-se para valores muito menores ainda pois a situação passaria a ser sair do contexto, com resultados baseados em valores irreais.

Fazendo-se o cálculo usando todas as variáveis, obteve-se o resultado de deflexão sob condição de contorno de placa simplesmente apoiada para o total de 90 casos, sendo possível gerar gráficos de análise e comparação com os resultados obtidos.

Para uma primeira análise numérica, considera-se uma placa fina retangular de dimensões a_1 , t_1 e b_2 e de q_1 aplicada, como nas tabelas 5 a 8. Tem - se os resultados de deflexão para esse modelo da placa no programa Ansys para q_1 (figura 29) com um

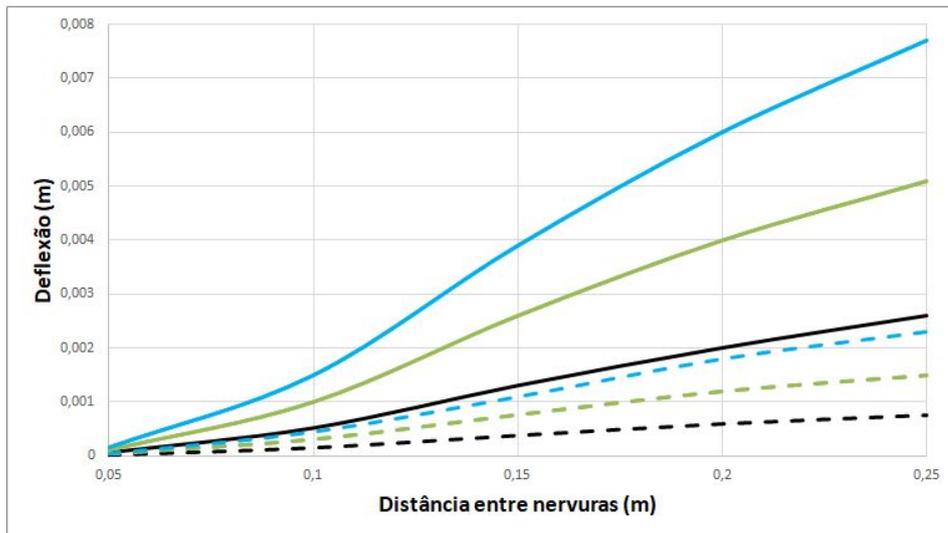


Figura 25 – Deflexão máxima para $a = 0,14$ m sob 7500 Pa (azul), 5000 Pa (verde) e 2500 Pa (preto). — Espessura do revestimento = 0,8 mm. - - - Espessura do revestimento = 1,2 mm. Autoria própria.

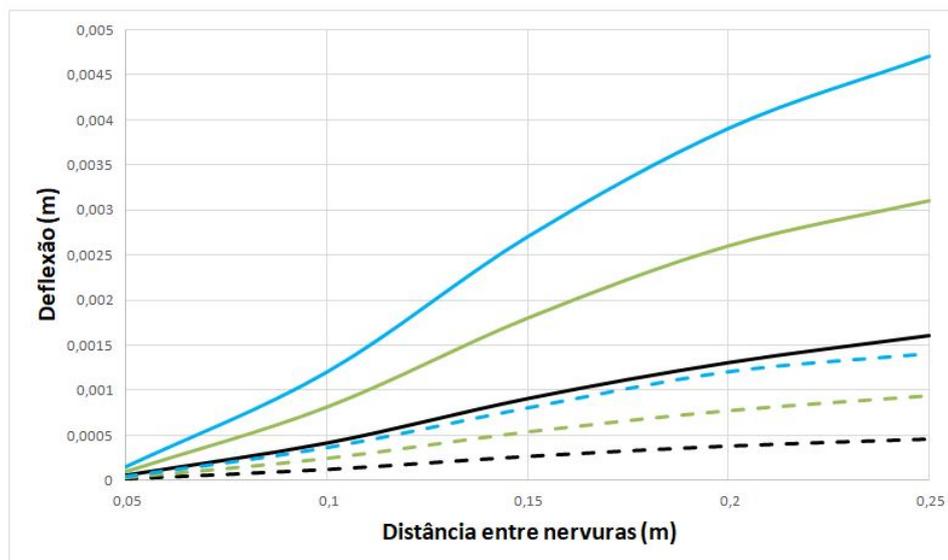


Figura 26 – Deflexão máxima para $a = 0,12$ m sob 7500 Pa (azul), 5000 Pa (verde) e 2500 Pa (preto). — Espessura do revestimento = 0,8 mm. - - - Espessura do revestimento = 1,2 mm. Autoria própria.

tamanho do elemento de malha igual a 0,003m (malha refinada). Os resultados numéricos para essas mesmas configurações de malha, espessura, distância entre longarina, distâncias entre nervuras e carga estão mostrados para este caso descrito nas figuras 28 e 29. Para simulação deste modelo no Ansys, foi-se utilizada esta malha tetraédrica pelo Workbench, sendo o tamanho de elemento usado o suficiente para convergir. Uma malha mais fina ainda pode gerar aumento no tempo do processo para computar os resultados. Além disso, para esta malha o número de nós foi 1435 e o de elementos, 1360. O material

utilizado foi o a liga 2024 Al T6. Além disso, a configuração de elementos finitos para esse modelo foi SHELL 181 (figura 27), visto que foi simulada uma estrutura em 2D, ou seja, em casca.

O SHELL181 é adequado para analisar estruturas de casca finas a moderadamente espessas. É um elemento de quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: as translações nas direções x, y e z e as rotações em torno dos eixos x, y e z. É adequado para aplicações lineares, de rotação grande e/ou não lineares de grande tensão. Este elemento considera os efeitos da rigidez de carga das pressões distribuídas (ANSYS, 1994). Para configuração da condição de contorno da placa, aplicou-se a condição "Simply Supported" nas suas quatro bordas.

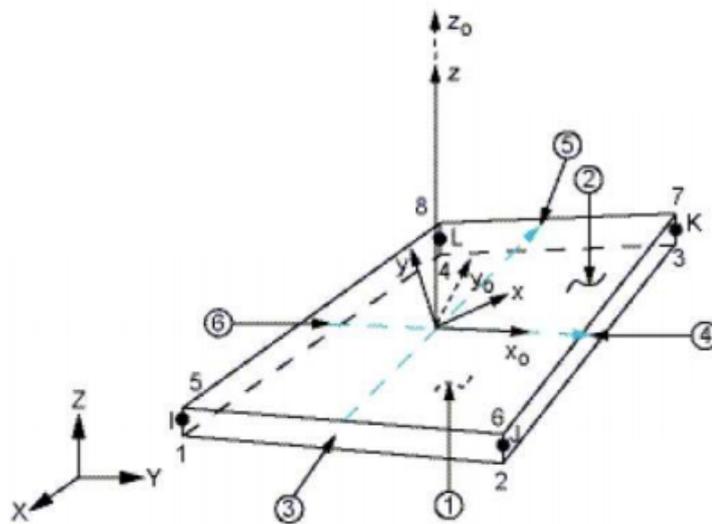


Figura 27 – Representação do elemento SHELL 181. (ANSYS, 1994)

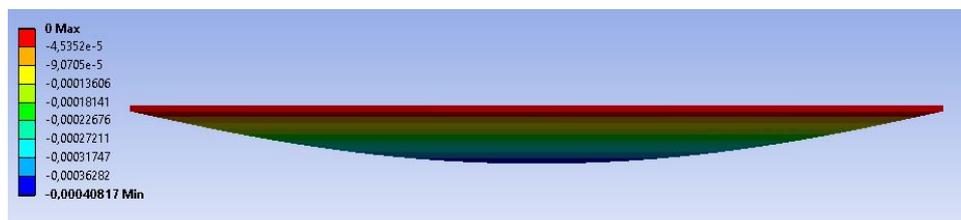


Figura 28 – Vista de perfil da placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 , t_1 , b_2 e q_1 sob carregamento transversal uniforme. Simulação numérica da deflexão (unidade - metro). Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.

E comparando com os resultados analíticos calculados, obtém-se, para um primeiro modelo, o gráfico como na figura 30. Foram simuladas as deflexões para as combinações de variáveis a_1 a a_3 , b_1 a b_5 , q_1 a q_3 e t_1 a t_2 como nas figuras 30 a 35. As margens de erro nos gráficos destas figuras tem uma representação de 3%.

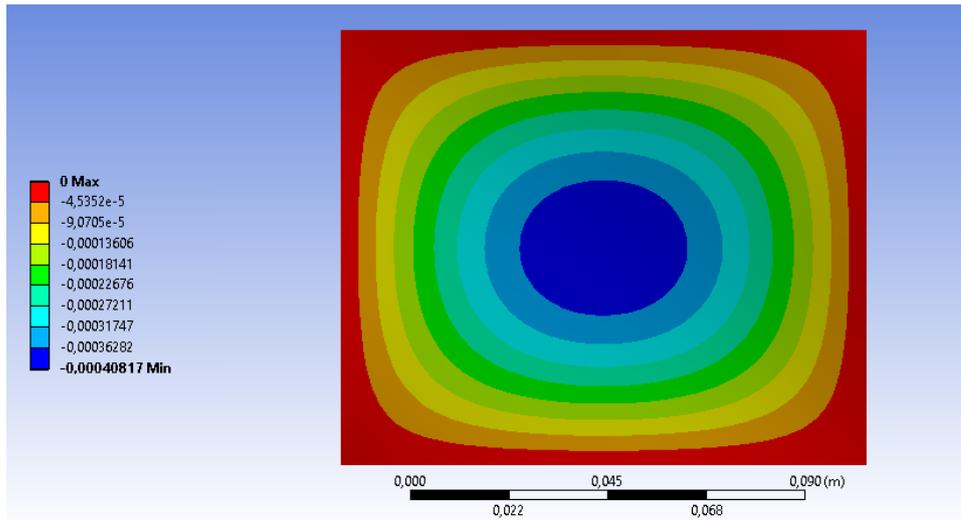


Figura 29 – Simulação numérica da deflexão (em metros) em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 , t_1 , b_2 e q_1 sob carregamento transversal uniforme. (unidade - metro) Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.

Estabelecendo uma margem de erro de até 3%, o maior erro encontrado não ultrapassa esse limite, estando os resultados dentro da margem esperada de erro. Assim, os resultados numéricos e analíticos estão de acordo entre si.

O erro entre os dois métodos foi calculado para cada caso de acordo com a Equação (3.2).

$$Erro = 100 \left| \frac{w_{máx.MetodoAnalítico} - w_{máx.MetodoNumerico}}{w_{máx.MetodoAnalítico}} \right| \quad (3.2)$$

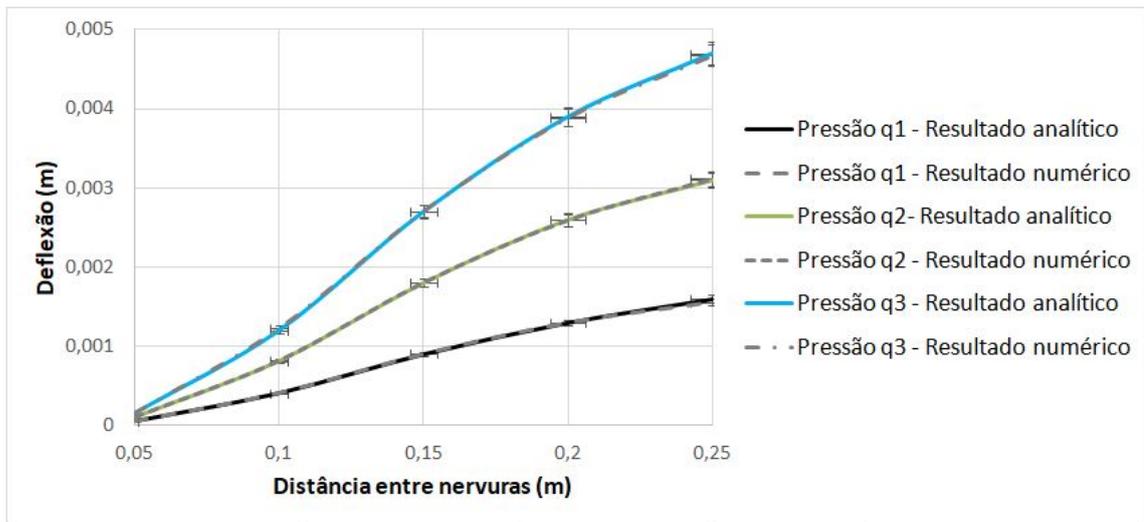


Figura 30 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria.

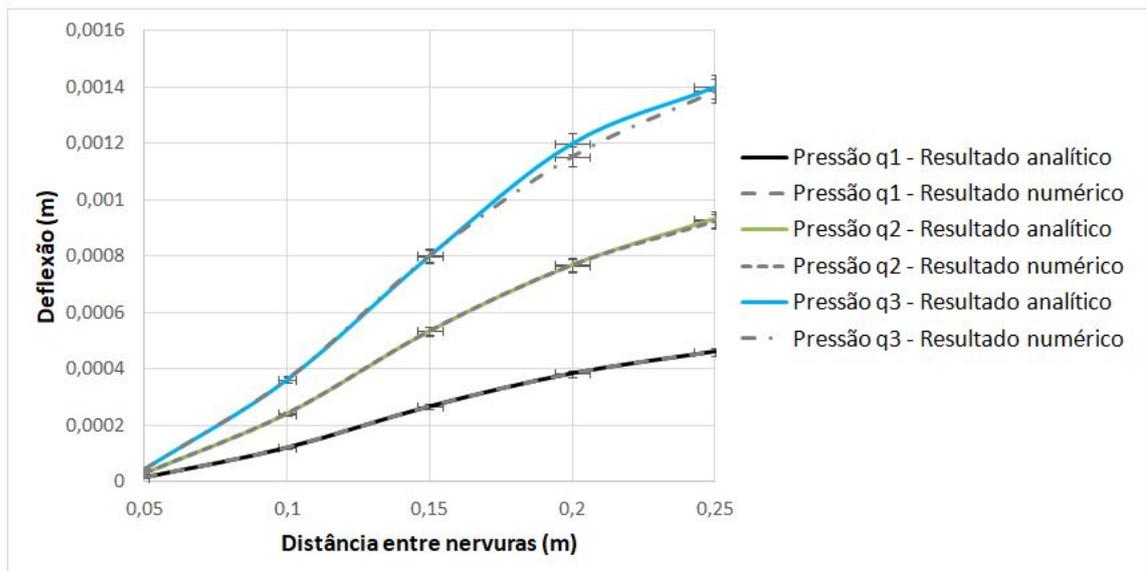


Figura 31 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria.

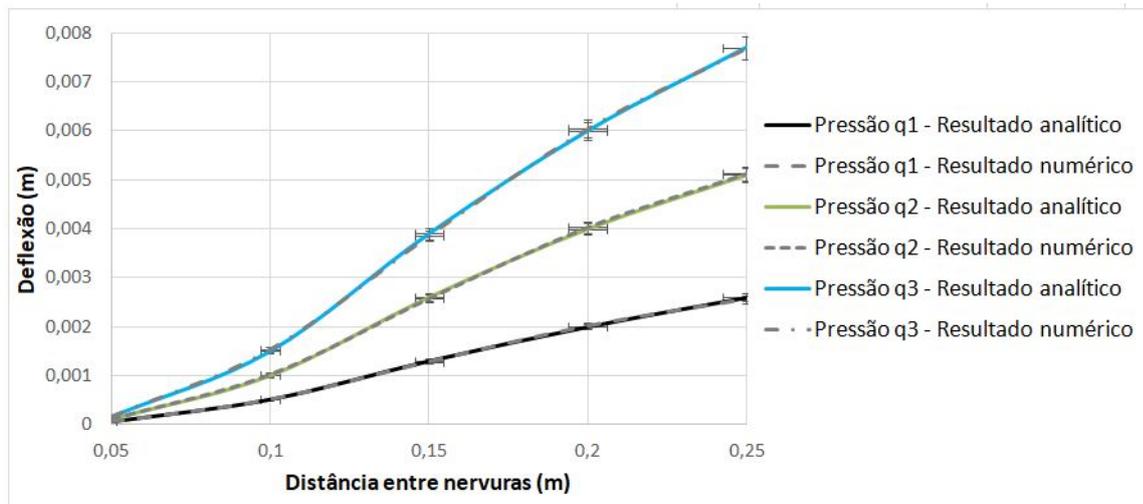


Figura 32 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_2 e t_1 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

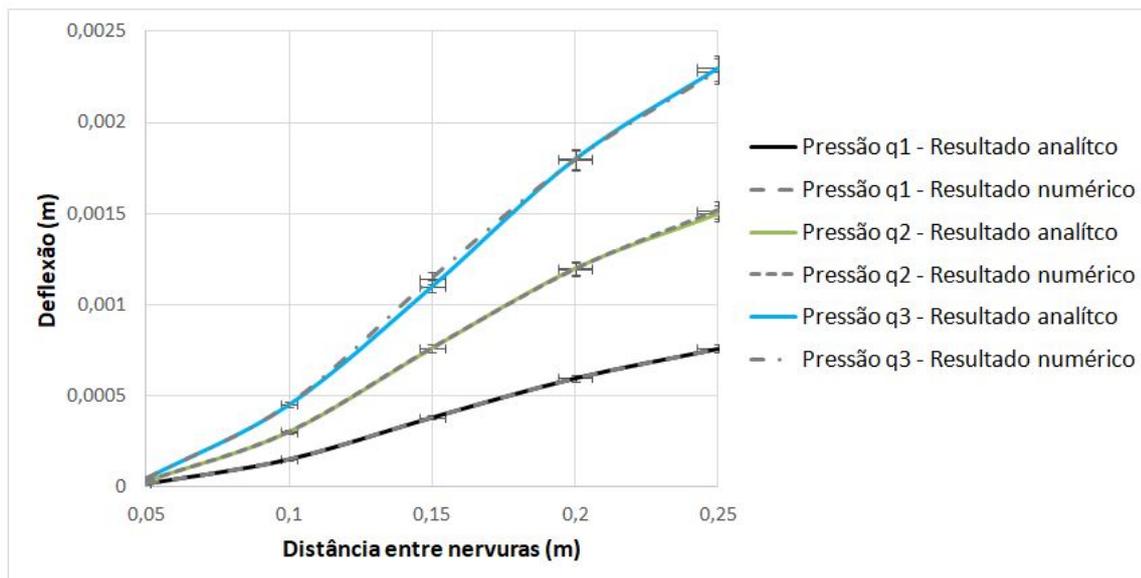


Figura 33 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_2 e t_2 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

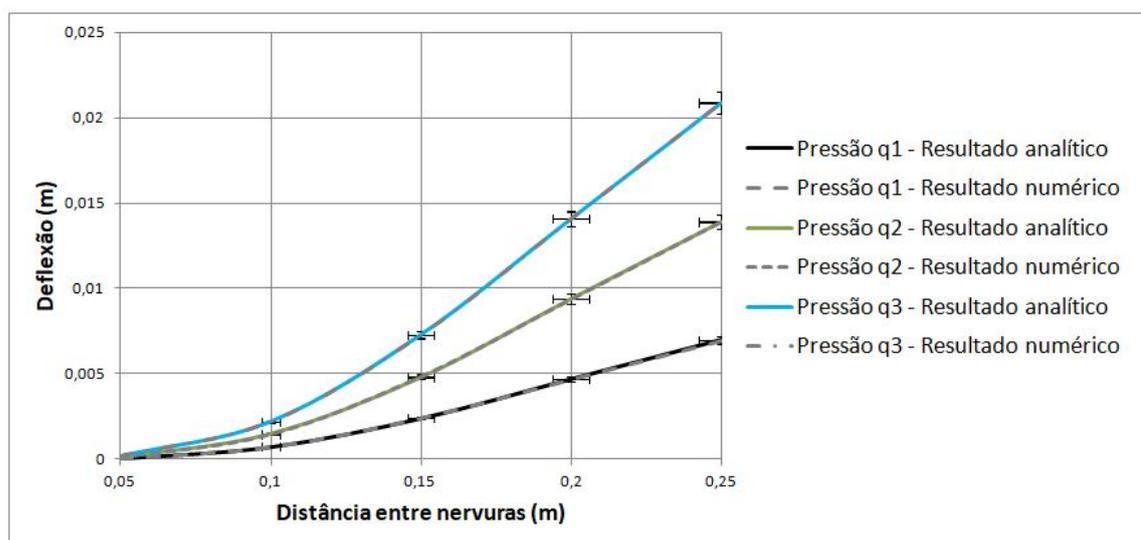


Figura 34 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_3 e t_1 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

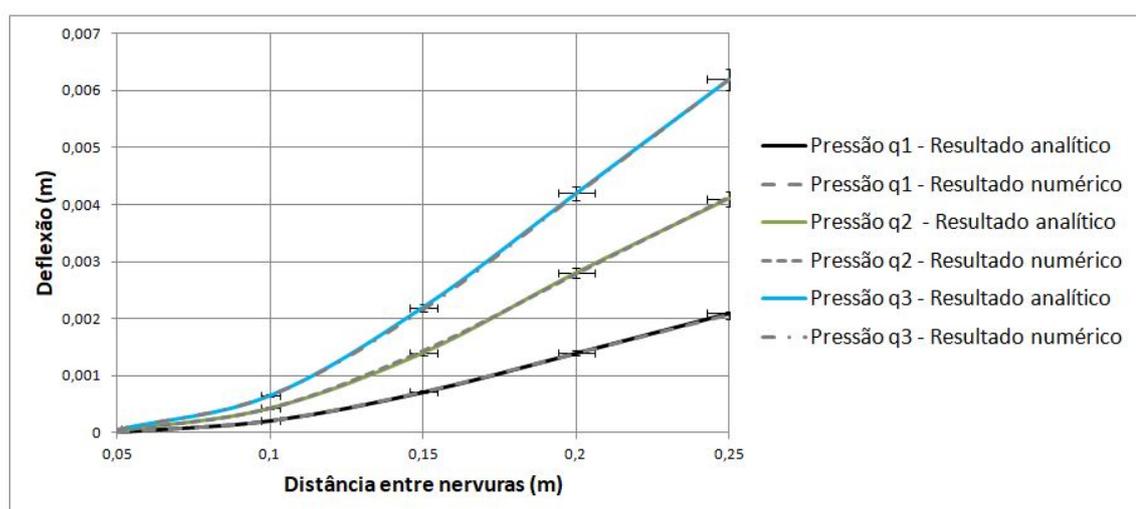


Figura 35 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_3 e t_2 sob carregamento transversal - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

3.3 Análise e comparação dos resultados analíticos e numéricos de deflexão máxima para os modelos de placas finas sob carregamento transversal uniforme com bordas engastadas

Sob a condição de bordas engastadas, a placa reage com mais rigidez. Sendo assim, para o cálculo da deflexão central em placas de modelo como da figura 19 e especificações do capítulo (3.1), utilizou-se a tabela 2, do método de Timoshenko, para validação dos resultados. Pelas relações b/a e a/b , e variáveis conforme especificadas, nas tabelas 5 a 8, calculou-se a deflexão para os 90 casos de placas como já citado neste capítulo. Os resultados estão especificados nos gráficos das figuras 40 a 45, comparando-se com os resultados numéricos encontrados nas simulações no Ansys.

Para análise da placa sob esta condição de contorno, considera-se uma placa fina retangular de dimensões a_3 , t_1 , b_3 e de carga q_2 , como nas tabelas 5 a 8. Tem - se o modelo numérico da placa no programa Ansys para q_2 com malha de elemento 0,005m (malha refinada) nas figuras 37 e 38. A malha utilizada demonstrou convergência, como na figura 39. Para simulação deste modelo no Ansys, foi-se utilizada esta malha tetraédrica pelo Workbench, sendo o tamanho de elemento usado o suficiente para convergir. Uma malha mais fina ainda pode gerar aumento no tempo do processo para computar os resultados. Além disso, para esta malha o número de nós foi 8753 e o de elementos, 1200. O material utilizado foi o a liga 2024 Al T6. Além disso, a configuração de elementos finitos para esse modelo foi SOLID 186 (figura 36), visto que foi simulada uma estrutura em 3D, um sólido.

O SOLID186 é um elemento sólido de 20 nós de 3 dimensões de ordem superior que exibe um comportamento de deslocamento quadrático. O elemento é definido por 20 nós com três graus de liberdade por nó: translações nas direções nodais x, y e z. O elemento suporta plasticidade, hiperelasticidade, fluência, rigidez de tensão, alta deflexão e grandes capacidades de deformação. (ANSYS, 1994)

A condição de contorno para este caso foi aplicada condicionando as bordas laterais da placa na configuração "Fixed Supported" no Ansys, para as todas as bordas (nas arestas). Assim, ela assume variação de deflexão igual a zero como teoria das condições de contorno como no capítulo (2.3.2).

Os resultados para as outras configurações de modelos descritos neste capítulo foram também simulados e seus resultados mostram-se de acordo com o cálculo analítico, como pode ser visto nos gráficos 40 a 45.

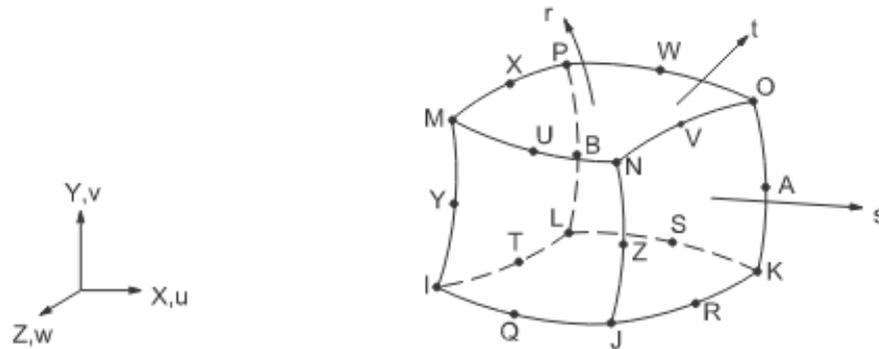


Figura 36 – Representação do elemento SOLID 186 (ANSYS, 1994)

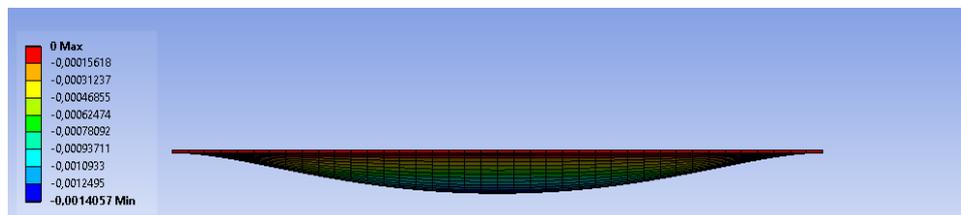


Figura 37 – Vista de perfil da placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 , t_1 , b_3 e q_2 sob carregamento transversal uniforme. Simulação numérica da deflexão (unidade - metro). Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.

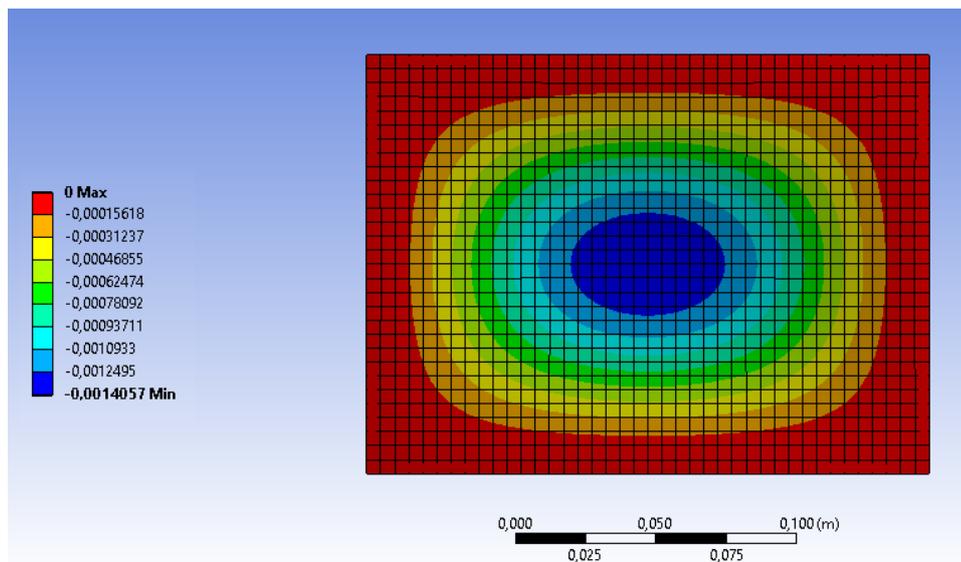


Figura 38 – Simulação numérica da deflexão em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 , t_1 , b_3 e q_2 sob carregamento transversal uniforme (unidade - metro) Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.

Os tamanhos de elementos usados para o gráfico de convergência da figura 39 foram

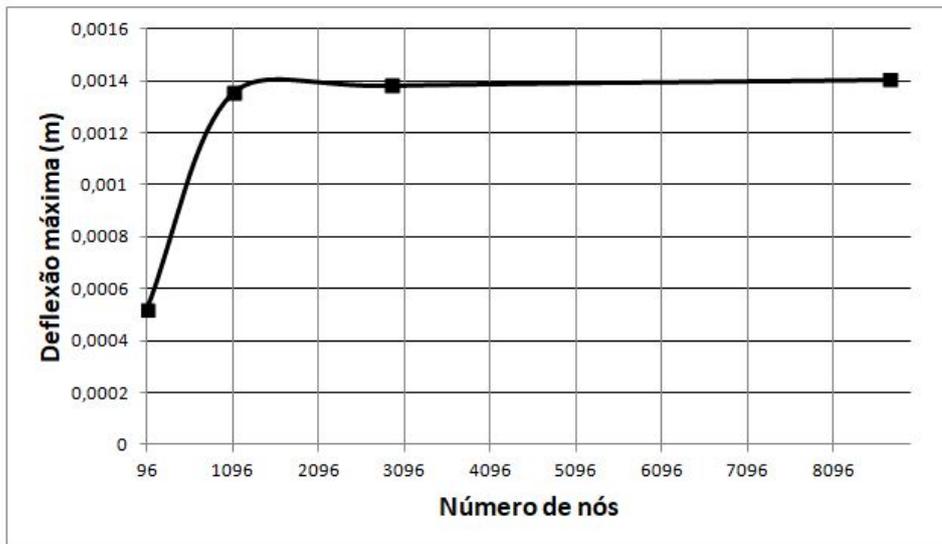


Figura 39 – Convergência dos resultados numéricos da deflexão máxima para uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 , t_1 , b_3 e q_2 sob carregamento transversal uniforme. Material: Al-2024 T6. Fonte: Autoria própria.

0,005m, 0,009m, 0,015m e 0,07m. Os resultados de nós correspondentes foram 8753, 2940, 1103 e 96 nós.

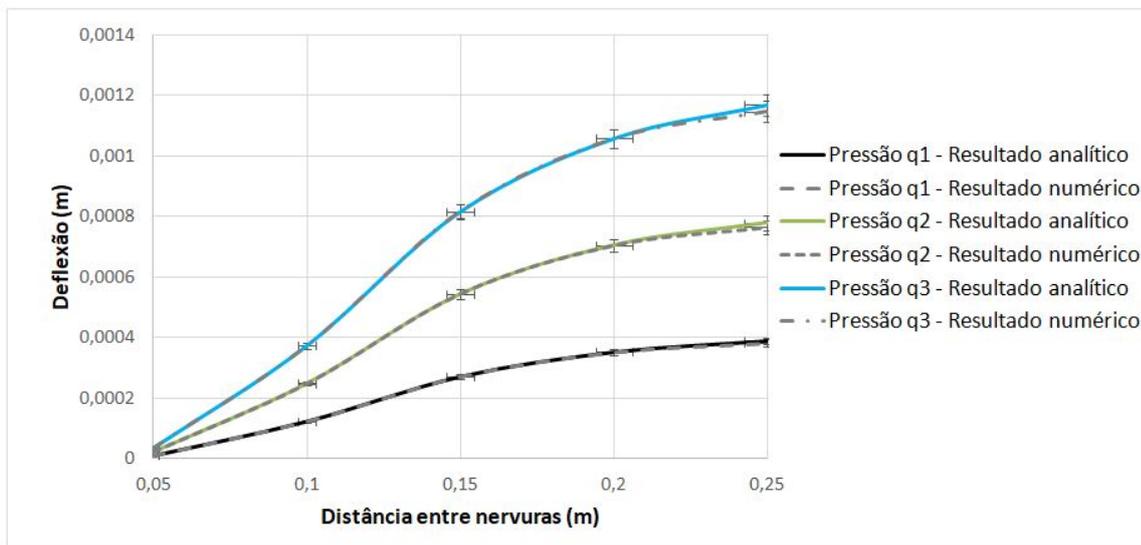


Figura 40 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_1 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

Da figuras 40 a 45 foi possível verificar e confirmar a influência dos parâmetros geométricos e propriedades do material na deformação da placa. Pode-se concluir nessa seção que isso indica que os resultados numéricos estão de acordo com os cálculos analíticos desenvolvidos por Timoshenko, em que se é utilizado um fator numérico α - $w = \alpha \frac{qa^4}{D}$ -

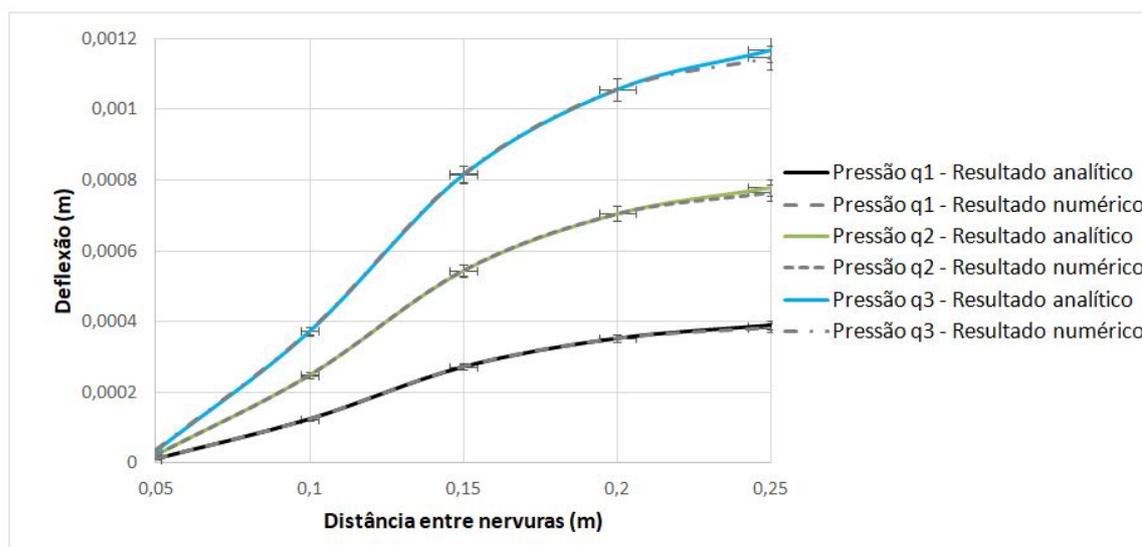


Figura 41 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_1 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

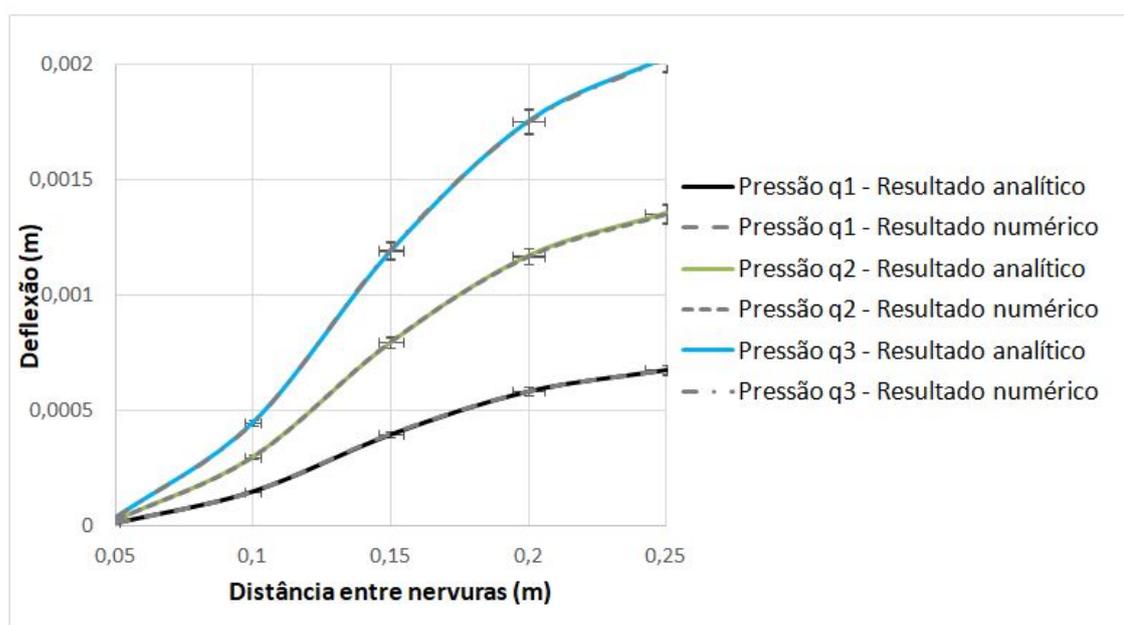


Figura 42 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_2 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

para calcular a deflexão máxima em uma placa retangular. Dados analíticos e numéricos, como observado, convergiram entre si.

Buscando-se entender qual é a influência do parâmetro a da placa, foi feita uma comparação entre os resultados de deflexão máxima para um modelo de placa sem variar pressão ($q = q_3$) nem espessura ($t = t_2$), variando apenas a e b . O resultado obtido

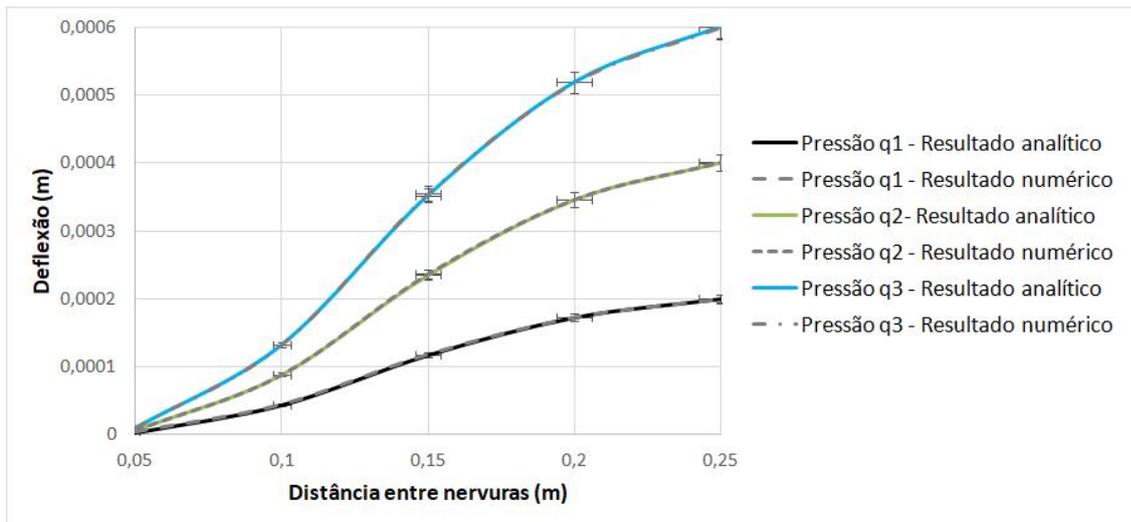


Figura 43 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_2 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

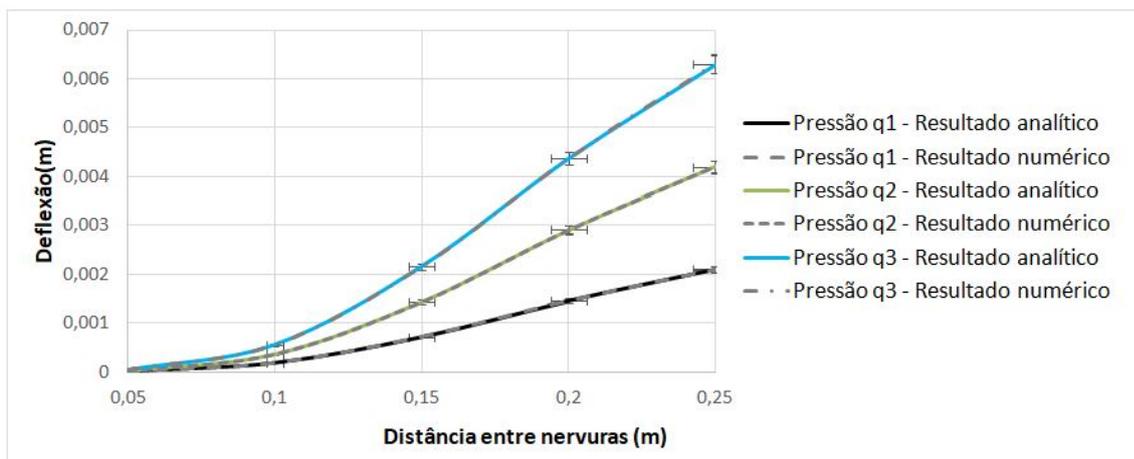


Figura 44 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 e t_1 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

encontra-se no gráfico da figura 46. Pode-se inferir deste gráfico que o resultado de deflexão máxima encontrado pelo autor de referência na figura 4 está entre condições de contorno simplesmente apoiadas e de bordas engastadas, possivelmente em uma condição elástica.

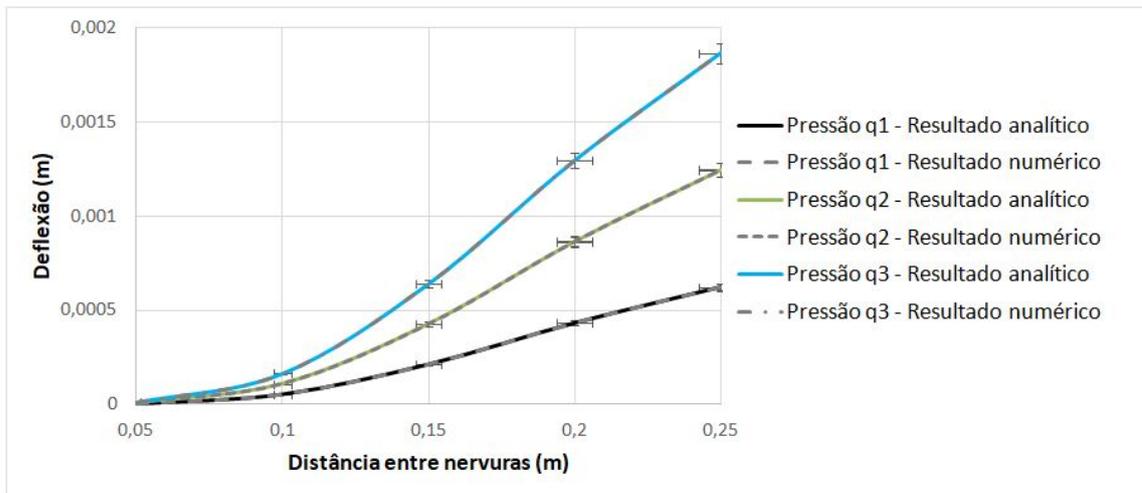


Figura 45 – Gráfico de comparação da deflexão máxima em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões a_3 e t_2 sob carregamento transversal uniforme - Dados analíticos e numéricos. Fonte: Autoria própria

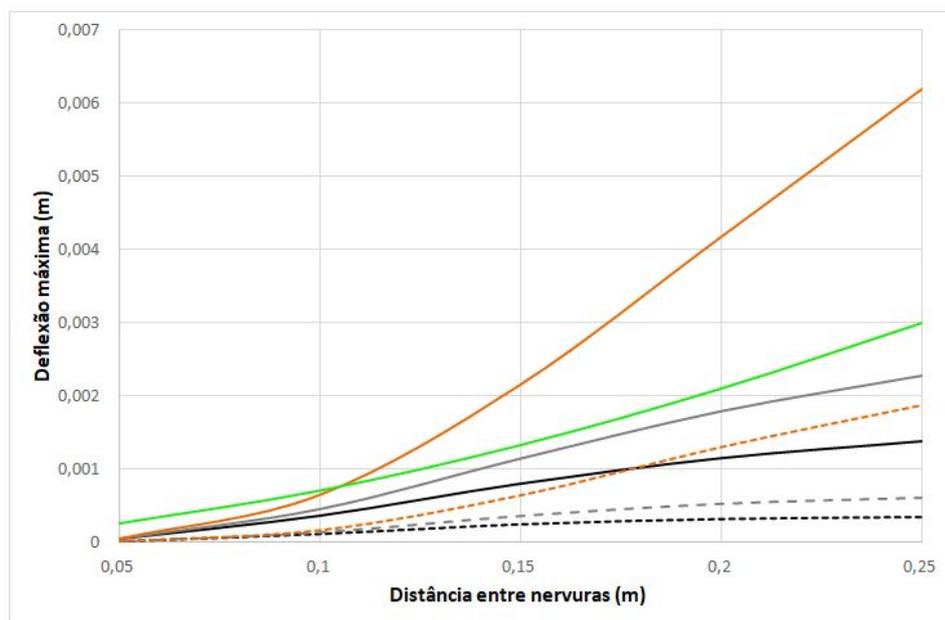


Figura 46 – Gráfico de comparação do resultado numérico da deflexão máxima entre uma placa fina retangular sob carregamento transversal uniforme q_3 com bordas engastadas e bordas simplesmente apoiadas de dimensões a_1 (em preto), a_2 (em cinza), a_3 (laranja) e resultado de (ENDOGUR, 1987) (em verde) e t_2 - sendo a seguinte representação: — Bordas simplesmente apoiadas e - - - Bordas engastadas. Fonte: Autoria própria

3.4 Determinação de $w_{máx}$ para placa do aileron experimental Sonex - por método analítico e numérico

Nos capítulos anteriores, foi feita a abordagem para um modelo de placa com estipulação de valores para a distância entre as longarinas e utilizando demais padrões conforme literatura de referência da figura 4. Fez-se a análise e comparação dos métodos analíticos e numéricos para cada condição de contorno de cada modelo de placa fina.

A seguir, para uma análise mais prática, simulou-se no Ansys um modelo de placa do aileron do avião experimental Sonex. O aileron todo tem três placas finas em sua composição superior e formato de perfil triangular, como na figura 47. Nesta, foi gerada uma representação do perfil da asa do avião experimental citado - NACA 64-415, conforme Apêndice B - , com três posições do aileron, 10° para cima, 0° e 10° para baixo. Nesta figura o aileron está configurado conforme configurações de projeto de asa, estando o início do aileron a 25% do bordo de fuga da asa.

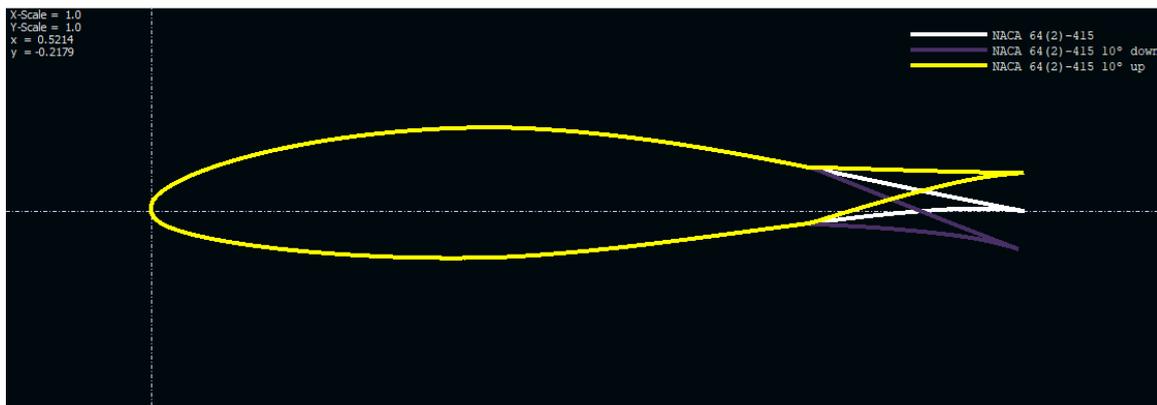


Figura 47 – Perfil NACA 64-415 de asa. Perfil usado para o avião experimental SONEX. Modelo gerado no software XFRL5 V6.

Visto o design da asa e considerando a superfície superior do aileron e os parâmetros nas tabelas 9 e 10, simulou-se os resultados no Ansys para obter a deformação. A malha utilizada para convergência dos resultados foi de 0,005m. O comportamento da placa e resultados de deflexão. O elemento utilizado também foi o SOLID 186, considerando que a placa está com as bordas engastadas, sob a aplicação da configuração "Fixed Supported" nas quatro faces da placa e que é um objeto 3D. O número de elementos foi 6643 e o de nós foi 47324. Foi-se considerada, no Ansys, a aceleração da gravidade na placa.

A carga foi aproximada ao modelo uniformemente distribuída para análise de resultados. O resultado numérico da deflexão máxima, de aproximadamente 11,012mm está correlacionado ao fato da placa apresentar estrutura muito fina, de 0,635mm, das propriedades mecânicas do material, liga Al 6061-T6, escolhido conforme especificações no

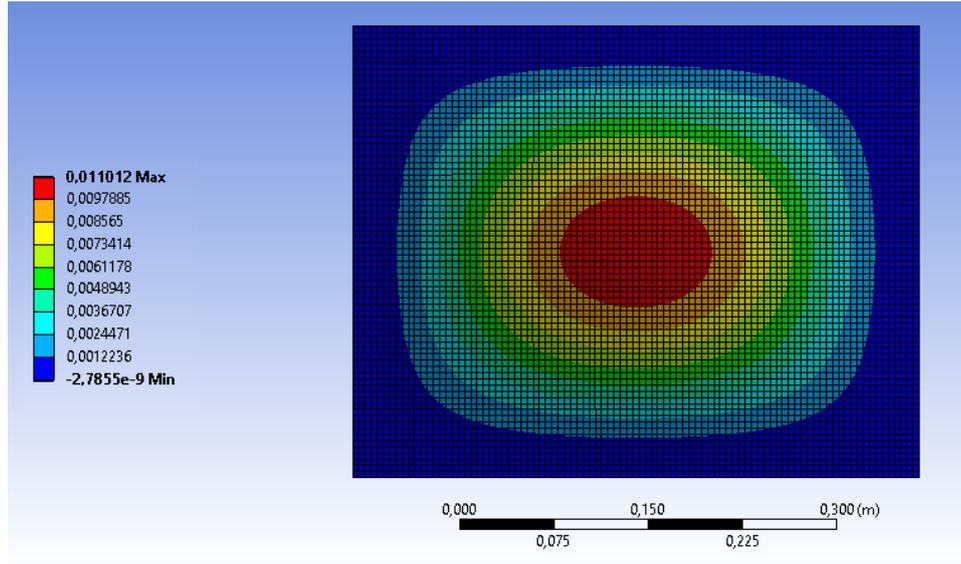


Figura 48 – Simulação numérica no Ansys da deflexão em uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões $a = 361,28$, $b = 450,9$ e $t = 0,635$ sob carregamento transversal uniforme (unidade - metro). Material:Al 6061-T6. Fonte: Autoria própria.

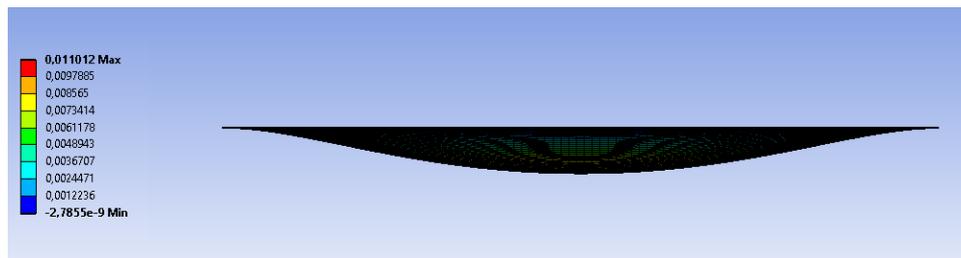


Figura 49 – Vista de perfil de uma placa fina retangular com bordas engastadas de dimensões $a = 361,28$, $b = 450,9$ e $t = 0,635$ sob carregamento transversal uniforme. Simulação numérica no Ansys da deflexão (unidade - metro). Material:Al 6061-T6. Fonte: Autoria própria.

tabela 10 e condições de contorno aplicadas. O resultado encontrado para esse caso leva a compreender que o fluido aerodinâmico provoca deformação na estrutura por meio de deflexão conforme pressão aplicada durante movimentação do modelo estrutural, e que conforme condição de contorno de bordas engastadas, essa deflexão é maior na região central da placa.

Fazendo o cálculo analítico conforme tabela 2, o valor de deflexão máxima encontrado foi de 0,0107468, ou seja, o erro entre os dois resultados analítico e numérico foi de 2,466%.

É possível analisar que, conforme refinou-se a malha no Ansys, o resultado convergiu. Esse foi o motivo de usar-se uma malha de tamanho de elemento igual a 0,005m, pois com esse valor, o resultado já convergia para o esperado. Visando demonstrar essa análise,

foram plotados os gráficos a seguir, que mostram a convergência da deflexão conforme aumento de número de nós (figura 50), ou seja, conforme refinamento de malha. Os valores utilizados para gerar esses gráficos foram malhas de tamanho 0,005m, 0,009m, 0,015 e 0,05m.

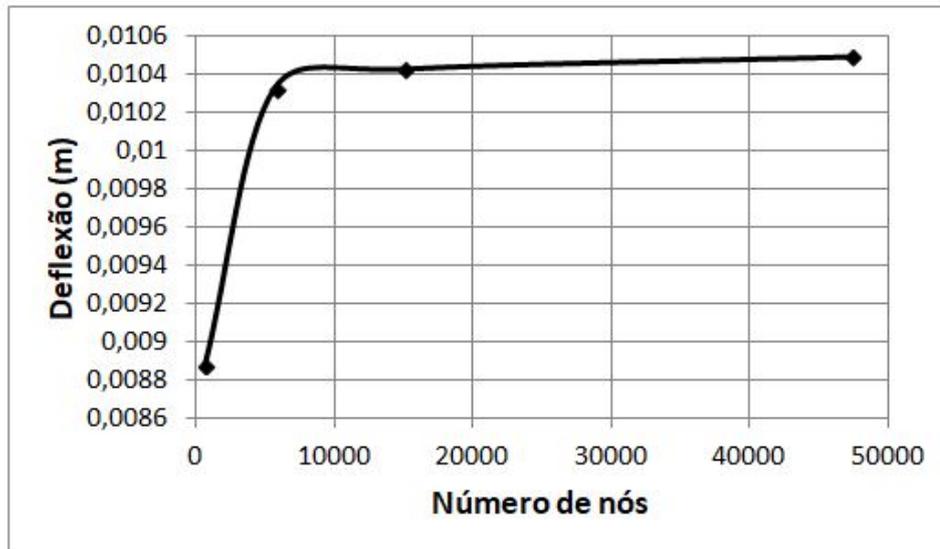


Figura 50 – Análise de convergência para placa de parâmetros conforme tabelas 9 e 10 e conforme aumento do número de nós.

3.5 Análise experimental de uma bancada construída para testes de deflexão de uma placa fina

Buscando verificar o comportamento da placa sob condições de contorno, foi construída uma bancada de perfis de alumínio. Sob esta bancada foi alocado um relógio comparador, e sobre ela, a placa, com tamanhos especificados na tabela 10, a única diferença é que foi acrescido 2mm em a e 2cm em b para apoiar a placa sob a bancada e fazer o engaste sob o perfil de alumínio, que é 0,2x0,2mm.

Antes de construir o modelo da bancada, foi-se elaborado o projeto dela em CATIA, como segue nas figuras 51 e 52. Ela foi construída parafusando um perfil de alumínio (20mm x 20mm) a outro com cantoneiras, e o engaste foi feito parafusando uma barra maciça de alumínio (de espessura 5 mm) sobre as bordas da placa. Importante ressaltar que, por conta de erros experimentais de construção da bancada, esta ficou com dimensões da placa iguais a $b = 452mm$ e $a = 363mm$ (aproximação com os parâmetros correspondentes na tabela 10).

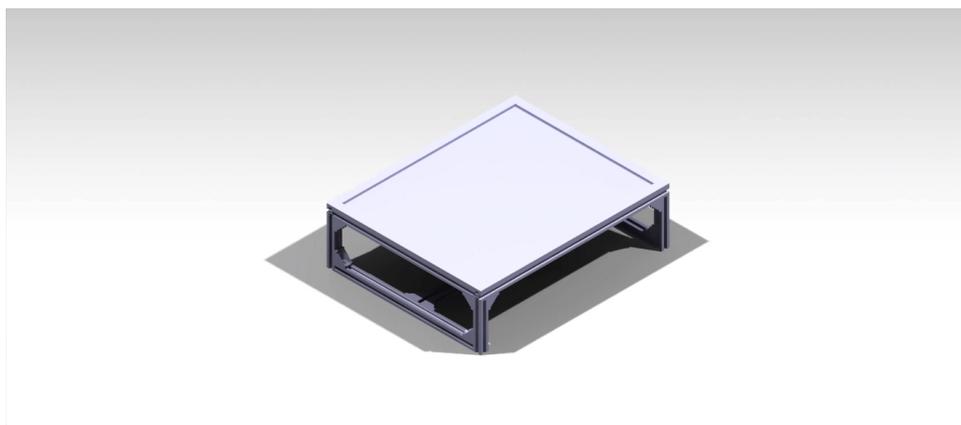


Figura 51 – Modelo de bancada para teste de deflexão em placa fina, visão superior.



Figura 52 – Modelo de bancada para teste de deflexão em placa fina, visão inferior.

Assim, construiu-se a bancada conforme especificações em CAD e parâmetros geométricos da placa na tabela 10 como pode-se observar nas figuras 53 a 55.

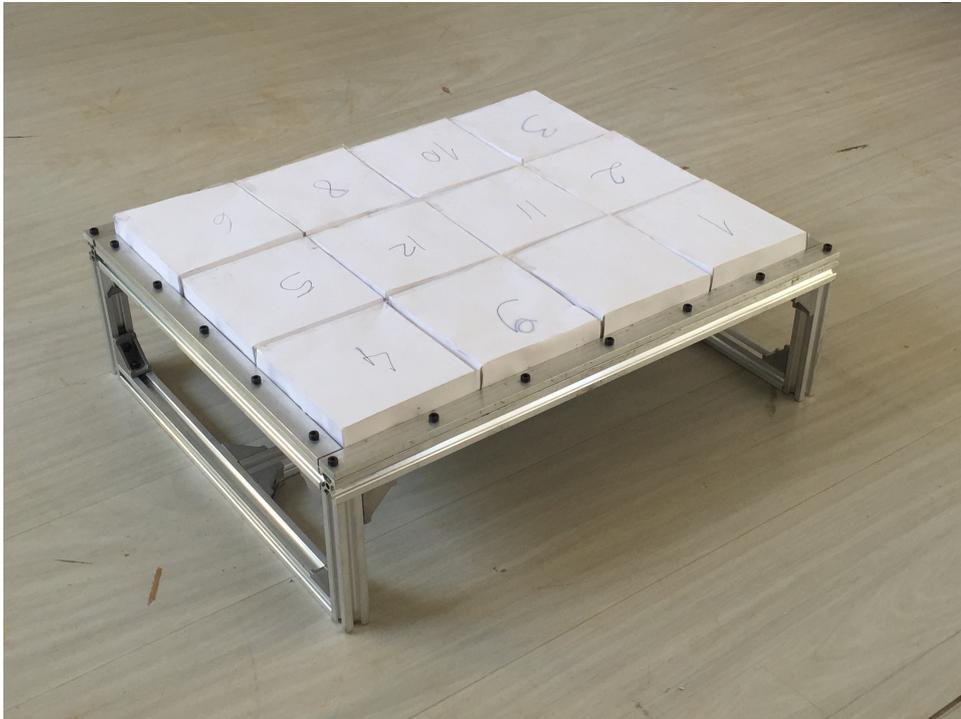


Figura 53 – Modelo experimental da bancada para teste de deflexão em placa fina, com caixas de areia apoiadas e distribuídas uniformemente, visão superior.



Figura 54 – Modelo experimental da bancada para teste de deflexão em placa fina, visão superior.

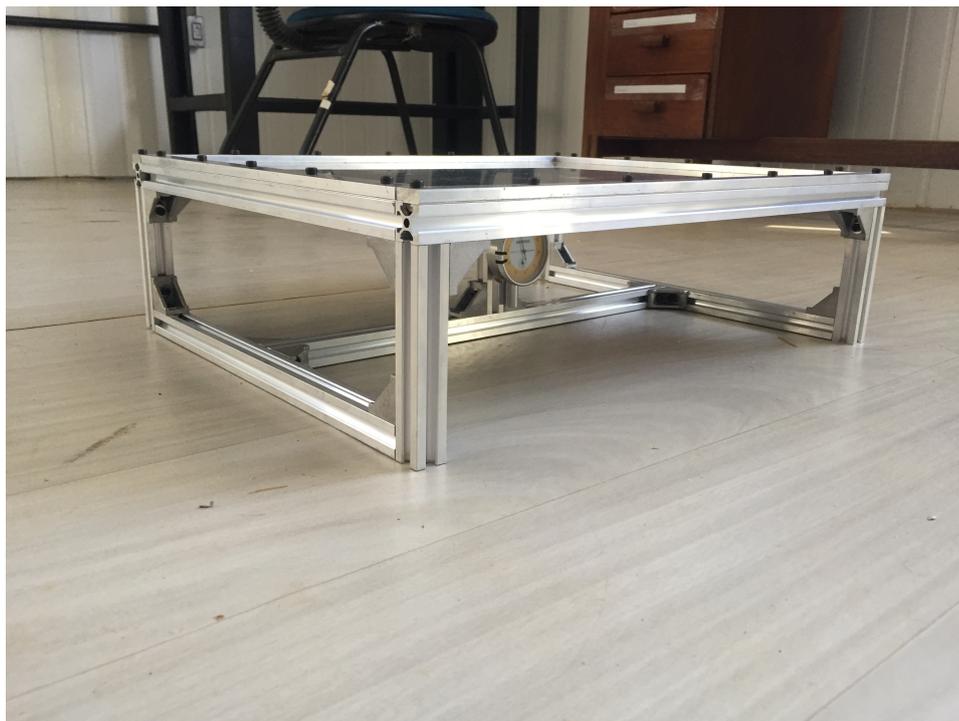


Figura 55 – Modelo experimental da bancada para teste de deflexão em placa fina, vista isométrica.

Para então simular a deflexão na placa fina com as bordas presas na bancada, colocou-se 12 caixas de papel de tamanhos iguais (Dimensões 111mm x 119mm x 20mm) com areia sobre a bancada. Para todas as caixas de papel foi-se colocada a mesma quantidade de areia. Essa configuração foi feita a fim de melhor simular uma carga uniformemente distribuída sobre a placa. Por isso o modelo em caixas de papel foi usado, pela geometria da caixa do papel ser compatível com a da placa.

Primeiramente, colocou-se apenas uma caixa de papel com 253g de areia no centro da placa, e obtiveram-se resultados para a bancada e resultados numéricos no Ansys. Assim, foi-se aumentando a carga concentrada, de forma a acrescentar uma caixa em cima da outra, e obteve-se o resultado conforme tabela 13. Nas configurações do Ansys, o elemento de malha para este caso de comparação com a bancada foi de 0,005mm, formando uma malha de tetraédrica.

Observando a tabela 13, sabe-se que para o carregamento concentrado de 253g, os resultados de deflexão máxima estiveram de acordo um com o outro. Porém, com um aumento da carga concentrada, os resultados no ansys apresentaram-se maiores do que na bancada. Quando distribui-se a carga em até 77g de areia para cada caixinha, os resultados também se mostram de acordo um com o outro, porém não para um aumento desta carga distribuída. Neste caso os resultados numéricos de deflexão apresentam-se maiores. Algumas hipóteses podem explicar esses resultados; Primeiramente, a placa em si já é torta, pela sua forma e maleabilidade do alumínio; A bancada também tem alguns

Tabela 13 – Deflexão máxima - Resultados numéricos e para a bancada

Carga	w_{max} - bancada	w_{max} - Ansys
Próprio peso da placa	0,23mm - 0,3mm (variação)	0,339mm
125g (carga concentrada)	0,98mm	0,91131mm
253g (carga concentrada)	1,48 mm	1,4964 mm
506g (carga concentrada)	1,97mm	2,6528mm
759g (carga concentrada)	2,26mm	3,8093mm
1012g (carga concentrada)	2,46mm	4,9657mm
Carga distribuída (12 x 125g)	1,68mm	2,2221mm
Carga distribuída (12 x 77g)	1,40mm	1,4994mm
Carga distribuída (12 x 44g)	1,1mm	1,0025mm

erros, por não estar completamente perpendicular à superfície quando apoiada sobre a mesma; A condição de contorno feita prende as bordas da placa, porém não o suficiente para considerar engastada. Buscou-se uma aproximação. Além disso, o relógio comparador preso sob a placa está restringido em alguns movimentos, porém ele pode estar sofrendo um momento torsor no momento que a carga é aplicada sobre a placa. Portanto, considera-se os resultados numéricos coerentes, e maiores pois possivelmente por algum defeito estrutural da bancada e condição de contorno de placa presa porém não engastada, a bancada apresenta resultados não factíveis. Uma hipótese a ser considerada também é o fato de haver uma possibilidade de não linearidade geométrica, ou ainda de ser um erro na solução numérica. Porém, isso é algo a ser analisado em futuros estudos, possivelmente alterando condições de contorno da placa e modelo de bancada. Assim, poderão ter-se outras conclusões a respeito.

4 CONCLUSÃO

Primeiramente neste trabalho apresentou-se como é composta a estrutura de uma asa, mais especificamente de um aileron e quais são suas funções e as de seus componentes. Isso é necessário para compreender o porquê do uso de placas finas na estrutura. Assim, foi apresentada a definição, os parâmetros e condições de contorno de uma placa fina para que ela seja considerada como material de revestimento.

Após apresentação de um modelo de placa e de um possível material para ela, a liga de alumínio 2024-T6, analisou-se as condições de contorno aos quais ela pode estar submetida e os momentos atuantes na placa em três tipos de situação de deformação; flexão pura, placas sujeitas à flexão e à torção e sob carregamento distribuído. Percebeu-se neste último caso, que é o caso de estudo, que ao aplicar uma carga distribuída uniformemente ao longo de uma placa, esta pode apresentar diferentes valores de deformações, que variam conforme condições de contorno e parâmetros da estrutura.

Estes parâmetros, usados em um projeto real por um engenheiro projetista, são fundamentais para determinação dessas deformações. Nesse trabalho pode-se verificar isso ao se programar o cálculo da deformação em MATLAB para a condição de contorno de placa com bordas simplesmente apoiadas e realizar o cálculo analítico conforme método de Timoshenko para placas com bordas engastadas. Ficou claro, por meio dos gráficos, que a placa comporta-se seguindo a equação (2.24) e que os resultados obtidos estão de acordo com a teoria das placas. Ainda conforme testes realizados, percebeu-se que diminuir a distância entre longarinas pode otimizar o resultado esperado, porém não se pode apenas diminuir essa distância ao valor que se desejar, pois a estrutura pode perder a sua funcionalidade. Por isso, nos testes foram escolhidos apenas três valores para a distância entre longarinas, pois a partir de valores menores do que o último valor (0,12m) a análise poderia perder o seu sentido.

Ao variar os parâmetros escolhidos pode-se perceber diferentes comportamentos da placa. Ficou claro que, para uma placa com bordas simplesmente apoiadas, para um mesmo modelo de placa, a deflexão é maior do que para a condição de contorno de bordas engastadas. Isso é explicado pelas condições de contorno.

Além disso, pode-se verificar, neste trabalho, diferentes métodos desenvolvidos por estudiosos para calcular a deflexão em placas finas engastadas. Utilizou-se o método de Timoshenko, visto que é um método que apresenta boa convergência, para atingir resultados de deflexão e comparar com os resultados obtidos no programa Ansys, e estes estiveram de acordo, conforme gráficos que mostram os erros entre as duas análises no capítulo (3.3). Os erros não ultrapassaram mais do que 3% em casos gerais, o que leva

a concluir que os resultados são satisfatórios para deflexões pequenas e satisfazem a o método de Timoshenko.

A otimização de resultados pode ser conseguida conciliando os vários parâmetros - a espessura, o módulo de elasticidade do revestimento, pressão aplicada, distância entre nervuras e o valor da deflexão operacional permitida. A intenção é diminuir as deformações no aileron causadas pela carga distribuída para assim melhorar a sua performance aerodinâmica e estrutural. Percebe-se também que quanto melhor distribuída a carga, melhores são os resultados. Isso pode ser visto no experimento feito com a bancada.

Os resultados obtidos demonstram erros com justificativas plausíveis para os casos estudados, porém isso leva a concluir que uma placa em caso real não está engastada nas quatro bordas, ela estaria, na verdade, sob uma condição elástica, entre bordas simplesmente apoiadas e engastadas. Isso pode ser conferido observando experimentalmente uma placa de alumínio de espessura conforme descrita para o caso experimental, de 0,635mm. Ela já possui uma deflexão causada pelo seu próprio peso, e flete com uma maior facilidade. Porém, para uma aproximação de resultados pode-se concluir que as condições de bordas engastadas é a que mais aproxima de um caso real.

De qualquer modo, já é possível concluir que a deformação é diretamente influenciada pela mudança de parâmetros e que quanto mais informações sobre os parâmetros se obtiver e quanto mais testes forem feitos, melhor pode ser o resultado. Porém, os experimentos reais já feitos e com as simulações de condição de contorno aqui realizadas permite-se estabelecer que, do ponto de vista da redução do revestimento deformado, é mais rentável reduzir a distância entre as nervuras e não entre as longarinas. Pois além de não se obter informações precisas sobre a distância entre longarinas, reduzir a distância entre nervuras, como observado nos gráficos de análise, leva a menor deformação estrutural da placa fina.

Consoante a isto, para a consideração de carga uniformemente distribuída feita aqui neste trabalho, estipula-se que na verdade, se está colocando mais carga na parte traseira do aileron, superdimensionando o modelo. Logo, isto significa que se a simulação é feita para um modelo mais rigoroso, admitindo que exista mais carga na borda traseira do aileron. As informações coletadas e passadas supostamente para um engenheiro projetista seriam de uma estrutura mais reforçada ainda.

Além disso, na seção (3.4) em que se há a comparação dos modelos de placa engastada com os de simplesmente apoiadas e da literatura, na figura 46, percebe-se que os resultados de deflexão máxima da literatura encontram-se entre os da condição de bordas simplesmente apoiadas e de bordas engastadas; Isso deve-se também aos dados de rigidez de longarinas e nervura e entre elas, entre outras possíveis suposições, que podem ser mais especificadas em trabalhos futuros.

Referências

- ANAC. *Regulamento Brasileiro de Aviação Civil - Requisitos de Aeronavegabilidade: Aviões categoria normal, utilidade, acrobática e transporte regional*. [S.l.: s.n.], 2018. Citado 6 vezes nas páginas [13](#), [17](#), [61](#), [62](#), [63](#) e [64](#).
- ANDERSON, J. J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 3^a. ed. University of Maryland: McGraw-Hill Publishing Company, 2001. Citado 4 vezes nas páginas [13](#), [25](#), [26](#) e [27](#).
- ANSYS. *Ansys Manual*. [S.l.]: Ansys Inc, 1994. Citado 5 vezes nas páginas [14](#), [15](#), [67](#), [72](#) e [73](#).
- BERTIN JOHN J.; CUMMINS, R. M. *Aerodynamics for Engineers*. 6^a. ed. Inglaterra: Pearson International Edition, 2013. Citado na página [26](#).
- COUTO ANTONIO A. ; REIS, D. A. P. *Estudo da propriedades mecânicas em fadiga da liga de alumínio 2024 envelhecida artificialmente para aplicações aeronáuticas*. São Paulo, Brasil: [s.n.], 2012. Citado na página [38](#).
- DULOR, C. L. *Estudo de Placas com várias condições de contorno e de carregamento através do Método dos Elementos de Contorno*. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Guaratinguetá: [s.n.], 2012. Citado na página [41](#).
- ENDOGUR, E. V. A. V. *Projetando estruturas de aeronaves*. [S.l.: s.n.], 1987. Citado 7 vezes nas páginas [13](#), [16](#), [29](#), [30](#), [59](#), [60](#) e [77](#).
- F.A.A. *Aviation Maintenance Technician Handbook - Airframe*. US Department of Transportation: Flight Standards Service, 2012. Citado 6 vezes nas páginas [13](#), [33](#), [34](#), [35](#), [36](#) e [37](#).
- FERNANDES, A. *Estruturas e Sistemas de Aeronaves*. Força Aérea Portuguesa: [s.n.], 2008. Citado 4 vezes nas páginas [13](#), [33](#), [34](#) e [37](#).
- GAYDON, F. A. *The clamped, thin, rectangular plate under transverse loading*. Department of Theoretical Mechanics, University of Bristol: [s.n.], 1966. Citado 2 vezes nas páginas [47](#) e [50](#).
- HUTCHINSON, J. R. *On the Bending of Rectangular Plates With Two Opposite Edges Simply Supported*. Civil Engineering Department, University of California, CA: Journal of Applied Mechanics, 1992. Citado na página [54](#).
- IMRAK E. ; FETVACI, C. *The deflection Solution of a Clamped Rectangular Thin Plate Carrying Uniformly Load, Mechanics Based Design of Structures and Machines*. Faculty of Mechanical Engineering, Mechanical Engineering Department, Istanbul Technical University, Turkey and Department of Mechanical Engineering, University of Istanbul, Turkey: [s.n.], 2009. Citado 3 vezes nas páginas [13](#), [54](#) e [59](#).
- IMRAK E. ; GERDEMELI, I. *A numerical method for clamped thin rectangular plates carrying a uniformly distributed load*. International Applied Mechanics, Vol. 43, No. 6: [s.n.], 2007. Citado 3 vezes nas páginas [13](#), [57](#) e [58](#).

- IMRAK E. ; GERDEMELI, I. *The problem of isotropic rectangular plate with four clamped edges*. Faculty of Mechanical Engineering, Mechanical Engineering Department, Istanbul Technical University: [s.n.], 2007. Citado 5 vezes nas páginas 13, 17, 54, 55 e 56.
- KUNDU, A. K. *Aircraft Design*. Queen's University Belfast: Cambridge University Press, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 35.
- LEAL, C. E. F. *Formulação do método dos elementos finitos para a análise elástica linear de placas delgadas*. Universidade Federal Tecnológica do Paraná: [s.n.], 2015. Citado 3 vezes nas páginas 13, 41 e 48.
- MEGSON, T. *Aircraft Structures for Engineering Students*. 4^a. ed. Oxford, UK: ELSEVIER, 2007. Citado 9 vezes nas páginas 13, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50 e 51.
- MOURITZ, A. P. *Introduction to aerospace materials*. Cambridge, UK: Woodhead Publishing, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 13, 38, 39 e 40.
- PILKEY, W. D. *Formulas for Stress, Strain and Structural Matrices*. University of Virginia: John Wiley and Sons Inc. Citado na página 57.
- ROCHA, P. M. da. *Soluções analíticas para placas finas sobre base elástica segundo a teoria de Kirchhoff*. Universidade Federal do Rio de Janeiro: [s.n.], 2014. Citado na página 28.
- SOARES, A. M. *Análise comparativa de esforços e deflexões em placas retangulares finas*. Universidade Federal de Itajubá: [s.n.], 2004. Citado na página 48.
- SZILARD, R. *Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods*. New Jersey, USA: John Wiley and Sons Inc, 2004. Citado na página 42.
- TAYLOR R. ; GOVINDJEE, S. *Solution of clamped rectangular plate problems*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, CA, U.S.A.: John Wiley and Sons Ltd, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 57.
- TIMOSHENKO S. P. ; WOINOWSKY KRIEGER, S. *Theory of Plates and Shells*. New York: McGraw-Hill Publishing Company, 1938. Citado 3 vezes nas páginas 17, 53 e 56.
- UGURAL, A. C. *Stresses in Plates and Shells*. Fairleigh Dickinson University, USA: McGraw-Hill Publishing Company, 1981. Citado na página 28.
- WAIDEMAM, L. *Análise dinâmica de placas delgadas utilizando elementos finitos triangulares e retangulares*. Universidade Estadual de São Paulo: [s.n.], 2004. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 43.
- WANG D. ; ELSHEIK, A. I. *Large Deflection Mathematical Analysis of Rectangular Plates*. Southern California University: [s.n.], 2005. Citado na página 53.

APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO NO MATLAB

A.1 Estrutura do código de cálculo analítico da deflexão transversal máxima no revestimento

```

% Universidade de Brasilia- UnB
% TCC-Trabalho de conclusão de curso 2018
% Aluna: Júlia Meira Leite Henriques
% Matrícula: 14/0056432
%%%% CÁLCULO DA DEFLEXÃO %%%%
function w = deflexao(x,y,b)
w = 0; %deflexao
a = 0.12; %distancia entre longarinas quando a = a1
%a = 0.14; %distancia entre longarinas quando a = a2
%a = 0.20; %distancia entre longarinas quando a = a3
D = 3.46657689; % Rigidez Flexural da placa quando t = t1 - em [Pa][m]
%D = 11.699697; % Rigidez Flexural da placa quando t = t2 - em [Pa][m]
q0 = 2500; % Carga distribuída aplicada na placa - em [Pa] - quando q0 = q1
%q0 = 5000; % Carga distribuída aplicada na placa - em [Pa] - quando q0 = q2
%q0 = 7500; % Carga distribuída aplicada na placa - em [Pa] - quando q0 = q3
for m=1:2:9 % Cálculo apenas para os 5 primeiros valores ímpares da iteração
for n=1:2:9 % Cálculo apenas para os 5 primeiros valores ímpares da iteração
w = w + ((sin(x * m * pi/a) * sin(y * n * pi/b))/(m * n * ((m2/a2) + (n2/b2))2));
%Cálculo do somatório da deflexão
end
end
w = (16 * w/pi6) * (q0/D) %Cálculo final da deflexão

```

A.2 Geração do código da deflexão máxima

```
w = deflexao(a/2,b/2,b);
```

APÊNDICE B – Especificações SONEX

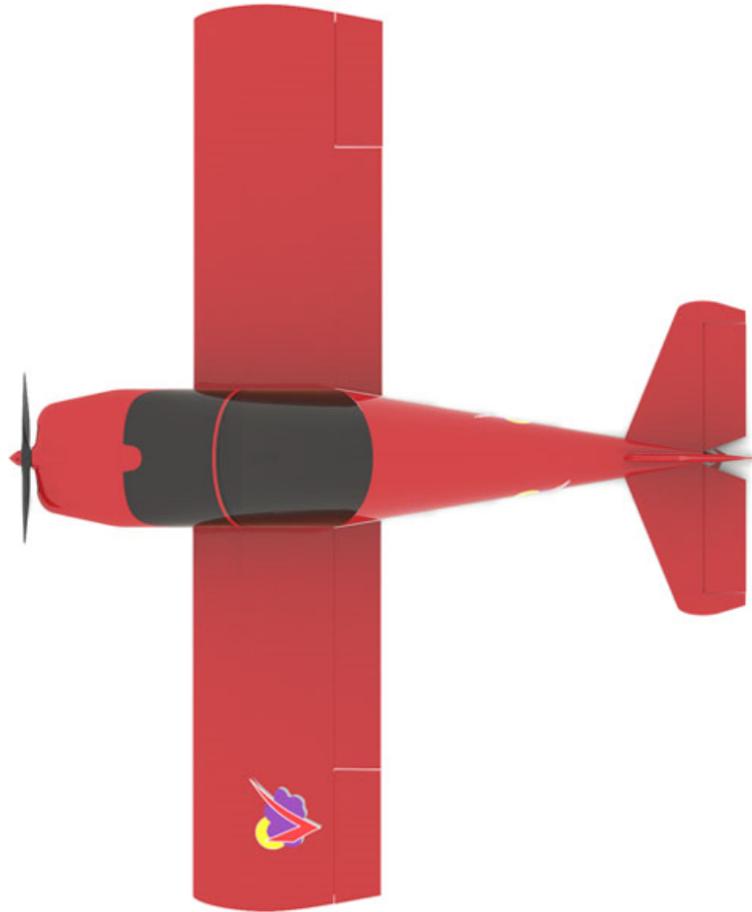


Figura 56 – Vista superior do avião experimental Sonex - Representação.



Figura 57 – Vista superior do avião experimental Sonex - Representação.

Tabela 14 – Especificações do Sonex

Sears	2
Length	18'r
Envergadura	22'
Área da asa	98 ft^2
Configuração da Cauda	Convencional
Altura da Cauda (Trem de pouso convencional)	56"
Altura da Cauda (Trem de pouso tri-ciclo)	74"
Envergadura da empenagem horizontas	92"
Largura da Engrenagem Principal	71"(with wheel pants)
Aerofólio	64-415
Estrutura primária	6061-T6 Alumínio
Largura do cockpit (do cockpit inteiro)	40"
Capacidade total	20 USGal.
Velocidade de Stall (full flaps)	40 mph (64 km/h)
Velocidade de Stall (clean)	46 mph (74 km/h)
Max Flap Extended Speed (Vfe)	100 mph (161 km/h)
Velocidade de Manobra	125 mph (201 km/h)
Velocidade não Exceder	197 mph (317 km/h)
Lugares	2

Tabela 15 – Configurações do Sonex

Performance Jabiru	120 hp
Peso (vazio)	620 lbs.
Alcance (1)	687 miles
Velocidade Cruzeiro @ Nível do mar*	135 mph
Velocidade Cruzeiro @ 8000 ft (TAS)	170 mph
Distância de decolagem	250 ft
Distância de pouso	500 ft
Categoria Utilitária	Jabiru 120 hp
Peso máximo de decolagem (2)	1150 lbs
Fator de carga n_1	4,4