



Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FGA
Engenharia Aeroespacial

Simulação Numérica do escoamento Turbulento sobre o Corpo de Ahmed

Autor: Jalusa Maria da Silva Ferrari
Orientador: Prof. Luciano Gonçalves Noleto

Brasília, DF
2019



Jalusa Maria da Silva Ferrari

Simulação Numérica do Escoamento Turbulento sobre o Corpo de Ahmed

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA

Orientador: Prof. Luciano Gonçalves Noletto

Brasília, DF

2019

Jalusa Maria da Silva Ferrari
Simulação Numérica do escoamento Turbulento sobre o Corpo de Ahmed/
Jalusa Maria da Silva Ferrari. – Brasília, DF, 2019-
54]

Orientador: Prof. Luciano Gonçalves Noletto

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FGA , 2019.

1. Corpo de Ahmed. 2. Escoamento turbulento. I. Luciano Gonçalves Noletto.
II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Simulação Numérica
do Escoamento Turbulento sobre o Corpo de Ahmed

CDU 02:141:005.6

Jalusa Maria da Silva Ferrari

Simulação Numérica do Escoamento Turbulento sobre o Corpo de Ahmed

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Prof. Luciano Gonçalves Noletto
Orientador

Prof^ª. Tallita Karolline Nunes Rocha
Convidado 1

Prof. Fábio Alfaia da Cunha
Convidado 2

Brasília, DF
2019

Agradecimentos

A Deus, pela força e coragem para concluir mais uma etapa.

A minha mãe Vanuzia por nunca medir esforços para realizar esse sonho e a minha família pelo apoio incondicional.

Agradeço aos amigos pela paciência e companhia durante a realização desse trabalho, em especial à Jéssica Roberta, Regina Ivo e Mônica Damasceno.

Ao professor Jhon Goulart por todos os ensinamentos, pela orientação em parte do trabalho e por disponibilizar o equipamento que tornou esse trabalho possível.

Ao professor Luciano Notelo pela orientação da parte final do trabalho e pela dedicação nas correções e melhorias do trabalho.

E a todos que fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

*“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor,
mas lutei para que o melhor fosse feito.
Não sou o que deveria ser,
mas Graças a Deus,
não sou o que era antes.”
(Martin Luther King)*

Resumo

Neste trabalho é realizado a simulação numérica do escoamento turbulento ao redor de um corpo de Ahmed imerso no ar para determinar os coeficientes aerodinâmicos do corpo com diferentes rebaiços. O corpo avaliado é uma simplificação de um veículo automobilístico proposta por Ahmed et al. (1984). A avaliação estacionária do caso bidimensional e tridimensional do escoamento incompressível ao redor do corpo de Ahmed é realizada para diferentes ângulos de rebaixo. Os ângulos avaliados de rebaixo variam de 0° a 45° . O ponto de separação da camada limite é determinado para os ângulos em análise através de um coeficiente adimensional de atrito. Os coeficientes aerodinâmicos de arrasto C_d e sustentação C_l , campos de pressão e velocidade são apresentados a fim de caracterizar o corpo de Ahmed em função do ângulo de rebaixo. O número de Reynolds avaliado é de $9,4 \cdot 10^4$, mantido constante para todos os casos. O número de Reynolds é calculado com base no comprimento longitudinal do corpo de Ahmed, l . O modelo de turbulência usado é o $k - \omega$ SST. As simulações numéricas foram comparadas com resultados disponíveis na literatura aberta e mostram-se concordantes com outros autores. O coeficiente de arrasto do corpo com rebaixo de 25° apresentou concordância com a equação de coeficiente de atrito proposta por Bello-Millán et al. (2016) como função apenas do número de Reynolds.

Palavras-chaves: corpo de ahmed; escoamento turbulento; aerodinâmica veicular; mecânica dos fluidos; dinâmica dos fluidos computacional.

Abstract

In the present work, a numerical simulation is made for turbulent flow around the Ahmed body immersed in air in order to determine aerodynamic coefficients for different slants. The evaluated body is a simplification of an automobilistic vehicle proposed by Ahmed et al. (1984). The stationary analysis of bidimensional and tridimensional of an incompressible flow around the Ahmed body is carried for different slant angles. The slant angles vary from 0° to 45° . The detachment point is defined through a dimensionless skin friction factor. The aerodynamic coefficients of drag C_d and lift C_l , pressure and velocity fields are presented to characterize the Ahmed body for different slant angles. Reynolds number is $9,4 \cdot 10^4$, held constant for all simulated cases. The Reynolds number is calculated using the longitudinal length of the Ahmed body, l . The turbulence model used is $k - \omega$ SST. Numerical simulations were compared with available results in open literature and showed agreement with other authors. The drag coefficient in the body with slant angle of 25° matches with the drag coefficient equation proposed by Bello-Millán et al. (2016) as a function only of Reynolds number.

Key-words: Ahmed body; turbulent flow; vehicular aerodynamics; fluid mechanics; computational fluid dynamics.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Influência da geometria do veículo no coeficiente de arrasto segundo Lay (1933)	2
Figura 2 – Vista diedro com dimensões usadas no estudo do corpo de Ahmed em Ahmed et al. (1984). Medidas em mm	4
Figura 3 – Representação das correntes de fluxo formadas atrás do corpo de Ahmed. Adaptado de Hucho (2013)	5
Figura 4 – Variação do arrasto com o ângulo de rebaixo do experimento de Ahmed et al. (1984)	6
Figura 5 – Esquemático das forças e momentos agindo sobre um corpo arbitrário imerso em um escoamento uniforme	12
Figura 6 – Pressão e forças de cisalhamento em um elemento infinitesimal de superfície de um corpo	14
Figura 7 – Comportamento das funções de mistura F1 e F2 do modelo $k - \omega$ SST de acordo com a distância adimensional da parede y^+	22
Figura 8 – Descrição do domínio computacional adimensionalizado	25
Figura 9 – Detalhe do ângulo de rebaixo	26
Figura 10 – Relação entre quantidade de nós e coeficiente de arrasto do estudo de malha bidimensional do corpo com rebaixo de 25°	27
Figura 11 – Esquemático com pontos de referência na superfície do corpo de Ahmed	30
Figura 12 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed sem rebaixo na superfície superior (1-3) e inferior (1-5-4) e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	31
Figura 13 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo sem rebaixo com a simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	32
Figura 14 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 5° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	33
Figura 15 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 7° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	34
Figura 16 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 7° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	35
Figura 17 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 10° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	36

Figura 18 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 10° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	37
Figura 19 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 15° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	38
Figura 20 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 25° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	38
Figura 21 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 15° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	39
Figura 22 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 25° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	40
Figura 23 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 35° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	41
Figura 24 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 40° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	41
Figura 25 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 35° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	42
Figura 26 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 45° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	43
Figura 28 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 45° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	44
Figura 29 – Coeficientes de arrasto e sustentação para os rebaixos simulados	45
Figura 30 – Parcela do arrasto de pressão no corpo de Ahmed para $Re = 9,4 \cdot 10^4$	46
Figura 31 – Linhas de corrente nas paredes do corpo com rebaixo de 25° obtidas no problema tridimensional. Fonte: Autora	46
Figura 32 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 25° da simulação tridimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora	47
Figura 33 – Linhas de separação do corpo de Ahmed com 25° de rebaixo. Fonte: Autora	48
Figura 34 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 25° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo	48
Figura 35 – Comparação de resultados obtidos nas simulações com domínio bi e tridimensional na região traseira do corpo. Fonte: Autora	49

Lista de tabelas

Tabela 1	– Relação dos estudos sobre o corpo de Ahmed.	10
Tabela 2	– Relação das quantidade de nós e elementos e dos valores obtidos para o coeficiente de arrasto simulados durante o estudo de malha bidimensional do corpo com rebaixo de 25°	28
Tabela 3	– Relação das quantidade de nós e elementos e dos valores obtidos para o coeficiente de arrasto simulados durante o estudo de malha tridimensional do corpo com rebaixo de 25°	29
Tabela 4	– Ponto de separação na superfície do corpo de Ahmed com a variação de φ	43

Lista de abreviaturas e siglas

ASM	<i>Algebraic Stress Models</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DES	<i>Detached Eddy Simulation</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
EASM	<i>Explicit Algebraic Stress Model</i>
EbFVM	<i>Element-based Finite Volume Method</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Numerical Simulation</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>

Lista de símbolos

φ	Ângulo de rebaixo, <i>graus</i>
ϵ	Taxa de dissipação de energia turbulenta
δ_{ij}	Função delta de Dirac
ν	Viscosidade cinemática, m^2/s
ρ	Massa específica, Kg/m^3
τ_w	Tensão de cisalhamento na superfície, <i>Pa</i>
μ	Viscosidade dinâmica, <i>Pa.s</i>
ω	Frequência turbulenta, $[s^{-1}]$
A	Área, m^2
C_d	Coefficiente de arrasto
C_l	Coefficiente de sustentação
C_p	Coefficiente de pressão
C_f	Coefficiente de atrito
D	Força de arrasto, <i>N</i>
g	Aceleração da gravidade, m^2/s
k	Energia cinética turbulenta, m^2/s^2
L	Força de sustentação, <i>N</i>
l	Comprimento do corpo de Ahmed, <i>m</i>
Re	Número de Reynolds
t	Tempo, s
u	Velocidade na direção x, m/s
v	Velocidade na direção y, m/s
w	Velocidade na direção z, m/s

Sumário

1	INTRODUÇÃO	2
1.1	OBJETIVO GERAL	3
1.1.1	Objetivos específicos	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1	O CORPO DE AHMED	4
2.1.1	Soluções Experimentais	7
2.1.2	Soluções Numéricas	8
3	FUNDAMENTO TEÓRICO	11
3.1	CONSERVAÇÃO DA MASSA	11
3.2	CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO	11
3.3	ESCOAMENTO AO REDOR DE CORPOS IMERSOS	12
3.3.1	Conceitos de arrasto e sustentação	13
4	INTRODUÇÃO À TURBULÊNCIA	15
4.1	DECOMPOSIÇÃO DE REYNOLDS	16
4.2	OS MODELOS DE TURBULÊNCIA	18
4.2.1	Modelo $k - \epsilon$	19
4.2.2	Modelo $k - \omega$	19
4.2.3	Modelo $k - \omega$ SST	20
4.2.4	Malha junto à parede do corpo	22
5	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	24
5.1	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CFX	24
5.2	DESCRIÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL	25
5.3	PROCEDIMENTO DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA	26
5.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO E CONSIDERAÇÕES SOBRE A SIMULAÇÃO	29
6	RESULTADOS	30
6.1	ANÁLISE BIDIMENSIONAL	30
6.1.1	Distribuição de pressão e velocidade	30
6.1.2	Coeficientes aerodinâmicos	44
6.2	ANÁLISE TRIDIMENSIONAL	46
6.2.1	Distribuição de pressão e velocidade	46
6.2.2	Coeficientes aerodinâmicos	49

7	CONCLUSÃO	50
	REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

Escoamentos turbulentos são encontrados em diversas aplicações práticas da engenharia. São caracterizados pelas flutuações instantâneas nos campos de velocidade, temperatura, massa específica e pressão, sugerindo a presença de vórtices de várias escalas (Deschamps e Jr., 2002).

A aerodinâmica é o estudo das forças resultantes do movimento de um fluido através de um corpo e é parte importante no processo de projeto de veículos. O consumo de combustível de um veículo associado ao seu movimento está diretamente relacionado com certas características aerodinâmicas, tais como o arrasto aerodinâmico do veículo que é expresso como o coeficiente de arrasto, C_d (Ortega e Salari, 2005). A Figura 1 mostra os resultados de um estudo sobre a influência da geometria do veículo no coeficiente de arrasto do corpo.

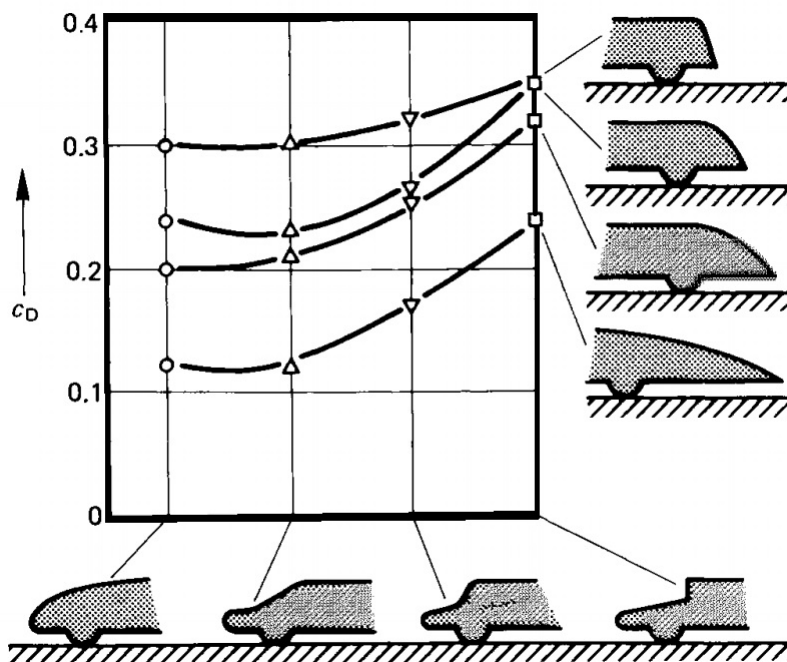


Figura 1 – Influência da geometria do veículo no coeficiente de arrasto segundo Lay (1933)

Para a dinâmica dos fluidos, veículos são estudados como corpos rombudos (White, 1962). Os veículos terrestres são corpos rombudos próximos de uma superfície plana que representa o solo. As estruturas complexas, como cavidades e rodas sob rotação, fazem com que o escoamento seja totalmente tridimensional (Hucho, 2013). O arrasto aerodinâmico de veículos terrestres é fortemente relacionado com o escoamento ao longo do veículo. A dimensão da zona de separação e da força de arrasto depende, principalmente, da posição do deslocamento no corpo.

O estudo da aerodinâmica automotiva, assim como aeronáutica, tem como principais objetivos a redução do arrasto e da emissão de ruídos, além do aprimoramento na economia de combustível. Dessa forma, as forças de arrasto e sustentação são as principais propriedades analisadas para otimização de performance do veículo.

Conseqüentemente, um conhecimento detalhado sobre as características do escoamento e suas relações com a geometria do corpo é necessária para o projeto de novos veículos (Tunay et al., 2014). O entendimento da aerodinâmica veicular é realizada a partir da compreensão do efeito das forças que agem sobre veículo e de como e com qual intensidade estas surgem.

A quantidade de estruturas que são sujeitas às forças do escoamento de um fluido é infinita. Por essa razão, as considerações usadas para o estudo são aproximações por casos como uma placa plana, uma esfera ou um cilindro (Daugherty, 1989). O procedimento de aproximação por uma geometria similar é frequentemente usado para simplificação de estudo ou como ideia inicial de projeto. O chamado *corpo de Ahmed* é uma simplificação geométrica de um veículo automobilístico e foi escolhido como objeto de estudo.

1.1 OBJETIVO GERAL

O trabalho tem por objetivo a avaliação dos coeficientes aerodinâmicos de arrasto e sustentação do corpo de Ahmed sob um escoamento turbulento de Reynolds $9,4 \cdot 10^4$.

1.1.1 Objetivos específicos

- Simular um problema eminentemente 3D usando uma geometria 2D;
- Determinar dos coeficientes aerodinâmicos e sua relação com rebaixo traseiro;
- Determinar dos campos de pressão e velocidades sobre o corpo de Ahmed;
- Determinar do ponto de separação do fluxo nos rebaixos traseiro.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 O CORPO DE AHMED

O corpo de Ahmed é uma simplificação de um corpo automobilístico usado para testes e validação de projeto conceitual. O modelo também é comumente usado para calibração de túnel de vento ou como verificação de modelos de turbulência. As características do escoamento ao redor do corpo de Ahmed são modeladas através do escoamento ao redor de um corpo rombudo.

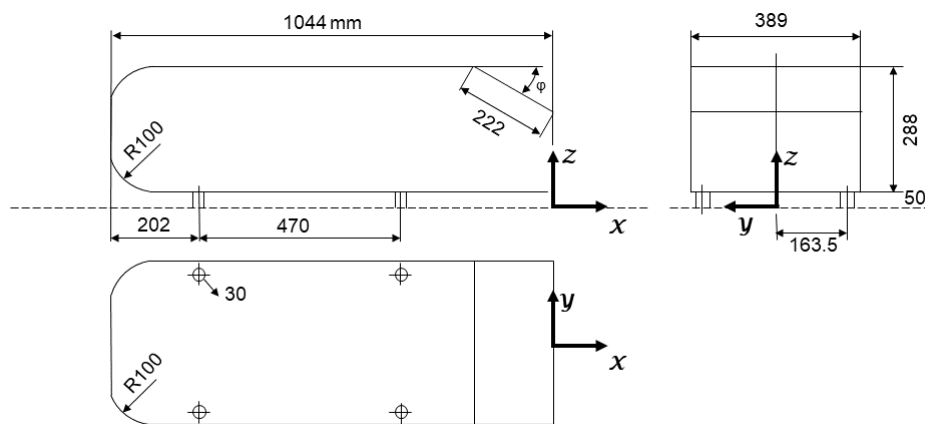


Figura 2 – Vista diedro com dimensões usadas no estudo do corpo de Ahmed em Ahmed et al. (1984). Medidas em mm

Como visto na Figura 2, a geometria do corpo de Ahmed consiste em um volume de paralelepípedo com uma face inclinada na traseira. Essa simplificação foi apresentada pela primeira vez no estudo de Ahmed et al. (1984) sobre a análise do escoamento 3D no corpo. O principal objetivo dos autores era verificar o comportamento do coeficiente de arrasto, C_d , e as características do escoamento de acordo com a variação do ângulo de rebaixo traseiro. O corpo de Ahmed combina as características geométricas essenciais que determinam a forma, comprimento e posição da zona de separação do escoamento. Para a simulação numérica, o escoamento ao redor do corpo de Ahmed ainda é um desafio. Isso se dá, em grande parte, na correta predição dos coeficientes de arrasto e sustentação condizentes com o experimento realizado por Ahmed et al. (1984) e demais autores sobre o assunto.

Segundo Möller e Silvestrini (2004), em escoamentos através de um corpos rombudos são geradas uma série de estruturas coerentes, onde duas são ditas fundamentais com assimetria estática. Estruturas coerentes podem ser definidas como uma massa de

fluido turbulento com grande escala com vorticidade correlata e em fase no fluido. Ambas surgem em baixos números de Reynolds (Re) como característica da quebra de simetria do escoamento, mas ainda são observadas em altos valores de Reynolds típicos de veículos terrestres. Segundo Brackston et al. (2018) a assimetria instantânea da esteira formada por essas estruturas contribue para a geração de arrasto devido à pressão no corpo. A importância dessas duas estruturas coerentes em relação ao arrasto de pressão ainda é imprecisa. Por isso, diversos autores apresentaram estudos com o corpo de Ahmed com alterações nas dimensões tridimensionais a fim de avaliar o mecanismo de arrasto do problema observando a geração dessas duas estruturas coerentes.

Em um corpo submerso, a força que o corpo experimenta é decomposta em componentes paralelas aos eixos do corpo. Posto que a maioria dos corpos sob escoamento externo tem ponto de separação formação de esteira, é difícil usar métodos analíticos para determinar as componentes da força. Por isso, análises aproximadas são usadas, juntamente com dados experimentais, para avaliar os diversos formatos de corpos (Fox et al., 2000).

O corpo de Ahmed foi proposto por Ahmed et al. (1984) em um trabalho para determinar medidas de coeficientes de arrasto e sustentação com a variação do ângulo de rebaixo da geometria apresentada na Figura 2. Os autores notaram que a estrutura da esteira apresentava uma alta complexidade, com uma zona de separação e vórtices gerados nos vértices do rebaixo como apresentado na Fig. 3. Entretanto, o estudo não apresentou informações sobre as características turbulentas do escoamento ao redor do corpo.

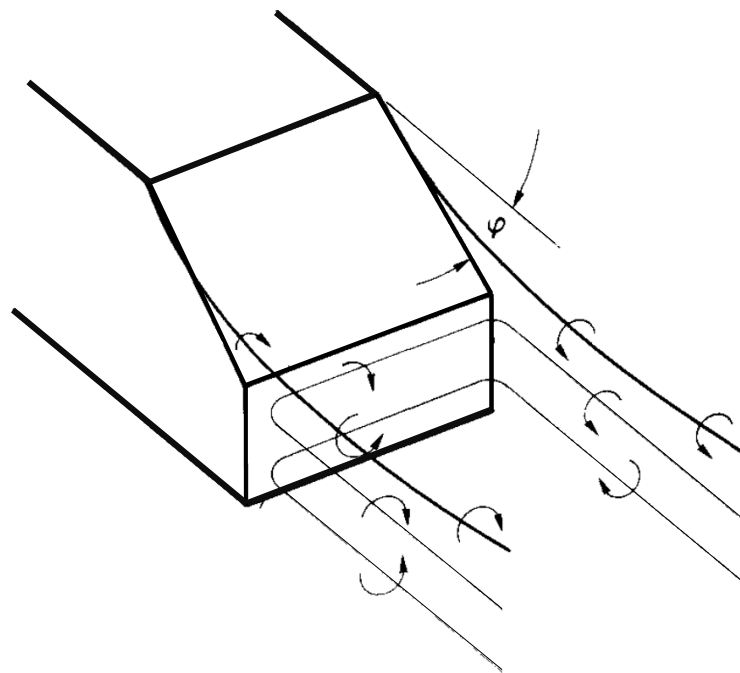


Figura 3 – Representação das correntes de fluxo formadas atrás do corpo de Ahmed. Adaptado de Hucho (2013)

O experimento original foi realizado com número de Reynolds de $1,2 \cdot 10^6$, calculado com base no comprimento do corpo, variando o ângulo de rebaixo φ entre 0° e 40° com incrementos de 5° . Para esse valor de Reynolds, o valor máximo de arrasto acontece no modelo com rebaixo de $\varphi = 30^\circ$ e o menor valor é encontrado no modelo com rebaixo de $\varphi = 12,5^\circ$.

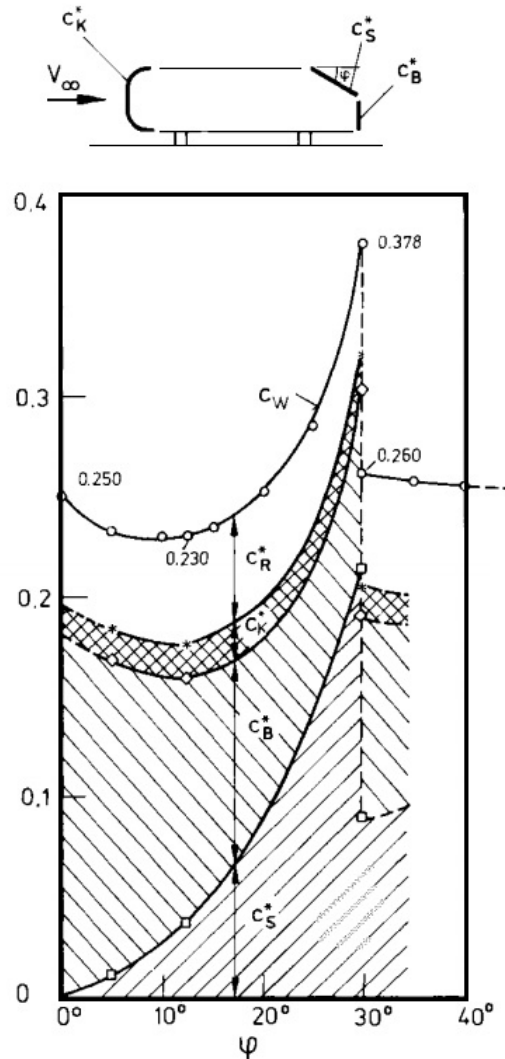


Figura 4 – Variação do arrasto com o ângulo de rebaixo do experimento de Ahmed et al. (1984)

Segundo Serre et al. (2013) acima do ângulo de 30° ocorre separação total da camada limite na região de rebaixo para o Reynolds avaliado pelo autor. Abaixo desse ângulo o escoamento ainda sofre descolamento, mas a diferença de pressão entre a região de rebaixo e as paredes laterais ainda são forte o suficiente para gerar vórtices na direção do escoamento na lateral dos vértices do rebaixo. Isso induz um movimento descendente no rebaixo, principalmente na parte traseira. Como consequência, a separação do escoamento na parte do rebaixo, que começou no vértice, pode sofrer recolamento em alguma parte ainda do rebaixo.

2.1.1 Soluções Experimentais

Watkins e Vino (2008) avaliaram a interferência do escoamento entre dois corpos de Ahmed com rebaixo de 30° . O Reynolds usado nos experimentos foi de $2,3 \cdot 10^6$, baseado no comprimento do corpo. Os resultados mostraram que a separação do fluxo na traseira do corpo é influenciada pela distância de entre os dois corpos. Na análise dos coeficientes de arrasto e sustentação, os corpos apresentaram relação inversa até um comprimento de corpo de distância. Com o aumento da distância entre os corpos, foi observado que o corpo adiante no escoamento possui coeficientes de arrasto e sustentação como o proposto por Ahmed et al. (1984). Entretanto, o segundo corpo apresentava coeficientes de arrasto e sustentação inferior ao valor esperado.

No trabalho de Thacker et al. (2012), o corpo de Ahmed com rebaixo de 25° é avaliado para vários números de Reynolds na ordem de 10^6 . O número de Reynolds é calculado com base no comprimento do corpo. Os autores avaliaram os coeficientes de arrasto e sustentação para a geometria com o rebaixo com canto vivo e arredondado. Para os coeficientes de arrasto e sustentação, os valores mais altos foram encontrados no corpo com canto vivo.

Diferente de Watkins e Vino (2008) e Thacker et al. (2012), o trabalho de Dobrev e Massouh (2014) foi realizado com dimensões ligeiramente diferentes da Figura 2. Dobrev e Massouh (2014) realizaram um estudo experimental e numérico do corpo de Ahmed com número de Reynolds 2,66 vezes menor que o usado no trabalho de Ahmed et al. (1984). Nessa condição, o coeficiente de arrasto esperado é maior. Os coeficientes de arrasto e sustentação foram avaliados para ângulos de rebaixo entre 0° e 45° . Como resultado, os autores apresentaram a distribuição de pressão e velocidade para o rebaixo de 25° e as concordância entre análise numérica e experimental para esse rebaixo. Entre os ângulos avaliados, o rebaixo de 15° apresentou menor coeficiente de arrasto, onde foi observado que o coeficiente de sustentação é próximo de zero.

Bello-Millán et al. (2016) realizaram experimentos com o corpo de rebaixo de 25° para números de Reynolds variando entre $3 \cdot 10^5$ e $30 \cdot 10^5$. Além do ângulo de rebaixo, os autores analisaram o coeficiente de arrasto com a variação de outro ângulo na geometria em relação ao eixo vertical. Com a variação da geometria em outras direções igual a zero, o coeficiente de arrasto do corpo de Ahmed diminui ligeiramente à medida que o número de Reynolds aumenta, assim como observado por Dobrev e Massouh (2014). Com base no número de Reynolds, os autores propõem uma equação (Equação 2.1) que aproxima os valores do coeficiente de arrasto obtidos pelos autores e os obtidos por Thacker et al. (2012) com a geometria de cantos vivos.

$$C_d = 0,3849 + 0,0603 e^{-\frac{Re \cdot 1e-6}{0,5217}} \quad (2.1)$$

Brackston et al. (2018) realizaram um estudo com objetivo de controlar a propagação de vórtices e avaliar a biestabilidade do escoamento tridimensional com Reynolds de $4,51 \cdot 10^5$. O controle foi feito a partir de uma modelagem estocástica com o objetivo de reduzir o arrasto no corpo. A abordagem foi eficaz na supressão de flutuações dentro de faixas de frequências específicas, mas, devido às perturbações amplificadas em outras frequências, o objetivo de reduzir arrasto não foi alcançado.

2.1.2 Soluções Numéricas

O trabalho de Han (1989) foi feito para o corpo de Ahmed com rebaixo de 30° e número de Reynolds de $4,3 \cdot 10^6$. O modelo de turbulência usado foi o $k - \epsilon$ com correção na condição de incompressibilidade e discretização de segunda ordem para o termo de convecção. De acordo com os resultados do estudo, a simulação foi capaz de prever os fenômenos do escoamento como a formação de vórtices na parte traseira do corpo e o fluxo reverso resultando da separação do fluxo nessa região. Entretanto, os valores de coeficiente de atrito obtidos não foram condizentes com o experimento de Ahmed et al. (1984).

Segundo Han (1989), a diferença entre os valores experimentais e numéricos ocorre devido à predição incorreta do arrasto de pressão pelo modelo de turbulência, tanto na base vertical quanto do rebaixo, uma vez que a contribuição do arrasto viscoso é quase constante para todos os ângulos de rebaixo. Dessa forma, o autor mostrou que a modelagem turbulenta é importante para a correta predição da distribuição de pressão e energia dos vórtices da traseira do corpo.

Morelli (2000) propôs um método teórico para diminuir o arrasto sofrido pela carrocera de um carro de passageiros. O autor estabeleceu a condição de que o corpo possuía força de sustentação nula. Os resultados do estudo mostraram que é possível diminuir significativamente o arrasto do corpo de Ahmed através de mudanças na geometria do corpo, mas não apresentou um padrão bem definido.

Liu e Moser (2003) realizaram simulações transientes com modelos de turbulência diferentes e comparou com resultados experimentais. O número de Reynolds foi de $7,68 \cdot 10^5$ para o corpo com rebaixo de 35° . Os autores observaram a disposição de dois vórtices na região traseira do corpo, onde o vórtice maior estava posicionado acima do vórtice menor. Através do campo de velocidade, os autores observaram que as estruturas se estendiam além de $0.5 L$ após o corpo e que havia fluxo reverso no rebaixo do corpo. O principal objetivo do estudo era comparar resultados obtidos com os modelos de turbulência e resultados experimentais. Os autores concluíram que o modelo $k - \epsilon - \nu^2$ apresentou o resultado mais próximo do experimental do que os modelos $k - \epsilon$, $k - \omega$ SST e RSM.

Guilmineau (2008) realizou diversas simulação com modelos de turbulência para

o corpo de Ahmed com rebaiços de 25° e 35° . Os modelos avaliados foram o Spalart-Allmaras, $k - \omega$ SST, Rij- ω IP, Rij- ω SSG, EASM e ASM.

No caso do rebaixo de 35° a zona de recirculação é mais extensa na simulação numérica do que quando comparada com outros trabalhos experimentais. Os dois vórtices formados são menos intensos na avaliação numérica. Todos os modelos estimaram a topologia do escoamento corretamente. Entretanto, ao analisar o valor do coeficiente de arrasto, o modelo EASM ofereceu uma melhor predição. O Reynolds usados nas simulações foi de $2,78 \cdot 10^6$ com base no comprimento do corpo.

No caso do rebaixo de 25° foi observado que nenhum dos modelos foi capaz de prever o ponto de separação e recolamento do fluxo no rebaixo. Com exceção do modelo Spalart-Allmaras, onde o escoamento não apresentou separação, os modelos mostraram o ponto de separação logo após o começo do rebaixo, como observado em estudos experimentais. Entretanto, nenhum apresentou o recolamento visto no caso experimental.

Serre et al. (2013) realizaram simulações do corpo de Ahmed com rebaixo de 25° baseado no comprimento do corpo para Reynolds de $7,68 \cdot 10^5$ usando LES. As simulações mostraram que o fenômeno de recolamento acontece para esse rebaixo e o coeficiente de arrasto da simulação esteve de acordo com o experimental. Esse comportamento é observado ao utilizar o método LES para soluções a baixo Reynolds. Além disso, foi observado que o escoamento sobre o rebaixo está fortemente conectado à camada limite de entrada na parte superior do corpo e da presença e intensidade dos vórtices formados atrás do corpo. Segundo os autores, usar o método LES para resolver o problema do corpo de Ahmed é altamente complexo pela presença de estruturas turbulentas de grande escala, desprendimento de vórtices e transição turbulenta. Apesar do método apresentar boa concordância para a solução do problema nessa ordem de Reynolds, o custo computacional é alto.

Além dos citados, a Tabela 1 apresenta a relação dos trabalhos sobre o corpo de Ahmed que foram usados como referência para a realização do presente estudo.

Tabela 1 – Relação dos estudos sobre o corpo de Ahmed.

Autor	Tipo	Número de Reynolds	Solução Numérica
Ahmed et al. (1984)	Experimental	1,20E+06	-
Han (1989)	Numérico	4,30E+06	$k - \epsilon$
Morelli (2000)	Numérico	*	*
Khalil (2001)	Experimental	*	-
Liu e Moser (2003)	Numérico	7,68E+05	*
Korkischko e Meneghini (2006a)	Numérico e experimental	2,14E+06	$k - \omega$ e $k - \omega$ SST
Guilmineau (2008)	Numérico	2,78E+06	*
Watkins e Vio (2008)	Experimental	2,30E+06	-
Thacker et al. (2012)	Experimental	*	-
Serre et al. (2013)	Numérico	7,68E+05	LES/DES
Dobrev e Massouh (2014)	Numérico e experimental	4,51E05	IDDES
Östh et al. (2014)	Numérico	3,00E+05	LES
Aljure et al. (2014)	Numérico	7,68E+05	*
Banga et al. (2015)	Numérico	3,00E+06	$k - \epsilon$
Tientcheu-Nsiewe et al. (2016)	Numérico	-	RANS
Bello-Millán et al. (2016)	Experimental	*	-
Othmer et al. (2017)	Numérico	4,00E+06	RANS
Araujo (2017)	Experimental	*	-
Brackston et al. (2018)	Experimental	1,00E+05	-

* - onde houve mais de um caso

3 FUNDAMENTO TEÓRICO

A análise do escoamento de um fluido ao redor de uma estrutura envolve o fundamento em leis básicas que governam o movimento do fluido. As leis básicas aplicáveis para um escoamento sem qualquer troca térmica são a conservação da massa e da quantidade de movimento. Em muitos problemas ainda é necessário descrever relações adicionais que descrevam o comportamento das propriedades físicas dos fluidos sob determinadas condições.

3.1 CONSERVAÇÃO DA MASSA

Segundo Deschamps e Jr. (2002), a equação da continuidade descreve a conservação da massa em um volume de controle. A equação generalizada para um problema compressível e transiente é dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho u_i) = 0 \quad (3.1)$$

Sendo ρ a massa específica do fluido e u_i a componente de velocidade tridimensional. Para um fluido incompressível, a massa específica é considerada constante no escoamento e a Equação 3.1 se resume a:

$$\text{div} u_i = 0 \quad (3.2)$$

3.2 CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

A conservação da quantidade de movimento é expressa a partir da aplicação da segunda Lei de Newton em um elemento de fluido infinitesimal. O somatório de forças externas F_{ext} que agem em um elemento de fluido é igual a quantidade de movimento, então:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{D}{Dt}(m\vec{V}) = \vec{f}_s + \vec{f}_i \quad (3.3)$$

Onde m representa a massa, \vec{V} o vetor velocidade, \vec{f}_s representa as forças de superfície e \vec{f}_i representa as forças de campo. Forças de superfície são oriundas da interação do escoamento com ele mesmo, identificam-se pressão e viscosidade. Forças de campo são devido a interação do escoamento com algum campo externo como campo gravitacional ou magnético.

Através da equação do movimento de Cauchy, o balanço da quantidade de movimento pode ser escrito como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (3.4)$$

O termo τ_{ij} é a parte deviatórica do tensor tensão para uma partícula infinitesimal de fluido, dados por:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.5)$$

Inserindo as equações constitutivas de um fluido Newtoniano incompressível nas equações de Cauchy é possível obter a equação de Navier-Stokes. Para um fluido Newtoniano,

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (3.6)$$

Onde $\nu = \mu/\rho$ é a viscosidade cinemática.

3.3 ESCOAMENTO AO REDOR DE CORPOS IMERSOS

Todos os corpos, independente da geometria, imersos em uma corrente de fluido, apresentam forças e momentos naturais do escoamento. Para corpos de forma e orientação arbitrárias, essas forças e momentos são manifestadas em relação a todos os três eixos de coordenadas, como apresentado na Figura 5.

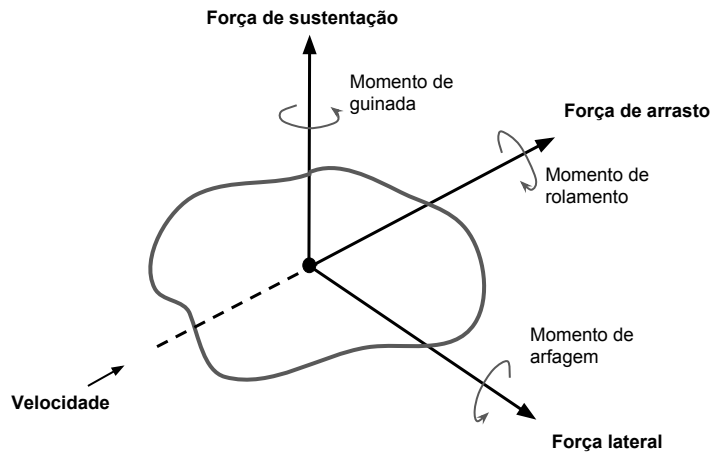


Figura 5 – Esquemático das forças e momentos agindo sobre um corpo arbitrário imerso em um escoamento uniforme

Para um dado corpo, o comportamento do escoamento e forças de arrasto e sustentação dependem fortemente de parâmetros como tamanho, orientação do eixo do corpo em relação ao escoamento principal, velocidade e propriedades do fluido. Nesse sentido, um importante parâmetro adimensional é o número de Reynolds, que relaciona os termos inerciais e viscosos. O número de Reynolds, Re , é dado por

$$Re = \frac{ul}{\nu} \quad (3.7)$$

onde l é o comprimento característico do corpo, u é a velocidade do escoamento e ν é a viscosidade cinemática do fluido.

3.3.1 Conceitos de arrasto e sustentação

Para um escoamento incompressível viscoso, como o adotado neste trabalho, as tensões normais são geradas devido à pressão e as tensões tangenciais são criadas devido ao cisalhamento na superfície do corpo devido à viscosidade do fluido. A soma destes resulta na força total \vec{F} com componentes de arrasto e sustentação.

Segundo McCormick (1995), em um problema bidimensional orientado nas direções x e y , onde x é a direção principal do escoamento, a força na direção x resulta na componente de arrasto D . Na direção transversal, a força em y resulta na componente de sustentação L . Então, a componente de arrasto é dada por:

$$D = \underbrace{(p dA) \cos \theta}_1 + \underbrace{(\tau_w dA) \sin \theta}_2 \quad (3.8)$$

1. **Termo de pressão** - O termo de pressão ocorre devido ao arrasto oriundo da diferença de pressão no escoamento ao redor do corpo.
2. **Termo viscoso** - O termo viscoso é devido às forças viscosas que atuam na superfície do corpo.

O arrasto de pressão, ou de forma, e o viscoso constituem os dois mecanismos que causam a força de arrasto do corpo estudado no trabalho. A Figura 6 mostra a decomposição dos dois tipos de arrasto sob um elemento infinitesimal no escoamento. O arrasto de forma ocorre pela distribuição não simétrica de pressão ao redor do corpo e pode ser diminuído alterando a geometria na tentativa de aproximar o corpo a um corpo rombudo.

De forma similar, a componente de sustentação é dada por:

$$L = -(p dA) \sin \theta + (\tau_w dA) \cos \theta \quad (3.9)$$

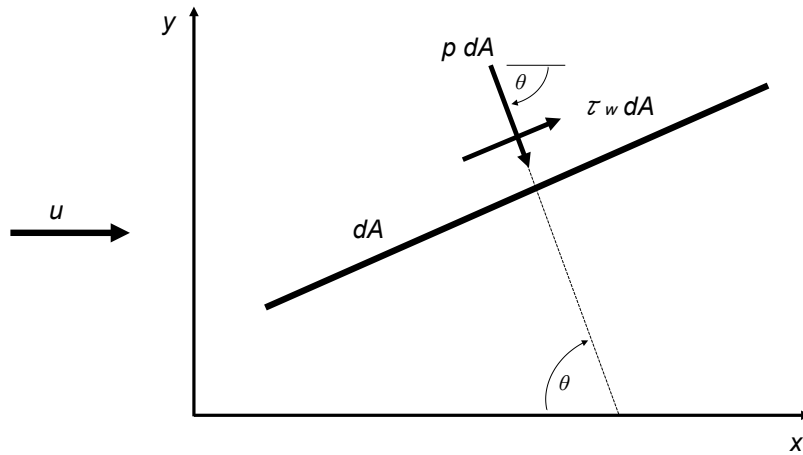


Figura 6 – Pressão e forças de cisalhamento em um elemento infinitesimal de superfície de um corpo

As forças de arrasto e sustentação são definidas pelas integrais (Anderson, 2010):

$$D = \int_A dF_x = \int_A p \cos\theta dA + \int_A \tau_w \sin\theta dA \quad (3.10)$$

$$L = \int_A dF_y = - \int_A p \sin\theta dA + \int_A \tau_w \cos\theta dA \quad (3.11)$$

Os coeficientes de arrasto, C_d , e sustentação, C_l , são definidos como (Anderson, 2010):

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} \quad (3.12)$$

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} \quad (3.13)$$

onde A é a área frontal do corpo.

4 INTRODUÇÃO À TURBULÊNCIA

Diversos problemas práticos da aerodinâmica estão sujeitos a escoamentos turbulentos. Os escoamentos turbulentos são instáveis e contém flutuações que são dependentes do tempo e da posição no espaço.

O estudo e caracterização da turbulência ainda é um desafio científico e pouco compreendido em suas bases fundamentais. Entretanto, segundo Deschamps e Jr. (2002), algumas características da turbulência podem ser observadas:

Difusividade Devido a grande quantidade de movimento das partículas de fluido, o processo de difusão de um escoamento é acelerado. Essa movimentação deriva de fortes gradientes dos potenciais associados e faz com que o processo de mistura de massa, energia ou movimento seja maior quando ocorre turbulência.

Rotacionalidade e tridimensionalidade A turbulência só pode se desenvolver em escoamentos rotacionais. Aplicando o operador rotacional nas equações de Navier-Stokes obtem-se uma equação de transporte para a vorticidade ou equação de Helmholtz. Em um escoamento bidimensional, o termo que representa a formação de vorticidade é nulo. Isso implica que todo escoamento turbulento é obrigatoriamente tridimensional.

Dissipatividade Na turbulência, as tensões cisalhantes são responsáveis pela conversão de energia cinética em energia térmica. Por isso, há a necessidade de injeção contínua de energia para que o escoamento se mantenha turbulento. Caso contrário, sua energia será consumida pelos efeitos viscosos.

Fenômeno contínuo A principal característica do escoamento turbulento é a presença de múltiplas escalas onde cada escala é composta por escalas menores. Do ponto de vista estatístico, as menores escalas da turbulência não são afetadas pela características do movimentos moleculares para números de Mach < 15. Portanto, a hipótese do contínuo, base para a fundamentação das equações de Navier-Stokes, continua válida para os escoamentos turbulentos.

Imprediscibilidade Na avaliação do comportamento turbulento, a dinâmica do escoamento é bastante sensível às condições iniciais aplicadas. Esse processo faz com que a repetibilidade da experimentação turbulenta seja baixa. Segundo Deschamps e Jr. (2002), esta imprediscibilidade acontece por três fatores: imperfeições nos modelos matemáticos e nos métodos de solução das equações e as imprecisões nos sistemas de medidas que fornecem as condições iniciais.

A avaliação numérica do problema da turbulência é a abordagem usada no presente estudo. Apesar do desenvolvimento do processamento paralelo, a solução direta numérica (*Direct Numerical Simulation - DNS*) para escoamentos turbulentos complexos das equações de Navier-Stokes ainda tem um preço computacional alto em tempo de simulação. Segundo Silvestrini (2003), o método DNS resolve numericamente todas as equações de Navier-Stokes, contudo é restrito a baixos Reynolds e necessita de alto recurso computacional.

4.1 DECOMPOSIÇÃO DE REYNOLDS

Segundo Deschamps e Jr. (2002), o processo da decomposição de Reynolds introduz a representação de todos os campos do escoamento turbulento pela soma de um valor médio e uma flutuação.

$$f = \bar{f} + f' \quad (4.1)$$

Então, a Equação 4.1 é aplicada nas equações de balanço de massa e quantidade de movimento. Para um escoamento estacionário, incompressível e isotérmico, tem-se (Deschamps e Jr., 2002):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.2)$$

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial (\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad (4.3)$$

O termo $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ representa o tensor de Reynolds e é uma incógnita do problema tri ou bidimensional que surge da decomposição de Reynolds nos termos não lineares e que não estão presentes no escoamento médio (Neto, 2001). Ele é simétrico e possui seis componentes independentes entre si. Esse é o termo a ser modelado após o processo de aplicação das médias temporais nas equações de Navier-Stokes. Deschamps e Jr. (2002) apresenta o tensor de Reynolds como:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = - \begin{bmatrix} \overline{\rho u' u'} & \overline{\rho v' u'} & \overline{\rho w' u'} \\ \overline{\rho u' v'} & \overline{\rho v' v'} & \overline{\rho w' v'} \\ \overline{\rho u' w'} & \overline{\rho v' w'} & \overline{\rho w' w'} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Então, para escoamentos incompressíveis, o tensor de Reynolds é definido por (Deschamps e Jr., 2002):

$$\tau_T = \overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (4.5)$$

O termo ν_t é a viscosidade turbulenta, que é uma propriedade do escoamento, diferente da viscosidade molecular que é definida como uma propriedade do fluido. O termo δ_{ij} é o delta de Kronecker cujo valor é 1, se $i = j$, e 0, se $i \neq j$. A Equação 4.5 é a forma generalizada da hipótese de Boussinesq.

A primeira tentativa de modelação do tensor de Reynolds é devida a Joseph Boussinesq (1842-1929) e apesar de fundamentada em conceitos incorretos, a hipótese de Boussinesq continua como ponto de partida para a maior parte dos modelos de turbulência empregados atualmente pela dinâmica dos fluidos computacional (Rodrigues, 2003).

A modelagem da turbulência consiste, a partir desse ponto, em determinar o valor da viscosidade turbulenta em função de valores calculados do escoamento médio. O termo k , que representa a energia cinética turbulenta, é expresso por:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (4.6)$$

Segundo Rodrigues (2003), a hipótese de Boussinesq modela o tensor de Reynolds de forma análoga à representação da Navier para o tensor das tensões viscosas. O autor cita que, na analogia de Boussinesq, o campo de tensões provocado pelo "atrito interno", é função de uma viscosidade dinâmica turbulenta e dos gradientes de velocidade média do escoamento turbulento.

As incoerências da hipótese de Boussinesq são detectáveis experimentalmente quando tem-se (Rodrigues, 2003):

- (i) mudanças bruscas na taxa de deformação média;
- (ii) existência de fontes produtoras de taxa de deformação externas ao escoamento.

No primeiro caso, as mudanças bruscas na taxa de deformação média produzem variações nas tensões de Reynolds não relacionadas com as escalas de espaço e tempo do escoamento médio (Wilcox et al., 1993). No segundo caso, a produção de taxa de deformação independentemente do escoamento, provoca o surgimento de anisotropia nas componentes normais das tensões de Reynolds (Rodrigues, 2003).

Entretanto, Rodrigues (2003) também afirma que, apesar dos inconvenientes, a hipótese de Boussinesq continua sendo a solução mais usada para o problema de fecha-

mento em aplicações industriais. A forma como a viscosidade turbulenta é determinada é o que diferencia os modelos de turbulência fundamentados na hipótese de Boussinesq.

4.2 OS MODELOS DE TURBULÊNCIA

No estudo da mecânica dos fluidos, o entendimento dos fenômenos que acontecem no escoamento é limitado pela presença de turbulência. Apesar dos inúmeros estudos experimentais e teóricos na área, ainda não existe uma teoria preditiva sobre o escoamento turbulento. Portanto, o desenvolvimento de técnicas confiáveis para análise da turbulência tem grande impacto no desenvolvimento das tecnologias dependentes.

A ferramenta CFD (*computational fluid dynamics*) surge como uma associação de métodos numéricos modernos e modelos de turbulência, permitindo previsões de problemas de escoamento interno e externo, compressíveis e incompressíveis, em um grande intervalo de números de Reynolds. No passado, o principal foco do uso de CFD era em aplicações aeroespaciais. Apesar desse ser ainda um foco significativo, as aplicações se expandiram para as áreas automotiva, marinha, processamento ambiental e até mesmo biomédico.

Por definição, um modelo de n -equações indica que o modelo necessita de n equações diferenciais de transporte além das expressões de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. As categorias de modelos de turbulência com n -equações são (Neto, 2001):

1. **Modelo algébrico** - É conhecido como modelo zero equação dado que não há equação de transporte, porém equações algébricas são usadas para compor o modelo de turbulência. Foi introduzido por Prandtl (1925) com o cálculo da viscosidade turbulenta por meio uma escala de velocidade e de comprimento;
2. **Modelos com uma equação** - Onde há uma equação de transporte. O modelo Spalart-Allmaras é um modelo com uma equação e foi desenvolvido para problemas aerodinâmicos. São modelos considerados incompletos pela necessidade de informação adicional sobre a geometria do escoamento ou de calibração. Existe, ainda, o chamado modelo de uma equação e meia que usa uma equação de transporte e uma equação algébrica;
3. **Modelos com duas equações** - Existem duas equações de transporte e não necessita de informações adicionais sobre o escoamento. Entretanto, é usado certo nível de empiricismo descrito pelas constantes usadas. São modelos como $k - \epsilon$ (Launder e Sharma, 1974), $k - \omega$ (Wilcox et al., 1993), $k - \omega SST$ (Menter, 1994).

4.2.1 Modelo $k - \epsilon$

O modelo $k - \epsilon$ padrão foi proposto por Launder e Sharma (1974). É um modelo com duas equações de transporte para representar as propriedades turbulentas do escoamento. As equações de transporte definem a energia turbulenta k e para a taxa de dissipação ϵ .

As duas equações de transporte para a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação são dadas por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) = \frac{\epsilon}{k} C_1 \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (4.8)$$

A viscosidade turbulenta é calculada a partir de duas escalas do escoamento turbulento, sendo:

$$\nu_T = u_0 \cdot l_0 \quad (4.9)$$

Onde

$$u_0 = k^{1/2} \quad (4.10)$$

e

$$l_0 = \frac{u_0^3}{\epsilon} \quad (4.11)$$

Logo,

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.12)$$

As constantes são obtidas através de dados experimentais para casos específicos e dadas por $C_1 = 1,44$, $C_2 = 1,92$, $C_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 1,00$ e $\sigma_\epsilon = 1,30$.

4.2.2 Modelo $k - \omega$

O modelo $k - \omega$ padrão é outro modelo com duas equações de transporte e foi proposto por Wilcox et al. (1993). O modelo inclui variações para efeitos no escoamento com baixos Reynolds. As equações de transporte definem a energia cinética turbulenta k e a frequência de turbulência ω .

A viscosidade turbulenta para o modelo é dada por:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (4.13)$$

As duas equações de transporte para a energia cinética turbulenta e a frequência de turbulência são dadas por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.15)$$

As constantes são dadas por $\beta^* = 0,09$, $\alpha = 13/25$, $\beta = 3/40$, $\sigma = 0,50$ e $\sigma^* = 0,50$.

4.2.3 Modelo $k - \omega$ SST

O modelo $k - \omega$ SST (SST de *Shear Stress Transport*) padrão foi publicado por Menter (1994). O modelo é uma junção da formulação robusta do modelo $k - \omega$ nas regiões próximo à superfície e do modelo $k - \epsilon$ no campo distante.

O modelo $k - \omega$ SST, o qual incorpora um termo de amortecimento de difusão cruzada na equação ω , resulta do modelo $k - \epsilon$ acoplado ao modelo $k - \omega$ por funções de mistura de maneira que este último substitua o uso de leis de parede na modelagem do escoamento que acontece na vizinhança imediata das fronteiras sólidas.

O modelo é baseado nas equações de transporte dadas por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i} = P_k + \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \omega)}{\partial x_i} = \alpha \rho S^2 - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + \text{arg}_1 \quad (4.17)$$

$$\text{arg}_1 = 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (4.18)$$

A função de mistura F_1 relaciona grandezas do problema e a distância do nó mais próximo da superfície do corpo, sendo definida como:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (4.19)$$

$$CD_{k\omega} = \text{máx} \left(2 \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right) \quad (4.20)$$

A viscosidade turbulenta é definida por:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\text{máx}(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (4.21)$$

Onde y é a distância mais próxima à parede. Na região da camada limite, F_1 vale um e o modelo $k - \omega$ é acionado. Fora da camada limite, F_1 vale zero e o modelo $k - \epsilon$ é ativado. O termo Ω representa a medida invariante do tensor taxa de deformação e F_2 é segunda função de mistura definida por:

$$F_2 = \tanh \left[\left[\text{máx} \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad (4.22)$$

Um termo é colocado para limitar a produção de turbulência nas regiões de estagnação, sendo:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \rightarrow \tilde{P}_k = \text{mín}(P_k, 10 \cdot \beta^* \rho k \omega) \quad (4.23)$$

Todas as constantes são obtidas a partir dos dois modelos $k - \epsilon$ e $k - \omega$ utilizando equações do tipo $\alpha = \alpha_1 F + \alpha_2 (1 - F)$. As constantes para o modelo $k - \omega$ SST são: $\beta^* = 0,09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\sigma_{k1} = 0,85$, $\sigma_{\omega 1} = 0,50$, $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_2 = 0,0828$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega 2} = 0,0856$. A Figura 7 apresenta como as funções de mistura do modelo $k - \omega$ SST se comportam no modelo a medida que y^+ aumenta. Essa formulação assegura a seleção adequada do uso do $k - \epsilon$ ou $k - \omega$ sem a interação do usuário.

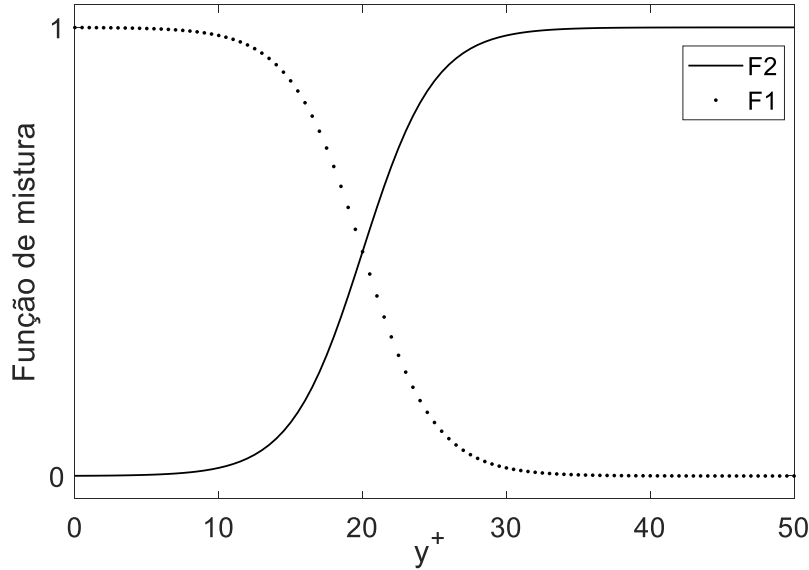


Figura 7 – Comportamento das funções de mistura F1 e F2 do modelo $k - \omega$ SST de acordo com a distância adimensional da parede y^+

O modelo SST foi originalmente usado para aplicações aeronáuticas, mas ainda desde sua criação começou a entrar na maioria dos códigos industriais, comerciais e de pesquisa (Menter et al., 2003). O modelo $k - \omega$ SST beneficiou-se grandemente da força dos modelos de turbulência subjacentes. Em particular, a formulação precisa e robusta da parede próxima do modelo $k - \epsilon$ contribuiu substancialmente para a sua utilidade industrial (Esch, 2003).

Segundo Menter et al. (2003), a otimização da robustez trouxe o modelo ao mesmo nível de convergência que o modelo $k - \epsilon$ padrão com funções de parede. Uma formulação aprimorada da região próxima a parede reduziu os requisitos de resolução de malha zonal, o que resultou em uma melhoria substancial nas previsões de transferência de calor no âmbito industrial.

O modelo $k - \omega$ SST foi selecionado no presente trabalho para a simulação do escoamento turbulento ao redor do corpo de Ahmed. Dado que o objetivo do trabalho é observar os fenômenos que acontecem, principalmente, na parede do corpo, o modelo se encaixa pela reconhecida habilidade de prever os fenômenos de separação e recolamento da camada limite quando comparado o modelo $k - \epsilon$ e $k - \omega$ (Menter et al., 2003). Além disso, Korkischko e Meneghini (2006b) aponta que o modelo apresenta boa concordância com resultados experimentais para o estudo do corpo de Ahmed quando comparado ao $k - \omega$ padrão.

4.2.4 Malha junto à parede do corpo

Existem duas formas para resolver a modelagem da região viscosa junto à parede. Em uma das formas a região não é resolvida, mas modelada através da lei de parede. Na

outra forma, a região subcamada viscosa é resolvida por modelo de turbulência que possua solução matemática junto à parede. Os modelos de turbulência baseado em equações de transporte de ω possuem tal característica. Dessa forma, o requisito de malha para esse modelo é que exista pontos a uma distância adimensional menor que um, então

$$y^+ = \frac{y u^*}{\nu} \leq 1 \quad (4.24)$$

O termo y^+ também é identificado como número de Reynolds da camada limite. Além disso, o termo u^* representa a velocidade de fricção, obtida por:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.25)$$

No presente trabalho, a tensão de cisalhamento na parede é estimada a partir do escoamento turbulento sobre uma placa plana. Então,

$$\tau_w = \frac{0,0135 \mu^{\frac{1}{7}} \rho^{\frac{6}{7}} U_\infty^{\frac{13}{7}}}{x^{\frac{1}{7}}} \quad (4.26)$$

O termo x representa o comprimento da placa plana e U_∞ representa a velocidade de corrente livre. Aplicando a relação da Equação 4.25 na Equação 4.26, tem-se:

$$u^* = \sqrt{\frac{0,0135 U_\infty^2}{Re_x^{\frac{1}{7}}}} \quad (4.27)$$

Para o caso em estudo, o número de Reynolds é calculado usando a Equação 3.7 com o comprimento característico sendo o comprimento longitudinal do corpo em análise. Dessa forma, $Re_x = Re_l$.

5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

5.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CFX

O maior desafio no uso da análise numérica é aliar uma malha com baixo custo computacional e previsão correta dos resultados. Segundo Maliska (2017), essa é a etapa mais complexa do processo de simulação numérica. Por isso, é importante adaptar a malha para aprimorar a resolução através de refinamento nas regiões onde os efeitos relevantes do escoamento serão observados. Maliska (2017) ainda afirma que uma malha bem gerada deve respeitar as concentrações onde o problema físico requer, mas deve evitar elementos excessivamente distorcidos e com variação suave entre elementos.

O procedimento de discretização do domínio computacional utiliza, geralmente, duas técnicas: malhas estruturadas e não-estruturadas. De acordo com a documentação do ANSYS, a ferramenta de solução do CFX trabalha com malhas não-estruturadas.

Segundo a definição de Sousa (2005), malhas estruturadas preservam uma estrutura de indexação na subdivisão do domínio, simplificando a identificação dos elementos com base nos seus índices. No entanto, malhas não-estruturadas não preservam tal aspecto e a identificação é realizada por relações de vizinhança. O autor ainda ressalta a vantagem desta última pela facilidade de geração de malhas usando geometrias complexas, além de favorecer a implementação de refinamento adaptativo e malhas dinâmicas com maior controle de qualidade.

Os volumes de controle são, então, formados a partir do método das medianas. Segundo Nogueira et al. (2012), os elementos são divididos em subelementos e o centroide do elemento é conectado ao segmento médio de cada segmento do elemento. Esse processo é descrito no modelo numérico de volumes finitos usando malhas não-estruturadas que foi apresentado inicialmente por Winslow (1966) e, em seguida, por Baliga e Patankar (1980).

O método utilizado pelo CFX para discretizar as equações de Navier-Stokes é uma aproximação híbrida de elementos finitos e volumes finitos chamada de método dos volumes finitos baseados em elementos (em inglês, *Element-based Finite Volume Method* - EbFVM). Maliska (2017) observou que malhas não-estruturadas têm um espaço reconhecido nas simulações numéricas em fluidos e que há um grande esforço de desenvolver pesquisas para escoamentos usando malhas não-estruturadas juntamente com o método dos volumes finitos.

No método dos volumes finitos baseados em elementos, como em qualquer método

de volumes finitos, existe a conservação das quantidades físicas dentro do volume de controle. A base da metodologia, entretanto, não é trabalhar diretamente com os volumes de controle, mas sim realizar todos os cálculos para um elemento, criando-se depois as equações para os volumes de controle através da montagem, elemento-por-elemento, dos subvolumes de controle envolvidos (Maliska, 2017).

Em geral, os erros apresentados pelo uso de elementos finitos são identificados como erros de modelagem, erros de discretização do domínio, erros de discretização das funções ou erros numéricos. O erro de modelagem consiste no erro relacionado ao modelo matemático usado para identificar o volume de controle em que o método dos volumes finitos vai ser aplicado. O erro de discretização do domínio condiz com a geometria dos elementos finitos usados para discretizar o domínio. O erro de discretização das funções deriva da seleção do método de aproximação das equações que definem o problema. O erro numérico existe pelo uso de um método de aproximação. A precisão do método computacional é finita e o erro é gerado pelo truncamento dos valores.

5.2 DESCRIÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL

As dimensões do corpo de Ahmed usadas nas simulações do presente trabalho são semelhantes ao proposto por Ahmed et al. (1984), apresentadas na Figura 2. Na Figura 8 é apresentado o domínio computacional do problema bidimensional. As dimensões são dadas em relação ao comprimento longitudinal, l , do corpo. O domínio é similar ao usado no trabalho de Korkischko e Meneghini (2006a) para o mesmo modelo de turbulência no escoamento ao redor do corpo de Ahmed. A distância h vale 50 mm em todas as simulações. A dimensão do domínio da terceira dimensão foi definida como sendo $3l$, ainda de acordo com o trabalho de Korkischko e Meneghini (2006a).

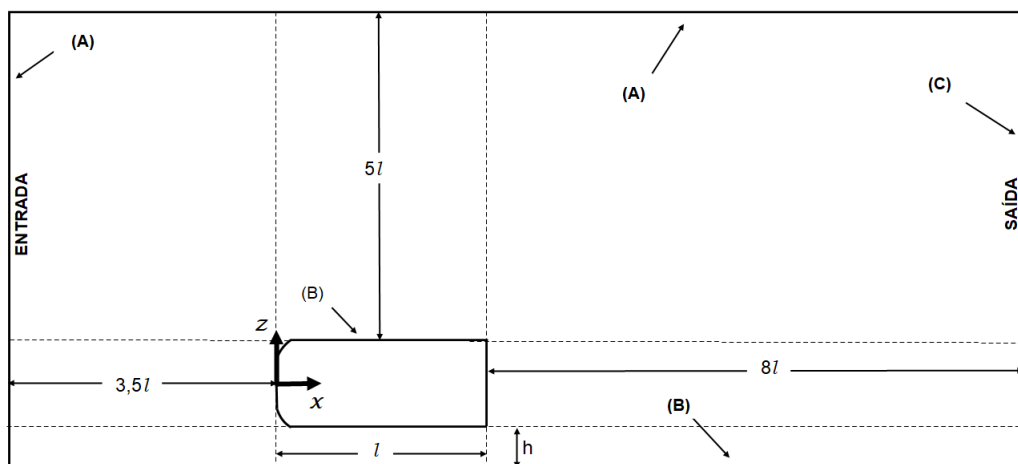


Figura 8 – Descrição do domínio computacional adimensionalizado

Na parte traseira do corpo foram avaliados diferentes ângulos de rebaixo φ . As

outras dimensões da geometria não foram alteradas entre os casos simulados. A referência do ângulo φ se dá a partir da parede do corpo até a referência superior, como mostrado na Figura 9. Os ângulos avaliados são 0° , 5° , 7° , 10° , 15° , 25° , 35° , 40° e 45° . A dimensão do rebaixo foi mantida em 222 mm .

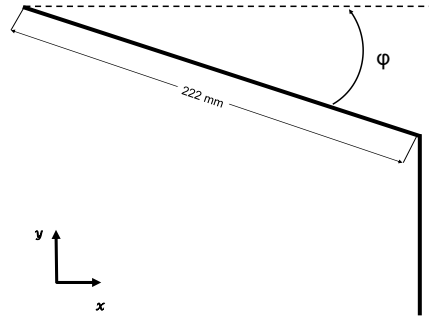


Figura 9 – Detalhe do ângulo de rebaixo

5.3 PROCEDIMENTO DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA

O processo de análise de malha consiste no teste de diferentes malhas com grau de refinamento diferentes e na comparação dos resultados ou de algum parâmetro específico. A independência de malha é alcançada quando os resultados não são sensivelmente alterados com o aumento do refinamento. Caso a independência seja alcançada, a malha selecionada é aquela que possui menor quantidade de elementos de acordo com o critério observado.

A análise de malha foi realizada na fase estacionária para o domínio bidimensional e tridimensional. O corpo utilizado para estudo foi o com rebaixo de 25° onde foi comparado o coeficiente de arrasto simulado com o da equação proposta pelo trabalho experimental de Bello-Millán et al. (2016) (Eq. 2.1).

O modelo $k-\omega$ SST necessita de refinamento junto às paredes para calcular os efeitos viscosos na camada limite. A construção da quantidade de camadas junto à parede foi suficiente obter um $y^+=1$ com razão de crescimento de 1,2 em relação ao nó mais próximo da parede. Para isso, a ferramenta *Inflation* foi utilizada definindo a espessura da camada mais próxima.

A primeira etapa teve como foco a avaliação da influência dos volumes da malha sendo predominantemente hexaédricos e prismáticos ou, ainda, com a combinação dos dois. Os resultados indicaram melhores resultados para a malha com predominância hexaédrica.

Na etapa seguinte, foi verificado o comportamento dos resultados variando a quantidade de volumes nas seções do domínio. Nessa etapa foi realizado a análise qualitativa e

quantitativa dos resultados. Dessa forma, os campos de pressão e a física do escoamento foram avaliados junto ao coeficiente de arrasto. Para avaliar a convergência foi definido que os resíduos RMS deveriam permanecer abaixo de 10^{-6} e o balanço de massa deveria estar abaixo de 1%.

Em algumas malhas, volumes prismáticos foram inseridos automaticamente durante a construção. Apesar disso, a malha manteve a predominância de volumes hexaédricos. Na última etapa foram realizadas variações discretas com o objetivo de refinar a malha e obter melhor relação de quantidade de nós e proximidade de coeficiente de arrasto.

A Tabela 2 apresenta a relação dos números de nós e elementos das malhas usadas no estudo bidimensional. A quantidade de elementos variou entre 10529 e 39352. Os valores assinalados com $C_d = 0$ representam os casos onde houve divergência na simulação. A partir da análise da Tab. 2 é possível notar que o refinamento da malha atua de forma significativa nos valores do coeficiente de arrasto obtido com a simulação numérica. Ainda é observado a influência nos resultados de acordo com o tipo de volume que compõe a malha e da quantidade de nós.

O resultado dos coeficientes de arrasto simulados no problema bidimensional é apresentado na Fig. 10. A partir da análise da Fig. 10 é possível observar que a última etapa apresentou alguns resultados similares para o coeficiente de arrasto C_d com quantidade diferentes de elementos.

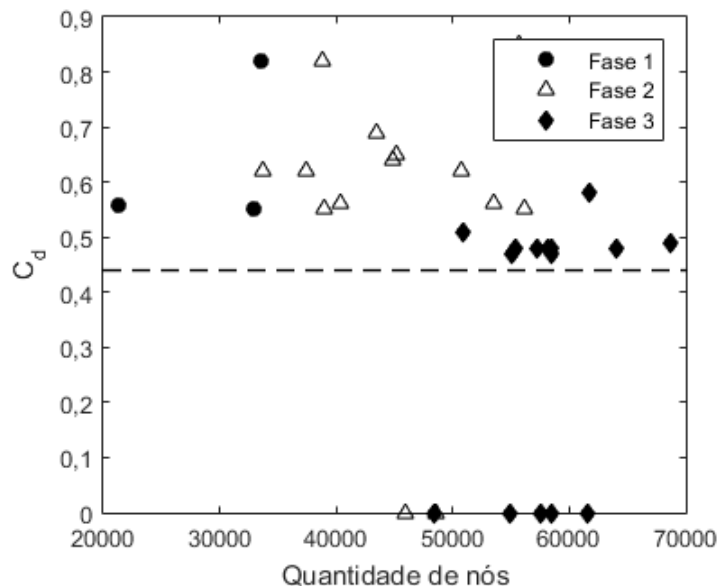


Figura 10 – Relação entre quantidade de nós e coeficiente de arrasto do estudo de malha bidimensional do corpo com rebaixo de 25°

Tabela 2 – Relação das quantidade de nós e elementos e dos valores obtidos para o coeficiente de arrasto simulados durante o estudo de malha bidimensional do corpo com rebaixo de 25°

Fase	C_d	Número de nós	Número de elementos
1	0,55	21330	10529
1	0,55	32892	16334
1	0,82	33504	16592
1	0,55	38994	19077
1	0,55	38994	19077
1	0,82	38846	26230
2	0,62	33702	16726
2	0,56	40400	20083
2	0,62	37432	18589
2	0	45870	22750
2	0,69	43380	21405
2	0,64	44790	21882
2	0,62	50782	24791
2	0,55	56114	27435
2	0,65	45114	22357
2	0,56	53564	26196
2	0,85	55710	39352
2	0	48546	34710
3	0,51	50868	24899
3	0	48428	23926
3	0	54976	26934
3	0,48	57298	28071
3	0	57492	28155
3	0,48	55396	27114
3	0,48	58170	28477
3	0,49	68658	33623
3	0	58430	28620
3	0	61534	30141
3	0	58430	28620
3	0	61534	30141
3	0	58430	28620
3	0	61534	30141
3	0,48	64050	31387
3	0,47	58430	28620
3	0,58	61756	30267
3	0,47	58430	28620
3	0,48	58430	28620
3	0,47	54998	26920

É evidente que ao passar de regiões bidimensionais para tridimensionais, a dificuldade de geração da malha cresce consideravelmente (Maliska, 2017). O processo de independência da malha no problema tridimensional foi realizado de maneira similar. A malha selecionada do problema bidimensional foi a malha com 26920 elementos e 54998 nós. A Tabela 3 apresenta os valores do coeficiente de arrasto obtidos no processo de independência de malha no caso tridimensional.

Tabela 3 – Relação das quantidade de nós e elementos e dos valores obtidos para o coeficiente de arrasto simulados durante o estudo de malha tridimensional do corpo com rebaixo de 25°

C_d	Número de nós	Número de elementos
0	328428	310594
0	346784	328768
0,47	2159839	2082192
0,45	2232751	2132039
0,44	2881920	2792237
0,43	3996489	3888426
0,42	5881675	5741734
0,42	4595166	4462220
0,42	4183245	4066070
0,42	5581165	5420850

5.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CONSIDERAÇÕES SOBRE A SIMULAÇÃO

Segundo a geometria da Figura 8, na superfície (A) é aplicada velocidade prescrita $u_\infty = 1,39 \text{ m/s}$. As componentes de velocidade nas outras direções são nulas ($v = w = 0$). A intensidade turbulenta na entrada é de 1% aplicada na velocidade de corrente livre. Nas superfícies (B) são aplicadas condições de não escorregamento. Na saída (C) é aplicado a condição de pressão diferencial nula.

O número de Reynolds foi calculado com base na Equação 3.7, usando o comprimento longitudinal do corpo, l , e mantido em todas as simulações com $Re = 9,4 \cdot 10^4$. Este número foi selecionado de acordo com o trabalho de Morel (1978), onde foi constatado, em seus ensaios, que os ângulos críticos e subcríticos se mantêm constantes para valores de Reynolds entre $Re = 2,2 \cdot 10^4$ e $Re = 1,12 \cdot 10^5$. O esquema de advecção usa um *Blend Factor* de 1.

As simulações foram realizadas na versão 17 do software Ansys CFX em um computador de processador Intel Core i7 de 64 bits, com 64 GB de memória RAM e sistema operacional Windows. O cálculo foi dividido em 8 partições paralelas.

6 RESULTADOS

Nessa seção são apresentados os resultados do escoamento turbulento obtidos no corpo de Ahmed. O problema é isotérmico e possui número de Reynolds de $9,4 \cdot 10^4$, baseado no comprimento do corpo. A velocidade de entrada é de 1,29 m/s. As simulações foram feitas com diferentes ângulos de rebaixo, sendo eles 0° , 5° , 7° , 10° , 15° , 25° , 35° , 40° e 45° . O principal objetivo é a avaliar as diferenças apresentadas nos coeficientes aerodinâmicos devido a variação do ângulo de rebaixo no corpo.

6.1 ANÁLISE BIDIMENSIONAL

6.1.1 Distribuição de pressão e velocidade

A distribuição de pressão no corpo é dada através do coeficiente de pressão, definido como

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho u^2} \quad (6.1)$$

Onde p_0 é a pressão de referência, ρ é a massa específica do fluido e u é a velocidade prescrita na entrada.

Os resultados são apresentados ao longo da parede do corpo de Ahmed. Os pontos apresentados na Fig. 11 de 1 a 5 marcam pontos chaves nas superfícies do corpo de Ahmed.

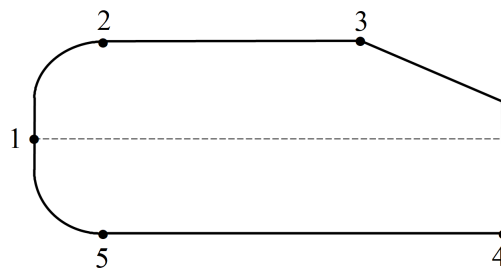


Figura 11 – Esquemático com pontos de referência na superfície do corpo de Ahmed

A observação da distribuição de pressão no corpo é importante para identificar as regiões de recirculação e separação do fluido. A separação é caracterizada por um gradiente adverso de pressão, onde as partículas de fluido perdem energia cinética devido ao atrito e também devido a este gradiente. Essa situação pode gerar anulação da velocidade e

também inversão do sentido do fluxo. A visualização da separação da camada limite é realizada através do coeficiente adimensional de atrito, definido por:

$$\Gamma = \frac{\tau_w}{\rho u^2} \sqrt{Re} \quad (6.2)$$

A separação acontece sempre que $\Gamma = 0$. Nesse caso, se a tensão de cisalhamento na superfície é nula, $\tau_w = 0$ na parede, então

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (6.3)$$

A Figura 12 apresenta a distribuição de pressão e do coeficiente de atrito no corpo com $\varphi = 0^\circ$. O valor mínimo do coeficiente de pressão entre os corpos simulados foi observado na região frontal do corpo de $\varphi = 0^\circ$. Através do coeficiente de atrito foi identificado que a separação ocorre em toda superfície da região traseira para esse corpo. Isto é, onde $\Gamma = 0$.

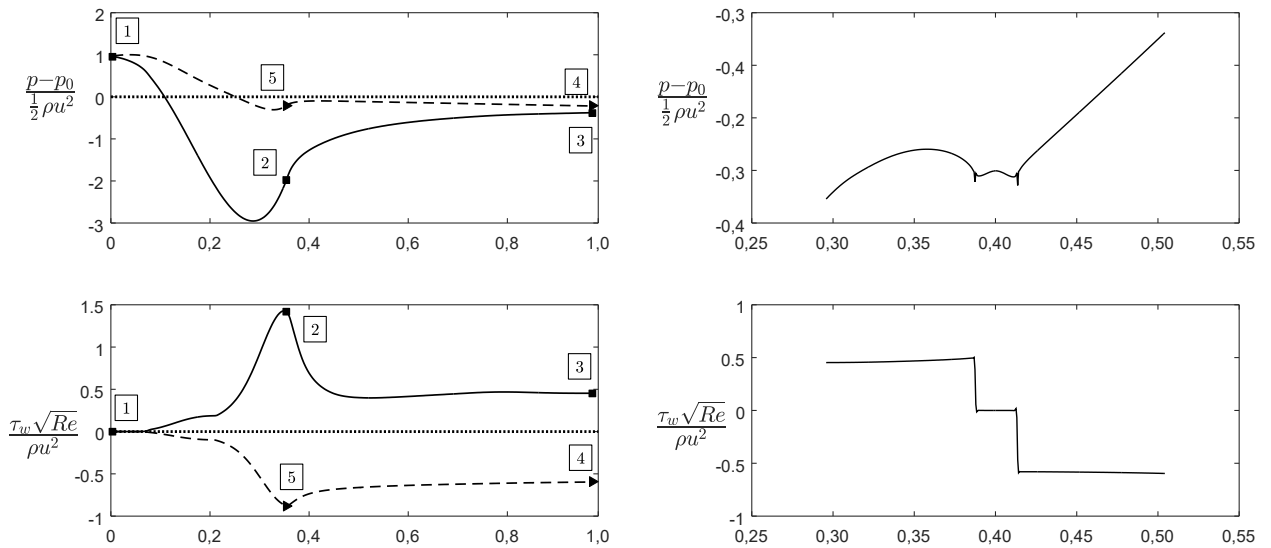


Figura 12 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed sem rebaixo na superfície superior (1-3) e inferior (1-5-4) e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

O máximo valor de pressão observado nos gráficos dos corpos com rebaixo ocorre na região frontal do corpo, onde a velocidade é menor, e na proximidade do ponto de estagnação do corpo. No corpo com rebaixo de $\varphi = 0^\circ$, a queda brusca após o ponto de estagnação é observada antes de 0,2 (Figura 12).

A Figura 13 apresenta a distribuição de velocidade nesse corpo. Na Figura 13f, é possível observar que não houve formação de bolha na região dianteira do corpo e que esse comportamento era esperado segundo os dados apresentados na Fig 12. Observando a Fig. 13e, são observados a formação de duas estruturas na região a montante do corpo.

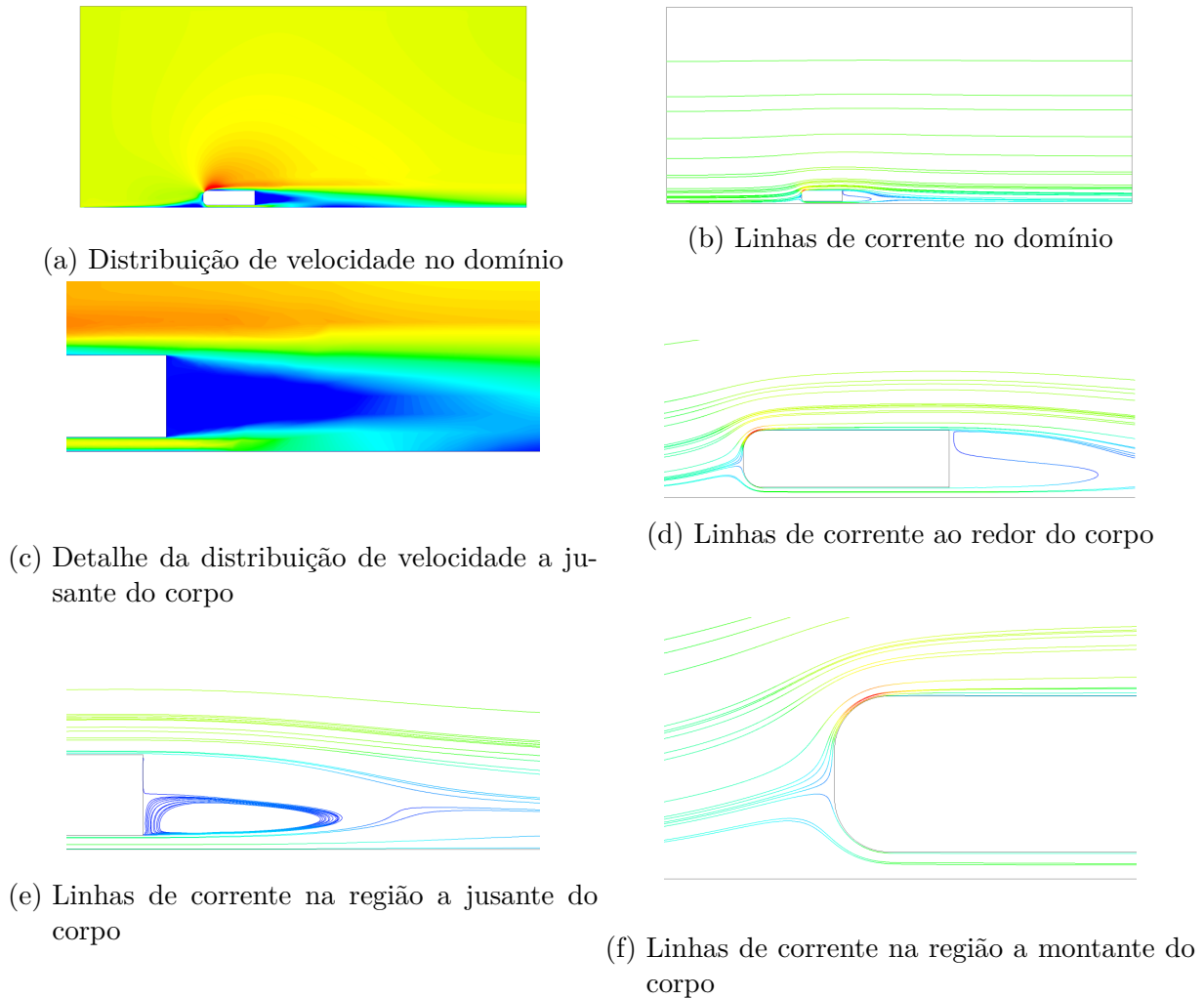


Figura 13 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo sem rebaixo com a simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora

Nos corpos com rebaixo a partir de $\varphi = 5^\circ$, a queda na distribuição de pressão a montante do corpo é menos acentuada e pode indicar que a intensidade da bolha formada na região superior do corpo pode estar relacionada com a presença de rebaixo. As Figuras 14 e 15 apresentam a distribuição de pressão e tensão no corpo com $\varphi = 5^\circ$ e 7° , respectivamente.

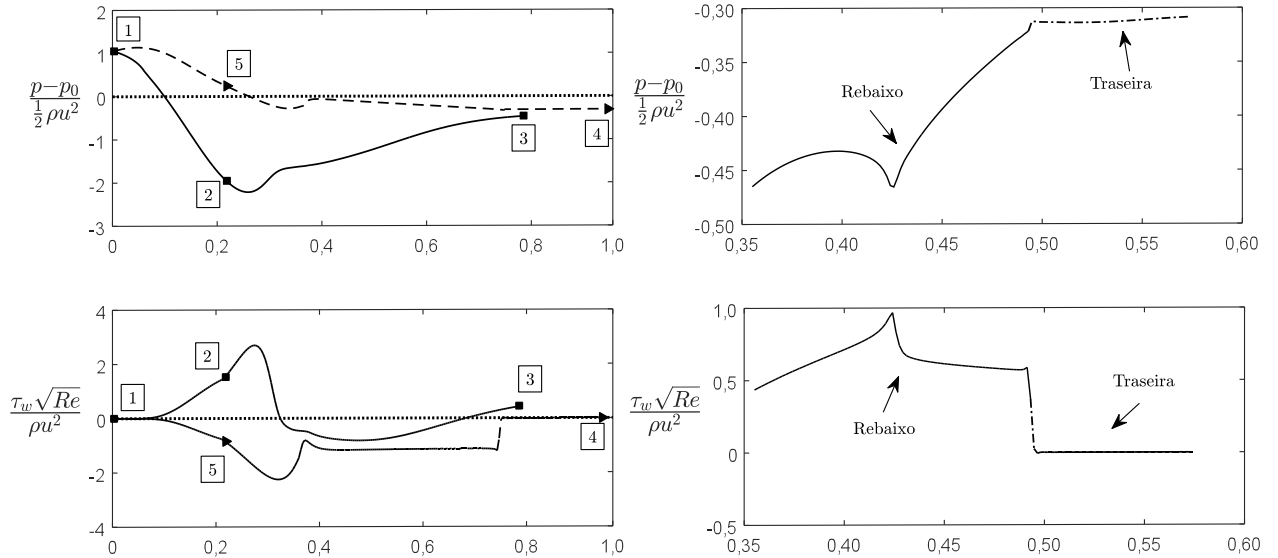


Figura 14 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 5° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

Comparando as Figuras 12 e 14 é possível perceber que a presença do rebaixo afetou a distribuição de pressão no corpo. Comparando as Fig. 12 com as Fig. 14 e 15 foi notado que houve um ponto de separação nessa região e que a distribuição de pressão e tensões nesses corpos são similares. Observado as Figuras 14 e 15 é possível perceber que o ponto de separação não foi alterado.

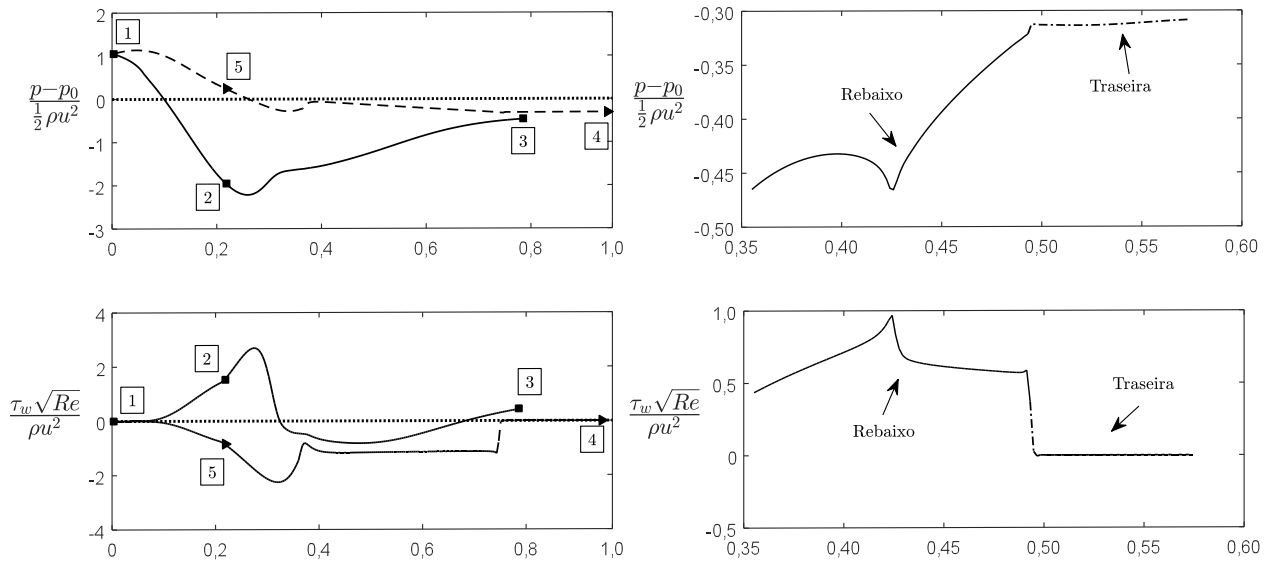
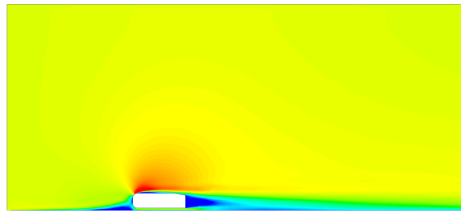
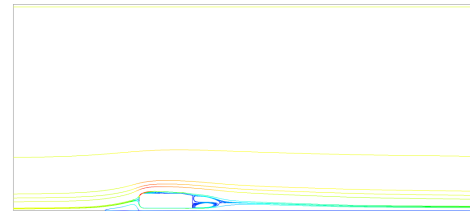


Figura 15 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 7° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

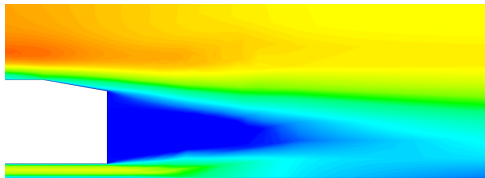
O pico observado na região a montante na distribuição de tensão indica uma leve queda de pressão onde ocorre uma aceleração do fluido na região de rebaixo. A Figura 16 apresenta a distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 7° . Nos corpos com rebaixo de 5° e 7° , não há descolamento no rebaixo como visto na distribuição de tensão da Fig. 15 e na Fig. 16e. Na região a montante do corpo nota-se que há descolamento no corpo entre 2-3 na Fig. 15. Esse fato é observado também na Fig. 16f, onde é possível observar a formação de uma bolha no escoamento próximo ao ponto de referência 2.



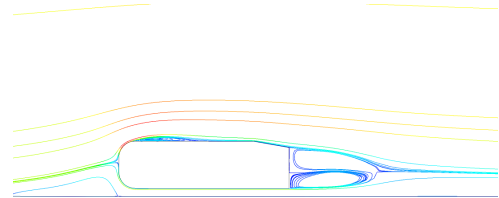
(a) Distribuição de velocidade no domínio



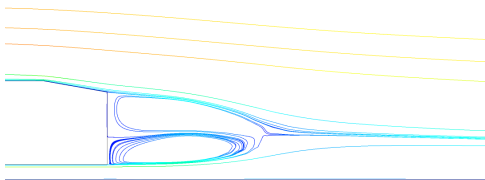
(b) Linhas de corrente no domínio



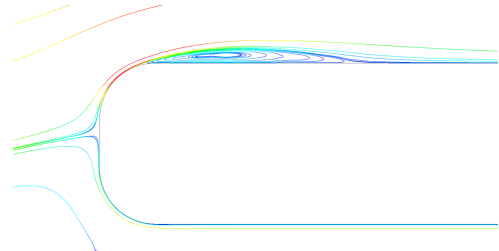
(c) Distribuição de velocidade a jusante



(d) Linhas de corrente ao redor do corpo



(e) Linhas de corrente na região a jusante do corpo



(f) Linhas de corrente na região a montante do corpo

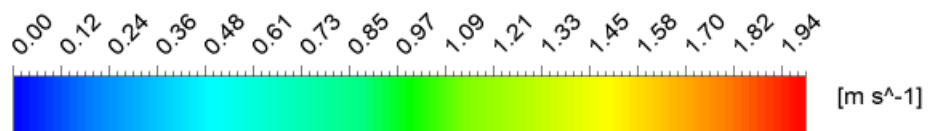


Figura 16 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 7° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora

A Figura 17 apresenta a distribuição de pressão e tensão no corpo com rebaiço de 10° . Nesse ponto, foi possível visualizar que o crescimento do ângulo de rebaiço fez com que o primeiro pico na distribuição de tensão cisalhante seja transferido para a região a jusante do corpo. Esse comportamento é observado até o rebaiço de 15° . Além disso, comparando os rebaiços de 7° e 10° , o ponto de separação a montante foi retardado.

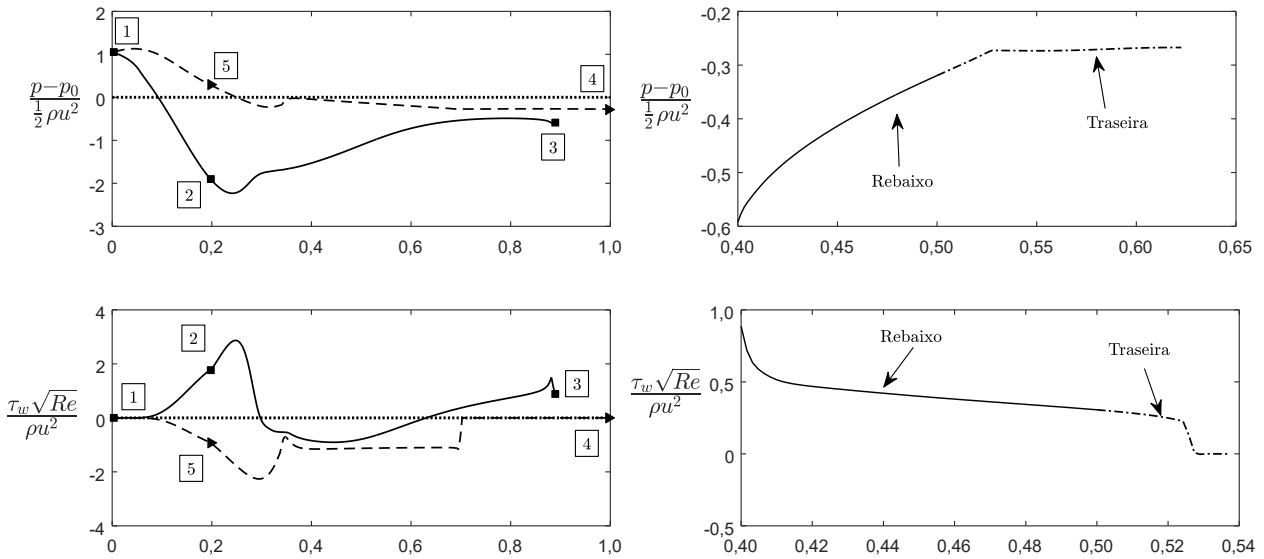


Figura 17 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaiço de 10° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaiço e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

Através dessa análise, foi notado que a proximidade dos ângulos de rebaiço mostrou resultados similares entre os ângulos 5° e 7° , assim como será visto entre 10° e 15° . A Figura 18 apresenta a distribuição de velocidade do corpo com rebaiço de 10° .

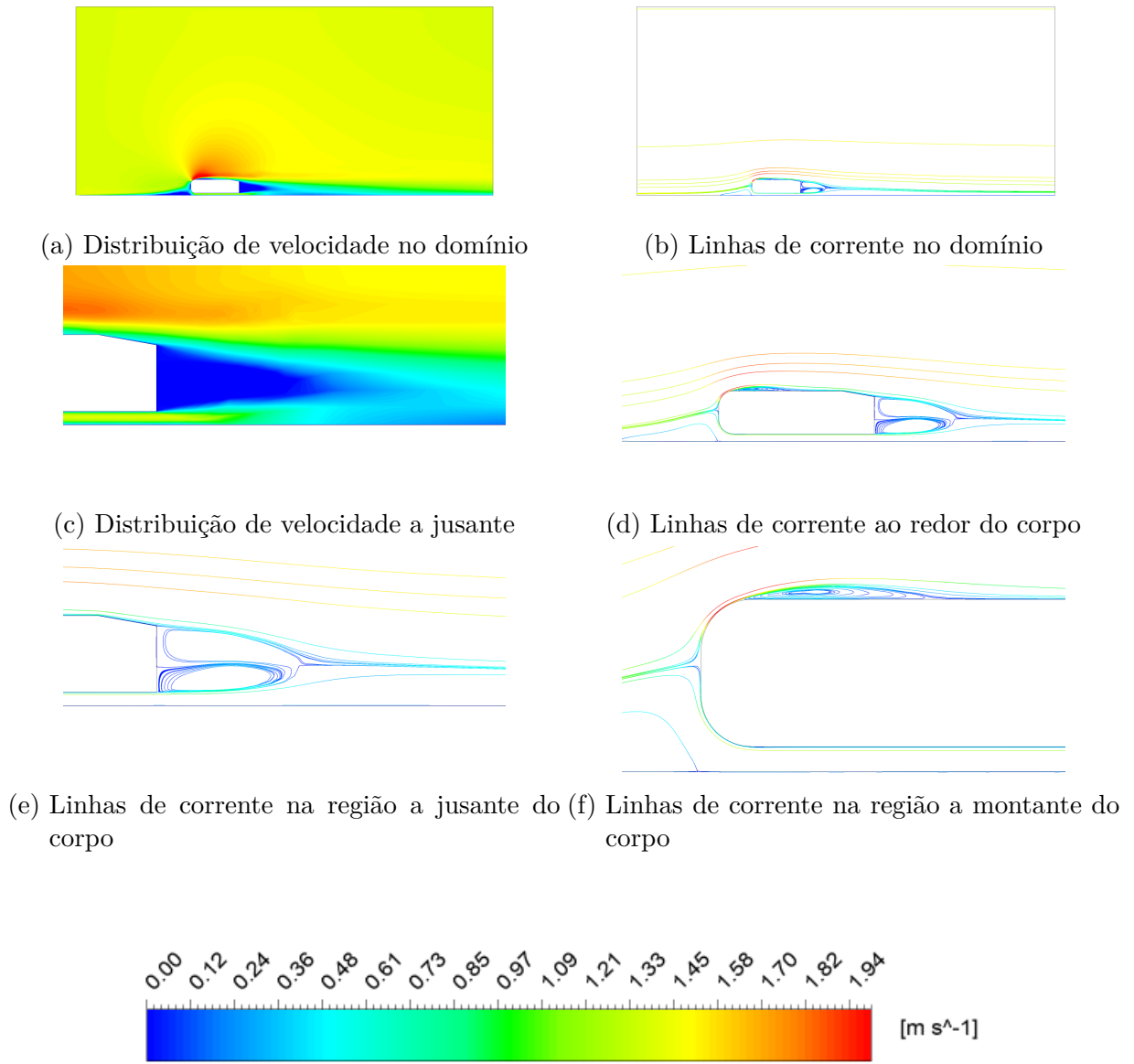


Figura 18 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 10° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora

As Figuras 19 e 20 apresentam os campos para os rebaixos de 15° e 25°, respectivamente. Avaliando as distribuições de pressão nos corpos com rebaixo foi observado que a distribuição condiz com os resultados experimentais de Khalil (2001), Kumar (2013), Araujo (2017) e Varela e Paula (2016). Assim como observado por Araujo (2017), existe uma tendência à pressão negativa exercida no corpo. Esse fato tende a afastar o carro do solo e causar problemas de estabilidade em altas velocidades.

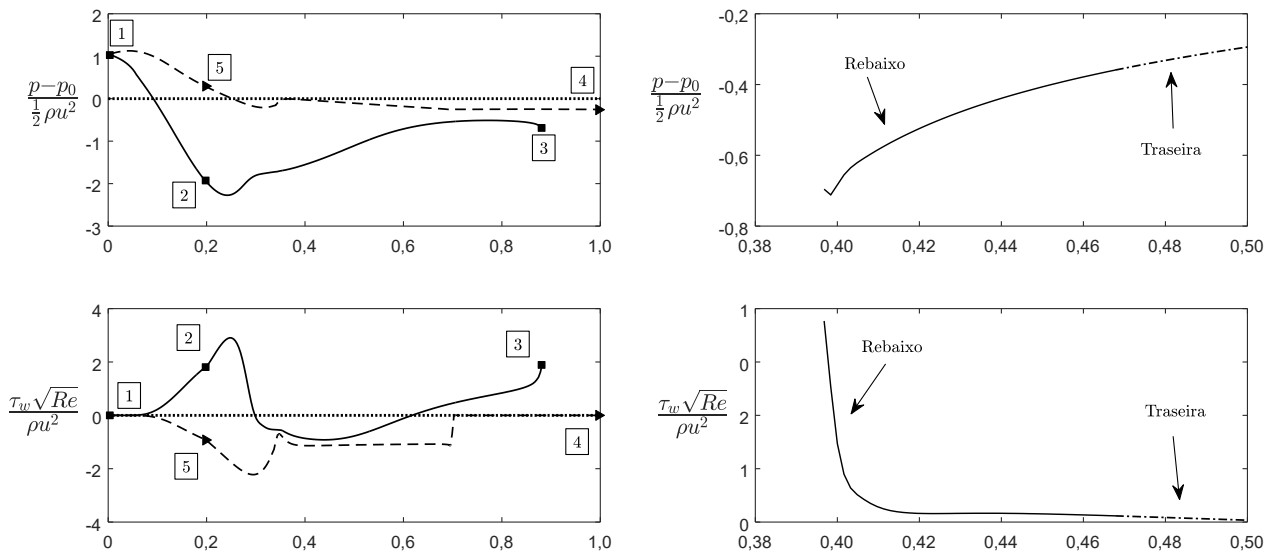


Figura 19 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 15° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

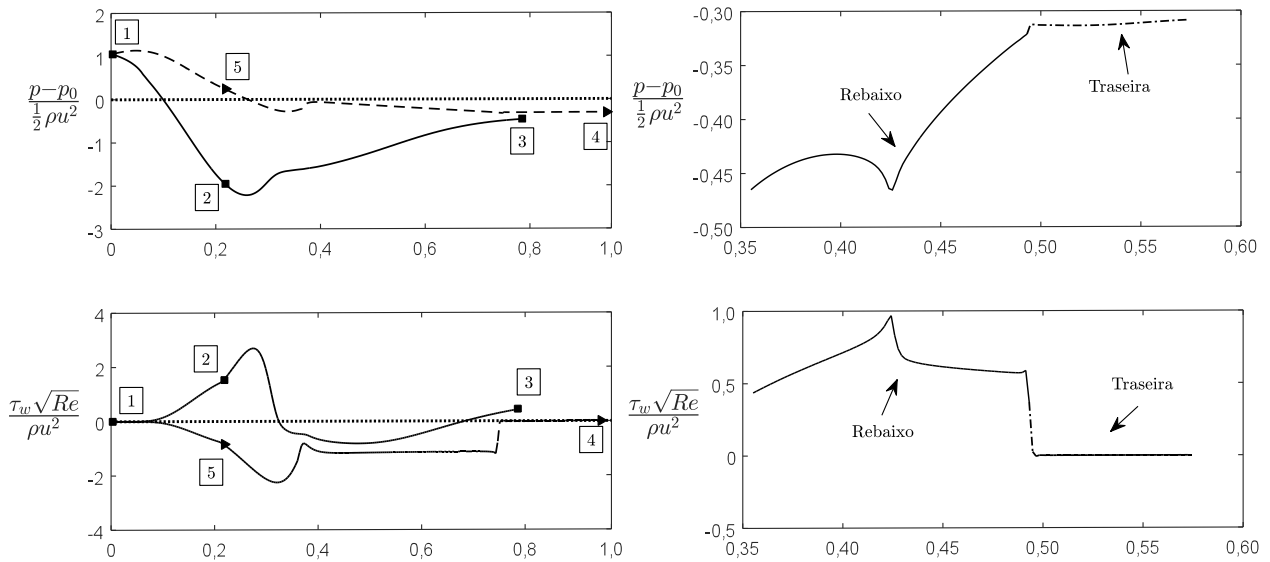


Figura 20 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 25° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

As Figura 21 e a Fig. 22 apresentam as distribuições de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 15° e 25°, respectivamente. Observando as linhas de corrente na região a montante desses dois corpos, nas Fig. 21e e Fig. 22e, nota-se que as velocidades próximas ao rebaixo são distintas. No corpo com rebaixo de 25° foi observado que a separação na região do rebaixo é mais acentuada e as duas estruturas atrás do corpo começam a apresentar mais energia.

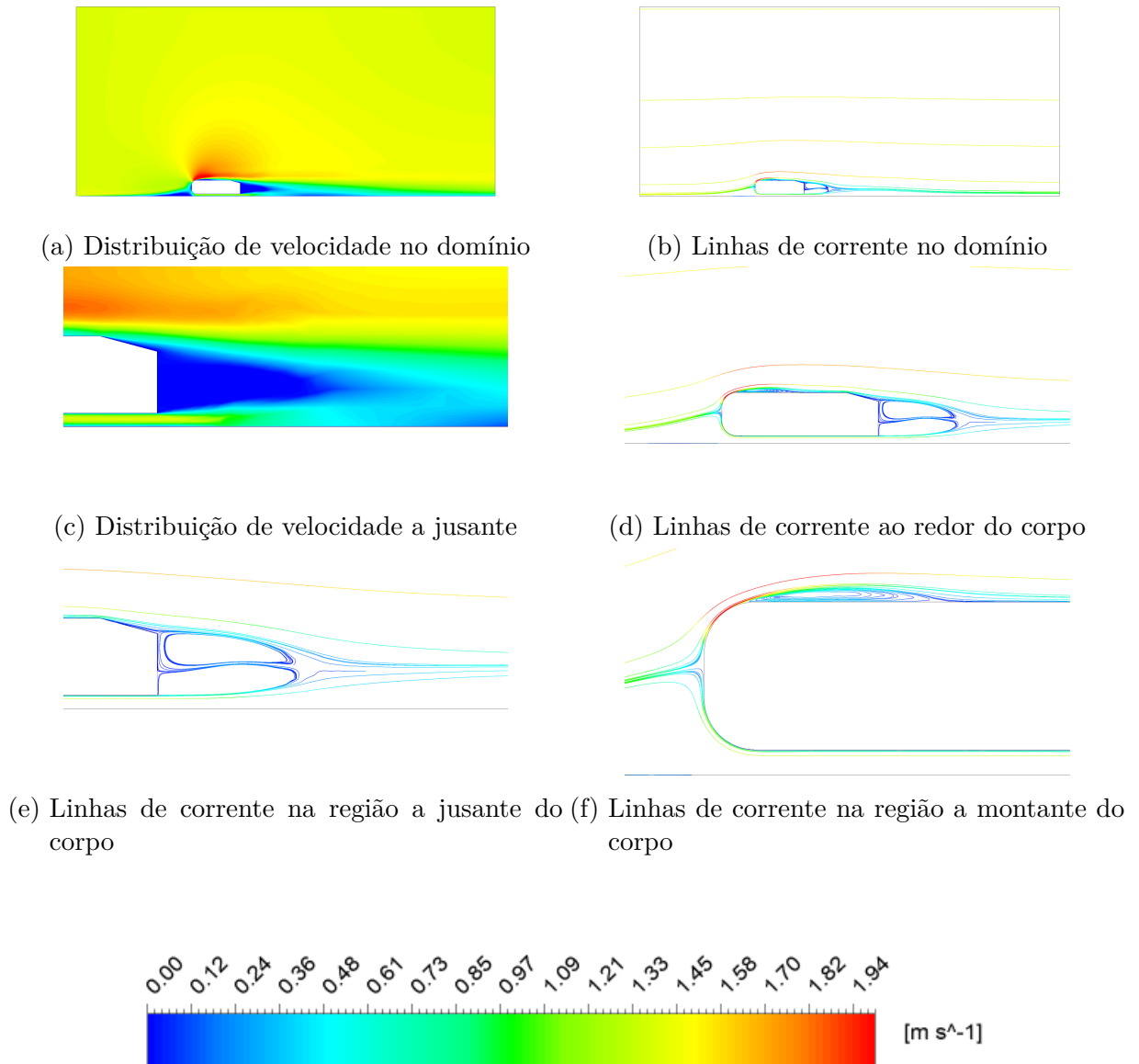
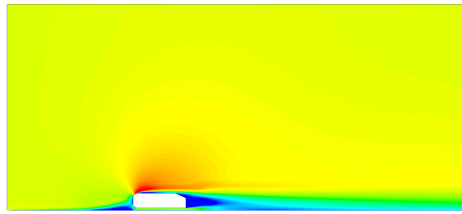
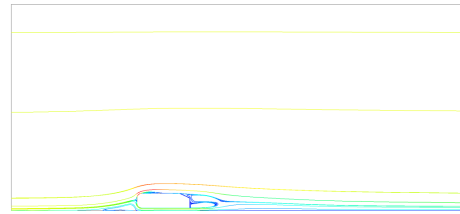


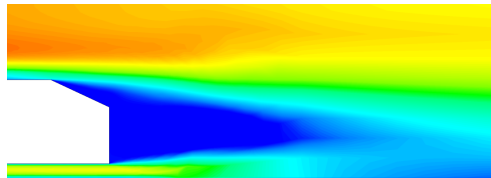
Figura 21 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 15° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora



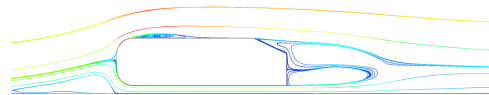
(a) Distribuição de velocidade no domínio



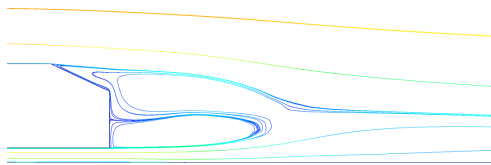
(b) Linhas de corrente no domínio



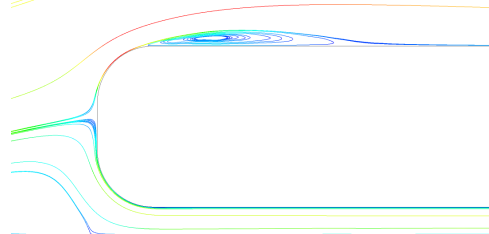
(c) Distribuição de velocidade a jusante



(d) Linhas de corrente ao redor do corpo



(e) Linhas de corrente na região a jusante do corpo



(f) Linhas de corrente na região a montante do corpo

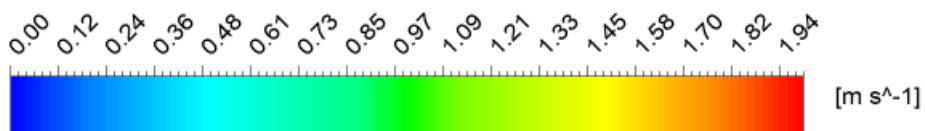


Figura 22 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 25° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora

As Figuras 23 e 24 apresentam os campos obtidos para os rebaixos de 35° e 40° . É possível notar que o pico no campo de pressão devido ao rebaixo volta a ficar discreto na região próximo a $0,3 l$.

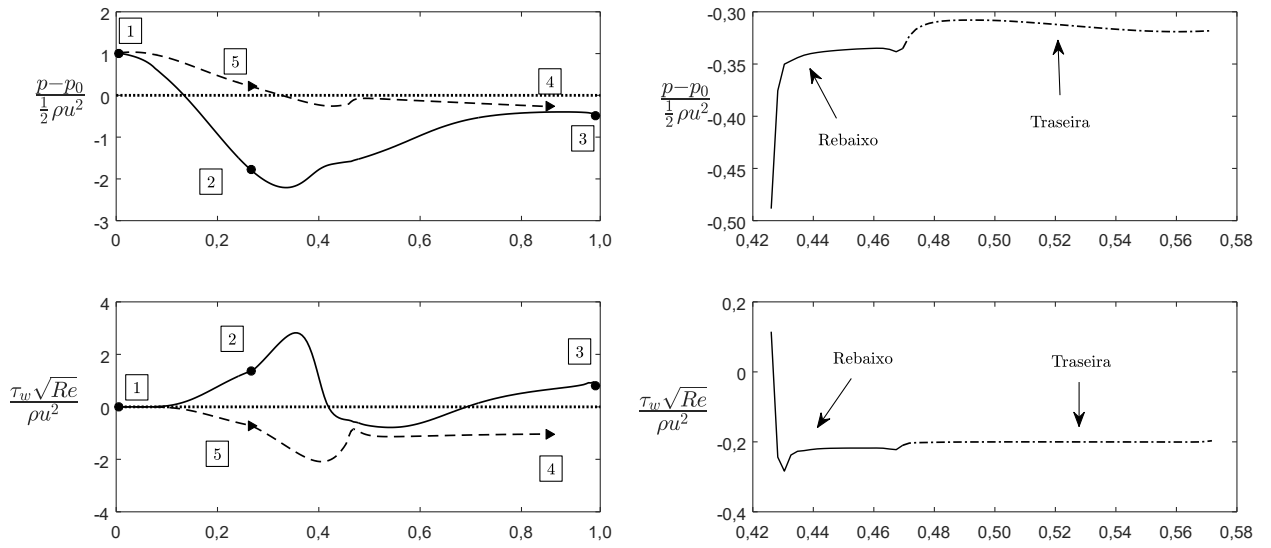


Figura 23 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 35° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

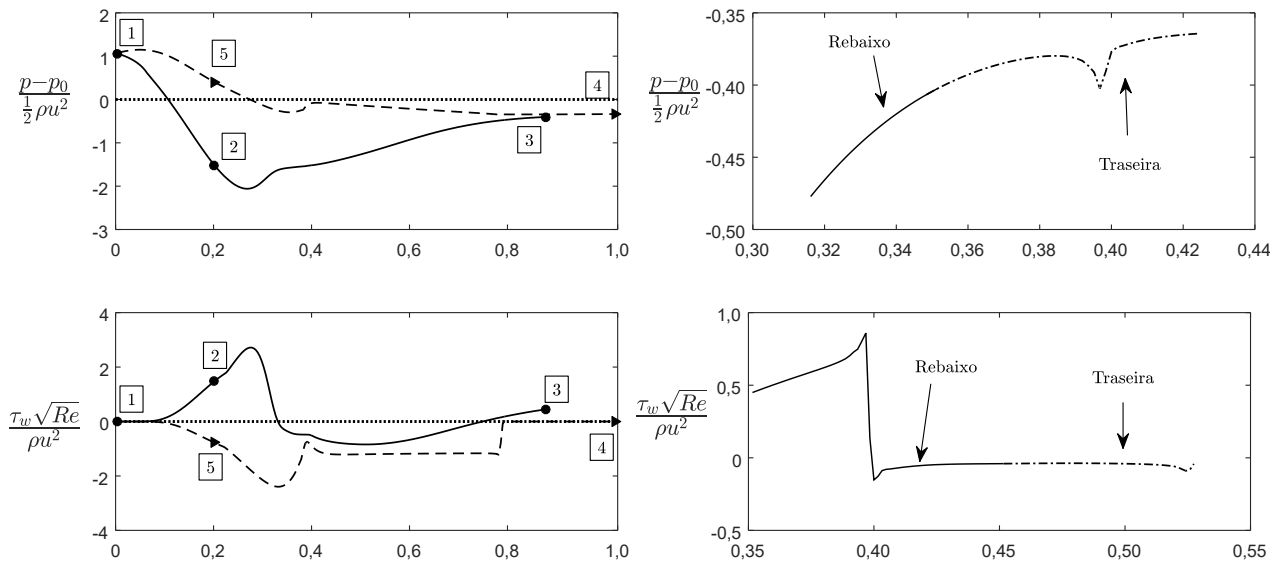
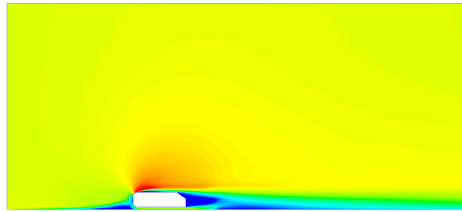
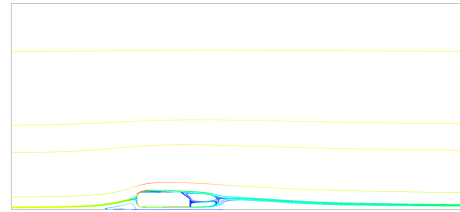


Figura 24 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 40° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

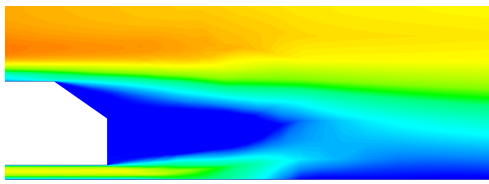
A Figura 25 apresenta a distribuição de velocidades no corpo de rebaixo de 35°. Nesse corpo, a separação a montante ocorre exatamente no ponto onde o rebaixo começa. Esse comportamento também será observado no corpo com rebaixo de 45° na Figura 26.



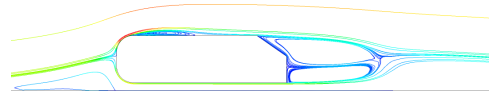
(a) Distribuição de velocidade no domínio



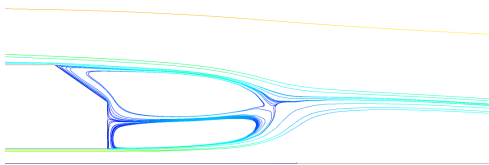
(b) Linhas de corrente no domínio



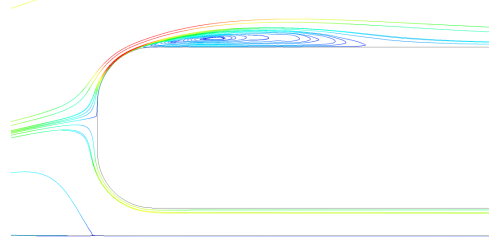
(c) Distribuição de velocidade a jusante



(d) Linhas de corrente ao redor do corpo



(e) Linhas de corrente na região a jusante do corpo



(f) Linhas de corrente na região a montante do corpo

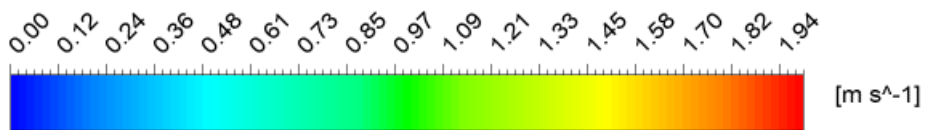


Figura 25 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 35° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora

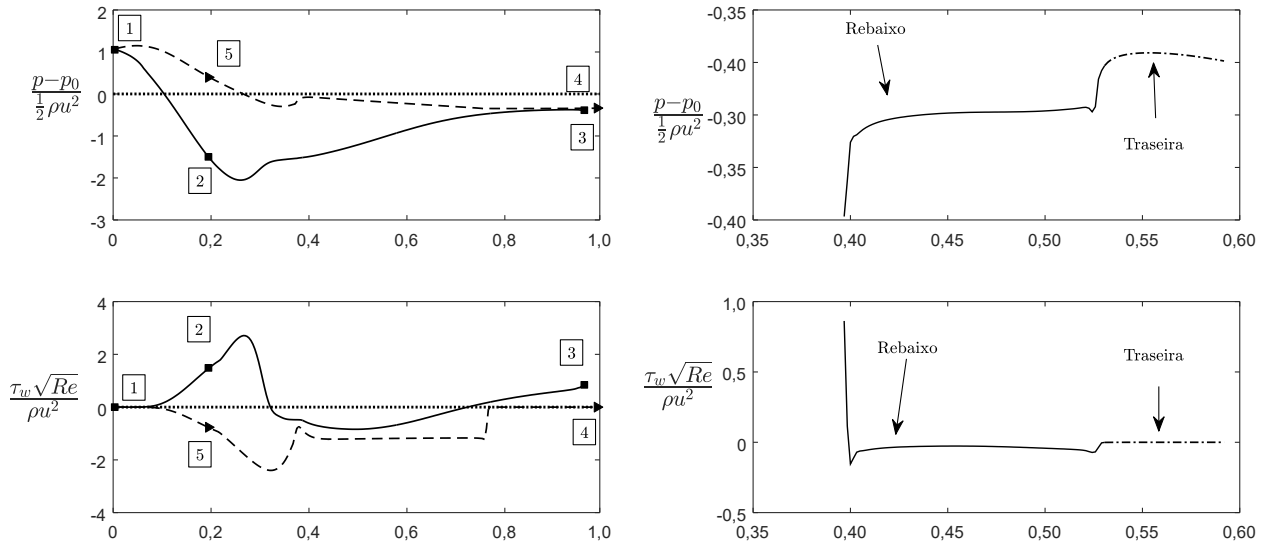


Figura 26 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 45° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

A Figura 28 mostra a distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 45° . Nesse corpo foi observado as maiores velocidades na bolha formada na região dianteira do corpo. Apesar disso, o ponto de separação nessa região foi identificado próximo aos pontos do corpo com rebaixo de 35° e 40° .

Os pontos de separação são sumarizados na Tabela 4 em relação ao perímetro do corpo l_c . É possível observar que o ponto de separação é retardado com o crescimento do rebaixo até o ângulo de 15° . Após esse ângulo, o ponto de separação é deslocado para a dianteira do corpo.

Tabela 4 – Ponto de separação na superfície do corpo de Ahmed com a variação de φ

φ	0°	5°	7°	10°	15°	25°	35°	40°	45°
l_c	0,45	0,51	0,49	0,53	0,52	0,42	0,39	0,39	0,40

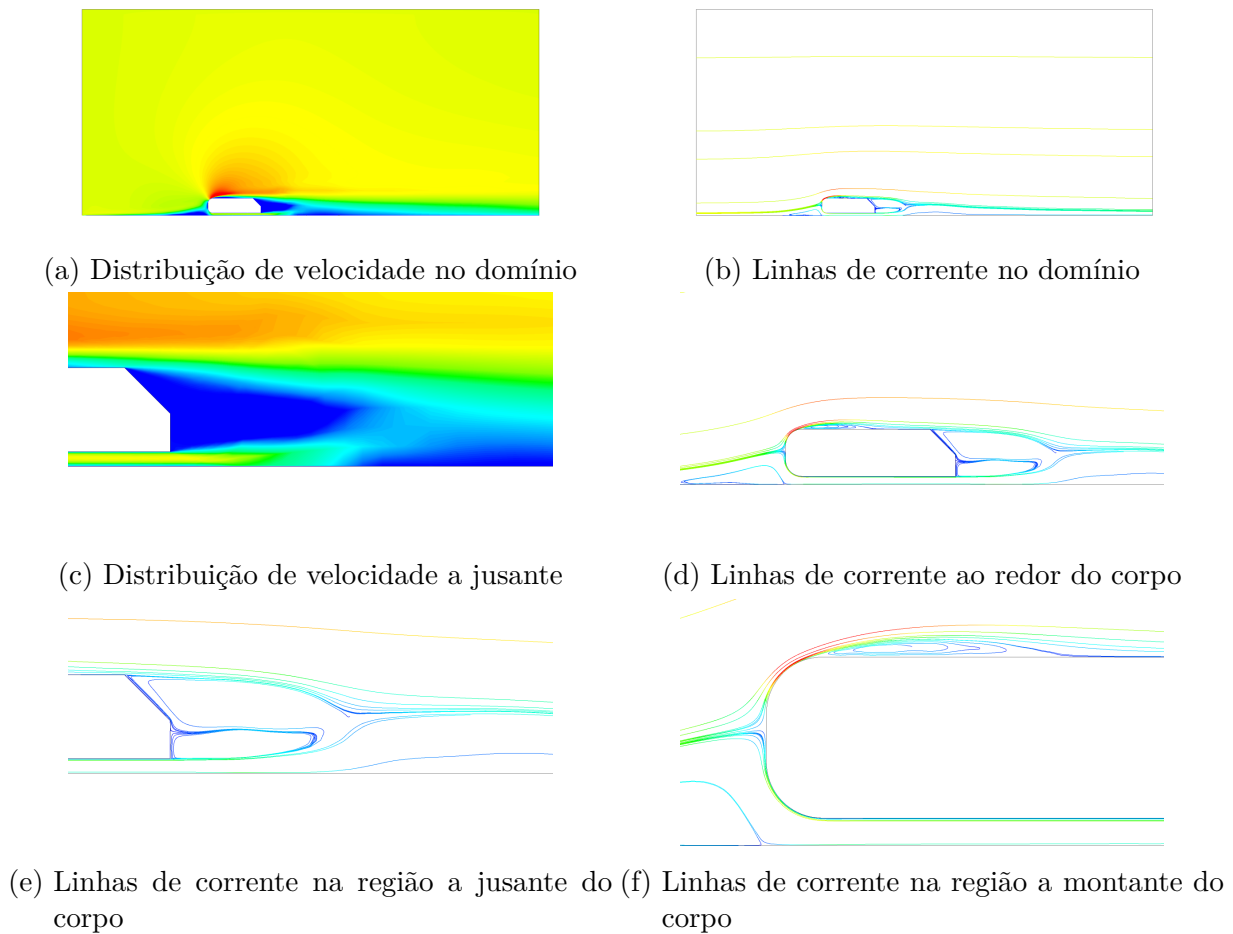


Figura 28 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 45° da simulação bidimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora

6.1.2 Coeficientes aerodinâmicos

No presente trabalho, o número de Reynolds é menor do que usado no experimento de Ahmed et al. (1984). Dessa forma, são esperados valores mais altos para o coeficiente de arrasto do que os apresentados na Figura 4. Esse comportamento foi observado nos trabalhos de Thacker et al. (2012), Dobrev e Massouh (2014) e Bello-Millán et al. (2016). A Figura 29 apresenta os valores dos coeficientes de sustentação e arrasto obtidos nas simulações.

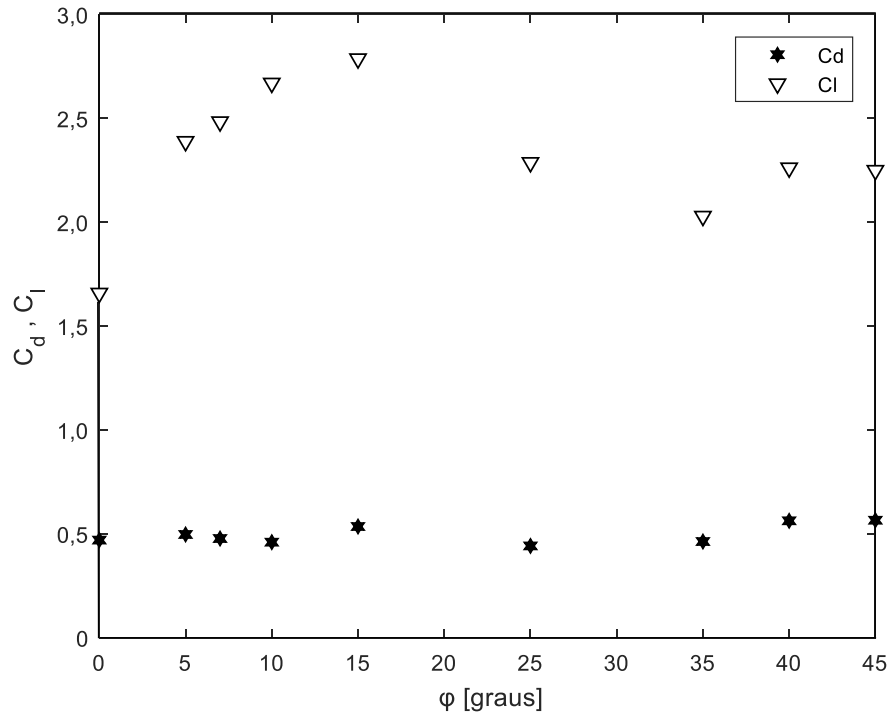


Figura 29 – Coeficientes de arrasto e sustentação para os rebaixos simulados

O corpo com rebaixo de 25° apresentou o menor coeficiente de arrasto entre os rebaixos usados nas simulações. O valor obtido de $C_d = 0,44$ para esse corpo condiz com a Equação 2.1 proposta por Bello-Millán et al. (2016) para $Re = 9,4 \cdot 10^4$. O maior coeficiente de arrasto foi obtido no corpo com rebaixo de 45° .

O menor coeficiente de sustentação foi encontrado no corpo sem rebaixo ($\varphi = 0^\circ$) e o maior no corpo com rebaixo de 15° . No comportamento dos coeficientes de sustentação foi observado um crescimento até o rebaixo de 15° e, após esse ângulo, os coeficientes são menores para os rebaixos.

A Figura 30 apresenta a relação entre a parcela de arrasto devido à pressão Cd_p e o coeficiente de arrasto total do corpo C_d . É notável que a maior parte do arrasto é composto pela parcela de arrasto de pressão, o que caracteriza o arrasto de corpos imersos. Isso pode ser justificado pelo aumento da área onde ocorre separação e, assim, a parcela de arrasto viscoso é maior. Assim como no caso do coeficiente de sustentação, a parcela do arrasto de pressão é aparenta valores mais altos nos rebaixos até 15° e valores menores após esse ângulo.

A avaliação do comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação, aliado à avaliação do comportamento do ponto de separação, pode indicar que a crise do corpo de Ahmed para o Reynolds de $9,4 \cdot 10^4$ aconteça no rebaixo com ângulo de 15° .

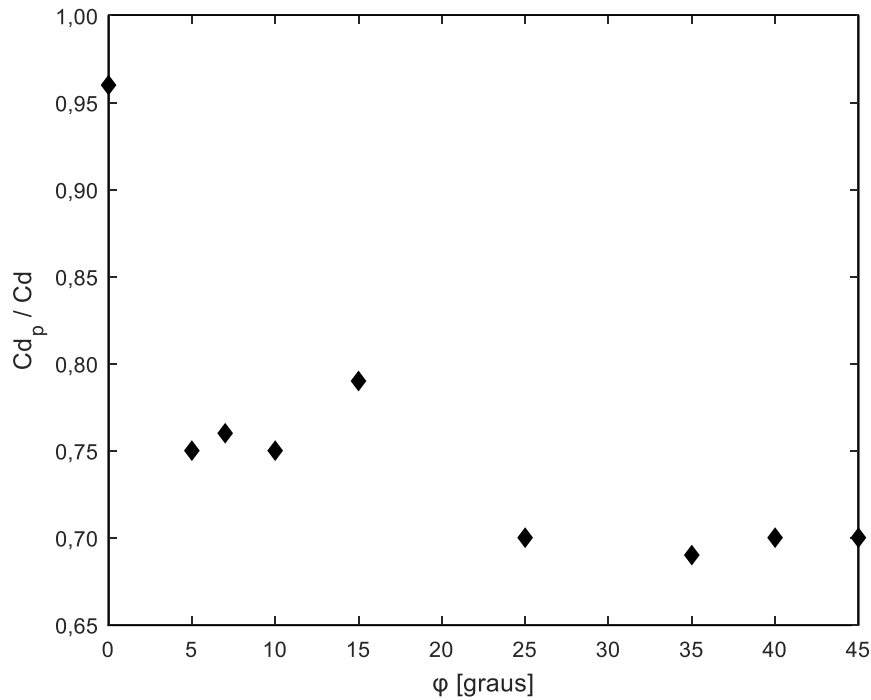


Figura 30 – Parcela do arrasto de pressão no corpo de Ahmed para $Re = 9,4 \cdot 10^4$

6.2 ANÁLISE TRIDIMENSIONAL

6.2.1 Distribuição de pressão e velocidade

A Figura 31 apresenta as linhas de corrente nas paredes do corpo de Ahmed com rebaixo de 25° . É possível observar a formação de estruturas nas laterais do corpo que não foram identificadas na simulação bidimensional.

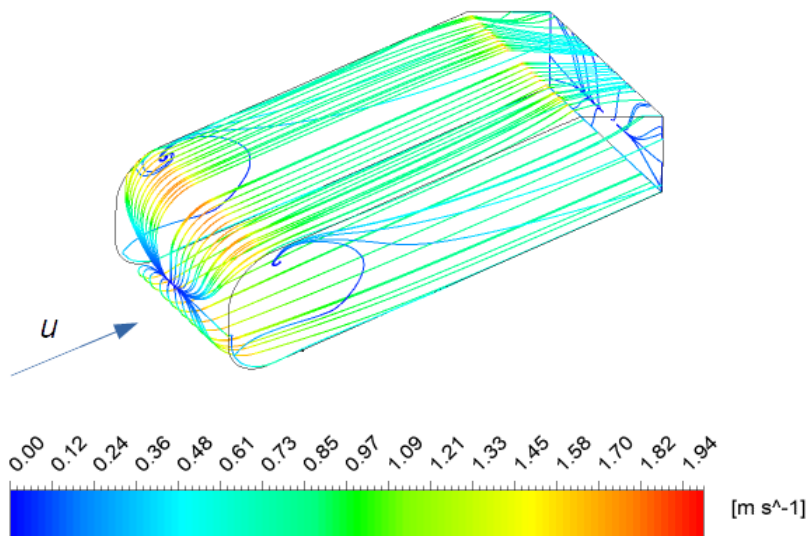


Figura 31 – Linhas de corrente nas paredes do corpo com rebaixo de 25° obtidas no problema tridimensional. Fonte: Autora

A Figura 32 apresenta a distribuição de velocidade para o corpo de 25°. A primeira constatação é a diferença do fenômeno que ocorre atrás do corpo e a influência do fluxo que descola na região do rebaixo. As estruturas na região traseira do corpo aparentam ter menos energia e a presença do corpo parece influenciar menos o domínio ao redor.

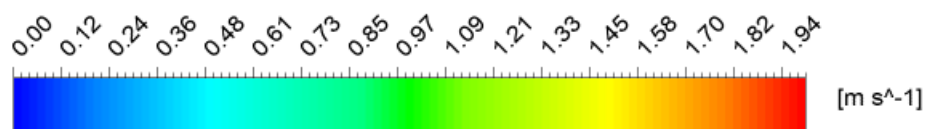
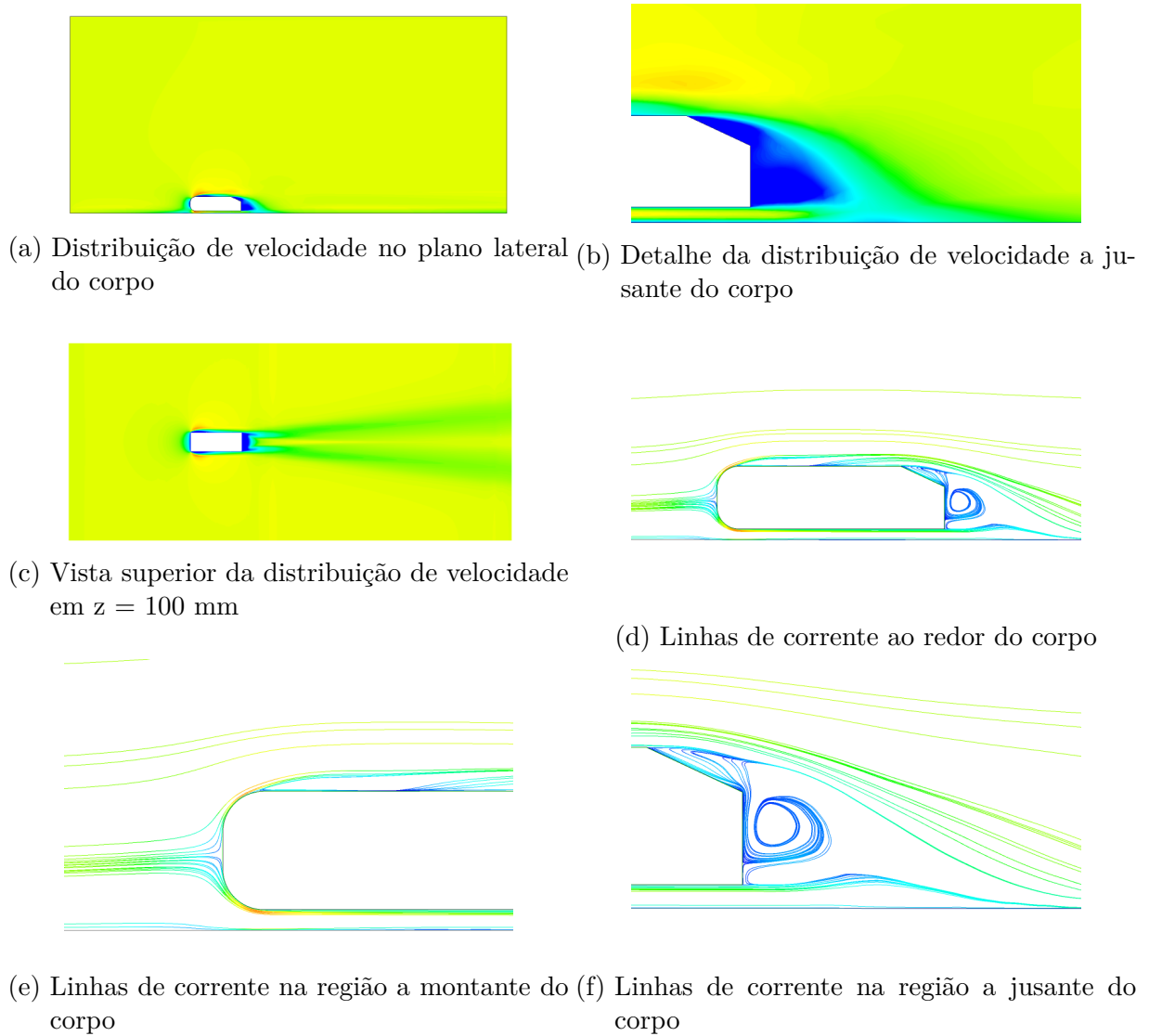


Figura 32 – Distribuição de velocidade ao redor do corpo com rebaixo de 25° da simulação tridimensional do corpo de Ahmed. Fonte: Autora

Na Figura 32e é possível observar a formação da bolha também prevista na simulação bidimensional. A Figura 32c apresenta o campo de velocidade em $z = 100$ mm

onde é observado a propagação dos vórtices no domínio. A Figura 33 apresenta a vista superior das linhas de separação a partir da traseira do corpo.

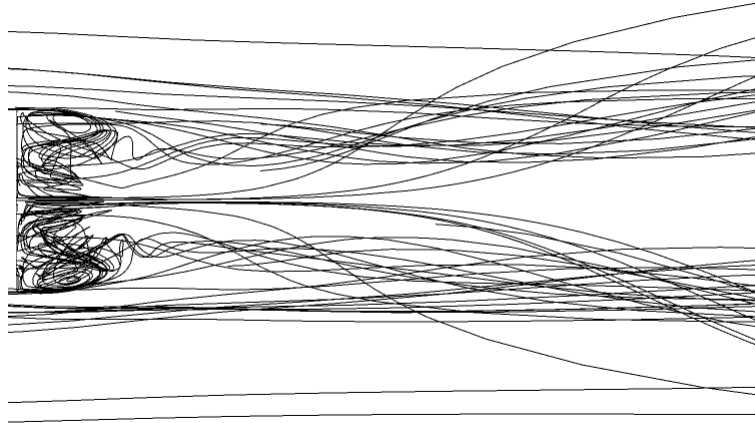


Figura 33 – Linhas de separação do corpo de Ahmed com 25° de rebaixo. Fonte: Autora

A Figura 34 apresenta as distribuições de pressão e tensão obtidas a partir da simulação do domínio tridimensional. O comportamento das tensões na região traseira do corpo mostram desprendimento do fluxo começando no rebaixo, assim como os resultados da simulação do domínio bidimensional. Entretanto, as tensões na parte superior e inferior do corpo apresentaram comportamento inverso em relação aos resultados da Fig. 20.

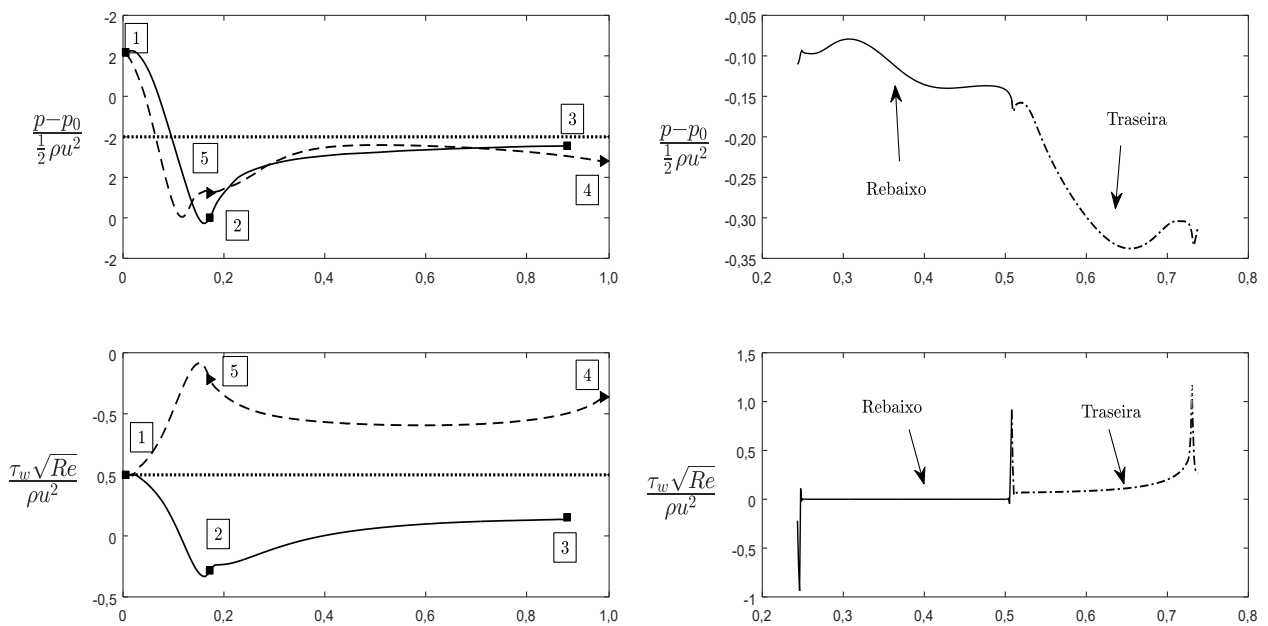


Figura 34 – Distribuição de pressão e tensões no corpo de Ahmed com rebaixo de 25° nas superfícies superior (1-3) e inferior (1-5-4), no rebaixo e na região traseira em relação ao comprimento do corpo

Comparando os resultados dos campos de velocidade obtidos na simulação com domínio bidimensional e tridimensional, foi observado diferenças na previsão do tamanho da estrutura formada atrás do corpo prevista por Hucho (2013). A Figura 35a apresenta os campos de velocidade na região traseira do corpo e a Fig. 35b apresenta as linhas de corrente na mesma posição. No resultado obtido com a simulação do domínio tridimensional, nota-se que a estrutura é menor e que a influência do fluxo desprendido no rebaixo pode ser maior nessa estrutura.

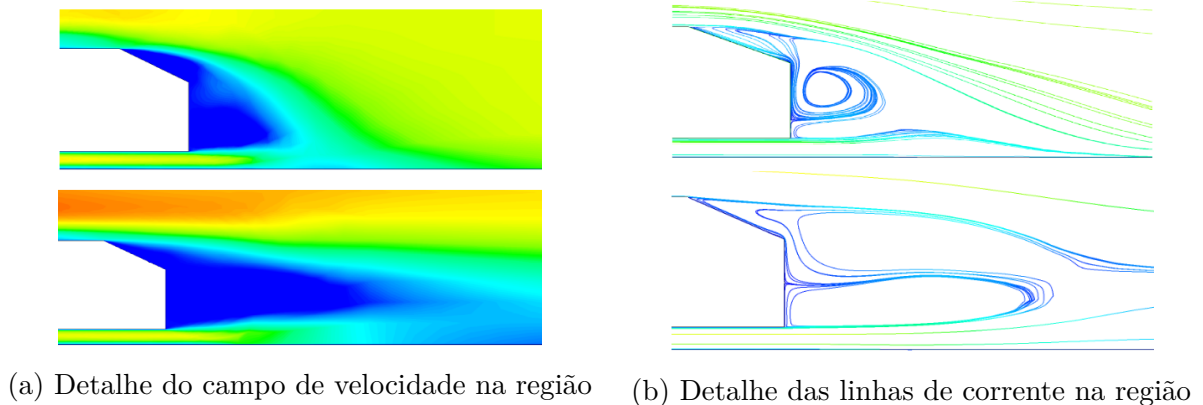


Figura 35 – Comparação de resultados obtidos nas simulações com domínio bi e tridimensional na região traseira do corpo. Fonte: Autora

6.2.2 Coeficientes aerodinâmicos

Os valores obtidos na análise tridimensional do corpo de Ahmed apresentou o valor de $C_d = 0,42$, para o coeficiente de arrasto, e $C_l = 0,32$, para o coeficiente de sustentação. Observa-se que o valor do coeficiente de sustentação apresentou diferença do valor obtido na simulação bidimensional. O valor obtido para o coeficiente de sustentação na simulação tridimensional do corpo, entretanto, se aproxima de resultados obtidos em estudos com corpos similares sem superfícies sustentadoras como visto no trabalho de Sharma e Bansal (2013) e Romberg et al. (1971).

7 CONCLUSÃO

No presente trabalho, o escoamento turbulento ao redor do corpo de Ahmed foi avaliado através de simulações estacionárias do corpo bidimensional e tridimensional. As simulações foram feitas para número de Reynolds de $9,4 \cdot 10^4$ e com variações no rebaixo traseiro entre 0° e 45° . O modelo de turbulência adotado foi o $k - \omega$ SST.

Os resultados mostram que existe variação dos coeficientes aerodinâmicos com o ângulo de rebaixo do corpo. O comportamento do coeficiente de arrasto de acordo com o número de Reynolds está de acordo com Thacker et al. (2012), Dobrev e Massouh (2014) e Bello-Millán et al. (2016). O maior coeficiente de arrasto foi encontrado no corpo com 45° de rebaixo e o menor foi encontrado com 25° de rebaixo para o Reynolds usado.

Os pontos de separação da camada limite do corpo foram determinados a partir da visualização do coeficiente adimensional de atrito. Foi observado que o aumento do ângulo de rebaixo retarda a separação até o ângulo de 15° . A partir desse ângulo, o aumento do rebaixo fez com que a separação fosse descolada à dianteira.

Observando o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos e da separação do fluxo sobre o corpo, o ângulo crítico para esse regime de escoamento pode estar acontecendo no rebaixo com ângulo de 15° .

O resultado do rebaixo de 25° na avaliação 2D e 3D apresentou concordância com a bibliografia disponível. O coeficiente de arrasto está de acordo com a equação proposta por Bello-Millán et al. (2016) e a distribuição de pressão do corpo é semelhante ao encontrado nos trabalhos de Khalil (2001), Kumar (2013), Varela e Paula (2016) e Araujo (2017). A partir dos dados disponíveis na literatura para o Ahmed com rebaixo de 25° sob escoamento de Reynolds próximo, foi notado que a simulação bidimensional e estacionária foi capaz de prever o coeficiente de arrasto e distribuição de pressão do problema. Entretanto, a simulação tridimensional apresentou um melhor resultado de coeficiente de sustentação segundo Sharma e Bansal (2013) e Romberg et al. (1971).

Fica como principal sugestão para trabalhos futuros a continuação da simulação do problema tridimensional para os outros ângulos de rebaixo. Outra sugestão para o desenvolvimento do trabalho é propor uma equação para o coeficiente de atrito relacionando o número de Reynolds e o ângulo de rebaixo. Além disso, o refinamento de malha no domínio tridimensional pode ser melhor avaliado considerando outros parâmetros e outras dimensões para o domínio computacional podem ser testadas.

Referências

- AHMED, S. R.; RAMM, G.; FALTIN, G. Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake. *SAE Transactions*, JSTOR, p. 473–503, 1984.
- ALJURE, D. et al. Flow and turbulent structures around simplified car models. *Computers & Fluids*, Elsevier, v. 96, p. 122–135, 2014.
- ANDERSON, J. D. *Fundamentals of aerodynamics*. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010.
- ARAÚJO, B. B. R. Análise experimental aerodinâmica de perfil veicular utilizando corpo de ahmed. Universidade de Brasília, Faculdade do Gama, 2017.
- BALIGA, B.; PATANKAR, S. A new finite-element formulation for convection-diffusion problems. *Numerical Heat Transfer*, Taylor & Francis, v. 3, n. 4, p. 393–409, 1980.
- BANGA, S. et al. Cfd simulation of flow around external vehicle: Ahmed body. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)*, v. 12, n. 4, 2015.
- BELLO-MILLÁN, F. et al. Experimental study on ahmed's body drag coefficient for different yaw angles. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 157, p. 140–144, 2016.
- BRACKSTON, R.; WYNN, A.; MORRISON, J. Modelling and feedback control of vortex shedding for drag reduction of a turbulent bluff body wake. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Elsevier, v. 71, p. 127–136, 2018.
- DAUGHERTY, R. L. *Fluid mechanics with engineering applications*. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 1989.
- DESCHAMPS, C.; JR., J. B. Transição e turbulência, iii escola de primavera de transição e turbulência. *PUC-RS-Universidade Pontifícia Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RG*, v. 27, p. 01, 2002.
- DOBREV, I.; MASSOUH, F. Investigation of relationship between drag and lift coefficients for a generic car model. *BULTRANS-2014 Proceedings*, 2014.
- ESCH, T. Heat transfer predictions based on two-equation turbulence models with advanced wall treatment. *Turbul. Heat Mass Transfer*, v. 4, p. 633–640, 2003.
- FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. *Introdução À Mecânica Dos Fluidos*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000.
- GUILMINEAU, E. Computational study of flow around a simplified car body. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier, v. 96, n. 6-7, p. 1207–1217, 2008.
- HAN, T. Computational analysis of three-dimensional turbulent flow around a bluff body in ground proximity. *AIAA journal*, v. 27, n. 9, p. 1213–1219, 1989.
- HUCHO, W.-H. *Aerodynamics of road vehicles: from fluid mechanics to vehicle engineering*. [S.l.]: Elsevier, 2013.

- KHALIL, S. B. Estudo de escoamento em torno de um corpo rombudo bidimensional. Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, 2001.
- KORKISCHKO, I.; MENECHINI, J. R. Investigação experimental e simulação numérica do escoamento ao redor de um modelo automobilístico: corpo de ahmed. *Trabalho de conclusão de curso em Engenharia Mecânica apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo*, 2006.
- KORKISCHKO, I.; MENECHINI, J. R. Investigação experimental e simulação numérica do escoamento ao redor de um modelo automobilístico: corpo de ahmed. *Trabalho de conclusão de curso em Engenharia Mecânica apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo*, 2006.
- KUMAR, V. P. Cfd modelling of flow around ahmed body. 2013.
- LAUNDER, B. E.; SHARMA, B. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer*, Pergamon, v. 1, n. 2, p. 131–137, 1974.
- LAY, W. Is 50 miles per gallon possible with correct streamlining? *SAE Transactions*, JSTOR, p. 144–156, 1933.
- LIU, Y.; MOSER, A. Numerical modeling of airflow over the ahmed body. *Air and Climate Group, Swiss Federal Institute of Technology, ETH-Zentrum WET Al*, 2003.
- MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2017.
- MCCORMICK, B. W. *Aerodynamics, aeronautics, and flight mechanics*. [S.l.]: John Wiley, 1995.
- MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994.
- MENTER, F. R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Turbulence, heat and mass transfer*, v. 4, n. 1, p. 625–632, 2003.
- MÖLLER, S.; SILVESTRINI, J. Turbulência: fundamentos. *Coleção Cadernos de Turbulência. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas–ABCM. Rio de Janeiro*, v. 4, p. 1–32, 2004.
- MOREL, T. Aerodynamic drag of bluff body shapes characteristic of hatch-back cars. *SAE Transactions*, JSTOR, p. 1270–1279, 1978.
- MORELLI, A. *A new aerodynamic approach to advanced automobile basic shapes*. [S.l.], 2000.
- NETO, A. da S. Turbulência nos fluidos aplicada. 2001.
- NOGUEIRA, R. et al. Simulação de reservatório de petróleo utilizando o modelo black-oil baseado em frações mássicas em conjunto com malhas não-estruturadas. *HOLOS*, v. 2, p. 3–20, 2012.

- ORTEGA, J. M.; SALARI, K. *Aerodynamic drag reduction apparatus for wheeled vehicles in ground effect*. [S.l.]: Google Patents, 2005. US Patent 6,974,178.
- ÖSTH, J. et al. On the need for a nonlinear subscale turbulence term in pod models as exemplified for a high-reynolds-number flow over an ahmed body. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 747, p. 518–544, 2014.
- OTHMER, C. et al. Aerodynamic topology optimization: Some observations on hysteresis. In: *23rd AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 4413.
- RODRIGUES, J. *Turbulência, cap: Escamentos Turbulentos Parietais, vol. 2*. [S.l.]: ABCM, 2003.
- ROMBERG, G.; CHIANESE, F.; LAJOIE, R. *Aerodynamics of race cars in drafting and passing situations*. [S.l.], 1971.
- SERRE, E. et al. On simulating the turbulent flow around the ahmed body: A french–german collaborative evaluation of les and des. *Computers & Fluids*, Elsevier, v. 78, p. 10–23, 2013.
- SHARMA, R. B.; BANSAL, R. Drag and lift reduction on passenger car with rear spoiler. 08 2013.
- SILVESTRINI, J. *Turbulência, cap: Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos., vol. 2*. [S.l.]: ABCM, 2003.
- SOUSA, F. S. d. *Simulação de escoamentos multifásicos em malhas não estruturadas*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2005.
- THACKER, A. et al. Effects of suppressing the 3d separation on the rear slant on the flow structures around an ahmed body. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 107, p. 237–243, 2012.
- TIENTICHEU-NSIEWE, M. et al. Numerical study of a turbulent flow in the near-wake of an ahmed body. *American Journal of Environmental Engineering*, Scientific & Academic Publishing, v. 6, n. 6, p. 157–163, 2016.
- TUNAY, T.; SAHIN, B.; OZBOLAT, V. Effects of rear slant angles on the flow characteristics of ahmed body. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Elsevier, v. 57, p. 165–176, 2014.
- VARELA, D. J. C.; PAULA, A. V. de. Análise experimental do escoamento ao redor do corpo de ahmed. *Universidade Federal do Rio Grande do Sul-UFRGS*, 2016.
- WATKINS, S.; VINO, G. The effect of vehicle spacing on the aerodynamics of a representative car shape. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier, v. 96, n. 6-7, p. 1232–1239, 2008.
- WHITE, F. M. *Mecânica dos fluidos*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 1962.
- WILCOX, D. C. et al. *Turbulence modeling for CFD*. [S.l.]: DCW industries La Canada, CA, 1993. v. 2.

WINSLOW, A. M. Numerical solution of the quasilinear poisson equation in a nonuniform triangle mesh. *Journal of computational physics*, Elsevier, v. 1, n. 2, p. 149–172, 1966.