



**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia de Energia**

**Determinação da difusividade térmica da macaúba  
(*Acrocomia aculeata*) por meio do cálculo do problema  
inverso**

**Autor: Paulo Filip Teixeira de Almeida  
Orientador: Dr. Fábio Alfaia da Cunha**

**Brasília, DF  
2017**



**Paulo Filip Teixeira de Almeida**

**Determinação da difusividade térmica da macaúba (*Acrocomia aculeata*) por meio do cálculo do problema inverso**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Alfaia da Cunha

**Brasília, DF  
2017**

### **CIP – Catalogação Internacional da Publicação\***

TEIXEIRA DE ALMEIDA, Paulo Filip.

Determinação da difusividade térmica da macaúba (*Acrocomia aculeata*) por meio do cálculo do problema inverso / Paulo Filip Teixeira de Almeida. Brasília: UnB, 2016. 60 p. : il. ; 29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília

Faculdade do Gama, Brasília, 2017. Orientação: Fábio Alfaia da Cunha.

1. Problema inverso. 2. Evolução Diferencial 3. CVFEM. 4. *Acrocomia aculeata* I. Alfaia da Cunha, Fábio. II. Determinação das propriedades térmicas da macaúba por meio do cálculo do problema inverso.

CDU Classificação

- 1) A ficha catalográfica oficial deverá ser solicitada à Biblioteca pelo aluno após a apresentação.



**Determinação da difusividade térmica da macaúba (*Acrocomia aculeata*) por meio do cálculo do problema inverso**

**Paulo Filip Teixeira de Almeida**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em (data da aprovação 23/06/2017) apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. Dr.: Fábio Alfaia da Cunha**  
Orientador

---

**Prof. Dr.: Luciano Gonçalves Noletto, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

---

**Prof. Dr.: Fábio Cordeiro de Lisboa, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

Brasília, DF  
2017



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, aos familiares e amigos que me acompanharam de perto e sempre me apoiaram durante todos os anos acadêmicos, principalmente ao meu pai José Paulo, minha mãe Lúcia Maria, meu padrinho Amauri e meus irmãos Fernando, Vanessa e Larissa e, também, todas as pessoas que cruzaram meu caminho até hoje, pois de alguma forma elas foram essenciais para o meu amadurecimento e agregaram algum conhecimento.

Agradeço também ao senhores Hugo Felipe, Rafael e Yan por todo apoio acadêmico prestado. Aos amigos que conheci na França da Communauté des Amis, Victor, Luiz, Pablo, Marcos, Douglas e Carlos.

Aproveito para agradecer a todos os colegas e professores da FGA-UnB que tive o prazer de conhecer e criar laços de amizade durante o decorrer da minha graduação em Engenharia de Energia. Agradeço igualmente ao meu orientador Fábio Alfaia pelo suporte dado.

“Que Deus perdoe essas pessoas ruins.” Adriano  
Ribeiro

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

$c_p$	Calor específico
$\beta$	Coefficiente de expansão volumetrica
$h$	Coefficiente de transferência de calor
$k$	Condutividade térmica
$k_f$	Condutividade térmica do fluido
$k_s$	Condutividade térmica do sólido
$k_{eff}$	Condutividade térmica eficaz
CR	Cruzamento
$F$	Diferença ponderada
$\alpha$	Difusividade térmica
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional
$\phi$	Função interpolação sobre a malha de elementos finitos
$f(X)$	Função Objetivo
$g$	Gravidade
$\rho$	Massa específica
MDF	Método das Diferenças Finitas
MVF	Método de Volume Finito
CVFEM	Método de volumes de controle baseado em elementos
MEF	Método dos Elementos Finitos
$N_p$	Número da população
$\lambda$	Número de Biot
$\tau$	Número de Fourier
$Gr$	Número de Grashof
$Pr$	Número de Prandtl
$Ra$	Número de Rayleigh
$\varepsilon$	Porosidade do leito recheado
PI	Problema Inverso
$\dot{Q}$	Taxa de calor
$T_\infty$	Temperatura ambiente
$T_s$	Temperatura da superfície
$T$	Temperatura do meio
$T_{exp}$	Temperatura experimental
$V^{(q+1)}$	Vetor doador
$U^{(q+1)}$	Vetor experimental
$\nu$	Viscosidade dinâmica do ar

## RESUMO

Este trabalho visa determinar o coeficiente de difusividade térmica, durante o processo de resfriamento, da Macaúba (*Acromia Aculeata*) tendo como objetivo resolver o problema inverso de transferência de calor a partir do método da Evolução Diferencial. Para a modelagem do problema inverso foi necessário, primeiramente, resolver o problema direto de transferência de calor, visando testar a convergência do método a ser utilizado. Para a discretização da geometria foi adotado o método de volumes de controle baseado em elementos ou CVFEM e tal abordagem se mostrou vantajosa, pois foi possível aproximar a resolução do problema direto a um modelo bidimensional através do CVFEM. Além disso, não é necessário solucionar a equação da conservação de massa para se obter a difusividade térmica da biomassa em análise. Os resultados experimentais foram obtidos experimentalmente e os resultados do coeficiente de difusividade térmica foram obtidos pelo método de otimização da Evolução Diferencial, o qual apresentou consonância com os dados obtidos experimentalmente.

**Palavras-chave:** Problema Inverso, *Acrocomia aculeata*, CVFEM, Evolução Diferencial.

## ABSTRACT

This paper aims to determine the coefficient of thermal diffusivity during the cooling process of Macaúba (*Acromia Aculeata*) in order to solve the inverse problem of heat transfer from the method of Differential Evolution. For a modeling of the inverse problem was necessary, first, to solve the direct heat transfer problem, in order to test the convergence of the method to be used. For a discretization of the geometry was adopted the method of Control Volume Finite Element Method or CVFEM, and such approach was advantageous, it was possible to approach a resolution of the problem directly to a two-dimensional model through the CVFEM. In addition, it is not necessary to solve a mass conservation equation to obtain a thermal diffusion of the biomass under analysis. The experimental results were obtained experimentally and the results of the thermal diffusivity coefficient of the methods were obtained by the Differential Evolution Optimization method, which presents agreement with the data obtained experimentally.

**Keywords:** Inverse Problem, *Acrocomia aculeata*, CVFEM, Differential Evolution.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1 Motivação .....</b>	<b>11</b>
<b>1.2 Objetivo .....</b>	<b>12</b>
1.2.1 Objetivos Específicos .....	12
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>13</b>
<b>2.1 Problema Inverso .....</b>	<b>14</b>
<b>2.2 A Evolução Diferencial .....</b>	<b>15</b>
<b>2.3 A transferência de calor .....</b>	<b>19</b>
<b>2.4 Método dos Elementos de Controle de Volume Finito ou CVFEM .....</b>	<b>21</b>
2.4.1 Cálculo das variáveis por interpolação .....	22
2.4.2 Integração da equação de difusão permanente utilizando o CVFEM .....	22
<b>2.5 Fluxo de calor em meio esférico .....</b>	<b>26</b>
<b>2.6 Convecção natural em meio esférico .....</b>	<b>29</b>
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>30</b>
<b>3.1 Metodologia de Cálculo Numérico .....</b>	<b>30</b>
3.1.1 Modelagem da Geometria .....	30
3.1.2 Modelagem da malha .....	31
<b>3.2 Evolução Diferencial .....</b>	<b>34</b>
<b>3.3 Materiais .....</b>	<b>36</b>
<b>3.4 Metodologia Experimental .....</b>	<b>36</b>
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>39</b>
<b>4.1 Resultado analítico caso teste .....</b>	<b>39</b>
<b>4.2 Resultado numérico caso teste .....</b>	<b>40</b>
<b>4.3 Resultado Evolução Diferencial caso teste .....</b>	<b>43</b>
<b>4.4 Determinação do coeficiente convectivo experimental .....</b>	<b>44</b>
<b>4.5 Difusividade térmica da macaúba .....</b>	<b>45</b>
<b>5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>51</b>
<b>6. BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>53</b>
<b>7. APÊNDICE A .....</b>	<b>56</b>
<b>8. APÊNDICE B .....</b>	<b>60</b>

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 Motivação

A macaúba (*Acrocomia aculeata*) é uma palmeira abundante nas florestas tropicais e cerrado brasileiro, com um alto potencial produtivo de até 8 toneladas de óleo por hectare. O aproveitamento da macaúba vai desde seu uso na alimentação até a produção de biodiesel e carvão vegetal. Considerando que sua utilização vem sendo comumente utilizada para a produção de carvão, geração de energia e para a produção de biodiesel (EMBRAPA, 2016), a determinação da difusividade térmica pode auxiliar na análise transiente da transferência de calor durante o processo de aquecimento e quaisquer outros processos que requerem o conhecimento das propriedades térmicas.

Boas *et al* (2010) ressalta a importância de se conhecer as propriedades térmicas da macaúba, uma vez que a biomassa residual da produção de óleo para biocombustível, vêm sendo utilizada para a produção de carvão vegetal. Em sua pesquisa, Boas *et al* (2010) afirma que a partir do perfil térmico e da temperatura de carbonização é possível determinar com qual parte da macaúba é possível se obter o menor teor de cinzas, visando obter as características desejáveis para o uso energético.

A solução de um problema inverso implica determinar causas desconhecidas com base na observação dos seus efeitos (ENGL *et al*, 1996). Isto está em contraste com o correspondente problema direto que, no caso para problemas de condução de calor, é a estimativa do campo de temperatura no interior do corpo. No entanto, os problemas inversos visam obter a determinação das temperaturas na superfície, taxas de geração de calor e propriedades termofísicas, utilizando dados correspondentes ao problema direto (SANTOS COELHO & MARIANI, 2006).

Para este trabalho, pretende-se apresentar um modelo computacional capaz de determinar a difusividade térmica da macaúba por meio do cálculo do problema inverso. Foi selecionada a macaúba como biomassa de pesquisa devido a sua crescente utilização como fonte geradora de energia, segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) o equivalente a 8,8%, aproximadamente 14.500 kW, da matriz total de biomassas (ANEEL, 2016).

## **1.2 Objetivo**

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia capaz de determinar a difusividade térmica do endocarpo da macaúba por meio do cálculo do problema inverso.

### **1.2.1 Objetivos Específicos**

- Desenvolver um modelo computacional capaz de resolver o problema de transferência de calor de forma direta;
- Desenvolver um método computacional capaz de solucionar o problema inverso, aplicado ao problema da transferência de calor;
- Elaborar um experimento capaz de coletar dados para a resolução do problema inverso de transferência de calor;
- Validar o modelo computacional do cálculo do problema inverso;
- Determinar o valor do coeficiente de transferência de calor convectivo experimental;
- Determinar o valor da difusividade térmica do endocarpo da macaúba utilizando os dados coletados experimentalmente.



## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Para o desenvolvimento deste trabalho será utilizado o método, que é classificado por Engl *et al* (1996), quanto à natureza da propriedade estimada, ou seja, os tipos de causa à serem determinadas são as condições de contorno, condições iniciais, propriedades do sistema.

É importante frisar que, segundo Engl *et al* (1996), resolver um problema inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados. Neste trabalho o objetivo é determinar as propriedades térmicas da macaúba, tomando como exemplo pesquisas sobre o cálculo inverso das propriedades térmicas de outras biomassas.

Fernandes (2009) propôs a aplicação direta de soluções analíticas no desenvolvimento de técnicas de problemas inversos, introduzindo soluções analíticas de forma experimental, para a estimativa do fluxo de calor em problemas inversos de condução de calor. Geralmente, para o cálculo de problemas inversos de condução de calor, o emprego do problema direto é comumente utilizado, no entanto, neste caso o uso de soluções analíticas contribuiu para o aumento da precisão dos resultados e redução no tempo computacional, redução de cerca de 1600% (de 6h para 5 minutos de simulação computacional).

Já Santos Coelho e Mariani (2006) utilizam do método de evolução diferencial para obter as estimativas de difusividade térmica. Os resultados obtidos se mostraram eficientes para resolver o problema inicialmente proposto. O método de evolução diferencial é definido por Silva Neto e Moura Neto (2005) como um procedimento de solução que deve ser resolvido por soluções iterativas, com diversas iterações. Santos Coelho e Mariani (2006) utilizaram, aproximadamente, cerca de 300 iterações para obterem os resultados desejados, no entanto o custo computacional foi dado como não ideal.

Para a resolução do problema inverso, Ansoni (2010) utilizou do método desenvolvido por Brandi (2010), o qual consiste no desenvolvimento de um algoritmo do método do Gradiente Conjugado Pré-Condicionado. O algoritmo é capaz de resolver sistemas lineares esparsos, que possam ser executados na memória global da placa NVIDIA CUDA (GPU) e pelo POSIX Thread (CPU).

Ribeiro (2012) apresentou uma metodologia capaz de estimar o fluxo de calor em regime transiente, a partir de sinais experimentais de temperatura medidos em regiões de acesso. Para resolver o Problema Inverso, Ribeiro (2012) utilizou as técnicas de Função

Especificada e algoritmos de otimização Direção Conjugada, aliados ao software comercial *ANSYS CFX*. Os resultados obtidos apresentaram fluxo estimado, com desvio máximo de 2,5% em relação ao experimental e o campo de temperatura numérico obtido se aproximou ao real, com desvio máximo de 0,04 °C.

O método proposto por Battaglia *et al* (2005) consiste em determinar as condições de contorno e/ou a condição inicial do que se deseja analisar. Com a finalidade de estimar o fluxo de calor, é necessário posicionar o termopar em uma região de alta sensibilidade, isto é, situar o termopar onde ocorra consideráveis mudanças de temperatura em função do calor aplicado. Este método apresenta bons resultados, desde que o posicionamento do termopar esteja bem situado.

Para o desenvolvimento deste trabalho, o método a ser utilizado se aproxima dos métodos propostos por Santos Coelho e Mariani (2006), visando o desenvolvimento de uma metodologia computacional capaz de resolver o problema inverso. Para o desenvolvimento experimental, o método a ser utilizado será próximo ao proposto por Battaglia *et al* (2005), visando a coleta dos dados experimentais.

## **2.1 Problema Inverso**

De acordo com Engl *et al* (1996), resolver um problema inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados. No entanto, Ozisk (2000) diz que para a resolução de tais problemas é necessário classificar os casos de acordo com a sua geometria e natureza do processo, que é definida em:

- Condução;
- Radiação;
- Convecção (natural ou forçada);
- Mudança de fase;
- Condução e convecção simultâneos;
- Condução e radiação simultâneos

Ademais dos critérios supracitados, Oziski (2000) reitera que para a escolha do método a ser aplicado, é necessário definir o parâmetro que se deseja prever. Os critérios são classificados em:

- Problema inverso de condição inicial;
- Propriedades termofísicas;
- Condições de contorno;
- Termo fonte;
- Características geométricas

Como explicitado anteriormente, este trabalho visa estimar o coeficiente de difusão de calor da macaúba usando dados coletados experimentalmente. Para isso a metodologia de resolução que será aplicado ao problema inverso, será a Evolução Diferencial (ED).

## 2.2 A Evolução Diferencial

A Evolução Diferencial consiste em uma vertente do método de algoritmo genético, definido assim por Price *et al* (2006). Assim como o algoritmo genético o método da evolução diferencial consiste em um método de otimização que visa encontrar um vetor de  $n$  variáveis de um projeto  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , que tem como principal objetivo otimizar uma função objetivo  $f(X)$ , onde  $X$  é um vetor de variáveis reais e  $T$  é representado pela transposição do vetor. Segundo Silva Oliveira (2007), o algoritmo possui três operadores principais, denominados de mutação, cruzamento e seleção.

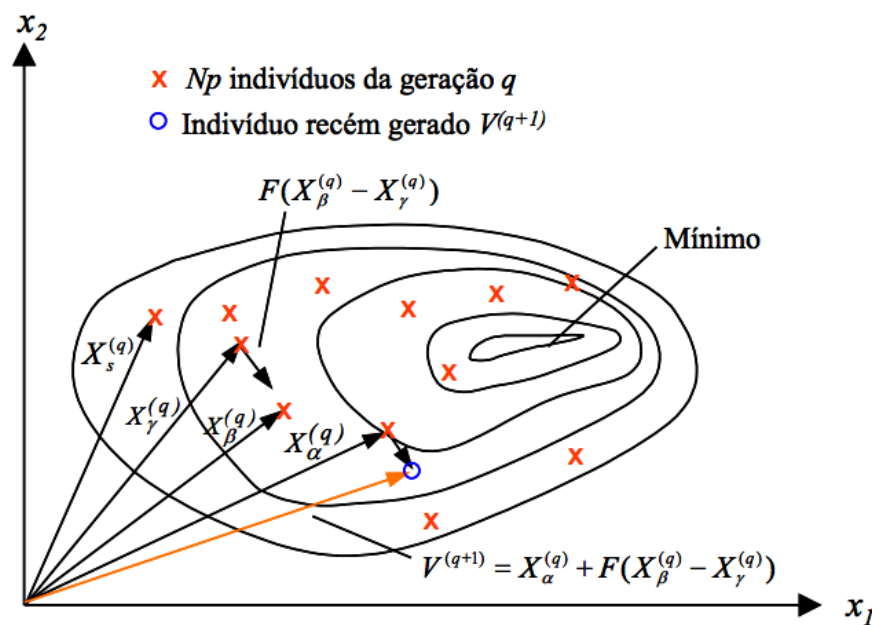
No entanto, antes que o algoritmo realize estes três operadores, é necessário definir algumas diretrizes para o adequado encaminhamento do algoritmo. Antes que a população possa ser inicializada, os limites superiores e inferiores para cada parâmetro devem ser especificados. Uma vez que os limites de inicialização foram especificados, um gerador de números aleatórios atribui cada parâmetro de cada vetor um valor dentro do intervalo prescrito, e então, têm-se a geração da população inicial ( $Np$ ) (PRICE *et al*, 2006).

Depois da geração da população inicial ( $Np$ ), têm-se a aplicação do primeiro operador que é denominado mutação. A mutação parte da ideia principal do método, onde deve-se gerar indivíduos denotados vetores modificados, pela adição da diferença ponderada entre dois indivíduos aleatórios da população inicial a um terceiro indivíduo. Por exemplo, sejam os vetores  $X_\alpha$ ,  $X_\beta$  e  $X_\gamma$  que são escolhidos aleatoriamente e distintos entre si. A partir da geração  $q$ , um par de vetores ( $X_\beta$ ,  $X_\gamma$ ) define a diferença  $X_\beta - X_\gamma$ , onde esta diferença é multiplicada por  $F > 0$  que é denominada de diferença ponderada, a qual é utilizada para a

perturbação do vetor  $X_\alpha$ . A diferença ponderada ( $F$ ) deve ser um número real e constante, que controla a amplitude dessa diferença. O vetor doador resultante deste processo é dado por:

$$V^{(q+1)} = X_\alpha^{(q)} + F(X_\beta^{(q)} - X_\gamma^{(q)}) \quad (1)$$

Onde os índices aleatórios  $\alpha, \beta, \gamma \in \{1, \dots, Np\}$  são inteiros e distintos entre si.  $Np$  representa o número de indivíduos da população, o qual deve atender a seguinte condição  $Np \geq 4$ , uma vez que existam apenas três vetores aleatórios. A Figura 1 ilustra o exemplo da geração do vetor doador ( $V^{(q+1)}$ ).



**Figura 1: Processo de geração do vetor doador**  
**FONTE: SILVA OLIVEIRA , 2007**

O segundo operador, denominado de cruzamento, têm como função aumentar a diversidade dos indivíduos que sofreram mutação, ou seja, o vetor experimental  $U^{(q+1)}$  é dado por:

$$u_i^{(q+1)} = \begin{cases} v_i^{(q+1)} \rightarrow se & r_i \leq CR \\ x_{d,i}^{(q)} \rightarrow se & r_i > CR, i = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (2)$$

Onde  $r_i$  é um número gerado aleatoriamente que possui seu resultado compreendido entre o intervalo  $[0,1]$ ,  $x_{d,i}$  são as componentes do vetor alvo e  $CR$  é a probabilidade do cruzamento ocorrer. Então, caso  $CR$  seja equivalente a 1 (cem por cento), todas as componentes do vetor experimental virão do doador ( $V^{(q+1)}$ ), no entanto, caso a condição  $r_i > CR$  seja atendida, todas as componentes do vetor experimental virão do vetor alvo ( $X_d^{(q)}$ ).

Para os casos de transferência de calor, Santos Coelho e Mariani (2006) sugerem o emprego do valor da probabilidade de ocorrência de recombinação,  $CR$ , equivalente a 0,8. Isso significa que 80% das informações do vetor experimental são provenientes do vetor mutante e 20% provém do vetor alvo. Após a conclusão do segundo operador, têm-se a inicialização do terceiro e último operador, a seleção.

A seleção, consiste na produção de melhores filhos, definido assim por Silva Oliveira (2007). A Evolução Diferencial não utiliza de hierarquias ou seleção proporcional, ou seja, se o custo do vetor alvo for menor que o custo do vetor experimental, o vetor alvo pode avançar para a próxima geração. Resumidamente:

$$\begin{aligned} \text{se } f(U^{(q+1)}) \leq f(X_d^{(q+1)}) &\rightarrow U^{(q+1)} \text{ senão,} \\ f(U^{(q+1)}) > f(X_d^{(q+1)}) &\rightarrow X_d^q \end{aligned} \quad (3)$$

Então, caso a primeira condição seja verdadeira,  $X_d^{(q+1)}$  será substituído por  $U^{(q+1)}$ , caso contrário, será substituído por  $X_d^q$ . Para a finalização do último operador, é necessário estabelecer algum critério de parada.

Para a resolução de problemas inversos a partir do método de Evolução Diferencial, é necessário que sejam adotados alguns tipos de estratégia, a fim de garantir o sucesso do método. Segundo Silva Oliveira (2007), as estratégias adotadas podem ser escritas no formato: ED/a/b/c, onde:

- a. Especifica o vetor que será perturbado, com nomenclatura “*rand*” ou “*best*” (depende se, respectivamente, o vetor escolhido for o aleatório ou de menor custo da população);
- b. Determina o número de diferenças ponderadas que será usado para perturbar o vetor supracitado;
- c. Denota se o cruzamento será exponencial (*exp*) ou binomial (*bin*).

Na tabela a seguir, podemos ver alguns tipos de estratégia propostas por Silva Oliveira (2007), no emprego do método de Evolução Diferencial.

Tabela 1: Modelos de estratégia usadas no método de ED

Número	Mutação	Notação
1	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/rand/1/bin
2	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/best/1/bin
3	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F(X_{\lambda}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)} + X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand/2/bin
4	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F(X_{\alpha}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)} + X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/best/2/bin
5	$V^{(q+1)} = X_{old}^{(q)} + F(X_{best}^{(q)} - X_{old}^{(q)} + X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand-to-best/2/bin
6	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/rand/1/exp
7	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/best/1/exp
8	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F(X_{\lambda}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)} + X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand/2/exp
9	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F(X_{\alpha}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)} + X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/best/2/exp
10	$V^{(q+1)} = X_{old}^{(q)} + F(X_{best}^{(q)} - X_{old}^{(q)} + X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand-to-best/2/exp

FONTE: SILVA OLIVEIRA (2007)

Observando a tabela acima é possível esclarecer algumas estratégias passíveis de utilização, por exemplo, no caso 1 temos a soma de um vetor aleatório (*rand*) junto a diferença ponderada de outros dois vetores, ou seja, ED/*rand*/1/*bin*. Já no caso 4, por exemplo, a estratégia adotada é a soma do melhor vetor ( $X_{best}$ ) somada a diferença ponderada de outros 4 vetores.

Mesmo que uma estratégia adotada para um problema seja de ótima solução, a mesma pode não funcionar tão bem se aplicada a outro problema. Isto posto, a estratégia a ser adotada por um problema deve ser determinada por tentativa e erro (Silva Oliveira, 2007).

Segundo Santos Coelho e Mariani (2006), para o problema de transferência de calor, onde deseja-se descobrir o valor da difusividade térmica ( $\alpha$ ), a função objetivo a ser adotada para o método de Evolução Diferencial pode ser representada por:

$$f = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{nl} (T_k(\alpha) - T_{exp,k})^2 \quad (4)$$

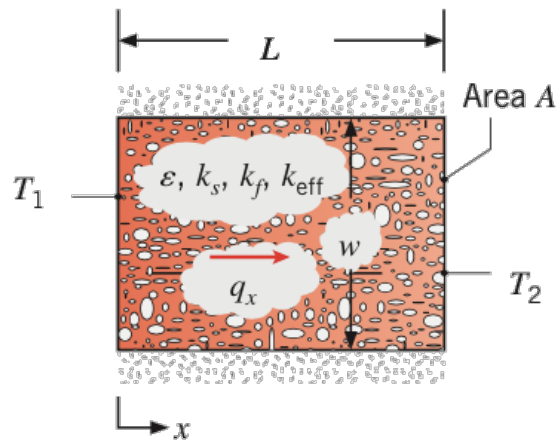
Onde  $T_{exp}$  é a temperatura obtida experimentalmente no centro da biomassa, o índice  $k$  representa o intervalo de tempo demandado para a coleta de cada valor de temperatura e  $\alpha$  é a difusividade térmica da biomassa. Para um problema inverso onde deseja-se descobrir a difusividade térmica de uma biomassa, o vetor temperatura a ser otimizado será calculado numericamente de forma direta.

Para a resolução do problema inverso, é necessário ter um método de resolução do problema direto, pois como o método ED é iterativo, é preciso que se resolva o problema direto diversas vezes. Então, para a resolução do problema inverso, é necessário o

desenvolvimento de um método numérico capaz de resolver o problema de transferência de calor.

### 2.3 A transferência de calor

Em muitas aplicações a transferência de calor ocorre em meios porosos, que são combinações de um sólido e um fluido. Quando o fluido é um gás ou um líquido e preenche completamente o meio poroso, diz-se que este está saturado. No entanto, se há um preenchimento parcial ou incompleto, diz-se que é um meio poroso não-saturado. Biomassas, em geral, são consideradas meios porosos. (INCROPERA, 2010).

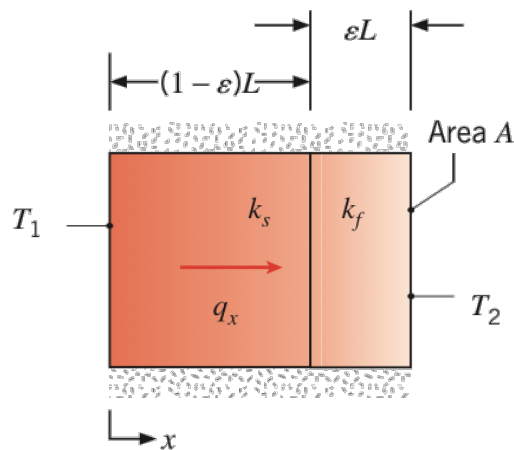


**Figura 2: Exemplo de meio poroso**  
**FONTE: INCOPERA (2010)**

Então, considerando um meio poroso saturado que é submetido a temperaturas  $T_1$  em  $x = 0$  e  $T_2$  em  $x = L$ , onde  $T_1 > T_2$ , e, após as condições de estado estacionário estarem estabelecidas, a taxa de calor pode ser expressa por:

$$q_x = \frac{k_{eff} A}{L} (T_1 - T_2) \quad (5)$$

Onde  $k_{eff}$  é definida como a condutividade térmica eficaz. Apesar da complexidade da situação, Incropera (2010) define que o valor da condutividade térmica efetiva pode ser encadeado como paredes compostas.



**Figura 3: Divisão da difusividade em paredes compostas**  
**FONTE: INCROPERA (2010)**

Onde a relação  $k_s > k_f$  deve prevalecer, pois  $k_s$  representa a condutividade térmica da parte sólida e  $k_f$  representa a condutividade térmica do fluido presente na porosidade do material. Então temos que, para o conjunto de paredes compostas, a taxa de calor é expressa por:

$$q_x = \frac{A\Delta T}{(1-\varepsilon)/k_s + \varepsilon/k_f} \quad (6)$$

Então, combinando as equações (5) e (6), temos que a condutividade térmica efetiva para um meio poroso é dada por:

$$k_{eff} = \varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s \quad (7)$$

No entanto, para problemas reais de transferência de calor, a complexidade da matriz porosa dificulta a definição das condições de contorno. Isto posto, este presente trabalho considerará a biomassa em estudo como um meio contínuo e maciço, isto é, sem levar em conta sua porosidade no desenvolvimento dos cálculos.

Desta forma, soluções práticas podem ser obtidas através de técnicas numéricas, tais como: O Método das Diferenças Finitas (MDF), o Método de Volume Finito (MVF) e/ou do Método dos Elementos Finitos (MEF), uma vez que os fluxos de fluido são regidos por um conjunto de equações diferenciais parciais não-lineares (Silva e Moura, 2004).

A equação (8) modela a difusão de calor 2D permanente sem geração de energia:

$$\nabla \cdot (k\nabla T) = 0 \quad (8)$$

A equação (8) acima descrita, é comumente utilizada na área de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) para resolução de problemas de transferência de calor. O MEF



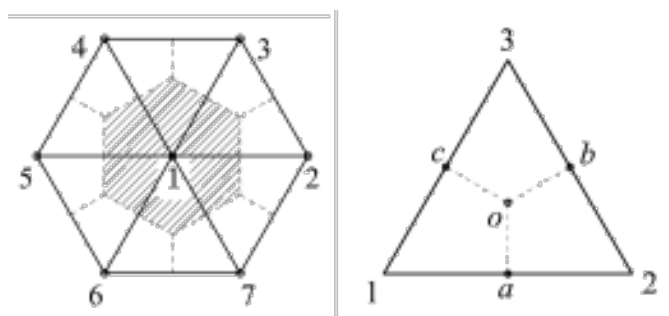
constitui uma ferramenta importante para simular situações complicadas de escoamentos de fluidos, devido à sua versatilidade para discretizar geometria complexa. Já o método dos elementos de controle de volume finito ou *control volume finite element method* (CVFEM) combina as principais características dos métodos de elementos finitos e o método de volumes finitos.

## 2.4 Método dos Elementos de Controle de Volume Finito ou CVFEM

O CVFEM foi apresentado por Baliga e Patankar (1983) usando elementos finitos triangulares lineares e por Raw e Schneider (1986), utilizando elementos quadrilaterais lineares.

Segundo Baliga e Patankar (1983), o CVFEM tem como ideia principal dividir o domínio/área de geometria complexa em sub-regiões de geometria simples com condições de contorno. Ou seja, o CVFEM combina a flexibilidade dos métodos de elementos finitos para discretizar geometria complexa com a formulação conservadora dos métodos de volume finito em que as variáveis têm uma fácil interpretação física em termos de fluxos, forças e fontes.

Para a resolução do problema, o método exige a criação de uma malha para uma representação discreta do domínio geométrico no qual o problema é resolvido. Neste trabalho será utilizado malhas não-estruturadas, construídas com base em elementos triangulares de três nós, conforme a figura a seguir.



**Figura 4 - Formação dos elementos por triangulação geral**  
**FONTE: MALISKA, 2004**

Na figura acima pode-se notar a existência de outros 2 volumes de controle, A e B, os quais são gerados a partir da ligação de pontos localizados no baricentro dos elementos aos pontos médios das faces dos triângulos. Os sub-volumes de controle A e B compartilham de um mesmo nó, onde as variáveis dependentes são armazenadas, ou seja, a forma como estes

sub-volumes de controle são gerados nos permitem inferir que os pontos nodais são entes geométricos representativos dos volumes finitos

#### 2.4.1 Cálculo das variáveis por interpolação

Após definida a malha para a aplicação do método, é necessário realizar a interpolação sobre a malha de elementos finitos. As funções de interpolação ( $\phi$ ) são, geralmente, apresentadas em função de um sistema de coordenadas local (x,y).

Para a obtenção dos valores de  $\phi$ , Maliska (2004) sugere uma interpolação linear que pode ser descrita como:

$$\phi = AX + BY + C \quad (9)$$

A determinação das constantes da equação serão dados a partir dos parâmetros geométricos e os valores de  $\phi$  nos três pontos nodais do triângulo:

$$A^L = [Y_{23}\phi_1 + Y_{31}\phi_2 + Y_{12}\phi_3] / D^L \quad (10)$$

$$B^L = [X_{32}\phi_1 + X_{13}\phi_2 + X_{21}\phi_3] / D^L \quad (11)$$

$$C^L = [(X_2Y_3 - X_3Y_2)\phi_1 + (X_3Y_1 - X_1Y_3)\phi_2 + (X_1Y_2 - X_2Y_1)\phi_3] / D^L \quad (12)$$

$$D^L = X_2Y_3 - X_3Y_2 + X_3Y_1 - X_1Y_3 + X_1Y_2 - X_2Y_1 \quad (13)$$

Onde:  $Y_{ij} = Y_i - Y_j$  e  $X_{ij} = X_i - X_j$

Dito isso, as derivadas de  $\phi$  são dadas por:

$$\frac{\partial \phi_L}{\partial X} = A^L \quad (14)$$

$$\frac{\partial \phi_L}{\partial Y} = B^L \quad (15)$$

#### 2.4.2 Integração da equação de difusão permanente utilizando o CVFEM

Será utilizado o teorema da divergência de Gauss para a transformação da integral de volume para a superfície:

$$\int_{\delta V} \nabla \cdot (k \nabla T) dV = \oint_{\delta V} k \nabla T \cdot n dA \quad (16)$$

A equação acima representa a integração da equação de difusão. Onde o vetor normal a superfície de controle é dado como:

$$nA = y_{oa}i - x_{oa}j \quad (17)$$

Como citado anteriormente, para a realização do CVFEM, os cálculos serão baseados nos elementos finitos e as integrais sobre os elementos serão representadas por matrizes locais. Para a obtenção da matriz global, sem afetar o princípio de conservação, pode-se realizar a integração sobre domínio inteiro, a qual é representada por uma matriz denominada global que é constituída pela soma das contribuições de cada matriz local. Ou seja, quando a contribuição de todos os elementos for contabilizada a contribuição de todos os volumes de controle também terão sido feitas. Então:

$$\oint_{\delta A} k \nabla T \cdot n dA = \int_a^o k \nabla T \cdot n dA + \int_o^c k \nabla T \cdot n dA + \left( \begin{array}{l} \text{contribuição de outros elementos} \\ \text{associados ao no } i \\ \text{+condições de contorno, se aplicável} \end{array} \right) \quad (18)$$

Realizando o produto escalar das equações  $\nabla T = \frac{\partial T}{\partial x}i + \frac{\partial T}{\partial y}j$  com  $nA = y_{oa}i - x_{oa}j$ :

$$\int_a^o k \nabla T \cdot n dA \cong k \frac{\partial T}{\partial x} y_{oa} - k \frac{\partial T}{\partial y} x_{oa} \quad (19)$$

Levando em consideração as equações (14) e (15), temos que:

$$\int_a^o k \nabla T \cdot n dA \cong kA^L y_{oa} - kB^L x_{oa} \quad (20)$$

Substituindo os valores de  $A^L$  e  $B^L$ , equação (18) respectivamente, encontra-se:

$$\int_a^o k \nabla T \cdot n dA \cong \frac{k}{D^L} (y_{ao}y_{32} - x_{ao}x_{23})T_1 + \frac{k}{D^L} (y_{ao}y_{13} - x_{ao}x_{31})T_2 + \frac{k}{D^L} (y_{ao}y_{21} - x_{ao}x_{12})T_3 \quad (21)$$

Ao integrar o fluxo total, de maneira similar, através da superfície  $o-c$  teremos:

$$\int_o^c k \nabla T \cdot ndA \cong \frac{k}{D^L} (y_{co} y_{32} - x_{co} x_{23}) T_1 + \frac{k}{D^L} (y_{co} y_{13} - x_{co} x_{31}) T_2 + \frac{k}{D^L} (y_{co} y_{21} - x_{co} x_{12}) T_3 \quad (22)$$

Considerando o volume centrado em 1, somando as equações (21) e (22) e reagrupando os termos, é possível expressar o fluxo combinado de difusão em função dos valores nodais. Desta maneira temos:

$$\int_a^o k \nabla T \cdot ndA + \int_o^c k \nabla T \cdot ndA \cong D_{11} T_1 + D_{12} T_2 + D_{13} T_3 \quad (23)$$

Considerando o volume centrado em 2:

$$\int_b^o k \nabla T \cdot ndA + \int_o^a k \nabla T \cdot ndA \cong D_{21} T_1 + D_{22} T_2 + D_{23} T_3 \quad (24)$$

E considerando o volume centrado em 3:

$$\int_c^o k \nabla T \cdot ndA + \int_o^b k \nabla T \cdot ndA \cong D_{31} T_1 + D_{32} T_2 + D_{33} T_3 \quad (25)$$

A partir da obtenção de cada  $D_{ij}$ , é possível montar a matriz dos coeficientes globais “A”. Com isso será obtido um sistema de equações derivado na forma:  $AT=B$ , onde “A” é a matriz dos coeficientes e “B” o vetor dos termos independentes. Ao fornecer as temperaturas nas posições dos nós da malha, pode-se obter a solução do sistema algébrico.

Considerando o exposto, têm-se que cada equação integral sobre um volume de controle  $\delta V_i$  está associada a uma equação algébrica da seguinte forma:

$$\int_{\delta V_i} \nabla \cdot (k \nabla T) dV \approx a_i T_i + \sum_{nb} a_{nb} T_{nb} - b_i = 0 \quad (26)$$

Onde o termo “i” está associado ao nó do volume de controle e “nb” está associado aos nós vizinhos “i”.

Para o desenvolvimento deste trabalho será considerado a análise da equação de energia transiente do tipo difusão. A equação transiente de transferência de calor de conservação da energia pode ser escrita como:

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{k}{c_p} \nabla T \right) \quad (27)$$

Se considerarmos somente o termo transiente da equação que é dado por  $\rho \frac{\partial T}{\partial t}$ , temos que a integração deste termo pode ser aproximada como:

$$\int_{\delta V_i} \rho \frac{\partial T}{\partial t} dV \approx \rho \delta V_i \frac{T - T^0}{\Delta t} \quad (28)$$

Onde  $T$  representa a temperatura no tempo futuro e o termo  $T^0$  a temperatura no instante atual. Para a aproximação da equação de conservação da energia, existem duas formas, implícita e explícita, como podem ser vistas pelas equações:

Forma implícita:

$$\rho \delta V_i \frac{T_i - T_i^0}{\Delta t} = a_i T_i + \sum_{nb} a_{nb} T_{nb} - b_i \quad (29)$$

Forma explícita:

$$\rho \delta V_i \frac{T_i - T_i^0}{\Delta t} = a_i T_i^0 + \sum_{nb} a_{nb} T_{nb}^0 - b_i \quad (30)$$

A diferença das duas formas é que na forma explícita as equações algébricas não precisam ser resolvidas, uma vez que é possível isolar as a temperaturas  $T_i$  das equações algébricas que, conseqüentemente, deve reduzir o esforço computacional. No entanto, neste caso, existe um limite para o tamanho do passo de tempo  $\Delta t$ , pois altos valores podem provocar instabilidades que podem impedir à obtenção dos  $T_i$ .

Já na forma implícita não é possível isolar os  $T_i$  das equações algébricas, fazendo com que se torne necessário resolver o sistema de equações para cada passo de tempo. Diferentemente da forma explícita, altos valores de  $\Delta t$  não provocaram instabilidades que impeçam a obtenção dos campos de  $T_i$ . Tal estabilidade torna este método vantajoso, sendo este o escolhido para a solução do problema, inicialmente proposto, para este trabalho.

## 2.5 Fluxo de calor em meio esférico

Segundo Çengel (2009), a temperatura dos corpos, em geral, varia com o tempo e com o espaço. Para este trabalho será considerado o estudo bi dimensional, ou seja, a variação de temperatura será expressa como  $T(x, y, t)$ , onde  $(x, y)$  representa a variação de temperatura no eixo das abcissas e ordenadas, e,  $t$  indica a variação com o tempo.

A taxa de calor é dada pela lei de Fourier, a qual estabelece uma relação entre o fluxo de calor e o gradiente de temperatura do objeto de análise, levando em conta a condutividade térmica do material analisado (SILVEIRA, 2012). A condutividade térmica ( $k$ ) é definida como as características térmicas do material em análise. O equação da taxa de calor ( $\dot{Q}$ ) é dada por:

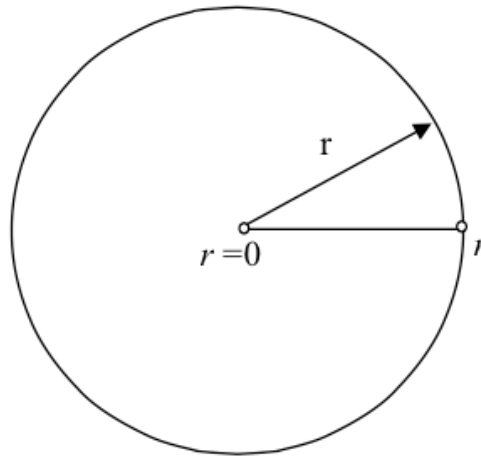
$$\dot{Q} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad (31)$$

Resumidamente a condutividade térmica ( $k$ ) apresentada acima é identificada como uma propriedade de transporte. As propriedades que definem o equilíbrio do sistema são definidas como propriedades termodinâmicas. Dentre as propriedades termodinâmicas temos temperatura, volume específico, massa específica ( $\rho$ ) e calor específico ( $c_p$ )

A partir daí é possível introduzir o termo de difusividade térmica, que é dado por  $\alpha$ . A difusividade térmica ( $\alpha$ ) é basicamente a razão entre a capacidade de conduzir calor sobre a capacidade de armazenamento de energia térmica. Então temos que:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (32)$$

A difusividade térmica ( $\alpha$ ) representa a velocidade que o calor se difunde pelo material, com relação as alterações de temperaturas do meio em que o material está inserido. Para a determinação da distribuição de calor, primeiramente o domínio será aproximado de uma esfera e em seguida, será aproximado a uma calota.



**Figura 5: Círculo de raio  $r$**

Para a determinação da distribuição de calor transiente em uma esfera bidimensional sem geração de energia, Çengel (2009) afirma que a formulação de tal problema resulta em uma equação diferencial parcial, dada pela equação geral para qualquer sistemas de coordenadas:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (33)$$

Onde o laplaciano de temperatura é dado em coordenadas cilíndricas por:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (34)$$

No entanto, se for considerado um semicírculo com simetria axial e o rotacionarmos em torno de seu eixo axissimétrico ( $\theta$ ), será obtido uma área de revolução correspondente a de uma esfera bidimensional. Então temos que a equação de distribuição de calor é dada por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (35)$$

Onde as condições inicial e de contorno são dadas por:

Condições de contorno: 
$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial r} = 0 \text{ e } -k \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = h[T(r,t) - T_\infty] \quad (36)$$

Condição inicial: 
$$T(r,0) = T_\infty \quad (37)$$

Substituindo as condições de contorno na equação diferencial parcial e adimensionalizando o problema, temos que a solução analítica do problema de condução de calor transiente para uma esfera é dado por séries infinitas:

$$\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} + A_2 e^{-\lambda_2^2 \tau} + A_3 e^{-\lambda_3^2 \tau} + A_4 e^{-\lambda_4^2 \tau} + A_5 e^{-\lambda_5^2 \tau} + \dots \quad (38)$$

Onde  $\lambda_i$  é obtido do número de Biot:

$$1 - \lambda_i \cot(\lambda_i) = Biot \quad (39)$$

$$A_i = \frac{4[\text{sen}(\lambda_i) - \lambda_i \cos(\lambda_i)]}{2\lambda_i - \text{sen}(2\lambda_i)} \quad (40)$$

Já  $\tau$  é o tempo adimensional ou número de Fourier.

Para que a resolução de forma analítica seja possível deste problema as propriedades do meio devem ser constantes. Para este trabalho, optou-se por considerar as propriedades do meio como variáveis, com isso, resolver o problema de forma analítica se torna inviável. Para tal, foi decidido resolver o problema de forma numérica levando, assim, em conta o problema de forma transiente.

De acordo com Çengel (2009), para a resolução de um problema de forma numérica, pode-se implementar métodos com o auxílio de computadores, apoiando-se em um método numérico que possua soluções aproximadas, suficientemente precisas. A resolução de forma numérica, se baseia na substituição da equação diferencial pelo conjunto de  $n$  equações algébricas para temperaturas desconhecidas em  $n$  pontos selecionados no meio.



## 2.6 Convecção natural em meio esférico

A transferência de calor por convecção natural em uma superfície depende da geometria da superfície e de sua orientação, bem como da variação da temperatura na superfície e das propriedades térmicas do fluido envolvido. Autores como Çengel (2009), Incropera (2010), Kreith (2011), afirmam que, por meio de correlações empíricas simples é possível se obter o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), através do número de Nusselt ( $Nu$ ), de forma que:

$$Nu = \frac{h}{k} D \equiv C Ra_L^n \quad (41)$$

Onde  $Nu$  representa o coeficiente convectivo adimensionalizado,  $k$  é o coeficiente de condutividade térmica do fluido,  $D$  é o valor do diâmetro da esfera,  $C$  é um coeficiente constante que têm seu valor atrelado à geometria da superfície e  $Ra_L^n$  é o número de Rayleigh. O número de Rayleigh é definido, pelos autores acima supracitados, como o produto do número de Grashof ( $Gr$ ) e o número de Prandtl ( $Pr$ ). O número de Grashof descreve a relação entre a flutuação e a viscosidade dentro do fluido e o número de Prandtl descreve a relação entre a difusividade térmica e a difusividade da quantidade de movimento. Então temos que o número de Rayleigh ( $Ra_L^n$ ) pode ser descrito como:

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu^2} Pr \quad (42)$$

Onde  $g$  é a gravidade,  $\beta$  é o coeficiente de expansão volumétrica,  $T_s$  é a temperatura na superfície da biomassa,  $T_\infty$  é a temperatura ambiente e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido. Isto posto, Çengel (2009), Incropera (2010) e Kreith (2011) afirmam que, o número de Nusselt ( $Nu$ ) para uma esfera é dado por:

$$Nu = 2 + \frac{0,589 Ra_D^{1/4}}{[1 + (0,469 / Pr)^{9/16}]^{4/9}} \quad (43)$$

### 3. METODOLOGIA

Para a validação do código será, primeiramente, resolvido o problema direto de forma analítica, isto é, será obtido a curva de aquecimento térmico de uma biomassa caso teste proposta por Çengel (2009). Após a resolução analítica do problema, será desenvolvido uma resolução numérica, utilizando o método de volumes de controle baseado em elementos ou CVFEM.

Uma vez que o método de Evolução Diferencial se trata de um método iterativo, é necessário possuir um método de solução numérica que resolva o problema de transferência de calor de forma direta, então, após testado a convergência do CVFEM, será desenvolvido o código do problema inverso, que visa obter a difusividade térmica de um elemento. Para validação do código será utilizada como caso teste a biomassa proposta por Çengel (2009), depois de comprovado a aplicabilidade do método utilizado, a mesma metodologia de resolução será adotada, aplicando-se para o fruto da macaúba com suas devidas condições de contorno.

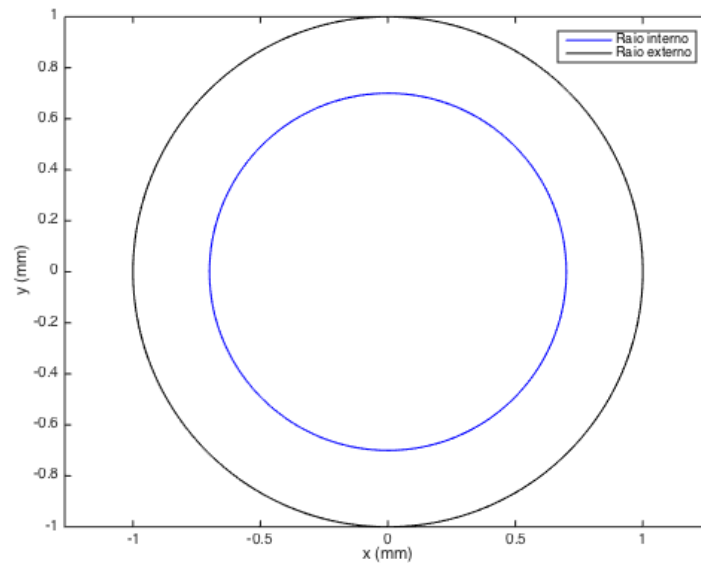
#### 3.1 Metodologia de Cálculo Numérico

O cálculo numérico deste trabalho está baseado, basicamente, em três etapas de solução: Pré-processamento, Processamento e Pós-processamento. A etapa de pré-processamento dos dados corresponde na definição do domínio a ser discretizado e das condições iniciais e de contorno. O processamento de solução corresponde a montagem da estrutura de solução do problema e a obtenção dos resultados. O pós-processamento dos resultados, consiste basicamente na visualização e análise dos resultados obtidos.

Algumas partes do código utilizado na discretização e solução do problema direto de transferência faz parte de uma versão adaptada do código, desenvolvido por Cunha (2016). O código para resolução do problema inverso foi desenvolvido pelo autor deste trabalho. Para a realização deste trabalho foi utilizado um processador de 1,4 GHz Intel Core i5 com memória RAM de 8GB de 1600 MHz DDR3 e sistema operacional OS X YOSEMITE.

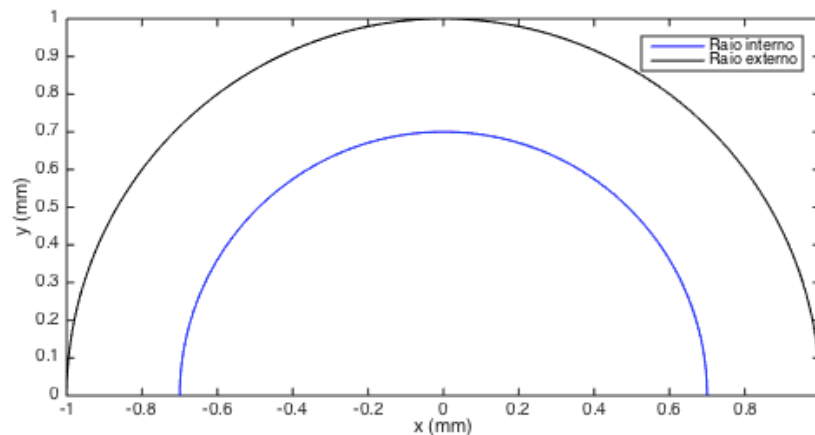
##### 3.1.1 Modelagem da Geometria

Para a realização do cálculo numérico, será adotado um problema que possui geometria similar a geometria real do problema da macaúba. Então têm-se que o domínio pode ser aproximado pela seguinte figura:



**Figura 6: Domínio da biomassa**

Onde o corpo da biomassa está representada pelo domínio composto entre os dois círculos ou calota. No entanto, para a resolução do problema, será adotada a seguinte geometria:



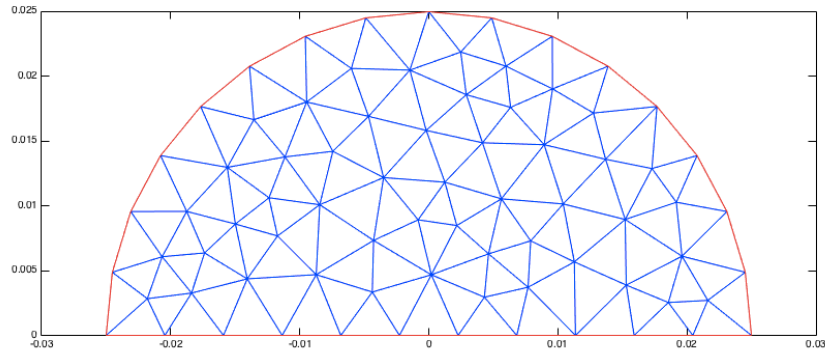
**Figura 7: Semicírculo de uma biomassa circular**

A calota pode ser aproximada por um semicírculo devido a axissimetria existente no problema, a qual já foi explicada anteriormente (Seção 2.5). O eixo de axissimetria do problema é dado pelo eixo das abcissas da figura acima. No interior do semicírculo interno foi considerado que o preenchimento se dá por ar estagnado a uma temperatura média de  $45^{\circ}\text{C}$ .

### 3.1.2 Modelagem da malha

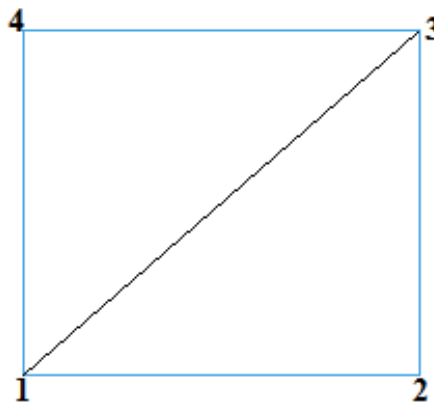
Para a realização do método numérico de solução, o método escolhido foi o método de volumes de controle baseado em elementos ou CVFEM. Como citado no capítulo 3 deste

trabalho, este método consiste na discretização do domínio em elementos, o qual pode ser visualizado na figura a seguir.



**Figura 8: Exemplo de malha de elementos triangulares**

A imagem acima consiste na malha computacional empregada nesse estudo, a qual foi realizada a partir da ferramenta *pdeTool* que pode ser acessada no software Matlab. Extraindo da malha acima dois elementos triangulares, é possível obter a seguinte configuração.



**Figura 9: Extração de dois elementos da malha triangular**

A partir da malha de elementos finitos, acima ilustrada, temos que a matriz de cada nó será:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Onde a primeira linha da matriz representa a coordenada x de cada nó, a segunda linha representa a coordenada y de cada nó, e, a última linha representa a numeração de cada nó.

Para a matriz de segmentos, temos a seguinte configuração:

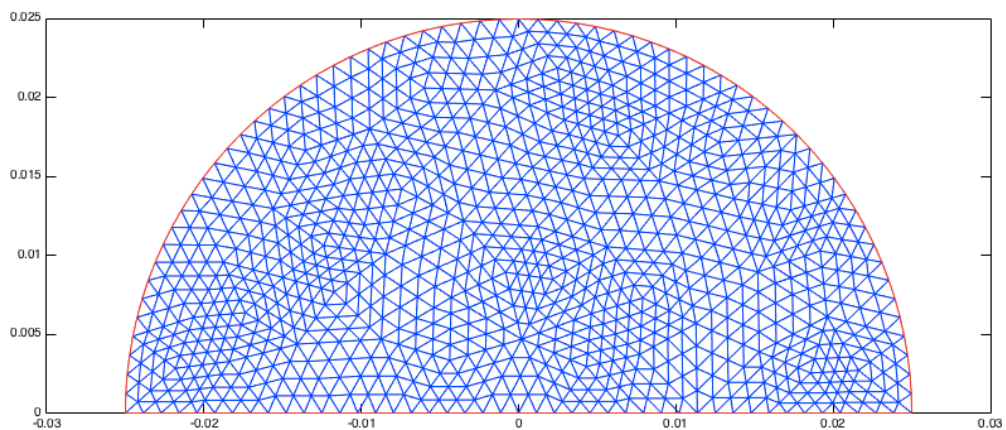
$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Onde a primeira linha da matriz representa o primeiro nó de cada segmento, a segunda linha representa o segundo nó de cada segmento, e assim como na matriz anterior, a última linha representa a numeração de cada nó. Por fim, para a representação da malha triangular, teremos a seguinte matriz:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Onde a primeira coluna representa as coordenadas dos nós do primeiro elemento finito triangular, e a segunda linha representa as coordenadas dos nós do segundo elemento finito triangular.

Visando a redução do erro de discretização que, segundo Çengel (2009), é causado pelas aproximações utilizadas na formulação do método numérico, será testado três tipos malha (grossa, média e fina).



**Figura 10 - Exemplo de malha fina**

### 3.2 Evolução Diferencial

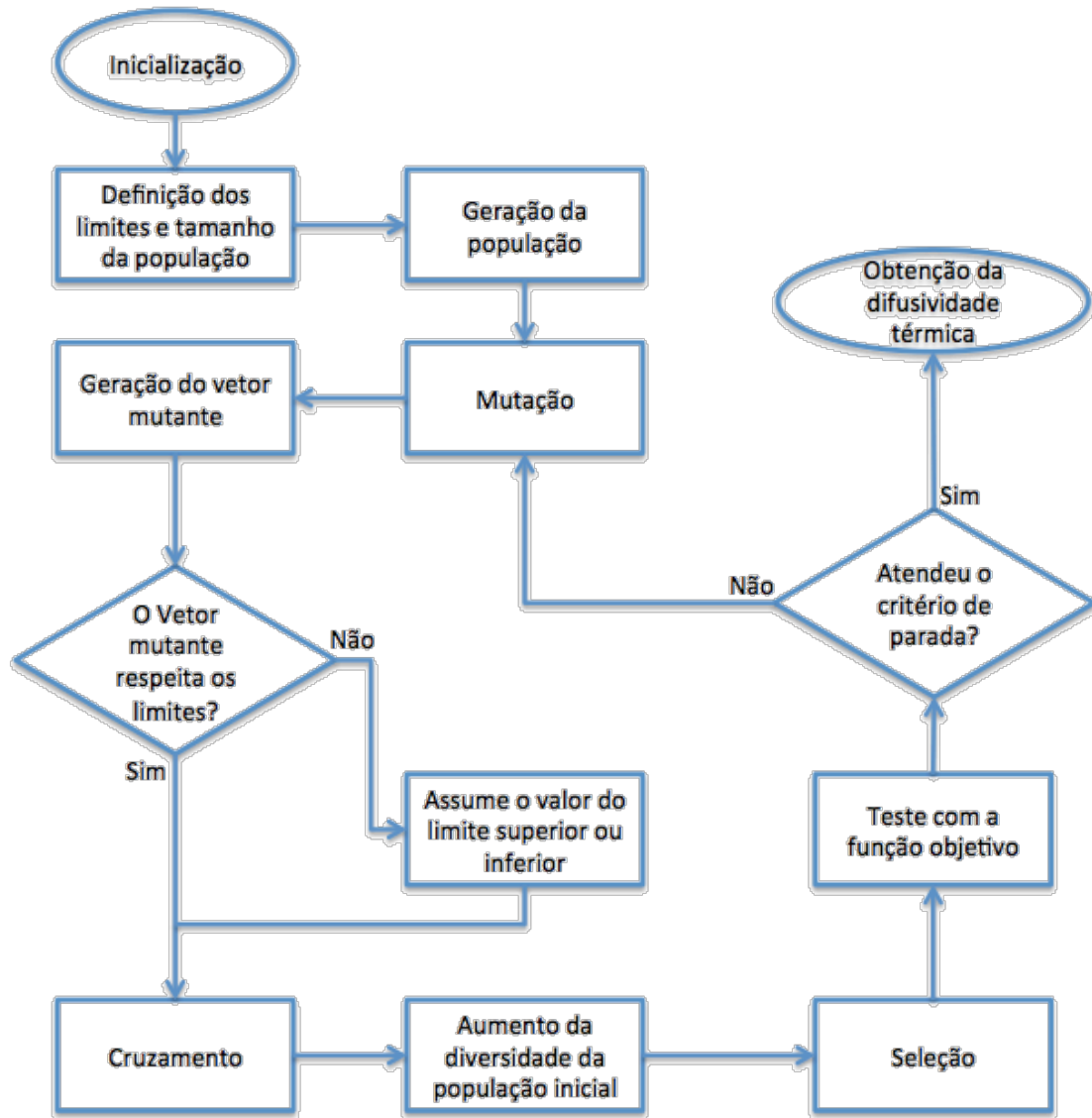


Figura 11: Fluxograma de funcionamento da Evolução Diferencial

O fluxograma acima, ilustra o algoritmo utilizado para a resolução do problema inverso por meio da Evolução Diferencial. O programa tem início com a determinação do tamanho da população ( $N_p$ ) e dos parâmetros ( $N$ ) utilizados, condutividade térmica ( $k$ ), densidade ( $\rho$ ) e calor específico ( $c_p$ ). A bibliografia adotada como base para o desenvolvimento do código sugere que seja utilizado uma população inicial  $N_p = 10$ . Após a definição dos critérios acima, o programa deve criar uma população aleatória utilizando a seguinte equação, proposta por Price *et al* (2006):

```

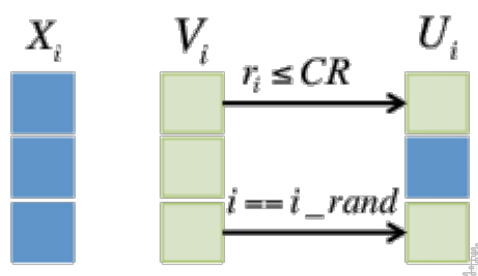
for i = 1:N
  for j = 1:Np
    X(i,j) = X_min(i) + rand()*(X_max(i) - X_min(i));
  end
end
end

```

Em seguida tem-se o início da mutação, que corresponde à criação do vetor mutante ( $V_{i,j}$ ), o qual é composto pela soma do vetor base adicionado da diferença de outros dois vetores aleatórios, distintos do vetor base, multiplicado pelo fator de mutação ( $F$ ). O valor do fator de mutação é um número adimensional que varia entre 1 e 2, e para problemas de transferência de calor, Santos Coelho e Mariani (2006) sugere o uso do fator de mutação  $F = 1.5$ . Após realizada a mutação, é necessário verificar se os vetores mutantes estão dentro dos limites inferiores ( $X_{\min}$ ) e superiores ( $X_{\max}$ ). PRICE *et al* (2006) sugere que, caso os vetores mutantes estejam fora dos limites, eles devem assumir os próprios valores dos limites:

```
for i = 1:N
    for j = 1:Np
        if V(i,j) > X_max(i)
            V(i,j) = X_max(i);
        end
        if V(i,j) < X_min(i)
            V(i,j) = X_min(i);
        end
    end
end
end
```

Logo após a realização da mutação, ocorre o cruzamento (CR), que tem como principal objetivo aumentar a diversidade da população. O valor da taxa de cruzamento de variar de 0 a 1, onde o valor proposto por Santos Coelho e Mariani (2006) é de  $CR = 0.8$ . Ou seja, ao assumir o valor de  $CR = 0.8$  têm-se que 80% das informações dos vetores serão provenientes dos vetores mutantes e 20% provenientes dos vetores população inicial. A imagem a seguir ilustra o funcionamento da etapa de cruzamento com  $CR = 0.8$ .



**Figura 12: Exemplo de Cruzamento**

Depois de realizado o cruzamento tem-se a seleção, que consiste na escolha dos melhores vetores, isto é, os vetores que mais se aproximam do mínimo da função objetivo, a qual foi apresentada na equação (4). Na função objetivo, temos que a temperatura  $T_k(\alpha)$  é calculada numericamente no centro do endocarpo da macaúba utilizando o método de volumes de controle baseado em elementos, utilizando dos valores de difusividade térmica ( $\alpha$

) gerados pelo processo de Evolução Diferencial. Se o critério de parada não for atendido, isto é, caso  $f > 10^{-4}$ , então o programa retorna para a geração de outro vetor mutante e realiza todos os passos supracitados, até que a condição  $f > 10^{-4}$  seja falsa.

### 3.3 Materiais

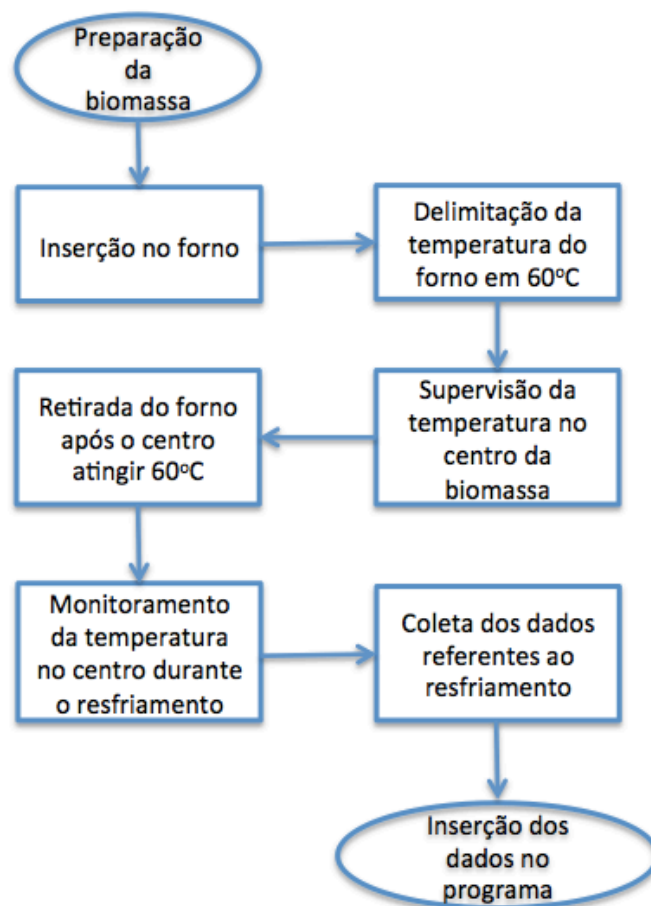
Para a realização do experimento foram necessários os seguintes tipos de materiais:

- 7 amostras do endocarpo da macaúba;
- 3 termopares com lâmina adesiva tipo K de dimensões 10mm x 10mm;
- 5 termopares de PFA tipo K;
- 2 multímetros modelo MINIPA ET – 1100A
- 1 estufa Quimis microprocessada em regulação Modelo: Q317M-22;
- 1 fita isolante Scotch 33+ Antichama 3M 19mm x 20m;
- 1 balança de precisão digital Ohaus Adventurer 210g x 0,0001g
- 1 furadeira de impacto Bosch GSB 16 RE 750 W;
- 1 kg de arame galvanizado 2,76mm BWG 12;
- 1 paquímetro universal digital 150mm PD150 Vonder

### 3.4 Metodologia Experimental

Para a determinação da difusividade térmica da macaúba por meio do cálculo inverso, o experimento seguirá o seguinte fluxograma.





**Figura 13 : Fluxograma de realização experimental**

O fluxograma acima descrito foi realizado junto ao laboratório de Tecnologias em Biomassa – FGA/UnB. A etapa de preparação da biomassa consiste na obtenção dos dados referentes a massa e diâmetro de cada macaúba. A preparação também engloba o processo de secagem da macaúba, que consiste na inserção das amostras na estufa programada por 24 horas a 100 °C. Após a retirada das amostras da estufa foram coletadas 10 medidas de cada amostra para a obtenção do diâmetro médio.

Após a medição têm-se a última parte da etapa de preparação das amostras, que consiste na perfuração do endocarpo da macaúba utilizando a furadeira de impacto e no posicionamento do termopar de PFA tipo K no centro da biomassa. Após a inserção do primeiro termopar, foi vedada a abertura na superfície com a fita isolante antichama. Em seguida, a macaúba é posicionada na haste de metal, que serve como um suporte para o corpo, e então, foi posicionado na superfície da macaúba o termopar de lâmina com adesiva tipo K, que é composto por fios de Chromel, como termoelemento positivo, e Alumel, como termoelemento negativo. De acordo com o fabricante, o termopar tipo K é recomendado para

medição de temperaturas na faixa de  $-270^{\circ}\text{C}$  a  $370^{\circ}\text{C}$ , é resistente à corrosão em atmosferas úmidas e possui a melhor exatidão entre os termopares de metal base.

O termopar com lâmina adesiva tem como objetivo monitorar a temperatura na superfície da macaúba, já o termopar de PFA inserido dentro da biomassa visa medir a temperatura no centro do corpo. Quando ambos os termopares atingirem a mesma temperatura, ou seja, quando a temperatura da superfície e do centro forem iguais a temperatura do meio em que está inserida, a macaúba será retirada do forno. A partir daí será observado o processo de resfriamento do corpo por convecção natural, anotando diferentes tempos de resfriamento durante tempos diversos e utilizando diferentes amostras da biomassa.

Após a coleta dos dados de resfriamento, referente a cada amostra, as informações coletadas foram inseridas no código de evolução diferencial. É importante ressaltar que ao inserir os dados coletados experimentalmente foram considerados os erros instrumentais adicionados dos erros de propagação. Então, na exibição dos resultados experimentais haverá barras de erro referentes aos erros aqui citados.

No desenvolvimento do experimento foi considerado o processo de convecção natural pois, o resfriamento da biomassa foi realizado em uma sala fechada, livre de circulação de ar com uma temperatura ambiente de  $25^{\circ}\text{C}$ . Dada as condições de resfriamento, então, para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ) na sala, foi utilizado o processo de coleta dos valores de temperatura na superfície do endocarpo da macaúba.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a validação do método escolhido para o desenvolvimento deste trabalho, optou-se por resolver primeiramente um caso teste, proposto por Çengel (2009), onde deseja-se descobrir em quanto tempo será necessário para que o centro de uma biomassa, cuja a forma é similar a de uma esfera, atinja  $70^{\circ}C$ . A biomassa está inicialmente a uma temperatura uniforme de  $5^{\circ}C$  e o meio onde ela está inserida está a uma temperatura de  $95^{\circ}C$ . O coeficiente de transferência de calor por convecção é de  $h= 1200 W/m^2.K$ .

Primeiramente o problema será resolvido analiticamente, logo após numericamente e assim, será analisada a convergência do método numérico utilizado. Em seguida será calculado o problema de forma inversa utilizando o método da evolução diferencial e então o valor encontrado será comparado ao valor fornecido por Çengel (2009), para o caso teste. Após comprovada a eficácia do método utilizado, a evolução diferencial será aplicada ao problema do endocarpo da macaúba.

##### 4.1 Resultado analítico caso teste

A condutividade térmica e a difusividade da biomassa podem ser aproximadas do meio em que está inserida, então temos que:

$$T_{media} = (5 + 70) / 2 = 37,5^{\circ}C \quad (44)$$

$$k = 0,627 W/m.K \quad e \quad \alpha = k / \rho C_p = 0,151 \times 10^{-6} m^2/s \quad (45)$$

Então tem-se que o número de Biot para este problema é dado por:

$$Bi = \frac{hr_0}{k} = \frac{(1200 W/m^2.K)(0,025m)}{0,627 W/m.K} = 47,8 \quad (46)$$

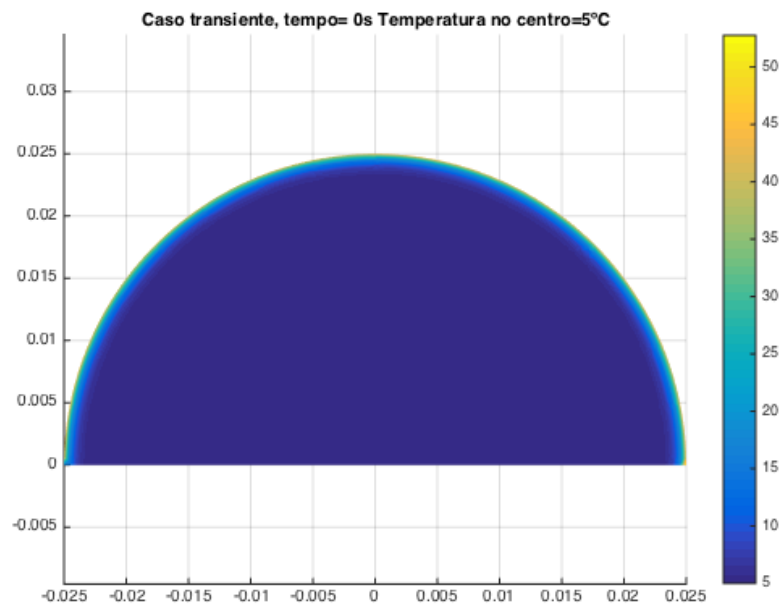
Considerando a solução na seguinte forma:

$$\frac{T_0 - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} + A_2 e^{-\lambda_2^2 \tau} + A_3 e^{-\lambda_3^2 \tau} + A_4 e^{-\lambda_4^2 \tau} + A_5 e^{-\lambda_5^2 \tau} + \dots \quad (47)$$

Então, temos que, para que o centro da biomassa atinja  $70^{\circ}\text{C}$ , é necessário que a biomassa permaneça no meio durante um tempo de 861,468 segundos ou, aproximadamente 14 minutos e 21 segundos.

#### 4.2 Resultado numérico caso teste

Foram simulados três passos de tempo diferentes (1s, 5s e 10s) para cada tipo de malha, sendo que foram simuladas três tipos de malha (grossa, média e fina), totalizando nove simulações. Assim como no caso analítico, a temperatura inicial no centro da biomassa para todos os nove casos é de  $5^{\circ}\text{C}$ :



**Figura 14: Temperatura no centro no instante  $t=0$**

Onde a malha grossa é composta por 77 nós, a malha média é composta por 1055 nós e a malha fina é composta por 4109 nós. Após atingir  $70^{\circ}\text{C}$  as malhas apresentaram os seguintes resultados para o passo de tempo igual a 1 segundo:

**Tabela 2: Temperatura no centro com passo de tempo de 1 segundo**

Malha utilizada	Temperatura no centro ( $^{\circ}\text{C}$ )	Tempo necessário para atingir $70^{\circ}\text{C}$ (s)	Tempo total de simulação (s)
Malha fina	70,0267	863	784
Malha média	70,0087	863	331
Malha grossa	70,0280	868	200

Para o passo de tempo equivalente a 5 segundos, os seguintes resultados foram obtidos:

**Tabela 3: Temperatura no centro com passo de tempo de 5 segundos**

<b>Malha utilizada</b>	<b>Temperatura no centro (°C)</b>	<b>Tempo necessário para atingir 70°C (s)</b>	<b>Tempo total de simulação (s)</b>
Malha fina	70,2063	870	150
Malha média	70,1885	870	63
Malha grossa	70,2084	875	33

Para o passo de tempo equivalente a 10 segundos, os seguintes resultados foram obtidos:

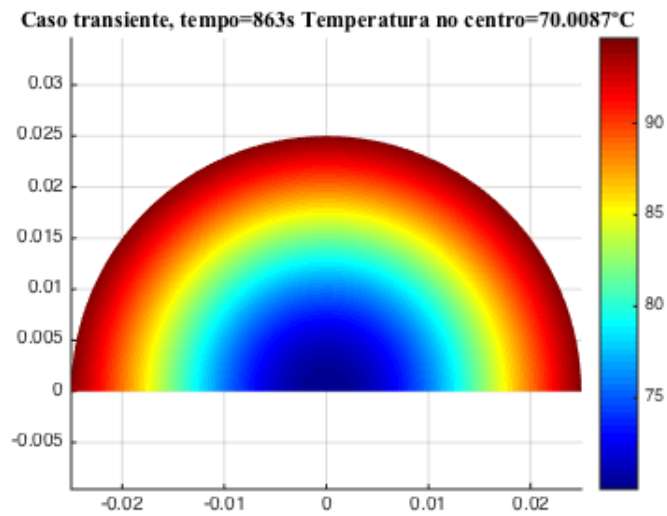
**Tabela 4: Temperatura no centro com passo de tempo de 10 segundos**

<b>Malha utilizada</b>	<b>Temperatura no centro (°C)</b>	<b>Tempo necessário para atingir 70°C (s)</b>	<b>Tempo total de simulação (s)</b>
Malha fina	70,4966	880	72
Malha média	70,4791	880	32
Malha grossa	70,2284	880	17

Considerando o exposto nas tabelas acima, é possível concluir que:

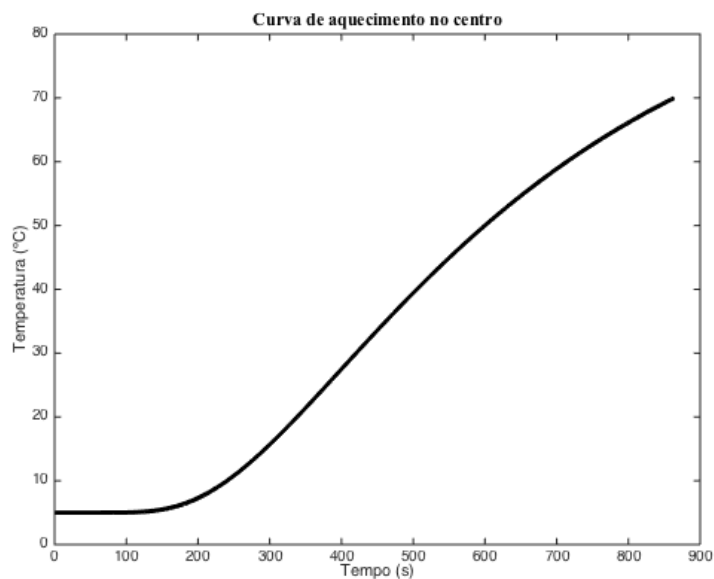
1. Assim como na resolução analítica do problema, o tempo total encontrado de forma numérica para que o centro da biomassa atinja o valor de 70°C, foi de 14 minutos e 21 segundos. Sendo assim, se analisarmos somente o tempo necessário para que a temperatura no centro da biomassa atinja 70°C, todos resultados obtidos convergem, considerando uma diferença de  $\pm 2\%$  como aceitável.
2. No entanto, se analisarmos a temperatura no centro e o tempo necessário para atingir os 70°C, é possível concluir que a melhor combinação *malha + passo de tempo* é dado pela malha média com passo de tempo igual a 1 segundo. Onde o resultado obtido analiticamente para o tempo e temperatura é de aproximadamente 862 (s) e 70 (°C), respectivamente, e o resultado obtido analiticamente para o tempo e temperatura é dado por 863 (s) e 70,0087 (°C), respectivamente, onde o erro relativo entre o

analítico e numérico é menor que 0,2% para ambos os casos (tempo e temperatura). A figura a seguir ilustra o perfil de temperatura obtido pela simulação.



**Figura 15: Perfil de temperatura numérico**

3. Quanto mais refinada a malha, ou seja, quanto maior a quantidade de nós e elementos existentes na malha, maior o tempo de processamento dos dados para a obtenção da solução numérica.
4. Analogamente ao item anterior, quanto menor o passo de solução, ou seja, quanto mais iterações são necessárias para a obtenção dos dados, maior o tempo de processamento dos dados para a obtenção da solução numérica.
5. A figura a seguir ilustra a curva de aquecimento obtida numericamente.



**Figura 16: Curva de aquecimento no centro da biomassa**

6. Analisando o gráfico acima, pode-se concluir que o método numérico adotado para a resolução do problema direto de difusão de calor, convergiu com o resultado obtido analiticamente.

### 4.3 Resultado Evolução Diferencial caso teste

Utilizando o método da Evolução Diferencial, o resultado obtido numericamente para a difusividade térmica da biomassa de caso teste foi de  $\alpha = 0,152292 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Foram necessárias 5 gerações para a obtenção do valor de difusividade térmica, com um tempo computacional de 312 segundos. A figura a seguir ilustra a evolução de cada geração produzida.

```

Geracao      2
Difusividade térmica = 1.62392e-07 m^2/s
Função objetivo = 3.54169
Temperatura = 72.74
Geracao      3
Difusividade térmica = 1.56702e-07 m^2/s
Função objetivo = 1.70311
Temperatura = 71.93
Geracao      4
Difusividade térmica = 1.53541e-07 m^2/s
Função objetivo = 0.05770
Temperatura = 70.42
Geracao      5
Difusividade térmica = 1.52292e-07 m^2/s
Função objetivo = 0.00156
Temperatura = 70.14

```

**Figura 17: Difusividade térmica do caso teste**

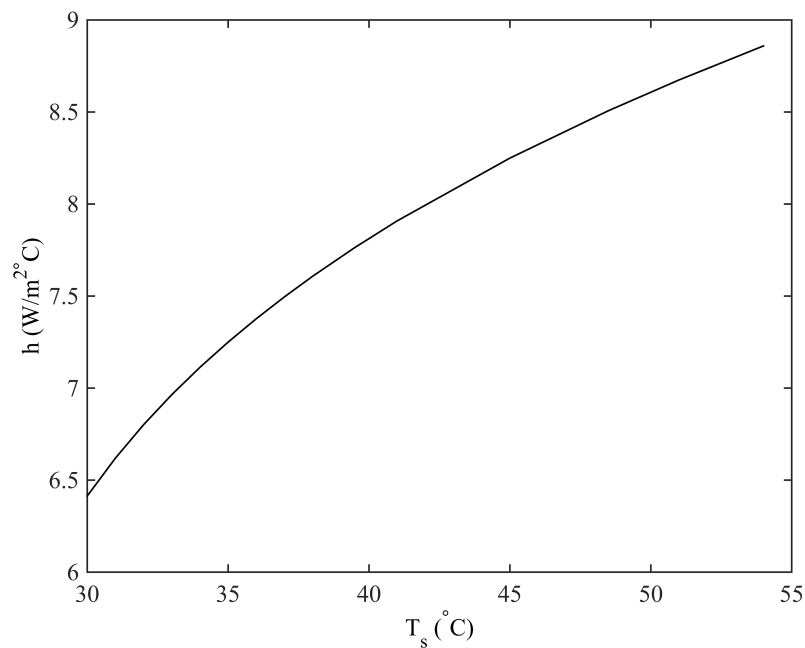
O resultado esperado para o valor de difusividade térmica é de  $\alpha = 0,151 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , conforme utilizado para a resolução do problema direto de transferência calor e fornecido por Çengel (2009). Então o erro relativo para a obtenção da difusividade térmica, utilizando o método da evolução diferencial é dado por:

$$\%erro = \frac{0,152292 \times 10^{-6} - 0,151 \times 10^{-7}}{0,151 \times 10^{-7}} \times 100 = 0,85\% \quad (48)$$

O erro relativo obtido é considerado como satisfatório, uma vez que atendeu a tolerância, pré-definida, de 1%. Após comprovada a convergência do método da Evolução Diferencial para o problema inverso de transferência de calor utilizando o caso proposto por Çengel (2009), o método será aplicado ao endocarpo da macaúba, visando descobrir sua difusividade térmica.

#### 4.4 Determinação do coeficiente convectivo experimental

Para a determinação do coeficiente de convecção ( $h$ ), foram medidos os valores de temperatura na superfície da macaúba durante seu tempo de resfriamento (15 minutos) e os dados foram coletados a cada 1 minuto. Então, a partir dos dados de temperatura na superfície medidos, foi obtido 15 valores do coeficiente convectivo ( $h$ ), o qual está representado no gráfico a seguir.



**Figura 18: Coeficiente convectivo experimental durante resfriamento**

Para a geração do gráfico acima, foi considerado as equações (41), (42) e (43) para cada instante de tempo medido e o diâmetro utilizado foi o diâmetro médio de todas as amostras do endocarpo da macaúba utilizadas no experimento, ou seja,  $D_m = 26,30mm$ . O valor do coeficiente convectivo ( $h$ ) a ser utilizado foi determinado como a média dos valores obtidos experimentalmente, ou seja,  $h = 7,05 W / m^2 \cdot ^\circ C$ . O valor obtido experimentalmente está na faixa dos possíveis valores esperados para o coeficiente de convecção natural, uma vez que Kreith (2011) apresentou a seguinte tabela dos coeficientes convectivos.



**Tabela 5: Ordem de magnitude dos coeficientes de transferência de calor por convecção**

Coeficiente de Transferência de Calor por Convecção	
Fluido	W/m <sup>2</sup> K
Ar, convecção natural	6-30
Vapor ou ar superaquecido, convecção forçada	30-300
Óleo, convecção forçada	60-1800
Água, convecção forçada	300-18000
Água, em ebulição	3000-60000
Vapor, condensado	6000-120000

FONTE: Adaptado KREITH (2011)

#### 4.5 Difusividade térmica da macaúba

Para a caracterização da difusividade térmica com a temperatura por meio do cálculo do problema inverso, foram realizados os testes de resfriamento utilizando 7 amostras do endocarpo da macaúba, todos submetidos as mesmas condições de aquecimento e resfriamento. Todo o processo de coleta de dados levou cerca de 2 horas, considerando desde o aquecimento até 60°C e o resfriamento durante 15 minutos por convecção natural. A tabela a seguir apresenta os dados coletados referentes a cada amostra.

**Tabela 6: Informações referentes ao endocarpo das amostras**

Amostra	Diâmetro externo (mm)	Difusividade Térmica (m <sup>2</sup> /s)
Macaúba 1	23,25 ± 0,01	1,1155 × 10 <sup>-6</sup>
Macaúba 2	22,72 ± 0,01	1,1198 × 10 <sup>-6</sup>
Macaúba 3	24,94 ± 0,01	1,1003 × 10 <sup>-6</sup>
Macaúba 4	30,51 ± 0,01	1,2768 × 10 <sup>-6</sup>
Macaúba 5	27,45 ± 0,01	1,2636 × 10 <sup>-6</sup>
Macaúba 6	24,95 ± 0,01	1,2105 × 10 <sup>-6</sup>
Macaúba 7	29,30 ± 0,01	1,2545 × 10 <sup>-6</sup>

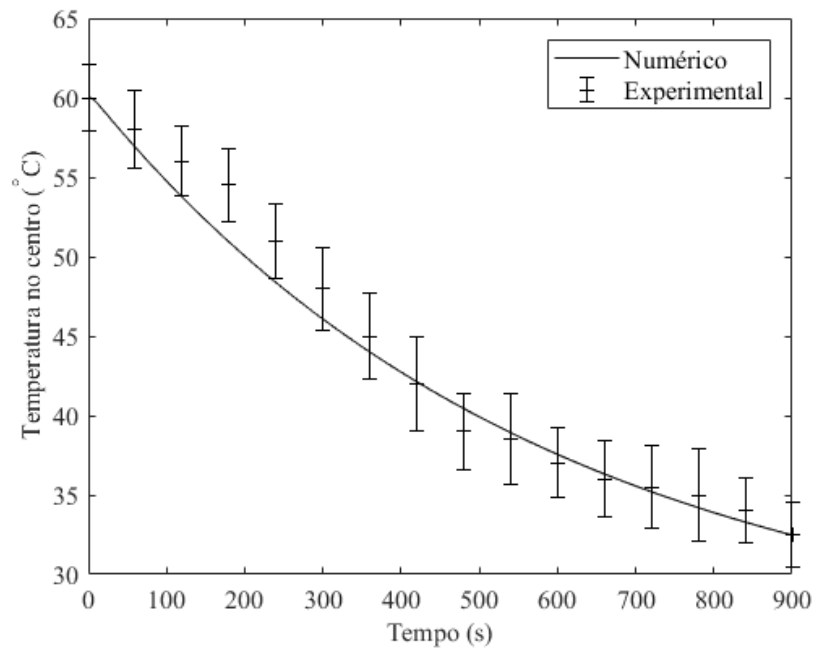
Analisando os valores obtidos na tabela acima, é possível verificar que a variação dos valores de difusividade térmica ( $\alpha$ ) não varia acentuadamente de uma amostra para outra. Considerando o exposto, o coeficiente médio obtido foi de  $\alpha = 1,1915 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ , onde percebe-se que a difusividade térmica média atende com uma precisão congruente a difusividade térmica de todas as amostras.

A diferença existente nos valores encontrados se dá por conta de que os valores de temperatura final numérico e experimental são ligeiramente distintos. Uma vez que o termômetro não é capaz de medir com tamanha precisão os valores de temperatura no centro da biomassa, a solução numérica ajusta o valor de difusividade térmica para que o valor numérico possa convergir com o valor experimental. A tabela a seguir ilustra os resultados de temperatura final obtidos numericamente e experimentalmente.

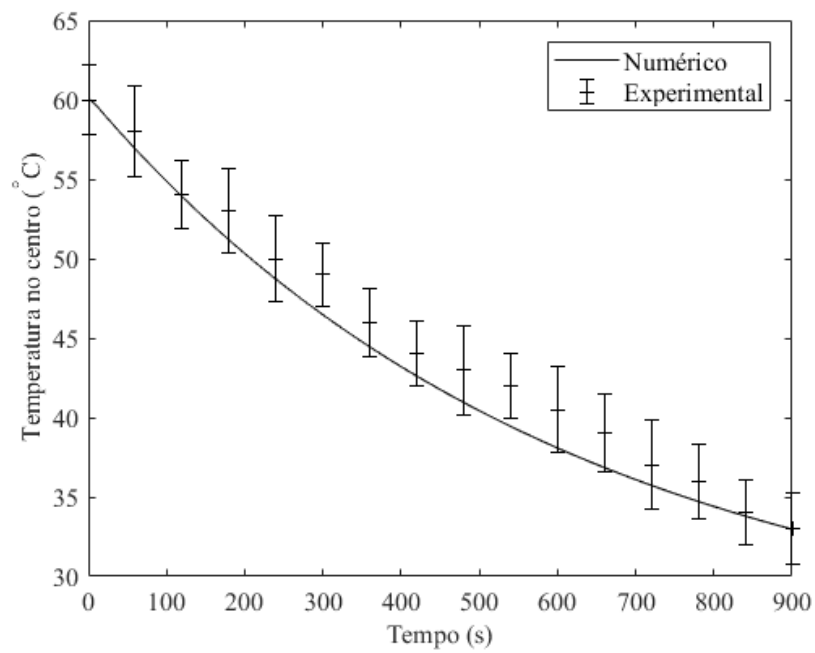
**Tabela 7: Valores referentes as temperaturas finais de cada amostra**

Amostra	Temperatura final numérica ( $^{\circ}\text{C}$ )	Temperatura final experimental ( $^{\circ}\text{C}$ )
Macaúba 1	34,13	34
Macaúba 2	33,09	33
Macaúba 3	35,42	35
Macaúba 4	37,77	37
Macaúba 5	33,66	33
Macaúba 6	35,08	35
Macaúba 7	36,88	37

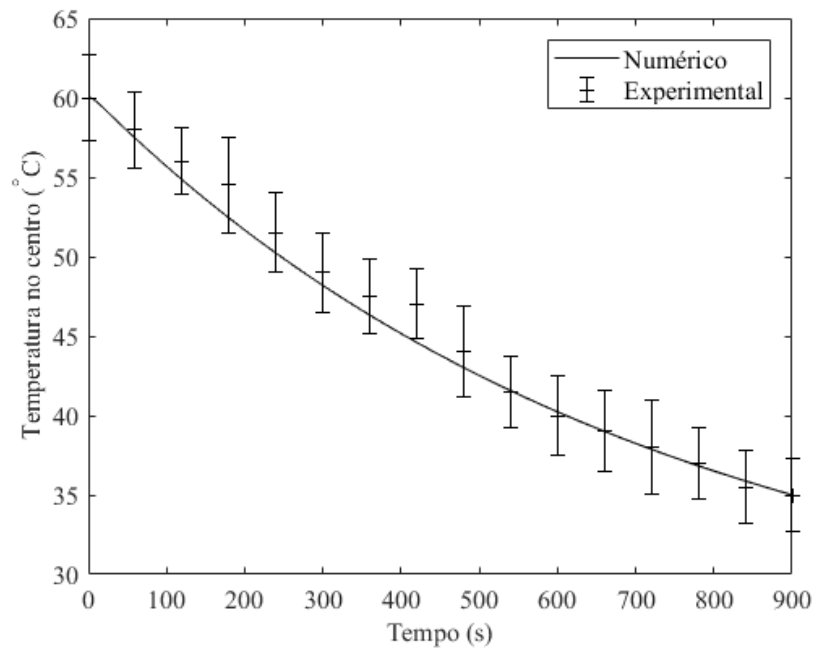
Houve essa pequena diferença entre os valores, pois o multímetro utilizado não possuía essas casas decimais de aproximação. Isto posto, dado as condições do experimento, é possível afirmar que os resultados obtidos condizem com os valores reais de difusividade térmica do endocarpo da macaúba. É possível notar também que os valores que mais se distanciaram do valor médio de difusividade térmica,  $\alpha = 1,1915 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$  foram as temperaturas que possuíram uma maior diferença do valor numérico para o valor experimental. As figuras a seguir ilustram a relação das curvas de resfriamento obtidas numericamente e experimentalmente.



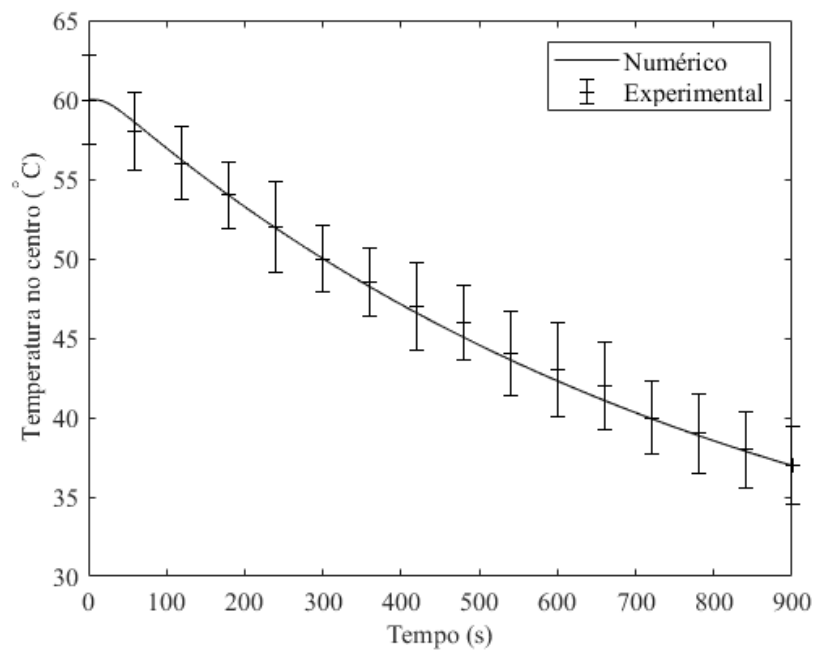
**Figura 19: Curva de resfriamento macaúba 1**



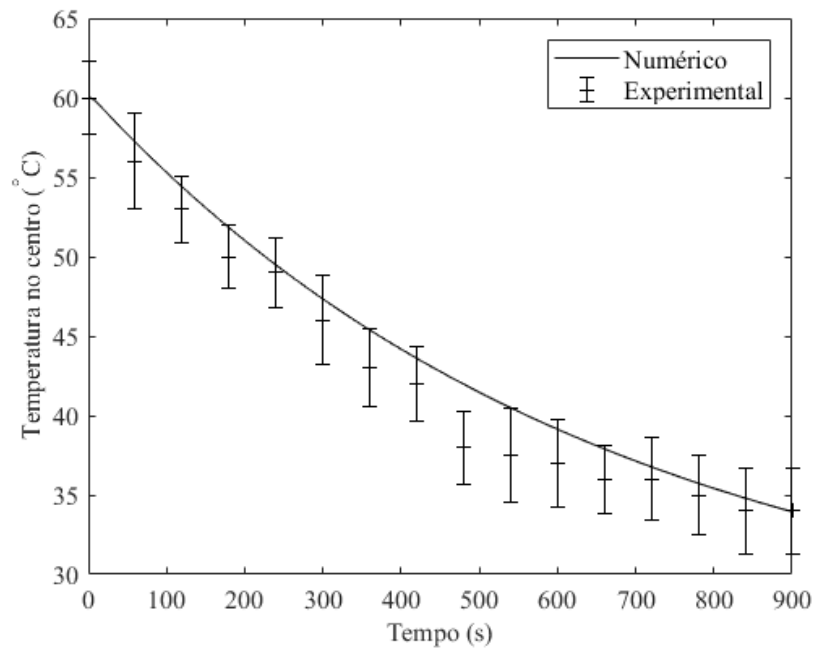
**Figura 20: Curva de resfriamento macaúba 2**



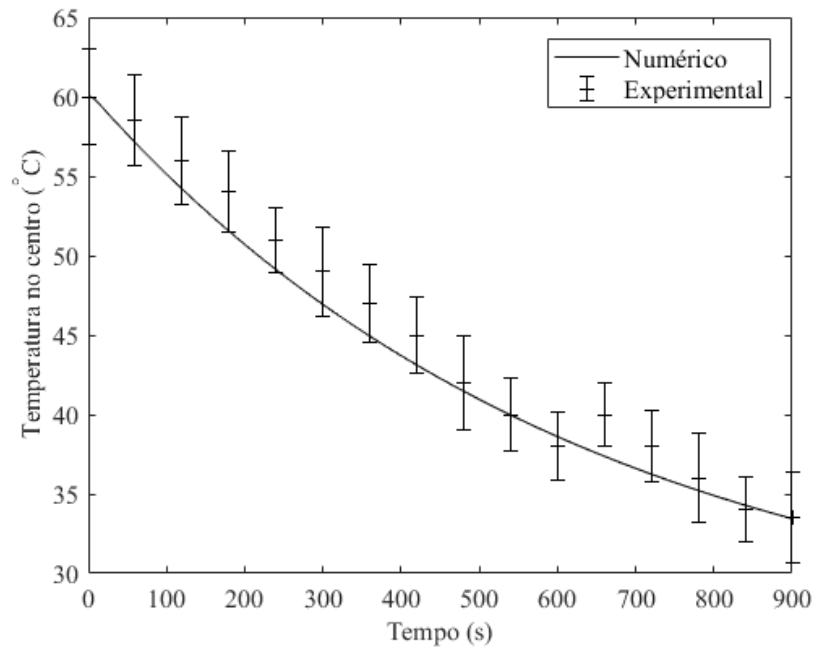
**Figura 21: Curva de resfriamento macaúba 3**



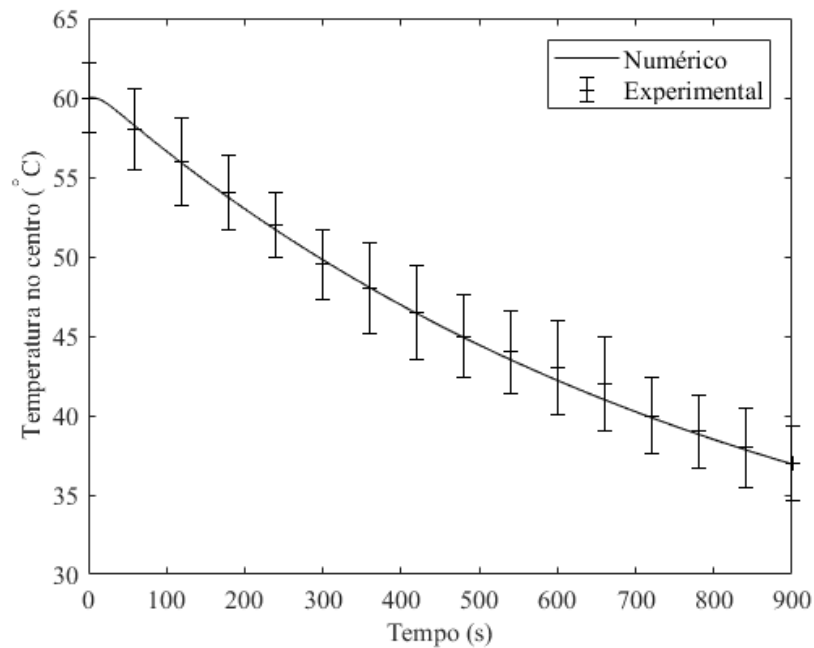
**Figura 22: Curva de resfriamento macaúba 4**



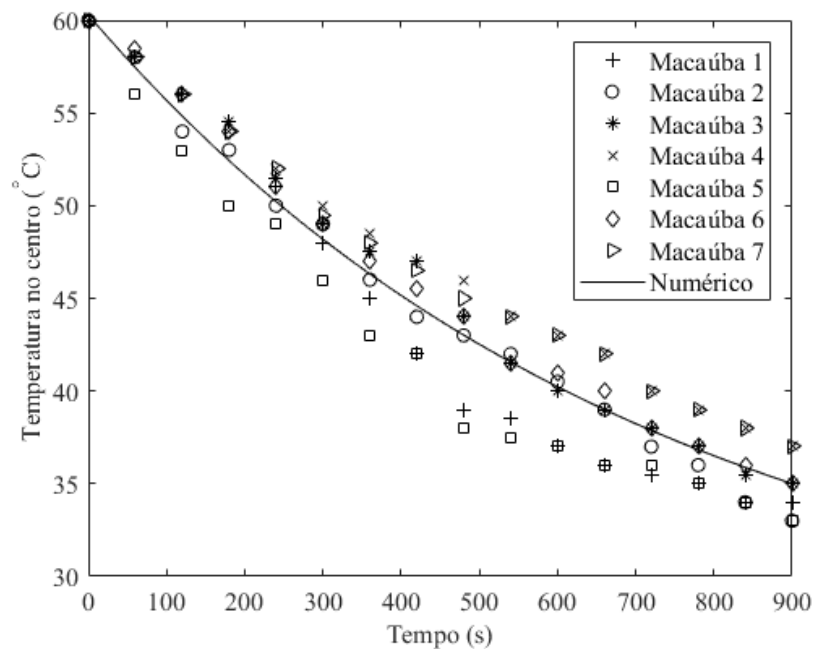
**Figura 23: Curva de resfriamento macaúba 5**



**Figura 24: Curva de resfriamento macaúba 6**



**Figura 25: Curva de resfriamento macaúba 7**



**Figura 26: Curva de resfriamento média**

Em análise aos gráficos obtidos, é possível verificar que a metodologia adotada, experimentalmente e numericamente, para a resolução do problema proposto mostrou-se eficaz, uma vez que os dados experimentais e numéricos convergiram. Observando a Figura 26 é possível concluir que o coeficiente de difusividade térmica médio adotado de  $\alpha = 1,1915 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$  converge com relativa precisão com os dados coletados experimentalmente.

## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado a modelagem e simulação numérica para resolução do problema de transferência de calor, bem como uma metodologia capaz de resolver o problema inverso utilizando o método da evolução diferencial. Os resultados obtidos foram satisfatórios, uma vez que os dados experimentais convergiram com os resultados numéricos.

É importante ressaltar que, o método utilizado para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ) mostrou-se promissor, uma vez que o valor do coeficiente influi diretamente na curva de resfriamento obtida numericamente. Ou seja, se caso o valor encontrado para o coeficiente de convecção não fosse próximo ao da realidade do experimento, os resultados experimentais e numéricos, da curva de resfriamento, não teriam convergido.

O custo computacional foi considerado como aceitável, uma vez que, para a obtenção dos resultados foram necessárias em média 12 gerações para cada caso, cerca de 30 minutos de simulação pra cada amostra, totalizando 3 horas e 30 minutos de simulação. Foi considerado aceitável pois, na pesquisa realizada por Santos Coelho e Mariani (2006) o custo computacional foi de aproximadamente 300 gerações e 8 horas de simulação.

A contribuição deste trabalho está no desenvolvimento de um método, numérico e experimental, capaz de determinar a difusividade térmica ( $\alpha$ ) de quaisquer materiais, utilizando uma geometria simplificada, como sugerida pelo modelo acima desenvolvido, passível de discretização pelo CVFEM. Uma outra vantagem do método apresentado é que não é necessário levar em conta o problema de transferência de massa, ou seja, é possível resolver o problema utilizando apenas a equação de transferência de calor.

Os resultados obtidos, permitiram o conhecimento, aproximado, coeficiente de difusividade térmica do endocarpo da macaúba, podendo assim, submetê-lo às suas ideais condições, visando obter máximo rendimento em suas aplicações. Analogamente, este trabalho contribuiu com informações acerca do endocarpo da *Acrocomia aculeata*, uma vez que estas informações são um tanto quanto escassas. Visando disponibilizar mais informações a respeito do endocarpo da macaúba, seria interessante a determinação das seguintes propriedades térmicas:

- Determinação do coeficiente de condutividade térmica do endocarpo da macaúba de forma experimental;

- Determinação do coeficiente convectivo de transferência de calor através de dados coletados na camada limite.



## 6. BIBLIOGRAFIA

ANEEL, Relatório de acompanhamento dos empreendimentos de geração de energia elétrica. Disponível em: < [http://www.aneel.gov.br/boletim-da-expansao-da-oferta?p\\_p\\_id=175\\_INSTANCE\\_WOEdU7Xzi7tR&p\\_p\\_lifecycle=0&p\\_p\\_state=normal&p\\_p\\_mode=view&p\\_p\\_col\\_id=column-2&p\\_p\\_col\\_pos=1&p\\_p\\_col\\_count=2&\\_175\\_INSTANCE\\_WOEdU7Xzi7tR\\_struts\\_action=%2Frelated\\_assets%2Fview\\_content&\\_175\\_INSTANCE\\_WOEdU7Xzi7tR\\_assetEntryId=14989143&\\_175\\_INSTANCE\\_WOEdU7Xzi7tR\\_type=document&redirect=%2Fboletim-da-expansao-da-oferta](http://www.aneel.gov.br/boletim-da-expansao-da-oferta?p_p_id=175_INSTANCE_WOEdU7Xzi7tR&p_p_lifecycle=0&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_col_id=column-2&p_p_col_pos=1&p_p_col_count=2&_175_INSTANCE_WOEdU7Xzi7tR_struts_action=%2Frelated_assets%2Fview_content&_175_INSTANCE_WOEdU7Xzi7tR_assetEntryId=14989143&_175_INSTANCE_WOEdU7Xzi7tR_type=document&redirect=%2Fboletim-da-expansao-da-oferta) > Acesso em: 10 set 2016

ANSONI, Jonas Laerte. **Resolução de um problema térmico inverso utilizando processamento paralelo em arquiteturas de memória compartilhada**. 2010. Tese de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

BALIGA, B.R. & PATANKAR, S.V., 1983, A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer, *Numerical Heat Transfer* vol. 6, pp. 245- 261.

BARCELLOS, D.C. **Caracterização do carvão vegetal através do uso de espectroscopia no infravermelho próximo**. 2007. 140p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2007

BATTAGLIA, J. L.; PUIGSEGUR, L.; CAHUC, O. Estimated temperature on a machined surface using an inverse approach. **Experimental heat transfer**, v. 18, n. 1, p. 13-32, 2005.

BASSO, Rodrigo Corrêa et al. Liquid-liquid equilibrium data and thermodynamic modeling, at T/K= 298.2, in the washing step of ethyl biodiesel production from crambe, fodder radish and macauba pulp oils. **Fuel**, v. 117, p. 590-597, 2014.

BHERING, Leonardo. Macaúba: matéria-prima nativa com potencial para a produção de biodiesel. EMBRAPA AGROENERGIA (CNPAE), 2009.

BOAS<sup>1</sup>, Mariana Almeida Vilas, *et al.* Efeito da temperatura de carbonização e dos resíduos de macaúba na produção de carvão vegetal Effect of carbonization temperature and the macaúba residues in the production of charcoal. 2010.

ÇENGEL, Yunus A.; GHAJAR, Afshin J. *Transferência de Calor e Massa: Uma Abordagem Prática*. 4<sup>a</sup> ed. Nova York. McGrawHill, 2009.

ECKERT, E. R. G. E Drake, R. M. *Analysis of Heat and Mass Transfer*. Nova York, McGraw-Hill, 1972.

EMBRAPA, Uso da macaúba para a produção de biodiesel. Disponível em: < <https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-/noticia/2329636/macauaba-e-materia-prima-promissora-para-biodiesel> > Acesso em: 10 set 2016.

ENGL, H. W., Hanke, M., Neubauer, A., 1996, “Regularization of Inverse Problems: Mathematics and its Applications”, Ed. Kluwer

INCROPERA, Frank P.; Dewitt, David P. Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa - 6ª Ed. , LTC, 2010.

KREITH, F., BOHN, M. S. Princípios da transferência de calor, São Paulo, Cengage Learning, 2011.

LORENZI, H. Árvores brasileiras: manual de identificação e cultivo de plantas arbóreas nativas do Brasil. Nova Odessa: Plantarum, 1992. v1. 352p.

MACHADO, F.S.; ANDRADE, A.M. Propriedades termoquímicas dos finos de carvão vegetal e de carvão mineral para a injeção nas ventaneiras de altos-fornos siderúrgicos. **Revista biomassa e energia**, Viçosa, v.1, n.4, p.353-363, 2004.

MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 2ª Edição Revista e Ampliada, 2004

MORAIS, Emerson Luiz de. Verificação de soluções numéricas de escoamentos laminares obtidas com o método dos volumes finitos e malhas não-estruturadas. 2004.

OZISIK, M. Necat. **Inverse heat transfer: fundamentals and applications**. CRC Press, 2000.

PINHEIRO, P.C.C.; VIANA, E.; REZENDE, M.E.A.; SAMPAIO, R.S. **A produção de Carvão vegetal**. Belo Horizonte: Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais – CETEC, 2006. 103p.

PRICE, Kenneth; STORN, Rainer M.; LAMPINEN, Jouni A. **Differential evolution: a practical approach to global optimization**. Springer Science & Business Media, 2006.

RAW, M.J & Schneider, G.E., 1986, A skewed, positive influence coefficient up-winding procedure for control-volume-based finite-element convection-diffusion computation. Numerical Heat Transfer vol. 9, pp. 1-26.

RIBEIRO, Carlos Adriano Corrêa. **Uso combinado do software comercial CFX e técnicas de problemas inversos em transferência de calor**. 2012. Tese de Doutorado. UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ.

SANTOS COELHO, Leandro; MARIANI, Viviana Cocco. PROBLEMA INVERSO PARA ESTIMAR PROPRIEDADES TÉRMICAS DE BANANAS DURANTE O PROCESSO DE SECAGEM, 2006.

SILVA NETO, A. J., MOURA NETO, F. D., 2005, “Problemas Inversos: Conceitos Fundamentais Aplicações”, Ed. UERJ, Rio de Janeiro, Brasil.

SILVA OLIVEIRA, G.T. and Saramago, S.F.P., **ESTRATÉGIAS DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL APLICADAS A PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO RESTRITOS**, 2007.

SILVA, J. D. C.; BARRICHELO, L. E. G.; BRITO, J. O. Endocarpos de babaçu e de macaúba comparados à madeira de *Eucalyptus grandis* para a produção de carvão vegetal. *Ipef*, v. 34, 1986.

SILVA, João Batista Campos; DE MOURA, Luiz Felipe Mendes. A control-volume finite-element method (CVFEM) for unsteady, incompressible, viscous fluid flows. **Numerical Heat Transfer: Part B: Fundamentals**, v. 40, n. 1, p. 61-82, 2001.

SILVA, M. G. D. et al. Carvão de resíduos de indústria madeireira de três espécies florestais exploradas no município de Paragominas, PA. **Acta amaz**, v. 37, n. 1, p. 61-70, 2007. ISSN 0044-5967.

SILVEIRA, Igor Cavalcanti da, et al. Análise da condução de calor transiente uni e bidimensional submetidas as harmônicas térmicas nas condições de contorno. 2012.

STORN, R., 1997, "Differential Evolution" a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces". *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, n<sup>o</sup> 4, p. 341-359.

SURAM, S., BRYDEN, K. M., ASHLOK, D. A., 2005, "An Evolutionary Algorithm to Estimate Unknown Heat Flux in a One-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem", *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, Cambridge, UK.

VARANASI, Chandrashekhar. COONTROL VOLUME FINITE ELEMENT METHOD FOR THE 2-DIMENSIONAL CONVECTION-DIFFUSION EQUATION.

WOOD, R. L., 1996, "Genetic Algorithm Behaviour in the Solution of an Inverse Thermal Field Problem", *Engineering Computation*, Vol. 13, n<sup>o</sup> 5, p. 38-56.

## 7. APÊNDICE A



**Figura 27: Amostras do endocarpo da macaúba**



**Figura 28: Suporte metálico envolto de fita isolante térmica**



**Figura 29: Termopares posicionados no interior e na superfície da macaúba**



**Figura 30: Termopar posicionado no centro do endocarpo da macaúba**

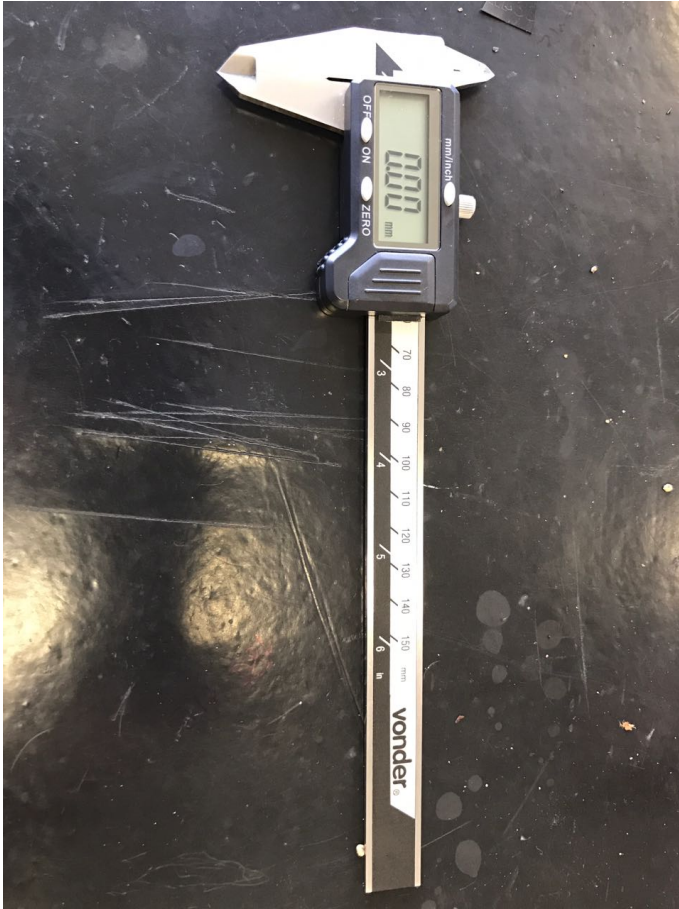




**Figura 31: Estufa utilizada no experimento**



**Figura 32: Balança de precisão utilizada no experimento**



**Figura 33: Paquímetro digital utilizado no experimento**

## 8. APÊNDICE B

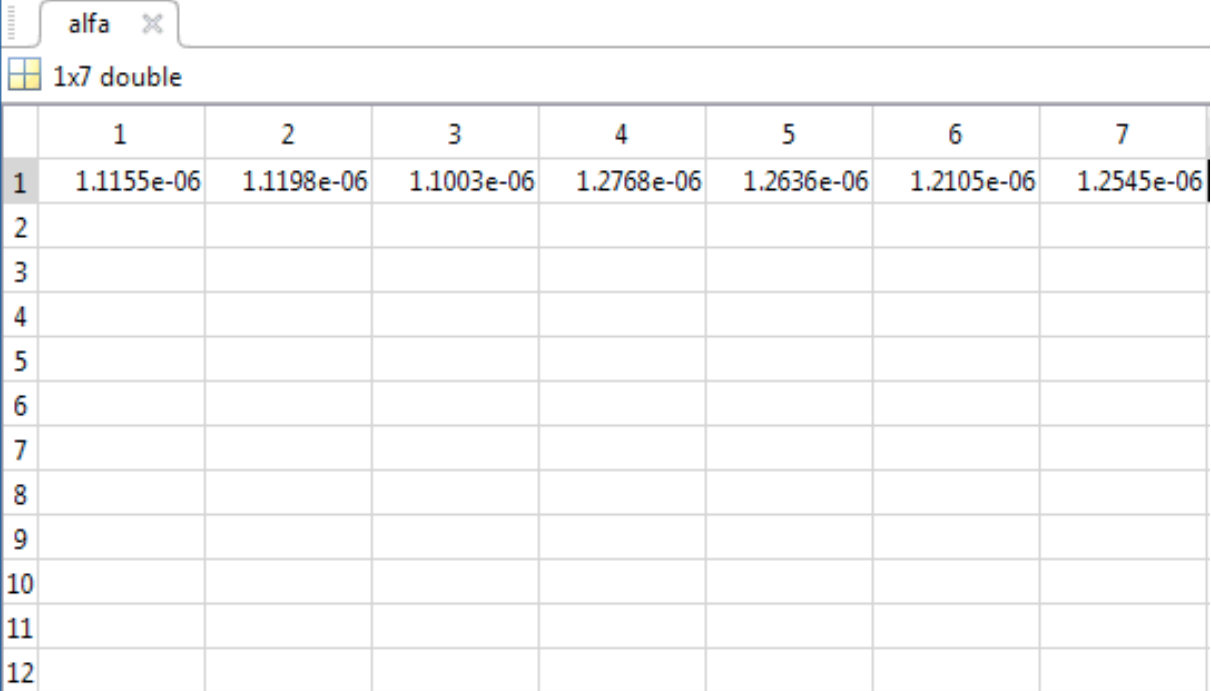
**Tabela 8: Medida dos 10 diâmetros coletados das amostras**

Amostra	Diâmetro (mm)									
Macaúba1	21,73	21,99	23,36	23,48	24,30	23,87	23,74	23,02	23,14	22,54
Macaúba2	24,11	24,00	24,14	22,13	23,66	22,89	18,25	19,44	22,55	21,17
Macaúba3	25,63	25,88	21,82	23,38	25,42	24,87	25,71	24,45	25,00	23,99
Macaúba4	31,96	29,00	29,47	30,11	29,54	29,12	31,55	31,00	31,33	30,91
Macaúba5	23,88	29,33	29,43	28,09	26,44	25,14	27,12	28,88	24,35	27,78
Macaúba6	22,72	27,33	29,09	23,15	28,98	25,44	26,89	24,00	23,37	24,45
Macaúba7	30,59	28,98	30,76	28,17	30,76	29,99	29,04	28,34	28,57	29,55

**Tabela 9: Dados coletados das amostras antes e depois do período de secagem**

	Diâmetro médio (mm)	Massa Antes (g)	Massa Depois (g)
Macaúba 1	23,25 ± 0,01	6,9689 ± 0,001	6,3538 ± 0,001
Macaúba 2	22,72 ± 0,01	6,9033 ± 0,001	6,6638 ± 0,001
Macaúba 3	24,94 ± 0,01	6,4365 ± 0,001	5,8651 ± 0,001
Macaúba 4	30,51 ± 0,01	7,8845 ± 0,001	7,0854 ± 0,001
Macaúba 5	27,45 ± 0,01	7,0883 ± 0,001	6,4437 ± 0,001
Macaúba 6	24,95 ± 0,01	6,5476 ± 0,001	6,0238 ± 0,001
Macaúba 7	29,30 ± 0,01	7,4592 ± 0,001	6,9899 ± 0,001





	1	2	3	4	5	6	7
1	1.1155e-06	1.1198e-06	1.1003e-06	1.2768e-06	1.2636e-06	1.2105e-06	1.2545e-06
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							

Figura 34: Resultados de Difusividade térmica obtidos para cada amostra