



Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Tecnologia - FT
Engenharia Mecânica

**USO DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO DE
MONTE CARLO PARA A PREVISÃO DA
VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES
MULTIAXIAIS**

Autora: Letícia Laleska Oliveira da Silva
Orientador: Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira

Brasília, DF

2017

Letícia Laleska Oliveira da Silva

**USO DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO DE MONTE
CARLO PARA A PREVISÃO DA VIDA EM FADIGA
SOB CONDIÇÕES MULTIAXIAIS**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Mecânica) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Tecnologia - FT

Orientador: Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira

Coorientador: Prof. José Alexander Araújo

Brasília, DF

2017

Letícia Laleska Oliveira da Silva

USO DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA A PREVISÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES MULTIAXIAIS/ Letícia Laleska Oliveira da Silva. – Brasília, DF, 2017-

74 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira

Coorientador: Prof. José Alexander Araújo

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Tecnologia - FT , 2017.

1. Teoria da Distância Crítica. 2. Parâmetro Smith-Watson-Topper. I. Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira. II. Prof. José Alexander Araújo. III. Universidade de Brasília. IV. Faculdade de Tecnologia. V. USO DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA A PREVISÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES MULTIAXIAIS

Letícia Laleska Oliveira da Silva

USO DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA A PREVISÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES MULTIAXIAIS

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Mecânica) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 01 de dezembro de 2017:

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira
Orientador

Prof. José Alexander Araújo
Coorientador

Prof. Thiago de Carvalho Rodrigues
Doca
Avaliador

Brasília, DF
2017

Resumo

A utilização de uma análise probabilística atrelada a um modelo de fadiga pode adicionar informações acerca da variabilidade dos parâmetros envolvidos na análise de fadiga, o que permite identificar e quantificar fontes de incerteza. Este trabalho apresenta um estudo do comportamento estocástico da distância crítica e do parâmetro Smith-Watson-Topper na previsibilidade de um modelo em fadiga baseado na Teoria da Distância Crítica associada ao modelo de Smith-Watson-Topper aplicado a um espécime entalhado de liga de alumínio 7050 T7451 submetido a carregamento multiaxial. Para realizar este estudo, foi proposta uma reformulação do conceito de distância crítica apresentado por Susmel e Taylor (2007), de forma que o parâmetro Smith-Watson-Topper pode ser utilizado para representar e quantificar a distância crítica e, a partir das curvas de vida em fadiga e da distância crítica associada ao parâmetro Smith-Watson-Topper, estimar a vida do espécime. Na análise dos efeitos das aleatoriedades na previsão de vida do espécime, foi aplicado o método da Simulação de Monte Carlo, que teve como saídas as variáveis aleatórias representativas do comportamento da vida estimada, parâmetro Smith-Watson-Topper e da distância crítica associada ao modelo de Smith-Watson-Topper. Os parâmetros estatísticos das três variáveis de saída apresentaram distribuições probabilísticas bem definidas com um comportamento que pode ser definido pelas distribuições Weibull, Birnbaum-Saunders ou Lognormal, entretanto as variáveis apresentaram um alto coeficiente de variação que foi associado ao alto grau de dispersão das variáveis de entrada. Ao comparar as estimativas realizadas com os dados disponíveis, os resultados ficaram dentro do intervalo de confiabilidade estabelecido de 95 %. A metodologia utilizada mostrou-se capaz de avaliar a probabilidade de um componente falhar e também de mapear o comportamento estocástico dos parâmetros usados na modelagem de fadiga sob condições multiaxiais permitindo avaliar seu nível de sensibilidade na contabilização da vida final.

Palavras-chaves: Monte Carlo. Teoria da Distância Crítica. Parâmetro Smith-Watson-Topper. Confiabilidade. Al 7050-T7451.

Abstract

A probabilistic analysis attached to a fatigue model can add informations about the variability of parameters involved in fatigue analysis, what allow to identify and quantify sources of uncertainty. This work aims to study the stochastic behavior of the critical distance and Smith-Watson-Topper parameter in the predictability of a fatigue model based on Theory of Critical Distance associated to Smith-Watson-Topper model applied to a 7050-T7451 aluminium alloy notched specimen under multiaxial loading. This work suggest a reformulation of the critical distance concept introduced by Susmel and Taylor (2007) in a way that Smith-Watson-Topper parameter can be used to represent and quantify the critical distance and, from the fatigue life curve of Smith-Watson-Topper parameter and the fatigue life curve of critical distance associated to Smith-Watson-Topper parameter, accomplish the life prediction of the notched specimen under multiaxial loading and use Monte Carlo Simulation to model the randomness effects in the life prediction of the the notched specimen. The outcomes of the Monte Carlo Simulation were random variables that represent the behavior of predicted life, Smith-Watson-Topper parameter and critical distance associated to Smith-Watson-Topper parameter. The statistical parameters of this three random variables were well-defined and theirs behavior characterized by Weibull, Birnbaum-Saunders or Lognormal distribution, however this random variables had a large coefficient of variation justified by the high dispersion of the inputs and the results available are consistent with the results obtained by estimation in a 95 % confidence interval. As a result, it is concluded that the methodology developed in this work is able to evaluate failure probabilities of a component and describe the stochastic behavior of the parameters used in the multiaxial fatigue analysis and evaluate theirs influence in fatigue life.

Key-words: Monte Carlo. Theory of Critical Distance. Smith-Watson-Topper parameter. Reliability. Al 7050-T7451.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráficos Tensão x Tempo representando os valores das componentes alternada, média e o intervalo de variação de tensões para tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsantes. (NORTON, 2013)	20
Figura 2 – Processo de formação de bandas de deslizamento (Adaptado de Stephens et al., 2000).	22
Figura 3 – Modos de abertura de uma trinca (SÁ, 2016).	23
Figura 4 – Curvas tensão-vida traçadas para diversos tipos de materiais. (NORTON, 2013)	24
Figura 5 – Curvas tensão-vida para espécimes não entalhados de ligas de alumínio. (Adaptado de Dowling, 2012)	25
Figura 6 – Curva tensão-vida para espécimes não entalhado de aço A517. (Adaptado de Dowling, 2012)	26
Figura 7 – Fator de concentração de tensão para diferentes geometrias. (Adaptado de Bannantine, (1990)	27
Figura 8 – Relação entre K_t e K_f . (Adaptado de Bannantine, (1990)	28
Figura 9 – Volume de material criticamente tensionado em diferentes tipos de entalhe. (Adaptado de Bannantine, (1990)	29
Figura 10 – Curvas S-N para um componente com entalhe e outro feitos de liga de alumínio 2024-T4 Al. (Adaptado de Dowling, 2012)	29
Figura 11 – Ciclos de histereses da tensão verdadeira-deformação verdadeira mostrando as primeiras cinco reversões de tensão de uma material. (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004)	30
Figura 12 – Gráfico log-log mostrando como a vida de fadiga se relaciona com a amplitude de deformação para o aço 1020 laminado a quente (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004).	32
Figura 13 – Definição do sistema de coordenadas polares adotado para a estimativa da distância crítica (SUSMEL; TAYLOR, 2007).	34
Figura 14 – Curvas de calibração de fadiga de um espécime sem entalhe e um espécime entalhado. (Modificado de Susmel e Taylor, 2007)	36
Figura 15 – Campo de tensão linear-elástica aos arredores do entalhe e aplicação da abordagem Método do Ponto da Teoria da Distância Crítica. (Modificada de Susmel e Taylor, 2007)	36
Figura 16 – Componentes de tensão em um ponto (SOCIE; MARQUIS, 2000).	37
Figura 17 – Forças agindo em um plano tridimensional. (SOCIE; MARQUIS, 2000).	38
Figura 18 – Tensões agindo em um plano material. (SOCIE; MARQUIS, 2000).	38

Figura 19 – Crescimento da trinca devido a tensão e deformação normal (SOCIE; MARQUIS, 2000).	40
Figura 20 – Função distribuição acumulada de uma variável aleatória contínua (SOONG, 2004).	43
Figura 21 – Função distribuição acumulada de uma variável aleatória discreta (SOONG, 2004).	43
Figura 22 – Função densidade de probabilidade(SOONG, 2004).	44
Figura 23 – Gráfico da distribuição de probabilidade e da densidade de probabilidade para uma variável aleatória normal com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$. (SOONG, 2004)	46
Figura 24 – Distribuições lognormal com média igual a zero para diversos valores de variância (SOONG, 2004).	47
Figura 25 – Gráficos da função de distribuição acumulada e da densidade de probabilidade de uma distribuição birnbaum-saunders com β igual a 1 (BASTOS, 2016).	48
Figura 26 – Gráficos da função de distribuição acumulada e da densidade de probabilidade de uma distribuição birnbaum-saunders com α igual a 1 (BASTOS, 2016).	48
Figura 27 – Funções densidade de probabilidade da distribuição Weibull com β igual a 1.	49
Figura 28 – Representação esquemática da saída gerada a partir de uma Simulação de Monte Carlo com x_n amostras (O’CONNOR; KLEYNER, 2012).	50
Figura 29 – Rotina para Previsão de Vida em Fadiga de um espécime entalhado a partir das curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$	55
Figura 30 – Densidade de probabilidade do parâmetro Smith-Watson-Topper	59
Figura 31 – Gráfico Quantil-Quantil do parâmetro SWT estimada.	60
Figura 32 – Distribuição de probabilidade do parâmetro SWT obtido a partir do modelo probabilístico.	61
Figura 33 – Densidade de probabilidade da distância crítica baseada no parâmetro Smith-Watson-Topper	62
Figura 34 – Gráfico Quantil-Quantil da distância crítica baseada no parâmetro SWT estimada.	62
Figura 35 – Distribuição de probabilidade acumulada da distância crítica baseada no parâmetro SWT obtida a partir do modelo probabilístico.	63
Figura 36 – Densidade de probabilidade da vida prevista	64
Figura 37 – Gráfico Quantil-Quantil da vida em fadiga estimado.	64
Figura 38 – Distribuições de probabilidade da vida em fadiga estimada a partir do modelo probabilístico.	65

Figura 39 – Curvas de tendencia da distância crítica baseada no parâmetro SWT com intervalo de confiabilidade de 95% dos dados em torção.	66
Figura 40 – Curvas de tendencia da distância crítica baseada no parâmetro SWT com intervalo de confiabilidade de 95% dos dados em tração.	66

Lista de tabelas

Tabela 1 – Principais distribuições de probabilidade e suas características.	45
Tabela 2 – Sistema de classificação das ligas trabalháveis de alumínio (ALMEIDA, 2016).	52
Tabela 3 – Composição química da Liga AA7050 (ALMEIDA, 2016).	52
Tabela 4 – Propriedades físicas da Liga AA7050 (CAMILO, 2013).	53
Tabela 5 – Propriedades mecânicas da Liga AA7050 (CAMILO, 2013).	53
Tabela 6 – Curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ para condições de tração pura e torção pura no espécime entalhado de liga de alumínio 7050 T745.	53
Tabela 7 – Parâmetros Dimensionais do Corpo de Prova Sem Entalhe.	54
Tabela 8 – Parâmetros Dimensionais do Corpo de Prova com Entalhe.	54
Tabela 9 – Condições de carregamentos analisadas.	54
Tabela 10 – Parâmetros utilizados na caracterização da distribuição das variáveis aleatórias que definem as curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$	57
Tabela 11 – Parâmetros estatísticos das distribuições de N_{prev} , P_{SWT} e L_{SWT}	59
Tabela 12 – Parâmetros estatísticos obtidos para o parâmetro SWT estimado.	60
Tabela 13 – Parâmetros estatísticos obtidos para a distância crítica baseada no parâmetro SWT	63
Tabela 14 – Parâmetros estatísticos obtidos para a vida estimada.	65

Lista de abreviaturas e siglas

std	Desvio padrão
MFLE	Mecânica da fratura linear-elástica
MA	Método da área
ML	Método da linha
MP	Método do ponto
TDC	Teoria da distância crítica
VA	Variável aleatória

Lista de símbolos

a, b	Variável aleatória
a_t	Semicomprimento da trinca
a_q	Constante do material utilizada no cálculo do fator de sensibilidade no entalhe
b_t	Semilargura do material
f_X, f_Y	Função densidade de probabilidade
q	Fator de sensibilidade de entalhe
r_q	Raio do entalhe
x, y	Número arbitrário
A, B, X, Y	Variável aleatória
$A_{mat}, B_{mat},$ C_{mat}, D_{mat}	Coefficientes da curva S-N
A_L, b_L	Coefficientes da curva L-N
A_{SWT}, b_{SWT}	Coefficientes da curva $P_{SWT} - N$
D_{LM}, D_{MA}, D_{PM}	Distância crítica
E	Módulo de elasticidade
E_v	Evento
F	Força
F_X	Função distribuição acumulada
K	Fator de intensidade de tensão
K_c	Tenacidade da fratura
K_f	Fator de fadiga no entalhe
K_t	Fator de concentração de tensão
L	Comprimento característico do material

L_{SWT}	Distância crítica associada ao parâmetro SWT
N, N_f	Vida, Número de ciclos de ciclos até a falha
N_i	Vida pré-estabelecida
N_{prev}	Vida estimada
Q	Quantil
P_{SWT}	Parâmetro Smith-Watson-Topper
R	Razão de tensão
R_{Amp}	Razão de amplitude
S	Resistência à fadiga
S_{ne}	Resistência à fadiga do componente não entalhado
S_e	Resistência à fadiga do componente entalhado
T	Tensor das tensões
T_{real}	Tensor de tensões real
T_{refnor}	Tensor de tensão normal de referência
T_{refcis}	Tensor de tensão cisalhante de referência
α	Parâmetro de forma
β	Parâmetro de escala
β_t	Parâmetro utilizado no cálculo do fator de intensidade de tensão
ϵ	Deformação
ϵ'_f	Coefficiente de ductilidade à fadiga
μ	Média
σ	Tensão nominal
σ_n	Tensão normal
σ_a	Tensão alternada
σ_m	Tensão média
$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z, \sigma_{X'}$	Tensão normal

σ_1	Tensão principal
σ_{eff}	Tensão efetiva
σ'_f	Coefficiente de resistência à fadiga
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Tensão máxima
$\sigma_{m\acute{i}n}$	Tensão mínima
σ_{ref}	Tensão de referência
τ	Tensão cisalhante
$\tau_{XY}, \tau_{XZ}, \tau_{YX}, \tau_{YZ}, \tau_{ZX}, \tau_{ZY}, \tau_{X'Y'}, \tau_{X'Z'}$	Tensão cisalhante
$\Delta\varepsilon$	Intervalo de deformação
$\Delta\varepsilon_e$	Intervalo de deformação elástica
$\Delta\varepsilon_p$	Intervalo de deformação plástica
$\Delta\sigma$	Intervalo de tensões
ε_1	Deformação principal
Ω	Espaço amostral
\mathbb{R}	Domínio real

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Contextualização e Motivação	16
1.2	Objetivo	17
1.3	Estrutura do Texto	18
2	REVISÃO TEÓRICA	19
2.1	Conceitos Básicos de Fadiga	19
2.2	Mecanismos Físicos da Falha por Fadiga	21
2.2.1	Início da Trinca	22
2.2.2	Estágio de Propagação da Trinca	22
2.2.3	Ruptura da Trinca	23
2.3	Modelos de Falha por Fadiga	24
2.3.1	Abordagem S-N	24
2.3.2	Deformação-Vida ($\epsilon - N$)	29
2.3.3	Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)	32
2.4	Teoria da distância crítica	33
2.4.1	Distância Crítica	33
2.5	Fadiga Multiaxial	37
2.5.1	Smith-Watson-Topper	39
2.6	Confiabilidade	40
2.6.1	A matemática na confiabilidade	41
2.6.2	Variáveis Aleatórias	42
2.6.3	Distribuições de Probabilidade	42
2.6.3.1	Distribuição Normal	45
2.6.3.2	Distribuição Lognormal	46
2.6.3.3	Distribuição Birnbaum-Saunders	47
2.6.3.4	Distribuição Weibull	48
2.6.4	Simulação de Monte Carlo	49
3	METODOLOGIA	51
3.1	Liga de Alumínio 7050 T7451	52
3.2	Condições de Análise	53
3.3	Modelo determinístico	54
3.4	Modelo probabilístico	56
4	RESULTADOS	59

5	CONCLUSÃO	68
	REFERÊNCIAS	69
	ANEXOS	71
	I DESENHOS TÉCNICOS DO CORPO DE PROVA	72

1 Introdução

1.1 Contextualização e Motivação

A liga de alumínio 7050-T7451 é amplamente utilizada na indústria aeronáutica devido as suas propriedades físicas e mecânicas, que satisfazem as exigências deste ramo industrial (CAMILO, 2013). Este é um material empregado principalmente em algumas partes do trem de pouso, fuselagem e como revestimento de asas aeronáuticas.

Um dos principais parâmetros de qualquer projeto de engenharia é a segurança, pois assim é possível evitar o acontecimento de eventos catastróficos. A probabilidade de falha de um sistema é intrínseca a segurança do mesmo e, quando se trata da indústria aeronáutica, é necessário ser ainda mais rigoroso com os requisitos de segurança, pois uma eventual falha em algum componente pode culminar em óbitos e também gerar grandes prejuízos financeiros.

A maioria dos sistemas mecânicos na indústria aeronáutica sofre solicitação dinâmica, o que significa que estão sujeitos a falha por fadiga. Portanto, a caracterização do comportamento deste tipo de falha é uma parte essencial do projeto.

A falha por fadiga ocorre em estruturas sujeitas a tensões dinâmicas e oscilantes e, sob estas circunstâncias, frequentemente a falha ocorre em níveis de tensão consideravelmente inferiores ao limite de resistência ou ao limite de escoamento do material. Entretanto, durante muito tempo, como apresentado por Juvinall e Marshek (2008), engenheiros trabalharam com carregamentos dinâmicos da mesma forma que trabalha-se um carregamento estático, o que podia levar a projetos sem segurança.

Norton (2013) mostra que a primeira investigação científica que buscou compreender como a falha acontece em corpos sujeitos a carregamentos dinâmicos foi realizada por August Wöhler e teve sua publicação em 1870 e desde então este tipo de falha tornou-se objeto de estudo e atualmente existem diversos métodos bem consolidados capazes de abordar de forma segura um problema de fadiga.

Componentes mecânicos reais passam por um fenômeno de concentração de tensão que precisa ser propriamente analisado, pois entalhes diminuem consideravelmente a resistência à fadiga de um material. Atualmente existem diversas abordagens capazes de realizar a previsão de vida em componentes entalhados, porém estes modelos mostram-se mais satisfatórios em análises de entalhes mais suaves, já que, nas previsões realizadas para concentradores de tensão mais agudos, os resultados obtidos são extremamente conservadores (SUSMEL; TAYLOR, 2007). A estratégia proposta por Neuber (1961), hoje conhecida como Teoria da Distância Crítica, é atualmente uma das mais utilizada e, ao

longo dos anos, sofreu diversas modificações, incluindo a realizada por Susmel e Taylor (2007), que possibilita a estimativa de vida em fadiga de forma precisa para componentes entalhados tanto suaves como mais agudos.

Outro desafio na análise de fadiga é o fato de que, em aplicações reais, o carregamento a que um componente é sujeito geralmente possui um estado de tensões bastante complexo e o entendimento de como estas tensões se comportam é fundamental para a realização de previsões de vida em fadiga.

Atualmente existem diversos modelos para tratar de problemas fadiga multiaxial, porém não existe uma metodologia universal e cabe ao engenheiro avaliar o melhor critério a ser aplicado em cada situação. Um dos modelos mais conhecidos é o Modelo Smith-Watson-Topper, um critério baseado no plano crítico utilizado em previsões de vida de materiais que falham pelo modo I de propagação.

Análises determinísticas podem apresentar resultados que não refletem fielmente os requisitos de segurança de uma estrutura e, por este motivo, análises probabilísticas associadas a modelos de fadiga têm ganhado aceitação, já que se tratam de abordagens capazes de contabilizar as incertezas associadas a várias fontes na predição da vida à fadiga e, entre as abordagens probabilísticas, a análise de confiabilidade é aquela que recebe mais destaque (SILVA, 2013).

A possibilidade de realizar a previsão de vida em fadiga para uma dada condição de carregamento de forma que seja possível considerar a variabilidade dos parâmetros envolvidos, adiciona informações que aumentam a credibilidade desta estimativa de vida e, além disto, permite identificar e quantificar as principais fontes de incerteza, o que auxilia inclusive a mitigação de erros de projeto.

O estudo apresentado neste trabalho também permitiu a publicação dos artigos Comportamento da distribuição de vida em componentes entalhados de acordo com a Teoria da Distância Crítica (DIAS; FERREIRA; SILVA, 2017b) e Behavior of the distribution of life in notched components according to Theory of Critical Distance (DIAS; FERREIRA; SILVA, 2017a), que apresentam uma reformulação da Teoria da Distância Crítica que permite realizar a previsão de vida de componentes entalhados sujeitos a carregamentos multiaxiais e, a partir da técnica de Simulação de Monte Carlo, avalia o efeito da variabilidade dos parâmetros de fadiga sobre a previsão da vida em condições multiaxiais.

1.2 Objetivo

Este trabalho busca realizar um estudo do comportamento estocástico da Distância Crítica e do Parâmetro Smith-Watson-Topper na previsibilidade de um modelo de fadiga

baseado na Teoria da Distância Crítica associada ao modelo de falha de Smith-Watson-Topper aplicado a um espécime entalhado de liga de alumínio 7050 T7451 submetido a diferentes condições de carregamento multiaxial.

1.3 Estrutura do Texto

Buscando alcançar o objetivo proposto, o trabalho é dividido em 5 capítulos.

O primeiro capítulo contém a contextualização, motivação e objetivo deste trabalho.

No segundo capítulo, é realizada uma revisão teórica acerca dos temas essenciais para o entendimento do trabalho. São apresentados os conceitos básicos de fadiga e seus mecanismos de falha, seguidos da explanação dos principais modelos de falha por fadiga, Teoria da Distância Crítica e Fadiga multiaxial, com ênfase no modelo Smith-Watson-Topper. O capítulo é encerrado com a explicação do significado de confiabilidade e os principais conceitos matemáticos para sua aplicação.

No capítulo três, a apresentação da metodologia utilizada para alcançar o objetivo proposto. Nesta parte, é primeiro apresentado o material, geometria dos corpos de prova utilizados e as condições de análise. Posteriormente é descrito um modelo determinístico que propõe o uso do parâmetro Smith-Watson-Topper como parâmetro representativo da condição de falha e o associa com uma distância crítica e, logo em seguida, é descrita a implementação do modelo probabilístico que utiliza Monte Carlo para realizar a previsão de vida do espécime entalhado de liga de alumínio 7050 T7451.

Os resultados obtidos são apresentados e analisados no quinto capítulo.

As conclusões e observações acerca deste trabalho são expostas no capítulo seis.

2 Revisão Teórica

2.1 Conceitos Básicos de Fadiga

Prevenção de falha por fadiga é um aspecto vital no projeto de máquinas, veículos e estruturas que são sujeitas a carregamentos repetidos e vibrações (DOWLING, 2012). Callister (2000) nos mostra que a fadiga é importante no sentido de que ela é maior causa individual de falhas em metais, sendo estimado que ela compreende aproximadamente 90% de todas as falhas metálicas.

A maioria das falhas em máquinas acontece devido a cargas que variam no tempo e não a esforços estáticos. Essas falhas ocorrem, geralmente, em níveis de tensão significativamente inferiores aos valores da resistência ao escoamento dos materiais (NORTON, 2013). E, Segundo Juvinal e Marshek (2008), até meados do século XIX, os engenheiros tratavam um carregamento flutuante ou repetido da mesma forma que um carregamento estático.

Norton (2013) apresenta um breve histórico acerca do desenvolvimento científico relacionado ao estudo do fenômeno de fadiga. Albert (1829) foi o primeiro a documentar uma falha devido a carregamentos dinâmicos, Poncelet (1839) foi o pioneiro ao introduzir o termo fadiga no ambiente científico e Wöhler (1871) realizou a primeira investigação científica sobre o que estava sendo chamado de falha por fadiga.

As falhas por fadiga sempre têm início com uma pequena trinca, que pode estar presente no material desde a sua manufatura ou desenvolver-se ao longo do tempo devido às deformações cíclicas ao redor das concentrações de tensões (NORTON, 2013). É importante enfatizar que não é necessário ter um concentrador de tensões para que ocorra falha por fadiga, porém, sempre que houver um concentrador de tensões, o local deste concentrador será um ponto crítico e Dowling (2012) enfatiza a necessidade de observar os possíveis locais de crescimento dessas trincas para evitar que ela se tornem grandes o suficiente para ocasionarem falhas.

Shigley, Mischke e Budynas (2004) apresentam as seguintes razões para o surgimento dessas descontinuidades:

- Mudanças bruscas na seção transversal (chavetas, furos, etc.) que são concentradores de tensão;
- Elementos que rolam ou deslizam contra outros, como mancais, eixos e engrenagens, sob altas pressões de contato que podem causar formações de cavidades superficiais ou lascamento depois de vários ciclos;

- Falhas de fabricação como má escolha da localização de marcas de identificação, ferramentas, riscos e rebarbas, projeto de juntas malfeito e montagem inadequada;
- Composição do próprio material.

Além disso, destacam que tensões residuais de tração, temperaturas elevadas, ciclagem térmica, meio corrosivo e ciclagem de alta frequência podem acelerar o surgimento de trincas.

As formas de carregamento dinâmico são divididas em três categorias por Norton (2013). A tensão alternada, onde o valor médio é zero, representada na Fig. 1a, a tensão repetida, apresentada na Fig. 1b, em que a onda varia de zero a um valor máximo com valor médio igual a componente alternada e a tensão pulsante, mostrada na Fig. 1c, em que todas as componentes têm um valor não-nulo.

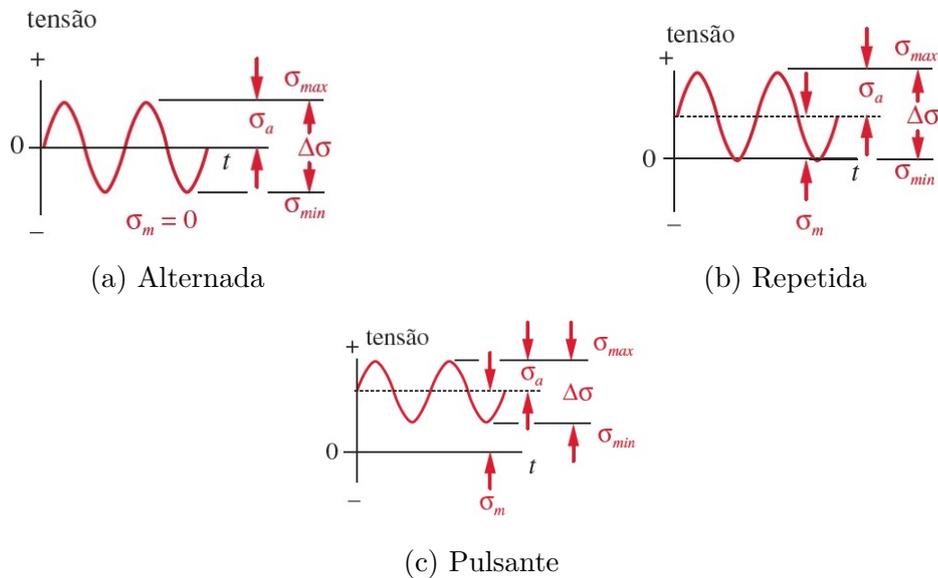


Figura 1 – Gráficos Tensão x Tempo representando os valores das componentes alternada, média e o intervalo de variação de tensões para tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsantes. (NORTON, 2013)

Juvinall e Marshek (2008) salientam o fato de que estruturas raramente encontram-se sujeitas apenas a tensões alternadas. Estruturas geralmente são sujeitas a tensões flutuantes, chamadas por Norton (2013) de pulsantes.

Considerando as funções representadas na Fig. 1, é possível obter relações entre as componentes e seus valores mínimos e máximos.

O intervalo de tensões, $\Delta\sigma$, pode ser definido como a diferença entre as tensões máxima e mínima a partir da Eq. (1) apresentada logo a seguir.

$$\Delta\sigma = \sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n} \quad (1)$$

A amplitude de variação de tensão σ_a , ou componente alternada, é obtida por meio de

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2)$$

e a tensão média σ_m é

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (3)$$

Também podem ser definidas duas razões: A razão de tensão R , dada pela Eq. (4), e a razão de amplitude R_{Amp} , encontrada pela Eq. (5).

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (4)$$

$$R_{Amp} = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (5)$$

2.2 Mecanismos Físicos da Falha por Fadiga

Pinheiro (2012) descreve a falha por fadiga como um processo de mudança estrutural permanente, progressivo e localizado que ocorre em materiais submetidos a condições que produzem tensões ou deformações flutuantes em algum ponto, ou vários pontos, de um material e que pode culminar em trincas ou fratura completa após um número suficiente de flutuações.

As falhas por fadiga sempre têm início com uma pequena trinca. Materiais reais não são livre de defeitos, eles não são perfeitamente homogêneos e isotrópicos e possuem fendas, lacunas e inclusões que podem servir como concentradores de tensão que originam microtrincas invisíveis a olho nu. O processamento do material também pode gerar trincas microscópicas, que podem ser oriundas de defeitos de solda, rachaduras devido a afiação, rachaduras de têmpera, dobras de superfícies e até mesmo arranhões ou batidas na superfície.

Desde do surgimento da trinca até a falha total do material, existem os seguintes estágios:

- Início da trinca;
- Propagação da trinca;
- Ruptura da trinca.

2.2.1 Início da Trinca

Caso existam regiões de concentradores de tensões em um material sujeito a tensões tratativas oscilantes, pode ocorrer escoamento do local do entalhe, mesmo que a tensão no nominal na seção esteja bem abaixo da tensão de escoamento do material.

Norton (2013) explica que, a medida que os ciclos de tensão ocorrem, a deformação plástica localizada causa distorções e cria regiões de intensa deformação, chamadas de bandas de deslizamento, devido a movimentos cisalhantes ao longo do contorno do material e, a medida que essas bandas de deslizamento surgem e se agrupam, ocorre o surgimento de microtrincas. Dependendo da direção das bandas de deslizamento, elas são chamadas de extrusões ou intrusões, conforme ilustrado na Fig. 2.

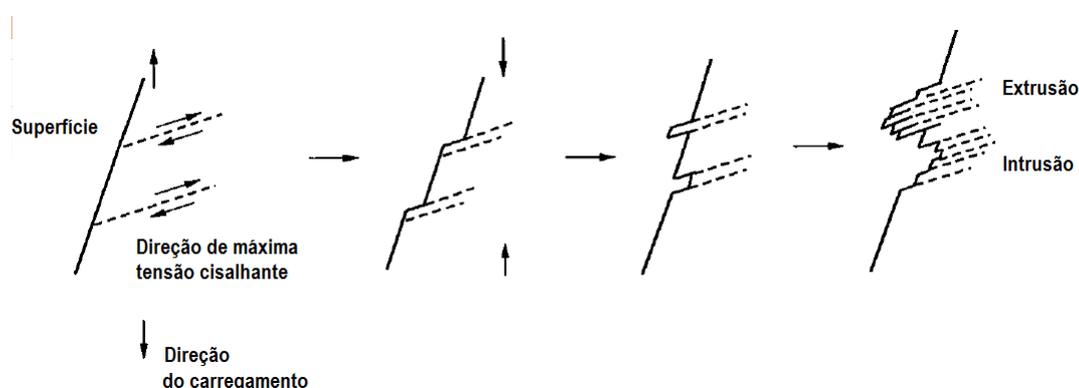


Figura 2 – Processo de formação de bandas de deslizamento (Adaptado de Stephens et al., 2000).

É importante salientar que a existência de vazios ou inclusões no material é suficiente para iniciar uma trinca e, apesar de todos os grãos possuírem o mesmo limite de escoamento, eles irão escoar em diferentes intensidades de tensão aplicada, pois cada grão possui um plano cristalino orientado em uma direção específica e aqueles cujo plano está orientado de forma favorável à carga serão os primeiros a formar bandas de deslizamento (PINHEIRO, 2012).

2.2.2 Estágio de Propagação da Trinca

Uma vez que a microtrinca se estabelece, é iniciada a propagação da trinca. Dependendo da orientação entre a trinca e o carregamento aplicado sobre a mesma, a carga aplicada pode tender a abrir a trinca de três diferentes formas, ou modos.

A Fig. 3 ilustra os três modos de propagação de trincas. No modo I, também chamado de modo de abertura ou tração, ocorre o deslizamento das superfícies da trinca na direção do plano ortogonal ao sentido da sua propagação. No modo II, ou modo de deslizamento, há um deslocamento das superfícies no mesmo plano de crescimento da trinca. No modo III, conhecido como modo de rasgamento, a carga aplicada tende a deslizar a

superfície da trinca para fora do seu plano, promovendo uma espécie de empenamento da duas superfícies.

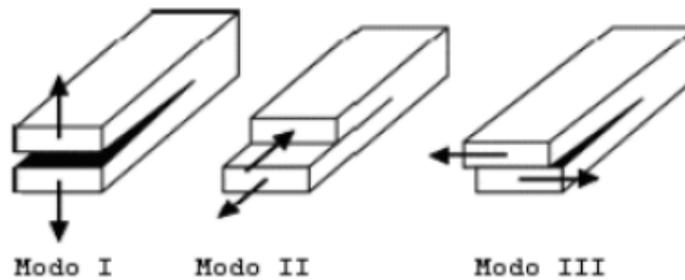


Figura 3 – Modos de abertura de uma trinca (SÁ, 2016).

Trincas mais severas, ou pontiagudas, criam concentração de tensões relativamente grandes, o que faz surgir uma zona plástica na ponta da trinca. O estado de tensão nesta zona é diretamente proporcional ao chamado fator de intensidade de tensão (K), que mede quão punido pela trinca é o material. Este fator de intensidade é definido de acordo com a Eq. 6.

$$K = \beta_t \sigma_{nom} \sqrt{\pi a_t}, \quad a_t \ll b_t \quad (6)$$

Onde a_t representa o semicomprimento da trinca, b_t a semilargura do material que contém a trinca e β_t é uma quantidade adimensional que depende da geometria da peça, do tipo de carregamento e da fração a_t/b_t .

Cada vez que uma tensão de tração alonga a trinca, a trinca cresce um pouco. E, quando a tensão passa para um regime de compressão ou para um valor nulo, a trinca se fecha e o escoamento cessa momentaneamente e, ao retornar o regime de tração, a trinca torna-se novamente pontiaguda, porém agora com um comprimento maior. Este processo continua enquanto a tensão local na ponta da trinca variar entre valores abaixo da tensão de escoamento e valores acima da tensão de escoamento.

2.2.3 Ruptura da Trinca

Cada material tem associado a si um valor crítico chamado de tenacidade da fratura (K_c). Enquanto K for menor que K_c , considera-se que a trinca está em modo estável. Quando o valor de K atinge K_c , diz-se que a trinca está se propagando até a falha. O crescimento da trinca permanece enquanto houverem tensões de tração cíclicas, até que, em um certo ponto, a trinca adquira um tamanho grande o suficiente para aumentar o fator de intensidade de tensão K na extremidade da trinca até um nível maior que o da tenacidade à fratura do material K_c , quando ocorre, de maneira instantânea, a falha repentina e catastrófica do material.

2.3 Modelos de Falha por Fadiga

Atualmente existem três formas de abordar problemas de falha por fadiga e, apesar de cada um destes modelos tratar o problema de uma forma diferente, todos tentam prever a vida, em número de ciclos, para que ocorra a falha em um nível específico de carregamento. As três abordagens são o modelo tensão-vida ($S - N$), deformação-vida ($\epsilon - N$) e a mecânica da fratura linear-elástica (MFLE).

2.3.1 Abordagem S-N

A abordagem S-N é baseada apenas na tensão e busca determinar a resistência à fadiga e o limite de fadiga para o material analisado. Entre as abordagens citadas anteriormente, esta é a mais antiga e a mais frequente em fadiga de alto ciclo.

Esta abordagem é razoavelmente fácil de ser implementada e possui uma enorme gama de dados disponíveis, entretanto é a menos acurada entre as três, especialmente para fadiga de baixo ciclo e quando as tensões possuem um valor suficiente para causar escoamento local.

A caracterização da curva $S - N$ de um material é feita a partir de ensaios. Se um espécime é submetido a ciclos de tensões suficientemente grandes, trincas e outras espécies de danos irão surgir levando o corpo a falhar. Caso este teste seja repetido em níveis de tensões maiores, o número de ciclos necessários para a falha ocorrer serão menores. Repetindo este teste por diversas vezes para diferentes níveis de tensão, é possível traçar uma curva que relaciona a amplitude de tensão com o número de ciclos em que o espécime irá falhar e, a esta curva, dá-se o nome de curva tensão-vida (S-N). Como é possível perceber analisando a Fig. 4, cada material possui uma curva característica.

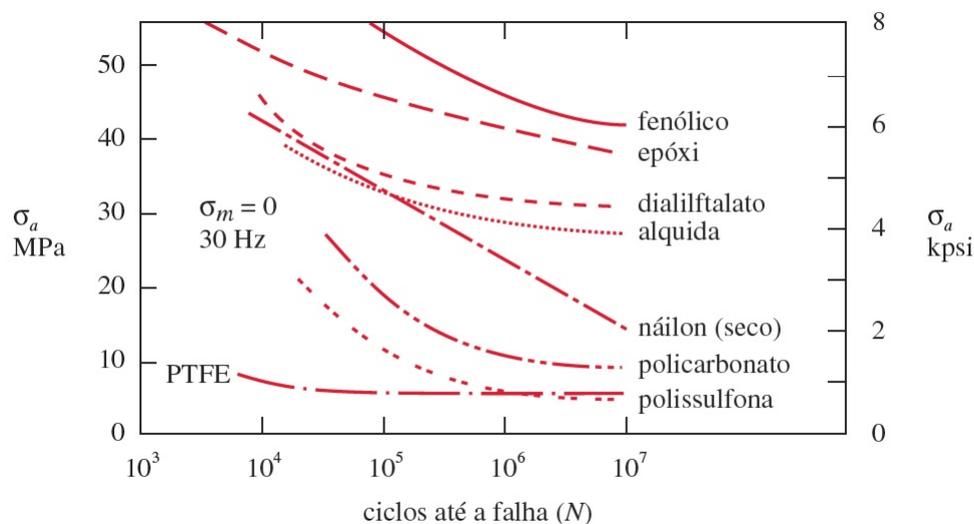


Figura 4 – Curvas tensão-vida traçadas para diversos tipos de materiais. (NORTON, 2013)

O número de ciclos necessários para a falha ocorrer muda drasticamente de uma tensão para outra e, por este motivo, é conveniente traçar curvas S-N em gráficos de escala logarítmica. A Fig. 5 mostra a mesma curva traçada em escala linear e logarítmica e é perceptível como a curva traçada em escala logarítmica pode ser lida de forma mais acurada em vidas mais curtas, o que torna mais conveniente traçar curvas nesta escala.

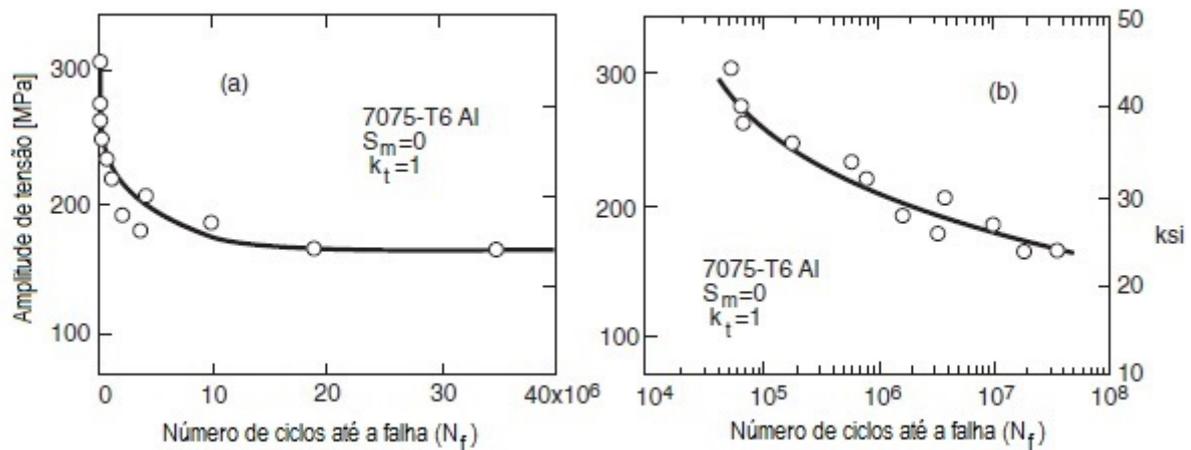


Figura 5 – Curvas tensão-vida para espécimes não entalhados de ligas de alumínio. (Adaptado de Dowling, 2012)

Para uma curva log-log, a Eq. (7) pode ser utilizada como ajuste da curva e, no caso de uma curva monolog, a curva possui a forma da Eq. (8).

$$S = A_{mat} N^{B_{mat}} \quad (7)$$

$$S = C_{mat} + D_{mat} \log N \quad (8)$$

Onde A_{mat} , B_{mat} , C_{mat} e D_{mat} são constantes do material e o coeficiente B_{mat} sempre negativo, pois a curva sempre apresenta um comportamento decrescente.

O termo utilizado para referir-se a a tensão específica em que irá ocorrer falha em uma vida em particular é Resistência à Fadiga.

Em alguns materiais, especialmente aço-carbono e ligas de alumínio, a curva adquire um formato bem particular. As curvas destes materiais, a partir de determinada vida, comportam-se como uma assíntota, de semelhante a apresentada na Fig. 6, e a tensão onde isso ocorre é chamada de Limite de Resistência à Fadiga ou Limite de Enduração.

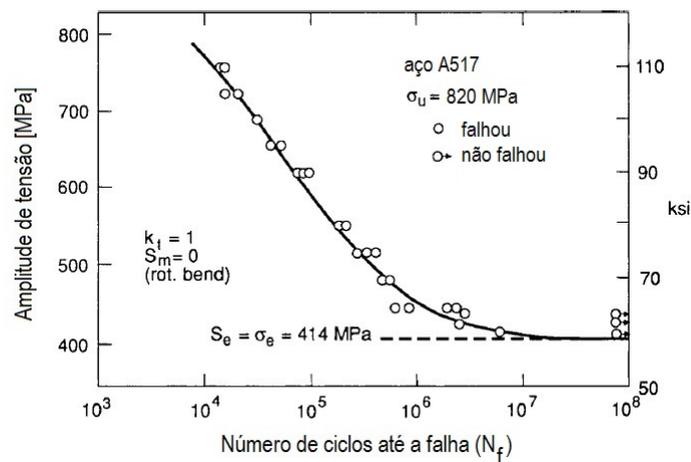


Figura 6 – Curva tensão-vida para espécimes não entalhado de aço A517. (Adaptado de Dowling, 2012)

Furos, filetes, chanfros e quaisquer descontinuidades geométricas ou estruturais em peças causam uma elevação de tensão no ponto em que se encontram e, por este motivo, são chamados de concentradores de tensão ou entalhes. Nestes locais de descontinuidade geométrica ou estrutural, é quase certo que tensão máxima local $\sigma_{m\acute{a}x}$ neste ponto será maior que a tensão nominal do componente (σ) e é possível relacionar o valor de $\sigma_{m\acute{a}x}$ e σ neste ponto através do fator de concentração de tensão K_t por meio da Eq. (9).

$$K_t = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma} \quad (9)$$

Como apresentado na Fig. 7, K_t é um valor teórico que depende apenas da geometria e da forma de carregamento do componente.

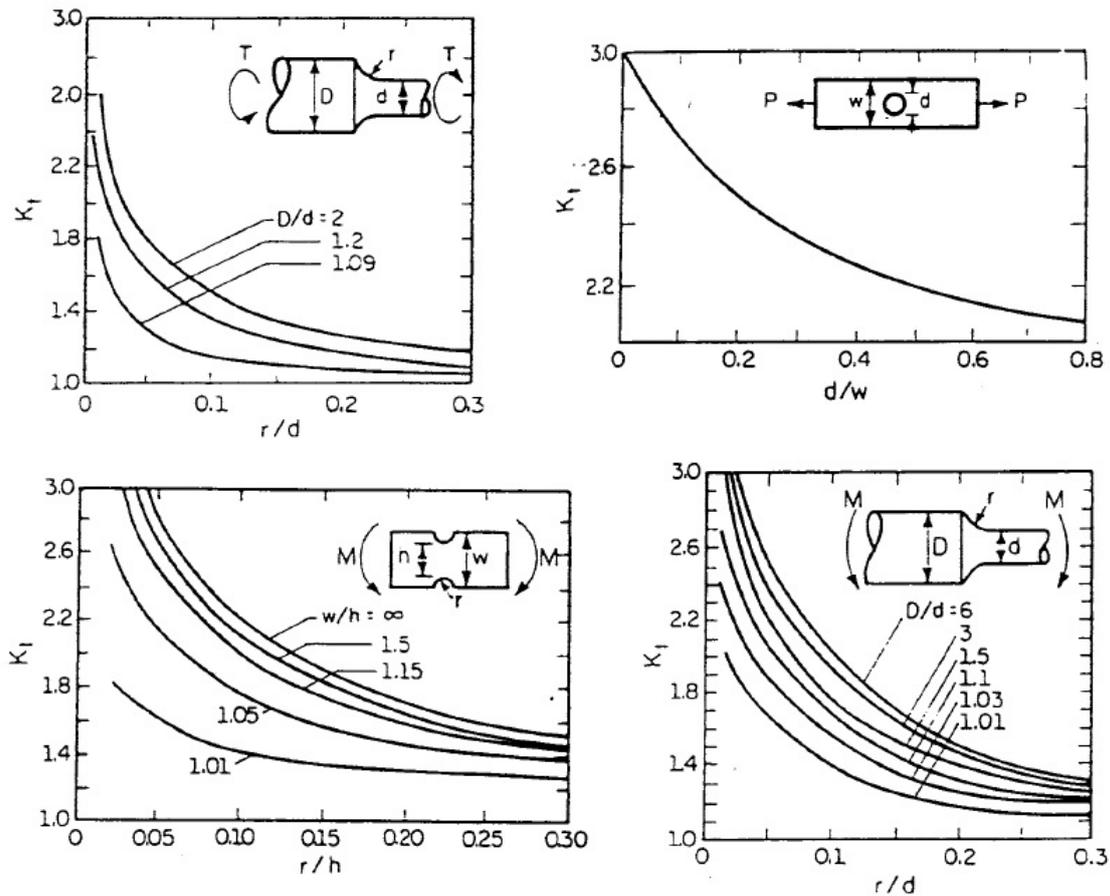


Figura 7 – Fator de concentração de tensão para diferentes geometrias. (Adaptado de Bannantine, (1990))

Na abordagem S-N, o efeito do concentrador de tensão é medido a partir da definição do fator de fadiga no entalhe (K_f). O valor de K_f é dado pela Eq. (10), que relaciona a resistência à fadiga do componente não entalhado (S_{ne}) a resistência à fadiga em um componente entalhado (S_e) em uma determinada vida.

$$K_f = \frac{S_{ne}}{S_e} \tag{10}$$

Enquanto K_t depende somente da geometria e do carregamento do corpo, K_f é dependente do material do componente e, como é possível perceber analisando a Fig. 8, geralmente seu valor é menor que o de K_t (BANNANTINE, 1990) .

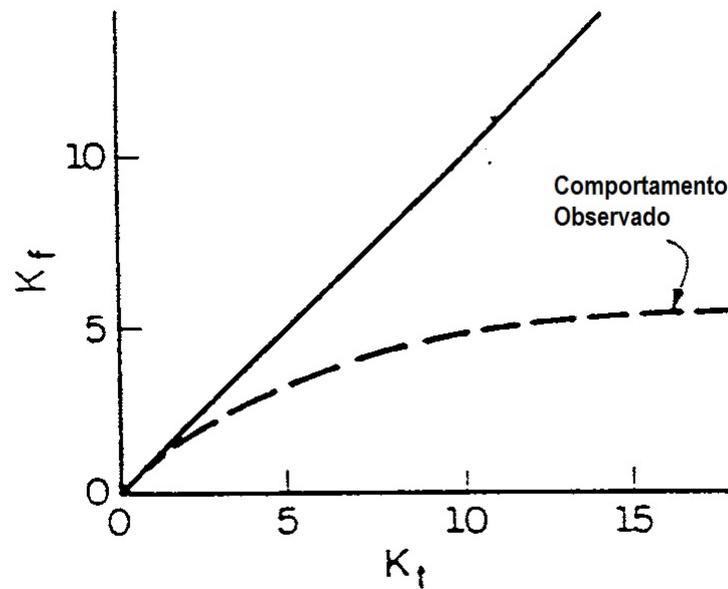


Figura 8 – Relação entre K_t e K_f . (Adaptado de Bannantine, (1990))

É possível relacionar estes os valores de K_t e K_f a partir da determinação do fator de sensibilidade de entalhe (q), que possui uma abordagem mais teórica, dada pela Eq. (11), e uma abordagem mais empírica, dada pela Eq. (12).

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (11)$$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{a_q}{r_q}} \quad (12)$$

Em que na Eq. (12), r_q é o raio do entalhe e a_q é uma constante do material.

É possível combinar as Eq. (11) e (12) e escrever K_f como uma função e K_t , a_q e r_q , como apresentado pela Eq. (13).

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{a_q}{r_q}} \quad (13)$$

A medida que o tamanho do entalhe aumenta, o volume de material próximo ao entalhe a sofrer com altos níveis de tensão também aumenta, como mostrado na Fig. 9, e isto resulta em uma maior probabilidade de falha por fadiga (BANNANTINE, 1990).

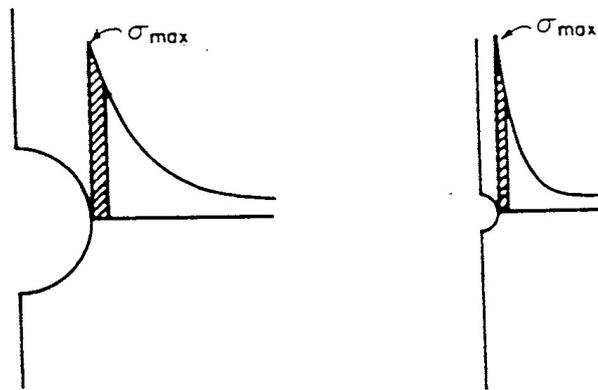


Figura 9 – Volume de material criticamente tensionado em diferentes tipos de entalhe. (Adaptado de Bannantine, (1990))

As curvas S-N apresentadas na Fig. 10 mostram os resultados de ensaios realizados para um mesmo material utilizando um espécime com entalhe e outro sem. Observando está imagem fica claro que a resistência à fadiga do componente entalhado é bem menor que a do componente sem entalhe.

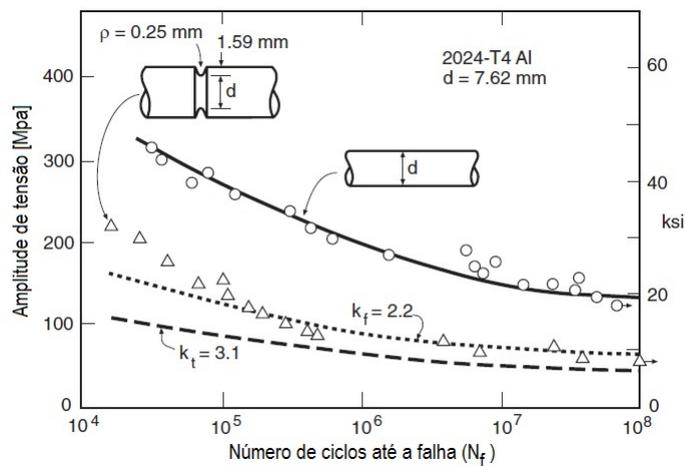


Figura 10 – Curvas S-N para um componente com entalhe e outro feitos de liga de alumínio 2024-T4 Al. (Adaptado de Dowling, 2012)

Esta redução da resistência à fadiga é uma consequência direta da alta concentração de tensão nos entalhes. Quando presentes em um componente, estes concentradores de tensão precisam receber uma atenção especial, pois esta redução na resistência à fadiga pode fazer com que trincas comecem a surgir nestas localidades.

2.3.2 Deformação-Vida ($\varepsilon - N$)

A falha por fadiga quase sempre é iniciada em uma descontinuidade local, como um entalhe, trinca ou qualquer outra área de concentração de tensão. A iniciação de uma

trinca pode envolver condições de plasticidade à nível microscópico, portanto uma aproximação baseada apenas na tensão não é a mais adequada para modelar este processo e uma alternativa mais ideal para análise da iniciação da trinca seria um modelo baseado na sua deformação e, como Shigley, Mischke e Budynas (2004) afirmam, esse é o melhor procedimento para explicar a natureza da falha por fadiga, apesar de serem mais complicados que modelos $S - N$ e sua solução exigir o auxílio de ferramentas computacionais mais elaboradas.

Shigley, Mischke e Budynas (2004) também enfatizam o fato de que para utilizar a abordagem $\varepsilon - N$ em estimativas de resistências à fadiga, é necessário compor várias idealizações e, por este motivo, algumas incertezas existirão no resultados. Entretanto Norton (2013) traz como vantagens deste método a possibilidade de incluir nas formulações matemáticas os efeitos de fluência oriundos das combinações de cargas de fadiga e temperatura, o que permite uma modelagem mais segura do problema.

A Fig. 11 mostra a aparência geral de um gráfico tensão-deformação (σ - ε), onde é possível perceber que as reversões ocorrem em níveis de tensão sempre menores, o que evidencia que a resistência decresce com as repetições de tensão.

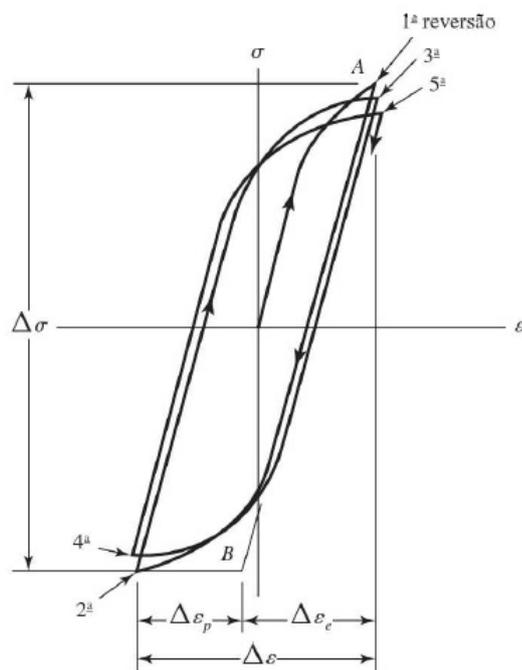


Figura 11 – Ciclos de histereses da tensão verdadeira-deformação verdadeira mostrando as primeiras cinco reversões de tensão de uma material. (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004)

Em um ensaio como aquele que deu origem ao gráfico da Fig. 11, onde a variável controlada é a faixa de variação da deformação total, é possível determinar a deformação

elástica conhecendo a tensão atuante no corpo de prova e o módulo de elasticidade, E , utilizando a Eq. (14).

$$\Delta\varepsilon_e = \frac{\Delta\sigma}{E} \quad (14)$$

Na Fig. 11 o intervalo da tensão está representado por $\Delta\sigma$, o intervalo da deformação plástica por $\Delta\varepsilon_p$, o intervalo de deformação elástica por $\Delta\varepsilon_e$ e a deformação total por $\Delta\varepsilon$, sendo que, pelo gráfico, é possível afirmar que $\Delta\varepsilon$ pode ser calculado de acordo com a Eq. (15).

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_p + \Delta\varepsilon_e \quad (15)$$

Após a determinação da deformação elástica, é possível encontrar a deformação plástica a partir de um rearranjo da Eq. (15), que determina a deformação total, que passará a ter a forma da Eq. (16).

$$\Delta\varepsilon_p = \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_e \quad (16)$$

A partir dos valores de $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon_e$ e $\Delta\varepsilon_p$, é possível correlacionar cada uma das faixas de deformação com a vida do corpo de prova.

Também é possível descrever o comportamento da deformação de um material em relação a sua vida em fadiga de forma gráfica. Para isso, são utilizadas três curvas apresentadas em escala log-log: A primeira curva é referente a deformação elástica, a segunda a deformação plástica e a terceira representa a deformação total do material. O resultado da junção destas três curvas é um gráfico semelhante ao apresentado na Fig. 12.

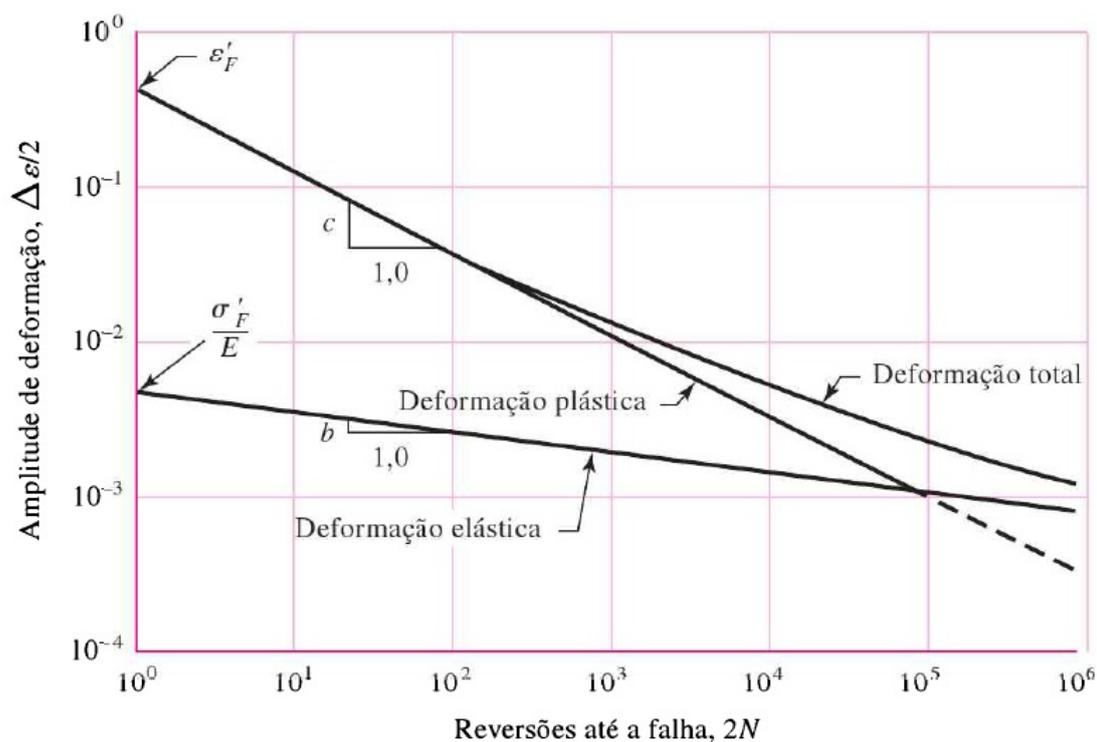


Figura 12 – Gráfico log-log mostrando como a vida de fadiga se relaciona com a amplitude de deformação para o aço 1020 laminado a quente (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004).

2.3.3 Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)

A Mecânica da Fratura Linear Elástica, MFLE, busca mapear a propagação de um trinca devido a solicitações dinâmicas e Rosa (2002) cita que o uso generalizado desta abordagem é para quantificar de uma forma bastante precisa os níveis admissíveis que um componente com trincas pode operar sem que a falha aconteça.

Este método é utilizado principalmente na previsão de tempo de vida restante em componentes sujeitos a fadiga de baixo ciclos e tensões cíclicas grandes o suficiente para causarem a formação de trincas. A abordagem da MFLE é baseada principalmente na análise do crescimento de trincas por meio da definição de uma relação da variação da intensidade de tensão nos arredores da trinca com a taxa de crescimento de uma trinca por ciclos de carregamento.

O estudo da MFLE ganhou força quando os processos mais usuais de cálculo estrutural tornaram-se insuficientes para explicar o comportamento de falhas de componentes sujeitos a tensões bem abaixo dos níveis admissíveis (ROSA, 2002). Segundo Norton (2013), esta abordagem é frequentemente utilizada em conjunto com ensaios não destrutivos em programas periódicos de inspeção de serviço, especialmente na indústria aeronáutica/aeroespacial e a aplicação deste método é razoavelmente direta, mas depende

da precisão da expressão para o fator geométrico de intensidade de tensão e também na estimativa do tamanho da trinca inicial requerida para o processamento computacional, o que torna este método bastante complexo.

2.4 Teoria da distância crítica

Valores de máxima tensão determinados na raiz de um entalhe nem sempre podem ser usados de forma satisfatória para prever fadiga de alto ciclo em entalhes. Geralmente este tipo de abordagem propõe valores extremamente conservativos quando utilizada para análise de entalhes mais agudos. Em contrapartida, existem muitos métodos de estimativa de vida em fadiga que podem ser utilizados para prever tanto a vida de componentes com entalhes suaves como agudos, porém o mais adotado é a Teoria da Distância Crítica (TDC), proposto por Neuber.

A abordagem de Neuber parte do princípio de que a tensão elástica não atinge valores tão altos quanto os previstos pela teoria da mecânica do contínuo. E, para calcular a tensão real atuando nas proximidades do entalhe, a chamada tensão efetiva (σ_{eff}), deve-se levar em conta que a tensão próxima à raiz do entalhe é distribuída pelas partículas estruturais que compõe o material.

Susmel e Taylor (2007) mostram que, anos depois da abordagem de Neuber surgir, Peterson propôs um forma simplificada de aplicação da ideia proposta por Neuber. Peterson observou que a uma dada distância da raiz do entalhe existe uma tensão suficiente para iniciar uma trinca e que esta tensão pode ser comparada ao limite de fadiga de componente não entalhado feito do mesmo material.

A ideia de Neuber passou por reformulações que consideram tanto a mecânica clássica como a mecânica da fratura linear elástica de forma que é possível estimar a vida de componentes entalhados em fadiga de alto ciclo de forma mais geral.

2.4.1 Distância Crítica

As formulações da TDC sempre estipulam uma tensão efetiva (σ_{eff}) a ser comparada com algum parâmetro de resistência do material chamado de resistência de referência (σ_{ref}). De acordo com o simbolismo apresentado na Fig. 13, σ_{eff} pode ser estimado de três formas: O Método do Ponto (MP), o Método da Linha (ML) e o Método da Área (MA).

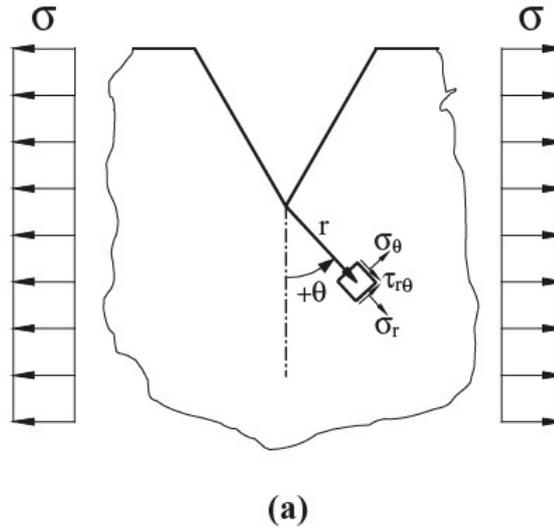


Figura 13 – Definição do sistema de coordenadas polares adotado para a estimativa da distância crítica (SUSMEL; TAYLOR, 2007).

O Método do Ponto estima a σ_{eff} a uma certa distância da extremidade do entalhe e é formulado de acordo com a Eq. (17).

$$\sigma_{eff} = \sigma_1(r = D_{PM}, \theta = 0) = \sigma_{ref} \quad (17)$$

O Método da Linha trata σ_{eff} como uma tensão média atuante sobre uma linha que parte da raiz do concentrador de tensões até uma dada distância e obedece a Eq. (18).

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{D_{LM}} \int_0^{D_{LM}} \sigma_1(r, \theta = 0) dr = \sigma_{ref} \quad (18)$$

No Método da Área a σ_{eff} é estimada como uma tensão média de uma área que abrange as proximidades do entalhe e segue a Eq. (19).

$$\sigma_{eff} = \frac{4}{\pi D_{MA}^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{D_{MA}} \sigma_1(r, \theta) dr d\theta \approx \sigma_{ref} \quad (19)$$

Sendo que nas três equações apresentadas acima, D_{PM} , D_{LM} e D_{MA} representam as distâncias críticas obtidas por cada um dos métodos apresentados e todas estas equações assumem que a falha ocorre quando σ_{eff} ultrapassa σ_{ref} .

As formalizações mais atuais da TDC colocam a distância crítica como função do comprimento característico do material (L) de acordo com a fórmula apresentada a seguir.

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K}{S_{ne}} \right)^2 \quad (20)$$

Em que S_{ne} é o limite de fadiga do espécime não entalhado e K é o fator de intensidade de tensão, ambos definidos para o mesmo raio de carregamento.

A definição do comprimento característico do material apresentada pela Eq. (20) mostra que L , depende das propriedades do material e varia de acordo com o material analisado e o raio de carregamento. E, aplicando a definição de L as Eq. (17) à (19), tem-se que $\sigma_{ref} = S_{ne}$ quando

$$D_{PM} = \frac{L}{2} \quad (21)$$

ou

$$D_{LM} = 2L \quad (22)$$

ou

$$D_{MA} = L \quad (23)$$

É intuitivo pensar que o valor do comprimento característico será função do número de ciclos, o que é verdade. Assim, é possível relacionar L e N a partir de uma curva que possui a forma apresentada pela equação 24.

$$L = A_L N^{B_L} \quad (24)$$

Na Eq. (24), A_L e B_L são constantes dependentes do material e do raio de carregamento e A_L sempre terá um valor positivo e B_L um valor negativo devido ao comportamento da curva.

A definição da curva $L - N$ pode ser feita utilizando duas curvas de calibração de fadiga, sendo uma curva relativa ao espécime entalhado e outra ao espécime sem entalhe, como apresentado na Fig. 14.

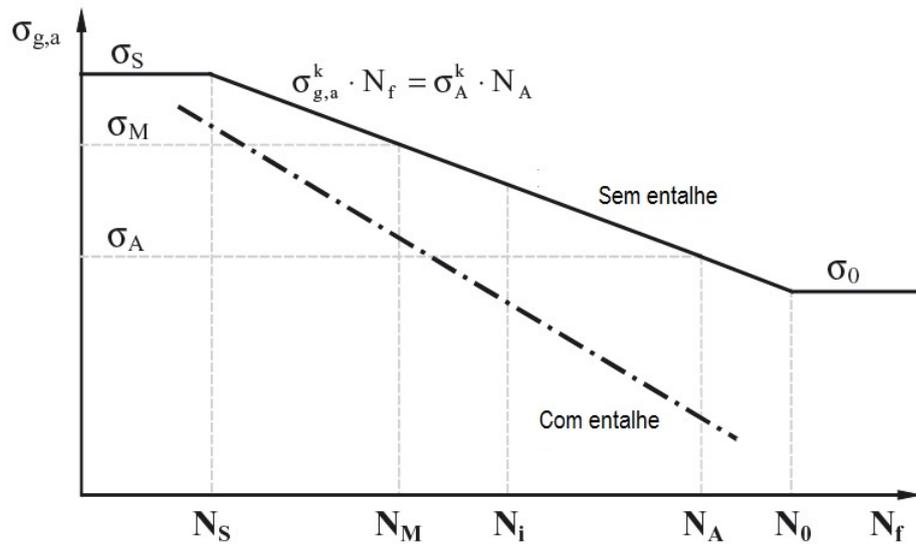


Figura 14 – Curvas de calibração de fadiga de um espécime sem entalhe e um espécime entalhado. (Modificado de Susmel e Taylor, 2007)

Utilizando o MP, a distância crítica pode ser determinada para qualquer número de ciclos. Para um valor fixo da vida em fadiga (N_f), a distância a partir da raiz do entalhe onde a amplitude da tensão linear-elástica é igual a tensão necessária para fazer com que ocorra a falha em nesta vida será igual a $\frac{L_i(N_f)}{2}$. Essa é a distância crítica e pode ser calculada por elementos finitos ou utilizando métodos analíticos com o auxílio de uma curva Amplitude de Tensão x Distância como a mostrada na Fig. 15.

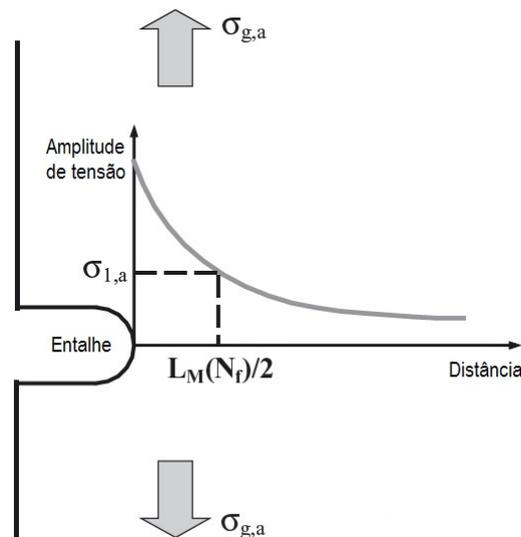


Figura 15 – Campo de tensão linear-elástica aos arredores do entalhe e aplicação da abordagem Método do Ponto da Teoria da Distância Crítica. (Modificada de Susmel e Taylor, 2007)

A distância crítica pode ser encontrada para qualquer número de ciclos N_f uti-

lizando uma metodologia semelhante a apresentada na Fig. 15 e, se esta distância for determinada para dois ou mais valores de N_f , é possível determinar as constantes A_L e B_L necessárias para estabelecer a relação apresentada pela Eq. (20).

2.5 Fadiga Multiaxial

Em aplicações reais, é comum que componente estejam sujeitos a estados de tensão e deformação bastante complexos que podem chegar a combinar diferentes tipos de carregamentos. E, quando este carregamento é dinâmico, diz-se que o corpo está sujeito a fadiga multiaxial.

Na fadiga multiaxial, a presença de esforços cíclicos combinados estabelece um estado de tensões complexo que não é descrito de forma tão simplória como ocorre quando se trata de um estado de tensões uniaxiais. Por este motivo, o entendimento de como carregamentos externos se combinam e produzem tensões e deformações em um componente é fundamental para compreender e estimar valores de previsão de vida em fadiga multiaxial.

O estado de tensão em um ponto pode ser descrito por meio de seis componentes que descrevem as tensões atuantes neste ponto, como apresentado na Fig. 16, onde tensões normais são indicadas por σ , tensões cisalhantes por τ e os caracteres dos índices indicam o plano em que a tensão cisalhante está atuando e o eixo que a tensão é paralela.

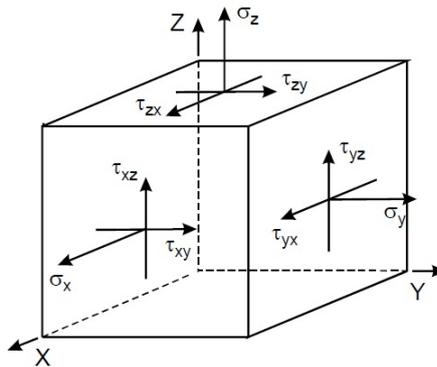


Figura 16 – Componentes de tensão em um ponto (SOCIE; MARQUIS, 2000).

É possível definir o estado de tensão de um ponto por meio de um tensor, chamado tensor das tensões (\mathbf{T}) que é escrito como:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & \tau_{XZ} \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} & \tau_{ZY} & \sigma_Z \end{bmatrix}$$

As tensões em planos perpendiculares são iguais entre si se convergem ou divergem de uma mesma aresta, isso significa que são necessárias apenas seis componentes para definir um estado de tensão $\tau_{XY} = \tau_{YZ}$, $\tau_{YZ} = \tau_{ZY}$ e $\tau_{XZ} = \tau_{ZX}$.

Forças agindo em um plano material, semelhante ao mostrado na Fig. 17 podem ser quantificadas a partir do equilíbrio de todas as forças externas atuantes neste plano.

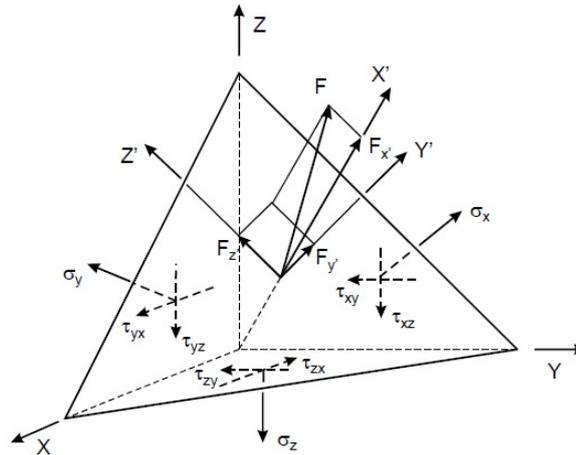


Figura 17 – Forças agindo em um plano tridimensional. (SOCIE; MARQUIS, 2000).

Observando a Fig 17, é possível perceber que um ponto O no plano foi selecionado como a origem de um sistema de coordenadas X'Y'Z', com o X' normal a superfície do plano e Y' paralelo a interseção entre o plano material e o plano X-Y, e a força F, que é a resultante das forças atuantes no elemento de tensão.

É possível representar estas tensões atuantes no plano material como mostrado na Fig. 18.

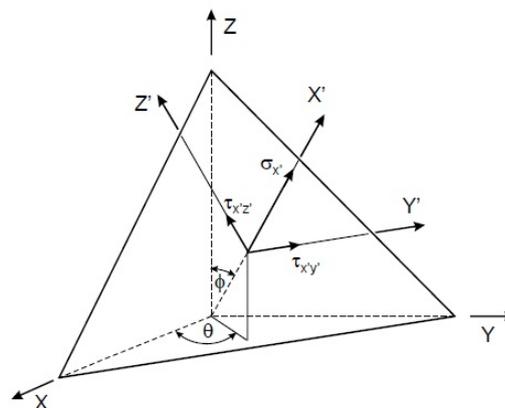


Figura 18 – Tensões agindo em um plano material. (SOCIE; MARQUIS, 2000).

As tensões atuantes no plano material podem ser encontradas dividindo o as forças atuantes pela área do plano seguido da realização do equilíbrio de forças no elemento de

tensão. Com isto, é obtida as Eq. (25) para tensão normal (σ_n) e as Eq. , (26) e (27) para as tensões cisalhante ($\tau_{X'Y'}$ e $\tau_{X'Z'}$).

$$\sigma_{X'} = \left(\frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} + \frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{XY} \sin(2\theta) \right) \sin(\phi)^2 \quad (25)$$

$$\tau_{X'Y'} = \left(-\frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} + \tau_{XY} \cos(2\theta) \right) \sin(\phi) \quad (26)$$

$$\tau_{X'Z'} = - \left(\frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} + \frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{XY} \sin(2\theta) \right) \frac{\sin(2\phi)}{2} \quad (27)$$

Nas últimas décadas, diversos autores propuseram diferentes critérios de fadiga para tensões multiaxial, porém, apesar da variedade, ainda não existe uma metodologia mundialmente aceita, de tal forma que cabe ao engenheiro do projeto avaliar a melhor forma de avaliação do limite de fadiga de uma determinada peça em função das características do problema (BANDEIRA, 2014).

Os critérios multiaxiais encontrados na literatura podem ser classificados como:

- Critérios empíricos;
- Critérios baseados nos invariantes de tensão;
- Critérios de energia;
- Critérios baseados em tensões médias;
- Critérios baseados em tensões mesoscópicas;
- Critérios baseados no plano crítico.

2.5.1 Smith-Watson-Topper

O modelo Smith-Watson-Topper é baseado no plano crítico, que é aquele plano em que existe uma maior chance de nucleação e crescimento de trinca, e pode ser utilizado para a previsão de vida de materiais que falham pelo modo I de propagação.

Socie e Marquis (2000) mostram que o método Smith-Watson-Topper, é um modelo de análise de falhas que pode ser utilizado quando o mecanismo dominante de falha é o crescimento de trincas nos planos de máxima deformação normal, a exemplo da imagem apresentada na Fig. 19.

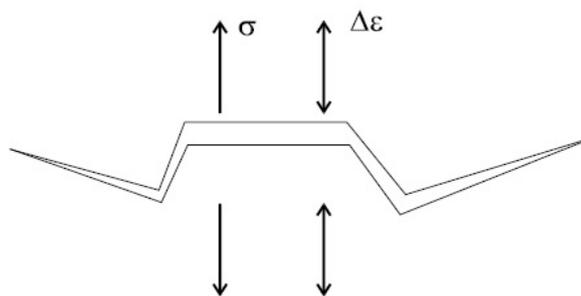


Figura 19 – Crescimento da trinca devido a tensão e deformação normal (SOCIE; MARQUIS, 2000).

O critério Smith-Watson-Topper é formulado como apresentado na Eq. (28), sendo que lado esquerdo desta equação é o chamado parâmetro Smith-Watson-Topper (P_{SWT}).

$$\sigma_n \frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (28)$$

Para estados de tensão multiaxial, o P_{SWT} é calculado sempre no plano onde o produto da deformação principal ($\Delta \varepsilon_1$) e a tensão normal (σ_n) é máxima.

Socie e Marquis (1999) mostraram que o P_{SWT} pode ser tratado como um critério representativo da condição de falha. Em seus trabalhos, Sá (2016) relacionou o P_{SWT} a vida em fadiga para um espécime entalhado sujeito a um estado de tensão multiaxial e propôs uma curva $P_{SWT} - N$ capaz de caracterizar este espécime.

A curva $P_{SWT} - N$ proposta por Sá (2016) apresenta a forma apresentada na Eq. (29), em que os coeficientes A_{SWT} e b_{SWT} são constantes dependentes do material, da geometria do corpo analisado e do seu estado de tensões.

$$P_{SWT} = A_{SWT} N^{b_{SWT}} \quad (29)$$

2.6 Confiabilidade

A teoria clássica de projeto utiliza um coeficiente de segurança, que é simples e fácil de empregar, mas peca pela falta de rigor no tratamento quantitativo das variáveis de projeto, pois não leva em conta que muitas variáveis em Engenharia não são valores perfeitamente definidos e, com o crescimento da utilização de sistemas com requisitos de alto desempenho, a necessidade de estabelecer uma base mais racional e métodos mais precisos na determinação da performance estrutural tornou-se clara (ROSA, 2002).

O conceito de confiabilidade pode ter uma conotação tanto qualitativa quanto quantitativa. Como Thoft e Baker (2012) mostram, em um sentido mais geral, um sistema

é dito confiável quando atende a proposta do seu projeto por um período considerável de tempo, entretanto a confiabilidade também pode ser tratada de forma mais rígida, em termos probabilísticos.

Como apresentado por Zio (2013), desde 1816 quando o mundo começou a sofrer diversas revoluções sociais, culturais e tecnológicas, surgiu à necessidade de aprimoramento dos sistemas de confiabilidade quantitativos, o que levou a análise de confiabilidade de sistemas, em meados de 1950, a se tornar uma disciplina científica e com isso, a partir de 1970, três grandes áreas da análise de confiabilidade entraram em ascensão:

- Potencial de sistemas de análise de confiabilidade, que foi motivado pela necessidade de garantir a segurança de sistemas complexos, como usinas nucleares;
- Testes e Análises de sistemas de confiabilidade, devido ao grande crescimento na utilização de softwares em projetos;
- Implementação de sistemas de análise de confiabilidade.

Atualmente a análise de confiabilidade é uma disciplina científica multidisciplinar bem estabelecida que ajuda a desenvolver métodos confiáveis de entender a forma de operação e falha de um sistema sempre buscando responder as seguintes questões:

- Por quê o sistema pode falhar?
- Como construir um sistema seguro?
- Como mensurar a confiabilidade do sistema?
- Como manter o sistema seguro?

2.6.1 A matemática na confiabilidade

A probabilidade e estatística é a principal ferramenta utilizada para quantificar quão confiável é um sistema, pois a análise de confiabilidade sempre lida com a incerteza.

A confiabilidade é influenciada pela variação de parâmetros como propriedades mecânicas, dimensões, esforços mecânicos, temperatura, etc. O'Connor e Kleyner (2012) enfatizam a importância de compreender a natureza destes parâmetros para que seja possível a implementação de métodos seguros e capazes de mensurar e controlar esta variação, o que possibilita entender os efeitos de cada um destes parâmetros e encontrar a melhor forma de minimizar seus efeitos.

Segundo Silva (2013), o fenômeno de falha deve ser escrito em termos probabilístico, pois o risco de falha está implícito em todos os sistemas, uma vez que a segurança absoluta é economicamente inviável.

Métodos estatísticos provem formas de analisar, entender e controlar a variação destes parâmetros, entretanto nem todo problema de engenharia precisa ser resolvido utilizando apenas métodos estatísticos. Muitos problemas são puramente determinísticos e podem ser resolvidos levando em conta apenas problemas parecidos que já foram resolvidos e dados disponíveis na literatura. Então, é prática comum mesclar técnicas de estatísticas com técnicas de engenharia na resolução de problemas e, como O'Connor e Kleyner (2012) afirmam, aplicar técnicas estatísticas em problemas de engenharia é algo válido e pode ser muito efetivo quando as técnicas são aplicadas de forma apropriada.

2.6.2 Variáveis Aleatórias

Silva (2013) trata como experimentos aleatórios aqueles em que um resultado em particular não pode ser previsto, mas sim o conjunto de possíveis resultados.

Ao analisar, por exemplo, a capacidade de uma estrutura suportar um determinado carregamento, as saídas podem ser 'sim' ou 'não', porém é possível atribuir valores numéricos a estes resultados. 'Sim' pode passar a ser o número 1, 'não' o número 0 e, caso necessário, é possível identificar outros fenômenos e associar a eles outros valores numéricos. Neste caso, as saídas, ou eventos, são chamadas de variável aleatória (VA).

Uma VA é uma função que mapeia os eventos de um espaço amostral (Ω) pertencente ao domínio real (\mathbb{R}) e geralmente é representada por uma letra maiúscula e pode ser escrita como $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$.

Variáveis aleatórias podem ser tratadas como variáveis contínuas ou discretas. Uma VA é considerada contínua quando os eventos $E_v \subset \Omega$, onde Ω é um espaço amostral contínuo, são mapeado por X em um intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}$, isso significa que o espaço amostral pode assumir um número infinito de valores. Caso o espaço amostral Ω seja discreto, assumam apenas uma quantidade finita e numerável de valores, a VA é considerada discreta.

2.6.3 Distribuições de Probabilidade

O comportamento de uma variável é caracterizado por sua distribuição de probabilidade. Soong (2004) define a distribuição de probabilidade como uma forma de explicar em termos probabilísticos os valores que uma VA pode assumir. Em outras palavras, a função distribuição de probabilidade define a probabilidade de X assumir um valor x pertencente a um subconjunto do espaço amostral Ω , sendo o valor x e todos os valores menores que ele pertencentes a este subconjunto. A função distribuição acumulada pode ser escrita de acordo com a Eq. (30).

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (30)$$

Quanto maior for o valor de x , maior é a porcentagem de valores que este subconjunto abrange e maior é o valor associado a função distribuição de probabilidade, que assume o valor máximo de 1 quando este subconjunto abrange todo o espaço amostral, e, por este motivo, também recebe o nome de distribuição acumulada.

A função distribuição de probabilidade possui importantes propriedades. Estas propriedades são:

- Existe tanto para variáveis aleatórias discretas e contínuas e sempre possui valores entre 0 e 1.
- É uma função não negativa, contínua a esquerda e não decrescente e $F_X(-\infty) = 0$ e $F_X(+\infty) = 1$.
- Se a e b são dois números reais e $a < b$, então $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$.

Uma típica função de probabilidade de VA contínuas é mostrada na Fig. 20. É possível perceber que ela apresenta uma curva suave e sem descontinuidades, o que não ocorre no gráfico de uma função de probabilidade de uma variável discreta, como é possível perceber observando a Fig. 21.

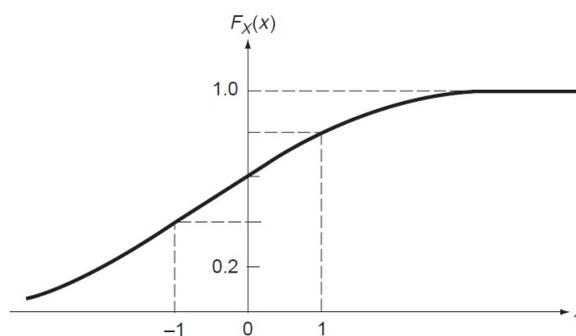


Figura 20 – Função distribuição acumulada de uma variável aleatória contínua (SOONG, 2004).

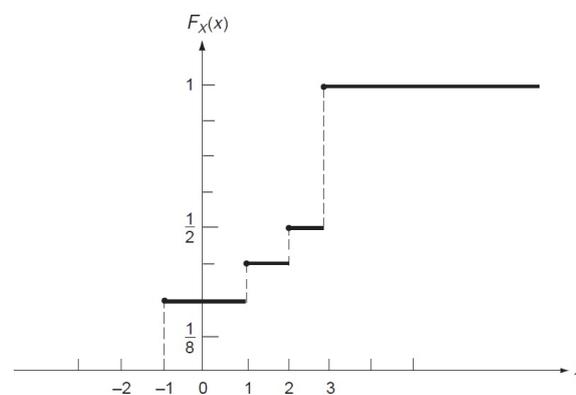


Figura 21 – Função distribuição acumulada de uma variável aleatória discreta (SOONG, 2004).

Muitas vezes ao tratar de VA contínua, pode ser necessário utilizar a derivada da função probabilidade. A esta nova função dá-se o nome de função densidade de probabilidade, representada por $f_X(x)$, e esta nova função pode ser definida como mostrado na Eq. (31).

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (31)$$

Como F_X sempre será não decrescente, é possível afirmar que $f_X(x) \geq 0 \quad \forall \quad x$ e a Eq. (31) pode ser escrita de acordo com a Eq. (32) apresentada logo a seguir.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_x(u)du \quad (32)$$

Além disso, a função densidade de probabilidade possui as seguintes propriedades apresentadas pelas Eq. (33) e (34).

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1 \quad (33)$$

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x)dx \quad (34)$$

Na Fig. 22 é possível ver um exemplo de gráfico função densidade de probabilidade e, como definido pelas Eq. (33) e (34), a área abaixo de toda a curva equivale a 1 e $P(a < X \leq b)$ é igual a área com hachura.

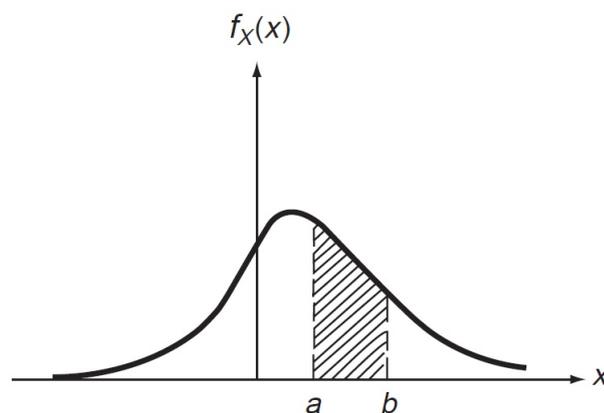


Figura 22 – Função densidade de probabilidade(SOONG, 2004).

A classificação de uma função probabilidade é dada a partir da análise de seu comportamento. As principais distribuições e seus comportamentos estão expostos na Tab. 1.

Tabela 1 – Principais distribuições de probabilidade e suas características.

Distribuição	Principais Características
Binominal	Utilizada para descrever situações em que os resultados de uma variável aleatória só podem ser agrupado em duas categorias (falha ou sucesso, sim ou não, verdadeiro ou falso, etc) mutuamente excludentes.
Poisson	Caracteriza situações onde existe uma probabilidade de ocorrência em um campo ou intervalo contínuo, geralmente de tempo ou espaço.
Normal	Conforme o teorema central do limite, a adição de diversas variáveis independentes sem que nenhuma contribua consideravelmente, apresenta um comportamento normal.
Lognormal	O produto de um expressivo número de variáveis aleatórias ou a soma de seus logaritmos tende a assumir o comportamento lognormal.
Uniforme	Usada para representar variáveis aleatórias sobre as quais se tem informação limitada e se baseia em parâmetros que representa limites plausíveis para seu comportamento.
Exponencial	Similar a distribuição de Poisson, porém mede o tempo ou a distância entre dois eventos sucessivos, aleatórios e independentes.
Weibull	Originada na confiabilidade, descreve modelos de falha ao longo do tempo. Se a taxa de falha é constante, sua forma se aproxima da distribuição exponencial. Esta distribuição é muito flexível e pode assumir uma variedade de formas.
Birnbaum-Saunders	Esta distribuição caracteriza o comportamento de fenômenos aleatórios que possuem uma relação multiplicativa entre si. É comumente utilizada na modelagem de tempo de vida de materiais e equipamentos sujeitos a cargas dinâmicas e em diversas outras área da indústria, negócios, análise de confiabilidade, ciências ambientais e ciências médicas.

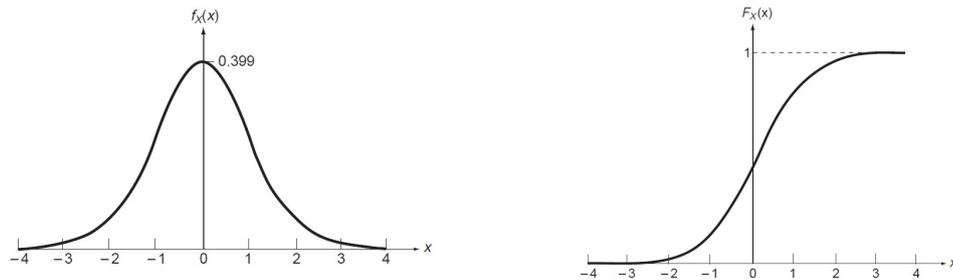
2.6.3.1 Distribuição Normal

Segundo O'Connor e Kleyner (2012), o modelo mais utilizado para descrever a variação de fenômenos é a função de distribuição normal, também chamada de Gaussiana.

Uma VA X é dita normal quando sua função densidade de probabilidade possui a forma descrita pela Eq. (35) e a função distribuição de probabilidade de acordo com a Eq. (35), onde μ é a média e std o desvio padrão de X . Quando X é normal, pode ser representada pela notação $X : N(\mu, std^2)$.

$$f_X(x) = \frac{1}{std(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{std} \right)^2 \right], \quad -\infty < x < \infty \quad (35)$$

A Fig. 23 apresenta as formas gráficas que a função distribuição de probabilidade e a função densidade de probabilidade de uma VA normal assumem.



(a) Função densidade de probabilidade. (b) Função distribuição de densidade.

Figura 23 – Gráfico da distribuição de probabilidade e da densidade de probabilidade para uma variável aleatória normal com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$. (SOONG, 2004)

É possível definir totalmente uma distribuição normal conhecendo sua média e desvio padrão e, além disso, devido ao Teorema do Limite Central, esta distribuição pode ser utilizada para descrever diversos fenômenos.

O Teorema do Limite Central garante que quando a distribuição de uma população não segue uma distribuição normal, a distribuição da média dos dados converge para a distribuição normal conforme o tamanho da amostra aumenta, o que significa que, para um número suficientemente grande de observações, a distribuição de probabilidade irá se aproximar da distribuição normal, independente da distribuição da amostra.

2.6.3.2 Distribuição Lognormal

Enquanto distribuições normais representam a soma de diversas ações aleatórias, a distribuição lognormal é resultante de fenômenos aleatórios que possuem uma relação multiplicativa entre si, assim se uma variável aleatória Y é escrita de acordo com a Eq. (36), é possível rescrevê-la em forma de logaritmo, como apresentado na Eq. (37).

$$Y = X_1 X_2 \dots X_n \quad (36)$$

$$\ln X_n = \ln X_1 + \ln X_2 + \dots + \ln X_n \quad (37)$$

Do teorema do limite central, pode-se afirmar que $\ln Y$ irá tender a uma distribuição normal à medida que n tende ao infinito, então a distribuição de probabilidade de Y pode ser determinada de acordo com a Eq. (38), onde X é uma variável aleatória de distribuição normal.

$$Y = e^X \quad (38)$$

A função densidade de probabilidade de Y é determinada pela Eq. (39).

$$f_Y(y) = \frac{1}{y(std_X)(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[-\frac{1}{2(std_X)^2} (\ln y - \mu_X)^2 \right] \quad (39)$$

A Eq. (39) é válida apenas para valores positivos de y e como apresentado na Fig. 24, e quanto menor o desvio padrão da distribuição, mais acentuado é o pico da distribuição.

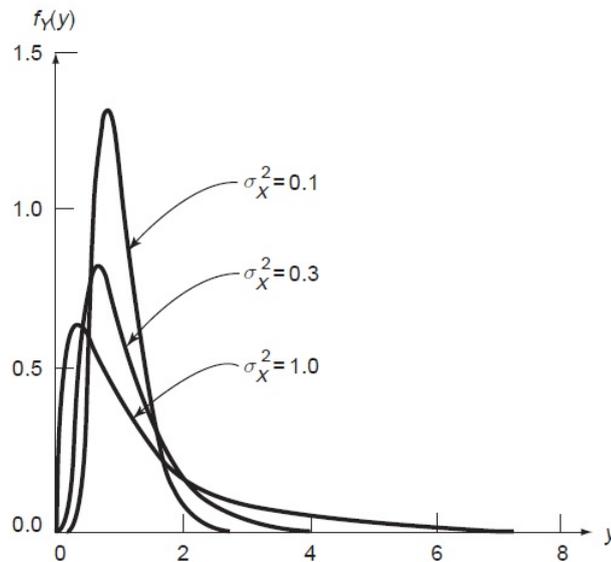


Figura 24 – Distribuições lognormal com média igual a zero para diversos valores de variância (SOONG, 2004).

2.6.3.3 Distribuição Birnbaum-Saunders

Se X é uma variável aleatória que segue a distribuição Birnbaum-Saunders, tem-se que sua função densidade de probabilidade é dada pela Eq. (40). Sendo que, nesta equação, α é o parâmetro de forma e β o parâmetro de escala e seus valores são sempre serão maiores que zero.

$$f_X(x) = \frac{x^{-\frac{3}{2}(x+\beta)}}{2\sqrt{2\pi}\alpha\sqrt{\beta}} \exp \left[-\frac{1}{2\alpha^2} \left(\frac{x}{\beta} + \frac{\beta}{x} - 2 \right) \right] \quad (40)$$

Analisando a Fig. 25, percebe-se que uma pequena variação no α é capaz de mudar completamente a assimetria da distribuição, o que torna a Birnbaum-Saunders uma distribuição bem versátil.

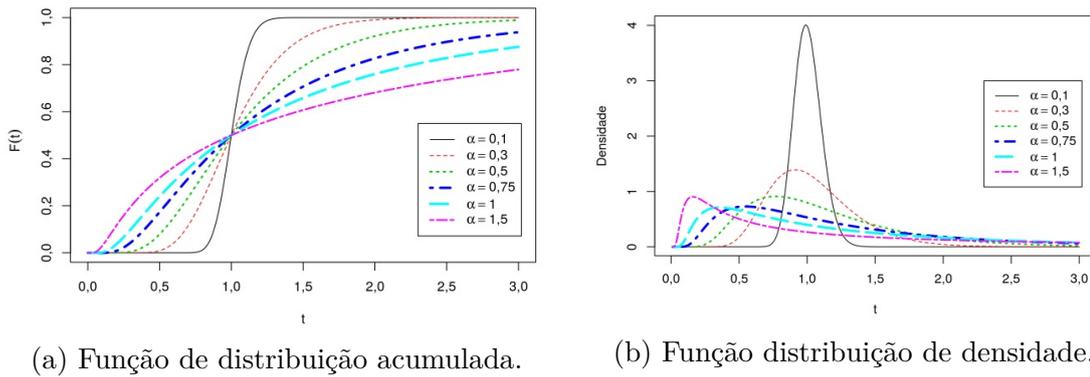


Figura 25 – Gráficos da função de distribuição acumulada e da densidade de probabilidade de uma distribuição birnbaum-saunders com β igual a 1 (BASTOS, 2016).

Enquanto que, ao manter α fixo e mudar o β há uma mudança na média e na variância da variável aleatória, como é possível perceber pela Fig. 26.

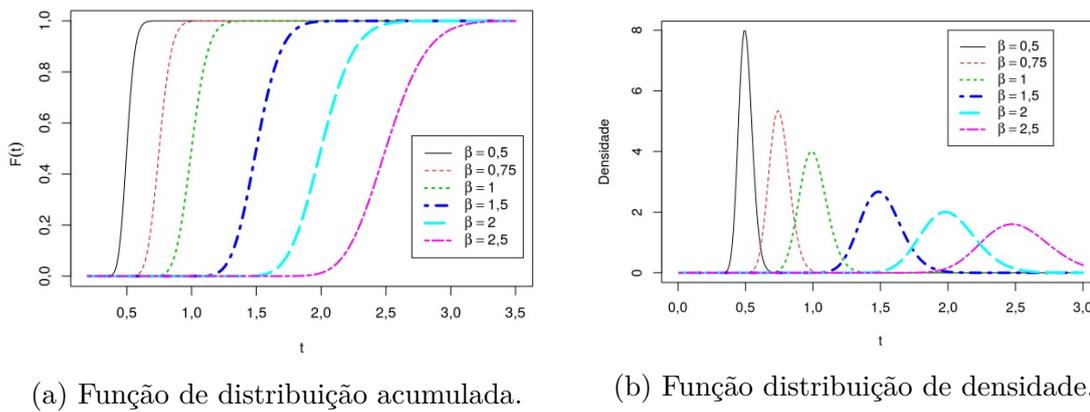


Figura 26 – Gráficos da função de distribuição acumulada e da densidade de probabilidade de uma distribuição birnbaum-saunders com α igual a 1 (BASTOS, 2016).

2.6.3.4 Distribuição Weibull

A distribuição de Weibull é frequentemente utilizada para descrever o tempo de vida de produtos industriais e a sua popularidade em aplicações práticas deve-se ao fato dela apresentar uma grande variedade de formas.

Esta distribuição é uma generalização da distribuição Exponencial e tem sua função densidade de probabilidade é dada pela Eq. (41), sendo que α é o parâmetro de forma e β o parâmetro de escala.

$$f_X(x) = \frac{\alpha}{\beta} x^{\alpha-1} \exp\left[-\frac{t^\alpha}{\beta}\right] \quad (41)$$

A Fig. 27 apresenta as formas que a distribuição weibull assume quando se mantém β fixo e se varia o α .

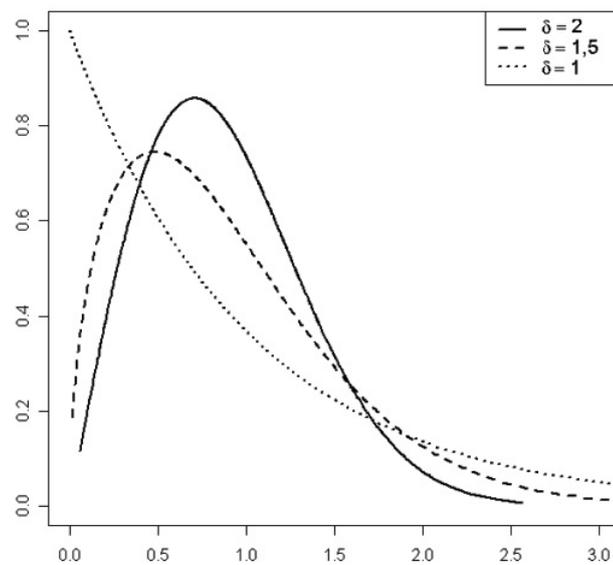


Figura 27 – Funções densidade de probabilidade da distribuição Weibull com β igual a 1.

2.6.4 Simulação de Monte Carlo

O'Connor e Kleyner (2012) definem Simulação de Monte Carlo como um método iterativo de avaliar um modelo determinístico utilizando conjuntos de números aleatórios como entradas.

A Simulação de Monte Carlo é basicamente uma técnica computacional que, devido aos números aleatórios utilizados como entrada, fornece uma gama de resultados possíveis e suas probabilidades de ocorrência. Ao utilizar esta metodologia, é possível conhecer desde as possibilidades mais extremas, que podem ocorrer devido as decisões de projeto mais conservadoras ou mais ousadas, até a possibilidade de situações consideradas mais usuais.

Em uma Simulação de Monte Carlo é necessário gerar variáveis aleatórias que seguem uma distribuição estatística arbitrária. As entradas são geradas randomicamente seguindo a distribuição que melhor simula uma amostra que teria sido retirada de uma população real. Como mostrado pela Fig. 28, os dados gerados a partir desta amostra podem ser organizados em histogramas, em forma de uma função probabilidade de distribuição ou qualquer outro formato que permita sua análise.

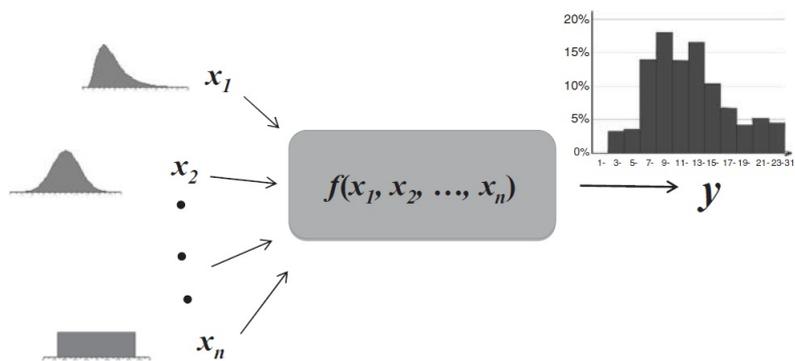


Figura 28 – Representação esquemática da saída gerada a partir de uma Simulação de Monte Carlo com x_n amostras (O'CONNOR; KLEYNER, 2012).

3 Metodologia

Para caracterizar o comportamento probabilístico da falha por fadiga em um espécime entalhado de liga de alumínio 7050 T7451 submetido a um estado de tensão multiaxial, assumiu-se que, para realizar a previsão de vida de um componente entalhado sujeito a carregamento multiaxial utilizando o conceito de distância crítica, é necessário reformular o conceito de distância crítica apresetado por Susmel e Taylor (2007), para então utilizar uma abordagem probabilística no problema.

Tendo em vista que P_{SWT} é um parâmetro de falha e, por este motivo, pode ser utilizado para representar e quantificar a distância crítica e, como consequência, o comprimento característico, definiu-se um parâmetro que relaciona a distância crítica ao P_{SWT} , chamado de distância crítica baseada no parâmetro Smith-Watson-Topper (L_{SWT}). A construção da curva representativa da distância crítica em relação ao número de ciclos baseada no parâmetro Smith-Watson-Topper ($L_{SWT} - N$) pode ser obtida a partir de um conjunto de ensaios de fadiga em corpos de prova lisos e entalhados, sendo que os ensaios nos corpos de prova não-entalhados podem ser realizados sob condições de carregamento trativo, torsor ou multiaxial.

Neste trabalho, foram utilizadas as curvas $L_{SWT} - N$ e $P_{SWT} - N$ levantadas por Sá (2016) para espécimes de liga de alumínio 7050 T7451 submetidos a carregamentos trativos e torcionais. Então, utilizando estas curva representativas do comportamento em fadiga de P_{SWT} e L_{SWT} , foi possível determinar uma curva capaz de caracterizar o comportamento do P_{SWT} em relação ao L_{SWT} , ou curva $P_{SWT} - L_{SWT}$. Utilizando esta curva $P_{SWT} - L_{SWT}$ e as curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ determinadas por Sá (2016), que assumem que tanto o P_{SWT} como o L_{SWT} variam com a vida em fadiga, foi proposto um modelo capaz de prever a vida em fadiga do espécime entalhado sob carregamento multiaxial a partir do comportamento esperado do P_{SWT} e L_{SWT} no espécime analisado.

Na análise dos efeitos das aleatoriedades na previsão de vida do espécime, foi utilizado o método da Simulação de Monte Carlo. Como definido por O'Connor e Kleyner (2012), a Simulação de Monte Carlo é um modo iterativo de avaliar um modelo determinístico utilizando conjuntos de dados aleatórios. Para utilizar Monte Carlo no modelo proposto, foi utilizada uma técnica computacional para gerar números aleatórios que caracterizam o comportamento das curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ de espécimes entalhados de liga de alumínio 7050 T7451 submetidos a carregamento multiaxial. Ao utilizar esta técnica, o comportamento simulado por estas curvas passa a ser mais fiel a realidade, pois as variabilidades do sistema pode ser levada em conta e conseqüentemente as influências dessas variabilidades na previsão de vida do espécime.

3.1 Liga de Alumínio 7050 T7451

O material adotado como referência neste trabalho é a liga de alumínio 7050 T7451. Esta é uma liga pertencente a série 7XXX, o que significa que o seu principal elemento de liga constituinte é o Zinco, como é mostrado pela Tab. 2.

Tabela 2 – Sistema de classificação das ligas trabalháveis de alumínio (ALMEIDA, 2016).

Série	Principais elementos de liga
1xxx	Alumínio de elevada pureza (> 99% Al).
2xxx	Principal elemento de liga: Cobre. (Al-Cu)
3xxx	Principal elemento de liga: Manganês. (Al-Mn)
4xxx	Principal elemento de liga: Silício. (Al-Si)
5xxx	Principal elemento de liga: Magnésio. (Al-Mg)
6xxx	Principais elementos de liga: Magnésio e Silício. (Al-Mg-Si).
7xxx	O Zinco é o principal elemento de liga, mas pode conter outros elementos como Cobre, Magnésio, Cromo e/ou Zircônio. (Al-Zn-Mg-Cu)
8xxx	Principais elementos de liga: outros elementos, como Estanho e/ou Lítio. (Al-Sn / Al-Li).
9xxx	Nomenclatura disponível para uso futuro.

Na Tab. 3 é apresentada a composição química da liga de alumínio 7050 T7451. Analisando esta tabela, percebe-se que, além do zinco, a liga também possui Cobre, Magnésio e Zircônio em sua composição.

Tabela 3 – Composição química da Liga AA7050 (ALMEIDA, 2016).

Elemento	% mínimo (peso)	% máximo (peso)
<u>Zinco</u>	<u>5,7</u>	<u>6,7</u>
<u>Cobre</u>	<u>2</u>	<u>2,6</u>
<u>Magnésio</u>	<u>1,9</u>	<u>2,6</u>
Zircônio	0,08	0,15
Ferro	-	0,15
Silício	-	0,12
Manganês	-	0,15
Titânio	-	0,06
Cromo	-	0,04
Outros elementos	-	0,15

Esta liga é classificada como aeronáutica devido a suas propriedades mecânicas que satisfazem as exigências desta indústria, que exige materiais com elevado nível de

resistência mecânica aliada a resistência à corrosão sob tensão, baixa massa específica e elevada tenacidade (CAMILO, 2013). Nas Tab. 4 e 5 estão expostas algumas propriedades químicas e físicas desta liga.

Tabela 4 – Propriedades físicas da Liga AA7050 (CAMILO, 2013).

Propriedade	Valores típicos
Massa específica	2,83 g/cm ³
Temperatura de fusão	490-630 °C
Coefficiente de expansão térmica linear ^(b)	21,1 µm/m. °C
Condutividade térmica ^(c)	157 W/m. °C
Resistividade elétrica ^(d)	0,0415 Ω.mm ² /m

Tabela 5 – Propriedades mecânicas da Liga AA7050 (CAMILO, 2013).

Propriedade	Valores típicos
Limite de resistência à tração	525 MPa
Limite de escoamento	470 MPa
Alongamento ^(b)	11%
Módulo de Elasticidade	72 GPa
Tenacidade à fratura no modo de deformação plana (K _{IC}) ^(c)	37 MPa.m ^{1/2}
Dureza Brinell ^(d)	140 HB

3.2 Condições de Análise

Na execução deste trabalho, foram utilizadas como base as curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ levantadas por Sá (2016) para condições de tração pura e torção pura em um espécime entalhado de liga de alumínio 7050 T745. As curvas em questão, são apresentadas na Tab. 6.

Tabela 6 – Curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ para condições de tração pura e torção pura no espécime entalhado de liga de alumínio 7050 T745.

Condição de carregamento	$P_{SWT} - N$	$L_{SWT} - N$
Tração pura	$3, 109N^{-0,180}$	$160, 90N^{-0,124}$
Torção pura	$24, 501N^{-0,374}$	$275, 38N^{-0,16}$

Na realização dos ensaios para caracterização das curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$, Sá (2016) utilizou corpos de prova sem entalhe e com entalhe. Os corpos de prova não entalhados foram projetados segundo a norma ASTM E606, que define as principais

dimensões, tolerâncias e especifica as condições de fabricação do espécime. E, na Tab. 7, estão apresentados os parâmetros geométricos utilizados para a confecção do espécime sem entalhe.

Tabela 7 – Parâmetros Dimensionais do Corpo de Prova Sem Entalhe.

Corpo de Prova sem Entalhe	
Parâmetro Dimensional	Valor Nominal (mm)
Diâmetro Maior	15 ($\pm 0,025$)
Diâmetro Menor	10
Comprimento Útil	40
Raio de Concordância	40
Comprimento Total	138 (± 1)

O outro tipo de corpo de prova utilizado possui um entalhe tipo "V" confeccionado de acordo com os parâmetros geométricos listados na Tab. 8.

Tabela 8 – Parâmetros Dimensionais do Corpo de Prova com Entalhe.

Corpo de Prova com Entalhe	
Parâmetro Dimensional	Valor Nominal (mm)
Diâmetro Maior	15 ($\pm 0,025$)
Diâmetro Menor	10
Raio na Raiz do Entalhe	0,1
Comprimento Total	125 ($\pm 0,25$)

Os desenhos técnicos dos dois tipos de espécime está exposto no Anexo I.

Para análise do modelo, foi considerado a existência de variação na amplitude de tensão axial, amplitude de tensão cisalhante e fase do carregamento. As 4 condições de carregamentos analisadas estão expostas na Tab. 9.

Tabela 9 – Condições de carregamentos analisadas.

Condição	Tensão Axial [MPa]	Tensão Cisalhante [MPa]	Fase ($^{\circ}$)
1	11	22	0
2	18	36	0
3	11	22	90
4	18	36	90

3.3 Modelo determinístico

Uma vez definidas as curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ para o espécime em análise, a previsão de vida foi realizada a partir da metodologia apresentada no fluxograma da Fig. 29 para cada uma das condições de carregamento analisada.

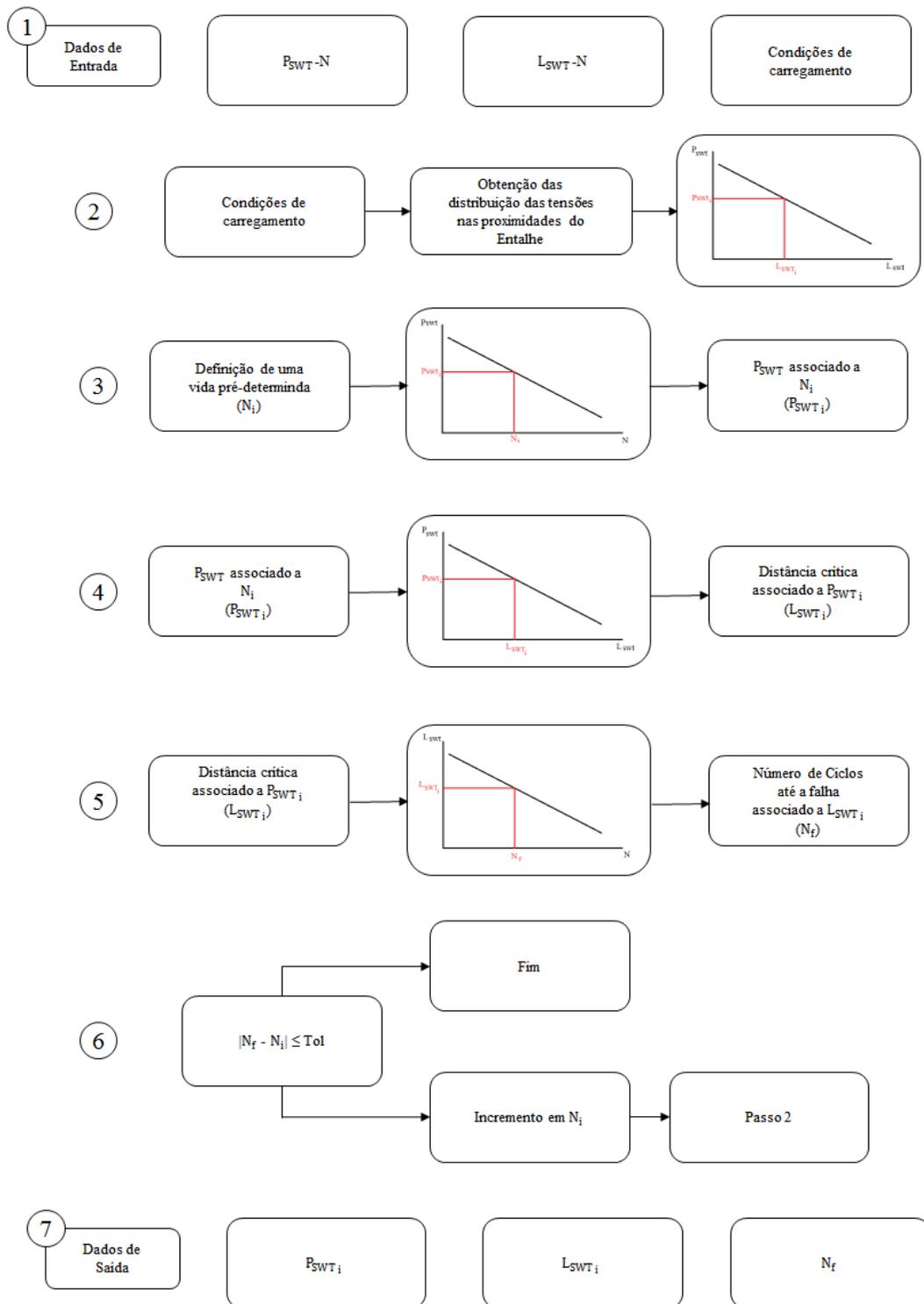


Figura 29 – Rotina para Previsão de Vida em Fadiga de um espécime entalhado a partir das curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$.

A rotina apresentada é iniciada com as definições das curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ do espécime entalhado e a condição de carregamento que o corpo está submetido.

A partir da definição das condições de carregamento e da geometria do corpo de

prova, é possível obter a distribuição das tensões nas proximidades do entalhe. Esta análise pode ser feita tanto de forma analítica ou numérica. Tendo em vista que este trabalho utilizou os resultados experimentais de Sá (2016), não foi necessário implementar um método específico para este processo pois os resultados já se encontravam disponíveis.

Os resultados de Sá (2016) foram obtidos por meio de análise numérica utilizado elementos finitos e consideraram que todas as tensões aplicadas sobre o corpo de prova eram unitárias, o que criou um tensor de tensões de referência tanto para as tensões normais (T_{refnor}) como cisalhantes (T_{refcis}), o que permite obter a real distribuição das tensões, ou tensor de tensões real (T_{real}), nas proximidades do entalhe através da Eq. (42).

$$T_{real} = \sigma_n T_{refnor} + \tau T_{refcis} \quad (42)$$

A partir da definição de T_{real} é possível calcular o P_{SWT} para diversos pontos medidos a partir do entalhe e assim caracterizar a curva $P_{SWT} - L_{SWT}$ para o corpo de prova sujeito a condição de carregamento analisada.

Com o auxílio da curva $P_{SWT} - N$, determina-se o P_{SWT_i} associado a uma vida pré-estabelecida N_i e, a partir da curva $P_{SWT} - L_{SWT}$, o L_{SWT_i} associado a este parâmetro.

Utilizando a curva $L_{SWT} - N$, encontra-se a vida em fadiga N_f correspondente ao valor de L_{SWT_i} que acaba de ser definido e, caso N_f seja maior ou igual, dentro de uma tolerância definida, a vida pré-determinada N_i , sabe-se que, para as condições aplicadas, irá ocorrer a falha e que, para esta N_f , tem-se estes P_{SWT_i} e L_{SWT_i} . Caso N_f seja menor que a vida pré-determinada N_i , ainda não ocorre falha, então é feito um incremento no número de ciclos de N_i e toda esta análise é refeita.

3.4 Modelo probabilístico

O modelo probabilístico tem como objetivo analisar os efeitos das aleatoriedades no sistema analisado. Para isto, utilizou-se o algoritmo para previsão de vida apresentado na Fig. 29, porém as entradas foram tratadas como variáveis aleatórias, com exceção da condição de carregamento.

As curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ propostas por Sá (2016) são caracterizadas por funções com a forma apresentada pela Eq. (43).

$$y = ax^b \quad (43)$$

Os coeficientes da Eq. (43) foram tratados como variáveis aleatórias e, para determiná-los, foi feita a linearização desta função por meio da aplicação de logaritmo. Após a re-

alização da regressão, a função assume a forma apresentada na Eq. (44), que pode ser reescrita como apresentado pela Eq. (45).

$$\log_{10}(y) = a + b \log_{10}(x) \quad (44)$$

$$Y = A + BX \quad (45)$$

Como consequência desta regressão linear, o valor de a é determinado de acordo com a Eq. (46) e o valor de b a partir da Eq. (47).

$$A = 10^a \quad (46)$$

$$B = b \quad (47)$$

Assim, a Eq. (45) pode ser reescrita como apresentada na Eq. (48), que é a nova forma que as curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ serão escritas.

$$Y = 10^a X^b \quad (48)$$

Para a definição das distribuições de a e b correspondentes as curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$, considerou-se distribuição gaussiana com média e desvio padrão iguais aqueles determinados previamente por Sá (2016) e, a partir disto, foram caracterizadas as distribuições das variáveis aleatórias a e b de acordo com os parâmetros apresentado na Tab. 10. Sendo que a distribuição gaussiana foi escolhida para simplificar a análise, já que a distribuição destes coeficientes é desconhecida. .

Tabela 10 – Parâmetros utilizados na caracterização da distribuição das variáveis aleatórias que definem as curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$.

Carregamento	Curva	VA	Distribuição	Média	Desvio Padrão
Tração	$P_{SWT} - N$	a	Gaussiana	0,4925	0,2329
	$P_{SWT} - N$	b	Gaussiana	-0,1802	0,0420
	$L_{SWT} - N$	a	Gaussiana	2,2166	0,1425
	$L_{SWT} - N$	b	Gaussiana	-0,1239	0,0275
Torção	$P_{SWT} - N$	a	Gaussiana	1.3891	0.2008
	$P_{SWT} - N$	b	Gaussiana	-0.3739	0.0330
	$L_{SWT} - N$	a	Gaussiana	2.4399	0.2110
	$L_{SWT} - N$	b	Gaussiana	-0.1560	0.0340

Respeitando estas distribuições, uma amostra randômica de 10000 elementos foi gerada para cada uma das variáveis aleatórias. Todas as amostras tiveram seus elementos identificados e associados entre si de acordo com seu número de identificação, o que tornou possível estabelecer curvas $P_{SWT} - N$ e $L_{SWT} - N$ para cada conjunto de elementos e aplicar a metodologia para previsão de vida (Fig. 29) em cada um destes grupos para diferentes condições de carregamento.

Realizada a previsão de vida, pode-se obter N_f , P_{SWT} e L_{SWT} correspondentes a cada conjunto de dados, o que permite descrever o comportamento de cada um destes parâmetros nas condições de carregamento aplicadas e compará-los.

4 Resultados

A Tab. 11 apresenta os parâmetros estatísticos de N_{prev} , P_{SWT} e L_{SWT} estimados através do modelo probabilístico apresentado no capítulo 3.4 para a condição de carregamento 1 (Ensaio multiaxial com tensão axial de 11 MPa e tensão cisalhante de 22 MPa).

Tabela 11 – Parâmetros estatísticos das distribuições de N_{prev} , P_{SWT} e L_{SWT} .

Parâmetro	N_{prev}	P_{SWT}	L_{SWT}
Média	$6,78 \times 10^6$	0,15	0,67
Mediana	$1,17 \times 10^6$	0,11	0,45
Variância	$1,52 \times 10^{14}$	0,019	0,38
Desvio Padrão	$1,23 \times 10^7$	0,14	0,62
Coefficiente de Variação	1,81	0,89	0,92
Coefficiente de Assimetria	2,51	1,38	1,57
Coefficiente de Kurtosis	9,00	4,57	5,36

A partir os dados apresentados na Tab. 11, foi possível prever algumas características das variáveis aleatórias N_{prev} , P_{SWT} e L_{SWT} e, com o auxílio do software matlab, determinar as distribuições de probabilidade que melhor caracterizam o comportamento probabilístico de cada uma das variáveis analisadas.

A Fig. 30 mostra o gráfico da distribuição de densidade de P_{SWT} e o compara com a função densidade das distribuições Weibull, Birnbaum-Saunders e Lognormal.

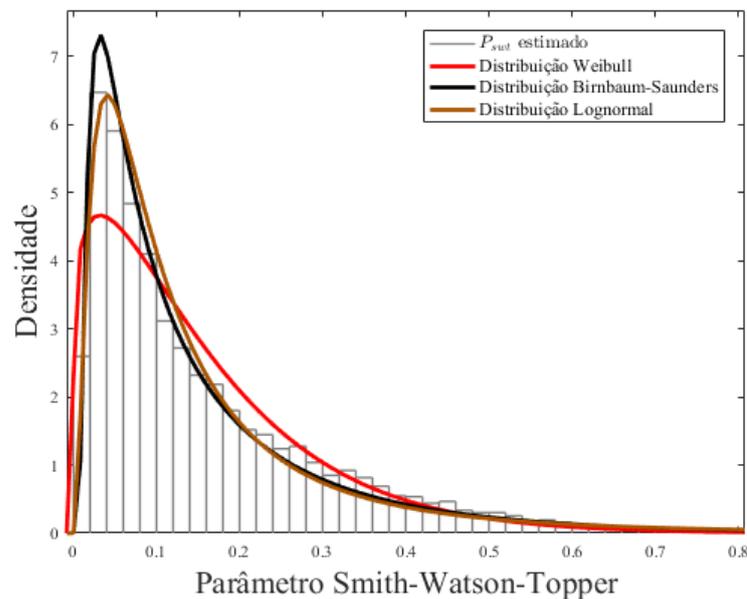


Figura 30 – Densidade de probabilidade do parâmetro Smith-Watson-Topper

Os valores apresentados na Tab. 11 referentes a P_{SWT} apresentam um coeficiente de variação equivalente a um nível de dispersão de 89% nos resultados, o que fica evidente apenas olhando o desvio padrão e a média desta variável. O coeficiente de Kurtosis de P_{SWT} é maior que 3, o que já indica que uma distribuição normal não irá caracterizar de maneira apropriada esta variável. O valor de 1,38 do coeficiente de assimetria indica que a cauda da função densidade de P_{SWT} será um pouco mais acentuada do lado direito no gráfico, o que se confirmou da fig. (30).

A Fig. 31 apresenta o gráfico Q-Q de P_{SWT} para três distribuições distintas: Birnbaum-Saunders, Lognormal e Weibull. E, analisando este gráfico, é possível perceber que as três distribuições são capazes de caracterizar P_{SWT} com baixos graus de divergência entre os valores estimados através do modelo probabilístico e os valores teóricos dados pela distribuição.

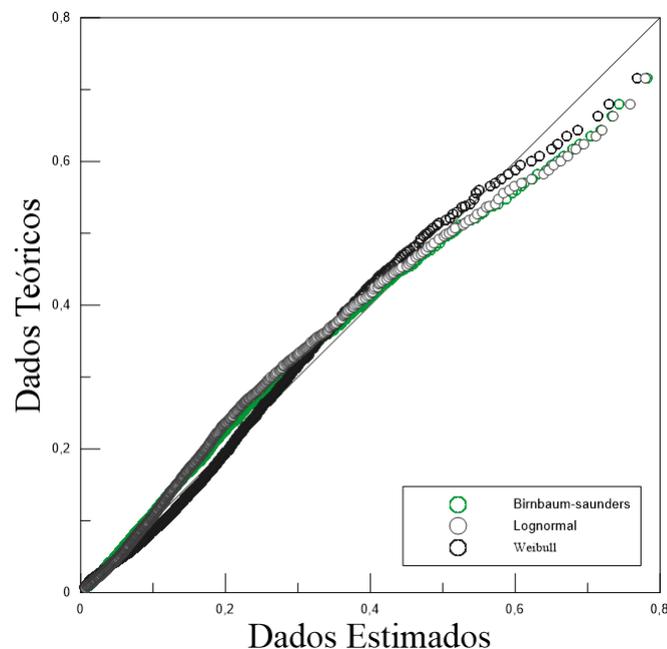


Figura 31 – Gráfico Quantil-Quantil do parâmetro SWT estimada.

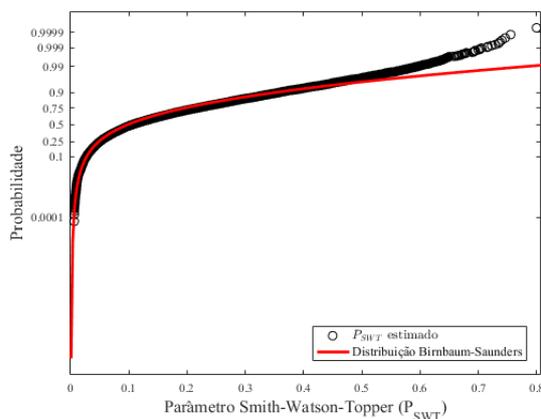
É possível perceber que dentre as três distribuições utilizadas na construção do gráfico Q-Q da Fig. 31, as distribuições Weibull e Birnbaum-Saunders foram aquela que apresentaram os melhores resultados, o que fica ainda mais evidente ao analisar os parâmetros estatísticos apresentados na Tab. 12 para cada uma das distribuições.

Tabela 12 – Parâmetros estatísticos obtidos para o parâmetro SWT estimado.

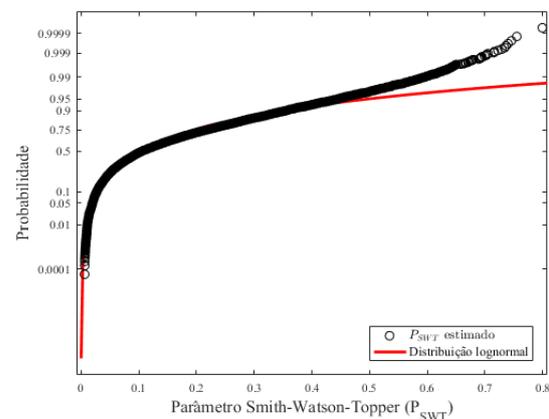
Distribuição	Parâmetros estatísticos			
	Escala	Desvio padrão	Forma	Desvio padrão
Weibull	0,16	0,001	1,05	0,008
Birnbaum-Saunders	0,09	0	1,05	0,007
Lognormal	-2,28	0,009	0,96	0,006

Porém, apesar dos parâmetros estatísticos apresentarem baixos níveis de dispersão, é possível perceber pelo gráfico Q-Q da Fig. 31, que quando P_{SWT} estimado assume valores maiores que 0,5 há uma diferença considerável entre o valor de P_{SWT} teórico encontrado pelas três distribuições.

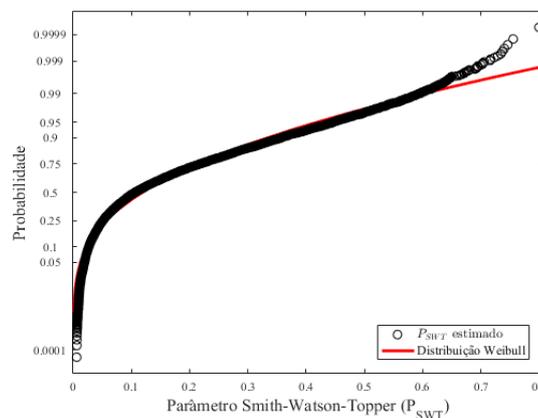
Comparando a distribuição de probabilidade de P_{SWT} com o ajuste referente as distribuições Weibull, Lognormal e Birnbaum-Saunders, como feito na Fig. 32a, fica mais evidente que a distribuição Weibull é a mais adequada para caracterizar o comportamento de P_{SWT} , pois, para esta distribuição, somente em probabilidades maiores que 99% os dados estimados deixam de seguir o comportamento da distribuição Weibull.



(a) Distribuição Birnbaum-Saunders



(b) Distribuição Lognormal



(c) Distribuição Weibull

Figura 32 – Distribuição de probabilidade do parâmetro SWT obtido a partir do modelo probabilístico.

Ao analisar os dados referentes a L_{SWT} na Tab. 11, tem-se um coeficiente de Kurtosis igual a 5,36, o que indica que o pico da função de probabilidade desta variável será bem acentuado e, pelo coeficiente de assimetria, sabe-se que a cauda da função densidade é maior do lado direito, como é possível perceber através da Fig. 33. Também sabe-se que L_{SWT} possui um alto grau de dispersão, devido ao valor de 0,92 do coeficiente

de variação.

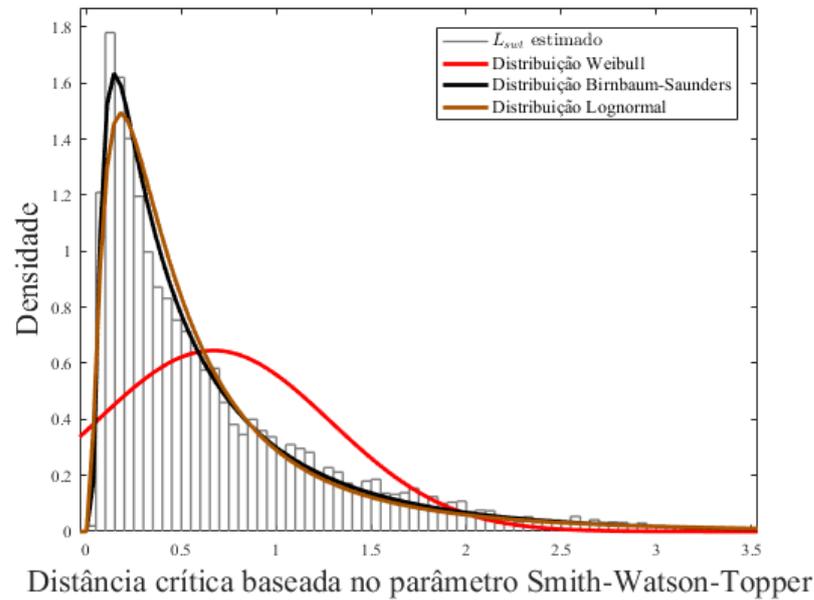


Figura 33 – Densidade de probabilidade da distância crítica baseada no parâmetro Smith-Watson-Topper

Pelo gráfico da Fig. 33 é possível perceber que a distribuição Weibull não é adequada para caracterizar o comportamento de L_{SWT} e no gráfico Q-Q de L_{SWT} para as distribuições Birnbaum-Saunders e Lognormal da Fig. 34, percebe-se que a distribuição Birnbaum-Saunders é a mais adequada na caracterização do comportamento da variável L_{SWT} .

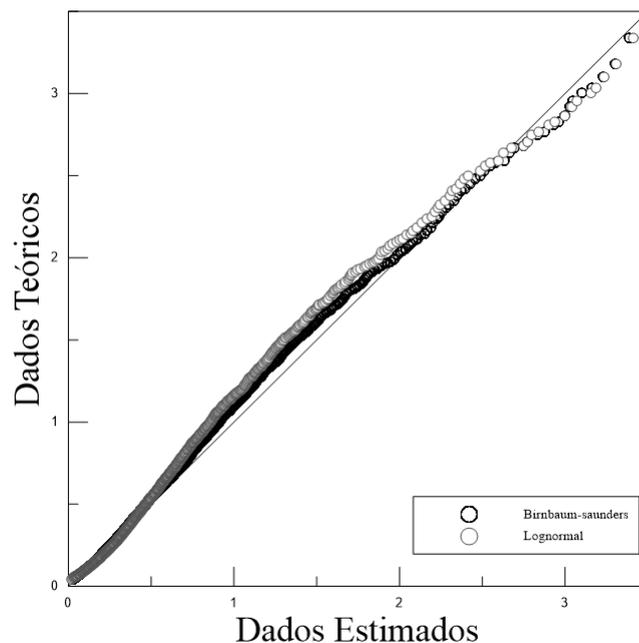


Figura 34 – Gráfico Quantil-Quantil da distância crítica baseada no parâmetro SWT estimada.

Diferentemente do que aconteceu com a variável P_{SWT} , a distribuição Weibull não se mostrou adequada para a caracterização de L_{SWT} e, por este motivo, não foi apresentada no gráfico da Fig. 34. Os parâmetros estatísticos obtidos para L_{SWT} quando caracterizada por Birnbaum-Saunders e Lognormal são apresentados na Tab. 13.

Tabela 13 – Parâmetros estatísticos obtidos para a distância crítica baseada no parâmetro SWT

Distribuição	Parâmetros estatísticos			
	Escala	Desvio padrão	Forma	Desvio padrão
Birnbaum-Saunders	0,44	0,003	1,02	0,007
Lognormal	-0,81	0,009	0,94	0,006

Nos dois tipos de distribuição analisadas, os valores encontrados para os parâmetros estatísticos foram satisfatórios, pois apresentaram valores de dispersão baixos, o que já era previsto devido ao gráfico Q-Q apresentado na Fig. 34.

Analisando a distribuição de probabilidade acumulada de L_{SWT} considerando tanto uma distribuição de Birnbaum-Saunders como uma distribuição Lognormal, fica evidente que ambas as distribuições são capazes de caracterizar o comportamento de L_{SWT} , como é possível perceber pela Fig. 35.

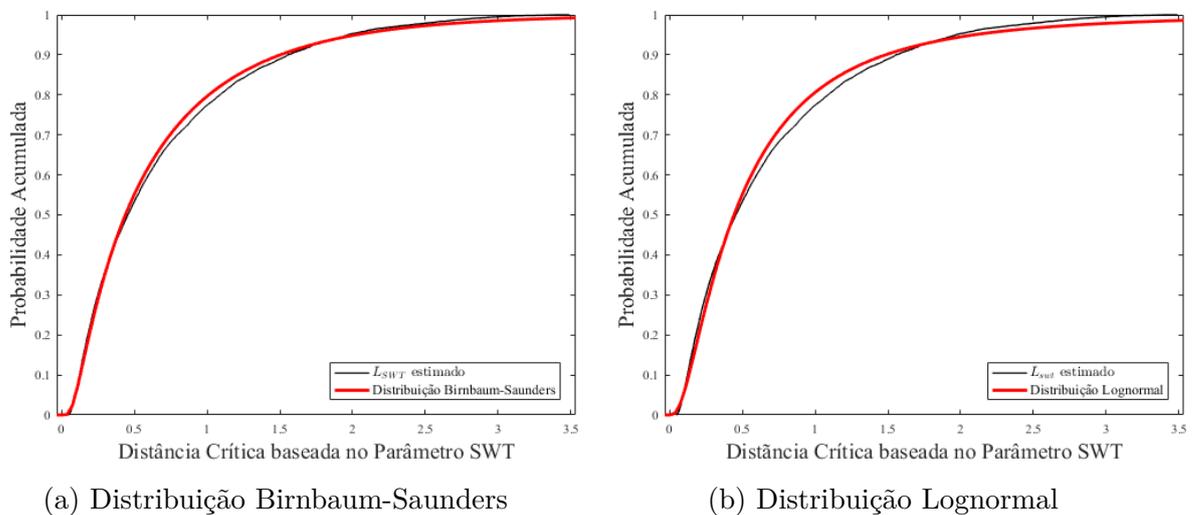


Figura 35 – Distribuição de probabilidade acumulada da distância crítica baseada no parâmetro SWT obtida a partir do modelo probabilístico.

Olhando os dados referentes a variável N_{prev} , vê-se que o coeficiente de assimetria possui um valor positivo, o que significa que ao traçar o gráfico da função densidade desta variável, a cauda será maior do lado direito que do lado esquerdo, como fica claro na Fig. 36. Também é possível afirmar que o pico da função de probabilidade será bastante acentuado, pois seu coeficiente de Kurtosis tem o valor de 9. Este valor do coeficiente de Kurtosis também indica que a distribuição de N_{prev} não pode ser gaussiana.

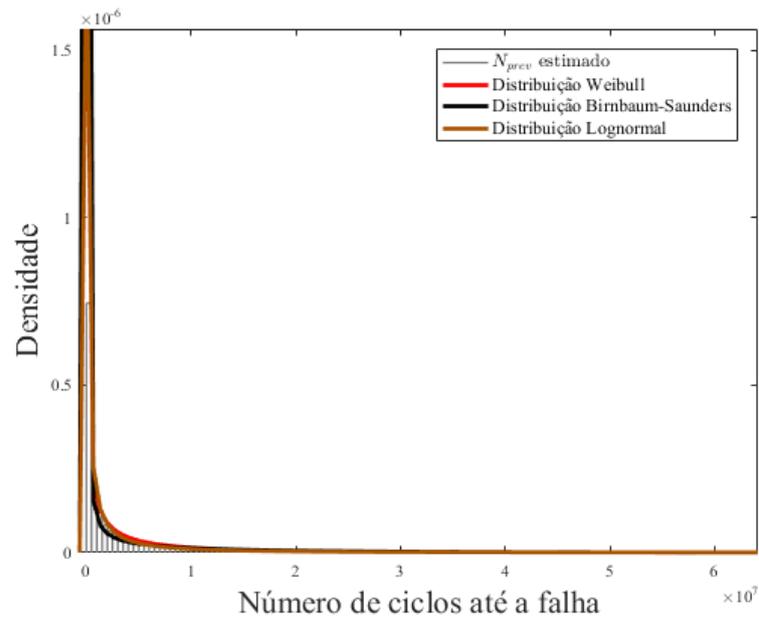


Figura 36 – Densidade de probabilidade da vida prevista

As distribuições que melhor definem o comportamento de N_{prev} são as distribuições Weibull, Lognormal e Birnbaum-Saunders, porém o gráfico quantil-quantil apresentado na Fig. 37 mostra que, apesar destas serem as distribuições que melhor caracterizam N_{prev} , ainda existe um grau de dispersão muito grande.

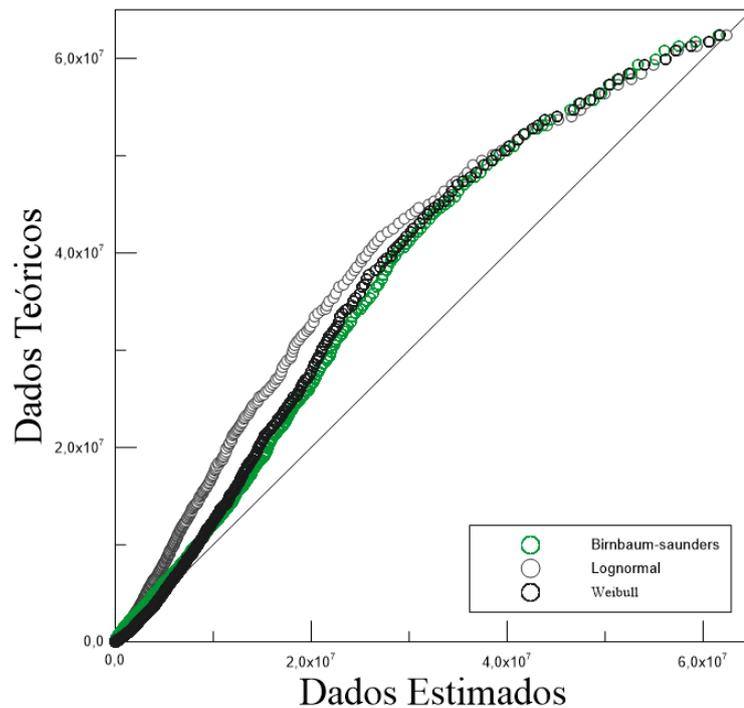


Figura 37 – Gráfico Quantil-Quantil da vida em fadiga estimado.

O grau de dispersão do gráfico Q-Q da Fig. 37 pode ser explicado pelo alto coefi-

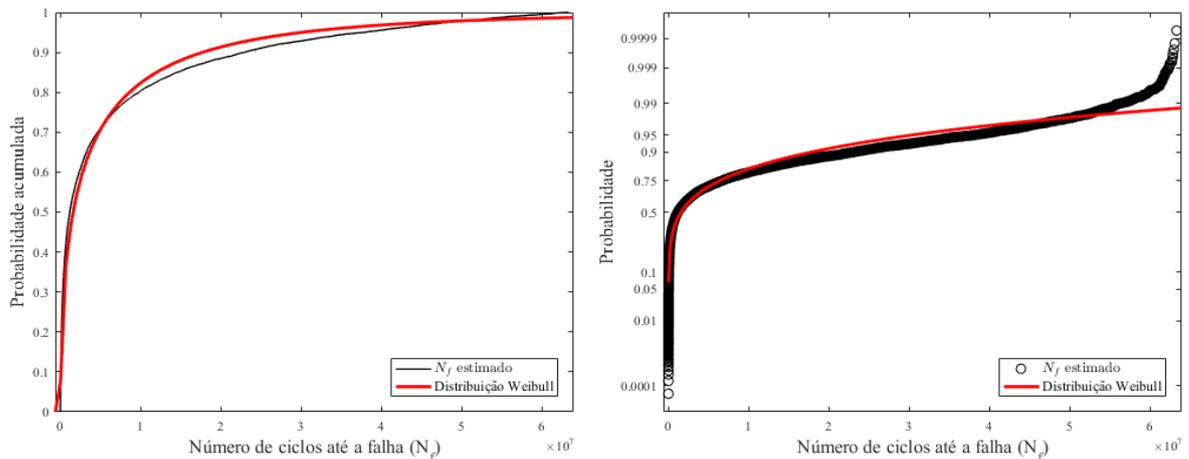
ciente de variação de N_{prev} . Como apresentado na Tab. 11, o coeficiente de variação desta variável é de 1,81, o que indica uma péssima precisão nos resultados.

Para cada uma das possíveis distribuições que podem representar o comportamento de N_{prev} , tem-se os parâmetros estatísticos apresentados na Tab. 14.

Tabela 14 – Parâmetros estatísticos obtidos para a vida estimada.

Distribuição	Parâmetros estatísticos			
	Escala	Desvio padrão	Forma	Desvio padrão
Weibull	3.31×10^6	$0,007 \times 10^6$	0,49	0,003
Birnbaum-Saunders	$0,77 \times 10^6$	$0,011 \times 10^6$	3,82	0,027
Lognormal	13,9	0,023	2,27	0,016

Pelos valores apresentados na tab (14), a distribuição que apresentou menor valor de dispersão em seus parâmetros de forma e escala foi a Weibull. Assim, pode-se dizer que esta é a distribuição a mais adequada para caracterizar o comportamento de N_{prev} e, pela Fig. 38, que mostra os gráficos de distribuição acumulada e de distribuição de probabilidade de N_{prev} , percebe-se que, apesar da distribuição Weibull não representar perfeitamente o comportamento da variável analisada, ela é capaz de fazer uma boa caracterização de N_{prev} .



(a) Distribuição acumulada de N_{prev}

(b) Distribuição de probabilidade de N_{prev}

Figura 38 – Distribuições de probabilidade da vida em fadiga estimada a partir do modelo probabilístico.

Ao analisar as outras condições de carregamento, obtiveram-se resultados de dispersão semelhantes para as variáveis N_{prev} , P_{SWT} e L_{SWT} . E as distribuições que melhor representaram cada uma das variáveis para estes casos sempre foram a Birnbaum-Saunders, Lognormal ou Weibull, assim como aconteceu com os resultados apresentados anteriormente.

As Fig. 39 e 40, mostram respectivamente as curvas de tendência de L_{SWT} estimado considerando-se um intervalo de confiança de 95% para os dados de torção pura e tração pura. Para realizar a validação do modelo, os dados levantados por Sá (2016) foram traçados neste gráfico e tanto no caso do experimento de torção pura, Fig. 39, como no caso de tração pura, Fig. 40, os valores de Sá (2016) ficaram próximos ao previsto pelo modelo probabilístico.

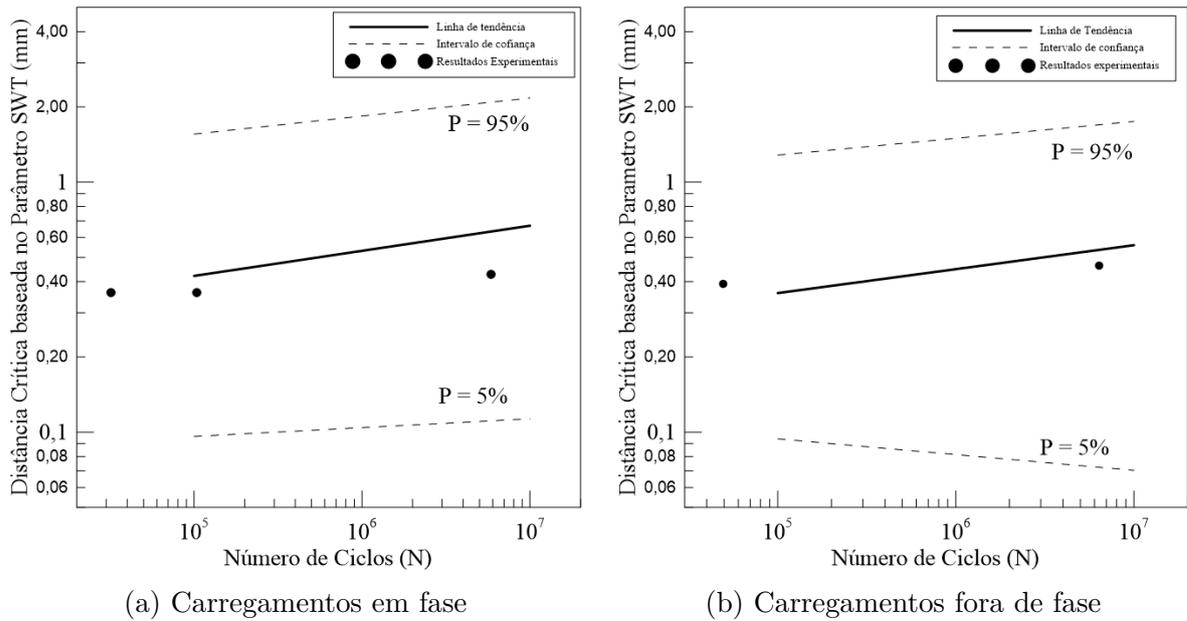


Figura 39 – Curvas de tendencia da distância crítica baseada no parâmetro SWT com intervalo de confiabilidade de 95% dos dados em torção.

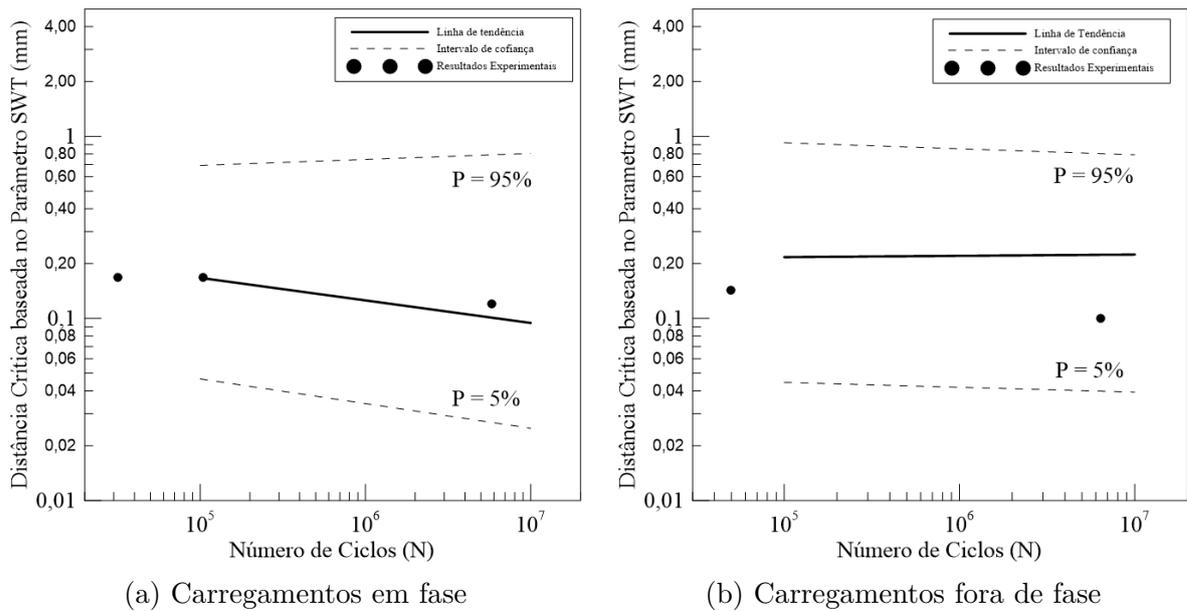


Figura 40 – Curvas de tendencia da distância crítica baseada no parâmetro SWT com intervalo de confiabilidade de 95% dos dados em tração.

Os gráficos apresentados nas Fig. 39 e 40 mostram que houve uma grande variação nos possíveis resultados para distância crítica associada ao parâmetro SWT em todas as vidas analisadas.

Para a condição apresentada no gráfico da Fig. 39a, o valor da distância crítica associada ao parâmetro SWT pode variar até 1,9 mm, o que pode ser considerado uma variação grande para este parâmetro. Entretanto é possível perceber que a linha de tendência apresenta uma pequena variação, com possíveis resultados que estão entre 0,4 e 0,6 mm.

A condição apresentada na Fig. 39b mostra que, a medida que o número de ciclos aumenta, a variação dos possíveis valores de distância crítica associada ao parâmetro SWT também cresce. A linha de tendência deste gráfico apresentou uma variação de valores que vai de 0,4 a 0,6 mm, semelhante ao que ocorreu no gráfico da Fig. 39a.

A curva de tendência para os dados em tração dos carregamentos em fase apresentou a menor variação de valores em uma vida igual a 10^5 ciclos, cerca de 0,65 mm, e maior variação em uma vida igual a 10^7 ciclos, cerca de 0,78 com a linha de tendência variando cerca de 0,10 mm ao longo de todas as vidas analisadas, como é possível perceber analisando a Fig. 40a.

Nos carregamentos fora de fase para dados de tração (Fig. 40b) é possível perceber que a variação dos resultados obtidos foi de cerca de 0,96 mm para todas as vidas e que a linha de tendência apresentou um valor praticamente constante ao longo de todo o gráfico.

Observado as curvas de tendência apresentadas na Fig. 39 e 40 é possível perceber que, de forma geral, os dados de torção levantados por Sá (2016) ficaram mais próximos da linha de tendência, o que é inesperado já que o modelo Smith-Watson-Topper é recomendado para previsão de vida em materiais cujo a trinca se inicia pelo modo I.

5 Conclusão

Os parâmetros estatísticos de N_{prev} , P_{SWT} e L_{SWT} estimados apresentaram altos valores de coeficiente de variação, o que indica um alto grau de dispersão nos valores destas variáveis. Porém este alto valor de coeficiente de variação está associado a grande dispersão das variáveis de entrada utilizadas no modelo probabilístico, já que os coeficientes das curvas $L - N$ e $P_{SWT} - N$ utilizadas possuem um alto desvio padrão. Apesar disto, o modelo foi capaz de caracterizar o comportamento da vida em fadiga, do parâmetro SWT e da distância crítica associada ao parâmetro SWT estimados para todas as condições de carregamento analisadas e o comportamento probabilístico destas três variáveis sempre apresentaram a forma de uma distribuição Birnbaum-Saunders, Lognormal ou Weibull.

O modelo foi capaz de realizar estimativas que abrangeram os resultados disponíveis, já que estes resultados, quando plotados na curva de tendência, ficaram dentro do intervalo de confiabilidade de 95% estabelecido, o que mostra que este modelo é capaz de realizar previsões satisfatórias.

Estes resultados mostram que a metodologia utilizada é capaz de avaliar de forma objetiva a probabilidade de um componente mecânico falhar em qualquer instante de tempo e também de mapear o comportamento estatístico de todos os parâmetros usados na modelagem a fadiga sob condições multiaxiais, permitindo avaliar o nível de sensibilidade que cada parâmetro tem na contabilização da vida final.

Analisando as curvas de tendências traçadas, também pode-se perceber que os resultados disponíveis referentes aos experimentos de torção ficaram mais próximos a linha de tendência que aqueles referentes aos experimentos de tração, o que é inesperado, já que o modelo de Smith-Watson-Topper é indicado para previsão de vida em materiais cujo a trinca se inicia pelo modo I.

Referências

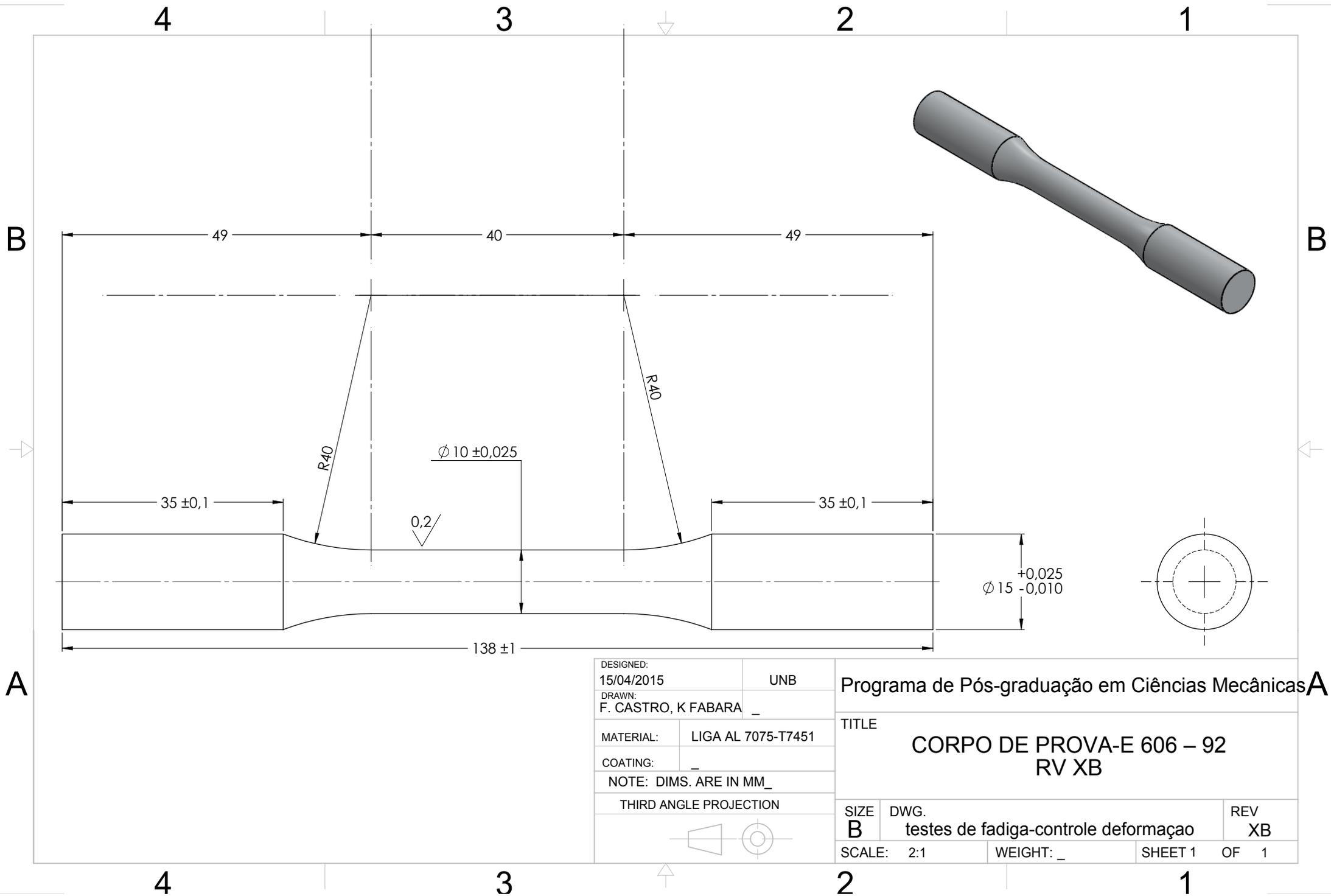
- ALMEIDA, A. F. *Avaliação do Efeito da Direção de Laminação Sobre a Taxa de Propagação de Trincas no ALumínio 7050-T7451*. Dissertação de Mestrado, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 52.
- BANDEIRA, C. F. C. *Análise de fadiga multiaxial em elementos estruturais tubulares sujeitos à vibração forçada*. Dissertação de Mestrado, 2014. Citado na página 39.
- BANNANTINE, J. *Fundamentals of metal fatigue analysis*. Prentice Hall, 1990,, p. 273, 1990. Citado 4 vezes nas páginas 6, 27, 28 e 29.
- BASTOS, F. d. S. *Introdução a Estimação e Modelagem no R com o Uso da Distribuição Birnbaum-Saunders*. 2016. Disponível em: <<https://stats4good.github.io/blog/2016/09/07/2016-06-07-birbaum/>>. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 48.
- CALLISTER, W. *Ciência E Engenharia de Materiais: Uma Introdução*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. Citado na página 19.
- CAMILO, D. C. *Estudo da Laminação Criogênica e do Envelhecimento Natural da Liga aa7050: Microestrutural e Propriedades*. Dissertação de Mestrado, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 9, 16 e 53.
- DIAS, J. N.; FERREIRA, J. L. d. A.; SILVA, L. L. O. d. Behavior of the distribution of life in notched components according to theory of critical distance. *24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, 2017. Citado na página 17.
- DIAS, J. N.; FERREIRA, J. L. d. A.; SILVA, L. L. O. d. Comportamento da distribuição de vida em componentes entalhados de acordo com a teoria da distância crítica. *XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering P.O - CILAMCE 2017*, 2017. Citado na página 17.
- DOWLING, N. E. *Mechanical behavior of materials*. [S.l.]: Pearson, 2012. Citado 5 vezes nas páginas 6, 19, 25, 26 e 29.
- JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. *Fundamentos do projeto de componentes de máquinas*. [S.l.]: Rio de Janeiro: LTC, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 16, 19 e 20.
- NEUBER, H. *Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material*. [S.l.]: USAEC Office of Technical Information, 1961. v. 4547. Citado na página 16.
- NORTON, R. L. *Projeto de máquinas*. [S.l.]: Bookman Editora, 2013. Citado 8 vezes nas páginas 6, 16, 19, 20, 22, 24, 30 e 32.
- O'CONNOR, P.; KLEYNER, A. *Practical reliability engineering*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. Citado 7 vezes nas páginas 7, 41, 42, 45, 49, 50 e 51.
- PINHEIRO, P. A. B. *Análise crítica de modelos de fadiga de plano crítico e proposta de uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante*. Dissertação de Mestrado, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

- ROSA, E. d. *Análise de Resistência Mecânica de Peças e Componentes Estruturais (Mecânica da Fratura e Fadiga)*. [S.l.]: Grupo de Análise e Projeto Mecânico - Universidade Federal de Santa Catarina, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 40.
- SÁ, M. V. C. Exame de Qualificação de Doutorado, *Previsão de Vida a Fadiga de Componentes Entalhados em Condições Multiaxiais Utilizando TDC na Liga AL 7050 T7451*. [S.l.]: Universidade de Brasília, 2016. Citado 9 vezes nas páginas 6, 23, 40, 51, 53, 56, 57, 66 e 67.
- SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. *Mechanical engineering design*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2004. Citado 4 vezes nas páginas 6, 19, 30 e 32.
- SILVA, B. L. d. *Uma Metodologia de Análise de Confiabilidade à Fadiga Utilizando a Teoria da Distância Crítica*. Tese de Doutorado, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 17, 41 e 42.
- SOCIE, D.; MARQUIS, G. Multiaxial fatigue. *Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1999. 502*, 1999. Citado na página 40.
- SOCIE, D. F.; MARQUIS, G. B. *Multiaxial fatigue*. [S.l.]: Society of Automotive Engineers Warrendale, PA, 2000. Citado 6 vezes nas páginas 6, 7, 37, 38, 39 e 40.
- SOONG, T. T. *Fundamentals of probability and statistics for engineers*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado 6 vezes nas páginas 7, 42, 43, 44, 46 e 47.
- STEPHENS, R. I. et al. *Metal fatigue in engineering*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 22.
- SUSMEL, L.; TAYLOR, D. A novel formulation of the theory of critical distances to estimate lifetime of notched components in the medium-cycle fatigue regime. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Wiley Online Library, v. 30, n. 7, p. 567–581, 2007. Citado 9 vezes nas páginas 4, 5, 6, 16, 17, 33, 34, 36 e 51.
- THOFT-CRISTENSEN, P.; BAKER, M. J. *Structural reliability theory and its applications*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 40.
- ZIO, E. *The Monte Carlo simulation method for system reliability and risk analysis*. [S.l.]: Springer, 2013. Citado na página 41.

Anexos

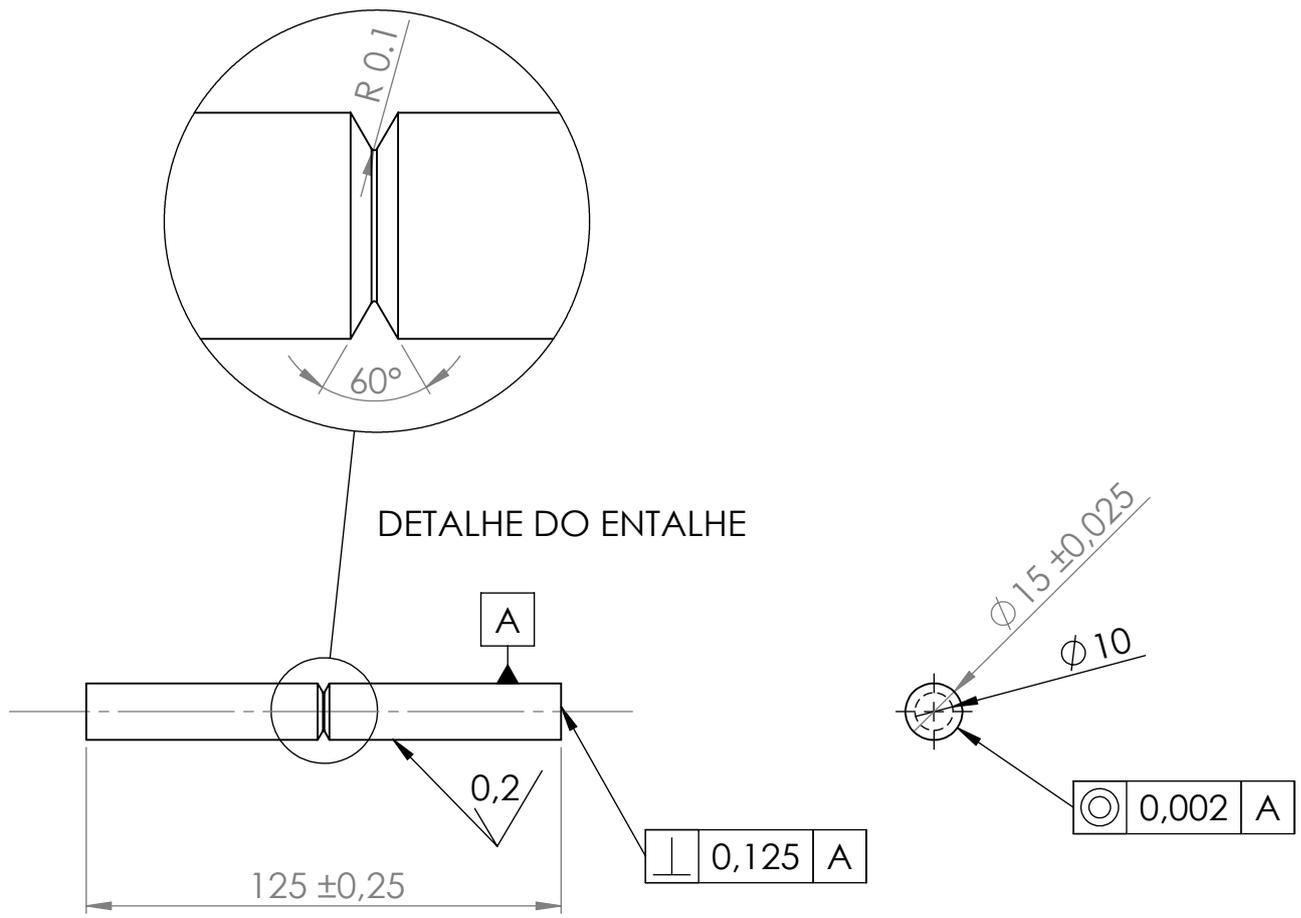
Parte I

Desenhos Técnicos do Corpo de Prova



DESIGNED:	15/04/2015	UNB
DRAWN:	F. CASTRO, K FABARA	
MATERIAL:	LIGA AL 7075-T7451	
COATING:		
NOTE:	DIMS. ARE IN MM_	
THIRD ANGLE PROJECTION		

Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas		
TITLE		
CORPO DE PROVA-E 606 – 92 RV XB		
SIZE	DWG.	REV
B	testes de fadiga-controle deformação	XB
SCALE:	2:1	WEIGHT: _
SHEET 1	OF	1



SE NÃO ESPECIFICADO: DIMENSÕES EM MILÍMETROS ACABAM. SUPERFÍCIE: TOLERÂNCIAS: LINEAR: ANGULAR:			ACABAMENTO: RETIFICADO			DEBUR AND BREAK SHARP EDGES			NÃO MUDAR A ESCALA DO DESENHO			REVISÃO 5					
									DESENHO PARA EXECUÇÃO								
									TÍTULO: CORPO DE PROVA COM ENTALHE TIPO "V" E RAIOS DE 0,1 mm								
									DES. Nº			CP_03_2015			A4		
									MATERIAL: AL 7050 T7451			ESCALA: 1:2			FOLHA 1 DE 1		
									PESO:								
NOME			ASSINATURA			DATA			DES.			ENG MARCUS SÁ					
VERIF.			PROF JORGE/ALEX						APROV.								
MANUF									QUALID								