

PROJETO DE GRADUAÇÃO

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO

Por, Cecilia Mendes Corrêa

Brasília, 21 de Junho de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA UNIVERSIDADE DE BRASILIA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO

POR,

Cecilia Mendes Corrêa

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Aline Souza de Paula (Orientador)

Prof., Marcus Vinicius Girão de Morais UnB/ ENM

Prof., Lucival Malcher UnB/ ENM

Brasília, 21 de Junho de 2017

Dedicatória

Dedico esse trabalho aos meus queridos pais que sempre me apoiaram

Cecília Mendes Corrêa

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a UnB por todos os momentos que passei nesses seis anos de graduação. Todos esses momentos geraram escolhas, aprendizados e contato com pessoas diferentes que possibilitaram o meu crescimento profissional e pessoal. Tenho certeza que tão importante quanto o meu crescimento acadêmico, é o meu crescimento pessoal.

Graças a UnB eu conheci a maioria das pessoas que fizeram grande que mais fazem diferença na minha vida. Pessoas que passaram por noites em claro, angustias, ansiedades e momentos de comemorações, felicidade. Gostaria de agradecer a ajuda e apoio dos meus amigos do curso Laís, Silvia, John, Leonardo, Daniel, Ziraldo, Kevin, Vander, Fábio, Lary e Trevis Aos outros amigos Lary, Matheus, Totonho, Rafa, Débora, Laurinha, Gabi e Gaucho. Agradeço também a todas pessoas que passaram na minha vida durante esse período.

Queria agradecer aos incríveis professores que tive o grande prazer de participar de suas aulas. Queria agradecer também a professora Aline Souza de Paula por ser minha orientadora, por sua presença, dedicação, apoio e por ser um exemplo feminino na engenharia.

Por fim, agradeço ao apoio de toda a minha linda família, principalmente a minha mãe, Giselda, e pai, Leopoldo. O apoio de vocês fez grande diferença durante esses 6 anos.

RESUMO

Diversos ambientes estão sujeitos a vibrações e alguns podem apresentar vibrações excessivas. Visando uma diminuição dos níveis de vibração e consequente aumento da vida útil de equipamentos, pode-se utilizar Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADV). A redução das amplitudes de vibrações de equipamento, pode levar a um aumento da sua eficiência, integridade física e operacionalidade. O presente trabalho consiste em um estudo e desenvolvimento de um ADV. Para a análise do desempenho do ADV foram realizadas simulações numéricas que avaliam o efeito da variação de amortecimento e de massa do sistema. As análises apresentam as respostas no domínio da frequência de um sistema primário sozinho e um sistema primário com ADV acoplado, mostrando o efeito do acoplamento do segundo grau de liberdade. As análises são realizadas a partir de simulações numéricas e experimentos. Os valores das massas e rigidezes do sistema são obtidas experimentalmente e utilizadas no modelo matemático, mostrando uma concordância em relação às frequências de ressonância obtidas numérica e experimentalmente. Por fim, estima-se o amortecimento do sistema comparando-se as respostas em frequência.

ABSTRACT

Several environments are subject to vibration and some may exhibit excessive vibration. In order to reduce vibration levels and increase equipment life, Tuned Mass Dumber (TMD) can be used. Reducing amplitudes of equipment vibrations can lead to an increase in efficiency, physical integrity and operability. The present work consists of a study and development of a TMD. For the analysis of the performance of the TMD were carried out numerical simulations that evaluate the effect of the variation of damping and mass of the system. The analyzes present the responses in the frequency domain of a primary system alone and a primary system with TMD coupled, showing the effect of the coupling of the second degree of freedom. The analyzes are performed from numerical simulations and experiments. The values of the masses and rigidities of the system are obtained experimentally and used in the mathematical model, showing a concordance in relation to the frequencies of resonance obtained numerically and experimentally. Finally, the damping of the system is estimated by comparing the frequency responses

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	4
1.2 METODOLOGIA	4
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2 CONCEITOS TEÓRICOS	6
2.1 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES	6
3 MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA	11
4 APARATO EXPERIMENTAL	19
4.1 PROJETO PRELIMINAR	19
4.1.1 CARCAÇA	
4.1.2 SISTEMA PRIMÁRIO	
4.1.3 ABSORVEDOR DINÂMICO	
4.1.4 GUIAS LINEARES E PATINS	
4.1.5 SENSOR	
4.2 PARÂMETROS EXPERIMENTAIS	24
4.2.1 RIGIDEZ	25
5 RESPOSTA DINAMICA	31
5.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	31
5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	35
5.2.1 ACELEROMETROS	35
5.2.2 SISTEMA PRIMÁRIO SOZINHO - OSCILADOR 1 GDL	35
5.2.3 ADV ACOPLADO AO SISTEMA PRIMÁRIO – OSCILADOR 2 GDL	37
6 CONCLUSÃO	41
7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42
8 APÊNDICE	44

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Sistema de contrapeso inercia para ventos e terremotos	2
Figura 1.2 – ADV do tipo Stockbrige	2
Figura 1.4 – ADV adaptativo proposto	3
Figura 1.5 - Foto do absorvedor dinâmico de vibrações desenvolvido	3
Figura 2.1 – Exemplo de ADV acoplado a uma máquina	7
Figura 2.2 – Gráfico de amplitude de vibração antes e depois da adição de um absorvedor dinâmico de vib [5]	rações 8
Figura 2.3 - Exemplo de ADV acoplado a uma máquina com amortecimento	8
Figura 2.4 – Amplitudes do movimento da massa do sistema primária m1 para sistema com amortecimento [6]) 10
Figura 3.1 – Modelo do aparato experimental	11
Figura 3.2 – Sistemas de 1GDL- a) sistema primário sozinho; b) ADV sozinho12	
Figura 3.3 – Resposta em frequência do sistema com 1GDL e 2GDL14	
Figura 3.4 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ1 e ξ2=0	15
Figura 3.5 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ1 e ξ2=0,01	15
Figura 3.6 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ1 e ξ2=0,05	16
Figura 3.7 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ1 e ξ2=0,1	16
Figura 3.8 – Respostas em frequência de 2GDL com variação de γm17	
Figura 4.1 – Aparato experimental – a) desenho esquemático; b) Experimento montado	18
Figura 4.2 – Carcaça montada e chapa lateral com guia linear	19
Figura 4.3 - Sistema primário – a) Montagem no Soliworks; b) Montagem com o ADV	20
Figura 4.4– Montagem do absorvedor dinâmico	21

Figura 4.5 – Guia linear [3]	21
Figura 4.6 – Sensor Sharp Infravermelho	22
Figura 4.7 – Limites de trabalho do sensor	22
Figura 4.8 – Curva de Calibração do sensor de Deslocamento	23
Figura 4.9 – Molas selecionadas a) Molas A; b) Molas B; c) Mola original.	24
Figura 4.10 – Balança	25
Figura 4.11 – Força X Deslocamento Mola A1	26
Figura 4.12 – Força X Deslocamento Mola A2	26
Figura 4.13 – Força X Deslocamento Mola A3	26
Figura 4.14 – Força X Deslocamento Mola A4	
Figura 4.15 – Força X Deslocamento Mola A5	27
Figura 4.16 – Força X Deslocamento Mola B1	27
Figura 4.17 – Força X Deslocamento Mola B2	
Figura 4.18 – Força X Deslocamento Mola B3	
Figura 4.19 – Força X Deslocamento Mola B4	
Figura 4.20 – Força X Deslocamento Mola B5	
Figura 4.21 – Força X Deslocamento Mola B6	
Figura 5.1 – FRF do sistema primário sozinho (1GDL).	31
Figura 5.2 – FRF do ADV sozinho (1GDL).	31
Figura 5.3 – FRF do Sistema primário com $\xi 1 = 0,01$ e $\xi 2 = 0$	32
Figura 5.4 – FRF do Sistema primário com ξ1=ξ2 =0,01.	32
Figura 5.5 – FRF do Sistema primário e ADV com $\xi 1 = 0,01$ e $\xi 2=0$.	32
Figura 5.6 – FRF do Sistema primário e ADV com $\xi 1 = \xi 2 = 0,01$.	
Figura 5.7 – FRF das simulações numéricas para 1GDL e 2GDL com parâmetros experimentais	
Figura 5.8 – FRF do oscilador 1GDL (sistema primário sozinho).	35
Figura 5.9 – Fase VS Frequência do oscilador 1GDL (sistema primário sozinho)	
Figura 5.10 – FRF do sistema primário numérico e experimental em 1GDL.	36
Figura 5.11 – FRF obtida experimentalmente.	37
Figura 5.12 – FRF do sistema primário obtida numérica e experimentalmente considerando o ADV a (2GDL).	acoplado

Figura 5.13 – Zoom na faixa de frequência 14 Hz a 15,6 Hz.	38
Figura 5.14 – FRFs experimentais dos osciladores 1GDL e 2GDL.	

LISTA DE TABELAS

	Tabela 4.1 - Pontos para calibração do Sensor de deslocamento	. 22
	Tabela 4.2 – Propriedades das Molas Lineares	. 24
	Tabela 4.3 – Pontos obtidos com as molas A.	. 25
	Tabela 4.4 – Pontos obtidos com as molas B.	. 25
	Tabela 4.5 – Molas e Rigidezes	. 29
	Tabela 4.6 – Massas do sistema primário e ADV	. 29
	Tabela 5.1 – Combinações de molas utilizadas nas simulações	. 30
	Tabela 5.2 – Tabela com dados dos acelerômetros	. 34
	Tabela 5.3 – Comparação das frequências de ressonância do oscilador 1GDL	
36		
	Tabela 5.4 - Comparação das Frequências de Dois Graus de Liberdade	. 38

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

nbolos Latinos		Unidades
m Massa		[kg]
k Rigidez		[N/m]
c Amorteo	timento	[Ns/m]
F Amplitu	de da força de excitação	[N]
X Amplitu	de da resposta no tempo	[N]
M _f Tempera	tura final martensita	[°C]
M _s Tempera	tura inicial martensita	[°C]
A _{f.} Tempera	tura final austenita	[°C]
A _s Tempera	tura inicial austenita	[°C]
t Tempo		[s]

Símbolos Gregos

bolos Gregos		Unidades
ω	Frequência de excitação	[Rad/s]
ω _n	Frequência natural	[Rad/s]
α	Frequência de ressonância	[Rad/s]
σ	Tensão	[MPa]
ξ	Fator de amortecimento	Adimensional
$\gamma_{ m m}$	Relação entre massas	Adimensional

1 INTRODUÇÃO

Frequentemente equipamentos estão sujeitos a vibrações. Essas vibrações se tornam indesejáveis quando reduzem a vida útil e operacionalidade dos equipamentos envolvidos. Para reduzir os custos adicionais provocados por falhas e deformações plástica geradas com a vibração, avançou-se no estudo e compreensão desses fenômenos com objetivo de diminuir as amplitudes de vibrações. Um dos principais fenômenos que causa a perda de eficiência, falha e ruptura é a ressonância. Sabe-se que quando o sistema é forçado com a mesma frequência em que ele oscilaria sem forçamento, a amplitude de oscilação tem um aumento considerável.

Com a melhor compreensão dos fenômenos envolvidos em vibrações mecânicas, desenvolveu-se diferentes dispositivos que reduzem essas vibrações. Um desses dispositivos é o absorvedor dinâmico de vibrações (ADV). O ADV é um absorvedor passivo clássico, que quando acoplado ao sistema excitado por uma força harmônica externa, reduz os picos da curva de ressonância. Essa redução dos picos é causada pela redistribuição de energia na banda de frequência. Dado que a maioria dos sistemas trabalham em uma banda restrita. Em um ADV, os parâmetros de massa, rigidez e até amortecimento podem ser controlados.

O estudo e desenvolvimento de dispositivos absorvedores que compreendam uma faixa maior de frequência de operação têm tido grande importância no meio acadêmico e na indústria. Uma alternativa que vem sendo estudada é o uso de materiais inteligentes como elemento de rigidez. Como exemplo, pode-se citar as ligas de memória de forma (SMAs, Shape Memory Alloys), tem seu valor de rigidez alterado devido a alguns parâmetros relacionados à tensão e à temperatura. Outra característica que merece destaque no contexto de mitigar vibrações indesejáveis é a grande capacidade dessas ligas em dissipar energia.

A partir da década de 70, o Japão desenvolveu grandes estudos sobre construções resistentes a terremotos, que se intensificou com o terremoto de Kobe [4]. Uma dessas tecnologias desenvolvida foi o sistema de contrapeso inercial composto por um pêndulo com uma bola com massa grande em sua extremidade e instalado na região mais alta do edifício. Esse mecanismo move-se no sentido contrário ao movimento do edifício e permite que o prédio se mantenha até 40% mais estável durante o terremoto.

O maior sistema de contrapeso do mundo instalado está instalado na torre de Taipei 101, com uma bola de 5,5 metros de diâmetro e sustentado por 16 cabos. Esse mecanismo permite resistência a ventos de até 450 km/h e terremotos de até 7 graus na escala Richter. A Figura 1.1 abaixo ilustra esse sistema.



Figura 1.1 – Sistema de contrapeso inercia para ventos e terremotos [5]

Outra aplicação dos ADVs é em linhas de transmissão de energia elétrica, com o objetivo de diminuir as forças nos cabos de transmissão e evitar sua ruptura. Essas forças são geradas por diversas condições ambientais desfavoráveis a manutenção e vida útil de cabos utilizados em linhas de transmissão e pararaios. Um ADV comumente utilizado nessa área é o Stockbridge, (Figura 1.2). Esse dispositivo tem formato de um haltere, composto duas massas em equilíbrio, é fixado nos cabos das linhas de transmissão em regiões próximas as torres de transmissão.



Figura 1.2 - ADV do tipo Stockbrige

Devido a sua capacidade adaptativa, as ligas com memória de forma têm ganhado o mercado industrial, de utensílios cirúrgicos e até robótico. Entretanto as ligas mais comercializadas são as Ni-Ti e com base de cobre [6]. Pode-se utilizar ligas de memória de forma em dispositivos mecânicos, Tese [7] propõe um absorvedor dinâmico de vibrações adaptativo utilizado pela aeronáutica utilizando um SMA com grandes capacidades adaptativas do seu módulo de elasticidade devido ao aumento de temperatura da liga. Esse dispositivo utiliza um fio anexado a barra de SMA com o objetivo de alterar a resistência elétrica e passagem de corrente elétrica. A partir do efeito Joule controlado devido a passagem de corrente elétrica pelo fio, pode-se controlar a elasticidade da barra de SMA. A Figura 1.3 ilustra o dispositivo proposto.



Figura 1.3 – ADV adaptativo proposto [7]

Os ADVs tradicionais possuem a limitação do uso devido sua faixa de atuação reduzida considerando-se a variação da frequência de excitação. Por meio da técnica aplicada, é possível controlar a frequência natural do absorvedor dinâmico a fim de alcançar uma frequência de excitação alvo. Os absorvedores com liga necessitam ser ajustados com precisão em frequências específicas para atuarem de forma eficiente.

A passagem de corrente elétrica e alteração da temperatura também possibilita o controle da rigidez e amortecimento do dispositivo [7]. Isso ocorre pois quando as SMAs trabalham a temperaturas baixas, fase onde há somente martensita, o material possui baixa rigidez relativa e altos valores de amortecimento. Ao provocar o aquecimento com passagem de corrente, o amortecimento do material é reduzido e sua rigidez pode se torna até três vezes maior.

Na última aplicação citada [8], apresenta um aparato experimental com análise numérica de uma ADV composto por SMA. O aparato experimental proposto [8] é composto por duas vigas em balanço feitas com dois fios de SMA de 2 mm de diâmetro (Figura 1.5). O centro da viga é colocada sobre um shaker para realização dos testes. Utiliza-se passagem de corrente elétrica para alteração da temperatura da liga, a fim de variar o seu módulo de elasticidade e consequentemente variar a faixa de sintonização do dispositivo



Figura 1.4 - Foto do absorvedor dinâmico de vibrações desenvolvido [8]

1.1 OBJETIVOS

Dada a relevância dos estudos teóricos e práticos de sistemas com ADVs, o objetivo global é avaliar o seu desempenho. Para isso os objetivos específicos são:

- Desenvolver rotina em MatLab que simule o sistema escolhido para estudo
- Construir mecanismo para ensaio experimental
- Realizar ensaios experimentais
- Calibrar o modelo numérico com resultados obtidos

1.2 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho foi dividida em 7 etapas:

1- Conceitos teóricos:

Esta etapa envolve o estudo dos conceitos teóricos necessários a serem utilizados: Absorvedores Dinâmico de Vibrações e Ligas de Memória de Forma.

2- Aparato experimental:

O aparato experimental é desenvolvido com o objetivo de realizar os testes dinâmicos necessários para desenvolvimento do trabalho. Assim, nesta etapa é definida as formas geométricas e as dimensões do experimento, o material das peças, desenhos técnicos, fabricação e compra de peças necessárias.

3- Simulação numérica:

Esta etapa inicial com a modelagem do sistema proposto para o aparato experimental para realização de 3 simulações numéricas com os seguintes objetivos:

- a) Comparar a resposta do sistema primário sozinho, oscilador de 1 grau de liberdade (GDL), com um sistema de 2GDL;
- b) Analisar a resposta do sistema primário com ADV acoplado para diferentes valores de amortecimento;
- c) Analisar a resposta do absorvedor ao variar a massa do ADV.
- 4- Montagem do experimento:

A quarta etapa está relacionada com a montagem do experimento e ajustes a serem feitos nas peças para o funcionamento do sistema.

5- Seleção de Sensores

Nesta etapa definem-se os sensores utilizados no experimento e realiza-se a calibração.

6- Definição dos parâmetros e simulações numéricas

Esta etapa inicia-se com a pesagem de todas as partes do experimento. Em seguida, avalia-se a rigidez das molas lineares e selecionam-se as mais apropriadas. Por fim, de posse dos parâmetros experimentais identificados, realizam-se simulações numéricas para verificação do comportamento do sistema sujeito a diferentes níveis de amortecimento, incluindo frequências de ressonância e amplitudes de resposta.

7- Testes Dinâmicos

Esta etapa realizam-se os testes dinâmicos utilizando o *shaker* com o sistema com 1GDL e 2GDL. Comparam-se ainda os dados obtidos com as simulações numéricas.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está divido em 7 capítulos conforme descrito a seguir.

O capítulo um é destinado à contextualização do trabalho proposto, objetivos, incluindo motivações e metodologia. O capítulo dois apresenta os principais conceitos teóricos necessários para o desenvolvimento deste trabalho, abordando a teoria matemática dos absorvedores dinâmico de vibrações, e a teoria das ligas com memória de forma. A propriedade de pseudoelásticidade dessas ligas, que deseja-se explorar para a criação de absorvedores dinâmicos de vibraçõo, também é abordada.

O capítulo três aborda o projeto preliminar do aparato experimental, os componentes responsáveis pelo seu funcionamento e os sensores que serão utilizados nos testes propostos para a segunda etapa do projeto. O capítulo quatro apresenta a modelagem dos osciladores de 1GDL e 2GDL, e simulações que mostram as respostas dos sistemas sem e com absorvedor linear são analisadas.

O capítulo cinco apresenta a identificação dos parâmetros experimentais: massas de cada um dos dois sistema e rigidez das molas selecionadas para serem utilizadas no experimento. O capitulo seis mostra as simulações numéricas realizadas com os parâmetros experimentais obtidos e os resultados experimentais obtidos. Além disso, comparam-se os resultados das simulações e dados experimentais.

O capitulo sete inclui as conclusões do trabalho e perspectivas de trabalhos futuros. O capítulo oito contém as referências bibliográficas consultadas durante a execução do relatório e para a formulação do relatório. O capitulo nove apresenta os programas desenvolvidos para as análises numéricas realizadas.

2 CONCEITOS TEÓRICOS

2.1 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES

Absorvedores dinâmicos de vibrações, ou ADV, foi proposto por Hermann Frahm é um equipamento mecânico utilizado para diminuir ou eliminar vibrações indesejadas em um sistema [1]. Os absorvedores mais simples são compostos por um conjunto massa-mola (Figura 2.1) e possuem a opção de adicionar um amortecimento ao um sistema caso exista a necessita de proteção contra vibração. Os ADVs capazes de absorver energia do sistema principal ou primário em frequências de excitação, ω , próximas a sua frequência natural, ω_n . Considerando o sistema de 2GDL acoplado ao sistema principal, projeta-se o ADV de forma que as duas frequências naturais do sistema sejam diferentes da frequência de excitação.

Algumas, das diversas aplicações de ADVs, consistem em sua utilização em maquinários e em ferramentas (como serras, furadeiras, britadeiras e maquinário de combustão interna) que mantem velocidade de trabalho constante. Também se utiliza ADVs em linhas de transmissão e estruturas civis, para a absorção da energia derivada a vibração do vento.

Ao adicionarmos a um sistema uma massa-mola principal (m_1, k_1) , uma massa m_2 e um elemento de rigidez k_2 , temos um sistema com dois graus de liberdade (Figura 2.1). As equações do movimento das massas m_1 e m_2 são:

$$m_1 \ddot{x_1} + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = F_0 \sin \omega t$$
(2.1)

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \tag{2.2}$$

onde F_0 e ω são a amplitude e a frequência de excitação, respectivamente.

Assume-se que a solução harmônica, em situações em que a solução particular pode ser desconsiderada, se dá por:

$$x_i(t) = X_i \sin \omega t, \quad j = 1,2$$
 (2.3)

onde X1 e X2 são a amplitude de oscilação do maquinário e do ADV, respectivamente.

Para obter-se X_1 e X_2 substitui-se a solução apresentada na Eq. (2.3) em Eq. (2.1) e Eq. (2.2), e isolando X_1 e X_2 , se obter as amplitudes de oscilação do maquinário e do ADV conforme as equações a seguir:

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2}$$
(2.4)

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2}$$
(2.5)



Figura 2.1 - Exemplo de ADV acoplado a uma máquina

Como estamos preocupados em reduzir a amplitude de oscilação da máquina (X₁), devemos diminuir a amplitude da massa m_l para aproximadamente zero, ou seja, a equação (2.4) deve ser igualada a zero. Considerando-se que o sistema, antes de adicionarmos o ADV, trabalha perto de sua frequência de ressonância, ($\omega^2 \approx \omega_{n1}^2 = \frac{k_1}{m_1}$), dimensiona-se o ADV para que a amplitude de vibração da máquina, opere na sua frequência de ressonância original, seja zero. Definindo:

$$\delta_{st} = \frac{F_0}{k_1}; \ \omega_{n1} = \left(\frac{k_1}{m_1}\right)^{\frac{1}{2}}; \ \omega_{n2} = \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(2.6)

$$\omega_n^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \tag{2.7}$$

sendo ω_{n1} a frequência da máquina ou do sistema principal sozinho, ω_{n2} a frequência natural do ADV sozinho e substituindo as equações (2.6) e (2.7) em (2.4) e (2.5), obtém-se :

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}}$$
(2.8)

$$\frac{X_2}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n2}}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}}$$
(2.9)

onde $X_{i}\!/\!\delta_{st}$ é a razão de amplificação dinâmica

A Figura 2.2, apresenta a variação das amplitudes de vibração de uma máquina com e sem o ADV em relação à velocidade da máquina $\left(\frac{\omega}{\omega_{n1}}\right)$. Como desejado, tem-se que $X_I = 0$ quando $\omega = \omega_{nI}$ e duas frequências naturais diferentes da frequência de excitação considerada no projeto. Substituindo ω por ω_{nI} na equação (2.9) temos:

$$X_2 = -\frac{k_1}{k_2}\delta_{st} = -\frac{F_0}{k_2}$$
(2.10)

A equação acima (2.10) mostra que a força exercida pela mola auxiliar do ADV é contrária a força F_0 e a neutraliza, o que faz com quem X_1 seja igual a zero.

Pode-se ainda observar pela Figura 2.2 que com a adição do ADV temos duas novas frequências de ressonância, $\alpha_1 e \alpha_2$, que fazem com que a amplitude seja infinita quando $\omega = \alpha_1 e \omega = \alpha_2$. Em teoria, a frequência de trabalho ω deve ser mantida longe das frequências $\alpha_1 e \alpha_2$ para diminuir o esforço sobre o sistema.



Figura 2.2 – Gráfico de amplitude de vibração antes e depois da adição de um absorvedor dinâmico de vibrações [1]

Considera que o sistema analisado anteriormente [2], composto por um sistema primário e um ADV, possui amortecimento de coeficientes c_1 e c_2 respectivamente, como mostra a Figura 2.3. Nesse novo sistema têm-se os efeitos da adição de amortecimento c_1 e c_2 nas equações 2.1 e 2.2, que se tornam as seguintes equações:



Figura 2.3 - Exemplo de ADV acoplado a uma máquina com amortecimento

$$m_1 \ddot{x_1} + k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) + c_1 (\dot{x_1} - \dot{x_2}) = F_0 e^{j\omega t}$$
(2.11)

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = 0$$
(2.12)

Sabe-se que tanto x_1 quanto x_2 são movimentos harmônicos com frequência ω e são representados por vetores. Logo, a solução se dá por:

$$x_j = X_j e^{j\omega t}, \qquad j = 1,2$$
 (2.13)

Para obter as amplitudes de resposta de oscilação X_1 e X_2 , substitui-se a Eq. (2.13) em Eq. (2.11) e Eq.(2.12) e obtêm-se as equações a seguir:

$$[-m_1\omega^2 X_1 + k_1 X_1 + k_2 (X_1 - X_2) + j\omega c_1 (X_1 - X_2)]e^{j\omega t} = F_0 e^{j\omega t}$$
(2.14)

$$[-m_2\omega^2 X_2 + k_2(X_2 - X_1) + j\omega c_2(X_2 - X_1)]e^{j\omega t} = 0$$
(2.15)

Eliminando o termino $e^{j\omega t}$ das equações (2.14) e (2.15), tem-se:

$$-m_1\omega^2 X_1 + k_1 X_1 + k_2 (X_1 - X_2) + j\omega c_1 (X_1 - X_2) = F_0$$
(2.16)

$$-m_2\omega^2 X_2 + k_2(X_2 - X_1) + j\omega c_2(X_2 - X_1) = 0$$
(2.17)

Agrupando os termos de X_1 e X_2 das as equações 2.13 e 2.14, temos:

$$[-m_1\omega^2 + k_1 + k_2 + j\omega c_1 x_1]X_1 - [k_2 + j\omega c_1 x_1]X_2 = F_0$$
(2.17)

$$-[k_2 + j\omega c_2]X_1 + [-m_2\omega^2 + k_2 + j\omega c_2]X_2 = 0$$
(2.18)

Estamos interessados em analisar, primeiramente, o movimento da massa m_1 . Rescrevendo X_2 em termos de X₁ pela equação 2.18, substituindo em 2.17, isolando X₁ e igualando c_1 e c_2 a c, temos a seguinte equação:

$$X_{1} = F_{0} \frac{(k_{2} - m_{2}\omega^{2}) + j\omega^{2}c}{\{(-m_{1}\omega^{2} + k_{1})(-m_{2}\omega^{2} + k_{2}) - j\omega c\} + j\omega c\{-m_{1}\omega^{2} + k_{1} - m_{2}\omega^{2}\}}$$
(2.19)

Reescreve-se a equação (2.19) em termos de X_1 ao quadrado e dividindo por F_0^2 com duas finalidades: eliminar o termo complexo *j* e obter-se a amplitude do movimento da massa do sistema primário $\frac{X_1^2}{F_c^2}$. Deste modo, obtém-se a equação seguinte:

$$\frac{X_1^2}{F_0^2} = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)^2 + \omega^2 c^2}{\{(-m_1\omega^2 + k_1)(-m_2\omega^2 + k_2) - m_2\omega^2 k_2\}^2 + \omega^2 c^2 \{-m_1\omega^2 + k_1 - m_2\omega^2\}^2}$$
(2.20)

A partir da equação (2.20), Den Hartog analisa situações especificas ilustradas pela Figura 2.4 abaixo. As 4 situações analisadas são descritas a seguir:

1. c = 0;2. $c = \infty;$

3. c = 0,10;

4. c = 0,32;



Figura 2.4 – Amplitudes do movimento da massa do sistema primária m₁ para sistema com amortecimento [2]

Para o caso em que *c* é igual a zero, tem-se os mesmos resultados que os obtidos a figura 2.2 onde não há amortecimento. No caso em que o amortecimento *c* tende ao infinito, temos que as massas m_1 e m_2 estão virtualmente engastadas, desta forma, o sistema passa a ter 1GDL com massa total igual a $\frac{21}{20}m_1$ e os picos tendem ao infinito. Conclui-se então que, entre as curvas de *c* = 0 e c tende ao infinito, existe um valor específico para c que gera a curva com os menores valores dos picos [2].

Os casos em que c = 0,10 e c = 0,32 são para ilustrar como todos as curvas passam pelos pontos P e Q. Hartog afirma que esses pontos P e Q não são coincidência e todas as curvas criadas com diferentes valores de amortecimento c passam por esses dois pontos. Ao calcular os valores de P e Q, pode-se encontrar o valor do amortecimento c que gera a curva com os valores mínimos dos picos. Essa curva deve passar pelo ponto com maior valor entre P e Q como uma tangente horizontal.

3 MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A Figura 3.1 apresenta uma figura esquemática do sistema de dois graus de liberdade estudado. A proposta do sistema é feita de forma que a força decorrente da excitação de base seja imposta diretamente apenas ao sistema principal. A massa m_1 representa o sistema primário com o amortecimento c_1 , rigidezes k_1 e k_2 e deslocamento x_1 e a massa m_2 representa o absorvedor dinâmico com seu amortecimento c_2 , rigidezes k_3 e k_4 e deslocamento x_2 . Considera-se uma excitação de base agindo sob o sistema.

A seguir são apresentadas equações que regem o movimento das massas $m_1 e m_2$ na forma matricial, assim como as matrizes de inércia, amortecimento, rigidez e vetores de deslocamento e força.

$$[M] \, \ddot{\vec{x}}(t) + [C] \, \dot{\vec{x}}(t) + [K] \, \vec{x}(t) = \overline{F_y}(t) \tag{3.1}$$

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; \ \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}; \ \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix}$$
$$\vec{x}(t) = \begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \end{cases}; \ \vec{F_y}(t) = \begin{bmatrix} c_1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{y} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 \\ 0 \end{bmatrix} y$$

onde $K_1 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$ e $K_2 = k_3 + k_4$.



Figura 3.1 - Modelo do aparato experimental

Para melhor compreensão, escrevemos também as equações do movimento em relação a dois sistemas de 1 GDL formados pelos sistemas primário e ADV sozinhos, como ilustrado na figura 3.2. Esta etapa é realizada para definição das quantidades ω_{nl} e ξ_l , frequência natural e fator de amortecimento do sistema primário, e ω_{n2} e ξ_2 , frequência natural e fator de amortecimento do ADV. Em seguida, a equação do movimento apresentada na Eq. (4.1) é escrita em função dessas quantidades.



Figura 3.2 - Sistemas de 1GDL- a) sistema primário sozinho; b) ADV sozinho.

A Eq. (3.2) apresenta a equação do movimento para o sistema primário sozinho (Figura 3.2 a), enquanto a Eq. (3.3) apresenta as equações para a frequência natural e o coeficiente de amortecimento viscoso.

$$\ddot{x}_1 + 2\,\xi_1\omega_{n1}\dot{x}_1 + \omega_{n1}^2x_1 = \frac{c_1\dot{y} + (k_1 + k_2)y}{m_1} \tag{3.2}$$

$$\omega_{n1} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}} \quad e \quad \xi_1 = \frac{c_1}{c_c} = \frac{c_1}{2m_1\omega_{n1}}$$
(3.3)

De forma análoga, a Eq. (3.4) apresenta a equação do movimento para o absorvedor dinâmico (figura 3.2 b) enquanto a Eq. (3.5) apresenta as equações para a frequência natural e o coeficiente de amortecimento viscoso.

$$\ddot{x}_2 + 2\,\xi_2\omega_{n2}\dot{x}_2 + \omega_{n2}^2x_2 = 0 \tag{3.4}$$

$$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{k_3 + k_4}{m_2}} = \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \quad e \quad \xi_2 = \frac{c_2}{c_c} = \frac{c_2}{2m_2\omega_{n2}}$$
(3.5)

Pré-multiplicando a equação do movimento apresentada na equação (3.1) por [M]⁻¹ e considerando as definições apresentadas nas equações 3.3 e 3.5, obtém-se:

$$\ddot{\vec{u}}(t) + [M^{-1}C]\dot{\vec{u}}(t) + [M^{-1}K]u(t) = M^{-1}\overrightarrow{F_y}(t)$$
(3.6)

$$[M^{-1}C] = \begin{bmatrix} 2\xi_1 \omega_{n1}^2 + \frac{c_2}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} \\ -2\xi_2 \omega_{n2}^2 & 2\xi_2 \omega_{n2}^2 \end{bmatrix}$$
$$[M^{-1}K] = \begin{bmatrix} \omega_{n1}^2 + \frac{K_2}{m_1} & -\frac{K_2}{m_1} \\ -\omega_{n2}^2 & \omega_{n2}^2 \end{bmatrix}$$
$$M^{-1}\overrightarrow{F_y}(t) = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix} \dot{y} + \begin{bmatrix} \frac{(k_1 + k_2)}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix} y$$

As simulações numéricas têm como objetivo verificar a influência da variação da razão de massa (m_2/m_1) e do amortecimento na resposta do sistema. Compara-se o sistema principal com e sem o absorvedor. Como explicado no subcapitulo 2.1 deste relatório, o acoplamento do ADV no sistema primário gera uma mudança nas frequências naturais do sistema e nas amplitudes de vibração. Desta forma, deseja-se desenvolver ADVs que modifiquem as frequências naturais dos sistemas de forma adequada às necessidades do projeto.

Para realizar a simulação numérica, utiliza-se a função EDO45 do programa MATLAB. Em todas as análises, a partir do comportamento no tempo constrói-se a resposta em frequência referente à massa m_1 do sistema primário de 1GDL sozinho e quando o ADV está acoplado. Com a simulação numérica, podemos avaliar a mudança que o ADV provoca no sistema ao alterar as amplitudes de resposta principalmente na frequência de ressonância original do sistema primário sozinho.

As simulações desconsideram o comportamento transiente da resposta. Os valores de m_1 , k_1 , e k_2 do sistema primário são respectivamente 0,5 kg, 100 N/m e 100 N/m e os valores de m_2 , k_3 e k_4 do ADV são considerados 10% dos valores do sistema primário. As rotinas desenvolvidas estão nos anexos deste relatório.

Neste trabalho, tendo em vista algumas limitações de instrumentação, o amortecimento do sistema não foi identificado. A dissipação de energia ocorre, dentre outras fontes, através do atrito do movimento dos patinhos nos trilhos e o fabricante não possui essas informações. Desta forma, diferente dos valores de massa e rigidez que podem ser alterados no experimento, tem-se menos controle em relação ao amortecimento presente. Na primeira simulação considera-se $\xi_2=0$ e $\xi_1=0,1$, ou seja, o sistema primário é subamortecido. Em seguida, avalia-se a influência da variação do amortecimento no desempenho do absorvedor. Os valores dos amortecimentos serão estimados experimentalmente na segunda etapa deste projeto.

As simulações são realizadas com os seguintes objetivos:

- Comparar a resposta em frequência do sistema primário sozinho, oscilador 1GDL, e quando o absorvedor está acoplado, oscilador 2GDL;
- Analisar a resposta do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de amortecimento;
- Analisar a resposta do oscilador 2GDL ao variar a relação $\gamma_m = \frac{m_2}{m_1}$;

A primeira análise realizada mostra as respostas em frequência para os osciladores 1GDL e 2GDL com $\xi_2=0$ e $\xi_1=0,1$, conforme os resultados da Figura 3.3. Pode-se observar, como esperado, a presença de apenas 1 pico de ressonância para o oscilador 1GDL e 2 para o oscilador 2GDL. Além disso, pode-se perceber que o absorvedor está sintonizado em uma frequência de 20 rad/s, que consiste em sua frequência natural (quando sozinho). Essa é também a frequência de ressonância do sistema primário sozinho. Nota-se que além da diminuição expressiva da amplitude máxima de vibração do sistema primário em $\omega = 20$ rad/s, os 2 picos de ressonância do sistema primário sozinho. Desta forma, pode-se concluir um desempenho adequado do absorvedor.



Figura 3.3 - Resposta em frequência do sistema com 1GDL e 2GDL

A segunda análise feita avalia como o aumento de ξ_1 impacta o sistema primário para os valores de ξ_2 iguais a zero, 0,01, 0,05 e 0,1. Os resultados dessas simulações são apresentados nas Figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, respectivamente.

A partir da Figura 3.4, onde ξ_2 = zero, observa-se que o sistema primário permanece parado na frequência em que o absorvedor é sintonizado, mesmo com a variação de ξ_1 . Além disso, aparecem dois picos de ressonância evidentes para o menor valor de ξ_1 analisado. Com o aumento de ξ_1 , os picos

diminuem consideravelmente e as amplitudes de resposta são reduzidas para todas as frequências avaliadas.

Comparando as Figuras 3.4 e 3.5, observa-se que o sistema primário não permanece parado na frequência em que o absorvedor está sintonizado com a introdução do ξ_2 . Isso ocorre devido a influência do amortecimento nas frequências de ressonância do sistema. Novamente, os picos de ressonância evidentes estão presentes apenas para menor valor de ξ_1 , ou seja, com o aumento de ξ_1 temos a redução das amplitudes em todas as frequências avaliadas, especialmente nos picos de ressonância.



Figura 3.4 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ_1 e

 $\xi_2 = 0$



Figura 3.5 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ_1 e $\xi_2=0,01$



Figura 3.6 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ_1 e $\xi_2=0.05$

A Figura 3.6 mostra que apesar da amplitude de resposta não ser nula na frequência em que o absorvedor é sintonizado, temos uma redução significativa em um dos picos de ressonância quando $\xi_1=0,01$, ficando apenas um pico de ressonância evidente, e redução significativa dos dois picos para

valores maiores de ξ_1 . Assim como nos resultados anteriores, para valores menores de ξ_2 , com o aumento do amortecimento, temos a redução das amplitudes de respostas em toda a faixa analisada.



Figura 3.7 – Resposta em frequência do sistema primário com absorvedor para diferentes valores de ξ_1 e $\xi_2=0,1$

Comparando as figuras 3.4 e 3.7, observa-se uma mudança considerável no comportamento do sistema. Com $\xi_2 = 0,1$ têm-se apenas um pico de ressonância para o menor valor de ξ_1 e nenhum pico para valores maiores de ξ_1 . Além disso, independentemente do valor de ξ_1 , observa-se que com o aumento de ξ_2 temos uma redução significativa das amplitudes de resposta do sistema primário ao comparar as 4 situações anteriores.

Por último, realiza-se uma simulação que avalia como o aumento da massa do absorvedor dinâmico altera a resposta do sistema primário. Define-se a razão entre a massa do ADV e a massa do sistema primário como γ_m e varia-se seu valor de 5% a 20%. Os valores de ξ_1 e ξ_2 são constantes e iguais a 0,01. A Figura 3.8 mostra os resultados obtidos.

A partir dos resultados, pode-se observar que com o aumento de γ_m tem-se a redução da amplitude de resposta do sistema primário na frequência de projeto do ADV, de modo que o sistema praticamente não oscila quando γ_m é igual a 20%. Entretanto, o aumento de γ_m provoca o aumento das amplitudes dos picos de ressonância. Ou seja, apesar do aumento da massa do ADV reduzir o movimento do sistema primário na frequência projetada, ele aumenta os picos de ressonância. Por fim, verifica-se que as frequências relacionadas com os picos são levemente modificadas com aumento de γ_m , aumentando discretamente a faixa de trabalho do ADV.



Figura 3.8 – Respostas em frequência de 2GDL com variação de γ_m

4 APARATO EXPERIMENTAL

4.1 PROJETO

O aparato experimental foi desenvolvido com base no sistema proposto na Figura 3.1 visando a realização de ensaios dinâmicos de dois sistemas: sistema primário sozinho (1GDL) e sistema primário com ADV acoplado (2GDL). Esse aparato, apresentado na Figura 4.1, é composto por 3 subconjuntos: a carcaça, o sistema primário e o ADV.

As molas são responsáveis pela rigidez do sistema, desta forma, influenciam diretamente as frequências naturais e de ressonância. O aparato experimental foi projetado com a possibilidade de utilizar até 16 molas. Essas molas são posicionadas da seguinte maneira:

- 1. 4 molas entre as chapas superiores da carcaça e do sistema primário
- 2. 4 molas entre as chapas superiores do sistema primário e do ADV
- 3. 4 molas entre as chapas inferiores da carcaça e do sistema primário
- 4. 4 molas entre as chapas superiores do sistema primário e do ADV

Para restringir o deslocamento apenas vertical dos subconjuntos são utilizadas 4 guias lineares com patins. A Figura 4.1 a) mostra um desenho esquemático do projeto e a figura 4.1 b) ilustra a montagem dos componentes realizada com a ajuda do programa SOLIDWORKS.





O sistema é projetado de forma que a excitação de base, realizada através do posicionamento da carcaça sob um excitador eletromecânico do tipo *shaker*, é aplicada apenas ao sistema primário. Além disso, as molas devem ser pré-tracionadas de forma a sempre trabalharem sob tração.

A seguir apresenta-se uma descrição breve dos componentes mecânicos e sensores a serem utilizados.

4.1.1 CARCAÇA

A carcaça é composta por 4 chapas de alumínio (duas laterais, uma superior e uma inferior), 4 barras de alumínio, 2 conjuntos de guias lineares e patins. Este componente possui formato retangular com 900 mm de altura, e 202 mm de comprimento e largura. A Figura 4.2, que apresenta seus componentes montados. A carcaça tem a função de aumentar a estabilidade do aparato, servir como base para o posicionamento dos sensores de deslocamento e para o posicionamento dos trilhos que guiam o movimento do sistema primário. Além disso, a carcaça é posicionada sobre o *shaker*, transmitindo a excitação ao sistema primário.

As guias lineares são posicionadas sobre as chapas laterais e fixadas utilizando parafusos. O patim é posicionado nos trilhos e fixados nas chapas laterais do sistema primário utilizando parafusos. A Figura 4.2 mostra a montagem da guia linear na chapa lateral.



Figura 4.2 – Carcaça montada e chapa lateral com guia linear

A chapa inferior possui 12 furos que são utilizados para fixar as duas chapas inferiores, as 4 barras cilíndricas e os parafusos para fixação das molas. As duas chapas laterais são parafusadas na posição vertical na chapa inferior. As 4 barras cilíndricas são fixadas na chapa inferior com o auxílio de roscas.

Finalizando, temos uma chapa superior que será fixada sobre as chapas laterais e as barras cilíndricas. Ela possui 23 furos responsáveis por fixação das chapas laterais, barras cilíndricas, parafusos de fixação das molas e posicionamento da célula de carga e sensores de deslocamento.

4.1.2 SISTEMA PRIMÁRIO

O sistema primário é composto por 4 chapas de nylon e 2 conjuntos de guias lineares e patins. Possui 340 mm de altura, 130 mm de comprimento e 53 mm de largura. A escolha do material das chapas foi feita visando a redução da massa do sistema primário e do ADV, afim de diminuir as amplitudes de vibração e evitar choques com as chapas inferior e superior da carcaça durante a realização dos testes. Figura 4.3 apresenta uma ilustração da sua montagem utilizando o programa *Solidworks* e mostra o sistema primário e ADV montados.

A montagem do sistema primário é semelhante montagem da carcaça. Ele possui duas chapas laterais, onde os trilhos são fixados com auxílio de parafuso. As chapas superior e inferior também são posicionadas nas extremidades das chapas laterais utilizando parafusos. Por fim, as faces externas das chapas laterais são posicionadas sobre os carrinhos das carcaças utilizando parafuso, possibilitando a movimentação do sistema primário para o teste dinâmico.



Figura 4.3 - Sistema primário - a) Montagem no Soliworks; b) Montagem com o ADV

4.1.3 ABSORVEDOR DINÂMICO

O absorvedor dinâmico é composto apenas por 4 chapas de nylon, com altura, comprimento e largura de 75 mm, 88mm e 30 mm, respectivamente. A montagem das chapas de nylon é a mesma que as chapas da carcaça e sistema primário. Como o aparato experimental foi projetada para apenas 2 graus de liberdade, o ADV não necessita de trilhos e carrinhos fixados nas faces internas das chapas laterais. A montagem do ADV no sistema primário se dá pela fixação da face externa das chapas laterais nos carrinhos do sistema primário. A Figura 4.4 mostra a montagem do ADV.



Figura 4.4- Montagem do absorvedor dinâmico

4.1.4 GUIAS LINEARES E PATINS

As guias lineares de esfera são dispositivos de movimentação linear responsável pelo deslocamento do sistema primário e ADV no aparato experimental. Composto por uma guia e um patim, foram selecionados quatro conjuntos para a construção do experimento. A figura 3.5 ilustra o conjunto da guia linear.



Figura 4.5 – Guia linear [3]

Para a movimentação do ADV foram selecionadas duas guias lineares miniaturas da marca Ava Linear System com duas guias de 320 mm e dois patins do modelo MBX09SN. Para o sistema primário foram selecionadas duas guias lineares com duas guias de 880 mm e dois patins do modelo H15BN do mesmo fabricante.

O principal fator para a seleção das guias e dimensionamento de todo aparato foi evitar o choque das molas nas chapas inferiores e superiores de cada componente durante funcionamento do experimento.

Além do comprimento das guias, deve-se observar a lubrificação das guias. Essa lubrificação é responsável pela dissipação de energia por atrito, e consequentemente pelo amortecimento do sistema. Esse amortecimento será obtido através de testes realizado na segunda etapa deste trabalho pois o fabricante não tem possui essa informação.

4.1.5 SENSOR

Para monitoramento do experimento será utilizado um sensor de deslocamento Sensor Baumer OADK 25I7480/S14C, utilizado para longo alcance. Possui alcance de 100 a 1000 mm. A Figura 3.6 mostra o censor e a Figura 3.7 mostra os limites de trabalho do sensor retirado do manual.

De acordo com o manual do fabricante, há uma variação de 1,778 mA para o deslocamento de 100 mm. Essa informação é utilizada para obter a curva de calibração do sensor utilizando o software MATLAB. A tabela 3.1 abaixo mostra os 45 pontos obtidos para essa calibração e esses pontos começam em 100mm até 1000mm, com variação de 20 mm. A Figura 4.8 mostra a curva de calibração obtida e a equação 4.1 mostra a equação obtida.



Figura 4.6 – Sensor Sharp Infravermelho



4.7 - Limites de trabalho do sensor

Distância	Corrente	Distância	Corrente
(mm)	(mA)	(mm)	(mA)
100	4,00	560	12,18
120	4,37	580	12,55
140	4,71	600	12,91
160	5,04	620	13,42
180	5,40	640	13,62
200	5,78	660	13,94
220	6,13	680	14,32
240	6,49	700	14,81
260	6,84	720	15,20
280	7,21	740	15,42

300	7,55	760	15,75
320	7,89	780	16,11
340	8,27	800	16,46
360	8,64	820	16,81
380	8,97	840	17,17
400	9,33	860	17,54
420	9,66	880	17,86
440	10,03	900	18,24
460	10,43	920	18,57
480	10,75	940	18,91
500	11,09	960	19,29
520	11,44	980	19,66
540	11,82	1000	20,00



$$f(x) = 56,13x + 124,2 \tag{3.1}$$

onde x representa a corrente em mA e f(x) representa o deslocamento em mm.

4.2 IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS EXPERIMENTAIS

Para esse experimento, foram selecionados dois tipos de molas lineares (Figura 4.9 a b) e suas propriedades estão presentes na tabela 4.1. As molas A e B foram obtidas ao realizar um corte da mola apresentada na Figura 4.1 c. Esse corte foi feito pois seu comprimento original foi considerado grande. Para selecionar as molas necessita-se determinar a rigidez de cada mola, e consequentemente, determinar a rigidez do experimento. Foi escolhido para essa análise de rigidez 5 molas do tipo A e 6 molas do tipo B. Essa análise está presente no próximo subcapitulo.



Figura 4.9 - Molas selecionadas a) Molas A; b) Molas B; c) Mola original.

Tabela 4.2 - Propriedades das Molas Lineares

Molas	Α	В
Quantidade	6	6
Massa média (g)	14	22
Comprimento Total Médio (mm)	49,3	63,5
Número de espiras	12	24
Diâmetro da Seção do Arame (mm)	1,7	1,7
Diâmetro Externo (mm)	21	21

4.2.1 RIGIDEZ

A partir da Figura 4.9, observa-se que as molas 1 e 2 tem diferentes cores e espiras, apesar de derivarem das mesmas molas. Devido a essa característica, não é possível assumir que as molas possuam a mesma rigidez. Logo é necessário obter a rigidez de cada uma das molas através do gráfico Força VS Deslocamento.

A rigidez das molas selecionadas para esse projeto foi obtida utilizando uma balança (Figura 4.10) e uma trena. A balança é utilizada para medir a força que a mola está sujeita quando um deslocamento é imposto. A partir dos dados obtidos, constrói-se um gráfico de Força VS Deslocamento e obtém-se a curva de ajuste. A inclinação da curva obtida corresponde à rigidez da mola. Para o procedimento descrito são considerados 5 medidas, ou seja, 5 conjuntos de dados de força-deslocamento para cada mola.

As tabelas 4.3 e 4.4 mostram os pontos obtidos de cada mola. Essas tabelas mostram a massa obtida pela balança para cada deslocamento definido. Para a construção dos gráficos a massa obtida pela balança é convertida em força ao ser multiplicada pela aceleração gravitacional. A aceleração gravitacional utilizada foi obtida no laboratório de vibrações da Universidade de Brasília onde foi realizado os experimentos.



Figura 4.10 - Balança

Pontos	Deslocamento(m)	Massa (g)				
1	0,01	610	140	230	420	700
2	0,02	1640	1050	970	1420	1710
3	0,03	2620	1870	1560	2420	2810
4	0,04	3680	2730	2260	3480	3840
5	0,05	4730	3660	3090	4610	4890
	Molas	1	2	3	4	5

Tabela 4.3 – Pontos obtidos com as molas A.

Tabela 4.4 – Pontos obtidos com as molas B.

Pontos	Deslocamento(m)	Massa(g)					
1	0,01	210	330	660	220	270	320
2	0,02	680	900	1080	670	620	940
3	0,03	1150	1380	1560	1030	900	1360
4	0,04	1670	1880	1950	1530	1260	1840
5	0,05	2240	2380	2380	2140	1580	2230
Molas		6	7	8	9	10	11

A partir das tabelas 4.3 e 4.4 constroem-se os gráficos de Força Vs Deslocamento de cada mola. As Figuras 4.11 a 4.15 apresentam os gráficos obtidos com os pontos da tabela 4.3 e suas respectivas curvas de ajuste. As equações (4.1) a (4.5) mostram as equações de ajuste para cada mola tipo A analisada.

$$f(x_1) = 1007x_1 + 5,88 \tag{4.1}$$

$$f(x_2) = 854,6x_2 + 1,431 \tag{4.2}$$

$$f(x_3) = 687x_3 + 2,156 \tag{4.3}$$

$$f(x_4) = 1023x_4 - 3,744 \tag{4.4}$$

$$f(x_5) = 1030x_5 + 6,742 \tag{4.5}$$

onde f(x) é a força em N, x é o deslocamento em m e o sub índice i=1,...,5 se refere a mola analisada.



Figura 4.11 – Força X Deslocamento Mola A1



Figura 4.13 – Força X Deslocamento Mola A3



Figura 4.12 – Força X Deslocamento Mola A2



Figura 4.14 - Força X Deslocamento Mola A4



Figura 4.15 – Força X Deslocamento Mola A5

As Figuras 4.8 a 4.13 apresentam os dados obtidos da mola tipo B e as equações 4.6 a 4.11 mostram ajuste de cada mola.

$$f(x_6) = 494,9x_6 + 1,793 \tag{4.6}$$

$$f(x_7) = 497,8x_7 + 3,508 \tag{4.7}$$

$$f(x_8) = 422, 4x_8 + 6,507 \tag{4.8}$$

$$f(x_9) = 460, 6x_9 + 1,744 \tag{4.9}$$

$$f(x_{10}) = 319,5x_{10} + 2,685 \tag{4.10}$$

$$f(x_{11}) = 462, 6x_{11} + 3,861 \tag{4.11}$$

onde f(x) é a força em N, x é o deslocamento em m e o sub índice i=6,...,11 se refere a mola analisada.



Figura 4.16 - Força X Deslocamento Mola B1



Figura 4.17 – Força X Deslocamento Mola B2



Figura 4.18 - Força X Deslocamento Mola B3



Figura 4.19 – Força X Deslocamento Mola B4



Figura 4.20 - Força X Deslocamento Mola B5



As equações (4.1) a (4.11) tem o formato da equação (4.12), onde x_i representa o deslocamento, *i* varia de 1 a 11 e representa as molas A1 a B6, $f(x_i)$ é a força elástica da mola, *a* é a angulação da reta e a rigidez da mola e *b* é o erro.

$$f(x_i) = ax_i + b \tag{4.12}$$

Por fim temos a tabela 4.5 com as rigidezes de cada mola obtida com as equações dos gráficos acima. A tabela 4.6 mostra os dados obtidos para as massas do absorvedor dinâmico de vibrações e do sistema primário. A massa do ADV inclui o fechamento superior e inferior, as peças laterais, patins e parafusos incluídos na pesagem das peças. A massa do sistema primário inclui as mesmas peças do sistema primário incluindo-se a guia linear presente nas peças laterais.

Tabela 4.5 – Molas e Rigidezes.

Mola	Rigidez (N/m)	Mola	Rigidez (N/m)
1 A	1007	2 A	494,9
1 B	854,6	2 B	497,8
1 C	687	2 C	422,4
1 D	1023	2 D	460,6
1 E	1030	2 E	319,5
		2 F	462,6

Tabela 4.6 – Massas do sistema primário e ADV.

Peça	ADV	SP
Fechamento Superior	80g	98g
Fechamento Inferior	80g	98g
Lateral Direita	16g	336g
Lateral Esquerda	16g	336g
Patins	28g	380g
Total	220g	1248g

5 RESPOSTA DINAMICA

5.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

As simulações realizadas neste capítulo têm os seguintes objetivos:

- 1. Verificar as frequências de ressonância do Sistema Primário e do ADV separadamente;
- 2. Verificar as FRFs do sistema primário com ADV e as frequências de ressonância;
- 3. Verificar os efeitos do aumento do amortecimento no sistema de 2 graus de liberdade.

Tendo em vista o comprimento das molas, todas as molas B são utilizadas entre a carcaça e o sistema primário, e as molas A2 e A3 são utilizadas entre o ADV e o sistema primário. A rigidez das molas influencia diretamente as frequências de ressonância e naturais do sistema, como mostra as equações (4.3) e (4.5). Logo, para as simulações, deve-se utilizar uma combinação de molas afim de sintonizar o ADV na frequência desejada. A tabela 6.1 mostra as duas combinações as serem analisadas nessa simulação

Posicionamento	Rigidez	Molas Utilizadas
k ₁ (N/m)	1415,7	A1, A2, A3
k ₂ (N/m)	1242,1	A4, A5, A6
k ₃ (N/m)	854,6	B2
K4 (N/m)	687	B3

Tabela 5.1 - Combinações de molas utilizadas nas simulações

A partir da combinação mostrada na tabela 5.1 e com os dados obtidos no capítulo cinco, realizam-se simulações para definir as frequências de ressonância do sistema primário e do ADV. Essas simulações são realizadas com o fator de amortecimento ξ igual a 0,9. As Figuras 5.1 e 5.2 apresentam os resultados da simulação.

A partir das Figuras 5.1 e 5.2, tem-se que as frequências de ressonância do sistema primário e do ADV são aproximadamente 7,337 Hz, e 13,54 Hz, respectivamente. Também é possível observar que a amplitude máxima alcançada pelo sistema primário é maior que a do ADV.



5.1 - FRF do sistema primário sozinho (1GDL).



5.2 - FRF do ADV sozinho (1GDL).

Em seguida apresenta-se a FRF do sistema primário com o ADV acoplado e utilizando a combinação de rigidezes da tabela 5.1. Nesta simulação são analisados dois casos: um com $\xi_1=0,01$ e $\xi_2=0$ e outro com $\xi_1=\xi_2=0,01$. As Figuras 5.3 a 5.6 apresentam os resultados da simulação.



Figura 5.3 – FRF do Sistema primário com ξ_1 = 0,01 e ξ_2 = 0



Figura 5.4 – FRF do Sistema primário com $\xi_1 = \xi_2 = 0,01$.



Figura 5.5 – FRF do Sistema primário e ADV com $\xi_1 = 0,01$ e $\xi_2=0$.



Figura 5.6 – FRF do Sistema primário e ADV com $\xi_1 = \xi_2 = 0,01$.

A partir das figuras 5.3 e 5.4 temos que as frequências de ressonância são 6,541 Hz e 14,82 Hz para o caso 1 e 6,541 Hz e 14,92 Hz para o caso 2. Percebe-se ainda que o aumento do fator de amortecimento ξ_2 diminui a amplitude do movimento na segunda frequência de ressonância. A partir da Figura 5.5 e 65.6 podemos observar que a amplitude do movimento do ADV nos picos de ressonância são maiores que do sistema primário.

A última simulação compara a FRF os osciladores de 1GDL (sistema primário sozinho) e 2GDL (sistema primário com ADV acoplado) para $\xi_1=\xi_2=0,01$. A Figura 5.7 mostra os resultados obtidos para o sistema primário utilizando a combinação de molas da tabela 5.1.



Figura 5.7 - FRF das simulações numéricas para 1GDL e 2GDL com parâmetros experimentais

5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nos ensaios dinâmicos a excitação é realizada pelo shaker. O programa utilizado para o controle do shaker e aquisição dos dados é o *Signal Star Scalar – Vibration Controller*. Esse programa gera os gráficos das funções de resposta em frequência (FRF) e de fase. Para o o controle o *shaker* é necessário um acelerômetro que deve ser posicionado em sua base. Além disso, mais 2 acelerômetros são utilizados, um para monitoramento do sistema primário e outro do ADV. Os testes são realizados a partir de uma excitação de base com aplicação de deslocamento pico a pico de 8 mm e varredura da frequência de 3 hz a 20 hz com taxa de acréscimo de 0,01Hz/s. A seguir apresentam-se os resultados desses testes.

5.2.1 ACELEROMETROS

3 acelerômetros são utilizados posicionados: na base inferior da carcaça (base do *shaker*), na tampa superior do sistema primário e no ADV. A tabela 5.2 tem-se as especificações dos acelerômetros.

Acelerômetro	1	2	3
Modelo	PCB 352 C33	PCB 352 C03	PCB 352 C34
Sensibilidade	100 mV/g	10 mV/g	100 mV/g
Posicionamento	Sistema Primário	ADV	Shaker

Tabela 5.2 – Tabela com dados dos acelerômetros.

5.2.2 SISTEMA PRIMÁRIO SOZINHO - OSCILADOR 1 GDL

Inicialmente, considera-se apenas o sistema primário sozinho. As Figuras 6.8 e 6.9 apresentam a FRF e fase obtidas pelo programa *Sigal Star Scalar*.

Como o sistema consiste de um oscilador de 1 grau de liberdade espera-se apenas uma frequência de ressonância o que é verificado na Figura 5.8 onde pode se perceber apenas um pico para a frequência de 7,458Hz. Para frequências abaixo de 4,5Hz percebe-se que o sistema primário permanece com baixo deslocamentos, isso ocorre devido ao deslocamento de base não é suficiente para provocar o deslocamento do sistema. Isso pode ser verificado também no gráfico de fase. Percebe-se pela Figura 5.9 uma mudança de fase para a frequência de ressonância, como esperado.



Figura 5.8 – FRF do oscilador 1GDL (sistema primário sozinho).



Figura 5.9 – Fase VS Frequência do oscilador 1GDL (sistema primário sozinho).

A Figura 5.10 apresenta os resultados da simulação numérica e experimentais juntos. Pode-se perceber que a frequência de ressonância verificada numericamente está próxima da frequência obtida experimentalmente dos parâmetros de rigidez e massa que compõem o sistema. A tabela 5.3 mostra erro percentual obtido a partir das análises numéricas e dados experimentais. É possível observar que o erro é pequeno.



Figura 5.10 – FRF do sistema primário numérico e experimental em 1GDL.

Tabela 5.3 - Comparação das frequências de ressonância do oscilador 1GDL.

Frequência	Quantidade
Numérico (Hz)	7,485 Hz
Experimental (Hz)	7,458 Hz
Erro (%)	0,360%

5.2.3 ADV ACOPLADO AO SISTEMA PRIMÁRIO – OSCILADOR 2 GDL

Apresentam-se agora as análises dos testes dinâmicos realizados com o sistema de 2 graus de liberdade, compostos pelo sistema primário e ADV. A mesma metodologia apresentada para o oscilador de 1 grau de liberdade é realizada, mas a variação na frequência de forçamento vai de 3Hz até 16Hz.

A Figuras 5.11 apresenta os resultados da resposta em frequência do sistema primário. Pode-se observar a formação de dois picos de ressonância nas frequências de 6,541 Hz e 15,31 Hz. Além disso, tem-se que a amplitude do movimento do absorvedor dinâmico é maior do que a amplitude do movimento do sistema primário. Pode-se observar ainda que entre as frequências de 10 Hz e 14 Hz, o sistema primário apresenta deslocamentos muito pequenos.



Figura 5.11 – FRF obtida experimentalmente.

No subcapitulo anterior, duas combinações diferentes de valores de amortecimento foram avaliadas numericamente, como apresentado nas Figuras 5.3 e 5.4. A Figura 5.12 apresenta o resultado experimental juntamente com as simulações numéricas. As condições de amortecimento apresentadas são duas: 1ª Condição - $\xi_1 = 0,01$ e $\xi_2 = 0$; e 2ª Condição $\xi_1 = \xi_2 = 0,01$. Verifica-se que a condição de amortecimento que mais se aproxima do experimento é a segunda condição. A Figura 5.13 mostra o pico da segunda frequência de ressonância da figura 5.12, entre as frequências 14 Hz e 15,6 Hz.



Figura 5.12 – FRF do sistema primário obtida numérica e experimentalmente considerando o ADV acoplado (2GDL).



Figura 5.13 – Zoom na faixa de frequência 14 Hz a 15,6 Hz.

A tabela 5.4 apresenta uma comparação das frequências de ressonância obtidas experimentalmente e numericamente para as duas condições consideradas. A partir dessa tabela temos que o erro associado com a primeira frequência de ressonância é o mesmo para as duas análises numéricas. A 2ª condição apresenta um erro menor em relação a segunda frequência de ressonância quando comparado a 1ª Condição.

	Frequência de ressonância 1	Frequência de ressonância 2
1ª Condição	6,527 Hz	14,82 Hz
2ª Condição	6,541 Hz	14,92 Hz
Experimental	6,541 Hz	15,31 Hz
Erro 1	0,241%	3,200%
Erro 2	0,241%	2,547%

Tabela 5.4 - Comparação das Frequências de Dois Graus de Liberdade

A Figura 5.14 mostra os resultados experimentais para o sistema primário sozinho (1 grau de liberdade) e ADV acoplado ao sistema primário (dois graus de liberdade).



Figura 5.14 - FRFs experimentais dos osciladores 1GDL e 2GDL.

6 CONCLUSÃO

A primeira parte deste trabalho foi dedicada a modelagem matemática do aparato experimental proposto que consiste um sistema de até 2 graus de liberdade e é divido em de três subconjuntos: uma carcaça, um sistema primário e um absorvedor dinâmico de vibrações. Essa modelagem é a base para as simulações numéricas realizadas posteriormente.

As primeiras simulações numéricas feitas neste trabalho analisam os efeitos da variação dos parâmetros de amortecimento e massa na resposta em frequência do sistema. A partir dessa comparação constatou-se que um aumento do fator de amortecimento diminui a amplitude dos picos das frequências de ressonância do sistema primário. O aumento da massa do ADV provoca um aumento na amplitude dos picos de ressonância do sistema primário e uma redução da amplitude do sistema primário na frequência em que o ADV está sintonizado.

A segunda simulação numérica avalia a resposta do sistema utilizando parâmetros identificados experimentalmente. A rigidez foi obtida através de curvas de força por deslocamento das molas utilizadas e a massa foi obtida através da pesagem de todos os componentes que compões cada um dos dois corpos (sistema primário e ADV). A partir dessa simulação foram obtidas as frequências de ressonância do sistema primário sozinho (1GDL) e com o ADV acoplado (2GDL).

Por fim realizou-se uma análise experimental do sistema. A partir da comparação dos dados do experimento com os obtidos na segunda simulação numérica, verifica-se uma boa concordância entre os resultados com pequeno erro nas frequências de ressonância obtidas.

7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S. S. Rao, Mechanical Vibrations, Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2004.
- [2] J. P. D. Hartog, Mechanical Vibrations, New York: McGraw-Hill Book Company, 1985.
- [3] A. L. System, "Manual de Guias Lineares," 17 11 2016. [Online]. Available: http://www.avasistema.com.br/catalogos/guias-lineares-esferas/guias-lineares-esferas.pdf.
- [4] A. T. Y. e G. S. Q., "Vibration Control in a 101-Storey Building Using a," Department of Civil Engineering, Tamkang University, Taiwan, 2014.
- [5] "Wind Damper," 18 Novemrbo 2016. [Online]. Available: http://www.taipei-101.com.tw/en/observatory-damper.aspx.
- [6] M. H. Wu e L. M. Schetky, "Industrial Applications for Shape Memory Alloys," *Proceedings of the International Conference on Shape Memory and Superelastic*, pp. 171-182, 2000.
- [7] D. C. Lagoudas, Shape Memory Alloys, TX, USA: Springer, 2008.
- [8] C. W. d. Silva, Vibration: Fundamentals and Pratice, CRC Press LLC, 2000.
- [9] W. Huang, "Shape Memory Alloys and their Application," Peterhouse, University of Cambridge, Department of Engineering, 1998.
- [10] W. O. d. Souza, "Caracterização Experimental de Molas Pseudoelásticas de Ligas com Memória de Forma," Universidade de Brasília, Brasília, 2014.
- [11] K. Otsuka e C. M. Wayman, "Shape Memory Materials," Cambridge University Press, New York - NY, 1998.
- [12] F. Auricchio e V. Massarotti, "One Way and Two Way-Shape Memory Effect: Thermo-Mechanical Characterization of Ni-Ti wires," 2007/2008.
- [13] D. Helm, "Pseudoelastic Behavior of Shape Memory Alloys: Constitutive Theory and Identification of the Material PArameters Using Neural Networkd," 2004.
- [14] W. Rottiers, L. V. d. Broeck, C. Peeters e P. Arras, "Shape Memory Materials and their applications," Lessius University College, Belgium.
- [15] W. Huang, "Shape Memory Alloys and their Application to Actuators for Deployable Structures," Peterhouse, Cambridge, 1998.
- [16] J. Cederstrom e J. V. Humbeeck, "Relationship Between Shape Memory Material Properties and Applications," Journal de Physique IV Colloque, Saltsjobaden, Sweeden, 1995.
- [17] W. S. Castilho e E. P. da Silva, "Algumas Aplicações das Ligas com Memória de Forma," Sinergia, pp. 99-108, jan./abr. 2011.
- [18] "Stents," 12 Setembro 2016. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Stent.
- [19] B. Tiseo, A. Concilio, S. Ameduri e A. Gianvito, "A shape memory alloys based tunbeable dynamic vibration absorber for vibration tonal control," *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, pp. 48,1,135-153, 2010.
- [20] B. Tiseo, A. Concilio, S. Ameduri e A. Gianvito, "A shape memory alloys based tunable dynamic vibration absorber for vibration tonal control," pp. pp 135-155, 2010.

- [21] E. Rustighi e M. Brennan, "Real-Time Control of a Shape Memory Alloy Adaptive Turned Vibration Absorver," *Smart Material and Structures*, pp. 1184-1195, 2005.
- [22] P. Pezotronics, 17 11 2016. [Online]. Available: http://www.pcb.com/products.aspx?m=208C02.
- [23] U. Info, 17 11 2016. [Online]. Available: http://www.usinainfo.com.br/sensores-paraarduino/sensor-sharp-gp2y0a21yk0f-sensor-infravermelho-de-longo-alcance-para-arduino-10-a-80cm-cabo-jst-3814.html#comentarios.

8 APÊNDICE

```
Programa 1:
```

```
function dx=grau1(t,x)
dx=zeros(2,1);
global m1 c1 k1 k2 F0 w
dx(1) = x(2);
dx(2) = (F0/m1) * \cos(w*t) - (c1/m1) * x(2) - ((k1+k2)/m1) * x(1);
end
                                        Programa 2:
clc
clear all
close all
%constantes
c1 = 0.2;
m1 = 0.5;
k1 = 100;
k2 = 100;
K = k1+k2;
w1 = sqrt((k1+k2)/m1);
F0 = 1;
global m1 c1 K F0 w k1 k2 kk w1
%condições iniciais
CI1 = 0; %deslocamento inicial m
CI2 = 0; %velocidade inicial m
CI = [CI1 \ CI2];
kk=1;
for w = 0.1 : 0.1: 2*w1;
        [t,x] = ode45(@grau1,[0,100],CI);
        [nlin,ncol]=size(x);
        max u1= max(x(nlin/2:nlin,1));
        maximolgl(kk,:) = [w max_u1];
        kk=kk+1;
         CI = x(nlin,:);
 end
figure (1)
plot
                                                              (maximolgl(:,1),
maximolgl(:,2)*10^3,'Linewidth',2,'Color',[0.6,0.2,0.9])
xlabel ('\omega(Hz)', 'Fontsize',18)
ylabel ('Amplitude(mm)', 'Fontsize',18)
```

Programa 3:

```
function xp=queen(t,x)
xp=zeros(4,1); %Saida deve ser um vetor de uma coluna
global c1 c2 K1 K2 m1 m2 F1 w
xp(1) = x(2);
xp(2) = -x(2)*((c1+c2)/m2) + x(4)*(c2/m1) - x(1)*(K1/m1) + x(3)*(K2/m1) +
F1*sin(w*t);
xp(3) = x(4);
xp(4) = x(2)*(c2/m2) - x(4)*(c2/m2) + x(1)*(K2/m2) - x(3)*(K2/m2);
end
                                       Programa 4:
clc
clear all
close all
global c1 c2 K1 K2 m1 m2 F1 w1 k1 k2 k3 k4 kk w
%Definindo constantes
c1= 0.1; %N*s/m
c2= 0;
k1 = 100; %N/m
k2 = 100;
k3 = 0.1 * k1;
k4 = 0.1 * k2;
m1 = 0.5; %kg
m2 = 0.1 \times m1;
K1 = k1 + k2 + k3 + k4;
K2 = k3 + k4;
F1 = 1;
w1 = sqrt((k1+k2)/m1);
%integração numérica
CI1= 0;%deslocamento m1
CI2= 0;%velocidade m1
CI3= 0;%deslocamento m2
CI4= 0;%velocidade m2
CI = [CI1 CI2 CI3 CI4];
kk=1;
for w = 0.1 : 5: 40;
        [t,x] = ode45(@queen,[0,100],CI);
        [nlin,ncol]=size(x);
        max u1= max(x(nlin/2:nlin,1));
        max u2 = max(x(nlin/2:nlin,3));
        maximo2gl(kk,:) = [w max_u1 max_u2];
        kk=kk+1;
        CI = x(nlin,:);
end
figure (1)
plot (maximo2gl(:,1), maximo2gl(:,2)*10^3,'Linewidth',2)
xlabel ('\omega(Hz)', 'Fontsize',18)
ylabel ('Amplitude(mm)', 'Fontsize',18)
```

```
figure (2)
plot (maximo2gl(:,1), maximo2gl(:,3)*10^3,'Linewidth',2)
xlabel ('\omega(Hz)','Fontsize',18)
ylabel ('Amplitude(mm)','Fontsize',18)
```

```
Programa 5:
```

```
clc
clear all
close all
respt1gl freq
figure
plot(maximolgl(:,1),
maximolgl(:,2)*10^3,'Linewidth',2,'Color',[0.0,0.0,0.0])
xlabel ('\omega(Hz)', 'Fontsize',18)
ylabel ('Amplitude(mm)', 'Fontsize',18)
hold on
respt frequencia
hold on
figure
plot (maximo2gl(:,1), maximo2gl(:,2)*10^3,'Linewidth',2,'Color',[1,0,0])
xlabel ('\omega(Hz)', 'Fontsize', 18)
ylabel ('Amplitude(mm)', 'Fontsize',18)
axis([0 40 0 100])
                                        Programa 6:
clc
clear all
close all
%Definindo constantes
c2 = 0.6324;
k1 = 100; %N/m
k2 = 100;
k3 = 0.1 * k1;
k4 = 0.1 * k2;
m1 = 0.5; %kg
m2 = 0.1 \times m1;
K1 = k1 + k2 + k3 + k4;
K2 = k3 + k4;
F1 = 1;
w1 = sqrt((k1+k2)/m1);
global c2 K1 K2 m1 m2 F1 w1 k1 k2 k3 k4 kk w c1
%integração numérica
CI1= 0;%deslocamento m1
```

```
CI2= 0; %velocidade m1
CI3= 0;%deslocamento m2
CI4= 0;%velocidade m2
CI = [CI1 CI2 CI3 CI4];
i=1;
for c1 = 0.2:0.8:4.2;
CI = [CI1 CI2 CI3 CI4];
kk=1;
for w = 0.1 :0.1: 50;
        [t,x] = ode45(@queen,[0,100],CI);
        [nlin,ncol]=size(x);
        max u1= max(x(nlin/2:nlin,1));
        dados(i).cl=cl;
        dados(i).maximo2gl(kk,:) = [w max_u1];
        kk=kk+1;
        CI = x(nlin,:);
end
hold on
i=i+1;
end
figure (1)
plot (dados(1).maximo2gl(:,1),
dados(1).maximo2gl(:,2)*10^3, dados(2).maximo2gl(:,1),
dados(2).maximo2gl(:,2)*10^3,dados(3).maximo2gl(:,1),
dados(3).maximo2gl(:,2)*10^3,dados(4).maximo2gl(:,1),
dados(4).maximo2gl(:,2)*10^3,dados(5).maximo2gl(:,1),
dados(5).maximo2gl(:,2)*10^3, 'Linewidth',2)
xlabel ('\omega(rad/s)', 'Fontsize',18)
ylabel ('X 1(mm)', 'Fontsize',18)
legend ('\xi 1 = 0,01','\xi 1 = 0,06','\xi 1 = 0,11','\xi 1 = 0,16','\xi 1
= 0,21')
                                       Programa 7:
```

```
close all
%Definindo constantes
k1 = 100; %N/m
k2 = 100;
m1 = 0.5; %kg
F1 = 1;
c1 = 0.2;
c2 = 0.02;
w1 = sqrt((k1+k2)/m1);
global c2 K1 K2 m1 m2 F1 w1 k1 k2 k3 k4 kk w c1 p
%integração numérica
CI1= 0;%deslocamento m1
CI2= 0;%velocidade m1
CI3= 0;%deslocamento m2
CI4= 0;%velocidade m2
```

clc

clear all

```
CI = [CI1 CI2 CI3 CI4];
i=1;
for p = 0.05:0.05:0.2;
CI = [CI1 CI2 CI3 CI4];
m2 = p*m1;
k3 = p*k1;
k4 = p*k2;
K1 = k1 + k2 + k3 + k4;
K2 = k3 + k4;
kk=1;
for w = 0.1 :0.1: 40;
        [t,x] = ode45(@queen,[0,100],CI);
        [nlin,ncol]=size(x);
        max u1= max(x(nlin/2:nlin,1));
        dados(i).m2=m2;
        dados(i).maximo2gl(kk,:) = [w max u1];
        kk=kk+1;
        CI = x(nlin,:);
end
hold on
i=i+1;
end
figure (1)
plot (dados(1).maximo2gl(:,1),
dados(1).maximo2gl(:,2)*10^3,dados(2).maximo2gl(:,1),
dados(2).maximo2gl(:,2)*10^3,dados(3).maximo2gl(:,1),
dados(3).maximo2gl(:,2)*10^3,dados(4).maximo2gl(:,1),
dados(4).maximo2gl(:,2)*10^3, 'Linewidth',2)
xlabel ('\omega(Hz)', 'Fontsize',18)
ylabel ('Amplitude(mm)', 'Fontsize',18)
legend('\gamma m = 5%','\gamma m = 10%','\gamma m = 15%','\gamma m = 20%')
```