



PROJETO DE GRADUAÇÃO 2

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO DE UMA TURBINA EÓLICA

Por,

Matheus Durães Milhomens

Brasília, Novembro de 2016

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO 2

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO
DE UMA TURBINA EÓLICA

POR,

Matheus Durães Milhomens

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Aline S. de Paula, UnB/ENM/FT (Orientador)

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes, UnB/ENM/FT

Prof. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz, UnB/ENM/FT

Brasília, Novembro de 2016

RESUMO

O crescente avanço da energia eólica no cenário mundial tem atraído o constante investimento em estudos relacionados com turbinas eólicas. Mesmo sendo um sistema eletromecânico consideravelmente simples para sua grande eficiência, existe uma lacuna no que diz respeito a modelos numéricos que contemplem toda a dinâmica do sistema de transmissão de uma turbina eólica. Um modelo completo é importante para avaliar e melhorar o desempenho da turbina, sobretudo quando há variação do vento nos parques eólicos onde são empregadas. O presente projeto apresenta a modelagem eletromecânica do sistema de transmissão completo, considerando o acoplamento entre o rotor, a caixa multiplicadora e o gerador de uma turbina eólica convencional. Um estudo do comportamento dinâmico da turbina é realizado para diferentes perfis de vento impostos a partir de simulações numéricas no MatLab. Além disso, alguns problemas típicos de engrenamento encontrados nas caixas multiplicadoras dessas turbinas são apresentados para futura análise.

Palavras-chaves: *Turbina eólica; Rotor; Caixa Multiplicadora; Gerador; Folga.*

ABSTRACT

The increasing development of wind power on a global scale has attracted a continuous investment in studies regarding wind turbines. Although it is widely known for its great efficiency converting mechanical into electrical energy, it has a simple electromechanical system. However, there is still room for research when it concerns all the dynamics in its transmission system. A complete model is important to evaluate and expand the turbine performance, mainly when there is wind variation in wind farms where it is employed. This project introduces the modeling of the complete electromechanical system, merging the rotor, the gearbox and a conventional wind turbine generator. Therefore, a dynamic study is done for this turbine under different wind profiles on *MatLab*. Some typical problems encountered in the gearboxes of these turbines are also presented for future analysis.

Key-words: *Wind turbine; Rotor; Gearbox; Generator; Backlash.*

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	ENERGIA E MEIO AMBIENTE NO CENÁRIO MUNDIAL	12
1.2	ENERGIA EÓLICA.....	13
1.3	OBJETIVO	15
1.4	METODOLOGIA	15
1.5	ESTRUTURA DO RELATÓRIO	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	MODELOS PARA A PARTE MECÂNICA.....	18
2.1.1	MODELO DE PEETERS.....	18
2.1.2	MODELOS SIMPLIFICADOS	20
2.1.2.1	MODELO DE TRÊS MASSAS	20
2.1.2.2	MODELO DE DUAS MASSAS.....	20
2.1.2.3	MODELO DE UMA MASSA.....	21
2.2	MODELOS PARA A PARTE ELÉTRICA.....	22
2.2.1	MODELO DE ORDEM REDUZIDA	24
2.2.2	MODELO DE ESTADO ESTACIONÁRIO.....	25
2.3	PROBLEMAS NO ENGRENAMENTO	27
2.3.1	DINÂMICA DO ENGRENAMENTO COM EFEITO DA FOLGA (<i>BACKLASH</i>)	28
2.3.1.1	APROXIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE FOLGA POR UM POLINÔMIO CONTÍNUO	30
3	FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	33
3.1	CAIXA MULTIPLICADORA.....	33
3.2	ROTOR.....	39
3.2.1	COEFICIENTE DE POTÊNCIA.....	39
3.3	GERADOR	43
3.4	MODELO COMPLETO.....	45
4	ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA.....	46
4.1	PARÂMETROS DA TURBINA	46
4.1.1	ROTOR	46
4.1.2	CAIXA MULTIPLICADORA.....	47
4.1.3	GERADOR	48
4.1.4	ADIMENSIONALIZAÇÃO DO SISTEMA.....	48
4.2	RESULTADOS E ANÁLISE	49
4.2.1	DECAIMENTO LINEAR DO PERFIL DA VELOCIDADE DO VENTO	49
4.2.2	AJUSTE DE CURVA DE POTÊNCIA.....	55
4.2.3	VARIAÇÃO DO VENTO: SIMULAÇÃO DE UM CASO REAL	58
5	FREQUÊNCIAS NATURAIS DO SISTEMA.....	61
5.1	PARTE MECÂNICA SEM AMORTECIMENTO.....	63
5.2	PARTE MECÂNICA COM BAIXO AMORTECIMENTO.....	64
5.3	PARTE MECÂNICA COM AMORTECIMENTO ORIGINAL DO SISTEMA	65
5.4	SISTEMA COMPLETO SEM AMORTECIMENTO	66

5.5	SISTEMA COMPLETO COM BAIXO AMORTECIMENTO	67
5.6	SISTEMA COMPLETO COM AMORTECIMENTO ORIGINAL.....	68
6	MODELO COM FOLGA.....	69
6.1	MODELO PARA FOLGA EM UM ENGRENAMENTO SIMPLES.....	69
6.1.1	OSCILAÇÃO NÃO LINEAR DO SISTEMA	72
6.2	MODELO COMPLETO.....	74
6.2.1	INSERÇÃO DA FOLGA NO SISTEMA.....	74
6.2.2	RESULTADOS	78
7	CONCLUSÃO	83
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. 1. Indicadores de energia renovável para ano de 2014 [2].....	12
Figura 1. 2. Parque eólico localizado na região nordeste do Brasil. [5]	14
Figura 1. 3. Turbina eólica [3].....	14
Figura 2. 1. Aerogerador e seus principais componentes. [8]	17
Figura 2. 2. Modelo de Peeters [9].	18
Figura 2. 3 Modelo da simplificação de três massas [10].	20
Figura 2. 4. Modelo da simplificação de duas massas [10].....	21
Figura 2. 5. Representação do sistema de coordenadas dqo [10].....	22
Figura 2. 6. Circuito equivalente para modelo de estado estacionário [10].	25
Figura 2. 7. Folga entre engrenamento [13].....	27
Figura 2. 8. Par de engrenamento [12].	28
Figura 2. 9. Função de folga [11].	29
Figura 2. 10. Curvas de aproximação para a função de folga [12].....	31
Figura 3. 1. Estrutura da caixa multiplicadora da TGM. [6]	34
Figura 3. 2. Curva de potência para Slootweg <i>et al.</i>	40
Figura 3. 3. Curva de potência para Manyonge <i>et al.</i>	41
Figura 3. 4. Curva de potência para Dai <i>et al.</i>	41
Figura 4. 1. Curva de potência da turbina estudada.	46
Figura 4. 2. Perfil de velocidade do vento para a simulação com decaimento linear do vento.	49
Figura 4. 3. Coeficiente de potência para a simulação com decaimento linear do vento.	50
Figura 4. 4. Razão de velocidade para a simulação com decaimento linear do vento.	50
Figura 4. 5. Velocidades angulares para a simulação com decaimento linear do vento.	50
Figura 4. 6. Deslocamentos de componentes da turbina.	52
Figura 4. 7. Velocidades de componentes da turbina.....	52
Figura 4. 8. Coeficiente de potência para simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).....	53
Figura 4. 9. Razão de velocidade para simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).	53
Figura 4. 10. Deslocamentos de componentes da turbina para simulação com velocidade do vento (V_0) inicial de 19 m/s.	54
Figura 4. 11. Velocidades de componentes da turbina para simulação com velocidade do vento (V_0) inicial de.....	54
Figura 4. 12. Ajuste de curva de potência.....	55
Figura 4. 13. Perfil de velocidade do vento para simulação com ajuste de curva.	56
Figura 4. 14. Velocidade de componentes da turbina para simulação com ajuste de curva.	56

Figura 4. 15 Coeficiente de potência para simulação com ajuste de curva.	57
Figura 4. 16. Razão de velocidade para simulação com ajuste de curva.	57
Figura 4. 17. Perfil do vento com variação suave entre velocidades.	58
Figura 4. 18. Velocidade de componentes da turbina para simulação com variação suave do vento.	59
Figura 4. 19. Coeficiente de potência para simulação com variação suave do vento.	59
Figura 4. 20. Razão de velocidade para simulação com variação suave do vento.	59
Figura 5. 1. FFT da parte mecânica sem amortecimento.	63
Figura 5. 2. FFT da parte mecânica com baixo amortecimento.	64
Figura 5. 3. FFT da parte mecânica com amortecimento original do sistema.	65
Figura 5. 4. FFT do sistema completo sem amortecimento.	66
Figura 5. 5. FFT do sistema completo com baixo amortecimento.	67
Figura 5. 6. FFT do sistema completo com amortecimento original.	68
Figura 6. 1. Deslocamento de cada engrenagem.	70
Figura 6. 2. Velocidade angular de cada engrenagem.	70
Figura 6. 3. Variação do erro de transmissão dinâmica durante a simulação.	71
Figura 6. 4. Influência de η na dinâmica do engrenamento.	71
Figura 6. 5. Aproximação da curva de folga.	76
Figura 6. 6. Deslocamento de componentes no modelo com folga.	79
Figura 6. 7. Velocidade de componentes no modelo com folga.	80
Figura 6. 8. Velocidade no engrenamento com folga.	80
Figura 6. 9. Erro de transmissão no modelo completo do aerogerador.	80
Figura 6. 10. Oscilação da folga na partida da turbina.	81
Figura 6. 11. Variação do erro de transmissão no modelo completo do aerogerador.	81
Figura 6. 12. Parada da turbina.	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1. Parâmetros de simulação para função de folga [10].	30
Tabela 2. 2. Resultados da simulação de Moradi, H e Salarieh, H. [12].	31
Tabela 3. 1. Equações que regem a caixa multiplicadora.	38
Tabela 3. 2. Constantes para Sloomweg <i>et al.</i> [15].	40
Tabela 3. 3. Constantes para Manyonge <i>et al</i> [16].	40
Tabela 3. 4. Constantes para Dai <i>et al</i> [17].	41
Tabela 3. 5. Equações que regem o rotor da turbina eólica	42
Tabela 3. 6. Equações que regem o gerador.	44
Tabela 4. 1. Dados de entrada para o rotor [13].	46
Tabela 4. 2. Dados de entrada para a caixa multiplicadora [6]	47
Tabela 4. 3. Dados dos eixos [6].	47
Tabela 4. 4. Dados de entrada para o Gerador [6].	48
Tabela 4. 5. Condições iniciais para a simulação com decaimento linear do vento.	50
Tabela 4. 6. Resultados para a simulação com decaimento linear do vento.	51
Tabela 4. 7. Condições iniciais para a simulação com decaimento linear do vento.	52
Tabela 4. 8. Condições iniciais para simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).	53
Tabela 4. 9. Resultados para a simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).	53
Tabela 4. 10. Condições iniciais para simulação com velocidade do vento (V_0) inicial de 19 m/s.	54
Tabela 4. 11. Condições iniciais para simulação com ajuste de curva.	56
Tabela 4. 12. Resultados para com ajuste de curva.	57
Tabela 4. 13. Condições iniciais para simulação com variação suave do vento.	58
Tabela 4. 14. Resultados para a simulação com variação suave do vento.	59
Tabela 6. 1. Parâmetros para análise dinâmica da folga no engrenamento.	70
Tabela 6. 2. Raios do engrenamento.	79
Tabela 6. 3. Condições iniciais para simulação do modelo completo com folga.	79

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS LATINOS

a_i	Constantes para curva do coeficiente de potência	
b	Folga entre engrenamento	
C, c	Coeficiente de amortecimento torcional	[Nms/rad]
C_e	Coeficiente de amortecimento torcional	[Nms/rad]
C_{eng}	Coeficiente de amortecimento longitudinal no engrenamento	[Ns/m]
C_p	Coeficiente de Potência	
e	Trem de engrenagem	
E_c	Energia Cinética	[J]
f_{nl}	Função de deslocamento não-linear	
F	Energia Dissipada	[J]
i_d	Corrente elétrica no rotor do gerador na direção do eixo d	[A]
i_q	Corrente elétrica no rotor do gerador na direção do eixo q	[A]
i_{sd}, i_{sq}, i_{so}	Corrente elétrica no estator do gerador no sentido do eixo d, q e o , respectivamente.	[A]
i_{rd}, i_{rq}, i_{ro}	Corrente elétrica no rotor do gerador no sentido do eixo d, q e o , respectivamente.	[A]
\bar{I}	Corrente Elétrica	[A]
\bar{I}_s, \bar{I}_r	Corrente elétrica no estator e no rotor do gerador, respectivamente	[A]
J_e	Momento de Inércia equivalente para modelo da simplificação	[kg.m ²]
J_i, I_i	Momento de Inércia	[kg.m ²]
K_i, k_i	Rigidez torcional	[Nm/rad]
k_e	Rigidez torcional equivalente para modelo da simplificação	[Nm/rad]
k_{eng}	Rigidez longitudinal no engrenamento	[N/m]
L_s, L_r	Indutância eletromagnética do estator e do rotor do gerador, respectivamente	[H]
$L_{\sigma s}, L_{\sigma r}$	Indutância de fuga do estator e do rotor do gerador, respectivamente	[H]
L_m	Indutância mútua entre estator e rotor do gerador	[H]
L_d	Indutância eletromagnética do rotor do gerador na direção do eixo d	[H]
L_q	Indutância eletromagnética do rotor do gerador na direção de um eixo q	[H]
L_L	Indutância eletromagnética de carga para modelagem do gerador	[H]
m	Massa	[kg]
n_L	Rotação da última engrenagem do trem de engrenagem	[rpm]
n_F	Rotação da primeira engrenagem do trem de engrenagem	[rpm]
n_A	Rotação do braço do trem de engrenagem	[rpm]
N_p	Número de polos no gerador	
P_{mec}, P_m	Potência mecânica no rotor	[W]
$P_{ent.}$	Potência na entrada da caixa multiplicadora	[W]
$P_{saída}$	Potência na saída da caixa multiplicadora	[W]
P_T	Potência total do escoamento	[W]

q	Constante para atrito seco	
r	Raio	[m]
r_t	Razão de transmissão na caixa multiplicadora	
R_L	Resistência de carga para modelagem do gerador	[ohm]
R_S, R_r	Resistência elétrica dos enrolamentos do estator e do rotor do gerador, respectivamente	[ohm]
\bar{T}	Torque médio	[Nm]
T_p	Torque oscilante	[Nm]
T_{rotor}	Torque no rotor	[Nm]
T_{gen}	Torque no eixo do gerador	[Nm]
$T_{ent.}, T_1$	Torque na entrada da caixa multiplicadora	[Nm]
$T_{saída}, T_2$	Torque na saída da caixa multiplicadora	[Nm]
$T_{reação}$	Torque de reação na caixa multiplicadora	[Nm]
U	Energia Potencial	[J]
V_0	Velocidade do vento	[m/s]
$V_{pá}$	Velocidade Tangencial da pá	[m/s]
\bar{V}_s, \bar{V}'_r	Tensão nos enrolamentos do estator e do rotor do gerador, respectivamente	[V]
X	Reatância elétrica	[ohm]
X_m	Reatância mútua entre estator e rotor do gerador	[ohm]
X_S, X'_r	Reatância nos enrolamentos do estator e do rotor, respectivamente	[ohm]
$X_{\sigma s}, X_{\sigma r}$	Reatância de fuga do estator e do rotor do gerador, respectivamente	[ohm]
\bar{Z}	Impedância elétrica	[ohm]
Z_i	Número de dentes	
$Z_R, Z_{amu.}$	Número de dentes da engrenagem anular	
Z_{sol}	Número de dentes da engrenagem solar	

SÍMBOLOS GREGOS

α	Rigidez entre contato de engrenagens	
β	Ângulo de passo	[°]
δ_i	Ângulo de fase	[rad]
ε	Eficiência da caixa multiplicadora	
γ	Relação de transmissão	
λ	Razão de velocidades	
λ_0	Razão de velocidades inicial	
λ_{lim}	Razão de velocidades limitante	
λ_i	Termo da equação do coeficiente de potência	
μ	Atrito seco	[Nm]
η	Erro de transmissão dinâmica	[mm]
φ_i, θ_i	Deslocamento angular	[rad]
ϕ	Termo de deslinearização para erro de transmissão dinâmica	[rad]

ρ	Densidade do ar	[m ³ /kg]
v_{sd}, v_{sq}, v_{so}	Voltagem no estator do gerador no sentido do eixo d, q e o, respectivamente.	[V]
v_{rd}, v_{rq}, v_{ro}	Voltagem no rotor do gerador no sentido do eixo d, q e o, respectivamente.	[V]
ω_r	Frequência natural	[rad/s]
$\omega_{ent.}$	Velocidade angular na entrada da caixa multiplicadora	[rad/s]
$\omega_{saída}$	Velocidade angular na saída da caixa multiplicadora	[rad/s]
ω_e	Velocidade angular elétrica	[rad/s]
ω_g	Velocidade angular do eixo dqo do gerador	[rad/s]
ω_s, ω_r	Velocidade angular do estator e do rotor do gerador, respectivamente	[rad/s]
Ω_c	Velocidade angular do Sistema	[rad/s]
ψ_{PM}	Fluxo magnético máximo nas fases do estator.	[Wb]
$\psi_{sd}, \psi_{sq}, \psi_{so}$	Fluxo magnético no estator do gerador no sentido do eixo d, q e o, respectivamente.	[Wb]
$\psi_{rd}, \psi_{rq}, \psi_{ro}$	Fluxo magnético no rotor do gerador no sentido do eixo d, q e o, respectivamente.	[Wb]

1 INTRODUÇÃO

1.1 ENERGIA E MEIO AMBIENTE NO CENÁRIO MUNDIAL

O tema energia e sua forma de obtenção tem ganhado nítida importância no cenário econômico mundial recentemente, principalmente com a descoberta de fontes mais baratas e eficientes devido ao avanço tecnológico da última década. Desde 2004, quando houve a primeira conferência internacional sobre o uso de energias renováveis [1], a visão mundial sobre a necessidade do uso destas fontes foi progressivamente difundida. Além de serem fontes renováveis, também podem ser vistas como estratégias para a mitigação de outras demandas globais, como a redução de gases de efeito estufa, redução de impactos ambientais como os oriundos de energias de origem fósseis e nucleares e diminuição do aquecimento global, por exemplo. Como consequência, as principais economias mundiais têm encorajado o uso de energias provindas de fontes renováveis. Isso tem sido frequentemente impregnado em associações como a REN21 (*Renewable Energy Policy Network for the 21st Century*), referente ao uso dessas fontes mundialmente, e conferências como a COP21 (*Conference of the Parties*), referente à mudança climática do planeta. Segundo dados de relatórios anuais feitos pela REN21 [1], a capacidade global de energia solar obtida através de células fotovoltaicas se expande anualmente em 55% em média, por exemplo. Com isso, no ano de 2013 cerca de 56% da capacidade energética mundial consistia de energias renováveis. Também como consequência, os preços para implementação tendem a cair assim como investimentos tecnológicos são constantemente implementados, contribuindo num cenário propício para o uso crescente dessas fontes.

		START 2004 ¹	2013	2014
INVESTMENT				
New investment (annual) in renewable power and fuels ²	billion USD	45	232	270
POWER				
Renewable power capacity (total, not including hydro)	GW	85	560	657
Renewable power capacity (total, including hydro)	GW	800	1,578	1,712
 Hydropower capacity (total) ³	GW	715	1,018	1,055
 Bio-power capacity	GW	<36	88	93
 Bio-power generation	TWh	227	396	433
 Geothermal power capacity	GW	8.9	12.1	12.8
 Solar PV capacity (total)	GW	2.6	138	177
 Concentrating solar thermal power (total)	GW	0.4	3.4	4.4
 Wind power capacity (total)	GW	48	319	370

Figura 1. 1. Indicadores de energia renovável para ano de 2014 [2].

Na Fig. 1.1, é possível observar um aumento considerável de investimento nas energias renováveis do ano de 2004 para o ano de 2014. Em um intervalo de tempo ainda mais curto, comparando o ano de 2013 com o ano de 2014, houve um aumento da capacidade energética de todos os tipos de fontes mencionados, com uma maior importância para a energia solar, vinda de células fotovoltaicas, e para a energia eólica, com crescimento de 28% e 15%, respectivamente. Embora o crescimento seja notável, ainda há grandes obstáculos a serem superados como falta de suporte político e o alto subsídio para o uso de combustíveis fósseis, que fazem com que essas energias ganhem ainda mais importância [1].

1.2 ENERGIA EÓLICA

Desde cata-ventos, a energia provinda do ar em movimento tem sido utilizada sob diversas formas pela humanidade. No que concerne a geração de eletricidade, somente no século XIX houve uma primeira tentativa de converter a energia eólica em energia elétrica, no entanto, somente após a década de 1970 (crise do petróleo) que a energia eólica ganhou devida importância em escala comercial. Atualmente, o esperado é que em 2020 cerca de 12% da energia gerada no mundo seja de origem eólica [3].

Dentre as diversas formas de energia renovável, a energia eólica tem se destacado bastante de acordo com seu crescente investimento mundial. Além de ser a energia renovável mais barata [2], a alta capacidade das turbinas modernas em converter a energia mecânica de grandes massas de vento em energia elétrica aliada com o relacionamento harmônico com o meio ambiente que cerca os parques eólicos contribuíram para que essa última década fosse marcada pela crescente transição energética entre fontes de origem nuclear e fóssil para eólica. Na Alemanha, por exemplo, o ano de 2014 pode ser visto como um ano de avanço na ampliação energética provinda de parques eólicos no país [4]. A capacidade energética oriunda de parques eólicos em terra firme cresceu cerca de 4750 MW, enquanto 530 MW foram adicionados para parques em alto mar. Já em nível mundial, cerca de 370 GW de capacidade energética são relacionados com a energia eólica. Essa quantidade tem crescido gradativamente ao longo da última década. Dentre os países mais autossuficientes na obtenção de energia através dessa fonte, a China se destaca com uma capacidade próxima de 120 GW, seguida dos EUA, com 65 GW e da Alemanha com 47 GW [2].

Além disso, a implementação de parques eólicos também tem crescido consideravelmente em países emergentes nos continentes da América do Sul e da África.



Figura 1. 2. Parque eólico localizado na região nordeste do Brasil. [5]

No Brasil, a estimativa é de um potencial eólico de 143 GW a ser explorado na grande costa do país, principalmente no Nordeste. Na região do nordeste brasileiro a energia eólica é também vista como uma fonte complementar à energia hídrica, já que o período de seca na região corresponde ao período de maior aproveitamento da energia eólica. Por isso, a maior concentração de parques eólicos no país se encontra nessa região, com um crescente investimento ao longo dos últimos anos [3].

As turbinas, ou aerogeradores, utilizadas nesses parques sofreram diversas modificações para o alcance de uma maior eficiência. O modelo consolidado no mercado atualmente consiste em uma turbina com três pás alinhadas a um rotor e a um eixo horizontal o qual através de uma caixa multiplicadora, aciona um gerador por indução eletromagnética.

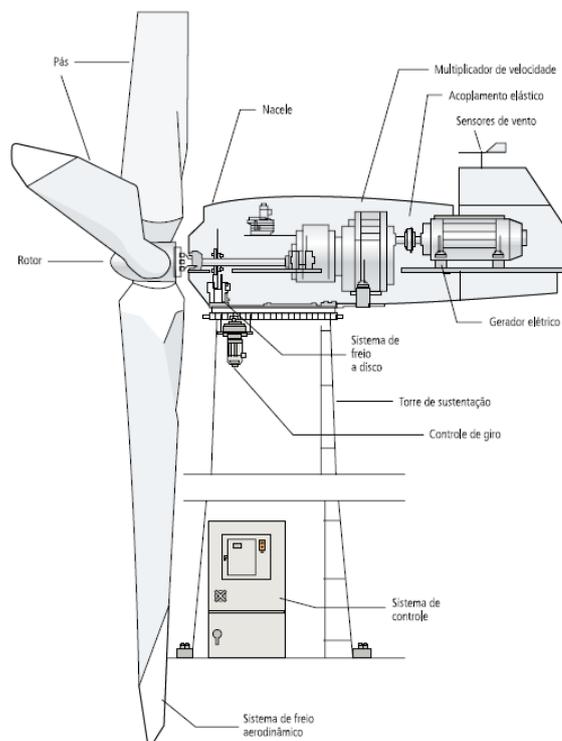


Figura 1. 3. Turbina eólica [3].

Dependendo da complexidade dos componentes presentes nessa turbina, uma análise dinâmica de seu sistema pode ser complexa. Vibrações mecânicas, por exemplo, podem ocorrer nos engrenamentos dentro da caixa multiplicadora caso existam imperfeições nos dentes das engrenagens, o que comumente ocorre com o desgaste, devido ao funcionamento do sistema.

1.3 OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo o estudo dinâmico do sistema de transmissão eletromecânico de uma turbina eólica convencional (três pás, eixo horizontal, caixa multiplicadora e gerador por indução eletromagnética). Esse estudo possui grande potencial no entendimento do comportamento dinâmico da turbina e pode servir de auxílio na crescente implementação de parques eólicos no país. O estudo inclui a avaliação das frequências naturais do sistema e também do comportamento dinâmico da turbina na presença de uma folga excessiva nas engrenagens da caixa multiplicadora.

1.4 METODOLOGIA

Para que o sistema eletromecânico da turbina seja analisado, primeiramente é apresentado o funcionamento de cada componente do sistema de transmissão da turbina (rotor, caixa multiplicadora e gerador) e suas respectivas equações de governo. Esses componentes funcionam de forma acoplada, e seus comportamentos podem ser analisados a partir de diferentes teorias ou modelagens. Na primeira etapa do trabalho, diferentes modelos matemáticos referentes às partes mecânica e elétrica do sistema de transmissão da turbina são estudados para que a abordagem escolhida para o projeto seja apresentada. Cabe mencionar que a modelagem está alinhada com o Projeto Tucunaré (parceria da ELETRONORTE e a Universidade de Brasília) e consiste na continuidade de trabalhos de Projeto de Graduação anteriores feitos por Ohara [6] e Kalkmann [7]. No seguimento do projeto, um estudo das frequências naturais do sistema é apresentado e o modelo da folga, anteriormente estudado, é utilizado para aplicação de uma folga excessiva em um dos engrenamentos da caixa multiplicadora para análise.

O software *MatLab* é utilizado para integração numérica das equações de governo do sistema de transmissão eletromecânico da turbina e análise do comportamento dinâmico.

1.5 ESTRUTURA DO RELATÓRIO

O relatório está organizado em mais 4 subsequentes capítulos, podendo ser definidos da seguinte forma:

- Capítulo 2: Revisão de literatura. Os componentes e as equações que governam a turbina são apresentados. Um estudo prévio do coeficiente de potência (C_p) de um aerogerador é abordado. Também são apresentados alguns tipos de modelos abordados na literatura, tanto para a parte mecânica quanto para parte elétrica.
- Capítulo 3: São apresentados os principais problemas de engrenamento que possam acontecer no sistema, dentre eles a folga entre os dentes de duas engrenagens em contato
- Capítulo 4: Análise dinâmica do modelo completo da turbina (rotor, caixa multiplicadora e gerador). É feita uma avaliação da curva de coeficiente de potência (C_p) para diferentes entradas de razão de velocidades (λ) e é então definida a razão de velocidades limitante (λ_{lim}) para que a turbina comece a se movimentar.
- Capítulo 5: Análise das frequências naturais do sistema e da interferência do gerador nas mesmas.
- Capítulo 6: O problema de folga abordado no Capítulo 2 (subitem 2.3.1) do projeto é inserido no modelo completo do sistema.
- 7: Conclusão. O trabalho é finalizado e os resultados são discutidos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como mencionado no Capítulo 1, uma turbina convencional, no que diz respeito ao sistema de transmissão eletromecânico, possui três pás, eixo horizontal, caixa multiplicadora e gerador por indução eletromagnética. É possível observar a presença de todos esses componentes na Fig. 2.1. Basicamente, a energia captada na movimentação dos ventos é recebida pelas pás que rotacionam o cubo junto a um eixo de baixa velocidade na entrada na nacele da turbina. Esse eixo entra dentro da caixa multiplicadora que, através de um trem de engrenagens, oferece uma maior velocidade em um eixo de saída para o gerador, a qual é aproveitada na geração de corrente elétrica por indução. Para explicar o funcionamento de cada componente de forma mais sucinta, a turbina será dividida em três partes: Rotor (conjunto entre pás e cubo), caixa multiplicadora e gerador.

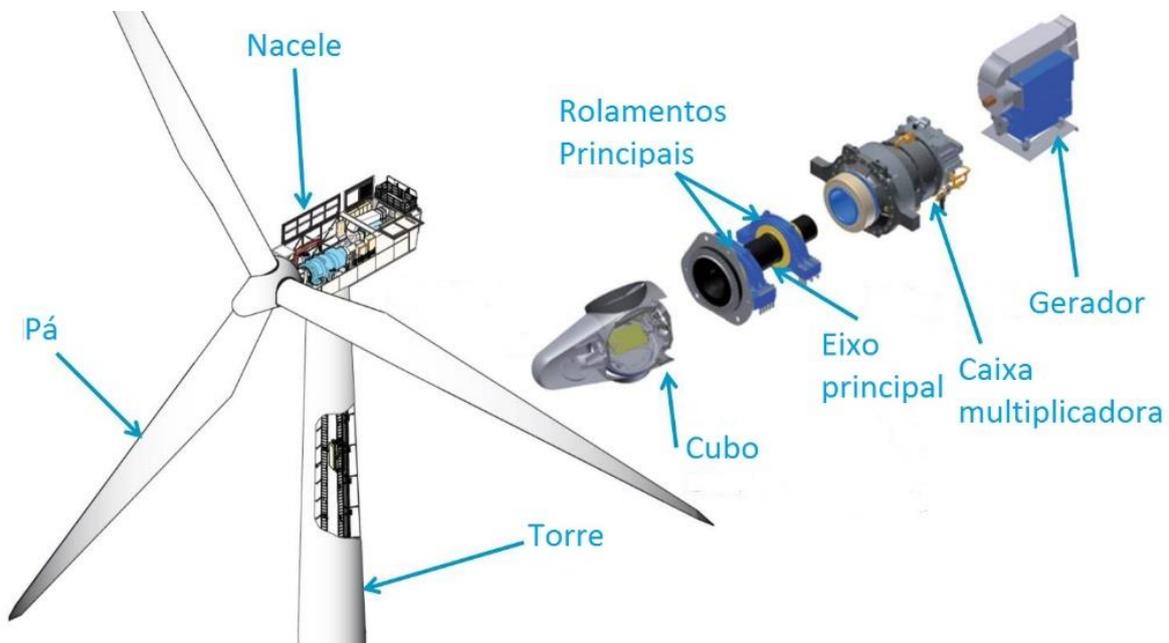


Figura 2. 1. Aerogerador e seus principais componentes. [8]

A modelagem de cada componente do aerogerador pode mudar de acordo com as diferentes considerações realizadas ao obter o modelo matemático. Neste capítulo, inicialmente, alguns modelos disponíveis na literatura, para cada uma das três partes citadas, são apresentados. Em seguida, alguns modelos de problemas no engrenamento são apresentados.

2.1 MODELOS PARA A PARTE MECÂNICA

Dentre os modelos para a parte mecânica de uma turbina eólica, ou seja, o rotor e a caixa de engrenagem, os modelos apresentados são: Modelo dinâmico de Peeters [9] e Modelo simplificado de três, duas e uma massa feito pelo laboratório RISØ, na Universidade de Aalborg, Dinamarca [10].

2.1.1 MODELO DE PEETERS

O modelo de Peeters analisa uma turbina convencional (três pás, eixo horizontal) em que um torque constante recebido no rotor é multiplicado para o gerador através de estágios de trens epicicloidais com o anel fixo. Segundo Peeters, trens epicicloidais conseguem a mesma razão de transmissão de um par de engrenagens em troca de uma menor quantidade de massa. Ou seja, haverá uma razão de transmissão considerável com uma caixa multiplicadora menor e mais leve. O trem epicicloidal estudado por Peeters possui o anel fixo, onde as engrenagens planetárias recebem um torque de entrada através de um braço, e a engrenagem solar, que girando na mesma direção do braço, oferece um torque de saída consideravelmente menor a custo de uma rotação maior. Em geral, trens epicicloidais são usualmente projetados para uma razão de transmissão (r_t) de até 7, no entanto, um segundo estágio de trem epicicloidal pode ser utilizado paralelamente para elevar essa razão de transmissão ainda mais, resultando numa transmissão geral de 40 até 100 [9].

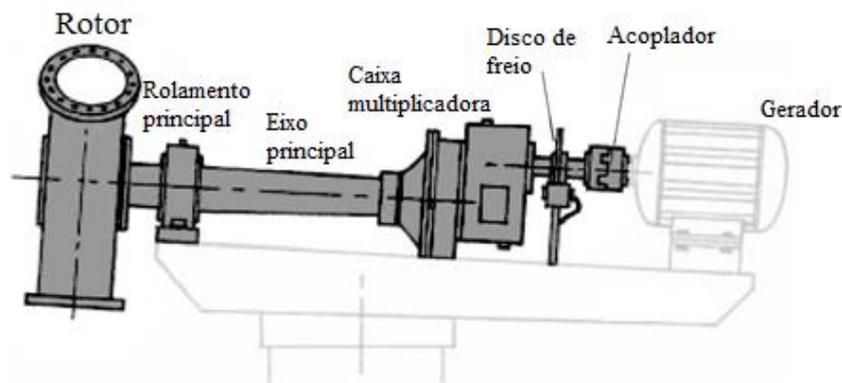


Figura 2. 2. Modelo de Peeters [9].

Considerando a caixa multiplicadora inicialmente como uma caixa preta, Peeters relaciona a potência ($P_{ent.}$), o torque ($T_{ent.}$) e a velocidade angular ($\omega_{ent.}$) de entrada na caixa multiplicadora com a potência ($P_{saída}$), o torque ($T_{saída}$) e a velocidade angular ($\omega_{saída}$) de saída como:

$$P_{ent.} = T_{ent.}\omega_{ent.} = T_{saída}\omega_{saída}\varepsilon = P_{saída}\varepsilon \quad (2.1)$$

onde ε representa a eficiência da caixa multiplicadora. Em outras palavras, haverá uma perda de potência, isso se deve à um torque de reação ($T_{reação}$) na engrenagem anular fixa, a qual pode ser obtido através da subtração do torque de entrada ($T_{ent.}$) e saída ($T_{saída}$):

$$T_{reação} = T_{ent.} - T_{saída} \quad (2.2)$$

Lembrando que a razão de transmissão (r_t) pode ser calculada como:

$$r_t = \frac{\omega_{saída}}{\omega_{ent.}} \quad (2.3)$$

O torque reativo ($T_{reação}$) na engrenagem anular pode então ser comparado com o torque de entrada ($T_{ent.}$) através da seguinte relação:

$$T_{reação} = T_{ent.} \left(1 - \frac{1}{r_t \varepsilon}\right) \quad (2.4)$$

Ou seja, quanto maior a razão de transmissão (r_t), mais o torque de reação ($T_{reação}$) se assemelhará ao torque de entrada ($T_{ent.}$). Analisando o trem de engrenagem (e) da transmissão entre as engrenagens planetárias e a engrenagem solar, é possível chegar na seguinte relação de velocidades angulares:

$$r_t = \frac{\omega_{saída}}{\omega_{ent.}} = \left(1 + \frac{Z_{anu.}}{Z_{sol}}\right) \quad (2.5)$$

Lembrando que $\omega_{saída}$ é a velocidade angular da engrenagem solar, $\omega_{ent.}$ é a velocidade angular do braço do trem epicycloidal, $Z_{anu.}$ é o número de dentes da engrenagem anular e Z_{sol} é o número de dentes da engrenagem solar. Caso a transmissão seja considerada perfeita, ou seja, sem perdas, os torques de entrada ($T_{ent.}$) e saída ($T_{saída}$) também podem ser relacionados pela relação de dentes da engrenagem anular e solar na forma:

$$T_{saída} = \frac{T_{ent.}}{r_t} = \frac{T_{ent.}}{\left(1 + \frac{Z_{anu.}}{Z_{sol}}\right)} \quad (2.6)$$

2.1.2 MODELOS SIMPLIFICADOS

É um modelo baseado na simplificação do sistema em três massas, duas massas, ou somente uma massa [10].

2.1.2.1 MODELO DE TRÊS MASSAS

As massas consideradas são exatamente os três componentes principais da turbina, o rotor, a caixa multiplicadora e o gerador.

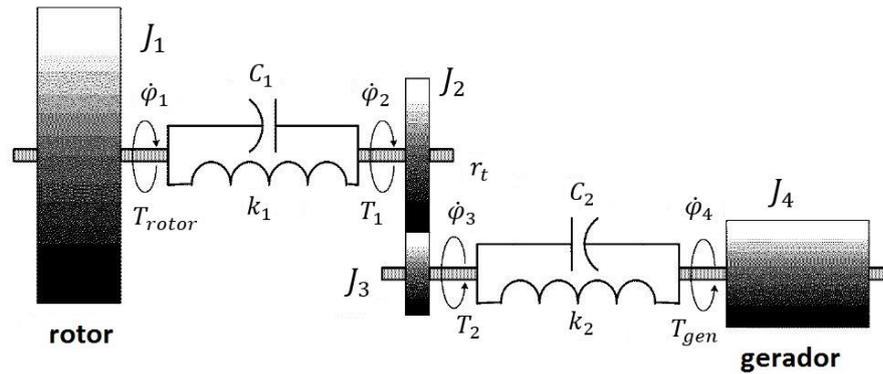


Figura 2. 3 Modelo da simplificação de três massas [10].

Tomando em conta a rigidez (k_1 e k_2) e o coeficiente de amortecimento (C_1 e C_2) dos eixos, podemos dizer que:

$$\begin{cases} J_1\ddot{\phi}_1 + C_1\dot{\phi}_1 + k_1(\phi_1 - \phi_2) = T_{rotor} \\ J_2\ddot{\phi}_2 + C_1\dot{\phi}_2 + k_1(\phi_2 - \phi_1) = T_1 \\ J_3\ddot{\phi}_3 + C_2\dot{\phi}_3 + k_2(\phi_3 - \phi_4) = T_2 \\ J_4\ddot{\phi}_4 + C_2\dot{\phi}_4 + k_2(\phi_4 - \phi_3) = -T_{gen} \end{cases} \quad (2.7)$$

2.1.2.2 MODELO DE DUAS MASSAS

O modelo ainda pode ser reduzido para duas massas considerando um sistema com rigidez (k_e) e coeficiente de amortecimento (C_e) equivalente para a caixa multiplicadora. Neste caso, considera-se que os momentos de inércia dos eixos e das engrenagens podem ser desprezados quando comparados com os do rotor e do gerador [10]. A caixa multiplicadora é então suprimida, alterando os valores das grandezas no rotor.

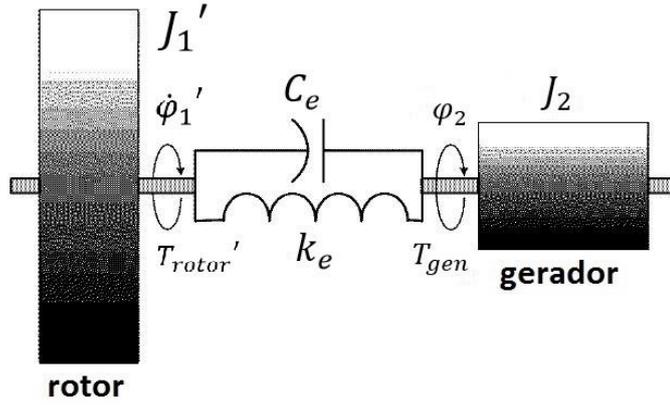


Figura 2. 4. Modelo da simplificação de duas massas [10].

Tomando em conta que a razão de transmissão (r_t), o momento de inércia equivalente (J_1') do rotor e a rigidez equivalente (k_e) do sistema são:

$$\begin{cases} J_1' = \frac{J_1}{r_t^2} \\ k_e = \frac{k_1 k_2}{k_2 r_t^2 + k_1} \end{cases} \quad (2.8)$$

Logo as equações do sistema se resumem a:

$$\begin{cases} J_1' \ddot{\phi}_1' + C_e(\dot{\phi}_1' - \dot{\phi}_2) + k_e(\phi_1' - \phi_2) = T_{rotor}' \\ J_2 \ddot{\phi}_2 + C_e(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1') + k_e(\phi_2 - \phi_1') = -T_{gen} \end{cases} \quad (2.9)$$

2.1.2.3 MODELO DE UMA MASSA

Considerando um modelo ainda mais simplificado para somente uma massa, o torque equivalente do rotor (T_{rotor}') e o momento de inércia equivalente do sistema (J_e) podem ser escritos como:

$$\begin{cases} J_e = J_2 + \frac{J_1}{r_t^2} \\ T_{rotor}' = \frac{T_{rotor}}{r_t^2} \end{cases} \quad (2.10)$$

Logo a equação que resume o modelo de uma massa pode ser expressa como:

$$T_{gen} - T_{rotor}' = J_e \ddot{\phi}_2 \quad (2.11)$$

2.2 MODELOS PARA A PARTE ELÉTRICA

Dentre os modelos para a parte elétrica, ou seja, para o gerador de uma turbina eólica, somente os modelos para máquinas de indução são abordados. Há então dois modelos, o modelo de ordem reduzida e o modelo de estado estacionário [10]. Ambos modelos são explicados analisando a dinâmica do gerador através de coordenadas arbitrárias dqo , a qual gira sob uma velocidade angular arbitrária (ω_g).

Definindo o deslocamento angular do rotor (θ_r) e do estator (θ_s) do gerador, assim como a velocidade angular do rotor (ω_r) e do estator (ω_s) do gerador, podemos escrever as equações das voltagens no gerador como:

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{so} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \\ v_{ro} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & & & & & \\ & R_s & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & R_r & & \\ & & & & R_r & \\ & & & & & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{so} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \\ i_{ro} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{so} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \\ \psi_{ro} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\omega_g - \omega_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\omega_g - \omega_r) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{so} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \\ \psi_{ro} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Ou, na forma compacta:

$$[V] = [R][I] + \frac{d}{dt} [\psi] + [\Omega][\psi] \quad (2.13)$$

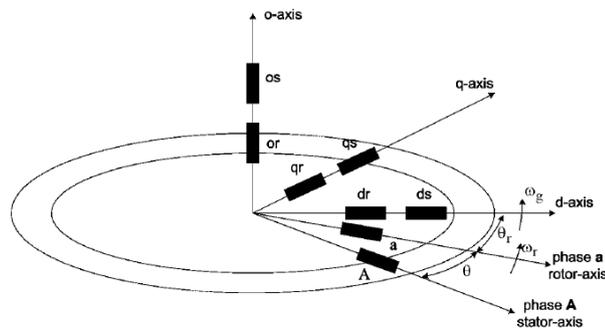


Figura 2. 5. Representação do sistema de coordenadas dqo [10].

Os subscritos s e r representam o estator e o rotor respectivamente, já os subscritos d , q e o representam os eixos d , q e o do sistema de coordenadas utilizado. Ou seja, v_{sd} representa a tensão elétrica do estator na direção do eixo d . O termo v representa tensão, enquanto i representa corrente elétrica, R representa resistência elétrica e ψ representa fluxo magnético. O fluxo magnético (ψ) pode ser descrito como:

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{so} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \\ \psi_{ro} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{\sigma s} & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{\sigma r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{so} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \\ i_{ro} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Ou, na forma compacta:

$$[\psi] = [L][I] \quad (2.15)$$

onde L representa indutância, o subscrito m se refere a indutância mútua entre o estator e o rotor e os subscritos σs e σr se referem a indutância de fuga do estator e do rotor, respectivamente. Definindo a potência mecânica (P_m) no gerador como:

$$P_m = [I]^T [\Omega] [\psi] = \frac{3}{2} \omega_e (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad (2.16)$$

Definindo a velocidade angular elétrica (ω_e) como:

$$\omega_e = \frac{N_p}{2} \omega_r \quad (2.17)$$

onde N_p é o número de polos do gerador. O torque no gerador (T_{gen}) pode então ser obtido através da divisão da potência mecânica no gerador P_m (Eq. 2.16) pela velocidade angular do rotor do gerador ω_r (Eq. 2.17), resultando:

$$T_{gen} = = \frac{3}{4} N_p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad (2.18)$$

O fluxo magnético no estator (ψ_s) ainda pode ser simplificado na fórmula através de sua relação com a indutância (L_s) e com o fluxo magnético máximo nas fases (ψ_{PM}) do estator:

$$\begin{cases} \psi_{sd} = L_{sd} i_{sd} + \psi_{PM} \\ \psi_{sq} = L_{sq} i_{sq} \end{cases} \quad (2.19)$$

Por fim, o torque no gerador (T_{gen}) resulta em:

$$T_{gen} = = \frac{3}{4} N_p [\psi_{PM} i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq}] \quad (2.20)$$

2.2.1 MODELO DE ORDEM REDUZIDA

Caso os transientes elétricos sejam desprezados e a análise seja feita somente no plano dq a Eq. 2.12 pode ser reduzida na seguinte forma [10]:

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{sd} \\ \dot{\psi}_{sq} \\ \dot{\psi}_{rd} \\ \dot{\psi}_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_s L_r}{D} & -\omega_e & -\frac{R_s L_m}{D} & 0 \\ \omega_e & \frac{R_s L_r}{D} & 0 & -\frac{R_s L_m}{D} \\ -\frac{R_r L_m}{D} & 0 & \frac{R_r L_s}{D} & -(\omega_e - \omega_r) \\ 0 & -\frac{R_r L_m}{D} & \frac{R_r L_s}{D} & \frac{R_r L_s}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Para evitar problemas computacionais devido a iterações algébricas, a Eq. 2.21 deve ser escrita na forma de estado de espaço somente em termos dos fluxos no rotor:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_{rd} \\ \dot{\psi}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \tau_{rm} \sigma_r - \frac{\tau_{rm}}{\sigma_s} & \left[\left(\frac{\alpha \tau_{rm}}{\tau_{sr}} L_m + 1 \right) \omega_e - \omega_r \right] \\ - \left[\left(\frac{\alpha \tau_{rm}}{\tau_{sr}} L_m + 1 \right) \omega_e - \omega_r \right] & \alpha \tau_{rm} \sigma_r - \frac{\tau_{rm}}{\sigma_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha \tau_{rm}}{\tau_{sr}} & \frac{\alpha \tau_{rm}}{\tau_{sr}^2} & 1 & 0 \\ -\frac{\alpha \tau_{rm}}{\tau_{sr}^2} & \frac{\alpha \tau_{rm}}{\tau_{sr}} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} D = L_s L_r - L_m^2 \\ \tau_{rm} = \frac{R_r L_m}{D} \\ \tau_{sr} = \frac{R_s L_r}{D} \\ \sigma_r = \frac{L_m}{L_r} \\ \sigma_s = \frac{L_s}{L_r} \\ \alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_e}{\tau_{sr}} \right)^2} \end{array} \right. \quad (2.23)$$

De acordo com as tensões de entrada do programa e com os fluxos no rotor, os fluxos no estator podem ser obtidos através da relação:

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \sigma_r & \frac{\alpha}{\tau_{sr}} L_m \omega_e \\ -\frac{\alpha}{\tau_{sr}} L_m \omega_e & \alpha \sigma_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\tau_{sr}} & \frac{\alpha}{\tau_{sr}^2} \omega_e \\ -\frac{\alpha}{\tau_{sr}^2} \omega_e & \frac{\alpha}{\tau_{sr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Logo, o torque no gerador é calculado da seguinte forma:

$$T_{gen} = = \frac{3}{4} N_p \frac{L_m}{D} (\psi_{sq} \psi_{rd} - \psi_{rq} \psi_{sd}) \quad (2.25)$$

2.2.2 MODELO DE ESTADO ESTACIONÁRIO

As equações das tensões que descrevem uma operação equilibrada de estado estacionário para uma máquina de indução podem ser obtidas por diversas formas [10]. Nesse caso, as equações do rotor podem ser descritas em função do circuito do estator da máquina. Começando pela Eq. 2.12 escrita sob uma referência rotacional em sincronia, ou seja $\omega_g = \omega_e$, desprezando também a variação do fluxo com, as equações de tensão para estado estacionário em uma máquina de indução se resumem a:

$$\begin{cases} \bar{V}_s = (R_s + jX_{\sigma s})\bar{I}_s + jX_m(\bar{I}_s + \bar{I}'_r) \\ \bar{V}'_r = (R_r + jsX'_{\sigma r})\bar{I}'_r + jsX_m(\bar{I}_s + \bar{I}'_r) \end{cases} \quad (2.26)$$

Onde X representa reatância, ou seja, a parte imaginária da impedância (Z) do circuito e:

$$s = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_e} \quad (2.27)$$

A Eq. 2.26 sugere então um circuito na forma:

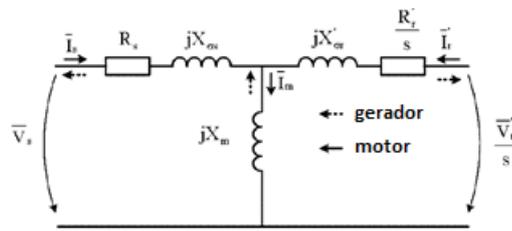


Figura 2. 6. Circuito equivalente para modelo de estado estacionário [10].

As equações de tensão para o estado estacionário podem ser rearranjadas na forma:

$$\begin{cases} \bar{V}_s = (R_s + jX_s)\bar{I}_s + jX_m\bar{I}'_r \\ \bar{V}'_r = (R_r + jsX'_r)\bar{I}'_r + jsX_m\bar{I}_s \end{cases} \quad (2.28)$$

Onde X_s é a reatância nos enrolamentos do estator e X'_r a reatância nos enrolamentos do rotor, essas podem ser expressas na seguinte forma:

$$\begin{cases} X_s = X_{\sigma s} + X_m \\ X'_r = X'_{\sigma r} + X_m \end{cases} \quad (2.29)$$

A Eq. 2.28 ainda pode ser escrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_s \\ \bar{V}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + jX_s & jX_m \\ jsX_m & R_r + jsX'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_s \\ \bar{I}'_r \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Ou na forma compacta:

$$[\bar{V}] = [\bar{Z}] \cdot [\bar{I}] \quad (2.31)$$

Logo as correntes no estator e no rotor do gerador podem ser obtidas através da relação:

$$[\bar{I}] = [\bar{Z}]^{-1} \cdot [\bar{V}] \quad (2.32)$$

Chamando \bar{I}_s^* como o conjugado de \bar{I}_s , o torque no gerador (T_{gen}) pode ser dado através da relação:

$$T_{gen} = \frac{3}{4} N_p X_m \text{Re}[j \bar{I}_s^* \bar{I}'_r] \quad (2.33)$$

2.3 PROBLEMAS NO ENGRENAMENTO

Entende-se por problemas no engrenamento o mau funcionamento da caixa multiplicadora devido a degradação da mesma ou ao mal funcionamento de seus componentes, o que podem gerar barulhos e vibrações excessivas, comprometendo a vida do equipamento. Problemas no engrenamento que resultam em barulho demasiado e vibrações excessivas na caixa multiplicadora são normalmente ligados a duas fontes: Erro geométrico do dente das engrenagens ou à deformação elástica dos dentes [11].

Erros geométricos ocorrem através de erros de fabricação, de montagem ou, até mesmo, modificações no perfil desses dentes. Isso pode levar a folgas excessivas entre os dentes e a uma interação não linear nas equações dinâmicas do sistema de engrenamento [12].

Devido ao crescente desenvolvimento de novas teorias para dinâmicas não lineares desses engrenamentos, características não lineares como bifurcações, diferentes soluções periódicas, comportamentos de ciclos limites e movimentos caóticos na dinâmica de engrenagens tem sido estudadas [12]. Embora modelos matemáticos não lineares para a solução dinâmica desses problemas possam parecer similares, eles são diferentes em termos de excitação dos mecanismos e na técnica de solução aplicada [12]. No entanto, a consideração de uma folga excessiva, ou *backlash* em inglês, nos engrenamentos tem sido o problema com maior dificuldade de análise tendo em vista a forte não linearidade das equações de movimento.

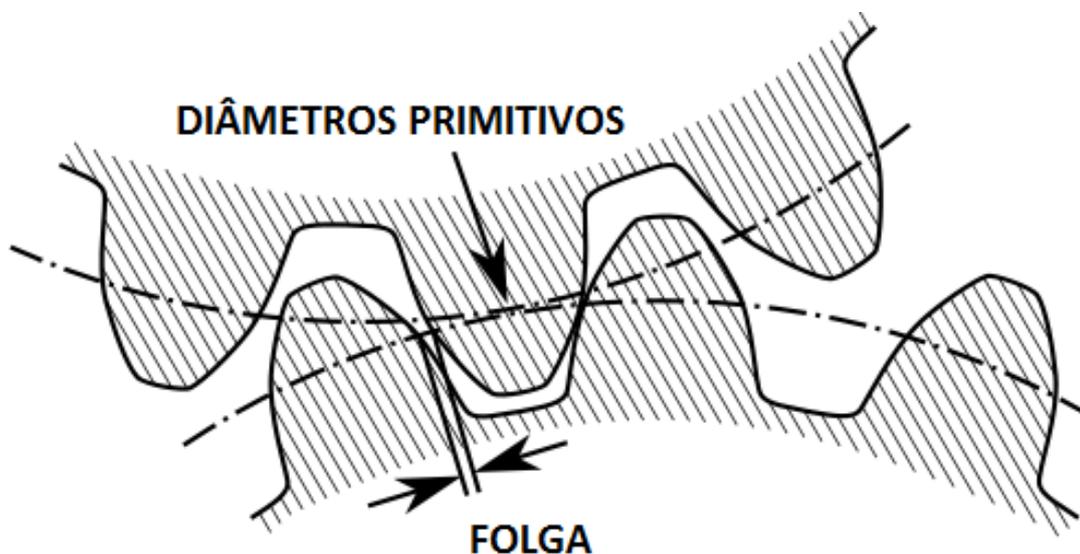


Figura 2. 7. Folga entre engrenamento [13].

2.3.1 DINÂMICA DO ENGRENAMENTO COM EFEITO DA FOLGA (*BACKLASH*)

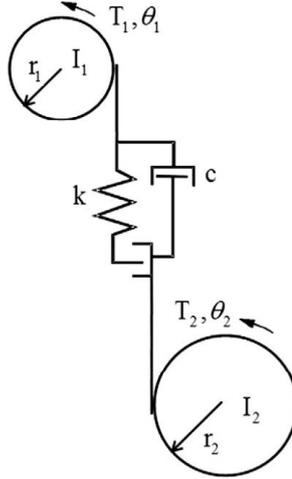


Figura 2. 8. Par de engrenamento [12].

Considerando um par de engrenamento como apresentado na Fig. 2.8 e desconsiderando inicialmente a folga entre os dentes das duas engrenagens, podemos definir as equações de movimento como [12]:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\theta}_1 + c[r_1 \dot{\theta}_1 - r_2 \dot{\theta}_2]r_1 + k[r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2]r_1 = T_1 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 - c[r_1 \dot{\theta}_1 - r_2 \dot{\theta}_2]r_2 - k[r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2]r_2 = -T_2 \end{cases} \quad (2.34)$$

Multiplicando a primeira e a segunda equação por $\frac{r_1}{I_1}$ e $\frac{r_2}{I_2}$, respectivamente, e subtraindo as duas equações resultantes, é obtido:

$$\ddot{\eta} + \frac{c}{\tilde{m}} \dot{\eta} + \frac{k}{\tilde{m}} \eta = \frac{T_1 r_1}{I_1} - \frac{T_2 r_2}{I_2} \quad (2.35)$$

Onde:

$$\begin{cases} \eta = r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2 \\ \tilde{m} = \frac{I_1 I_2}{(I_1 r_1^2 + I_2 r_2^2)} \end{cases} \quad (2.36)$$

η é o erro de transmissão dinâmica (ETD). O torque de entrada (T_1) pode ainda ser decomposto entre uma parte média (\bar{T}) e uma parte oscilante ($T_p(t)$). Logo podemos definir o torque de entrada (T_1) como:

$$T_1 = \bar{T} + \sum_{i=1}^{\infty} T_{pi} \cos(i\Omega_c t + \delta_i) \quad (2.37)$$

onde Ω_c é a velocidade angular de operação do sistema. Durante uma transmissão sem forçamento externo, o torque médio (\bar{T}) se iguala ao torque de saída (T_2). Considerando a excitação como uma função harmônica simples com fase (δ_i) igual a zero, a Eq. 2.35 é modificada:

$$\ddot{\eta} + \frac{c}{\tilde{m}} \dot{\eta} + \frac{k}{\tilde{m}} \eta = \bar{\chi} + \chi_p \cos(\Omega_c t) \quad (2.38)$$

Onde:

$$\begin{cases} \bar{\chi} = \bar{T} \left(\frac{r_1}{I_1} - \frac{r_2}{I_2} \right) \\ \chi_p = T_p \frac{r_1}{I_1} \end{cases} \quad (2.39)$$

O efeito da folga (*backlash*) pode ser representado por uma função de deslocamento não-linear (f_{nl}) da seguinte forma [14]:

$$f_{nl} = \begin{cases} \eta - b(1 - \alpha) & \eta > b \\ \alpha\eta & -b \leq \eta \leq b \\ \eta + b(1 - \alpha) & \eta < -b \end{cases} \quad (2.40)$$

Ou:

$$f_{nl} = \eta + (1 - \alpha) \frac{|\eta - b| - |\eta + b|}{2} \quad (2.41)$$

Onde b representa o valor da folga e α é a rigidez entre as duas fases de contato. A Eq. 2.41 pode ser ilustrada na seguinte forma:

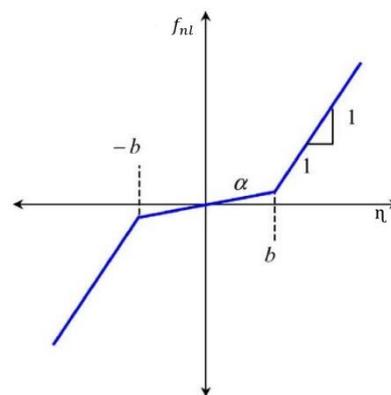


Figura 2. 9. Função de folga [11].

Aplicando o efeito da folga na Eq. 2.38 resulta em [12]:

$$\begin{aligned}
\ddot{\eta} + 2\zeta\tilde{\omega}_0\dot{\eta} + \tilde{\omega}_0^2\eta &= b\tilde{\omega}_0^2(1-\alpha) + \bar{\chi} + \chi_p \cos(\Omega_0 t) & \eta \geq b \\
\ddot{\eta} + 2\zeta\tilde{\omega}_0\dot{\eta} + \alpha\tilde{\omega}_0^2\eta &= \bar{\chi} + \chi_p \cos(\omega_n t) & -b \leq \eta \leq b \\
\ddot{\eta} + 2\zeta\tilde{\omega}_0\dot{\eta} + \tilde{\omega}_0^2\eta &= -b\tilde{\omega}_0^2(1-\alpha) + \bar{\chi} + \chi_p \cos(\Omega_0 t) & \eta \leq -b
\end{aligned} \quad (2.42)$$

Onde $\tilde{\omega}_0$ e ζ são parâmetros modais e podem ser representados na forma:

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_0 = \sqrt{\frac{k}{\tilde{m}}} \\ \zeta = \frac{c}{2\sqrt{k\tilde{m}}} \end{cases} \quad (2.43)$$

k representa a rigidez média do engrenamento.

2.3.1.1 APROXIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE FOLGA POR UM POLINÔMIO CONTÍNUO

A solução para a Eq. 2.42 se torna complexa devido a não linearidade da função de folga (f_{nl}). Moradi e Salarieh [12], através de simulações, conseguiram aproximar a função de folga por um polinômio contínuo de terceira ordem, o que facilitou na resolução da equação de movimento. Representando a função de folga por um polinômio de terceira ordem, a expressão pode ser observada:

$$f_{nl} = d_1\eta + d_2\eta^3 \quad (2.44)$$

Onde d_1 e d_2 são coeficientes da curva de aproximação, os quais são obtidos através da simulação. Para isso, a solução homogênea da Eq. 2.42 deve ser primeiramente representada na forma:

$$\begin{aligned}
\eta(t) &= \eta_1 e^{(-\zeta\tilde{\omega}_0 t)} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\tilde{\omega}_0 t - \phi_1) + b(1-\alpha) & \eta \geq b \\
\eta(t) &= \eta_2 e^{(-\zeta\tilde{\omega}_0 t)} \sin(\sqrt{\alpha(1-\zeta^2)}\tilde{\omega}_0 t - \phi_2) & -b \leq \eta \leq b \\
\eta(t) &= \eta_3 e^{(-\zeta\tilde{\omega}_0 t)} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\tilde{\omega}_0 t - \phi_3) - b(1-\alpha) & \eta \leq -b
\end{aligned} \quad (2.45)$$

Para as simulações de Moradi e Salarieh [12] os seguintes valores para os parâmetros foram considerados:

Tabela 2. 1. Parâmetros de simulação para função de folga [10].

k	\tilde{m}	α	c	b	$\bar{\chi}$	χ_p
1 N/m	1 kg	0.25	0.05 Ns/m	0.02 mm	0.005 mm/s^2	0.03 mm/s^2

As condições iniciais da simulação são:

$$\begin{cases} \eta(0) = 0.3 \text{ mm} \\ \dot{\eta}(0) = 0.4 \text{ mm/s} \end{cases} > b \quad (2.46)$$

A solução homogênea (Eq. 2.45) pode ser obtida como:

$$\eta(t) = 0.05e^{(-0.025t)} \sin(t + 0.289) + 0.15 \quad \eta \geq b \quad (2.47)$$

Enfim a aproximação do polinômio (2.44) na função de folga (2.41) pode ser feita após considerar dois pontos arbitrários de interseção para a curva de aproximação. O trabalho feito por Moradi, H e Salarieh, H. [12] pode ser resumido no seguinte quadro:

Tabela 2. 2. Resultados da simulação de Moradi, H e Salarieh, H. [12].

	1º ponto de interseção	2º ponto de interseção	Resultado	
			d₁	d₂
1ª tentativa	$\eta = 0.5 \quad f_{nl} = 0.35$	$\eta = 0.2 \quad f_{nl} = 0.05$	0.164	2.14
2ª tentativa	$\eta = 0.5 \quad f_{nl} = 0.35$	$\eta = 0.3 \quad f_{nl} = 0.15$	0.3875	1.25

Graficamente, os resultados podem ser observados nas seguintes figuras:

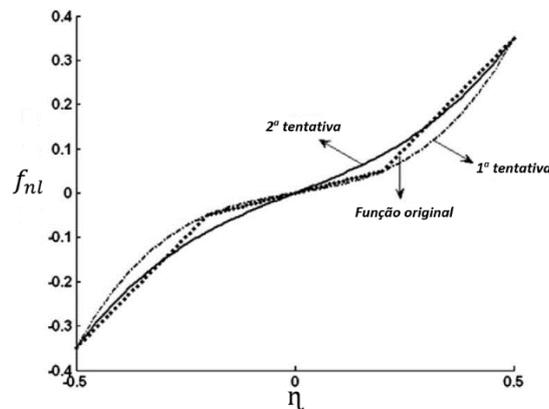


Figura 2. 10. Curvas de aproximação para a função de folga [12].

Utilizando os dados para a segunda tentativa na Tab. 2.2, a parte homogênea da equação de movimento pode ser expressa na forma:

$$\ddot{\eta} + 0.05\dot{\eta} + 0.3875\eta + 1.25\eta^3 = 0 \quad (2.48)$$

Por fim, a equação geral de movimento para o par de engrenagens pode ser obtida após inclusão da parte oscilante do torque, resultando em:

$$\ddot{\eta} + 2\tilde{\mu}\dot{\eta} + \omega_0^2\eta + \phi\eta^3 = \chi_p \cos(\Omega_0 t) \quad (2.49)$$

Onde:

$$\begin{cases} \tilde{\mu} = \zeta\omega_0 \\ \omega_0^2 = d_1 \\ \phi = d_2 \end{cases} \quad (2.50)$$

3 FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

A partir dos modelos apresentados no Capítulo 2, o modelo formulado no presente projeto pode ser descrito. Primeiramente a caixa multiplicadora é detalhada, pois é o componente da turbina que liga a parte mecânica do rotor à parte elétrica do gerador. Ou seja, a caixa multiplicadora é o elemento que acopla os componentes do sistema de transmissão da turbina. Em seguida são abordados os modelos para o rotor e para o gerador. Por último, o modelo completo, onde os 3 componentes estão acoplados, é apresentado. O aerogerador do presente projeto foi estudado de acordo com os princípios do modelo de Peeters [9] para a análise dinâmica da caixa multiplicadora e o modelo simplificado de três massas [10] para análise das relações entre cada componente.

3.1 CAIXA MULTIPLICADORA

Devido à necessidade de acoplar as equações da parte mecânica (rotor e caixa multiplicadora) com a parte elétrica (gerador) do sistema de transmissão da turbina, a caixa multiplicadora é exposta primeiramente já que esta possui relações tanto com o rotor (no eixo de entrada) quanto com o gerador (no eixo de saída). Desse modo, as variáveis relacionadas com a rotação desses eixos podem ser, posteriormente, identificadas nas equações do rotor e do gerador sozinhos, de forma a acoplar o sistema e obter uma formulação geral para o modelo da turbina analisada.

A caixa multiplicadora não é nada mais que um trem de engrenagens que tem o intuito de aumentar a velocidade recebida no eixo de entrada para que a energia mecânica presente na turbina seja convertida em energia elétrica no gerador de maneira mais eficiente. No caso do aerogerador analisado nesse projeto, a caixa multiplicadora estudada consiste em uma caixa de engrenagens comercial da empresa TGM, em que dois trens epicicloidais são ligados em série [6]. As variáveis relacionadas aos movimentos dos componentes dessa caixa multiplicadora, assim como sua estrutura, podem ser observadas na Fig. 3.1.

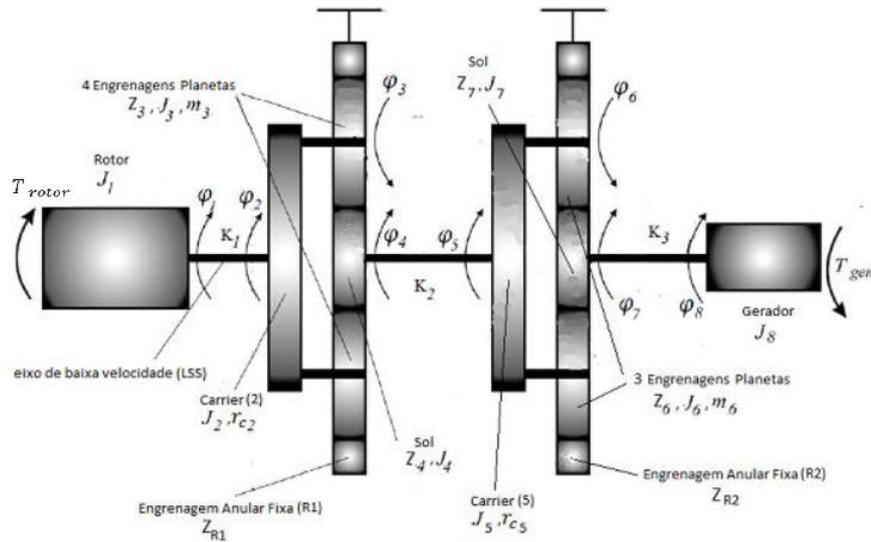


Figura 3. 1. Estrutura da caixa multiplicadora da TGM. [6]

Para explicar a dinâmica do sistema, um torque de entrada no **rotor** (T_{rotor}) aciona o **eixo de entrada** da caixa multiplicadora, o qual devido a sua rigidez (K_1) se desloca com φ_1 e φ_2 em suas extremidades. O mesmo deslocamento angular φ_2 é aplicado no **braço/carrier 2** do primeiro trem epicicloidial, esse braço movimenta as **engrenagens planetárias 3** do trem, as quais rotacionam em torno de seu centro de acordo com o deslocamento φ_3 . Como a **Engrenagem anular R1** está engastada na caixa, as engrenagens planetárias transladarão em torno da **engrenagem solar 4**, movimentando-a com outro deslocamento angular, φ_4 . Por fim, a engrenagem solar movimenta o **eixo intermediário** em que está acoplada com o mesmo deslocamento angular φ_4 , no entanto, devido a rigidez do eixo (K_2), sua outra extremidade irá se movimentar com outro deslocamento angular φ_5 . A razão de transmissão no segundo trem epicicloidial se dá de forma semelhante pois haverá novamente as mesmas relações entre as engrenagens que seguem o trem: **braço/carrier 5** (φ_5), **engrenagens planetárias 6** (φ_6), **engrenagem solar 7** (φ_7) e **eixo de saída**, com rigidez K_3 e deslocamentos angulares φ_7 e φ_8 em suas extremidades. O deslocamento angular φ_8 é o responsável pela **torque no gerador** (T_{gen}). Outras variáveis importantes a serem observadas são: o momento de inércia do rotor (J_1); o momento de inércia (J_2) e o raio (r_{c2}) do braço/carrier 2; o número de dentes (Z_{R1}) da engrenagem anular R1; o número de dentes (Z_3), o momento de inércia (J_3) e a massa (m_3) das engrenagens planetárias 3; o número de dentes (Z_4) e momento de inércia (J_4) da engrenagem solar 4; o momento de inércia (J_5) e o raio (r_{c5}) do braço/carrier 5; o número de dentes (Z_{R2}) da engrenagem anular R2; o número de dentes (Z_6), o momento de inércia (J_6) e a massa (m_6) das engrenagens planetárias 6; o número de dentes (Z_7) e momento de inércia (J_7) da engrenagem solar 7; o momento de inércia do gerador (J_8).

Analisando agora a caixa multiplicadora através das energias envolvidas na transmissão, a equação de Lagrange pode ser descrita na forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_i} = T_i \quad (3.1)$$

A equação de Lagrange diz que o torque (T) aplicado em cada componente (i , de 1 a 8) da transmissão é igual à variação da energia cinética (E_c) derivada pelo tempo e pela velocidade ($\dot{\varphi}_i$), subtraída pela variação da energia cinética (E_c), variação da energia potencial (U) e variação da energia dissipada (∂F) com o deslocamento angular. A energia cinética (E_c) e potencial (U) do sistema são dadas por:

$$E_c = \frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_2^2 + \frac{4}{2}m_3r_{c2}^2\dot{\varphi}_2^2 + \frac{4}{2}J_3\dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\varphi}_4^2 + \frac{1}{2}J_5\dot{\varphi}_5^2 + \frac{3}{2}m_6r_{c5}^2\dot{\varphi}_5^2 + \frac{3}{2}J_6\dot{\varphi}_6^2 + \frac{1}{2}J_7\dot{\varphi}_7^2 + \frac{1}{2}J_8\dot{\varphi}_8^2 \quad (3.2)$$

$$U = \frac{1}{2}K_1(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2}K_2(\varphi_4 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2}K_3(\varphi_7 - \varphi_8)^2 \quad (3.3)$$

Utilizando a equação para cada componente (i) daria um extenso sistema com 8 variáveis. No entanto, utilizando as relações nos engrenamentos através do trem de engrenagem (e), as velocidades de algumas das engrenagens envolvidas no sistema podem ser resumidas em função de outra velocidade, reduzindo então o número de variáveis do sistema. Lembrando primeiramente que o trem de engrenagens pode ser definido da forma:

$$e = \frac{n_L}{n_F} = \frac{\text{produto do número de dentes motores}}{\text{produto do número de dentes movidos}} \quad (3.4)$$

onde n_L se refere à rotação da última engrenagem do trem analisado e n_F se refere à primeira engrenagem do trem analisado. Ainda mais, por possui um braço/carrier junto com as engrenagens planetárias, o trem epicicloidal normalmente precisa que a rotação do braço (n_A) seja incluída na fórmula do trem de engrenagem, resultando:

$$e = \frac{n_L - n_A}{n_F - n_A} \quad (3.5)$$

Com isso, o trem de engrenagens pode ser expresso para as relações no trem epicicloidal de duas formas, através do número de dentes das engrenagens envolvidas (Eq. 3.4) ou através da rotação das engrenagens e do braço do trem epicicloidal (Eq. 3.5). No primeiro trem epicicloidal, por exemplo, o trem de engrenagens se resume a:

$$\left\{ \begin{array}{l} e = -\frac{Z_4 Z_3}{Z_3 Z_{R1}} \\ e = \frac{0 - \dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_2} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Juntando as duas equações e isolando a velocidade da engrenagem solar 4 ($\dot{\varphi}_4$) (Eq. 3.6):

$$\dot{\varphi}_4 = \left(1 + \frac{Z_{R1}}{Z_4}\right) \dot{\varphi}_2 \quad (3.7)$$

Ou seja, a velocidade angular da engrenagem solar 4 ($\dot{\varphi}_4$) pode ser expressa em termos da velocidade angular do braço/carrier 2 ($\dot{\varphi}_2$). Chamando agora o termo entre parênteses de γ_2 , temos:

$$\dot{\varphi}_4 = \gamma_2 \dot{\varphi}_2 \quad (3.8)$$

Analisando o trem para a transmissão somente das engrenagens planetárias 3 para a engrenagem solar 4:

$$e = \frac{\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2} = -\frac{Z_3}{Z_4} \quad (3.9)$$

Substituindo agora a Eq. 3.8 na Eq. 3.9, obtemos:

$$\dot{\varphi}_3 = \left(1 - \frac{Z_{R1}}{Z_3}\right) \dot{\varphi}_2 = \gamma_1 \dot{\varphi}_2 \quad (3.10)$$

Agora a velocidade angular das engrenagens planetárias 3 ($\dot{\varphi}_3$) também pode ser expressa em função da velocidade angular do braço/carrier 2 ($\dot{\varphi}_2$). Com isso, duas das equações de energia podem ser reduzidas, já podem ser duas incógnitas podem ser substituídas. Analogamente, para o segundo trem epicicloidal, podemos reduzir mais duas equações, relacionando a velocidade angular das engrenagens planetárias 6 ($\dot{\varphi}_6$) e da engrenagem solar 7 ($\dot{\varphi}_7$) com a velocidade do braço/carrier 5 ($\dot{\varphi}_5$):

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_6 = \left(1 - \frac{Z_{R2}}{Z_6}\right) \dot{\varphi}_5 = \gamma_3 \dot{\varphi}_5 \\ \dot{\varphi}_7 = \left(1 + \frac{Z_{R2}}{Z_7}\right) \dot{\varphi}_5 = \gamma_4 \dot{\varphi}_5 \end{cases} \quad (3.11)$$

Por fim, lembrando que $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ e γ_4 são constantes, as energias associadas ao sistema (E_c, U, F) podem ser escritas em função de somente 4 componentes: O rotor ($\varphi_1, \dot{\varphi}_1$), o braço/carrier 2 ($\varphi_2, \dot{\varphi}_2$), o braço/carrier 5 ($\varphi_5, \dot{\varphi}_5$) e o gerador ($\varphi_8, \dot{\varphi}_8$). As energias envolvidas no sistema (E_c, U, F) em função dessas 4 variáveis podem ser expressas na forma:

$$\begin{cases} E_c = \frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2 + \left[\frac{1}{2}J_2 + 2m_3r_{c2}^2 + J_3\gamma_1^2 + \frac{1}{2}J_4\gamma_2^2\right]\dot{\varphi}_2^2 + \left[\frac{1}{2}J_5 + 3\frac{1}{2}m_6r_{c5}^2 + 3\frac{1}{2}J_6\gamma_3^2 + \frac{1}{2}J_7\gamma_4^2\right]\dot{\varphi}_5^2 + \frac{1}{2}J_8\dot{\varphi}_8^2 \\ U = \frac{1}{2}K_1(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2}K_2(\gamma_2\varphi_2 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2}K_3(\gamma_4\varphi_5 - \varphi_8)^2 \\ F = \frac{1}{2}C_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 + \frac{1}{2}C_2(\gamma_2\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_5)^2 + \frac{1}{2}C_3(\gamma_4\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_8)^2 \end{cases} \quad (3.12)$$

Onde C_1 , C_2 e C_3 são os coeficientes de amortecimento de cada eixo. Nas equações de movimento do sistema, o atrito seco também deve ser considerado de modo a garantir que as perdas envolvidas nas relações levem o sistema a parar naturalmente com o tempo. Para isso um coeficiente de atrito (μ_i), com $i= 1,2,3,4$, deve ser utilizado em cada uma das 4 equações de movimento. Esses coeficientes são aplicados na equação através da seguinte relação matricial para o atrito seco:

$$[\mu]sgn(\dot{\boldsymbol{\varphi}}) = [\mu] \frac{2}{\pi} \arctan(q \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}}) \quad (3.13)$$

Onde $[\mu]$ representa a matriz diagonal com os valores μ_i para cada equação, q é uma constante que assume valor de 10^6 e $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ representa o vetor de velocidades angulares dos 4 componentes a serem analisados para sistema (rotor, braço/carrier 2, braço/carrier 5 e gerador). Resumindo:

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_4 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_5 \\ \dot{\varphi}_8 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Substituindo agora as energias da Eq. 3.12 na equação de Lagrange (Eq. 3.1) e derivando para os quatro componentes (rotor, braço/carrier 2, braço/carrier 5 e gerador) obtemos o sistema de quatro equações:

$$\begin{cases} J_1 \dot{\varphi}_1 + [C_1 \dot{\varphi}_1 - C_1 \dot{\varphi}_2] + [K_1 \varphi_1 - K_1 \varphi_2] + \frac{2}{\pi} \mu_1 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_1) = T_{rotor} \\ [J_2 + 4m_3 r_{c2}^2 + 4J_3 \gamma_1^2 + J_4 \gamma_2^2] \dot{\varphi}_2 + [-C_1 \dot{\varphi}_1 + (C_1 + C_2 \gamma_2^2) \dot{\varphi}_2 - \gamma_2 C_2 \dot{\varphi}_5] + [K_1 + \gamma_2^2 K_2] \varphi_2 - K_1 \varphi_1 - \gamma_2 K_2 \varphi_5 + \frac{2}{\pi} \mu_2 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_2) = 0 \\ [J_5 + 3m_6 r_{c5}^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2] \dot{\varphi}_5 + [-\gamma_2 C_2 \dot{\varphi}_2 + (C_2 + C_3 \gamma_4^2) \dot{\varphi}_5 - \gamma_4 C_3 \dot{\varphi}_8] + [K_2 + \gamma_4^2 K_3] \varphi_5 - \gamma_2 C_2 \varphi_2 - \gamma_4 K_3 \varphi_8 + \frac{2}{\pi} \mu_3 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_5) = 0 \\ J_8 \dot{\varphi}_8 + [-\gamma_4 C_3 \dot{\varphi}_5 + C_3 \dot{\varphi}_8] + [-\gamma_4 K_3 \varphi_5 + K_3 \varphi_8] + \frac{2}{\pi} \mu_4 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_8) = T_{gen} \end{cases} \quad (3.16)$$

Na forma matricial, o sistema de 4 equações (Eq. 3.16) pode ser escrita na forma:

$$[J] \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + [C] \dot{\boldsymbol{\varphi}} + [K] \boldsymbol{\varphi} + [\mu] \frac{2}{\pi} \arctan(q \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}}) = [T] \quad (3.17)$$

Onde:

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_5 \\ \varphi_8 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 + 4m_3r_{c2}^2 + 4J_3\gamma_1^2 + J_4\gamma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_5 + 3m_6r_{c5}^2 + 3J_6\gamma_3^2 + J_7\gamma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_8 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ -C_1 & C_1 + C_2\gamma_2^2 & -\gamma_2 C_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 C_2 & C_2 + C_3\gamma_4^2 & -\gamma_4 C_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 C_3 & C_3 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2\gamma_2^2 & -\gamma_2 K_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 K_2 & K_2 + K_3\gamma_4^2 & -\gamma_4 K_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 K_3 & K_3 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{rotor} \\ 0 \\ 0 \\ T_{gen} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Tabela 3. 1. Equações que regem a caixa multiplicadora.

i)	Equação de Lagrange:	
		$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial F}{\partial \varphi_i} = T_i$
ii)	Relações de transmissão:	
		$\dot{\varphi}_4 = \left(1 + \frac{Z_{R1}}{Z_4} \right) \dot{\varphi}_2 = \gamma_2 \dot{\varphi}_2 \quad \left \quad \dot{\varphi}_3 = \left(1 - \frac{Z_{R1}}{Z_3} \right) \dot{\varphi}_2 = \gamma_1 \dot{\varphi}_2 \quad \left \quad \dot{\varphi}_6 = \left(1 - \frac{Z_{R2}}{Z_6} \right) \dot{\varphi}_5 = \gamma_3 \dot{\varphi}_5 \quad \left \quad \dot{\varphi}_7 = \left(1 + \frac{Z_{R2}}{Z_7} \right) \dot{\varphi}_5 = \gamma_4 \dot{\varphi}_5$
iii)	Equação de movimento:	
		$[J]\dot{\varphi} + [C]\varphi + [K]\varphi + [\mu] \frac{2}{\pi} \arctan(q \cdot \varphi) = [T]$
	$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_5 \\ \varphi_8 \end{bmatrix}$	$[J] = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 + 4m_3r_{c2}^2 + 4J_3\gamma_1^2 + J_4\gamma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_5 + 3m_6r_{c5}^2 + 3J_6\gamma_3^2 + J_7\gamma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_8 \end{bmatrix}$
	$[C] = \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ -C_1 & C_1 + C_2\gamma_2^2 & -\gamma_2 C_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 C_2 & C_2 + C_3\gamma_4^2 & -\gamma_4 C_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 C_3 & C_3 \end{bmatrix}$	$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2\gamma_2^2 & -\gamma_2 K_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 K_2 & K_2 + K_3\gamma_4^2 & -\gamma_4 K_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 K_3 & K_3 \end{bmatrix}$
	$[T] = \begin{bmatrix} T_{rotor} \\ 0 \\ 0 \\ T_{gen} \end{bmatrix}$	$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_4 \end{bmatrix}$

3.2 ROTOR

O rotor faz o trabalho de transferir a energia captada no fluxo de ar em energia mecânica através da rotação de um eixo de entrada. Segundo Iov *et al* [10], a potência mecânica (P_{mec}) retirada do vento pode ser expressa através da seguinte relação:

$$P_{mec} = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 V_0^3 C_p \quad (3.23)$$

Onde ρ é a densidade do ar, r é o raio representado pelo comprimento da pá, V_0 é a velocidade do vento e C_p é o coeficiente de potência da turbina. O coeficiente de potência da turbina (C_p) representa a eficiência na captação de energia, em outras palavras, representa a razão da potência total do escoamento (P_T) sobre a potência mecânica (P_{mec}) captada pelas pás do aerogerador.

$$C_p = \frac{P_T}{P_{mec}} \quad (3.24)$$

O coeficiente de potência de uma turbina eólica pode ser controlado através da alteração da angulação de passo das pás (β) ou por uma eventual alteração na velocidade do vento (V_0) ou na velocidade tangencial da ponta da pá ($V_{pá}$). Essas velocidades podem ser relacionadas de uma forma unificada através da razão de velocidades (λ), como consequência podemos dizer que:

$$\lambda = \frac{V_{pá}}{V_0} = \frac{\dot{\varphi}_1 r}{V_0} \quad (3.25)$$

Lembrando que $\dot{\varphi}_1$ é a velocidade angular do rotor (Fig. 3.1). Por fim, pode ser dito que o coeficiente de potência (C_p) depende somente do ângulo de passo das pás (β) e da razão de velocidades (λ).

3.2.1 COEFICIENTE DE POTÊNCIA

Os valores de C_p podem ser obtidos tanto experimentalmente quanto através de catálogo de fabricante [6]. A curva do coeficiente de potência irá variar dependendo do aerogerador analisado. Slootweg *et al* [15], por exemplo, utilizaram a seguinte expressão para representar o coeficiente de potência:

$$C_p = a_1 \left(\frac{a_2}{\lambda_i} - a_3 \beta - a_4 \beta^{a_5} - a_6 \right) e^{-\frac{a_7}{\lambda_i}} \quad (3.26)$$

Onde:

$$\lambda_i = \frac{1}{\frac{1}{\lambda + a_8 \beta} - \frac{a_9}{\beta^3 + 1}} \quad (3.27)$$

É possível notar nas duas equações, Eq. 3.26 e 3.27, os termos da aproximação numérica a_i , com $i = 1, \dots, 9$. Esses termos são constantes de aproximação para a curva do coeficiente de potência. No mesmo trabalho de Slootweg *et al* [15] as constantes utilizadas na curva de aproximação são:

Tabela 3. 2. Constantes para Slootweg *et al.* [15]

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
0.73	151	0.58	0.002	2.14	13.2	18.4	-0.02	-0.003

Para diferentes valores de ângulo de passo (β) é possível analisar então a dependência da curva de potência (C_p) com a razão de velocidades (λ) no seguinte gráfico:

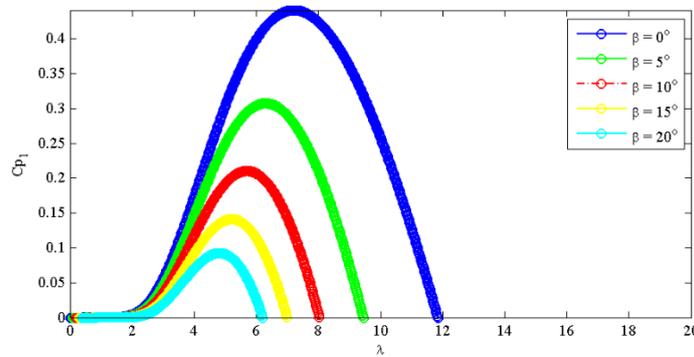


Figura 3. 2. Curva de potência para Slootweg *et al.*

Já Manyonge *et al* [16] representa o coeficiente de potência através de outra equação:

$$C_p = a_1 \left(\frac{a_2}{\lambda_i} - a_3 \lambda_i \beta - a_4 \beta^x - a_5 \right) e^{-\frac{a_6}{\lambda_i}} \quad (3.28)$$

Onde:

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{1 + \beta^3} \quad (3.29)$$

É possível observar a semelhança entre as equações Eq. 3.26 e Eq. 3.28, ambas são curvas de aproximação, com diferentes quantidades de termos constantes. Para ilustrar as curvas do trabalho de Manyonge *et al* [16], os seguintes valores para as seis constantes foram utilizados:

Tabela 3. 3. Constantes para Manyonge *et al* [16].

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
0.5	116	0.4	0	5	21

O que resulta na seguinte curva de potência:

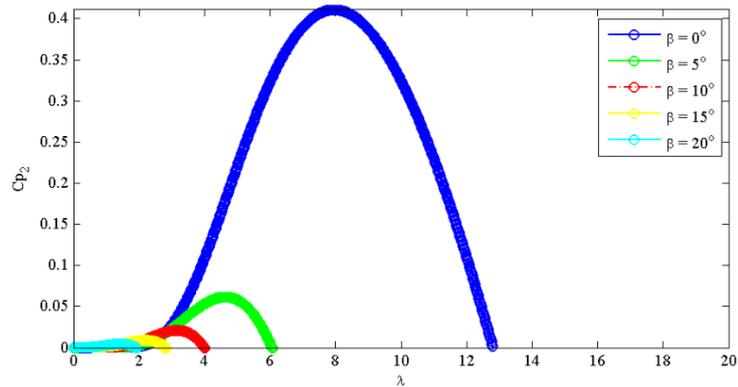


Figura 3. 3. Curva de potência para Manyonge *et al.*

De forma mais similar ainda, Dai *et al* [17] considera a curva de potência através de outra expressão:

$$C_p = a_1 \left(\frac{a_2}{\lambda_i} - a_3\beta - a_4 \right) e^{-\frac{a_5}{\lambda_i}} + a_6\lambda \quad (3.30)$$

onde:

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{1 + \beta^3} \quad (3.31)$$

Com os seguintes valores para as seis constantes:

Tabela 3. 4. Constantes para Dai *et al* [17].

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
0.22	120	0.4	5	12.5	0

Obtendo então a seguinte curva de potência:

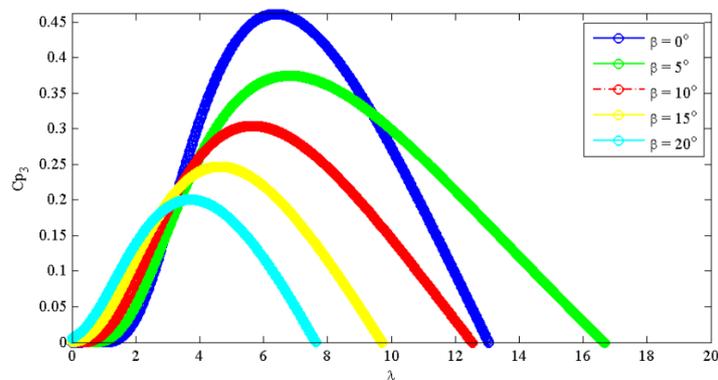


Figura 3. 4. Curva de potência para Dai *et al.*

É possível observar as particularidades em cada gráfico, ou seja, cada um representa um diferente aerogerador. O modelo descrito por Slootweg *et al* [15] será o utilizado no projeto por se adequar melhor à turbina convencional analisada.

Finalmente o torque mecânico (T_{rotor}) do rotor (Fig. 3.1) pode ser calculado dividindo a potência mecânica (Eq. 3.23) pela velocidade angular do rotor ($\dot{\varphi}_1$), com isso:

$$T_{rotor} = \frac{P_{mec}}{\dot{\varphi}_1} = \frac{\rho\pi r^2 V_0^3 C_p}{2\dot{\varphi}_1} \quad (3.32)$$

Tabela 3. 5. Equações que regem o rotor da turbina eólica

i)	Potência mecânica (P_{mec}):	
		$P_{mec} = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 V_0^3 C_p$
ii)	Coeficiente de Potência (C_p):	
		$C_p = a_1 \left(\frac{a_2}{\lambda_i} - a_3 \beta - a_4 \beta^{a_5} - a_6 \right) e^{-\frac{a_7}{\lambda_i}}$
		$\lambda_i = \frac{1}{\frac{1}{\lambda + a_8 \beta} - \frac{a_9}{\beta^3 + 1}} \quad \lambda = \frac{\dot{\varphi}_1 r}{V_0}$
iii)	Torque do rotor (T_{rotor}):	
		$T_{rotor} = \frac{\rho \pi r^2 V_0^3 C_p}{2\dot{\varphi}_1}$

3.3 GERADOR

A conversão da energia mecânica, captada desde os ventos até a saída da caixa multiplicadora, em energia elétrica é feita no gerador. A geração de corrente no gerador é feita através de indução magnética com a ajuda de bobinas que giram dentro de um campo magnético ou vice-versa. O gerador a ser analisado em projeto é um gerador síncrono de ímãs permanentes (PMSG) [6]. A modelagem matemática no gerador da turbina analisada segue a mesma abordagem apresentada na seção 2.2.1, modelo de ordem reduzida. Como o foco do presente projeto não é a parte elétrica do aerogerador, o gerador será exposto de maneira resumida, onde as variáveis importantes que participam das equações governantes da turbina são:

- i_d : Corrente elétrica na direção de um eixo d em coordenadas síncronas, fixas no rotor;
- L_d : Indutância eletromagnética na direção de um eixo d em coordenadas síncronas, fixas no rotor;
- i_q : Corrente elétrica na direção de um eixo q em coordenadas síncronas, perpendicular ao eixo d ;
- L_q : Indutância eletromagnética na direção de um eixo q em coordenadas síncronas, perpendicular ao eixo d ;
- R_L : Resistência de carga considerada para a modelagem matemática utilizada no gerador. A carga é conectada aos terminais do estator;
- L_L : Indutância eletromagnética de carga considerada para a modelagem matemática utilizada no gerador. A carga é conectada aos terminais do estator;
- R_S : Resistência elétrica dos enrolamentos do estator, considerando coordenadas dispostas simetricamente, formando um ângulo de 120° entre si.
- N_p : Número de polos no gerador;
- ψ_{PM} : Fluxo magnético máximo nas fases do estator;
- T_{gen} : Torque no eixo do gerador.

Com isso, as principais equações do gerador que serão utilizadas no projeto podem ser resumidas no seguinte quadro:

Tabela 3. 6. Equações que regem o gerador.

i) Equações diferenciais no gerador:

$$\begin{cases} (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_S)i_d + (L_L + L_q) \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_S)i_q + (L_L + L_d) \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 i_d - \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 \psi_{PM} \end{cases}$$

ii) Torque no eixo do gerador (T_{gen}):

$$T_{gen} = \frac{3N_p}{4} [\psi_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]$$

3.4 MODELO COMPLETO

Analisando separadamente as equações do rotor, da caixa multiplicadora e do gerador é possível notar que essas apresentam termos em comum, ou seja, são dependentes. Para que uma análise do aerogerador como um todo (rotor, caixa multiplicadora e gerador) seja feita, esses termos devem ser substituídos, principalmente nas equações da caixa multiplicadora (Tab. 3.1), uma vez que a mesma possui conexão tanto com o rotor quanto com o gerador. Substituindo o torque mecânico do rotor (T_{rotor}) e o torque do eixo do gerador (T_{gen}) nas equações de movimento da caixa multiplicadora (Tab. 3.1) e acrescentando as equações do gerador, obtém-se um sistema de 6 equações. Essas 6 equações representam então o aerogerador inteiramente e podem ser expressas na seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \ddot{\phi}_1 + [C_1 \dot{\phi}_1 - C_1 \dot{\phi}_2] + [K_1 \phi_1 - K_1 \phi_2] + \frac{2}{\pi} \mu_1 \arctan(q \cdot \phi_1) = \frac{\rho \pi r^2 v_0^3 C_p}{2 \phi_1} \\ [J_2 + 4m_3 r c_2^2 + 4J_3 \gamma_1^2 + J_4 \gamma_2^2] \ddot{\phi}_2 + [-C_1 \dot{\phi}_1 + (C_1 + C_2 \gamma_2^2) \dot{\phi}_2 - \gamma_2 C_2 \dot{\phi}_5] + [K_1 + \gamma_2^2 K_2] \phi_2 - K_1 \phi_1 - \gamma_2 K_2 \phi_5 + \frac{2}{\pi} \mu_2 \arctan(q \cdot \phi_2) = 0 \\ [J_5 + 3m_6 r c_5^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2] \ddot{\phi}_5 + [-\gamma_2 C_2 \dot{\phi}_2 + (C_2 + C_3 \gamma_4^2) \dot{\phi}_5 - \gamma_4 C_3 \dot{\phi}_8] + [K_2 + \gamma_4^2 K_3] \phi_5 - \gamma_2 C_2 \phi_2 - \gamma_4 K_3 \phi_8 + \frac{2}{\pi} \mu_3 \arctan(q \cdot \phi_5) = 0 \\ J_8 \ddot{\phi}_8 + [-\gamma_4 C_3 \dot{\phi}_5 + C_3 \dot{\phi}_8] + [-\gamma_4 K_3 \phi_5 + K_3 \phi_8] + \frac{2}{\pi} \mu_4 \arctan(q \cdot \phi_8) = \frac{3N_p}{4} [\psi_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \\ (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_S) i_d + (L_L + L_q) \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_S) i_q + (L_L + L_d) \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 i_d - \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 \psi_{PM} \end{array} \right. \quad (3.33)$$

Lembrando que o coeficiente de potência (C_p) deve ser obtido através das expressões mostradas nas equações Eq. 3.25, Eq. 3.26 e Eq. 3.27.

4 ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA

Nas simulações realizadas neste projeto a resposta do sistema foi avaliada para diferentes perfis de velocidade do vento. Nessa análise, a velocidade de parada e de partida da turbina podem ser definidas, ou seja, a razão de velocidades limitante (λ_{lim}) para o fim e o início da rotação do rotor podem ser definidas. Antes de discutir e analisar os resultados das simulações, os parâmetros do aerogerador utilizados nas simulações são apresentados.

4.1 PARÂMETROS DA TURBINA

4.1.1 ROTOR

Os dados de entrada do rotor para a turbina analisada são:

Tabela 4. 1. Dados de entrada para o rotor [13].

Densidade do ar (ρ) (kg/m^3)	Momento de Inércia do Rotor (J_1) ($kg.m^2$)	Raio da turbina (r) (m)	Ângulo de passo (β) ($^\circ$)
1.225	13700	40	5

Como dito anteriormente, a curva de aproximação para o coeficiente de potência (C_p) será implementada de acordo com método de Sloopweg *et al* [15], expresso nas Eq. 3.26 e 3.27, com coeficientes expressos na Tab. 2.2. Além disso, uma velocidade do vento (V_0) inicial deve ser dada assim como uma razão de velocidade inicial (λ_0) devem ser fornecidas para iniciar a simulação. A curva de potência de Sloopweg *et al* [15] para um ângulo de passo (β) de 5° pode ser vista na Fig. 4.1.

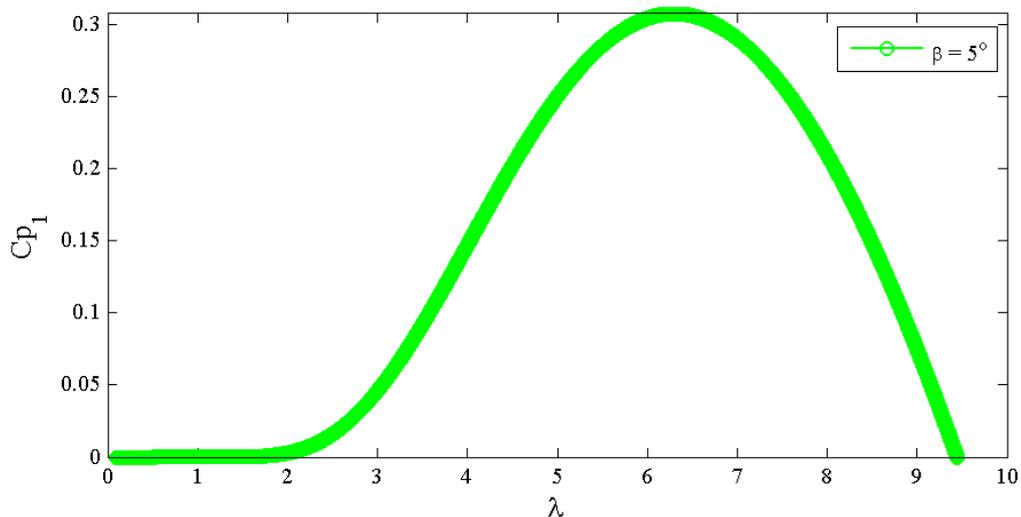


Figura 4. 1. Curva de potência da turbina estudada.

4.1.2 CAIXA MULTIPLICADORA

A caixa multiplicadora é o elemento da turbina que conecta o rotor ao gerador e, através das equações de movimento (Eq. 3.33), a resposta de cada componente pode ser obtida de acordo com as condições iniciais do problema. Os parâmetros da caixa multiplicadora são apresentados na Tab. 4.2.

Tabela 4. 2. Dados de entrada para a caixa multiplicadora [6]

	Momento de Inércia ($kg \cdot m^2$)	Massa (kg)	Raio (m)	Número de Dentes
Braço/Carrier 2	$J_2 = 160.9612$	-	$r_{c2} = 0.338$	-
Eng. Planetárias 3	$J_3 = 5.7649$	$m_3 = 20.64$	-	$Z_3 = 25$
Eng. Anular R1	-	-	-	$Z_{r1} = 67$
Eng. Solar 4	$J_4 = 2.2026$	-	-	$Z_4 = 17$
Braço/Carrier 5	$J_5 = 53.0721$	-	$r_{c5} = 0.294$	-
Eng. Planetárias 6	$J_6 = 3.2232$	$m_6 =$ 11.0867	-	$Z_6 = 42$
Eng. Anular R2	-	-	-	$Z_{r2} = 100$
Eng. Solar 7	$J_7 = 0.1765$	-	-	$Z_7 = 17$

Já as rigidezes nos eixos são calculadas através da seguinte expressão:

$$K = \frac{\pi G d_{eixo}^4}{32 L_{eixo}} \quad (4.1)$$

Onde o G representa o Módulo de Cisalhamento do eixo, d_{eixo} é o diâmetro do eixo e L_{eixo} o comprimento do eixo. O Módulo de Cisalhamento (G) pode ser obtido em função do Módulo de Elasticidade (E) do eixo e do Coeficiente de Poisson (ν) na fórmula:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.2)$$

Considerando todos eixos de aço com um Módulo de Elasticidade (E) de 205 GPa , coeficiente de Poisson (ν) igual a 0.29 e considerando também os coeficientes de amortecimento (C) como 0.05% da rigidez [18], temos:

Tabela 4. 3. Dados dos eixos [6].

	Diâmetro do eixo (d_{eixo}) (mm)	Comprimento (L_{eixo}) (mm)	Rigidez (K) (MNm)	Amortecimento (C) (Nms)
Eixo de entrada	340	710	$K_1 = 146.82$	$C_1 = 73411$
Eixo Intermediário	220.5	438.75	$K_2 = 42.03$	$C_2 = 21015$
Eixo de saída	113.25	265.5	$K_3 = 4.83$	$C_3 = 2417$

4.1.3 GERADOR

Já para o Gerador, os parâmetros de entrada são apresentados na Tab. 4.4.

Tabela 4. 4. Dados de entrada para o Gerador [6].

Momento de Inércia do Gerador (J_g) ($kg \cdot m^2$)	22.2548
Número de Pólos (N_p)	24
Amplitude do Fluxo Magnético (ψ_{PM}) (Wb)	-4.759
Indutância do Eixo Direto (L_d) (H)	0.0089995
Indutância do Eixo de Quadratura (L_q) (H)	0.0218463
Resistência do estator (R_s) (ohm)	0.02425
Carga Indutiva (L_L) (H)	0.008
Carga Resistiva (R_L) (ohm)	5

4.1.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DO SISTEMA

A fim de suavizar problemas computacionais durante a integração numérica do sistema, uma adimensionalização do tempo é realizada de acordo com a expressão na Eq. 4.3.

$$\tau = \omega_n t \quad (4.3)$$

Onde τ se refere ao tempo adimensional, t o tempo em segundos e ω_n é uma das frequências naturais do sistema. Deste a adimensionalização do sistema se resume as equações Eq. 4.4, Eq. 4.5 e Eq. 4.6.

$$\frac{d}{dt} = \omega_n \frac{d}{d\tau} \quad (4.4)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = \omega_n^2 \frac{d^2}{d\tau^2} \quad (4.5)$$

$$[J]\omega_n^2 \ddot{\phi} + [C]\omega_n \dot{\phi} + [K]\phi + [\mu] \frac{2}{\pi} \arctan(q\omega_n \dot{\phi}) = [T] \quad (4.6)$$

4.2 RESULTADOS E ANÁLISE

Utilizando o software *MatLab* e considerando os parâmetros de entrada do projeto apresentados, as equações de movimento para o modelo completo da turbina, Eq. 3.33, foram integradas utilizando o método Runge-Kutta de 4ª ordem. As condições iniciais consistem na velocidade do vento (V_0) inicial e na razão de velocidade inicial (λ_0) do rotor. Esses dados que definem a velocidade angular inicial do rotor ($\dot{\varphi}_{10}$) através da relação:

$$\lambda_0 = \frac{\dot{\varphi}_{10} R}{V_0} \quad (4.7)$$

Todos os deslocamentos iniciais e velocidades iniciais, com exceção de $\dot{\varphi}_{10}$, foram considerados nulos em todas as simulações realizadas. Além das condições iniciais, é preciso definir o perfil de velocidade do vento ao longo da simulação, pois esse pode ser constante ou variar ao longo do tempo. Cada simulação a seguir empregará um perfil de velocidade do vento diferente para análise do comportamento dinâmico da turbina. A duração de cada simulação é de 1600 s.

4.2.1 DECAIMENTO LINEAR DO PERFIL DA VELOCIDADE DO VENTO

A primeira simulação é realizada com uma velocidade inicial do vento (V_0) de 20 m/s que decai linearmente até o final da simulação, como pode ser visto na Fig. 4.2.

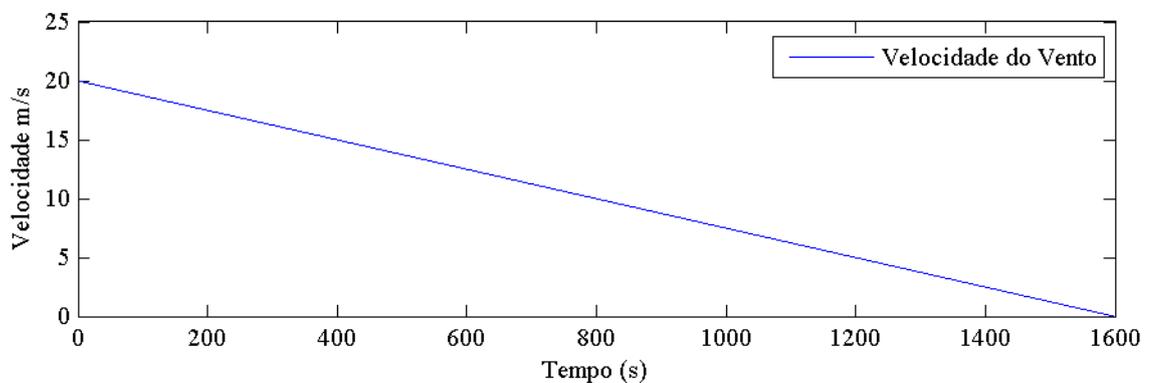


Figura 4. 2. Perfil de velocidade do vento para a simulação com decaimento linear do vento.

Observando a curva de potência para Slootweg *et al.* na Fig. 4.1, é possível notar que a razão de velocidade (λ) da turbina para um ângulo de passo (β) de 5° varia de 0 a 9.33 enquanto o coeficiente de potência (C_p) varia de 0 a 0.3075, onde atinge seu máximo. Um valor inicial de 3 foi atribuído para a razão de velocidade inicial (λ_0). Desse modo, podemos resumir as condições iniciais do problema através da seguinte tabela:

Tabela 4. 5. Condições iniciais para a simulação com decaimento linear do vento.

CONDIÇÕES INICIAIS		
Velocidade Inicial do vento (m/s)	Razão de velocidade inicial (λ_0)	Perfil de Velocidade do vento
20	3	Decaimento Linear

O resultado da simulação pode ser analisado através do comportamento do coeficiente de potência (C_p) e da razão de velocidade (λ) no conforme apresentado nas Figuras Fig. 4.3 e Fig. 4.4, respectivamente.

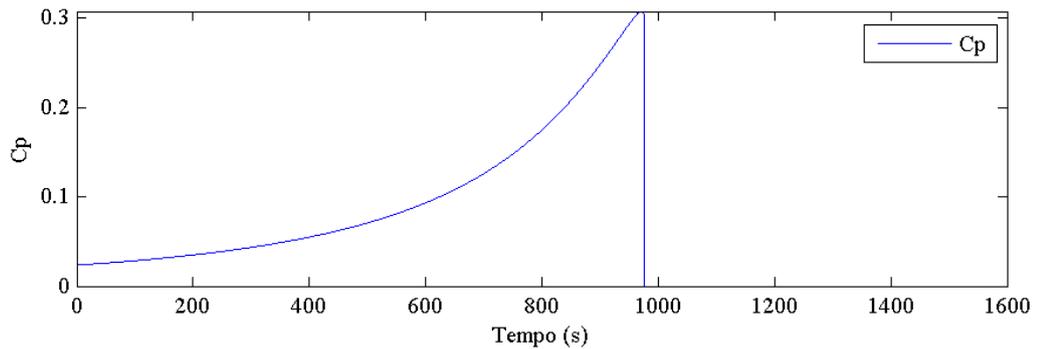


Figura 4. 3. Coeficiente de potência para a simulação com decaimento linear do vento.

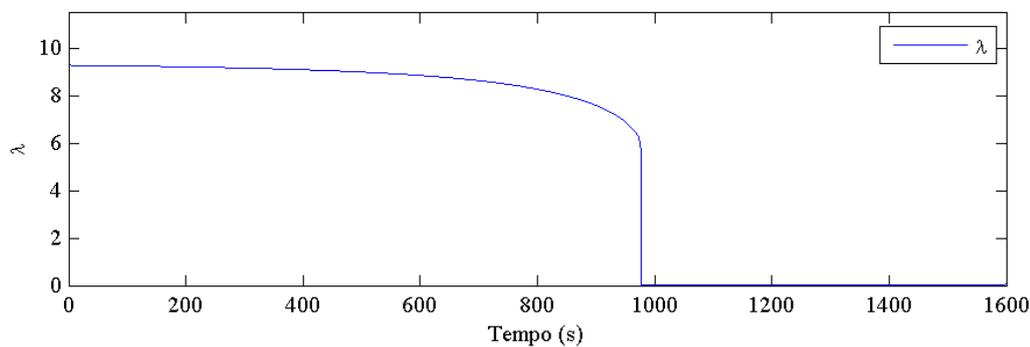


Figura 4. 4. Razão de velocidade para a simulação com decaimento linear do vento.

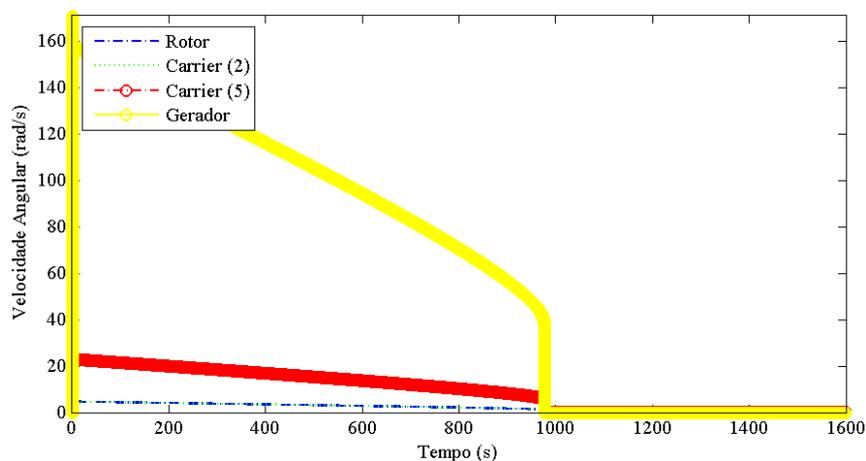


Figura 4. 5. Velocidades angulares para a simulação com decaimento linear do vento.

Observando os gráficos apresentados nas figuras Fig. 4.3 e Fig. 4.4 e Fig. 4.5 é possível notar que a razão de velocidade (λ), inicialmente com o valor de 3, oscila num período muito curto e cresce e atinge seu maior valor de 9.33 no início da simulação, valor definido na curva de potência de Slootweg *et al.* (Fig. 4.1). Até esse momento, o coeficiente de potência (C_p) também oscila, não sendo possível verificar na Figura 4.3 tendo em vista a escala adotada, passando por seu valor máximo de 0.3075 até decrescer, também de acordo com a curva de potência da turbina. Após atingir seu valor máximo, a razão de velocidade (λ) passa por um decaimento de modo que a curva de potência (Fig. 4.1) da turbina é percorrida num sentido oposto, ou seja, a razão de velocidade decresce enquanto o coeficiente (C_p) atinge seu pico e, logo após em 976.8s, a turbina para instantaneamente. Nesse momento, a velocidade do vento é de 7.79 m/s. Esse valor define a parada da turbina e com isso, é possível inferir que é um valor limitante para a parada da mesma sob a condição de vento empregada. O início oscilatório da turbina, assim como sua parada instantânea podem ser vistos com mais facilidade na Fig. 4.5.

Resumindo a primeira simulação, é possível definir os estágios importantes para análise de dados como: a **partida**, quando a turbina começa a girar, o **Início do funcionamento adequado**, logo após a rápida oscilação observada na Fig. 4.5, e a **parada** instantânea da turbina, logo após o momento que a mesma atinge seu maior valor de coeficiente de potência (C_p). Assim, podemos resumir os resultados dessa primeira simulação através da Tab. 4.6.

Tabela 4. 6. Resultados para a simulação com decaimento linear do vento.

	Tempo (t) (s)	Razão de velocidade (λ)	Coefficiente de potência (C_p)	Velocidade do vento (V_0) (m/s)
Partida	0	3	0,04603	20
Início do funcionamento adequado	1	9,309	0,0236	19,99
Parada	976,8	5,07	0,256	7,79

Observando os valores relacionados à faixa de funcionamento da turbina, desde início de funcionamento adequado da turbina até sua parada, é possível determinar que a turbina apresentou um funcionamento estável por cerca de 975,8 segundos. É importante notar que o fim da faixa oscilatória da simulação ocorre justamente após a razão de velocidade (λ) chegar em seus maiores valores, cerca de 9,309.

De modo a investigar a correlação entre os valores de razão de velocidade (λ) de partida e parada da turbina e sua faixa de funcionamento, uma nova simulação é realizada para $\lambda_0 = 2,9$. As condições iniciais dessa simulação são apresentadas na Tab. 4.7.

Tabela 4. 7. Condições iniciais para a simulação com decaimento linear do vento.

CONDIÇÕES INICIAIS		
Velocidade Inicial do vento (m/s)	Razão de velocidade inicial (λ_0)	Perfil de Velocidade do vento
20	2,9	Decaimento Linear

Os resultados podem ser vistos nas Figuras Fig. 4.6 e Fig. 4.7.

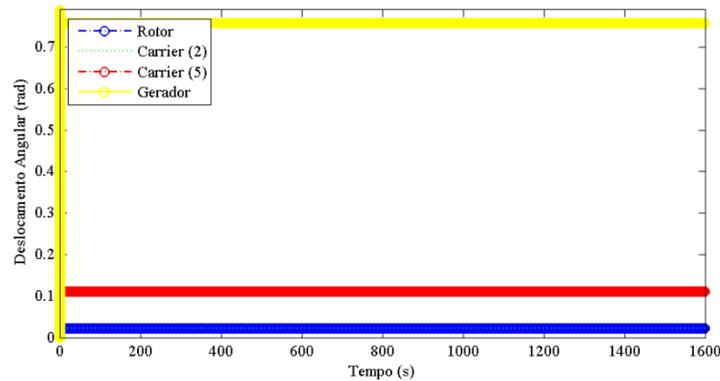


Figura 4. 6. Deslocamentos de componentes da turbina.

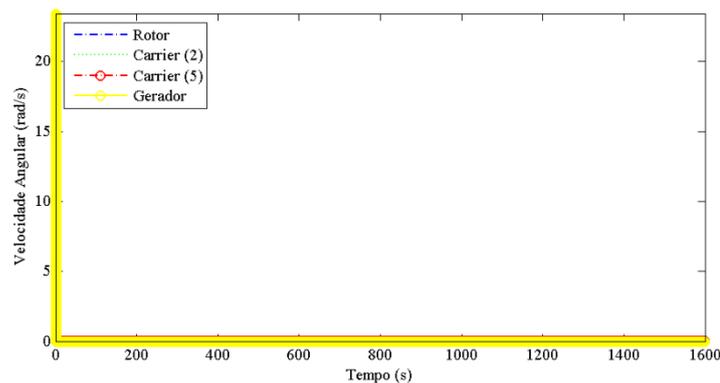


Figura 4. 7. Velocidades de componentes da turbina.

É possível observar que o rotor não respondeu com uma razão de velocidade inicial (λ_0) de 2,9. Como consequência, outras simulações foram realizadas, com valores de λ_0 maiores, até que a turbina começasse a girar e a razão de velocidade limitante (λ_{lim}) para a partida da turbina fosse achada. O valor encontrado foi de $\lambda_{lim} = 2,96$. Em outras palavras, sob as condições iniciais empregadas para a turbina, a mesma só iniciará seu movimento sob uma razão de velocidade inicial (λ_0) de 2,96. As condições iniciais para a simulação que determina a razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de partida são apresentadas na Tab. 4.8 e a resposta do sistema pode ser observada nas Fig. 4.8 e Fig. 4.9. O resumo da simulação é apresentado na Tab. 4.9.

Tabela 4. 8. Condições iniciais para simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).

CONDIÇÕES INICIAIS		
Velocidade Inicial do vento (m/s)	Razão de velocidade inicial (λ_0)	Perfil de Velocidade do vento
20	2,96	Decaimento Linear

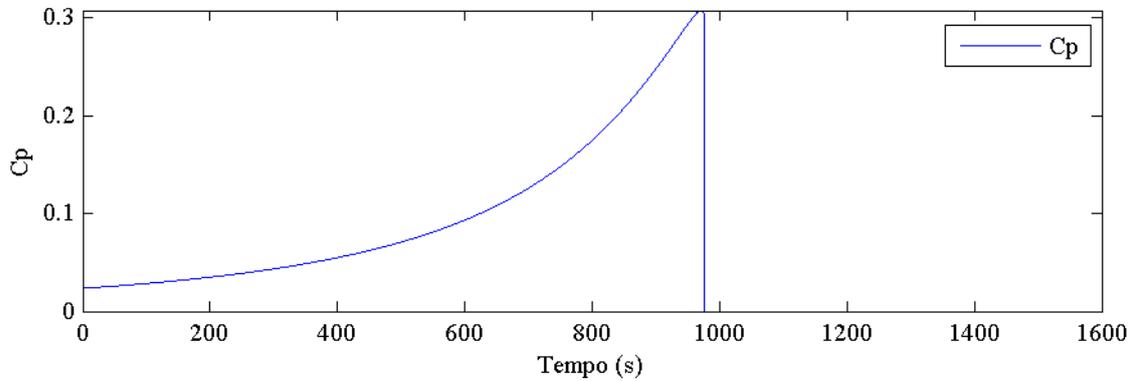


Figura 4. 8. Coeficiente de potência para simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).

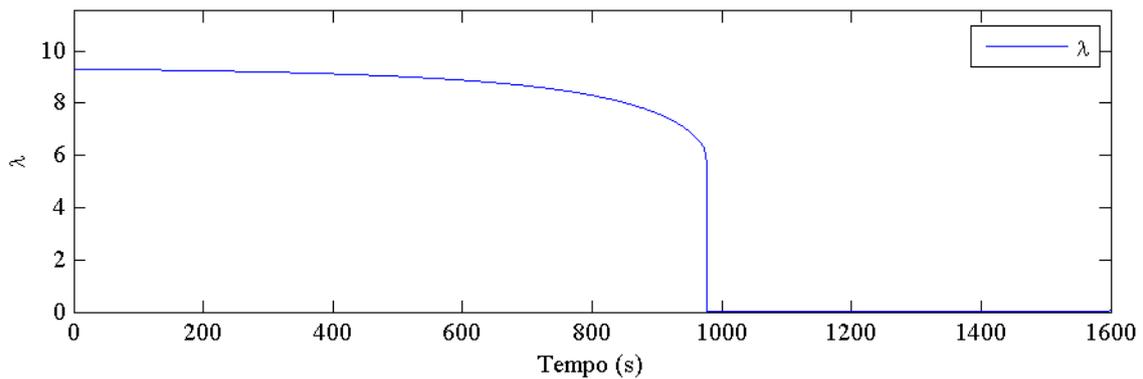


Figura 4. 9. Razão de velocidade para simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).

Tabela 4. 9. Resultados para a simulação com razão de velocidade limitante (λ_{lim}).

	Tempo (t) (s)	Razão de velocidade (λ)	Coefficiente de potência (C_p)	Velocidade do vento (V_0) (m/s)
Partida	0	2,96	0,043	20
Início do funcionamento adequado	1	9,309	0,0236	19,99
Parada	976,8	5,07	0,256	7,78

Devido às condições iniciais semelhantes nos dois casos, o início oscilatório da turbina se deu da mesma forma, gerando um início de funcionamento adequado igual, como pode ser verificado nas tabelas Tab. 4.6 e Tab. 4.9. A parada instantânea da turbina também acontece no mesmo tempo.

A partir das simulações realizadas até aqui, nota-se a presença de uma razão de velocidade limitante (λ_{lim}) para a partida da turbina.

Para verificar a dependência dessa razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de partida da turbina com a velocidade do vento (V_0) inicial em que a turbina é submetida, outra simulação é feita com a mesma razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de partida definida, mas para uma velocidade do vento (V_0) inicial de 19 m/s. As condições iniciais dessa simulação são apresentadas na Tabela 4.10.

Tabela 4. 10. Condições iniciais para simulação com velocidade do vento (V_0) inicial de 19 m/s.

CONDIÇÕES INICIAIS		
Velocidade Inicial do vento (m/s)	Razão de velocidade inicial (λ_0)	Perfil de Velocidade do vento
19	2,96	Decaimento Linear

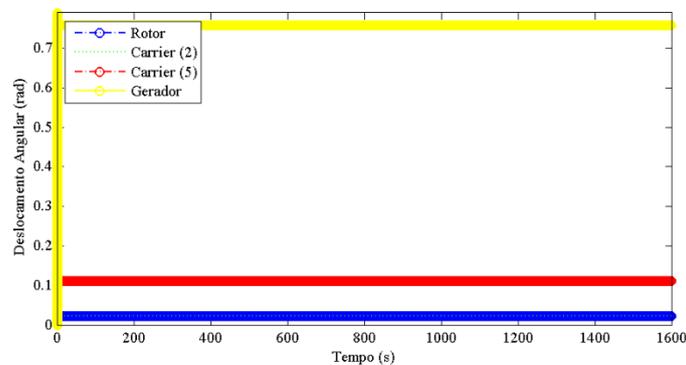


Figura 4. 10. Deslocamentos de componentes da turbina para simulação com velocidade do vento (V_0) inicial de 19 m/s.

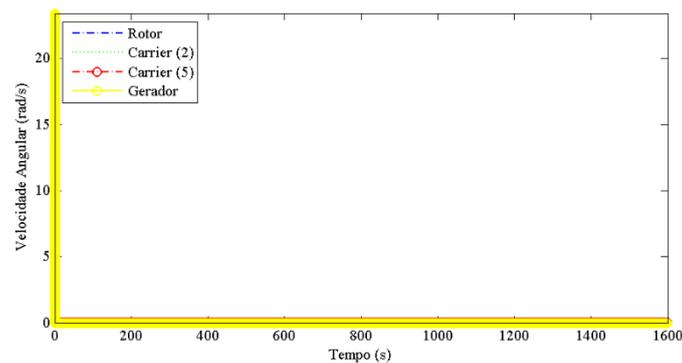


Figura 4. 11. Velocidades de componentes da turbina para simulação com velocidade do vento (V_0) inicial de 19 m/s.

Como observado nas Fig. 4.10 e Fig. 4.11, mesmo sob a razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de partida de 2,96, a turbina não iniciou seu movimento de rotação para uma velocidade de vento inicial de 19 m/s. Isso mostra que a turbina não só precisa de condições específicas de razão de velocidade inicial (λ_0), mas também de velocidade do vento (V_0) inicial.

4.2.2 AJUSTE DE CURVA DE POTÊNCIA

Em virtude da dependência da turbina de uma razão de velocidade limitante (λ_{lim}) para sua partida com velocidade do vento (V_0) inicial de 20 m/s, foi realizada uma mudança na curva de potência, conforme apresentado na Fig. 4.12. Desta forma, a rotina do *MatLab* foi alterada para que, sob qualquer valor de razão de velocidade inicial (λ_0), o programa aumentasse artificialmente esse valor até que a razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de 2,96 fosse alcançada. Esse período de aumento artificial da razão de velocidade (λ) foi feito sob um coeficiente de potência (C_p) constante de 0,043, valor correspondente à razão de velocidade de 2,96. Além disso, a velocidade do vento permanece constante e somente é modificada quando a turbina inicia seu movimento, ou seja, quando uma razão de velocidade (λ) de 2,96 é atingida.

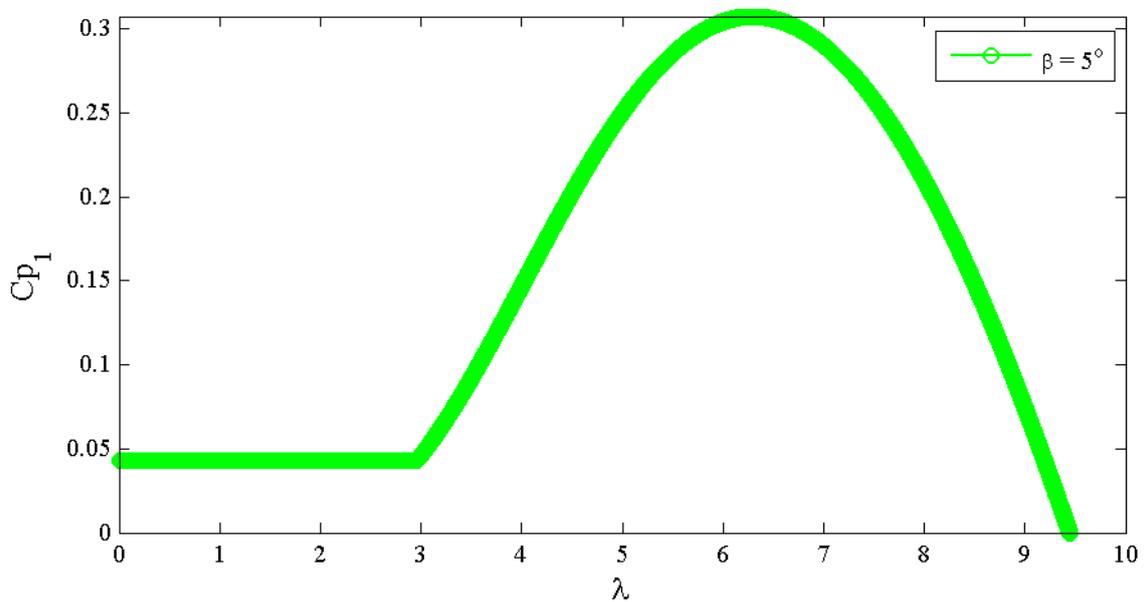


Figura 4. 12. Ajuste de curva de potência.

É possível observar no canto esquerdo do gráfico na Fig. 4.12 o período de aumento da razão de velocidade sob um coeficiente de potência constante de 0,043. A partir de uma razão de velocidade (λ) de 2,96 a turbina começa a funcionar normalmente, com um decaimento linear da velocidade inicial de 20 m/s.

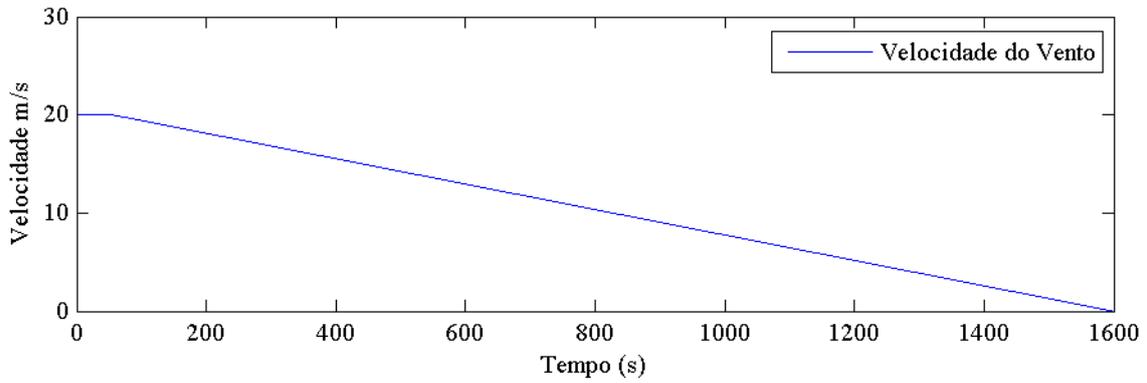


Figura 4. 13. Perfil de velocidade do vento para simulação com ajuste de curva.

Após o início do funcionamento da turbina, a curva de potência (C_p) volta a ser a curva original, apresentada na Fig. 4.1. Ou seja, ao diminuir a razão de velocidades o coeficiente de potência decresce como previsto na curva original (Fig. 4.1). Tendo isso em conta, uma nova simulação é feita para uma razão de velocidades inicial (λ_0) de 0. Com isso, as condições iniciais da nova simulação são apresentadas na Tabela 4.11.

Tabela 4. 11. Condições iniciais para simulação com ajuste de curva.

CONDIÇÕES INICIAIS

Velocidade Inicial do vento (m/s)	Razão de velocidade inicial (λ_0)	Perfil de Velocidade do vento
20	0	Decaimento Linear com ajuste de curva

Os resultados podem ser vistos nas Figuras Fig. 4.14, Fig. 4.15 e Fig. 4.16.

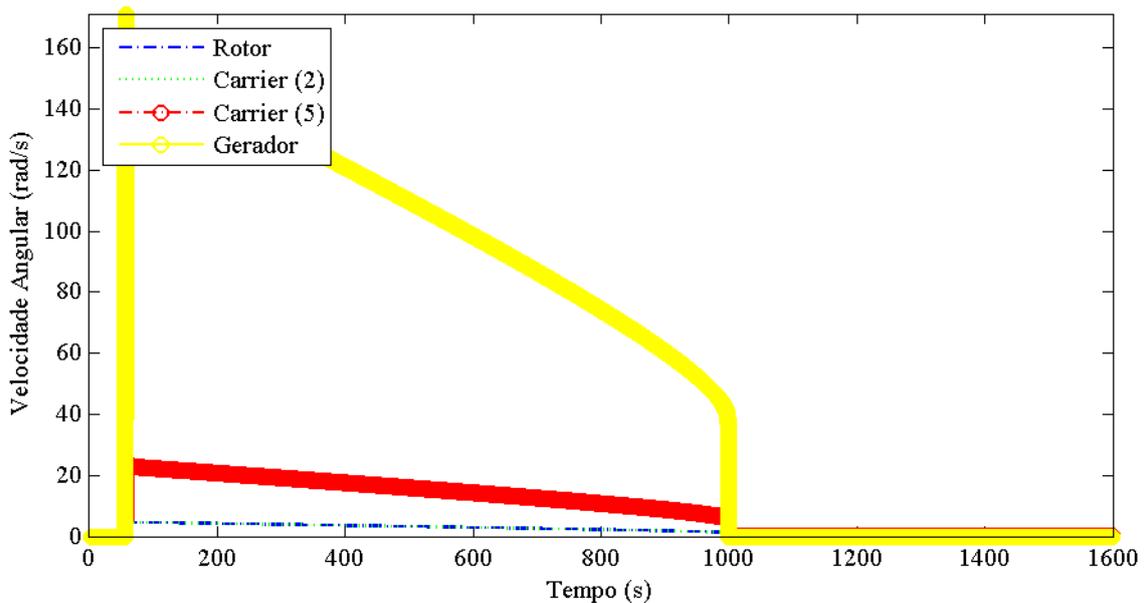


Figura 4. 14. Velocidade de componentes da turbina para simulação com ajuste de curva.

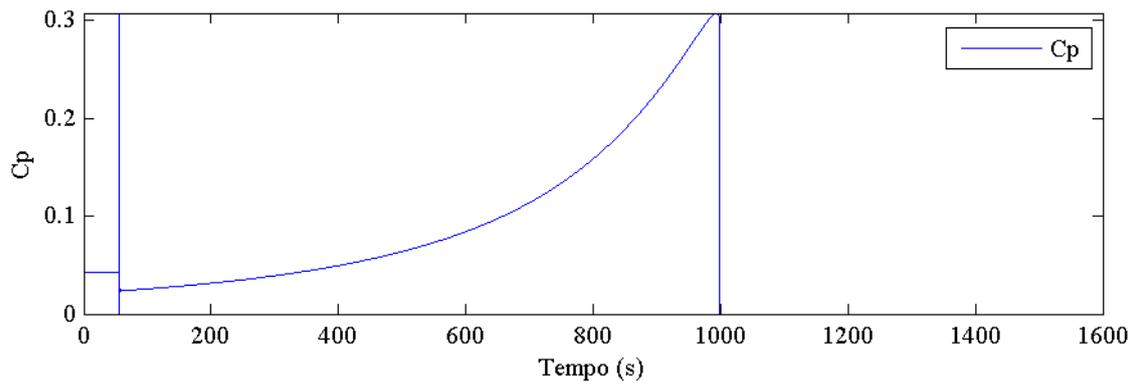


Figura 4. 15 Coeficiente de potência para simulação com ajuste de curva.

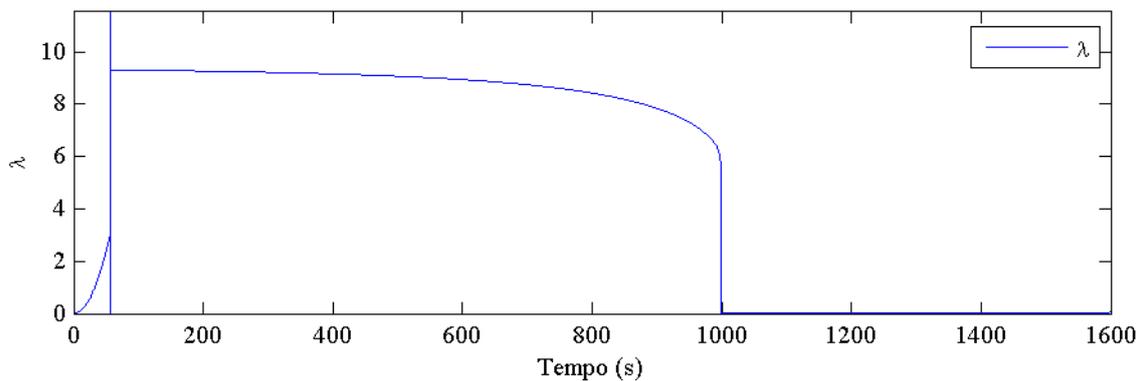


Figura 4. 16. Razão de velocidade para simulação com ajuste de curva.

Tabela 4. 12. Resultados para com ajuste de curva.

	Tempo (t) (s)	Razão de velocidade (λ)	Coefficiente de potência (C_p)	Velocidade do vento (V_0) (m/s)
Partida	0	0	0,043	20
Início do funcionamento adequado	56,8	9,309	0,02355	19,99
Parada	998,7	5,07	0,256	7,78

O período de aumento artificial da razão de velocidade (λ) adiou o início de funcionamento adequado da turbina. Através do início artificial da turbina, a oscilação inicial da mesma antes do funcionamento adequado, em 56,8 segundos, se tornou mais notável como mostrado nas figuras Fig. 4.14, Fig. 4.15 e Fig. 4.16. O ajuste de curva a turbina trouxe uma nova faixa de funcionamento adequado de 942 segundos, valor menor que o representado nas duas simulações detalhadas anteriormente. Novamente, valores semelhantes de razão de velocidade (λ) e velocidade do vento (V_0) foram achadas para início, podendo concluir uma certa dependência desses valores para o funcionamento adequado da turbina.

O gráfico de velocidades (Fig. 4.14) mostra claramente a partida da turbina depois do período de aumento artificial da razão de velocidade (λ). Os gráficos de coeficiente de potência (C_p) na Fig. 4.15 e de razão de velocidade (λ) na Fig. 4.16, apesar de semelhantes quando comparados à simulação

anterior são deslocados devido ao menor tempo de funcionamento da turbina. Um ponto também a ser observado é a mesma velocidade do vento (V_0) durante a parada instantânea da turbina, o que pode ser atrelado às condições de parada para o aerogerador analisado quando empregadas as mesmas condições iniciais do vento. É importante ressaltar que a razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de parada da turbina se manteve com o mesmo valor das últimas simulações, mesmo sob o ajuste artificial da curva de potência. Esse resultado é coerente pois após iniciar seu funcionamento, o comportamento da turbina segue o mesmo padrão.

4.2.3 VARIAÇÃO DO VENTO: SIMULAÇÃO DE UM CASO REAL

Numa situação real o vento pode variar de velocidade, permanecendo constante por um período de tempo ou alterando seu valor. Portanto, de modo a analisar uma situação mais próxima do real, foi feita uma simulação com uma variação do perfil de velocidade do vento conforme apresentado na Fig. 4.17. Nos 200s iniciais tem-se uma velocidade do vento (V_0) constante de 20 m/s, de 200s a 400s essa velocidade diminui linearmente até atingir 15 m/s onde permanece mais 200s constante. Entre 600s e 800s a velocidade do vento (V_0) diminui, novamente de forma linear, para 5 m/s onde, novamente permanece constante por mais 200s. Após o alcance de 1000s a velocidade aumenta linearmente até 10 m/s onde permanece constante até o fim da simulação em 1600s. As condições iniciais dessa simulação seguem na Tab. 4.13.

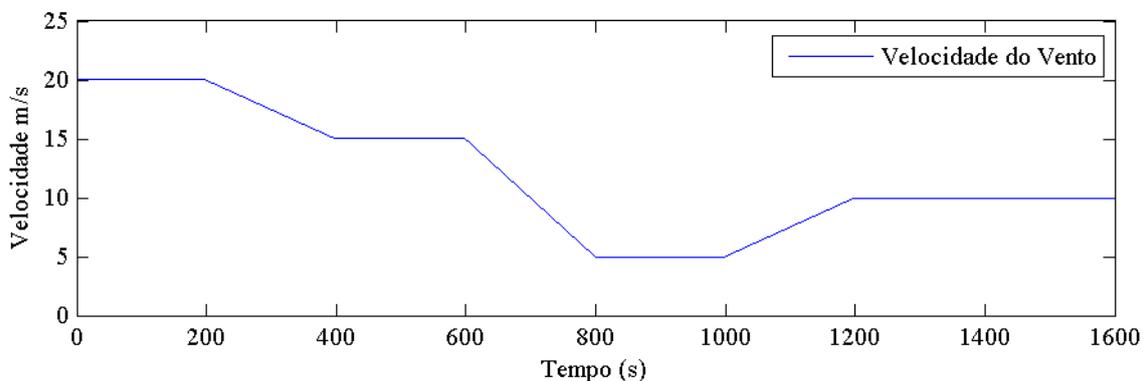


Figura 4. 17. Perfil do vento com variação suave entre velocidades.

Tabela 4. 13. Condições iniciais para simulação com variação suave do vento.

CONDIÇÕES INICIAIS		
Velocidade Inicial do vento (V_0) (m/s)	Razão de velocidade inicial (λ_0)	Perfil de Velocidade do vento
20	2,96	Variação suave

Os resultados podem ser vistos nas Fig. 4.18, Fig. 4.19 e Fig. 4.20.

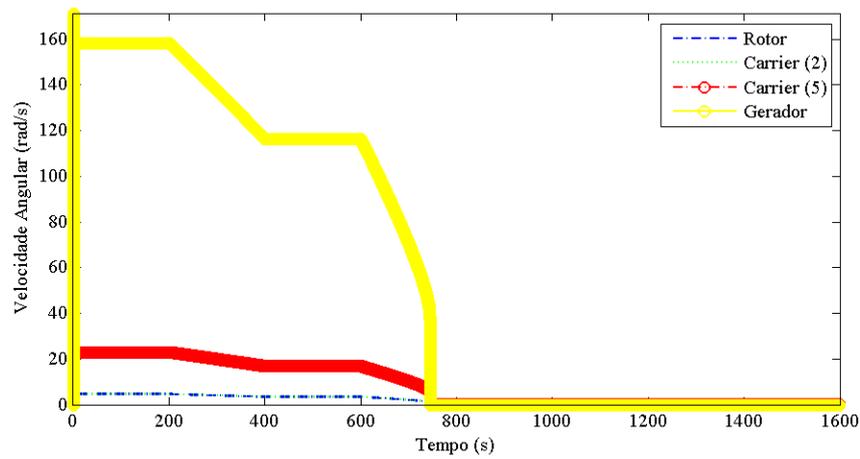


Figura 4. 18. Velocidade de componentes da turbina para simulação com variação suave do vento.

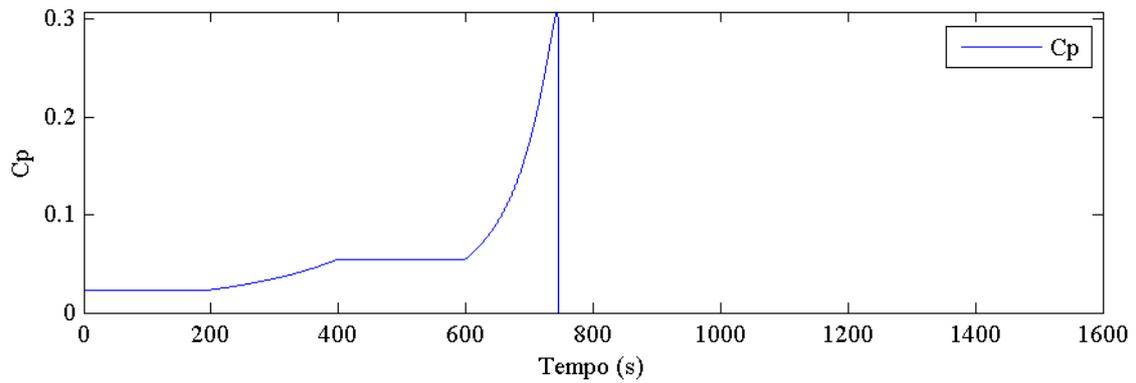


Figura 4. 19. Coeficiente de potência para simulação com variação suave do vento.

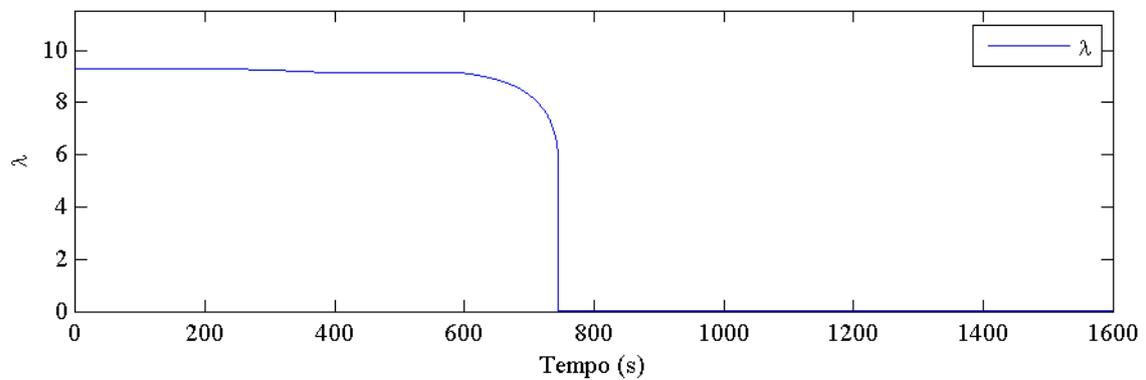


Figura 4. 20. Razão de velocidade para simulação com variação suave do vento.

Tabela 4. 14. Resultados para a simulação com variação suave do vento.

	Tempo (t) (s)	Razão de velocidade (λ)	Coefficiente de potência (C_p)	Velocidade do vento (m/s)
Partida	0	2,96	0,043	20
Início do funcionamento adequado	1	9,309	0,0236	19,99
Parada	745	5,07	0,256	7,78

Após sucessivas mudanças de velocidade do vento, a turbina obteve uma menor faixa de funcionamento quando comparado às outras simulações, com 744 segundos. É importante observar que as condições do vento empregadas influenciam diretamente o comportamento da turbina, ou seja, em períodos de velocidades constantes do vento, os componentes da turbina também se comportam sob velocidade constante. O início do funcionamento adequado foi novamente marcado por uma razão de velocidade de 9,309, no entanto, observa-se na Fig. 4.17 que entre 600s e 800s, sob as mesmas condições de parada observadas nas outras simulações, a turbina não é capaz de manter seu movimento. Dessa forma a turbina para e não consegue voltar a girar com o aumento da velocidade do vento para 10 m/s. Uma razão de velocidade limitante de parada (λ_{lim}) de 5,07 e uma velocidade do vento de 7,78 m/s, apresentadas na Tab. 4.14, são novamente observadas no momento que o coeficiente de potência (C_p) da turbina se anula. Isso evidencia novamente que a parada da turbina depende das condições de vento em que essa é submetida. Ou seja, da mesma forma para a partida da turbina, a razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de parada da mesma depende da velocidade do vento.

5 FREQUÊNCIAS NATURAIS DO SISTEMA

Como mostrado no trabalho de Ohara [6], as frequências naturais de um sistema podem ser obtidas considerando o sistema livre e sem amortecimento como mostrado na Eq. 5.1.

$$[J]\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + [K]\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (5.1)$$

Considerando uma solução para $\boldsymbol{\varphi}$ separável em que uma parte só depende do tempo e outra só depende do espaço, $\bar{\boldsymbol{\varphi}}$, e substituindo na Eq. 5.1, obtém-se o problema de autovalores e autovetores apresentado na Eq. 5.2.

$$[[J]^{-1}[K] - \omega_r^2[I]]\bar{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{0} \quad (5.2)$$

onde ω_r são as frequências naturais, $r=1,\dots,n$ sendo n o número de graus de liberdade e $[I]$ a matriz identidade.

Considerando então as matrizes de inércia (Eq. 3.19) e de rigidez (Eq. 3.21) da parte mecânica do sistema de transmissão sozinha, o vetor com as 4 frequências naturais do sistema obtidas é apresentado na Eq. 5.3.

$$\boldsymbol{\omega}_r = [3,73 \times 10^{-6} \quad 18,64 \quad 248,35 \quad 359,74]^T \text{ Hz} \quad (5.3)$$

Uma forma alternativa para obter as frequências naturais do sistema é através do cálculo da Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT) da resposta livre do sistema. Seis diferentes cenários são simulados para o cálculo da FFT, três para avaliação das frequências naturais do parte mecânica sozinha e 3 para avaliar o modelo completo (parte mecânica + parte elétrica). Em cada caso, são realizadas 4 simulações numéricas cada uma com um **deslocamento inicial de 1 radiano** em um dos corpos do sistema (J_1, J_2, J_5, J_8). Esse deslocamento é suficiente para iniciar a vibração do sistema. Através da função *fft* do MatLab, calcula-se a FFT da resposta livre de cada corpo em cada uma das 4 simulações realizadas e a FFT final apresentada corresponde a soma das 4 FFT dos 4 corpos. As 6 simulações realizadas são descritas a seguir:

1. Sistema livre com parte mecânica sozinha, ou seja, sem influência do torque resistivo no gerador, e sem amortecimento.
2. Sistema livre com parte mecânica sozinha e com amortecimento baixo, 10^{-2} do valor considerado no Capítulo 4.
3. Sistema livre com parte mecânica sozinha e com o amortecimento normal adotado para o sistema.
4. Sistema completo livre, ou seja, incluindo a dinâmica do gerador, sem amortecimento.

5. Sistema completo livre com amortecimento baixo, 10^{-2} do valor considerado no Capítulo 4.
6. Sistema completo livre e com o amortecimento normal adotado para o sistema.

5.1 PARTE MECÂNICA SEM AMORTECIMENTO

Sem amortecimento, as frequências naturais obtidas devem ser idênticas às obtidas através da solução do problema apresentado na Eq. 5.2. O resultado da FFT pode ser observado na Fig. 5.1.

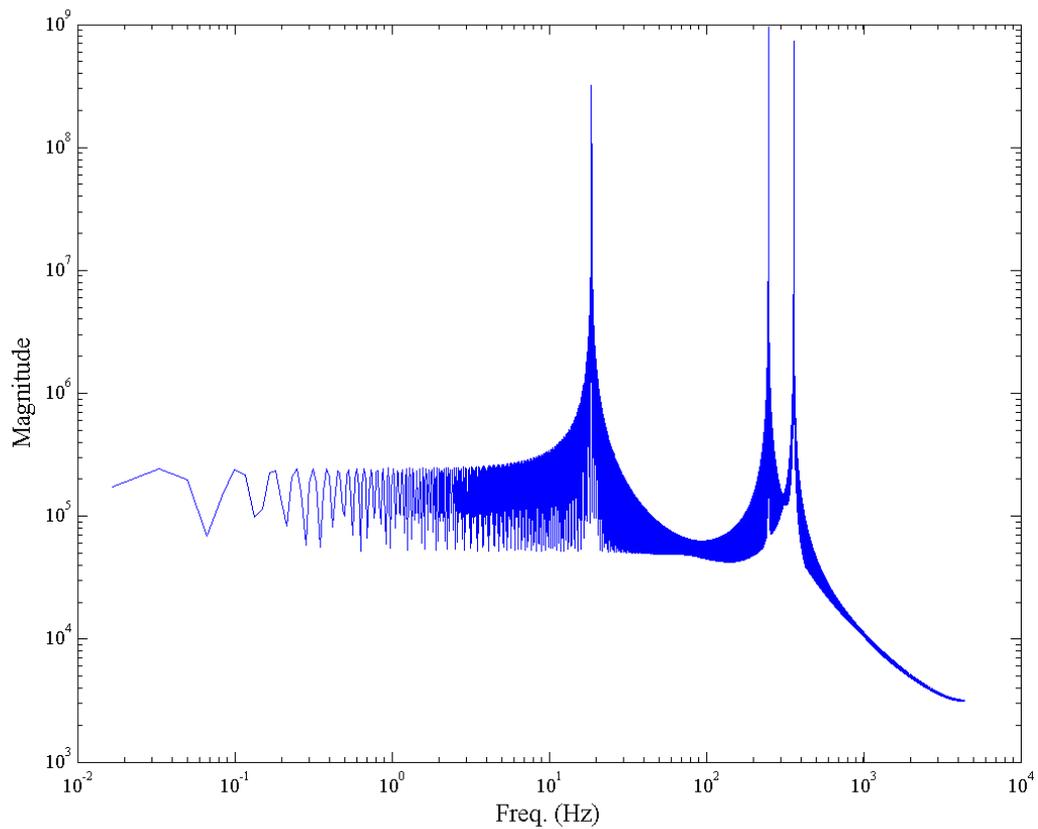


Figura 5. 1. FFT da parte mecânica sem amortecimento.

Os três picos obtidos na Fig. 5.1 correspondem exatamente às frequências naturais obtidas analiticamente, apenas a frequência natural referente ao movimento de corpo rígido não é identificada pela FFT. O resultado apresenta uma oscilação não esperada ao longo de todas as frequências fora dos picos, esses ruídos acontecem devido a erros numéricos obtidos no cálculo da FFT, como problemas de enjanelamento.

5.2 PARTE MECÂNICA COM BAIXO AMORTECIMENTO

Ao adicionar o amortecimento no sistema, as amplitudes de oscilação da turbina (dadas apenas pela solução homogênea já que não há forçamento externo) tendem a zero com a evolução temporal. O resultado pode ser acompanhado na Fig. 5.2.

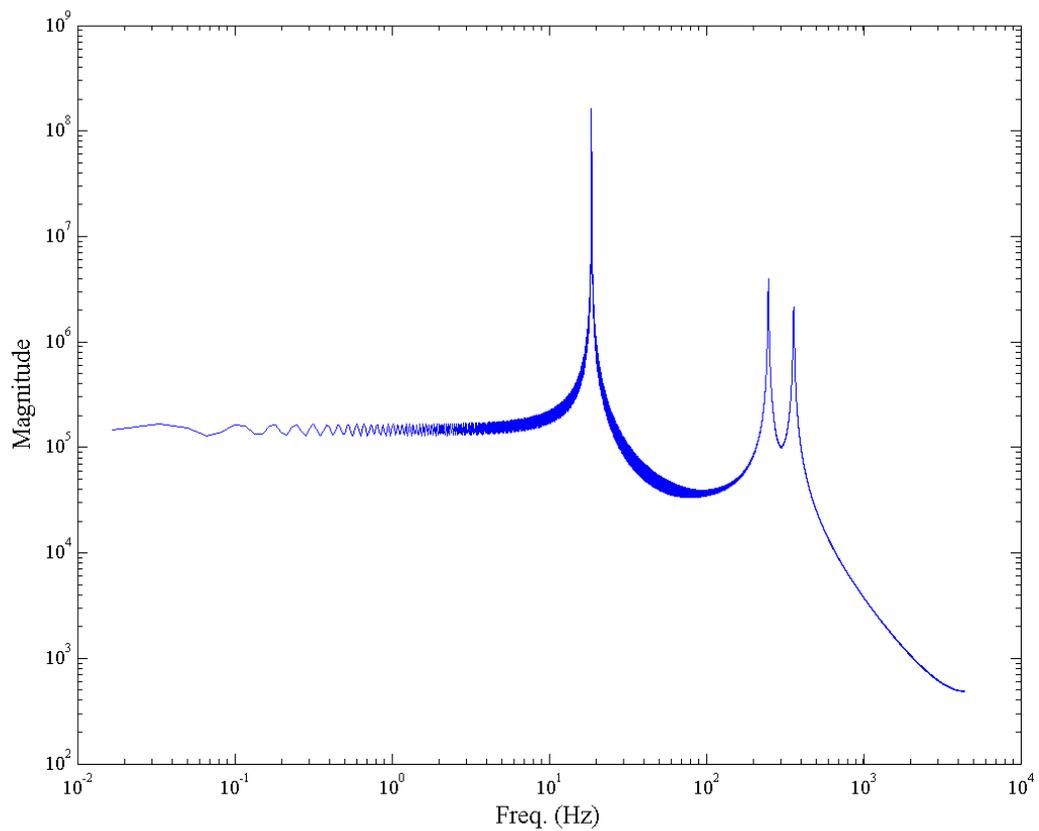


Figura 5. 2. FFT da parte mecânica com baixo amortecimento.

Como pode ser observado, a FFT para esse caso apresenta um gráfico mais limpo devido a introdução do amortecimento. Deste modo, os picos referentes as frequências naturais ficam mais visíveis. Além disso, ocorre redução da magnitude dos picos em comparação com o caso sem amortecimento, principalmente dos dois últimos picos.

5.3 PARTE MECÂNICA COM AMORTECIMENTO ORIGINAL DO SISTEMA

Utilizando o amortecimento considerado originalmente para o sistema, apresentado no Capítulo 4, as oscilações da FFT desaparecem e apenas o 1º pico é bem evidenciado. O resultado pode ser observado na Fig. 5.3.

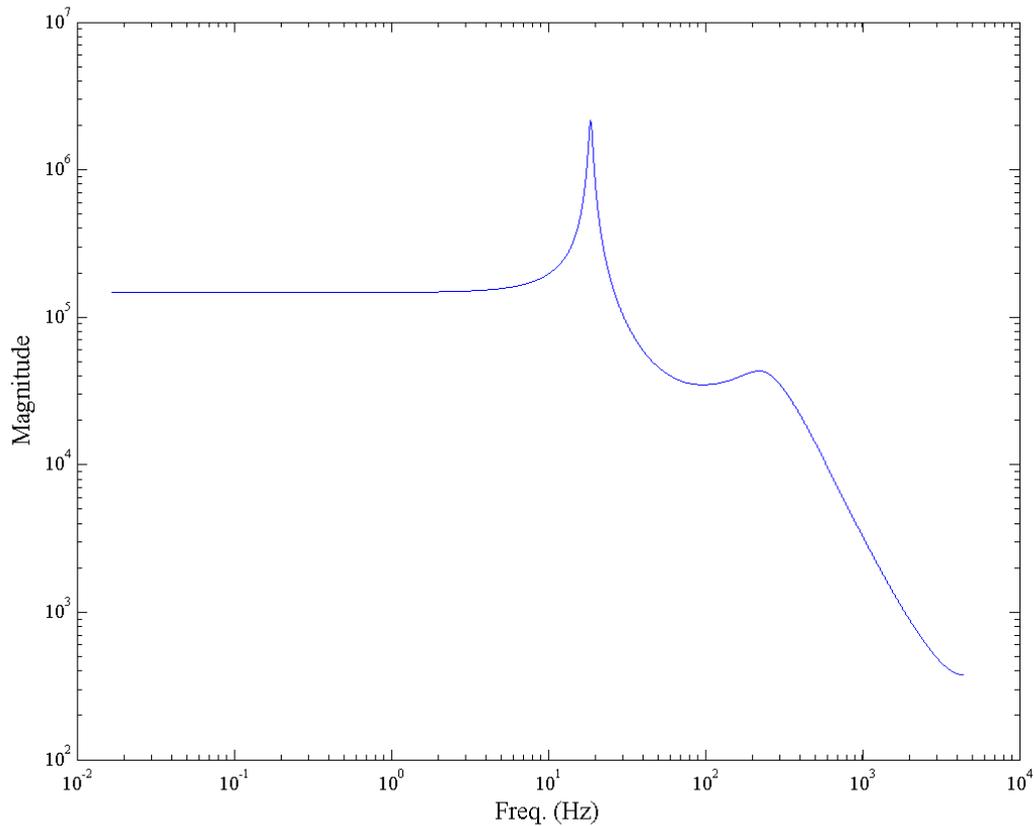


Figura 5. 3. FFT da parte mecânica com amortecimento original do sistema.

A largura de banda, termo diretamente proporcional ao amortecimento do sistema, está relacionada com a largura dos picos. Com o aumento do amortecimento, as duas últimas frequências naturais do sistema, que são mais próximas se juntam em um só pico. Com esse amortecimento ainda maior, as magnitudes dos picos reduzem ainda mais.

5.4 SISTEMA COMPLETO SEM AMORTECIMENTO

Considerando o sistema completo (parte mecânica e elétrica) considera-se a influência da dinâmica do gerador, conforme apresentado no Capítulo 3 (subitem 3.2). A análise da FFT do sistema completo tem como objetivo avaliar como a parte elétrica altera a resposta em frequência em comparação ao caso em que há apenas a parte mecânica. O resultado da simulação do sistema completo não amortecido pode ser visto na Fig. 5.4.

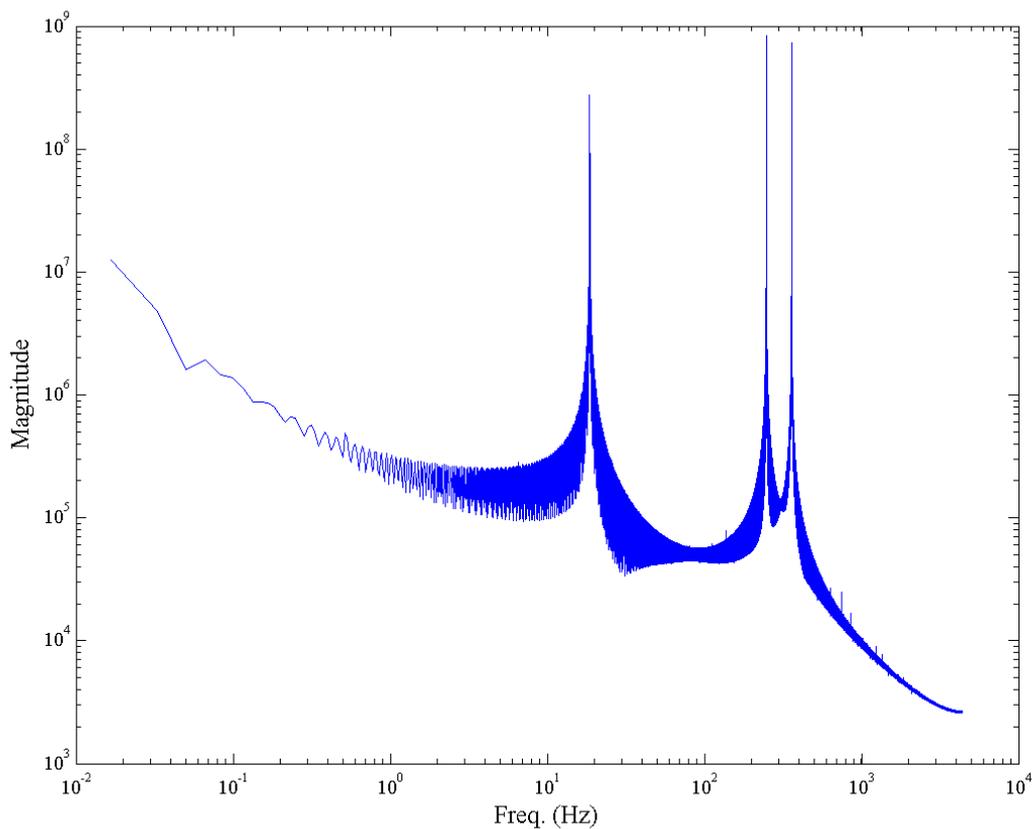


Figura 5. 4. FFT do sistema completo sem amortecimento.

A presença da parte elétrica, quando comparado ao caso somente mecânico, não apresenta mudanças significativas nos 3 picos identificados anteriormente. Verifica-se apenas um pequeno ruído adicional na FFT. No entanto, a grande diferença na simulação se dá no início da FFT, como pode ser visto na Fig. 5.4. Neste caso, a primeira frequência natural do sistema, nula, é mais visível.

5.5 SISTEMA COMPLETO COM BAIXO AMORTECIMENTO

Adicionando um leve amortecimento ao sistema completo, como esperado, novamente as amplitudes de oscilação são reduzidas, como mostrado na Fig. 5.2. O resultado da simulação pode ser observado no gráfico da Fig. 5.5.

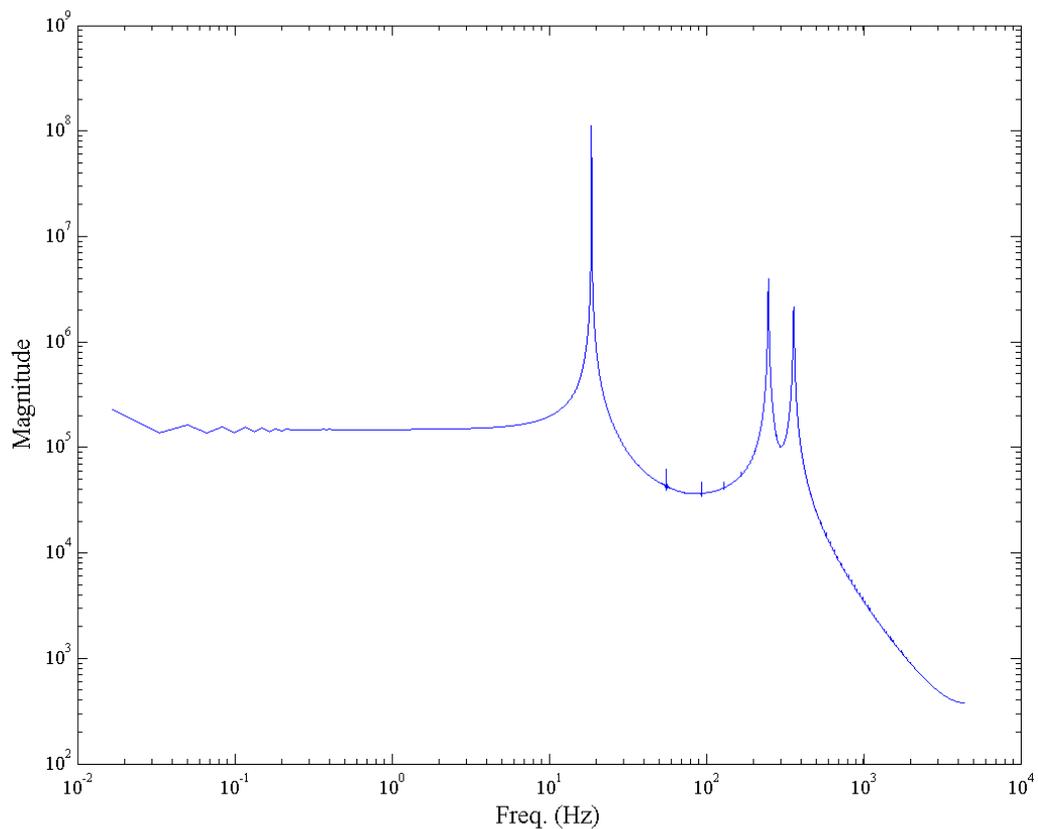


Figura 5. 5. FFT do sistema completo com baixo amortecimento.

Um ponto interessante a ser observado na Fig. 5.5 é a ausência dos ruídos anteriormente observado na simulação com modelo somente mecânico para a mesma quantidade de amortecimento. O que pode ser inferido é que a presença do torque resistivo do gerador auxilia o amortecimento do sistema. É também importante ressaltar a presença de alguns pequenos picos entre as frequências naturais do sistema. Cada pico corresponde a harmônicos ímpares da segunda frequência natural do sistema de 18.62 Hz e sua aparição se deve ao acoplamento elétrico ao sistema.

5.6 SISTEMA COMPLETO COM AMORTECIMENTO ORIGINAL

A última simulação é feita para o sistema principal estudado no presente projeto, ou seja, o sistema completo e com amortecimento previsto nos parâmetros da caixa multiplicadora da turbina no Capítulo 4 (Subitem 4.1.2). A FFT para esse caso pode ser vista na Fig 5.6.

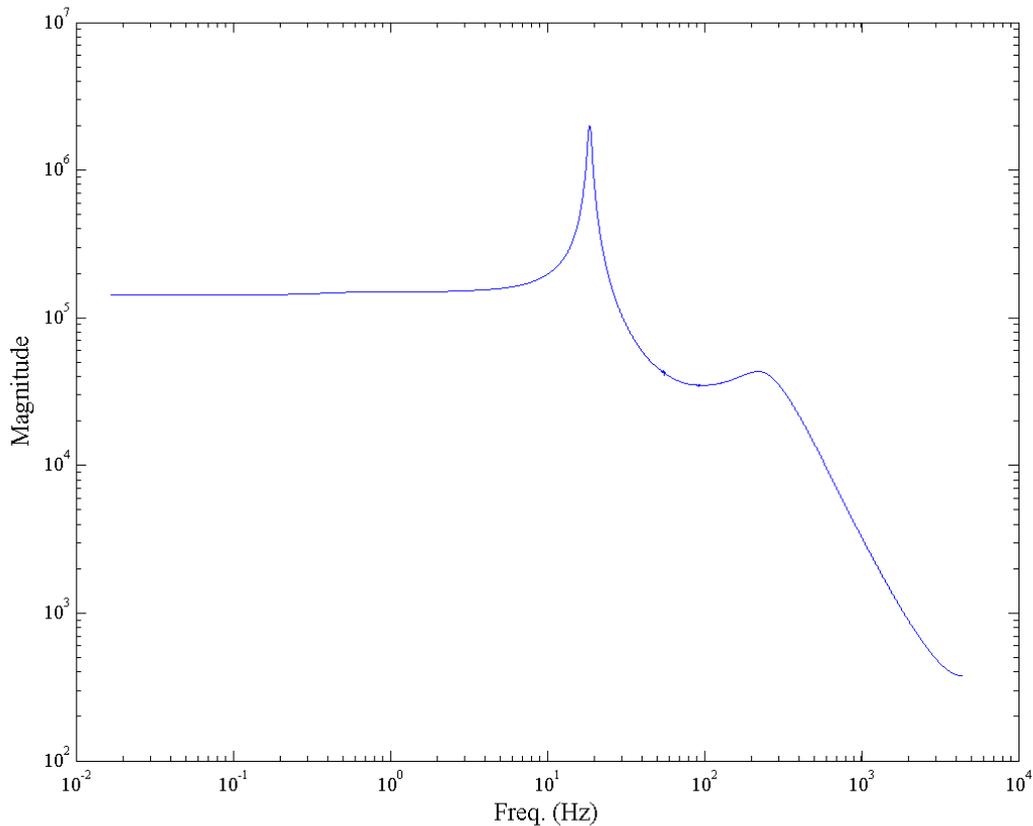


Figura 5. 6. FFT do sistema completo com amortecimento original.

Novamente as magnitudes da FFT diminuem consideravelmente com o aumento do amortecimento. Os pequenos picos presenciados na última simulação (Figura 5.5) também diminuem, tornando-se quase imperceptíveis. Como resultado, a FFT do modelo completo com amortecimento original (Fig. 5.6) se assemelha à FFT apenas da parte mecânica para o mesmo nível de amortecimento (Fig. 5.3), apenas com magnitudes menores devido ao torque resistivo do gerador, conclui-se que, nesse caso, o acoplamento da parte elétrica praticamente não influencia a resposta em frequência.

6 MODELO COM FOLGA

Neste capítulo, um estudo aprofundado do efeito de uma folga excessiva na caixa de engrenagens da turbina é realizado. Primeiramente, um modelo simplificado com engrenamento simples conforme apresentado no Capítulo 2 (subitem 2.3.1) é estudado. Os resultados obtidos são comparados com os apresentados pela referência citada. Em seguida, esse modelo é inserido no sistema de transmissão da turbina, representando uma folga excessiva. Após a obtenção do modelo completo com folga, a resposta dinâmica do sistema é analisada.

6.1 MODELO PARA FOLGA EM UM ENGRENAMENTO SIMPLES

De acordo com Moradi e Salarieh [12], quando considerado uma certa rigidez (k) e um coeficiente de amortecimento (c) entre um engrenamento simples (Fig. 2.8), as equações de movimento das duas engrenagens são dadas pela Eq. 2.34. Após aproximação da equação de folga (Tab. 2.2), uma equação final para o erro de transmissão dinâmica (η) é obtida, conforme mostrado na Eq. 2.34 e 2.49. Adicionando ao sistema a equação diferencial para o erro de transmissão dinâmica (Eq. 2.35), o sistema de equações final é apresentado na Eq. 6.1.

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\theta}_1 + cr_1 \dot{\eta} + kr_1 \eta = T_1 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 - cr_2 \dot{\eta} - kr_2 \eta = -T_2 \\ \ddot{\eta} + 2\tilde{\mu}\dot{\eta} + \omega_0^2 \eta + \phi \eta^3 = \bar{\chi} + \chi_p \cos(\Omega_0 t) \end{cases} \quad (6.1)$$

Além disso, como expresso no Capítulo 2 do presente projeto, tem-se que:

$$\begin{cases} T_1 = \bar{T} + T_p \cos(\Omega_0 t) \\ T_2 = \bar{T} \\ \bar{\chi} = \bar{T} \left(\frac{r_1}{I_1} - \frac{r_2}{I_2} \right) \\ \chi_p = T_p \frac{r_1}{I_1} \end{cases} \quad (6.2)$$

Uma análise dinâmica da presença da folga no engrenamento pode ser então realizada utilizando os parâmetros iniciais definidos para a simulação [12] nas Tab. 6.1 e Tab. 6.2. Os valores considerados para as simulações são apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6. 1. Parâmetros para análise dinâmica da folga no engrenamento.

k	c	$\bar{\chi}$	χ_p	I_1	r_1	I_2	r_2
1 N/m	$0,05 \text{ Ns/m}$	$0,005 \text{ mm/s}^2$	$0,03 \text{ mm/s}^2$	$0,1 \text{ kg/m}^2$	$0,15 \text{ m}$	$0,225 \text{ kg/m}^2$	$0,3 \text{ m}$

Considerando ainda uma excitação periódica do sistema com uma frequência $\Omega_0=0,6225 \text{ rad/s}$, obtém-se os resultados para 800 segundos de integração conforme mostrado nas figuras Fig. 6.1, Fig. 6.2 e Fig. 6.3.

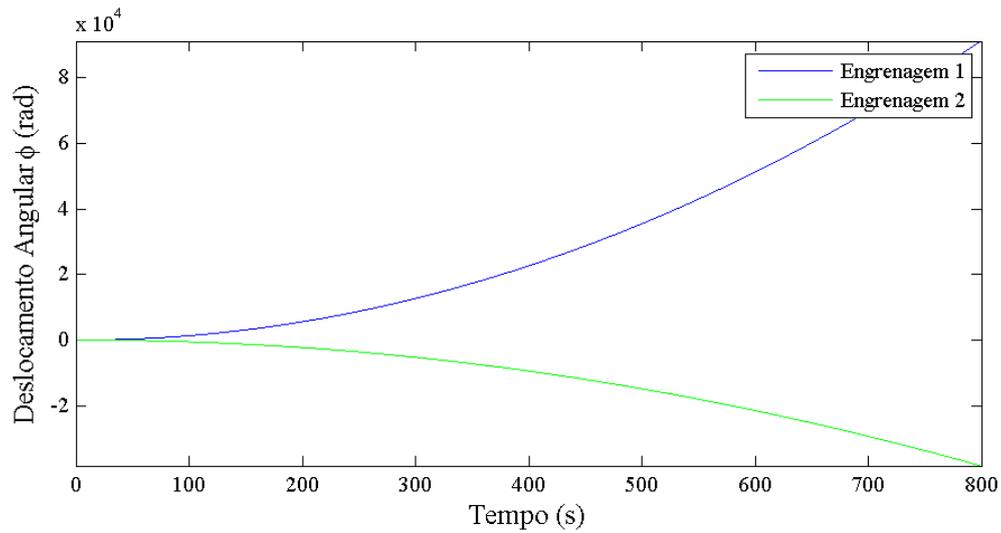


Figura 6. 1. Deslocamento de cada engrenagem.

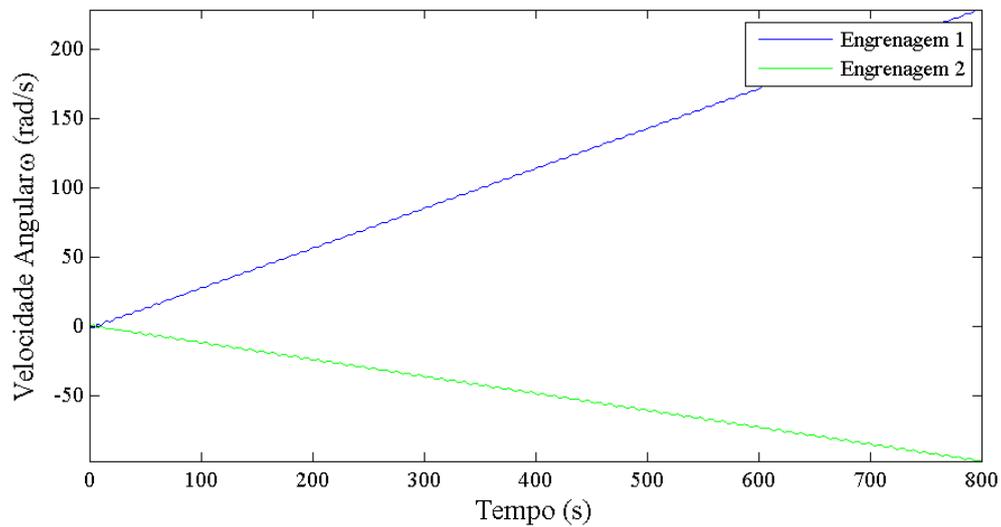


Figura 6. 2. Velocidade angular de cada engrenagem.

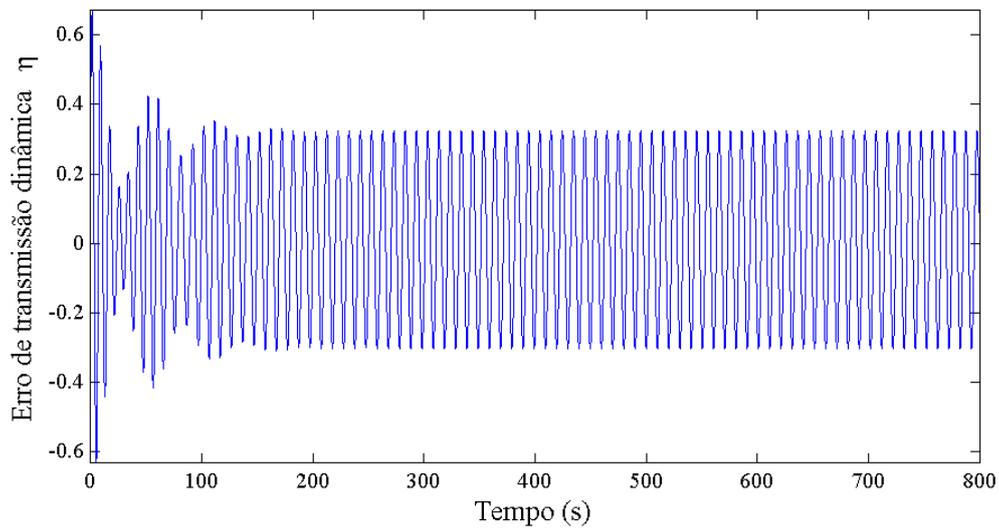


Figura 6. 3. Variação do erro de transmissão dinâmica durante a simulação.

É possível observar a influência do erro de transmissão dinâmica (η) na variação de velocidades do engrenamento (Fig. 6.2), principalmente no início da simulação quando o erro de transmissão dinâmica está no regime transiente. O regime permanente é alcançado após cerca de 250 segundos. O início transiente da simulação está diretamente relacionado com as condições iniciais do problema, desta forma o período transiente é variável. A influência do regime transiente do erro de transmissão dinâmica (η) no sistema pode ser visto de forma mais clara na Fig. 6.4.

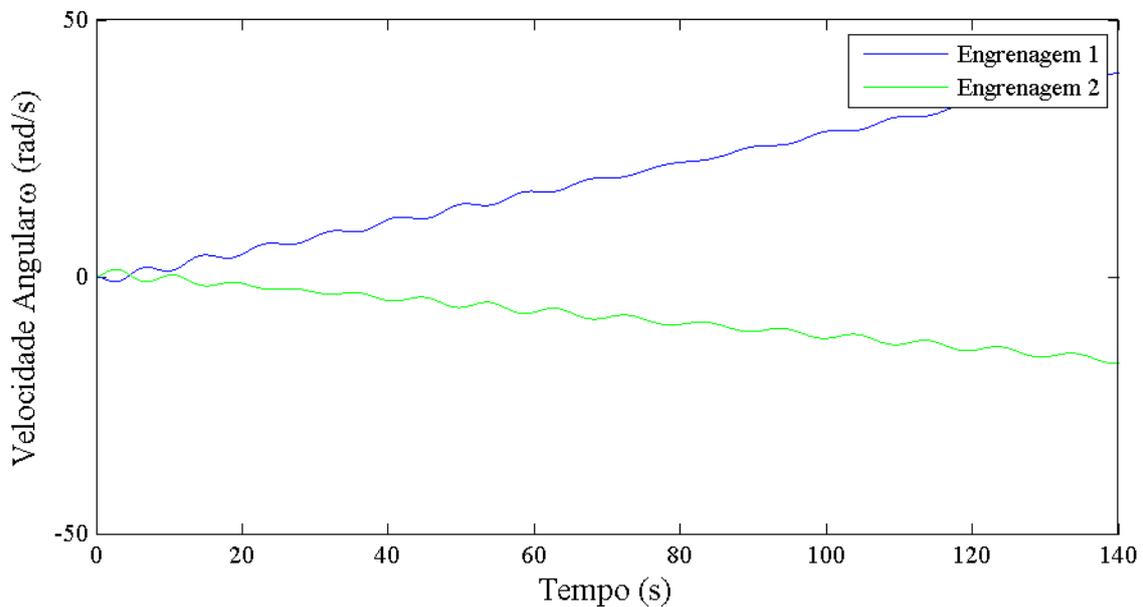


Figura 6. 4. Influência de η na dinâmica do engrenamento.

6.1.1 OSCILAÇÃO NÃO LINEAR DO SISTEMA

Devido a presença do termo representado por ϕ na equação do erro de transmissão dinâmica (η) o sistema é não-linear, o que conseqüentemente alterará os parâmetros modais do sistema. Segundo Moradi e Salarieh [12] o erro de transmissão dinâmica máximo (η_{max}) do sistema pode ser estudado segundo uma solução analítica representada de acordo com a Eq. 6.2.

$$\tilde{\mu}^2 + \left(\sigma - \frac{3\phi}{8\omega_0} \eta_{max}^2 \right)^2 = \left(\frac{\chi_p}{2\eta_{max}\omega_0} \right)^2 \quad (6.2)$$

onde σ é chamado de parâmetro de dessintonização [12] e pode ser relacionado com a frequência de excitação do sistema (Ω_0) e com a frequência natural do sistema linearizado (ω_0) da seguinte forma:

$$\Omega_0 = \omega_0 + \sigma \quad (6.3)$$

Uma análise dinâmica tanto analítica quanto numérica do sistema pode ser então feita variando o parâmetro de dessintonização (σ), o parâmetro de deslinearização do sistema (ϕ) e a amplitude do torque oscilante (χ_p) aplicado ao sistema.

A partir da solução analítica do sistema (Eq. 6.2), constrói-se a Figura 6.5 a partir da variação do parâmetro de dessintonização (σ) de -1 a 1 para diferentes valores de ϕ e para um torque constante $\chi_p = 0,02$ Nm.

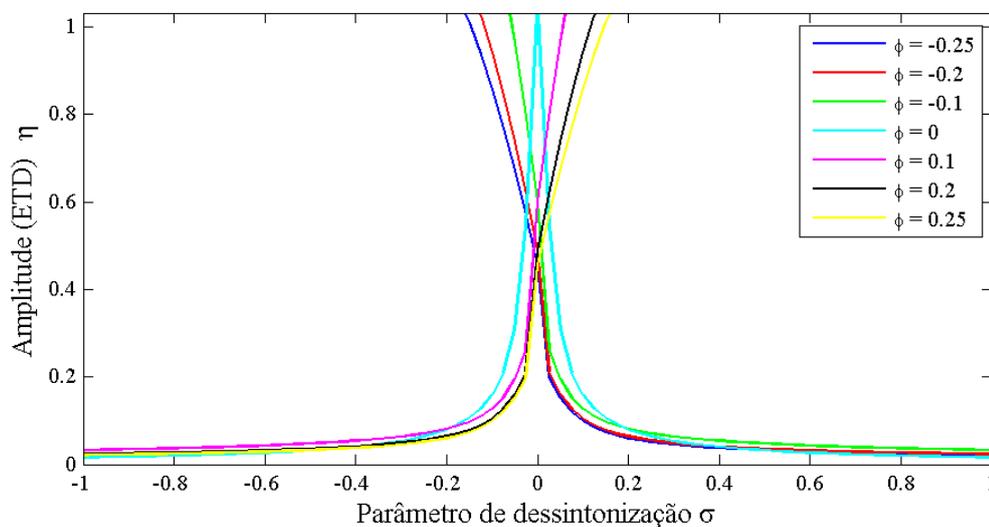


Figura 6. 5. Solução analítica para variação de ETD para diferentes ϕ .

É possível observar que o sistema apresenta comportamento linear quando ϕ atinge valor nulo. No caso linear também é possível ver que o sistema possui uma frequência de ressonância quando o parâmetro de dessintonização (σ) também é nulo. O erro de transmissão dinâmica (η) nesse caso pode ser obtido substituindo os parâmetros na Eq. 6.2, resultando na seguinte expressão:

$$\eta_{max} = \frac{X_p}{2\omega_0\bar{\mu}} \quad (6.4)$$

É possível notar que para valores opostos de ϕ , o erro de transmissão dinâmica (η) varia também de maneira oposta resultando em um gráfico simétrico.

Em seguida, uma simulação numérica é realizada para comparação com a solução analítica. Para isso, valores máximos para o erro de transmissão dinâmica foram obtidos variando os mesmos parâmetros quando o sistema atinge o regime permanente, entre 400 e 500 segundos. O resultado pode ser observado na Fig. 6.5.

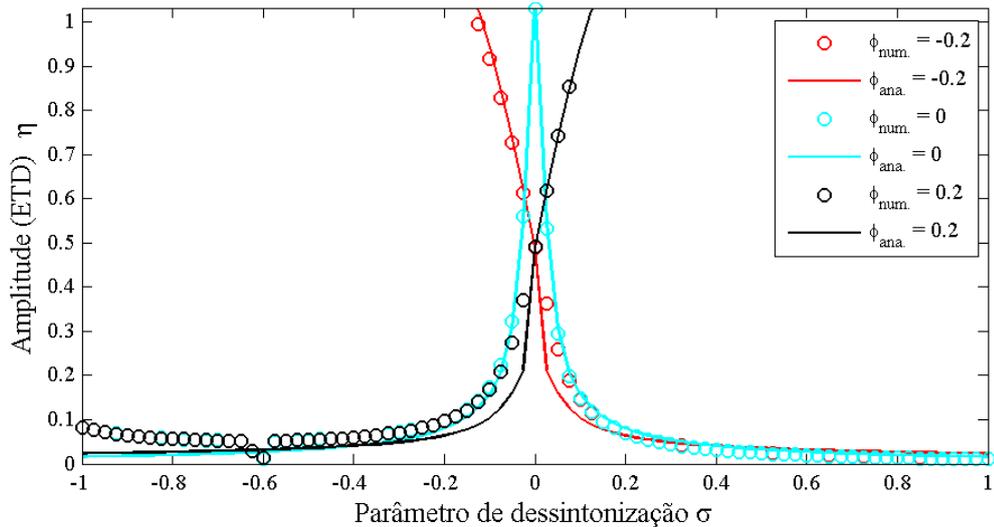


Figura 6. 6. Solução analítica x Solução numérica.

O gráfico ilustrado na Fig. 6.6 mostra que as duas soluções estão de acordo, apresentando amplitudes similares para cada parâmetro. No entanto, no início da simulação houve uma diferença considerável a qual pode ser ligada às condições iniciais da solução numérica na Tab. 2.1 e na Eq. 2.46.

Tendo em vista que a solução numérica do sistema condiz com a solução analítica prevista, tem-se que a formulação matemática e a implementação numérica foram realizadas adequadamente. Esse mesmo modelo de folga pode ser então inserido no modelo completo da turbina para análise.

6.2 MODELO COMPLETO

6.2.1 INSERÇÃO DA FOLGA NO SISTEMA

Já que a folga deve ser aplicada ao contato de uma transmissão simples de engrenagens, no contexto do aerogerador estudado a folga excessiva é inserida no contato entre engrenagens do trem epicicloidal da turbina. De acordo com o sistema de equações de movimento definido na Eq. 3.33, o sistema inteiro do aerogerador é simplificado, de acordo com as relações de movimento entre os componentes, em um sistema com equações de movimento para o rotor, para os dois braços dos trens epicicloidais (Carrier 2 e Carrier 5) e para o gerador. Tendo em vista a inserção do efeito da folga no engrenamento entre a engrenagem planetária 3 e a engrenagem solar 4 (Fig. 3.1), a equação de Lagrange é utilizada novamente para obter as equações de movimento em função dessas engrenagens ao invés de em função do Carrier 2. Para isso, a relação expressa na Eq. 3.10 foi alterada de modo a explicitar as equações de movimento do engrenamento do primeiro trem epicicloidal.

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{\dot{\varphi}_3}{\left(1 - \frac{Z_{R1}}{Z_3}\right)} = \frac{\dot{\varphi}_3}{\gamma_1} \quad (6.5)$$

Para um engrenamento perfeito o deslocamento da engrenagem solar 4 pode ser expresso em função do braço da engrenagem planetária 3 sendo que a equação envolvendo $\dot{\varphi}_3$ simplesmente substituiria a equação envolvendo $\dot{\varphi}_2$. Utilizando a nova relação da expressa na Eq. 6.5, as energias associadas ao sistema (E_c , U , F) podem ser escritas em função de somente 5 componentes: O **rotor** ($\varphi_1, \dot{\varphi}_1$), as **engrenagens planetárias 3** ($\varphi_3, \dot{\varphi}_3$), a **engrenagem solar 4** ($\varphi_4, \dot{\varphi}_4$), o **braço/carrier 5** ($\varphi_5, \dot{\varphi}_5$) e o **gerador** ($\varphi_8, \dot{\varphi}_8$). As energias envolvidas no sistema (E_c , U , F) em função dessas 5 variáveis podem ser expressas na forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2 + \left[\frac{1}{2}J_2 + \frac{4}{2}m_3\frac{r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + \frac{4}{2}J_3\right]\dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\varphi}_4^2 + \left[\frac{1}{2}J_5 + \frac{3}{2}m_6r_{c5}^2 + \frac{3}{2}J_6\gamma_3^2 + \frac{1}{2}J_7\gamma_4^2\right]\dot{\varphi}_5^2 + \frac{1}{2}J_8\dot{\varphi}_8^2 \\ U = \frac{1}{2}K_1\left(\varphi_1 - \frac{\varphi_3}{\gamma_1}\right)^2 + \frac{1}{2}K_2(\varphi_4 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2}K_3(\gamma_4\varphi_5 - \varphi_8)^2 \\ F = \frac{1}{2}C_1\left(\dot{\varphi}_1 - \frac{\dot{\varphi}_3}{\gamma_1}\right)^2 + \frac{1}{2}C_2(\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_5)^2 + \frac{1}{2}C_3(\gamma_4\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_8)^2 \end{array} \right. \quad (6.6)$$

Onde:

$$\begin{aligned} [J_3] &= \frac{J_2}{\gamma_1^2} + 4m_3\frac{r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + 4J_3 \\ [J_4] &= J_4 \end{aligned} \quad (6.7)$$

Substituindo agora as energias da Eq. 6.6 na equação de Lagrange (Eq. 3.1) e derivando para os cinco componentes (rotor, engrenagens planetárias 3, engrenagem solar 4, braço/carrier 5 e gerador) obtém-se o sistema de cinco equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \ddot{\phi}_1 + \left[C_1 \dot{\phi}_1 - \frac{C_1}{\gamma_1} \dot{\phi}_3 \right] + \left[K_1 \varphi_1 - \frac{K_1}{\gamma_1} \varphi_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_1 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_1) = T_{rotor} \\ \left[\frac{J_2}{\gamma_1^2} + 4m_3 \frac{r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + 4J_3 \right] \ddot{\phi}_3 + \left[\frac{-C_1}{\gamma_1} \dot{\phi}_1 + \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\phi}_3 \right] + \left[\frac{-K_1}{\gamma_1} \varphi_1 + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_2 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_3) = 0 \\ J_4 \ddot{\phi}_4 + [C_2 \dot{\phi}_4 - C_2 \dot{\phi}_5] + [K_2 \varphi_4 - K_2 \varphi_5] + \frac{2}{\pi} \mu_3 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_4) = 0 \\ [J_5 + 3m_6 r_{c5}^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2] \ddot{\phi}_5 + [-C_2 \dot{\phi}_4 + (C_2 + C_3 \gamma_4^2) \dot{\phi}_5 - \gamma_4 C_3 \dot{\phi}_8] + [-K_2 \varphi_4 + (K_2 + K_3 \gamma_4^2) \varphi_5 - \gamma_4 K_3 \varphi_8] + \frac{2}{\pi} \mu_4 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_5) = 0 \\ J_8 \ddot{\phi}_8 + [-\gamma_4 C_3 \dot{\phi}_5 + C_3 \dot{\phi}_8] + [-\gamma_4 K_3 \varphi_5 + K_3 \varphi_8] + \frac{2}{\pi} \mu_5 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_8) = T_{gen} \end{array} \right. \quad (6.8)$$

Para inserir o erro de transmissão dinâmica (η) nas equações das engrenagens, é preciso considerar os torques devido a rigidez e ao amortecimento dos dentes das engrenagens, como mostrado no exemplo da Fig. 2.8. Considerando K_{eng} como a rigidez longitudinal no engrenamento, C_{eng} como o amortecimento longitudinal no engrenamento, r_3 como o raio das engrenagens planetárias e r_4 o raio da engrenagem solar, a segunda e a terceira equações do sistema (Eq. 6.8) se resumem a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{J_2}{\gamma_1^2} + 4m_3 \frac{r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + 4J_3 \right] \ddot{\phi}_3 + \left[\frac{-C_1}{\gamma_1} \dot{\phi}_1 + \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\phi}_3 + C_{eng}(\dot{\phi}_3 r_3 - \dot{\phi}_4 r_4) r_3 \right] + \left[\frac{-K_1}{\gamma_1} \varphi_1 + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 + K_{eng}(\varphi_3 r_3 - \varphi_4 r_4) r_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_2 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_3) = 0 \\ J_4 \ddot{\phi}_4 + [C_2 \dot{\phi}_4 - C_2 \dot{\phi}_5 - C_{eng}(\dot{\phi}_3 r_3 - \dot{\phi}_4 r_4) r_4] + [K_2 \varphi_4 - K_2 \varphi_5 - K_{eng}(\varphi_3 r_3 - \varphi_4 r_4) r_4] + \frac{2}{\pi} \mu_3 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_4) = 0 \end{array} \right. \quad (6.9)$$

Considerando que o erro de transmissão dinâmica (η) do engrenamento pode ser expresso como um movimento relativo dos dentes das engrenagens (Eq. 6.10), e combinando essa equação com a Eq. 6.9 obtém-se a Eq. 6.11.

$$\eta = \varphi_3 r_3 - \varphi_4 r_4 \quad (6.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{J_2}{\gamma_1^2} + 4m_3 \frac{r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + 4J_3 \right] \ddot{\phi}_3 + \left[\frac{-C_1}{\gamma_1} \dot{\phi}_1 + \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\phi}_3 + C_{eng} \dot{\eta} r_3 \right] + \left[\frac{-K_1}{\gamma_1} \varphi_1 + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 + K_{eng} \eta r_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_2 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_3) = 0 \\ J_4 \ddot{\phi}_4 + [C_2 \dot{\phi}_4 - C_2 \dot{\phi}_5 - C_{eng} \dot{\eta} r_4] + [K_2 \varphi_4 - K_2 \varphi_5 - K_{eng} \eta r_4] + \frac{2}{\pi} \mu_3 \arctan(q \cdot \dot{\phi}_4) = 0 \end{array} \right. \quad (6.11)$$

Seguindo a mesma lógica do modelo utilizado por Moradi e Salarieh [12], no Capítulo 2 (Subitem 2.3.1) do presente projeto, a equação diferencial do erro de transmissão dinâmica (η) pode ser obtida através do sistema mostrado na Eq. 6.11. Multiplicando a primeira equação e a segunda equação por $\frac{r_3}{[J_3]}$ e $\frac{r_4}{[J_4]}$, respectivamente, e subtraindo as equações resultantes, obtém-se a equação diferencial para o erro de transmissão dinâmica (η), como pode ser visto na Eq. 6.13.

$$\begin{aligned} \ddot{\eta} + \left[\frac{C_{eng} r_3^2}{[J_3]} + \frac{C_{eng} r_4^2}{[J_4]} \right] \dot{\eta} + \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\phi}_3 r_3 - \frac{C_1}{\gamma_1} \dot{\phi}_1 r_3 - \frac{C_2 \dot{\phi}_4 r_4}{[J_4]} + \frac{C_2 \dot{\phi}_5 r_4}{[J_4]} + \left[\frac{K_{eng} r_3^2}{[J_3]} + \frac{K_{eng} r_4^2}{[J_4]} \right] \eta \\ + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 r_3 - \frac{K_1}{\gamma_1} \varphi_1 r_3 - \frac{K_2 \varphi_4 r_4}{[J_4]} + \frac{K_2 \varphi_5 r_4}{[J_4]} + \frac{[F_3] r_3}{[J_3]} - \frac{[F_4] r_4}{[J_4]} = 0 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Lembrando que o atrito seco deve ser desconsiderado já que o mesmo não cabe ao contato dos dentes no engrenamento. Utilizando os mesmos parâmetros α e b , para contabilização da folga (f_{nl}) definidos no trabalho de Moradi e Salarieh [12] a aproximação de f_{nl} como função de deslocamento se

dá da mesma forma expressa na Eq. 2.44. No entanto, uma importante consideração deve ser tomada quanto as unidades de medida. Na simulação de Moradi e Salarieh [10] a folga e o ETD eram medidos em milímetros, enquanto no presente projeto as unidades estão no sistema internacional, ou seja, em metros. Tomando essa consideração, os coeficientes d_1 e d_2 obtidos na segunda tentativa (Tab. 2.2) de aproximação da curva de folga na simulação de Moradi e Salarieh [12] foram alterados para atender a unidade de medida do sistema. Com isso, o segundo coeficiente (d_2) teve de ser multiplicado por 10^6 . A Fig. 6.7 apresenta a aproximação da curva da folga utilizando os novos coeficientes, assim como a curva original.

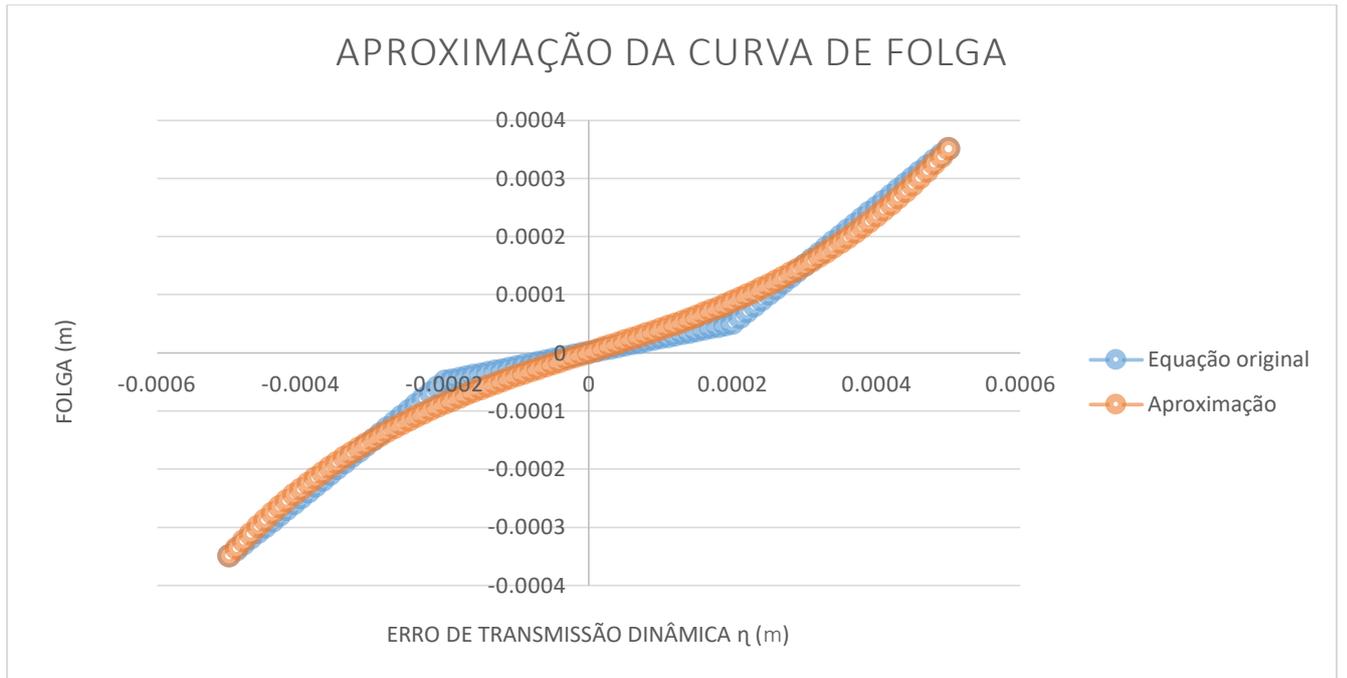


Figura 6. 5. Aproximação da curva de folga.

Com isso, a equação diferencial para o erro de transmissão dinâmica (η) com contabilização da folga (f_{nl}) é dado por:

$$\ddot{\eta} + \left(\frac{C_{engr_3^2}}{U_{3l}} + \frac{C_{engr_4^2}}{U_{4l}} \right) \dot{\eta} + \left(-\frac{C_1 r_3}{U_{3l}} \right) \dot{\varphi}_1 + \left(\frac{C_1 r_3}{U_{3l}} - \frac{C_2 \gamma_1 r_3}{U_{3l}} - \frac{C_1 r_4}{U_{4l}} \right) \dot{\varphi}_3 + \left(\frac{C_2 r_3}{U_{3l}} - \frac{C_2 r_4}{U_{4l}} + \frac{C_1 \gamma_2 r_4}{U_{4l}} \right) \dot{\varphi}_4 + \left(\frac{C_2 r_4}{U_{4l}} \right) \dot{\varphi}_5 + 0.3875 \left(\frac{K_{engr_3^2}}{U_{3l}} + \frac{K_{engr_4^2}}{U_{4l}} \right) \eta + 1.25 \times 10^6 \left(\frac{K_{engr_3^2}}{U_{3l}} + \frac{K_{engr_4^2}}{U_{4l}} \right) \eta^3 - \left(\frac{K_1 r_3}{U_{3l}} \right) \dot{\varphi}_1 + \left(\frac{K_1 r_3}{U_{3l}} - \frac{K_2 \gamma_1 r_3}{U_{3l}} - \frac{K_1 r_4}{U_{4l}} \right) \dot{\varphi}_3 + \left(\frac{K_2 r_3}{U_{3l}} - \frac{K_2 r_4}{U_{4l}} + \frac{K_1 \gamma_2 r_4}{U_{4l}} \right) \dot{\varphi}_4 + \left(\frac{K_2 r_4}{U_{4l}} \right) \dot{\varphi}_5 = 0 \quad (6.14)$$

O sistema de equações da caixa multiplicadora mostrado na Eq. 6.8, com inclusão do erro de transmissão dinâmica (η) no engrenamento (Eq. 6.11), é apresentado na Eq. 6.15 junto com a equação diferencial para contabilização do erro de transmissão dinâmica (Eq. 6.14).

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \dot{\varphi}_1 + \left[C_1 \dot{\varphi}_1 - \frac{C_1}{\gamma_1} \dot{\varphi}_3 \right] + \left[K_1 \varphi_1 - \frac{K_1}{\gamma_1} \varphi_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_1 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_1) = T_{rotor} \\ \left[\frac{J_2}{\gamma_1^2} + 4m_3 \frac{r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + 4J_3 \right] \dot{\varphi}_3 + \left[\frac{C_1}{\gamma_1} \dot{\varphi}_1 + \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\varphi}_3 + C_{eng} \dot{\varphi}_3 \right] + \left[\frac{K_1}{\gamma_1} \varphi_1 + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 + K_{eng} \varphi_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_2 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_3) = 0 \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 + [C_2 \dot{\varphi}_4 - C_2 \dot{\varphi}_5 - C_{eng} \dot{\varphi}_4] + [K_2 \varphi_4 - K_2 \varphi_5 - K_{eng} \varphi_4] + \frac{2}{\pi} \mu_3 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_4) = 0 \\ [J_5 + 3m_6 r_{c5}^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2] \dot{\varphi}_5 + [-C_2 \dot{\varphi}_4 + (C_2 + C_3 \gamma_4^2) \dot{\varphi}_5 - \gamma_4 C_3 \dot{\varphi}_5] + [-K_2 \varphi_4 + (K_2 + K_3 \gamma_4^2) \varphi_5 - \gamma_4 K_3 \varphi_5] + \frac{2}{\pi} \mu_4 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_5) = 0 \\ J_8 \ddot{\varphi}_8 + [-\gamma_4 C_3 \dot{\varphi}_5 + C_3 \dot{\varphi}_8] + [-\gamma_4 K_3 \varphi_5 + K_3 \varphi_8] + \frac{2}{\pi} \mu_5 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_8) = T_{gen} \end{array} \right. \quad (6.15)$$

Observando o sistema da Eq. 6.15, é possível observar que nenhum movimento é transmitido entre a segunda e a terceira equação, ou seja, o sistema ainda não está acoplado já que essas equações independem uma da outra. No acoplamento do sistema deve-se considerar a relação cinemática entre as engrenagens obtida através das Eq. 3.8 e Eq. 3.10, e apresentada na Eq. 6.16.

$$\dot{\varphi}_3 = \gamma_2 \frac{\dot{\varphi}_4}{\gamma_1} \quad (6.16)$$

Para acoplar o sistema, o torque recebido na engrenagem planetária pelo rotor (T_4) deve ser transmitido para a engrenagem solar e o torque resistivo do gerador (T_3) deve ser passado para a engrenagem planetária. Propõe-se os seguintes torques de acoplamento:

$$T_3 = C_2 \dot{\varphi}_4 - C_2 \gamma_1 \frac{\dot{\varphi}_3}{\gamma_2} + K_2 \varphi_4 - K_2 \gamma_1 \frac{\varphi_3}{\gamma_2} \quad (6.17)$$

$$T_4 = \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\varphi}_3 - C_1 \frac{\dot{\varphi}_4}{\gamma_1 \gamma_2} + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 - K_1 \frac{\varphi_4}{\gamma_1 \gamma_2} \quad (6.18)$$

É possível observar que os torques expressos nas Eq. 6.17 e Eq. 6.18 são nulos devido a relação cinemática das engrenagens (Eq. 6.16). Desta forma, eles não interferem na dinâmica do sistema. No entanto, ao adicionar esses torques do lado esquerdo de cada equação, uma dependência no movimento de cada engrenagem será incluída, acoplando o sistema. Como consequência, o sistema final pode ser escrito como expresso na Eq. 6.19 em conjunto com a equação para o erro de transmissão dinâmica (Eq. 6.14).

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \dot{\varphi}_1 + \left[C_1 \dot{\varphi}_1 - \frac{C_1}{\gamma_1} \dot{\varphi}_3 \right] + \left[K_1 \varphi_1 - \frac{K_1}{\gamma_1} \varphi_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_1 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_1) = T_{rotor} \\ \left[\frac{J_2}{\gamma_1^2} + 4m_3 \frac{r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + 4J_3 \right] \dot{\varphi}_3 + \left[\frac{C_1}{\gamma_1} \dot{\varphi}_1 + \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\varphi}_3 + C_2 \dot{\varphi}_4 - C_2 \gamma_1 \frac{\dot{\varphi}_3}{\gamma_2} + C_{eng} \dot{\varphi}_3 \right] + \left[\frac{K_1}{\gamma_1} \varphi_1 + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 + K_2 \varphi_4 - K_2 \gamma_1 \frac{\varphi_3}{\gamma_2} + K_{eng} \varphi_3 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_2 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_3) = 0 \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 + \left[C_2 \dot{\varphi}_4 - C_2 \dot{\varphi}_5 + \frac{C_1}{\gamma_1^2} \dot{\varphi}_3 - C_1 \frac{\dot{\varphi}_4}{\gamma_1 \gamma_2} - C_{eng} \dot{\varphi}_4 \right] + \left[K_2 \varphi_4 - K_2 \varphi_5 + \frac{K_1}{\gamma_1^2} \varphi_3 - K_1 \frac{\varphi_4}{\gamma_1 \gamma_2} - K_{eng} \varphi_4 \right] + \frac{2}{\pi} \mu_3 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_4) = 0 \\ [J_5 + 3m_6 r_{c5}^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2] \dot{\varphi}_5 + [-C_2 \dot{\varphi}_4 + (C_2 + C_3 \gamma_4^2) \dot{\varphi}_5 - \gamma_4 C_3 \dot{\varphi}_5] + [-K_2 \varphi_4 + (K_2 + K_3 \gamma_4^2) \varphi_5 - \gamma_4 K_3 \varphi_5] + \frac{2}{\pi} \mu_4 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_5) = 0 \\ J_8 \ddot{\varphi}_8 + [-\gamma_4 C_3 \dot{\varphi}_5 + C_3 \dot{\varphi}_8] + [-\gamma_4 K_3 \varphi_5 + K_3 \varphi_8] + \frac{2}{\pi} \mu_5 \arctan(q \cdot \dot{\varphi}_8) = T_{gen} \end{array} \right. \quad (6.19)$$

Na forma matricial, o sistema de 6 equações (Eq. 6.18 e Eq. 6.13) pode ser escrito na forma:

$$[J] \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + [C] \dot{\boldsymbol{\varphi}} + [K] \boldsymbol{\varphi} + [\mu] \frac{2}{\pi} \arctan(q \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}}) = [T] \quad (6.20)$$

Onde:

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_8 \\ \eta \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_2 + 4m_3 r_{c2}^2}{\gamma_1^2} + 4J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_5 + 3m_6 r_{c5}^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_1 & -\frac{C_1}{\gamma_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{C_1}{\gamma_1} & \frac{C_1}{\gamma_1^2} - C_2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} & C_2 & 0 & 0 & C_{eng} r_3 \\ 0 & \frac{C_1}{\gamma_1^2} & C_2 - \frac{C_1}{\gamma_1 \gamma_2} & -C_2 & 0 & -C_{eng} r_4 \\ 0 & 0 & -C_2 & C_2 + C_3 \gamma_4^2 & -\gamma_4 C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma_4 C_3 & C_3 & 0 \\ \left(-\frac{C_1 r_3}{\gamma_1} \right) & \left(\frac{C_1}{\gamma_1^2} r_3 - \frac{C_2 \gamma_1 r_3}{\gamma_2} - \frac{C_1}{\gamma_1^2} r_4 \right) & \left(\frac{C_2 r_3}{\gamma_3} - \frac{C_2 r_4}{\gamma_4} + \frac{C_1}{\gamma_1 \gamma_2} r_4 \right) & \left(\frac{C_2 r_4}{\gamma_4} \right) & 0 & \left(\frac{C_{eng} r_3^2}{\gamma_3} + \frac{C_{eng} r_4^2}{\gamma_4} \right) \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & -\frac{K_1}{\gamma_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{\gamma_1} & \frac{K_1}{\gamma_1^2} - K_2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} & K_2 & 0 & 0 & K_{eng} r_3 \\ 0 & \frac{K_1}{\gamma_1^2} & K_2 - \frac{K_1}{\gamma_1 \gamma_2} & -K_2 & 0 & -K_{eng} r_4 \\ 0 & 0 & -K_2 & K_2 + K_3 \gamma_4^2 & -\gamma_4 K_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma_4 K_3 & K_3 & 0 \\ \left(-\frac{K_1 r_3}{\gamma_1} \right) & \left(\frac{K_1}{\gamma_1^2} r_3 - \frac{K_2 \gamma_1 r_3}{\gamma_2} - \frac{K_1}{\gamma_1^2} r_4 \right) & \left(\frac{K_2 r_3}{\gamma_3} - \frac{K_2 r_4}{\gamma_4} + \frac{K_1}{\gamma_1 \gamma_2} r_4 \right) & \left(\frac{K_2 r_4}{\gamma_4} \right) & 0 & \left(\frac{K_{eng} r_3^2}{\gamma_3} + \frac{K_{eng} r_4^2}{\gamma_4} \right) \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{rotor} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_{gen} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Lembrando também que as equações do gerador, expostas na Tab. 3.6 também compõe o sistema.

6.2.2 RESULTADOS

Antes da consideração do modelo de folga, a rigidez (K_{eng}) e o amortecimento (C_{eng}) no engrenamento eram desprezados. Com a inserção dessas quantidades e as equações escritas em função de coordenadas diferentes, alguns parâmetros novos aparecem no equacionamento e devem ser

avaliados. As massas (m_3 e m_4) e os momentos de inércia (J_3 e J_4) são expressos na Tab. 4.2, os raios das engrenagens (r_3 e r_4) podem ser calculados a partir da relação de transmissão do engrenamento, apresentada na Eq. 6.26, e a relação dos raios da engrenagem com o raio do braço do trem epicicloidial é mostrada na Eq. 6.27.

$$r_3 = y_1 \frac{r_4}{\gamma_2} \quad (6.26)$$

$$r_{c2} = 0,338 = r_3 + r_4 \quad (6.27)$$

Os dados do engrenamento utilizados no programa são apresentados na Tab. 6.2.

Tabela 6. 2. Raios do engrenamento.

r_3 (m)	r_4 (m)	K_{eng} (N/m)	C_{eng} (Ns/m)
0,252	0,086	93000	45,6

O amortecimento no engrenamento segue como 0,05% da rigidez, mesma relação utilizada anteriormente para os eixos. Utilizando os demais parâmetros da turbina apresentados no Capítulo 4 (Subitem 4.1) do presente projeto e as condições iniciais de vento expressas na Tab. 6.3, a simulação de 10 segundos do modelo completo da turbina com contabilização da folga nos dentes do engrenamento pode ser analisada através dos gráficos das Fig. 6.6 até Fig. 6.11.

Tabela 6. 3. Condições iniciais para simulação do modelo completo com folga.

CONDIÇÕES INICIAIS

Velocidade Inicial do vento (m/s)	Razão de velocidade inicial (λ_0)	Perfil de Velocidade do vento
20	3	Decaimento Linear

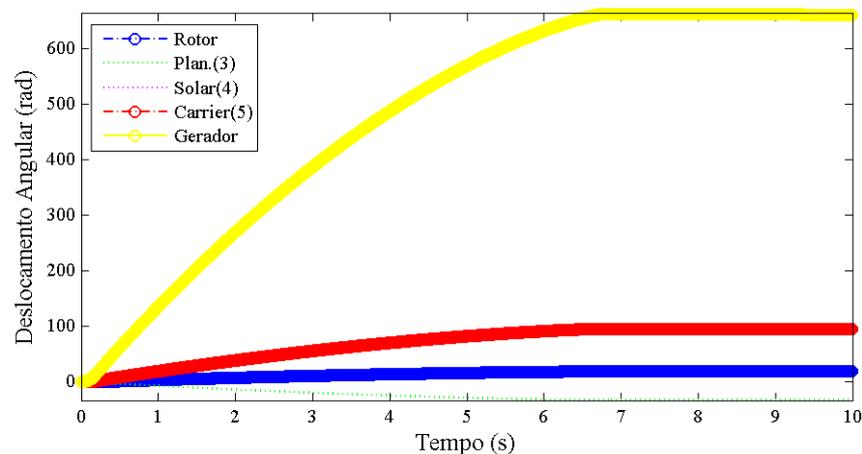


Figura 6. 6. Deslocamento de componentes no modelo com folga.

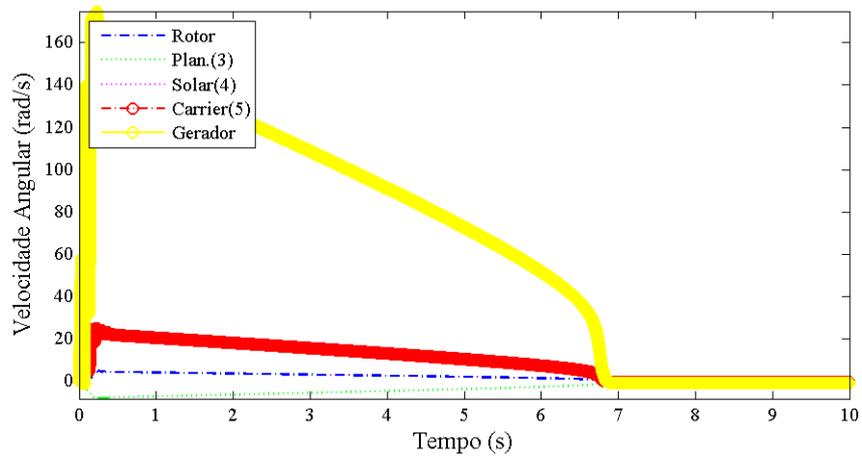


Figura 6. 7. Velocidade de componentes no modelo com folga.

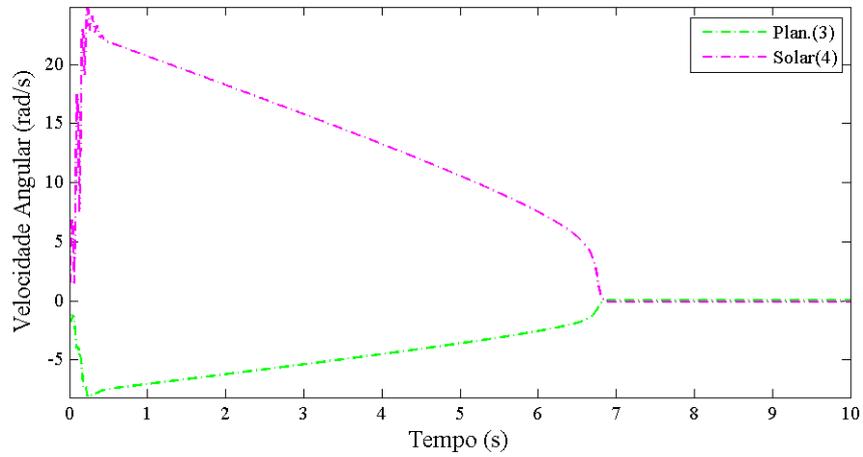


Figura 6. 8. Velocidade no engrenamento com folga.

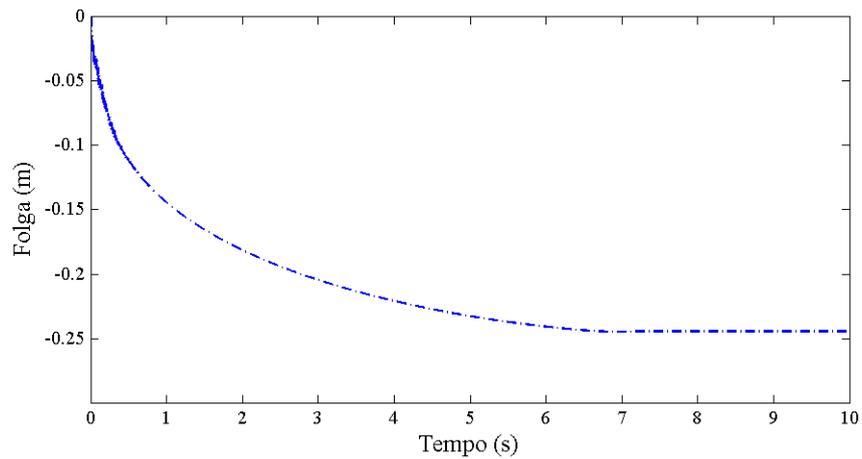


Figura 6. 9. Erro de transmissão no modelo completo do aerogerador.

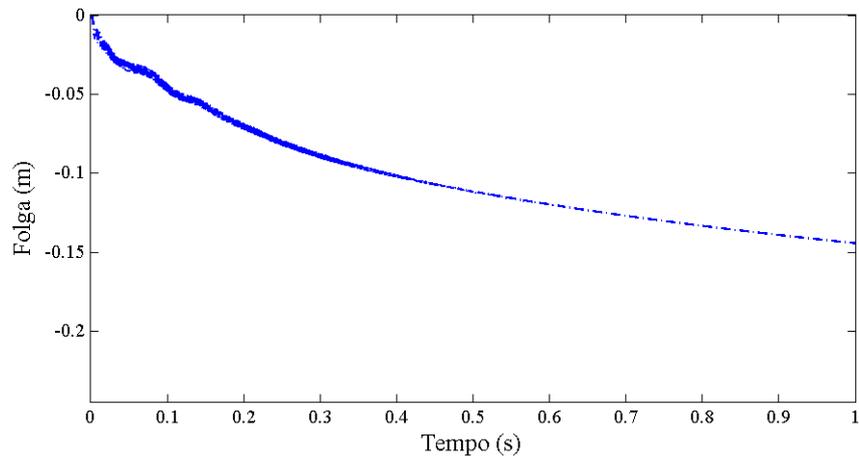


Figura 6. 10. Oscilação da folga na partida da turbina.

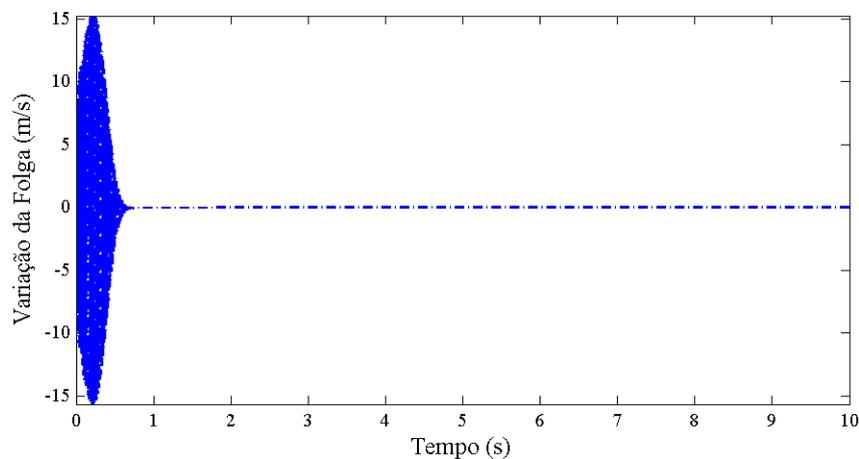


Figura 6. 11. Variação do erro de transmissão no modelo completo do aerogerador.

Apesar da Fig. 6.7 se assemelhar com os resultados da simulação sem a folga (Figura 4.5), alguns pontos dos gráficos devem ser observados de forma mais detalhada, principalmente no momento de maior oscilação no engrenamento, mostrado pelo erro de transmissão dinâmica na Fig. 6.11. Como pode ser visto, justamente no transiente de partida da turbina que há uma flutuação no movimento relativo das engrenagens, sendo esse efeito suavizado durante o funcionamento adequado da turbina. Pela Fig. 6.10 é possível observar que após uma folga inicial de 0,0003 m o valor da folga sofre uma pequena oscilação junto a um decaimento na partida da turbina. A variação da folga (Fig. 6.8) ou, em outras palavras, o movimento relativo entre as engrenagens se reduz lentamente após período inicial de oscilação até se anular, justamente no momento que a folga se estabiliza em um valor de -0,2446 m.

Analisando as velocidades do sistema com mais detalhes, Fig. 6.12, verifica-se que o sistema não para, persistindo uma oscilação residual de todos os componentes. Esse comportamento não é coerente tendo em vista que há dissipação de energia e o torque mecânico de entrada diminui até se anular. Logo, embora os resultados obtidos com a folga no modelo pareçam bastante coerentes ainda são necessárias investigações adicionais para eliminar possíveis erros numéricos.

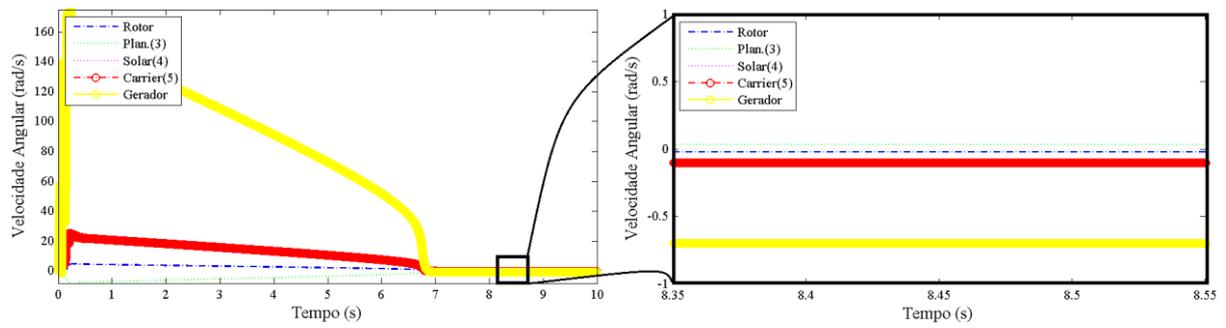


Figura 6. 12. Parada da turbina.

A baixa rigidez utilizada no engrenamento não foi suficiente para alterar a dinâmica do sistema de forma considerável. No entanto, um valor maior pode ser suficiente para causar vibrações excessivas nos engrenamentos e, conseqüentemente, nos demais componentes que recebem o movimento das engrenagens.

7 CONCLUSÃO

O presente projeto apresentou um modelo matemático para o sistema de transmissão eletromecânica de uma turbina eólica, baseado em um sistema rotor-caixa multiplicadora-gerador acoplado. A partir desse modelo foi possível que uma análise dinâmica do comportamento da turbina para diferentes condições de perfil de vento, fosse realizada e mostrada em detalhes.

Sob condições de decaimento linear da velocidade do vento a partir de uma velocidade do vento (V_0) inicial de 20 m/s, foi possível observar primeiramente os comportamentos da razão de velocidade (λ) e o coeficiente de potência (C_p) da turbina no tempo. Os resultados mostraram um período de oscilação no comportamento da turbina. De acordo com diferentes perfis de velocidade do vento consideradas, diferentes faixas de funcionamento da turbina foram obtidas, expondo a dependência dessa faixa de funcionamento com o perfil do vento. Ainda nessa primeira simulação, condições limitantes para a partida e para a parada da turbina foram definidas.

Um valor de razão de velocidade limitante (λ_{lim}) foi então achado para a parada e para partida turbina analisada, associado a uma velocidade do vento (V_0) inicial de 20 m/s. Em seguida, a curva de potência foi alterada de modo que a mesma iniciasse o seu funcionamento para qualquer razão de velocidade inicial (λ_0), buscando facilitar futuras simulações. A parada da turbina também foi caracterizada com um mesmo valor de λ encontrado na primeira simulação, o que também expõe a dependência da razão de velocidade limitante (λ_{lim}) de parada da turbina com as condições do vento.

Uma simulação também foi considerada buscando simular uma situação de operação mais real. Nesse caso, foram consideradas 4 velocidades de vento constantes, cada uma durante um período de tempo, e uma variação suave de velocidade entre cada. Os resultados obtidos foram coerentes com os nas simulações anteriores, que tinham como objetivo iniciar um conhecimento da dinâmica da turbina e não representar casos reais de operação.

Apresentou-se também uma análise da resposta em frequência do sistema através da FFT. Inicialmente, considerou-se apenas a parte mecânica do sistema sozinha, nesse caso as frequências naturais obtidas analítica e numericamente foram idênticas, como esperado. A partir da análise numérica, verificou-se a influência da adição de amortecimento na resposta. Em seguida, avaliou-se a resposta em frequência do sistema completo. Concluiu-se que o acoplamento da parte elétrica não apresenta mudanças significativas na resposta em frequência.

Uma etapa importante realizada foi o estudo, modelagem e implementação de folga no engrenamento. Inicialmente, realizou-se um estudo para um modelo simplificado e os resultados obtidos foram coerentes com a literatura. Em seguida, implementou-se o efeito da folga no modelo completo do sistema de transmissão eletromecânico da turbina. O efeito da folga se deu de forma mais intensa na partida a turbina, o que é coerente, tendo em vista que em regime permanente, quando todos os elementos da turbina estão girando com velocidade constante ou pouca variação, a folga tende a

permanecer constante. Verificou-se ainda que com a inserção da folga no modelo a turbina não parou. Esta última questão foi atribuída a presença de erros numéricos e deve ser melhor avaliada no futuro.

Como trabalhos futuros, sugere-se:

1. Eliminar ou diminuir consideravelmente os erros numéricos que levam a comportamentos não coerentes da turbina;
2. Avaliar o comportamento da turbina para diferentes valores de folga, e diferentes valores de rigidez e amortecimento de engrenamento;
3. Avaliar o efeito da folga na dinâmica do sistema para carregamentos aleatórios. Nesse caso, como há tendência a mais vibração do sistema, a folga terá maior influência.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] REN21, *Renewables 2014*, Global Status Report. Disponível em: <http://www.ren21.net/Portals/0/documents/Resources/GSR/2014/GSR2014_full%20report_low%20res.pdf>. Acesso em: 17 abr. 2016.
- [2] REN21, *Renewables 2015*, Global Status Report. Disponível em: <http://www.ren21.net/wp-content/uploads/2015/07/REN12-GSR2015_Onlinebook_low1.pdf>. Acesso em: 17 abr. 2016.
- [3] Energia Eólica. *Atlas de Energia Elétrica do Brasil*, 2ª edição, 2014. Disponível em: <[http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-energia_eolica\(3\).pdf](http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-energia_eolica(3).pdf)>. Acesso em: 17 abr. 2016.
- [4] *Yearbook Wind Energy*. 25th ed. Berlin: German Wind Energy Association (BWE), 2015. Disponível em: <https://www.wind-energie.de/sites/default/files/download/publication/yearbook-wind-energy-2015/wem_2015.pdf>. Acesso em: 6 abr. 2016.
- [5] Jornal Grande Bahia, *Parque eólico em Sento Sé na Bahia, Bndes iniciativa setor*. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.jornalgrandebahia.com.br/wp-content/uploads/2015/05/Parque-e%C3%B3lico-em-Sento-S%C3%A9-na-Bahia.jpg>>. Acesso em: 17 abr. 2016.
- [6] Ohara, F, 2014. *Análise dinâmica do sistema de transmissão eletromecânica de uma turbina eólica*. Universidade de Brasília.
- [7] Kalkmann, A., 2012, *Modelagem dinâmica do sistema eletromecânico de turbinas hidrocínéticas*, Universidade de Brasília, DF.
- [8] *Building an Offshore Wind Farm*. Disponível em: <<http://www.kentwindenergy.co.uk/building-wind-farm.php>>. Acesso em: 18 abr. 2016.
- [9] Peeters, J., 2006, *Simulation of Dynamic Drive Train Loads in a Wind Turbine*, Universidade Católica de Leuven – Bélgica.
- [10] Iov, F., Hansen, A. D., Sorensen, P., Blaabjerg, F., 2004, *Wind Turbine Blockset in MATLAB/Simulink*: General Overview and description of the models, Aalborg University, Aalborg, Dinamarca.

- [11] Chen, Z., Shao, Y., 2014. *Dynamic features of planetary gear train with tooth errors*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, v. 229, n. 10, p. 1769-1781.
- [12] Moradi, H., Salarieh, H., 2012. *Analysis of nonlinear oscillations in spur gear pairs with approximated modelling of backlash nonlinearity*. Mechanism and Machine Theory, v. 51, p. 14-31.
- [13] *Diagram illustrating the phenomenon of backlash in gear systems, 2010*. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Backlash.svg>>. Acesso em: 21 maio 2016.
- [14] Kim, T., Rook, T., Singh, R., 2005. *Super- and sub-harmonic response calculations for a torsional system with clearance nonlinearity using the harmonic balance method*. Journal of Sound and Vibration, v. 281, n. 3-5, p. 965-993.
- [15] Sloomweg, J., Polinder, H., Kling, W., 2003, *Representing wind turbine electrical generating systems in fundamental frequency simulations*, Energy Conversion, IEEE Transactions on, v. 18, n. 4, p. 516-524.
- [16] Manyonge, A., Ochieng, R. M., Onyango, F. N., Shichikha, J. M., 2012. *Mathematical Modelling of Wind Turbine in a Wind Energy Conversion System: Power Coefficient Analysis*. Applied Mathematical Sciences, v. 6, n. 4527 - 4536.
- [17] Dai, J., Liu, D., Wen, L., Long, X. 2015. *Research on power coefficient of wind turbines based on SCADA data*. Renewable Energy, v. 86, p. 206-215.
- [18] Todorov, M., Dobrev, I., Massouh, F, 2009, *Analysis of Torsional Oscillation of Drive Train in Horizontal-Axis Wind Turbine*, Electromotion-2009, EPE Chapter Electric Drives, Lille, France, 7 p.