

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL**

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS  
UTILIZANDO AMORTECEDORES DE MASSA  
SINTONIZADOS**

**RAFAEL BRASILEIRO MIRANDA**

**ORIENTADOR: JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS**

**BRASÍLIA / DF: NOVEMBRO / 2016**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL**

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS  
UTILIZANDO AMORTECEDORES DE MASSA  
SINTONIZADOS**

**RAFAEL BRASILEIRO MIRANDA**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO, DSc Eng. Civil - UnB  
(ORIENTADOR)**

---

**RAÚL DARÍO DURAND FARFÁN, DSc Eng. Civil - UnB  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**FERNANDO DOS SANTOS OLIVEIRA, DSc Eng. Civil - UnB  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**BRASÍLIA/DF, 30 de NOVEMBRO de 2016.**

# FICHA CATALOGRÁFICA

MIRANDA, RAFAEL BRASILEIRO

Controle de vibrações em edifícios altos utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados.[Distrito Federal] 2016.

ix, 56 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2016)

Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Controle Estrutural                      2. Amortecedores de Massa Sintonizados

3. Estudo Paramétrico                    4. Análise numérica

I. ENC/FT/UnB

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MIRANDA, R. B. (2016). Controle de Vibrações em Edifícios Altos Utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados. Monografia de Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 56 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Rafael Brasileiro Miranda

TÍTULO DA MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL: Controle de vibrações em edifícios altos utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados.

GRAU / ANO: Bacharel em Engenharia Civil / 2016

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Rafael Brasileiro Miranda

Brasília/DF – Brasil

## RESUMO

A relevância do controle estrutural é crescente no mundo atual, conforme são construídas estruturas cada vez mais altas e flexíveis, portanto mais vulneráveis a vibrações. Para combater esse problema, uma das técnicas utilizadas em edificações é o controle passivo, que se subdivide em vários tipos de dispositivos. Um dos mais comuns entre eles é o Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS), que consiste de um sistema massa-mola-amortecedor sintonizado ao redor da frequência natural do sistema principal. É possível utilizar mais de um AMS, que então passa a se chamar Amortecedor de Massa Sintonizado Múltiplo (AMSM).

Neste trabalho um edifício de  $n$  andares é reduzido a um grau de liberdade por meio do Método da Superposição Modal, considerando a contribuição do primeiro modo como mais significativa, e se comparam suas respostas a quando são instalados AMS, AMSM não interligado (NI) ou AMSM interligado (I). Visto que os modelos de otimização para o AMSM NI não são adequados para o AMSM I, realiza-se um estudo paramétrico para determinar parâmetros que o otimizem para duas, três, quatro e cinco massas e apresentar as equações que governam esse sistema. As equações são obtidas por um ajuste polinomial de curvas por meio da ferramenta Linha de Tendência do Microsoft Excel<sup>®</sup>. Finalmente são comparadas as respostas em todos os casos analisados e verifica-se a semelhança no comportamento da resposta em frequência do sistema, independentemente do número de massas.

## SUMÁRIO

Lista de Figuras .....	vii
Lista de Tabelas.....	viii
Lista de Símbolos .....	viii
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 RELEVÂNCIA .....	1
1.2 OBJETIVOS .....	3
1.3 METODOLOGIA .....	3
1.4 COMPOSIÇÃO DO TRABALHO .....	4
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	5
2.1 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO .....	5
2.1.1 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO AMS.....	8
2.2 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO.....	12
3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....	16
3.1 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO .....	16
3.1.1 FORMULAÇÃO PARA UM GRAU DE LIBERDADE.....	16
3.1.2 FORMULAÇÃO PARA N GRAUS DE LIBERDADE .....	18
3.1.3 MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL .....	19
3.1.4 OTIMIZAÇÃO DE DEN HARTOG .....	21
3.2 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO.....	24
3.2.1 FORMULAÇÃO PARA O AMSM NI .....	24
3.2.2 OTIMIZAÇÃO DE JANGID .....	26
3.2.3 FORMULAÇÃO PARA O AMSM I.....	28
3.2.4 OTIMIZAÇÃO PARA O AMSM I .....	29
3.2.5 RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	30
4 ESTUDO NUMÉRICO .....	32
4.1 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO .....	33
4.2 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO.....	34

4.2.1	EFEITO DE INTERLIGAÇÃO DE MASSAS .....	34
4.2.2	AMSM COM 2 MASSAS .....	35
4.2.2.1	PARÂMETROS POR ESTIMATIVA .....	35
4.2.2.2	ESTUDO PARAMÉTRICO .....	37
4.2.3	AMSM COM 3 MASSAS .....	38
4.2.3.1	PARÂMETROS POR ESTIMATIVA .....	38
4.2.3.2	ESTUDO PARAMÉTRICO .....	40
4.2.4	AMSM COM 4 MASSAS .....	42
4.2.4.1	PARÂMETROS POR ESTIMATIVA .....	42
4.2.4.2	ESTUDO PARAMÉTRICO .....	43
4.2.5	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	45
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....	50
5.1	CONCLUSÕES .....	50
5.2	SUGESTÕES .....	52
	REFERÊNCIAS .....	53

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Esquema Simplificado do Amortecedor de Massa Sintonizado .....	5
Figura 2.2 – Aplicações do dispositivo AMS até 1989 (a) Centerpoint Tower, (b) John Hancock Building, (c) City Corp Center.....	8
Figura 2.3 – Aplicações na década de 1990 (a) Hotel Burj Al Arab, (b) Edifício Park Tower (c) Ponte Akashi Kaikyo .....	9
Figura 2.4 – Aplicações na década de 2000 (a) Millenium Bridge, (b) One Wall Centre, (c) Taipei 101.....	10
Figura 2.5 – Aplicações na década de 2010 (a) Shanghai Tower, (b) Edifício 402 Park Avenue .....	11
Figura 3.1- Sistema principal acoplado com Amortecedor de Massa Sintonizado .....	16
Figura 3.2 – Modelo massa-mola-amortecedor com diagrama de corpo livre ilustrando as forças atuantes sobre o amortecedor.....	17
Figura 3.3 – Edifício com N andares, portanto N graus de liberdade, com sistema massa-mola-amortecedor acoplado .....	19
Figura 3.4 – Decomposição do vetor de deslocamentos em formas modais distintas....	20
Figura 3.5 – Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\alpha=1$ ; $\mu=0,05$ ).....	23
Figura 3.6 – Modelo Estrutural de um sistema equipado com Amortecedores de Massa Sintonizados Múltiplos Não Interligados (AMSM NI).....	24
Figura 3.7 - Amortecedor de Massa Sintonizado Interligado .....	29
Figura 4.1 – Resposta em frequência da estrutura sem controle e com AMS otimizados pelo método de Den Hartog (1956) .....	34
Figura 4.2 – Comparação da resposta da estrutura sem controle, com 3 AMSM (NI) e com AMSM (I) otimizados pelo método de Jangid (1999) .....	35
Figura 4.3 – Resposta do sistema principal sem controle, com 2 AMSM (NI) e 2 AMSM (I) com os parâmetros otimizados por estimativa .....	36
Figura 4.4 – Resposta estrutural otimizada com diferentes razões de amortecimento ...	38
Figura 4.5 – Resposta do sistema principal sem controle, com AMSM (NI) e AMSM (I) com os parâmetros otimizados por estimativa .....	39
Figura 4.6 – Resposta do sistema principal sem controle, com AMSM (NI) otimizado por Jangid (1999) e AMSM (I) otimizado pelos parâmetros estimados .....	40
Figura 4.7 – Resposta estrutural otimizada com diferentes razões de amortecimento ..	42
Figura 4.8 – Resposta do sistema principal sem controle, com AMSM (NI) otimizado por Jangid e AMSM (I) com os parâmetros otimizados por estimativa .....	43

Figura 4.9 – Resposta estrutural otimizada com diferentes razões de amortecimento ..	44
Figura 4.10 – Resposta Dinâmica em função da razão de amortecimento para cada quantidade de amortecedores .....	46
Figura 4.11 – Razões de Frequência em função da razão de amortecimento para cada quantidade de amortecedores .....	47
Figura 4.12 – Largura de Banda em função da razão de amortecimento para cada quantidade de amortecedores .....	48
Figura 4.13 – Resposta Ótima para diferentes quantidades de amortecedores .....	49

### Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Variação dos Parâmetros de Jangid (1999) para n AMSM NI.....	27
Tabela 3.2 – Coeficientes das Equações Ótimas de Jangid (1999) .....	28
Tabela 4.1 – Propriedades do <i>shear frame</i> de 20 andares em estudo .....	32
Tabela 4.2 – Propriedades do AMS em diferentes razões de massa.....	33
Tabela 4.3 – Parâmetros otimizados por estimativa para 2 massas .....	37
Tabela 4.4 – Parâmetros encontrados através do estudo paramétrico para 2 massas .....	37
Tabela 4.5 – Parâmetros otimizados por estimativa para 3 massas .....	38
Tabela 4.6 – Parâmetros encontrados através do estudo paramétrico para 3 massas .....	41
Tabela 4.7 – Parâmetros otimizados por estimativa para 4 massas .....	42
Tabela 4.8 – Parâmetros encontrados através do estudo paramétrico para 4 massas .....	44

### Lista de Símbolos

M	Massa do Sistema Principal
K	Coeficiente de elasticidade do Sistema Principal
C	Coeficiente de amortecimento do Sistema Principal
m	Massa do amortecedor
k	Coeficiente de elasticidade do amortecedor
c	Coeficiente de amortecimento do amortecedor
f(t)	Força vibratória atuante no Sistema Principal
y <sub>sp</sub>	Deslocamento do Sistema Principal
z	Deslocamento do amortecedor



$\mathbf{v}$	Vetor deslocamento do Sistema Principal
$\Phi_N$	Vetor associado ao n-ésimo modo de vibração da estrutura
$Y_N$	Amplitude associada ao n-ésimo modo de vibração da estrutura
$\omega$	Frequência do carregamento dinâmico aplicado ao Sistema Principal
$\omega_a$	Frequência natural do amortecedor
$\omega_{sp}$	Frequência natural do Sistema Principal
$\alpha$	Razão de frequência do AMS
$\beta$	Razão de frequência forçada do sistema principal
$\xi_a$	Razão de amortecimento do AMS
$\mu$	Razão de massa total
$\xi$	Razão de amortecimento do Sistema Principal
$\mu_n$	Razão de massa do n-ésimo amortecedor
$\alpha_n$	Razão de frequência do n-ésimo amortecedor
$\xi_n$	Razão de amortecimento do n-ésimo amortecedor
$\beta_L$	Largura de Banda das frequências dos AMSM
$\alpha_m$	Razão de frequência média dos AMS

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 RELEVÂNCIA

A valorização do espaço em grandes cidades, os avanços nos modelos computacionais de análise e dimensionamento, preferências estéticas e a crescente qualidade e resistência de materiais de construção como o concreto são alguns dos vários fatores que explicam a tendência atual de construir edifícios altos. Mesmo sendo estruturas muito pesadas, essas construções têm se tornado cada vez mais flexíveis e esbeltas, ou seja, mais vulneráveis à ação de cargas dinâmicas. Dessa forma, cargas como o vento, terremotos ou de ocupação humana podem gerar níveis elevados de vibração na estrutura que são indesejáveis tanto do ponto de vista da segurança estrutural como do conforto ambiental do usuário. À medida em que as técnicas de construção usadas nessas obras evoluem, também são criados novos conceitos de proteção estrutural. Atualmente há edifícios de grande porte comerciais e residenciais construídos em diversos países, portanto o controle estrutural é uma preocupação em escala global.

O controle estrutural é uma técnica de minimização de vibrações inicialmente utilizada na Engenharia Aeroespacial, mas que rapidamente se difundiu e tem sido usado pela Engenharia Civil desde a década de 1960 devido à necessidade de um dispositivo adequado para lidar com cargas dinâmicas em pontes e edifícios (Housner *et al.*, 1997).

A técnica consiste em adicionar um dispositivo ou força externa que altere as propriedades de rigidez e/ou amortecimento da estrutura considerada e pode ser realizada de diversas formas. As mais comuns são o controle passivo, ativo, híbrido e semiativo.

O controle passivo é a forma mais extensivamente estudada dentre essas, tendo sido objeto de pesquisas e contando com várias implementações nos Estados Unidos e no Japão, como o John Hancock Tower, em Boston, MA e o Chiba Port Tower, na baía de Tóquio (Soong & Dargush, 1997). Esse sistema consiste, de forma simplificada, de um ou mais dispositivos de controle incorporados à estrutura cujo propósito é absorver ou consumir a energia que é transmitida ao edifício pela carga dinâmica para que a energia a ser dissipada pela estrutura principal, assim como os danos causados a ela, sejam reduzidos. Essa dissipação ocorre tanto pela conversão da energia cinética do carregamento em calor pelo atrito dos elementos

constituintes, como também pela transferência de energia entre modos de vibração (Soong & Dargush, 1997).

O controle ativo é uma forma de controle estrutural em que o movimento de uma estrutura é controlado ou modificado através de um sistema de controle abastecido por uma fonte externa de energia. O controle semi-ativo segue o mesmo princípio, porém só requer pequenas quantidades de energia para ajustar as propriedades mecânicas do sistema e, ao contrário dos sistemas ativos, não adicionam energia à estrutura. Diversas pesquisas já foram realizadas sobre a eficiência dessas formas de controle, em particular para estruturas sob ação do vento e de sismos, e já existem sistemas desse tipo instalados em estruturas construídas (Soong & Dargush, 1997).

Apesar da maior sofisticação dos dispositivos de controle ativo, o controle passivo ainda é uma excelente alternativa para novas construções e encontram-se em expansão no mercado. Suas principais vantagens são a simplicidade da tecnologia empregada, independência de fontes externas de energia, baixa necessidade de manutenção corretiva e alta confiabilidade. A aplicação desses sistemas mostrou excelentes resultados sob efeito de cargas sísmicas elevadas em diversos casos (Jurokovski *et al.*, 1995). No entanto, o amortecedor de massa sintonizado, que é o sistema passivo sobre o qual fala este trabalho, é limitado a funcionar eficientemente dentro de uma faixa determinada de frequências. Os principais tipos de amortecedores passivos são: amortecedores metálicos, amortecedores de fricção, amortecedores viscoelásticos, amortecedores viscofluidos e amortecedores de massa sintonizados (Soong & Dargush, 1997).

Os Amortecedores de Massa Sintonizados (AMS) são compostos de um sistema massa-mola amortecedor instalado na estrutura. Visando o controle de cargas de vento principalmente, vários dispositivos desta natureza foram instalados em pontes, edifícios altos, torres e chaminés industriais. Um AMS calibrado para a frequência natural do primeiro modo de vibração de uma estrutura reduz consideravelmente a resposta associada a este modo, porém é pouco eficiente ou pode até ampliar a resposta de modos mais altos (Housner *et al.*, 1997).

Adicionalmente, um AMS único é mais sensível a inconsistências na frequência natural da estrutura ou na taxa de amortecimento da massa amortecedora, que não é um valor facilmente calculável. Apesar da maioria dos edifícios vibrar em torno do primeiro modo, essas

limitações podem gerar problemas na implantação de AMS solitários. Contudo, elas podem ser superadas com o uso de vários AMS na estrutura, sintonizados em diferentes frequências de vibração, interligados ou não.

Um Amortecedor de Massa Sintonizado Múltiplo (AMSM) nada mais é que um conjunto de vários dispositivos massa-mola amortecedores. O arranjo físico dessas massas varia de acordo com o projetista, podendo cada uma ser ligada individualmente à estrutura (AMSM não interligado) ou somente se acoplando a primeira massa à estrutura e ligando o restante das massas entre si (AMSM interligado).

## **1.2 OBJETIVOS**

Este trabalho se propõe a avaliar o desempenho de um edifício sob a ação de uma carga dinâmica, e comparar os resultados entre o uso de um único AMS e um AMSM composto de mais de uma massa, avaliando o efeito da interligação das massas em sua resposta ao primeiro modo de vibração da estrutura.

## **1.3 METODOLOGIA**

O edifício adotado para esse estudo é considerado como uma estrutura do tipo *shear frame*, ou seja, um pórtico plano com rigidez muito superior à dos pilares, onde se desprezam as deformações axiais. Dessa forma o deslocamento horizontal de um pavimento consiste somente do deslocamento horizontal de seus nós. Logo, cada pavimento do edifício é associado a somente um grau de liberdade, assim, um edifício de  $N$  andares possui  $N$  graus de liberdade.

Considera-se somente a contribuição do primeiro modo de vibração para a análise da resposta dinâmica do edifício. Sendo assim, um edifício com  $N$  graus de liberdade pode ser reduzido a um grau de liberdade pelo método da superposição modal, tomando-se a contribuição apenas do primeiro modo de vibração.

Os parâmetros ótimos para os AMS individuais são obtidos segundo a otimização de Den Hartog, sendo os parâmetros ótimos dos AMSM (NI) obtidos a partir da otimização proposta por Jangid (1999) e os parâmetros ótimos para a análise dos AMSM (I) são obtidos através de um estudo paramétrico baseado na metodologia utilizada por Carneiro (2004) e modificada neste trabalho, em que também foi considerada a estrutura submetida a uma carga harmônica.

O edifício será estudado com diferentes configurações de amortecedores. A primeira configuração será com apenas 1 AMS, a segunda configuração será com 2, 3, 4 e 5 AMSM (NI) e a terceira configuração será com 2, 3, 4 e 5 AMSM (I).

Será realizado um estudo paramétrico para determinar expressões a partir das quais se obtenham os parâmetros ótimos para os AMSM (I). Em seguida, será obtida a resposta dinâmica do edifício com os AMSM (I) e serão comparadas as eficiências dos amortecedores nas 3 configurações propostas.

## **1.4 COMPOSIÇÃO DO TRABALHO**

O presente trabalho de conclusão de curso é constituído de cinco capítulos, incluindo-se esta introdução.

O segundo capítulo é composto da Revisão Bibliográfica. Explica-se em detalhe o que é um AMS, qual é o seu objetivo e relevância de se aplicar essa solução a uma estrutura sob efeito de cargas dinâmicas. Os princípios básicos de análise e projetos estruturais com AMS são apresentados, e são mostrados exemplos reais de aplicação desse dispositivo, discutindo-se brevemente suas limitações. Em seguida, é introduzido o AMSM, suas vantagens em relação ao uso do AMS e um destaque de alguns estudos recentes sobre o assunto.

O terceiro capítulo é a Formulação do Problema e é dividido em uma seção sobre AMS, uma sobre AMSM NI e uma sobre AMSM I. Mostra-se a formulação das equações de movimento que regem o sistema e o método da superposição modal, que é usado para transformar o problema de  $N$  graus de liberdade para um grau de liberdade. Para cada configuração de amortecedor é explicado um procedimento de otimização existente na literatura e discorre-se brevemente sobre sua aplicabilidade para este trabalho.

O quarto capítulo inicialmente mostra os resultados analíticos da otimização de Den Hartog (1956) para diferentes razões de amortecimento. Em seguida, mostra que a otimização de Jangid (1999) não é adequada para os AMSM (I). É explicado o método realizado no estudo, isto é, estimativas iniciais no MAPLE 17 para definir intervalos razoáveis para a aplicação da rotina em Fortran. Os resultados do estudo paramétrico para os AMSM (I) são comparados com a otimização de Jangid (1999) para os AMSM (NI) para verificar a eficiência do sistema de controle. O capítulo é dividido em 4 sessões, uma para cada quantidade de massas, em que o procedimento supracitado é realizado e, por fim, comparam-se os resultados de cada uma das sessões e obtém-se as equações que governam o problema.

O quinto e último capítulo expõe as conclusões obtidas a partir do estudo neste trabalho, assim como sugestões para trabalhos posteriores.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO

O AMS é um dispositivo de controle estrutural clássico na Engenharia, representado na sua forma mais simples por um conjunto massa-mola-amortecedor atrelado a uma massa principal, que é o edifício.

O objetivo desse artifício é transferir parte da energia das vibrações do edifício para o amortecedor, para que sejam por ele dissipadas ao invés da dissipação ocorrer nos elementos estruturais do sistema principal. Isso é possível pois o AMS vibra aproximadamente na mesma frequência do sistema principal, porém com uma defasagem de fase.

O conceito moderno de amortecedores de massa sintonizados para aplicação estrutural vem dos estudos de absorção de vibrações dinâmicas de Frahm no começo do século XX (Frahm, 1909). A Figura 2.1 mostra um esquema simplificado dessa montagem, composta por uma pequena massa  $m$ , uma mola de rigidez elástica  $k$  ligada a um Sistema Principal de massa  $M$ , que representa o edifício, com uma mola de rigidez elástica  $K$ .

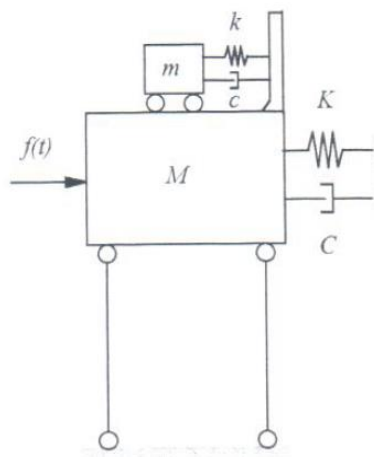


Figura 2.1. Esquema simplificado do Amortecedor de Massa Sintonizado (Carneiro, 2004).

Essa montagem se provou útil em estruturas de Engenharia Mecânica, desde que o amortecedor fosse sintonizado à frequência conhecida da máquina. Sob a ação de uma carga

harmônica simples, a massa  $M$  pode se tornar estacionária se a frequência natural da estrutura é sintonizada àquela do amortecedor (Soong & Dargush, 1997). Porém as estruturas civis estão sujeitas a cargas ambientais de frequências variáveis e imprevisíveis, como ventos e terremotos, o que gera desempenhos diferentes aos observados nas estruturas mecânicas (Avila, 2002).

Em 1928, Ormondroyd e Den Hartog conduziram um extenso estudo que concluiu que o sistema registrava vibrações menores ao se adicionar um amortecedor à montagem, mas não explicitaram como otimizar os seus parâmetros (Nishimura et. al, 1998; Den Hartog, 1956).

Em 1935, Erich Hahnkamm determinou a rigidez ótima para reduzir a resposta de um sistema massa-mola-amortecedor como o da Figura 2.1 (Nishimura et. al, 1998). Mais avanços ocorreram quando em 1946 Brock calcula o fator de amortecimento ótimo para um AMS, e em 1956 Den Hartog publicou uma edição revisada de seu livro *Mechanical Vibrations* incluindo essa alteração.

A partir da década de 1960 começou a se popularizar o uso de AMS na construção civil, com vários desses dispositivos sendo instalados em pontes, edifícios altos, torres e chaminés industriais para combater as cargas de vento, sendo seu primeiro exemplar instalado na Centerpoint Tower, em Sydney, Austrália (Vickery & Davenport, 1970).

Desde segunda metade do século XX diversos autores se dedicaram ao estudo dos AMS, como Den Hartog (1956), Warburton (1982), Tanaka e Mak (1983), Xu e Igusa (1992), Magluta (1993), Tsai e Lin (1993), Rana e Soong (1998), Zuo e Nayfeh (2003 e 2004) e Lee et al (2006). Seus resultados serão brevemente colocados a seguir.

Warburton (1982) apresentou parâmetros ótimos para amortecedores conectados a um sistema principal não-amortecido, submetido a uma força harmônica. Concluiu que estruturas com muitos graus de liberdade podem ser reduzidas a sistemas de um grau de liberdade se vibrarem predominantemente em torno do primeiro modo de vibração. Nesse caso só a contribuição do primeiro modo é considerada.

Tanaka e Mak (1983) examinaram a eficiência de um AMS em reduzir o deslocamento de um edifício submetido a uma carga de vento. A análise foi feita numericamente e experimentalmente em túnel de vento. A conclusão do estudo indicou dependência dos parâmetros ótimos de projeto em relação às características da excitação.

Xu e Igusa (1992) estudaram as características dinâmicas de estruturas com AMS submetidas a forças harmônicas ou de banda larga e encontraram que múltiplos amortecedores de frequências próximas podem ser representados por um único AMS.

Magluta (1993) investigou as vantagens e limitações de sistemas passivos do tipo massa-mola-amortecedor na redução dos níveis de vibração de uma estrutura. Considerou a influência dos parâmetros dos amortecedores na eficiência do controle e apontou valores práticos para as razões de massa e de amortecimento. As razões de massa e de frequência foram identificadas como os principais parâmetros de influência na eficiência do sistema. Geralmente, quanto maior for a razão de massa e, portanto, a massa do absorber, maior serão as suas amplitudes de vibração. Porém, há limitações práticas e de eficiência no valor desse parâmetro, dado que amortecedores muito pesados aumentam o custo de construção. Para garantir eficiência, o autor sugere razões de massa inferiores a 10%. A razão de amortecimento foi de pouca importância em grande parte dos casos. Taxas de amortecimento associadas foram inferiores a cerca de 10%. Os resultados indicaram que a eficiência dos amortecedores é diretamente proporcional ao deslocamento dinâmico, portanto eles devem ser instalados o mais próximo possível dos pontos de maior deslocamento da estrutura.

Tsai e Lin (1993) pesquisaram se o amortecimento da própria estrutura interfere na eficiência de um sistema de controle dimensionado com parâmetros ótimos para uma estrutura tida como não amortecida. Consideraram um AMS ligado a uma estrutura amortecida e realizaram uma busca numérica dos valores ótimos para as razões de frequência e de amortecimento. Por meio de ajuste de curvas, encontraram expressões para a obtenção desses parâmetros ótimos. Os resultados numéricos mostraram que o AMS é pouco eficiente para reduzir a resposta permanente da estrutura se ela é altamente amortecida previamente. Compararam os resultados da sua busca numérica com os parâmetros otimizados de Den Hartog (1956) e concluíram que a resposta é similar, para um sistema com essas condições.

Rana e Soong (1998) fizeram um estudo paramétrico para determinar os parâmetros ótimos dos amortecedores e encontraram que para uma estrutura principal de um grau de liberdade altamente amortecida, a resposta dinâmica não diminui ao adicionar apenas um AMS, corroborando os estudos de Tsai e Lin (1993). A resposta dessa estrutura no domínio do tempo foi verificada para amortecimento baixo, com um AMS submetido a uma força harmônica correspondente aos terremotos de El Centro e México. Descobriram que o AMS trabalha muito bem em ambos os casos, considerando a diferença significativa na natureza dos



registros e sugeriram utilizar a carga harmônica para otimizar o desempenho dos amortecedores. Posteriormente estudaram uma estrutura de três graus de liberdade equipada com amortecedores múltiplos (AMSM) e sintonizaram-nos aos três primeiros modos de vibração do sistema principal. Novamente os resultados foram bons para o primeiro modo e ruins para o segundo e terceiro modos.

Zuo e Nayfeh (2003 e 2004) otimizaram o estudo de Xu e Igusa (1992) empregando uma carga aleatória atuando em estruturas com múltiplos graus de liberdade usando amortecedores com múltiplos graus de liberdade. Novamente a efetividade de AMS passivos foi comprovada.

Lee et al. (2006) otimizaram o cálculo de estruturas de quaisquer graus de liberdade com AMS, usando simulações numéricas de modelos complexos, demonstrando a efetividade de sua teoria para minimizar a resposta estrutural no domínio da frequência.

A conclusão desses estudos é que os AMS são meios eficientes para minimizar a resposta de estruturas a cargas dinâmicas quando seu estado inicial é pouco amortecido, que é o caso que será analisado neste estudo.

### 2.1.1 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO AMS

As figuras 2.2 a 2.5 mostram aplicações do AMS ao longo das décadas.

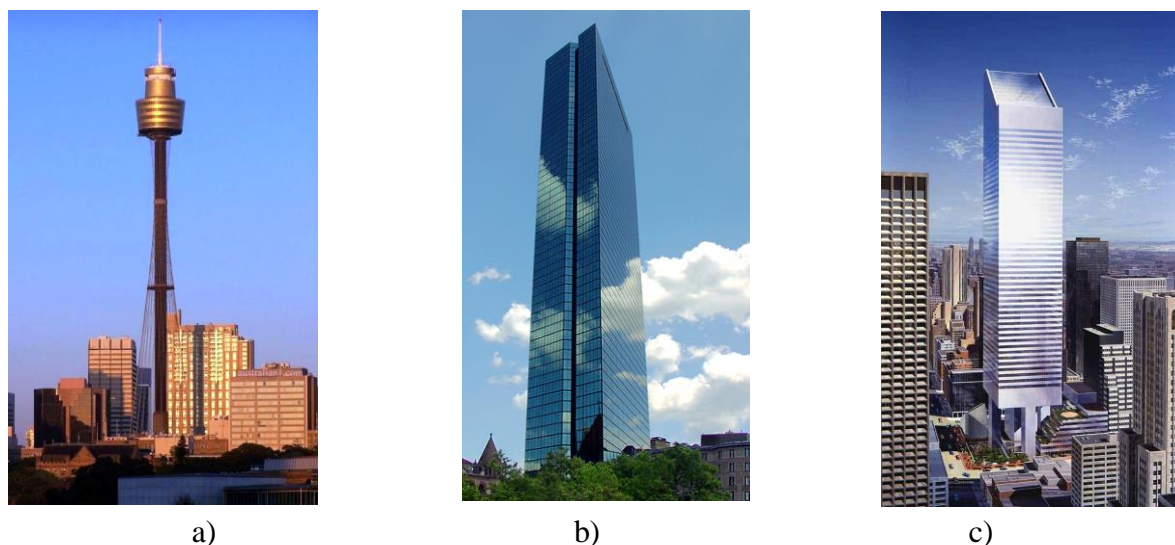


Figura 2.2. Aplicações do dispositivo AMS até 1989. a) Centerpoint Tower; b) John Hancock Tower; c) City Corp Center;

A Centerpoint Tower em Sydney, Austrália, foi a primeira estrutura a receber um AMS passivo. Possui um reservatório de 162.000 litros de água situado em seu topo que atua como estabilizador (Vickery & Davenport, 1970).

O edifício John Hancock em Boston, Estados Unidos, tem dois AMS de aço e chumbo no 58º andar, cada um com 300 toneladas, destinados a reduzir as vibrações induzidas pelo vento. A City Corp Center, em Nova Iorque, Estados Unidos, possui um amortecedor de 400 toneladas em seu topo, que diminui as oscilações advindas do vento em até 50%. Estas foram as primeiras estruturas no hemisfério ocidental a possuírem AMS (Campbell, 1995).

A década de 90 viu muitos projetos utilizando AMS, de diversas finalidades, entre elas: hotéis, torres, pontes, antenas de TV, entre outros.



a)



b)



c)

Figura 2.3. Aplicações na década de 1990. a) Burj Al Arab; b) Park Tower; c) Akashi Kaikyo Bridge;

O único hotel 7 estrelas do mundo, o Burj Al Arab, em Dubai, Emirados Árabes Unidos, tem 321 m de altura. Entre características dinâmicas da obra estão 11 amortecedores distribuídos ao longo da altura do hotel para evitar desconforto dos hóspedes e turistas devido ao vento e também minimizar danos de um possível terremoto (GERB Vibration Control Systems, 1997).

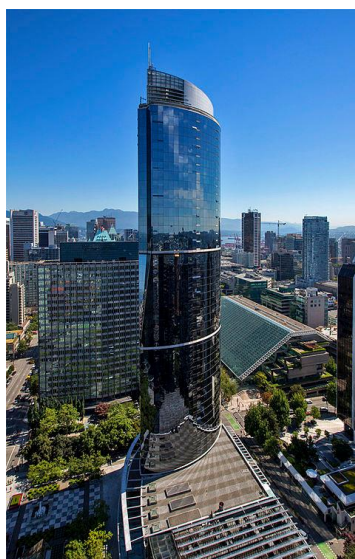
O Park Tower, em Chicago, Estados Unidos, é um edifício de 257m em concreto armado. Foi o primeiro edifício dos Estados Unidos a incluir o AMS desde sua concepção. O tipo de amortecedor usado nessa construção é um pêndulo de aço de 300 toneladas, suspenso por quatro cabos metálicos em uma jaula quadrada. Informações sobre o projeto de AMS no formato de pêndulos e otimização de seus parâmetros podem ser encontradas em Oliveira (2012).

A ponte Akashi Kaikyo em Kobe, Japão, é a ponte com o maior vão central do mundo (1.991 m). Foi projetada para suportar ventos de 286 km/h, terremotos de até 8.5 na escala Richter e golpes de correntes marinhas. Usa pêndulos dentro de suas torres de suspensão como amortecedores.

A Figura 2.4 apresenta algumas estruturas feitas na primeira década do novo milênio.



a)



b)



c)

Figura 2.4. Estruturas com AMS nos anos 2000. a) Millenium Bridge; b) One Wall Centre; c) Taipei 101;

A Millenium Bridge, em Londres, é uma passarela estaiada de três vãos de 81, 144 e 108 m de norte a sul, totalizando 325 m de extensão. No dia da sua inauguração foram percebidas vibrações excessivas devido ao caminhar de pedestres. Em virtude disso foi reformada com a instalação de 26 pares de AMS ao longo de seus vãos para reduzir vibrações verticais e 37 amortecedores viscofluidos na passarela para combater vibrações horizontais, melhorando significativamente seu comportamento (Gomes, 2006).

O One Wall Centre em Vancouver, Canadá, é um edifício de uso misto (residencial, hotelaria e escritórios) de 158 m de altura. Para combater oscilações harmônicas em períodos de ventos fortes, o prédio conta com um sistema de AMS fluido em seu topo, que consiste de dois tanques de 227.300 litros de água. Esses tanques são projetados para que a frequência do deslizar da água nos tanques seja sintonizada com a frequência de balanço do edifício.

O Taipei 101, em Taiwan, é um dos maiores edifício do mundo, com 509 m de altura, considerado uma das sete maravilhas da engenharia atual. Tem o maior AMS em formato de pêndulo do mundo, capaz de suportar ventos de 60 m/s. Pesando 662 toneladas, é capaz de reduzir em até 40% a oscilação do prédio e está situado entre o 88º e o 92º andar. Adicionalmente, possui mais 2 AMS de 4,5 toneladas cada próximo à antena.

Finalmente, a Figura 2.5 mostra alguns dos edifícios que utilizam AMS completados durante a década de 2010.



a)



b)

Figura 2.5. Edifícios na década de 2010. a) Shanghai Tower; b) 402 Park Avenue;



O Shanghai Tower, na China, é um edifício residencial e comercial de 632 m de altura. Incorporando diversos elementos de design sustentável, é atualmente o segundo maior edifício do mundo, superado apenas pelo Burj Khalifa, em Dubai. Seu amortecedor é composto de um sistema inovador, que funciona pelo princípio de correntes de Foucault. É composto de um pêndulo de 1.000 toneladas de ferro e uma placa de 100 m<sup>2</sup> de cobre coberta por 125 ímãs, ocupando os cinco andares superiores da torre. Quando o prédio oscila, o amortecedor passa sobre os ímãs, induzindo uma corrente elétrica na placa, criando um campo magnético oposto que reduz o movimento da massa, ampliando seu amortecimento. Um sistema elegante, eficiente e que reduz significativamente o movimento lateral do prédio (<http://www.popularmechanics.com/technology/infrastructure/a14564/the-121-story-tower-that-never-sways/>, acesso em 06-2016).

O 402 Park Avenue em Nova Iorque, com seus 426 m, é o maior edifício residencial do mundo. Devido ao seu formato altamente esbelto, os andares superiores foram feitos com lajes de até 46 cm de espessura, para adicionar rigidez ao prédio. Para contrabalancear os efeitos do vento, dois pavimentos a cada dois andares são completamente abertos, para permitir a passagem do ar. Adicionalmente, o prédio conta com 2 AMS em seu topo, com um peso combinado de 1.370 toneladas.

## **2.2 AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO**

O conceito de AMS múltiplo e a sua otimização foram propostos por Clark em 1988. O AMSM consiste em vários amortecedores de frequências diferentes dispostas em torno da frequência natural do modo da estrutura que se deseja controlar.

Yamaguchi e Harnpornchai (1993) estudaram as características fundamentais dos AMSM com frequências naturais distribuídas e diferentes números de amortecedores em estruturas submetidas a forças harmônicas. Os parâmetros analisados foram os intervalos de frequências do AMSM, razão de amortecimento de cada amortecedor e número de amortecedores. Os autores concluíram que o fator definitivo para se melhorar a efetividade do sistema é o intervalo de frequência dos amortecedores. Também foi verificado que a razão de amortecimento e número de amortecedores são parâmetros interligados. Ao aumentar-se a razão de amortecimento, pode-se diminuir o número de massas e vice-versa.

Igusa e Xu (1994) estudaram a capacidade de controle dos AMSM em relação à massa total dos amortecedores, distribuindo suas frequências em um intervalo determinado para estruturas influenciadas por carregamentos de frequências de banda larga. Concluíram que os AMSM foram mais efetivos que os AMS, e que as frequências dos AMSM devem ser distribuídas em um intervalo centrado na frequência natural da estrutura principal, e que a largura de banda é proporcional ao quadrado da massa total dos amortecedores.

Kareem e Kline (1995) apresentaram um estudo das características dinâmicas e eficiência de estruturas montadas com AMSM quando submetidas a carregamentos aleatórios de vento e sismos. Os parâmetros usados foram intervalo de frequências dos AMSM, razão de amortecimento e número de amortecedores. Notou-se que há vantagem sobre o uso do AMS pois precisam de menor espaço, deste modo o transporte e a instalação são facilitados. Os autores concordaram com as conclusões de Yamaguchi e Harnpornchai (1993) com relação à relevância predominante do intervalo de frequência em relação aos outros parâmetros analisados.

Joshi e Jangid (1997) estudaram a razão de amortecimento, razão de frequência e largura de banda para um sistema de um grau de liberdade com AMSM submetido a uma excitação de base em um modo de vibração específico. Foi usado o método de minimização do valor *rms* (*root mean square*) do deslocamento no sistema principal, e concluíram que o amortecimento ótimo dos amortecedores é independente do amortecimento do sistema principal, assim como o número de amortecedores não influi consideravelmente na busca da frequência ótima. Mais uma vez reiteraram a superioridade do uso de AMSM sobre o AMS.

Rana e Soong (1998) estudaram o uso de AMSM para controle de mais de um modo de vibração em estruturas com três graus de liberdade. Verificaram que a adição de amortecedores sintonizados à frequência dos segundo e terceiro modos de vibração prejudicava o amortecimento do primeiro modo.

Jangid (1999) utilizou a busca numérica Min.Max proposta por Tsai e Lin (1993) para encontrar a razão de amortecimento, largura de banda e frequência ótima para os AMSM com massas não interligadas (NI) de um sistema não-amortecido submetido a carga harmônica. Por meio de ajuste de curvas, o autor determinou as equações que governam esse tipo de sistema. As equações valem pra sistemas com até 31 amortecedores com razão de massa menor que 10%.

Wu e Chen (2000) analisaram a posição dos amortecedores na estrutura para otimizar a resposta de um *shear building* com N graus de liberdade submetido a um sismo. Determinaram que o AMSM continua funcionando mesmo se um dos amortecedores falhar, uma de suas vantagens em relação ao AMS.

Gu et al. (2001) realizaram um estudo paramétrico para controle de vibrações da ponte Yangpu, na China, com sete disposições distintas de AMSM no vão central. Concluíram que a eficiência da montagem depende primariamente da razão de frequência e largura de banda, corroborando os estudos de Yamaguchi e Harnpornchai (1993) e Kareem e Kline (1995).

Avila (2002) estudou um AMSM de duas massas em quatro configurações diferentes, interligados ou não interligados, variando a forma de conexão com a estrutura principal. Foi feita uma busca numérica para otimização de parâmetros através de análise paramétrica.

Li e Liu (2003) compararam a performance de oito modelos de AMSM, usando distribuição em torno de valores médios para razão de amortecimento, massa e rigidez. A estrutura analisada foi representada por um sistema reduzido a um grau de liberdade associado ao modo de vibração que se desejava controlar. A análise numérica foi feita por meio da minimização dos valores mínimos do fator de amplificação dinâmica para os oito modelos. Seus parâmetros ótimos foram investigados, e suas performances comparadas e quantificadas. Os autores concluíram que intervalo da frequência, razão de amortecimento e eficiência dos amortecedores aumentam com a razão de massa.

Chen e Wu (2003) fizeram um estudo para reduzir a resposta sísmica de um edifício com AMSM submetido a vibrações livres e forçadas. Confirmaram as conclusões de seu trabalho anterior (Wu e Chen, 2000), que o AMSM é mais eficiente em reduzir a aceleração de um prédio que o AMS.

Magluta et al. (2003) compararam sistemas com AMSM e AMS, ressaltando a possibilidade de avaliar erros de calibração e necessidade de menor razão de amortecimento como vantagens do primeiro.

Pinelli et al. (2003) analisou o efeito de quatro combinações de AMSM para redução de vibrações sísmicas. Foram estudados um edifício de três, um de nove e um de vinte andares, para se investigar o efeito em estruturas baixas, médias e altas. Concluíram que AMSM apresentam uma redução de 10% na aceleração quando comparados ao AMS.

Carneiro (2004) avaliou a influência do número total de massas e a interligação entre elas na eficiência do AMSM para reduzir vibrações em edifícios altos. O estudo avalia um shear frame de vinte andares reduzido a um grau de liberdade pelo método da superposição modal. Verificou que os parâmetros obtidos por Jangid (1999) para os AMSM NI eram inadequados para os AMSM I, e realizou, em seguida, uma busca numérica para encontrar os parâmetros ótimos para a montagem interligada.

Elias e Ávila (2006) mostraram uma análise para determinação da quantidade e posição de amortecedores em estruturas com vários graus de liberdade por meio da resposta dinâmica permanente. Constataram que é desnecessário instalar um dispositivo por andar, e podem ser dispostos de formas mais econômicas sem prejuízo de eficiência.

Gomes (2006) fez um estudo numérico do comportamento dinâmico de uma passarela de pedestres em Brasília. A passarela foi analisada sob vibração forçada devida à ação humana. Verificou que havia vibrações além dos limites de serviço para vários dos casos estudados. Propôs diversas configurações de AMSM projetados por simulações numéricas e travamentos horizontais para superar o problema, obtendo reduções significativas nas amplitudes de vibração.

Du et al. (2007) propuseram uma otimização paramétrica para estruturas com um grau de liberdade amortecidas sujeitas a aceleração de base com AMSM, considerando vários amortecedores e procurando o melhor desempenho. Verificaram que esse método é muito eficiente e fornece valores corretos para parâmetros ótimos se o sistema possui mais de vinte amortecedores.

Lara (2007) utilizou o software ANSYS para analisar numericamente o número e posição mais eficientes para AMS em vigas com diferentes configurações de apoio. Foi usada a otimização de Den Hartog (1956) para o caso do AMS único e de Jangid (1999) para o AMSM NI. O autor observou uma diminuição de mais de 80% na resposta dinâmica sob carregamento harmônico e de 45% para o caso de excitação aleatória.

Cruz (2013) analisou o comportamento dos AMS instalados na ponte sobre o Rio Ave em Portugal. Foram instalados instrumentos de medição para registrar os deslocamentos verticais do tabuleiro da ponte e foi feito um modelo no software MATLAB para analisar numericamente o seu comportamento. Ao comparar os resultados experimentais com o seu modelo numérico, o autor concluiu que ele resultou em uma boa aproximação do



comportamento real, dado que as frequências ótimas para os amortecedores previstas na modelagem diferiam de menos de 5% das registradas pelos instrumentos.

### 3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

#### 3.1. AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO

##### 3.1.1. FORMULAÇÃO PARA UM GRAU DE LIBERDADE

Considere um sistema com um grau de liberdade submetido à ação de uma força vibratória  $f(t)$ , conforme indicado na Figura 3.1, em que os componentes do sistema principal estão indicados por letras maiúsculas e os do amortecedor, por minúsculas. Uma estrutura desse tipo, caso não possua um dispositivo amortecedor, está sujeita a sofrer deslocamentos excessivos, possivelmente prejudiciais. Isso pode ser contornado ao se adicionar uma nova massa (AMS) ao conjunto, que tenha um movimento relativo à primeira.

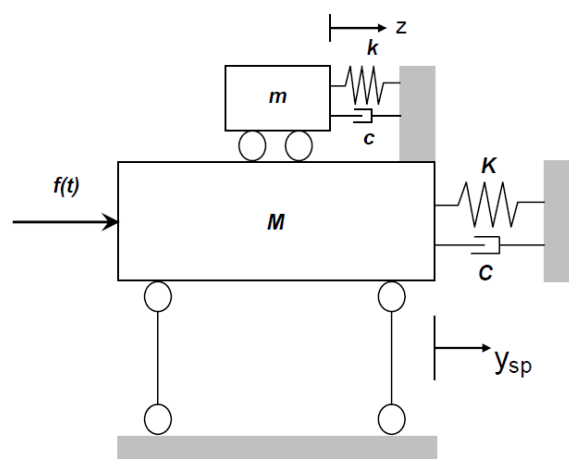


Figura 3.1. Sistema Principal acoplado com Amortecedor de Massa Sintonizado.

As propriedades físicas essenciais de um sistema estrutural linear elástico sujeito à uma força do tipo  $f(t)$  são sua massa e, conseqüentemente, sua inércia, propriedades elásticas (rigidez) e mecanismo de amortecimento. Na forma mais simples de um modelo com um GL, cada uma dessas propriedades é associada e assumida concentrada em um único elemento físico. A distribuição dessas respostas é ilustrada na Figura 3.2.

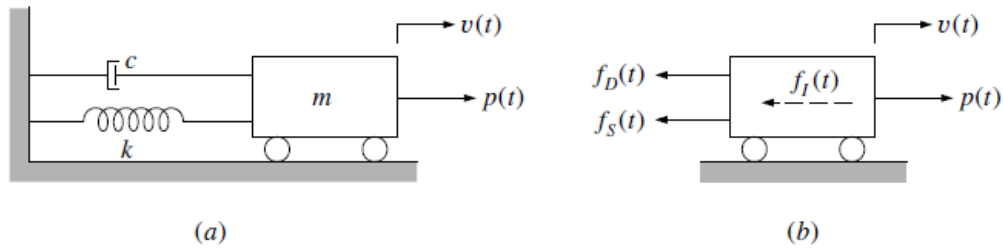


Figura 3.2. Modelo massa-mola-amortecedor (a) com diagrama de corpo livre ilustrando as forças atuantes sobre o amortecedor (b)

Toda a massa do sistema está concentrada no bloco rígido, que está restrito pelos roletes com relação a deslocamentos na vertical e, portanto, só pode se mover horizontalmente. Logo, todo o deslocamento da estrutura pode ser descrito pela função  $v(t)$ . A resistência elástica ao deslocamento advém da mola e sua constante  $k$ , enquanto o mecanismo de perda de energia é representado pelo amortecedor  $c$ . A força externa está descrita pela componente  $p(t)$ .

O equilíbrio desse corpo rígido pode ser descrito através do Princípio de D’Alambert, que nos leva à equação:

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (3.1)$$

Cada uma das forças representadas à esquerda da igualdade é uma função do deslocamento  $v(t)$  ou de suas derivadas. A força de inércia é devida à ação da massa do bloco, corresponde ao produto da massa e aceleração

$$f_I(t) = m\ddot{v}(t) \quad (3.2a)$$

A força de amortecimento corresponde à multiplicação da constante de amortecimento pela velocidade de conjunto, no caso de amortecimento viscoso

$$f_D(t) = c\dot{v}(t) \quad (3.2b)$$

Finalmente a força elástica segue a Lei de Hooke, e é produto da constante elástica da mola e do deslocamento do conjunto

$$f_S(t) = kv(t) \quad (3.2c)$$

Queremos com essas equações gerar o equilíbrio entre as forças geradas no prédio e as que o amortecedor produz como resposta. Ao se combinar o resultado das equações 3.2a até 3.2c, chegamos na equação do movimento usada para esse sistema com um grau de liberdade

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}_{sp}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}_{sp}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}_{sp}(t) = \mathbf{c}\dot{z}(t) + \mathbf{k}z(t) + \mathbf{f}(t) \quad (3.3)$$

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\dot{\mathbf{y}}_{sp}(t) \quad (3.4)$$

Em que:

**M**: massa do sistema principal;

**C**: constante de amortecimento do sistema principal;

**K**: constante elástica do sistema principal;

$\mathbf{y}_{sp}(t)$ : deslocamento do sistema principal em relação à base;

**m**: massa do AMS;

**c**: constante de amortecimento do AMS;

**k**: constante elástica do AMS

$z(t)$ : deslocamento do AMS em relação ao sistema principal;

### 3.1.2. FORMULAÇÃO PARA N GRAUS DE LIBERDADE

A rigor, em uma aplicação real o sistema principal, especialmente no caso de edifícios altos, terá infinitos graus de liberdade. No entanto é possível simplificar a maioria dos casos em um modelo com N graus de liberdade. A descrição teórica da equação de forças inerciais, de amortecimento e elásticas continua a mesma, porém ao invés de as propriedades de massa, amortecimento e elasticidade serem representadas por um número, elas passam a ser representadas por uma matriz de grau correspondente à quantidade de graus de liberdade envolvidos no problema.

Para um edifício do tipo *shear building* com N graus de liberdade, como o da Figura 3.3, com um Amortecedor de Massa Sintonizado instalado, o conjunto possuirá N+1 graus de liberdade e seu comportamento será descrito pelas equações 3.3 e 3.4

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}(t) + \mathbf{P}(t) \quad (3.5)$$

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{\mathbf{y}}_N(t) \quad (3.6)$$

Em que:

**M**: matriz de massa do sistema principal;

**C**: matriz de amortecimento do sistema principal;

**K**: matriz de elasticidade do sistema principal;

**F**(t): carregamento dinâmico aplicado na estrutura;

**P**(t):  $[0, \dots, c\dot{z}(t), kz(t)]^T$ ;

$y_N$ : deslocamento da n-ésima massa em relação à base

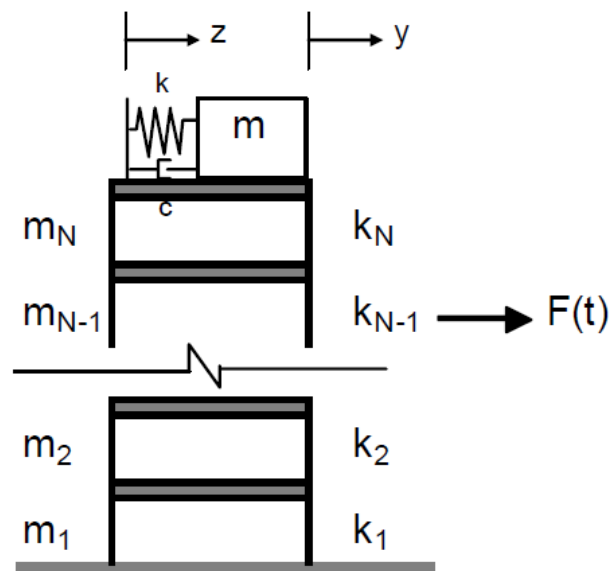


Figura 3.3. Edifício com N andares, portanto, N graus de liberdade, com sistema massa-mola-amortecedor acoplado.

### 3.1.3 MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL

Em um Sistema com N graus de Liberdade, como o *shear frame* em estudo, o deslocamento de cada andar relacionado a um grau de liberdade é determinado pelo vetor  $\mathbf{v}$ . Para simplificar a análise e permitir a redução do modelo do prédio, será utilizado o artifício da superposição modal.

Para tanto, devemos analisar a posição de cada andar em função dos modos de vibração. Modos de vibração são padrões de deslocamento e existem em N formas independentes, relativas às condições de contorno (de apoio) de um elemento. Portanto, somando-se a contribuição de cada modo de vibração em amplitudes determinadas, pode-se descrever o comportamento de qualquer estrutura. Isso é matematicamente possível porque os modos tem propriedades de ortogonalidade e é eficiente pois é possível descrever com precisão suficiente qualquer deslocamento com poucos modos (Clough e Penziem, 1995).

A Figura 3.4 ilustra esse método para uma barra com uma extremidade engastada e uma extremidade livre.

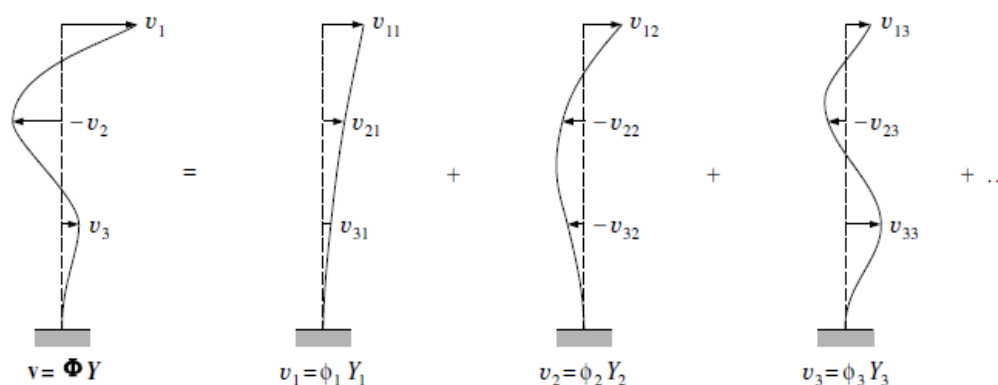


Figura 3.4. Decomposição do vetor de deslocamentos em formas modais distintas (Clough e Penziem, 1995).

Sob a forma de equação, o procedimento denotado pela Figura 3.4 pode ser explicitado pela equação 3.5

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\phi}_1 Y_1 + \boldsymbol{\phi}_2 Y_2 + \dots + \boldsymbol{\phi}_N Y_N = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{Y} \quad (3.7)$$

Nota-se que a matriz  $\boldsymbol{\phi}$  é uma matriz N x N que serve ao propósito de transformar o vetor  $\mathbf{Y}$  no vetor  $\mathbf{v}$ . Essa matriz é não singular, portanto pode ser invertida, logo sempre é possível resolver a equação (3.5) para amplitudes em coordenadas normais a  $\mathbf{Y}$  que são associadas com qualquer um dos deslocamentos no vetor  $\mathbf{v}$ .

Como a maioria dos edifícios altos vibram usualmente em torno de um único modo de vibração, geralmente o primeiro, seus deslocamentos podem ser bem representados se for levada em conta somente a contribuição relacionada ao primeiro modo de vibração.

Para o *shear building*, o vetor de deslocamentos pode ser representado pelo primeiro termo da igualdade na equação (3.5), assim temos

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{Y}_1 \quad (3.8)$$

Ao introduzir a equação (3.5) e suas derivadas na equação (3.3) e multiplicar cada uma de suas parcelas por  $\boldsymbol{\Phi}_1^T$ , chega-se a

$$\boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}_1 \ddot{\mathbf{Y}} + \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi}_1 \dot{\mathbf{Y}} + \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{F}(t) + \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{P}(t) \quad (3.9)$$

Devido à propriedade da ortogonalidade, a multiplicação do vetor  $\boldsymbol{\Phi}_1^T$  pelos vetores  $\boldsymbol{\Phi}_n$  será sempre 0, exceto pelo vetor relacionado ao primeiro modo de vibração, conduzindo à equação (3.8)

$$\boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}_1 \ddot{\mathbf{Y}} + \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi}_1 \dot{\mathbf{Y}} + \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{F}(t) + \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{P}(t) \quad (3.10)$$

As matrizes  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$  são ortogonais em relação aos modos de vibração. Se a matriz  $\mathbf{C}$  for proporcional ou de Raleigh, ela também será ortogonal. Neste caso, a matriz de amortecimento será da forma

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (3.11)$$

Com a consideração feita a respeito da matriz de amortecimento, é possível agora reescrever a equação (3.9) em sua nova forma

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{Y}} + \mathbf{K}^* \mathbf{Y} = \mathbf{F}^*(t) + \mathbf{P}^*(t) \quad (3.12)$$

Em que:

$$\mathbf{M}^* = \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}_1;$$

$$\mathbf{C}^* = \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi}_1;$$

$$\mathbf{K}^* = \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi}_1;$$

$$\mathbf{F}^*(t) = \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{F}(t);$$

$$\mathbf{P}^*(t) = \boldsymbol{\Phi}_1^T \mathbf{P}(t);$$

Nota-se que, com essa substituição, a equação (3.12) agora é de um sistema com um único grau de liberdade, porém ela utiliza os parâmetros modais, ao invés dos parâmetros físicos.

### 3.1.4 OTIMIZAÇÃO DE DEN HARTOG

O objetivo de se instalar um AMS em uma estrutura é diminuir a amplitude do pico de ressonância para o menor valor fisicamente possível, para que as amplificações sejam menores ao longo de uma faixa mais ampla de frequência próxima à de ressonância. Na tentativa de

obter o menor pico de ressonância é necessário determinar os parâmetros do AMS que permitem uma solução otimizada (Ávila, 2002). Existem vários métodos para encontrar os parâmetros ótimos que permitem a diminuição da resposta dinâmica da estrutura com AMS. Um deles, largamente validado experimentalmente ao longo dos anos é o método proposto por Den Hartog (1956), que desenvolveu uma técnica de otimização com o objetivo de minimizar o deslocamento da estrutura ao considerar um sistema não amortecido submetido a uma excitação harmônica senoidal com frequência igual a  $\omega$ . Nesse estudo foram desenvolvidas expressões analíticas para a determinação dos parâmetros ótimos do AMS.

Mede-se o efeito dinâmico em comparação ao deslocamento estático. Sabe-se que o fator de amplificação dinâmica, ou resposta em frequência normalizada, para um sistema não amortecido submetido a uma excitação senoidal com frequência  $\omega$  é dado por

$$R = \frac{y_{max}}{y_{st}} = \sqrt{\frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2\xi_a \alpha \beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2)(1 - \beta^2) - \alpha^2 \beta^2 \mu]^2 + (2\xi_a \alpha \beta)^2 (1 - \beta^2 - \beta^2 \mu)^2}} \quad (3.13)$$

Em que

R: fator de amplificação dinâmica ou resposta em frequência;

$Y_{max}$ : deslocamento máximo do sistema principal;

$Y_{st}$ : deslocamento estático;

$\alpha$ : razão de frequência,  $\alpha = \omega_a / \omega_{sp}$ ;

$\omega_a$ : frequência natural do AMS,  $\omega_a = k/m$ ;

$\omega_{sp}$ : frequência natural do sistema principal,  $\omega_{sp} = K/M$ ;

$\beta$ : razão de frequência forçada do sistema principal,  $\beta = \omega / \omega_{sp}$ ;

$\xi_a$ : razão de amortecimento do AMS,  $\xi_a = c/c_c = c/2m\omega_a$ ;

$c_c$ : amortecimento crítico do AMS;

$\mu$ : razão de massa,  $\mu = m/M$ ;

A Figura 3.5 a seguir ilustra o comportamento do fator de amplificação R em função de  $\beta$  para  $\alpha = 1$ ,  $\mu = 0,05$  e vários valores de  $\xi_a$ . Observa-se que para uma razão de amortecimento teórica  $\xi_a = 0$ , a resposta dinâmica tende para o infinito nas duas frequências naturais do sistema

estrutura e AMS. Aumentando-se a razão de amortecimento até o infinito, a amplitude da resposta dinâmica novamente tende ao infinito. Para outros valores de  $\xi$  a estrutura mostra valores finitos de R, logo necessariamente há uma razão de amortecimento que conduz a uma resposta mínima.

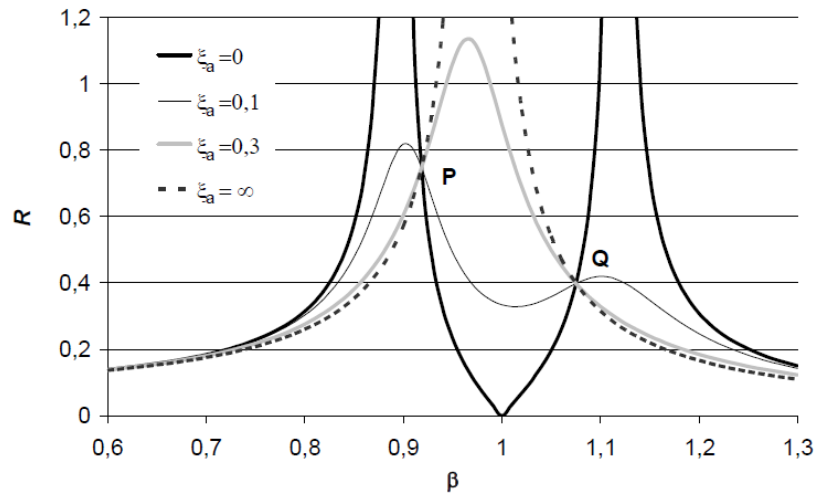


Figura 3.5. Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\alpha=1$ ;  $\mu=0,05$ ), (Soong & Dargush, 1997)

Ainda observando a Figura 3.5, verifica-se a existência dos pontos P e Q, chamados pontos fixos, para os quais o valor de R é independente da razão de amortecimento do AMS. Segundo Den Hartog (1956), é possível minimizar os picos escolhendo-se um valor de  $\alpha$  tal que P e Q tenham a mesma amplitude. Esse valor  $\alpha$  é a razão de frequência ótima e é expresso por

$$\alpha_{\text{ótimo}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.14)$$

A partir de  $\alpha_{\text{ótimo}}$  é possível determinar a amplitude R desses pontos P e Q, e a razão ótima de amortecimento do AMS  $\xi_{\text{ótimo}}$ . Essa é estimada como média de dois valores que maximizam as amplitudes dos pontos fixos da curva R vs  $\beta$ .

$$R = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (3.15)$$

$$\xi_{\text{ótimo}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (3.16)$$



Finalmente, é possível definir as propriedades de massa, rigidez e amortecimento de um AMS otimizado, inicialmente, adotando-se uma razão de massa, calculando-se os valores dos parâmetros através das expressões de Den Hartog (1956) e sabendo que

$$\omega_a = \alpha \omega_{sp} \quad (3.17)$$

$$k = \omega_a^2 m \quad (3.18)$$

$$c = 2m\xi_a\omega_a \quad (3.19)$$

## 3.2. AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO

### 3.2.1. FORMULAÇÃO PARA O AMSM NI

A montagem de um sistema com AMSM é ilustrada pela Figura 3.6 a seguir

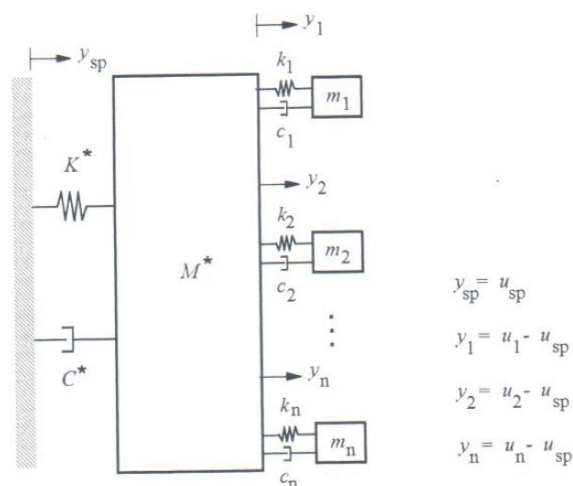


Figura 3.6. Modelo Estrutural de um sistema equipado com Amortecedores de Massa Sintonizados Múltiplos Não Interligados (AMSM NI)

Seguindo a direção em que seguiu Carneiro (2004), foram eleitas coordenadas relativas para o deslocamento dos amortecedores em relação ao deslocamento do sistema principal. Desta forma, o vetor de deslocamentos dos amortecedores  $\mathbf{y}_n$  é a diferença entre o deslocamento de um amortecedor qualquer e o deslocamento total da estrutura. Assim, pode-se desacoplar as matrizes de amortecimento e elasticidade e acoplar a matriz de massa. A equação (3.19) governa o movimento do sistema

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{u}_n - \mathbf{u}_{sp} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.21)$$

Em que:

M, C, K são respectivamente a matriz de massa, amortecimento e elasticidade;

y(t): vetor de ordem (n+1) dos deslocamentos do sistema com AMSM;

Baseado nesse sistema de coordenadas, montam-se as matrizes de massa, amortecimento e elasticidade de ordem (n+1), correspondente aos AMSM e ao sistema principal.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M^* + \sum m_j & m_1 & m_2 & \dots & m_n \\ m_1 & m_1 & 0 & \dots & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_n & 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K^* & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & k2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & kn \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C^* & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & c2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & cn \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Para diminuir a quantidade de cálculos serem executados durante a busca numérica, é interessante dividir as matrizes M, C, e K pela massa do sistema principal M\*. Dessa forma, os elementos das novas matrizes são função das razões de massa ( $\mu$ ), de amortecimento ( $\xi$ ) e de frequência ( $\alpha$ ) dos amortecedores, além da frequência natural do sistema principal ( $\omega_{sp}$ ), que são parâmetros determinados pela otimização.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 + \sum \mu_j & \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_n \\ \mu_1 & \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ \mu_2 & 0 & \mu_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_n & 0 & 0 & \dots & \mu_n \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \omega_{sp}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_1^2 \omega_{sp}^2 \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2^2 \omega_{sp}^2 \mu_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_n^2 \omega_{sp}^2 \mu_n \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2\xi \omega_{sp} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\mu_1 \xi_1 \alpha_1 \omega_{sp} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu_2 \xi_2 \alpha_2 \omega_{sp} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2\mu_n \xi_n \alpha_n \omega_{sp} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Em que

$\xi$ : razão de amortecimento do sistema principal;

$\mu_n$ : razão de massa do n-ésimo amortecedor,  $\mu_n = m_n / M^*$  ;

$\alpha_n$ : razão de frequência do n-ésimo amortecedor,  $\alpha_n = \omega_n / \omega_{sp}$  ;

$\omega_n$ : frequência natural do n-ésimo amortecedor;

$\xi_n$ : razão de amortecimento do n-ésimo amortecedor,  $\xi_n = c_n / 2m_n\omega_n$ ;

### 3.2.2. OTIMIZAÇÃO DE JANGID

O autor realizou uma busca numérica para achar parâmetros ótimos para os AMSM NI. Considerou um sistema não amortecido submetido a uma excitação harmônica na base da estrutura. Para otimizar, considerou a minimização do deslocamento permanente da resposta do sistema principal e a mesma razão de amortecimento  $\xi^*$  para todos os amortecedores. Foram simuladas várias situações com diversos números de amortecedores e razões de massa, encontrando os parâmetros ótimos (razão de amortecimento, largura de banda e razão de frequência).

A largura de banda ( $\beta_L$ ) foi calculada como a razão entre a diferença da enésima para a primeira frequência, dividida pela média das frequências dos amortecedores, ou seja

$$\beta_L = \frac{\omega_n - \omega_1}{\omega_T} \quad (3.28)$$

Observando as curvas de resposta em frequência do sistema simulado para quatro diferentes razões de amortecimento, o autor percebeu que não havia pontos fixos, como no caso do AMS. Portanto, expressões para parâmetros ótimos do AMSM não podem ser obtidas pelo mesmo procedimento, como o de Den Hartog (1956). Ele então propôs uma técnica de busca numérica baseada na variação da razão de amortecimento, largura de banda e razão de frequência dos AMSM, fixando sua razão de massa e o número dos amortecedores. A resposta em frequência máxima foi procurada em seu menor valor pelo procedimento *Min.Max.* proposto por Tsai e Lin (1993).

Os intervalos de busca para os parâmetros foram:  $[0;1)$  para  $\xi$ ,  $[0;2)$  para  $\beta_L$  e  $\alpha > 0$ . Os parâmetros ótimos obtidos por Jangid (1999) para diversos valores de  $\mu$  e número de amortecedores são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Variação dos parâmetros de Jangid (1999) para n AMSM NI

n	$\mu = 0,01$				$\mu = 0,05$				$\mu = 0,10$			
	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{max}$	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{max}$	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{max}$
1	0,0611	0,0000	0,9876	14,286	0,1352	0,0000	0,9404	6,6460	0,1890	0,000	0,8861	4,9270
3	0,0315	0,0861	0,9910	12,026	0,0696	0,1861	0,9567	5,6297	0,0975	0,2548	0,9169	4,1860
5	0,0240	0,1113	0,9920	11,514	0,0526	0,2424	0,9613	5,3812	0,0727	0,3345	0,9257	3,9976
7	0,0201	0,1239	0,9924	11,341	0,0443	0,2700	0,9635	5,2920	0,0607	0,3738	0,9298	3,9271
9	0,0183	0,1307	0,9927	11,271	0,0393	0,2867	0,9647	5,2542	0,0585	0,3887	0,9314	3,9005
11	0,0166	0,1360	0,9928	11,242	0,0365	0,2970	0,9655	5,2376	0,0548	0,4021	0,9327	3,8902
15	0,0161	0,1401	0,9929	11,225	0,0350	0,3065	0,9660	5,2293	0,0520	0,4162	0,9337	3,8821
21	0,0156	0,1436	0,9930	11,218	0,0340	0,3140	0,9662	5,2255	0,0513	0,4254	0,9340	3,8792
31	0,0155	0,1460	0,9930	11,213	0,0331	0,3204	0,9664	5,2232	0,0497	0,4347	0,9345	3,8767

Por meio de regressão de curvas a partir dos valores encontrados, Jangid (1999) estabeleceu quatro equações para o cálculo dos parâmetros baseados no número de amortecedores e razão de massa. As expressões são apresentadas nas equações de (3.24) a (3.27) e os valores dos coeficientes estão expostos na tabela 3.2.

$$\xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-0,5\mu)}} + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\mu}\{a_4(\frac{1}{\sqrt{n}} - 1) + a_5(\frac{1}{n} - 1) + a_6(\sqrt{n}-1)\} \quad (3.29)$$

$$\beta_L = (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\frac{\mu}{n}}\{a_4(\frac{1}{\sqrt{n}} - 1) + a_5(n - 1) + a_6(\sqrt{n}-1)\} \quad (3.30)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1-0,5\mu}{1+\mu}} + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\frac{\mu}{n}}\{a_4(\frac{1}{\sqrt{n}} - 1) + a_5(n - 1) + a_6(\sqrt{n}-1)\} \quad (3.31)$$

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{2}{\mu}} (1 + \mu) + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu) \sqrt{\frac{1}{\mu}} \left\{ a_4\left(\frac{1}{\sqrt{n}} - 1\right) + a_5\left(\frac{1}{n} - 1\right) + a_6\left(\frac{1}{n\sqrt{n}} - 1\right) \right\} \quad (3.32)$$

Tabela 3.2. Coeficientes das equações ótimas Jangid (1999)

Coef.	Parâmetros Ótimos			
	$\xi$	$\beta L$	$\alpha$	$R_{\max}$
<b>a<sub>1</sub></b>	0,5474	0,42133	-0,00241	0,2985
<b>a<sub>2</sub></b>	0,1038	0,04479	0,72152	0,0078
<b>a<sub>3</sub></b>	- 0,4522	- 0,38909	- 0,43970	0,2355
<b>a<sub>4</sub></b>	0,7604	- 0,73518	- 0,66385	0,0442
<b>a<sub>5</sub></b>	0,3916	- 0,11866	- 0,01138	0,6265
<b>a<sub>6</sub></b>	0,0403	4,86139	0,99522	0,4789

As equações aderem à distribuição dos dados para razões de massa  $\mu$  no intervalo  $[0;1]$  e com até 31 massas, para satisfazer que as frequências naturais dos AMSM sejam positivas e reais e que o regime de amortecimento seja o subcrítico.

### 3.2.3. FORMULAÇÃO PARA O AMSM I

A formulação para o sistema com as massas interligadas é bastante semelhante à do AMSM NI, a diferença principal é a matriz de massa, que é alterada para refletir o acoplamento das massas. O movimento do sistema é descrito por (3.19), porém o deslocamento de cada amortecedor passa a ser relativo ao amortecedor anterior da ligação. A matriz de massa normalizada passa a ser conforme a Equação 3.28.

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} M^* + \sum_{j=1}^n m_j & \sum_{j=1}^n m_j & \sum_{j=2}^n m_j & \cdots & m_n \\ & \sum_{j=1}^n m_j & \sum_{j=2}^n m_j & \cdots & m_n \\ \text{Simétrica} & & \sum_{j=2}^n m_j & \cdots & m_n \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & m_n \end{bmatrix} \quad \text{Eq (3.33)}$$

A Figura 3.7 ilustra o acoplamento de massas que distingue o sistema AMSM I do AMSM NI, com a nova notação de deslocamento de cada amortecedor, que passa a ser relativo ao anterior, ao invés de ser relativo ao referencial inercial.

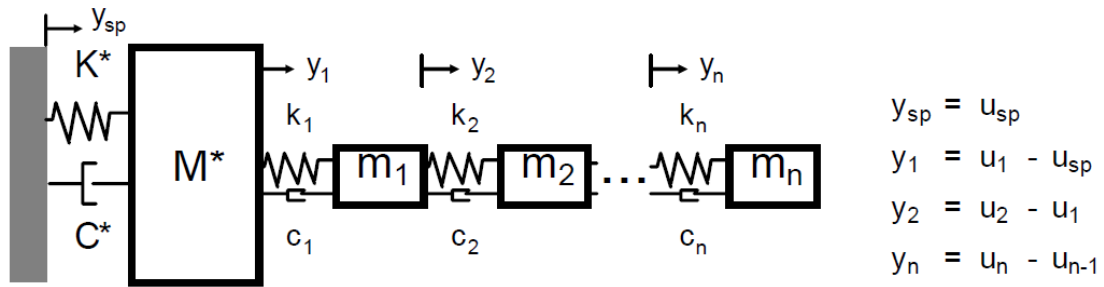


Figura 3.7. Amortecedor de Massa Sintonizado Interligado

### 3.2.4. OTIMIZAÇÃO PARA O AMSM I

Ávila (2002) foi uma das primeiras autoras brasileiras a propor um procedimento de otimização para os AMSM I. Em seu estudo foram consideradas duas massas interligadas submetidas a um carregamento harmônico.

Carneiro (2004) estendeu o estudo para AMSM com três, cinco e sete amortecedores, variando os valores da razão de frequência, razão de massa e razão de amortecimento de cada amortecedor e observou a resposta em frequência para minimizar os picos.

No presente trabalho, será usado o mesmo procedimento de busca numérica utilizado por Carneiro (2004). São fixadas a razão de frequência  $\alpha_n$  e a razão de amortecimento  $\xi_n$ , enquanto varia-se a razão de massa dos amortecedores  $\mu_n$ . Analisar-se-á a resposta em frequência correspondente ao sistema controlado submetido a um carregamento harmônico e serão realizadas novas modificações de parâmetros para minimizar a amplitude máxima de resposta, tornando o AMSM I mais eficiente. Análise e obtenção das curvas de resposta em frequência serão feitas pela rotina de Carneiro (2004) em MAPLE 17. O objetivo de se realizar essa estimativa de parâmetros inicial é delimitar os intervalos de variação deles, para que no estudo paramétrico subsequente os cálculos sejam mais expeditos.

O estudo paramétrico é realizado em rotinas de FORTRAN 2000 desenvolvidas por Carneiro (2004) e modificadas neste trabalho. São feitas diversas tentativas de variação de parâmetros, estipulando o parâmetro de variação dos intervalos e o número de valores discretos a serem considerados dentro de cada intervalo, incluindo-se os extremos. Ao final dos cálculos, refinam-se os sub-intervalos com os valores mais eficientes para o AMSM I e repete-se o procedimento.

O programa principal da rotina computacional em FORTRAN 2000 varia os parâmetros do sistema de controle ( $\alpha_m$ ,  $\beta_L$ ) e utiliza uma sub-rotina para calcular as matrizes normalizadas, descritas no item 3.2.1 e 3.2.3. Em seguida, a função de resposta de frequência para cada razão de frequência forçada  $\beta$  correspondente é calculada.

Posteriormente, o programa aplica o procedimento Min.Max de Tsai e Lin (1993) para registrar o pico da função de resposta em frequência e seu valor  $\beta$  correspondente e buscar o menor pico encontrado entre todas as combinações de parâmetros utilizadas. A busca numérica se encerra quando todos os parâmetros forem combinados entre si e a combinação de menor pico possível da função de resposta em frequência for obtida.

Esse procedimento é repetido para razões de amortecimento no intervalo  $0,03 < \xi < 0,30$ . Ao final da busca numérica, criam-se gráficos para a resposta em frequência (R), a razão de frequência média ( $\alpha_m$ ) e a largura de banda ( $\beta_L$ ) em função da razão de amortecimento e são obtidas equações para essas curvas por meio de um ajuste polinomial de ordem 4 da ferramenta Linha de Tendência do Microsoft Excel.

Adicionalmente, para cada quantidade de massas, é comparada a resposta em frequência com  $\xi = 0,10$  para a configuração não-interligada e interligada, para demonstrar que o resultado obtido com o estudo paramétrico para os AMSM (I) é tão eficiente quanto a otimização de Jangid (1999) para os AMSM (NI).

### 3.2.5. RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Um sistema com um grau de liberdade é submetido a uma excitação harmônica do tipo

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (3.34)$$

A equação de movimento desse sistema será representada pela equação (3.27), cuja solução é dada pela equação (3.28)

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (3.35)$$

$$y(t) = F_0 H(\omega) e^{i\omega t} \quad (3.36)$$

Substituindo a equação (3.30) e suas derivadas no tempo na equação (3.29), obtemos a equação (3.31), que representa a resposta em frequência para um sistema de um grau de liberdade.

$$H(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 M + i\omega C + K} \quad (3.37)$$

A solução para sistemas com vários graus de liberdade se dá da mesma forma, embora agora a massa, a constante de amortecimento e a constante elástica da estrutura são expressas por matrizes, conforme exposto em 3.2. Logo, a solução será da forma

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}} \quad (3.38)$$

O elemento  $H_{ij}(\omega)$  da matriz  $\mathbf{H}(\omega)$  representa a resposta permanente na coordenada  $i$  devido a uma excitação harmônica na coordenada  $j$ . Assim como em Carneiro (2004), é observada a variação do módulo do elemento  $H_{11}(\omega)$ , que representa a resposta permanente do sistema principal devido a uma excitação harmônica aplicada sobre o mesmo e este elemento é referido como Resposta em Frequência do Sistema, representado por  $|\mathbf{H}(\omega)|$ .



## 4. ESTUDO NUMÉRICO

O objetivo deste capítulo é encontrar as equações que minimizam a resposta dinâmica dos AMSM I, conforme foi feito nos trabalhos de Jangid (1999) e Carneiro (2004). Para isso são analisados os casos de 2, 3 e 4 amortecedores interligados. Para cada caso, estudam-se diversas razões de amortecimento  $\xi$  distintas. Em cada uma das interações são combinados os parâmetros razão de frequência dos amortecedores  $\alpha$ , razão de amortecimento dos amortecedores  $\xi$ , razão de massa  $\mu$  e razão de frequência forçada do carregamento  $\beta$  de forma a achar o resultado otimizado.

Para determinar esse resultado, é utilizado primeiramente o software MAPLE 17. Partindo do valor  $\xi = 0.10$ , estimam-se os valores de  $\alpha_m$  e  $\beta_L$ , a partir dos quais são calculados os  $\alpha_n$  e  $\mu_n$ . Após isso, são montadas as matrizes e é calculada a expressão  $H(\omega)$  explicitada na sessão 3.2.5. Comparam-se os resultados para as diferentes tentativas e, a partir da tentativa que resultou em uma resposta menor, definem-se os valores de  $\alpha_m$  e  $\beta_L$  a serem utilizados no estudo paramétrico.

Em seguida é utilizada a sub-rotina feita por Carneiro (2004) e modificada neste trabalho, baseada no procedimento *Min.Max.* de Tsai e Lin (1993), para determinar os parâmetros  $\alpha_m$  e  $\beta_L$  que minimizam a resposta da estrutura na configuração escolhida. No caso estudado nesse trabalho, a estrutura é um *shear frame* de 20 andares, analisado no trabalho de Carneiro (2004), submetido a uma carga harmônica senoidal  $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0 \text{sen}(\omega t)$ , em que  $\mathbf{F}_0$  é um vetor de amplitudes proporcional ao primeiro modo de vibração, conforme explicado na seção 3.1.3. (ver figura 3.3 com  $N = 20$ ).

As propriedades da estrutura estão delineadas na tabela abaixo:

Tabela 4.1 – Propriedades do *shear frame* de 20 andares em estudo

Andar	Rigidez ( $10^5$ N/m)	Massa ( $10^3$ kg)
16-20	1000	100
11-15	2000	175
6-10	3000	250
1-5	4000	300

Para esse estudo, pressupõe-se que o amortecimento seja proporcional ou de Raleygh, e que a razão de amortecimento da estrutura seja  $\xi_{sp} = 2\%$ . Com essas informações é possível montar a matriz **C** (matriz de amortecimento do sistema principal).

Partindo dos dados obtidos no estudo realizado por Carneiro (2004), a frequência fundamental encontrada foi de 3,43 rad/s. O edifício com 20 graus de liberdade é reduzido a um só por meio do método da superposição modal descrito na seção 3.1.3. As propriedades reduzidas da estrutura encontradas foram  $M^* = 1264012,20$  kg;  $K^* = 14839097,61$  N/m e  $C^* = 173236,49$  Ns/m.

#### 4.1 – AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO

Com o intuito de observar o comportamento da estrutura quando submetida ao controle estrutural, inicia-se o estudo adicionando-se um AMS com parâmetros otimizados pelo método de Den Hartog (1956) ao topo do edifício. Foram consideradas diferentes razões de massa com o intuito de mostrar a influência desse parâmetro na resposta dinâmica do sistema, quando comparado à configuração sem amortecedores.

Tabela 4.2 – Propriedades do AMS em diferentes razões de massa

<b>Propriedades do Amortecedor de Massa Sintonizado</b>						
$\mu$	$\alpha_{ótimo}$	$\omega_a$	$\xi_{ótimo}$	<b>M (kg)</b>	<b>K (N/m)</b>	<b>C (Ns/m)</b>
0,01	0,99	3,39	0,06	12.640,12	145.261,5	5.142,00
0,03	0,97	3,33	0,10	37.920,37	420.495,2	25.255,97
0,05	0,95	3,26	0,13	63.200,61	671.670,8	53.568,8

A Figura 4.1 apresenta a resposta em frequência do sistema principal com os AMS de diferentes razões de massa em comparação com a mesma estrutura sem controle estrutural. Nota-se a queda acentuada da resposta dinâmica com o uso do AMS, o que indica a eficiência da solução de controle. Também é possível ressaltar que o amortecedor com a maior razão de massa conduziu à solução mais amortecida.

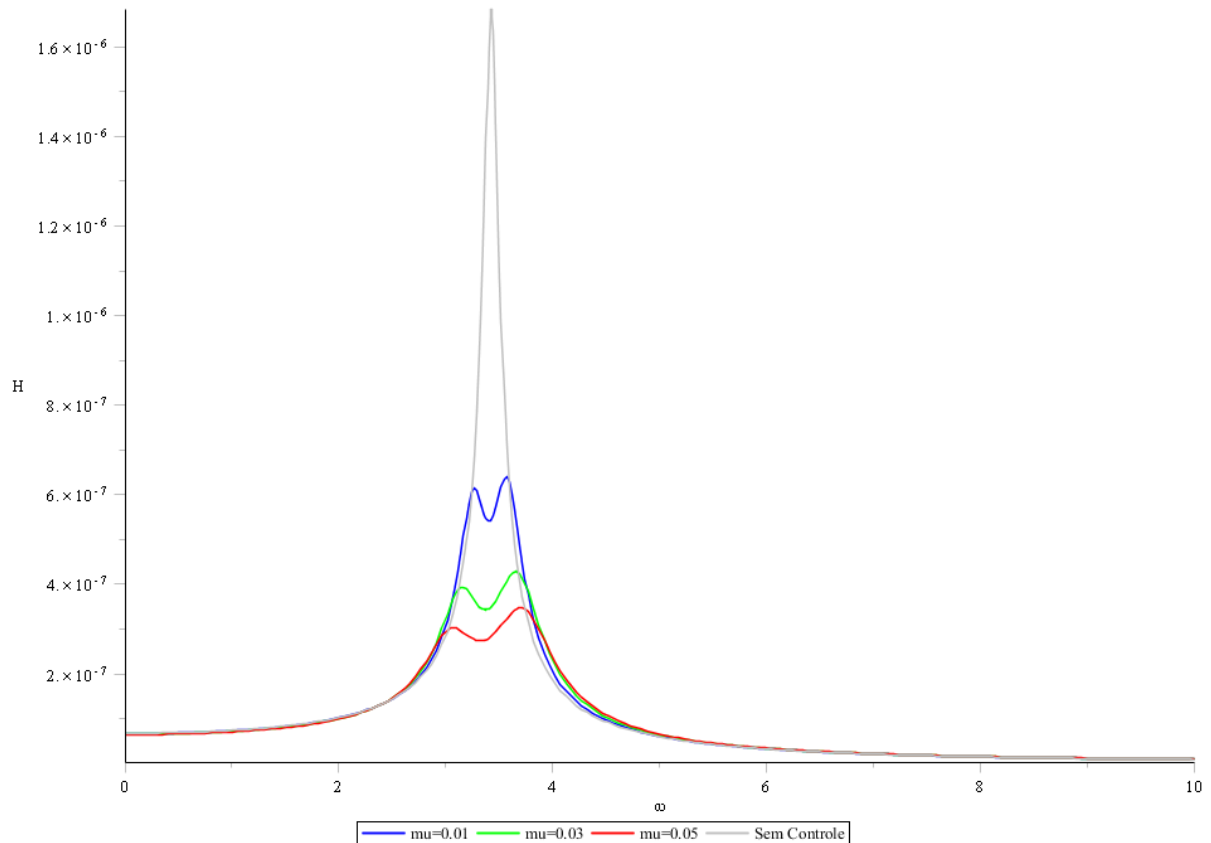


Figura 4.1 – Resposta em frequência da estrutura sem controle e com AMS otimizados pelo método de Den Hartog (1956)

Fica evidente a relação inversamente proporcional entre a razão de massa do amortecedor e a resposta dinâmica, que é um comportamento esperado.

## 4.2- AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO

### 4.2.1 – EFEITO DE INTERLIGAÇÃO DE MASSAS

Conforme realizado por Carneiro (2004), é feita uma simulação com 3 AMSM com os parâmetros otimizados por Jangid (1999) para determinar que essa otimização não é adequada para os AMSM (NI).

Adotando  $\mu = 0,05$  têm-se que os parâmetros ótimos são  $\xi_{\text{ótimo}} = 0,0696$  e  $\beta_{\text{Lótimo}} = 0,1861$ . As frequências são distribuídas em torno de uma razão de frequência média  $\alpha_{\text{média}} = 0,9$  e considera-se a mesma rigidez e massas diferentes para os amortecedores.

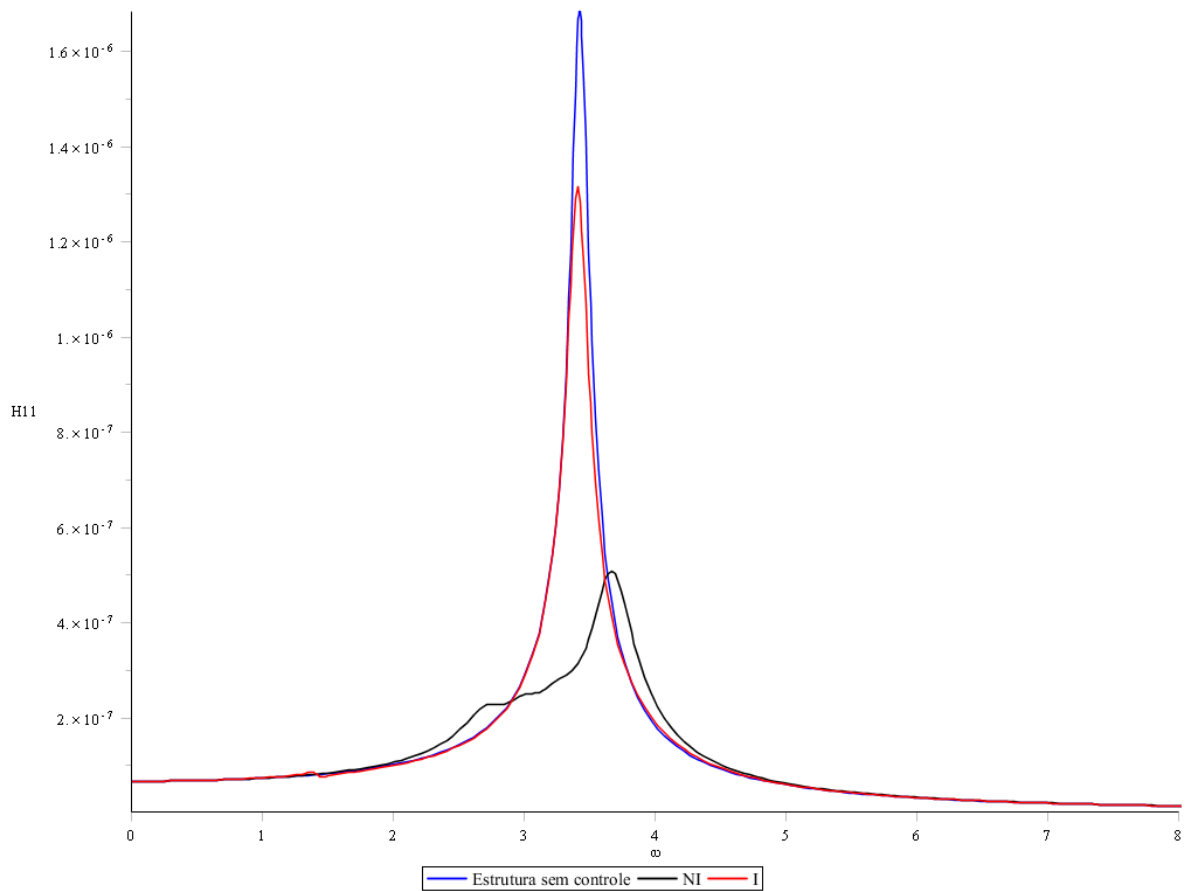


Figura 4.2 – Comparação da resposta da estrutura sem controle, com 3 AMSM (NI) e com AMSM (I) otimizados pelo método de Jangid (1999)

Nota-se claramente que embora os parâmetros ótimos utilizados apresentem uma redução considerável no caso não interligado (72%), a resposta estrutural muda pouco em comparação ao sistema principal sem controle no caso interligado. Evidencia-se, portanto, a necessidade do estudo paramétrico para encontrar parâmetros ótimos nesse caso.

## 4.2.2 – AMSM COM 2 MASSAS

### 4.2.2.1 – PARÂMETROS POR ESTIMATIVA

A intenção desta etapa inicial é obter um intervalo de variação curto para os parâmetros que se deseja otimizar, o que será feito com a mesma metodologia usada por Jangid (1999). Para isso, determina-se um valor inicial de  $\xi$  (igual para todos os amortecedores) e definem-se:  $\alpha_m$  (razão de frequência média),  $\beta_L$  (largura de banda) e  $\mu_T$  (somatório das razões de massa dos amortecedores).

Inicialmente foram testados vários valores na rotina em MAPLE 17 para 2 amortecedores, seguindo a mesma lógica do programa em FORTRAN, ou seja, mantidas travadas as razões de massa  $\mu$  e de amortecimento  $\xi$ , selecionou-se uma largura de banda  $\beta_L$  e foram testados vários valores de razão de frequência média  $\alpha_m$ , acompanhando a respectiva resposta dinâmica R. Após a varredura dos valores de  $\alpha_m$ , alterou-se o valor de  $\beta_L$  e repetiu-se o procedimento.

Os parâmetros individuais são determinados a partir das expressões:

$$\alpha_i = \alpha_m \left[ 1 + \left( i - \frac{n+1}{2} \right) * \frac{\beta_L}{n-1} \right] \quad \text{Eq (4.1)}$$

$$\mu_i = \frac{k}{\alpha_i^2 * k_s} \quad \text{Eq (4.2)}$$

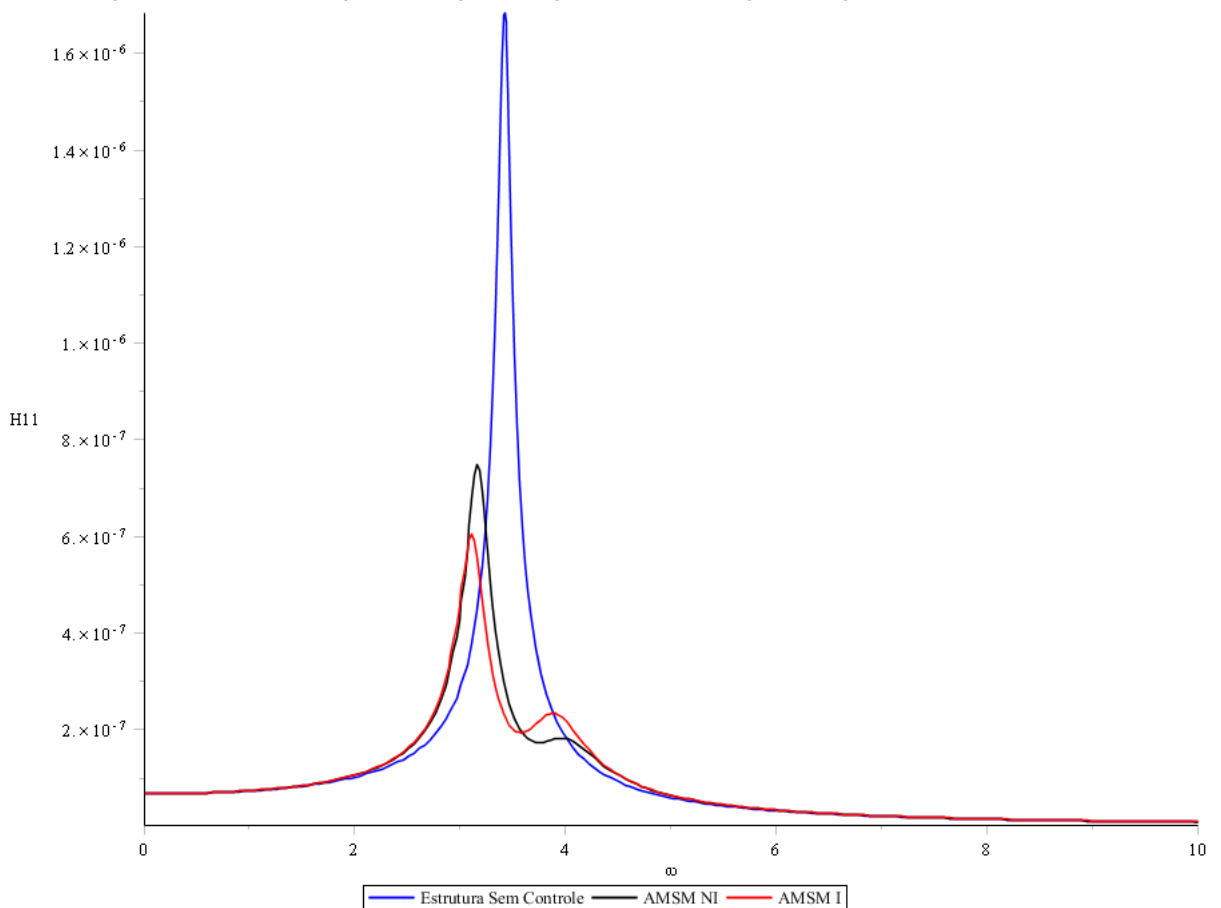


Figura 4.3 – Resposta do sistema principal sem controle, com 2 AMSM (NI) e 2 AMSM (I) com os parâmetros otimizados por estimativa

Após uma série de tentativas, os parâmetros estimados que conduziram a um melhor resultado foram:

Tabela 4.3 – Parâmetros otimizados por estimativa para 2 massas

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\beta_L$	$\xi_a$
1,080	3,720	0,0461	0,0039	1,100	0,10

#### 4.2.2.2 – ESTUDO PARAMÉTRICO

Esse estudo paramétrico se baseia na metodologia adotada por Jangid (1999) e Gu et al. (2001). Foram encontradas respostas dinâmicas baixas para valores bastante variados de  $\beta_L$ . Como a expressão de cálculo da resposta “CalculaR2” era relativamente pequena, os tempos de cálculo computacional eram relativamente reduzidos, o que permitiu que se rodasse o programa com grandes intervalos.

Para o programa com 2 AMSM, os intervalos escolhidos foram:  $0,10 < \beta_L < 1,60$ , com incrementos de 0,01;  $1,00 < \alpha_m < 2,60$ . Os resultados se encontram a seguir.

Tabela 4.4 – Parâmetros encontrados através do Estudo Paramétrico para 2 massas

$\xi_a$	$\alpha_m$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\beta_L$	$R_{max}$
0,03	2,020	1,010	3,030	0,0450	0,0050	1,000	0,9086
0,05	2,520	0,9828	4,0572	0,0472	0,0028	1,220	0,6738
0,10	2,480	0,9796	3,9804	0,0471	0,0029	1,210	0,4828
0,15	1,760	1,0384	2,4816	0,0425	0,0075	0,820	0,4496
0,20	1,500	1,2075	1,7925	0,0344	0,0156	0,390	0,4583
0,30	1,500	1,4250	1,5750	0,0275	0,0225	0,100	0,5405

A tabela 4.4 sugere fortemente um mínimo localizado entre  $\xi=0,15$  e  $\xi=0,20$ . É possível notar uma concentração de massa no primeiro amortecedor em todas as razões de amortecimento analisadas, o que pode facilitar o processo construtivo ao fabricar os amortecedores interligados em tamanhos diferentes. Por último, é possível inversão de proporcionalidade entre as grandezas  $\xi_a$  e  $\beta_L$ .

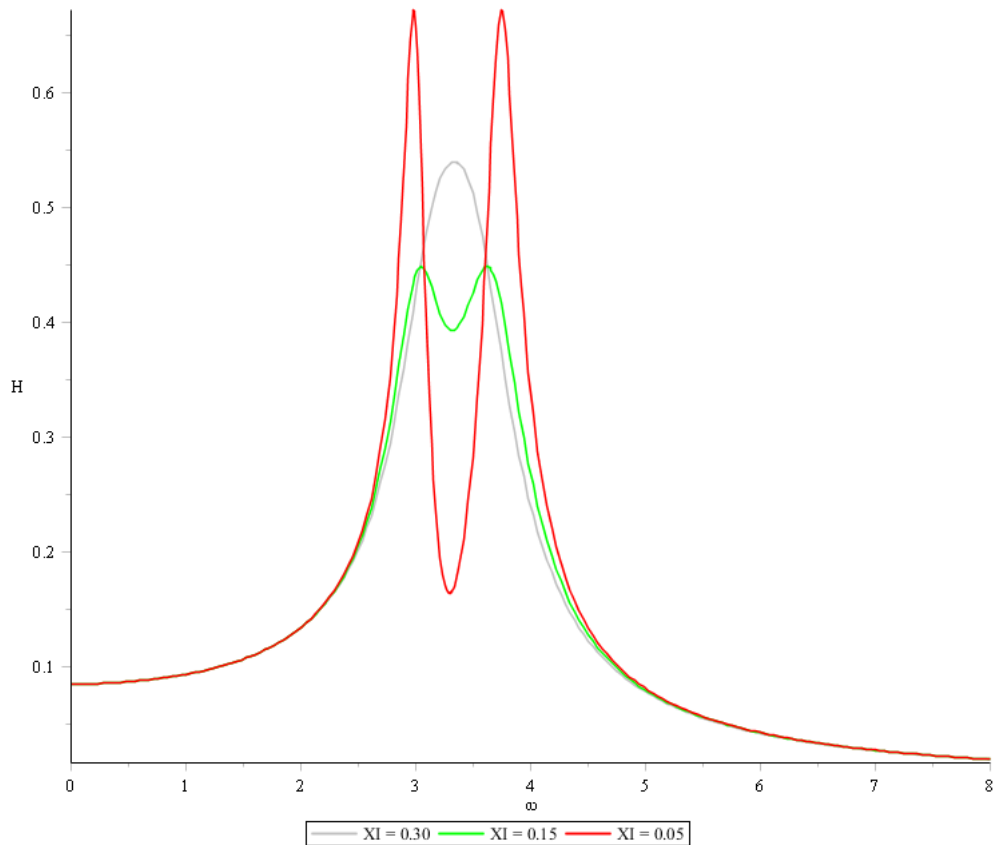


Figura 4.4 – Resposta estrutural otimizada com diferentes razões de amortecimento

### 4.2.3 – AMSM COM 3 MASSAS

#### 4.2.3.1 – PARÂMETROS POR ESTIMATIVA

O procedimento adotado para a etapa de estimativa é o mesmo da sessão 4.2.2. Aproveitando-se os dados de  $\alpha_m$  e  $\beta_L$  já obtidos durante o estudo paramétrico para 2 AMSM, começam as estimativas. Após uma série de tentativas, os parâmetros estimados que conduziram a um melhor resultado foram:

Tabela 4.5 – Parâmetros otimizados por estimativa para 3 massas

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\beta_L$	$\xi_a$
1.200	2.400	3.600	0,0367	0,0092	0,0041	1.000	0,10

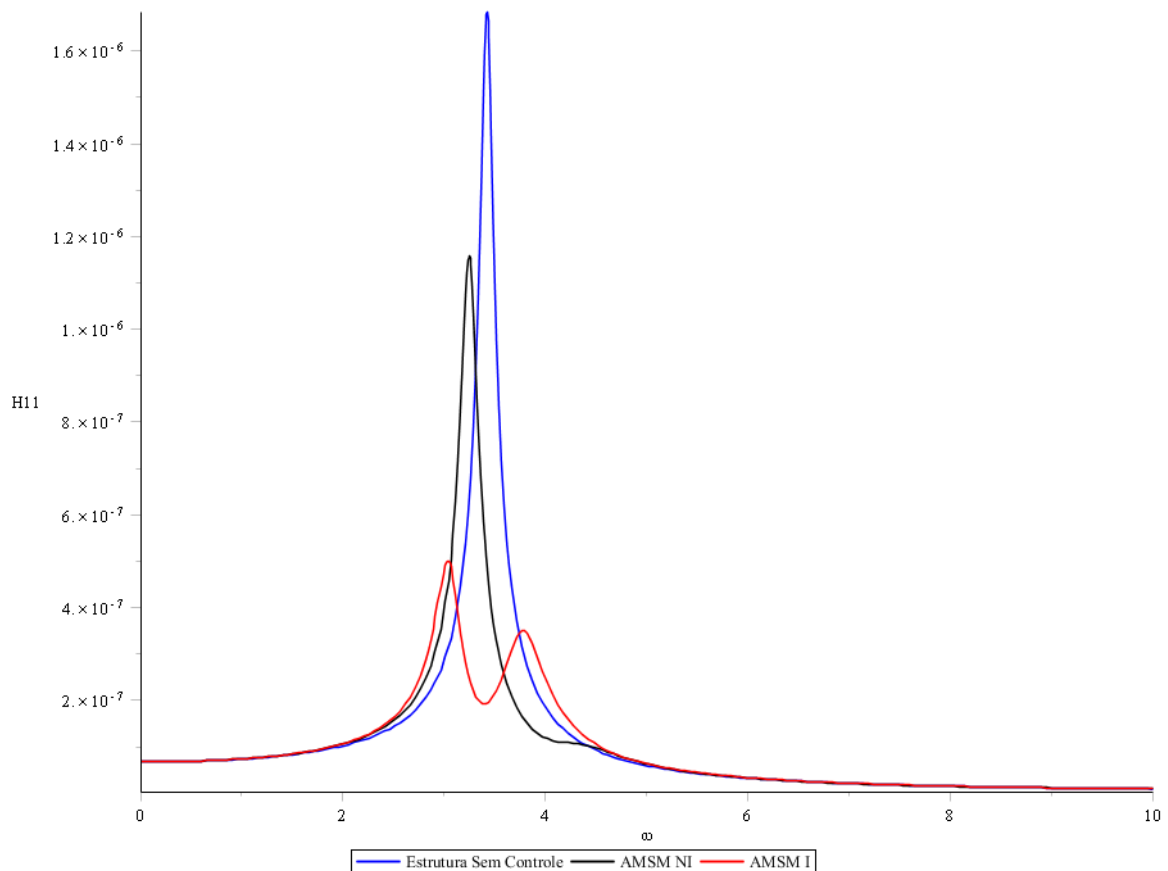


Figura 4.5 – Resposta do sistema principal sem controle, com AMSM (NI) e AMSM (I) com os parâmetros otimizados por estimativa

Percebe-se aqui que, enquanto no caso com 2 massas as respostas dos sistemas interligado e não interligado eram similares, com 3 massas os dois sistemas se comportam de forma bastante distinta, mais uma vez evidenciando a necessidade de um modelo separado de otimização.

A Figura 4.6 compara as respostas estruturais do sistema principal sem controle, AMSM (NI) otimizado por Jangid (1999) e AMSM (I) otimizado pelos parâmetros estimados. Nota-se que nas duas formas utilizadas para otimizar o AMSM (NI), verifica-se a eficiência do sistema de controle.



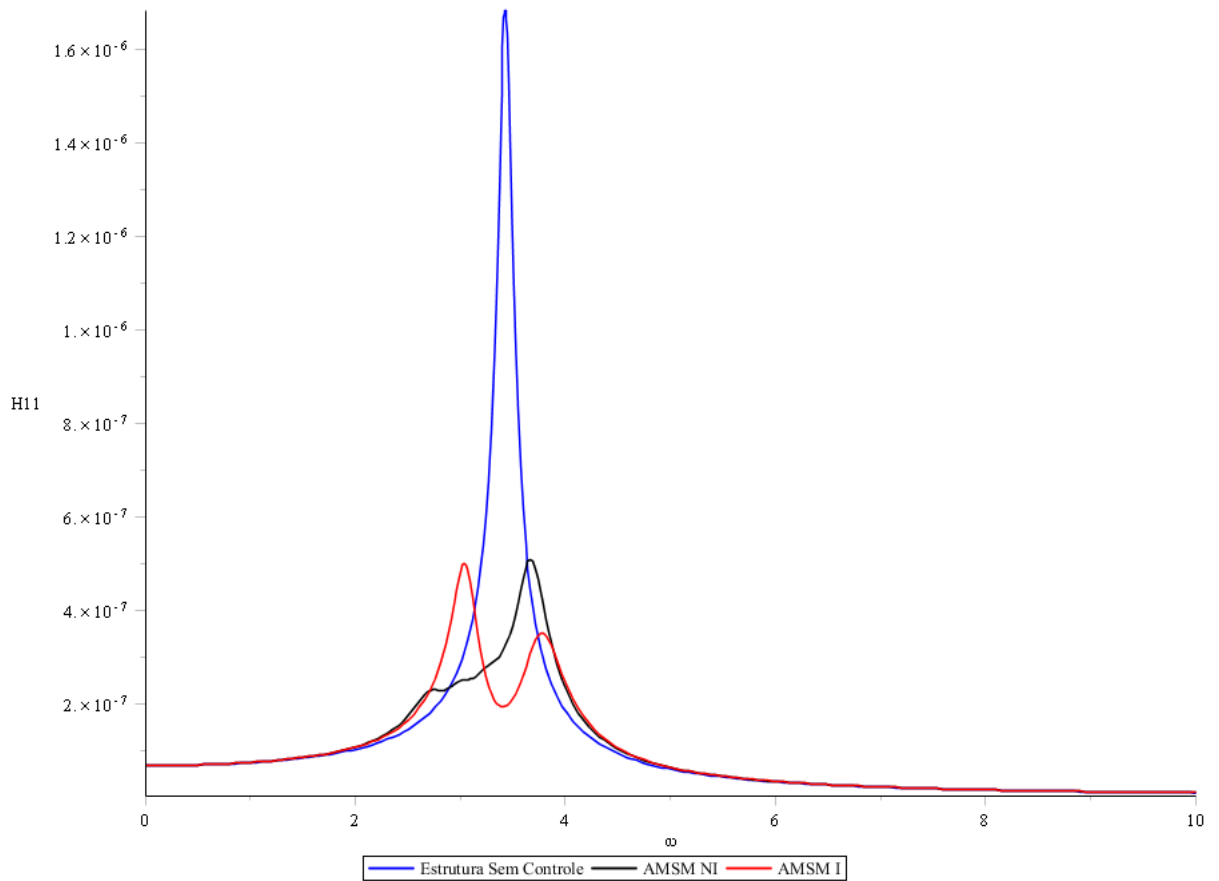


Figura 4.6 – Resposta do sistema principal sem controle, com AMSM (NI) otimizado por Jangid (1999) e AMSM (I) otimizado pelos parâmetros estimados

#### 4.2.3.2 – ESTUDO PARAMÉTRICO

O estudo é realizado com a mesma metodologia do estudo para 2 massas. Para esta etapa são considerados 7 parâmetros: as 3 razões de massa, as 3 razões de frequência e a razão de amortecimento.

O intervalo escolhido para as razões de frequência foi  $2,00 < \alpha_i < 3,00$ , e são analisados valores calculados seguindo a Equação 4.1 no intervalo. A razão de massa total é mantida em  $\mu=0,05$  e as razões de massa individuais são calculadas segundo a Equação 4.2. Diversos valores de  $\xi$  foram testados. Os resultados encontram-se na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Parâmetros encontrados através do Estudo Paramétrico para 3 massas

$\xi_a$	$\alpha_m$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\beta_L$	$R_{max}$
0,03	2,980	1,0430	2,9800	4,9170	0,0428	0,0052	0,0020	1,300	0,9311
0,05	2,740	1,0686	2,7400	4,4114	0,0413	0,0063	0,0024	1,220	0,7208
0,10	2,760	1,0626	2,7600	4,4574	0,0415	0,0062	0,0023	1,230	0,5034
0,15	2,720	1,0608	2,7200	4,3792	0,0413	0,0063	0,0024	1,220	0,4514
0,20	2,320	1,1484	2,3200	3,4916	0,0369	0,0091	0,0040	1,010	0,4622
0,30	2,040	1,7544	2,0400	2,3256	0,0217	0,0160	0,0123	0,280	0,4754

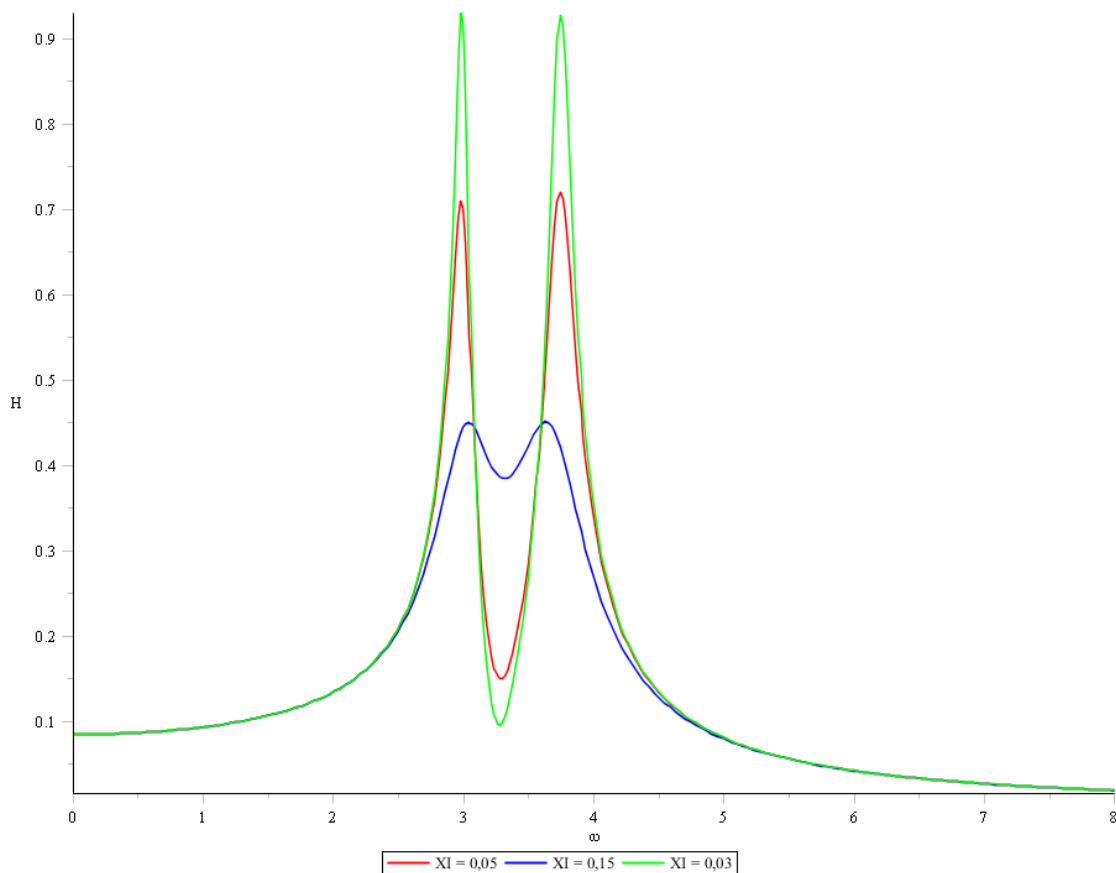


Figura 4.7 – Resposta estrutural otimizada com diferentes razões de amortecimento

A tabela 4.6 sugere um mínimo localizado entre  $\xi=0,15$  e  $\xi=0,20$ , assim como no caso de 2 massas. É possível notar também a tendência de acúmulo da maior parte da massa no primeiro amortecedor, e que a porcentagem da massa nesse amortecedor cai conforme a razão de amortecimento aumenta até chegar na zona de resposta dinâmica ótima. Após isso, as massas se apresentam mais igualmente distribuídas.

## 4.2.4 – AMSM COM 4 MASSAS

### 4.2.4.1 – PARÂMETROS POR ESTIMATIVA

Semelhantemente ao que foi feito com 3 massas, são feitos testes com vários valores de  $\alpha_m$  e  $\beta_L$  para verificar o comportamento geral da resposta dinâmica. Para esta análise foi mantido o valor da razão de massa total  $\mu_T = 0,05$ , já que foi constatado por observação que o efeito deste parâmetro era inversamente proporcional à resposta dinâmica e este era o limite superior do intervalo de estudo. Após diversas rodadas no programa MAPLE, concluiu-se que os intervalos de análise para o estudo paramétrico seriam  $2,00 < \alpha_m < 3,50$  e  $1,00 < \beta_L < 1,40$ .

Os parâmetros individuais são determinados a partir das equações 4.1 e 4.2, conforme descritas no item 4.2.2.1. Evidenciou-se uma mudança de comportamento grande com relação ao comportamento do AMSM com 3 massas. Desta vez razões de frequência média  $\alpha_m$  menores do que 1,5 não conduziam a resultados bons, assim como larguras de banda  $\beta_L$  menores do que 1. Também é possível concluir dos dados estimados que a maior parte da massa é concentrada no primeiro amortecedor e diminui nos seguintes. Isso acarretaria em um arranjo em que a maior massa é atrelada a estrutura e é seguida por massas cada vez menores.

Após uma série de tentativas, os parâmetros estimados que conduziram a um melhor resultado foram:

Tabela 4.7 – Parâmetros otimizados por estimativa para 4 massas

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\beta_L$	$\xi_a$
1,200	2,400	3,600	4,800	0,0351	0,0088	0,0039	0,0022	1,200	0,10

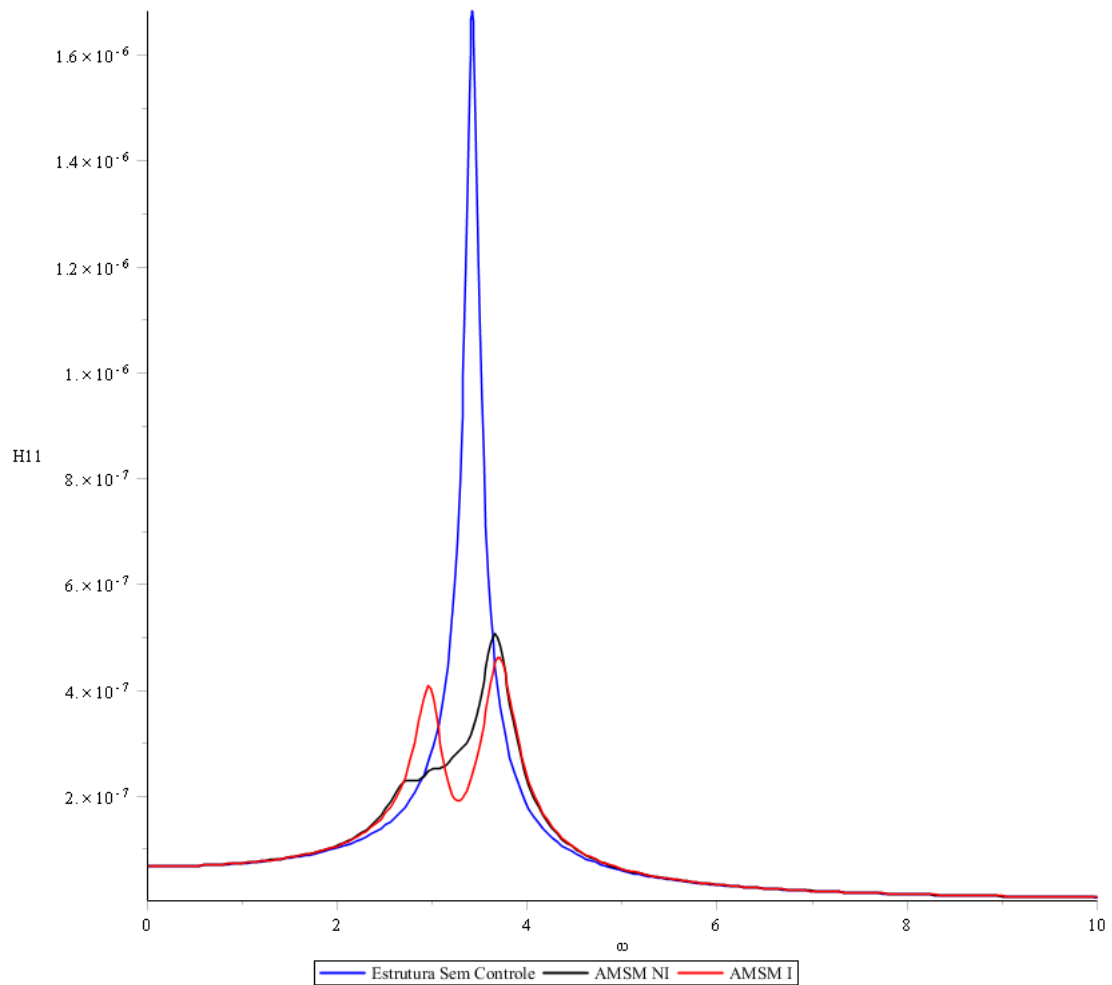


Figura 4.8 – Resposta do sistema principal sem controle, com AMSM (NI) otimizado por Jangid e AMSM (I) com os parâmetros otimizados por estimativa

Novamente, é notável a proximidade da resposta estrutural dos AMSM (I) otimizados por estimativa quando comparada à resposta estrutural dos AMSM (NI) otimizados por Jangid (1999). Para refinar ainda mais esse resultado, é conduzido o estudo paramétrico para 4 massas.

#### 4.2.4.2 – ESTUDO PARAMÉTRICO

O estudo segue os mesmos moldes da sessão 4.2.2.2, porém agora são considerados 9 parâmetros: as 4 razões de massa, as 4 razões de frequência e a razão de amortecimento, comum a todos. Com o intuito de observar o efeito da razão de amortecimento na resposta do conjunto, também foram analisados nessa etapa diversos valores de razão de amortecimento. Os resultados encontram-se na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Parâmetros encontrados através do Estudo Paramétrico para 4 massas

$\xi_a$	$\alpha_m$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\beta_L$	$R_{max}$
0,01	3,380	1,0985	2,6195	4,1405	5,6615	0,0389	0,0068	0,0027	0,0015	1,350	1,5191
0,02	3,260	1,1410	2,5537	3,9663	5,3790	0,0377	0,0075	0,0031	0,0017	1,300	1,2080
0,03	2,940	1,2495	2,3765	3,5035	4,6305	0,0339	0,0094	0,0043	0,0025	1,150	1,0600
0,04	3,340	1,1356	2,6052	4,0748	5,5444	0,0382	0,0073	0,0030	0,0016	1,320	0,8539
0,05	3,340	1,1356	2,6052	4,0748	5,5444	0,0382	0,0073	0,0030	0,0016	1,320	0,7569
0,10	2,960	1,2432	2,3877	3,5323	4,6768	0,0341	0,0092	0,0042	0,0024	1,160	0,5613
0,15	3,380	1,1154	2,6251	4,1349	5,6446	0,0387	0,0070	0,0028	0,0015	1,340	0,4582
0,20	2,920	1,2410	2,3603	3,4797	4,5990	0,0339	0,0094	0,0043	0,0025	1,150	0,4577
0,30	2,580	1,6670	2,2790	2,8810	3,4830	0,0237	0,0128	0,0080	0,0055	0,700	0,4770

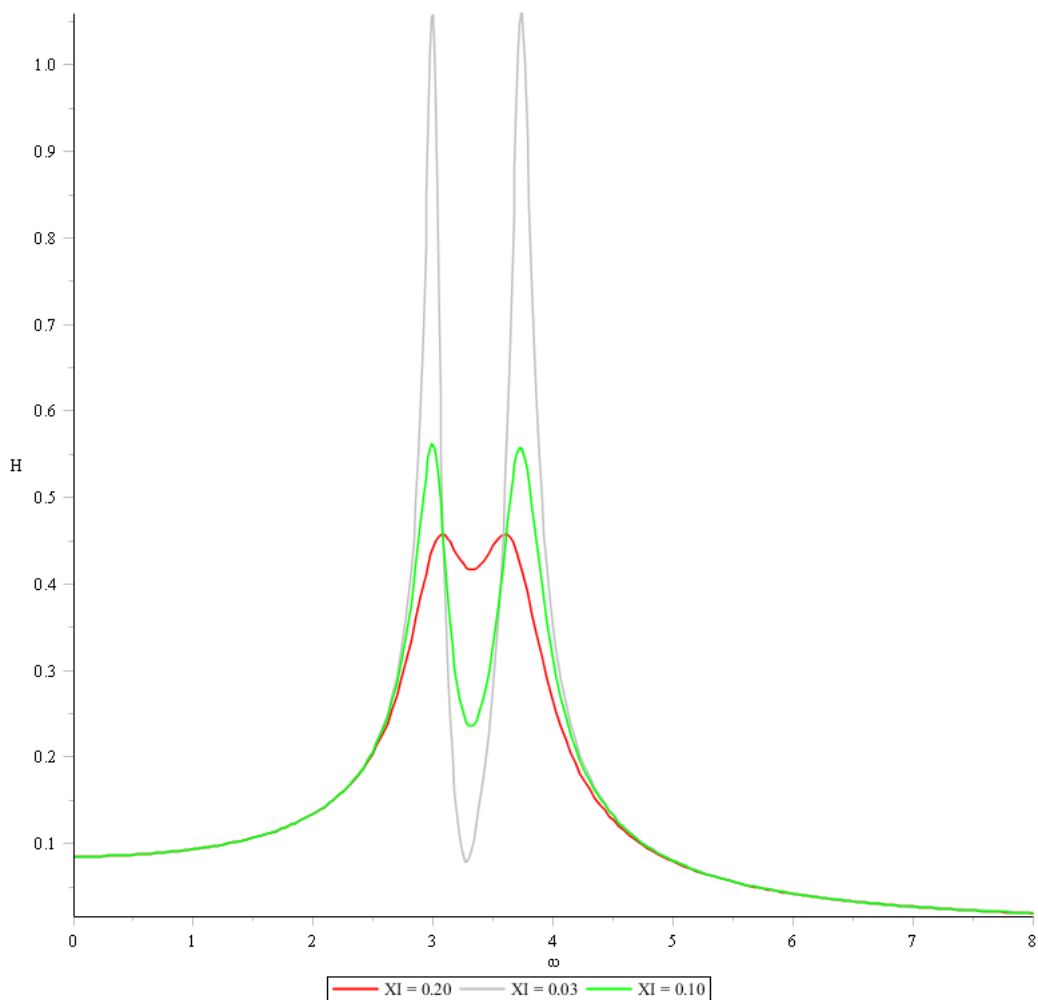


Figura 4.9 – Resposta estrutural otimizada com diferentes razões de amortecimento

A tabela 4.8 sugere um mínimo localizado entre  $\xi_a=0,15$  e  $\xi_a=0,20$ , assim como nos estudos paramétricos para 2 e 3 AMSM (I).

#### **4.2.5 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS**

Durante a análise dos dados advindos do estudo paramétrico houve várias semelhanças e algumas diferenças-chave entre os procedimentos para diferentes quantidades de AMSM. Essas serão comentadas nessa seção.

Em todas as quantidades de massas estudadas nesse trabalho pudemos observar um comportamento semelhante quanto à distribuição das massas. A tendência é que conforme a razão de amortecimento se aproxima da razão ótima, ocorre uma concentração da razão de massa em torno do primeiro amortecedor, que acarreta em amortecedores secundários bastante menores. Esse efeito pode ser considerado positivo, dado que um dos principais problemas em utilização de amortecedores na condição interligada é justamente o arranjo dos mesmos na estrutura (Ávila, 2002).

A razão de frequência média ( $\alpha_m$ ) e a largura de banda ( $\beta_L$ ) na zona ótima para quantidades distintas de AMSM variaram consideravelmente, porém conduziram a resultados semelhantes. Em todos os casos estudados a resposta dinâmica R foi muito próxima de 0,45, que corresponde a uma redução de 75% quando comparada à resposta da estrutura sem controle. Esse índice é próximo do obtido pela otimização de Den Hartog (83%), o que indica a eficiência do sistema de controle.

De posse dos dados do estudo paramétrico é possível traçar curvas R x  $\xi$  para cada quantidade de amortecedores e obter equações que as representem utilizando o Microsoft Excel.

A Figura 4.10 aponta um comportamento semelhante para a série de dados, independentemente da quantidade de amortecedores, o que denota que é possível determinar uma expressão que calcule uma razão de amortecimento ótima para guiar um fabricante, caso este siga as mesmas premissas adotadas neste trabalho, de que todos os amortecedores mantêm a mesma rigidez e a mesma razão de amortecimento.

Por meio da ferramenta “Linha de Tendência” do Excel, foi feito um ajuste polinomial para determinar equações que aproximassem o comportamento das curvas observadas. O ajuste por um polinômio de ordem 4 conduziu a resultados com um coeficiente de correlação de Pearson de 99% nos 3 casos, portanto esse foi o ajuste escolhido para determinar as equações das curvas, que são mostradas a seguir.

Para o caso de 2 amortecedores:

$$R = 1129,8\xi^4 - 824,12\xi^3 + 217,09\xi^2 - 24,544\xi + 1,4654 \quad \text{Eq (4.3)}$$

Para o caso de 3 amortecedores:

$$R = 658,1\xi_a^4 - 531,76\xi^3 + 157,08\xi^2 - 20,131\xi + 1,404 \quad \text{Eq (4.4)}$$

Para o caso de 4 amortecedores:

$$R = 1300,4\xi^4 - 943,53\xi^3 + 246,39\xi^2 - 28,157\xi + 1,6914 \quad \text{Eq (4.5)}$$

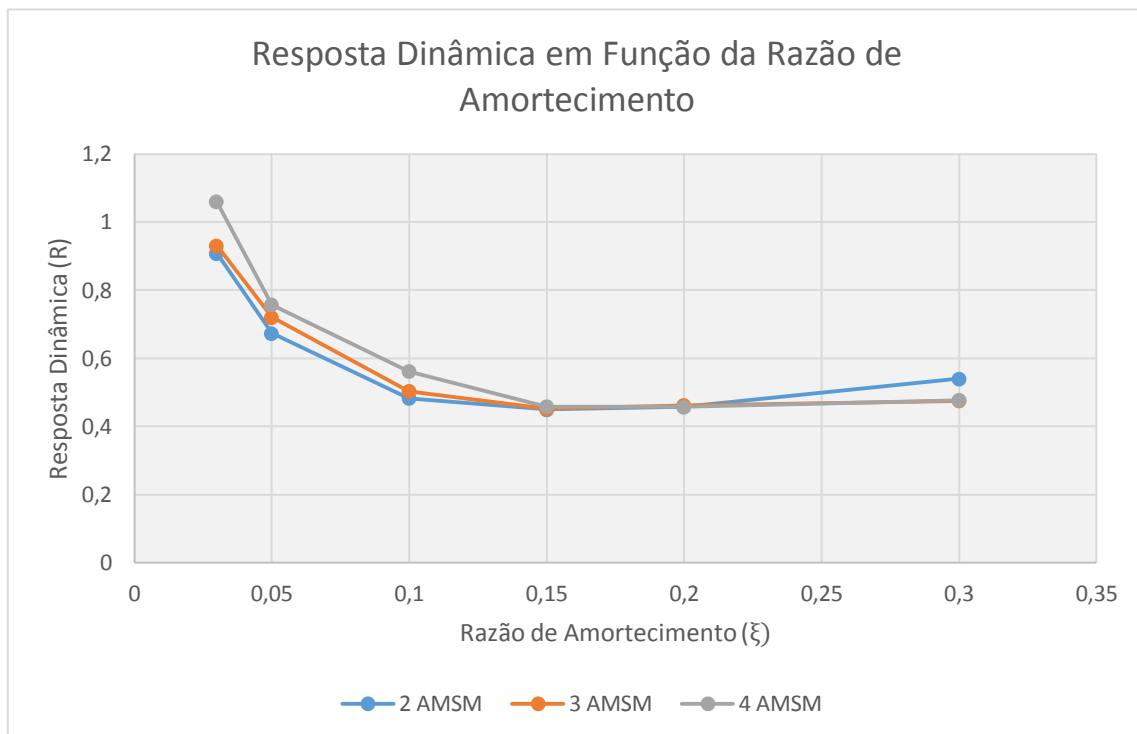


Figura 4.10 – Resposta Dinâmica em função da razão de amortecimento para cada quantidade de amortecedores

Os valores de razão de amortecimento que conduzem a uma resposta de frequência mínima para as funções ajustadas foram: 0,17123 para o caso de 2 AMSM; 0,15129 para o caso de 3 AMSM; e 0,1445 para o caso de 4 AMSM. Em todos os casos o mínimo global se encontra no mesmo intervalo detectado durante o estudo paramétrico, à exceção do caso de 4 AMSM, em que há um mínimo local.

Como a eficiência do sistema de controle foi comprovada, é interessante criar equações que conduzam aos parâmetros-guia de projeto, que no caso deste trabalho são a razão de

frequência média  $\alpha_m$  e a largura de banda  $\beta_L$ . A partir da razão de amortecimento  $\xi$ , escolhida para os amortecedores como critério de projeto, é possível determinar os parâmetros  $\alpha_m$  e  $\beta_L$  a partir de curvas criadas com os dados do estudo paramétrico.

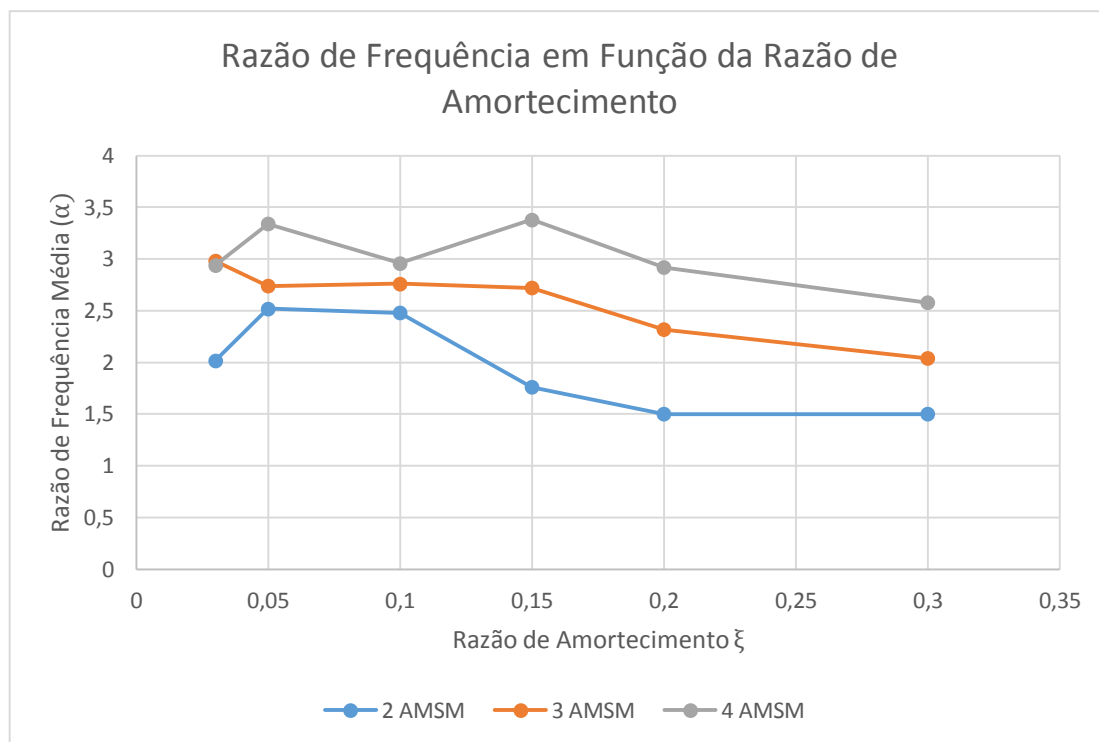


Figura 4.11 – Razões de Frequência em função da razão de amortecimento para cada quantidade de amortecedores

O comportamento da razão de frequência verifica-se bastante distinto quando utilizadas diferentes quantidades de amortecedores. Novamente utilizando a ferramenta “Linha de Tendência” do Excel, foi feito um ajuste polinomial para determinar equações que aproximassem o comportamento das curvas observadas. O ajuste por um polinômio de ordem 4 conduziu a resultados com um coeficiente de correlação de Pearson de 99% nos casos de 2 e 3 AMSM, portanto esse foi o ajuste escolhido para determinar as equações das curvas acima representadas. Não foi possível obter uma equação com coeficiente de Pearson bom o suficiente para o caso de 4 AMSM, portanto são necessários estudos posteriores no assunto, utilizando intervalos de análise diferentes dos escolhidos neste trabalho.

Para o caso de 2 amortecedores:

$$\alpha_m = -6119,6\xi^4 + 4384,4\xi^3 - 1052,2\xi^2 + 90,912\xi + 0,116 \quad \text{Eq (4.6)}$$

Para o caso de 3 amortecedores:

$$\alpha_m = 4473\xi^4 - 2767,1\xi^3 + 549,68\xi^2 - 42,594\xi + 3,8274 \quad \text{Eq (4.7)}$$



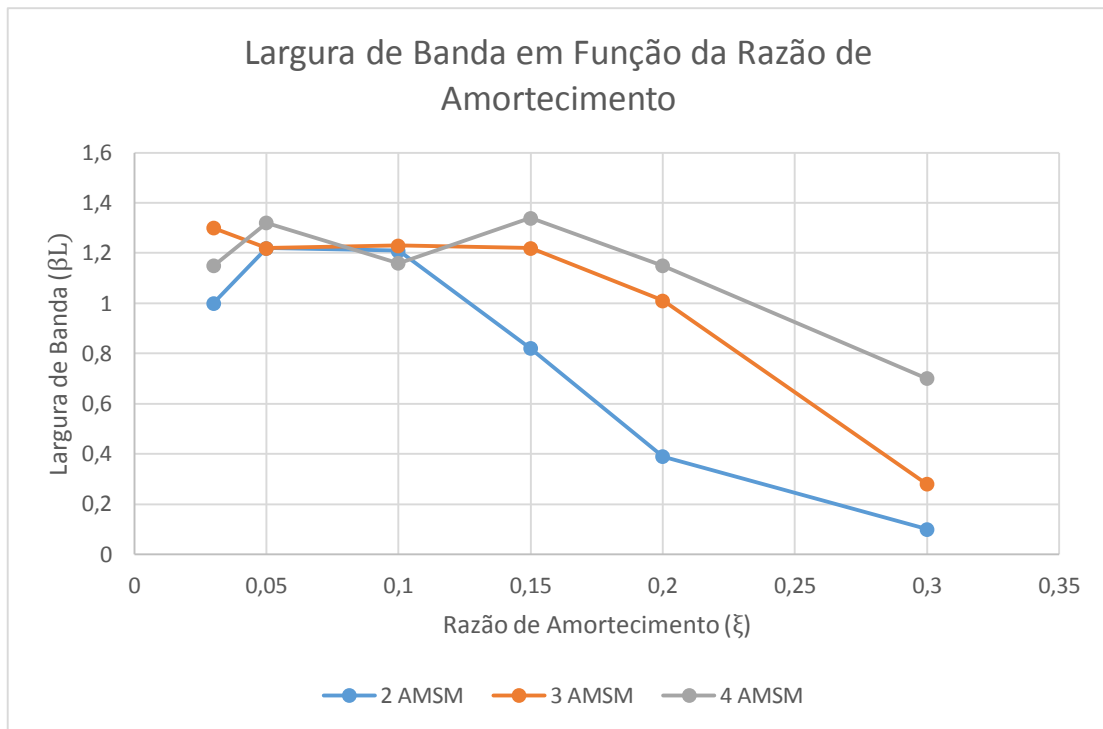


Figura 4.12 – Largura de banda em função da razão de amortecimento para cada quantidade de amortecedores

As larguras de banda, assim como as razões de frequência média, se comportam de forma bem diferente para quantidades diferentes de amortecedores. Usando a ferramenta Linha de Tendência do Excel, foi possível um ajuste polinomial com polinômio de grau 4 de coeficiente de Pearson igual a 100% para os casos de 2 e 3 AMSM. Para o caso de 4 AMSM foi possível um ajuste com coeficiente de Pearson igual a 88,6%, indicando que o ajuste pode ser melhorado caso mais pontos sejam inseridos na análise. As equações das curvas ajustadas são descritas abaixo:

Para o caso de 2 amortecedores:

$$\beta_L = -1022,8\xi^4 + 987,61\xi^3 - 310,3\xi^2 + 31,081\xi + 0,3222 \quad \text{Eq (4.8)}$$

Para o caso de 3 amortecedores:

$$\beta_L = 1434,6\xi^4 - 972,85\xi^3 + 199,51\xi^2 - 15,461\xi + 1,6086 \quad \text{Eq (4.9)}$$

Para o caso de 4 amortecedores:

$$\beta_L = 2,161\xi^4 - 34,808\xi^3 + 0,6145\xi^2 - 1,3604\xi + 1,1571 \quad \text{Eq (4.10)}$$

Por fim, a Figura 4.13 compara a resposta em frequência ótima para cada quantidade de amortecedores analisada nesse trabalho.

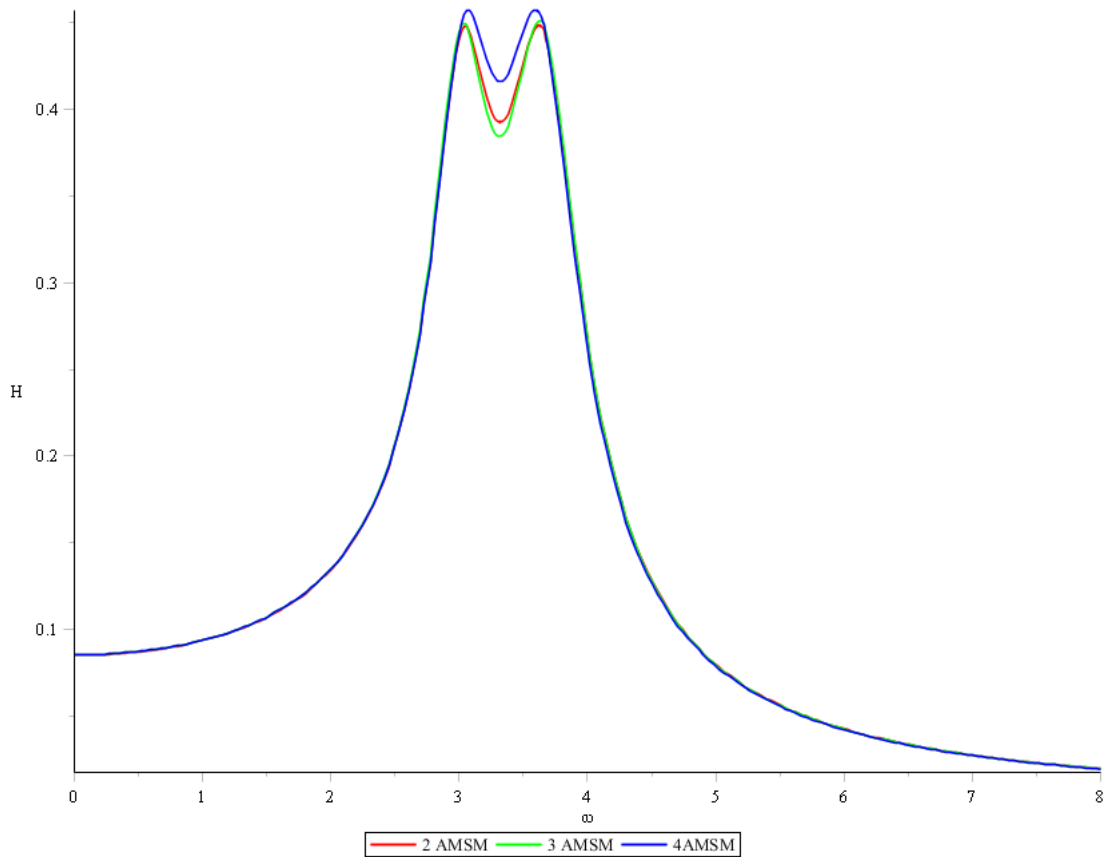


Figura 4.13 – Resposta Ótima para diferentes quantidades de amortecedores

Assim como a Figura 4.10 mostrou que, independentemente da quantidade de amortecedores, a curva de resposta em frequência tem um comportamento similar ao variar-se a razão de amortecimento, a Figura 4.13 também a similaridade no comportamento das respostas ótimas para cada amortecedor, ainda que estas sejam resultado de razões de amortecimento diferentes. As curvas são indistinguíveis até chegar na porção central do gráfico, onde se encontra a frequência de ressonância para esse sistema principal ( $\omega = 3,4263$  rad/s), e ainda assim seus resultados não são muito distintos. Isso sugere a possibilidade de se determinar uma expressão para a otimização da resposta em frequência do sistema principal como função da quantidade de amortecedores (n).

Vale lembrar que todas as simulações neste trabalho foram realizadas com a razão de massa total dos amortecedores fixa em  $\mu = 0,05$ , o que pode nem sempre refletir a situação de um edifício real, onde uma adição de 5% da massa do edifício concentrada em seu topo é uma carga considerável a se adicionar às fundações e à superestrutura, acarretando em custos de execução razoavelmente maiores.

## 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 5.1 – CONCLUSÕES

No presente trabalho, foi avaliada a eficiência do sistema de controle do amortecedor de massa sintonizado múltiplo aplicado à redução de vibrações em edifícios altos, avaliando a influência da ligação e do número total das massas na performance e eficiência desse sistema de controle passivo.

Durante todo o trabalho foi analisado um *shear frame* de 20 andares, submetido a uma carga harmônica senoidal, reduzido a um grau de liberdade utilizando o método da superposição modal, tomando a contribuição do primeiro modo de vibração como a mais significativa. Porém, como os parâmetros otimizados são todos razões ( $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $\xi$ ), são adimensionais, logo podem ser utilizados para outros edifícios, desde que sejam levadas em conta as considerações supracitadas.

Ao comparar as respostas em frequência do sistema principal com AMSM (NI) e com AMSM (I), ficou evidente que os parâmetros otimizados presentes na literatura para o caso não-interligado não são adequados para o caso interligado. Dessa forma, foi motivada uma busca paramétrica por valores mais eficientes para o último caso.

Primeiramente foi determinado que o trabalho seguiria as mesmas premissas utilizadas por Jangid (1999) e Gu et. al (2001) em admitir a mesma razão de amortecimento e a mesma rigidez para todos os amortecedores. Dessa forma, os parâmetros individuais de cada amortecedor se tornam função da razão de amortecimento média ( $\alpha_m$ ), da razão de massa total ( $\mu$ ) e da largura de banda ( $\beta_L$ ).

Após determinada a metodologia de cálculo dos parâmetros individuais, procurou-se estimar vários parâmetros de  $\alpha_m$  e  $\beta_L$  por meio de uma série de estimativas feitas em uma rotina em MAPLE feita por Carneiro (2004) e modificada neste trabalho. Após observar que a resposta dinâmica era tanto menor quanto maior fosse a razão de massa, definiu-se o valor da mesma como o maior valor assumido razoável para uma situação real de projeto, neste caso 5%.

Foram comparadas as respostas em frequência obtidas pela otimização de Jangid (1999) para o AMSM (NI) e as respostas para o AMSM (I) utilizando os parâmetros advindos das estimativas. Foi constatado que para todos os números de massa analisados neste trabalho os amortecedores no caso interligado tiveram desempenho comparável ou superior ao

amortecedor no caso não interligado, comprovando a eficiência de ambos os sistemas de controle. O melhor comportamento para os sistemas AMSM (I) foi obtido com 2 amortecedores, apesar de os resultados ótimos serem muito próximos, o que indica que a quantidade de amortecedores não é um fator que influencia severamente na resposta final, ou seja, a quantidade de amortecedores a ser utilizada pode ser escolhida em função do espaço disponível para instalação do sistema.

O estudo paramétrico realizou uma busca numérica mantendo a razão de amortecimento dos amortecedores  $\xi_a$  e a razão de massa total  $\mu$  fixas, variando a razão de frequência média  $\alpha_m$  e a largura de banda  $\beta_L$ , e combinando todos estes valores dentro de intervalos pre-fixados para achar valores otimizados segundo a metodologia de Tsai e Lin (1993). Ao final do estudo paramétrico, os parâmetros otimizados conduziram a uma resposta melhor do que na fase de estimativa, como era esperado, e verificou-se uma boa redução na resposta em frequência.

Em todos os casos analisados, foi constatada uma concentração da massa do conjunto no primeiro amortecedor conforme os resultados se aproximavam da zona ótima, que é resultado da metodologia de cálculo desses valores. A razão de massa de um amortecedor é função da razão de frequência do mesmo neste método, e apresentam uma relação de proporcionalidade inversa. Dado que a razão de frequência do primeiro amortecedor é a menor, naturalmente esse será o que tem a maior razão de massa.

O mesmo trabalho foi realizado para 3 e 4 massas, encontrando resultados similares. A zona de respostas em frequência ótimas foi localizada entre  $\xi = 0,15$  e  $\xi = 0,20$  em todos os casos do estudo paramétrico, e o valor da resposta foi similar em todos os casos.

Constatou-se neste estudo que o aumento do número de massas gera problemas na análise. A função de cálculo da resposta, chamada neste trabalho de CalculaR, cresce exponencialmente conforme a quantidade de massas aumenta, dificultando e aumentando consideravelmente o tempo de cálculo computacional, deixando o estudo paramétrico moroso. Logo, se for de interesse realizar o estudo para uma quantidade maior de massas é altamente recomendável refinar o intervalo de busca durante a etapa de estimativas, de forma a reduzir o tempo de cálculo.

Por fim, a comparação da resposta dos AMSM (NI) com parâmetros ótimos na literatura para os números de massa analisados mostram comportamentos praticamente equivalentes, assim como foi o caso dos AMSM (I) neste trabalho, o que sugere resultados condizentes com a realidade.

## 5.2 – SUGESTÕES

Com edifícios cada vez maiores sendo construídos, a tecnologia dos amortecedores de massa é um tópico cada vez mais relevante. No ano de 2015 foi concluída a Shanghai Tower, o segundo maior edifício do mundo, que utiliza um AMS como meio de controle de vibrações. Apesar de ser um assunto extensivamente estudado, ainda há muitos aspectos a serem abordados nessa área, principalmente no campo dos amortecedores múltiplos.

Alguns tópicos que aprofundariam e melhorariam essa pesquisa são:

- Realizar uma busca numérica com uma razão de amortecimento do sistema principal diferente da utilizada neste trabalho ( $\xi = 2\%$ ) para verificar o comportamento da estrutura frente a este parâmetro;
- Otimizar os parâmetros do AMSM (I) para vários outros números de massas;
- Aumentar a quantidade de razão de amortecimento dos amortecedores analisadas no estudo paramétrico, a fim de fornecer mais pontos para realizar o ajuste polinomial, resultando em curvas mais próximas da real;
- Sugerir expressões para a determinação dos parâmetros AMSM (I) para um número qualquer de massas;
- Estudar a aplicação dos AMSM (I) com a metodologia de cálculo utilizada neste trabalho para outros tipos de estruturas, como pontes ou torres metálicas;
- Formular a rotina em Fortran contendo o cálculo das matrizes e da resposta diretamente no programa ao invés de importar a subrotina CalculaR. Dado que essa subrotina foi uma limitação determinante à execução da metodologia, essa mudança pode permitir expandir esse estudo para maiores quantidades de massas;

## REFERÊNCIAS

- ÁVILA, S. M. **Controle híbrido para atenuação de vibrações em edifícios**. Tese de Doutorado Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- CAMPBELL, R. “**Builder Faced Bigger Crisis Tan Falling Windows**”. Artigo publicado no periódico *The Boston Globe*, 3 de Março de 1995.
- CARNEIRO, R. B. **Controle de vibrações em edifícios altos utilizando amortecedor de massa sintonizado múltiplo**. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.
- CARNEIRO, R.B.; AVILA, S.M.; BRITO, J. L. V.; **Parametric study on multiple tuned mass dampers using interconnected masses**. *International Journal of Structural Stability and Dynamics* v. 8, n. 1, p. 187-202, 2008.
- CHEN, G.; WU, J. **Experimental study on multiple tuned mass dampers to reduce seismic responses of a three-storey building structure**. *Earthquake engineering & structuraldynamics*, v. 32, n. 5, p. 793–810, 2003.
- CLOUGH, W. R.; PENZIEN, J.; **Dynamics of Structures**. Computers & Structures Inc. Berkeley, California, 1995.
- CRUZ, A. R. **Análise preliminar do comportamento dos TMDs instalados na ponte pedonal sobre o rio Ave em Santo Tirso**. Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, 2013.
- DEN HARTOG, J. P. **Mechanical vibrations**. 4th Ed. New York, Mcgraw-Hill, 1956.
- DU, D.; GU, X.; CHU, D.; HUA, H. **Performance and parametric study of infinite-multiple TMDs for structures under ground acceleration by HN optimization**. *Journal of sound and vibration*. 305, 843–853, 2007.
- ELIAS, G. T.; ÁVILA, S. M. **Metodologia para definição do melhor número e posição para dispositivos de controle estrutural**. *XXVII Iberian Latin American congress in computational methods in engineering*. Brasil, 2006.
- FRAHM, H., 1909, “**Device for damping vibration of bodies**” U.S. Patent No. 989958.
- GOMES, D. H. M. **Controle da resposta dinâmica de uma passarela de pedestres da cidade de Brasília com a utilização e amortecedores de massa sintonizados**. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.
- GU, M.; CHEN, S. R.; CHANG, C. C. **Parametric study on multiple tuned mass dampers for buffeting control of Yangpu bridge**. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, v. 89, p. 987 – 1000, 2001.
- HOUSNER, G. W.*et. al.* **Structural Control: Past, Present and Future**. *Journal of EngineeringMechanics*, 123(9), 897-971, 1997
- < <https://www.askideas.com/media/36/Sydney-Tower-Amazing-Picture.jpg> > último acesso 6-2016

<<https://static1.squarespace.com/static/51dbb4bce4b0a7b8b39fdf3a/t/52c66206e4b02a78ba68d1a3/1388732935098/hancock11.jpg>> último acesso 6-2016

<<http://www.howardrenderings.com/image-archives/11576/pic1.jpg>> último acesso 6-2016

<[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/thumb/2/2a/Burj\\_Al\\_Arab,\\_Dubai,\\_by\\_Joi\\_Ito\\_Dec2007.jpg/240px-Burj\\_Al\\_Arab,\\_Dubai,\\_by\\_Joi\\_Ito\\_Dec2007.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/thumb/2/2a/Burj_Al_Arab,_Dubai,_by_Joi_Ito_Dec2007.jpg/240px-Burj_Al_Arab,_Dubai,_by_Joi_Ito_Dec2007.jpg)> último acesso 6-2016

<[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0e/Park\\_Tower\\_Chicago.png/225px-Park\\_Tower\\_Chicago.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0e/Park_Tower_Chicago.png/225px-Park_Tower_Chicago.png)> último acesso 6-2016

<[http://www.en.yokogawa-bridge.co.jp/05\\_steelbridges/img/Akashi01.jpg](http://www.en.yokogawa-bridge.co.jp/05_steelbridges/img/Akashi01.jpg)> último acesso 6-2016

<[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0b/London\\_Millennium\\_Bridge\\_from\\_Saint\\_Paul's.jpg/250px-London\\_Millennium\\_Bridge\\_from\\_Saint\\_Paul's.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0b/London_Millennium_Bridge_from_Saint_Paul's.jpg/250px-London_Millennium_Bridge_from_Saint_Paul's.jpg)> último acesso 6-2016

<[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/73/One\\_Wall\\_Centre.jpg/240px-One\\_Wall\\_Centre.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/73/One_Wall_Centre.jpg/240px-One_Wall_Centre.jpg)> último acesso 6-2016

<<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c9/Taipei101.portrait.altonthompson.jpg/250px-Taipei101.portrait.altonthompson.jpg>> último acesso 6-2016

<[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/32/Shanghai\\_Tower\\_2015.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/32/Shanghai_Tower_2015.jpg)> último acesso 6-2016

<[http://blogs-images.forbes.com/aliciaadamczyk/files/2014/10/432PA\\_NW-View\\_copyright-dbox-for-CIM-Group-Macklowe-Properties-e1413475736239-1152x647.jpg](http://blogs-images.forbes.com/aliciaadamczyk/files/2014/10/432PA_NW-View_copyright-dbox-for-CIM-Group-Macklowe-Properties-e1413475736239-1152x647.jpg)> último acesso 6-2016

<<http://nisee.berkeley.edu/prosys/tuned.html>> último acesso 6-2016

<<http://www.popularmechanics.com/technology/infrastructure/a14564/the-121-story-tower-that-never-sways>> último acesso 6-2016

IGUSA, T.; XU, K. **Vibration control using multiple tuned mass dampers.** *Journal of sound and vibration*, v. 175, n. 4, p. 491 – 503, 1994.

JANGID, R. S. **Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system.** *Earthquake engineering and structural dynamics*. 28, 1041-1049, 1999.

JOSHI, A.S.; JANGID, R.S. **Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems.** *Journal of sound and vibration*, v. 202, n. 5, p. 657-667, 1997.

JUROKOVSKI, D.; PETROVSKI, M.; RAKICEVIK, Z.; **Energy absorbing elements in regular and composite steel frame structures.** *Engineering Structures*, v. 17, n. 5, p. 319-333, 1995.

KAREEM, A.; KLINE, S. **Performance of multiple mass dampers under random loading.** *Journal of structural engineering*, v. 121, n. 2, p. 348 – 361, 1995.

LARA V., L. A. **Controle de vibrações em vigas metálicas com distintas configurações de apoio utilizando amortecedores de massa sintonizados.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação EDM – 008 A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 156 p, 2007.

LEE C.; CHEN, Y.; CHUNG, L.; WANG, Y. **Optimal design theories and applications of tuned mass dampers.** *Engineering structures* 28 43–53, 2006.

LI, C.; LIU, Y. **Optimum multiple tuned mass dampers for structures under ground acceleration based on the uniform distribution of system parameters.** *Earthquake engineering & structural dynamics.* 32, 671–690, 2003.

MAGLUTA, C.; **Sistemas dinâmicos passivos para absorção de vibrações estruturais,** 1993. Tese de Doutorado – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

MAGLUTA, C.; AINSWORTH Jr., G. O.; ROITMAN, N. **Comparison between multiple vibration absorbers and single vibration absorbers systems.** *Proceedings of COBEM. XVII international congress of mechanical engineering.* São Paulo, 2003.

MAPLE V, release 17.0, Waterloo Maple Inc.

NISHIMURA, I.; YAMADA, T.; SAKAMOTO, M.; KOBORI, T. **Control performance of active–passive composite tuned mass damper.** *Smart mater. Struct.* 7 637–653, 1998.

OLIVEIRA, F. S.; **Crêterios de Projeto para Amortecedor Tipo Pêndulo para Controle de Vibrações em Edifícios Altos.** Dissertação de Mestrado, Publicação D.DM – 004A/12, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 72p, 2012.

PINELLI, J.P.; HU, S.; GUTIERREZ, H.; CASIER, F. **Multiple Distributed Tuned Mass Dampers: An Exploratory Study.** *Proceedings of Extreme Loading,* Toronto, Canada, 2003.

RANA, R.; SOONG, T. T. **Parametric study and simplified design of tuned mass dampers.** *Engineering structures,* 20(3), 193-204, 1998.

SAKAMOTO, M.; KOBORI, T. **Research, development and practical applications on structural response control of buildings.** *Smart Mater. Struct.* 4 A58-A74. Japão, 1995.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. **Passive energy dissipation systems in structural engineering.** John Wiley & Sons. Chichester, Inglaterra, 1997.

SOONG, T. T.; SPENCER Jr., B. F. **Supplemental Energy Dissipation: State-of-the-Art and State-of-the-Practice.** *Engineering Structures,* 24, 243- 259, 2002.

TANAKA, H.; MAK, C. Y.; **Effect of tuned mass dampers on wind induced response of tall buildings.** *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,* v. 14, p. 357 – 368, 1983.

TSAI, H.; LIN, G. **Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems.** *Earthquake engineering and structural dynamics.* 22, 957-973, 1993.

VICKERY, B., J.; DAVENPORT, A., G.; **An Investigation of the Behaviour in Wind of the Proposed Centrepoint Tower in Sydney, Australia.** University of Western Ontario. Faculty of Engineering Science, 1970.

WARBURTON, G. B. **Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters.** *Earthquake engineering and structural dynamics.* 10, 381–401, 1982.



WU, J.; CHEN, G. **Optimization of multiple tuned mass dampers for seismic response reduction.** *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago, Illinois. 519-523, 2000.

XU, K.; IGUSA, T. **Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies.** *Earthquake engineering and structural dynamics*. 21, 1059–1070, 1992.

YAMAGUCHI, H.; HARNPORNCHAI, N. **Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillations.** *Earthquake engineering and structural dynamics*. 22, 51-62, 1993.

ZUO, L.; NAYFEH, S. **The multi-degree-of-freedom tuned-mass damper for suppression of single-mode vibration under random and harmonic excitation.** Department of mechanical engineering. *ASME design engineering technical conferences*. USA, 2003.

ZUO, L.; NAYFEH, S. **Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers.** *Journal of Sound and Vibration*. 272, 893–908, 2004.