



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE NUMÉRICA
DE MANGAS DE EIXO
PARA VEÍCULO BAJA SAE**

Por,
Bruno Barbo Colangelo Viegas

Brasília, 23 de dezembro de 2016.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE NUMÉRICA
DE MANGAS DE EIXO
PARA VEÍCULO BAJA SAE**

POR,

Bruno Barbo Colangelo Viegas

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Lucival Malcher, UnB/ ENM (Orientador)

Prof. Daniel Monteiro Rosa, UnB/ ENM

Prof. Guilherme Vaz Ferreira, UnB/ ENM

Brasília, 23 de dezembro de 2016

Dedicatória

Para minha filha Fernanda, sorriso que motiva o meu.

Bruno Viegas

Agradecimentos

Aos funcionários da Secretaria do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília, em particular à Fernanda e ao Osiel, que sempre tiveram largos sorrisos e palavras gentis a oferecer;

Aos técnicos do SG-09, entre os quais espero ter feito bons amigos, Sr. Artur, Pereira, Edson, Fernando, Xavier, Silmar, Tarsis, Tenniel, Wesley e, sem dúvidas, Marcão por dividir sem ressalvas seus preciosos tempo e conhecimentos;

A todos amigos bajeiros, que me mostraram a importância das companhias no ambiente de trabalho, agora finalmente perdoados pela minha mãe por abrirem meus olhos para minha verdadeira paixão, a mecânica. Um abraço especial para Lucas Baiano, Tales Clep, Henrique Pêra, Bruno Vicente, Tiago Matusa, Matheus Lego, Jorge Baby, Caio Físico e Guilherme NX, sou grato por ter tido a chance de passar incontáveis noites em claro diante de carros impossíveis com vocês;

Ao Dr. Daniel Monteiro Rosa, cuja humanidade a frente da Coordenação de Graduação do Curso de Engenharia Mecânica tornou-se para mim exemplo;

Ao meu orientador, Dr. Lucival Malcher, pelas inestimáveis paciência, atenção e dedicação ao longo presente trabalho e sua surpreendente capacidade de acreditar no potencial de seus alunos;

À minha família pelo enorme apoio e carinho nas horas mais difíceis, principalmente a minha tia Regina, meu tio Elmer e meu primo Raoni, que me estenderam a mão quando o mundo parecia me dar as costas, a minha tia Lili e meu tio Rogério, meus anjos da guarda, e a minha mãe, que dispensa motivos.

RESUMO

Competições de protótipos do tipo Baja SAE ocorrem no Estados Unidos desde 1976, sendo realizadas no Brasil desde 1995 pela SAE BRASIL como oportunidade de aplicação prática dos conhecimentos adquiridos ao longo da graduação. O objetivo de competições do tipo é a construção de um protótipo fora de estrada monoposto capaz da transposição de terrenos acidentados em qualquer condição climática, sendo que os veículos são avaliados basicamente por seu projeto e comportamento dinâmico. Os sistemas de suspensão e direção possuem grande influência no comportamento dinâmico de veículos afetando diretamente seu desempenho, sua segurança, a percepção subjetiva de qualidade do veículo e o conforto de seus ocupantes. Ao longo do presente trabalho são comentados fatores de projeto de influência no comportamento dinâmico de sistemas de suspensão e direção e expostos modelos de análise dinâmica de tais sistemas recomendados para determinação dos esforços atuantes em uma manga de eixo de um protótipo Baja SAE. Posteriormente são realizadas análises numéricas em regime linear elástico sob mesmas condições de carregamento de três geometrias de mangas diferentes avaliando-se suas máximas tensões equivalentes, deformações e deslocamentos, obtendo-se fatores de segurança estáticos para escoamento entre 4,374 e 2,187.

Palavras-chave: Suspensão. Baja SAE. Manga de eixo. Análise de elementos finitos.

ABSTRACT

Baja SAE competitions take place in the United States since 1976, being held in Brazil since 1995 by SAE BRASIL as an opportunity for practical application of knowledge acquired during graduation. Engineering students are tasked to design and build an off-road vehicle that will survive the severe punishment of rough terrain. Teams compete against each other against one another to have their design accepted for manufacture by a fictitious firm, being evaluated mostly for the design and dynamic behaviour of the prototype. Suspension and steering system play a major role in the dynamic behaviour of a vehicle, influencing its performance, safety, subjective perception on vehicle quality, and ride comfort. Throughout the work suspension and steering systems design factors influencing dynamic behaviour are discussed and dynamic models for determining loads experienced by Baja SAE prototypes steering knuckles. Finally, numerical analysis in the elastic region are carried out for three different geometries, evaluating results for equivalent von-Mises stresses, displacements and deformations, resulting in static safety factors for yielding between 4,374 and 2,187.

Keywords: Suspension. Baja SAE. Steering knuckle. Finite element analysis.

Sumário

Sumário	i
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	viii
Lista de Símbolos	x
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 BAJA SAE	1
1.2 MOTIVAÇÃO	1
1.3 OBJETIVOS	2
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	2
2 SISTEMAS DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO	4
2.1 COMPONENTES	4
2.1.1 Braços de Controle	5
2.1.2 Conexões	6
2.1.3 Molas	7
2.1.4 Amortecedores	7
2.1.5 Barras Estabilizadoras	8
2.1.6 Mangas de Eixo	8
2.1.7 Cubos de Roda	9
2.1.8 Rodas	9
2.1.9 Pneus	10
2.2 SISTEMAS DE SUSPENSÃO	11
2.2.1 Eixo Rígido	11
2.2.2 Pilar Deslizante	11

2.2.3	MacPherson	12
2.2.4	Duplo-A	13
2.3	SISTEMAS DE DIREÇÃO	14
2.3.1	Rosca sem Fim	14
2.3.2	Pinhão e Cremalheira	14
2.4	SISTEMAS DE COORDENADAS	15
2.4.1	Sistema de Coordenadas do Veículo	15
2.4.2	Sistema de Coordenadas Inercial	16
2.4.3	Sistema de Coordenadas da Roda	18
2.5	GEOMETRIAS DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO	18
2.5.1	Alinhamento das Rodas	19
2.5.2	Cambagem	19
2.5.3	Cáster, Inclinação do Pino Mestre e Raio de Deslizamento	20
2.5.4	Centro de Rolagem	21
2.5.5	Rigidez Efetiva de Mola e Rigidez Efetiva na Roda	22
2.5.6	Geometria de Direção	23
2.5.7	Geometrias “Anti”	25
3	DINÂMICA VEICULAR	29
3.1	DINÂMICA VERTICAL	29
3.1.1	Faixas de Frequência	29
3.1.2	Modelo de 1/4 de Carro	31
3.1.3	Transmissibilidade de Vibração	34
3.1.4	Irregularidades da Pista	36
3.1.5	Amortecimento	39
3.2	DINÂMICA LONGITUDINAL	39
3.2.1	Modelo de 1/2 Carro	39
3.2.2	Arfagem por Aceleração e Frenagem	42
3.3	DINÂMICA LATERAL	43
3.3.1	Trajetória Circular em Regime Permanente	43
3.3.2	Entrada de Curva	44
3.3.3	Limite de Tombamento Lateral	45
3.3.4	Barras Estabilizadoras e Compensação de Cambagem	48

3.3.5	Estabilidade	49
4	ANÁLISE DIMENSIONAL	54
4.1	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	54
4.1.1	Processo Geral	55
4.1.2	Tipos de Elemento	57
4.1.3	Trabalho Virtual	58
4.2	ANÁLISES DE REFERÊNCIA	59
5	CONCEPÇÃO DA MANGA DE EIXO	63
5.1	GEOMETRIA 01	64
5.2	GEOMETRIA 02	64
5.3	GEOMETRIA 03	65
6	DETERMINAÇÃO DE FORÇAS	67
6.1	METODOLOGIA	67
6.2	INTERFACE DE ANÁLISE	69
6.3	FICHA DE PROJETO	69
6.4	CINEMÁTICA DE SUSPENSÃO	70
6.5	CINEMÁTICA DE DIREÇÃO	72
6.6	PSD DE PISTA ALEATÓRIA	72
6.7	DINÂMICA VERTICAL	73
6.8	DINÂMICA LONGITUDINAL	73
6.9	ESTUDO DE CASO	73
6.9.1	Dados do Protótipo	73
6.9.2	Comportamento Cinemático	74
6.9.3	Comportamento Dinâmico	76
6.9.4	Forças Resultantes	78
7	ANÁLISES NUMÉRICAS	79
7.1	METODOLOGIA	79
7.2	MATERIAIS	79
7.3	MALHAS	80
7.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO	80
7.5	CARREGAMENTOS	81

7.6	RESULTADOS NUMÉRICOS	81
7.6.1	Tensões Equivalentes	81
7.6.2	Deformações Elásticas	82
7.6.3	Deslocamentos	85
8	CONCLUSÃO	88
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
	ANEXO I - INTERFACE	93
	ANEXO II - FICHA DE PROJETO	97
	ANEXO III - CINEMÁTICA DE SUSPENSÃO	100
	ANEXO IV - CINEMÁTICA DE DIREÇÃO	113
	ANEXO V - PSD DE PISTA ALEATÓRIA	120
	ANEXO VI - DINÂMICA VERTICAL	122
	ANEXO VII - CRITÉRIO DE CONFORTO	128
	ANEXO VIII - DINÂMICA LONGITUDINAL	130
	ANEXO IX - ROTAÇÃO DE VETOR	134
	ANEXO X - ÂNGULO DE ROTAÇÃO	135
	ANEXO XI - DETERMINAÇÃO DE POSIÇÃO	136
	ANEXO XII - MODELO DE 1/4 DE CARRO	137
	ANEXO XIII - MODELO DE 1/2 DE CARRO	138

Lista de Figuras

2.1	Suspensão dianteira do Lotus Elise.	5
2.2	Braço de controle superior. ICON VEHICLE DYNAMICS (Ano não especificado).	5
2.3	Juntas esféricas, pivôs de suspensão e terminais de direção. SHEN FENG AUTO PARTS CO LTD (2008).	6
2.4	Terminais rotulares esféricos National Precision. Dazey (2011).	6
2.5	Molas de suspensão veicular.	7
2.6	Exemplos de amortecedores. Dixon (2007).	7
2.7	Barra estabilizadora dianteira. Pratte (2014).	8
2.8	Manga de eixo com fixação superior para amortecedor estrutural.	8
2.9	Dimensões de referência usuais para pneus fora-de-estrada.	10
2.10	Exemplos de eixos rígidos. Rill (2011).	11
2.11	Suspensão de pilar deslizante do Lancia Lambda. Dixon (2007).	12
2.12	Suspensão MacPherson. Gillespie (1992).	12
2.13	Vista explodida de suspensão Duplo-A.	13
2.14	Sistema de direção de rosca sem fim.	14
2.15	Sistema de direção de pinhão e cremalheira.	14
2.16	Sistema de coordenadas do veículo de acordo com norma SAE J670.	15
2.17	Veículo em um sistema de coordenadas inercial de acordo com a norma SAE J670.	16
2.18	Posição e orientação da roda.	18
2.19	Orientação da roda em relação ao solo.	18
2.20	Determinação dos centros de rolagem. Merling (2007).	21
2.21	Determinação do centro de rolagem para suspensão do tipo duplo-A.	21
2.22	Posicionamento de mola para diversos tipos de suspensão. Merling (2007).	22
2.23	Veículo com esterçamento dianteiro em condição de Ackermann.	23
2.24	Determinação do espaço mínimo de curva.	24
2.25	Geometrias de direção.	25

2.26	Determinação do polo de frenagem.	26
2.27	Localização do centro instantâneo de rotação lateral de suspensão do tipo duplo-A.	26
2.28	Direções de reação da suspensão durante frenagem para conjunto de freios externo na dianteira e interno na traseira.	27
2.29	Determinação do polo de aceleração.	28
3.1	Limites de vibração vertical propostos por Janeway.	30
3.2	Modelo de um quarto de carro.	32
3.3	Exemplos de irregularidades pontuais.	36
3.4	Modelo de meio carro.	39
3.5	Modelo de meio carro simplificado.	41
3.6	Modelo de veículo para trajetória em regime permanente.	43
3.7	Veículo simples em curva para direita.	45
3.8	Modelo para determinação do risco de tombamento.	46
3.9	Modelo para análise de rolagem e variação de cambagem.	48
4.1	Estrutura típica constituída de elementos interconexos.	55
4.2	Exemplos de tipos de elementos finitos. Rade (2011).	58
4.3	Condições de contorno e forças aplicadas por Dusane et al. (2010).	60
4.4	Condições de contorno e forças aplicadas por Yan (2011).	61
4.5	Condições de contorno e forças aplicadas por Bhusari et al. (2016).	62
5.1	Exemplos de mangas de eixo dianteiras.	63
5.2	Conjunto e geometria do Projeto 01.	64
5.3	Conjunto e geometria do Projeto 02.	65
5.4	Conjunto e geometria do Projeto 03.	65
6.1	Fluxograma básico de determinação dos esforços.	67
6.2	Localização de referências dianteiras.	69
6.3	Localização de referências dianteiras.	70
6.4	Exemplo de geometria analisada.	71
6.5	Densidade de potência espectral em função de frequência espacial.	72
6.6	Variações de ângulos das rodas ao longo dos cursos de suspensão.	74
6.7	Variações de comprimento ao longo dos cursos de suspensão.	75
6.8	Comportamento ao longo do esterçamento do volante.	76

6.9	Perfil de pista e transmissibilidade dos quartos do protótipo.	77
6.10	Exposição a aceleração vertical para frações da velocidade máxima.	77
6.11	Comportamento em transposição de obstáculo de 15 polegadas.	78
7.1	Fluxograma de análise.	79
7.2	Malhas das geometrias analisadas.	80
7.3	Condições de contorno.	81
7.4	Distribuições de tensão equivalente.	82
7.5	Distribuições de deformação na direção x	82
7.6	Distribuições de deformação na direção y	83
7.7	Distribuições de deformação na direção z	83
7.8	Distribuições de deformação na direção xy	84
7.9	Distribuições de deformação na direção xz	84
7.10	Distribuições de deformação na direção $y_r z_r$	85
7.11	Distribuições de deslocamento para Geometria 01.	86
7.12	Distribuições de deslocamento para Geometria 02.	86
7.13	Distribuições de deslocamento para Geometria 04.	87

Lista de Tabelas

2.1	Componentes de suspensão e direção.	5
2.2	Rodas comerciais usuais.	10
3.1	Valores de nível de eficiência reduzida para aceleração vibracional na direção cabeça-pés.	31
3.2	Influência da variação dos parâmetros de suspensão no isolamento de vibração.	35
3.3	Influência da variação dos parâmetros de suspensão no curso mínimo.	35
3.4	Influência da variação dos parâmetros de suspensão na aderência ao pavimento.	35
3.5	Classificação de rugosidade de pista. Wong (2001).	38
3.6	Valores de C_{psd} , N , $\Omega_{mín}$ e $\Omega_{máx}$ para funções de densidade espectral de várias superfícies. Wong (2001).	38
4.1	Resumo comparativo de análises de referência.	62
5.1	Características do Projeto 01.	64
5.2	Características do Projeto 02.	65
5.3	Características do Projeto 03.	66
5.4	Ângulos paramétricos das geometrias.	66
6.1	Projetos de referência para elaboração de rotina.	68
6.2	Pontos dianteiros.	69
6.3	Pontos traseiros.	70
6.4	Dados do Protótipo SG08.	74
6.5	Frequências naturais.	76
7.1	Propriedades mecânicas do material ASTM 7075-T6.	79
7.2	Propriedades de malha.	80
7.3	Carregamentos aplicados nas análises numéricas.	81
7.4	Resultados das análises numéricas.	87

8.1 Resultados comparativos.	88
--------------------------------------	----

Lista de Símbolos

Símbolos Latinos

x	eixo longitudinal	
y	eixo lateral	
z	eixo vertical	
v	velocidade	$[m/s]$
a	aceleração	$[m/s^2]$
F	força	$[N]$
M	momento	$[N \cdot m]$
r	raio	$[mm]$
R	raio	$[m]$
p	altura do solo do centro de rotação instantâneo	$[mm]$
f	comprimento equivalente do braço de suspensão na vista frontal	$[mm]$
q	distância da fixação inferior da suspensão na manga de eixo até o solo	$[mm]$
c	comprimento efetivo da manga de eixo	$[mm]$
k	rigidez de mola	$[N/m]$
K	rigidez efetiva	$[N/m]$
L	entre-eixos do veículo	$[m]$
S	afastamento do eixo dianteiro do veículo até sua porção frontal	$[m]$
H	altura	$[m]$
e	distância vertical entre os centros de rotação da suspensão e de roda	$[m]$
d	distância longitudinal entre os centros de rotação da suspensão e de roda	$[m]$
m	massa de referência para modelo de 1/4 de carro	$[kg]$
C	amortecimento efetivo	$[N \cdot s/m]$
C	comprimento de irregularidade pontual	$[m]$
g	constante gravitacional	$[m/s^2]$
Z	amplitude de elevação	$[m]$
D	altura de irregularidade pontual	$[m]$
S	potência espectral	$[m^2/ciclo/m]$
J	inércia do chassi	$[kg \cdot m^2]$
s	ângulo de deslizamento do pneu	$[rad]$

Símbolos Gregos

ϕ	ângulo de rolagem	[rad]
θ	ângulo de arfagem	[rad]
ψ	ângulo de direção	[rad]
β	ângulo de deriva	[rad]
ν	ângulo de curso	[rad]
δ	ângulo de esterçamento	[rad]
Δ	variação entre duas grandezas similares	
ω	velocidade angular	[rad/s]
γ	ângulo de cambagem	[rad]
α	ângulo de cáster	[rad]
ι	ângulo de inclinação do pino mestre	[rad]
σ	ângulo de inclinação do braço de suspensão	[rad]
χ	proporção de distribuição de força de frenagem para o eixo dianteiro	
ε	ângulo da linha de reação da suspensão	[rad]
λ	comprimento de onda	[m]
Ω	frequência espacial	[ciclo/m]
ϖ	vetor de velocidades angulares	[rad/s]
ϱ	curvatura de trajetória	[1/m]
Υ	autovalor	

Subscritos

V	veículo
E	referencial inercial
x	longitudinal
y	lateral
z	vertical
r	roda
o	inicial
ι	pino mestre
sup	superior
inf	inferior
S	suspensão
i	interno
x	externo
$mín$	mínimo
$máx$	máximo
D	dianteira
T	traseira
A	amortecedor
P	pneu
C	chassi

<i>n</i>	natural
<i>c</i>	curva
<i>e</i>	estático
ϕ	rolagem
1	primeiro
2	segundo
–	indicação de vetor
<i>psd</i>	densidade de potência espectral

Sobrescritos

·	primeira derivada em relação ao tempo
··	segunda derivada em relação ao tempo
–	valor médio
'	variável adimensionalizada
+	positivo
<i>e</i>	elemento

Siglas

<i>MEF</i>	método dos elementos finitos
<i>CAD</i>	desenho assistido por computador
<i>CAE</i>	engenharia assistida por computador
<i>CG</i>	centro de gravidade
<i>CR</i>	centro de rolagem
<i>IC</i>	centro de rotação instantâneo da suspensão
<i>SL</i>	alavanca de suspensão
<i>AM</i>	anti-mergulho
<i>AA</i>	anti-agachamento
<i>SLA</i>	braços curto e longo
<i>EDO</i>	equação diferencial ordinária
<i>PSD</i>	densidade de potência espectral
<i>SAE</i>	Society of Automotive Engineers
<i>ISO</i>	International Organization for Standardization

1 INTRODUÇÃO

1.1 BAJA SAE

O projeto Baja SAE foi criado na Universidade da Carolina do Sul, Estados Unidos, sob a direção do Dr. John F. Stevens, sendo que a primeira competição ocorreu em 1976. Após o estabelecimento da SAE BRASIL em 1991, a primeira competição nacional do Brasil foi realizada em 1995 e, desde 1997, também são realizadas competições de nível regional: Etapa Nordeste, Etapa Sudeste e Etapa Sul. SAE Brasil (2010b).

Um veículo Baja SAE, conforme definido pelo regulamento da competição em SAE Brasil (2010a), deve ser um protótipo fora de estrada (*off-road*), monoposto, robusto, visando comercialização ao público entusiasta e não profissional. Deve ser seguro, facilmente transportado e de simples manutenção e operação, além de ser capaz de vencer terrenos acidentados em qualquer condição climática sem apresentar danos.

1.2 MOTIVAÇÃO

A equipe de Baja SAE da Universidade de Brasília Piratas do Cerrado foi criada em 1997 com sua primeira competição na edição Nacional de 1998. Desde então já obteve como melhores colocações o 1º lugar na Etapa Nordeste de 2007, 8º na Etapa Sudeste (2010, 2012, 2013 e 2015) e 12º na Competição Nacional de 2012. O autor, ex-componente da equipe, notou a importância de minuciosos projeto conceitual e análise dimensional para o sucesso no decorrer das provas.

Durante a competição os projetos e respectivos protótipos são avaliados de maneira comparativa sendo declarada campeã a equipe que obtiver a maior pontuação ao final do evento. A pontuação total do evento de 1000 pontos é distribuída entre avaliações estáticas, que totalizam 350 pontos, e avaliações dinâmicas, com somatória total de 650 pontos. Smith (1978) divide os propósitos da dinâmica de veículos de competição em 5 aspectos interrelacionados:

- **Aceleração em linha reta**
- **Capacidade de frenagem**
- **Potencial de curva**
- **Velocidade máxima**
- **Controlabilidade e resposta**

Diante dos fatores de importância apresentados e levando em consideração que veículos Baja SAE raramente excedem 60 km/h, nota-se a grande influência dos sistemas de suspensão e direção no desempenho de protótipos do tipo. Além disso, segundo Triantafyllidis et al. (2009), as mangas de eixo dianteiras são constituintes cruciais para ambos sistemas, visto que de fato atuam como elemento de conexão entre os mesmos e qualquer falha em tais componentes resulta em imediata perda no controle de orientação do veículo, podendo acarretar em graves riscos devido às inevitáveis colisões decorrentes.

Ainda que a eliminação de falhas seja um dos propósitos de qualquer dimensionamento, modelos excessivamente conservativos ou imprecisos são indesejáveis, podendo acarretar em um projeto pouco competitivo e de baixa performance. Em especial para a manga de eixo que, de acordo com Azrulhisham et al. (2010), durante operação está submetida a diversos carregamentos variáveis simultâneos em diferentes direções e, em virtude de sua montagem, complexas condições de engaste e contorno de maneira que as tensões produzidas não tendem a uma direção específica em particular. Sendo assim, análises computacionais tornam-se ferramentas valiosas para o projetista, na medida em que são capazes de representações bastante fiéis às condições de carregamento reais, reduzindo os custos e tempos de elaboração e otimização do projeto.

Carvalho e Faria (2010) afirmam tendência das análises computacionais em diversos campos da indústria, dentre eles a automobilística, por meio do método de elementos finitos (MEF). O método dos elementos finitos é baseado no conceito de discretização, segundo o qual subdivide-se o domínio contínuo da estrutura em pequenas partes, denominadas elementos. A partir desse tratamento, transforma-se um problema complexo na soma de múltiplos problemas mais simples, resolvidos para cada elemento através de interpolações.

1.3 OBJETIVOS

Apresentar de forma abrangente os componentes e parâmetros de sistemas de suspensão e direção e modelos para determinação dos carregamentos dinâmicos atuantes nos sistemas e realizar análises numéricas em regime elástico pelo MEF de diferentes concepções de geometria para mangas de eixo de protótipos do tipo Baja SAE com o propósito de fornecer metodologia de projeto para um componente viável, seguro e de alto desempenho.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho apresentado é dividido em oito capítulos conforme os seguintes:

- Capítulo 1 - Contextualização do tipo de veículo abordado, exibição da motivação de escolha dos sistemas selecionados para análise, mais especificamente, do componente em questão e apresentação dos objetivos do trabalho e sua estrutura;
- Capítulo 2 - Revisão bibliográfica acerca dos componentes de suspensão e direção e algumas configurações usuais de tais sistemas, sistemas de coordenadas utilizados ao longo do relatório e parâmetros de influência no comportamento dinâmico do veículo;

- Capítulo 3 - Revisão bibliográfica do comportamento dinâmico do veículo, subdividido em vertical, longitudinal e lateral com o intuito de determinação das características de desempenho, faixas de projeto recomendadas e esforços provenientes;
- Capítulo 4 - Revisão bibliográfica de análise dimensional com foco no método dos elementos finitos, particularmente para geometrias mangas de eixo dianteiro empregadas em protótipos Baja SAE;
- Capítulo 5 - Determinação dos esforços atuantes nos sistemas para emprego nas análises numéricas;
- Capítulo 6 - Apresentação das geometrias de mangas de eixo utilizadas pela equipe de Baja SAE da Universidade de Brasília Piratas do Cerrado;
- Capítulo 7 - Realização das análises numéricas dos componentes, contendo propriedades dos materiais empregados, carregamentos aplicados, propriedades de malhas, condições de contorno e resultados;
- Capítulo 8 - Conclusão;
- Referências bibliográficas utilizadas;
- Anexos de rotinas de cálculo utilizadas.

2 SISTEMAS DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO

Os sistemas de suspensão e direção são indispensáveis aos automóveis, pois controlam as interações entre o condutor e o ambiente, ou seja, o comportamento dinâmico do veículo. De acordo com Nunney (2007), no projeto de automóveis em geral e nos carros de passeio em especial, o conforto dos ocupantes é de primária importância, sendo a função básica dos sistemas de suspensão, portanto, fornecer suporte flexível ao veículo para que seus ocupantes permaneçam confortáveis durante percursos, isolados das imperfeições do pavimento, e estabilizar o veículo sob quaisquer circunstâncias de condução: manobras de curva, frenagem e aceleração.

Segundo Gillespie (1992), as forças principais que governam veículos automotores de alta velocidade são originadas em quatro pequenos trechos, aqueles nos quais os pneus entram em contato com o solo. Por outro lado, Barnacle (1964) considera que pneus, direção e suspensão são determinantes fundamentais no comportamento dinâmico de um automóvel e, apesar de desempenharem suas próprias funções essenciais, estão correlacionados em seus efeitos provocados ao veículo.

2.1 COMPONENTES

Genta (1997) afirma que, em casos que o veículo possua mais de três rodas, este será um sistema estaticamente indefinido e, portanto, sua estrutura deverá ser adaptável o suficiente ou então incluir alguma conexão adaptável entre as rodas e o chassi, ou seja, algo que suspenda o mesmo. No caso de veículos antigos ou muito lentos, a primeira opção pode ser viável, no entanto nos veículos motorizados determina-se a segunda solução mesmo que por vezes a flexibilidade da estrutura do veículo atue em conjunto com as suspensões com significativos efeitos nas características dinâmicas do veículo, como é o caso de motos.

Gillespie (1992), Rill (2011) e Genta (1997), citam como os principais propósitos da suspensão o suporte do veículo, distribuição da carga no solo, manutenção do contato entre os pneus e o solo, permitindo que sejam percorridos trajetos desiguais, controle da direção de movimento do veículo e absorção de impactos, reduzindo cargas e acelerações transmitidas ao chassi. Rill (2011) resume os sistemas de suspensão em elementos de guia e elementos de força, no entanto aqui será realizada uma abordagem mais abrangente, incluindo os componentes listados na Tabela 2.1 e ilustrados na Figura 2.1.

Tabela 2.1: Componentes de suspensão e direção.

01.	Braços de controle
02.	Conexões (terminais)
03.	Molas
04.	Amortecedores
05.	Barras estabilizadoras
06.	Mangas de eixo
07.	Cubos de roda
08.	Rodas
09.	Pneus

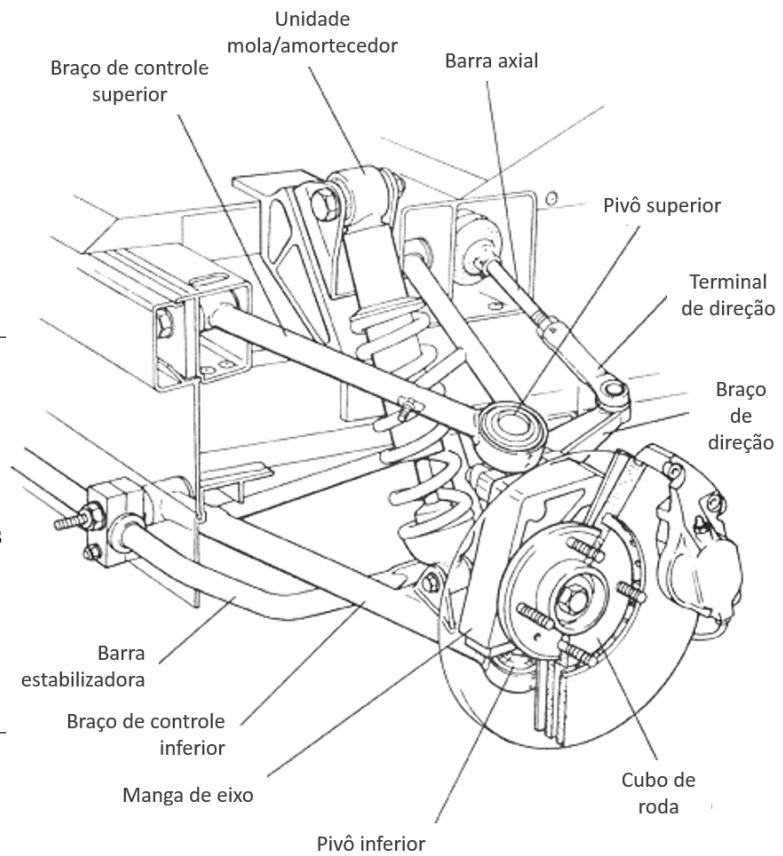


Figura 2.1: Suspensão dianteira do Lotus Elise. Adaptação de Sands (2015).

2.1.1 Braços de Controle

Denominados comumente bandejas de suspensão ou braços de suspensão (Figura 2.2), são essencialmente componentes pivotados em suas extremidades que conectam os elementos de suspensão e direção ao chassi do veículo.



Figura 2.2: Braço de controle superior. ICON VEHICLE DYNAMICS (Ano não especificado).

2.1.2 Conexões

Os elementos de ligação entre o conjunto de roda e o chassi do veículo devem ser articulados para permitir o devido trabalho de suspensão. A Figura 2.3 ilustra os tipos comuns de conectores utilizados comercialmente em automóveis.



Figura 2.3: Juntas esféricas, pivôs de suspensão e terminais de direção. SHEN FENG AUTO PARTS CO LTD (2008).

Em configurações não comerciais, a adaptação dos componentes anteriores pode não ser satisfatória por motivos de resistência mecânica, limitações de espaço, geometria e padronização, para citar alguns. Em tais casos, é usual a aplicação de terminais rotulares esféricos (em inglês, *rod ends*) que muitas vezes oferecem maiores ângulos de trabalho e fixação comparativamente simplificada, exibidos na Figura 2.4.



Figura 2.4: Terminais rotulares esféricos National Precision. Dazey (2011).

2.1.3 Molas

Molas são objetos flexíveis empregados para suportar o peso do veículo e suavizar sua condução. De acordo com Genta (1997), as primeiras molas de aço foram empregadas nas suspensões de veículos em 1665, mas apenas no início do século XIX sua aplicação tornou-se generalizada, permitindo o uso em veículos pesados.

Rill (2011) cita quatro dos principais tipos de mola aplicados nos veículos: feixe de mola, mola helicoidal, barra de torção e mola pneumática, ilustrados na Figura 2.5. Os três primeiros absorvem carga por meio de compressão, variando a altura do veículo de acordo com o carregamento, enquanto o último ajusta sua pressão de ar, mantendo sempre a mesma altura do solo independente da carga.

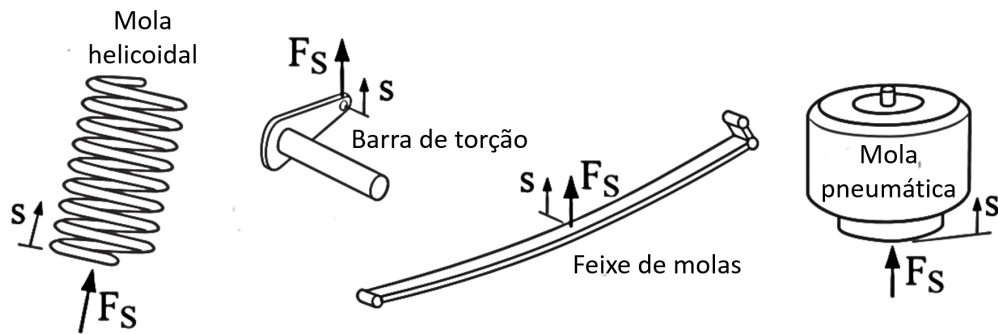
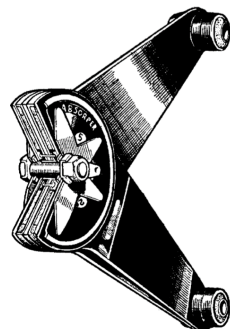


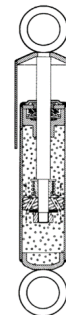
Figura 2.5: Molas de suspensão veicular.
Adaptado de Rill (2011).

2.1.4 Amortecedores

Segundo Dixon (2007) a necessidade de amortecedores no sistema de suspensão é devida aos movimentos relativos da carroceria em manobras do veículo e às irregularidades da pista. Inicialmente, o amortecimento dos sistemas era proporcionado pelos feixes de molas em função do atrito entre as lâminas durante o trabalho de suspensão, porém, a medida que se alcançavam maiores velocidades, a falta de controle de amortecimento prejudicava severamente a segurança, acarretando no desenvolvimento de componentes específicos para esse fim, basicamente classificados como de fricção ou hidráulicos (Figura 2.6).



(a) Amortecedor de fricção tesoura de Andre-Hartford.



(b) Amortecedor hidráulico telescópico.

Figura 2.6: Exemplos de amortecedores. Dixon (2007).

2.1.5 Barras Estabilizadoras

Conforme Nunney (2007) expõe, uma barra estabilizadora é basicamente uma mola de torção montada transversalmente de forma a conectar as rodas opostas do eixo sem limitar seu movimento torsional nas fixações no chassi, como pode ser observado na Figura 2.7. De tal maneira, a barra estabilizadora cria resistência à rolagem da carroceria, mas não ao trabalho independente de suspensão. No entanto, o uso de barras estabilizadoras pode aumentar demais a rigidez do sistema comprometendo o conforto.

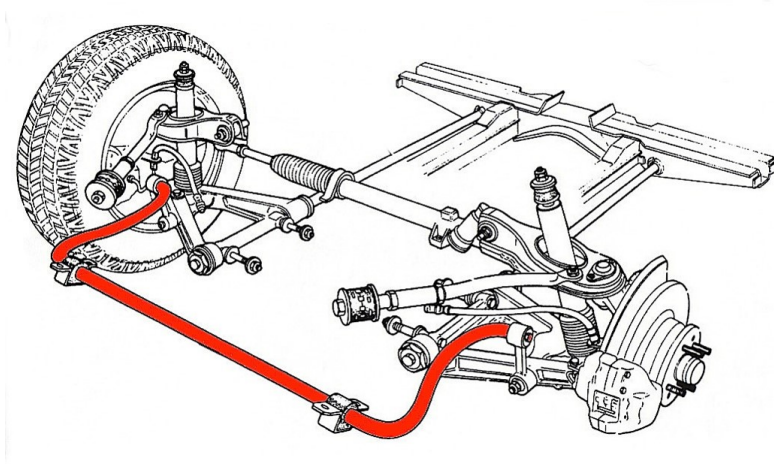


Figura 2.7: Barra estabilizadora dianteira. Pratte (2014).

2.1.6 Mangas de Eixo

Elementos responsáveis pela fixação do cubo de roda na suspensão através da ponta de eixo, conexão do conjunto com o sistema de direção e determinação do eixo de esterçamento do veículo a partir de suas fixações superior e inferior nos braços de suspensão. Sua geometria é determinante em diversos parâmetros e portanto, comportamento tanto do sistema de suspensão quanto de direção. Pode conter braço de direção, ponta de eixo e, suporte de freio combinados em uma só peça ou exigir montagem de tais componentes para composição do conjunto. Na Figura 2.8 pode ser observada configuração com braço de direção e suporte de freio integrados.

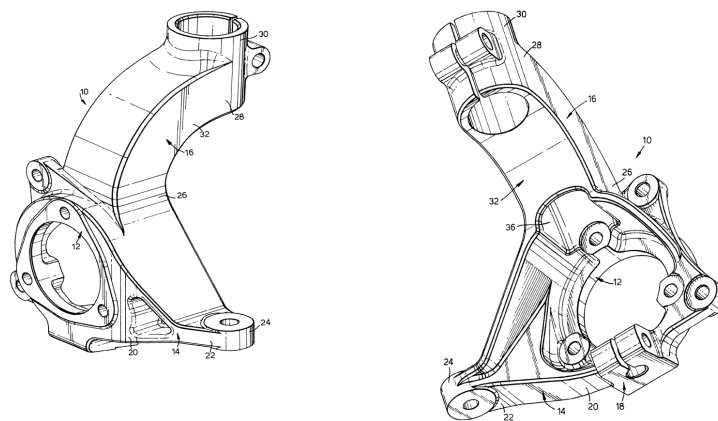


Figura 2.8: Manga de eixo com fixação superior para amortecedor estrutural. Requerimento de patente número EP0980814 A2.

2.1.7 Cubos de Roda

Os cubos de rodas são os componentes onde são fixados os parafusos ou porcas da roda e, nas configurações de freio *outboard*, que suportam os discos ou tambores de freios e, quando utilizados em eixos motores, também transmitem a potência às rodas. Sua fixação no resto do sistema é realizada por rolamentos angulares, para que suportem tanto cargas axiais quanto transversais. Nunney (2007) evidencia que em rodas movidas é comum que a linha de ação das forças na roda esteja mais próxima do rolamento interno (mais próximo do centro do carro) proporcionando uma configuração em que o rolamento externo atue basicamente como estabilizador do conjunto, reduzindo suas dimensões e custo.

2.1.8 Rodas

As rodas conectam os elementos rígidos do sistemas de trem de força, suspensão e direção aos elementos trativos do veículo, os pneus. Alguns dos requerimentos básicos de rodas conforme Nunney (2007) são listados a seguir:

- **Construção leve**

O peso das rodas constitui parte considerável da massa não suspensa do veículo e, visto que o amortecedor é mais estável em oscilações de menor massa, menores massas promovem melhor aderência dos pneus ao pavimento.

- **Resistência e rigidez**

As rodas estão sujeitas a diversas cargas e também danos acidentais, devendo suportar aos mesmos em condições de condução normal minimizando sua deflexão por flexão sob esforços de esterçamento em curvas.

- **Retenção dos pneus**




Sua geometria deve permitir montagem e desmontagem de pneus relativamente simples, mantendo os em posição estanque durante operação.

- **Retenção das rodas**

A substituição de pneus é, de certa forma, bastante frequente ao longo da vida útil do veículo, seja por desgaste ou falha, e portanto é imperativo que as rodas possuam fixação confiável sob efeito de vibração e de simples montagem/desmontagem.

Os tipos de roda considerados na Tabela 2.2 são os mais usuais comercialmente segundo Campbell (1981): aço estampado, ligas de alumínio e ligas de magnésio. Em geral sua especificação deriva de seu diâmetro externo, sua largura e de seu *offset* (afastamento do plano interno à face interna + restante) em polegadas e de sua furação (número de furos por distância entre furos em milímetros), medida entre furos diametralmente simétricos em rodas com furos de fixação pares ou entre furos intercalados ou pelo diâmetro da circunferência tangente ao centro dos furos quando em número ímpar (ex.: 8x9 3+9 4/110).

Tabela 2.2: Rodas comerciais usuais.

Tipo	Exemplo	Características comparativas
Aço estampado		Menor custo Alta resistência mecânica Menor manutenção Maior massa
Ligas de alumínio		Alto custo Boa resistência mecânica Baixa manutenção Massa intermediária
Ligas de magnésio		Maior custo Boa resistência mecânica Maior resistência mecânica específica Baixa manutenção Menor massa

2.1.9 Pneus

Barnacle (1964) atesta que os pneus são os maiores responsáveis pelo desempenho na determinação da movimentação do veículo, ainda que os movimentos da massa suspensa possam afetar as forças nos pneus por variações de carga. Segundo Nunney (2007), os requisitos básicos de um pneu automotivo são suportar o peso do veículo e distribuí-lo no solo; oferecer mínima resistência ao rolamento durante o movimento do veículo; atenuar forças de impacto devidas às irregularidades do pavimento; permitir geração de forças de tração, frenagem e direcionamento em superfícies secas e molhadas; conferir segurança até a velocidade máxima do veículo; proporcionar operação silenciosa em trajetos retilíneos e manobras de curva e frenagem sem ruídos estridentes; oferecer durabilidade sob diversas condições de condução. Para garantir a aderência lateral em curvas, é interessante que os pneus dianteiros possuam cravos majoritariamente longitudinais, enquanto os pneus traseiros devem possuir cravos principalmente transversais para conferir maior capacidade trativa e resistir menos a condições de derrapagem, essenciais para redução do raio de giro do veículo durante manobras de curva em velocidade. A Figura 2.9 exemplifica a nomenclatura usual para pneus para fora-de-estrada.

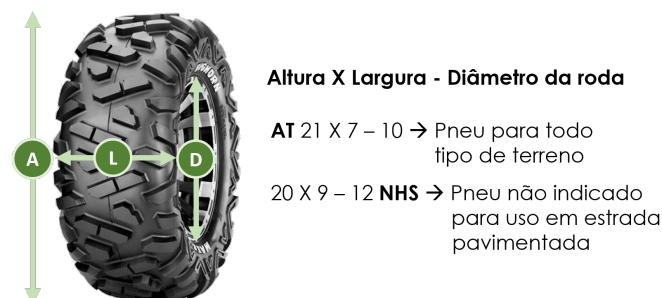


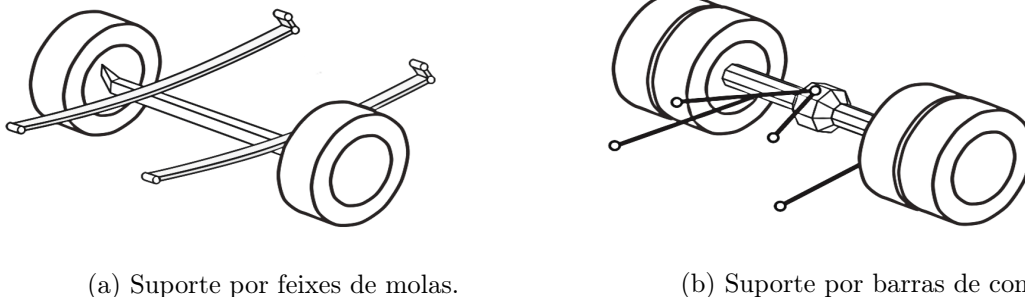
Figura 2.9: Dimensões de referência usuais para pneus fora-de-estrada.

2.2 SISTEMAS DE SUSPENSÃO

A seguir são expostos alguns dos tipos de suspensão convencionais, no entanto vale ressaltar que configurações de suspensão podem ser tão vastas quanto o projetista desejar e muitas são derivações com pequenas, embora significativas, mudanças entre si.

2.2.1 Eixo Rígido

Neste tipo de suspensão o par de rodas do eixo é conectado por um elemento rígido (como ilustra a Figura 2.10), de forma que variações de posição em um dos lados são transmitidas à roda conjugada, por isso referido como sistema dependente.



(a) Suporte por feixes de molas.

(b) Suporte por barras de controle.

Figura 2.10: Exemplos de eixos rígidos. Rill (2011).

Segundo Campbell (1981), suspensões de eixo rígido com feixes de mola foram o padrão durante bastante tempo em ambos os eixos dos automóveis. Ainda hoje são utilizadas em utilitários, caminhonetes e outros veículos de carga em especial por sua simplicidade, baixo custo e robustez.

Sistemas de eixo rígido podem ainda ser integrados ao sistema de transmissão abrigoando seu diferencial. Mesmo tendo em vista o quanto tal configuração seja compacta, o significativo aumento da massa não suspensa nem sempre é viável, já que, como esclarece Campbell (1981), um veículo com menor razão entre massa não suspensa e suspensa mantém o contato pneu-solo em terrenos acidentados de maneira mais eficiente e apresenta condução mais rígida.

Considerando que o sistema de eixo rígido em funcionamento adequado deveria possuir apenas dois graus de liberdade (rotação ao redor do eixo longitudinal e translação no eixo vertical), o que em geral não é garantido pela configuração de feixes de molas exibida na Figura 2.10a, podem ser adotados elementos guias adicionais que limitem movimentos de rotação ao redor do eixo vertical e translação ao longo do eixo lateral, passíveis de ocorrência em situações de curvas; e de rotação ao redor do eixo lateral e translação ao longo do eixo longitudinal durante manobras de frenagem ou aceleração. Genta (1997), Campbell (1981).

2.2.2 Pilar Deslizante

Sistema pioneiro entre os modelos de suspensão independente, Campbell (1981) atribui seu primeiro projeto bem sucedido ao apresentado no Lancia Lambda em 1922, de autoria do engenheiro automotivo Battista Falchetto (*1896, †1985), ilustrado na Figura 2.11.

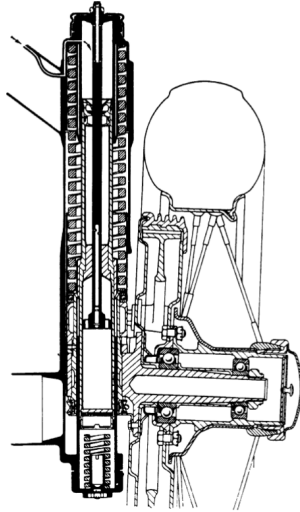


Figura 2.11: Suspensão de pilar deslizante do Lancia Lambda. Dixon (2007).

Neste tipo de desenho, o cubo de roda move-se verticalmente ao longo de um pilar fixo ao chassi do veículo, configuração que supostamente implica no sistema de menor massa não suspensa já inventado de acordo com Campbell (1981). Apesar de seu bom comportamento em compressão (*bound*) e extensão (*rebound*), a rolagem do chassi em curvas força a suspensão a fazer o mesmo, gerando variações de cambagens em geral contrárias às ideais nestas condições.

2.2.3 MacPherson

Earle MacPherson (★1891, †1960) desenvolveu um sistema de suspensão (Figura 2.12) constituído por um braço inferior móvel conectado ao chassi e um amortecedor estrutural que garante a cambagem da roda e suporta os esforços laterais e longitudinais. Por mais que Milliken e Milliken (1995) afirmem que esta seja a única maneira viável de projetar uma suspensão dianteira com amortecedor estrutural, nota-se que o momento gerado pela roda gera fricção adicional ao amortecedor e deve ser compensado na disposição das molas em ângulo em relação ao mesmo.

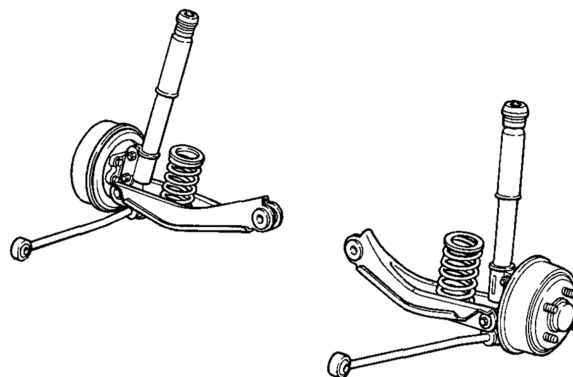


Figura 2.12: Suspensão MacPherson. Gillespie (1992).

Gillespie (1992) cita as grandes vantagens deste tipo de suspensão como sendo seu desenho bastante apropriado para uso em chassis monobloco devido a separação de suas fixações inferiores na estrutura e para veículos com motores transversais por conta de seu pequeno espaço de

confinamento, motivos pelos quais é utilizado em grande parte das suspensões dianteiras atuais. Entre suas desvantagens está sua elevada altura de instalação, que limita a redução de altura do capô.

2.2.4 Duplo-A

Também conhecidos como *double wishbone*, *double A arm*, ou *SLA* (do inglês *Short Long Arm*) em algumas configurações, sistemas de suspensão deste tipo tem como característica um par de braços de controle triangulares por roda, como ilustra a Figura 2.13. Em suas primeiras versões, conforme Campbell (1981), eram adotados braços de controle paralelos em geral de comprimentos iguais, o que proporcionava alta adesão dos pneus ao solo em virtude de diminuta razão entre massas não suspensa e suspensa. A desvantagem de tal configuração deve-se à redução da capacidade de curva em consequência do comportamento de cambagem.



Figura 2.13: Vista explodida de suspensão Duplo-A.
Equipe de Baja SAE Piratas do Cerrado.

Campbell (1981) apresenta quatro parâmetros de projeto que são empregados para efetuar mudanças no centro de rolagem e nas variações de cambagem e de bitola em trabalho e retorno. São eles:

- a. Ângulo relativo entre braços de controle superior e inferior;
- b. Ângulo formado entre o braço inferior e a horizontal;
- c. Comprimentos relativos dos braços superior e inferior;
- d. Razão entre comprimento do braço inferior e bitola.

Na análise de Milliken e Milliken (1995) os parâmetros gerais a serem estabelecidos no projeto de qualquer suspensão incluem *offset* de roda, inclinação do pino mestre, afastamento do eixo de giro e posicionamento dos braços de controle de direção, superior e inferior no conjunto de roda. Apesar de diferentes à primeira vista, os autores abordam os mesmos parâmetros sob referências geométricas distintas, mas relacionadas, visando otimizar o posicionamento do centro de rolagem instantâneo, recuo de roda e variações de cambagem ao longo do trabalho de suspensão, além de comportamentos em situações de curva, aceleração e frenagem.

2.3 SISTEMAS DE DIREÇÃO

Os sistemas de direção possibilitam o deslocamento lateral das rodas por meio do volante para que o veículo percorra o trajeto desejado. Considerando a importância do controle para a condução de veículos automotores, devem garantir esterçamento simples e seguro do veículo sem excessivos esforços, trepidações ou folgas. A seguir são expostos dois dos sistemas convencionais mais comuns.

2.3.1 Rosca sem Fim

Esse tipo de sistema consiste, geralmente, de uma rosca sem fim que aciona uma pequena alavanca, o eixo Pitman, que por sua vez conecta-se ao braço de direção por meio da barra axial (ou de direção) e a uma barra central, responsável por transmitir o movimento para a roda mais distante. Na Figura 2.14 podem ser observados seus elementos básicos, notando que a caixa de direção abriga o acoplamento da rosca sem fim com o eixo Pitman.

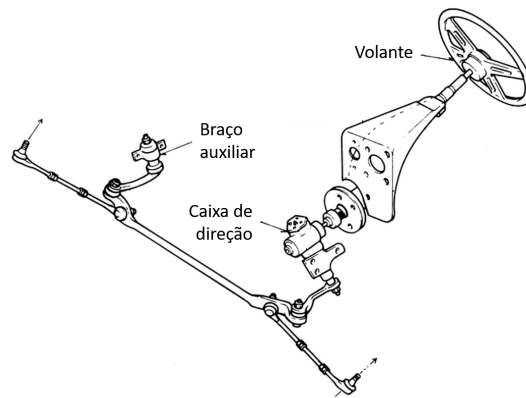


Figura 2.14: Sistema de direção de rosca sem fim.
Adaptação de Saya (2015).

2.3.2 Pinhão e Cremalheira

Configuração mais comum de carros de passeio, possui menor quantidade de componentes do que a de rosca sem fim. Por isso, é um sistema mais compacto, resistente ao desgaste e ao surgimento de folgas e, em consequência dos anteriores, mais confiável. Na base da coluna de direção, o pinhão engrena-se com a cremalheira - ligada aos braços de direção pelas barras axiais - convertendo o movimento circular do volante em linear. Uma ilustração esquemática do conjunto é exibida na Figura 2.15.



Figura 2.15: Sistema de direção de pinhão e cremalheira.
Equipe de Baja SAE Piratas do Cerrado.

2.4 SISTEMAS DE COORDENADAS

Gillespie (1992) declara que é essencial estabelecer uma abordagem rigorosa na modelagem dos sistemas e convenções que descreverão os movimentos para determinar as forças que serão produzidas pelo veículo e seus componentes em condições de aceleração e frenagem, condução, e curvas. Milliken e Milliken (1995) evidencia que tratar os diferentes componentes da força externa (forças dos pneus, aerodinâmica e gravitacional) apenas a partir de sua resultante não é conveniente por suas diferentes equações físicas governantes. Para determinar acelerações e velocidades nas direções de interesse a partir de forças e momentos externos torna-se necessário a definição de sistemas de coordenadas nos quais possam ser referenciados.

Massas Concentradas

Conforme Gillespie (1992) para análises mais elementares do veículo, considera-se que toda sua massa esteja concentrada em seu centro de gravidade (CG), como representa a Figura 2.16, com as devidas propriedades de massa e inércia. Mas em análises dinâmicas tratam-se os conjuntos de roda e elementos que os conectam ao chassi como massas concentradas separadas, referidas como massas não suspensas, enquanto denomina-se massa suspensa aquela concentrada representando o restante do veículo.

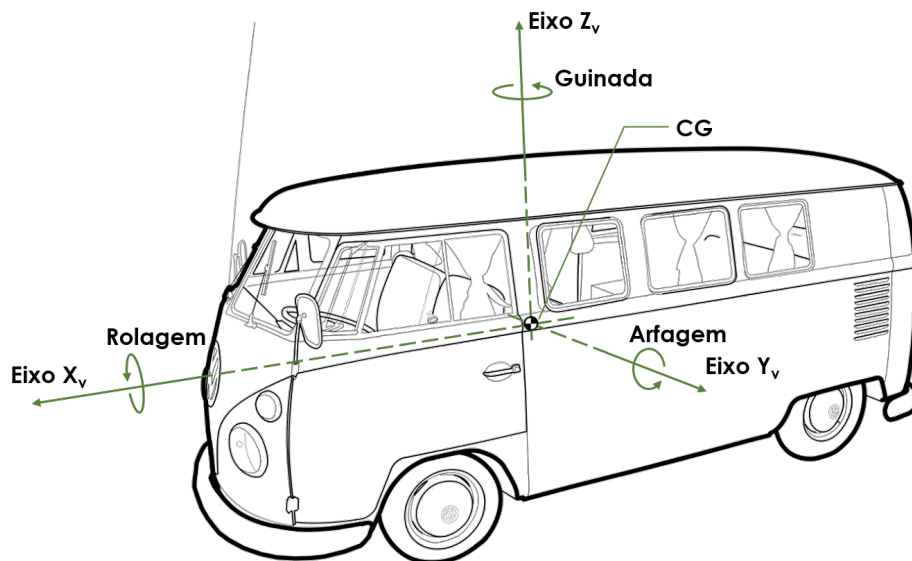


Figura 2.16: Sistema de coordenadas do veículo de acordo com norma SAE J670.

2.4.1 Sistema de Coordenadas do Veículo

Em um sistema no qual o veículo é representado como na Figura 2.16, considerando rodas sem massa, com a massa total do sistema no centro de massa, Abe (2009) aplica o sistema de coordenadas no qual o eixo longitudinal do veículo coincida com o eixo x , o lateral com o y e o vertical com o z (com sentido positivo para cima segundo norma ISO 8855, também em conformidade com a norma SAE J670). Determinando-se o centro do sistema de coordenadas (x_V, y_V, z_V) em seu CG, o corpo rígido possui seis graus de liberdade:

- Velocidade longitudinal v_{x_V} ;
- Velocidade lateral v_{y_V} ;
- Velocidade vertical v_{z_V} ;
- Velocidade de rolagem (*roll*, $\dot{\phi}$) ao redor do eixo x_V ;
- Velocidade de arfagem (*pitch*, $\dot{\theta}$) ao redor do eixo y_V ;
- Velocidade de guinada (*yaw*, $\dot{\psi}$) ao redor do eixo z_V .

2.4.2 Sistema de Coordenadas Inercial

Gillespie (1992) considera que movimentos veiculares são usualmente descritos pelas velocidades em relação ao sistema de coordenadas do veículo, enquanto as próprias velocidades são referenciadas ao sistema de coordenadas inercial a partir dos seguintes:

- Deslocamento frontal em X ;
- Deslocamento lateral em Y ;
- Deslocamento vertical em Z (positivo para cima).

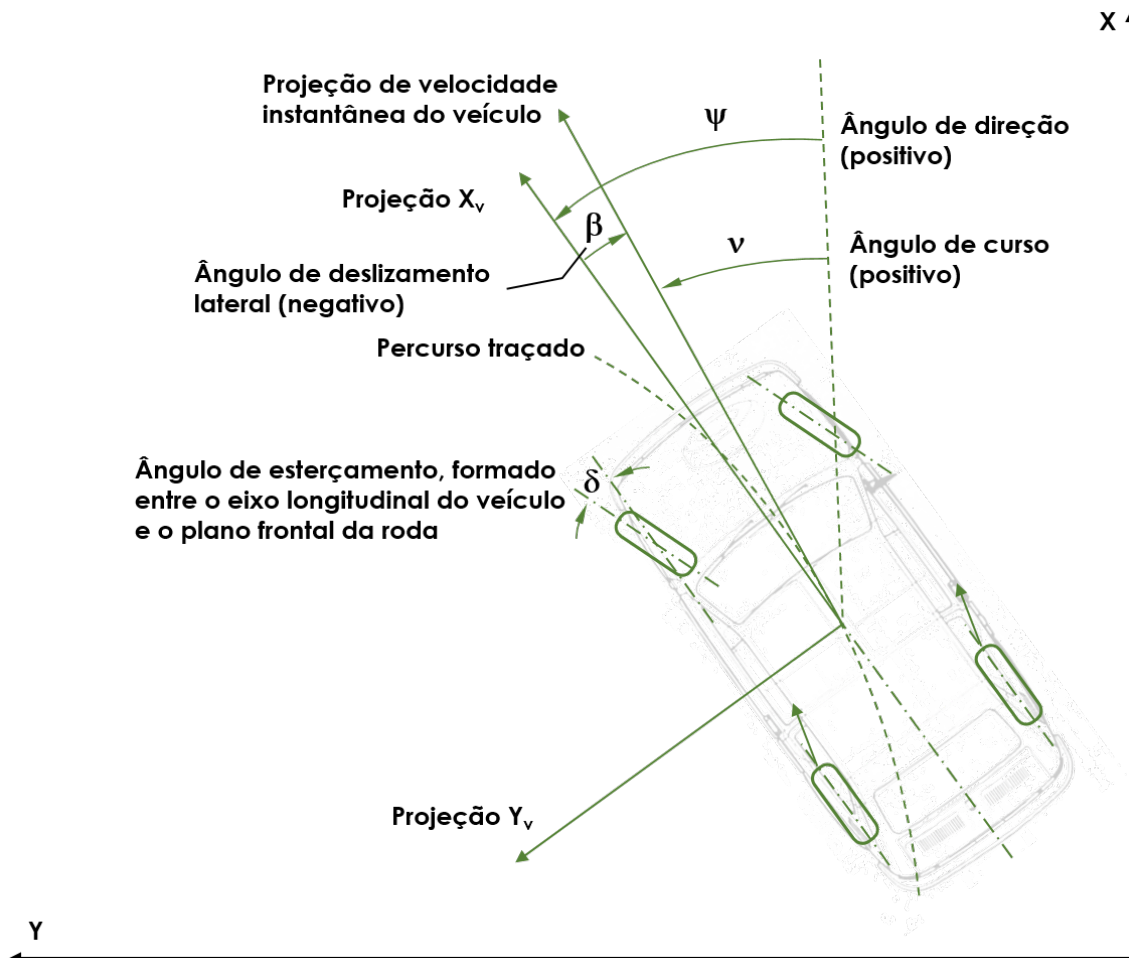


Figura 2.17: Veículo em um sistema de coordenadas inercial de acordo com a norma SAE J670.

Assim como Milliken e Milliken (1995), para determinar o percurso desenvolvido por um veículo, o sistema de coordenadas do veículo inicial referencia o sistema de coordenadas inercial e os vários componentes de aceleração, forças e momentos podem então ser definidos junto às suas relações angulares em análise de trajetória como a seguir:

- a. **Aceleração longitudinal** (a_x): componente vetorial da aceleração de determinado ponto do veículo na direção x .
- b. **Aceleração lateral** (a_y): componente vetorial da aceleração de determinado ponto do veículo na direção y . Pode ser calculada através do produto entre a aceleração centrípeta e o cosseno do ângulo de deslizamento lateral.
- c. **Aceleração normal** (a_z): componente vetorial da aceleração de determinado ponto do veículo na direção z .
- d. **Aceleração centrípeta** (a_c): componente vetorial da aceleração de determinado ponto do veículo perpendicular à tangente do percurso traçado e paralela ao plano da pista.
- e. **Ângulo de direção** (ψ): ângulo formado entre o eixo x (eixo longitudinal) e o eixo x .
- f. **Ângulo de deriva** (β): ângulo formado entre o eixo x_v e o vetor da velocidade instantânea. Milliken e Milliken (1995) defende a substituição deste parâmetro por outro equivalente, ângulo de guinada, de sinal oposto, o que provocaria que ângulos de esterçamento gerassem ângulos de guinada e forças laterais de mesmo sinal. Ainda que os autores cite algumas outras vantagens desta nomenclatura, optou-se pelo primeiro parâmetro por sua convenção.
- g. **Ângulo de curso** (ν): ângulo formado entre o eixo X e a projeção da velocidade instantânea, pode ser calculado através da soma do ângulo de direção com o ângulo de deslizamento lateral.
- h. **Ângulo de rolagem** (ϕ): ângulo formado entre o eixo lateral (eixo y) e o plano de nível.
- i. **Ângulo de arfagem** (θ): ângulo formado entre o eixo x e o plano de nível.
- j. **Força longitudinal** (F_x): componente de força na direção do eixo x .
- k. **Força lateral** (F_y): componente de força na direção do eixo y .
- l. **Força normal** (F_z): componente de força na direção do eixo normal (eixo z).
- m. **Momento de rolagem** (M_x): componente de momento que tende a rotacionar o veículo ao redor de seu eixo x , positiva em sentido horário com o veículo visto de frente.
- n. **Momento de arfagem** (M_y): componente de momento que tende a rotacionar o veículo ao redor de seu eixo y , positiva em sentido horário com o veículo visto pela direita.
- o. **Momento de guinada** (M_z): componente de momento que tende a rotacionar o veículo ao redor de seu eixo z , positiva em sentido horário com o veículo visto por baixo.

2.4.3 Sistema de Coordenadas da Roda

Rill (2011) afirma que modelos de dirigibilidade de pneus simplificam o trecho de contato por um plano, representado por um ponto de contato P e um vetor unitário e_n perpendicular ao plano. As relações de referência das rodas são ilustradas na Figura 2.18.

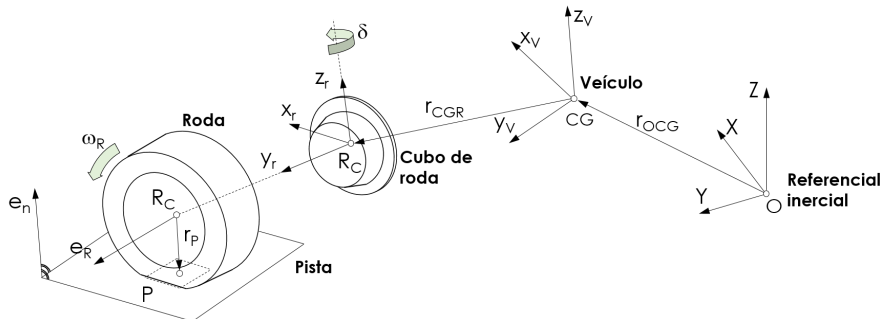


Figura 2.18: Posição e orientação da roda.
Adaptado de Rill (2011).

2.5 GEOMETRIAS DE SUSPENSÃO E DIREÇÃO

De acordo com Campbell (1981), não há consenso de opiniões ou regras gerais para guiar-se na determinação de parâmetros de suspensão como ângulo de cambagem, ângulo de cáster (ou de avanço), inclinação do pino mestre (*kingpin inclination*), raio de deslizamento (*kingpin offset*) e alinhamento das rodas. No entanto, o mesmo autor sugere que sejam observadas as suspensões atuais de boa performance em busca de bons indicadores de desempenho. A Figura 2.19 ilustra os parâmetros de suspensão citados a partir das vistas frontal (seção esquerda da figura), lateral (seção direita) e superior (seção inferior).

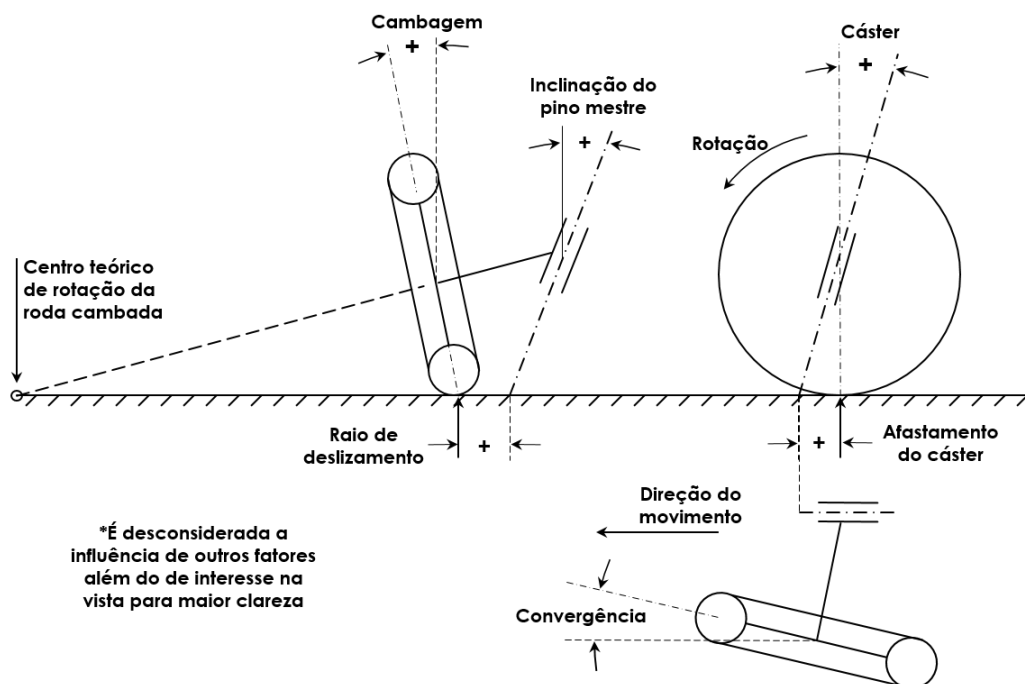


Figura 2.19: Orientação da roda em relação ao solo.
Adaptado de Campbell (1981).

2.5.1 Alinhamento das Rodas

Observando o veículo a partir de seu plano superior, define-se o ângulo de alinhamento da roda, δ_0 , como convergente caso o prolongamento de sua linha média encontre-se com o eixo longitudinal do veículo a frente do ponto central da roda (como pode ser observado na Figura 2.19), enquanto em um ângulo divergente o prolongamento encontra-se com o eixo longitudinal atrás do centro da roda. Tanto Campbell (1981) quanto Rill (2011) afirmam que, de maneira convencional, o alinhamento das rodas (convergência/divergência) pode ser determinado por meio da diferença das distâncias entre as rodas em seus pontos dianteiros e traseiros, avaliados em seu plano médio.

Campbell (1981) expõe que a imposição de alinhamentos convergente ou divergente serve simplesmente para manter as diversas conexões da suspensão sob tensão, aumentando a estabilidade direcional e evitando o fenômeno de trepidação, no qual, devido às pequenas folgas presentes no sistema, as rodas oscilam, transmitindo vibrações ao resto do veículo. No entanto, deve se observar em projeto que condições de alinhamento que provoquem tensões de compressão em elementos esbeltos são indesejáveis. Por outro lado, Rill (2011) atribui ao alinhamento das rodas influência em três grandes áreas de desempenho do veículo: desgaste de pneus, estabilidade em linha reta e características de dirigibilidade na entrada de curvas. O autor indica ainda que para minimizar o desgaste de pneus e perda de potência, as rodas devem estar direcionadas paralelas a direção do movimento em retas, o que pode ser obtido através de pequenos ângulos de divergência nas rodas motoras e de convergência nas rodas movidas, segundo Merling (2007).

2.5.2 Cambagem

Ângulo agudo formado entre plano frontal da roda e o plano longitudinal do veículo em sua vista frontal, tem sinal positivo convencionado quando a parte superior de sua roda inclina-se em direção oposta ao chassi. Wong (2001) afirma que seu principal propósito é promover pressão axial nos rolamentos e reduzir o raio de deslizamento enquanto Campbell (1981) comenta que o ângulo de cambagem (ou *camber*), γ , tem efeitos na capacidade de curva do eixo, visto que pequenos ângulos de cambagem positivos podem aumentar o ângulo de deslizamento; e cita três condições básicas de esterçamento resultantes:

- **Direção neutra**

Condição em que ambos eixos do veículo apresentam ângulos de deslizamento iguais, caso no qual o veículo desloca-se lateralmente, mas não realiza manobras de curva propriamente ditas quando submetido a perturbações externas;

- **Direção sub-esterçante**

Condição em que o eixo dianteiro do veículo apresenta maior ângulo de deslizamento quando comparado ao traseiro, o que provoca uma força lateral “oposta” a força centrífuga. Tal configuração concede estabilidade ao veículo durante manobras de curva e perturbações externas, visto que o momento de guinada resultante tende a restaurar a trajetória retilínea;

- **Direção sobre-esterçante**

Condição em que o eixo traseiro do veículo apresenta maior ângulo de deslizamento quando comparado ao dianteiro. Neste caso, a força lateral gerada tem direção e sentido “favoráveis” à força centrífuga, situação instável com exigência de respostas rápidas pelo condutor afim de evitar que o carro rode em manobras de curva.

Apesar das condições de esterçamento, Milliken e Milliken (1995) sugere que as mudanças de cambagem ideais ao longo do trabalho de suspensão são incrementalmente negativas conforme o aumento de altura da roda com o objetivo de compensar parcela da rolagem da carroceria em manobras de curva.

2.5.3 Cáster, Inclinação do Pino Mestre e Raio de Deslizamento

De acordo com Campbell (1981), Gillespie (1992) e Blundell e Harty (2015), o termo pino mestre é oriundo de configurações de suspensão precedentes aos sistemas independentes, nas quais a manga de eixo pivotava ao redor de um pino acoplado à extremidade do eixo rígido. Com o desenvolvimento de suspensões independentes o componente físico foi substituído por um eixo teórico de esterçamento da roda, definido por seus terminais inferior e superior (ou, em suspensões MacPherson, pela fixação superior do amortecedor estrutural).

Barnacle (1964) define o ângulo de cáster (ou castor), α , como a inclinação do pino mestre para trás na vista lateral, de forma que o ponto de contato pneu-solo encontre-se atrás do ponto de encontro do eixo de esterçamento com mesmo plano, o que define o afastamento de cáster (Figura 2.19). Tal medida visa estabilidade intrínseca ao sistema, que tenderá a retornar para a posição neutra após manobras de curva através de torque de auto alinhamento e, conforme citam Milliken e Milliken (1995), facilitar a rolagem do pneu em vias acidentadas.

A inclinação do pino mestre, ι , é definida pelo ângulo formado entre o eixo de esterçamento e o eixo vertical do veículo na vista frontal, considerada positiva quando sua parte superior se inclina na direção do chassi. Campbell (1981) afirma que a inclinação do pino mestre visa alcançar o raio de deslizamento desejado.

O raio de deslizamento, r_L , é determinado na vista frontal pela distância entre o ponto de contato pneu-solo e o ponto de interceptação do eixo de esterçamento com o solo e convencionalmente como positivo quando o ponto de interceptação está mais adentro do que o de contato. Conforme Barnacle (1964), um raio de deslizamento zero seria uma condição teoricamente desejável sem tendências de forças de esterçamento nos pneus e direção leve, no entanto pequenas variações em qualquer uma das direções provocariam oscilações da roda. Já Campbell (1981) e Milliken e Milliken (1995) concordam que, apesar de acarretar em uma direção menos sensível, a adoção de raios de deslizamento negativos pode promover estabilidade em condições nas quais o par de rodas está sujeito a diferentes coeficientes de atrito, como quando o freio de uma das rodas dianteiras falha ou um dos pneus estoura.

2.5.4 Centro de Rolagem

Considerando o veículo a partir de sua vista frontal, o centro de rolagem (CR) é definido como o ponto de transferência das forças laterais do eixo para a massa suspensa. Blundell e Harty (2015) afirmam que a melhor definição seria linha de carregamento pela massa não suspensa, visto que a aplicação de força no centro de rolagem não gera rolagem, definição desconsiderada em favor da usualmente reconhecida. A determinação do centro de rolagem para suspensões do tipo eixo rígido com barras de controle (*4-Link* no caso) e MacPherson é ilustrada na Figura 2.20.

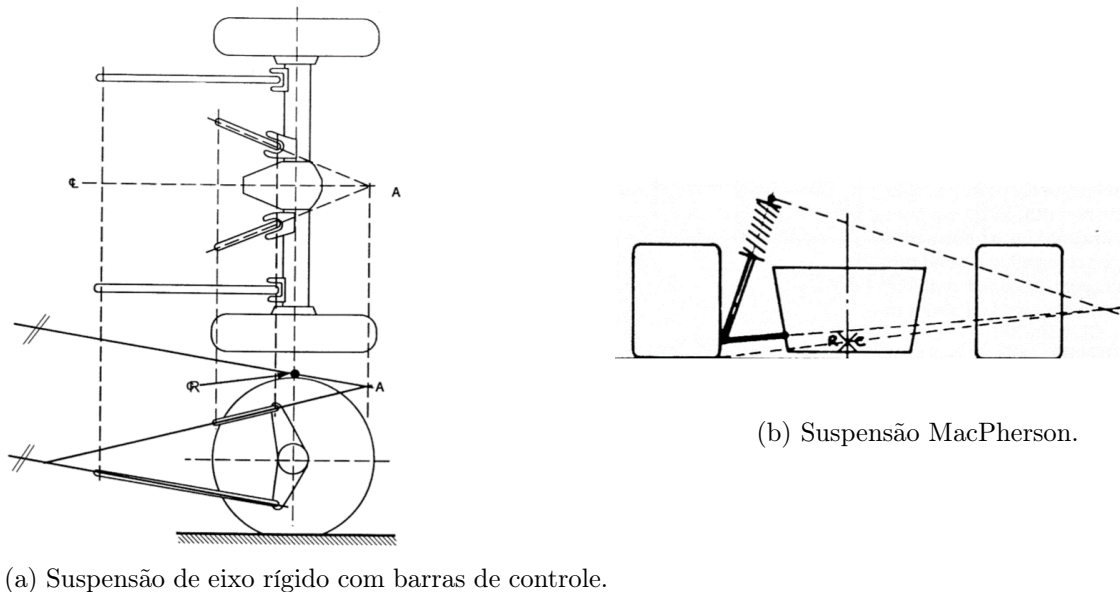


Figura 2.20: Determinação dos centros de rolagem. Merling (2007).

A determinação do centro de rolagem de uma suspensão do tipo duplo-A de braços não paralelos é exibida na Figura 2.21 a seguir, conforme Merling (2007).

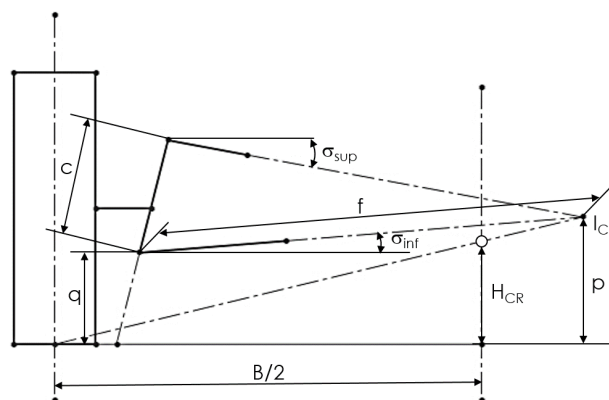


Figura 2.21: Determinação do centro de rolagem para suspensão do tipo duplo-A. Adaptado de Merling (2007).

Visto que o posicionamento do centro de rolagem do veículo em repouso no eixo horizontal é determinado em seu plano central, sua localização depende basicamente de sua altura do solo, que pode ser calculada, de acordo com Merling (2007), utilizando a relação exibida na equação

2.1, na qual B é a bitola do eixo em questão e I_{CF} é o centro de rotação instantâneo da suspensão na vista frontal.

$$H_{CR} = \frac{B(q + f \operatorname{sen} \sigma_{inf})}{2(f \cos \sigma_{inf} + p \tan \iota + r_{\iota})} \quad (2.1)$$

Onde a parcela $(q + f \operatorname{sen} \sigma_{inf})$ do numerador indica a altura do centro de rotação frontal instantâneo (p) a partir da distância vertical da fixação inferior da manga do solo (q) e seu raio de rotação instantâneo (f), determinado a partir de

$$f = c \frac{\operatorname{sen}(90^\circ + \iota - \sigma_{sup})}{\operatorname{sen}(\sigma_{sup} + \sigma_{inf})} \quad (2.2)$$

Nota-se que suspensões do tipo duplo-A com braços paralelos possuem centro de rotação frontal instantâneo projetado no infinito, o que favorece pequena variação dos parâmetros de suspensão ao longo do curso de trabalho, mas impede sua determinação conforme o caso anterior. Portanto seu centro de rotação é determinado de forma bem mais simples por uma linha paralela aos braços que cruza o ponto de contato do pneu com o solo.

2.5.5 Rigidez Efetiva de Mola e Rigidez Efetiva na Roda

Em função do arranjo do sistema de suspensão, a força atuante na roda pode ser diferente da força de mola. Milliken e Milliken (1995) definem como razão de instalação o que Merling (2007) denomina alavanca de suspensão, termo aqui adotado por sua maior clareza, como a relação entre o movimento do centro de roda e a alteração de comprimento da mola. A Figura 2.22 ilustra o posicionamento de mola para diversos tipos de suspensão.

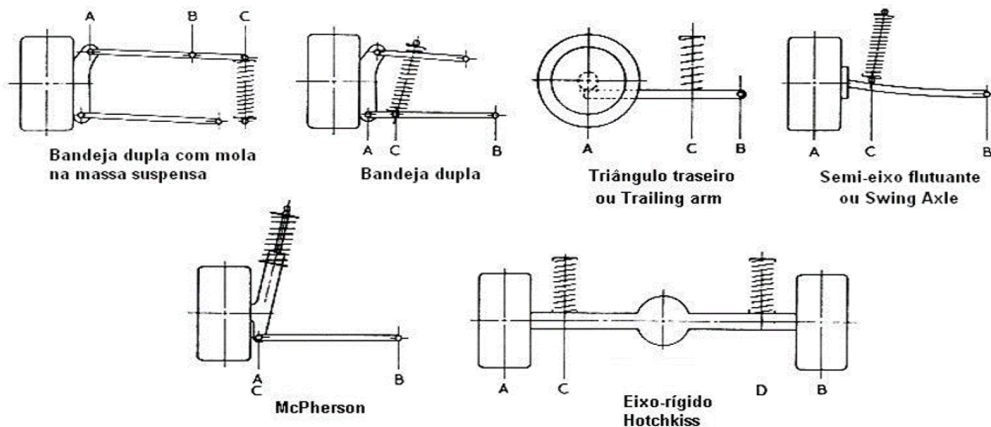


Figura 2.22: Posicionamento de mola para diversos tipos de suspensão. Merling (2007). Adaptado de Staniforth (1999).

Considerando os pontos da Figura 2.22, a alavanca de suspensão para os sistemas ilustrados pode ser calculada, de acordo com Merling (2007) por

$$SL = \frac{d(A-B)}{d(B-C)} \quad (2.3)$$

Exceto para sistemas de eixo rígido, onde a relação é dada por

$$SL = \frac{d(A-B)}{d(B-C) + d(C-D)} = 1 \quad (2.4)$$

Equação na qual $d(1-2)$ indica a distância entre os pontos 1 e 2, sempre positiva. A partir da alavanca de suspensão, pode se calcular a rigidez efetiva de mola, ou seja, como se esta fosse uma equivalente posicionada na manga de eixo. A determinação da rigidez efetiva de mola, K_s , depende da rigidez da mola, k_s , e é aproximada por

$$K_s = \frac{k_s}{SL} \quad (2.5)$$

Considerando que a força atuante na roda é equilibrada pela suspensão, a rigidez efetiva na roda, K_R , pode ser calculada por um equilíbrio de momentos, resultando em

$$K_R = \frac{K_s}{SL} = \frac{k_s}{SL^2} \quad (2.6)$$

2.5.6 Geometria de Direção

Em condições que o veículo executa manobras de curva em baixa velocidade, quase não há deslizamento nas rodas e, na condição ideal em que esse deslizamento é desconsiderado, as rodas movem-se apenas em direção circunferencial, como exibido na Figura 2.23.

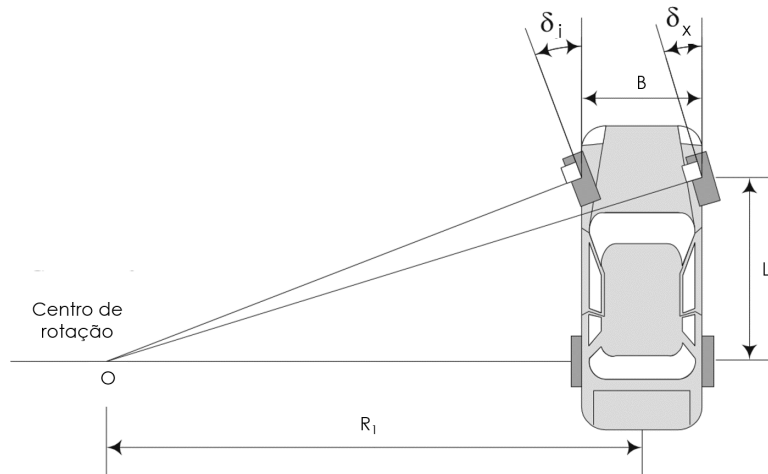


Figura 2.23: Veículo com esterçamento dianteiro em condição de Ackermann. Adaptado de Jazar (2014).

Tal condição é denominada condição de direção de Ackermann (dos autores pesquisados, apenas Nunney (2007) refere-se a esta condição por direção de Ackermann modificada por Jentaud) ou cinemática e seus ângulos de esterçamento das rodas (δ_i para roda interna e δ_x para roda externa à curva) são, conforme Jazar (2014), equacionados por

$$\cotg\delta_x - \cotg\delta_i = \frac{B}{L} \quad (2.7)$$

Ou de maneira explícita segundo Rill (2011)

$$\operatorname{tg}\delta_x = \frac{L}{R_1 + \frac{B}{2}} \quad \text{e} \quad \operatorname{tg}\delta_i = \frac{L}{R_1 - \frac{B}{2}} \quad (2.8)$$

A partir dessa condição, o raio de curva do CG do veículo, R , pode ser descrito através de

$$R = \sqrt{L_T^2 + L^2 \cot^2 \delta}, \quad \cot \delta = \frac{\cot \delta_x + \cot \delta_i}{2} \quad (2.9)$$

Rill (2011) e Jazar (2014) evidenciam que a condição de Ackermann pode ser utilizada também para determinação do espaço mínimo de curva, onde considera-se como S o afastamento do eixo dianteiro até o ponto mais a frente do veículo como ilustrado na Figura 2.24.

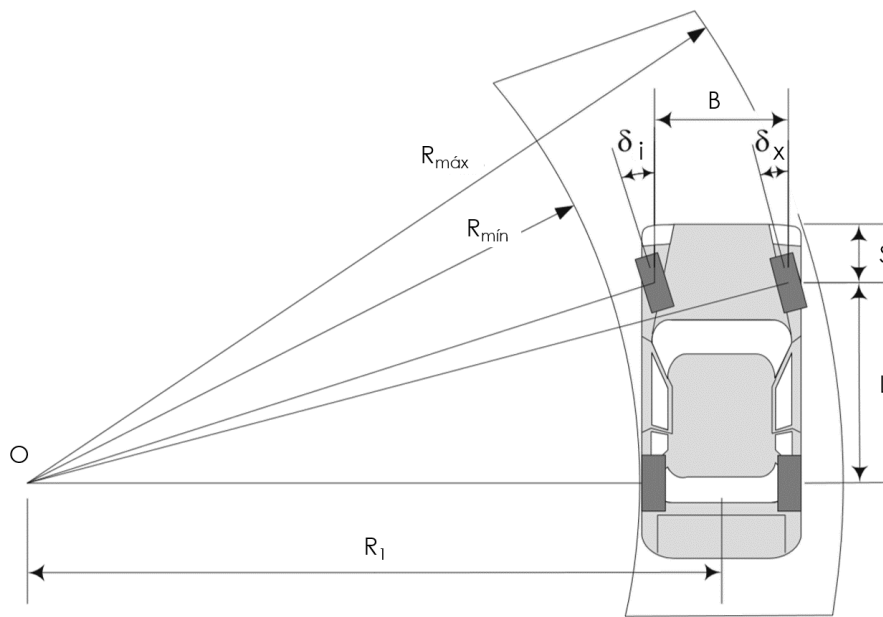


Figura 2.24: Determinação do espaço mínimo de curva.
Adaptado de Jazar (2014).

Considerando o diagrama exposto, o espaçamento mínimo de curva requerido (ΔR) para condição de direção de Ackermann, pode ser determinado por meio de

$$\Delta R = R_{m\acute{a}x} - R_{m\acute{i}n} \quad (2.10)$$

Onde aproxima-se o raio máximo de acordo com Jazar (2014) por

$$R_{m\acute{a}x} = \sqrt{(R_{m\acute{i}n} + B)^2 + (L + S)^2} \quad (2.11)$$

E o raio mínimo por

$$R_{m\acute{i}n} = \frac{L}{\operatorname{tg}\delta_i} = \frac{L}{\operatorname{tg}\delta_x} - B \quad (2.12)$$

Realizando as devidas substituições, o espaçamento mínimo de curva requerido definido em função dos ângulos de esterçamento é relacionado pelas equações em 2.13.

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{L}{\operatorname{tg}\delta_i} + B\right)^2 + (L + S)^2} - \frac{L}{\operatorname{tg}\delta_i}$$

ou

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{L}{\operatorname{tg}\delta_x}\right)^2 + (L + S)^2} - \frac{L}{\operatorname{tg}\delta_x} + B \quad (2.13)$$

Jazar (2014) define geometria de Ackermann como um mecanismo que proporciona esterçamento em concordância com a condição de Ackermann. Vale notar, como o próprio autor ressalta, que não há mecanismo dentre os apresentados no presente trabalho que proporcione condição de Ackermann perfeita, no entanto podem ser projetados de forma que operem muito próximos da condição ideal e até de forma exata em alguns poucos determinados pontos.

Considerando que em condições de curva de maior velocidade, altos valores de aceleração lateral são requeridos e portanto os pneus operam com grandes ângulos de deslizamento. Além disso, a carga nas rodas internas à curva são significativamente inferiores àquelas nas rodas externas. Implicando, de acordo com Jazar (2014), que a roda interna esterce menos do que em condição de Ackermann, enquanto é necessário a roda externa que opere com esterçamento comparativamente maior do que em mesma condição, para melhor desempenho. A Figura 2.25 ilustra as diferentes geometrias de direção usualmente adotadas.

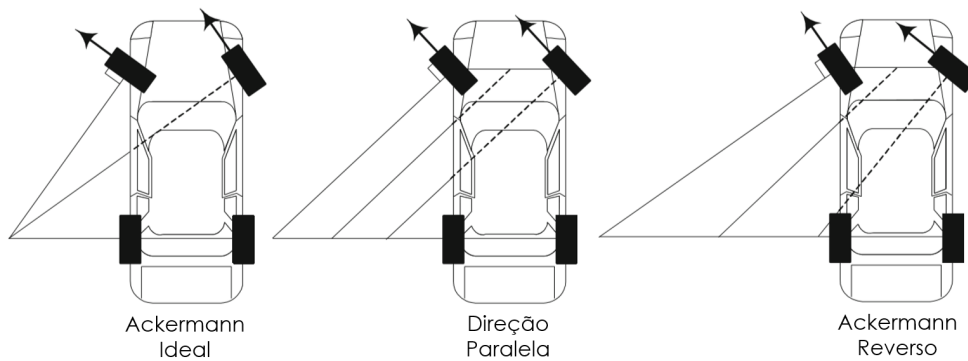


Figura 2.25: Geometrias de direção.
Adaptado de Jazar (2014).

2.5.7 Geometrias “Anti”

As manobras de aceleração e frenagem, como evidenciam Heißing e Ersoy (2011), geram momento de arfagem devido à distância entre o centro de gravidade do veículo e a pista. Tal momento altera a força vertical nas rodas, o que pode resultar em maiores limites de transmissão de força, mas, como explicam, a força máxima horizontal transmissível próxima ao limite de estabilidade do veículo diminui com o aumento de força vertical decorrendo que cargas elevadas nas rodas não necessariamente implicam em maiores limites de capacidade trativa. Portanto, pode ser desejável ao sistema de suspensão uma geometria que contraponha a transferência de carga nesses casos, mitigando seus efeitos e preservando maior parcela do curso de suspensão.

Anti-Mergulho

Durante a frenagem, a força de inércia gera uma tendência de abaixamento da dianteira do veículo e de elevação de sua porção traseira, caracterizando o mergulho. Conforme Matschinsky (2014), as forças resultantes nos pontos de contato dos pneus durante esse tipo de manobra interceptam-se na altura do CG em um ponto denominado polo de frenagem (Figura 2.26). A localização do polo de frenagem depende tanto da altura do CG do solo, H , quanto de seu entre-eixos e sua proporção de frenagem, no caso χ para a dianteira.

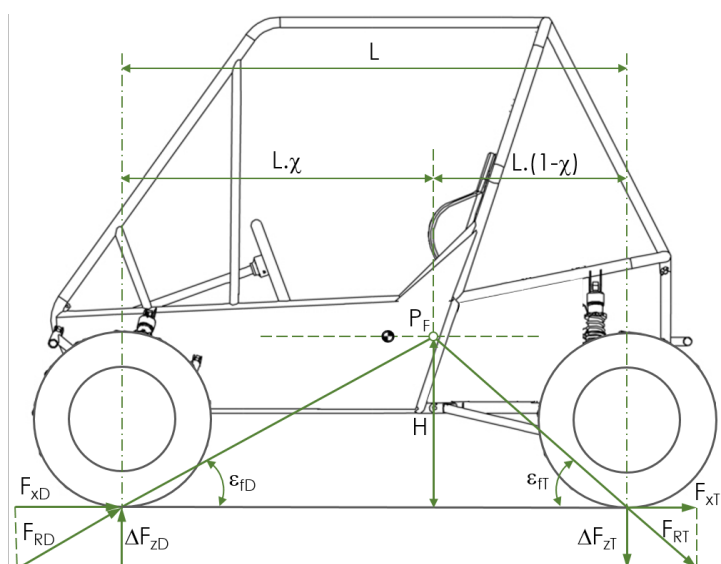


Figura 2.26: Determinação do polo de frenagem.

Os pontos de reação a arfagem por frenagem podem ser determinados pela vista lateral para suspensões do tipo duplo-A através de seu comprimento lateral equivalente, definido pelo centro instantâneo de rotação lateral da suspensão, I_{CL} , como pode ser observado na Figura 2.27.

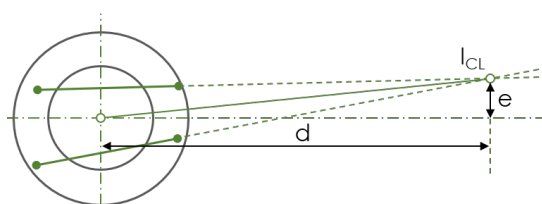


Figura 2.27: Localização do centro instantâneo de rotação lateral de suspensão do tipo duplo-A.

Combinando os diagramas exibidos nas Figuras 2.26 e 2.27, pode-se identificar a relação entre os pontos de reação da suspensão e o polo de arfagem. A Figura 2.28 ilustra um veículo com sistemas de freios externo (*outboard*), ou seja fixo nos elementos de suspensão, na dianteira e interno (*inboard*), fixo nos elementos do chassi, na traseira, como usualmente adotado em protótipos Baja SAE.

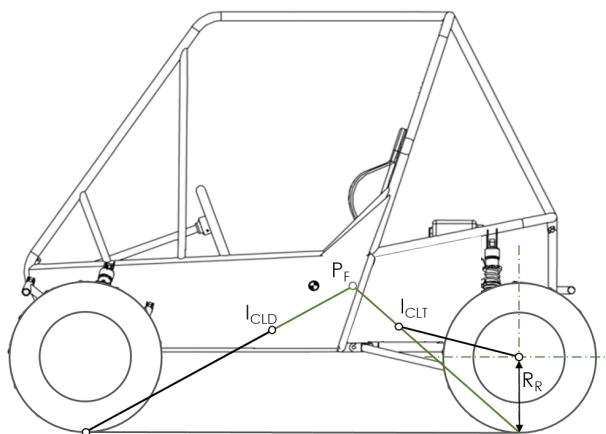


Figura 2.28: Direções de reação da suspensão durante frenagem para conjunto de freios externo na dianteira e interno na traseira.

Genta (1997) esclarece que quando os centros de rotação instantâneos coincidem com as linhas que determinam o polo de arfagem há total compensação de mergulho, se estiverem abaixo das linhas há compensação parcial e para o caso em que estiverem acima há sobrecompensação, impondo comportamento inverso do sistema. Nota-se, como evidencia Blundell e Harty (2015), que, ainda que não haja mergulho, a transferência de carga entre os eixos não será nula.

Conforme Milliken e Milliken (1995), as porcentagens de anti-mergulho para a dianteira e traseira do veículo da Figura 2.28 podem ser calculadas respectivamente através das relações explícitas em 2.14 a seguir.

$$\begin{aligned} \%AM_D &= \chi \frac{e_D + R}{d_D} \frac{L}{H} \\ \%AM_T &= (1 - \chi) \frac{e_T}{d_T} \frac{H}{L} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Gillespie (1992) afirma que, na prática, geometrias com 100% de anti-mergulho raramente são empregadas, dificilmente excedendo 50% pelos seguintes motivos:

- Paradas sem mergulho (*flat stops*) são subjetivamente indesejáveis;
- Com 100% de anti-mergulho, as mudanças no ângulo de cáster da suspensão dianteira podem aumentar significativamente os esforços de direção durante manobras de frenagem;
- A geometria do sistema de direção necessária pode ser consideravelmente complexa;
- Variações excessivas na velocidade rotacional podem ocorrer no trem-de-força durante o curso de suspensão provocando ruído e impactos de engrenamento (*rattling*);
- O elevado posicionamento do terminal requerido na traseira pode acarretar em sobreesterçamento;
- Se o braço de reação for muito curto o carro poderá “quicar” durante manobras de frenagem (*brake hop*);

- O desempenho de ruído, vibração e severidade de resposta (NHV, do inglês *Noise, Vibration and Harshness*) pode ser comprometido.

Anti-Agachamento

Em aceleração, a força de inércia provoca propensão do abaixamento, ou agachamento, da seção traseira do veículo. Considerando um veículo de tração traseira com suspensão independente, Heißing e Ersoy (2011) definem o polo de aceleração como exibido na Figura 2.29 a seguir.

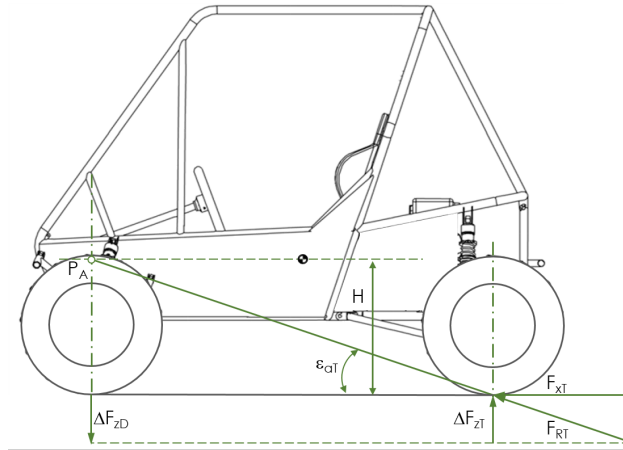


Figura 2.29: Determinação do polo de aceleração.

A determinação da porcentagem de anti-agachamento é semelhante à de anti-mergulho, onde são considerados apenas os eixos trativos, sua formulação para o caso exibido é relacionada a seguir.

$$\%AA_T = \frac{e_T}{d_T} \frac{L}{H} \quad (2.15)$$

Anti-Rolagem

A porcentagem de anti-rolagem, calculada de acordo com a equação 2.16 segundo Blundell e Harty (2015), influencia no comportamento transiente em curvas, modificando os momentos de quinada, pois a transferência de carga entre as rodas dos eixos é mais rápida através dos elementos rígidos do sistema de suspensão, conforme os mesmos autores.

$$\%AR = \frac{H_{CR}}{H} \quad (2.16)$$

Os autores afirmam ainda que é ideal que o veículo possua uma porcentagem de rolagem maior no eixo dianteiro do que no traseiro, pois de tal forma o conjunto de suspensão concede maior estabilidade em manobras bruscas de esterçamento, no entanto tal condição é interessante para geometrias de direção sub-esterçantes, ineficientes para baixos raios de giro em veículos com tração traseira sem diferencial.

3 DINÂMICA VEICULAR

Dinâmica veicular é um termo abrangente que se refere à área de estudo das interações entre um veículo, seu condutor, sua carga e o ambiente, podendo aplicar-se a transportes aéreos, náuticos ou terrestres. Considerando que os princípios de dinâmica veicular são amplos e diversos, no presente trabalho será considerada dinâmica veicular apenas aquela referente a veículos terrestres não guiados, particularmente carros.

Gillespie (1992) afirma que um tratamento sistemático de um veículo como sistema dinâmico começa melhor pelas propriedades básicas de seu sistema de suspensão. Em baixas frequências o chassi, considerado como a parcela de massa suspensa do veículo, move-se como unidade integral sobre as suspensões, ou seja, como um corpo rígido. Os eixos e os componentes associados às rodas, que compõem as massas não suspensas, também movem-se como corpos rígidos e, por consequência, impõem forças de excitação na massa suspensa.

3.1 DINÂMICA VERTICAL

A dinâmica vertical do veículo abrange seu comportamento quando submetido a vibrações. Wong (2001) cita as fontes de vibração do veículo como forças aerodinâmicas, vibrações do trem de força, desbalanceamento do conjunto roda/pneu e irregularidades do pavimento, atribuindo a esta última a parcela mais significante de excitação do chassi através da suspensão.

3.1.1 Faixas de Frequência

Matschinsky (2014) afirma que a maioria das frequências aceitáveis para os humanos se encontra na faixa entre 0,7 e 2,0 Hz, no entanto Wong (2001) evidencia que os limites de conforto ou desconforto dos passageiros são difíceis de determinar em virtude de variações na sensibilidade individual a vibração e da ausência de de um método de definitivamente aceito para avaliação da resposta humana a vibração.

Wong (2001) apresenta o critério de conforto de Janeway, que define a amplitude aceitável de vibração em função da frequência conforme a Figura 3.1 a seguir.

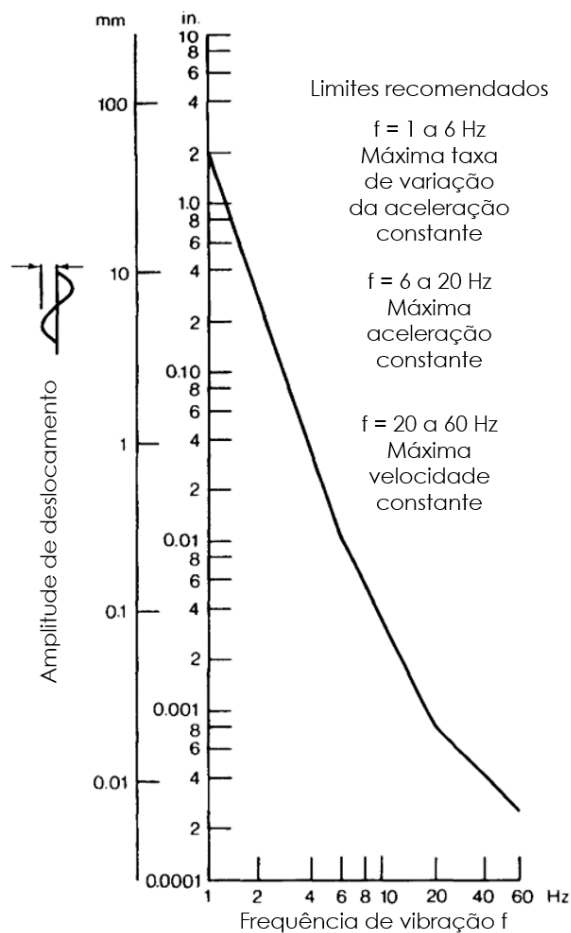


Figura 3.1: Limites de vibração vertical propostos por Janeway. Adaptado de Wong (2001).

Porém, Wong (2001) faz notar que o critério de conforto de Janeway baseia-se em dados para vibrações verticais senoidais de frequência única, de forma que quando dois ou mais componentes de frequências diferentes estão presentes não há base para determinação do efeito resultante, mesmo que o autor suponha que o componente de maior nível de sensação governe a sensação como um todo. Dessa forma sugere a adoção da norma ISO 2631, assim como Blundell e Harty (2015).

Segundo ISO International Standards (1978) há quatro fatores físicos de primária importância para a determinação da resposta humana a vibração: Intensidade; Frequência; Direção; Duração (tempo de exposição a vibração). E três fronteiras resultantes da combinação dos fatores citados:

- Conforto reduzido;
- Eficiência reduzida (ou fadiga);
- Limite de exposição (preservação da saúde e segurança).

A Tabela 3.1 exhibe os limites de eficiência reduzida para vibrações verticais (na direção cabeça-pés ou ao longo do eixo z) em função da frequência de excitação.

Tabela 3.1: Valores de nível de eficiência reduzida para aceleração vibracional na direção cabeça-pés.

Frequência f (Hz)	Aceleração (m/s^2)								
	Tempo de exposição								
	24 h	16 h	8 h	4 h	2,5 h	1 h	25 min	16 min	1 min
1,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
1,25	0,250	0,375	0,56	0,95	1,26	2,12	3,15	3,75	5,00
1,6	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
2,0	0,200	0,300	0,45	0,75	1,00	1,70	2,50	3,00	4,00
2,5	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
3,15	0,160	0,235	0,355	0,60	0,80	1,32	2,00	2,35	3,15
4,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
5,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
6,3	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
8,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
10,0	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
12,5	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
16,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
20,0	0,355	0,530	0,80	1,32	1,80	3,00	4,50	5,30	7,10
25,0	0,450	0,670	1,0	1,70	2,24	3,75	5,60	6,70	9,00
31,5	0,560	0,850	1,25	2,12	2,80	4,75	7,10	8,50	11,2
40,0	0,710	1,060	1,60	2,65	3,55	6,00	9,00	10,6	14,0
50,0	0,900	1,320	2,0	3,35	4,50	7,50	11,2	13,2	18,0
63,0	1,120	1,700	2,5	4,25	5,60	9,50	14,0	17,0	22,4
80,0	1,400	2,120	3,15	5,30	7,10	11,8	18,0	21,2	28,0

*Limites em termos de valor eficaz (rms) da vibração de frequência simples ou na banda de 1/3 de oitava para vibração distribuída.

3.1.2 Modelo de 1/4 de Carro

O modelo de um quarto de carro objetiva a determinação do comportamento individual de uma das unidades de suspensão. Para a construção do modelo subdivide-se o veículo em parcelas “correspondentes” a cada unidade de suspensão (Figura 3.2) e, assumindo-se simetria em relação ao plano longitudinal, analisa-se o comportamento de um dos lados do carro, tanto para a dianteira quanto para a traseira. Nota-se que a massa suspensa e não suspensa da parcela considerada serão respectivamente abreviadas por m_s e m_{ns} , z_P denota a coordenada vertical da pista em dado ponto, k_p o coeficiente de rigidez vertical ou radial do pneu e C_R indica o amortecimento efetivo na roda, obtido de forma similar à rigidez efetiva na roda.

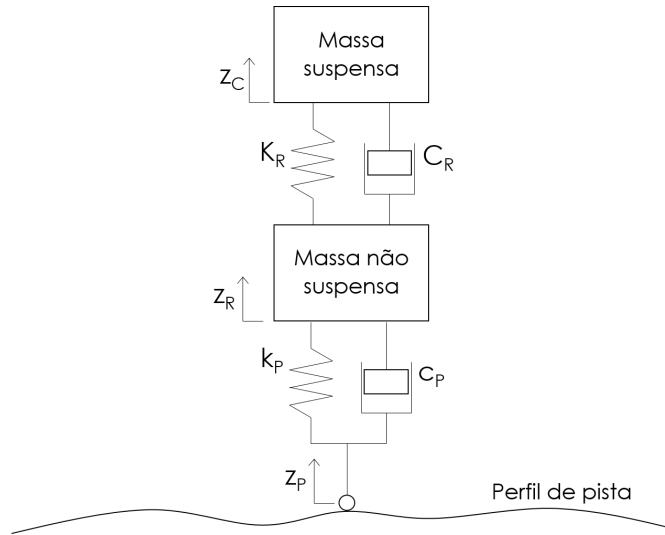


Figura 3.2: Modelo de um quarto de carro.

A partir do modelo apresentado as equações de movimento para a massa suspensa e não suspensa podem ser definidas conforme Rill (2011) acrescentando-se o amortecimento dos pneus segundo as equações apresentadas em 3.1 a seguir.

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_C &= F_S + F_A - m_s g \\ m_{ns} \ddot{z}_R &= F_P + F_{AP} - F_S - F_A - m_{ns} g \end{aligned} \quad (3.1)$$

Onde z_C e z_R descrevem o movimento a partir da posição de equilíbrio do chassi e da roda, respectivamente. Assumindo características lineares, as forças da suspensão (F_S para a mola e F_A para o amortecimento) e do pneu (F_P para sua rigidez e F_{AP} para seu amortecimento) podem ser determinadas por

$$F_S = F_S^0 + K_R(z_R - z_C) \quad (3.2)$$

$$F_A = C_R(\dot{z}_R - \dot{z}_C) \quad (3.3)$$

$$F_P = F_P^0 + k_P(z_P - z_R) \quad (3.4)$$

$$F_{AP} = c_P(\dot{z}_P - \dot{z}_R) \quad (3.5)$$

Relações nas quais F_b^0 ($b = S, P$) indica a pré-carga no respectivo elemento flexível segundo

$$F_S^0 = m_s g \quad (3.6)$$

$$F_P^0 = (m_s + m_{ns})g \quad (3.7)$$

Logo, para o conjunto de equações 3.1

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_C - C_R(\dot{z}_R - \dot{z}_C) - K_R(z_R - z_C) &= 0 \\ m \ddot{z}_R + C_R(\dot{z}_R - \dot{z}_C) - c_P(\dot{z}_P - \dot{z}_R) + K_R(z_R - z_C) - k_P(z_P - z_R) &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Ou na forma matricial, como pode ser encontrada em Genta (1997)

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_C \\ \ddot{z}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_R & -C_R \\ -C_R & C_R + c_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_C \\ \dot{z}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_R & -K_R \\ -K_R & K_R + k_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_C \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ c_P \dot{z}_P + k_P z_P \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Porém, o próprio autor indica que, para a maioria dos casos, o fator de amortecimento dos pneus pode ser negligenciado em razão de que seu valor máximo ocorre em condição estática e decresce com o aumento da velocidade de rolagem do pneu, portanto a equação matricial 3.9 pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_C \\ \ddot{z}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_R & -C_R \\ -C_R & C_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_C \\ \dot{z}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_R & -K_R \\ -K_R & K_R + k_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_C \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_P z_P \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Para a determinação das frequências naturais não amortecidas do sistema considera-se vibração livre do sistema sem amortecimento conforme

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_C \\ \ddot{z}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_R & -K_R \\ -K_R & K_R + k_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_C \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Considerando, como explícito em Wong (2001), as soluções para o deslocamento de cada massa movimentos harmônicos na forma $z_b = Z_b \cos(\omega_n t)$, $b = C, R$ obtém-se

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\omega_n^2 z_C \\ -\omega_n^2 z_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_R & -K_R \\ -K_R & K_R + k_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_C \\ z_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

E portanto, para que o sistema possua soluções não triviais ($z_C \neq 0$, $z_R \neq 0$)

$$\begin{vmatrix} K_R - \omega_n^2 m_s & -K_R \\ -K_R & K_R + k_P - \omega_n^2 m_{ns} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.13)$$

Dessa forma as frequências naturais do sistema (em rad/s) serão

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{m_s K_R + m_s k_P + m_{ns} K_R \mp \sqrt{(m_s K_R + m_s k_P + m_{ns} K_R)^2 - 4 m_s m_{ns} K_R k_P}}{2 m_s m_{ns}} \quad (3.14)$$

No entanto, Wong (2001) sugere que as frequências naturais de um sistema que possua massa suspensa significativamente maior do que a massa não suspensa possam ser aproximadas

pelas relações de 3.15, adotadas de maneira irrestrita por Gillespie (1992) e Milliken e Milliken (1995).

$$\begin{aligned}\omega_1(m_s) &= \sqrt{\frac{K_R k_P / (K_R + k_P)}{m_s}} \\ \omega_2(m_{ns}) &= \sqrt{\frac{K_R + k_P}{m_{ns}}}\end{aligned}\tag{3.15}$$

Wong (2001) afirma ainda que, em geral, a diferença entre as frequências naturais amortecidas e não amortecidas é desprezível, sendo usual a caracterização do sistema por suas frequências naturais não amortecidas.

3.1.3 Transmissibilidade de Vibração

E, ainda segundo Wong (2001), quando um veículo desloca-se sobre uma superfície ondulada, é frequente que a excitação do sistema constitua-se de uma larga faixa de frequências e, caso considere-se um perfil de pista senoidal, as razões de amplitude de vibração das massas suspensa e não suspensa (Z_b , $b = C, R$) em relação à amplitude de elevação da pista Z_0 resultam em

$$\frac{Z_C}{Z_0} = \sqrt{\frac{(K_R k_P)^2 + (C_R k_P \omega)^2}{[(K_R - m_s \omega^2)(k_P - m_{ns} \omega^2) - m_s K_R \omega^2]^2 + (C_R \omega)^2 [m_s \omega^2 + m_{ns} \omega^2 - k_P]^2}}\tag{3.16}$$

E

$$\frac{Z_R}{Z_0} = \sqrt{\frac{[k_P (K_R - m_s \omega^2)]^2 + (C_R k_P \omega)^2}{[(K_R - m_s \omega^2)(k_P - m_{ns} \omega^2) - m_s K_R \omega^2]^2 + (C_R \omega)^2 [m_s \omega^2 + m_{ns} \omega^2 - k_P]^2}}\tag{3.17}$$

A partir das relações 3.16 e 3.17, Wong (2001) define três critérios para a avaliação da performance geral da suspensão:

- **Isolamento de vibração**

Avalia-se pela resposta da massa suspensa à excitação do solo, ou seja, qual a parcela de excitação efetivamente transmitida ao chassi, refletindo em conforto ou desconforto durante condução. Tanto Gillespie (1992) quanto Rill (2011) avaliam o isolamento de vibração por meio da aceleração sofrida, no entanto, aqui optou-se pela maneira equivalente proposta em Wong (2001) e Genta (1997). No entanto, para avaliação da magnitude de aceleração ao invés do deslocamento sofrido, simplesmente multiplica-se a relação aqui adotada pelo quadrado da frequência de excitação.

Tabela 3.2: Influência da variação dos parâmetros de suspensão no isolamento de vibração.

Fator de influência em $\frac{Z_C}{Z_0}$	Faixa de frequência				
	$< \omega_1$	ω_1	$\omega_1 < \omega < \omega_2$	ω_2	$> \omega_2$
Redução da massa não suspensa	≈ 0	≈ 0	↓	↓	↑
Redução da razão de rigidez ($\frac{K_R}{k_S}$)	↓	↓	↑	≈ 0	↑ (≈ 0)
Redução do fator de amortecimento	↑	↑	↓	≈ 0	↓

- **Curso mínimo de suspensão**

Avalia-se pela diferença entre os deslocamentos das massas suspensas e não suspensas, definindo o espaço necessário para acomodação do sistema de suspensão durante trabalho sob condição oscilatória. Permite também a determinação do curso restante disponível para transposição de obstáculos em velocidade ou em situação de curvas.

Tabela 3.3: Influência da variação dos parâmetros de suspensão no curso mínimo.

Fator de influência em $\frac{(Z_C - Z_R)_{máx}}{Z_0}$	Faixa de frequência				
	$< \omega_1$	ω_1	$\omega_1 < \omega < \omega_2$	ω_2	$> \omega_2$
Redução da massa não suspensa	≈ 0	≈ 0	↓	↓	↑
Redução da razão de rigidez ($\frac{K_R}{k_S}$)	↓	↓	↑...↓	↓	≈ 0
Redução do fator de amortecimento	↑	↑	↑	↑	↑

- **Aderência ao pavimento**

Avalia-se pela deflexão dinâmica dos pneus por sua direta relação com a carga vertical imposta. Visto que a força entre os pneus e o pavimento flutua conforme a vibração do sistema e que as forças de aceleração, frenagem e de curvas estão relacionadas à normal dos pneus, baixa aderência dos pneus ao pavimento pode significar baixo desempenho do veículo ou mesmo condição de condução perigosa.

Tabela 3.4: Influência da variação dos parâmetros de suspensão na aderência ao pavimento.

Fator de influência em $\frac{(Z_0 - Z_R)_{máx}}{Z_0}$	Faixa de frequência				
	$< \omega_1$	ω_1	$\omega_1 < \omega < \omega_2$	ω_2	$> \omega_2$
Redução da massa não suspensa	≈ 0	≈ 0	↓	↓	↑ (≈ 0)
Redução da razão de rigidez ($\frac{K_R}{k_S}$)	≈ 0	↑	↑... ≈ 0	↓ (≈ 0)	≈ 0
Redução do fator de amortecimento	≈ 0	↑	↓	↑	≈ 0

Nota-se, conforme Wong (2001), que, durante vibração, caso o deslocamento relativo entre a massa não suspensa e a pista permita que a deflexão estática do pneu se recupere completamente, a força normal será reduzida a zero ou o pneu estará na iminência de ricochetear com o solo. Além disso, percebe-se que, em geral, uma menor rigidez de mola proporciona melhor isolamento de vibração, mas para garantir melhor aderência do pneu sob excitações próximas a frequência natural da massa não suspensa é preferível uma rigidez maior.

3.1.4 Irregularidades da Pista

As irregularidades da pista englobam tudo desde “valas” resultantes de falhas localizadas às sempre presentes variações aleatórias oriundas de limites práticos de precisão dentro dos quais a superfície pode ser construída e mantida, como evidencia Gillespie (1992).

Irregularidades pontuais

Rill (2011) define as irregularidades pontuais como obstáculos unitários simples de perfil determinístico e aborda dois perfis básicos: protuberâncias retangulares e ondulares (3.3). Utilizando protuberâncias retangulares, o comportamento dinâmico do veículo pode ser avaliado frente a impactos súbitos, enquanto as protuberâncias ondulares evitam descontinuidades nas análises.

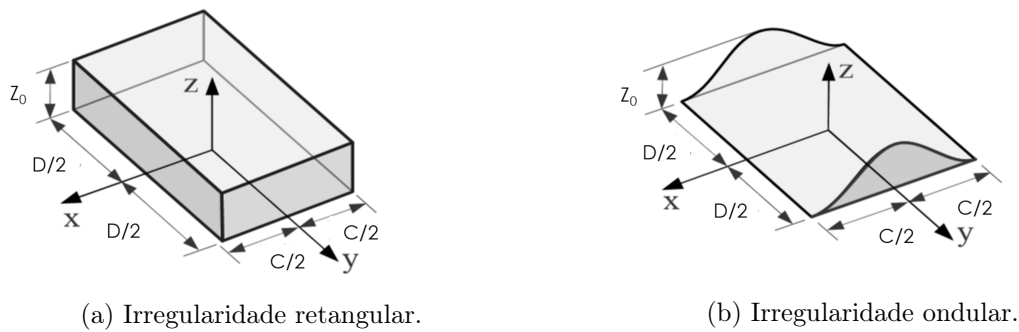


Figura 3.3: Exemplos de irregularidades pontuais.
Adaptado de Rill (2011).

Assim o perfil retangular pode ser descrito por

$$z(x, y) = \begin{cases} Z_0 & \text{se } -\frac{C}{2} < x < \frac{C}{2} \quad \& \quad -\frac{D}{2} < y < \frac{D}{2} \\ 0 & \text{se não} \end{cases} \quad (3.18)$$

E o ondular por

$$z(x, y) = \begin{cases} \frac{Z_0}{2} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{x}{C} \right) \right] & \text{se } -\frac{C}{2} < x < \frac{C}{2} \quad \& \quad -\frac{D}{2} < y < \frac{D}{2} \\ 0 & \text{se não} \end{cases} \quad (3.19)$$

Perfil de pista aleatório

Wong (2001) considera que análises de transmissibilidade são interessantes para comparação entre distintas configurações de suspensão, mas não servem como base válida para avaliar o real comportamento do veículo em condução em virtude dos, quase invariavelmente, bastante complexos perfis de pista. Portanto, propõe que os perfis sejam representados por funções aleatórias, o que quer dizer que o comportamento instantâneo da função é imprevisível por métodos determinísticos, mas possui certas características que podem ser descritas estatisticamente.

Tanto Wong (2001), quanto Popp (2014) sugerem duas condicionantes para uma análise simplificada de uma função estatística. Que a função seja estacionária, ou seja, que, conforme o primeiro autor, que se possa determinar as propriedades de uma seção completa de pista a partir das propriedades obtidas de uma parcela da pista. Sugere-se também que a função seja ergódica, que o segundo autor define pela igualdade entre as médias do conjunto e da amostra, em outras palavras, que as propriedades estatísticas da função sejam invariantes.

Satisfeitas essas condições, Wong (2001) propõe que após obtido o perfil de pista, sejam feitas análises de frequência para estimar as amplitudes para os diversos comprimento de onda presentes. Afirma ainda que, em vibrações aleatórias, o valor de interesse principal é o quadrático médio, por estar associado à energia média. Considerando, conforme o autor, uma componente harmônica de excitação $z_0(x)$ de amplitude Z_0 e comprimento de onda λ pode ser expressa por

$$z_0(x) = Z_0 \text{sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) = Z_0 \text{sen}(\Omega x) \quad (3.20)$$

E seu valor quadrático médio obtido por

$$\bar{z}_0^2 = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda [Z_0 \text{sen}(\Omega x)]^2 dx = \frac{Z_0^2}{2} \quad (3.21)$$

Visto que a pista possui um conjunto de frequências de excitação, a partir de sua composição espectral também pode se obter o valor quadrático médio definindo a relação

$$\bar{z}_0^2 = \int_0^\infty S(\Omega) d\Omega \quad (3.22)$$

E, por consequência

$$\bar{z}_0^2(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} S(\Omega) d\Omega \quad (3.23)$$

Onde $S(\Omega)$ é a densidade de potência espectral, doravante PSD (do inglês *Power Spectral Density*). Foram considerados os seguintes modelos para caracterização da PSD, o primeiro, sugerido por Gillespie (1992) é equacionado abaixo

$$S(\Omega) = \frac{S_0 \left[1 + \left(\frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^2 \right]}{(2\pi\Omega)^2} \quad (3.24)$$

No qual S_0 é um parâmetro de magnitude de rugosidade ($S_0 = S(\Omega_0)$) e Ω_0 é a frequência espacial de referência. No entanto, Blundell e Harty (2015) descarta esse método e sugere outro, expresso aqui sob a notação disposta em Rill (2011) equivalente à citada por Popp (2014)

$$S(\Omega) = S_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w} \quad (3.25)$$

Onde w é caracteriza a ondulação. Tanto Popp (2014) quanto Wong (2001) propõe também um método similar que considere duas faixas de avaliação da frequência espacial.

Para $\Omega \leq \Omega_0$

$$S(\Omega) = S_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w_1} \quad (3.26)$$

E para $\Omega > \Omega_0$

$$S(\Omega) = S_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w_2} \quad (3.27)$$

Nas quais w_1 e w_2 valem 1,5 e 2,0, respectivamente, $S_0 = S(\Omega_0) = 1/2\pi \text{ m}^2/\text{ciclo}/\text{m}$ e cujos valores paramétricos são relacionados na Tabela 3.5 de acordo com a qualidade da pista analisada.

Tabela 3.5: Classificação de rugosidade de pista. Wong (2001).

Grau de rugosidade S_0 , $10^{-6} \text{ m}^2/\text{ciclo}/\text{m}$		
Classe de pista	Faixa	Média geométrica
A (muito boa)	< 8	4
B (boa)	8 – 32	16
C (média)	32 – 128	64
D (ruim)	128 – 512	256
E (muito ruim)	512 – 2048	1024
F	2048 – 8192	4096
G	8192 – 32768	4096
H	> 31768	16384

Wong (2001) e Genta (1997) citam ainda a seguinte aproximação

$$S(\Omega) = C_{psd} \Omega^{-N} \quad (3.28)$$

Em que C_{psd} e N são constantes relacionadas às características da pista, com valores listados na Tabela 3.6 a seguir, com estimativas de frequências de excitação retiradas do mesmo autor.

Tabela 3.6: Valores de C_{psd} , N , $\Omega_{mín}$ e $\Omega_{máx}$ para funções de densidade espectral de várias superfícies. Wong (2001).

Nº	Descrição	N	C_{psd}	$\Omega_{mín}$	$\Omega_{máx}$
1	Pista de corrida lisa	3,8	$4,3 \times 10^{-11}$	0,021	0,040
2	Pista de corrida acidentada	2,1	$8,1 \times 10^{-6}$	0,535	1,600
3	Estrada lisa	2,1	$4,8 \times 10^{-7}$	0,140	0,480
4	Estrada de cascalho	2,1	$4,4 \times 10^{-6}$	0,140	1,400
5	Pasto	1,6	$3,0 \times 10^{-4}$	0,155	3,333
6	Campo arado	1,6	$6,5 \times 10^{-4}$	0,210	3,333

3.1.5 Amortecimento

O amortecimento do sistema serve para dissipar a energia absorvida das excitações e obstáculos da pista e, segundo Rill (2011), deve proporcionar que o sistema aproxime-se da condição estática após perturbação arbitrária o mais rápido possível para que possa ser considerado ótimo. De forma geral, a determinação do fator de amortecimento é realizada na faixa compreendida entre os amortecimentos ótimos para isolamento de vibração e aderência ao pavimento. A partir de análises de transmissibilidade do sistema, Genta (1997) define os amortecimentos ótimos para isolamento (C_R^{iso}) e aderência (C_R^{ade}) respectivamente como

$$C_R^{\text{iso}} = \sqrt{\frac{K_R(m_s + m_{ns})(k_P + K_R)}{2k_P}} \quad (3.29)$$

$$C_R^{\text{ade}} = \sqrt{\frac{(m_s + m_{ns})(k_P + K_R)(k_P + 2K_R)}{2k_P}} \quad (3.30)$$

3.2 DINÂMICA LONGITUDINAL

Considerando a condução do veículo em trajeto retilíneo, seu comportamento dependerá tanto do sistema de suspensão dianteiro quanto do traseiro, visto que ambos afetarão o chassi de forma simultânea.

3.2.1 Modelo de 1/2 Carro

Para a análise da condução sobre perfil de pista aleatório, é usual que se empregue um modelo de meio carro, considerando um protótipo simétrico em relação ao plano longitudinal e um perfil de pista idêntico para ambos os lados do veículo, como ilustra a Figura 3.4, onde L é o entre-eixos do veículo e $L_b, b = D, T$ indicam respectivamente as distâncias entre o eixos dianteiro e traseiro e o CG. Neste tipo de análise são considerados apenas pequenos deslocamentos do chassi, possibilitando a aproximação $\text{sen}\theta \approx \theta$, conforme Popp (2014) e Liu et al. (2014).

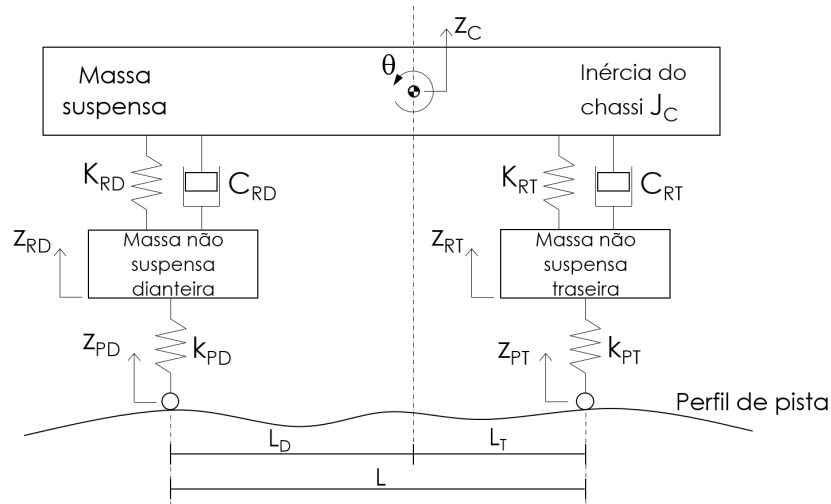


Figura 3.4: Modelo de meio carro.

Modelo caracterizado por

$$\overline{M}\ddot{\underline{R}} + \overline{C}\dot{\underline{R}} + \overline{K}\underline{R} = \underline{E} \quad (3.31)$$

Sendo

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} M_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{nD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{nT} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\overline{C} = \begin{bmatrix} C_{RD} + C_{RT} & -L_D C_{RD} + L_T C_{RT} & -C_{RD} & -C_{RT} \\ -L_D C_{RD} + L_T C_{RT} & L_D^2 C_{RD} + L_T^2 C_{RT} & L_D C_{RD} & -L_T C_{RT} \\ -C_{RD} & L_D C_{RD} & C_{RD} & 0 \\ -C_{RT} & -L_T C_{RT} & 0 & C_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\overline{K} = \begin{bmatrix} K_{RD} + K_{RT} & -L_D K_{RD} + L_T K_{RT} & -K_{RD} & -K_{RT} \\ -L_D K_{RD} + L_T K_{RT} & L_D^2 K_{RD} + L_T^2 K_{RT} & L_D K_{RD} & -L_T K_{RT} \\ -K_{RD} & L_D K_{RD} & K_{RD} + K_{PD} & 0 \\ -C_{RT} & -L_T K_{RT} & 0 & K_{RT} + K_{PT} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} z_C \\ \theta \\ z_{RD} \\ z_{RT} \end{bmatrix}, \quad \dot{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \dot{z}_C \\ \dot{\theta} \\ \dot{z}_{RD} \\ \dot{z}_{RT} \end{bmatrix}, \quad \ddot{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \ddot{z}_C \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{z}_{RD} \\ \ddot{z}_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{PD} K_{PD} \\ z_{PT} K_{PT} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

A partir do modelo apresentado na Figura 3.4, e da afirmação de Wong (2001) que, em virtude da grande separação entre as frequências naturais da massa suspensa ($M_s = m_{sD} + m_{sT}$) e das massas não suspensas, os movimentos lineares das rodas e os movimentos vertical e angular do chassi podem ser avaliados de forma independente, o modelo de meio carro pode ser simplificado conforme ilustra a Figura 3.5.

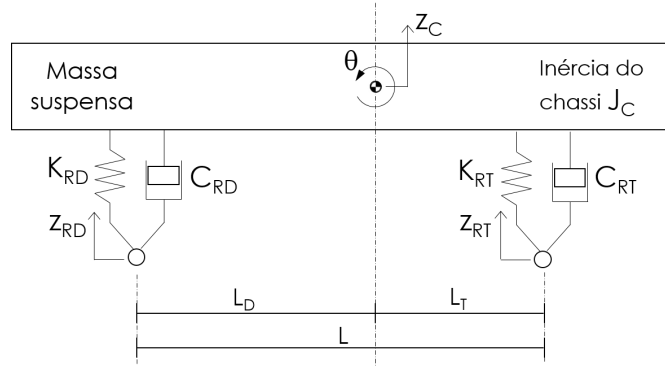


Figura 3.5: Modelo de meio carro simplificado.

Para o qual as equações de movimento de 3.31 podem ser reescritas através por

$$\overline{M}'\ddot{\underline{R}}' + \overline{C}'\dot{\underline{R}}' + \overline{K}'\underline{R}' = \underline{E}' \quad (3.37)$$

Onde

$$\overline{M}' = \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & J_C \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\overline{C}' = \begin{bmatrix} C_{RD} + C_{RT} & -L_D C_{RD} + L_T C_{RT} \\ -L_D C_{RD} + L_T C_{RT} & L_D^2 C_{RD} + L_T^2 C_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\overline{K}' = \begin{bmatrix} K_{RD} + K_{RT} & -L_D K_{RD} + L_T K_{RT} \\ -L_D K_{RD} + L_T K_{RT} & L_D^2 K_{RD} + L_T^2 K_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\underline{R}' = \begin{bmatrix} z_C \\ \theta \end{bmatrix}, \quad \dot{\underline{R}}' = \begin{bmatrix} \dot{z}_C \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \ddot{\underline{R}}' = \begin{bmatrix} \ddot{z}_C \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\underline{E}' = \begin{bmatrix} C_{RD}\dot{z}_{RD} + C_{RT}\dot{z}_{RT} + K_{RD}z_{RD} + K_{RT}z_{RT} \\ -L_D C_{RD}\dot{z}_{RD} + L_T C_{RT}\dot{z}_{RT} - L_D K_{RD}z_{RD} + L_T K_{RT}z_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Utilizando abordagem similar a empregada para determinação das frequências naturais não amortecidas do modelo de um quarto de carro, as frequências naturais não amortecidas para o modelo de meio carro são obtidas segundo

$$\omega_{n1,n2}^2 = \frac{1}{2}(D_1 + D_3) \mp \sqrt{\frac{1}{4}(D_1 - D_3)^2 + \frac{M_s D_2^2}{J_C^2}} \quad (3.43)$$

Igualdades nas quais

$$D_1 = \frac{1}{M_s}(K_{RD} + K_{RT}) \quad (3.44)$$

$$D_2 = \frac{1}{M_s}(L_T K_{RT} - L_D K_{RD}) \quad (3.45)$$

$$D_3 = \frac{1}{J_C}(L_D^2 K_{RD} + L_T^2 K_{RT}) \quad (3.46)$$

A partir das frequências naturais, Wong (2001) define os polos de oscilação longitudinal do veículo conforme

$$a_1 = \frac{D_2}{\omega_{n1}^2 - D_1} \quad (3.47)$$

$$a_2 = \frac{D_2}{\omega_{n2}^2 - D_1} \quad (3.48)$$

De forma que $a_{1,2}$ indicam as distâncias dos polos de oscilação a partir do CG do veículo, denominando-se aquele localizado entre as rodas do veículo como polo de oscilação em arfagem e o outro, localizado além do entre-eixos, como polo de oscilação em cavalgada. Considerando o veículo em deslocamento, nota-se que as excitações de pista afetarão o eixo dianteiro e, certo tempo depois, o traseiro. Wong (2001) afirma que o movimento de arfagem é mais desconfortável para os ocupantes do veículo sugerindo, assim como Matschinsky (2014), que a frequência natural de arfagem seja menor do que a de cavalgada para condução mais confortável. Ambos recomendam ainda, para que os movimentos de arfagem desvançam de forma rápida, o emprego de frequência natural vertical menor no eixo dianteiro quando comparado ao traseiro, pois tal configuração permite que as oscilações dos eixos entrem em fase logo após a transposição de irregularidades.

3.2.2 Arfagem por Aceleração e Frenagem

Conforme mencionado na seção Geometrias “Anti”, o veículo não está sujeito a arfagem apenas pelas excitações impostas pelas irregularidades de pista, mas também pela força de inércia atuante durante manobras de aceleração e frenagem. Genta (1997) propõe uma primeira aproximação da transferência de carga entre os eixos, por

$$\Delta F_{zD} = \frac{-Ma_x H}{L} \quad \text{e} \quad \Delta F_{zT} = \frac{Ma_x H}{L} \quad (3.49)$$

Com consequentes elevações dos eixos caracterizadas segundo

$$\Delta z_D = \frac{-\Delta F_{zD}}{2K_{RD}} \quad \text{e} \quad \Delta z_T = \frac{-\Delta F_{zT}}{2K_{RT}} \quad (3.50)$$

O mesmo autor considera que a aproximação adotada em 3.49 é uma simplificação exagerada pois as forças longitudinais envolvidas podem causar momento de arfagem em virtude das conexões do sistema de suspensão e as reações dos torques podem ser ao menos parcialmente aplicadas à suspensão. Dessa forma, em suspensões que permitem movimento das rodas na

direção x , há também uma fração da força F_x atuante entre a roda e a pista que age sobre a suspensão, acarretando em uma melhor aproximação de 3.49 conforme

$$\begin{aligned}\Delta F_{zD} &= \frac{-Ma_x H}{L} - \left(\frac{\partial x_D}{\partial z_D} \right) F_{xD} \\ \Delta F_{zT} &= \frac{Ma_x H}{L} - \left(\frac{\partial x_T}{\partial z_T} \right) F_{xT}\end{aligned}\quad (3.51)$$

Visto que um torque aplicado à massa suspensa implica em um aumento na força atuante na mola de M_y/d e o torque decorrente de aceleração ou frenagem equivale a $-F_x R$ a aproximação de transferência de carga pode ser reescrita de acordo com

$$\begin{aligned}\Delta F_{zD} &= \frac{-Ma_x H}{L} - \left(\frac{\partial x_D}{\partial z_D} + \frac{R_D}{d_D} \right) F_{xD} \\ \Delta F_{zT} &= \frac{Ma_x H}{L} - \left(\frac{\partial x_T}{\partial z_T} + \frac{R_T}{d_T} \right) F_{xT}\end{aligned}\quad (3.52)$$

Nota-se que a última correção aplicada é válida apenas para torques aplicados diretamente na massa suspensa, devendo ser desconsiderada para sistemas de freio externos e para condições de aceleração em veículos que possuam eixo motor com suspensão independente. Obtendo o ângulo de arfagem simplesmente por

$$\theta = -\frac{1}{L}(-\Delta z_D + \Delta z_T)\quad (3.53)$$

3.3 DINÂMICA LATERAL

3.3.1 Trajetória Circular em Regime Permanente

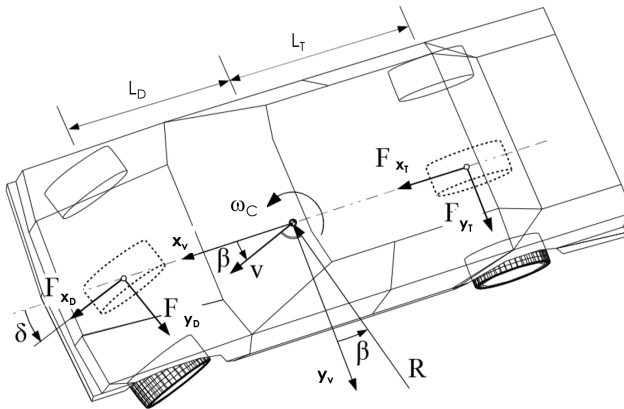


Figura 3.6: Modelo de veículo para trajetória em regime permanente. Adaptado de Rill (2011).

A primeira análise de um veículo contornando uma curva com velocidade tangencial v constante pode ser aproximada por um modelo de bicicleta, representado pela associação das rodas em cada um dos eixos, como ilustrado pelas linhas pontilhadas da Figura 3.6. Sendo suas

velocidades linear, v_C , e angular, ϖ_C , definidas por

$$v_c = \begin{bmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \varpi_C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_C \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Considerando o estado permanente, $\omega_C = v/R = v\rho$ (definindo ρ como o raio de curvatura), os somatórios de forças nas direções longitudinal e transversal e de momentos ao redor do eixo vertical são equacionados por

$$\begin{aligned} M(-\rho v^2 \sin \beta) &= F_{x_D} \cos \delta - F_{y_D} \sin \delta + F_{x_T} \\ M(\rho v^2 \cos \beta) &= F_{x_D} \sin \delta + F_{y_D} \cos \delta + F_{y_T} \\ 0 &= L_D(F_{x_D} \sin \delta + F_{y_D} \cos \delta) - L_T F_{y_T} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Nas quais, M é a massa total do veículo, e F_{x_b} , F_{y_b} , $b = D, T$, são as componentes de força atuantes nos pneus equivalentes aos eixos respectivamente dianteiro e traseiro em seus próprios referenciais. Desconsiderando a força de resistência a rolagem no eixo dianteiro, a equação 3.55 é reescrita de acordo com

$$\begin{aligned} M(-\rho v^2 \sin \beta) &= -F_{y_D} \sin \delta + F_{x_T} \\ M(\rho v^2 \cos \beta) &= F_{y_D} \cos \delta + F_{y_T} \\ 0 &= L_D F_{y_D} \cos \delta - L_T F_{y_T} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Resolvendo para força trativa, Rill (2011) define como resistência de curva a força necessária para realizar uma curva de curvatura ρ a velocidade v , vencendo o ângulo de deriva β , de acordo com

$$F_{x_T} = \left(\frac{L_T}{L} \cos \beta \operatorname{tg} \delta - \sin \beta \right) \rho M v^2 \quad (3.57)$$

3.3.2 Entrada de Curva

Durante a entrada de curvas, as velocidades de guinada e centrípeta do veículo saem de zero até seus valores em regime permanente, conforme explicam Milliken e Milliken (1995), caracterizando estado transiente de movimento. Considerando que no estado transiente o esterçamento é responsável pela alteração de trajetória do veículo, a velocidade de guinada pode ser definida pela equação 3.58, notando que a velocidade longitudinal do eixo dianteiro (v_{x_D}) é imposta pela do eixo traseiro (v_{x_T}).

$$\dot{\psi} = \frac{v_{x_T}}{L_D} \operatorname{tg} \delta = v_{x_T} \rho \quad (3.58)$$

Considerando que a curvatura varia continuamente de acordo com o tempo, $\rho(t)$, de 0 até seu valor em regime permanente ρ_P , para $t = 0 \rightarrow T$, o ângulo de guinada instântaneo pode ser

definido por integração simples, resultando em

$$\psi(t) = \frac{v_{xT} \rho_P t^2}{T} \frac{t^2}{2} \quad (3.59)$$

Admitindo um ângulo de guinada inicial nulo. Desta forma, a posição instantânea do veículo a velocidade constante pode ser obtida por

$$x = v_{xT} \int_0^T \cos\psi dt \quad e \quad y = v_{xT} \int_0^T \sen\psi dt \quad (3.60)$$

3.3.3 Limite de Tombamento Lateral

Fator de Estabilidade Estático

Quando um veículo percorre uma curva com aceleração lateral a_y , a força centrífuga centrífuga gerada é reagida pelas forças laterais nos pneus, como ilustrado na Figura 3.7, onde são desconsideradas as reações da suspensão e o carro ilustrado a partir de sua vista posterior realiza uma curva para direita.

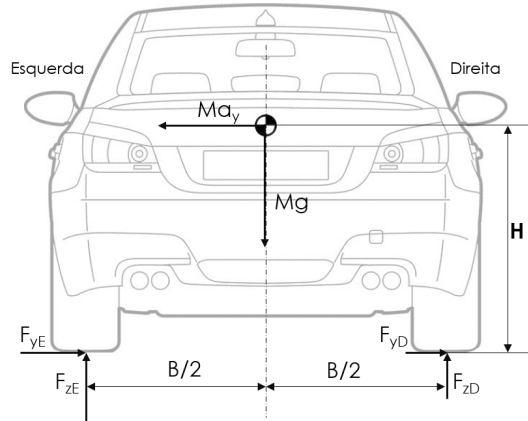


Figura 3.7: Veículo simples em curva para direita.

Em que os índices E, D indicam as laterais esquerda e direita do veículo. A princípio a aceleração máxima possível para esta condição é determinada pelo coeficiente de atrito ($a_y^{máx} = \mu g$), no entanto o risco de tombamento do veículo pode reduzir este limite. De acordo com a situação ilustrada na Figura anterior, na iminência de tombamento o balanço de momentos resulta em uma aceleração máxima para não tombamento a_y^T segundo

$$Mg \frac{B}{2} - Ma_y^T H = 0 \quad \Rightarrow \quad a_y^T = \frac{B}{2H} g \quad (3.61)$$

Portanto, o fator de estabilidade estático (s_e) adequado é definido pelo caso em que aceleração máxima para tombamento excede o atrito disponível (μg), ou seja,

$$s_e = \frac{B}{2H} > \mu \quad (3.62)$$

Modelo Melhorado para Rolagem

Rill (2011) apresenta um modelo para determinação do limite de tombamento que considera tanto a deflexão dos pneus quanto a rolagem da carroceria, ilustrado na Figura 3.8. Onde H_L é a distância do CG ao CR da suspensão, ϕ_C é a rolagem do chassi devida a geometria de suspensão e ϕ_P é a rolagem devida a deflexão dos pneus.

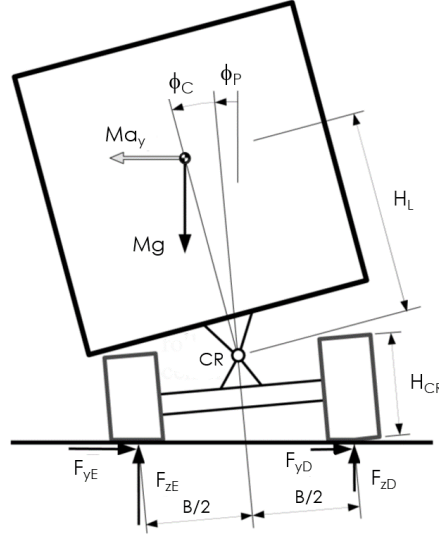


Figura 3.8: Modelo para determinação do risco de tombamento.
Adaptado de Rill (2011).

O equilíbrio de momentos aplicado ao veículo ilustrado no diagrama da Figura 3.8, na iminência de tombamento, considerando ângulos de rolagem muito pequenos ($\phi_P^T \ll 1$, $\phi_C^T \ll 1$), condição adotada também por Gillespie (1992) e Milliken e Milliken (1995), resulta em

$$\frac{a_y^T}{g} = \frac{B}{2H} - \phi_P^T - \frac{H_L}{H} \phi_C^T \quad (3.63)$$

Na iminência de tombamento, a transferência de carga lateral corresponde a metade do peso do veículo, considerando ainda que a compressão dos pneus do lado externo a curva é de mesma magnitude da extensão dos pneus internos pelo alívio da carga estática, ϕ_P^T pode ser escrito como

$$\phi_P^T = \frac{Mg}{Bk_P} \quad (3.64)$$

Denominando K_ϕ como rigidez a rolagem, calculada conforme Gillespie (1992) por

$$\begin{aligned} K_\phi &= K_{\phi_D} + K_{\phi_T} \\ K_{\phi_D} &= \frac{K_{RD}B_D^2}{2} \\ K_{\phi_T} &= \frac{K_{RT}B_T^2}{2} \end{aligned} \quad (3.65)$$

Onde B_b , $b = D, T$ são as bitolas dianteira e traseira e K_{Rb} , $b = D, T$ são as rigidezes efetivas nas rodas dianteiras e traseiras utilizadas para análise longitudinal.

Dessa forma, o ângulo de rolagem do chassi pode ser determinado a partir de

$$K_\phi \phi_C = MH_L[a_y + g(\phi_C + \phi_P)] \quad (3.66)$$

Equação que, resolvida para aceleração lateral de tombamento, resulta em um ângulo de rolagem de

$$\phi_C^T = \frac{a_y^T}{g} \frac{MgH_L}{K_\phi - MgH_L} + \frac{MgH_L}{K_\phi - MgH_L} \phi_P^T \quad (3.67)$$

Rill (2011) evidencia que a rigidez mínima de rolagem deve ser maior do que MgH_{CR} para que não haja tombamento em condições de aceleração lateral 0.

Considerando as seguintes adimensionalizações

$$k'_P = \frac{Bk_P}{Mg} \quad \text{e} \quad K'_\phi = \frac{K_\phi}{MgH_L} \quad (3.68)$$

A substituição da relação de 3.64 em 3.67 resulta na expressão do limite de aceleração máxima normalizada para não tombamento, conforme

$$s_r = \frac{a_y^T}{g} = \frac{B/2}{H + \frac{H_L}{k'_P - 1}} - \frac{1}{K'_\phi} \quad (3.69)$$

Distribuição do Momento de Rolagem

Considerando a rigidez a rolagem de cada eixo, de acordo com Gillespie (1992), o momento de rolagem, Γ_ϕ , é distribuído entre os eixos dianteiro, $\Gamma_{\phi D}$, e traseiro, $\Gamma_{\phi T}$, utilizando a relação

$$\Gamma_\phi = \Gamma_{\phi D} + \Gamma_{\phi T} = (K_{\phi D} + K_{\phi T})\phi \quad (3.70)$$

O autor afirma ainda que há tendência de maior distribuição do momento de rolagem para dianteira devido à maior separação entre as molas em sistemas de suspensão independentes no eixo dianteiro; em geral são adotadas configurações de projeto que assim determinem para garantia de sub-esterçamento do veículo. No entanto, o mesmo afirma, assim como Wong (2001) e Matschinsky (2014), que a necessidade de menor frequência natural no eixo dianteiro em comparação com o traseiro para reduzir arfagem pode implicar na necessidade de utilização de barras estabilizadoras para aumentar a rigidez a rolagem do eixo dianteiro com intuito de aumentar sua estabilidade. Porém, para o tipo de veículo proposto, uma maior rigidez a rolagem do eixo traseiro pode ser vantajosa na medida que aumenta o potencial de sobre-esterçamento da direção, essencial para realização de curvas fechadas levando em conta a ausência de diferencial.

3.3.4 Barras Estabilizadoras e Compensação de Cambagem

Para análise do comportamento de cambagem e influência da barra estabilizadora, Rill (2011) utiliza um modelo de representação de um eixo do veículo por sua seção transversal similar ao apresentado na Figura 3.9.

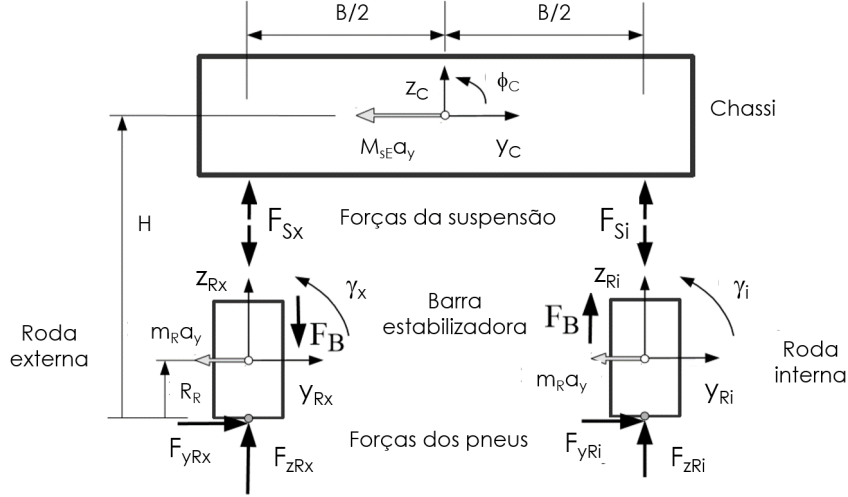


Figura 3.9: Modelo para análise de rolagem e variação de cambagem. Adaptado de Rill (2011).

No qual F_B representa a força adicional no sistema pela adição da barra estabilizadora e M_{sE} a massa suspensa no eixo. A partir das relações apresentadas e das características cinemáticas da suspensão, em geral simétricas, e portanto aproximadas por

$$y_{Rx} = y_{Rx}(z_{Rx}) \approx \frac{\delta y_R}{\delta z_R} z_{Rx}, \quad \gamma_x = \gamma_x(z_{Rx}) \approx \frac{\delta \gamma}{\delta z_R} z_{Rx} \quad (3.71)$$

E

$$y_{Ri} = y_{Ri}(z_{Ri}) \approx -\frac{\delta y_R}{\delta z_R} z_{Ri}, \quad \gamma_{Ri} = \gamma_{Ri}(z_{Ri}) \approx -\frac{\delta \gamma}{\delta z_R} z_{Ri} \quad (3.72)$$

O equilíbrio do sistema pode ser equacionado por

$$\overline{W} \underline{U} = \underline{Q} \quad (3.73)$$

Onde

$$\overline{W} = \begin{bmatrix} 2k_T & 0 & 2k_T H & \frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T & -\frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T \\ 0 & 2k_P & 0 & k_P & k_P \\ 2k_T H & 0 & k_\gamma & \frac{B}{2} k_P + H \frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T & -\frac{B}{2} k_P - H \frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T \\ \frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T & k_T & \frac{B}{2} k_P + H \frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T & K'_R + k_B + k_P & -k_B \\ -\frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T & k_T & -\frac{B}{2} k_P - H \frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} k_T & -k_B & K'_R + k_B + k_P \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} y_C \\ z_C \\ \phi_C \\ z_{Rx} \\ z_{Ri} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} M_{sE} + 2m_R \\ 0 \\ 2m_R(H - R_R) \\ m_R \frac{\delta y_R}{\delta z_R} \\ -m_R \frac{\delta y_R}{\delta z_R} \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Considerando as seguintes abreviações aplicadas

$$\frac{\delta \hat{y}_R}{\delta z_R} = \frac{\delta y_R}{\delta z_R} + R_R \frac{\delta \gamma}{\delta z_R}, \quad K'_R = K_R + k_T \left(\frac{\delta y_R}{\delta z_R} \right)^2, \quad k_\gamma = 2k_T H^2 + 2k_T \left(\frac{B}{2} \right)^2 \quad (3.77)$$

Em que k_T é a rigidez lateral do pneu, k_B a rigidez da barra estabilizadora, já aplicada no centro de roda e m_R é a massa do conjunto de roda. Rill (2011) afirma que valores de cambagem muito altos resultam em distribuição desfavorável de pressão na área de contato dos pneus, acarretando em redução da força lateral transmissível.

3.3.5 Estabilidade

Considerando o modelo apresentado na Figura 3.6 com deslizamento lateral dos pneus, as velocidades para os eixos serão

$$v_D = \begin{bmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta + L_D \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Para o eixo dianteiro e, para o eixo traseiro,

$$v_T = \begin{bmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta - L_T \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Considerando a orientação do movimento nos eixos em função do referência inercial, o ângulo de deslizamento do eixo dianteiro será definido por

$$s_D = \frac{\sin \delta (v \cos \beta) - \cos \delta (v \sin \beta + L_D \dot{\psi})}{|\cos \delta (v \cos \beta) + \sin \delta (v \sin \beta + L_D \dot{\psi})|} \quad (3.80)$$

E o ângulo de deslizamento do eixo traseiro, mais simples em virtude da ausência de esterçamento no eixo, será

$$s_T = -\frac{v \operatorname{sen} \beta - L_T \dot{\psi}}{|v \cos \beta|} \quad (3.81)$$

Considerando pequenos ângulos e que β sempre denota o menor ângulo entre o vetor velocidade a velocidade longitudinal do veículo, os ângulos de deslizamento podem ser simplificados, resultando em

$$s_D = -\beta - \frac{L_D}{|v|} \dot{\psi} + \frac{v}{|v|} \delta \quad (3.82)$$

$$s_T = -\beta + \frac{L_T}{|v|} \dot{\psi} \quad (3.83)$$

Aplicação a mesmas simplificação nas relações de 3.54, as velocidades então serão

$$v_c = \begin{bmatrix} v \\ |v| \beta \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \varpi_C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

Visto que as forças laterais nos pneus dependem de seu ângulo de deslizamento conforme

$$F_{yD} = k_{TD} s_D \quad \text{e} \quad F_{yT} = k_{TT} s_T \quad (3.85)$$

O momento linear na direção lateral

$$M(v \dot{\psi} + |v| \dot{\beta}) = F_{yD} + F_{yT} \quad (3.86)$$

E o momento angular

$$J_L \ddot{\psi} = L_D F_{yD} - L_T F_{yT} \quad (3.87)$$

Implicam em

$$\dot{\beta} = \frac{k_{TD}}{M|v|} \left(-\beta - \frac{L_D}{|v|} \dot{\psi} + \frac{v}{|v|} \delta \right) + \frac{k_{TT}}{M|v|} \left(-\beta + \frac{L_T}{|v|} \dot{\psi} \right) - \frac{v}{|v|} \dot{\psi} \quad (3.88)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{L_D k_{TD}}{J_L} \left(-\beta - \frac{L_D}{|v|} \dot{\psi} + \frac{v}{|v|} \delta \right) - \frac{L_T k_{TT}}{J_L} \left(-\beta + \frac{L_T}{|v|} \dot{\psi} \right) \quad (3.89)$$

Onde J_L refere-se a inércia de rotação ao redor de um eixo vertical passando pelo CG do

veículo. Escrevendo as equações 3.88 e 3.89 em forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{TD} + k_{TT}}{M|v|} & \frac{L_T k_{TT} - L_D k_{TD}}{M|v|^2} - \frac{v}{|v|} \\ \frac{L_T 2k_{TT} - L_D 2k_{TD}}{J_L} & -\frac{L_T^2 k_{TT} + L_D^2 k_{TD}}{J_L |v|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v}{|v|} \frac{k_{TD}}{M|v|} \\ \frac{v}{|v|} \frac{L_D k_{TD}}{J_L} \end{bmatrix} \delta \quad (3.90)$$

Considerando a descrição do sistema apresentada, Rill (2011) afirma que a estabilidade, soluções em regime permanente, resposta transiente e controle ótimo podem ser calculados a partir de métodos clássicos de dinâmica de sistemas.

Autovalores

Considerando a parcela homogênea

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{TD} + k_{TT}}{M|v|} & \frac{L_T k_{TT} - L_D k_{TD}}{M|v|^2} - \frac{v}{|v|} \\ \frac{L_T 2k_{TT} - L_D 2k_{TD}}{J_L} & -\frac{L_T^2 k_{TT} + L_D^2 k_{TD}}{J_L |v|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

ou

$$\underline{\dot{S}} = \overline{A} \underline{S}$$

Com solução

$$\underline{S}(t) = \underline{S}_0 e^{\mathcal{R}t} = \underline{S}_0 \underline{e} \quad (3.92)$$

Resulta em

$$(\mathcal{R} \underline{e} - \overline{A}) \underline{S}_0 = 0 \quad (3.93)$$

E para soluções não triviais ($\underline{S}_0 \neq 0$)

$$|\mathcal{R} \underline{e} - \overline{A}| = 0 \quad (3.94)$$

Equação na qual os autovalores \mathcal{R} condicionam a estabilidade do sistema.

Aproximação em Baixa Velocidade

Conforme Rill (2011), os autovalores \mathcal{R} para aproximações em baixa velocidade ($v \rightarrow 0$) são determinados por

$$\mathcal{R}_1^{v \rightarrow 0} = -\frac{k_{TD} + k_{TT}}{M|v|} \quad \text{e} \quad \mathcal{R}_2^{v \rightarrow 0} = -\frac{L_T^2 k_{TT} + L_D^2 k_{TD}}{J_L |v|} \quad (3.95)$$

Sendo sempre reais, negativos e independentes da direção de movimento e das características

do modelo. Concluindo que todos os veículos possuirão comportamento de direção assintoticamente estável em baixas velocidades.

Aproximação em Alta Velocidade

Para altas velocidades ($v \rightarrow \infty$), o autor determina solução por

$$\mathcal{Y}_{1,2}^{v \rightarrow \infty} = \pm \sqrt{-\frac{v}{|v|} \frac{L_T k_{TT} - L_D k_{TD}}{J_L}} \quad (3.96)$$

De forma que, para velocidades positivas, o argumento da raiz será positivo se

$$L_T k_{TT} < L_D k_{TD} \quad (3.97)$$

Caracterizando sobre-esterçamento e a instabilidade do sistema em virtude de um dos autovalores ser positivo. Para que ambos auto vetores sejam iguais a zero,

$$L_T k_{TT} = L_D k_{TD} \quad (3.98)$$

O que indica comportamento de direção neutra, onde pequenas variações nos parâmetros pode acarretar em instabilidade. Por fim, um conjunto de parâmetros que resulte em

$$L_T k_{TT} > L_D k_{TD} \quad (3.99)$$

Acarreta em autovalores imaginários, condição estável durante condução em alta velocidade e caracterização de sub-esterçamento. Ainda segundo Rill (2011), ressalta-se que tal condição de estabilidade para velocidades positivas gera instabilidade para condução em sentido reverso.

Velocidade Crítica

A condição para soluções não triviais exposta em 3.94 resulta em uma equação quadrática para os autovalores \mathcal{Y} na forma

$$|\mathcal{Y}_{\underline{e}} - \bar{A}| = \mathcal{Y}^2 + u_1 \mathcal{Y} + u_2 = 0 \quad (3.100)$$

Resolvida por

$$\mathcal{Y}_{1,2} = -\frac{u_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{u_1}{2}\right)^2 - u_2} \quad (3.101)$$

Onde os coeficientes podem ser determinados a partir das características do modelo conforme

$$u_1 = \frac{k_{TD} + k_{TT}}{M|v|} + \frac{L_T^2 k_{TT} + L_D^2 k_{TD}}{J_L |v|} \quad (3.102)$$

$$u_2 = \frac{k_{TD}k_{TT}L^2}{MJ_L v^2} \left(1 + \frac{v}{|v|} \frac{L_T k_{TT} - L_D k_{TD}}{k_{TD}k_{TT}L^2} M v^2 \right) \quad (3.103)$$

De forma que para configuração sobre-esterçante, a estabilidade do veículo é limitada pela velocidade crítica, sendo exibida aqui apenas a correspondente para deslocamentos positivos levando em conta as raras configurações de veículos Baja SAE que possuem marcha reversa e suas baixas velocidades de deslocamentos negativos em tais casos.

$$v_C^+ = \sqrt{\frac{k_{TD}k_{TT}L^2}{M(k_{TT}L_T - k_{TD}L_D)^2}} \quad (3.104)$$

4 ANÁLISE DIMENSIONAL

Smith (1978) deixa explícita a prioridade fundamental em termos de vencer competições automotivas: o carro deve terminar a corrida. E, segundo o mesmo autor, até que se estabeleça confiabilidade não há sentido algum em “perder tempo fazendo a coisa ir mais rápido”. No entanto, de maneira similar à apresentada por Merling (2007), até o dado momento no trabalho, os componentes de suspensão e direção do veículo apresentam apenas seus pontos de conexão como referência final para os desenhos. O autor aponta que os formatos e o materiais utilizados em sua construção podem caracterizar elevada robustez ou grande fragilidade ao fim a que se destinam e por isso nesta fase do projeto os componentes devem ser refinados de acordo com sua aplicação, verificando os carregamentos de cada componente visando sua redução de peso sem prejuízo a suas resistência e rigidez.

Os principais benefícios da redução da massa não suspensa são resumidos por Merling (2007) como: diminuição da quantidade de material empregado com efeito direto em seu custo de aquisição; aumento da relação M_s/M_{ns} ; diminuição do peso total do veículo com consequências tanto na capacidade de frenagem e aceleração do veículo quanto em seu consumo de combustível. A eficiência energética do veículo é de grande importância durante competições, pois afeta o número de paradas necessárias para reabastecimento e, em provas que envolvam o desempenho energético, adia ou mesmo evita a pane seca. Além disso, Anitha e Shankar (2016), Tagade et al. (2015), Gaikwad e Reddy (2016) e Muhamad et al. (2012) indicam forte tendência do setor automotivo à redução de peso em virtude de pressões ambientais e sociais.

De acordo com Merling (2007) para redução de peso dos componentes é indispensável a verificação de tensões e deformações sofridas ao longo da vida útil estimada, adequando a geometria para atender às maiores solicitações e removendo material nas áreas de menor solicitação. Conforme o autor, os objetivos de tal verificação são prever a durabilidade do componente, avaliar a resistência e rigidez frente às solicitações e definir o material a ser empregado na fabricação.

4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Zienkiewicz et al. (2005) explicam a necessidade do Método dos Elementos Finitos (MEF) a partir do fato que as limitações da mente humana são tais que esta não é capaz de compreender o complexo comportamento de seus arredores e criações em apenas uma operação. Portanto, o processo de subdivisão de sistemas em seus componentes individuais, ou elementos, cujo comportamento é prontamente compreendido e então reconstrução do sistema original por meio de tais componentes para estudar seu funcionamento é um procedimento natural ao engenheiro.

O MEF, conforme Rade (2011), é essencialmente um processo de discretização, que visa transformar um problema infinito-dimensional em um problema finito-dimensional, consistindo em dividir o domínio sobre o qual o problema é estudado em várias regiões interconectadas, denominadas elementos, cujo conjunto define a malha. Cada elemento dispõe de um certo número de pontos, denominados nós ou pontos nodais. Após definidos os elementos e seus respectivos nós, admitem-se soluções para as variáveis de campo aproximadas no interior de cada elemento denominadas funções de interpolação ou de forma e expressas como funções arbitrárias dos valores que as incógnitas (graus de liberdade) assumem nos nós. Ainda de acordo com o último autor, em comparação com outras técnicas numéricas, as principais vantagens do MEF são:

- Elementos de diferentes formas e tamanhos podem ser associados para discretizar domínios de geometria complexa;
- A divisão do contínuo em regiões facilita a modelagem de problemas envolvendo domínios não homogêneos, onde as propriedades físicas variam em função das coordenadas espaciais;
- O método pode ser todo formulado matricialmente, facilitando sua implementação computacional.

Canut (2014) explica as duas formas de formulação para resolução pelo MEF, a “forte”, que consiste na solução direta das equações que governam o problema físico, e a “fraca”, que utiliza a formulação integral e aproximações numéricas para a solução do problema.

4.1.1 Processo Geral

Segundo Zienkiewicz et al. (2005), o primeiro passo para análise pelo MEF é a determinação das propriedades de elemento a partir da geometria do material e dos dados de carregamento. O segundo passo é a reunião do conjunto de equações finais em uma matriz global notando que, caso a matriz seja simétrica necessita-se encontrar apenas sua parcela superior de forma que em programas computacionais somente valores não nulos precisam ser armazenados. O terceiro passo consiste da aplicação das condições de contorno na matriz final e o último passo da resolução do sistema de equações resultantes. O passo final pode ser seguido de substituição para obtenção de tensões ou outras grandezas de saída desejadas. Considerando um problema de comportamento linear elástico de acordo com os autores e Figura 4.1, que exemplifica uma seção de malha, as forças e seus deslocamentos correspondentes são definidos em termos de componentes ortogonais em um sistema de coordenadas comum.

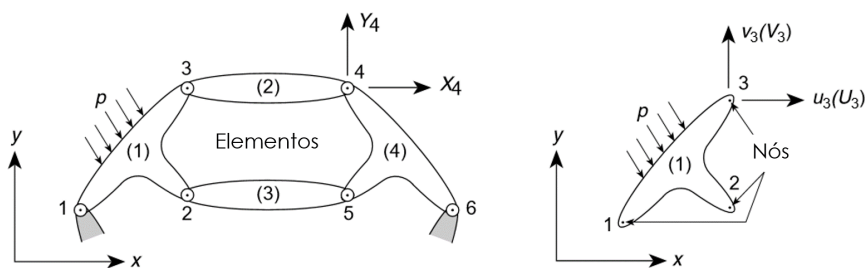


Figura 4.1: Estrutura típica constituída de elementos interconexos. Adaptado de Zienkiewicz et al. (2005).

Considerando as forças atuantes em todos os nós do elemento (1) obtém-se

$$q^1 = \begin{Bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \\ q_3^1 \end{Bmatrix}, \quad q_i^1 = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Cujos correspondentes deslocamentos nodais são

$$u^1 = \begin{Bmatrix} u_1^1 \\ u_2^1 \\ u_3^1 \end{Bmatrix}, \quad u_i^1 = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Visto que o comportamento arbitrado para o elemento é linear elástico, a relação característica será na forma

$$q^1 = K^1 u^1 + f^1 \quad (4.3)$$

Onde f^1 representa as forças nodais necessárias para balancear quaisquer cargas concentradas ou distribuídas a que o elemento é submetido. A matriz K^e é denominada matriz de rigidez do elemento e . Expandindo para um elemento arbitrário com m nós

$$q^e = \begin{Bmatrix} q_1^e \\ q_2^e \\ \vdots \\ q_m^e \end{Bmatrix}, \quad u^e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

Notando-se que o deslocamento de determinado nó independe da referência do elemento, que q_i^e e u_i possuem a mesma quantidade de graus de liberdade e que a matriz de rigidez do elemento será quadrada segundo

$$K^e = \begin{bmatrix} K_{11}^e & K_{12}^e & \cdots & K_{1m}^e \\ K_{21}^e & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ K_{m1}^e & K_{m2}^e & \cdots & K_{mm}^e \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Onde K_{ij}^e são submatrizes de dimensão $l \times l$, onde l é o número de componentes de força e deslocamento a serem considerados em cada nó.

De maneira geral, uma série de parâmetros discretos u_i pode ser identificada de forma que descreva simultaneamente o comportamento de cada elemento (e) e do sistema como um todo. Para cada elemento, um conjunto de quantidades q_i^e pode ser calculado em termos dos parâmetros do sistema u_i . A função de relação geral pode ser não linear conforme

$$q_i^e = q_i^e(u) \quad (4.6)$$

Mas em muitos casos é linear, resultando em

$$q_i^e = K_{i1}^e u_1 + K_{i2}^e u_2 + \cdots f_i^e \quad (4.7)$$

Sendo assim, o sistema final de equações de equilíbrio é obtido pela simples adição

$$r_i = \sum_{e=1}^m q_i^e = 0 \quad (4.8)$$

Que, para o caso linear, resulta em um sistema na forma

$$Ku + f = 0 \quad (4.9)$$

Em que

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^m K_{ij}^e \quad \text{e} \quad f_i = \sum_{e=1}^m f_i^e \quad (4.10)$$

De forma que K_{ij} indica o valor na posição de linha i e coluna j da matriz K e f_i o valor na posição i do vetor f .

4.1.2 Tipos de Elemento

O tipo e número de elementos a serem utilizados para análise devem ser escolhidos de forma a representar adequadamente a geometria do problema e caracterizar convenientemente as variações da solução ao longo do domínio, conforme explica Rade (2011). O autor explicita que problemas unidimensionais são aqueles definidos em domínios representados por linhas, enquanto problemas bidimensionais e tridimensionais são aqueles definidos em superfícies e volumes, respectivamente. Zienkiewicz et al. (2005) afirmam que em muitos problemas bidimensionais ou tridimensionais tais elementos surgem em combinação com os elementos contínuos mais usuais. Para o contexto da análise elástica podem representar linhas de reforço ou lâminas de revestimentos delgados de material em corpos axissimétricos.

Segundo Canut (2014), a precisão do MEF é diretamente proporcional ao número de elementos contidos na malha, visto que a medida que o número de elementos aumenta, seu tamanho diminui, tendendo dessa forma a tamanho zero e quantidade infinita acarretando na convergência da solução numérica para solução analítica do problema. Contudo, quanto maior o número de elementos, maiores as matrizes globais do sistema e, por consequência, maior a capacidade de processamento de dados requerida. Outro fator citado pelo autor como determinante na precisão dos resultados é a forma e o número de pontos que constituem o elemento finito, sendo que o último define se a aproximação do deslocamento nodal será executada de forma linear ou quadrática. A Figura 4.2 ilustra alguns exemplos de elementos.

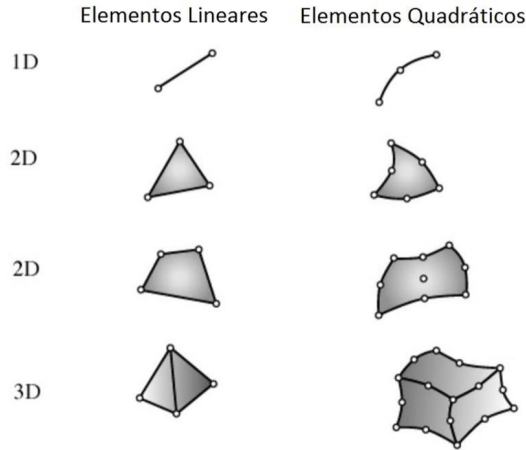


Figura 4.2: Exemplos de tipos de elementos finitos. Rade (2011).

4.1.3 Trabalho Virtual

Para discretizar sistemas complexos Zienkiewicz et al. (2005) relatam a seguinte abordagem, conhecida como formulação de deslocamento:

1. Divisão do domínio contínuo por linhas ou superfícies imaginárias em certo número de elementos finitos.
2. Suposição de interconexão dos elementos em um número discreto de pontos nodais situados em suas fronteiras e eventualmente em seu interior. Os deslocamentos de tais nós serão as incógnitas básicas do problema assim como em análises estruturais mais simples.
3. Escolha de um conjunto de funções para definir unicamente o estado de deslocamentos em cada elemento finito e suas fronteiras em função de seus deslocamentos nodais.
4. Determinação de um sistema de forças equivalentes concentradas nos nós que equilibre as tensões de contorno e quaisquer cargas distribuídas, resultando em uma relação de rigidez. A determinação das forças equivalentes é, de maneira mais geral e conveniente, realizada pelo princípio do trabalho virtual, forma fraca do problema.

Os autores referem-se a utilização do princípio do trabalho virtual como uma ferramenta altamente conveniente e poderosa. Em um contínuo tridimensional genérico, as equações de equilíbrio de determinado volume elementar podem ser escritas nos termos das componentes do tensor de tensões simétrico conforme

$$\mathcal{A} = \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.11)$$

Sistema no qual $\underline{b} = [b_x \ b_y \ b_z]^T$ representa as forças de volume atuantes e as seis componentes de tensão são obtidas a partir do deslocamento

$$\underline{u} = [u \ v \ w]^T \quad (4.12)$$

Zienkiewicz et al. (2005) introduzem então um vetor função de ponderação para obtenção do equilíbrio pelo princípio do trabalho virtual de acordo com

$$\underline{\delta u} = [\delta u \quad \delta v \quad \delta w]^T \quad (4.13)$$

Possibilitando escrever 4.11 na formulação integral a seguir

$$- \int_{\mathcal{V}} \left[\delta u \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x \right) + \delta v (A_2) + \delta w (A_3) \right] d\mathcal{V} = 0 \quad (4.14)$$

Em que \mathcal{V} é o volume, domínio do problema. Rearranjando os termos

$$\begin{aligned} & \int_{\mathcal{V}} \left[\frac{\partial \delta u}{\partial x} \sigma_x + \left(\frac{\partial \delta u}{\partial y} + \frac{\partial \delta v}{\partial x} \right) \tau_{xy} + \dots - \delta u b_x - \delta v b_y - \delta w b_z \right] d\mathcal{V} \\ & - \int_{\mathcal{S}} (\delta u t_x + \delta v t_y + \delta w t_z) d\mathcal{S} = 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

De forma que

$$\underline{t} = \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} n_x \sigma_x + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{xy} + n_y \sigma_y + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{xz} + n_y \tau_{yz} + n_z \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

São trações atuantes por unidade de área na superfície de contorno externa \mathcal{S} do sólido. A partir do deslocamento virtual $\underline{\delta u}$, introduz-se o conceito de deformação virtual

$$\delta \varepsilon = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta u}{\partial x} \\ \frac{\partial \delta v}{\partial y} \\ \frac{\partial \delta w}{\partial z} \\ \frac{\partial \delta u}{\partial y} + \frac{\partial \delta v}{\partial x} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \overline{\partial \delta u} \quad (4.17)$$

Que permite reescrever 4.15 de maneira simplificada como

$$\int_{\mathcal{V}} \delta \varepsilon^T \underline{\sigma} d\mathcal{V} - \int_{\mathcal{V}} \delta u^T \underline{b} d\mathcal{V} - \int_{\mathcal{S}} \delta u^T \underline{t} d\mathcal{S} = 0 \quad (4.18)$$

Em que, conforme explicita Canut (2014), para obter-se as componentes de tensão utiliza-se a matriz constitutiva \overline{D} , montada a partir das propriedades do material, segundo

$$\underline{\sigma} = \overline{D} \underline{\varepsilon} \quad (4.19)$$

4.2 ANÁLISES DE REFERÊNCIA

Tendo em vista as particularidades do veículo considerado, são revisadas nessa seção apenas análises numéricas de mangas de eixo dianteiras de protótipos Baja SAE para obter considerações específicas, magnitudes de esforços atuantes, métodos adotados e resultados esperados.

Dusane et al. (2010) realizaram o reprojeto de uma manga dianteira com o intuito de evitar falha ocorrida no projeto anterior tendo em vista um componente de mínima massa e máxima resistência, de modo que fosse durável e confiável. Os carregamentos do sistema considerados são ditos equivalentes à queda livre do veículo sobre uma roda e às máximas forças de frenagem e esterçamento aplicáveis, no entanto a situação descrita como queda livre em verdade é equiparável ao suporte do peso total por uma roda. No trabalho em questão executou-se estudo preliminar da geometria prévia, em seguida foi elaborado desenho em CAD da nova geometria proposta a partir de parâmetros usuais em veículos fora de estrada e então deu-se início a análise da nova geometria pelo MEF com elemento hexaédrico de 10 nós com três graus de liberdade. Na análise numérica foram aplicados engastes nas fixações de suspensão, forças vertical e longitudinal na metade superior da sede da ponta de eixo e força de esterçamento no braço de direção na direção da barra de direção, desconsiderando ângulos característicos da geometria e momentos decorrentes da distância do ponto de contato pneu-solo à ponta de eixo. Porém, ao final do estudo a nova geometria apresentou menor fator de segurança para escoamento. A Figura 4.3 exibe as condições de contorno e forças aplicadas à geometria final.

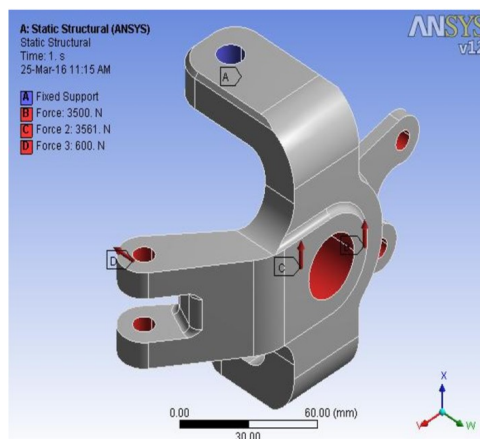


Figura 4.3: Condições de contorno e forças aplicadas por Dusane et al. (2010).

Yan (2011) realizou análise com o objetivo de validar as análises estruturais de sua equipe e avaliar as tensões de fadiga causadas por carregamentos cíclicos em uma manga de eixo dianteira. A metodologia do trabalho envolveu realização de testes em bancada, validação de malha, determinação experimental de forças por meio de testes em obstáculos comumente encontrados em competições, análise de elementos finitos em regime linear elástico para carregamentos crítico e cíclicos e cálculos de fadiga e dano acumulado. Na análise por MEF utilizou elementos tetraédricos de 10 nós e o componente foi engastado nas fixações da suspensão e da barra de direção com aplicação remota de força vertical no ponto de contato pneu-solo, conforme Figura 4.4. Ao fim do trabalho, o autor conclui que:

- Teoria de fadiga de alto ciclo é inadequada para a análise do componente em virtude dos baixos valores de dano acumulado;
- O cálculo do fator de segurança para o critério de Goodman modificado é suficiente para analisar sua resistência;
- O componente está mais propenso a falha por carregamento crítico do que por carregamentos cíclicos uma vez que os danos causados não são expressivos.



Figura 4.4: Condições de contorno e forças aplicadas por Yan (2011).

Sharma e Nain (2015) se propõem ao projeto e à otimização de peso do conjunto não suspenso do veículo, partindo do cálculo de forças realizam modelagem e análise de elementos finitos e projeto da geometria final dos componentes. Para o cálculo de forças, consideraram situação de queda livre a 1,83 metros do solo em duas condições, sobre quatro rodas e sobre duas rodas, com distribuição de peso igualitária entre os eixos do veículo e tempo de impacto de 0,1 segundos, utilizando a segunda para as análises numéricas. Não foram citadas ou exibidas propriedades de malha empregada na análise, que teve como condição de contorno engaste da sede da ponta de eixo e aplicação de carregamento vertical nas fixações da suspensão.

(BHUSARI et al., 2016) relatam como objetivo o reprojetado da manga de eixo dianteira com o intuito de reduzir a massa não suspensa mantendo um fator de segurança satisfatório para melhorar a performance do veículo. A metodologia apresentada inclui, sequencialmente, cálculo de esforços atuantes, desenho inicial de manga, análise estática de tensões e deslocamentos para as várias cargas calculadas de forma particular e combinada e otimização. Para a análise numérica realizada foram engastados os pontos de fixações da suspensão e aplicadas as forças lateral no ressalto central da sede de rolamentos da ponta de eixo; de frenagem (longitudinal) nos pontos de fixação do suporte da pinça; de esterçamento na fixação do braço de direção; e de transposição de obstáculo na metade superior da sede de rolamento segundo Figura 4.5. Como limitações do estudo realizado os autores citam ausência de análises de impacto e suposto aumento dos custos de produção pela complexidade da geometria final.

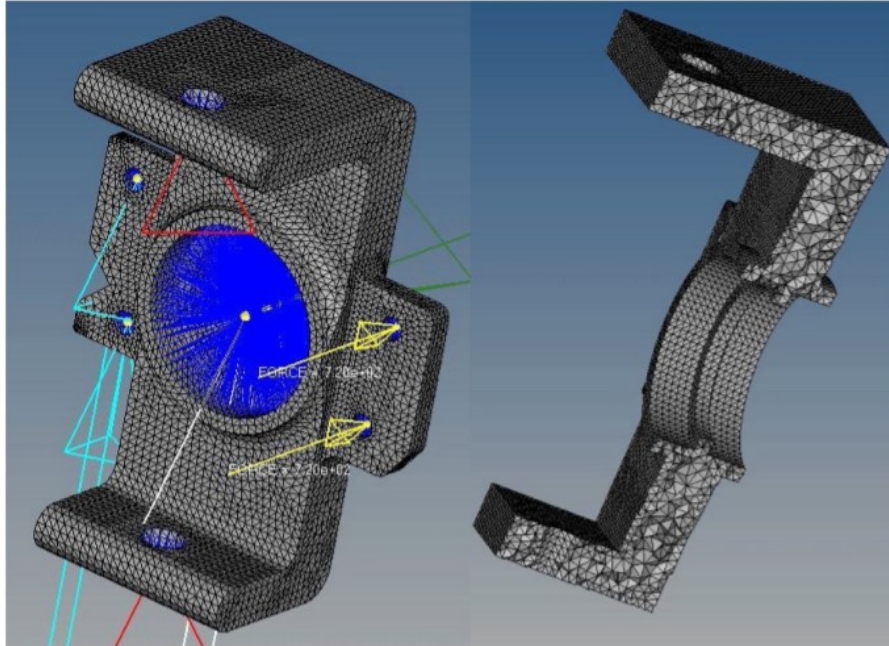


Figura 4.5: Condições de contorno e forças aplicadas por Bhusari et al. (2016).

A Tabela 4.1 resume as análises de referência. Visto que nem todos autores apresentam o mesmo critério de falha para a análise estática foi considerado o fator de segurança para escoamento, calculado por meio das máximas tensões equivalentes obtidas e dos dados dos materiais adotados. São listadas forças críticas empregadas, máximas tensões equivalentes, máximos deslocamentos e fatores de segurança resultantes. Os termos R0i na tabela referem-se as análises de referência na ordem em que foram apresentadas com i variando de 1 a 4.

Tabela 4.1: Resumo comparativo de análises de referência.

Parâmetro	Unidade	R01	R02	R03	R04
Força crítica vertical	N	3561	3500	7500	3396
Força crítica longitudinal	N	3500	-	-	2361
Força crítica lateral	N	-	-	-	3086
Força de esterçamento	N	600	-	-	720
Máxima tensão equivalente (GI)	MPa	72,4	-	-	90
Máximo deslocamento (GI)	mm	0,31	-	-	0,02
Fator de segurança (GI)		4,28	-	-	6,89
Máxima tensão equivalente (GF)	MPa	103,8	323,1	68,9	327
Máximo deslocamento (GF)	mm	0,14	-	0,01	0,08
Fator de segurança (GF)		2,99	1,56	7,29	1,90

GI = Geometria inicial; GF = Geometria final

A partir das análises de referência optou-se por uma metodologia de cálculo dos carregamentos para as análises numéricas fundamentada no máximo esforço de esterçamento, na carga crítica no pneu para transposição de obstáculo e no máximo esforço de frenagem sendo desconsideradas análises de fadiga segundo Yan (2011).

5 CONCEPÇÃO DA MANGA DE EIXO

Os objetivos gerais de um projeto de manga de eixo podem ser tidos como baixa massa suspensa e altas resistência mecânica e rigidez com o intuito de favorecer um bom comportamento dinâmico do veículo e assegurar tanto a segurança contra falhas quanto a manutenção dos parâmetros de projeto em operação. Algumas configurações de mangas de eixo dianteiras são ilustradas na Figura 5.1.



Figura 5.1: Exemplos de mangas de eixo dianteiras.

Staniforth (1999), sugere que as mangas de eixo sejam definidas antes das geometrias de suspensão e direção quando empregados componentes comerciais, no entanto, em situação ideal, são componentes com dimensões projetadas de acordo com as características específicas do veículo. Como frequente, além dos esforços atuantes, os quesitos de custo e de tempo e método de fabricação são decisivos na geometria final de mangas, de forma que o componente fabricado pode integrar o corpo da manga à ponta de eixo, ao suporte da pinça de freio e ao braço de direção em uma só peça. O autor afirma ainda que os dois critérios principais para o posicionamento da manga no conjunto são que suas fixações na suspensão:

- Não encostem na roda, correndo o risco de usiná-la ao meio com o passar do tempo;
- Sejam tão externas quanto possível, reduzindo a alavanca da roda em relação às conexões.

De 2007 a 2016, os projetos de manga de eixo dianteiras da equipe Piratas do Cerrado variaram de alma em duas partes a braço de direção integrado, contudo para a análise numérica foram consideradas apenas as três geometrias de manga empregadas nos protótipos dos anos de 2010, 2014 e 2016, apresentadas a seguir.

5.1 GEOMETRIA 01

Em seu projeto empregado de 2010 a 2013, a equipe optou por uma geometria concisa com o intuito de reduzir ao mínimo a quantidade de material necessária para usinagem da alma da manga e por consequência permitir a fabricação de um maior número de componentes em ligas de alumínio em orçamento próximo quando comparados ao projeto anterior. Nesta configuração, a ponta de eixo é parte integrante do cubo de roda e o braço de direção desmontável, fixo à alma por quatro parafusos passantes. A Figura 5.2 ilustra o comentado e a Tabela 5.1 lista as características do projeto.

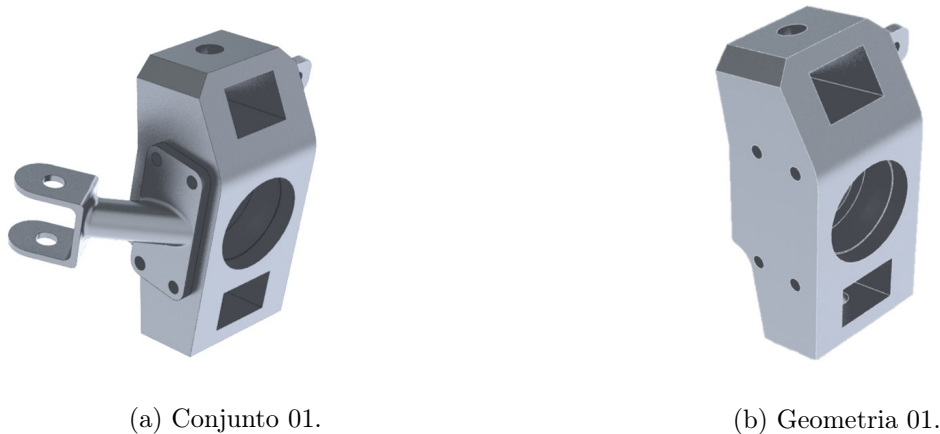


Figura 5.2: Conjunto e geometria do Projeto 01.

Tabela 5.1: Características do Projeto 01.

	Alma da manga	Braço de direção	Ponta de eixo	Fixadores
Material	ASTM 7075	ASTM 6351	-	Aço Liga
Massa [g]	586,36	87,18	-	162,58
Comprimento efetivo [mm]	163	100	53	
Requer montagem		Sim	-	

5.2 GEOMETRIA 02

Apesar de leve, o aumento no desgaste da ponta de eixo em sua versão de alumínio utilizada no Projeto 01 reduziu sua vida útil e, por consequência, a do cubo de roda. Aliada ao fator durabilidade, a manutenção dificultada pelas fixações nos braços de suspensão fez com que a equipe buscasse uma geometria de manga em formato de “C” com ponta de eixo em aço. Na fabricação manteve-se a alma da manga em liga de alumínio com braço de direção desmontável, mas a ponta de eixo passou a ser fixa na alma ao invés do cubo. A Figura 5.3 ilustra tanto o conjunto quanto a geometria referidos e a Tabela 5.2 reuni suas características básicas.



(a) Conjunto 02.



(b) Geometria 02.

Figura 5.3: Conjunto e geometria do Projeto 02.

Tabela 5.2: Características do Projeto 02.

	Alma da manga	Braço de direção	Ponta de eixo	Fixadores
Material	ASTM 7075	SAE 1020	SAE 1045	Aço Liga
Massa [g]	299,99	117,68	206,47	118,36
Comprimento efetivo [mm]	129	56	55	
Requer montagem		Sim	Sim	

5.3 GEOMETRIA 03

No terceiro projeto analisado, com o intuito de reduzir a massa não suspensa e imprecisões de fabricação e montagem além de facilitar a manutenção do conjunto, a equipe optou pelo braço de direção usinado junto à alma da manga, mas, principalmente pelo desgaste apresentado no Projeto 01, permaneceu com o modelo de ponta de eixo desmontável fabricada em liga de aço associada à manga de eixo. Na Figura 5.4 podem ser observados tanto o conjunto quanto a geometria em questão e na Tabela 5.3 encontram-se suas características.



(a) Conjunto 03.



(b) Geometria 03.


Figura 5.4: Conjunto e geometria do Projeto 03.


Tabela 5.3: Características do Projeto 03.


	Alma da manga	Braço de direção	Ponta de eixo	Fixadores
Material	ASTM 7075	-	AISI 4340	-
Massa [g]	509,34	-	202,25	-
Comprimento efetivo [mm]	140	82	55	
Requer montagem		Não	Sim	

Além dos parâmetros já apresentados, são dignos de nota os ângulos característicos das geometrias, dada sua importância no comportamento dinâmico do veículo e distribuição dos esforços no conjunto. A Tabela 5.4 sumariza os ângulos paramétricos das geometrias analisadas.

Tabela 5.4: Ângulos paramétricos das geometrias.

Geometria	Número de Referência	Cáster α [°]	Inclinação do pino mestre ι [°]
	01	18	12

	02	26	20

	03	08	08

6 DETERMINAÇÃO DE FORÇAS

6.1 METODOLOGIA

Para a determinação dos esforços atuantes nos sistemas de suspensão e direção devem ser consideradas as geometrias do veículo, de direção e suspensões dianteira e traseira e fatores de projeto tais como o posicionamento do CG, a massa do piloto em questão, o terreno de emprego do veículo e o tempo de operação ininterrupta desejado. A Figura 6.1 ilustra as operações básicas envolvidas.

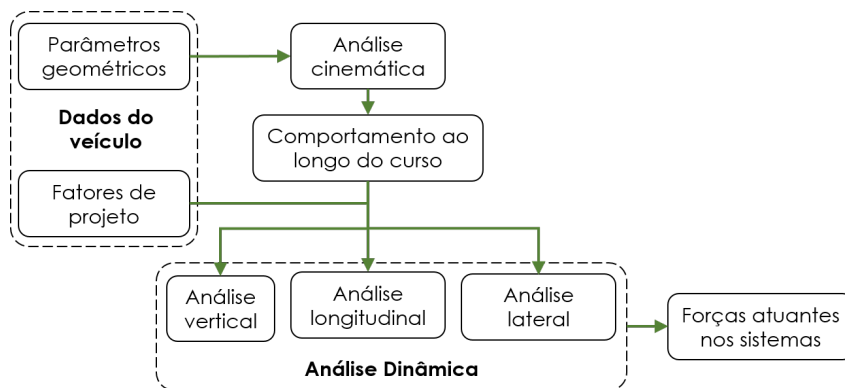


Figura 6.1: Fluxograma básico de determinação dos esforços.

Com o intuito de realizar uma análise integrada para evitar a propagação de erros e permitir a determinação de esforços para configurações diferentes de maneira simples, foi elaborada uma rotina computacional utilizando o *software* MatLab. A rotina foi essencialmente dividida de acordo com o fluxograma exibido na figura 6.1, no entanto, em virtude da sequência de cálculos, a análise cinemática foi fracionada entre cinemática de suspensão e cinemática de direção e, tendo em vista a análise dimensional pretendida, a análise lateral não foi realizada. A ordem de execução da rotina é listada abaixo:

1. Interface de análise;
2. Carregamento dos dados do veículo;
3. Análise cinemática de suspensão;
4. Análise cinemática de direção;
5. Geração de função de PSD;
6. Análise de dinâmica vertical;
7. Análise de dinâmica longitudinal.

Durante a análise, cada uma das rotinas citadas, exceto a contendo os dados do veículo, gera um arquivo de texto contendo parâmetros iniciais e valores de saída para registro, recuperação de dados, identificação de possíveis erros e eventual comparação entre projetos.

Tendo em vista a grande variedade de possíveis arranjos de suspensão e direção, o tipo de veículo analisado foi limitado considerando o histórico de projeto da Equipe Baja SAE Piratas do Cerrado. Foram considerados inicialmente 11 protótipos apresentados em competições nacionais no período de 2007 a 2016, no entanto, quatro dos projetos foram descartados, um por não apresentar informações suficientes para realização da análise e três por não apresentarem mudanças significativas em relação a seus antecessores imediatos. Dentre os 7 restantes, todos possuem suspensão do tipo duplo-A com amortecedores instalados nos braços inferiores na dianteira e sistema de direção do tipo pinhão e cremalheira, configurações adotadas no desenvolvimento das rotinas. A Tabela 6.1 sumariza as características básicas dos projetos avaliados com influência direta na programação executada onde houve divergência.

Tabela 6.1: Projetos de referência para elaboração de rotina.

Projeto	Ângulo de ataque da gaiola	Ângulo de ataque de suspensão	Suspensão traseira	
			Tipo	Instalação do amortecedor
PdC1	0°	0°	Dois braços de controle	Braço inferior
PdC2	0°	12°	Braços semi-arrastados	Braço inferior
PdC3	0°	12°	Dois braços de controle	Braço inferior
PdC4	0°	12°	Dois braços de controle	Braço inferior
PdC5	1, 12°	12°	Dois braços de controle	Braço inferior
PdC6	1, 16°	12°	Dois braços de controle	Braço inferior
PdC7	2°	6°	Dois braços de controle	Manga de eixo

Ponderando a importância dos ângulos de ataque para transposição de obstáculos, em especial fora de estrada, optou-se por análises cinemáticas tridimensionais, e não apenas no plano perpendicular ao eixo de rotação dos braços que passa pelos pontos da manga de eixo, possibilitando ainda determinação dos ângulos de roda de forma mais precisa. A suspensão traseira de dois braços de controles foi adotada por sua recorrência no histórico da equipe e comportamento cinemático próximo da suspensão definida para dianteira. Em relação a instalação dos amortecedores traseiros, preferiu-se a possibilidade de opção entre fixação no braço inferior ou na manga de eixo em virtude do ganho de espaço que a última configuração proporciona.

6.2 INTERFACE DE ANÁLISE

Ainda que seja a rotina principal do ponto de vista de operação (Anexo I), serve essencialmente para definir variantes não impostas pelos dados do veículo, gerenciar a ordem de cálculos, armazenar variáveis acessíveis às demais rotinas e eventualmente converter os dados de saída de uma rotina nos dados de entrada da seguinte. Suas variáveis são: projeto analisado, tempo de operação ininterrupta pretendido, máxima altura de obstáculo transposto, piloto considerado (de projeto ou regulamento), número de pontos para análise cinemática dos sistemas e o tipo de terreno de emprego do protótipo.

6.3 FICHA DE PROJETO

Como maneira de estabelecer as informações mínimas do veículo para a execução da análise completa, elaborou-se uma ficha de registro padrão (Anexo II) contendo propriedades de inércia e massa do protótipo, distribuição da última entre os eixos e entre massas suspensas e não suspensas, dimensões gerais do veículo e dos pneus, constantes físicas dos conjuntos mola-amortecedor, pressão de insuflamento dos pneus para cálculo de rigidez radial conforme Duarte et al. (2016) e ângulo máximo de esterçamento do volante juntamente com as posições de referência para análise. A Figura 6.2 ilustra os pontos dianteiros considerados para preenchimento da ficha enquanto a Figura 6.3 os traseiros. Nota-se que o veículo a ser analisado é considerado simétrico longitudinalmente e que cada um de seus eixos possui uma origem de sistema particular.

Tabela 6.2: Pontos dianteiros.

01.	Origem do sistema
02.	Fixação anterior do braço inferior na estrutura
03.	Fixação inferior da manga
04.	Fixação posterior do braço superior na estrutura
05.	Fixação anterior do braço superior na estrutura
06.	Fixação superior da manga
07.	Fixação da barra de direção no braço de direção
08.	Fixação da barra de direção na cremalheira
09.	Centro de roda
10.	Centro da ponta de eixo na face interna da manga
11.	Fixação do amortecedor na estrutura
12.	Fixação do amortecedor na suspensão

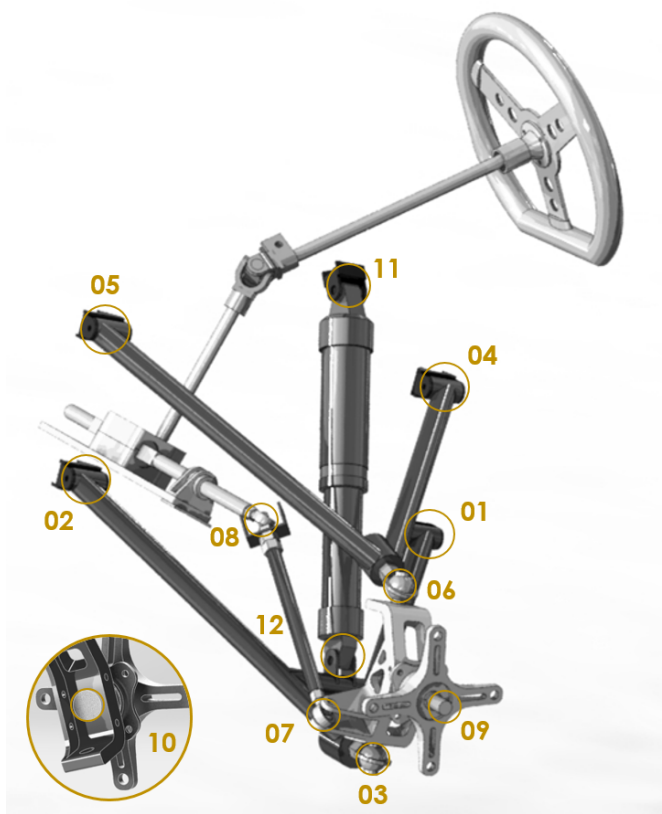


Figura 6.2: Localização de referências dianteiras.

Tabela 6.3: Pontos traseiros.

01.	Origem do sistema
02.	Fixação anterior do braço inferior na estrutura
03.	Fixação inferior posterior da manga
04.	Fixação inferior anterior da manga
05.	Fixação do braço superior na estrutura
06.	Fixação superior da manga
07.	Centro da junta homocinética externa
08.	Centro da junta homocinética interna
09.	Centro de roda
10.	Fixação do amortecedor na estrutura
11.	Fixação do amortecedor na suspensão

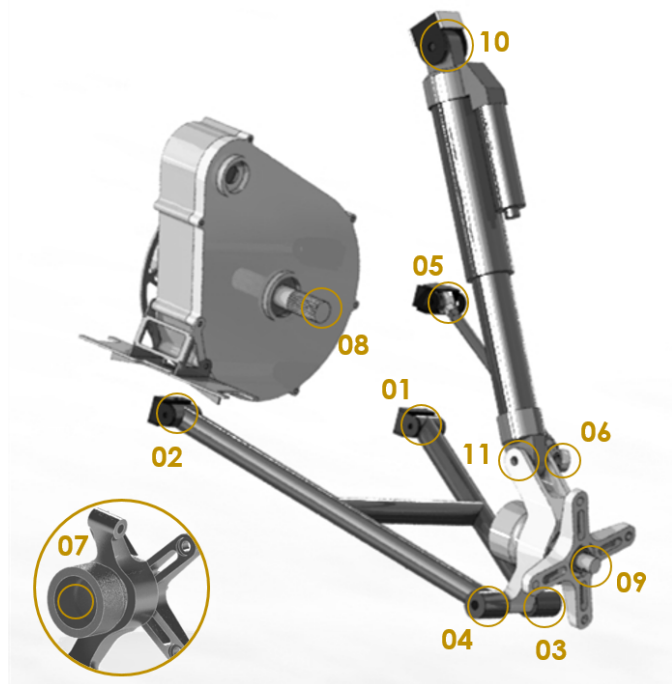


Figura 6.3: Localização de referências dianteiras.

6.4 CINEMÁTICA DE SUSPENSÃO

Após o carregamento dos dados do veículo pela rotina de interface, tem início a análise do comportamento de suspensão ao longo do curso (Anexo III). Determinado o ângulo de ataque da gaiola pela diferença entre as alturas dos pontos de contato com o solo para as rodas dianteira e traseira, os pontos de referência são corrigidos por meio de rotação (Anexo IX) ao redor do eixo de suas respectivas rodas em seus correspondentes pontos de origem, operação analogamente inversa a elevação de um dos eixos enquanto as rodas do eixo oposto permanecem em contato com o solo.

Para a determinação dos cursos máximos de suspensão impôs-se como restrição os cursos dos respectivos conjuntos mola-amortecedor, de forma que sejam avaliadas apenas posições dentro de seus limites de operação. Tendo em vista que tais elementos suportam apenas esforços axiais e os tipos de suspensão escolhidos para análise, seu posicionamento pode ser tido como normal ao plano do braço inferior tanto para dianteira quanto para traseira. Dessa forma a variação no ângulo de rotação do braço inferior pode ser determinada aplicando-se a lei dos cossenos em ambas as extremidades do curso do amortecedor.

Optou-se por calcular o comportamento dos sistemas em função das rotações dos respectivos braços inferiores ao invés das elevações de roda diretamente por duas razões: a roda pode possuir maior número de graus de liberdade do que o respectivo braço de suspensão inferior tornando consideravelmente mais trabalhosa sua imposição de posição ao longo do curso; a sistemática de determinação das posições ao longo do curso pode ser replicada praticamente da mesma forma para qualquer uma das configurações de suspensão consideradas.

Tal sistemática é fundamentada em duas técnicas: imposição de rotação para os braços de controle e determinação de posição (Anexo XI) por meio de interseção de cascas esféricas para os demais componentes. A rotação é feita a partir da Fórmula de Rotação de Rodrigues de maneira similar a apresentada por Rill (2011), enquanto a determinação por interseção de cascas esféricas, abordada por Blundell e Harty (2015) sob a denominação de método dos três pontos, parte do princípio que os elementos são rígidos, de maneira que a distância entre dois pontos ao longo de um mesmo componente sempre se conserva, por exemplo, a distância entre as fixações da manga será sempre constante de forma que determinando-se a posição de uma das extremidades a outra estará limitada a posicionar-se em uma casca esférica de raio igual ao seu afastamento, introduzindo outras duas referências de distância para o ponto em questão, tais como as fixações do respectivo braço de suspensão na estrutura, o conjunto de soluções para a posição do ponto é limitado a interseção das três cascas esféricas e, havendo mais de uma, a simples análise geométrica dos resultados evidencia a correta conforme elucida Blundell e Harty (2015).

Determinada uma nova posição de suspensão, podem ser extraídos os ângulos de roda em função do novo posicionamento da manga e da nova orientação de roda. Rill (2011) realiza o processo de maneira inversa, encontrando primeiro os novos ângulos de roda e depois sua orientação, mas os pontos de referência aqui utilizados permitem sua determinação direta, enquanto o referido autor trabalha com um eixo arbitrado pelo usuário.

Ao fim da determinação do comportamento ao longo dos cursos de suspensão, os sistemas são adequados para as referências do veículo considerando um veículo longitudinalmente simétrico com a projeção do CG no solo como origem. Os dados globais são exportados para o arquivo de registro e são gerados gráficos de variação dos ângulos, de meias bitolas, compressão dos amortecedores e avanço das rodas ao longo dos respectivos cursos. Além disso é gerada uma imagem contendo o CG e o modelo completo do veículo com seu lado esquerdo em fim de curso inferior e seu lado direito em fim de curso superior com o objetivo de facilitar a compreensão do comportamento como ilustra a Figura 6.4.

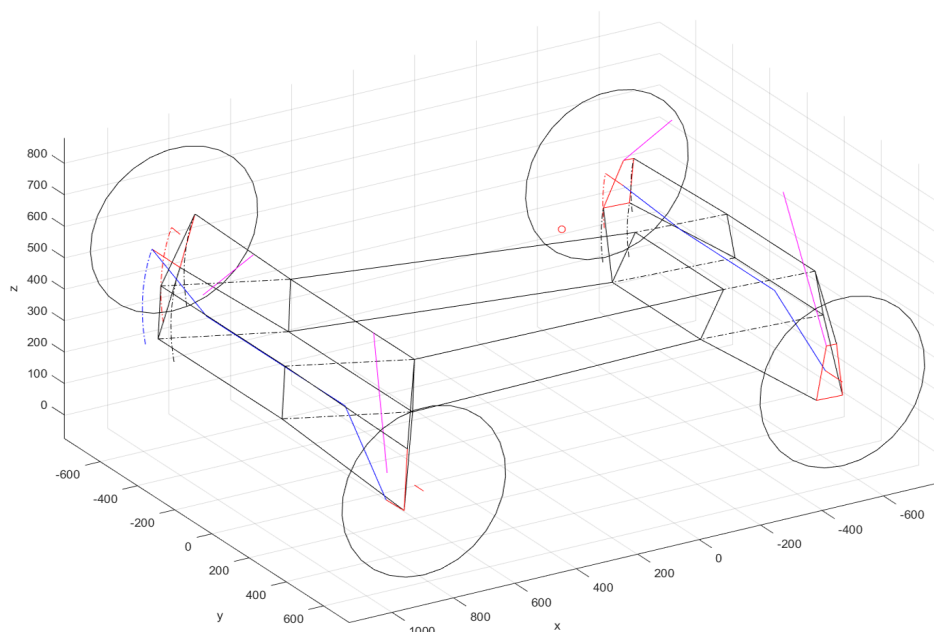


Figura 6.4: Exemplo de geometria analisada.

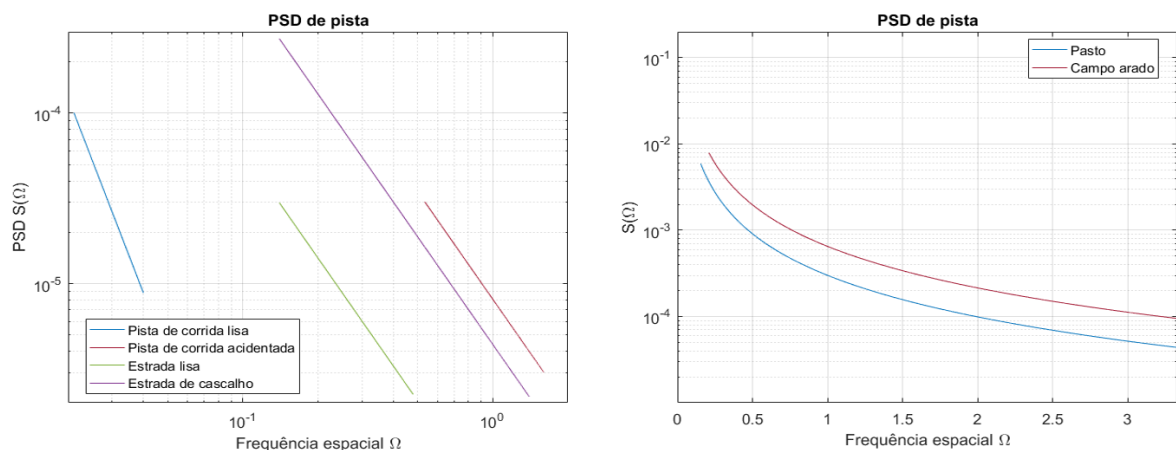
6.5 CINEMÁTICA DE DIREÇÃO

Ao término da análise cinemática de suspensão são obtidas as alavancas de suspensão dos conjuntos, consideradas lineares, diretamente pela compressão dos amortecedores em função da elevação das rodas e os consequentes fatores de amortecimento e rigidezes de mola efetivos nas rodas. A posição neutra das suspensões é então definida em função da fração de massa suspensa em cada eixo e utilizada para determinar o posicionamento neutro do conjunto. Visto que o comportamento ao longo do curso é determinado de forma discreta, é improvável que a posição neutra do conjunto como um todo tenha sido exatamente estabelecida na análise cinemática anterior, por isso, no início da análise cinemática de direção (Anexo IV), são determinadas as posições dos componentes em posição neutra por média ponderada entre as duas posições mais próximas dessa já determinadas. Segue-se então ao comportamento do sistema de direção em função do ângulo de esterçamento do volante e da relação de direção, observando-se que valores positivos provocam convergências negativas na roda esquerda de acordo com a norma adotada.

Após verificados os posicionamentos e ângulos de interesse ao longo do curso de esterçamento o comportamento em geometria de Ackermann ideal é especificado considerando os novos valores de bitola dianteira e entre-eixos através do ângulo de esterçamento da roda interna à curva. Posteriormente o comportamento real é resolvido para a geometria de Ackermann equivalente e são plotados os gráficos de esterçamento para a razão bitola entre-eixos, convergência e cambagem de roda ao longo do esterçamento, esterçamento em manobra de curva e raio de curva sem deslizamento.

6.6 PSD DE PISTA ALEATÓRIA

Depois das análises cinemáticas, é gerada a função de PSD (Anexo V) conforme equação apresentada em 3.28 e dados da Tabela 3.6, conforme ilustra a Figura 6.5.



(a) PSD para diversos tipos de pistas e estradas. (b) PSD para dois tipos de terreno não preparado.

Figura 6.5: Densidade de potência espectral em função de frequência espacial.

6.7 DINÂMICA VERTICAL

O primeiro passo da rotina de dinâmica vertical (Anexo VI) é a determinação das frequências naturais dos sistemas dianteiro e traseiro com o intuito de caracterizar o sistema. O próximo passo é a produção de um perfil de pista aleatório baseado no terreno selecionado, seguido pelo cálculo de transmissibilidades dos sistemas dianteiro e traseiro. Sucede-se então ao cálculo de acelerações verticais rms para: um quarto da velocidade máxima; metade da velocidade máxima; três quartos da velocidade máxima; e para velocidade máxima do protótipo por meio de equação citada por Wong (2001) relacionada segundo

$$a_{rms}(f) = g \sqrt{\int_{0,89f}^{1,12f} S(f) df} \quad (6.1)$$

Na qual a_{rms} é dada em m/s^2 assim como g e $S(f)$ é a PSD em função de f , frequência de excitação em Hz. Ao fim da rotina, são resolvidas as EDOs características para os quartos (Anexo XII) dianteiro e traseiro do veículo, registro em arquivo e geração de gráficos, caso requerida pelo usuário. Para geração dos gráficos de critério de conforto (Anexo VII), utilizam-se os dados da Tabela 3.1 e os valores para conforto reduzido e limite de exposição, obtidos pela multiplicação respectiva do valor de fadiga por $3,15^{-1}$ e 2 , conforme Wong (2001).

6.8 DINÂMICA LONGITUDINAL

A rotina de interface aciona então a de dinâmica longitudinal (Anexo VIII), que tem início, de modo similar à anterior, pela caracterização do protótipo por suas frequências naturais e localização dos polos de arfagem. A etapa seguinte de execução envolve o perfil de pista gerado na análise de dinâmica vertical e a altura de obstáculo definida pelo usuário na interface para resolução das EDOs de transposição de irregularidade ondular (Anexo XIII) como definida pela relação 3.19. Em seguida são gravados os resultados em arquivo e gerados gráficos de arfagem e aceleração da massa suspensa. Ao fim dessa análise, a interface realiza os últimos registros em arquivo e a determinação de forças nos sistemas está completa.

6.9 ESTUDO DE CASO

As forças utilizadas nas análises numéricas foram obtidas a partir da análise do protótipo da Piratas do Cerrado utilizado na Competição Baja SAE Nacional de 2016 para 4 horas de operação ininterrupta sobre pista de corrida acidentada com piloto da equipe, altura máxima de obstáculo de 15 polegadas e 99 pontos de referência cinemática.

6.9.1 Dados do Protótipo

Os dados do protótipo utilizados na análise foram retirados de manuais de fabricantes, memoriais de cálculo, relatórios de projeto, desenhos em CAD e/ou testes realizados pela equipe. A Tabela 6.4 a seguir exibe suas características gerais.

Tabela 6.4: Dados do Protótipo SG08.

Quesito	Dados de projeto	
	Dianteira	Traseira
Bitola externa	1400 mm	1280 mm
Altura do solo	350 mm	285 mm
Ângulo de ataque	10°	2°
Curso do conjunto mola-amortecedor	116,84 mm	127 mm
Rigidez de mola	20880 N/m	24331 N/m
Coefficiente de amortecimento	3200 N·s/m	2800 N·s/m
Força inicial de mola	890 N	667 N
Distribuição de peso com piloto	39,5%	60,5%
Entre-eixos	1400 mm	
Elevação do CG	629 mm	
Velocidade máxima em 100 m	46 km/h	
Esterçamento máximo do volante	118°	
Força máxima de esterçamento	325 N	
Redução total do sistema de direção	1:1,66	
Força máxima de esterçamento	823 N	
Redução total do sistema de freio	1:4,29	
Raio do disco de freio dianteiro	180 mm	
Massa do veículo	185 kg	
Massa do piloto	75 kg	
Inércia do chassi a arfagem	33,2 kg·m ²	

6.9.2 Comportamento Cinemático

As variações dos ângulos de roda do protótipo ao longo dos cursos de suspensão são exibidas na Figura 6.6, na qual pode ser observada a influência no comportamento de cambagem da adoção de braços de suspensão superiores mais curtos que os inferiores, acarretando em valores incrementalmente negativos. Notam-se também pequenas alterações de cáster em consequência dos ângulos de ataque e baixos valores de esterçamento involuntário e ambos eixos.

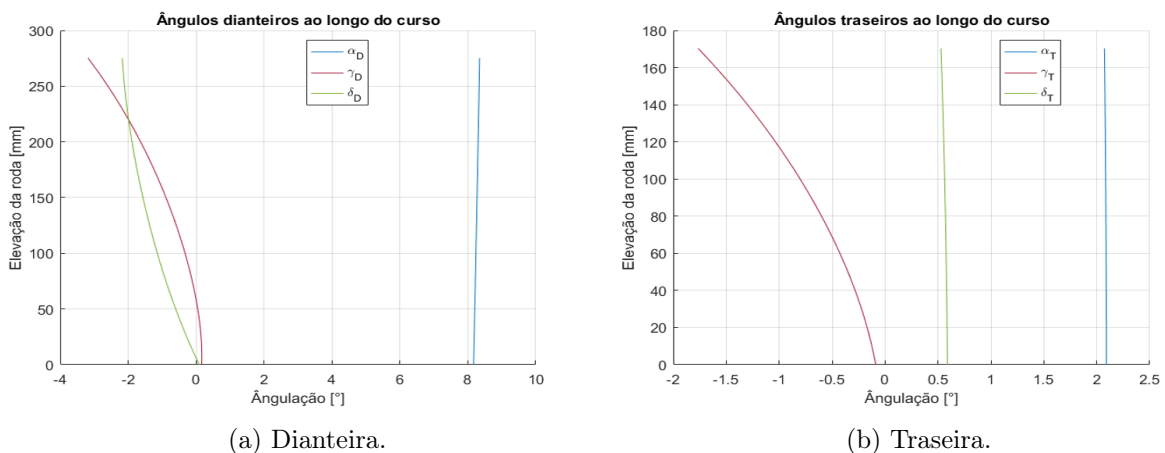
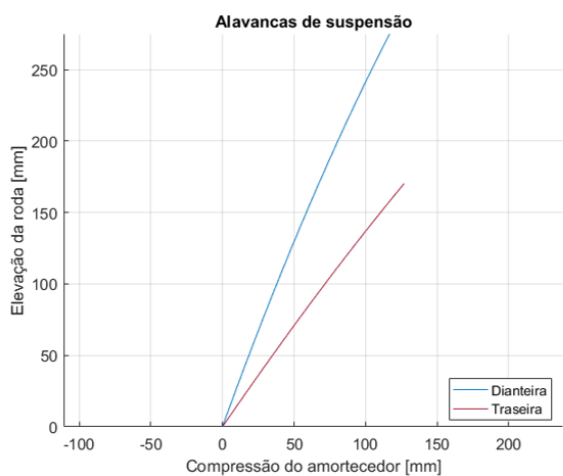
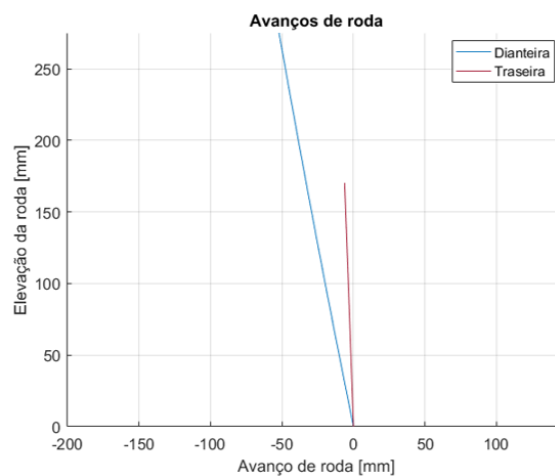


Figura 6.6: Variações de ângulos das rodas ao longo dos cursos de suspensão.

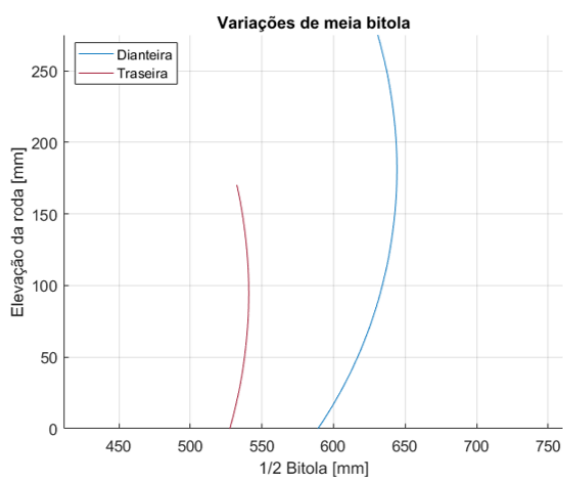
As variações de comprimento determinadas estão ilustradas na Figura 6.7 a seguir. Reparando na Figura 6.7a percebe-se que a consideração acerca da linearidade das alavancas de suspensão ao longo dos cursos é satisfatória para o protótipo em questão devido às pequenas curvaturas apresentadas.



(a) Alavancas de suspensão.



(b) Avanços de roda.



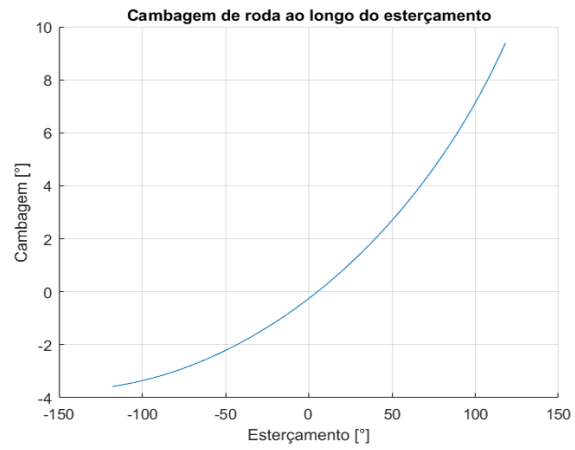
(c) Meias bitolas.

Figura 6.7: Variações de comprimento ao longo dos cursos de suspensão.

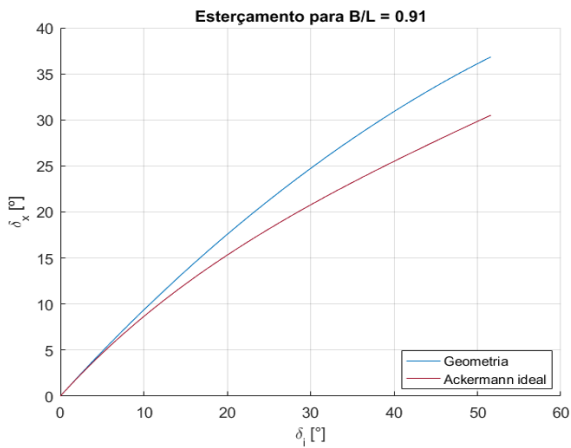
O comportamento cinemático de direção obtido, Figura 6.8, mostrou-se sobre-esterçante como esperado pela geometria dos braços de direção, que implicam em um maior esterçamento da roda externa a curva em comparação a geometria de Ackermann ideal. No entanto, por causa da linearização das rigidezes de mola efetuada para preenchimento da ficha de projeto, o esterçamento foi avaliado em uma bitola dianteira 42 mm maior do que a de projeto e em um entre-eixos 3 mm menor. Possível razão para que a rotina resultasse em um ângulo de Ackermann equivalente máximo de $43,2^\circ$, aproximadamente 7% menor do que o de projeto. Ainda assim o mínimo raio de giro sem deslizamento do protótipo apresentou redução de 6,7% quando comparado ao comportamento em Ackermann ideal, de 1,65 m para 1,54 m.



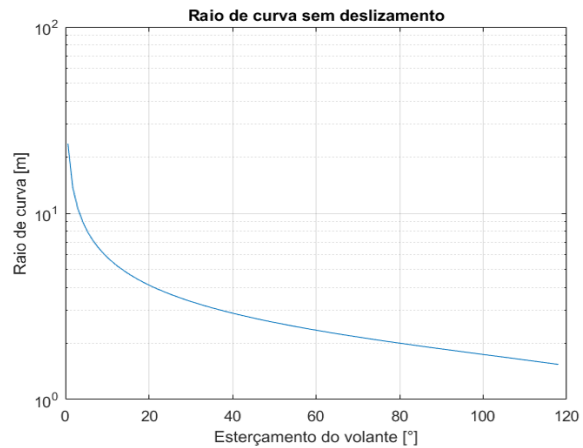
(a) Convergência de roda.



(b) Cambagem de roda.



(c) Comportamento real e em Ackermann ideal.



(d) Raio de giro sem deslizamento.

Figura 6.8: Comportamento ao longo do esterçamento do volante.

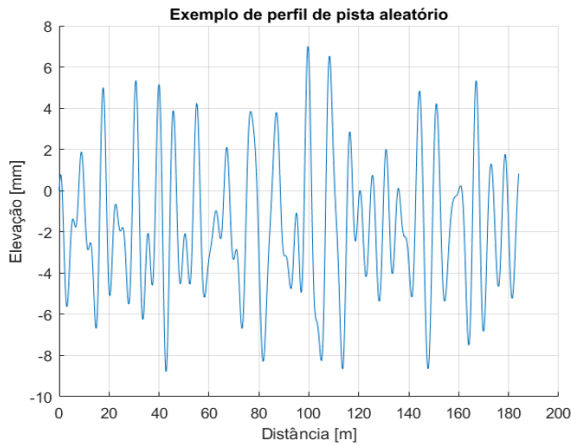
6.9.3 Comportamento Dinâmico

A Tabela 6.5 agrupa as frequências naturais características do protótipo. De acordo com Gillespie (1992) e Wong (2001), a faixa de frequência natural de cavalgada indicada para carros de competição é de 2 a 2,5 Hz, no entanto o primeiro indica frequência natural de arfagem menor do que de cavalgada (aproximadamente 1/1,2) e o segundo recomenda que seja a de arfagem seja ligeiramente maior que a de cavalgada. Visto que as frequências naturais das massas não suspensas também foram encontradas dentro das faixas referidas pelos mesmos autores e por Jazar (2014), os resultados obtidos foram considerados válidos.

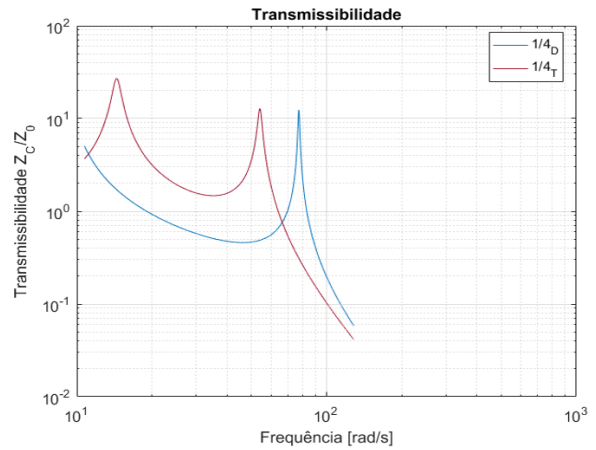
Tabela 6.5: Frequências naturais.

Referência	Frequência
Massa suspensa dianteira	1,41
Massa suspensa traseira	2,01
Massa não suspensa dianteira	12,86
Massa não suspensa traseira	9,89
Cavalgada	1,99
Arfagem	2,30

A Figura 6.9 exibe um exemplo do perfil de pista utilizado na análise ao lado das transmissibilidades dos quartos dianteiro e traseiro, avaliadas para a faixa de excitação da pista.



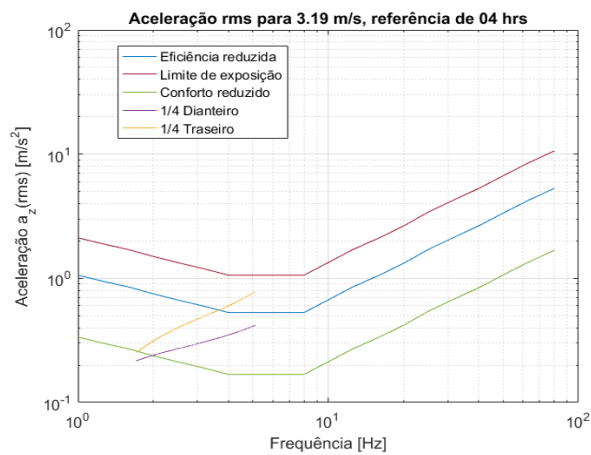
(a) Exemplo de perfil de pista.



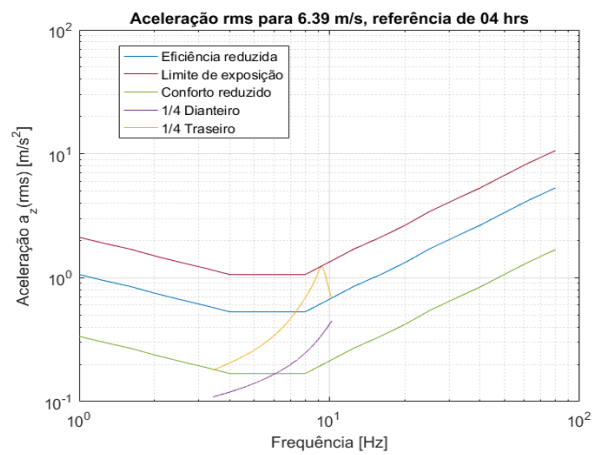
(b) Transmissibilidade dos quartos do veículo.

Figura 6.9: Perfil de pista e transmissibilidade dos quartos do protótipo.

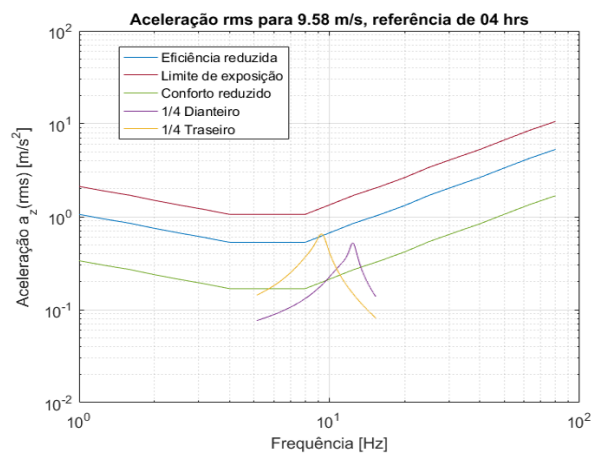
Como referência do conforto em condução, pode ser observada a Figura 6.10.



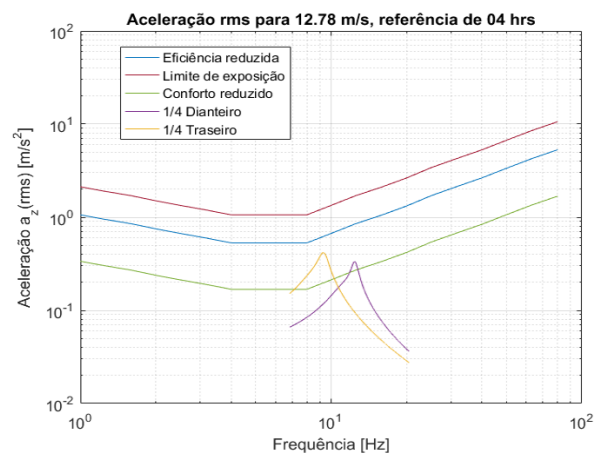
(a) Um quarto.



(b) Metade.



(c) Três quartos.

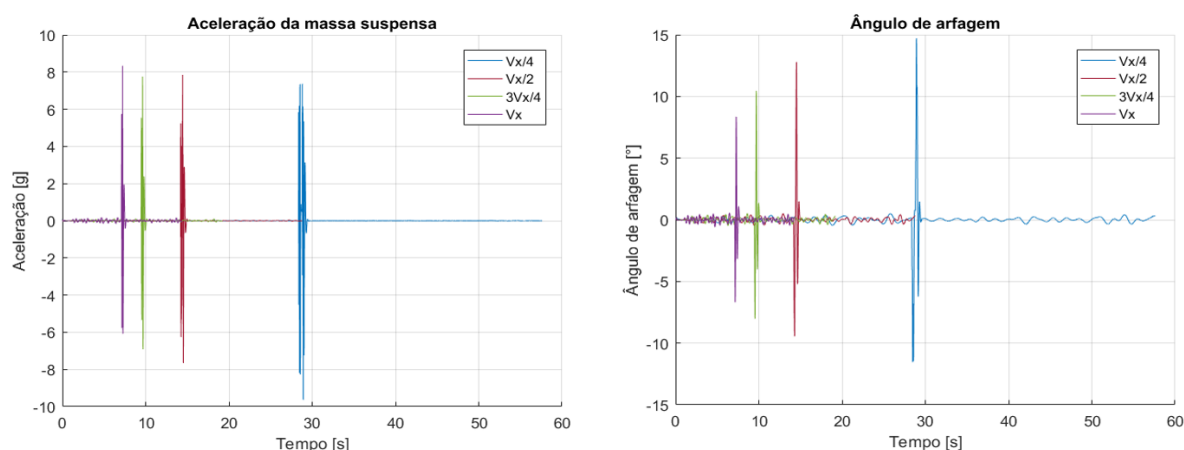


(d) Total.

Figura 6.10: Exposição a aceleração vertical para frações da velocidade máxima.

Nota-se da Figura 6.10 anterior que o quarto traseiro excede o limite de eficiência reduzida para as três primeiras velocidades avaliadas, atingindo o limite de exposição para metade da máxima. Ainda assim, tendo em vista que o veículo não permanece todo o tempo de operação em uma mesma velocidade, que sua condução pode ser desconfortável se realizada durante extensos períodos de tempo e que os valores de rigidez dos conjuntos mola-amortecedor são menores do que os considerados para a parcela inicial de seus cursos, supõe-se correspondência satisfatória com situação real.

A Figura 6.11 mostra os resultados de aceleração e ângulo de arfagem da massa suspensa em transposição de obstáculo, na qual as pequenas oscilações são consequência das irregularidades de pista.



(a) Aceleração da massa suspensa.

(b) Ângulo de arfagem.

Figura 6.11: Comportamento em transposição de obstáculo de 15 polegadas.

6.9.4 Forças Resultantes

A partir da rotina de análise a força crítica de carregamento vertical atuante no pneu dianteiro determinada foi de 8559,06 N, por meio dos dados da Tabela 6.4 obteve-se o máximo torque resultante da frenagem de 635,52 N·m e máxima carga de esterçamento de 539,50 N. Em situação real de projeto os cálculos seriam realizados para os protótipos das geometrias consideradas, no entanto, como critério de comparação preferiu-se a aplicação das mesmas forças com o objetivo de excluir as demais diferenças de projeto além das diretamente relacionadas às mangas.

7 ANÁLISES NUMÉRICAS

7.1 METODOLOGIA

Softwares de CAD podem incluir ferramentas de análise numérica próprias como é o caso do SolidWorks, utilizado pela equipe para desenhos e montagens, no entanto optou-se pelo emprego do programa Abaqus pois, ainda que este não apresente biblioteca de materiais, possibilita a definição detalhada de materiais específicos e preciso controle de malha e condições de contorno conforme conclui Gardner et al. (2005). Após a importação da geometria em formato “.igs”, o material é definido e atribuído a seção, em sequência são impostas as condições de contorno e carregamento e por fim a simulação é executada. O fluxograma adotado para realização da simulação é exibido na Figura 7.1 a seguir, nota-se que todas análises foram realizadas em regime elástico com o intuito de evitar alteração de parâmetros por deformações plásticas.

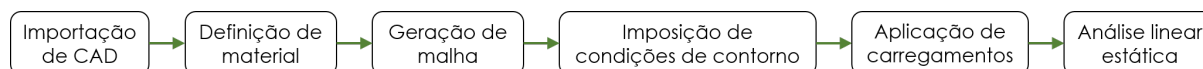


Figura 7.1: Fluxograma de análise.

7.2 MATERIAIS

Mangas comerciais em geral são fabricadas em ferro fundido, como evidencia Dusane et al. (2010), no entanto, apesar de sua alta resistência mecânica, o peso do material é impeditivo para um veículo de competição, fato que justifica a opção da equipe pela fabricação das mangas no período em liga de alumínio ASTM 7075-T6. O material para os componentes foi definido com comportamento isotrópico e propriedades mecânicas extraídas de MATWEB (Ano não especificado) listadas na Tabela 7.1. Visto que o programa não possui definição de unidades interna, adotou-se o SI milimétrico para caracterização das grandezas com o intuito de obter resultados de deformação em milímetros e tensão em MPa.

Tabela 7.1: Propriedades mecânicas do material ASTM 7075-T6.

Propriedade	Unidade	Valor adotado
Densidade	tonne/mm ³	$2,81 \times 10^{-9}$
Resistência ao escoamento	MPa	503
Resistência à ruptura	MPa	572
Módulo de elasticidade	MPa	71700
Coefficiente de Poisson		0,33

7.3 MALHAS

Optou-se pela mesma definição de malha em toda geometria para reduzir o tempo computacional dispendido e, caso necessário, possibilitar a avaliação de convergência de malha. O tipo de elemento utilizado foi tetraédrico quadrático de dez nós com método de realização livre, algoritmo de resolução padrão do programa e tamanho global aproximado de 2,5 mm. As propriedades de malha são relacionadas na Tabela 7.2 e ilustradas na Figura 7.2.

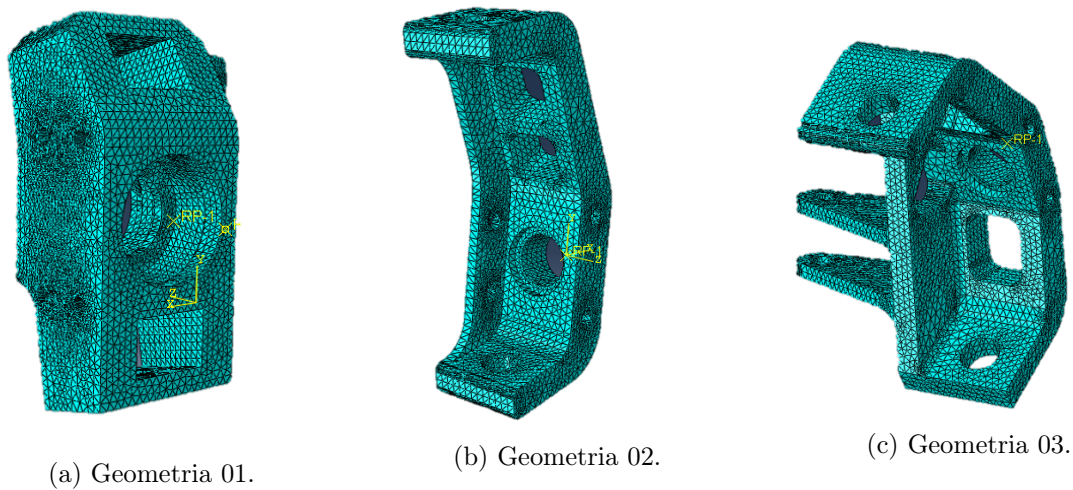


Figura 7.2: Malhas das geometrias analisadas.

Tabela 7.2: Propriedades de malha.

Propriedade	Geo. 02	Geo. 03	Geo. 04
Número de elementos	199921	100361	149603
Número de nós	132629	64968	97151

7.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As análises foram realizadas em regime elástico com o intuito de evitar a alteração de parâmetros por deformação plástica, com engaste em suas fixações na suspensão e forças de suspensão e frenagem aplicadas nas sedes da ponta de eixo ou de rolamento para o caso da Geometria 01, considerando a decomposição em função dos ângulos característicos das respectivas geometrias. Os esforços de esterçamento foram aplicados nos furos de fixação do braço de direção nas geometrias 01 e 02 e nas fixações da barra de direção para Geometria 03. Visto que nenhuma das geometrias analisadas possui suporte da pinça de freio fabricado diretamente no corpo da manga, o torque de frenagem foi transmitido através dos furos de fixação do suporte. A Figura 7.3 expõe as condições de contorno para cada uma das geometrias analisadas.

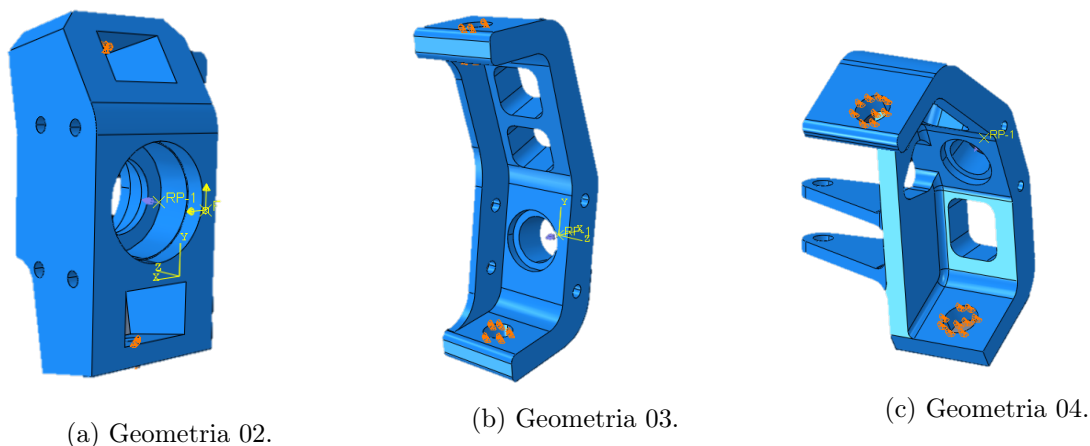


Figura 7.3: Condições de contorno.

7.5 CARREGAMENTOS

Os carregamentos considerados para análise encontram-se na Tabela 7.3 a seguir. Ainda que os valores tenham sido retirados de um protótipo Baja SAE com diferentes características, comparação com Yan (2011), Sharma e Nain (2015), Merritt et al. (2015), Dusane et al. (2010) e Patel (2014) demonstrou ordens de grandeza análogas, variando acerca da situação de simulação. Para a obtenção da força longitudinal, multiplicou-se o torque de frenagem pelo raio do pneu usualmente empregado pela Piratas do Cerrado, 10,5 polegadas.

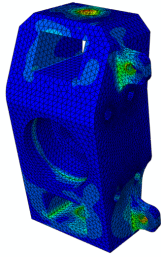
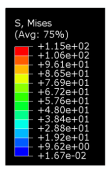
Tabela 7.3: Carregamentos aplicados nas análises numéricas.

Carregamento	Unidade	Valor adotado
Força vertical	N	8560
Força longitudinal	N	2383
Força de esterçamento	N	540
Torque de frenagem	N·mm	635520

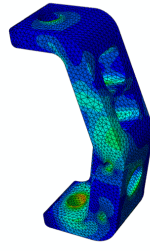
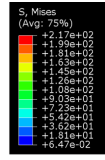
7.6 RESULTADOS NUMÉRICOS

7.6.1 Tensões Equivalentes

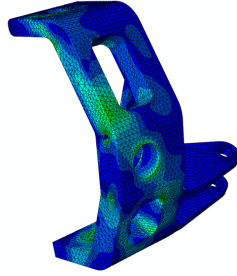
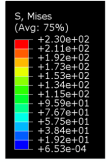
As máximas tensões equivalentes de von-Mises obtidas foram 115 Mpa para a Geometria 01; 217 Mpa para Geometria 02; e 230 Mpa para Geometria 03. Percebe-se um aumento gradual na tensão equivalente máxima no avançar dos projetos e diferenças na localização dos máximos, ocorrendo no furo de fixação da suspensão superior na Geometria 01, no furo de fixação da suspensão inferior na Geometria 02 e no furo superior de fixação do suporte de freio na Geometria 03. As distribuições de tensão equivalente de von-Mises obtidas podem ser observadas na Figura 7.4 a seguir.



(a) Geometria 01.



(b) Geometria 02.



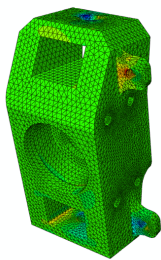
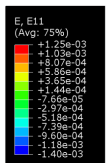
(c) Geometria 03.

Figura 7.4: Distribuições de tensão equivalente.

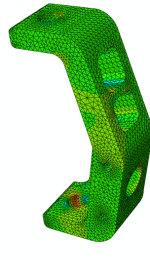
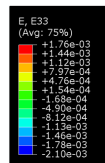
7.6.2 Deformações Elásticas

Direções Normais

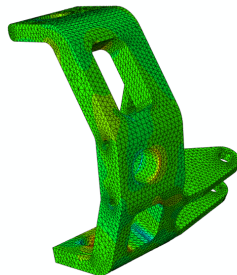
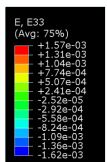
As deformações resultantes ao longo da direção x (Figura 7.5) são bastante próximas para as três geometrias avaliadas, mantendo o estiramento máximo na faixa entre 1250 e 1760 μstrain . Os pontos de maior deformação nesta direção ocorrem na fixação superior do suporte de freio na Geometria 01 e nas fixações da suspensão para ambas geometrias 02 e 03.



(a) Geometria 01.



(b) Geometria 02.



(c) Geometria 03.

Figura 7.5: Distribuições de deformação na direção x .

Assim como as tensões equivalentes, as deformações máximas ao longo da direção y aumentaram gradualmente entre projetos, de 875 até 2170 μm de estiramento. No entanto, percebe-se redução na deformação máxima por compressão entre as geometrias 02 e 03, conforme Figura 7.6.

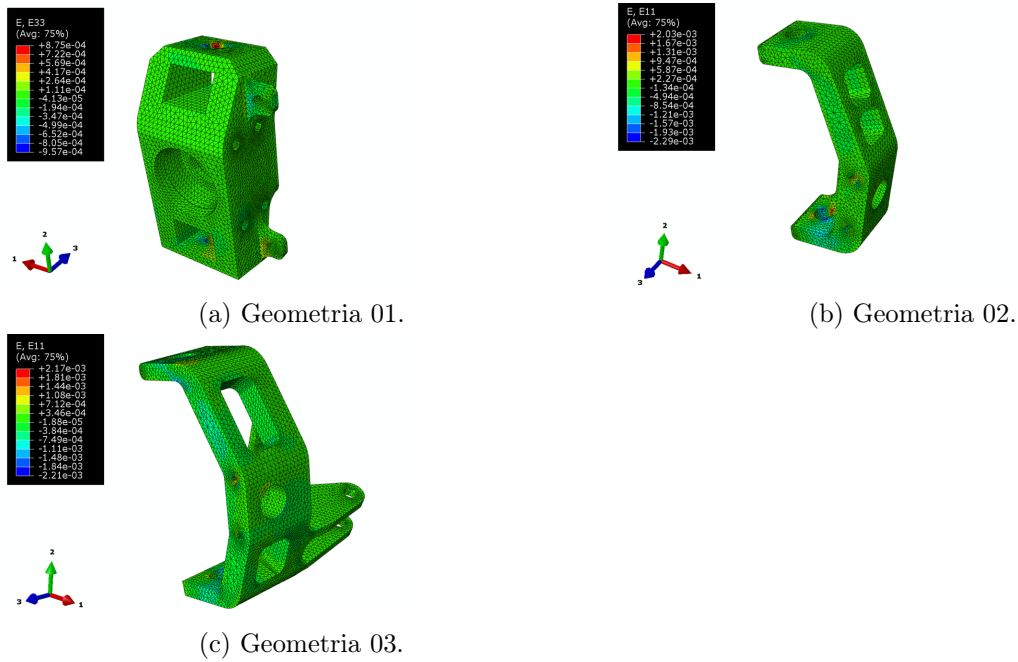


Figura 7.6: Distribuições de deformação na direção y .

De acordo com o ilustrado na Figura 7.7, os estiramentos máximos ao longo da direção z para todas geometrias ocorreram nos furos inferiores das respectivas fixações de suporte da pinça de freio, mas mantiveram-se entre 732 e 1770 μstrain , aproximadamente nas mesmas faixas das deformações anteriores apresentadas.

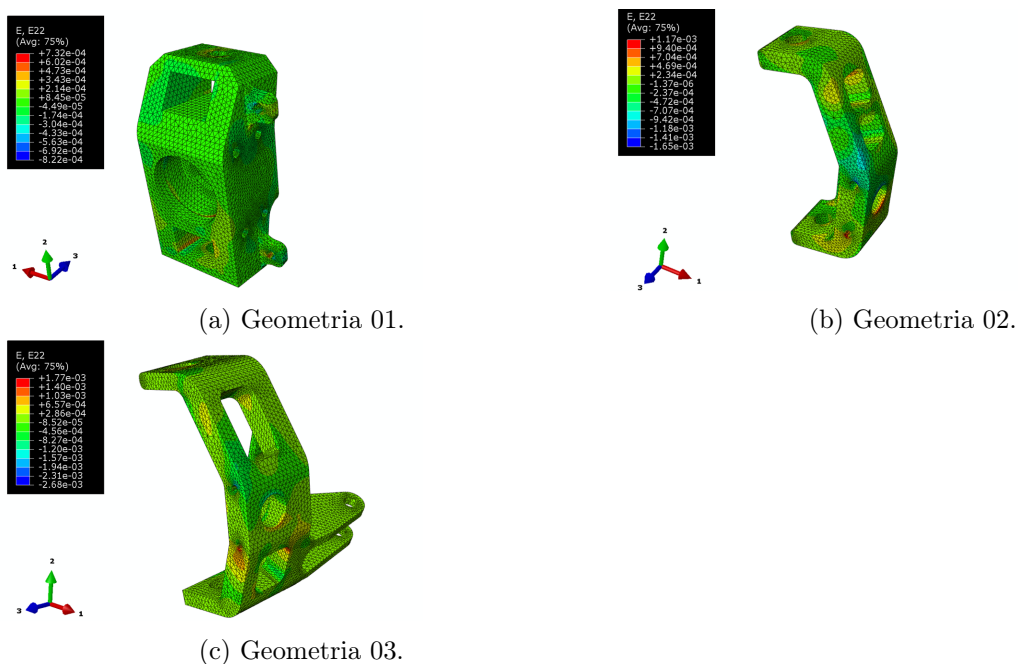


Figura 7.7: Distribuições de deformação na direção z .

Direções Cisalhantes

Ao longo da direção xy as regiões de máximo estiramento ocorreram nas fixações da manga com a suspensão, na superior para Geometria 01 e na inferior para as outras duas. Nota-se na Figura 7.8 a maior alteração entre as geometrias 02 e 03 para o limite superior de deformação.

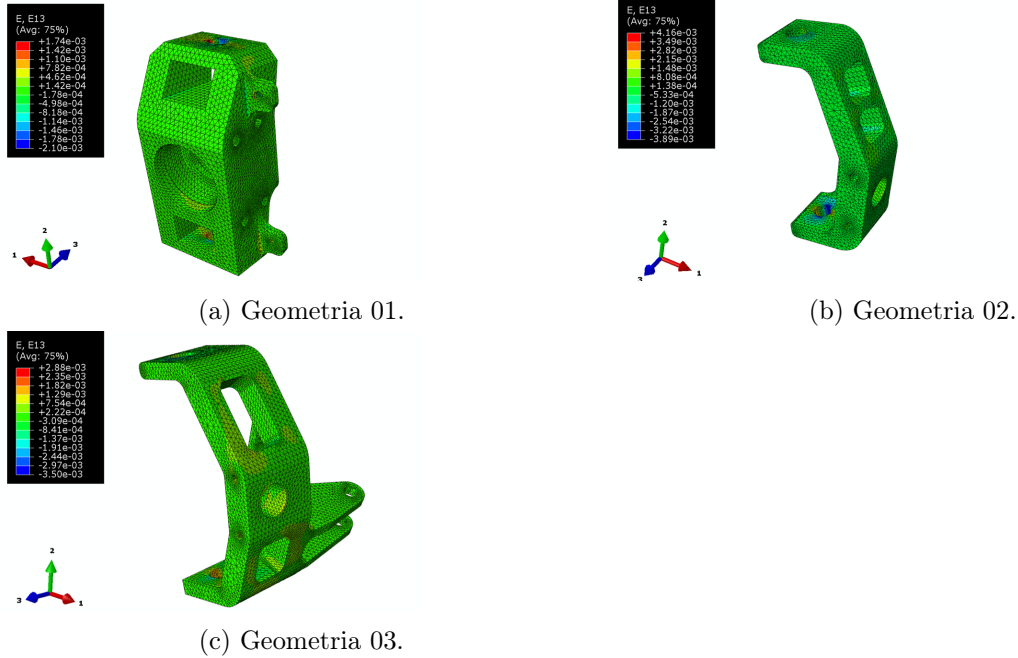


Figura 7.8: Distribuições de deformação na direção xy .

A Figura 7.9 exhibe as deformações ao longo da direção xz onde identifica-se mais uma vez uma tendência crescente do limite superior com o passar dos projetos, de 2070 até 2550 μ strain. No entanto, as regiões de máximo e mínimo migram das fixações do suporte de freio na Geometria 01 para a porção central da manga nas geometrias 02 e 03.

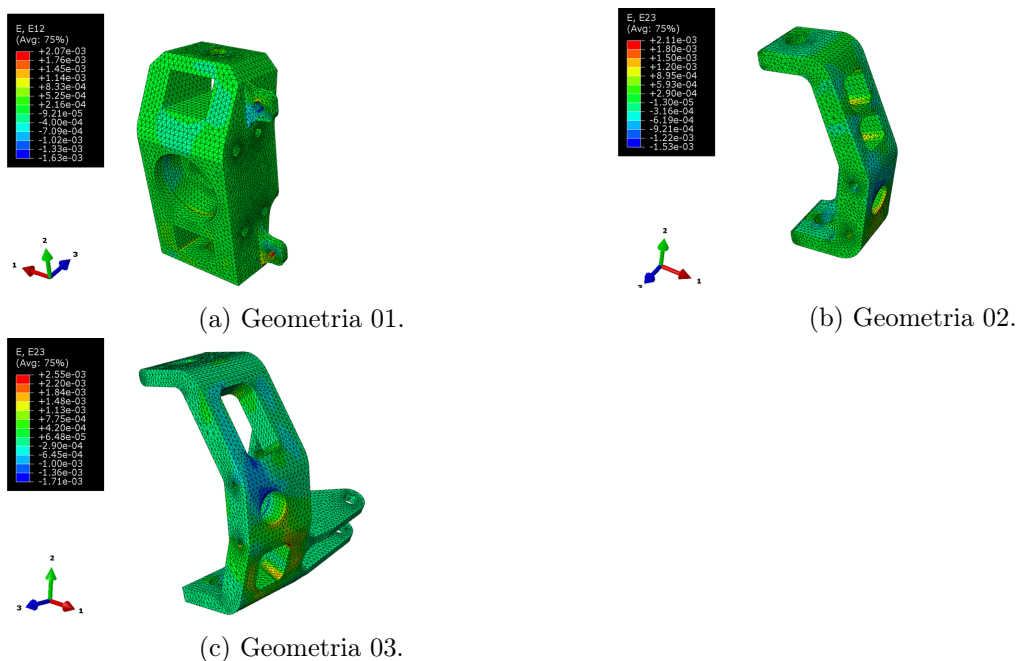


Figura 7.9: Distribuições de deformação na direção xz .

Para todas geometrias analisadas, as regiões de ocorrência dos máximos e mínimos de deformação ao longo de yz coincidiu com as vizinhanças das fixações respectivamente superior e inferior do suporte de freio. A Figura 7.10 expõe os resultados de tal deformação obtidos, com expansão dos limites tanto superior quanto inferior ao longo das geometrias.

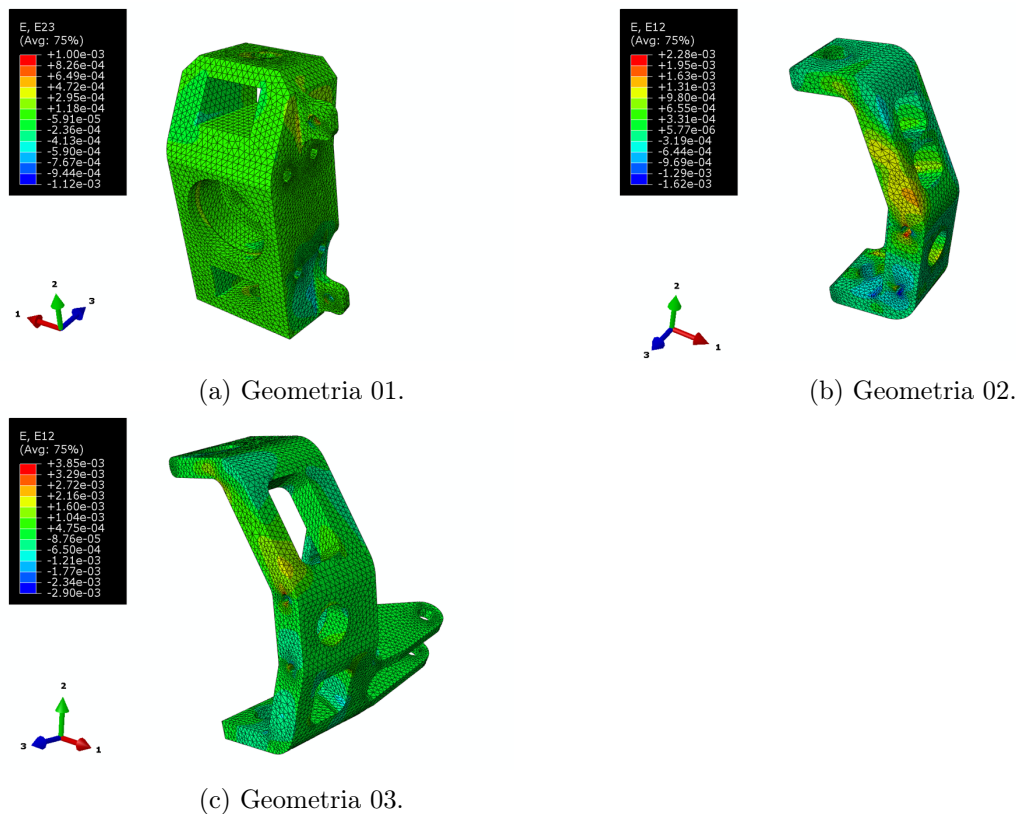


Figura 7.10: Distribuições de deformação na direção $y_r z_r$.

7.6.3 Deslocamentos

Para maior clareza os deslocamentos serão exibidos por geometria ao invés de direção como nos resultados anteriores, de tal forma pode-se visualizar as parcelas constituintes do deslocamento e sua somatória em um único conjunto de imagens.

Geometria 01

A Figura 7.11 exibe as distribuições dos deslocamentos nas três direções ortogonais x , y e z em 7.11a, 7.11b e 7.11c respectivamente e a distribuição total em 7.11d. Os valores de deslocamentos máximos foram 0,0566 mm, 0,0296 mm, 0,0158 mm e 0,0588 mm na mesma ordem de apresentação das imagens. Ainda que os deslocamentos distribuam-se de forma bastante distinta, o deslocamento total é praticamente simétrico para esta geometria.

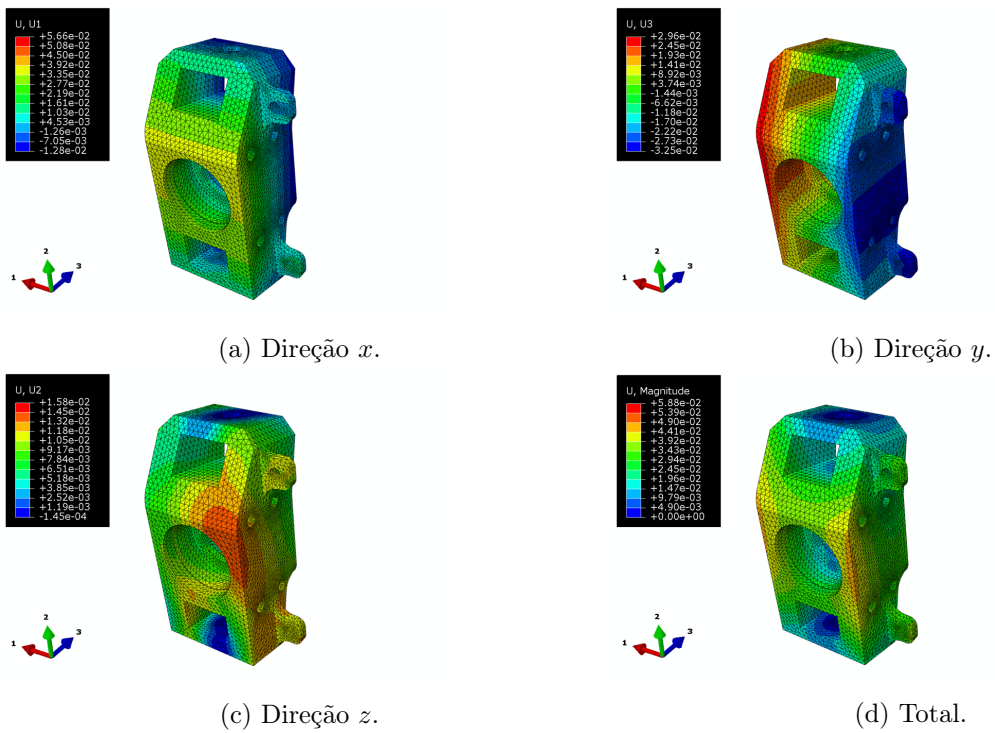


Figura 7.11: Distribuições de deslocamento para Geometria 01.

Geometria 02

Por mais que, como pode ser identificado na Figura 7.12, os deslocamentos da Geometria 02 nas direções y e z sejam maiores do que os de sua antecessora, tanto o deslocamento na direção x quanto o total são menores.

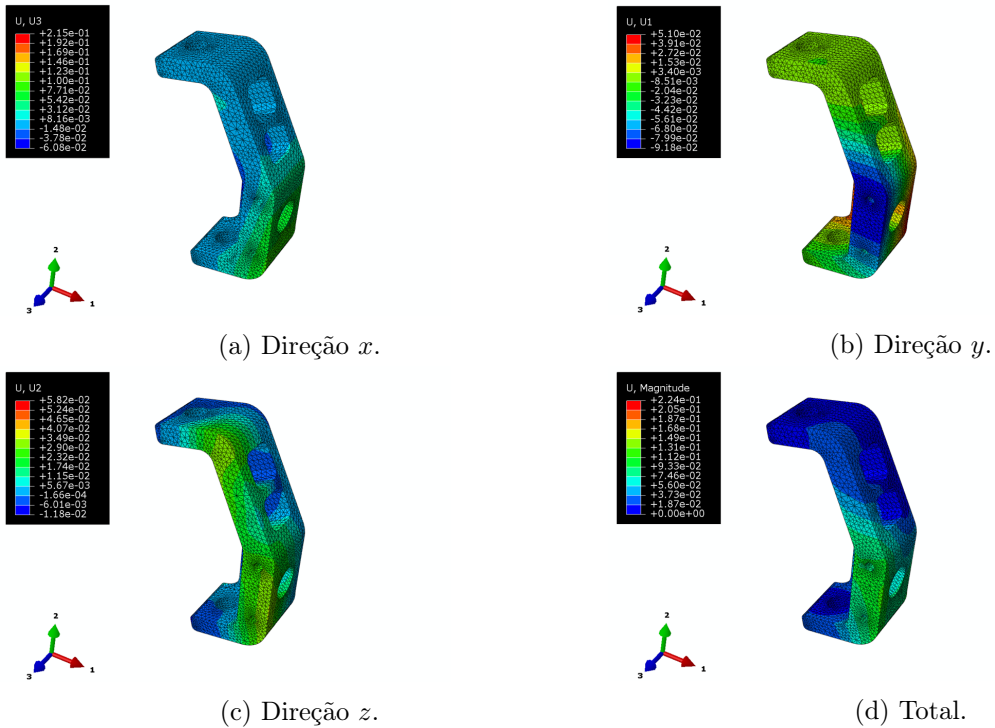


Figura 7.12: Distribuições de deslocamento para Geometria 02.

Geometria 03

A principal diferença a ser notada observando a Figura 7.13 é o grande aumento do deslocamento na direção y , com magnitude aproximadamente quatro vezes maior que a Geometria 02 e 9 vezes maior que a Geometria 01.

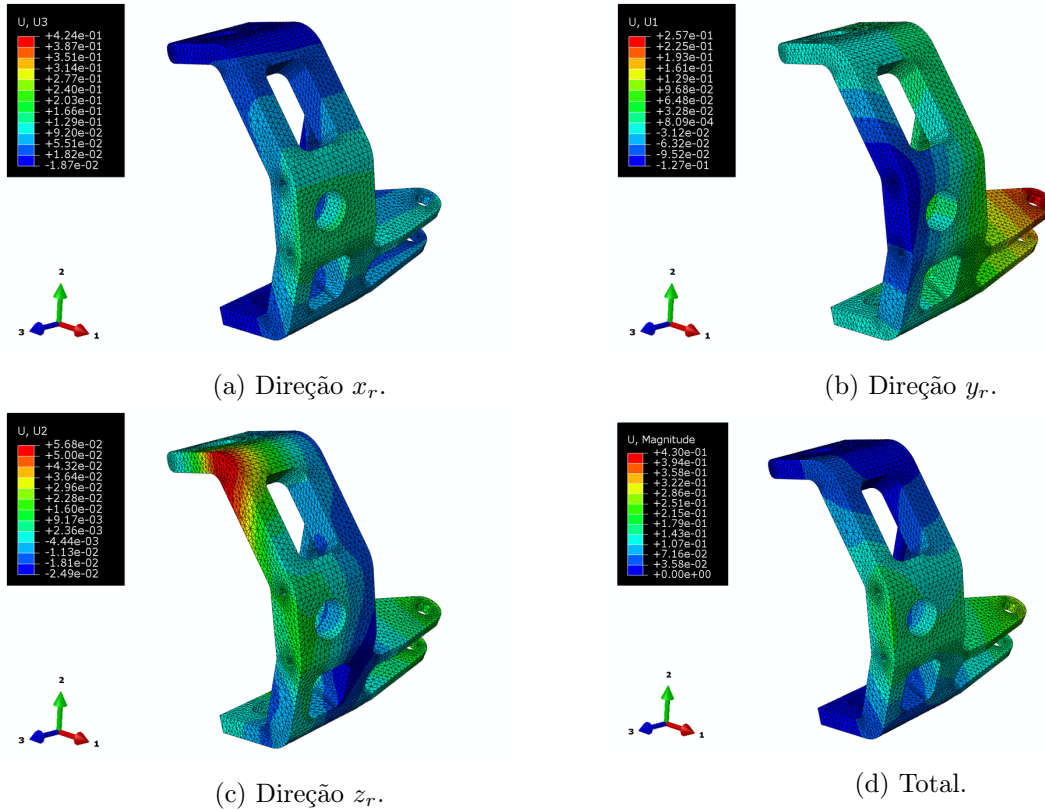


Figura 7.13: Distribuições de deslocamento para Geometria 04.

Os resultados completos das simulações podem ser melhor identificados por meio da listagem de valores máximos obtidos por geometria, fornecida na Tabela 7.4.

Tabela 7.4: Resultados das análises numéricas.

Parâmetro	Direção	Unidade	Geo. 01	Geo. 02	Geo. 03
Tensão equivalente (von-Mises)		MPa	115	217	230
Deslocamento	x	mm	0,0566	0,215	0,424
Deslocamento	y	mm	0,0296	0,0510	0,257
Deslocamento	z	mm	0,0158	0,0582	0,0568
Deslocamento total		mm	0,0588	0,224	0,430
Deformação	xx		0,00125	0,00176	0,00157
Deformação	yy		0,000875	0,00203	0,00217
Deformação	zz		0,00732	0,00117	0,00177
Deformação	xy		0,00174	0,00416	0,00288
Deformação	xz		0,00207	0,00211	0,00255
Deformação	yz		0,0001	0,00228	0,00385

8 CONCLUSÃO

Neste trabalho metodologias de determinação de carregamentos para sistemas de suspensão e direção de veículos fora de estrada foram apresentadas levando em consideração os parâmetros cinemáticos envolvidos para contextualização dos esforços exercidos em mangas de eixo dianteiras. Posteriormente foram realizadas análises numéricas para três diferentes concepções adotadas pela equipe de Baja SAE Piratas do Cerrado com resultados de distribuição de tensões equivalentes, deformações ao longo dos esforços normais e de cisalhamento e deslocamentos parciais e totais. As tensões equivalentes exibiram tendência de máximo crescente, no entanto, o fator de segurança para escoamento da Geometria 01 em 4,374 foi otimizado para 2,318 na Geometria 02 e mantido em patamar próximo, 2,187, para a Geometria 03, exibindo a evolução das geometrias em direção a conjuntos mais leves por meio de um fator de segurança menos conservativo. A Tabela 8.1 lista as massas de conjunto e os fatores de segurança estático para escoamento e deslocamentos totais máximos obtidos.

Tabela 8.1: Resultados comparativos.

Geometria	Massa [g]	Fator de segurança	Deslocamento máximo [mm]
01	836,12	4,374	0,059
02	742,50	2,318	0,224
03	711,59	2,187	0,430

Não foram encontrados critérios de segurança para deslocamentos, mas, segundo Staniforth (1999), não é incomum encontrar folgas tão estreitas que o uso de parafusos de cabeça achatada ou mesmo sem cabeça torna-se essencial. Visto que nenhuma das geometrias analisadas possui limites tão apertados e que todos deslocamentos mantiveram-se abaixo de 0,5 mm comprovou-se rigidez adequada dos componentes, mesmo para Geometria 03, que inclui braço de direção usinado na alma da manga, elemento e, por consequência, deslocamentos não inclusos nas demais análises. Por fim, a redução de aproximadamente 30% da massa em relação a Geometria 01 sugere melhor isolamento de vibração e menor curso mínimo de suspensão na faixa de frequência até a natural da massa suspensa e maior aderência ao pavimento a partir de então para as geometrias 02 e 03, o que atesta a melhoria promovida pelas alterações entre projetos.

Para trabalhos futuros sugere-se determinação dos esforços laterais conforme apresentado na seção 3.3, distribuição dos carregamentos nas análises numéricas para as orientações de roda em seus picos de força, análise de convergência de malha para melhor aproveitamento do tempo computacional, emprego de condições de contorno mais fiéis às encontradas na prática e realização de análises de fadiga que possam validar sua desconsideração para outras direções além da vertical.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABE, M. *Vehicle handling dynamics: theory and application*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2009. Citado na página 15.
- ANITHA, P.; SHANKAR, V. H. Design and topology optimisation of a steering knuckle joint using FEA. *International Journal of Scientific and Research Publications*, v. 6, n. 11, 2016. Citado na página 54.
- AZRULHISHAM, E. A. et al. Evaluation of fatigue life reliability of steering knuckle using pearson parametric distribution model. *International journal of quality, statistics and reliability*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2010, 2010. Citado na página 2.
- BARNACLE, H. E. *Mechanics of automobiles*. [S.l.]: Pergamon Press Ltd, 1964. Citado 3 vezes nas páginas 4, 10 e 20.
- BHUSARI, A.; CHAVAN, A.; KARMARKAR, S. FEA and optimisation of steering knuckle of ATV. In: *Proceedings of 54th IRF International Conference*. [S.l.: s.n.], 2016. Citado 3 vezes nas páginas vi, 61 e 62.
- BLUNDELL, M.; HARTY, D. *The multibody systems approach to vehicle dynamics*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2015. Citado 7 vezes nas páginas 20, 21, 27, 28, 30, 37 e 71.
- CAMPBELL, C. *Automobile suspensions*. [S.l.]: Chapman and Hall Ltd, 1981. Citado 7 vezes nas páginas 9, 11, 12, 13, 18, 19 e 20.
- CANUT, F. A. *Análise estrutural do chassi de um veículo Fórmula SAE pelo método dos elementos finitos*. Projeto de graduação — Universidade de Brasília, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 55, 57 e 59.
- CARVALHO, M. V.; FARIA, M. T. C. *Análise por elementos finitos de mangas de eixo de suspensão automotiva sob carregamento cíclico*. 2010. Citado na página 2.
- DAZEY, M. *National Precision eNews*. 2011. <<http://www.nationalprecision.com/library/newsletter/2011-Vol4-No3.html>>. Acesso em 23/03/2016. Citado 2 vezes nas páginas v e 6.
- DIXON, J. C. *The shock absorber handbook*. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2007. Citado 3 vezes nas páginas v, 7 e 12.
- DUARTE, B. T.; BARRETO, J. R.; AMARAL, P. T. *Análise de dinâmica veicular do protótipo Baja SAE*. Projeto de graduação — Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2016. Citado na página 69.
- DUSANE, S. V.; DIPKE, M. K.; KUMBHALKAR, M. A. Analysis of steering knuckle of all terrain vehicle (ATV) using finite element analysis. In: IOP PUBLISHING. *International journal of quality, statistics and reliability*. [S.l.], 2010. v. 149, n. 1. Citado 4 vezes nas páginas vi, 60, 79 e 81.

GAIKWAD, R. P.; REDDY, Y. P. Weight reduction of steering knuckle by optimization method. *International Journal of Engineering Trends and Technology*, v. 37, n. 1, 2016. Citado na página 54.

GARDNER, J. D.; VIJAYARAGHAVAN, A.; DORNFELD, D. A. Comparative study of finite element simulation software. 2005. Citado na página 79.

GENTA, G. *Motor vehicle dynamics: modeling and simulation*. [S.l.]: World Scientific, 1997. Citado 9 vezes nas páginas 4, 7, 11, 27, 33, 34, 38, 39 e 42.

GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. [S.l.]: Society of Automotive Engineers Inc, 1992. Citado 14 vezes nas páginas v, 4, 12, 15, 16, 20, 27, 29, 34, 36, 37, 46, 47 e 76.

HEISSING, B.; ERSOY, M. *Chassis handbook: fundamentals, driving dynamics, components, mechatronics, perspectives*. [S.l.]: Springer, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.

ICON VEHICLE DYNAMICS. *2003-UP Toyota 4Runner Uniball Upper Control Arm Kit*. Ano não especificado. <<http://iconvehicledynamics.com/shop/individual-components-accessories/297-2003-up-toyota-4runner-uniball-upper-control-arm-kit.html>>. Acesso em 16/03/2016. Citado 2 vezes nas páginas v e 5.

ISO INTERNATIONAL STANDARDS. *ISO 2631 Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole-body vibration*. [S.l.], 1978. Citado na página 30.

JAZAR, R. N. *Vehicle dynamics - Theory and application*. [S.l.]: Springer, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 25 e 76.

LIU, H.; GAO, H.; LI, P. *Handbook of vehicle suspension control systems*. [S.l.]: Institution of Engineering and Technology, 2014. Citado na página 39.

MATSCHINSKY, W. Suspension systems. In: MASTINU, G.; PLOECHL, M. (Ed.). *Road and off-road vehicle system dynamics handbook*. [S.l.]: CRC Press, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 26, 29, 42 e 47.

MATWEB. *Aluminum 7075-T6; 7075-T651*. Ano não especificado. <<http://matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=4f19a42be94546b686bbf43f79c51b7d&ckck=1>>. Acesso em 11/05/2016. Citado na página 79.

MERLING, M. C. C. *Uma abordagem gerencial para o procedimento de projeto de suspensões de veículos terrestres*. Dissertação de mestrado — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007. Citado 5 vezes nas páginas v, 19, 21, 22 e 54.

MERRITT, J. et al. *Sae baja*. 2015. Citado na página 81.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. *Race car vehicle dynamics*. [S.l.]: Society of Automotive Engineers Inc, 1995. Citado 10 vezes nas páginas 12, 13, 15, 17, 20, 22, 27, 34, 44 e 46.

MUHAMAD, W. M. W. et al. Design improvement of steering knuckle component using shape optimization. *International Journal of Advanced Computer Science*, v. 2, n. 2, 2012. Citado na página 54.

NUNNEY, M. J. *Light and heavy vehicle technology*. [S.l.]: Routledge, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 4, 8, 9, 10 e 23.

PATEL, S. *2013 Baja car rear suspension redesign*. Projeto de graduação — University of Cincinnati, 2014. Citado na página 81.

POPP, K. Ride comfort and road holding. In: MASTINU, G.; PLOECHL, M. (Ed.). *Road and off-road vehicle system dynamics handbook*. [S.l.]: CRC Press, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.

- POVOA, A. H. et al. Avaliação numérica do emprego de geometria alternativa na elaboração do flange de roda de um protótipo off-road do tipo mini-baja. In: *Ciência e Tecnologia: FATEC-JB*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 3, n. 1. Nenhuma citação no texto.
- PRATTE, D. *How sway bars work and why you should care*. 2014. <<http://speed.academy/how-swaybars-work/>>. Acesso em 24/03/2016. Citado 2 vezes nas páginas v e 8.
- RADE, D. A. *Apostila método dos elementos finitos aplicados à engenharia mecânica*. 2011. Citado 4 vezes nas páginas vi, 55, 57 e 58.
- RILL, G. *Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling*. [S.l.]: CRC Press, 2011. Citado 21 vezes nas páginas v, 4, 7, 11, 18, 19, 24, 32, 34, 36, 37, 39, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 52 e 71.
- SAE BRASIL. *Regulamento Baja SAE Brasil: Competição Baja SAE Brasil - E0*. [S.l.], 2010. Citado na página 1.
- SAE BRASIL. *Regulamento Baja SAE Brasil: Definições - E0*. [S.l.], 2010. Citado na página 1.
- SANDS, M. *Suspension from Lotus Elise and Exige*. 2015. <<http://www.sandsmuseum.com/cars/elise/thecar/suspension/>>. Acesso em 15/03/2016. Citado na página 5.
- SAYA, M. *Automotif Engine*. 2015. <<http://differentialrebuild.blogspot.com.br/2015/06/automotif-engine-function-steering.html>>. Acesso em 27/03/2016. Citado na página 14.
- SHARMA, R.; NAIN, R. Design and weight optimization of wheel assembly components using fea for baja. *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*, v. 2, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 81.
- SHEN FENG AUTO PARTS CO LTD. *Ball Joint, Control Arm, Tie Rod End, Tie Rod Assembly*. 2008. <http://evamy.en.ec21.com/Ball_Joint_Control_Arm_Tie--3286256_3286321.html>. Acesso em 23/03/2016. Citado 2 vezes nas páginas v e 6.
- SMITH, C. *Tune to win*. [S.l.]: Aero Publishers, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 54.
- STANIFORTH, A. *Competition car suspension: design, construction, tuning*. [S.l.]: Haynes Publishing, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 22, 63 e 88.
- TAGADE, P. P.; SAHU, A. R.; KUTARMARE, H. C. Optimization and finite element analysis of steering knuckle. In: CITESEER. *International Conference On Quality Up-Gradation In Engineering, Science And Technology*. [S.l.], 2015. Citado na página 54.
- TRIANAFYLLIDIS, G. K. et al. Fracture characteristics of fatigue failure of a vehicle's ductile iron steering knuckle. *Journal of failure analysis and prevention*, Springer, v. 9, n. 4, 2009. Citado na página 2.
- WONG, J. Y. *Theory of ground vehicles*. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2001. Citado 15 vezes nas páginas viii, 19, 29, 30, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 42, 47, 73 e 76.
- YAN, L. T. W. *Análise estrutural utilizando o método de elementos finitos de componentes do veículo Baja SAE submetidos a esforços de fadiga*. Projeto de graduação — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011. Citado 5 vezes nas páginas vi, 60, 61, 62 e 81.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. *The finite element method. Its basis and fundamentals*. [S.l.]: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 54, 55, 57, 58 e 59.

ANEXO I - INTERFACE

```
clc;
close all;
fclose all;
clear all;
warning('off','MATLAB:declareGlobalBeforeUse');

% Considerando a norma SAE J670e -----
% VEÍCULO (Referências do condutor)
% Eixo-X -> Direção longitudinal do veículo com sentido (+) para frente
% Eixo-Y -> Direção lateral do veículo com sentido (+) para esquerda
% Eixo-Z -> Direção vertical do veículo com sentido (+) para cima
% Ordem de rotações -> Z,Y,X
% -----

% Variáveis globais -----
projeto = 'SG08'; % Projeto analisado (respectiva ficha de projeto)
op = 4; % Tempo de operação [horas]
ob = 15*25.4/1000; % Altura de obstáculo transposto [m]
pl = 1; % Piloto analisado (1 = projeto, 2 = regulamento)
p = 99; % Número de pontos para análise cinemática (mín.rec.30)
np = 2; % Tipo de terreno avaliado

% Tipo de terreno avaliado -----
% 1 Pista de corrida
% 2 Pista de corrida acidentada
% 3 Estrada lisa
% 4 Estrada de cascalho
% 5 Pasto
% 6 Campo arado
% -----

% Índice de figuras (1 p/gerar, 0 p/não) -----
% CINEMÁTICA DE SUSPENSÃO
% 01. Curso de suspensão
% 02. Ângulos dianteiros ao longo do curso
% 03. Ângulos traseiros ao longo do curso
% 04. Alavancas de suspensão
% 05. Avanços de roda
% 06. Variações de bitola
figcs = 1;

% CINEMÁTICA DE DIREÇÃO
% 07. Esterçamento para B/L
% 08. Convergência de roda ao longo do esterçamento
% 09. Cambagem de roda ao longo do esterçamento
% 10. Esterçamento em curva
% 11. Raio de curva sem deslizamento
```

```

figcd = 1;

% POTÊNCIA ESPECTRAL DE PISTA
% 12. PSD de pista
figpsd = 1;

% DINÂMICA VERTICAL
% 13. Exemplo de perfil de pista
% 14. Transmissibilidade
% 15-18. Aceleração rms para para [Vx/4:Vx]
% 19. Aceleração da massa suspensa Dianteira
% 20. Aceleração da massa não suspensa Dianteira
% 21. Aceleração da massa suspensa Traseira
% 22. Aceleração da massa não suspensa Traseira
figdv = 1;

% DINÂMICA LONGITUDINAL
% 23. Ângulo de arfagem
% 24. Aceleração da massa suspensa
figdl = 1;
% -----
% -----

% Constantes
global g
g = 9.81; % Gravitacional

% Geração de arquivo para registro da análise -----
dh = datestr(datetime(fix(clock)),30);
nome = strcat(projeto,'_',dh,'-01-Analise.txt');
msg = sprintf('Iniciando registro em arquivo %s', nome);
disp(msg);
a.ger = fopen(fullfile('Log',nome), 'w');
fprintf(a.ger, 'Início da análise em %s\r\n\r\n', datetime(fix(clock)));
fprintf(a.ger, 'Projeto %s\r\n\r\n', projeto);
% -----

linhas = [0    0.4470    0.7410;
          0.6350    0.0780    0.1840;
          0.4660    0.6740    0.1880;
          0.4940    0.1840    0.5560;
          0.9290    0.6940    0.1250;
          0.3010    0.7450    0.9330;
          0.8500    0.3250    0.0980];

set(groot,'defaultAxesColorOrder',linhas)
fig=1;

msg = sprintf('Projeto %s\nCarregamento dos parâmetros', projeto);
disp(msg);
run(projeto);

msg = sprintf('Início da análise do curso de suspensão\n');
disp(msg);
Suspensao;

switch pl
    case 1

```

```

        mpl = mp;
        msg = ('Piloto selecionado: projeto');
    case 2
        mpl = mx;
        msg = ('Piloto selecionado: regulamento');
    end
disp(msg);

d.msr = d.msr+mpl*d.f/2;
t.msr = t.msr+mpl*t.f/2;

msg = sprintf('Determinação de parâmetros de suspensão');
disp(msg);

% Razões de suspensão, rigidezes e amortecimentos efetivos
d.sl = d.pct(3,p)/d.ca;
d.ke = d.k/(d.sl^2);
d.ce = d.c/(d.sl^2);
t.sl = t.pct(3,p)/t.ca;
t.ke = t.k/(t.sl^2);
t.ce = t.c/(t.sl^2);

% Amortecimentos críticos e fatores de amortecimento
d.ccr = 2*sqrt(d.ke*d.msr);
d.fa = d.ce/d.ccr;
t.ccr = 2*sqrt(t.ke*t.msr);
t.fa = t.ce/t.ccr;

% Cursos dos amortecedores
d.Fp0 = (d.msr+d.mnr)*g;
d.Fk0 = d.Fk0/d.sl;
d.Fs0 = max(d.msr*g,d.Fk0);
if d.Fs0==d.Fk0
    d.cx = 0;
else
    d.cx = ((d.Fs0-d.Fk0/d.sl)/(d.sl*d.ke))*1000;
end
d.cc = d.ca-d.cx;
t.Fp0 = (t.msr+t.mnr)*g;
t.Fk0 = t.Fk0/t.sl;
t.Fs0 = max(t.msr*g,t.Fk0);
if t.Fs0==t.Fk0
    t.cx = 0;
else
    t.cx = ((t.Fs0-t.Fk0/t.sl)/(t.sl*t.ke))*1000;
end
t.cc = t.ca-t.cx;

% Cursos de suspensão
d.sc = d.cc*d.sl;
d.sx = d.cx*d.sl;
t.sc = t.cc*t.sl;
t.sx = t.cx*t.sl;

% Ângulo de ataque com carga
agc = ag-asin((d.sx-t.sx)/ee);

fprintf(a. aer, '\r\n\t\t\tDianteira\tTraseira\r\n');

```

```

fprintf(a.ger,'Razão de suspensão\t%.4f\t%.4f\r\n',d.sl,t.sl);
fprintf(a.ger,'Rigidez efetiva de mola\t%.0f\t\t%.0f\r\n',d.ke,t.ke);
fprintf(a.ger,'Amortecimento efetivo\t%.0f\t\t%.0f\r\n',d.ce,t.ce);
fprintf(a.ger,'Amortecimento crítico\t%.0f\t\t%.0f\r\n',d.ccr,t.ccr);
fprintf(a.ger,'Fator de amortecimento\t%.3f\t\t%.3f\r\n',d.fa,t.fa);
fprintf(a.ger,'Curso de compressão\t%.2f\t%.2f\r\n',d.sc,t.sc);
fprintf(a.ger,'Curso de extensão\t\t%.2f\t\t%.2f\r\n',d.sx,t.sx);

msg = sprintf('Início da análise de geometria de direção\n');
disp(msg);
Direcao;

PSD;
msg = sprintf('Geração de PSD para %s',lg);
disp(msg);

fprintf(a.ger,'\r\n%s\r\n',lg);
fprintf(a.ger,'C = %.1e\r\n',C);
fprintf(a.ger,'N = %.1f\r\n',N);
fprintf(a.ger,'Omega mínimo = %.4f ciclos/m\r\n',fen);
fprintf(a.ger,'Omega máximo = %.4f ciclos/m\r\n',fex);

msg = sprintf('Início da análise vertical\n');
disp(msg);
Vertical;

% Força cíclica mínima
dFpcn = 1e1000;
tFpcn = 1e1000;
for c=1:4
    dFpcn = min(dFpcn,min(d.Fp((1:find(d.tv(:,c)>0,1,'last')),c)));
    tFpcn = min(tFpcn,min(t.Fp((1:find(t.tv(:,c)>0,1,'last')),c)));
end

fprintf(a.ger,'\r\n\t\t\t\t\tDianteira\tTraseira\r\n');
fprintf(a.ger,'Força vertical cíclica máxima\t%.2f\t%.2f\r\n',...
    max(max(d.Fp)),max(max(t.Fp)));
fprintf(a.ger,'Força vertical cíclica mínima\t%.2f\t%.2f\r\n',dFpcn,tFpcn);

msg = sprintf('Início da análise longitudinal\n');
disp(msg);
Longitudinal;

fprintf(a.ger,'Força vertical crítica\t\t%.2f\t%.2f\r\n',...
    max(max(Fpd)),max(max(Fpt)));

% Término da gravação em arquivo -----
fprintf(a.ger, '\r\nTérmino da análise em %s', datetime(clock));
fclose(a.ger);
msg = sprintf('Registro em arquivo de dinâmica completo');
disp(msg);
% -----

set(groot,'defaultAxesColorOrder',lines)

msg = sprintf('Término da análise');
disp(msg);

```

ANEXO II - FICHA DE PROJETO

```
% Unidades de referência -----
% Massa em [kg]
% Inércia em [kg.m²]
% Velocidade em [km/h]
% Comprimento em [mm]
% Pressão em [psi]
% Rigidez de mola em [N/m]
% Força de mola em [N]
% Coeficiente de amortecimento em [N.s/m]
% Ângulo em [rad]
% Relação de cremalheira [voltas/mm]
% -----

% Relação de índices -----
% d. -> referente a dianteira
% t. -> referente a traseira

% .eip -> Fixação posterior da suspensão inferior na estrutura
%   ^ Ponto de referência
%
% .eia -> Fixação anterior da suspensão inferior na estrutura
% .mi -> Fixação inferior da manga na suspensão (p-posterior;a-anterior)
% .esp -> Fixação posterior da suspensão superior na estrutura
% .esa -> Fixação anterior da suspensão superior na estrutura
% .ms -> Fixação superior da manga na suspensão
% .bm -> Centro de rotação do braço de direção
% .bc -> Fixação da barra de direção na cremalheira (ou último elemento
%       rígido conectado a esta com deslocamento lateral puro)
% .sm -> Centro da articulação externa do semieixo
% .sc -> Centro da articulação interna do semieixo
% .cr -> Centro da roda
% .mr -> Centro da ponta de eixo na roda
% .ae -> Fixação do amortecedor na estrutura
% .as -> Fixação do amortecedor na suspensão
% .lbx -> Bitola (externa)
% .lb -> Bitola (central)
% .rp -> Raio do pneu
% .lp -> Largura do pneu
% .p -> Pressão de insuflamento do pneu
% .kp -> Rigidez radial do pneu
% .kl -> Rigidez lateral do pneu
% .ca -> Curso total do amortecedor
% .k -> Rigidez do elemento de mola
% .Fk0 -> Força inicial no elemento de mola
% .c -> Fator de amortecimento
% .cv -> Curso angular do volante
```

```

% .cm -> Relação da cremalheira
% .f -> Fração de carga suportada no eixo
% .fns -> Fração da massa não suspensa no eixo
%
% -----

% Fonte: Equipe - Relatório de referência

mv = ; % Massa do veículo
mp = ; % Massa estimada do piloto
mx = 113.4; % Massa máxima do piloto
J = ; % Inércia do chassi a arfagem

vx = ; % Velocidade máxima

hcg = ; % Altura do CG em relação ao solo
ee = ; % Entre-eixos

fxt = ; % Fixação do amortecedor traseiro (1 = braço,2 = manga)

% Definições do sistema dianteiro -----
% Fixações na estrutura
d.eip = [0;0;0];
d.eia = [x;y;z];
d.mi = [x;y;z];
d.esp = [x;y;z];
d.esa = [x;y;z];
d.ms = [x;y;z];
d.bm = [x;y;z];
d.bc = [x;y;z];
d.cr = [x;y;z];
d.mr = [x;y;z];
d.ae = [x;y;z];
d.as = [x;y;z];
% Medidas, coeficientes, relações e fatores
d.lbx = ;
d.rp = ;
d.lp = ;
d.p = ;
d.ca = ;
d.k = ;
d.Fk0 = ;
d.c = ;
d.cv = ;
d.cm = ;
d.f = ;
d.fns = ;
% -----

% Definições do sistema traseiro -----
% Fixações na estrutura
t.eip = [0;0;0];
t.eia = [x;y;z];
t.mip = [x;y;z];
t.mia = [x;y;z];
t.esp = [x;y;z];
t.ms = [x;y;z];
t.sm = [x;y;z];

```

```

t.sc = [x;y;z];
t.cr = [x;y;z];
t.ae = [x;y;z];
t.as = [x;y;z];
% Medidas, coeficientes, relações e fatores
t.lbx = ;
t.rp = ;
t.lp = ;
t.p = ;
t.ca = ;
t.k = ;
t.Fk0 = ;
t.c = ;
t.fns = ;
% -----

% Parâmetros correlatos -----
t.f = 1-d.f;

d.lb = d.lbx-d.lp;
t.lb = t.lbx-t.lp;

d.kp = (3.793*d.p+11.83)*1000;
t.kp = (3.625*t.p+7.269)*1000;

d.mv = mv*d.f;
d.mnr = (d.mv*d.fns)/2;
d.msr = d.mv/2 - d.mnr;
t.mv = mv*t.f;
t.mnr = (t.mv*t.fns)/2;
t.msr = t.mv/2 - t.mnr;

vx = vx/3.6;
% -----

```


ANEXO III - CINEMÁTICA DE SUSPENSÃO

```
% Considerando a norma SAE J670e -----
% VEÍCULO (lembrando que todas as referências baseiam-se no condutor)
% Eixo-X -> Direção longitudinal do veículo com sentido (+) para frente
% Eixo-Y -> Direção lateral do veículo com sentido (+) para esquerda
% Eixo-Z -> Direção vertical do veículo com sentido (+) para cima
% Ordem de rotações -> Z,Y,X
% -----

% Geração de arquivo para registro da análise -----
nome = strcat(projeto,'_',dh,'-00-Suspensao.txt');
msg = sprintf('Iniciando registro em arquivo %s', nome);
disp(msg);
a.sus = fopen(fullfile('Log',nome), 'w');
fprintf(a.sus, 'Início da análise em %s\r\n\r\n', datetime(fix(clock)));
fprintf(a.sus, 'Projeto %s\r\n\r\n', projeto);
% -----

% Referências
ex = [1;0;0];
ey = [0;1;0];
ez = [0;0;1];
zero = [0;0;0];

msg = sprintf('Determinação do ângulo de ataque da gaiola');
disp(msg);

% Eixo de rotação das rodas
% er = [sin(con)*cos(cam);cos(con)*cos(cam);-sin(cam)];
d.er = d.cr-d.mr;
d.er = d.er/norm(d.er);
d.cam = double(asin(-d.er(3)));
d.con = double(asin(d.er(1)/cos(d.cam)));
d.erx = cross(d.er,ez);
d.erx = d.erx/norm(d.erx);
d.ery = cross(ez,d.erx);
d.erz = cross(d.erx,d.ery);
t.er = t.cr-t.sm;
t.er = t.er/norm(t.er);
t.cam = double(asin(-t.er(3)));
t.con = double(asin(t.er(1)/cos(t.cam)));
t.erx = cross(t.er,ez);
t.erx = t.erx/norm(t.erx);
t.ery = cross(ez,t.erx);
t.erz = cross(t.erx,t.ery);
t.mp = t.ms-t.mip;
t.cas0 = atan2(-norm(ex.*t.mp)/norm(t.mp),norm(ez.*t.mp)/norm(t.mp));
```

```

% Pontos de contado pneu-solo
d.pc = d.cr-d.rp*d.erz;
t.pc = t.cr-t.rp*t.erz;

msg = sprintf('Ajuste de pontos em função do ângulo de ataque da gaiola);
disp(msg);

% Rotação de pontos em função do ângulo de ataque da gaiola
ag = atan2((t.pc(3)-d.pc(3)),ee);
d.eia = round(rotacao(d.eia,d.er,d.eip,-ag),5);
d.mi = round(rotacao(d.mi,d.er,d.eip,-ag),5);
d.esp = round(rotacao(d.esp,d.er,d.eip,-ag),5);
d.esa = round(rotacao(d.esa,d.er,d.eip,-ag),5);
d.ms = round(rotacao(d.ms,d.er,d.eip,-ag),5);
d.bm = round(rotacao(d.bm,d.er,d.eip,-ag),5);
d.bc = round(rotacao(d.bc,d.er,d.eip,-ag),5);
d.cr = round(rotacao(d.cr,d.er,d.eip,-ag),5);
d.mr = round(rotacao(d.mr,d.er,d.eip,-ag),5);
d.ae = round(rotacao(d.ae,d.er,d.eip,-ag),5);
d.as = round(rotacao(d.as,d.er,d.eip,-ag),5);
t.eia = round(rotacao(t.eia,t.er,t.eip,-ag),5);
t.mip = round(rotacao(t.mip,t.er,t.eip,-ag),5);
t.mia = round(rotacao(t.mia,t.er,t.eip,-ag),5);
t.esp = round(rotacao(t.esp,t.er,t.eip,-ag),5);
t.ms = round(rotacao(t.ms,t.er,t.eip,-ag),5);
t.sm = round(rotacao(t.sm,t.er,t.eip,-ag),5);
t.sc = round(rotacao(t.sc,t.er,t.eip,-ag),5);
t.cr = round(rotacao(t.cr,t.er,t.eip,-ag),5);
t.ae = round(rotacao(t.ae,t.er,t.eip,-ag),5);
t.as = round(rotacao(t.as,t.er,t.eip,-ag),5);

msg = sprintf('Determinação de parâmetros iniciais');
disp(msg);

% Pontos de contado pneu-solo corrigidos
d.pc = d.cr-d.rp*d.erz;
t.pc = t.cr-t.rp*t.erz;

% Posicionamento das mangas
d.m = d.ms-d.mi; % Pino mestre
ed = d.m/norm(d.m); % Eixo de esterçamento
d.kpi = atan2(-ed(2),ed(3)); % Inclinação do pino mestre
d.cas = atan2(-ed(1),ed(3)); % Cáster
d.csa = -((d.mi(3)-d.pc(3))/d.m(3))*d.m(1)+d.mi(1)-d.pc(1); % Af. de cáster
d.rd = d.pc(2)-d.mi(2)+((d.mi(3)-d.pc(3))/d.m(3))*d.m(2); % Raio de deslizamento
t.mp = t.ms-t.mip;
et = t.mp/norm(t.mp);
t.cas = atan2(-et(1),et(3))-t.cas0;

% Tamanhos padrão
d.bs = d.ms-d.bm;
d.bi = d.mi-d.bm;
d.cb = d.bc-d.bm;
d.ps = d.ms-d.cr;
d.pi = d.mi-d.cr;
d.pr = d.bm-d.cr;
d.cs = d.ms-d.mr;

```

```

d.ci = d.mi-d.mr;
d.rb = d.bm-d.mr;
t.mic = t.as-t.mip;
t.bip = t.eip-t.mip;
t.ma = t.ms-t.mia;
t.sa = t.as-t.mia;
t.bia = t.eia-t.mia;
t.ps = t.ms-t.cr;
t.pi = t.mip-t.cr;
t.ai = t.mia-t.cr;
t.am = t.ae-t.as;
t.ax = norm(t.am);
t.an = t.ax-t.ca;
t.psm = t.mia-t.sm;
t.asm = t.mip-t.sm;
t.rsm = t.cr-t.sm;

% Eixos de rotação dos braços
d.ri = d.eia-d.eip;
d.ri = d.ri/norm(d.ri);
d.rs = d.esa-d.esp;
d.rs = d.rs/norm(d.rs);
t.ri = t.eia-t.eip;
t.ri = t.ri/norm(t.ri);
t.rx = t.mia-t.mip;
t.rx = t.rx/norm(t.rx);
t.rf = t.as-t.ms;
t.rf = t.rf/norm(t.rf);
t.rs = t.ri;

% Ângulo de ataque total dos braços
d.ab = acos(d.ri(1));
t.ab = acos(d.ri(1));

msg = sprintf('Determinação do curso de suspensão');
disp(msg);

% Rotação máxima dos braços de fixação dos amortecedores
d.asp = dot(d.as-d.eip,d.ri)*d.ri;
d.ax = norm(d.ae-d.as);           % Comprimento do amortecedor estendido
d.an = d.ax-d.ca;                % Comprimento do amortecedor comprimido
d.al = norm(d.as-d.eip-d.asp);   % Distância lateral da fixação do amortecedor até
eixo
d.av = norm(d.ae-d.eip-d.asp);   % Distância vertical da fixação do amortecedor até
o eixo
d.tf = acos(-(d.ax^2-d.al^2-d.av^2)/(2*d.al*d.av));
d.tn = acos(-(d.an^2-d.al^2-d.av^2)/(2*d.al*d.av));
d.rif = d.tf-d.tn;
switch fxt % Fixação do amortecedor
    case 1 % Braço inferior
        t.asp = dot(t.as-t.eip,t.ri)*t.ri;
        t.esa = t.esp+2*t.asp;
        t.al = norm(t.as-t.asp-t.eip);
        t.av = norm(t.ae-t.asp-t.eip);
        t.tf = acos(-(t.ax^2-t.al^2-t.av^2)/(2*t.al*t.av));
        t.tn = acos(-(t.an^2-t.al^2-t.av^2)/(2*t.al*t.av));
        t.rif =t.tf-t.tn;
        t.ra = t.eip;

```

```

case 2 % Manga de eixo
    t.asp = dot(t.as-t.esp,t.rs)*t.rs;
    t.esa = t.esp+2*t.asp;
    t.al = norm(t.as-t.asp-t.esp);
    t.av = norm(t.ae-t.asp-t.esp);
    t.tf = acos(-(t.ax^2-t.al^2-t.av^2)/(2*t.al*t.av));
    t.tn = acos(-(t.an^2-t.al^2-t.av^2)/(2*t.al*t.av));
    t.rsfc = t.tf-t.tn;
    t.asfc = rotacao(t.as,t.rs,t.esp,t.rsfc);
    t.msfc = rotacao(t.ms,t.rs,t.esp,t.rsfc);
    t.mipfc = posicao(t.msfc,t.mp,t.asfc,t.mic,t.eip,t.bip,4);
    t.rifc = double(angulacao(t.ri,t.eip,t.mip,t.as,t.asfc));
    t.ra = t.esp;
end

fprintf(a.sus, 'Parâmetros iniciais\r\n\r\n');
fprintf(a.sus, 'Inclinação do pino mestre\t%.2f°\r\n',d.kpi*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Cambagem dianteira\t\t%.2f°\r\n',d.cam*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Convergência dianteira\t\t%.2f°\r\n',d.con*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Cáster dianteiro\t\t\t%.2f°\r\n',d.cas*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Afastamento de cáster\t\t%.2fmm\r\n',d.csa);
fprintf(a.sus, 'Raio de deslizamento\t\t%.2fmm\r\n\r\n',d.rd);
fprintf(a.sus, 'Cáster traseiro\t\t%.2f°\r\n',t.cas*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Cambagem traseira\t\t%.2f°\r\n',t.cam*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Convergência traseira\t%.2f°\r\n\r\n',t.con*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Rotação máxima do braço inferior dianteiro %.2f°\r\n',d.↵
rif*180/pi);
fprintf(a.sus, 'Rotação máxima do braço inferior traseiro %.2f°\r\n\r\n',t.↵
rif*180/pi);

msg = sprintf('Determinação do comportamento ao longo do curso de suspensão');
disp(msg);

h = waitbar(0,'Alocando vetores...');
set(h,'Name','Cálculos de suspensão');
t_m = 0;
d.mit(3,p) = zeros;
d.ast(3,p) = zeros;
d.at(p) = zeros;
d.mst(3,p) = zeros;
d.mt(3,p) = zeros;
edt(3,p) = zeros;
d.bmt(3,p) = zeros;
d.crt(3,p) = zeros;
d.mrt(3,p) = zeros;
d.ert(3,p) = zeros;
d.cast(p) = zeros;
d.camt(p) = zeros;
d.cont(p) = zeros;
d.erxt(3,p) = zeros;
d.erxt(3,p) = zeros;
d.eryt(3,p) = zeros;
d.erzt(3,p) = zeros;
d.pct(3,p) = zeros;
t.mipt(3,p) = zeros;
t.miat(3,p) = zeros;
t.mst(3,p) = zeros;
t.ast(3,p) = zeros;

```

```

t.at(p)      = zeros;
t.rxt(3,p)  = zeros;
t.rxt(3,p)  = zeros;
t.mpt(3,p)  = zeros;
ett(3,p)    = zeros;
t.crt(3,p)  = zeros;
t.smt(3,p)  = zeros;
t.ert(3,p)  = zeros;
t.cast(p)   = zeros;
t.camt(p)   = zeros;
t.cont(p)   = zeros;
t.erxt(3,p) = zeros;
t.erxt(3,p) = zeros;
t.eryt(3,p) = zeros;
t.erzt(3,p) = zeros;
t.pct(3,p)  = zeros;
for j=1:p
    tic

    rd = (d.rif)*(j-1)/(p-1);
    d.mit(:,j) = rotacao(d.mi,d.ri,d.eip,rd);
    d.ast(:,j) = rotacao(d.as,d.ri,d.eip,rd);
    d.at(j) = norm(d.ae-d.ast(:,j));
    rds = angulacao(d.rs,d.esp,d.ms,d.mi,d.mit(:,j));
    d.mst(:,j) = rotacao(d.ms,d.rs,d.esp,rds);
    d.mt(:,j) = d.mst(:,j)-d.mit(:,j);
    edt(:,j) = d.mt(:,j)/norm(d.mt(:,j));
    d.bmt(:,j) = posicao(d.mst(:,j),d.bs,d.mit(:,j),d.bi,d.bc,d.cb,1);
    d.crt(:,j) = posicao(d.mst(:,j),d.ps,d.mit(:,j),d.pi,d.bmt(:,j),d.pr,2);
    d.mrt(:,j) = posicao(d.mst(:,j),d.cs,d.mit(:,j),d.ci,d.bmt(:,j),d.rb,3);
    d.ert(:,j) = (d.crt(:,j)-d.mrt(:,j))/norm(d.crt(:,j)-d.mrt(:,j));
    d.cast(j) = atan2(-edt(1,j),edt(3,j));
    d.camt(j) = asin(-d.ert(3,j));
    d.cont(j) = asin(d.ert(1,j)/cos(d.camt(j)));
    d.erxt(:,j) = cross(d.ert(:,j),ez);
    d.erxt(:,j) = d.erxt(:,j)/norm(d.erxt(:,j));
    d.eryt(:,j) = cross(ez,d.erxt(:,j));
    d.erzt(:,j) = cross(d.erxt(:,j),d.eryt(:,j));
    d.pct(:,j) = d.crt(:,j)-d.rp*d.erzt(:,j);

    rt = (t.rif)*(j-1)/(p-1);
    t.mipt(:,j) = rotacao(t.mip,t.ri,t.eip,rt);
    t.miat(:,j) = rotacao(t.mia,t.ri,t.eip,rt);
    rts = angulacao(t.rs,t.esp,t.ms,t.mia,t.miat(:,j));
    t.mst(:,j) = rotacao(t.ms,t.rs,t.esp,rts);
    t.ast(:,j) = rotacao(t.as,t.rs,t.ra,rts);
    t.at(j) = norm(t.ae-t.ast(:,j));
    t.rxt(:,j) = t.miat(:,j)-t.mipt(:,j);
    t.rxt(:,j) = t.rxt(:,j)/norm(t.rxt(:,j));
    t.mpt(:,j) = t.mst(:,j)-t.mipt(:,j);
    ett(:,j) = t.mpt(:,j)/norm(t.mpt(:,j));
    t.crt(:,j) = posicao(t.mst(:,j),t.ps,t.mipt(:,j),t.pi,t.miat(:,j),t.ai,2);
    t.smt(:,j) = posicao(t.mipt(:,j),t.psm,t.miat(:,j),t.asm,t.crt(:,j),t.rsm,3);
    t.ert(:,j) = (t.crt(:,j)-t.smt(:,j))/norm(t.crt(:,j)-t.smt(:,j));
    t.cast(j) = atan2(-ett(1,j),ett(3,j))-t.cas0;
    t.camt(j) = asin(-t.ert(3,j));
    t.cont(j) = asin(t.ert(1,j)/cos(t.camt(j)));
    t.erxt(:,j) = cross(t.ert(:,j),ez);

```

```

t.erxt(:,j) = t.erxt(:,j)/norm(t.erxt(:,j));
t.eryt(:,j) = cross(ez,t.erxt(:,j));
t.erzt(:,j) = cross(t.erxt(:,j),t.eryt(:,j));
t.pct(:,j) = t.crt(:,j)-t.rp*t.erzt(:,j);

t_m = (4*max(t_m,toc)+toc)/5;
rest = (p-j)*t_m;
dec = 100*j/p;
waitbar(dec/100,h,...
        sprintf('%.1f%% executado\n%.1f segundos restantes', dec, rest));
end
close(h);

msg = sprintf('Ajuste de resultados para referências globais');
disp(msg);

% Ajuste de pontos de referência para a projeção do CG no solo -----
cg = [0;0;hcg];
h = waitbar(0,'Iniciando...');
set(h,'Name','Ajustes dianteiros');
d.cg = [t.f*ee-d.crt(1,1);(d.lb/2)-d.crt(2,1);-d.pct(3,1)];
d.eip = d.cg;
d.eia = d.eia+d.cg;
d.esp = d.esp+d.cg;
d.esa = d.esa+d.cg;
d.bc = d.bc+d.cg;
d.ae = d.ae+d.cg;
for j=1:p
    d.mit(:,j) = d.mit(:,j)+d.cg;
%     d.nit(:,j) = d.nit(:,j)+d.cg;
    d.ast(:,j) = d.ast(:,j)+d.cg;
    d.mst(:,j) = d.mst(:,j)+d.cg;
%     d.nst(:,j) = d.nst(:,j)+d.cg;
    d.bmt(:,j) = d.bmt(:,j)+d.cg;
    d.mrt(:,j) = d.mrt(:,j)+d.cg;
    d.crt(:,j) = d.crt(:,j)+d.cg;
    d.pct(:,j) = d.pct(:,j)+d.cg;
    dec = 100*j/p;
    waitbar(dec/100,h,...
            sprintf('%.1f%% executado', dec));
end
close(h)

h = waitbar(0,'Iniciando...');
set(h,'Name','Ajustes traseiros');
t.cg = [-d.f*ee-t.crt(1,1);(t.lb/2)-t.crt(2,1);-t.pct(3,1)];
t.eip = t.cg;
t.eia = t.eia+t.cg;
t.esp = t.esp+t.cg;
t.esa = t.esa+t.cg;
t.sc = t.sc+t.cg;
t.ae = t.ae+t.cg;
for j=1:p
    t.mst(:,j) = t.mst(:,j)+t.cg;
    t.ast(:,j) = t.ast(:,j)+t.cg;
    t.mipt(:,j) = t.mipt(:,j)+t.cg;
    t.miat(:,j) = t.miat(:,j)+t.cg;
    t.mpt(:,j) = t.mpt(:,j)+t.cg;

```

```

t.crt(:,j) = t.crt(:,j)+t.cg;
t.smt(:,j) = t.smt(:,j)+t.cg;
t.pct(:,j) = t.pct(:,j)+t.cg;
dec = 100*j/p;
waitbar(dec/100,h,...
        sprintf('%.1f%% executado', dec));
end
close(h)

msg = sprintf('Gravando resultados');
disp(msg);
fprintf(a.sus, '\r\n-----Suspensão Dianteira-----');
fprintf(a.sus, '\r\nElevação da roda\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', d.pct(3,:));
fprintf(a.sus, '\r\nCompressão do amortecedor\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', d.ax-d.at);
fprintf(a.sus, '\r\nCáster\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', d.cast);
fprintf(a.sus, '\r\nCambagem de roda\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', d.camt);
fprintf(a.sus, '\r\nConvergência de roda\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', d.cont);
fprintf(a.sus, '-----\r\n');
fprintf(a.sus, '\r\n-----Suspensão Traseira-----');
fprintf(a.sus, '\r\nElevação da roda\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', t.pct(3,:));
fprintf(a.sus, '\r\nCompressão do amortecedor\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', t.ax-t.at);
fprintf(a.sus, '\r\nCáster\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', t.cast);
fprintf(a.sus, '\r\nCambagem de roda\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', t.camt);
fprintf(a.sus, '\r\nConvergência de roda\r\n');
fprintf(a.sus, '%7.4f\r\n', t.cont);
fprintf(a.sus, '-----');

% Término da gravação em arquivo -----
fprintf(a.sus, '\r\nTérmino da análise em %s', datetime(fix(clock)));
fclose(a.sus);
msg = sprintf('Registro em arquivo de suspensão completo');
disp(msg);
% -----

switch figcs
case 0
case 1
msg = sprintf('Gerando gráficos');
disp(msg);

figure(fig) % Posições ao longo do curso e localização CG
title('Curso de suspensão')
plot3(0,0,hcg,'or')
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
grid on
hold on
plot3(d.mit(1,:),-d.mit(2,:),d.mit(3),'-k')

```

```

hold on
plot3(d.mst(1,:),-d.mst(2,:),d.mst(3:),'-k')
hold on
plot3(d.bmt(1,:),-d.bmt(2,:),d.bmt(3:),'-b')
hold on
plot3(d.crt(1,:),-d.crt(2,:),d.crt(3:),'-r')
hold on
plot3(t.mst(1,:),-t.mst(2,:),t.mst(3:),'-k')
hold on
plot3(t.mipt(1,:),-t.mipt(2,:),t.mipt(3:),'-k')
hold on
plot3(t.miat(1,:),-t.miat(2,:),t.miat(3:),'-k')
hold on
plot3(t.crt(1,:),-t.crt(2,:),t.crt(3:),'-r')
hold on

% Eixos de rotação dos braços e "chassi"
d.exs = [d.esp,d.esa];
d.exi = [d.eip,d.eia];
d.tfs = [d.esa,d.esa];
d.tfs(2,2) = -d.tfs(2,2);
d.tfi = [d.eia,d.eia];
d.tfi(2,2) = -d.tfi(2,2);
d.tfe = [d.eia,d.esa];
d.tfd = d.tfe;
d.tfd(2,:) = -d.tfd(2,:);
d.tts = [d.esp,d.esp];
d.tts(2,2) = -d.tts(2,2);
d.tti = [d.eip,d.eip];
d.tti(2,2) = -d.tti(2,2);
d.tte = [d.eip,d.esp];
d.ttd = d.tte;
d.ttd(2,:) = -d.ttd(2,:);
t.exs = [t.esp,t.esa];
t.exi = [t.eip,t.eia];
t.tfs = [t.esa,t.esa];
t.tfs(2,2) = -t.tfs(2,2);
t.tfi = [t.eia,t.eia];
t.tfi(2,2) = -t.tfi(2,2);
t.tfe = [t.eia,t.esa];
t.tfd = t.tfe;
t.tfd(2,:) = -t.tfd(2,:);
t.tts = [t.esp,t.esp];
t.tts(2,2) = -t.tts(2,2);
t.tti = [t.eip,t.eip];
t.tti(2,2) = -t.tti(2,2);
t.tte = [t.eip,t.esp];
t.ttd = t.tte;
t.ttd(2,:) = -t.ttd(2,:);
ls = [t.esa,d.esp];
li = [t.eia,d.eip];

plot3(d.exs(1,:),d.exs(2,:),d.exs(3:),'-k')
hold on
plot3(d.exi(1,:),d.exi(2,:),d.exi(3:),'-k')
hold on
plot3(d.exs(1,:),-d.exs(2,:),d.exs(3:),'-k')
hold on

```



```

plot3(d.exi(1,:),-d.exi(2,:),d.exi(3:),'-k')
hold on
plot3(d.tfs(1,:),d.tfs(2,:),d.tfs(3:),'-k')
hold on
plot3(d.tfi(1,:),d.tfi(2,:),d.tfi(3:),'-k')
hold on
plot3(d.tfe(1,:),d.tfe(2,:),d.tfe(3:),'-k')
hold on
plot3(d.tfd(1,:),d.tfd(2,:),d.tfd(3:),'-k')
hold on
plot3(d.tts(1,:),d.tts(2,:),d.tts(3:),'-k')
hold on
plot3(d.tti(1,:),d.tti(2,:),d.tti(3:),'-k')
hold on
plot3(d.tte(1,:),d.tte(2,:),d.tte(3:),'-k')
hold on
plot3(d.ttd(1,:),d.ttd(2,:),d.ttd(3:),'-k')
hold on
plot3(t.exs(1,:),t.exs(2,:),t.exs(3:),'-k')
hold on
plot3(t.exs(1,:),-t.exs(2,:),t.exs(3:),'-k')
hold on
plot3(t.exi(1,:),t.exi(2,:),t.exi(3:),'-k')
hold on
plot3(t.exi(1,:),-t.exi(2,:),t.exi(3:),'-k')
hold on
plot3(t.tfs(1,:),t.tfs(2,:),t.tfs(3:),'-k')
hold on
plot3(t.tfi(1,:),t.tfi(2,:),t.tfi(3:),'-k')
hold on
plot3(t.tfe(1,:),t.tfe(2,:),t.tfe(3:),'-k')
hold on
plot3(t.tfd(1,:),t.tfd(2,:),t.tfd(3:),'-k')
hold on
plot3(t.tts(1,:),t.tts(2,:),t.tts(3:),'-k')
hold on
plot3(t.tti(1,:),t.tti(2,:),t.tti(3:),'-k')
hold on
plot3(t.tte(1,:),t.tte(2,:),t.tte(3:),'-k')
hold on
plot3(t.ttd(1,:),t.ttd(2,:),t.ttd(3:),'-k')
hold on
plot3(ls(1,:),ls(2,:),ls(3:),'-k')
hold on
plot3(ls(1,:),-ls(2,:),ls(3:),'-k')
hold on
plot3(li(1,:),li(2,:),li(3:),'-k')
hold on
plot3(li(1,:),-li(2,:),li(3:),'-k')
hold on

% Braços de suspensão e amortecedores
d.eps0 = [d.esp,d.mst(:,1)];
d.eas0 = [d.esa,d.mst(:,1)];
d.epi0 = [d.eip,d.mit(:,1)];
d.eai0 = [d.eia,d.mit(:,1)];
d.am0 = [d.ae,d.ast(:,1)];
d.eps1 = [d.esp,d.mst(:,p)];

```

```

d.eas1 = [d.esa,d.mst(:,p)];
d.epi1 = [d.eip,d.mit(:,p)];
d.eai1 = [d.eia,d.mit(:,p)];
d.am1 = [d.ae,d.ast(:,p)];
t.eps0 = [t.esp,t.mst(:,1)];
t.epi0 = [t.eip,t.mipt(:,1)];
t.eai0 = [t.eia,t.miat(:,1)];
t.am0 = [t.ae,t.ast(:,1)];
t.eps1 = [t.esp,t.mst(:,p)];
t.epi1 = [t.eip,t.mipt(:,p)];
t.eai1 = [t.eia,t.miat(:,p)];
t.am1 = [t.ae,t.ast(:,p)];

plot3(d.eps0(1,:),d.eps0(2,:),d.eps0(3:),'-k')
hold on
plot3(d.eas0(1,:),d.eas0(2,:),d.eas0(3:),'-k')
hold on
plot3(d.epi0(1,:),d.epi0(2,:),d.epi0(3:),'-k')
hold on
plot3(d.eai0(1,:),d.eai0(2,:),d.eai0(3:),'-k')
hold on
plot3(d.am0(1,:),d.am0(2,:),d.am0(3:),'-m')
hold on
plot3(d.eps1(1,:),-d.eps1(2,:),d.eps1(3:),'-k')
hold on
plot3(d.eas1(1,:),-d.eas1(2,:),d.eas1(3:),'-k')
hold on
plot3(d.epi1(1,:),-d.epi1(2,:),d.epi1(3:),'-k')
hold on
plot3(d.eai1(1,:),-d.eai1(2,:),d.eai1(3:),'-k')
hold on
plot3(d.am1(1,:),-d.am1(2,:),d.am1(3:),'-m')
hold on
plot3(t.eps0(1,:),t.eps0(2,:),t.eps0(3:),'-k')
hold on
plot3(t.epi0(1,:),t.epi0(2,:),t.epi0(3:),'-k')
hold on
plot3(t.eai0(1,:),t.eai0(2,:),t.eai0(3:),'-k')
hold on
plot3(t.am0(1,:),t.am0(2,:),t.am0(3:),'-m')
hold on
plot3(t.eps1(1,:),-t.eps1(2,:),t.eps1(3:),'-k')
hold on
plot3(t.epi1(1,:),-t.epi1(2,:),t.epi1(3:),'-k')
hold on
plot3(t.eai1(1,:),-t.eai1(2,:),t.eai1(3:),'-k')
hold on
plot3(t.am1(1,:),-t.am1(2,:),t.am1(3:),'-m')
hold on

% Mangas, braços de direção e pontas de eixo
d.m0 = [d.mit(:,1),d.mst(:,1)];
d.bm0 = [d.mit(:,1),d.bmt(:,1)];
d.cr0 = [d.crt(:,1),d.mrt(:,1)];
d.m1 = [d.mit(:,p),d.mst(:,p)];
d.bm1 = [d.mit(:,p),d.bmt(:,p)];
d.cr1 = [d.crt(:,p),d.mrt(:,p)];
t.ms0 = [t.mst(:,1),t.ast(:,1)];

```

```

t.mp0 = [t.mipt(:,1),t.mst(:,1)];
t.ma0 = [t.miat(:,1),t.ast(:,1)];
t.mi0 = [t.miat(:,1),t.mipt(:,1)];
t.cr0 = [t.crt(:,1),t.smt(:,1)];
t.ms1 = [t.mst(:,p),t.ast(:,p)];
t.mp1 = [t.mipt(:,p),t.mst(:,p)];
t.ma1 = [t.miat(:,p),t.ast(:,p)];
t.mi1 = [t.miat(:,p),t.mipt(:,p)];
t.cr1 = [t.crt(:,p),t.smt(:,p)];

plot3(d.m0(1,:),d.m0(2,:),d.m0(3:),'-r')
hold on
plot3(d.m1(1,:),-d.m1(2,:),d.m1(3:),'-r')
hold on
plot3(d.bm0(1,:),d.bm0(2,:),d.bm0(3:),'-r')
hold on
plot3(d.bm1(1,:),-d.bm1(2,:),d.bm1(3:),'-r')
hold on
plot3(d.cr0(1,:),d.cr0(2,:),d.cr0(3:),'-r')
hold on
plot3(d.cr1(1,:),-d.cr1(2,:),d.cr1(3:),'-r')
hold on
plot3(t.ms0(1,:),t.ms0(2,:),t.ms0(3:),'-r')
hold on
plot3(t.mp0(1,:),t.mp0(2,:),t.mp0(3:),'-r')
hold on
plot3(t.ma0(1,:),t.ma0(2,:),t.ma0(3:),'-r')
hold on
plot3(t.mi0(1,:),t.mi0(2,:),t.mi0(3:),'-r')
hold on
plot3(t.ms1(1,:),-t.ms1(2,:),t.ms1(3:),'-r')
hold on
plot3(t.mp1(1,:),-t.mp1(2,:),t.mp1(3:),'-r')
hold on
plot3(t.ma1(1,:),-t.ma1(2,:),t.ma1(3:),'-r')
hold on
plot3(t.mi1(1,:),-t.mi1(2,:),t.mi1(3:),'-r')
hold on
plot3(t.cr0(1,:),t.cr0(2,:),t.cr0(3:),'-r')
hold on
plot3(t.cr1(1,:),-t.cr1(2,:),t.cr1(3:),'-r')
hold on

% Barras de direção, cremalheira, semieixos e eixo traseiro
d.bc0 = [d.bc,d.bmt(:,1)];
d.bc1 = [d.bc,d.bmt(:,p)];
d.cmd = [d.bc,d.bc];
d.cmd(2,2) = -d.cmd(2,2);
t.sm0 = [t.sc,t.smt(:,1)];
t.sm1 = [t.sc,t.smt(:,p)];
t.scd = [t.sc,t.sc];
t.scd(2,2) = -t.scd(2,2);

plot3(d.bc0(1,:),d.bc0(2,:),d.bc0(3:),'-b')
hold on
plot3(d.bc1(1,:),-d.bc1(2,:),d.bc1(3:),'-b')
hold on
plot3(d.cmd(1,:),d.cmd(2,:),d.cmd(3:),'-b')

```

```

hold on
plot3(t.sm0(1,:),t.sm0(2,:),t.sm0(3,),'-b')
hold on
plot3(t.sm1(1,:),-t.sm1(2,:),t.sm1(3,),'-b')
hold on
plot3(t.scd(1,:),t.scd(2,:),t.scd(3,),'-b')
hold on

% Rodas
for j=1:30
    d.r0(:,j) = rotacao(d.pct(:,1),d.ert(:,1),d.crt(:,1),2*pi*(j-1)/29);
    d.r1(:,j) = rotacao(d.pct(:,p),d.ert(:,p),d.crt(:,p),2*pi*(j-1)/29);
    t.r0(:,j) = rotacao(t.pct(:,1),t.ert(:,1),t.crt(:,1),-2*pi*(j-1)/29);
    t.r1(:,j) = rotacao(t.pct(:,p),t.ert(:,p),t.crt(:,p),-2*pi*(j-1)/29);
end

plot3(d.r0(1,:),d.r0(2,:),d.r0(3,),'-k')
hold on
plot3(d.r1(1,:),-d.r1(2,:),d.r1(3,),'-k')
hold on
plot3(t.r0(1,:),t.r0(2,:),t.r0(3,),'-k')
hold on
plot3(t.r1(1,:),-t.r1(2,:),t.r1(3,),'-k')
hold on
axis equal
hold on
axis vis3d
fig = fig+1;
% -----

% Ângulos característicos
figure(fig)
title('Ângulos dianteiros ao longo do curso')
xlabel('Ângulação [°]')
ylabel('Elevação da roda [mm]')
grid on
hold on
plot(d.cast*180/pi,d.pct(3,:))
hold on
plot(d.camt*180/pi,d.pct(3,:))
hold on
plot(d.cont*180/pi,d.pct(3,:))
hold on
legend('\alpha_D','\gamma_D','\delta_D','Location','best')
fig = fig+1;

figure(fig)
title('Ângulos traseiros ao longo do curso')
xlabel('Ângulação [°]')
ylabel('Elevação da roda [mm]')
grid on
hold on
plot(t.cast*180/pi,t.pct(3,:))
hold on
plot(t.camt*180/pi,t.pct(3,:))
hold on
plot(t.cont*180/pi,t.pct(3,:))
hold on

```

```

legend('\alpha_T', '\gamma_T', '\delta_T', 'Location', 'best')
fig = fig+1;

% Alavancas de suspensão
figure(fig)
title('Alavancas de suspensão')
xlabel('Compressão do amortecedor [mm]')
ylabel('Elevação da roda [mm]')
grid on
hold on
plot(d.ax-d.at,d.pct(3,:))
hold on
plot(t.ax-t.at,t.pct(3,:))
hold on
legend('Dianteira', 'Traseira', 'Location', 'best')
axis equal
fig = fig+1;

% Avanços de roda
figure(fig)
title('Avanços de roda')
xlabel('Avanço de roda [mm]')
ylabel('Elevação da roda [mm]')
grid on
hold on
plot(d.crt(1,:)-d.crt(1,1),d.pct(3,:))
hold on
plot(t.crt(1,:)-t.crt(1,1),t.pct(3,:))
hold on
legend('Dianteira', 'Traseira', 'Location', 'best')
axis equal
fig = fig+1;

% Variações de bitola
figure(fig)
title('Variações de meia bitola')
xlabel('1/2 Bitola [mm]')
ylabel('Elevação da roda [mm]')
grid on
hold on
plot(d.crt(2,:),d.pct(3,:))
hold on
plot(t.crt(2,:),t.pct(3,:))
hold on
legend('Dianteira', 'Traseira', 'Location', 'best')
axis equal
fig = fig+1;
end
msg = sprintf('Análise cinemática completa\n');
disp(msg);

```

ANEXO IV - CINEMÁTICA DE DIREÇÃO

```
% Considerando a norma SAE J670e -----
% VEÍCULO (Referências do condutor)
% Eixo-X -> Direção longitudinal do veículo com sentido (+) para frente
% Eixo-Y -> Direção lateral do veículo com sentido (+) para esquerda
% Eixo-Z -> Direção vertical do veículo com sentido (+) para cima
% Ordem de rotações -> Z,Y,X
% -----

% Geração de arquivo para registro da análise -----
nome = strcat(projeto,'_',dh,'-00-Direcao.txt');
msg = sprintf('Iniciando registro em arquivo %s', nome);
disp(msg);
a.dir = fopen(fullfile('Log',nome), 'w');
fprintf(a.dir, 'Início da análise em %s\r\n\r\n', datetime(fix(clock)));
fprintf(a.dir, 'Projeto %s\r\n\r\n', projeto);
% -----

msg = sprintf('Determinação de posição de repouso com carga');
disp(msg);

iBs = find(d.pct(3,:)>=d.sx, 1, 'first' );
iBi = find(d.pct(3,:)<=d.sx, 1, 'last' );
if iBs==iBi
    d.msp = d.mst(:,iBs);
    d.mip = d.mit(:,iBs);
    d.bmp = d.bmt(:,iBs);
    d.crp = d.crt(:,iBs);
    d.mrp = d.mrt(:,iBs);
    d.pcp = d.pct(:,iBs);
    del0 = d.cont(:,iBs);
    cam0 = d.camt(:,iBs);
    cas0 = d.cast(:,iBs);
else
    fs = (d.sx-d.pct(3,iBi))/(d.pct(3,iBs)-d.pct(3,iBi));
    fi = (d.pct(3,iBs)-d.sx)/(d.pct(3,iBs)-d.pct(3,iBi));
    d.msp = fs*d.mst(:,iBs)+fi*d.mst(:,iBi);
    d.mip = fs*d.mit(:,iBs)+fi*d.mit(:,iBi);
    d.bmp = fs*d.bmt(:,iBs)+fi*d.bmt(:,iBi);
    d.crp = fs*d.crt(:,iBs)+fi*d.crt(:,iBi);
    d.mrp = fs*d.mrt(:,iBs)+fi*d.mrt(:,iBi);
    d.pcp = fs*d.pct(:,iBs)+fi*d.pct(:,iBi);
    del0 = fs*d.cont(iBs)+fi*d.cont(iBi);
    cam0 = fs*d.camt(iBs)+fi*d.camt(iBi);
    cas0 = fs*d.cast(iBs)+fi*d.cast(iBi);
end
B = 2*d.crp(2);
```

```

d.mp = d.msp-d.mip;
edd = d.mp/norm(d.mp);
kpi0 = atan2(-edd(2),edd(3));
csap = -((d.mip(3)-d.pcp(3))/d.mp(3))*d.mp(1)+d.mip(1)-d.pcp(1);
rdp = d.pcp(2)-d.mip(2)+((d.mip(3)-d.pcp(3))/d.mp(3))*d.mp(2);

iLs = find(t.pct(3,*)>=t.sx, 1, 'first' );
iLi = find(t.pct(3,*)<=t.sx, 1, 'last' );
if iLs==iLi
    t.crp = t.crt(:,iLs);
    t.del0 = t.cont(:,iBs);
    t.cam0 = t.camt(:,iBs);
    t.cas0 = t.cast(:,iBs);
else
    fs = (t.sx-t.pct(3,iLi))/(t.pct(3,iLs)-t.pct(3,iLi));
    fi = (t.pct(3,iLs)-t.sx)/(t.pct(3,iLs)-t.pct(3,iLi));
    t.crp = fs*t.crt(:,iLs)+fi*t.crt(:,iLi);
    t.del0 = fs*t.cont(iBs)+fi*t.cont(iBi);
    t.cam0 = fs*t.camt(iBs)+fi*t.camt(iBi);
    t.cas0 = fs*t.cast(iBs)+fi*t.cast(iBi);
end
L = d.crp(1)-t.crp(1);

fprintf(a.dir, 'Parâmetros iniciais\r\n\r\n');
fprintf(a.dir, 'Inclinação do pino mestre\t%.2f°\r\n',kpi0*180/pi);
fprintf(a.dir, 'Cambagem dianteira\t\t%.2f°\r\n',cam0*180/pi);
fprintf(a.dir, 'Convergência dianteira\t\t%.2f°\r\n',del0*180/pi);
fprintf(a.dir, 'Cáster dianteiro\t\t\t%.2f°\r\n',cas0*180/pi);
fprintf(a.dir, 'Afastamento de cáster\t\t%.2fmm\r\n',csap);
fprintf(a.dir, 'Raio de deslizamento\t\t%.2fmm\r\n\r\n',rdp);
fprintf(a.dir, 'Cáster traseiro\t\t\t%.2f°\r\n',tcas0*180/pi);
fprintf(a.dir, 'Cambagem traseira\t\t%.2f°\r\n',tcam0*180/pi);
fprintf(a.dir, 'Convergência traseira\t%.2f°\r\n\r\n',tdel0*180/pi);

msg = sprintf('Determinação do comportamento ao longo do curso de esterçamento');
disp(msg);

h = waitbar(0,'Alocando vetores...');
set(h,'Name','Cálculos de esterçamento');
t_m = 0;
q = 2*p;
dc(q) = zeros;
d.bcd(3,q) = zeros;
d.bmd(3,q) = zeros;
del(q) = zeros;
d.crd(3,q) = zeros;
d.mrd(3,q) = zeros;
d.erd(3,q) = zeros;
d.camd(q) = zeros;
d.cond(q) = zeros;
d.erxd(3,q) = zeros;
d.eryd(3,q) = zeros;
d.erzd(3,q) = zeros;
d.pcd(3,q) = zeros;
evd = linspace(-1,1,q)*d.cv;
for j=1:q
    tic
    if evd(j)<0

```

```

        sn = -1;
else
        sn = 1;
end
dc(j) = evd(j)/d.cm;
d.bcd(:,j) = d.bc+ey*dc(j);
d.bmd(:,j) = posicao(d.msp,d.bs,d.mip,d.bi,d.bcd(:,j),d.cb,1);
del(j) = sn*angulacao(sn*edd,d.mip,d.bmp,d.bc,d.bcd(:,j));
d.crd(:,j) = rotacao(d.crp,edd,d.mip,del(j));
d.mrd(:,j) = rotacao(d.mrp,edd,d.mip,del(j));
d.erd(:,j) = (d.crd(:,j)-d.mrd(:,j))/norm(d.crd(:,j)-d.mrd(:,j));
d.camd(j) = asin(-d.erd(3,j));
d.cond(j) = asin(d.erd(1,j)/cos(d.camd(j)));
d.erxd(:,j) = cross(d.erd(:,j),ez);
d.erxd(:,j) = d.erxd(:,j)/norm(d.erxd(:,j));
d.eryd(:,j) = cross(ez,d.erxd(:,j));
d.erzd(:,j) = cross(d.erxd(:,j),d.eryd(:,j));
d.pcd(:,j) = d.crd(:,j)-d.rp*d.erzd(:,j);

t_m = (4*max(t_m,toc)+toc)/5;
rest = (q-j)*t_m;
dec = 100*j/q;
waitbar(dec/100,h,...
        sprintf('%.1f%% executado\n%.1f segundos restantes', dec, rest));
end
close(h);

deln = del(p+1:q);          % Esterçamento da roda interna a curva
delx = abs(del(p:-1:1));   % Esterçamento da roda externa a curva

msg = sprintf('Determinação de comportamento em Ackermann ideal');
disp(msg);

% Comportamento em geometria de Ackermann ideal
dAin = deln;
dAix = acot(B/L+cot(dAin));
cdAi = (cot(dAix)+cot(dAin))/2;
delAi = acot(cdAi);
RnAi = sqrt((L*d.f/1000)^2+((L/1000)^2)*cdAi);

msg = sprintf('Determinação de comportamento real');
disp(msg);

% Comportamento em geometria de Ackermann equivalente
cdAr = (cot(delx)+cot(deln))/2;
delAr = acot(cdAr);
RnAr = sqrt((L*d.f/1000)^2+((L/1000)^2)*cdAr);

fprintf(a.dir, '\r\nEsterçamento do volante [°]\r\n');
fprintf(a.dir, '%7.4f\r\n', evd*180/pi);
fprintf(a.dir, '\r\nDeslocamento da cremalheira [mm]\r\n');
fprintf(a.dir, '%7.4f\r\n', dc);
fprintf(a.dir, '\r\nEsterçamento da roda esquerda [°]\r\n');
fprintf(a.dir, '%7.4f\r\n', del*180/pi);
fprintf(a.dir, '\r\nCambagem de roda [rad]\r\n');
fprintf(a.dir, '%7.4f\r\n', d.camd);
fprintf(a.dir, '\r\nConvergência de roda [rad]\r\n');
fprintf(a.dir, '%7.4f\r\n', d.cond);

```



```

fprintf(a.dir, '\r\nElevação de roda [mm]\r\n');
fprintf(a.dir, '%7.4f\r\n', d.pcd(3, :)-(d.pcd(3,p)+d.pcd(3,p+1))/2);
fprintf(a.dir, '\r\nAckermann equivalente [°]\r\n');
fprintf(a.dir, '%7.4f\r\n', delAr*180/pi);
fprintf(a.dir, '-----\r\n');

% Término da gravação em arquivo -----
fprintf(a.dir, '\r\nTérmino da análise em %s', datetime(fix(clock)));
fclose(a.dir);
msg = sprintf('Registro em arquivo de direção completo');
disp(msg);
% -----
switch figcd
    case 0
    case 1
        msg = sprintf('Gerando gráficos');
        disp(msg);

        figure(fig)
        titulo = sprintf('Esterçamento para B/L = %.2f', B/L);
        title(titulo)
        xlabel('\delta_i [°]')
        ylabel('\delta_x [°]')
        grid on
        hold on
        plot([0, deln*180/pi], [0, delx*180/pi]);
        hold on
        plot([0, dAin*180/pi], [0, dAix*180/pi]);
        hold on
        legend('Geometria', 'Ackermann ideal', 'location', 'best')
        fig = fig+1;

        figure(fig)
        title('Convergência de roda ao longo do esterçamento')
        xlabel('Esterçamento do volante[°]')
        ylabel('Convergência [°]')
        grid on
        hold on
        plot(evd*180/pi, d.cond*180/pi)
        hold on
        fig = fig+1;

        figure(fig)
        title('Cambagem de roda ao longo do esterçamento')
        xlabel('Esterçamento [°]')
        ylabel('Cambagem [°]')
        grid on
        hold on
        plot(evd*180/pi, d.camd*180/pi)
        hold on
        fig = fig+1;

        figure(fig)
        title('Esterçamento em curva')
        xlabel('Esterçamento do volante[°]')
        ylabel('Esterçamento de roda [°]')
        grid on
        hold on

```

```

plot([0,evd(p+1:j)*180/pi],[0,deln*180/pi])
hold on
plot([0,evd(p+1:j)*180/pi],[0,delx*180/pi])
hold on
legend('Interna','Externa','location','best')
fig = fig+1;

figure(fig)
titulo = sprintf('Raio de curva sem deslizamento');
semilogy(evd(p+1:j)*180/pi,RnAr);
title(titulo)
xlabel('Esterçamento do volante [°]')
ylabel('Raio de curva [m]')
grid on
hold on
fig = fig+1;

%      % Dianteira esterçada
%      figure(fig)
%      xlabel('x')
%      ylabel('y')
%      zlabel('z')
%      % Eixos de rotação dos braços e "chassi"
%      dexs = [d.esp,d.esa];
%      dexi = [d.eip,d.eia];
%      dtfs = [d.esa,d.esa];
%      dtfs(2,2) = -dtfs(2,2);
%      dtfi = [d.eia,d.eia];
%      dtfi(2,2) = -dtfi(2,2);
%      dtfe = [d.eia,d.esa];
%      dtfd = dtfe;
%      dtfd(2,:) = -dtfd(2,:);
%      dtts = [d.esp,d.esp];
%      dtts(2,2) = -dtts(2,2);
%      dtti = [d.eip,d.eip];
%      dtti(2,2) = -dtti(2,2);
%      dtte = [d.eip,d.esp];
%      dttd = dtte;
%      dttd(2,:) = -dttd(2,:);
%
%      plot3(dexs(1,:),dexs(2,:),dexs(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dexi(1,:),dexi(2,:),dexi(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dexs(1:),-dexs(2:),dexs(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dexi(1:),-dexi(2:),dexi(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dtfs(1:),dtfs(2:),dtfs(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dtfi(1:),dtfi(2:),dtfi(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dtfe(1:),dtfe(2:),dtfe(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dtfd(1:),dtfd(2:),dtfd(3:),'-k')
%      hold on
%      plot3(dtts(1:),dtts(2:),dtts(3:),'-k')
%      hold on

```

```

% plot3(dtti(1,:),dtti(2,:),dtti(3:),'-k')
% hold on
% plot3(dtte(1,:),dtte(2,:),dtte(3:),'-k')
% hold on
% plot3(dttd(1,:),dttd(2,:),dttd(3:),'-k')
% hold on
%
% % Braços de suspensão e amortecedores
% deps0 = [d.esp,d.msp];
% deas0 = [d.esa,d.msp];
% depi0 = [d.eip,d.mip];
% deai0 = [d.eia,d.mip];
%
% d.asp=fs*d.ast(:,iBs)+fi*d.ast(:,iBi);
%
% dam0 = [d.ae,d.asp];
%
% plot3(deps0(1,:),deps0(2,:),deps0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(deas0(1,:),deas0(2,:),deas0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(depi0(1,:),depi0(2,:),depi0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(deai0(1,:),deai0(2,:),deai0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(dam0(1,:),dam0(2,:),dam0(3:),'-m')
% hold on
% plot3(deps0(1,:),-deps0(2,:),deps0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(deas0(1,:),-deas0(2,:),deas0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(depi0(1,:),-depi0(2,:),depi0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(deai0(1,:),-deai0(2,:),deai0(3:),'-k')
% hold on
% plot3(dam0(1,:),-dam0(2,:),dam0(3:),'-m')
% hold on
%
% dm0 = [d.mip,d.msp];
% dbm0 = [d.mip,d.bmd(:,1)];
% dcr0 = [d.crd(:,1),d.mrd(:,1)];
% dbm1 = [d.mip,d.bmd(:,q)];
% dcr1 = [d.crd(:,q),d.mrd(:,q)];
%
% plot3(dm0(1,:),dm0(2,:),dm0(3:),'-r')
% hold on
% plot3(dm0(1,:),-dm0(2,:),dm0(3:),'-r')
% hold on
% plot3(dbm0(1,:),dbm0(2,:),dbm0(3:),'-r')
% hold on
% plot3(dbm1(1,:),-dbm1(2,:),dbm1(3:),'-r')
% hold on
% plot3(dcr0(1,:),dcr0(2,:),dcr0(3:),'-r')
% hold on
% plot3(dcr1(1,:),-dcr1(2,:),dcr1(3:),'-r')
% hold on
%
% % Rodas

```

```
% for j=1:30
%     dr0(:,j) = rotacao(d.pcd(:,1),d.erd(:,1),d.crd(:,1),2*pi*(j-1)/29);
%     dr1(:,j) = rotacao(d.pcd(:,q),d.erd(:,q),d.crd(:,q),2*pi*(j-1)/29);
% end
%
% plot3(dr0(1,:),dr0(2,:),dr0(3,),'-k')
% hold on
% plot3(dr1(1,:),-dr1(2,:),dr1(3,),'-k')
% hold on
% axis equal
% axis vis3d
% fig=fig+1;
end
```

```
msg = sprintf('Análise de geometria de direção completa\n');
disp(msg);
```

ANEXO V - PSD DE PISTA ALEATÓRIA

```
% Tipo de terreno avaliado -----
% 1 Pista de corrida
% 2 Pista de corrida acidentada
% 3 Estrada lisa
% 4 Estrada de cascalho
% 5 Pasto
% 6 Campo arado
% -----

switch np
    case 1
        N = 3.8;
        C = 4.3e-11;
        fen = 0.0211;
        fex = 0.04;
        pv = 16;
        lg = 'Pista de corrida lisa';
    case 2
        N = 2.1;
        C = 8.1e-6;
        fen = 0.535;
        fex = 1.6;
        pv = 4096;
        lg = 'Pista de corrida acidentada';
    case 3
        N = 2.1;
        C = 4.8e-7;
        fen = 0.14;
        fex = 0.48;
        pv = 64;
        lg = 'Estrada lisa';
    case 4
        N = 2.1;
        C = 4.4e-6;
        fen = 0.14;
        fex = 1.4;
        pv = 4096;
        lg = 'Estrada de cascalho';
    case 5
        N = 1.6;
        C = 3e-4;
        fen = 0.155;
        fex = 3.333;
        pv = 4096;
        lg = 'Pasto';
    case 6
```

```

    N = 1.6;
    C = 6.5e-4;
    fen = 0.21;
    fex = 3.333;
    pv = 4096;
    lg = 'Campo arado';
end

dfe = (fex-fen)/(pv-1);
fe = fen:dfe:fex;
S = C*fe.^(-N);
switch figpsd
    case 0
    case 1
    if np<5
        figure(fig)
        loglog(fe,S)
        title('PSD de pista')
        xlabel('Frequência espacial \Omega')
        ylabel('PSD S(\Omega)')
        grid on
        hold on
        legend(lg)
        axis([0.02 2 2e-6 3e-4])
        fig = fig+1;
    else
        figure(fig)
        semilogy(fe,S)
        title('PSD de pista')
        xlabel('Frequência espacial \Omega')
        ylabel('S(\Omega)')
        grid on
        hold on
        legend(lg)
        axis([0 3.33 1e-5 2e-1])
        fig = fig+1;
    end
end
end

```

ANEXO VI - DINÂMICA VERTICAL

```
% Considerando a norma SAE J670e -----
% VEÍCULO (Referências do condutor)
% Eixo-X -> Direção longitudinal do veículo com sentido (+) para frente
% Eixo-Y -> Direção lateral do veículo com sentido (+) para esquerda
% Eixo-Z -> Direção vertical do veículo com sentido (+) para cima
% Ordem de rotações -> Z,Y,X
% -----

% Definição de variáveis para solução de EDO
global v g Z0 fe fase Fs0 Kr Cr Fp0 kp ms mn

% Geração de arquivo para registro da análise -----
nome = strcat(projeto,'_',dh,'-02-Vertical.txt');
msg = sprintf('Iniciando registro em arquivo %s', nome);
disp(msg);
a.ver = fopen(fullfile('Log',nome), 'w');
fprintf(a.ver, 'Início da análise em %s\r\n\r\n', datetime(fix(clock)));
fprintf(a.ver, 'Projeto %s\r\n\r\n', projeto);
% -----

msg = sprintf('Determinação de parâmetros característicos');
disp(msg);

% Frequências naturais
d.ws = sqrt((d.msr*d.ke+d.msr*d.kp+d.mnr*d.ke-...
    sqrt((d.msr*d.ke+d.msr*d.kp+d.mnr*d.ke)^2-4*d.msr*d.mnr*d.ke*d.kp))..
    /(2*d.msr*d.mnr)); d.f0 = d.ws/(2*pi);
d.wsx = sqrt(((d.ke*d.kp)/(d.ke+d.kp))/d.msr);
d.wn = sqrt((d.msr*d.ke+d.msr*d.kp+d.mnr*d.ke+...
    sqrt((d.msr*d.ke+d.msr*d.kp+d.mnr*d.ke)^2-4*d.msr*d.mnr*d.ke*d.kp))..
    /(2*d.msr*d.mnr));
t.ws = sqrt((t.msr*t.ke+t.msr*t.kp+t.mnr*t.ke-...
    sqrt((t.msr*t.ke+t.msr*t.kp+t.mnr*t.ke)^2-4*t.msr*t.mnr*t.ke*t.kp))..
    /(2*t.msr*t.mnr)); t.f0 = t.ws/(2*pi);
t.wn = sqrt((t.msr*t.ke+t.msr*t.kp+t.mnr*t.ke+...
    sqrt((t.msr*t.ke+t.msr*t.kp+t.mnr*t.ke)^2-4*t.msr*t.mnr*t.ke*t.kp))..
    /(2*t.msr*t.mnr));

fprintf(a.ver, '\t\tFrequências naturais [Hz]\r\n\t\t\t\tDianteira\tTraseira\r\n');
fprintf(a.ver, 'Massa suspensa\t\t%.4f\t%.4f\r\n', d.ws/(2*pi), t.ws/(2*pi));
fprintf(a.ver, 'Massa não suspensa\t%.4f\t%.4f\r\n', d.wn/(2*pi), t.wn/(2*pi));

msg = sprintf('Geração de perfil de pista aleatório');
disp(msg);
% Excitação por perfil aleatório
Z0 = sqrt(2*S*dfe);
```

```

RandStream.setGlobalStream(RandStream('mt19937ar','Seed','shuffle'));
fase = 2*pi*rand(size(fe));
zp0 = sum(Z0.*sin(fase)); % Elevação inicial da pista
ta = max(10,op*3.6); % Tempo de análise = 0.1% op, mín. = 10s
for j=1:pv
    x(j) = vx*ta*(j-1)/(pv-1);
    z(j) = sum(Z0.*sin(fe.*x(j)+fase))-zp0;
    pis(j,:) = [x(j)/4,x(j)/2,3*x(j)/4,x(j),z(j)*1000];
end

msg = sprintf('Cálculo de transmissibilidade');
disp(msg);
fw = 2*pi*linspace(fen*vx/4,fex*vx,pv);
for j=1:pv
    d.Tc(j) = sqrt(((d.ke*d.kp)^2+(d.ce*d.kp*fw(j))^2)/...
        (((d.ke-d.msr*fw(j))^2)*(d.kp-d.mnr*fw(j))^2)-d.msr*d.ke*fw(j))^2...
        + (d.ce^2)*(d.msr*fw(j)^2+d.mnr*fw(j)^2-d.kp^2));
    t.Tc(j) = sqrt(((t.ke*t.kp)^2+(t.ce*t.kp*fw(j))^2)/...
        (((t.ke-t.msr*fw(j))^2)*(t.kp-t.mnr*fw(j))^2)-t.msr*t.ke*fw(j))^2...
        + (t.ce^2)*(t.msr*fw(j)^2+t.mnr*fw(j)^2-t.kp^2));
    d.Tr(j) = sqrt(((d.kp*(d.ke-d.msr*fw(j)))^2+(d.ce*d.kp*fw(j))^2)/...
        (((d.ke-d.msr*fw(j))^2)*(d.kp-d.mnr*fw(j))^2)-d.msr*d.ke*fw(j))^2...
        + ((d.ce*fw(j))^2)*(d.msr*fw(j)^2+d.mnr*fw(j)^2-d.kp^2));
    t.Tr(j) = sqrt(((t.kp*(t.ke-t.msr*fw(j)))^2+(t.ce*t.kp*fw(j))^2)/...
        (((t.ke-t.msr*fw(j))^2)*(t.kp-t.mnr*fw(j))^2)-t.msr*t.ke*fw(j))^2...
        + ((t.ce*fw(j))^2)*(t.msr*fw(j)^2+t.mnr*fw(j)^2-t.kp^2));
end

msg = sprintf('Cálculo de acelerações rms');
disp(msg);
Sv = @(f,v,m) ((C*(f.*v).^(-N))/v).*((2*pi.*f).^4).*abs(((m.ke*m.kp)^2+...
    (m.ce*m.kp*2*pi.*f).^2)/(((m.ke-m.msr.*(2*pi.*f).^2).*...
    (m.kp-m.mnr.*(2*pi.*f).^2)-m.msr*m.ke.*(2*pi.*f).^2)...
    +((m.ce.*(2*pi*f)).^2.*(m.msr.*(2*pi.*f)+m.mnr.*(2*pi.*f).^2-m.kp).^2));
for c=1:4
    v = c*vx/4;
    ft = fe*v;
    for j=1:pv
        d.rms(j,c) = g*sqrt(integral(@(f)Sv(f,v,d),0.89*ft(j),1.12*ft(j)));
        t.rms(j,c) = g*sqrt(integral(@(f)Sv(f,v,t),0.89*ft(j),1.12*ft(j)));
    end
end

msg = sprintf('Resolução das equações características');
disp(msg);
Zi = [zp0;zp0;0;0];
Fs0 = d.Fs0;
Kr = d.ke;
Cr = d.ce;
Fp0 = d.Fp0;
kp = d.kp;
ms = d.msr;
mn = d.mnr;
msg = sprintf('\tDianteira');
disp(msg);
for c=1:4
    v = c*vx/4;
    clear tt

```



```

clear Zt
[tt,Zt] = ode45(@quarto,[0,ta],Zi);
msg = sprintf('\t\tAvaliada para V%i',c);
disp(msg);
for j=1:length(tt)
    deriv = quarto(tt(j),Zt(j,:));
    d.tv(j,c) = tt(j);
    d.zc(j,c) = Zt(j,1);
    d.zr(j,c) = Zt(j,2);
    d.zcd(j,c) = deriv(1);
    d.zrd(j,c) = deriv(2);
    d.zcdd(j,c) = deriv(3);
    d.zrdd(j,c) = deriv(4);
    % Força de mola
    d.Fm = Fs0+Kr*(d.zc(j,c)-d.zr(j,c));
    % Força de amortecimento
    d.Fa = Cr*(d.zcd(j,c)-d.zrd(j,c));
    % Força no pneu
    d.Fp(j,c) = d.Fm+d.Fa;
end
msg = sprintf('\b - Resolvida');
disp(msg);
end
Fs0 = t.Fs0;
Kr = t.ke;
Cr = t.ce;
Fp0 = t.Fp0;
kp = t.kp;
ms = t.msr;
mn = t.mnr;
msg = sprintf('\tTraseira');
disp(msg);
for c=1:4
    v = c*vx/4;
    clear tt
    clear Zt
    [tt,Zt] = ode45(@quarto,[0,ta],Zi);
    msg = sprintf('\t\tAvaliada para V%i',c);
    disp(msg);
    for j=1:length(tt)
        deriv = quarto(tt(j),Zt(j,:));
        t.tv(j,c) = tt(j);
        t.zc(j,c) = Zt(j,1);
        t.zr(j,c) = Zt(j,2);
        t.zcd(j,c) = deriv(1);
        t.zrd(j,c) = deriv(2);
        t.zcdd(j,c) = deriv(3);
        t.zrdd(j,c) = deriv(4);
        % Força de mola
        t.Fm = Fs0+Kr*(t.zc(j,c)-t.zr(j,c));
        % Força de amortecimento
        t.Fa = Cr*(t.zcd(j,c)-t.zrd(j,c));
        % Força no pneu
        t.Fp(j,c) = t.Fm+t.Fa;
    end
    msg = sprintf('\b - Resolvida');
    disp(msg);
end
end

```

```

Td(:,1) = fw';
Td(:,2) = d.Tc';
Tt(:,1) = fw';
Tt(:,2) = t.Tc';

msg=('Gravando resultados');
disp(msg);
fprintf(a.ver, '\r\n----- Dianteira -----');
fprintf(a.ver, '\r\nFrequência\tTransmissibilidade\r\n');
fprintf(a.ver, '%7.4f\t%7.4f\r\n', Td(:, (1:2)))');
fprintf(a.ver, '\r\nDeslocamento da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', d.zc(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\n Deslocamento da massa não suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', d.zr(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nVelocidade da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', d.zcd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nVelocidade da massa não suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', d.zrd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nAceleração da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', d.zcdd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nAceleração da massa não suspensa D\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', d.zrdd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '-----\r\n');
fprintf(a.ver, '\r\n----- Traseira -----');
fprintf(a.ver, '\r\nFrequência\tTransmissibilidade\r\n');
fprintf(a.ver, '%7.4f\t%7.4f\r\n', Tt(:, (1:2)))');
fprintf(a.ver, '\r\nDeslocamento da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', t.zc(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\n Deslocamento da massa não suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', t.zr(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nVelocidade da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', t.zcd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nVelocidade da massa não suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', t.zrd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nAceleração da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', t.zcdd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '\r\nAceleração da massa não suspensa D\r\n');
fprintf(a.ver, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.ver, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', t.zrdd(:, (1:4)))');
fprintf(a.ver, '-----\r\n');

% Término da gravação em arquivo -----
fprintf(a.ver, '\r\nTérmino da análise em %s', datetime(fix(clock)));
fclose(a.ver);
msg = sprintf('Registro em arquivo de dinâmica vertical completo');
disp(msg);

```

```

% -----
switch figdv
    case 0
    case 1
    msg = sprintf('Gerando gráficos');
    disp(msg);

    figure(fig)
    title('Exemplo de perfil de pista aleatório')
    xlabel('Distância [m]')
    ylabel('Elevação [mm]')
    grid on
    hold on
    plot(x,z*1000)
    hold on
    fig = fig+1;

    figure(fig)
    loglog(fw,d.Tc);
    titulo = sprintf('Transmissibilidade');
    title(titulo)
    xlabel('Frequência [rad/s]')
    ylabel('Transmissibilidade Z_C/Z_0')
    grid on
    hold on
    loglog(fw,t.Tc);
    hold on
    legend('1/4_D','1/4_T','location','best')
    fig = fig+1;

    for c=1:4
        ISO2631;
        titulo = sprintf('Aceleração rms para %.2f m/s, referência de ',c*vx/4);
        titulo = strcat(titulo,opr);
        title(titulo)
        hold on
        loglog(fe*c*vx/4,d.rms(:,c))
        hold on
        loglog(fe*c*vx/4,t.rms(:,c))
        hold on
        legend('Eficiência reduzida','Limite de exposição','Conforto reduzido',...
            '1/4 Dianteiro','1/4 Traseiro','location','best')
    end

    titulo = sprintf('Aceleração da massa suspensa Dianteira');
    figure(fig)
    title(titulo)
    xlabel('Tempo [s]')
    ylabel('Aceleração [m/s^2]')
    hold on
    for c=1:4
        loglog(d.tv((1:find(d.tv(:,c)>0,1,'last'))),c),d.zcdd((1:find(d.tv(:,c)>0,
1,'last'))),c))
        hold on
    end
    legend('Vx/4','Vx/2','3Vx/4','Vx','location','best')
    fig=fig+1;

```

```

titulo = sprintf('Aceleração da massa não suspensa Dianteira');
figure(fig)
title(titulo)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Aceleração [m/s^2]')
hold on
for c=1:4
    loglog(d.tv((1:find(d.tv(:,c)>0,1,'last'))),c),d.zrdd((1:find(d.tv(:,c)>0,
1,'last'))),c))
    hold on
end
legend('Vx/4','Vx/2','3Vx/4','Vx','location','best')
fig=fig+1;

titulo = sprintf('Aceleração da massa suspensa Traseira');
figure(fig)
title(titulo)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Aceleração [m/s^2]')
hold on
for c=1:4
    loglog(t.tv((1:find(t.tv(:,c)>0,1,'last'))),c),t.zcdd((1:find(t.tv(:,c)>0,
1,'last'))),c))
    hold on
end
legend('Vx/4','Vx/2','3Vx/4','Vx','location','best')
fig=fig+1;

titulo = sprintf('Aceleração da massa não suspensa Traseira');
figure(fig)
title(titulo)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Aceleração [m/s^2]')
hold on
for c=1:4
    loglog(t.tv((1:find(t.tv(:,c)>0,1,'last'))),c),t.zrdd((1:find(t.tv(:,c)>0,
1,'last'))),c))
    hold on
end
legend('Vx/4','Vx/2','3Vx/4','Vx','location','best')
fig=fig+1;
end
msg = sprintf('Análise vertical completa\n');
disp(msg);

```

ANEXO VII - CRITÉRIO DE CONFORTO

```
Rvib = [1,0.28,0.425,0.63,1.06,1.4,2.36,3.55,4.25,5.6;...
1.25,0.25,0.375,0.56,0.95,1.26,2.12,3.15,3.75,5;...
1.6,0.224,0.335,0.5,0.85,1.12,1.9,2.8,3.35,4.5;...
2,0.2,0.3,0.45,0.75,1,1.7,2.5,3,4;...
2.5,0.18,0.265,0.4,0.67,0.9,1.5,2.24,2.65,3.55;...
3.15,0.16,0.235,0.355,0.6,0.8,1.32,2,2.35,3.15;...
4,0.14,0.212,0.315,0.53,0.71,1.18,1.8,2.12,2.8;...
5,0.14,0.212,0.315,0.53,0.71,1.18,1.8,2.12,2.8;...
6.3,0.14,0.212,0.315,0.53,0.71,1.18,1.8,2.12,2.8;...
8,0.14,0.212,0.315,0.53,0.71,1.18,1.8,2.12,2.8;...
10,0.18,0.265,0.4,0.67,0.9,1.5,2.24,2.65,3.55;...
12.5,0.224,0.335,0.5,0.85,1.12,1.9,2.8,3.35,4.5;...
16,0.28,0.425,0.63,1.06,1.4,2.36,3.55,4.25,5.6;...
20,0.355,0.53,0.8,1.32,1.8,3,4.5,5.3,7.1;...
25,0.45,0.67,1,1.7,2.24,3.75,5.6,6.7,9;...
31.5,0.56,0.85,1.25,2.12,2.8,4.75,7.1,8.5,11.2;...
40,0.71,1.06,1.6,2.65,3.55,6,9,10.6,14;...
50,0.9,1.32,2,3.35,4.5,7.5,11.2,13.2,18;...
63,1.12,1.7,2.5,4.25,5.6,9.5,14,17,22.4;...
80,1.4,2.12,3.15,5.3,7.1,11.8,18,21.2,28];
Tvib = [24;16;8;4;2.5;1;25/60;16/60;1/60];
% Primeira coluna = Frequências espaciais de referência
% Demais colunas = Acelerações para eficiência reduzida
% Da esquerda para direita
RvibL(1,:) = ' 24 hrs';
RvibL(2,:) = ' 16 hrs';
RvibL(3,:) = ' 08 hrs';
RvibL(4,:) = ' 04 hrs';
RvibL(5,:) = '2,5 hrs';
RvibL(6,:) = ' 01 hr';
RvibL(7,:) = ' 25 min';
RvibL(8,:) = ' 16 min';
RvibL(9,:) = ' 01 min';

if isempty(find(Tvib==op, 1))
    if isempty(find(Tvib>op, 1))
        j = 1;
    else
        if isempty(find(Tvib<op, 1))
            j = 9;
        else
            temp = abs(Tvib-op);
            j = find(temp==min(temp));
        end
    end
end
else
```

```
    j = find(Tvib==op);  
end  
  
opr = RvibL(j,:);  
figure(fig)  
loglog(Rvib(:,1),Rvib(:,j+1));  
xlabel('Frequência [Hz]')  
ylabel('Aceleração a_z(rms) [m/s^2]')  
grid on  
hold on  
loglog(Rvib(:,1),Rvib(:,j+1)*2);  
hold on  
loglog(Rvib(:,1),Rvib(:,j+1)/3.15);  
hold on  
fig = fig+1;
```

ANEXO VIII - DINÂMICA LONGITUDINAL

```
% Considerando a norma SAE J670e -----
% VEÍCULO (Referências do condutor)
% Eixo-X -> Direção longitudinal do veículo com sentido (+) para frente
% Eixo-Y -> Direção lateral do veículo com sentido (+) para esquerda
% Eixo-Z -> Direção vertical do veículo com sentido (+) para cima
% Ordem de rotações -> Z,Y,X
% -----

% Definição de variáveis para solução de EDO
global v Z0 fe fase s0 ob Ms J mnd mnt Crd Crt Ld Lt Krd Krt Kpd Kpt

% Geração de arquivo para registro da análise -----
nome = strcat(projeto,'_',dh,'-03-Longitudinal.txt');
msg = sprintf('Iniciando registro em arquivo de nome %s', nome);
disp(msg);
a.lon = fopen(fullfile('Log',nome), 'w');
fprintf(a.lon, 'Início da análise em %s\r\n\r\n', datetime(now));
fprintf(a.lon, 'Projeto %s\r\n\r\n', projeto);
% -----

% Determinação de frequências naturais
D1 = (d.ke+t.ke)/(d.msr+t.msr);
D2 = (L*(d.f*t.ke-t.f*d.ke)/(d.msr+t.msr)/1000);
D3 = (L^2)*((t.f^2)*d.ke+(d.f^2)*t.ke)/(J*1e6);
wlc = sqrt(((D1+D3)/2)-sqrt((((D1-D3)^2)/4)+((d.msr+t.msr)*D2^2)/J^2));
wla = sqrt(((D1+D3)/2)+sqrt((((D1-D3)^2)/4)+((d.msr+t.msr)*D2^2)/J^2));

% Razões de amplitude
Z_P1 = D2/(wlc^2-D1);
Z_P2 = D2/(wla^2-D1);

% Polos de arfagem
ac = D2/(wlc^2-D1);
aa = D2/(wla^2-D1);

fprintf(a.lon, '\r\nAltura de obstáculo\t%.f m\r\n',2*ob);
fprintf(a.lon, '\r\n\t\t\t\t\tOscilações\r\n\t\t\t\t\t\t\t\t\t\t\tCavalgada\tArfagem);
fprintf(a.lon, '\r\nFrequências naturais [Hz]\t%.4f\t%.4f',wlc/(2*pi),wla/(2*pi));
fprintf(a.lon, '\r\nPolos\t\t\t\t\t\t\t\t\t\t\t%.4f\t%.4f\r\n',ac,aa);

msg = sprintf('Cálculo de transposição');
disp(msg);
Ms = d.msr+t.msr;
mnd = d.mnr;
mnt = t.mnr;
```

```

Crd = d.ce;
Crt = t.ce;
Ld = L*t.f/1000;
Lt = L*d.f/1000;
Krd = d.ke;
Krt = t.ke;
Kpd = d.kp;
Kpt = t.kp;
s0 = x(pv)/2;
zd0 = sum(Z0.*sin(fe.*L+fase))-zp0;
zt0 = 0;
zc0 = (zd0*Lt-zt0*Ld)/L;
p0 = asin((zt0-zd0)/L);
Zi = [zc0;p0;zd0;zt0;0;0;0;0];
for c=1:4
    v = c*vx/4;
    clear tt
    clear Zt
    [tt,Zt] = ode45(@meio,[0,x(pv)/v],Zi);
    msg = sprintf('\tAvaliada para V%i',c);
    disp(msg);
    for j=1:length(tt)
        deriv = meio(tt(j),Zt(j,:));
        to(j,c) = tt(j);
        Zco(j,c) = Zt(j,1);
        Po(j,c) = Zt(j,2);
        Zdo(j,c) = Zt(j,3);
        Zto(j,c) = Zt(j,4);
        Vco(j,c) = deriv(1);
        Pod(j,c) = deriv(2);
        Vdo(j,c) = deriv(3);
        Vto(j,c) = deriv(4);
        Aco(j,c) = deriv(5);
        Podd(j,c) = deriv(6);
        Ado(j,c) = deriv(7);
        Ato(j,c) = deriv(8);
        % Forças efetivas de mola
        Fmd(j,c) = Krd*(Zco(j,c)-Zdo(j,c)-Po(j,c)*Ld);
        Fmt(j,c) = Krt*(Zco(j,c)-Zto(j,c)+Po(j,c)*Lt);
        % Forças efetivas de amortecimento
        Fad(j,c) = Crd*(Vco(j,c)-Vdo(j,c)-Pod(j,c)*Ld);
        Fat(j,c) = Crt*(Vco(j,c)-Vto(j,c)+Pod(j,c)*Lt);
        % Forças nos pneus
        Fpd(j,c) = Fmd(j,c)+Fad(j,c);
        Fpt(j,c) = Fmt(j,c)+Fat(j,c);
    end
    msg = sprintf('\b - Resolvida');
    disp(msg);
end

msg = sprintf('Gravando resultados');
disp(msg);

fprintf(a.lon, '-----Transposição de obstáculo-----\r\n');
fprintf(a.lon, '\r\nDeslocamento da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = \t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n',vx/4,vx/2,3*vx/2,vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n',Zco(:,(1:4)));
fprintf(a.lon, '\r\nÂngulo de arfação\r\n');

```



```

fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Po(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nDeslocamento da massa não suspensa D\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Zdo(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nDeslocamento da massa não suspensa T\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Zt(:, (1:4)) ');

fprintf(a.lon, '\r\nVelocidade da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Vco(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nVelocidade angular de arfagem\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Pod(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nVelocidade da massa não suspensa D\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Vdo(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nVelocidade da massa não suspensa T\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Vto(:, (1:4)) ');

fprintf(a.lon, '\r\nAceleração da massa suspensa\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Aco(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nAceleração angular de arfagem\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Podd(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nAceleração da massa não suspensa D\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Ado(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '\r\nAceleração da massa não suspensa T\r\n');
fprintf(a.lon, 'V = %7.2f\t%7.2f\t%7.2f\t%7.2f\r\n', vx/4, vx/2, 3*vx/2, vx);
fprintf(a.lon, '\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\t%7.4f\r\n', Ato(:, (1:4)) ');
fprintf(a.lon, '-----\r\n');

% Término da gravação em arquivo -----
fprintf(a.lon, '\r\nTérmino da análise em %s', datetime(fix(clock)));
fclose(a.lon);
msg = sprintf('Registro em arquivo de dinâmica longitudinal completo');
disp(msg);
% -----

switch figdl
    case 0
    case 1
        msg = sprintf('Gerando gráficos');
        disp(msg);

        titulo = sprintf('Ângulo de arfagem');
        figure(fig)
        title(titulo)
        xlabel('Tempo [s]')
        ylabel('Ângulo de arfagem [°]')
        grid on
        hold on
        for c=1:4
            plot(to((1:find(to(:,c)~=0,1,'last')),c),180*Po((1:find(to(:,c)~=0,1,

```

```

1, 'last')),c)/pi)
    hold on
end
legend('Vx/4', 'Vx/2', '3Vx/4', 'Vx')
fig = fig+1;

%     for c=1:4
%         titulo = sprintf('Deslocamento da massa não suspensa para V = %.2f'
c*vx/4);
%         figure(fig)
%         title(titulo)
%         xlabel('Tempo [s]')
%         ylabel('Deslocamento [m]')
%         grid on
%         hold on
%         plot(to((1:find(to(:,c)~=0,1,'last')),c),Zdo((1:find(to(:,c)~=0
1, 'last')),c))
%         hold on
%         plot(to((1:find(to(:,c)~=0,1,'last')),c),Zto((1:find(to(:,c)~=0
1, 'last')),c))
%         hold on
%         legend('Dianteira', 'Traseira')
%         fig = fig+1;
%     end

    titulo = sprintf('Aceleração da massa suspensa');
    figure(fig)
    title(titulo)
    xlabel('Tempo [s]')
    ylabel('Aceleração [g]')
    grid on
    hold on
    for c=1:4
        plot(to((1:find(to(:,c)~=0,1,'last')),c),Aco((1:find(to(:,c)~=0,1,'last')),
c)/g)
        hold on
    end
    legend('Vx/4', 'Vx/2', '3Vx/4', 'Vx')
    fig = fig+1;
end

msg = sprintf('Análise longitudinal completa\n');
disp(msg);

```

ANEXO IX - ROTAÇÃO DE VETOR

```
function rot = rotacao(vet,e,oe,theta)
    % Rotação de vetores utilizando a Fórmula de Rodrigues
    % vet = vetor a ser rotacionado (em referências globais ou locais)
    % e = eixo de rotação do vetor (normalizado ou não)
    % oe = ponto de origem de rotação do vetor (sugere-se um ponto do eixo)
    % theta = ângulo de rotação conforme regra da mão direita

    vet = vet - oe;
    rot = vet;
    e = e/norm(e);
    exv = vet;
    exv(1) = e(2)*vet(3) - e(3)*vet(2);
    exv(2) = e(3)*vet(1) - e(1)*vet(3);
    exv(3) = e(1)*vet(2) - e(2)*vet(1);
    rot = cos(theta)*vet + exv*sin(theta) + e*(dot(e,vet))*(1-cos(theta));
    rot = rot + oe;
end
```

ANEXO X - ÂNGULO DE ROTAÇÃO

```
function [ang] = angulacao(e,oe,vet,r0,r)
    % Determinação de angulação correspondente = ang
    % e      = eixo de rotação
    % oe     = origem do eixo
    % vet    = posição inicial
    % r0     = referência inicial
    % r      = nova referência
    % *Limitado para rotações de até 60°
    if r-r0==0
        ang = 0;
    else
        syms phi
        assume (phi, 'clear')
        tm = norm(vet-r0);           % comprimento de referência
        pts = rotacao(vet,e,oe,phi); % determinacao simbólica do ponto
        ang = vpsolve(norm(pts-r) == tm, phi, [0,pi/3]);% solução numérica
    end
end
```

ANEXO XI - DETERMINAÇÃO DE POSIÇÃO

```
function pos = posicao(r1,d1,r2,d2,r3,d3,i)
    % Determinação geométrica de posição a partir de 3 pontos de referência
    % rNum = referência Num
    % dNum = distância até a referência Num
    % i = Condicionante de verificação geométrica
    % 1. x > r2(x)
    % 2. y > r2(y)
    % 3. x > r2(x) & z > r2(z)
    % 4. x < r2(x) & z < r2(z)
    % 5. x > r2(x) & y > r2(y)
    syms x y z
    assume(x, 'clear')
    assume(y, 'clear')
    assume(z, 'clear')
    d1 = norm(d1);
    d2 = norm(d2);
    d3 = norm(d3);
    switch i
        case 1
            assume (x > r2(1))
        case 2
            assume (y > r2(2))
        case 3
            assume (x < r2(1))
            assume (z > r2(3))
        case 4
            assume (x < r2(1))
            assume (z < r2(3))
        case 5
            assume (x > r2(1))
            assume (y > r2(2))
    end
    [pos(1),pos(2),pos(3)] = vpasolve((x-r1(1))^2+(y-r1(2))^2+(z-r1(3))^2 ==
d1^2,...
    (x-r2(1))^2+(y-r2(2))^2+(z-r2(3))^2 == d2^2,...
    (x-r3(1))^2+(y-r3(2))^2+(z-r3(3))^2 == d3^2, [x,y,z]);
end
```

ANEXO XII - MODELO DE 1/4 DE CARRO

```
function resp = quarto(t,Z)
    % Modelo de um quarto de carro para excitação aleatória
    % t = instante de tempo analisado
    % Z = Vetor coluna de entrada (4 índices)
    % Z1 = Posição da massa suspensa
    % Z2 = Posição da massa não suspensa
    % Z3 = Velocidade da massa suspensa
    % Z4 = Velocidade da massa não suspensa
    global g v Z0 fe fase Fs0 Kr Cr Fp0 kp ms mn

    zc = Z(1);
    zr = Z(2);
    zcd = Z(3);
    zrd = Z(4);
    s = v*t;
    zp = sum(Z0.*sin(fe*s+fase));

    Fs = Fs0+Kr*(zr-zc);
    Fa = Cr*(zrd-zcd);
    Fp = max(0,Fp0+kp*(zp-zr));

    zcdd = (Fs+Fa-ms*g)/ms;
    zrdd = (Fp-Fs-Fa-mn*g)/mn;

    resp = [zcd; zrd; zcdd; zrdd];
end
```

ANEXO XIII - MODELO DE 1/2 CARRO

```
function resp = meio(t,Z)
    % Modelo de meio carro para excitação aleatória e transposição de
    % obstáculo
    % t = instante analisado
    % Z = Vetor coluna de entrada (8 índices)
    % Z1 = Posição da massa suspensa
    % Z2 = Ângulo de arfagem
    % Z3 = Posição da massa não suspensa dianteira
    % Z4 = Posição da massa não suspensa traseira
    % Z5 = Velocidade da massa suspensa
    % Z6 = Velocidade de arfagem
    % Z7 = Velocidade da massa não suspensa dianteira
    % Z8 = Velocidade da massa não suspensa traseira
    global v Z0 fe fase s0 ob Ms J mnd mnt Crd Crt Ld Lt Krd Krt Kpd Kpt

    zc = Z(1);
    tp = Z(2);
    zdr = Z(3);
    ztr = Z(4);
    zcd = Z(5);
    tpd = Z(6);
    zdrd = Z(7);
    ztrd = Z(8);
    st = v*t;
    s1 = s0+2*ob;
    sd = v*t+Ld+Lt;
    zpd = sum(Z0.*sin(fe*sd+fase));
    zpt = sum(Z0.*sin(fe*st+fase));
    if (s0<sd)&&(sd<s1)
        ud = -(2*sd+s0+s1)/(4*ob);
        zpd = ob*(1+cos(2*pi*ud/ob))/2;
    end
    if (s0<st)&&(st<s1)
        ut = -(2*st+s0+s1)/(4*ob);
        zpt = ob*(1+cos(2*pi*ut/ob))/2;
    end

    M = [Ms,0,0,0;0,J,0,0;0,0,mnd,0;0,0,0,mnt];
    C = [Crd+Crt,-Ld*Crd+Lt*Crt,-Crd,-Crt;...
        -Ld*Crd+Lt*Crt,(Ld^2)*Crd+(Lt^2)*Crt,Ld*Crd,-Lt*Crt;...
        -Crd,Ld*Crd,Crd,0;-Crt,-Lt*Crt,0,Crt];
    K = [Krd+Krt,-Ld*Krd+Lt*Krt,-Krd,-Krt;...
        -Ld*Krd+Lt*Krt,(Ld^2)*Krd+(Lt^2)*Krt,Ld*Krd,-Lt*Krt;...
        -Krd,Ld*Krd,Krd+Kpd,0;-Krt,-Lt*Krt,0,Krt+Kpt];
    R = [zc;tp;zdr;ztr];
    Rd = [zcd;tpd;zdrd;ztrd];
```

```
E = [0;0;Kpd*zpd;Kpt*zpt];  
Rdd = (M\ (E-C*Rd-K*R));  
  
zcdd = Rdd(1);  
tpdd = Rdd(2);  
zdrdd = Rdd(3);  
ztrdd = Rdd(4);  
  
resp = [zcd;tpd;zdrd;ztrd;zcdd;tpdd;zdrdd;ztrdd];  
end
```