

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE ESTABILIDADE DE  
TALUDES DE BARRAGEM DE TERRA.**

**LUIZ GUSTAVO DE SOUZA JESUS**

**ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ENGENHARIA  
CIVIL**

**BRASÍLIA/DF: 15 DE DEZEMBRO DE 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE ESTABILIDADE DE  
TALUDES DE BARRAGEM DE TERRA.**

**LUIZ GUSTAVO DE SOUZA JESUS**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

**APROVADA POR:**

---

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc (UNB)  
(ORIENTADOR)**

---

**CLAUDIA MARCIA COUTINHO GURJÃO, DSc (UNB)  
(EXAMINADORA INTERNA)**

---

**LETÍCIA PEREIRA DE MORAIS, ENG<sup>a</sup> (UNB)  
(EXAMINADORA EXTERNA)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 15 de DEZEMBRO de 2015.**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

JESUS, LUIZ GUSTAVO DE SOUZA JESUS  
ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE ESTABILIDADE DE TALUDES DE BARRAGEM  
DE TERRA. [Distrito Federal] 2013.  
xii, 56 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2013)  
Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.  
1. Estabilidade de Taludes    2. Análise Probabilística  
3. Barragens de Terra  
I. ENC/FT/UnB

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

JESUS, L. G. S. (2015). Análise Probabilística De Estabilidade De Taludes De Barragem De Terra. Monografia de Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 56 p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Luiz Gustavo de Souza Jesus.

TÍTULO DA MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL: Análise Probabilística de Estabilidade de Taludes de Barragem De Terra.

GRAU / ANO: Bacharel em Engenharia Civil / 2015.

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Luiz Gustavo de Souza Jesus

CNB 03 Lote 02/03 Apartamento 1002 Taguatinga Norte  
72115-570 - Brasília/DF - Brasil

## RESUMO

É comum que análises de estabilidade de taludes sejam feitas por métodos determinísticos, que determinam um Fator de Segurança (FS) para a barragem. Entretanto, esses métodos não quantificam as incertezas inerentes aos parâmetros de resistência do material. Para superar esse problema são utilizados métodos probabilísticos. Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise probabilística da estabilidade de uma barragem de terra e obter quais as características, dentre o peso específico, ângulo de atrito, coesão e permeabilidade do corpo e do filtro, a mais importante para a segurança do talude. Para tanto serão utilizados os métodos probabilísticos First Order and First Moment (FOSM) e o Método das Estimativas Pontuais (PEM) para analisar os parâmetros associados aos materiais utilizados para construir duas barragens. A primeira feita com material compactado na umidade ótima e outro compactado no ramo seco. Os resultados mostraram que o ângulo de atrito e a coesão são os parâmetros mais importantes para a segurança do talude, enquanto as permeabilidades tiveram pouca ou nenhuma contribuição. Além disso, os métodos diferiram entre si na hora de apresentar a probabilidade de ruptura, porém a classificação quanto ao desempenho. Portanto, os dados mostram as características mais importantes na hora de selecionar o material para a construção da barragem é o ângulo de atrito e a coesão, assim a análise probabilística ajuda ao projetista diminuir o custo de construção da mesma.

## SUMÁRIO

RESUMO.....	IV
LISTA DE TABELAS.....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	vii
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS .....	ix
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 MOTIVAÇÃO.....	2
1.2 OBJETIVOS.....	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE BARRAGENS .....	4
2.2 MÉTODOS DETERMINÍSTICOS .....	7
2.2.1 RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO .....	8
2.2.2 CRITÉRIOS DE RUPTURA.....	9
2.2.3 FATOR DE SEGURANÇA .....	11
2.2.4 MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE .....	12
2.2.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF) .....	16
2.2.6 MODELOS CONSTITUTIVOS .....	18
2.3 OUTRAS FERRAMENTAS ESTATÍSTICAS .....	21
2.3.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS.....	22
2.3.2 MOMENTOS .....	24
2.3.3 DISTRIBUIÇÃO NORMAL.....	25
2.3.4 DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL .....	26
2.4 MÉTODOS PROBABILÍSTICOS .....	28
2.4.1 MÉTODO DE PRIMEIRA-ORDEM SEGUNDO MOMENTO (FOSM).....	29
2.4.2 MÉTODO DAS ESTIMATIVAS PONTUAIS (PEM).....	30
2.4.3 CRITÉRIOS DE ACEITAÇÃO .....	31
3. METODOLOGIA.....	33
3.1 ATIVIDADES .....	33
3.2 MATERIAIS .....	35
3.3 PROCEDIMENTO .....	37
4. RESULTADOS E ANÁLISES .....	40
4.1 SEÇÃO ÓTIMA .....	40
4.2 SEÇÃO SECA.....	46
5. CONCLUSÃO.....	52
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Recomendações para fatores de segurança admissíveis (Modificado de Ortigão & Sayão, 2000) .....	12
Tabela 2.2 - Hipóteses usadas em vários métodos de equilíbrio limite.....	15
Tabela 2.3 - Condições de equilíbrio satisfeitas nos diferentes métodos de equilíbrio limite.	16
Tabela 2.4- Índices de confiabilidade e probabilidade de falha admissíveis (USACE, 1999 apud Amaral, 2011) .....	32
Tabela 3.1 - Parâmetros médios de resistência de amostras compactadas no ramo ótimo.....	36
Tabela 3.2 - Parâmetros médios de resistência de amostras compactadas no ramo ótimo.....	36
Tabela 4.1 - Parâmetros da Seção Ótima.....	40
Tabela 4.2 – Influência de cada parâmetro no FS para seção ótima .....	44
Tabela 4.3 – Média, Desvio Padrão, Índice de Confiabilidade e Probabilidade de Ruptura para a seção ótima .....	44
Tabela 4.4 – Fatores de segurança obtidos pelo PEM para seção ótima.....	45
Tabela 4.5 - Média dos FS, Desvio Padrão e Probabilidade de ruptura pelo PEM para seção ótima.....	45
Tabela 4.6 – Parâmetros da Seção Seca .....	46
Tabela 4.7 – Influência de cada parâmetro no FS para seção seca.....	50
Tabela 4.8 – Média, Desvio Padrão, Índice de Confiabilidade e Probabilidade de Ruptura para a seção seca.....	50
Tabela 4.9 –Fatores de segurança obtidos pelo PEM para seção seca .....	51
Tabela 4.10 - Média dos FS, Desvio Padrão e Probabilidade de ruptura pelo método PEM para seção compactada no ramo seco.....	51

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Balanço de regularização (Assis, 2002).....	4
Figura 2.2 - Reservatório de finalidade múltipla, controle de cheias, navegação e produção de energia elétrica (Assis, 2002) .....	5
Figura 2.3 - Seção típica de barragens de concreto convencional a gravidade (Assis, 2002) ....	6
Figura 2.4 - Exemplo de barragem homogênea, Barragem Vigário, Brasil (Assis, 2002).....	6
Figura 2.5 - Exemplo de barragem de seção Zoneada, Barragem de São Simão, Brasil. (Assis, 2002).....	7
Figura 2.6- Representação dos critérios de ruptura de Coulomb .....	10
Figura 2.7 - Representação dos critérios de ruptura de Mohr .....	10
Figura 2.8 - Critério de ruptura de Mohr-Coulomb.....	11
Figura 2.9 - Forças atuantes em uma fatia genérica (Geo-Studio, 2004). .....	13
Figura 2.10 - Divisão do domínio em elementos (Silva, 2011).....	17
Figura 2.11 - Estrutura do solo dividida em um número finito de elementos , onde cada um é representado por um modelo constitutivo baseado na Teoria da Elasticidade e Plasticidade. (Lade, 2005).....	19
Figura 2.12– Comportamento Elasto-plástico (Gere & Goodno, 2010).....	21
Figura 2.13 - Função distribuição de probabilidade do fator de segurança, $F_s$ , e probabilidade de ruptura (Gitirana Jr. 2005) .....	22
Figura 2.14 - Exemplo de distribuição de probabilidade normal. ....	25
Figura 2.15– Distribuições Normais com Diferentes Parâmetros $\mu$ e $s$ . (Santos, 2009 <i>apud</i> Maia, 2003).....	26
Figura 2.16- Distribuição de probabilidades (a) Log-normal (b) Normal (Costa, 2005) .....	27
Figura 2.17 – Distribuições com Diferentes Parâmetros $\mu$ e $s_x^2$ .....	28
Figura 3.1 - Curva de compactação das amostras estudadas (Neto, 2005) .....	35
Figura 4.1 – Superfície de ruptura média para a seção ótima.....	40
Figura 4.2 – Variação do FS em função do ângulo de atrito para a seção ótima .....	41
Figura 4.3 – Variação do FS em função da coesão para a seção ótima.....	41
Figura 4.4 – Variação do $F_s$ em função do $\gamma$ para a seção ótima.....	42
Figura 4.5 - Variação do FS em função do $K_c$ para a seção ótima .....	43
Figura 4.6 - Variação do FS em função do $K_d$ para a seção ótima .....	43
Figura 4.7 – Superfície de ruptura média para a seção seca.....	47
Figura 4.8 – Variação FS em função do $\Phi$ para a seção seca.....	47

Figura 4.9 – Variação FS em função de $c'$ para a seção seca.....	48
Figura 4.10 – Variação do FS em função de $\gamma$ para a seção seca .....	48
Figura 4.11 – Variação do FS em função do $kC$ para a seção seca.....	49
Figura 4.12 - Variação do FS em função do $kd$ para a seção seca .....	49



## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
$c'$	Coesão efetiva
CD	Ensaio consolidado drenado
CoV	Coefficientes de variação
CU	Ensaio consolidado não drenado
E	Esperança
E	Módulo de Young ou de Elasticidade
$f_0$	Fator de correção empírico
FOSM	Método de Primeira-Ordem Segundo Momento
FS	Fator de segurança
$FS_m$	Fator de segurança mínimo admissível
$F_x$	Forças horizontais
$f_x(x)$	Função densidade de probabilidade da variável x
$F_y$	Forças verticais
$G_s$	Densidade relativa dos grãos do solo
H	Altura da barragem
$l_i$	Comprimento da base da fatia i
[K]	Matriz rigidez global
M	Momento de uma variável aleatória
$m_i$	Momento de ordem i, de uma variável continua
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Métodos dos Elementos Finitos
MME	Ministério de Minas e Energia
$N(\mu, s_x^2)$	Distribuição normal de probabilidade segundo parâmetros $\mu$ e $s_x^2$

NA	Nível d'água
$N_{MC}$	Número de análises a serem realizadas
$N_i$	Força normal exercida em uma fatia do talude
{P}	Vetor de solicitação nodais para o domínio inteiro
$P_f$	Probabilidade de ruptura
$Q_i$	Substituto das forças $X_i, Y_i, X_{i+1}$ E $Y_{i+1}$ , com inclinação $d$
S	Grau de saturação
SR	Superfície de ruptura
$s_{u,i}$	Resistência ao cisalhamento não drenado do material de base da fatia $i$
$s_x$	Desvio padrão da variável aleatória X
$s_x^2$	Segundo momento central da variável aleatória X
$w_{ót}$	Umidade ótima
$w_i$	Força vertical que age na base da fatia $i$ , induzida pelo peso do solo
$T_i$	Força tangencial atuante na base da fatia
UC	Ensaio de compressão não confinado
UU	Ensaio não consolidado não drenado
$V_w$	Volume de água
S	Grau de saturação (%)
V	Número de realizações que conduzem a falha
Var [X]	Variância da variável aleatória x
$W_i$	Peso da fatia
$X_i, X_{i+1}$	Componentes horizontais atuantes nas laterais da fatia
$Y_i, Y_{i+1}$	Componentes verticais atuantes nas laterais da fatia
W	Peso da água
Z	Valor normalizado de x

$Z'$	Valor da distribuição normal para a confiabilidade $\alpha$
$\alpha$	Confiabilidade
$\alpha_i$	Fator de sensibilidade
$\gamma_d$	Peso específico aparente seco
$\gamma_{dmax}$	Peso específico aparente seco máximo
$\gamma_w$	Peso específico da água
$\epsilon_y$	Deformação de escoamento
$\mu_x$	Média
$\sigma_y$	Tensão de escoamento
$\varphi_i$	Ângulo de atrito entre o material do solo e a base do fatia i.
$n$	Número de variáveis adotadas
$\lambda$	Constante de Morgenstern- Price
$\sigma$	Tensão total
$\sigma'$	Tensão normal efetiva
$\tau$	Tensão cisalhante
$\Phi$	Função distribuição acumulada da variável normal padrão
$\{\Phi\}$	Vetor do deslocamento nodal
$\varphi$	Ângulo de atrito
$\psi$	Sucção total
$\Phi'$	Ângulo de atrito efetivo;

## 1. INTRODUÇÃO

Barragens são estruturas de engenharia normalmente construídas de solo, concreto ou enrocamento. Em geral essas barragens atuam como fontes de armazenamento de água, o que permite o desenvolvimento do homem, já que é uma grande forma de garantir água para consumo humano, irrigação da agricultura e abastecimento da pecuária.

Nos últimos anos, o desenvolvimento econômico do Brasil tem propiciado a construção de barragens, principalmente para suprir a demanda energética do país. Em março de 2013, a capacidade de produção energética do Brasil era de 122,9 mil megawatts e deve chegar a 174,2 mil megawatts nos próximos 10 anos. Deste total as usinas hidroelétricas devem responder por 68,9% de toda capacidade instalada. (Empresa de Pesquisa Energética, 2010)

Além de serem usadas como uma fonte de energia elétrica, as barragens têm papel importante principalmente em cidades com problemas de abastecimento de água. Essas barragens, chamadas de barragens de regularização, têm como função a regularização da vazão de um curso d'água, garantindo assim uma vazão suficiente em períodos de pouca chuva. Em cidades com grande potencial de inundações, são construídas barragens de retenção, que funcionam como um piscinão, onde uma grande quantidade de água é retida, sendo posteriormente liberada.

Embora tenham uma grande relevância social e econômica para o desenvolvimento do Brasil, as barragens têm o potencial de causar enormes prejuízos econômicos e perdas de vidas humanas em caso de falhas. Para evitar o pior, o projeto dessas deve prever todos os possíveis carregamentos e deformações que atuarão na barragem, calculando para cada fase da vida útil um fator de segurança. As etapas da vida útil de uma barragem são as seguintes:

- Final de construção: nessa fase ocorre uma análise das tensões e deformações que ocorrem na construção da barragem. Objetiva identificar problemas referentes à diferença de rigidez dos materiais, compatibilidade de fundações e outros. O fator de segurança deve variar entre 1,2 e 1,3, devendo ser analisada a estabilidade de montante e jusante.
- Enchimento do reservatório: a condição inicial é importada do último estágio da etapa anterior, sendo que é adicionado como carregamento adicional o peso de água resultante do enchimento do reservatório. Nessa etapa, considera-se que durante o primeiro enchimento do reservatório são formadas redes de fluxo

de percolação que tendem a estabelecer uma rede de fluxo permanente. A seção crítica é a de montante.

- Funcionamento: considera-se nessa etapa todos os carregamentos anteriores e mais a existência da linha freática correspondente à situação estacionária, onde a percolação de água de montante para jusante ocasiona uma pressão favorável à estabilidade do talude de montante, mas desfavorável ao de jusante. Nessa etapa o fator de segurança deve ser igual ou superior a 1,5.
- Rebaixamento rápido: É a etapa em que ocorre um rebaixamento rápido no nível do reservatório, sem que haja tempo para que poropressão existente dentro do corpo da barragem possa se dissipar, o que implica na existência de uma coluna d'água dentro da barragem sem que haja um equivalente no talude de montante. Para o dimensionamento deve ser adotado um fator de segurança de 1,1 a 1,3.

Para caracterizar o valor do fator de segurança é muito comum no Brasil a utilização de métodos determinísticos que são baseados nas equações da estática e alimentados com parâmetros obtidos em ensaios. Entretanto, esses parâmetros utilizados em projetos, geotécnicos em geral, são cercados de incertezas provenientes da heterogeneidade dos solos, características ambientais, mecanismos de falha imprevisíveis, simplificações e aproximações usadas nos modelos geotécnicos. (Manafi, Ali Noorzad, & Mahdavifar, 2012).

Para tratar das incertezas é indicada a utilização de ferramentas estatísticas, que avaliam a variabilidade de cada variável envolvida na estabilidade da barragem. Dentre essas ferramentas encontram-se o Teste de Hipótese, Análise de Risco e Confiabilidade e os Métodos Probabilísticos, que serão o foco desta monografia.

## **1.1 MOTIVAÇÃO**

Hoje, é rotineiro para projetistas a abordagem determinística para o cálculo da estabilidade de taludes. As características e parâmetros da barragem são representados por um valor médio, que por sua vez é o dado de entrada no cálculo do fator de segurança.

Essa metodologia desconsidera toda e qualquer variação das características, intrínsecas ao solo, que é um material heterogêneo. Esse tipo de abordagem é muito usual, entretanto acarreta em um erro de estimativa da segurança do talude, que por sua vez será

corrigido usando um fator de segurança alto que implicará em um custo mais alto para a obra.

Com o surgimento e desenvolvimento das abordagens probabilísticas, o solo passou a ser tratado como um elemento realmente variável. Para o cálculo do fator de segurança, são levados em consideração a variabilidade dos dados e a dispersão dos resultados de ensaios realizados. Junto com o fator de segurança é obtida a probabilidade de ruptura do talude e pode ser até quantificado a influência de cada parâmetro nesse cálculo. Também é possível obter a função de distribuição do fator de segurança, para determinados métodos.

De posse desses dados, os projetistas podem prever qual o parâmetro mais importante para sua obra, o que reduz o fator de segurança e torna a obra mais barata. Além disso, a probabilidade de ruptura do talude para um determinado fator de segurança traz um novo olhar para a segurança do talude, já que nem sempre o maior fator de segurança tem a menor chance de romper e nem o menor fator de segurança tem a maior chance de romper.

## **1.2 OBJETIVOS**

Pretende-se com esse método investigar a influência que as variáveis peso específico, ângulo de atrito, coesão e vazão do filtro exercem sobre a estabilidade da barragem, utilizando o First Order and First Moment (FOSM). Além do FOSM, será usado o Método das Estimativas Pontuais (PEM) para realização de análises probabilísticas de uma barragem de terra, para então serem comparados entre si.

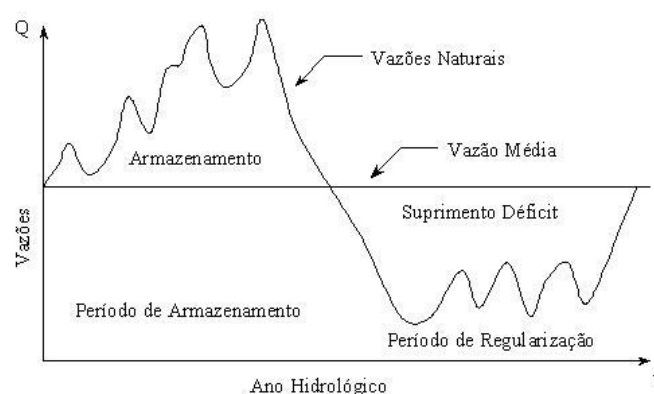
## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE BARRAGENS

Neste capítulo é apresentado o referencial teórico que sustentará esta pesquisa científica, explorando os tópicos mais relevantes para o entendimento do tema proposto. Inicialmente são apresentados conceitos básicos de barragens, enfocando as barragens de terra. Logo em seguida, são apresentados alguns métodos determinísticos de cálculo do fator de segurança de taludes, que são os mais utilizados por projetistas. Por fim, mostram-se alguns conceitos estatísticos que são utilizados como base para a utilização dos modelos probabilísticos, mostrados no final da revisão.

Barragens são estruturas construídas no intuito de acumularem o máximo de água possível, utilizando como meios de captação a água proveniente de escoamento de um rio existente ou através de chuvas. Elas podem ser reunidas em dois grupos diferentes:

- Barragens de Regularização: permitem que o regime hidrológico do rio seja regularizado no período de efluência em relação à demanda, diminuindo a amplitude de variações de vazões do rio, conforme Figura 2.1. Tem como principais finalidades permitir o aproveitamento hidroelétrico, permitir a navegação e o abastecimento de água de uma determinada região.

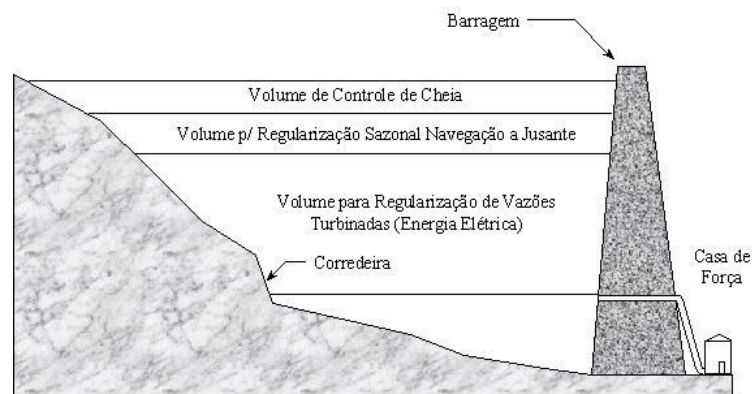


**Figura 2.1 - Balanço de regularização (Assis, 2002)**

- Barragens de Retenção: visam amortecer ondas de cheias evitando possíveis inundações, por meio de retenção da água, onde a onda de cheia é temporariamente armazenada e liberada em um longo período de tempo para

evitar danos à jusante. Também podem ser usadas para reterem sedimentos ou resíduos provenientes de atividades industriais.

Como pode ser visto, uma única barragem pode ter mais de uma finalidade, como, por exemplo, gerar energia elétrica, abastecimento público, a irrigação de terrenos agrícolas, a produção de energia elétrica, a navegação, a piscicultura, como consta na Figura 2.2.



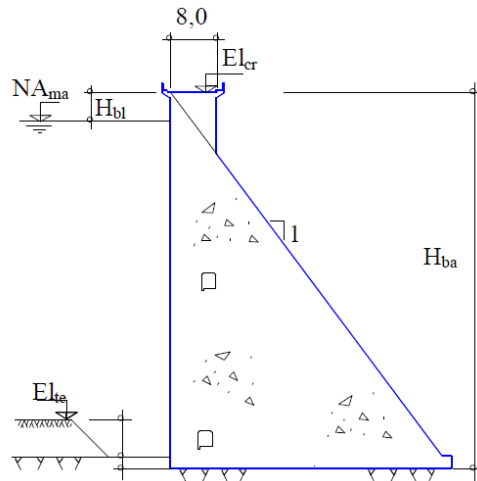
**Figura 2.2 - Reservatório de finalidade múltipla, controle de cheias, navegação e produção de energia elétrica (Assis, 2002)**

O projeto e o modo construtivo das barragens são definidos em função do local onde serão instaladas, tipo de vale onde serão construídas, condições geotécnicas e geológicas da região, condições climáticas e o material que será utilizado na construção. Sendo assim, as barragens são classificadas em dois grupos, quanto à maneira como são construídas:

- Barragens de Concreto, onde a estabilidade é garantida devido ao peso e à largura da base da mesma;
- Barragens de aterro, que podem ser de terra ou de enrocamento.

Segundo Assis (2002), barragens feitas de concreto ou de enrocamento, por conta da estabilidade ser garantida principalmente pelos esforços de gravidade, devem ser apoiadas em uma fundação executada sobre rocha sã e baixa compressibilidade ao longo de todo o eixo, uma vez que estas exercem maiores pressões nas fundações, a pequena profundidade. A Figura 2.3 exemplifica a seção de uma barragem convencional de concreto.



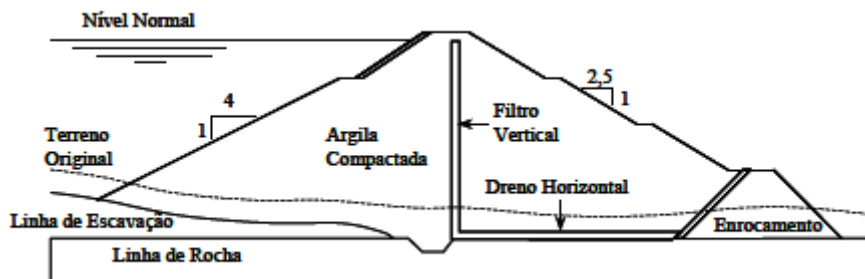


**Figura 2.3 - Seção típica de barragens de concreto convencional a gravidade (Assis, 2002)**

Caso a barragem situe-se longe de centros urbanos, o transporte e disposição do grande volume de concreto exigido torna a execução desse tipo de barragem inviável. Se no local, houver disponibilidade de solos argilosos ou areno-siltosos/argilosos, em condições de períodos chuvosos curtos, pode ser apropriado a construção de barragens de terra. Essas por sua vez, tornam-se mais viável e não exigem muitos das fundações.

Além da classificação anterior, é possível classificar as barragens quanto ao tipo de seção em três categorias distintas:

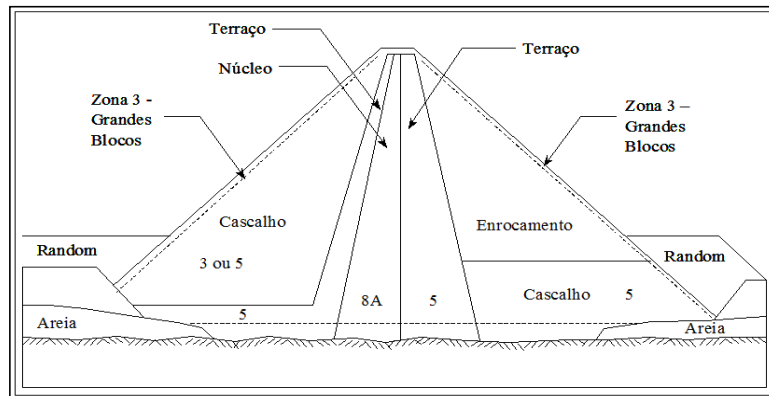
- Barragens Homogêneas enquadra as barragens onde há o predomínio de um único material, pois não existem barragens construídas apenas de um material já que existe a necessidade de utilizar diferentes materiais para o sistema de drenagem e a proteção externa do talude. Um exemplo é apresentado na Figura 2.4;



**Figura 2.4 - Exemplo de barragem homogênea, Barragem Vigário, Brasil (Assis, 2002)**

- Barragem zoneada é o tipo de barragem onde não existe um único tipo de material predominante. A escolha desse tipo ou do tipo homogênea deve-se

principalmente aos materiais de construção disponíveis e seus respectivos custos na região, como consta na Figura 2.5.



**Figura 2.5 - Exemplo de barragem de seção Zoneada, Barragem de São Simão, Brasil. (Assis, 2002)**

- Barragens de enrocamento são definidas quando existe a predominância de material rochoso na seção da barragem. Esse tipo de barragem ainda se subdivide em barragens com membrana externa impermeável e barragens com núcleo impermeável interno.

Nas próximas seções serão abordados os métodos de dimensionamento de talude de barragens.

## 2.2 MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

A determinação da segurança de um talude, que pode ser tanto de uma barragem, aterro, escavação e outros, constitui uma árdua tarefa. Dentro desta tarefa estão envolvidas muitas variáveis, como os parâmetros de resistência ao cisalhamento do solo, percolação de água no talude, estratificação do solo no local bem como a escolha da superfície potencial de deslizamento que adicionam uma maior complexidade ao problema. (Das, 2007)

Para contornar as incertezas inerentes às essas variáveis, os projetistas fazem uma análise conservadora das propriedades dos materiais e dos procedimentos construtivos, que levam a determinação de um fator de segurança baseado apenas na experiência e julgamento pessoal. O fator de segurança visa proporcionar uma margem segura para casos em que as variáveis tenham um comportamento aquém do esperado, o que por sua vez torna os projetos mais onerosos do que poderiam ser.

Para tornar a solução desses problemas mais fáceis foi proposta uma série de métodos Determinísticos, que podem ser divididos em dois grupos. O primeiro grupo é baseado na análise de equilíbrio limite (MEL), que por sua vez é decomposto em três subgrupos: métodos que consideram a massa rompida como um corpo único, formulando hipóteses sobre as tensões ao longo das superfícies com potencial de ruptura; métodos que dividem essa massa rompida em cunhas e métodos que dividem a massa rompida em fatias. O segundo grupo diz respeito à análise de deslocamentos, que leva em conta as relações tensão deformação dos materiais que compõem o talude. Por envolverem técnicas numéricas, esse tipo de análise é empregado usando um computador, um exemplo é a utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF).

Antes de abordar os conceitos do Método do Equilíbrio Limite e do Método dos Elementos Finitos, será feita uma revisão sobre os conceitos de resistência ao cisalhamento, critérios de ruptura e fator de segurança.

### **2.2.1 RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO**

A ruptura de solos quase sempre se dá por meio do fenômeno de cisalhamento, apenas em um pequeno número de situações a ruptura se dá por esforços de tração. A resistência ao cisalhamento de um solo define-se como a máxima tensão de cisalhamento do solo no plano em que a ruptura ocorrer. Os principais parâmetros que definem a resistência ao cisalhamento são o atrito e a coesão. (Pinto, 2006)

A resistência por atrito entre as partículas depende do coeficiente de atrito, e pode ser definida como a força tangencial necessária para ocorrer o deslizamento de um plano em relação a outro plano paralelo. Esta força também é proporcional à força normal ao plano. O ângulo formado entre a força normal e a resultante das forças, tangencial e normal, é chamado de ângulo de atrito  $\phi$ , sendo o máximo ângulo que a força cisalhante pode ter com a normal ao plano sem que haja deslizamento.

Há uma diferença entre as forças transmitidas nos contatos entre grãos de areia e de argila. Nos grãos de areia a força de contato é maior expulsando a água da superfície e permitindo o contato diretamente entre os grãos. Já nas argilas o número de partículas de solo é muito maior sendo menor a força entre os contatos, esta força não é suficiente para expulsar a água adsorvida pelas partículas, ficando a água responsável pela transmissão das forças.

A resistência ao cisalhamento dos solos é devida, essencialmente, ao atrito entre os grãos. Mas a atração química entre partículas, independente da força normal, tem uma parcela de resistência significativa em determinados tipos de solos, que é denominada coesão real. A coesão real não pode ser confundida com a coesão aparente, presente principalmente em solos argilosos úmidos não saturados, determinada pela pressão capilar da água ou sucção. Essa resistência desaparece à medida que o solo vai sendo saturado.

### 2.2.2 CRITÉRIOS DE RUPTURA

Critérios de ruptura são formulações que refletem o comportamento dos solos até a ruptura. Segundo Pinto (2006), o critério que melhor descreve o comportamento dos solos é o de Mohr-Coulomb, que toma por base o estado de tensões e assume que um solo rompe devido a uma combinação crítica de esforços normais e esforços cortantes (cisalhantes).

O critério de Coulomb estabelece que não há ruptura do material se a tensão de cisalhamento não ultrapassar o valor dado pela Equação (2.1):

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan \varphi' \quad (2.1)$$

Onde:

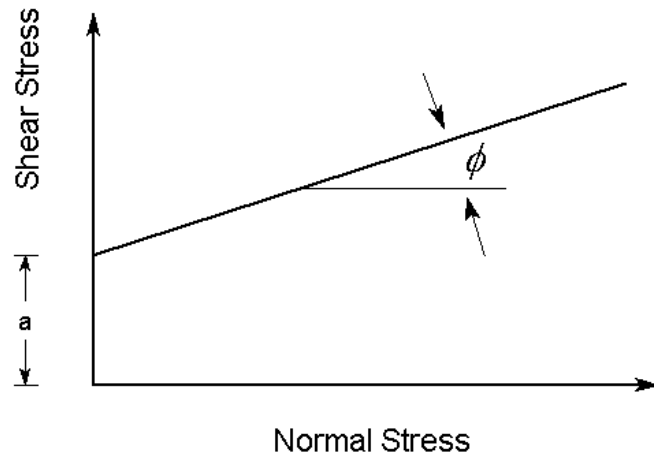
$c'$ : coesão efetiva;

$\varphi'$ : ângulo de atrito efetivo;

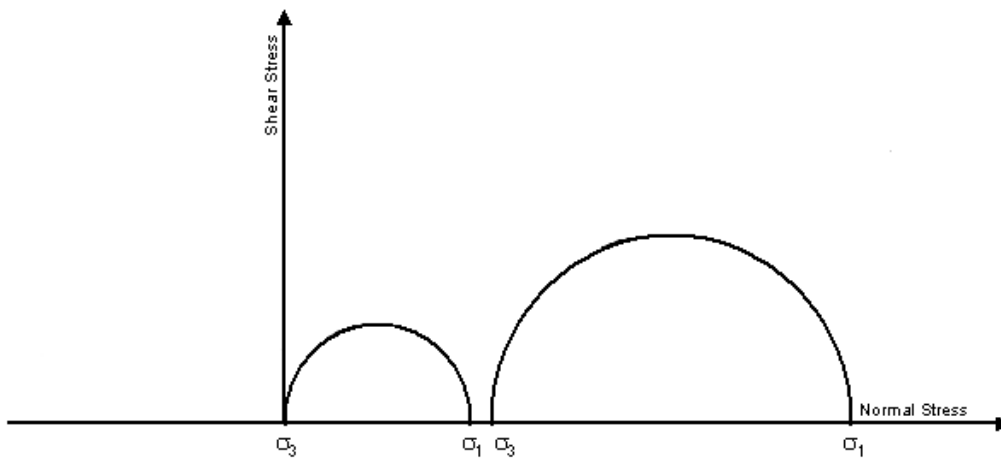
$\sigma'$ : tensão normal efetiva desenvolvida ao longo da potencial superfície de ruptura.

Já o critério de Mohr afirma que a ruptura não ocorre enquanto o círculo que representa o estado de tensões se encontra no interior de uma curva, envoltória dos círculos relativos a estados de ruptura, obtidos experimentalmente para o material.

Ambos os critérios são análogos, conforme mostram a Figura 2.6 e Figura 2.7, o que deu origem ao critério de Mohr-Coulomb, muitos utilizados na mecânica dos solos atualmente.

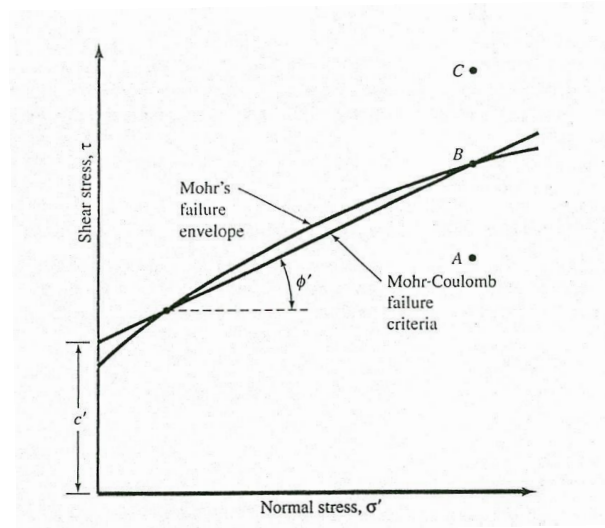


**Figura 2.6- Representação dos critérios de ruptura de Coulomb**



**Figura 2.7 - Representação dos critérios de ruptura de Mohr**

Se o estado de tensões no plano, representado pelo Círculo de Mohr, de um solo toca a linha de resistência ao cisalhamento, significa que o solo rompe. Caso o círculo de Mohr se situe abaixo da linha, o solo não rompe, como exemplificado na Figura 2.8.



**Figura 2.8 - Critério de ruptura de Mohr-Coulomb**

Existem vários métodos para determinar a coesão e o ângulo de atrito do solo, entre eles o da correlação empírica, ensaios de laboratório, Cisalhamento Direto e Ensaio Triaxial, este último podendo ser de três formas (CD, CU, UU) a depender das condições em que o solo estiver em seu estado natural, ensaios de campo como o Vane Test e também através de retro análise.

### 2.2.3 FATOR DE SEGURANÇA

A análise da estabilidade de taludes tem como saída o fator de segurança e a superfície de ruptura. Esse último pode ser definido com a relação entre a resistência ao cisalhamento existente e a resistência ao cisalhamento que é mobilizada. É possível também definir o fator de segurança em termos de solicitações. Neste trabalho, o fator de segurança será definido numericamente como:

$$FS_s = \frac{\int \tau_f dL}{\int \tau_d dL} \quad (2.2)$$

Onde

$FS_s$ : Fator de Segurança;

$\tau_f$ : média da resistência de cisalhamento do solo, obtida pela Equação (2.1):

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (2.1)$$

$\tau_d$ : média da tensão de cisalhamento desenvolvida ao longo da potencial superfície

de ruptura, obtida por:

$$\tau_d = c_d' + \sigma' \tan \varphi_d' \quad (2.3)$$

Onde

$c_d'$ : coesão efetiva desenvolvida na potencial superfície de ruptura;

$\varphi_d'$ : ângulo de atrito efetivo desenvolvida na potencial superfície de ruptura.

Os valores mínimos admissíveis para o fator de segurança de uma determinada obra são determinados levando em conta as consequências para vidas humanas e prejuízos econômicos, estes são apresentados na Tabela 2.1. Quando o valor de  $FS_m$  chega ao limite de ser igual a 1 o talude encontra-se na iminência de ruptura.

**Tabela 2.1 - Recomendações para fatores de segurança admissíveis (Modificado de Ortigão & Sayão, 2000)**

$FS_m$		Risco de perdas de vidas humanas		
		Desprezível	Médio	Elevado
Risco de perdas econômicas	Desprezível	1,1	1,2	1,4
	Médio	1,2	1,3	1,4
	Elevado	1,4	1,4	1,5

#### 2.2.4 MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE

Para todos os métodos de equilíbrio limite são aceitas como verdadeiras as seguintes hipóteses:

- A superfície de ruptura é conhecida;

- A condição de ruptura da massa de solo é generalizada e incipiente;
- O critério de ruptura de Mohr-Coulomb é satisfeito ao longo da superfície potencial de ruptura;
- O fator de segurança ao longo da superfície potencial de ruptura é único.

O principal método utilizado por projetistas para a determinação do fator de segurança é o Método das Fatias. Nesse método a massa de solo é dividida em fatias verticais, onde para cada fatia são aplicadas as equações de equilíbrio da estática abaixo. Além disso, as superfícies de ruptura podem ser tomadas como circulares ou retas.

A Figura 2.9 mostra todas as forças que atuam em uma superfície de deslizamento em uma superfície genérica.

$$\sum F_x = 0 \quad (2.4)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (2.5)$$

$$\sum M = 0 \quad (2.6)$$

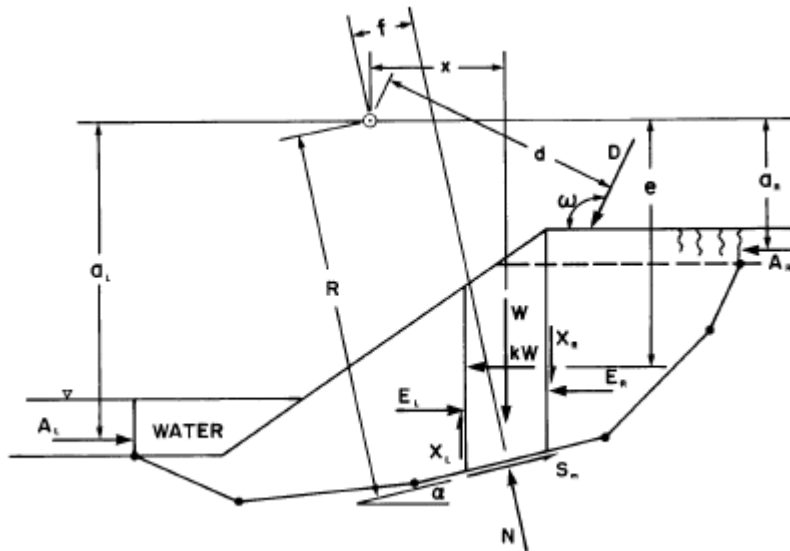


Figura 2.9 - Forças atuantes em uma fatia genérica (Geo-Studio, 2004).

As variáveis são definidas como:

$W$ : o peso total das fatias de largura  $b$  e altura  $h$ ;

$N$ : a força normal total na base da fatia;



$S_m$ : a força de cisalhamento mobilizada na base de cada fatia;

$E$ : as forças normais horizontais entre fatias. Os subscritos L e R designam os lados esquerdo (left) e direito (right) da fatia, respectivamente;

$X$ : as forças verticais entre fatias. Os subscritos L e R designam os lados esquerdo (left) e direito (right) da fatia, respectivamente;

$D$ : uma carga externa em linha;

$kW$  : a carga sísmica horizontal aplicada no centroide de cada fatia;

$R$ : o raio para uma superfície de deslizamento circular ou o braço do momento associado com a força de cisalhamento mobilizada ( $S_m$ ) para qualquer forma de superfície de deslizamento;

$f$ : a distância perpendicular da força normal ( $N$ ) em relação ao centro de rotação ou ao centro de momentos. É assumido que a distância  $f$  para o lado direito do centro de rotação de um talude negativo (isto é, um talude inclinado para a direita) é negativa e  $f$  para o lado esquerdo do centro de rotação é positiva. Para taludes positivos (inclinados para a esquerda), a convenção de sinal é invertida;

$x$ : a distância horizontal da linha central de cada fatia para o centro de rotação ou para o centro de momentos;

$e$ : a distância vertical do centróide de cada fatia para o centro de rotação ou para o centro de momentos;

$d$ : a distância perpendicular de uma carga em linha para o centro de rotação ou para o centro de momentos;

$h$ : a distância vertical do centro da base de cada fatia para a linha superior na geometria (geralmente superfície do terreno);

$a$ : a distância perpendicular da resultante da força de água externa para o centro de rotação ou para o centro de momentos. Os subscritos L e R designam os lados da esquerda (left) e da direita (right) do declive, respectivamente;

$A$ : a resultante das forças de água externas. Os subscritos L e R designam os lados da esquerda (left) e da direita (right) do declive, respectivamente;

$w$ : o ângulo da carga em linha em relação à horizontal. Este ângulo é medido no sentido horário, a partir do eixo  $x$  positivo;

$\alpha$ : o ângulo entre a tangente no centro da base de cada fatia e a horizontal. A convenção de sinal é como se segue. Quando o ângulo se inclina na mesma direção que o declive global da geometria, este é positivo, e vice-versa.

Quando são aplicadas as três equações acima em uma fatia, o número de incógnitas é maior que o número de equações disponíveis para determiná-las. Para conseguir resolvê-las inúmeros autores tem publicado suas ideias que tornam as equações mais simples de serem solvidas. Essas hipóteses simplificadoras que diferenciam um método do outro, caracterizando-os como mais ou menos conservadores.

O resumo dos métodos propostos por diversos autores e as suas hipóteses simplificadoras podem ser encontradas na

Tabela 2.2.

**Tabela 2.2 - Hipóteses usadas em vários métodos de equilíbrio limite.**

Método	Suposição
Ordinário ou Fellenius	Forças entre fatias são negligenciadas.
Bishop Simplificado	As resultantes das forças entre fatias são horizontais (ou seja, não existem forças cisalhantes verticais entre fatias).
Janbu Simplificado	As resultantes das forças entre fatias são horizontais. Um fator de correção empírico, $f_0$ , é usado para considerar o efeito das forças de cisalhamento entre fatias.
Janbu Generalizado	O local da força normal entre fatias é definido por uma linha de empuxo adotada.
Spencer	As forças resultantes entre fatias são de inclinação constante ao longo da massa deslizando.
Morgenstern-Price	A direção das resultantes das forças entre fatias é determinada usando uma função arbitrária. A % da função, $\lambda$ , exigida para satisfazer aos equilíbrios de momento e de força é calculada com uma solução rápida.
GLE	A direção das resultantes das forças entre fatias é definida usando uma função arbitrária. A porcentagem da função, $\lambda$ , exigida para satisfazer aos equilíbrios de momento e de força é calculada achando o ponto de intersecção em um gráfico de fator de segurança contra $\lambda$ .
Corpo de Engenheiros	A direção da resultante da força entre fatias é: i) igual à inclinação média desde o início até o fim da superfície de deslizamento ou ii) paralela à superfície do solo.
Lowe-Karafiath	A direção da força resultante entre fatias é igual à média entre a inclinação da superfície do solo e a inclinação na base de cada fatia.

A Tabela 2.3 mostra quais condições de equilíbrio são satisfeitas durante as análises, ou seja, quais os esforços são considerados quando é calculado o fator de segurança.

**Tabela 2.3 - Condições de equilíbrio satisfeitas nos diferentes métodos de equilíbrio limite.**

Método	Equilíbrio de Força		Equilíbrio de Momento
	1ª Direção* (e.g., Vertical)	2ª Direção* (e.g., Horizontal)	
Ordinário ou Fellenius	Sim	Não	Sim
Bishop Simplificado	Sim	Não	Sim
Janbu Simplificado	Sim	Sim	Não
Janbu Generalizado	Sim	Sim	**
Spencer	Sim	Sim	Sim
Morgenstern-Price	Sim	Sim	Sim
GLE	Sim	Sim	Sim
Corpo de Engenheiros	Sim	Sim	Não
Lowe-Karafiath	Sim	Sim	Não

### 2.2.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

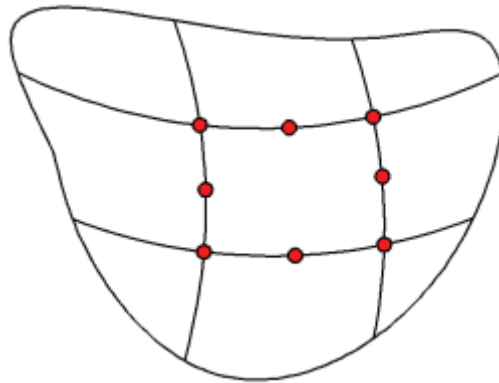
O Método dos Elementos Finitos é uma ferramenta numérica que determina soluções aproximadas de equações diferenciais parciais, que não possuem uma solução analítica fechada. Foi desenvolvido para lidar com problemas de equilíbrio, porém com o passar do tempo passou a ser utilizado em outros campos da ciência.

Como toda a formulação do problema pode ser transformada em algoritmos, o método permite realizar análises de problemas de contorno por meio de programas computacionais. Entretanto, existe uma diferença entre a solução numérica e a solução real, esse erro deve ser minimizado de forma a obter soluções satisfatórias para o problema abordado.

O Método dos Elementos Finitos nasce a partir da análise de uma região, denominado domínio, e o campo de deslocamentos e tensões para um determinado conjunto de solicitações e condições de fronteira que o material estiver submetido.

O domínio, que tem suas características geométricas, constitutivas e resistentes conhecidas previamente, é discretizado em elementos com ligações (nós), como na Figura 2.10.

Se as condições de variação dos campos de deslocamento não são conhecidas, assume-se que a variação desses campos dentro de um elemento finito pode ser aproximada por uma função, que obedece a um critério de convergência, normalmente da forma polinomial. Essa função, chamada de modelo de interpolação ou modelo de deslocamento, é definida em termos dos valores da variação do campo em cada nó.



**Figura 2.10 - Divisão do domínio em elementos (Silva, 2011)**

Do modelo de deslocamento assumido, a matriz rigidez  $[K^{(e)}]$  e o vetor de solicitação ou forças  $\{P^{(e)}\}$  do elemento  $e$  que são para ser derivados usando as condições de equilíbrio ou o princípio variacional adequado. Outra forma é utilizar o princípio dos trabalhos virtuais.

Se o domínio é composto por vários elementos finitos, a matriz de rigidez e o vetor de solicitação devem ser montados de maneiras adequadas e as equações de equilíbrio global são formuladas como:

$$[K] \{\Phi\} = \{P\} \quad (2.7)$$

Onde:

$[K]$  : matriz rigidez global;

$\{\Phi\}$ : vetor do deslocamento nodal;

$\{P\}$ : vetor de solicitação nodais para o domínio inteiro.

A matriz de rigidez é função da relação constitutiva e da geometria do elemento. As relações constitutivas para problemas de equilíbrio são descritas em termos de tensão e deformação. O tópico seguinte abordará, de forma rápida, alguns dos modelos constitutivos usados para o solo.

A aplicação do Método dos Elementos Finitos em estabilidade de taludes pode ser dividida em métodos diretos e indiretos. Nos primeiros o método dos elementos finitos é empregado diretamente para a localização da massa de solo da provável superfície de deslizamento e para o cálculo do fator de segurança associado a ela pela Equação (2.8):

$$FS_{local} = \frac{s}{\tau} \quad (2.8)$$

Onde:

$FS_{local}$ : fator de segurança local;

$s$ : resistência ao cisalhamento

$\tau$ : tensão de cisalhamento atuante.

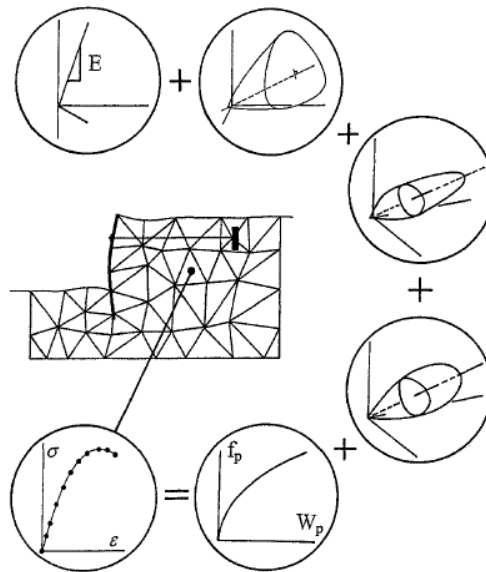
Nos métodos indiretos, um campo de tensões é inicialmente gerado através de uma análise pelo Método dos Elementos Finitos e então utilizado em conjunto com outro procedimento de análise para a determinação da potencial superfície crítica de deslizamento e correspondente fator de segurança.

A diferença entre os métodos é que os métodos indiretos não precisam de um grande esforço computacional de análises repetidas do problema com variação dos parâmetros de resistência dos materiais até a ocorrência iminente da ruptura, nem é necessário empregar uma relação constitutiva elasto-plástica, podendo ser considerados relações tensão-deformação mais simples como o modelo elástico linear. O fator de segurança global é calculado da mesma maneira que no Método do Equilíbrio Limite.

## 2.2.6 MODELOS CONSTITUTIVOS

A evolução dos computadores trouxe um grande salto no desenvolvimento de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método das Diferenças Finitas (MDF), o que tornou viável a análise e a previsão do complexo comportamento das estruturas do solo e dos problemas de interação entre o solo e as estruturas. (Lade, 2005)

Na computação numérica, a relação entre tensão e deformação em um determinado material é representada por um modelo constitutivo, que consiste de expressões matemáticas que modelam o comportamento do solo em um único elemento, como apresentado na Figura 2.11.



**Figura 2.11 - Estrutura do solo dividida em um número finito de elementos , onde cada um é representado por um modelo constitutivo baseado na Teoria da Elasticidade e Plasticidade. (Lade, 2005)**

Como o solo, comumente, é a parte menos resistente do material envolvido nos problemas geotécnicos, ele determina as deformações e a possibilidade de falha de toda a estrutura, o que torna importante a caracterização precisa de todas as solicitações que esse material será exposto, com esses dados um modelo constitutivo é capaz de simular todo o comportamento do solo, com precisão, para todas as condições de carregamento, por meio de computação numérica.

### 2.2.6.1 MODELOS ELÁSTICOS

Modelos constitutivos elásticos apresentam uma abordagem baseada na teoria da elasticidade clássica, onde os gradientes de deslocamento são considerados infinitesimais, que incorrem em deformações e rotações, também, infinitesimais.

Segundo Cauchy em um material elástico o estado de tensão é função apenas do estado de deformação, e vice-versa, compreendendo-se, logo as trajetórias de carregamento, descarregamento ou recarregamento são todas coincidentes neste tipo de material. Simplificando, pode-se dizer que materiais elásticos são conservativos, liberando no descarregamento toda a energia interna armazenada durante a fase de carregamento.

Conhecida como lei de Hooke, o modelo constitutivo para materiais linearmente elásticos e isotrópicos, expressa que as deformações são diretamente proporcionais às tensões.

As constantes elásticas mais usuais são o módulo de Young ( $E$ ) e o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), que são calculados por meio de um ensaio uniaxial de tração. Estas constantes alimentam a Equação (2.9) que modela o comportamento elástico linear dos materiais.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Nota-se da Equação (2.9) que quando o  $\nu \rightarrow 0,5$ , o termo  $1 - 2\nu$  tende ao zero e o termo  $1 - \nu$  tende ao valor do coeficiente de Poisson. Ou seja, as tensões e as deformações encontram-se correlacionadas diretamente por uma constante de deformação volumétrica pura, o que mostra que quando  $\nu \rightarrow 0,5$  a deformação volumétrica tende a zero.

Modelos elásticos podem ser utilizados na simulação de carregamentos monotônicos, embora o comportamento do solo seja afetado pelas trajetórias de tensões. Entretanto, o modelo apresenta como limitação preponderante a desconsideração da não linearidade da curva tensão-deformação e a deformação plástica dos materiais. Também não prevê a histerese existente na trajetória de descarregamento nos materiais.

### 2.2.6.2 MODELO ELASTO-PLÁSTICO

Com as limitações existentes dos modelos elásticos, ganhou força o interesse por modelos constitutivos mais versáteis, realistas e abrangentes. Como suporte para esses novos modelos, surgiu a teoria da plasticidade, inicialmente desenvolvida para descrever o comportamento de metais e posteriormente estendido para materiais com atrito interno, como solos.

Segundo Gere & Goodno (2010), um material elasto-plástico inicialmente apresenta um comportamento elástico linear, com um módulo de elasticidade ( $E$ ). Quando o escoamento plástico começa, as deformações crescem com uma tensão mais ou menos constante, chamada de tensão de escoamento ( $\sigma_y$ ). A deformação no começo do escoamento é conhecida como deformação de escoamento ( $\varepsilon_y$ ). Essa descrição somente é totalmente verdade para alguns materiais, como o alumínio, porém é comum que esse modelo seja utilizado na análise de problemas de solos e rochas. Outros modelos como por exemplo o Cam-clay modificado se

adequam melhor ao comportamento de solos.

De um modo geral, os modelos elasto-plásticos consideram que após o material ter sido submetido a uma tensão maior que a tensão de escoamento, em um ciclo de carregamento-descarregamento, o material não irá recuperar-se totalmente das deformações sofridas. As deformações não recuperáveis são denominadas deformações plásticas. A figura abaixo mostra um exemplo de um material com comportamento elasto-plástico.

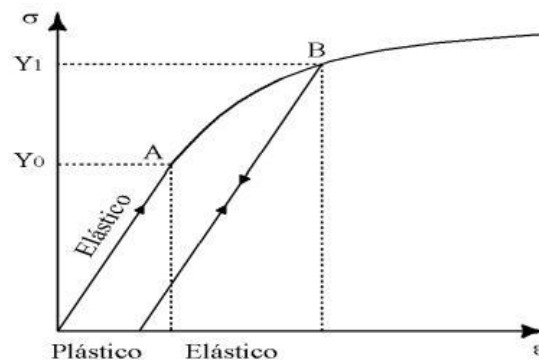


Figura 2.12– Comportamento Elasto-plástico (Gere & Goodno, 2010)

### 2.3 OUTRAS FERRAMENTAS ESTATÍSTICAS

Dentro da geotecnia, um dos maiores problemas enfrentados pelos pesquisadores é a variabilidade inerente do terreno, o que faz com que suas características mudem mesmo quando analisados pontos vizinhos na massa de solo. Tais variabilidades são causadas pelos processos geológicos naturais que levam o terreno a sofrer mudanças.

Alguns pesquisadores têm trabalhado em uma abordagem dessas variabilidades e em apontar uma faixa de valores para essas variabilidades. Becker (1996) e Cherubini (1997), por exemplo, trabalharam de maneira a obterem uma faixa de coeficientes de variação (CoV) da coesão efetiva, que segundo eles podem variar entre 13% e 70%.

No campo dos estudos da estabilidade do talude, as abordagens determinísticas não levam em conta essa variabilidade dos parâmetros de projeto, o que acaba por obrigar os projetistas a adotarem um fator de segurança constante para toda a barragem, que pode onerar o custo da obra mais do que seria necessário para manter a estabilidade do mesmo talude, caso fosse adotada uma abordagem probabilística.



Gitirana Jr (2005) apresenta a imagem abaixo, que mostra dois taludes. Um tem um fator de segurança de 1,2 e probabilidade de ruptura de 2,3% enquanto o outro apresenta um fator de segurança de 1,5 e probabilidade de ruptura de 16%. Pela análise determinística o talude mais seguro é o que apresenta um fator de segurança de 1,5, enquanto a análise estatística mostra o contrário, mesmo com um fator de segurança maior, o segundo talude tem maiores chances de ruir.

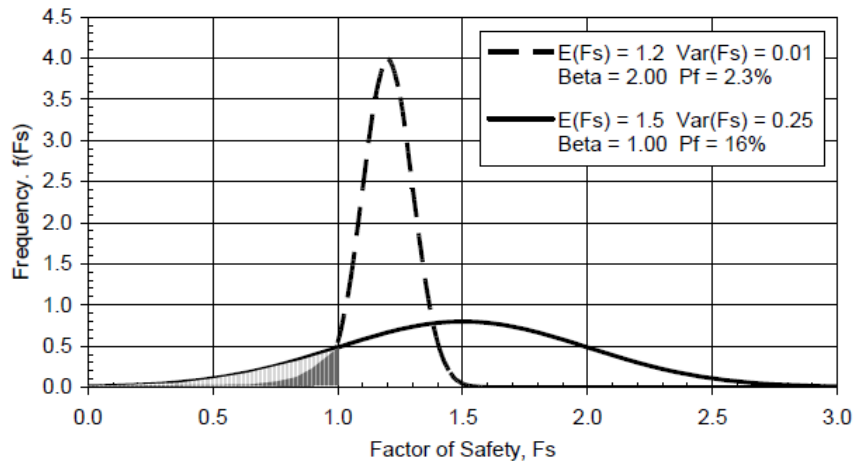


Figura 2.13 - Função distribuição de probabilidade do fator de segurança,  $F_s$ , e probabilidade de ruptura (Gitirana Jr. 2005)

### 2.3.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Para tornar mais precisos os projetos é cada vez mais comum a adoção de uma avaliação de risco de ruptura do talude, que leva em consideração as incertezas das variáveis envolvidas na segurança da barragem e as aplica em análises qualitativas e quantitativas. (Manafi, Ali Noorzad, & Mahdaviifar, 2012).

Segundo Fontes (2006), dado um experimento aleatório, descrito pelo espaço de probabilidades  $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ , uma função numérica  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  será dita uma variável aleatória do experimento.

De posse da definição de variáveis aleatórias, pode-se dividí-las em dois grupos distintos:

- Variáveis Aleatórias Discretas: são aquelas que assumem valores em um conjuntos enumerável, com certa probabilidade.

- Variáveis Aleatórias Contínuas: são variáveis que seu conjunto de valores é qualquer intervalo dos números reais, o que é um conjunto não enumerável.

Neste trabalho serão utilizadas variáveis aleatórias contínuas, já que as grandezas analisadas podem assumir qualquer valor em um dado intervalo. Elas serão construídas de modo que contabilizem todo o tipo de incerteza relevante nas análises, onde a cada variável será atribuída uma função de distribuição e as características distributivas estimadas com base nas estatísticas e/ou de forma subjetiva. (Pereira, 2011)

A função que representa a distribuição de probabilidade caso a variável aleatória seja contínua é chamada de função densidade de probabilidade,  $f_X(x)$ , que por sua vez é caracterizada por uma média  $\mu_X$  e um desvio padrão  $s_X$ . Com ela é possível calcular a probabilidade da variável assumir um valor dentro de um intervalo  $[a, b]$  (Costa, 2005).

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx \quad (2.10)$$

Caso o interesse seja de saber a probabilidade da variável aleatória  $X$  ser menor que um valor  $x$ , deve-se adotar a função de distribuição acumulada:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx \quad (2.11)$$

Vale lembrar que as funções de densidade de probabilidade da variável  $X$  atendem as seguintes condições:

- $f(x) \geq 0$  para todo  $x$ ;
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1$ ;
- para quaisquer  $a, b$ , com  $-\infty < a < b < +\infty$ , tem-se que  $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx$ .

É essencial assumir distribuições de probabilidade para cada variável aleatória na modelagem da incerteza de uma determinada grandeza, uma vez que elas darão forma a  $f_X$ , junto com  $\mu_X$  e  $s_X$ .

### 2.3.2 MOMENTOS

Uma variável aleatória é caracterizada por uma distribuição de probabilidades, cujas propriedades podem ser apresentadas resumidamente através dos seus momentos estatísticos (FABER, 2005).

O momento  $m_i$ , de ordem  $i$ , de uma variável contínua é definido por:

$$m_i = \int_{-\infty}^{\infty} x^i \cdot f_X(x) dx \quad (2.12)$$

A média de uma variável contínua,  $\mu_X$ , também conhecida por primeiro momento, é:

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx \quad (2.13)$$

A variância,  $s_X^2$ , é definida como o segundo momento central, ou seja, para variáveis contínuas é a variação em torno da média:

$$s_X^2 = Var [X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 \cdot f_X(x) dx \quad (2.14)$$

O desvio-padrão,  $s_X$ , é definido como a raiz quadrada da variância:

$$s_X = \sqrt{Var [X]} \quad (2.15)$$

O quociente entre o desvio-padrão,  $s_X$ , e a média,  $\mu_X$  da variável aleatória  $X$  é denominado de coeficiente de variação,  $CoV [X]$  e é dado por,

$$CoV [X] = \frac{s_X}{\mu_X} \quad (2.16)$$

Este coeficiente fornece uma quantificação adimensional da variabilidade de uma variável aleatória. Verifica-se que vários parâmetros estruturais, como seja o ângulo de atrito interno, apresentam um coeficiente de variação constante, independente da média.

Os parâmetros atrás descritos, média e desvio-padrão, são as características distributivas conhecidas que darão forma à distribuição. No entanto, é necessário assumir-se um tipo de distribuição específico para cada variável aleatória.

### 2.3.3 DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição normal, ou Distribuição de Gauss, é uma curva simétrica com formato de sino que se ajusta muito bem às variáveis que caracterizam os solos. Isso acontece por conta do Teorema do Limite Central, que afirma que a soma de um grande número de componentes aleatórias individuais tende para a distribuição normal à medida que o número de componentes aumenta sem limite, independentemente das distribuições individuais. (Miranda, 2011)

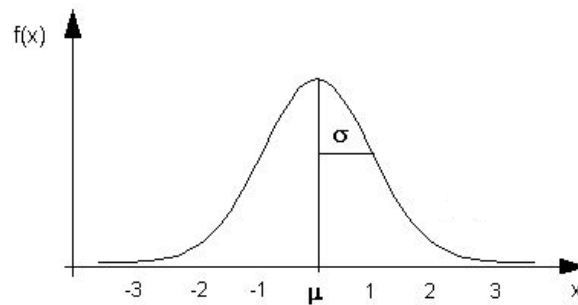


Figura 2.14 - Exemplo de distribuição de probabilidade normal.

Quando a variável aleatória contínua  $X$  assume uma distribuição normal, ela tem os parâmetros  $\mu_X$  e  $s_X^2$ , e a função é dada por:

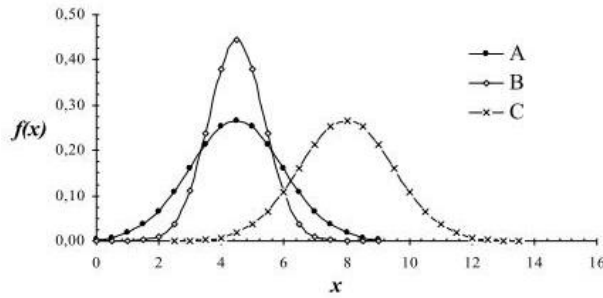
$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times s_x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-s_X}{s_x}\right)^2} \quad (2.17)$$

Onde

$s$ : desvio padrão,  $s > 0$ ;

$\mu$ : média aritmética,  $-\infty < \mu < \infty$ .

O valor de  $X$  depende apenas da média,  $\mu_x$ , e do desvio padrão,  $s_x$ . Observa-se da Equação (2.17) que conforme o valor de  $\mu$  e  $s_x$  mudam, a distribuição também muda. Na Figura 2.15 são apresentadas três diferentes distribuições normais, quais sejam, A, B e C. As distribuições A e B possuem  $\sigma$  diferentes, porém a mesma média  $\mu$ . Opostamente tem-se A e C, os quais possuem o mesmo  $\sigma$ , mas com distintas  $\mu$ . B e C possuem ambos  $\mu$  e  $\sigma$  diferentes.



**Figura 2.15– Distribuições Normais com Diferentes Parâmetros  $\mu$  e  $s$ . (Santos, 2009 *apud* Maia, 2003)**

Como a Equação (2.17) não pode ser derivada analiticamente, são utilizados valores tabelados muito comuns de serem encontrados. Para conseguir utilizar esses valores tabelados é necessário que o valor de  $X$  seja normalizado, substituindo o valor da média e dividindo pelo desvio da variável:

$$Z = \frac{x - \mu}{s} \tag{2.18}$$

Onde  $Z$  é o valor normalizado de  $X$ , com média 0 e variância de uma unidade.

Substituindo a Equação (2.18) na Equação (2.17):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}Z^2)} \tag{2.19}$$

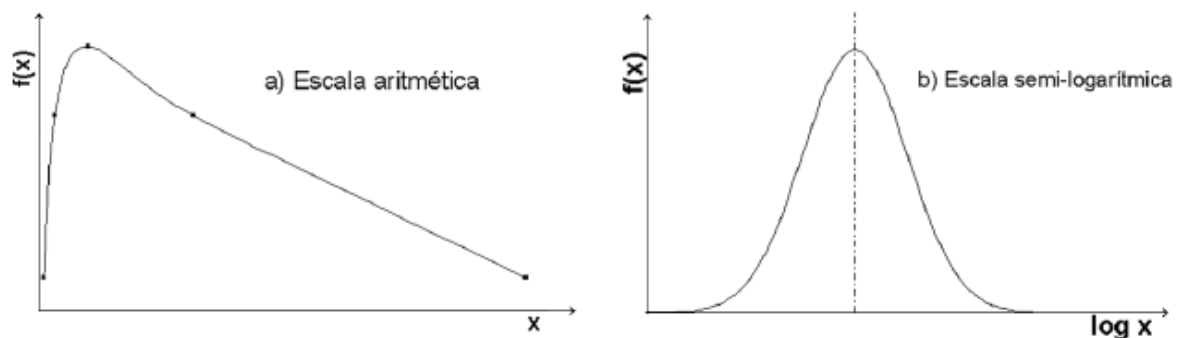
Dessa forma, transforma-se uma variável com média e variância diferentes de zero e um, respectivamente, para a forma normalizada, que é a entrada para utilizar a tabela de valores da distribuição normal e sair com o valor da probabilidade.

A notação que será dada para a  $X$  será  $N(\mu, s_x^2)$  se, e somente se, sua distribuição de probabilidade for dada pela Equação (2.17).

### 2.3.4 DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL

A distribuição Log-Normal é um modelo onde o logaritmo da variável aleatória  $X$  segue a distribuição normal com os parâmetros  $\mu$  e  $s_x$ , que quando plotada tem a forma mostrada na Figura 2.16. Segundo Fenton (1997), esse é um modelo muito utilizado na engenharia por três razões. A primeira é que quando houve a multiplicação de variáveis aleatórias individuais entre si, o resultado dessa multiplicação obedecerá a distribuição Log-

Normal. Dessa forma, qualquer processo que seja o produto de diversas variáveis aleatórias individuais, tenderá a ser descrito por uma distribuição log-normal. Segundo motivo, o modelo de distribuição de variáveis log-normal não admite valores menores que zero. Desde que as diversas propriedades em engenharia, tais como resistência e fator de segurança, sejam sempre positivas, a distribuição log-normal torna-se um modelo razoável. Por fim, a distribuição log-normal é conveniente para modelar quantidades que variam diversas ordens de magnitude, tais como a condutividade hidráulica de um solo.



**Figura 2.16- Distribuição de probabilidades (a) Log-normal (b) Normal (Costa, 2005)**

Como a distribuição log-normal está relacionada com a distribuição normal, já que a variável aleatória  $x$  tem um logaritmo que também possui os  $\mu$  e  $s$ . Tomando  $y = \ln(x)$  a função de distribuição de probabilidade pode ser calculada pela Equação (2.152.20).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times s} e^{-\frac{1}{2s^2}[\ln(x)-\mu]^2} \quad (2.20)$$

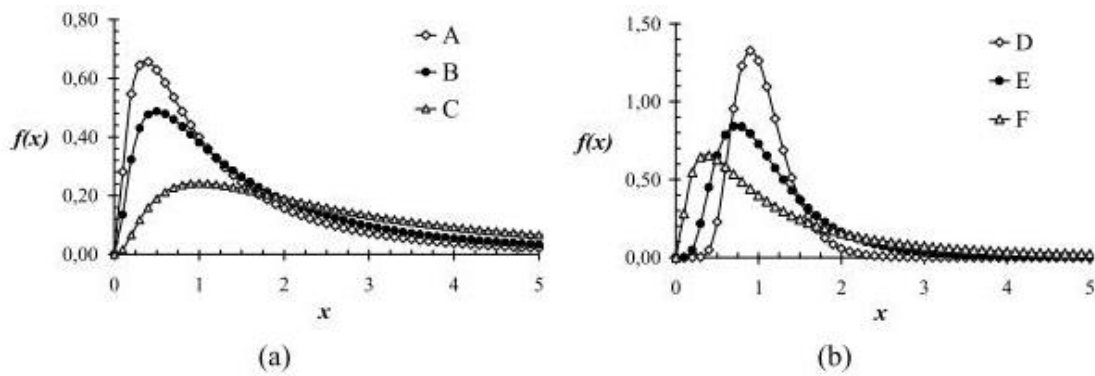
Onde:

$s$ : desvio padrão e  $s > 0$ ;

$x$ : variável aleatória e  $x > 0$ ;

$\mu$ : média e  $-\infty < \mu < \infty$ .

A função de probabilidade dada pela Equação (2.20) pode assumir configurações distintas em função de diferentes valores de  $\mu$  e  $s_x^2$ , como mostra a Figura 2.17.



**Figura 2.17 – Distribuições com Diferentes Parâmetros  $\mu$  e  $s_x^2$**

A Figura 2.17 (a) apresenta as seguintes distribuições A ( $\mu = 0$  e  $s^2 = 1$ ), B ( $\mu = 0,3$  e  $s^2 = 1$ ) e C ( $\mu = 1$  e  $s^2 = 1$ ), mesmas variâncias, porém médias diferentes, enquanto que a Figura 2.17 (b) apresenta as distribuições D ( $\mu = 0$  e  $s^2 = 0,1$ ), E ( $\mu = 0$  e  $s^2 = 0,3$ ) e F ( $\mu = 0$  e  $s^2 = 1$ ), que têm médias nulas, porém variâncias diferentes. (SANTOS, 2009)

Analisando os gráficos da Figura 2.17, vê-se que o parâmetro  $\mu$  define a escala e  $s$  define a forma e não a localização e a escala como na distribuição Normal.

## 2.4 MÉTODOS PROBABILÍSTICOS

Como dito anteriormente e reforçado por Chok (2006), a análise probabilística é a abordagem mais realista da estabilidade de um talude, e o porquê é que a incerteza e variabilidade são levadas em consideração. Enquanto as análises determinísticas são baseadas em valores característicos, que são extrapolados para toda a superfície, a análise probabilística considera a variabilidade intrínseca das características do solo.

Para a realização de uma análise probabilística é essencial que se tenha em mãos os valores da média ( $\mu_X$ ) e do desvio padrão ( $s_X$ ) de uma variável aleatória qualquer ( $X$ ). Com esses dados pode-se calcular a probabilidade de ruptura de um talude calculando a variabilidade do fator de segurança do talude, que por sua vez será dependente da variabilidade dos parâmetros do solo. Como a variabilidade do fator de segurança é uma variável que, dependente de outras variáveis independentes, será calculada utilizando os métodos probabilísticos mais comuns, que são o Método de Primeira-Ordem Segundo Momento (FOSM) e o Método das Estimativas Pontuais (PEM).

### 2.4.1 MÉTODO DE PRIMEIRA-ORDEM SEGUNDO MOMENTO (FOSM)

O Método de Primeira-Ordem Segundo Momento (FOSM) utiliza os termos de primeira ordem de uma série de Taylor para determinar a distribuição de probabilidade de uma função com um número de variáveis aleatórias e corresponde a uma segunda categoria de métodos probabilísticos desenvolvidos. (BAECHER & CHRISTIAN, 2003)

Para definir os parâmetros da média ( $\mu_g$ ) e do desvio padrão ( $s_g$ ) de uma função de performance é definida pelas variáveis ( $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ), tem-se:

$$\mu_g \approx g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \quad (2.21)$$

e

$$s_g^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{x_i, x_j} s_{x_i} s_{x_j} \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} \quad (2.22)$$

Onde:

$\mu_{x_i}$ : é a média de  $X_i$ ;

$\rho_{x_i, x_j}$ : é o coeficiente de correlação entre  $X_i$  e  $X_j$ ;

$s_{x_i}$ : é o desvio padrão de  $X_i$ .

Caso as variáveis da Equação (2.22) não sejam correlacionadas, ela pode ser simplificada para:

$$s_g^2 \approx \sum_{i=1}^n s_{x_i}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.23)$$

Müller (2013) afirma que em qualquer análise de estabilidade de talude é adotada a Equação (2.23), onde a formulação do fator de segurança  $f_s = f(R, Q)$  representa uma função de performance. Em cálculos analíticos, qualquer formulação existente do Método do Equilíbrio Limite é usada para calcular  $f$ . A função performance definida para maioria dos métodos de fatias não permite um cálculo direto de  $F_s$ , caso a equação não seja linear. No caso a equação (2.23) não é linear, o que torna necessário a realização de um processo iterativo para achar o valor do fator de segurança.

A definição do valor de  $\mu_{F_s}$  é simples, sendo baseado no valor médio das variáveis



determinado pela Equação (2.221) e é igual ao fator de segurança definido pelos métodos determinísticos. A determinação de  $s_{F_s}$  é bastante complicada, uma vez que a expressão para  $F_s$  não é linear e exige algumas interações. Além disso, não é possível diferenciá-lo diretamente, sendo necessária a utilização de algum método numérico. Posteriormente  $s_{F_s}$  é calculado por meio da Equação (2.212) ou Equação (2.223).

O método de FOSM permite avaliar a influência e a relevância de cada variável independente no valor da variável dependente, por meio do fator de sensibilidade,  $\alpha_i$ , de cada variável na função de performance, que é calculada pela Equação (2.24).

$$\alpha_i = \frac{\partial F_s / \partial x_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\partial F_s / \partial x_i)^2}} \quad (2.24)$$

E a contribuição para a função performance,  $dVar_{F_s}$ , pode ser calculada por:

$$dVar_{F_s} = \frac{(\partial F_s / \partial x_i)^2 \cdot s_{X_i}^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\partial F_s / \partial x_i)^2 \cdot s_{X_i}^2}} \quad (2.25)$$

Desta forma, pode-se utilizar o FOSM como forma de simplificar o cálculo de demais métodos probabilísticos, permitindo a exclusão de variáveis independentes cuja variabilidade apresenta menor relevância para a variável dependente.

#### 2.4.2 MÉTODO DAS ESTIMATIVAS PONTUAIS (PEM)

O Método das Estimativas Pontuais (PEM), popularizado por Rosenblueth (1975), utiliza os valores pontuais máximos ( $X_i + s[X_i]$ ) e mínimos ( $X_i - s[X_i]$ ) que ocorrem em volta da variável independente que está sendo estudada ( $X$ ), portanto serão exigidas  $2^n$  análises. Esse número pode ser bem grande quando estiverem sendo estudadas muitas variáveis.

Ao assumir-se como os valores calculados aderem perfeitamente à Distribuição Normal de Probabilidade e utilizar as variáveis nos pontos de estimativas para o cálculo do  $FS_{s_i}$ , o fator de segurança médio é calculado pelo primeiro momento da distribuição, como mostrado a seguir:

$$E[F] = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{n} \quad (2.26)$$

$$\sigma^2[F] = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (F_i - E[F])^2 \quad (2.27)$$

A probabilidade de ruptura ( $P_r$ ) é a probabilidade do fator de segurança ser inferior a unidade, ou seja, é a área abaixo da curva de distribuição de probabilidade. Se adotada a distribuição normal, é a área abaixo da curva entre  $-\infty$  e 1,0.

### 2.4.3 CRITÉRIOS DE ACEITAÇÃO

Os métodos probabilísticos apresentados anteriormente apresentam tanto um valor de média e outro de desvio padrão do fator de segurança, que são utilizados para o cálculo da probabilidade de ruptura do talude estudado, assumida uma distribuição de probabilidade para o fator de segurança.

Para calcular essa probabilidade, calcula-se a probabilidade do fator de segurança através da área abaixo da curva da distribuição adotada com valor inferior a 1,0. Com os valores médios e desvio padrão pode-se ainda calcular o índice de confiabilidade, que é dado pela Equação (2.28):

$$\beta = \frac{[E(Fs) - 1]}{\sigma(Fs)} \quad (2.28)$$

Onde:

$E(Fs)$ : valor médio do fator de segurança;

$\sigma(Fs)$ : desvio padrão do fator de segurança.

A probabilidade de ruptura do talude e o índice de confiabilidade podem ser utilizados para determinar a segurança do talude conforme a Tabela 2.4:

**Tabela 2.4- Índices de confiabilidade e probabilidade de falha admissíveis (USACE, 1999 apud Amaral, 2011)**

Nível de desempenho esperado	$\beta$	Pr
Alto	5,0	$3,0 \times 10^{-7}$
Bom	4,0	$3,0 \times 10^{-5}$
Acima da média	3,0	$3,0 \times 10^{-3}$
Abaixo da média	2,5	$6,0 \times 10^{-3}$
Pobre	2,0	$2,5 \times 10^{-2}$
Insatisfatório	1,5	$7,0 \times 10^{-2}$
Perigoso	1,0	$1,6 \times 10^{-1}$

### 3. METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentadas a metodologia e as atividades que foram realizadas no decorrer do desenvolvimento deste trabalho.

Na seção 3.1 cada atividade é brevemente descrita ao mesmo tempo em que se apresentam as subatividades, ferramentas e recursos requeridos para cada etapa, além de informar qual foi o produto final.

Na seção 3.2 é descrito o percurso que será efetuado ao longo de toda a investigação. Será realizada a determinação dos parâmetros dos materiais utilizados, além da identificação e descrição dos procedimentos adotados.

Por fim, a seção 3.3 apresenta uma descrição do procedimento utilizado nesse trabalho utilizando os resultados obtidos nas seções 3.1 e 3.2.

#### 3.1 ATIVIDADES

##### Atividade 01 – Revisão Bibliográfica

- **Descrição:** Estudou-se as principais referências bibliográficas das áreas de conhecimentos específicos, necessários ao domínio do tema tratado e ao embasamento teórico do trabalho.
- **Subatividade 01:** Revisão bibliográfica sobre conceitos gerais aplicados a barragens de terra.
- **Subatividade 02:** Revisão bibliográfica sobre os principais conceitos acerca de resistência ao cisalhamento dos solos.
- **Subatividade 03:** Revisão bibliográfica sobre os métodos determinísticos, estatísticos e probabilísticos para o cálculo do fator de segurança de barragens de solo e a probabilidade de ruptura.
- **Subatividade 04:** Revisão bibliográfica sobre ferramentas computacionais de cálculo de estabilidade de talude.
- **Subatividade 04:** Revisão bibliográfica sobre construção de barragens.
- **Ferramentas e recursos necessários:** Manuais e tutoriais das ferramentas computacionais utilizados, livros, apostilas educacionais e artigos disponíveis na

biblioteca, internet e outras fontes.

- **Produto:** Embasamento teórico necessário ao desenvolvimento do projeto.
- *Status* da atividade: 100% executada.

#### **Atividade 02 – Escolher a seção transversal da barragem a ser utilizada**

- **Descrição:** A partir da revisão bibliográfica, escolheu-se uma seção transversal, já estudada com resultados apresentados em outros trabalhos e que possua dados suficientes, que permita a aplicação dos métodos de avaliação de risco.
- **Ferramentas e recursos necessários:** Livros, apostilas educacionais e artigos disponíveis na biblioteca, internet e outras fontes.
- **Produto:** Geometria e Propriedades que descrevem os materiais (solos) utilizados do projeto.
- *Status* da atividade: 100% executada.

#### **Atividade 03 – Treinamento nas ferramentas computacionais e probabilísticos**

- **Descrição:** Treinamento e aperfeiçoamento através do uso resolução de problemas envolvendo estabilidade de barragens de terra por meio da ferramenta computacional escolhida.
- **Ferramentas e recursos necessários:** Versão do programa Geo-Studio 2011.
- **Produto:** Familiarização com as ferramentas computacionais necessárias às análises requeridas pelo projeto.
- *Status da atividade:* 100% executada.

#### **Atividade 04 – Aplicação dos métodos e análise dos resultados**

- **Descrição:** Os métodos probabilísticos foram aplicados à seção definida na Atividade 02.
- **Ferramentas e recursos necessários:** Versão do programa Geo-Studio e Excel, além de livros e artigos
- **Produto:** Estudo de caso.
- *Status da atividade:* 100% executada.

## Atividade 05 – Redação

- **Descrição:** Composição do Projeto Final 1 e 2, apresentando os principais resultados e conclusões obtidos durante a realização deste estudo.
- **Ferramentas e recursos necessários:** não se aplica.
- **Produto:** Monografia final.
- **Status da atividade:** 100% executada.

### 3.2 MATERIAIS

Seguindo a curva de compactação utilizada por Neto (2005), apresentada na Figura 3.1, com os dados de Pereira (1996), serão analisados dois perfis de barragens. O primeiro será constituído de um solo compactado no ramo ótimo da curva de compactação. O segundo representará um perfil construído com material compactado no ramo seco. Ambos os perfis contarão com um dreno o pé do talude de jusante com comprimento de 30m.

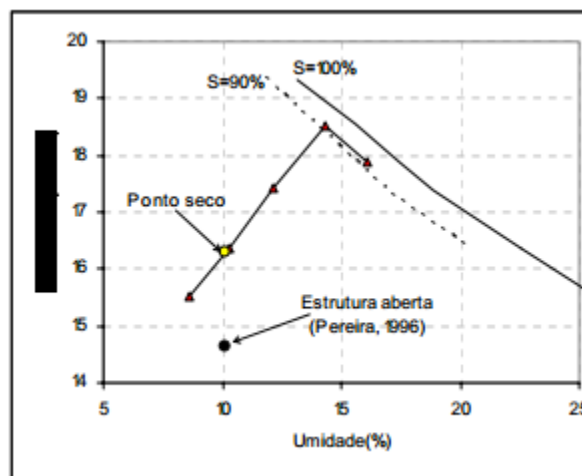


Figura 3.1 - Curva de compactação das amostras estudadas (Neto, 2005)

O material compactado no ramo seco foi escolhido pois é um material que conta com uma elevada resistência ao cisalhamento para a condição natural, porém ao entrar em contato com a água ele sofre uma redução na resistência, sofrendo deformações volumétricas irreversíveis, chegando ao colapso. Além disso, esse material conta com características hidráulicas inadequadas devido à estrutura aberta que é formada nessas condições de compactação. Ou seja, se durante a compactação o material não chegar a umidade ótima a barragem poderá sofrer uma perda de estabilidade.

Os parâmetros, apresentados na Tabela 3.1 e Tabela 3.2, são representativos de amostras compactadas na condição ótima e no ramo seco, que possuem umidades, respectivamente, em torno de 14,3% e 10,3%, compactadas com a energia à padrão. Além disso, a mesma tabela apresenta os parâmetros do material utilizado no corpo da barragem e no dreno no pé da barragem. Os dados de ângulo de atrito, coesão e peso específico foram retirados de Neto (2005), enquanto a média e desvio padrão das permeabilidades encontram-se em Otálvaro (2012).

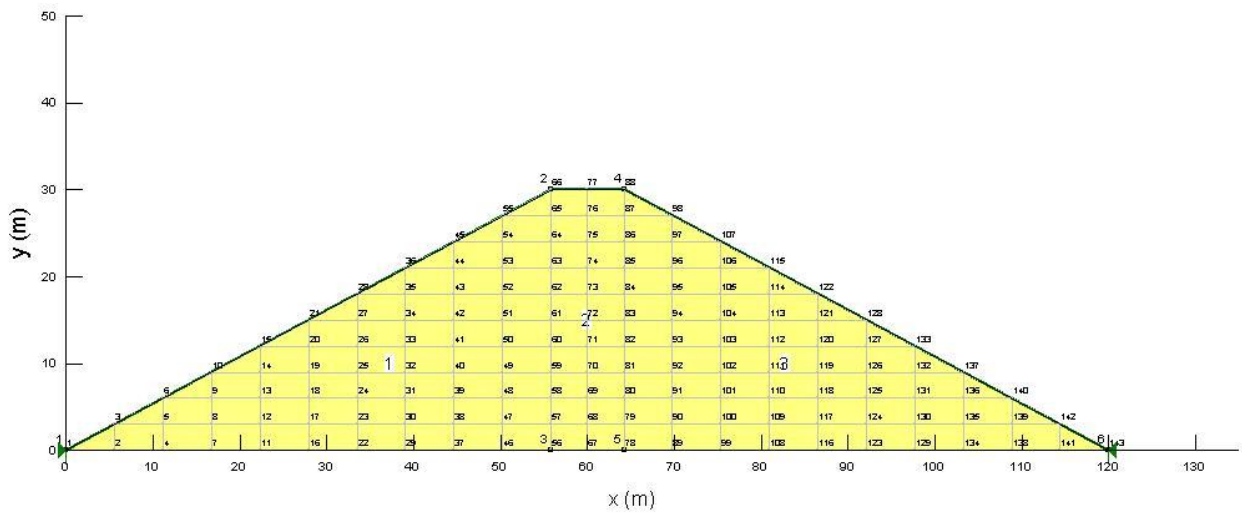
**Tabela 3.1 - Parâmetros médios de resistência de amostras compactadas no ramo ótimo**

Parâmetros	Média	Desvio Padrão
$\phi'$ (°)	33	4,3
$c'$ (kPa)	34	13,6
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	18	1,26
$k_C$ (m/s)	1,00E-08	9,00E-09
$k_d$ (m/s)	2,24E-05	2,02E-05

**Tabela 3.2 - Parâmetros médios de resistência de amostras compactadas no ramo ótimo**

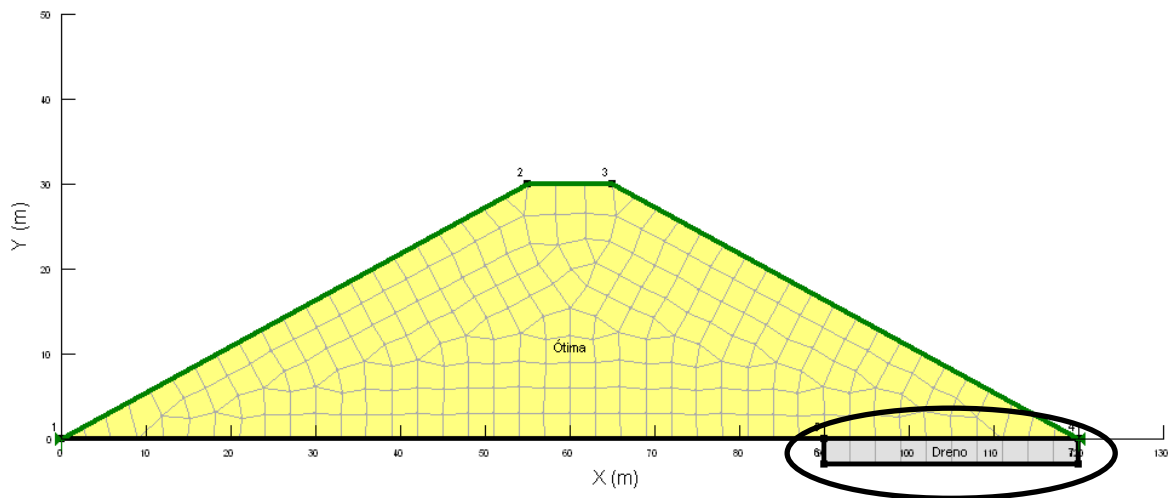
Parâmetros	Média	Desvio Padrão
$\phi'$ (°)	25	3,25
$c'$ (kPa)	20	8,00
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	16	1,12
$k_C$ (m/s)	1,00E-07	9,00E-08
$k_d$ (m/s)	2,24E-05	2,02E-05

A geometria empregada para os dois tipos de seções serão adaptadas de Santos (2009). As seções terão a altura de 30 m e a base com 120 m e um dreno de 30 m, como mostrado na Figura 3.2.



**Figura 3.2 - Geometria para as seções homogêneas (seção seca e seção ótima) (SANTOS, 2009)**

Deverá ser acrescentado ainda um dreno a seção em análise como na Figura 3.. O dreno é um parâmetro geométrico que será analisado quando a barragem entrar em funcionamento. O dreno está localizado abaixo da base do talude de jusante com o comprimento de  $L = 30m$ . Nos programas utilizados, o dreno é tido como uma condição de contorno.



**Figura 3.3 - Representação do dreno**

### 3.3 PROCEDIMENTO

Foram analisadas seções de barragens em duas condições, conforme anteriormente citado, uma seção seca e outra ótima. Para cada uma das seções foram realizadas análises pelos métodos probabilísticos FOSM e PEM usando o modelo elástico linear.



Pelo método FOSM foi avaliado a influência de cada parâmetro no Fator de Segurança da barragem e o método PEM foi utilizado para comparação e complemento do método FOSM, com a finalidade de se observar qual dos dois métodos age em favor da segurança.

Nestas análises é considerado que o Nível de água (NA) está a 30 metros do pé do talude de montante e a indicação pode ser vista na Figura 3. com os elementos de contorno na cor verde na face do talude de montante.

Além disso, foram consideradas as seguintes variáveis independentes  $X_i$ , coesão ( $c'$ ), ângulo de atrito ( $\Phi'$ ), peso específico ( $\gamma$ ) e permeabilidade do corpo ( $k_c$ ) e do dreno da barragem ( $k_d$ ). Os parâmetros médios e desvios padrões da coesão ( $c'$ ), ângulo de atrito ( $\Phi'$ ), peso específico ( $\gamma$ ) foram retirados de Neto (2005), enquanto a média e desvio padrão das permeabilidades encontram-se em Otálvaro (2012). Esses dados encontram-se nas Tabelas 3.1 e 3.2, que já foram apresentadas na seção anterior.

Para as análises de estabilidade de taludes foi utilizado o programa SLOPE/W (Geoslope, 2005), por meio do qual calculou-se o fator de segurança utilizando o método determinístico de Morgenstern & Price.

Para utilizar o FOSM, foi calculado o fator de segurança utilizando o programa SLOPE/W, utilizando como valores de entrada o valor médio de cada parâmetro do material, como apresentado na Tabelas 3.1 e 3.2. Então, calculou-se mais uma vez o fator de segurança após manter todos os parâmetros constantes e somar ao valor médio de um parâmetro cerca de 25% de seu desvio padrão. Esse passo foi repetido até que se somasse 100% do valor do desvio padrão a média do parâmetro. O ponto inicial (média do parâmetro) e os outros quatro pontos (referentes a soma de parte do desvio padrão) foram plotados em um gráfico. Esse processo foi repetido para todos os parâmetros, onde alterava-se apenas o valor de um de cada vez, todos os outros eram mantidos em seus valores médios.

Após plotar esses gráficos, a função entre os pontos consequentes foi considerada uma reta para que fosse possível calcular o valor da inclinação da função entre os dois pontos. Essa inclinação será a aproximação do termo  $(\partial F / \partial x_i)$  da Equação 2.23, que dará a influência de cada parâmetro sobre o fator de segurança.

A probabilidade de ruptura foi calculada pelo Método FOSM (Item 2.4.1), onde

foram calculadas derivadas ( $dF/dX_i$ ) da Equação (2.23), utilizando “pequenas” variações (incrementos,  $dX_i$ ) nas variáveis independentes. O incremento é realizado em cada variável separadamente, enquanto que as outras são mantidas fixas em seus valores médios.

Logo, para  $n$  variáveis independentes, pelo Método FOSM são necessárias  $n + 1$  análises, sendo uma para os valores médios e mais uma para cada variável independente  $X_i$ , para determinar as derivadas ( $\partial F/\partial x_i$ ). Portanto, houveram  $n + 1$  fatores de segurança calculados, que serviram para ser calculado o fator de segurança médio, bem como um desvio padrão associado a esses fatores de segurança.

Já a probabilidade de ruptura utilizando o Método das Estimativas Pontuais (PEM) é calculada usando os valores do fator de segurança obtido com valores máximos e mínimos para cada variável independente,  $(x_i + \sigma[x_i])$  e  $(x_i - \sigma[x_i])$  respectivamente.

Com os valores máximo e mínimos de cada variável independente, foram calculados  $2^n$  fatores de segurança, que foram utilizados para o calculado o fator de segurança médio conforme a Equação (2.26) e o desvio padrão com a Equação (2.27). Com esses dados e utilizando uma distribuição normal é possível calcular o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha do talude analisado.

## 4. RESULTADOS E ANÁLISES

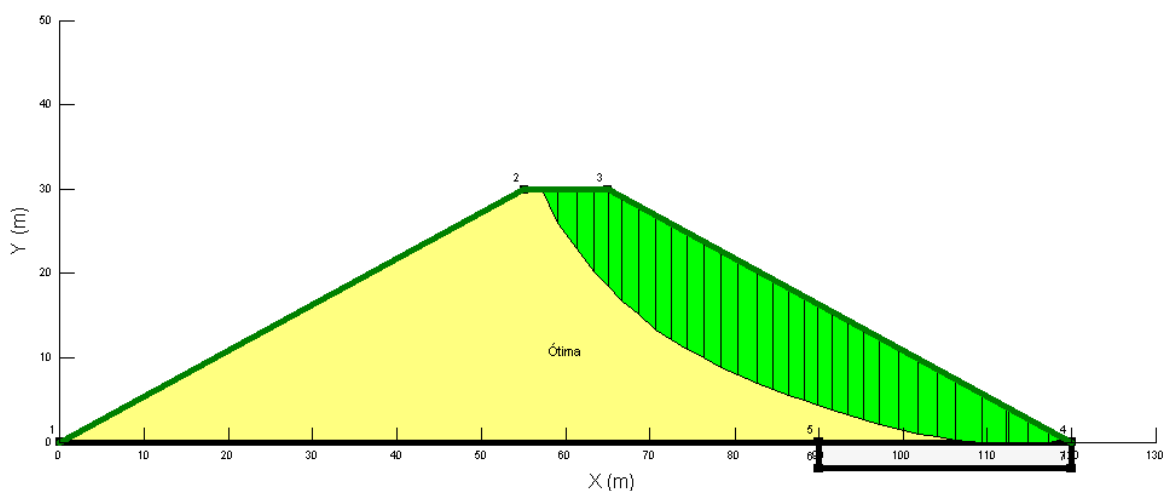
### 4.1 SEÇÃO ÓTIMA

Nessa análise são considerados os parâmetros ângulo de atrito, peso específico, coesão e permeabilidade do corpo da barragem e do dreno, todos representados na Tabela 4.1 com seus respectivos valores. O modelo constitutivo utilizado é o elástico linear.

**Tabela 4.1 - Parâmetros da Seção Ótima**

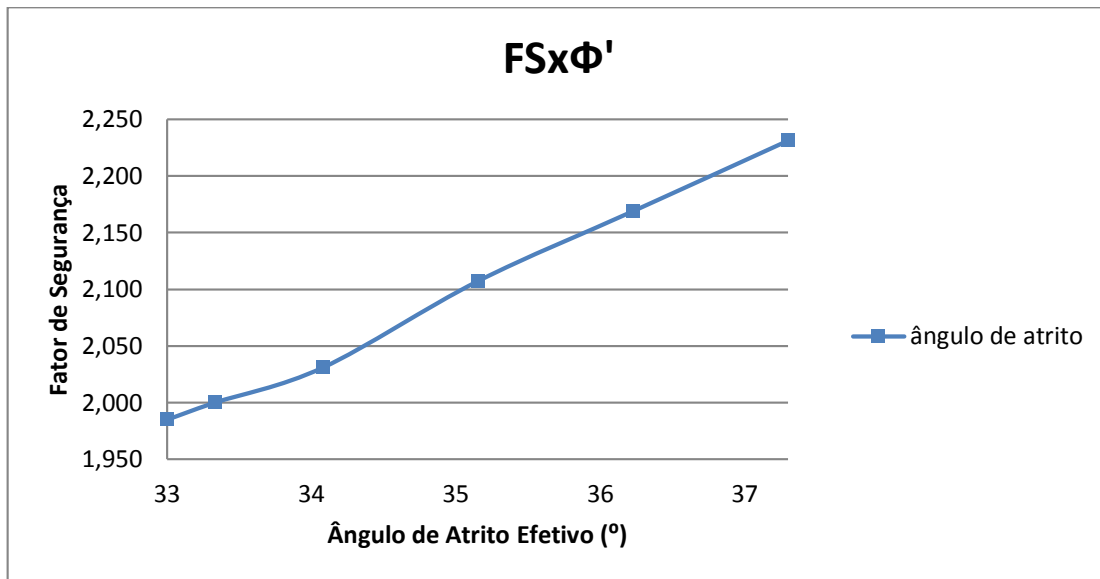
Parâmetros	Média	Desvio Padrão
$\phi'$ (°)	33	4,3
$c'$ (kPa)	34	13,6
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	18	1,26
$k_c$ (m/s)	1,00E-08	9,00E-09
$k_d$ (m/s)	2,24E-05	2,02E-05

A superfície média para esses parâmetros pode ser vista na Figura 4.1.



**Figura 4.1 – Superfície de ruptura média para a seção ótima**

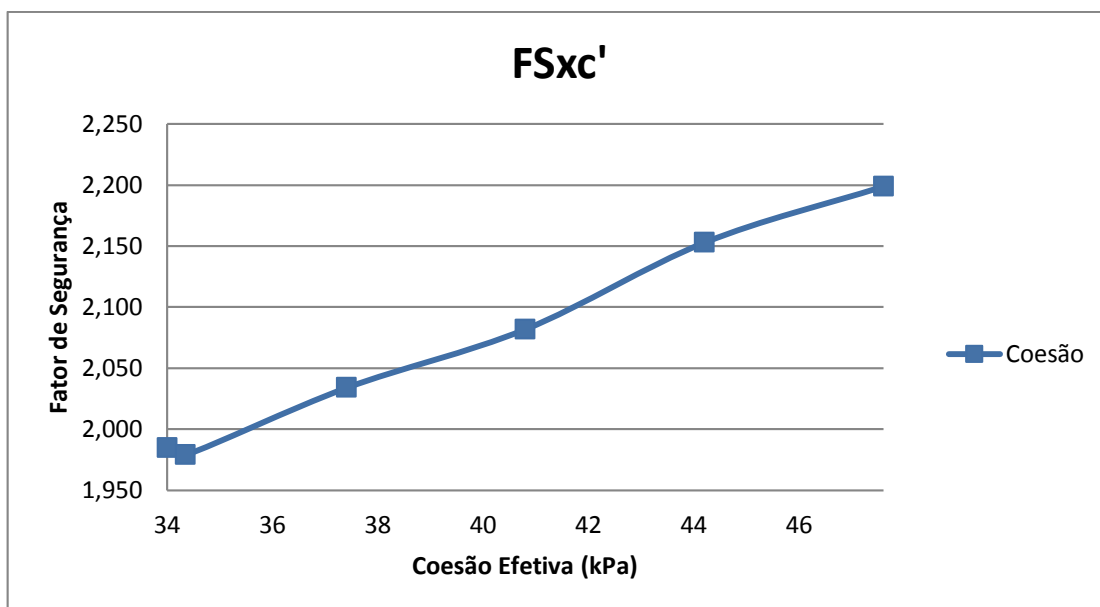
Realizando-se incrementos nos valores médios de um parâmetro e mantendo constantes os valores de todos os outros, conforme exemplificado na aplicação da metodologia do capítulo 3 e seguindo o mesmo passo a passo, foram calculados os fatores de segurança para cada caso e obteve-se o gráfico da Figura 4.2, que conforme esperado, deveria apresentar uma variação linear, pois a superfície manteve-se constante.



**Figura 4.2 – Variação do FS em função do ângulo de atrito para a seção ótima**

A variação linear positiva do ângulo de atrito na Figura 4.2 significa que há uma relação positiva entre esta variável e o fator de segurança, ou seja, quanto maior o seu valor numérico, maior será a segurança do talude.

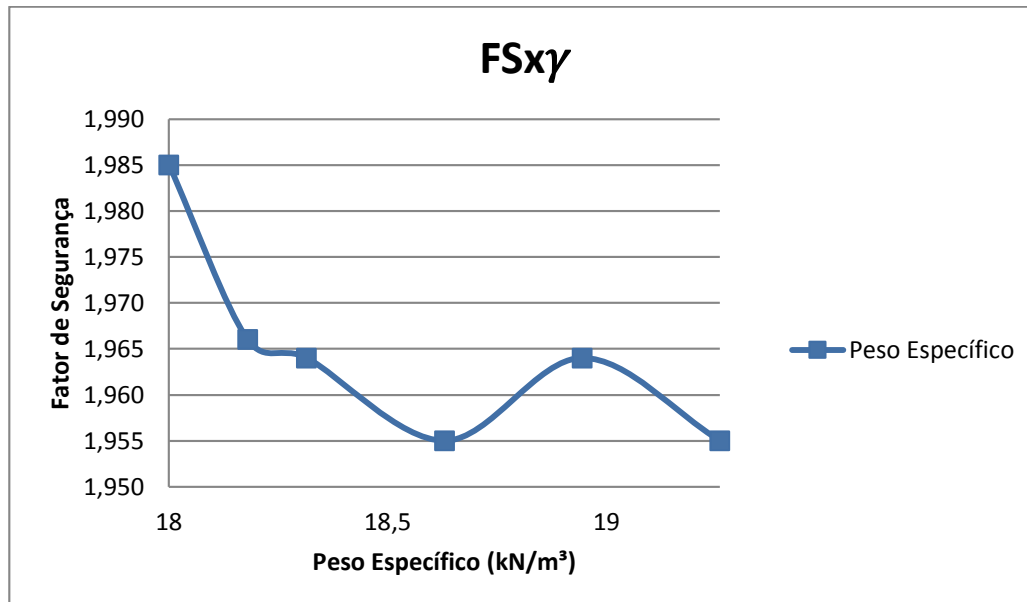
Para a coesão obteve-se o gráfico da Figura 4.3, que possui também uma variação linear positiva em relação ao fator de segurança.



**Figura 4.3 – Variação do FS em função da coesão para a seção ótima**

O peso específico apresentado no gráfico da Figura 4.4 tem uma relação não linear com o fator de segurança. Isso pode ser atribuído ao fato da geometria da superfície de ruptura

do talude não ser constante, já que a cada acréscimo no peso específico estudado havia também uma alteração na referida superfície. Em virtude disso, houve um pico no fator de segurança para um peso específico de 18,945 kN/m<sup>3</sup>.



**Figura 4.4 – Variação do Fs em função do  $\gamma$  para a seção ótima**

Ao analisar a permeabilidade do corpo da barragem, percebe-se que esse parâmetro, assim como o peso específico, também possui um comportamento não linear com o fator de segurança. A razão também é a mesma, a mudança na geometria da superfície de ruptura do talude. Esse comportamento pode ser visto na Figura 4.5.

Mesmo utilizando o desvio padrão recomendado por Otálvaro (2012), da ordem de 90% do valor da média da permeabilidade do material utilizado no corpo da barragem, nota-se que a permeabilidade mantém-se na mesma ordem de grandeza da média. Mesmo assim houve uma variação de 0,014 no fator de segurança do talude.

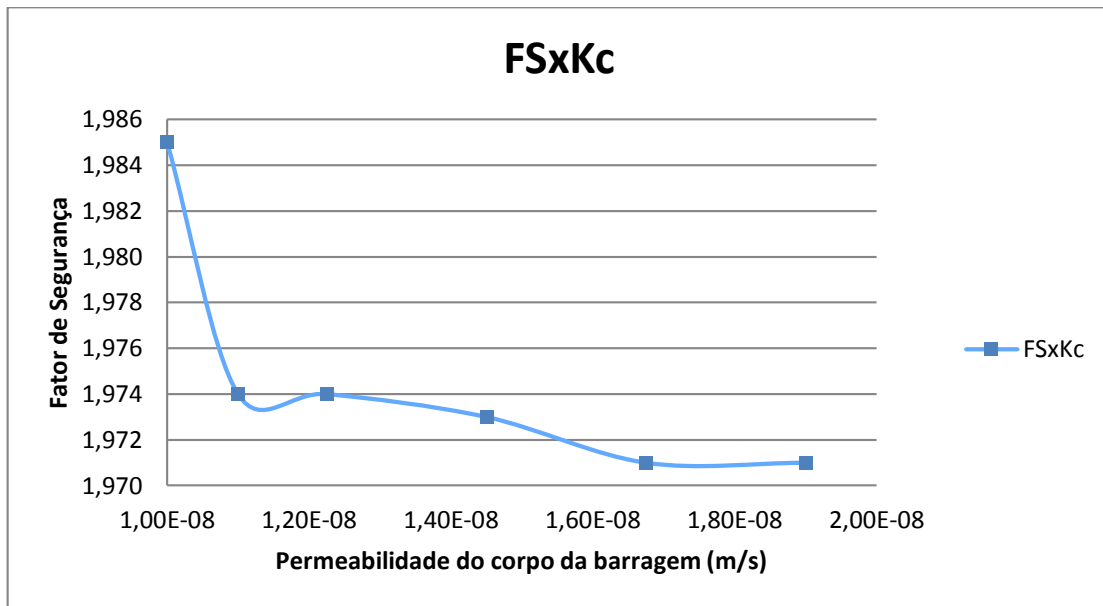


Figura 4.5 - Variação do FS em função do Kc para a seção ótima

O comportamento contrário, relação crescente entre a permeabilidade do dreno e o fator de segurança, é percebido quando analisado o parâmetro de permeabilidade do dreno do pé da barragem, como pode ser visto na Figura 4.6.

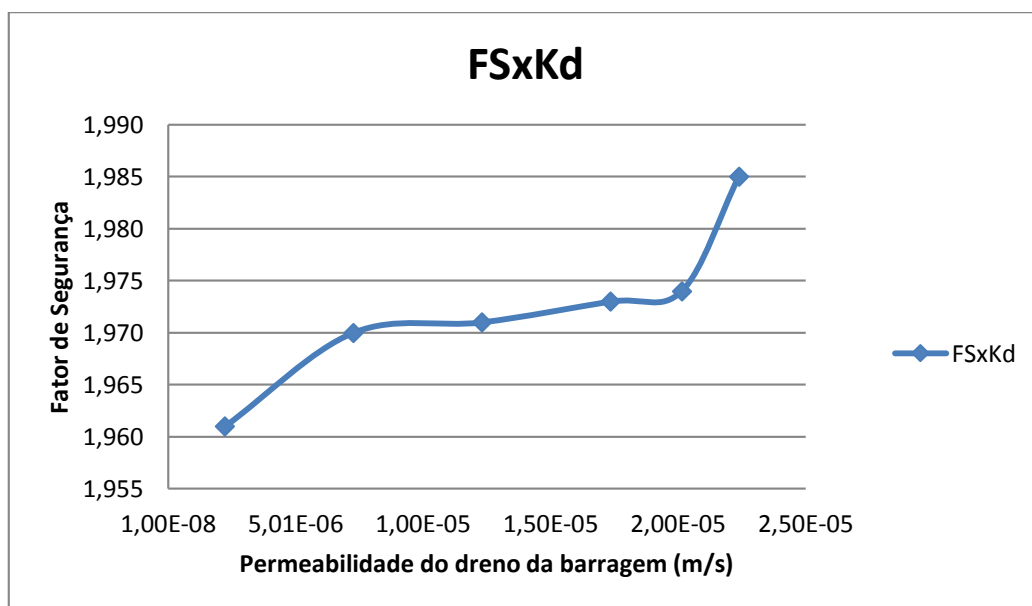


Figura 4.6 - Variação do FS em função do Kd para a seção ótima

Obtidos os valores de cada incremento dos fatores de segurança de cada parâmetro, pode-se aplicar as formulações do método probabilístico FOSM (Equação 2.21 e 2.22) para se obter a média do FS, a influência de cada parâmetro e a Probabilidade de Ruptura. Como as equações utilizadas não são lineares, foi necessário que a função fosse segmentada em cada

ponto obtido no gráfico, então a derivada foi calculada usando dois pontos vizinhos de uma aproximação numérica.

A influência de cada parâmetro está na Tabela 4.2, da qual pode-se inferir que os parâmetros mais significativos são o ângulo de atrito, com quase 73% de influência, a coesão e o peso específico. As permeabilidades não possuem quase nenhuma influência no FS logo, para tal análise poderia ser desconsiderada a sua variação, adotando-se o valor médio das permeabilidades a fim de evitar muito esforço para os cálculos. Isso será realizado posteriormente.

**Tabela 4.2 – Influência de cada parâmetro no FS para seção ótima**

Parâmetro	Influência (%)
$\phi'$	72,90
$c'$	23,33
$\gamma$	1,86
$k_c$	0,65
$k_d$	1,26

A partir dos dados obtidos na Tabela 4.2, tem-se os resultados apresentados na Tabela 4.3.

**Tabela 4.3 – Média, Desvio Padrão, Índice de Confiabilidade e Probabilidade de Ruptura para a seção ótima**

Resultados	
$E(F)$	2,014
$\sigma[F]$	0,275
$\beta$	3,686
$Pr$	1,14e-4

Da Tabela 4.3 vê-se que o fator de segurança para o final de construção está bem superior ao necessário que é de  $FS = 1.3$  e uma Probabilidade de ruptura em torno de  $Pr = 0.012\%$ , ou seja, segundo a Tabela 2.4 o talude apresenta um desempenho esperado acima da média.

Outro método probabilístico foi utilizado para realizar as análises, o Método das Estimativas Pontuais (PEM). Para o PEM utilizou-se os mesmos parâmetros que foram utilizados nas análises do FOSM e foram realizadas, para este caso, trinta e duas análises. Das quais obteve-se os fatores de segurança da Tabela 4.4 e os valores de média, desvio padrão,

índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura apresentados na Tabela 4.5, utilizando-se as Equações 2.26 e 2.27.

**Tabela 4.4 – Fatores de segurança obtidos pelo PEM para seção ótima**

i	kc (m/s)	kd (m/s)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	c' (kPa)	$\phi'$ (°)	FS
1	+	+	+	+	+	2,407
2	+	+	+	+	-	1,915
3	+	+	+	-	+	1,994
4	+	+	+	-	-	1,519
5	+	+	-	+	+	2,495
6	+	+	-	+	-	2,003
7	+	+	-	-	+	2,017
8	+	+	-	-	-	1,558
9	+	-	+	+	+	2,381
10	+	-	+	+	-	1,901
11	+	-	+	-	+	1,961
12	+	-	+	-	-	1,505
13	+	-	-	+	+	2,467
14	+	-	-	+	-	2,009
15	+	-	-	-	+	2,005
16	+	-	-	-	-	1,538
17	-	+	+	+	+	2,416
18	-	+	+	+	-	1,932
19	-	+	+	-	+	1,994
20	-	+	+	-	-	1,518
21	-	+	-	+	+	2,493
22	-	+	-	+	-	1,000
23	-	+	-	-	+	1,997
24	-	+	-	-	-	1,558
25	-	-	+	+	+	2,407
26	-	-	+	+	-	1,931
27	-	-	+	-	+	1,994
28	-	-	+	-	-	1,519
29	-	-	-	+	+	2,495
30	-	-	-	+	-	2,009
31	-	-	-	-	+	2,017
32	-	-	-	-	-	1,558

**Tabela 4.5 - Média dos FS, Desvio Padrão e Probabilidade de ruptura pelo PEM para seção ótima**

E(F)	1.954
$\sigma$ [F]	0.372
$\beta$	2.560
Pr	5.23E-03



O PEM apresenta uma chance de ruptura menor que 1% e confiabilidade de 2,560, o que confere a essa barragem com um desempenho acima da média quando construída com o material compactado na umidade ótima.

A diferença entre a probabilidade de ruptura entre ambos os métodos, FOSM e PEM, pode ter sido causada, possivelmente, pela impossibilidade de diferenciar as equações 2.21 e 2.22 do FOSM, sendo adotado um método numérico para gerar uma aproximação o valor real. Por conta de ser uma aproximação existe um erro inerente a metodologia entre o valor real e o aproximado. Além disso, ao utilizar o FOSM, houveram algumas mudanças nas geometrias das superfícies de ruptura do talude estudado, o que pode ter causado a diferença observada entre os métodos.

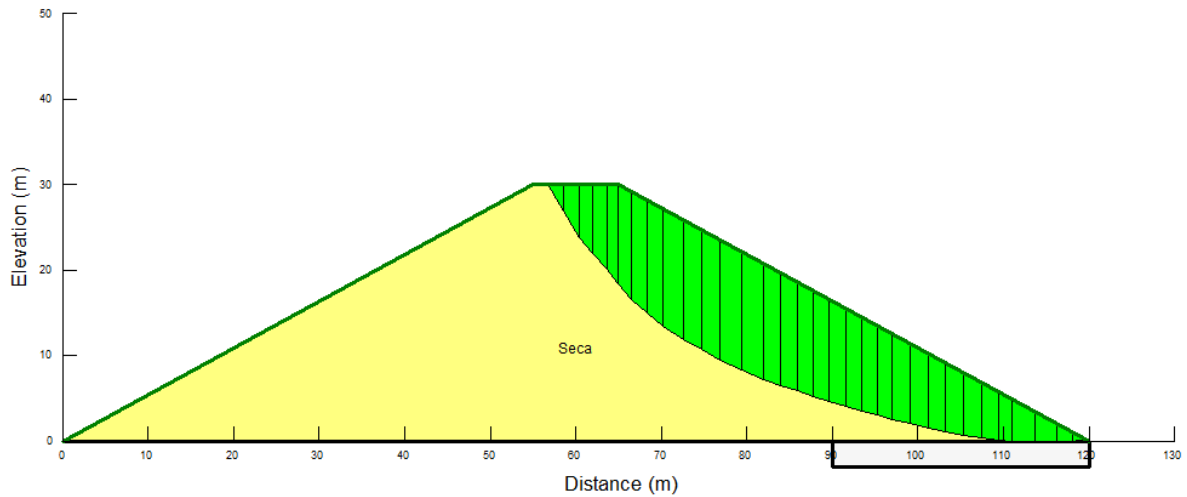
## 4.2 SEÇÃO SECA

Nessa análise são considerados os parâmetros representados na Tabela 4.6 com seus respectivos valores.

**Tabela 4.6 – Parâmetros da Seção Seca**

Parâmetros	Média	Desvio Padrão
$\phi'$ (°)	25	3,25
$c'$ (kPa)	20	8,00
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	16	1,12
$k_c$ (m/s)	1,00E-07	9,00E-08
$k_d$ (m/s)	2,24E-05	2,02E-05

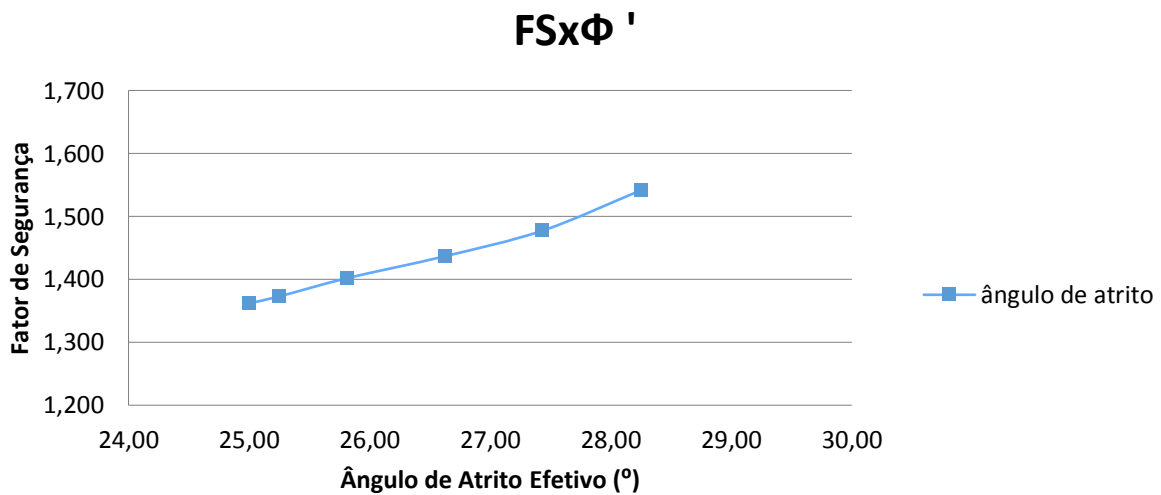
Fazendo-se todas as análises pelos Métodos Probabilísticos (FOSM e PEM) tem-se que a superfície de ruptura média da Figura 4.7, que é praticamente a mesma da seção ótima.



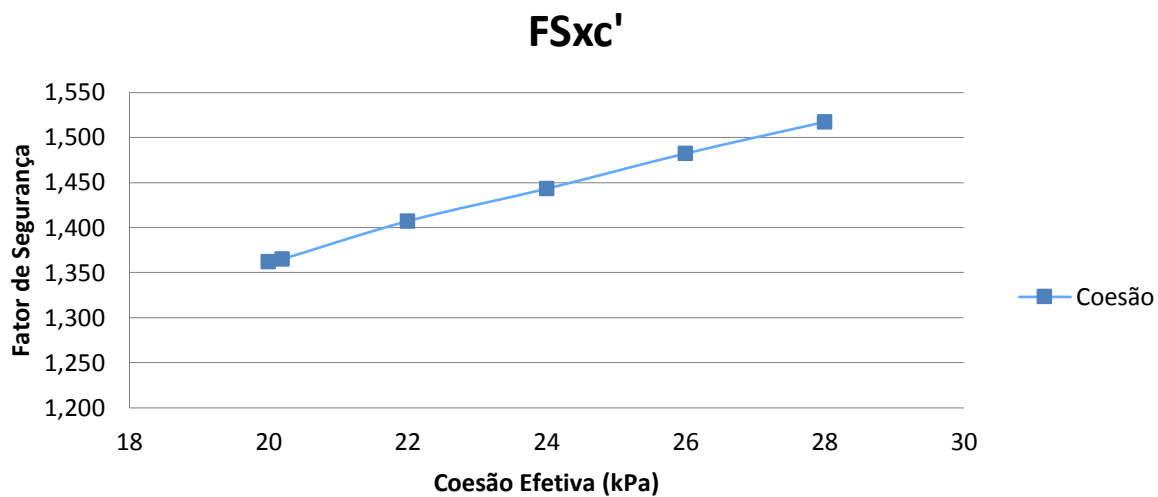
**Figura 4.7 – Superfície de ruptura média para a seção seca**

Utilizando os mesmos passos da análise da seção ótima, porém com valores da seção seca apresentados na Tabela 4.6, obteve-se os seguintes fatores de segurança que serão apresentados nas Figuras de 4.8 a 4.12.

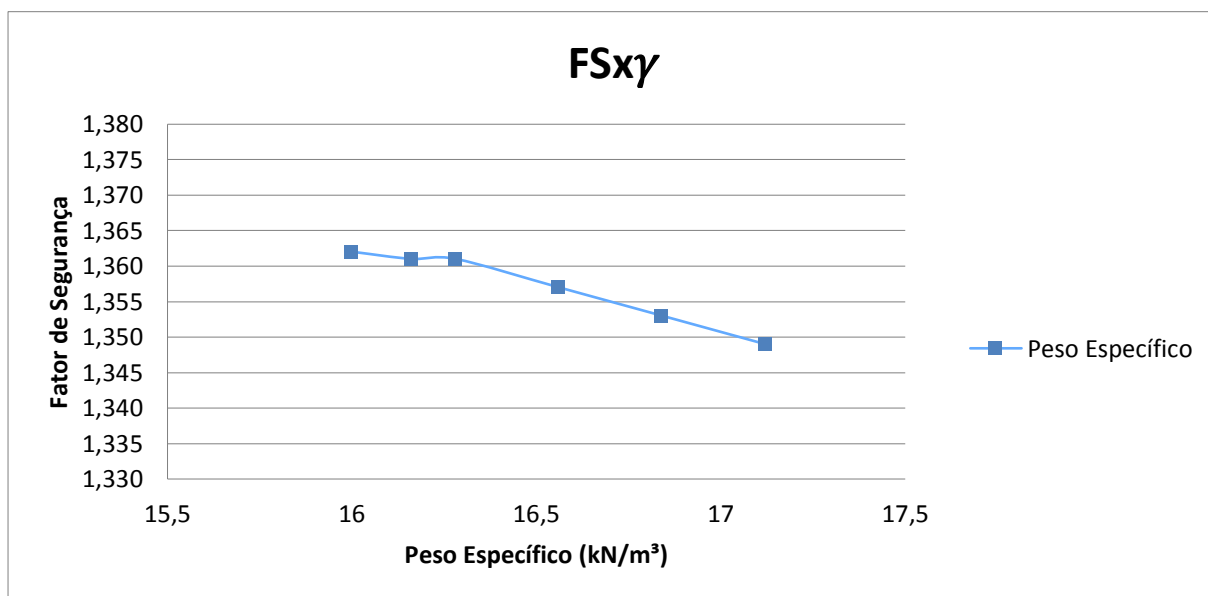
Pode-se observar que o fator de segurança manteve a mesma tendência apresentada na seção ótima, porém com maior clareza desse comportamento já que não houveram mudanças significativas na geometria da superfície de ruptura da barragem.



**Figura 4.8 – Variação FS em função do  $\Phi$  para a seção seca**



**Figura 4.9 – Variação FS em função de  $c'$  para a seção seca**



**Figura 4.10 – Variação do FS em função de  $\gamma$  para a seção seca**

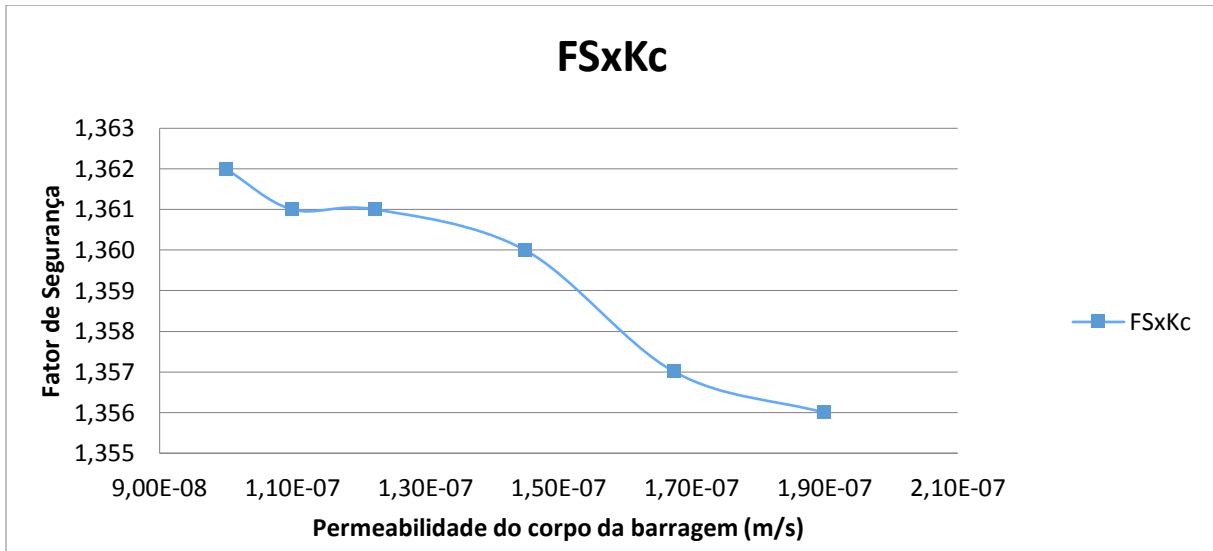


Figura 4.11 – Variação do FS em função do  $k_c$  para a seção seca

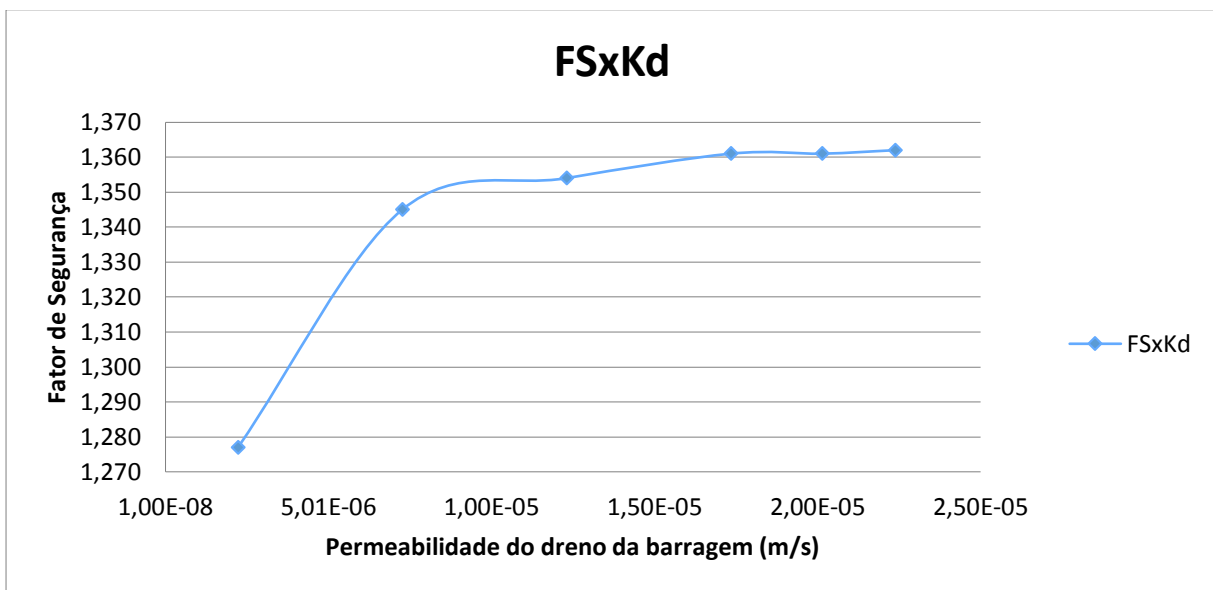


Figura 4.12 - Variação do FS em função do  $k_d$  para a seção seca

De posse dos dados dos fatores de segurança, aplicou-se as formulações do método probabilístico FOSM (Equação 2.21, 2.23 e 2.25) para se obter a média do FS, o desvio padrão e a influência de cada parâmetro e a Probabilidade de Ruptura.

A influência de cada parâmetro é mostrada na Tabela 4.7, da qual pode-se inferir que os parâmetros mais significativos são o ângulo de atrito, com quase 43% de influência, a coesão e o permeabilidade do dreno. A permeabilidade do corpo e o peso específico possuem pouca ou nenhuma influência sobre FS. Logo para as próximas análises será desconsiderado a

variável de permeabilidade do corpo da barragem.

**Tabela 4.7 – Influência de cada parâmetro no FS para seção seca**

Parâmetro	Influência (%)
$\phi'$	43,4
$c'$	52,64
$\gamma$	0,13
$k_c$	0,00
$k_d$	3,89

Quando comparados com os resultados obtidos com material compactado na umidade ótima, observa-se que os parâmetros de maior peso continuam o ângulo de atrito e a coesão do material. Porém, no material seco a permeabilidade do dreno exerce uma maior influência no fator de segurança, saltando de 1,30% para 3,89%, enquanto o peso específico caiu de 1,26% para 0,13%.

Esperava-se que a permeabilidade tivesse um peso maior na determinação do fator de segurança, porém esse episódio pode ser explicado por conta de terem sido utilizados valores de permeabilidade que não permitiram que a linha freática saturasse uma grande parte da superfície de ruptura média do talude.

A partir dos vários FS obtidos e da variância do FS da tem- se os resultados apresentados na

Tabela 4.88.

**Tabela 4.8 – Média, Desvio Padrão, Índice de Confiabilidade e Probabilidade de Ruptura para a seção seca**

Resultados	
$E(F)$	1,384
$\sigma[F]$	0,350
$\beta$	1,098
Pr	1,36e-1

Da Tabela 4.8 vê-se que o fator de segurança para o final de construção está bem próximo ao desempenho tido como perigoso pela Tabela 4.2, já que tem uma probabilidade de ruptura de cerca de 14% e uma confiabilidade de 1,098, o que segundo a Tabela 4.2 é um talude perigoso.

A Tabela 4.9 apresenta os resultados obtidos utilizando o PEM.

**Tabela 4.9 –Fatores de segurança obtidos pelo PEM para seção seca**

i	kc (m/s)	kd (m/s)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	c' (kPa)	$\phi'$ (°)	FS
1	+	+	+	+	+	1,641
2	+	+	+	+	-	1,346
3	+	+	+	-	+	1,388
4	+	+	+	-	-	1,075
5	+	+	-	+	+	1,702
6	+	+	-	+	-	1,400
7	+	+	-	-	+	1,392
8	+	+	-	-	-	1,096
9	+	-	+	+	+	1,562
10	+	-	+	+	-	1,287
11	+	-	+	-	+	1,287
12	+	-	+	-	-	1,007
13	+	-	-	+	+	1,568
14	+	-	-	+	-	1,324
15	+	-	-	-	+	1,278
16	+	-	-	-	-	1,005

**Tabela 4.10 - Média dos FS, Desvio Padrão e Probabilidade de ruptura pelo método PEM para seção compactada no ramo seco**

Resultados	
E(F)	1,335
$\sigma[F]$	0,215
$\beta$	1,557
Pr	5,97e-2

Da Tabela 4.8 infere-se que o a barragem terá um desempenho perigoso, o que é o mesmo nível da classificação obtida pelo método do FOSM para a mesma seção e material.

Comparando as Tabelas 4.7 e 4.8, infere-se que a diferença probabilística de ruptura dada pelo FOSM e pelo PEM é grande devido dificuldades de diferenciar as equações envolvidas no FOSM, bem como a mudança de geometria que ocorre ao mudar os parâmetros utilizados nas análises.

## 5. CONCLUSÃO

O presente trabalho visou colaborar para um melhor entendimento de como os parâmetros dos materiais de construção de uma barragem influenciam a probabilidade de ruptura do talude de uma barragem.

Nele procurou-se utilizar ferramentas estatísticas, First Order Second Moment e Método dos Pontos Estimados, para estimar quais os parâmetros dos materiais são mais importantes e que podem vir a causar uma ruptura da barragem. Além disso, tentou-se estimar qual dos dois métodos oferece maior segurança na hora de projetar uma estrutura de barragem.

Como resultado, foi observado que as probabilidades de ruptura utilizando os dois métodos foram diferentes e o método mais conservador em uma análise não foi o mesmo na outra análise, logo não se pode dizer qual dos dois métodos é mais favorável a segurança. Porém, apesar dessas diferenças, ambos os métodos ofereceram o mesmo nível de desempenho para as barragens.

Quanto aos materiais, observou-se que o material seco apresenta um de probabilidade de ruptura muito maior que o ótimo, e um fator de segurança bem menor que o material compactado na seção ótima. Esses resultados já eram esperados uma vez que é um material com uma menor resistência ao cisalhamento.

Quanto aos parâmetros mais importantes nas análises, verificou-se que o ângulo de atrito e a coesão são os que mais influenciam no fator de segurança. O que é de se esperar uma vez que são as características que estão mais intimamente ligadas a resistência ao cisalhamento do material, que é a maneira mais normal de rompimento de taludes de barragens.

Uma surpresa foi o fato da permeabilidade do corpo da barragem e do dreno não influenciarem muito o resultado do fator de segurança. Uma das justificativas para isso, pode ser a ausência de dados concretos sobre o desvio padrão do material utilizando, o que fez com que fosse adotado um desvio padrão da ordem de 90% da média. Esse desvio padrão mostrou-se pequeno, uma vez que foi incapaz de alterar a ordem de grandeza da média quando foram somados.

Além do problema da falta de dados da permeabilidade, outro problema dessa pesquisa tenham sido as mudanças na superfície média crítica e na linha freática. Essas mudanças fizeram com que os resultados obtidos não correspondessem ao comportamento que

era esperado deles em alguns momentos. Entretanto, ao excluir tais pontos foi possível observar claramente a tendência das correlações entre os parâmetros e o fator de segurança. Essas mudanças também podem ter sido responsáveis pelos desvios padrões diferentes obtidos em cada um dos métodos, o que por fim fez com que a probabilidade de ruptura entre eles fosse bastante divergente.

Em vista de tudo isso, uma pesquisa importante para ser realizada em uma outra oportunidade seria de avaliar a permeabilidade dos materiais utilizados nessa pesquisa, afim de obter-se dados sobre o comportamento do desvio padrão desse material.

Seria muito interessante, também, que fosse feita a avaliação de outros parâmetros dos materiais utilizados. Um complemento para esse trabalho também seria a realização de simulações utilizando análise plástica dos materiais utilizados na construção, pois os resultados seriam mais representativos da realidade, uma vez que esse trabalho só se ateve em análises elásticas.



## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amaral, E. (2011). *Análise Probabilística de Barragens de Terra Construídas com Materiais de Baixa Qualidade. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-200/2011.* Brasília, DF: Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília.
- Assis, A. H. (2002). *Apostila De Barragens.* Brasília: Universidade de Brasília.
- Baecher, C., & Christian, J. T. (2003). *Reliability and statistics in geotechnical engineering.* England: John Wiley and Sons.
- Becker, D. E. (1996). *Eighttenth Canadian Geotechnical Colloquium: Limit states design for foundations.* Ottawa: Development for the National Building Code of Canada.
- Cherubini, C. (1997). *Data and considerations on the variability of geotechnical properties of soils.* Lisbon: ESREL '97.
- Chok, Y. H. (2006). *Modelling the effects of soil variability and vegetation on the stability of natural slopes.* Adelaide, Australia: School of Civil, Environmental and Mining Engineering, The University of Adelaide.
- Christian, J. T. (2004). Geotechnical Engineering Reliability: How Well Do We Know What We Are Doing. *Journal Of Geotechnical And Geoenvironmental Engineering*, 985 - 1003.
- Costa, E. A. (2005). *Avaliação de ameaças e risco geotécnicos aplicados à estabilidade de taludes. Dissertação de mestrado.* Porto Alegre (RS): Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Das, B. M. (2007). *Fundamentos de Engenharia Geotécnica.* São Paulo: Thomson Learning.
- Duncan, J. M., & Wright, G. (2005). *Soil Strength and Slope Stability.* Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Empresa de Pesquisa Energética. (2010). Retrieved Setembro 7, 2013, retirado de Sistema Interligado Nacional: <http://www.brasil.gov.br/saobre/economia/energia/setor-eletrico/sistema-interligado-nacional>
- Faber, M. (2005). *Risk and Safety in Civil, Surveying and Environmental Engineering.* Zurich: Lecture Notes. Swiss Federal Institute of Technology.
- Farias, M. M. (1993). *Numerical analysis of clay core dams. Ph.D Thesis.* Swansea, País de Gales: University of Wales – University College of Swansea.
- Fenton, G. A. (1997). *Probabilistic methods in geotechnical engineering. In: Fenton Gordon A. (Editor).* Logan, Utah.: Workshop presented at ASCE GeoLogan'97 Conference.
- Fontes, L. R. (n.d.). *Notas introdutórias em Probabilidade e Estatística.* São Paulo, SP.
- Gere, J. M., & Goodno, B. J. (2010). *Mecânica do Materiais.* São Paulo: Cengage,

Learning.

Gitirana Jr, G. F. (2005). *Weather-related geo-hazard assessment model for railway embankment stability. Ph.D. Thesis*. Saskatoon, Saskatchewan, Canada.: Department of Civil and Geological Engineering, University of Saskatchewan.

Griffiths, D. F., & Fenton, G. A. (2004, May 1). Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental*, pp. 507-518.

Iqbal, A. (2012). *Probability of failure for concrete gravity dams for sliding failure*. Stockholm, Sweden: Division of Soil and Rock Mechanics, Royal Institute of Technology.

Lade, P. V. (2005). *Overview of Constitutive Models for Soils*. Washington, D.C.: ASCE.

Manafi, M. S., Ali Noorzad, C., & MahdaviFar, M. (2012). *Probabilistic Approach To Assess Dam Slope Stability*. Saskatoon: Canadian Dam Association.

Martins, L. L. (2011, Março). Análise Do Comportamento De Barragens De Terra Com Núcleo De Solo Expansivo. *Monografia de projeto final*. Brasília, Distrito Federal: Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 47 p.

Matins, L. L. (2011). *Análise Do Comportamento De Barragens De Terra Com Núcleo De Solo Expansivo*. Brasília: Universidade de Brasília.

Miranda, L. C. (2011). *Influência da variabilidade geotécnica na subsudência devida à escavação de túneis urbanos. Dissertação de Mestrado*. Lisboa: Instituto Superior Técnico - Universidade Técnica de Lisboa.

Müller, R. (2013). *Probabilistic stability analysis of embankments founded on clay*. Stockholm: Division of Soil and Rock Mechanics, Department of Civil and Architectural Engineering, Royal Institute of Technology.

Neto, M. P. (2005). *Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis, Tese de Doutorado*. Brasília, Brasil: Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

Ortigão, J. A., & Sayão, A. (2000). *Manual de Encostas da GeoRio*. Rio de Janeiro: GeoRio.

Otálvaro, I. F. (2012). Probabilistic analyses of slope stability under infiltration conditions.

Pereira, J. (1996). *Numerical analysis of the mechanical behavior of collapsing earth dams during first reservoir filling. PhD Thesis*. Saskatoon, Canada: University of Saskatchewan.

Pereira, R. M. (2011). *Análise probabilística da segurança ao deslizamento de barragens gravidade de betão, dissertação de Mestrado*. Lisboa, Portugal: Faculdade de Ciência e Tecnologia, Univeridade Nova de Lisboa.

Pinto, C. d. (2006). *Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas*. São Paulo: Oficina de Textos.

Ramly, H. E., Morgenstern, N. R., & Crude, D. M. (2002). *Probabilistic slope stability analysis for practice*. Canadian Geotechnical Journal.

Santos, P. R. (2009). *Interferência da variabilidade das propriedades mecânicas do maciço e fundação no comportamento de barragem de terra. Monografia de projeto final*. Brasília, DF: Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.

Silva, J. P. (2011). *Os Métodos De Equilíbrio Limite E Dos Elementos Finitos Na Análise De Estabilidade De Taludes*. Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto.